



Manuel Antunes



Stress-tests en assurance : conception et développements autour d'une matrice de corrélation des risques

Mémoire de Master 2

Mention : *Monnaie, banque, finance, assurance*

Parcours : *Assurance et Gestion du Risque*

Sous la direction de : M. Julien Jacob

Sous le tutorat de : M. Arnaud Laforge

Date de soutenance : 28 août 2023

Année universitaire 2022-2023

Résumé

Ce travail explore la construction d'une matrice de corrélation des risques, composante cruciale dans la conduite de stress-tests pour les compagnies d'assurances. L'objectif est ainsi d'étudier l'intensité des liaisons qu'il peut exister entre les différentes classes d'actifs qui composent le portefeuille d'AFI ESCA. Néanmoins, la littérature académique disponible sur le sujet souffre de certaines lacunes en termes de contenu disponible ; les méthodes de construction d'une telle matrice sont donc, dans une certaine mesure, tenues secrètes par les sociétés de conseil en gestion des risques. Le travail entend donc soumettre des pistes de réflexion quant aux moyens de réaliser une telle matrice. Pour cela, et pour redresser certaines limites que peuvent présenter les données de cours des indices boursiers, des modèles économétriques ont été utilisés : STL pour désaisonnaliser les données ; GARCH et ARIMA pour étudier, corriger et exploiter leur hétéroscédasticité. Enfin, la matrice de corrélation nouvellement construite, bien que présentant encore certains coefficients trop élevés par rapport à nos attentes, offre des perspectives de développements prometteuses autour de ce processus. Il est d'ailleurs préconisé d'adapter régulièrement ce dernier, afin qu'il évolue en même temps que le paysage financier, et permette ainsi de réviser ladite matrice.

Mots-clés : *Stress-test, matrice de corrélation des risques, STL, GARCH, ARIMA*

This work explores the construction of a risk correlation matrix, a crucial component in conducting stress tests for insurance companies. Thus, the aim is to study the intensity of the links that may exist between the different asset classes belonging to AFI ESCA's portfolio. Nevertheless, the available academic literature on the subject suffers from a certain weakness in terms of content; the methods for constructing such a matrix are therefore, to a certain extent, kept secret by risk management consultancy firms. The aim of this paper is therefore to suggest ways in which such a matrix might be constructed. To this end, and to address certain shortcomings that the stock index price data may present, econometric models were used: STL to deseasonalise the data; GARCH and ARIMA to study, correct and exploit their heteroscedasticity. Finally, the newly constructed correlation matrix, while still having some coefficients that are too high for our expectations, offers promising prospects for further development of this process. It is also recommended to regularly adjust the latter, so that it evolves alongside the financial landscape, thereby allowing for the revision of the said matrix.

Keywords: *Stress-test, risk correlation matrix, STL, GARCH, ARIMA*

Avertissement

Ce mémoire est un travail indépendant de l'auteur, alors seul responsable des idées et opinions qui y sont exprimées. Ainsi, elles ne reflètent pas nécessairement les points de vue de l'Université de Strasbourg, ou celles de l'entreprise d'accueil, AFI ESCA.

Remerciements

Pour avoir mis en lumière ce besoin de l'entreprise, et avoir été à l'origine d'une telle proposition de sujet, j'aimerais remercier dans un premier temps mon tuteur et maître d'apprentissage, Monsieur Arnaud LAFORGE. En effet, eu égard à la conduite de tests de couverture sur ses actifs risqués, le Comité Stratégique Financier avait formulé cette demande de recréer une matrice de corrélation des risques de toutes pièces. C'est une mission dont je me suis emparé bien volontiers, tant je la trouvais originale et inspirante ; et non sans une certaine portée puisqu'une telle matrice nécessitait d'être correctement étayée aux yeux des régulateurs, à commencer par l'ACPR : l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution. Puis, pour sa pédagogie et l'encadrement qu'il m'a apporté, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de mémoire, Monsieur Julien Jacob. Enfin, j'aimerais plus généralement exprimer ma gratitude à ma famille, ainsi qu'à toutes les personnes, amis ou collègues, qui ont rendu plus facile la réalisation de ce mémoire ; que ce soit en me faisant régulièrement part de leurs conseils et remarques, en mettant leurs travaux à disposition, ou en partageant nombre d'informations utiles et précieuses.

Avant-propos

Sous la forme d'une matrice de corrélation des risques, l'objet de ce travail est d'évaluer l'intensité des liaisons qui peuvent exister entre les différentes classes d'actifs qui constituent le portefeuille d'AFI ESCA, l'entreprise d'accueil ayant exprimé ce besoin. Bien que pour AFI ESCA l'utilisation de cette matrice soit spécifiquement liée au contexte du "*stress-testing*", aussi appelé « tests de couverture » pour un portefeuille donné, sa compilation nécessite en réalité d'appréhender un défi largement rencontré par les institutions financières : leur difficulté à mesurer le niveau de dépendance entre ces classes d'actifs. Par exemple, si plusieurs indices boursiers représentatifs de la classe « Actions », tels que le CAC 40 et le STOXX 600, venaient à subir une dépréciation de 10% à ce jour, devrions-nous nous attendre à observer une baisse des cours de même ampleur au sein des indices de la classe « Immobilier » durant les heures, ou les jours qui suivent ? Plus généralement, deux actifs suivent-ils les mêmes tendances, peu ou prou ; ou au contraire sont-ils parfaitement décorrélés ? Pour les acteurs financiers, qu'ils soient publics ou privés, ce sont des informations essentielles à toute stratégie de diversification, et de mutualisation des risques. Néanmoins, il convient également de souligner le caractère versatile et conjoncturel des marchés, dont les structures sont en perpétuelle évolution ; des classes supposées disjointes pendant dix années consécutives peuvent subitement réagir à un choc à l'unisson. Comme cela a été le cas lors de la crise des subprimes en 2008 par exemple, où l'éclatement de la bulle immobilière a été accompagné de l'effondrement du marché actions.

Ainsi, bien que le produit final de cette recherche prenne la forme d'une matrice de corrélation des risques unique, cette étude n'a en aucun cas un caractère absolu et immuable dans le temps. Au contraire, et avec humilité, elle a davantage vocation à soumettre des pistes de réflexion quant aux moyens de parvenir à calculer cette matrice ; de discuter des uns et d'explorer les autres. Que cela concerne le choix des indicateurs, des ressources, des données en entrée et en sortie, un certain nombre de décisions d'arbitrage ont été prises ; celles-ci devront donc être exposées puis justifiées au lecteur. Enfin, c'est précisément dans cette perspective de discussion des résultats obtenus et de leurs interprétations que réside tout l'intérêt autour de ces développements.

Sommaire

Résumé.....	3
Avertissement	4
Remerciements	5
Avant-propos.....	6
Sommaire.....	7
Introduction	10
Présentation de la société.....	12
I. Activités de l'entreprise	12
II. Organigramme	13
III. De l'Esca au groupe Burrus	14
IV. Prérogatives et fonctions au sein du Service Financier	16
Chapitre 1 – Identification du besoin et du contexte d'étude	18
I. Stress-tests en assurances	18
a) Principes et fondamentaux	18
b) Approche réglementaire de Solvabilité II	20
II. Etude ALM	21
III. Deux modules clés dans l'émulation d'un stress-test sur un portefeuille	23
a) Paramètres de choc : scenarii adverse et baseline.....	23
b) Matrice de corrélation des risques.....	25

Chapitre 2 - Cadre méthodologique	27
I. Classes d'actifs du périmètre et indices de référence	27
II. Contraintes techniques des données de cours : vers quelles solutions correctives ?.....	30
a) Phénomènes de saisonnalité.....	30
b) Hétéroscédasticité.....	30
c) Exposition des indices cotés	31
Chapitre 3 - Traitement statistique et réajustements divers	33
I. Désaisonnalisation de données financières	33
a) Décomposition d'une série temporelle.....	33
b) Méthode STL.....	36
II. Homoscédasticisation des données de rendements journalières	39
a) Modèles GARCH	39
b) Homogénéisation de la volatilité avec GARCH univarié	43
III. Exploitation de la composante résiduelle des modèles autorégressifs intégrés	46
a) Modèles de prédiction ARIMA	46
b) Approche non conventionnelle du processus	49
Chapitre 4 - Analyse conjointe des jeux de données pour calcul des coefficients de la matrice	52
I. Choix de la méthode de référence pour calculer les corrélations entre chaque paire d'indices	52
II. Modalités de calcul des coefficients de la matrice	53
Chapitre 5 - Analyse des résultats, interprétations et discussions autour du processus.....	56
I. Comparaison des matrices et interprétations des résultats	56
II. Limites méthodologiques et perspectives de développements.....	58
Conclusion.....	60

Bibliographie	62
Webographie	65
Annexes	68
Annexe 1 - Corrélations glissantes sur 100 jours ouvrés entre les indices au sein de la classe « Actions et OPCVM	
<i>Actions » (STOXX 600, CAC 40, DAX 30, FTSE 100)</i>	<i>68</i>
Annexe 2 – Statistiques descriptives des corrélations glissantes obtenues au sein de la classe « Actions et OPCVM	
<i>Actions »</i>	<i>77</i>
Annexe 3 – Corrélation agrégée finale retenue pour les indices au sein de la classe d’actif « Actions et OPCVM	
<i>Actions », après retrait de FTSE 100</i>	<i>78</i>
Annexe 4 – Exemple d’un calcul de coefficient final pour la matrice de corrélation des risques	79

Introduction

D'une ampleur grandissante depuis une vingtaine d'années, les stress-tests occupent désormais une place centrale dans la gestion des risques, en particulier pour les compagnies d'assurance. Effectivement, la conduite efficace de ces tests nécessite la prise en compte adéquate d'une multitude de facteurs et paramètres. L'objet du présent mémoire n'est pas de présenter une liste exhaustive de ces éléments, mais plutôt de s'intéresser au contexte bien spécifique du portefeuille d'actifs d'AFI ESCA. En effet, l'entreprise requiert une étude fine de l'intensité des liaisons potentielles entre les différentes classes d'actifs qu'elle détient, afin de concevoir une matrice de corrélation des risques. Cette matrice est un sous-module essentiel à la mise en œuvre de ces tests de couverture, qu'il conviendra alors de développer dans le Chapitre 1.

La construction d'une telle matrice n'est pas une tâche aisée toutefois, étant donné le manque de littérature disponible sur le sujet. Ces lacunes peuvent d'ailleurs s'expliquer par le caractère précieux de telles informations, puisque ce sont aussi des services prodigués par les sociétés de conseil en matière de gestion des risques, lesquelles ont donc alors intérêt à rester discrètes quant à leurs méthodes. Ainsi, comme indiqué en préambule, ce travail entend explorer humblement des pistes de réflexions sur les moyens de concevoir une telle matrice. Pour cela, le Chapitre 2 présentera le cadre méthodologique choisi pour y parvenir, et introduira plusieurs des nombreux obstacles qui ont pu être rencontrés durant ce parcours ; ainsi que les décisions qui ont été prises pour y remédier partiellement ou en totalité.

Une majorité de ces entraves résidait dans la qualité des données en entrée, parfois sujettes à la fois à des phénomènes tels que la saisonnalité et l'hétéroscédasticité, qui seront développés ultérieurement. En effet, pour évaluer un à un les différents coefficients de la matrice, une première idée pourrait consister à récupérer les données de cours récentes de deux actifs, pour chacun des couples de classes dont il est question, et de leur appliquer la formule classique de corrélation de Pearson. L'inconvénient de cette approche est que le résultat serait alors affecté par certaines carences des données en entrée, mentionnées plus tôt, qui sont spécifiques à chaque titre financier. C'est pourquoi il serait préférable en premier lieu de corriger ces irrégularités, en tout ou partie ;

afin d'estimer le plus précisément possible la véritable corrélation qu'il peut exister entre deux séries, tout en limitant l'impact des variables cachées qui pourraient l'impacter à la hausse ou à la baisse. C'est dans cette optique que divers modèles et méthodes ont été éprouvés au cours de ces travaux ; tels que les modèles GARCH et ARIMA, pour atténuer l'hétéroscédasticité des données de cours ; et la méthode de décomposition des séries temporelles STL, pour leur en soustraire les composantes saisonnières. Le Chapitre 3 s'attachera à présenter ces différents modèles, pour illustrer concrètement leur champ d'application, ainsi que leurs éventuelles limites. Les différents modèles généreront ainsi des jeux de données, qui seront ensuite utilisés conjointement afin de calculer un à un les coefficients la matrice de corrélation des risques. Le Chapitre 4 permettra d'en détailler le processus calculatoire.

Enfin, une fois la nouvelle matrice calculée, le Chapitre 5 permettra alors de la confronter à la matrice originale. Ceci car le travail ne serait pas complet en l'absence d'une analyse critique des résultats ainsi obtenus. Cela permettra également d'identifier d'éventuelles pistes d'améliorations quant à l'ensemble de ce processus. Il conviendra cependant de rappeler que le produit final, sous la forme d'une matrice de corrélation des risques, ne peut en aucun cas avoir un caractère immuable ou absolu dans le temps, compte tenu de la nature changeante du paysage financier, qui est en perpétuel mouvement. Au contraire, il serait pertinent d'adapter ce processus afin de réévaluer le plus régulièrement possible cette matrice ; et en s'assurant de son adéquation avec les besoins présents de l'entreprise.

Présentation de la société

I. Activités de l'entreprise

Située au 2 Quai Kléber à Strasbourg, c'est à la tour des Halles que se situe le nouveau siège d' AFI ESCA, après relocalisation en 2012. L'année 2023 marque le centenaire de l'entreprise, qui conçoit des solutions d'assurance en épargne, garanties emprunteur, prévoyance individuelle et en couverture des frais d'obsèques ; celles-ci sont distribuées par l'intermédiaire de 4 000 courtiers répartis dans toute la France. L'exercice 2022 lui a valu un chiffre d'affaires de 327 millions d'euros, pour un volume d'actifs sous contrats de 1 756 millions¹.

En dépit de sa taille désormais sans commune mesure avec celle de ses débuts, AFI ESCA demeure néanmoins toujours très attachée à sa culture d'entreprise « familiale ». Animée en partie par le respect des principes qui lui confèrent son indépendance depuis sa création, la firme a également démontré ses aptitudes en matière de gestion et de développement, où sa prudence lui a permis de faire historiquement preuve de résilience face à l'adversité.

Comptant aujourd'hui environ 250 collaborateurs en France, AFI ESCA s'est également développée en Belgique et en Italie depuis quelques années. En l'occurrence, l'arrivée de Christian Burrus en 1991 a marqué le début d'une volonté à se diversifier en faveur du courtage, en multipliant les rachats de sociétés depuis les années 2000² ; telles que Afi-Europe, Diot et LSN Assurances. Après sa fusion avec Afi-Europe en 2008 en faveur de sa nouvelle identité AFI ESCA, celle-ci fait désormais partie d'une entité plus vaste : le groupe Burrus qui, acteur important dans le monde du courtage en assurances, lui prodigue également une forte assise financière.

¹ *Qui sommes-nous ? AFI ESCA : L'Assurance Autrement (2023) Afi Esca*. Disponible sur : <https://www.afiesca.com/particuliers/qui-sommes-nous/> (Accédé : 12 mai 2023).

² TURREL, Phillipe. *De l'Esca au groupe Burrus : 1923 – 2012 L'assurance d'une compagnie alsacienne*. CLAUSSE, Gilbert. Les Editions du Musée, 2012. 168 p. Avant-propos, p.5.

II. Organigramme

Outre l'appartenance d' AFI ESCA au groupe Burrus, dont M. Christian BURRUS est l'actuel président, voici un récapitulatif des différents services constitutifs de la compagnie, ainsi que leurs responsables respectifs.

M. Jean-Yves HERMENIER est le président du Conseil d'Administration d' AFI ESCA, tandis que M. Élie TOLÉDANO en est le Directeur Général, appuyé par M. Gilles BERDAH, Directeur Général Délégué. La position de Secrétaire Général est occupée par M. Olivier BARTHE, tandis que celle au sein du Secrétariat de Direction Pôle Achats est occupée par Mme. Blandine NEUMULLER.

Mme. Charlotte PACQUEMENT est à la tête de la Direction Contrôle Interne et Risque. Le service Direction Juridique et Conformité est dirigé par M. D'HEM. Le service Comptabilité est dirigé par M. Natale CONNENA.

Les départements Direction Ressources Humaines et Services Généraux sont supervisés par Mme. Catherine BAUER. La Direction de l'allocation stratégique et des Investissements Groupe, ou plus simplement le Service Financier, est occupée par M. Arnaud LAFORGE MESPLOMB, également tuteur de l'Auteur dans le cadre de ce mémoire. Tandis que la Gestion d'Actifs est coadministrée par M. Christian BURRUS lui-même.

Le Service Audit Interne est supervisé par M. Sébastien HANOT. Le Service Actuariat est dirigé par M. Fabrice COLIN. Le responsable du service Contrôle de Gestion est M. Jean-Baptiste GRIMM. La section Chefs de projet est orientée par M. Jean-Phillipe EBERSOHL.

A la tête des Grands Comptes Epargne et Obsèques figure M. Jérôme GUEBLE ; tandis que la Direction Gestion, le Service Obsèques, Epargne, Gestion Emprunteur, et les Services Transversaux sont administrés par Mme. Caroline EMERY. Enfin, la Direction Marketing et Offre est occupée par M. Stéphane DUCOURANT.

Au niveau de la succursale d'AFI ESCA en Belgique, la direction est endossée Mme. Ruty DE LANGE ; tandis que celle de la succursale en Italie est endossée par M. Pierfrancesco BASILICO.

III. De l'Esca au groupe Burrus³

Est-Capitalisation, société de capitalisation et prévoyance au capital de deux millions de francs, vit le jour le 9 janvier 1923 ; lancée à Strasbourg par des personnalités alsaciennes, avec à sa tête Maurice Burrus, alors industriel des tabacs mais aussi président de la banque du Rhin. Les résultats très satisfaisants de l'Esca pour ses premiers exercices, lui ont permis d'encaisser les épisodes de crises engendrés par le Krach de 1929. L'avenir pu alors être envisagé avec beaucoup de confiance.

Dans une volonté d'impliquer et galvaniser ses souscripteurs, Esca prit très vite l'habitude d'organiser trimestriellement des tirages au sort publics, afin de procéder pour les gagnants à des remboursements anticipés à mille francs de titres dont la durée normale aurait été de quinze ans. Une tradition très populaire et alors en avance sur ton temps, qu'AFI ESCA met un point d'honneur à faire perdurer encore à ce jour.

En 1932 fut lancée la construction du nouveau siège social de l'Esca, rue des Pontonniers. Un îlot alors insalubre qui n'avait jusqu'alors servi que de lieu de stockage de combustible. Le projet fut confié à l'architecte Adolf Wolff, qui proposa un ensemble néo-classique ; un immeuble à la fois emprunt au style haussmannien du XIX^e siècle, et à celui du Palais de Rohan de Strasbourg. Bien que sévèrement touché par la crise, ce vaste chantier qui donnait du travail à nombre d'ouvriers fut un succès immobilier pour Esca avec son achèvement en 1935.

En 1939, tandis que le prochain conflit d'envergure s'apprête à éclater, la ville de Strasbourg est évacuée ; Esca est contrainte de se replier à Sainte-Croix-aux-Mines. Un an plus tard, en juin 1940, la société est placée sous le contrôle de la *Volksfürsorge*, une compagnie d'assurances de Hambourg. L'immeuble est alors occupé par la partie antagoniste. La compagnie continua péniblement à gérer les fonds déposés par les souscripteurs, mais le Troisième Reich lui interdisait formellement de procéder à toute opération d'encaissement ou de rachat ; ceci car le régime ne reconnaissait pas le système de capitalisation. La Volksfürsorge entreprit d'abord de faire liquider la so-

³ TURREL, Phillipe. *De l'Esca au groupe Burrus : 1923 – 2012 L'assurance d'une compagnie alsacienne*. CLAUSE, Gilbert. Les Editions du Musée, 2012. 168 p. Chapitre 1-6, p.14-150.

ciété, afin de contribuer à l'effort de guerre ; tentative d'expropriation qui fut désamorcée par Maurice Burrus, faisant savoir aux autorités allemandes que l'Esca poursuivrait son activité en zone libre. Peu après, il déjoua également leur stratégie d'achat de l'ensemble des actions de la compagnie ; en multipliant les obstacles à leur rencontre. L'échec de ces négociations le conduisit alors à se faire expulser de la ville, en abandonnant à l'occupant l'immeuble ainsi que tous ses biens. Après en avoir été chassés à l'automne 1940, c'est en 1945 que les locataires récupéreront leurs anciens locaux. Le retour fut laborieux : l'immeuble de la rue des Pontonniers ayant subi de lourdes dégradations, en plus des pillages. Les cloisons avaient largement été enlevées ou ajoutées au gré des besoins de l'occupant. D'autre part, ils apprenaient alors que l'immeuble faisait encore l'objet d'une réquisition par le commissariat régional de la République de Strasbourg. Procédure de réquisition dont Maurice Burrus démontrera rapidement l'illégalité, afin que le siège leur soit restitué quelques mois plus tard, et qu'ils puissent enfin travailler à redresser les préjudices de ces années d'occupation.

Avec le décès de son président fondateur en 1959, un chapitre de l'histoire d'Esca se termine tandis qu'un autre commence. C'est son neveu, Paul Burrus, qui prit sa succession ; aux côtés du nouveau directeur général André Charpentier. Brillant polytechnicien, ce dernier relève les nouveaux défis quant à la modernisation des outils actuariels, et à la tarification. Il étudia également en détail le marché conditionnel des actions, ainsi que les contrats d'émissions sur les obligations cotées ; ce qui lui valut le mérite « d'industrialiser » complètement ce système à partir des années 1980, avec l'apparition des premiers terminaux informatiques. Cette innovation technologique sera notamment appuyée par Gilbert Clause, témoin et partie prenante de la révolution informatique qui se profilera pour Esca, durant les dizaines d'années à venir.

Muée par l'évolution de la profession, notamment avec le boom de l'assurance-vie, il fallut également qu'Esca se diversifie pour rester compétitive, et pouvoir appréhender les changements conjoncturels qui s'opéraient entre 1975 et 1990. Paul Burrus commençait alors déjà à préparer son fils Christian à la reprise d'Esca, tandis qu'il essayait dans le même temps d'entrer sur le marché des actions, quasiment absentes du portefeuille ; alors que ces dernières étaient réputées pour avoir une meilleure rentabilité sur le long terme que les obligations et l'immobilier, en règle générale.

L'arrivée de Christian Burrus à la direction générale en 1991 marquera d'autant plus cette volonté de diversification. L'acquisition du courtier Joliez-Regol en 2001, suivi de celle d'Afi-Europe en 2004 lui confèrera une nouvelle identité : AFI ESCA. Après les rachats successifs des cabinets Diot

et la Sécurité Nouvelle, elle devint dès 2008 un acteur majeur dans le domaine du courtage en assurances. Ces différentes structures ont pour dénominateur commun l'adéquation de leurs valeurs avec la vision très patrimoniale et familiale de la famille Burrus, néanmoins il fallut repenser l'organisation de celles-ci, tant pour la gestion que pour la bonne répartition des risques. Sur un modèle de holding émergea alors en 2010 le Groupe Burrus. D'abord réticent à l'intégration du patronyme familiale dans le logo du groupe, Christian Burrus qui se méfiait d'une personnalisation à l'excès, concéda toutefois quelques mois plus tard que ce nom était déjà connu, et qu'il pourrait s'avérer porteur d'une certaine unité dans le paysage assurantiel. Il consentit donc à joindre son nom au logo, de manière discrète toutefois ; après que celui-ci eut disparu après la vente de la manufacture de tabacs FJ Burrus. Car renouant avec cet héritage, ce nom est aussi vecteur de transmission des valeurs qui firent sa renommée : performance et indépendance.

IV. Prérogatives et fonctions au sein du Service Financier

Ayant intégré le service en mai 2022, mes prérogatives étaient notamment la reprise de certaines tâches et fonctions jusque-là acquittées par ma collègue, M^{me} Vy VAN HONG YEN. Ces tâches incluaient par exemple le passage quotidien des ordres d'achat et de vente du portefeuille UC (« Unités de Compte »), et appartenant au périmètre « Zéro-couverture » ; c'est-à-dire dont le stock globalement détenu par l'entreprise doit correspondre exactement au stock détenu par les clients.

D'autre part, il s'agissait également de faire l'intermédiation entre l'entreprise et les fonds avec lesquels elle collabore, de même que procéder aux virements, tant pour les souscriptions que pour les appels de fonds ; ainsi que suivre ses engagements, et importer les différentes valorisations pour le suivi des clients.

De façon hebdomadaire étaient également émis deux rapports sur la situation de trésorerie, l'un concernant les liquidités disponibles au sein de chacune des entités d'AFI ESCA ; tandis que l'autre relève des prévisions d'encaissements et décaissements à venir, et donc plus généralement de l'évolution de la trésorerie disponible au cours de la semaine, du mois et de l'année à venir. Une vision globale de ces flux étant essentielle pour planifier les transactions importantes, et ainsi se prémunir de toute éventuelle position débitrice.

Enfin, une autre de mes prérogatives consistait également à réconcilier la trésorerie sur un logiciel utilisé en interne par l'entreprise. Autrement dit, s'assurer de l'adéquation entre les mouvements et les soldes réels de nos extraits bancaires, avec les flux qui ont été générés automatiquement par ledit logiciel.

D'autre part, depuis le début du contrat d'alternance en septembre 2022 jusqu'au mois de février, et en parallèle de ces activités, je me suis également attelé à reparamétrer les valeurs de chocs baseline, calculées spécifiquement pour chacune des classes d'actifs du périmètre ; et utilisées notamment dans le cadre des stress-tests du portefeuille. Ceci avant de travailler, jusqu'au terme de cette alternance, à recalculer la matrice de corrélation des risques dont il est question dans ce mémoire, utilisée dans le même dessein que le vecteur de chocs, à savoir les stress-tests. Davantage d'éléments de contextualisation pour ces deux modules seront apportés dans les sections dédiées.

Chapitre 1 – Identification du besoin et du contexte d'étude

I. Stress-tests en assurances

a) Principes et fondamentaux

Tant dans les secteurs bancaires qu'assurantiels, les institutions ont recours à des tests de couverture, aussi appelés stress-tests, afin d'estimer le potentiel impact d'un changement soudain d'une ou plusieurs variables sur la valeur d'un portefeuille d'actifs, et éprouver ainsi sa résilience sur un horizon temporel donné⁴. Pour les banques, ces changements peuvent consister par exemple en une augmentation abrupte des taux d'intérêt, en une diminution de la qualité du crédit, en un risque opérationnel tel qu'une panne informatique généralisée, ou même consister en une exposition à un scénario bien spécifique, étudiant conjointement l'impact de plusieurs phénomènes. Tandis que pour les compagnies d'assurances, dont la structure actif-passif est plus axée sur le long terme⁵, d'autres variables seront généralement étudiées ; telles que l'évolution des taux de mortalité et de morbidité, ou l'augmentation du risque de souscription, c'est-à-dire le risque pour l'assureur de sous-estimer le coût des sinistres lors d'un exercice. Il pourrait également s'agir de tester l'impact sur les revenus d'un changement défavorable de législation, comme le fut par exemple la loi Hamon pour le secteur assurantiel, applicable depuis 2015, et qui permet alors aux adhérents de résilier leur contrat d'assurance à tout moment, plutôt qu'à la date d'anniversaire, et ceci sans frais ni pénalité⁶. Ces différents changements dans les variables peuvent aussi bien relever de considérations historiques que purement hypothétiques. Les premières auront l'avantage de pouvoir s'appuyer sur des observations empiriques correctement renseignées ; tandis que les secondes permettront un plus grand panel de scénarios plausibles, en adéquation avec les stratégies de pilotage que veut mettre à l'épreuve la compagnie.

⁴ HAURYLIUK, Nadzeya. Financial Stability Issues and Stress Testing of the Insurance Sector. 2015.

⁵ KOMARKOVA, Zlatuse, GRONYCHOVÁ, Marcela, et al. Models for Stress Testing in the Insurance Sector. Czech National Bank, 2012.

⁶ Décret n° 2014-1685 du 29 décembre 2014 relatif à la résiliation à tout moment de contrats d'assurance et portant application de l'article L. 113-15-2 du code des assurances - Légifrance, 2014. Gouv.fr. [En ligne]. [Consulté le 23 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000030002255>

L'implémentation de ces stress-tests peut être coûteuse, par conséquent il est préférable de les conduire efficacement, ceci en menant une réflexion construite autour des différents facteurs de risque à éprouver. Car la fiabilité des résultats obtenus dépendra en partie de la qualité des spécifications en entrée, par rapport à la conjoncture économique et politique. Ainsi, on peut noter un certain nombre de fondamentaux, de règles tacites, qu'il convient de respecter pour assurer la bonne cohérence de la procédure. À commencer par le cadre : les stress-tests doivent être conçus pour répondre à des objectifs clairs, approuvés par le conseil d'administration de l'entreprise, ou par tout organe de gouvernance⁷. Par prolongation, cet organe devrait être correctement spécifié, et ses parties prenantes clés formellement identifiées. Il est essentiel que ces dernières aient conscience de leurs responsabilités, et assurent un suivi de chaque action, chaque décision qui jalonnent le processus. En outre, les hypothèses, les scénarios et les modèles proposés doivent-êtré soumis à discussion ; au même titre que les résultats qui en sont issus, et leurs conclusions.

Ces tests, dont l'utilisation s'est généralisée depuis la crise des subprimes, constituent désormais un outil clé dans la gestion des risques de l'entreprise et de ses prises de décisions. Ils doivent donc être réalisés à une fréquence adaptée selon la portée, les objectifs, et la complexité du périmètre étudié. Les ressources employées doivent coïncider avec les besoins pour y parvenir ; que ce soit en termes d'opérateurs, de données disponibles, ou de logiciels informatiques par exemple. Par ailleurs, ces tests doivent être révisés, et amenés à évoluer avec le contexte macroéconomique de leur environnement. Les scénarios envisagés se doivent également de capturer un maximum des vulnérabilités et risques, lors du processus d'identification ; ou justifier en documentant l'exclusion de certains d'entre eux. Ces scénarios doivent être suffisamment sévères pour éprouver la résistance d'une entité, en demeurant tout de même de l'ordre des possibles. De manière générale, les stress-tests sont des processus très exigeants en termes de data, et qui émulent des évènements rares voire très rares ; de fait, il y aura toujours un manque de données disponibles sur le sujet. Ainsi, il est souvent nécessaire de faire le choix de formuler des hypothèses simplificatrices pour la

⁷ *Basel Committee on Banking Supervision Stress testing principles*, 2018. [en ligne]. Disponible à l'adresse : <https://www.bis.org/bcbs/publ/d450.pdf>

conduite d'un tel exercice ; les analystes doivent alors se montrer transparents quant à la nature de ces hypothèses⁸.

b) Approche réglementaire de Solvabilité II

Ces stress-tests ne sont pas conduits seulement à l'échelle individuelle des entreprises, mais également à l'échelle du secteur assurantiel tout entier. Dans l'Union Européenne, ceux-là font partie des prérogatives de l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*), qui suit notamment les directives et normes établies par Solvabilité II. À titre d'exemple, un premier stress-test autour du changement climatique a été effectué en 2022, le scénario prévoyait une transition abrupte et désordonnée vers les énergies moins polluantes, en raison d'une politique tardive. Il en résulterait une forte et soudaine tarification sur les émissions de carbone, imposées aux entreprises par les pays pour atteindre leurs objectifs climatiques. Selon le rapport, cet épisode de stress causerait une dévaluation significative de 12.9% des actifs, correspondant environ à une perte nette de 255 milliards d'euros⁹.

Publiée initialement le 25 novembre 2009, la directive 2009/138/CE prévoyait déjà les grands principes du régime prudentiel actuel¹⁰ ; celle-ci a toutefois été amendée le 16 avril 2014 par la directive 2014/51/UE (ou *Omnibus II*) afin d'y introduire les prérogatives de l'EIOPA. Le 1^{er} janvier 2016 marque l'entrée en vigueur de la Directive Solvabilité II, introduisant les trois piliers d'exigences applicables aux entreprises d'assurance. Le premier pilier pour les critères quantitatifs, incluant les normes de valorisation pour les actifs et passifs, ainsi que les exigences en matière de SCR (*Solvency Capital Requirement*), et ses méthodes de calcul. On peut notamment en distinguer deux : la Formule Standard et le modèle interne à l'entreprise, complet ou partiel. Le second pilier pour les

⁸ ČIHÁK, Martin. Introduction to applied stress testing. 2007.

⁹ Climate stress test for the occupational pensions sector 2022, 2022. European Insurance and Occupational Pensions Authority. [en ligne]. [Consulté le 24 mai 2023]. Disponible à l'adresse: https://www.eiopa.europa.eu/browse/financial-stability/occupational-pensions-stress-test/climate-stress-test-occupational-pensions-sector-2022_en

¹⁰ II, Solvabilité, 2017. Solvabilité II. *Banque de France*. [en ligne]. 2 août 2017. [Consulté le 25 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://acpr.banque-france.fr/europe-et-international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>

critères qualitatifs, qui font état des règles de gouvernance et de gestion des risques par les entreprises, ainsi que leurs aptitudes à évaluer leurs propres risques par la réalisation de rapports ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*). Enfin, le troisième pilier vise à la transparence de ces informations à l'égard du public et du régulateur, ici l'ACPR (*Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution*) ; d'autre part il a également vocation à harmoniser à l'échelle de l'Union Européenne les données publiées par les compagnies et celles qui sont remises aux superviseurs.

En parallèle de cette directive, l'adoption d'un certain nombre de normes comptables, telles que l'IFRS (*International Financial Reporting Standards*), a conduit le marché européen de l'assurance à développer de meilleures techniques en matière de gestion d'actifs et de provisionnement. D'une part, à cause de la nouvelle structure sur l'exigibilité des fonds propres imposée par Solvabilité II ; mais également à cause de la séparation entre les composantes d'investissement avec celles des produits d'assurance¹¹. Par ailleurs, les assureurs sont désormais contraints d'optimiser la qualité de leur portefeuille, en limitant les risques de marchés excessifs. Par exemple, les capitaux propres de rang 1 doivent être supérieurs à un tiers de la composition totale du portefeuille. Ces capitaux désignent la plus haute qualité de fonds dont peut disposer un assureur, soit en raison de sa résilience face aux chocs, soit en raison de sa liquidité. À cette fin de qualité du portefeuille, les critères ESG (*Environnementaux, Sociaux et de Gouvernance*) jouent un rôle de plus en plus important dans le pilotage des investissements des compagnies d'assurance, ceci car un nombre croissant d'acteurs se préoccupent désormais de ce type d'indices.

II. Etude ALM

L'ALM (*Asset & Liability Management*), ou gestion actif-passif, est une pratique anglo-saxonne développée par les institutions financières depuis les années 1970 pour mitiger et gérer les risques à long terme, et pour piloter et veiller à l'équilibre entre les ressources et les engagements¹².

¹¹ ISTRATE, Costin et BADEA, Dumitru. Financial management of insurance companies in the context of the new regime Solvency II. In: *Proceedings of the international conference on business excellence*. 2017. p. 625-636.

¹² Les fondamentaux de la gestion ALM bancaire, 2023. *Editions-harmattan.fr*. [en ligne]. [Consulté le 26 mai 2023]. Disponible à l'adresse :

Cet équilibre est notamment perturbé par les changements divers qui opèrent dans le paysage financier, comme l'évolution des taux d'intérêts, de la réglementation, ou même des mœurs. Contrairement aux pratiques désormais révolues de gestion de risques, qui consistaient à traiter chaque risque séparément selon leur type, l'ALM est un processus coordonné ayant recours à l'ensemble du corps exécutif, pour superviser les décisions stratégiques qui affecteront le bilan comptable¹³. À ces fins de pilotage prospectif et d'allocations stratégiques, des rapports ALM sont régulièrement émis au sein des entreprises, tout comme c'est le cas pour AFI ESCA.

Ce présent mémoire et sa problématique s'appuient notamment sur l'une des études qui ont été réalisées dans le cadre d'un rapport ALM diffusé en septembre 2022, lors du Comité Stratégique. Cette étude portait spécifiquement sur le niveau de couverture des actifs par les réserves de lissage, dont le Comité souhaite mesurer la robustesse. Ces réserves se composent principalement du solde positif des plus ou moins-values latentes des actifs R343-9 et R343-10, correspondant respectivement aux titres faisant partie de la catégorie « titres amortissables » prévue par le Code des assurances¹⁴, tels que les placements immobiliers ; et ceux dont ce n'est pas le cas, comme les placements actions. Ces réserves se composent également de la Provision pour Participation aux Bénéfices, aussi appelée PPB. Elle correspond à cette partie du résultat de l'assureur que celui-ci est contraint de reverser à ses épargnants dans un délai maximal de huit ans ; cette provision lui permet toutefois de lisser ses résultats sur plusieurs années pour compenser les éventuelles fluctuations du

[https://www.editions-harmattan.fr/auteurs/article_pop.asp?no=31957&no_artiste=31021#:~:text=L'ALM%20est%20une%20m%C3%A9thode,\(D%C3%A9finition%201\).](https://www.editions-harmattan.fr/auteurs/article_pop.asp?no=31957&no_artiste=31021#:~:text=L'ALM%20est%20une%20m%C3%A9thode,(D%C3%A9finition%201).)

¹³ TEAM, CFI, 2020. Asset and Liability Management (ALM). *Corporate Finance Institute*. [En ligne]. Septembre 2020. [Consulté le 26 mai 2023]. Disponible à l'adresse: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/management/asset-and-liability-management-alm/>

¹⁴ Titre IV : Dispositions comptables et statistiques (Articles R341-2 à R345-7) - Légifrance, 2023. *Gouv.fr*. [en ligne]. [Consulté le 31 mai 2023]. Disponible à l'adresse: https://www.legifrance.gouv.fr/codes/section_lc/LEGITEXT000006073984/LEGISCTA000006143406/#LEGISCTA000006143406

marché, ou toute nouvelle exigence financière imposée par la réglementation¹⁵. Enfin, ces réserves de lissage se constituent également dans une moindre mesure de la Réserve de Capitalisation, ou RC, distincte de la PPB. C'est une provision technique destinée à anticiper les dépréciations ou diminutions de revenus de l'entreprise¹⁶, pour lui permettre de régler ses engagements vis-à-vis des assurés. Celle-ci est ajustée en fonction de la sensibilité des actifs aux changements des taux d'intérêts. La RC étant régie par des règles strictes, l'assureur ne peut y puiser qu'en cas de nécessité ; et se doit de la reconstituer dès que sa situation financière le permet. En fin de compte, tandis que la PPB sert à lisser les rendements octroyés aux assurés, la RC a pour finalité de garantir la solvabilité de la compagnie.

L'exercice, autrement appelé stress-test, consistait donc en l'application d'un choc « base-line » et d'un choc « adverse », afin de calculer la perte maximale probable qu'il pourrait survenir dans chacun de ces deux scénarios sur le portefeuille des actifs risqués d'AFI ESCA, et ceci pour un horizon temporel d'un an. Ce calcul nécessite au préalable de prendre en considération deux modules distincts, qui seront développés dans la section suivante.

III. Deux modules clés dans l'émulation d'un stress-test sur un portefeuille

a) Paramètres de choc : scenarii adverse et baseline

Lorsqu'une compagnie d'assurance construit un scénario pour émuler un stress-test, en premier lieu elle doit faire le choix d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices autour des paramètres à tester. Dans le cas où elle cherche à simuler une dépréciation globale de ses actifs, et en

¹⁵ Qu'est ce que la Provision de Participation aux Bénéfices (PPB) ? | MIF, 2016. *Mifassur.com*. [en ligne]. [Consulté le 31 mai 2023]. Disponible à l'adresse: <https://www.mifassur.com/dossier-epargne/provision-participation-benefices>

¹⁶ BOURSORAMA.COM, 2020. Qu'est-ce que la réserve de capitalisation ? *Boursorama*. [En ligne]. 18 février 2020. [Consulté le 31 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.boursorama.com/patrimoine/actualites/qu-est-ce-que-la-reserve-de-capitalisation-8fcad7f6a16d918215a8ac85275ea773>

ayant conscience que tous les actifs ne présentent pas nécessairement la même sensibilité aux fluctuations du marché, elle va d'abord devoir supposer quelles valeurs de choc crédibles seront appliquées à chacune des classes d'actifs constituant le portefeuille. Communément, les compagnies d'assurance émulent deux types de scénario.

Le premier est le choc adverse, le scénario extrême de Solvabilité II correspondant à une Value-at-Risk (ou *VaR*) de 99.5% pour un horizon temporel d'un an ; c'est-à-dire qu'il n'est censé se produire au plus qu'une fois tous les deux cents ans. Ou bien, chaque année il y a une probabilité de 0.5% qu'un tel choc ne survienne. De fait, les paramètres de choc adverse sont très élevés pour toutes les classes d'actifs. Ceux-là dépendent notamment du *dampener*, ou « ajustement symétrique », qui est d'abord calculé, puis dont les informations sont communiquées chaque début de mois par l'EIOPA. Pour les entreprises utilisant la formule standard, l'exigence en capital à détenir est calculée comme un pourcentage de la valeur de marché des expositions à un risque action. Ce pourcentage est ajusté « symétriquement » pour tenir compte de toutes les phases du cycle économique. Cet ajustement est supposé positif notamment lorsque les marchés sont en hausse, ce qui implique que l'exigence en capital augmente ; et inversement. Le calcul du *dampener* est adossé à l'évolution d'un indice boursier spécifiquement conçu par l'EIOPA à cette fin ; les règles légales encadrant cet indice sont stipulées dans la Directive 2014/51/UE¹⁷. Cette approche du *dampener* présente un inconvénient toutefois, à savoir la désincitation des entreprises à créer leurs propres modèles de risques, au lieu d'en adopter un qui soit plus spécifique de leur environnement, et donc également plus cohérent et réaliste vis-à-vis de leurs propres risques¹⁸.

Le second type de choc est le stress "baseline", aussi dit « de référence », qui correspond généralement à une *VaR* de 95%, bien que cela ne soit pas nécessaire ou systématique. Contrairement au scénario précédent, celui-ci est à la discrétion de chaque entreprise. Il sert à représenter

¹⁷ Symmetric adjustment of the equity capital charge, 2023. *European Insurance and Occupational Pensions Authority*. [En ligne]. [Consulté le 1 juin 2023]. Disponible à l'adresse : https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/symmetric-adjustment-equity-capital-charge_en

¹⁸ LECHKAR, MohaMed et VAN WELIE, Dennis. Putting a *dampener* on Solvency II. *Life & Pensions Magazine*, 2008, vol. 2008, p. 36-40.

un scénario défavorable, voire très défavorable pour celle-ci, mais dont la probabilité de survenance est beaucoup plus importante que celle d'un stress adverse. L'objectif d'un tel scénario est de pouvoir capter davantage les risques afférents à la compagnie, et qui peuvent vraisemblablement l'impacter dans un certain horizon temporel. Dans le cadre d'AFI ESCA, un travail a notamment été effectué antérieurement afin de recalibrer les valeurs des chocs baseline affectés aux différentes classes d'actifs du périmètre.

b) Matrice de corrélation des risques

À hauteur de la classe d'actifs seulement, la perte maximale probable ne dépend que de la valeur des chocs qui lui sont affectés. En revanche, à hauteur du portefeuille d'actifs tout entier, le calcul de la perte maximale probable doit alors également tenir compte des interactions entre chacune des classes, sous la forme d'une matrice de corrélation des risques. Il s'agit d'une matrice carrée symétrique, et dont l'ordre dépend du nombre de classes d'actifs en entrée. Elle est remplie de coefficients de corrélation, mesurant l'ampleur et la direction des relations entre chaque couple de classe. Dans le cas présent, un coefficient négatif entre deux classes d'actifs indiquerait en l'occurrence une relation directe mais inverse. Par exemple : un coefficient -20% entre les classes « Immobilier papier » et « Obligations » signifierait que si les cours de la classe Immobilier papier augmentaient de 5%, alors on observerait une diminution des cours de 1% pour la classe Obligations, toute chose égale par ailleurs. Par construction, les éléments de la diagonale principale de la matrice sont obligatoirement égaux à 100%, puisqu'ils correspondent aux interactions d'une classe avec elle-même.

Dans le cas d'un portefeuille composé uniquement de trois classes d'actifs, la perte maximale probable L se calculerait alors de la façon suivante :

$$L = \sqrt{(C1 \ C2 \ C3) \times \begin{pmatrix} 1 & A12 & A13 \\ A21 & 1 & A23 \\ A31 & A32 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{pmatrix}}$$

Où C_i représente la valeur du montant perdu par la classe d'actif i après application du choc, tandis que les coefficients (A_{ij}) correspondent aux corrélations entre les classes i et j .

Le produit matriciel commençant par une matrice ligne, et se terminant par une matrice colonne, alors selon les règles de calcul matriciel, il donnera un nombre unique : le scalaire L^2 . Prendre le radical de ce scalaire donnera alors le montant total des pertes maximales probables, à hauteur du portefeuille. Au plus, les pertes seront égales à la somme des pertes individuelles de chacune des classes, traduisant une dépendance totale, ce qui est le cas lorsque la matrice de corrélation des risques ne contient que des coefficients 1. Au minimum, ce montant sera égal à la racinée carrée de la somme quadratique des pertes de chaque classe ; c'est le cas d'une matrice remplie de 0 de part et d'autre de sa diagonale, qui traduit une indépendance totale entre les classes. En l'occurrence, la matrice précédemment utilisée par AFI ESCA était jugée très voire « trop » prudente par le Service Actuariat. Ceci car ses coefficients étaient systématiquement compris entre 50% et 100%, ce qui ne semble pas être une hypothèse très réaliste sur les marchés financiers. C'est la raison pour laquelle l'entreprise cherche à acquérir une matrice plus précise.

Moyennant une rémunération adéquate, il serait évidemment possible de confier de tels travaux à des entreprises spécialisées en conseils de gestion des risques, comme Moody's Analytics ou RiskMetrics ; dont les méthodes d'évaluation sont parfaitement inconnues du public. Mais l'objet du présent mémoire est précisément de pouvoir s'émanciper de tels services. L'objectif est ainsi de proposer une approche parmi d'autres pour construire de toutes pièces cette matrice de corrélation des risques. Comme indiqué en préambule de ce travail, il est à noter toutefois que la construction d'une telle matrice présente également certains défis. En effet, ces corrélations sont dynamiques, et évoluent avec les conditions du marché, et d'autres facteurs encore. Parfois, les données de cours historiques fournissent des preuves substantielles de niveaux anormalement élevés de co-mouvements entre certaines classes d'actifs, lors de certains épisodes de crise¹⁹. Ce qui souligne le caractère mutable d'une telle matrice, ainsi que la nécessité d'opérer périodiquement des révisions pour la maintenir à jour.

¹⁹ SO, Mike KP, WONG, Jerry, et ASAI, Manabu. Stress testing correlation matrices for risk management. *The North American Journal of Economics and Finance*, 2013, vol. 26, p. 310-322.

Chapitre 2 - Cadre méthodologique

I. Classes d'actifs du périmètre et indices de référence

Cette sous-section a pour objectif de décrire succinctement les 9 classes d'actifs qui constituent le portefeuille d'AFI ESCA ; ainsi que les indices boursiers qui seront utilisés pour les substituer. En effet, la construction d'une matrice de corrélation des risques nécessite une quantité importante de données de cours en entrée, pour leur traitement statistique ; idéalement celles de l'entreprise elle-même. Or dans le cas présent, la majorité des titres qui constituent ces classes d'actifs ne font pas l'objet de cotations suffisamment régulières pour pouvoir être utilisés à cette fin ; d'où le choix contraint de leur trouver des indices cotés pour les substituer, en dépit des limites qu'ils présentent, lesquelles seront développées dans la section dédiée.

La première d'entre-elles est la classe « Actions et OPCVM Actions ». En l'occurrence, les titres qui la constituent ne souffrent pas de ces lacunes de cotations. Ici, OPCVM fait référence aux *Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières*, dont le principal avantage est d'offrir d'emblée une certaine diversification pour ses souscripteurs, et ainsi de pouvoir leur permettre de diminuer leur risque global. Par nature, il reste que cette classe est considérée comme à haut risque, puisque la valeur des actions au global est fortement soumise aux fluctuations du marché. Pour cette classe, les indices sélectionnés ont été *STOXX 600*, *CAC 40*, *DAX 30* et *FTSE 100*.

La seconde est la classe « Participations », qui pourrait être considérée comme une sous-catégorie de la classe Actions, dans la mesure où toutes les actions offrent le droit à une partie des bénéfices de l'entreprise, et à un droit de vote lors de ses assemblées générales. Pour AFI ESCA, cette classe cible donc notamment les titres de participations, qu'ils concernent des entreprises ou des projets bien spécifiques, pour lesquels elle détient un véritable pouvoir de décision. Cette classe n'ayant pas d'indice boursier particulièrement adéquat, elle se verra attribuer les mêmes indices que la classe « Action et OPCVM Actions ».

La troisième s'appelle « Private Equity », que l'on pourrait traduire par capital-investissement. Elle consiste à investir directement dans les entreprises non cotées en bourse ; et pour des horizons temporels de moyen à long terme, dans la mesure où ce sont des actifs fortement illiquides. De même que la classe « Participations », aucun indice ne semble tout à fait pertinent pour

représenter cette classe ; après discussion avec la direction, par défaut elle se verra également attribuer les mêmes indices que la première et seconde classe, comme cela était déjà le cas dans la matrice d'origine.

Ensuite vient la classe « Obligations », généralement privilégiée des compagnies d'assurance étant donnés les faibles risques qu'elle présente. Les obligations offrent des flux de trésorerie réguliers à travers les coupons versés jusqu'à maturité du titre, qui marque le remboursement total du nominal. Ces titres présentent des rendements plus faibles que les actions, mais sont également moins volatiles, et donc moins soumis aux turbulences du marché. Il s'agit généralement de dettes dont les émetteurs sont des entreprises ou des gouvernements, et qui sont échangées directement sur le marché primaire. Pour cette classe, ont été sélectionnés les indices *Xtrackers II iBoxx Eurozone Government Bond Yield Plus*, *FTSE MTS Eurozone Government BOND IG* et *Xtrackers II Global Government Bond UCITS - EUR Hedged*.

La cinquième classe est « Dette privée / Fonds de dettes ». Où la dette privée peut faire référence à tout type de dette qui n'est ni émise, ni garantie par un gouvernement, et qui ne peut pas non plus être négociée sur un marché public. Les fonds de dettes consistent justement en un canal d'investissement ; permettant à des investisseurs privés de prêter directement à des entreprises, qui en raison de leur taille, ou de leur profil de risque, ne peuvent pas recourir aux canaux plus traditionnels pour se financer. Les avantages de la dette privée sont notamment des rendements potentiellement plus élevés que ceux offerts par les obligations d'entreprise cotées sur le marché public ; mais également une corrélation beaucoup plus faible avec les titres cotés, ce qui est souhaitable dans une stratégie de diversification. Pour celle-ci, ce sont les indices *Xtrackers iBoxx EUR Corporate Bond Yield Plus UCITS ETF*, *iShares EUR Investment Grade Corporate Bond* et *S&P International Corporate Bond Index* qui ont été choisis.

Les deux suivantes sont les classes « Immobilier papier » et « Immobilier pierre ». La première d'entre-elles fait notamment référence aux investissements ne nécessitant pas l'acquisition directe de biens immobiliers physiques ; permettant ainsi d'avoir une exposition sur le marché immobilier mais sans avoir à gérer les propriétés. À cette fin, un certain nombre de canaux d'investissement existent, dont l'un des plus répandus est la SCPI (Société Civile de Placement Immobilier) ; qui permet à ses souscripteurs d'investir dans l'immobilier locatif en échange de dividendes régu-

liers. Par opposition, l'immobilier pierre se réfère à l'achat et la possession directe de ces biens immobiliers. Celle-ci peut permettre des flux de revenus plus importants que la possession indirecte, ainsi qu'une appréciation du capital, voire également des avantages fiscaux. Par construction de la matrice de corrélation des risques d'origine, ces deux classes seront représentées par les mêmes indices boursiers, à savoir : *Amundi Index Solutions - Amundi FTSE EDPRA Europe Real ESTATE* et *IEIF SIIC France*.

L'avant-dernière est la classe « Infrastructure ». L'une des classes les plus tardives à faire son apparition sur les marchés, en dépit de sa portée cruciale pour la croissance économique de toutes les nations selon l'OCDE²⁰. Deux secteurs principaux composent cette classe : l'infrastructure économique, telle que les transports et les communications ; et l'infrastructure sociale, portée davantage sur l'éducation et la santé. Les besoins très élevés en capital initial constituent une importante barrière à l'entrée pour les particuliers, cependant elle est moindre pour les compagnies d'assurance. D'autre part, cette classe d'actifs séduit certains investisseurs car ses fondamentaux sont beaucoup plus ancrés dans la réalité, et donc par prolongation sont plus tangibles qu'une grande partie des produits financiers, qui peuvent leur sembler relativement complexes en comparaison²¹. De même qu'elle tient compte des nouveaux critères ESG : environnementaux, sociaux et de gouvernance ; dont l'information et la transparence semblent avoir un impact positif sur la performance financière des entreprises²². Les indices boursiers cotés retenus ont été : *FTSE Developed Core Infrastructure*, *Dow Jones Brookfield Global Infrastructure EUR*, *S&P Global Infrastructure TR*. Toutefois, des développements ultérieurs ont conduit à prendre les valorisations trimestrielles de la Poche Infrastructure d'AFI ESCA pour un recalcul de la matrice de corrélation, spécifiquement sur cette classe.

²⁰ GUPTA, Surbhi et SHARMA, Anil Kumar. Evolution of infrastructure as an asset class : a systematic literature review and thematic analysis. *Journal of Asset Management*, 2022, vol. 23, no 3, p. 173-200.

²¹INDERST, Georg. Infrastructure as an asset class. *EIB papers*, 2010, vol. 15, no 1, p. 70-105.

²² CHEN, Zhongfei et XIE, Guanxia. ESG disclosure and financial performance: Moderating role of ESG investors. *International Review of Financial Analysis*, 2022, vol. 83, p. 102291.

Pour finir, la dernière classe appartenant au périmètre d'étude est l'« OPC taux ». Notion précédemment développée dans le cadre de l'OPCVM, l'OPC taux est un type d'investissement permettant à plusieurs investisseurs de mettre leurs ressources en commun pour investir spécifiquement dans des titres de créances sensibles aux taux d'intérêts, comme le sont les obligations. Ces dernières offrent des revenus réguliers à travers les coupons versés, dont les rendements sont donc fortement influencés par les fluctuations de ces taux. Pour cette classe, un seul indice a été sélectionné : *Ishares Emerging Markets Government Bond index Fund*.

II. Contraintes techniques des données de cours : vers quelles solutions correctives ?

a) Phénomènes de saisonnalité

Réunir ces données de cours pour construire la matrice n'était qu'une première étape. Un certain nombre de phénomènes peuvent encore affecter imperceptiblement la valeur de la covariance calculée entre deux titres, et ainsi fausser l'interprétation qui en sera faite. C'est notamment le cas de la saisonnalité, qui peut introduire des modèles de répétition, comme une hausse des cours d'un titre en fin d'année et une baisse durant les vacances d'été. C'est un phénomène très commun dans tout exercice impliquant des séries temporelles, qu'elles soient financières ou non²³ ; néanmoins, il existe divers modèles économétriques pour y remédier. Dans le chapitre suivant, le présent mémoire s'attachera à présenter le modèle STL, en guise de tout premier traitement statistique effectué sur les données de cours recueillies.

b) Hétéroscédasticité

L'hétéroscédasticité est une terminologie décrivant une situation lors de laquelle une série temporelle démontre une variance non-constante au cours du temps. Ou dans le cas plus spécifique d'un modèle de régression, il s'agit de la partie inexpliquée par le modèle, ou variabilité résiduelle, qui ne varie pas uniformément au cours du temps ; là où pourtant il est souvent fait l'hypothèse

²³ BOX, George EP, HILLMER, Steven C., et TIAO, George C. Analysis and modeling of seasonal time series. In : *Seasonal analysis of economic time series*. NBER, 1978. p. 309-344.

d'homoscédasticité, qui traduit une distribution constante des termes d'erreurs²⁴. Dans le cas présent d'une étude de corrélation, cette hétéroscédasticité peut impacter de façon subtile les résultats qui seront obtenus, et ainsi conduire à des conclusions erronées sur les relations entre les classes d'actifs. Pour rectifier ce problème, le recours au modèle GARCH comme second traitement statistique semblait tout à fait à propos. Il sera également développé dans le prochain chapitre.

c) Exposition des indices cotés

Comme indiqué en préambule de cette section, les titres que détient AFI ESCA sont en partie non cotés, ce qui implique que leur valorisation souffre d'une granularité trop faible ; c'est-à-dire qu'à la place de données journalières, celles-ci sont tout au plus trimestrielles. Ce qui cause un manque considérable de données disponibles pour construire la matrice. Avoir recours à des données issues d'indices cotés pour substituer ces données manquantes permet de remédier en partie à cette problématique, mais cette solution pratique reste tout de même préjudiciable à certains égards.

En l'occurrence, quelle que soit la classe qu'ils représentent ici, ces indices cotés sont soumis à la fois passivement et activement aux fluctuations du marché. De fait, ils présenteront nécessairement une volatilité beaucoup plus importante que les actifs illiquides et non-échangeables d'AFI ESCA. Par prolongation, cette volatilité pourrait potentiellement être à l'origine d'une covariance plus élevée entre les indices, selon les facteurs économiques et politiques à l'œuvre ; ce qui *in fine* pourrait vraisemblablement causer une surestimation des coefficients de corrélation entre les différentes classes d'actifs.

Dans le cas présent, en supposant que toutes les classes d'actifs soient composées exclusivement de titres valorisés bimensuellement, il faudrait disposer d'environ 5 années de cotations au

²⁴ ASTIVIA, Oscar L. Olvera et ZUMBO, Bruno D. Heteroskedasticity in Multiple Regression Analysis: What it is, How to Detect it and How to Solve it with Applications in R and SPSS. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 2019, vol. 24, no 1, p. 1.

minimum pour chacun d'entre eux²⁵. De plus, ces cotations devraient être observées sur des plages temporelles continues, pour permettre une étude statistiquement significative de leur niveau de corrélation. Dans le contexte opérationnel d'AFI ESCA, cette hypothèse apparaît comme hautement irréalisable ; d'abord dans la mesure où ses actifs n'ont pas nécessairement tous une telle longévité, ni n'ont intégré son portefeuille au même moment. Là où l'étude conjointe de deux titres nécessiterait d'utiliser les mêmes points de référence temporel, ainsi qu'une granularité constante. D'autre part, en dehors des coûts d'acquisition ou des produits de vente, tous ces actifs ne font pas toujours l'objet de valorisations régulières et connues.

Contrairement aux problèmes statistiques évoqués précédemment, pour lesquels il existe des modèles pour y remédier, cette exposition des indices cotés relève davantage d'un problème intrinsèque ou structurel, dont aucune solution satisfaisante n'a pu être identifiée pour le corriger.

²⁵ JC 2017 PRIIPs – Flow diagram for the risk and reward calculations in the PRIIPs KID, 2017. *Europa.eu*. [en ligne]. [Consulté le 15 juin 2023]. Disponible à l'adresse: <https://www.esma.europa.eu/document/jc-2017-priips-%E2%80%93-flow-diagram-risk-and-reward-calculations-in-priips-kid>

Chapitre 3 - Traitement statistique et réajustements divers

I. Désaisonnalisation de données financières

a) Décomposition d'une série temporelle

Sans regard sur son contexte d'analyse, une série temporelle peut généralement être subdivisée en trois, voire quatre composantes principales²⁶ :

- I. La tendance, ou *trend*, qui retranscrit l'évolution de la série à long terme, son allure générale, qu'elle soit haussière ou non. Elle peut être estimée de différentes façons, comme les méthodes paramétriques²⁷ avec les régressions linéaires ; ou les méthodes de lissage avec la moyenne mobile.
- II. La saisonnalité, qui représente les variations se produisant à intervalles de temps réguliers : chaque semaine, chaque mois, chaque année, voire des périodes plus étendues. Selon le contexte de la série, ces variations peuvent tant être associées à des phénomènes météorologiques qu'à des habitudes de consommation. La saisonnalité peut être modélisée et prédite à l'aide de différentes méthodes telles que la décomposition saisonnière, ou à l'aide de modèles plus sophistiqués tels que ARIMA, qui seront développés ultérieurement dans cette section.
- III. Le cycle, qui fait référence aux fluctuations se produisant à des intervalles de temps plus irréguliers, et dont la durée dépasse largement celle de la saisonnalité ; comme les cycles d'expansion puis de récession de l'économie par exemple. L'amplitude et la fréquence de ces cycles étant

²⁶ Séries temporelles, analyse descriptive et transformation | XLSTAT Centre d'aide, 2023. *Xlstat.com*. [en ligne]. [Consulté le 15 juin 2023]. Disponible à l'adresse: <https://help.xlstat.com/fr/6543-series-temporelles-analyse-descriptive-et>

²⁷ Étude des séries temporelles | Base de connaissance OpenHealth, 2023. *Openhealth.fr*. [en ligne]. [Consulté le 15 juin 2023]. Disponible à l'adresse: <https://success.openhealth.fr/fr/articles/3633991-etude-des-series-temporelles>

beaucoup plus difficiles à déterminer, identifier les cycles d'une série temporelle est un défi autrement plus difficile que celui présenté par la saisonnalité. Pour cela, le cycle de Kondratieff et Schumpeter²⁸, les modèles d'analyse spectrale, de même que le filtre de Hodrick-Prescott²⁹, peuvent être envisagés.

- IV. Le bruit, ou la composante résiduelle, qui représente toute la partie inexpliquée et aléatoire de la série temporelle, celle qui n'a pas été captée par les autres composantes. Bien qu'elle s'interprète comme un terme d'erreur, cette composante peut contenir des informations pertinentes et n'ayant pas pu être interceptées par les modèles de décomposition.

Ces composantes interagissent entre elles selon deux types de modèle³⁰. Le modèle additif, de la forme :

$$(1) \quad Y = T + S + C + B,$$

Avec T la tendance, S la saisonnalité, C le cycle et B le bruit.

Et le modèle multiplicatif, de la forme :

$$(2) \quad Y = T \times S \times C \times B$$

Bien que la littérature ne fasse pas spécifiquement mention d'un test statistique permettant de choisir entre l'un ou l'autre de ces modèles, l'un des indicateurs pouvant être utilisés est la table de Buys-Ballot³¹, sous réserve que la composante tendance-cycle soit linéaire. Après compilation de

²⁸ NARKUS, Sarunas. *Kondratieff, N. and Schumpeter, Joseph A. long-waves theory: Analysis of long-cycles theory*. 2012. Thèse de maîtrise.

²⁹ AHUMADA, Hildegart et GAREGNANI, María Lorena. Hodrick-Prescott filter in practice. In : *IV Jornadas de Economía Monetaria e Internacional (La Plata, 1999)*. 1999.

³⁰ VERMA, Yugesh, 2021. Comprehensive Guide To Deseasonalizing Time Series. *Analytics India Magazine*. [En ligne]. 8 juillet 2021. [Consulté le 16 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://analyticsindia-mag.com/comprehensive-guide-to-deseasonalizing-time-series/>

³¹ IWUEZE, I. S. et NWOGU, E. C. Buys-Ballot Estimates for time series decomposition. *Global Journal of mathematical Sciences*, 2004, vol. 3, no 2, p. 83-98.

cette table, l'analyste doit calculer les variances de chacune des colonnes, et leur appliquer l'un des tests de la variance constante, autrement appelés tests d'homoscédasticité. Si l'hypothèse nulle d'homoscédasticité est vérifiée, alors le modèle additif est le plus approprié pour décrire cette série temporelle. Lorsque ce n'est pas le cas, le modèle multiplicatif, voire un modèle mixte, serait plus adéquat. En l'occurrence, un certain test basé sur la distribution du Chi-2 permet alors de déterminer avec un haut niveau de confiance lequel des modèles multiplicatif ou mixte est le plus adéquat³².

Un indicateur alternatif et plus facile à mettre en place pourrait également être l'amplitude des fluctuations saisonnières. En effet, lorsque ces fluctuations ne varient pas ou que très peu avec le niveau de la série temporelle, qui correspond généralement à sa valeur moyenne à un moment donné, alors le modèle additif est le plus indiqué. Dans le cas contraire, lorsque ces fluctuations augmentent en même temps que la valeur moyenne de la série, le modèle multiplicatif est davantage à privilégier. La Figure 3.1.a en est une illustration.

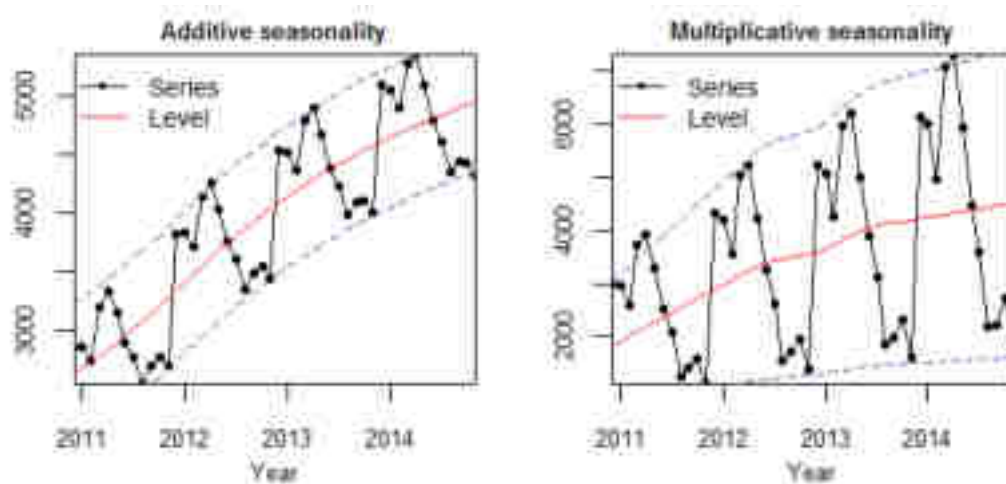


Figure 3.1.a : Représentations d'une saisonnalité additive et multiplicative³³

³² NWOGU, Eleazar C., IWUEZE, Iheanyi S., DOZIE, Kelechukwu CN, *et al.* Choice between mixed and multiplicative models in time series decomposition. *Int J Stat Appl Math*, 2019, vol. 9, no 5, p. 153-159.

³³ NIKOS, 2017. Additive and multiplicative seasonality – Nikolaos Kourentzes. *Kourentzes.com*. [En ligne]. 24 avril 2017. [Consulté le 16 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://kourentzes.com/forecasting/2014/11/09/additive-and-multiplicative-seasonality/>

b) Méthode STL

Cette section vise à proposer une revue détaillée de la méthode STL, mais en omettant délibérément les subtilités techniques et formules calculatoires, afin de préserver la clarté et l'accessibilité du propos. Toutefois, tous les détails volontairement omis peuvent être consultés directement dans l'article consacré au modèle, intitulé "*A seasonal-trend decomposition*", ayant été rédigé par ses concepteurs (Cleveland, et al., 1990)³⁴.

La décomposition STL, ou *Seasonal Trend decomposition using LOESS*, est l'une des méthodes les plus communément utilisées pour isoler les composantes d'une série temporelles, telles qu'elles ont été définies dans la section précédente. La technique a été initialement développée par Robert Cleveland, William Cleveland, Jean McRae et Irma Terpenning. Cette méthode s'avère flexible et robuste. Elle permet de traiter des séries temporelles dans une grande variété de contextes d'analyse, et assure que leurs composantes ne sont pas déformées par les valeurs aberrantes, autrement appelées *outliers*, contenues dans les données. STL permet aussi bien de capturer des tendances non linéaires, que des schémas saisonniers de périodes variables.

Pour ses auteurs, la procédure de décomposition devait impérativement satisfaire plusieurs critères, y compris pour parfaire son implémentation informatique. Tout d'abord, il fallait une conception simple permettant une application immédiate par les utilisateurs ; ainsi que la possibilité de moduler le nombre de variations dans les composantes tendanciennes et saisonnières, et de spécifier le nombre d'observations dans chaque cycle saisonnier. Ensuite devait venir l'aptitude du modèle à décomposer correctement les séries malgré les valeurs manquantes, ou les valeurs extrêmes des jeux de données. Enfin, le dernier critère était la rapidité du calcul informatique lors de la compilation, même pour les séries temporelles les plus longues.

La souplesse et l'efficacité de la procédure STL reposent sur une technique de lissage locale pour estimer les composantes tendanciennes et saisonnière. Cette technique est appelée « LOESS », pour *Local Regression Smoother*. C'est une méthode non paramétrique utilisée pour réaliser des

³⁴ CLEVELAND, Robert B., CLEVELAND, William S., MCRAE, Jean E., *et al.* STL: A seasonal-trend decomposition. *J. Off. Stat*, 1990, vol. 6, no 1, p. 3-73.

régressions non linéaires. Elle se base sur des ajustements de régressions locales afin de produire une courbe lisse capable de capturer la structure sous-jacente des données³⁵. La première étape consiste à choisir le point de la série temporelle dont l'analyste cherche à estimer la valeur ajustée. Ensuite l'analyste doit définir une fenêtre de voisinage autour de ce point, dont la taille est déterminée par un paramètre de lissage α , qui représente une fraction du nombre total d'observations situés de part et d'autre de ce point d'intérêt³⁶. Par exemple, si $\alpha = 0.1$, alors 10% des points les plus proches du point d'intérêt seront inclus dans la fenêtre. La troisième étape consiste en l'application d'un modèle de régression linéaire ou quadratique aux différents points de la fenêtre, qui sera pondéré en fonction de leur distance du point d'intérêt. Ces poids sont souvent calculés à l'aide d'une fonction tricube, mais d'autres fonctions de pondération peuvent être envisagées selon les besoins spécifiques de l'analyse. L'avant-dernière étape est l'estimation de la valeur ajustée du point d'intérêt à partir du modèle de régression précédent et des pondérations. Enfin, la dernière consiste à répéter cette procédure pour chaque point de la série temporelle, jusqu'à obtenir une courbe lisse.

La procédure LOESS présente toutefois des lacunes lorsqu'il s'agit d'appréhender les outliers, de même qu'elle s'avère très coûteuse en termes de temps de calcul pour les plus grandes séries temporelles. Ces lacunes sont redressées en partie par la méthode STL qui inclut des étapes supplémentaires. Comme par exemple, les valeurs extrêmes qui sont sous-pondérées, avant d'être ajustées dans la composante résiduelle de la série, ceci sans affecter les composantes tendancielle et saisonnières. Par ailleurs, dans le cadre de l'application de cette procédure STL, le lissage local est majoritairement appliqué à des sous-séries de la série temporelle originale. Cette approche a donc pour conséquence directe de réduire l'ampleur des problèmes de régression à traiter, ce qui conduit à une diminution significative du temps de calcul requis.

La fonction STL fonctionne à l'aide de deux boucles récursives : une boucle interne imbriquée dans une boucle externe. Chaque passage de la boucle interne permet de capturer un peu mieux les composantes saisonnières et de tendance. Une exécution complète de la boucle interne consiste

³⁵ COHEN, Robert A. An introduction to PROC LOESS for local regression. In : *Proceedings of the twenty-fourth annual SAS users group international conference, Paper*. 1999.

³⁶ 4.1.4.4. LOESS (aka LOWESS), 2023. *Nist.gov*. [En ligne]. [Consulté le 28 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmd/section1/pmd144.htm>

en un nombre de passages défini préalablement. Conjointement, les passages de la boucle externe cumulent les passages de la boucle interne, et un calcul des poids de robustesse ; ces pondérations sont utilisées lors de la prochaine exécution de la boucle interne pour réduire l'influence du comportement transitoire, ou aberrant, de certaines valeurs sur les composantes tendancielle et saisonnières. Le premier passage s'effectue avec tous les poids égaux à 1, puis ils sont révisés au fil des exécutions.

Pour être compilée adéquatement, la procédure STL requiert donc la sélection de six paramètres : le nombre d'observations $n_{(p)}$ dans chaque cycle saisonnier, $n_{(i)}$ le nombre de passages à travers la boucle interne, $n_{(o)}$ le nombre d'itérations de robustesse de la boucle externe, $n_{(l)}$ le paramètre de lissage pour l'extraction de la tendance, $n_{(t)}$ le paramètre de lissage pour la composante de tendance, et $n_{(s)}$ le paramètre de lissage pour la composante de saisonnalité. L'article original donne de nombreuses indications quant à la manière de choisir chacune des valeurs pour ces différents paramètres. Par exemple, le paramètre de lissage pour l'extraction de la tendance $n_{(l)}$ devrait être égal au plus petit entier impair égal ou supérieur au nombre d'observations dans chaque cycle saisonnier $n_{(p)}$; ceci afin de s'assurer que les composantes tendancielle et saisonnières n'entrent pas en conflit en étudiant les mêmes variations.

Après lancement de la procédure, les boucles récursives permettent d'abord de capturer les informations sous-jacentes à la tendance issue de la série temporelle, qui en est alors extraite. Puis un nouveau lissage permet progressivement de capturer la saisonnalité de cette série dépourvue de tendance, afin de l'extraire à son tour. Jusqu'à ce qu'il ne reste donc plus que les résidus, représentant la variation présente dans les données qui n'a pas pu être expliquée par le modèle STL.

Dans le cadre de la construction de la matrice de corrélation des risques, le point d'intérêt de cette procédure résidait surtout dans l'extraction de la composante saisonnière, afin que les données de cours ne soient pas affectées significativement par ces phénomènes de saisonnalité lors des traitements GARCH et ARIMA. Cette désaisonnalisation des données fut réalisée à partir du package '*TimeTK*' sur R³⁷, dont la Figure 3.1.b illustre la décomposition de la série temporelle issue des données de cours du CAC 40.

³⁷ DANCHO, Matt, VAUGHAN, Davis, et DANCHO, Maintainer Matt. Package 'timetk'. 2023.

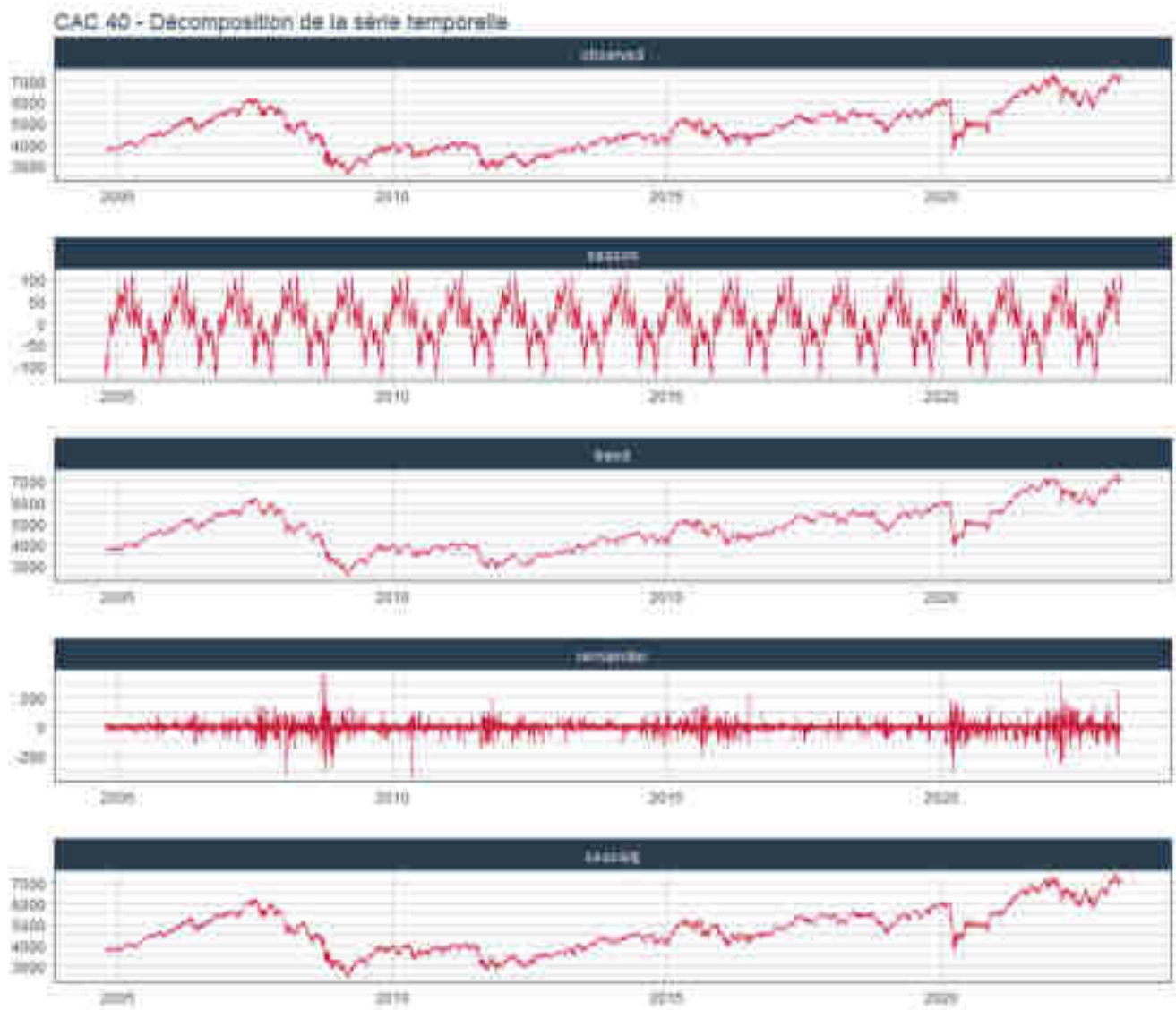


Figure 3.1.b : Décomposition de la série temporelle issue des cotations journalières du CAC 40, à l'aide du package 'TimeTK' sur R

II. Homoscédasticisation des données de rendements journalières

a) Modèles GARCH

Toujours afin de préserver la clarté et l'accessibilité du propos, cette section a vocation à introduire les modèles GARCH et à en présenter les intuitions, sans pour autant rentrer dans leur aspect calculatoire.

D'une certaine façon, les cours d'une action reflètent la somme de toutes les informations rendues publiques à l'égard de la compagnie émettrice ; la vitesse à laquelle ces informations sont

absorbées par le marché détermine l'efficacité de celui-ci à allouer ses ressources³⁸. En outre, la volatilité étant une composante clé dans les modèles de tarification des options sur ces titres, sa modélisation est devenue un enjeu fondamental dans les secteurs financiers. À cette fin, Robert Engle introduisit en 1982 le modèle ARCH, pour *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*. Celui-ci permettant de modéliser cette volatilité changeante au cours du temps, en reliant la variance conditionnelle du terme d'erreur à la combinaison linéaire des résidus quadratiques des périodes précédentes. En l'occurrence, le modèle ARCH (1) indique que la variance du terme d'erreur d'un instant donné dépend du carré de l'erreur de la période précédente.

Une généralisation du modèle ARCH par Tim Bollerslev en 1986 donna son origine au modèle GARCH, *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*. Cette déclinaison du modèle permet de tenir compte non seulement des résidus quadratiques des périodes précédentes, mais aussi des valeurs passées de la variance elle-même. Ainsi, un modèle GARCH (p, q) inclura p résidus quadratiques et q des valeurs antérieures de la variance. Trois paramètres suffisent à relier un nombre infini de résidus quadratiques à la variance conditionnelle calculée pour une période donnée. Cette dernière est donnée comme une moyenne pondérée des résidus quadratiques, dont les poids diminuent à mesure qu'ils s'éloignent de la période de référence, sans ne jamais toutefois égarer zéro. La formule de GARCH (p, q) est donnée comme suit³⁹ :

$$(3) \quad \begin{aligned} h_t &= \omega + \sum_{i=1}^q \delta_i \eta_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i h_{t-i} \\ p &\geq 0, q > 0 \\ \omega &\geq 0 \quad \delta_i \geq 0 \text{ for } i = 1, \dots, q \quad \gamma_i \geq 0 \text{ for } i = 1, \dots, p \end{aligned}$$

Où ω représente la variance pondérée à long terme.

$\sum_{i=1}^q \delta_i \eta_{t-i}^2$ représente le terme de la moyenne mobile, elle-même étant la somme des q termes d'erreur antérieurs élevés au carré, et multipliés par le poids δ attribué à chacun d'eux.

³⁸ EMENIKE, Kalu O. Modelling stock returns volatility in Nigeria using GARCH models. 2010.

³⁹ PETERS, Therese. *Forecasting the covariance matrix with the DCC GARCH model*. Matematisk statistik, Stockholms universitet, 2008.

$\sum_{i=1}^p \gamma_i h_{t-i}$ représente le terme autorégressif, qui est la somme des p valeurs antécédentes de la variance, multipliées par le poids γ_i attribué à chacune d'elles.

Les modèles GARCH supposent un certain nombre d'hypothèses sous-jacentes, dont celle de la stationnarité ; qui signifie que les propriétés statistiques de la série, telles que sa moyenne, doivent persister au cours du temps. C'est à cette fin que les rendements sont généralement privilégiés aux données de cours brutes. D'une part car ces rendements permettent d'obtenir une série sans unité, facilitant la comparaison avec d'autres actifs ou indices ; d'autre part car la trajectoire des cours d'un actif financier tend en partie vers une marche aléatoire, tandis que celles des rendements est centrée autour de zéro⁴⁰. Afin d'atténuer encore davantage la variabilité, il est également possible de composer ces rendements par le logarithme :

$$(4) \quad \varepsilon_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$$

Les autres hypothèses sous-jacentes sont l'hétéroscédasticité conditionnelle, qui traduit l'existence d'une modélisation des changements de la variance par une fonction des erreurs passées, ainsi que des valeurs antérieures de la variance elle-même. Par ailleurs, les erreurs doivent être indépendantes et identiquement distribuées, suivant généralement une distribution normale ou de Student. En l'occurrence, des auteurs tels que Benoît Mandelbrot et Eugene Fama ont démontré dans le cas des rendements financiers que la distribution de Student est généralement plus appropriée⁴¹, dans la mesure où elle permet une meilleure captation du kurtosis de ces données, qui correspond à l'épaisseur des queues de distribution par la présence de valeurs extrêmes. Dans le cadre du présent travail, les tests statistiques ont effectivement rejeté l'hypothèse de normalité des rendements sur tous les indices étudiés. Enfin, les modèles GARCH standards supposent également une absence d'effet de levier, c'est-à-dire que les chocs positifs, tout comme les chocs négatifs, ont strictement le même effet sur la volatilité. Toutefois cette hypothèse est souvent mise à

⁴⁰ KADMIRI, Othman. *Estimation et validation de modèles GARCH asymétriques en puissance multivariés à corrélations conditionnelles*. 2018. Thèse de doctorat. Université Bourgogne Franche-Comté.

⁴¹ BLATTBERG, Robert C. et GONEDES, Nicholas J. A comparison of the stable and student distributions as statistical models for stock prices. In : *Perspectives on promotion and database marketing: The collected works of Robert C Blattberg*. 2010. p. 25-61.

défaut sur ce type de séries temporelles, car les chocs négatifs entraînent généralement une volatilité des cours plus importante que pour les chocs positifs⁴². Pour pallier les lacunes à l'égard d'une ou plusieurs de ces hypothèses, des déclinaisons du modèle GARCH ont été introduites.

Des déclinaisons telles que les modèles de type GARCH asymétrique, ou AGARCH⁴³, une extension développée par Rabemananja et Zakoïan en 1993 qui permet par exemple d'incorporer cet effet de levier. Cette extension n'est qu'un des nombreux développements apparus pour apprécier cette asymétrie de la volatilité ; peuvent également être cités les modèles GJR-GARCH (1993)⁴⁴, EGARCH (1991)⁴⁵ pour *Exponential GARCH*, ainsi que T-GARCH (1994)⁴⁶ pour *Threshold GARCH*. Où *threshold*, le seuil, fait référence au traitement différencié des chocs positifs et négatifs en fonction de leur valeur relative par rapport à un certain seuil. Enfin, bien qu'elles ne soient pas directes par rapport à ces modèles GARCH jusqu'ici univariés, une multitude d'extensions ont vu le jour afin de leur donner un équivalent multivarié ; c'est-à-dire pour modéliser la volatilité d'un actif non seulement en fonction de sa propre volatilité passée, mais aussi en fonction de celles d'autres actifs⁴⁷. Ces extensions permettent alors de capter la moindre information contenue dans un actif, pour en inférer une partie de la volatilité d'un autre actif appartenant au modèle. Deux exemples en sont

⁴² BARNDORFF-NIELSEN, Ole E. et SHEPHARD, Neil. Incorporation of a leverage effect in a stochastic volatility model. *L evy Processes: theory and applications*, 1999, p. 161.

⁴³ RABEMANANJARA, Roger et ZAKOIAN, Jean-Michel. Threshold ARCH models and asymmetries in volatility. *Journal of applied econometrics*, 1993, vol. 8, no 1, p. 31-49.

⁴⁴ GLOSTEN, Lawrence R., JAGANNATHAN, Ravi, et RUNKLE, David E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 1993, vol. 48, no 5, p. 1779-1801.

⁴⁵ HARVEY, Andrew et SUCARRAT, Genaro. EGARCH models with fat tails, skewness and leverage. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2014, vol. 76, p. 320-338.

⁴⁶ GAO, Yan, ZHANG, Chengjun, et ZHANG, Liyan. Comparison of GARCH Models based on Different Distributions. *J. Comput.*, 2012, vol. 7, no 8, p. 1967-1973.

⁴⁷ BAUWENS, Luc, LAURENT, Sébastien, et ROMBOUTS, Jeroen VK. Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of applied econometrics*, 2006, vol. 21, no 1, p. 79-109.

les modèles BEKK (1992), et DCC (2002), pour *Dynamical Conditional Correlation*⁴⁸. Bien que ces déclinaisons permettent de comprendre les dynamiques plus complexes qui peuvent exister entre différentes séries financières, ou tester conjointement certaines hypothèses, elles ont également l'inconvénient d'être plus difficiles à estimer et interpréter ; en même temps qu'elles nécessitent une quantité de données disponibles beaucoup plus importante.

b) Homogénéisation de la volatilité avec GARCH univarié

Outre sa capacité à modéliser la volatilité, GARCH permet également d'homoscédasticiser les données de rendements par la suite. Ici, nous nous plaçons dans le contexte d'une série univariée, puisque l'objectif est de standardiser les données de cours pour chaque indice boursier pris individuellement. Le traitement est alors effectué simplement en prenant le vecteur des rendements, et en divisant chacune de ses valeurs par les valeurs correspondantes du vecteur de la volatilité estimée avec GARCH⁴⁹.

Toutefois, il est à noter que la spécification des modèles GARCH (p, q) à utiliser n'est pas triviale, dans la mesure où elle nécessite préalablement d'identifier la déclinaison appropriée du modèle ; ainsi que les ordres p et q , qui représentent respectivement le nombre de résidus quadratiques, et le nombre de valeurs antérieures de la variance à compiler. À ces fins, il est possible d'utiliser des outils statistiques tels que l'ACF et le PACF⁵⁰, qui permettent d'analyser la corrélation linéaire entre deux points d'une série. De même, il est également possible de compiler des tests statistiques tels que *Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test*, *Sign Bias Test*, *Weighted ARCH Lagrange Multiplier Test* et *Weighted Ljung-Box Test*. En l'occurrence, le package 'Rugarch' disponible sur R⁵¹

⁴⁸ CAPORIN, Massimiliano et MCALEER, Michael. Do we really need both BEKK and DCC? A tale of two multivariate GARCH models. *Journal of Economic Surveys*, 2012, vol. 26, no 4, p. 736-751

⁴⁹ FRANCO, Christian et ZAKOIAN, Jean-Michel. *GARCH models: structure, statistical inference and financial applications*. John Wiley & Sons, 2019.

⁵⁰ PING, Pung Yean, MISWAN, Nor Hamizah, et AHMAD, Maizah Hura. Forecasting Malaysian gold using GARCH model. *Applied Mathematical Sciences*, 2013, vol. 7, no 58, p. 2879-2884.

⁵¹ GHALANOS, Alexios, GHALANOS, Maintainer Alexios, et RCPP, LinkingTo. Package 'rugarch'. *R Team Cooperation*, 2018, p. 43.

permet de compiler tous ces tests. Les résultats et interprétations de ces différents tests permettent alors de privilégier une spécification à une autre, dépendamment des hypothèses et du contexte d'étude.

La Figure 3.2.b.1 illustre ce traitement statistique, celui-ci a été effectué à nouveau sur les données de rendements désaisonnalisés du CAC 40. Les données hétéroscédastiques à première vue deviennent beaucoup plus homogènes après application d'un modèle GARCH standard.

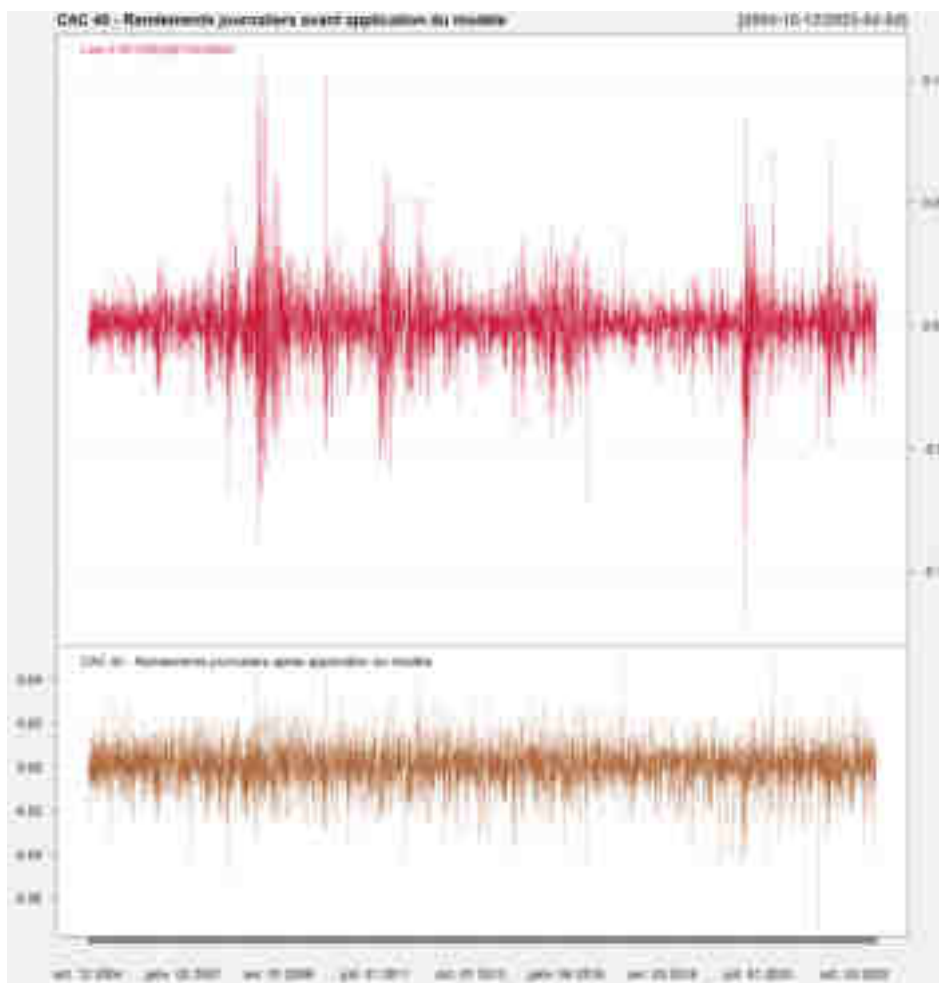


Figure 3.2.b.1 : Aperçu des rendements du CAC 40 avant et après application d'un modèle SGARCH (1,1) ; réalisé à l'aide des packages 'Rugarch' et 'Quantmod'⁵² sur R

⁵² RYAN, Jeffrey A., ULRICH, Joshua M., THIELEN, Wouter, *et al.* Package 'quantmod'. 2015.

Pour s'assurer que les données de cours désaisonnalisées des indices n'ont pas été altérées après chaque transformation GARCH, une simple comparaison graphique des trajectoires de prix avant et après application du modèle est effectuée lors de chaque compilation, de même qu'un calcul de corrélation, afin de s'assurer que l'allure générale de la trajectoire soit bien conservée. Telle qu'illustrée par la Figure 3.2.b.2.

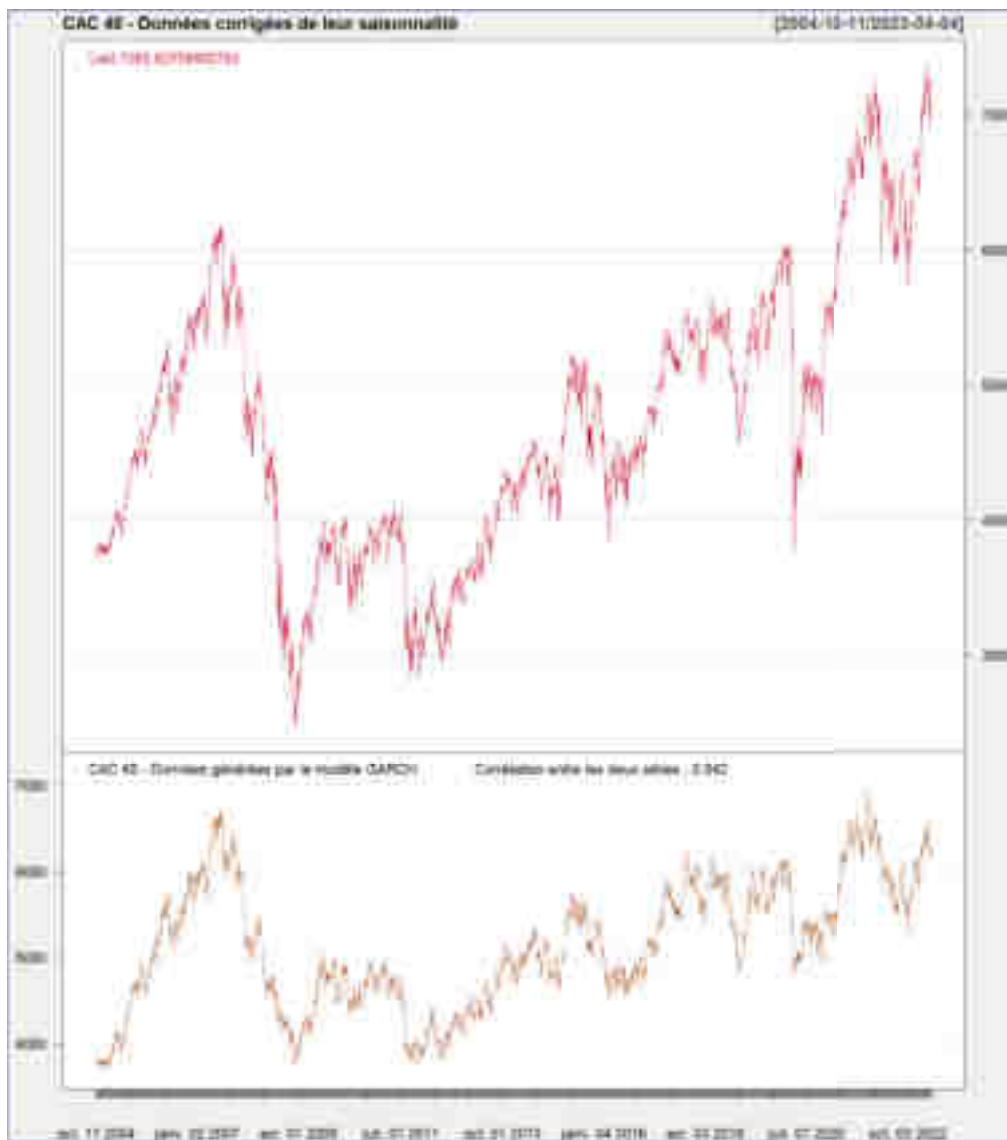


Figure 3.2.b.2 : Aperçu des trajectoires de prix avant et après application d'un modèle SGARCH (1,1) ; réalisé à l'aide des packages 'Rugarch' et 'Quantmod' sur R

III. Exploitation de la composante résiduelle des modèles autorégressifs intégrés

a) Modèles de prédiction ARIMA

Dans la section précédente, la trajectoire des cours d'un actif était fortement assimilée à celle d'une marche aléatoire ; pour autant, les prix des actions en eux-mêmes ne suivent pas nécessairement un procédé stochastique. Au contraire, ces valeurs que prennent les prix pourraient être traitées comme un modèle de série temporelle discrète ; série dont il serait alors possible d'inférer la tendance, afin d'en déterminer une prédiction vraisemblable de la trajectoire sur un horizon donné⁵³. À la différence des modèles GARCH, qui permettent de modéliser la volatilité et peuvent engendrer des gains indirectement après plusieurs étapes intermédiaires telles que la tarification, les modèles de prédiction ARIMA octroient la possibilité d'identifier directement les tendances haussières ou baissières d'une série temporelle. De fait, avec les stratégies d'investissement appropriées, il est possible d'en tirer parti de façon quasi-immédiate. À l'instar des deux sections précédentes, celle-ci se consacre davantage à l'introduction des modèles ARIMA, de leurs concepts clés et applications, plutôt qu'à leur contrepartie calculatoire.

Développés par les statisticiens George Box et Gwilym Jenkins⁵⁴, les modèles ARIMA (p, d, q), pour *AutoRegressive Integrated Moving Average*, ont pour objectif de retranscrire la valeur d'une variable à un instant donné comme une relation linéaire de certaines de ses valeurs

⁵³ MONDAL, Prapanna, SHIT, Labani, et GOSWAMI, Saptarsi. Study of effectiveness of time series modeling (ARIMA) in forecasting stock prices. *International Journal of Computer Science, Engineering and Applications*, 2014, vol. 4, no 2, p. 13.

⁵⁴ BOX, George EP, JENKINS, Gwilym M., REINSEL, Gregory C., et al. *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, 2015.

précédentes⁵⁵. Ces modèles peuvent être décomposés en trois composantes principales ; la première est l'AR (*AutoRegressive*), qui permet de capturer la dépendance entre la valeur actuelle de la série avec p des valeurs qui la précédaient, appelées *retards*. Elle est donnée par la formule :

$$(5) \quad y_t = \mu + \phi_1 y_{(t-1)} + \phi_2 y_{(t-2)} + \dots + \phi_p y_{(t-p)} + \varepsilon_t$$

Où μ représente la constante du modèle, dont la valeur va dépendre de la stationnarité de la série. $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ représentent les coefficients d'auto-régression, faisant ainsi de l'observation Y_t une fonction linéaire des valeurs précédentes⁵⁶. Enfin, ε constitue la partie inexpliquée de l'observation, ou le choc aléatoire.

La seconde est la composante intégrée I (*Integrated*), qui représente le nombre de différenciations d nécessaires afin de rendre la série stationnaire. Pour une différenciation d'ordre 1, la formule est donnée par :

$$(6) \quad y_t - y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t$$

Lorsque la différence entre deux valeurs successives de y est constante, on obtient $\mu = 0$. Si ce n'est pas le cas, la série n'est donc pas rendue stationnaire par une seule différenciation, alors μ vaudra la différence moyenne des valeurs successives de y. Une différenciation d'ordre 2 ne travaillera non plus sur les différences brutes, mais sur les différences de différence ; complexifiant davantage l'équation :

$$(7) \quad (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) = \mu + \varepsilon_t$$

$$(8) \quad (y_t - 2y_{t-1}) + y_{t-2} = \mu + \varepsilon_t$$

Il convient de mentionner que ARIMA est une déclinaison des modèles ARMA, conceptualisés par les mêmes auteurs Box et Jenkins, dont les séries en entrée sont alors déjà supposées stationnaires.

⁵⁵ WEISANG, Guillaume et AWAZU, Yukika. Vagaries of the Euro: an Introduction to ARIMA Modeling. *Case Studies In Business, Industry And Government Statistics*, 2008, vol. 2, no 1, p. 45-55.

⁵⁶ *Séries temporelles – Modèles ARIMA*, 2000. [En ligne]. Disponible à l'adresse : <https://didierdelignieresblog.files.wordpress.com/2016/03/arimacomplet.pdf>

Enfin la composante de moyenne mobile MA (*Moving Average*), peut être interprétée comme l'oscillation de la série autour d'une valeur moyenne, qui est impactée par une multitude d'erreurs antérieures ; suggérant que le modèle devrait alors être exprimé comme une combinaison linéaire de q termes d'erreurs précédents. D'une façon plus littéraire, cette composante pourrait être interprétée comme la durée totale de l'impact d'un choc passé, aléatoire et inexplicable, sur la valeur de la série en y_t . La formule, similaire à celle de la composante d'auto-régression, est ainsi donnée par :

$$(9) \quad y_t = \mu - \theta_1 \varepsilon_{(t-1)} - \theta_2 \varepsilon_{(t-2)} - \dots - \theta_q \varepsilon_{(t-q)} + \varepsilon_t$$

Où $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ correspondent aux coefficients de la moyenne mobile, tandis que $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-n}$ correspondent aux termes d'erreurs à l'instant $(t-i)$ avec $i = 0, \dots, n$.

Le choix des paramètres $p, d,$ et q est alors déterminant dans la spécification d'un modèle ARIMA. En l'occurrence, ces paramètres doivent être la plus petite combinaison possible d'entiers non négatifs. Comme pour GARCH, les ordres p et q d'un modèle ARIMA (p, d, q) peuvent être identifiés à l'aide d'outils tels que l'ACF et le PACF. Il s'agit ensuite de comparer la qualité d'ajustement entre les différents modèles, c'est-à-dire l'adéquation entre les résultats attendus et les données réelles. Pour cela, le critère AIC, pour *Akaike Information Criterion*, est fréquemment utilisé. Il est généralement admis qu'un modèle est d'autant plus efficace que la valeur du score AIC obtenue est faible par rapport à celle qui est obtenue avec les autres⁵⁷. Toutefois, outre la spécification du modèle, il est également essentiel de tenir compte de certaines hypothèses sous-jacentes nécessaires au bon fonctionnement des modèles ARIMA. D'abord, la série temporelle doit pouvoir être stationnarisée après une ou plusieurs différenciations. De même qu'elle doit pouvoir être rendue linéaire, et conserver une structure constante au fil du temps. Enfin, ses résidus doivent être indépendants et identiquement distribués.

De façon plus pratique, la compilation du modèle s'effectue sur une série temporelle, arbitrairement divisée en deux ensembles distincts par l'analyste : les données d'entraînement, et les données de test. La première sert à entraîner, ou ajuster les paramètres p, d et q du modèle ; tandis

⁵⁷ CHOI, Hyeong Kyu. Stock price correlation coefficient prediction with ARIMA-LSTM hybrid model. *arXiv preprint arXiv:1808.01560*, 2018.

que la seconde sert à comparer les valeurs prédites sur un certain horizon temporel, aux valeurs qui avaient réellement été obtenues dans la série. La Figure 3.3.a en est une illustration.

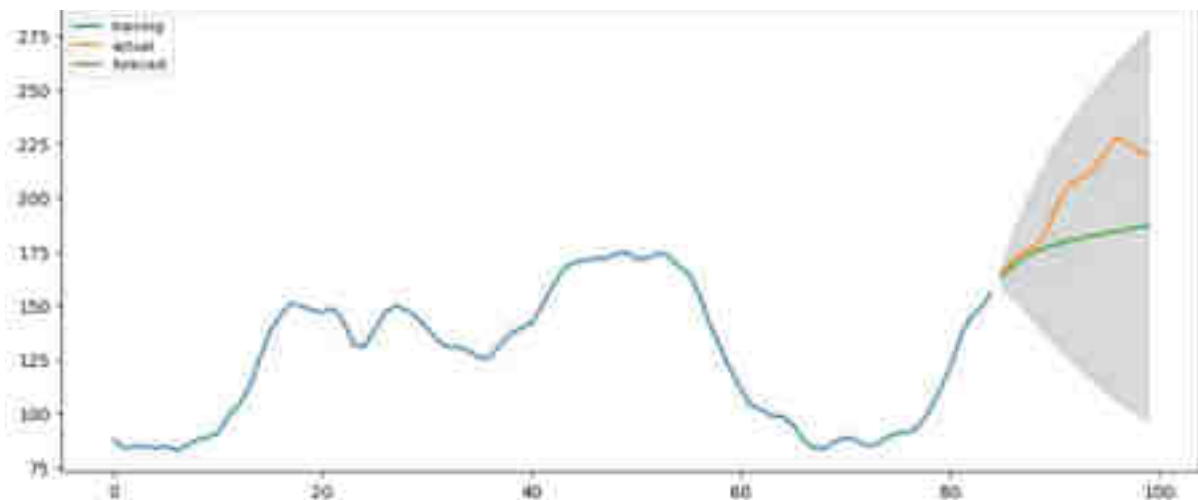


Figure 3.3.a : Comparaison entre les valeurs prédites avec un modèle ARIMA, et les valeurs réellement observées⁵⁸

b) Approche non conventionnelle du processus

Jusqu’alors, les sections précédentes reposaient en partie sur des concepts, notions ou applications largement documentés dans la littérature économique ou statistique, dont les hypothèses, les démonstrations et les conclusions sont bien établies. Cependant, cette sous-section s’engage dans une démarche résolument plus expérimentale, sinon originale, dans la mesure où aucun article permettant de venir l’étayer directement n’a pu être découvert. À la place, cette idée indépendante reposera en partie sur les données expérimentales, obtenues à partir de la compilation de modèles ARIMA sur les données de cours désaisonnalisées des indices boursiers.

À nouveau, ce traitement statistique a été effectué sur R, cette fois à l’aide du package ‘Forecast’⁵⁹. Ce dernier possédant une fonction capable de compiler automatiquement une multitude de modèles ARIMA ($p, d,$

⁵⁸ 2021. *Machinelearningplus.com*. [En ligne]. [Consulté le 14 juillet 2023]. Disponible à l’adresse : <https://www.machinelearningplus.com/time-series/arima-model-time-series-forecasting-python/>

⁵⁹ HYNDMAN, Rob J., ATHANASOPOULOS, George, BERGMEIR, Christoph, *et al.* Package ‘forecast’. *Online* <https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/forecast.pdf>, 2020.

q) sur une série temporelle en entrée, et de sélectionner les paramètres p , d et q qui minimisent le score du critère AIC. Après quoi, une autre fonction permet d'extraire spécifiquement les prédictions qui ont été effectuées pour chacune des observations de l'ensemble de données initiales, après qu'elles aient servi au modèle pour son entraînement. Sur l'ensemble des indices boursiers, les écarts entre valeurs prédites et valeurs réelles s'avèrent quasiment négligeables ; indiquant malgré tout que la composante résiduelle de chacune des observations, bien que très faible, n'était pas non plus parfaitement nulle. Pour s'en assurer, la qualité d'ajustement a été calculée à chaque itération du processus ; et celle-ci s'est effectivement avérée très proche de 1 à chaque fois, témoignant ainsi que les résultats obtenus étaient pratiquement identiques à ceux qui étaient attendus, sans être parfaitement égaux. La Figure 3.3.b est une illustration de ce traitement sur les données de cours de STOXX 600.

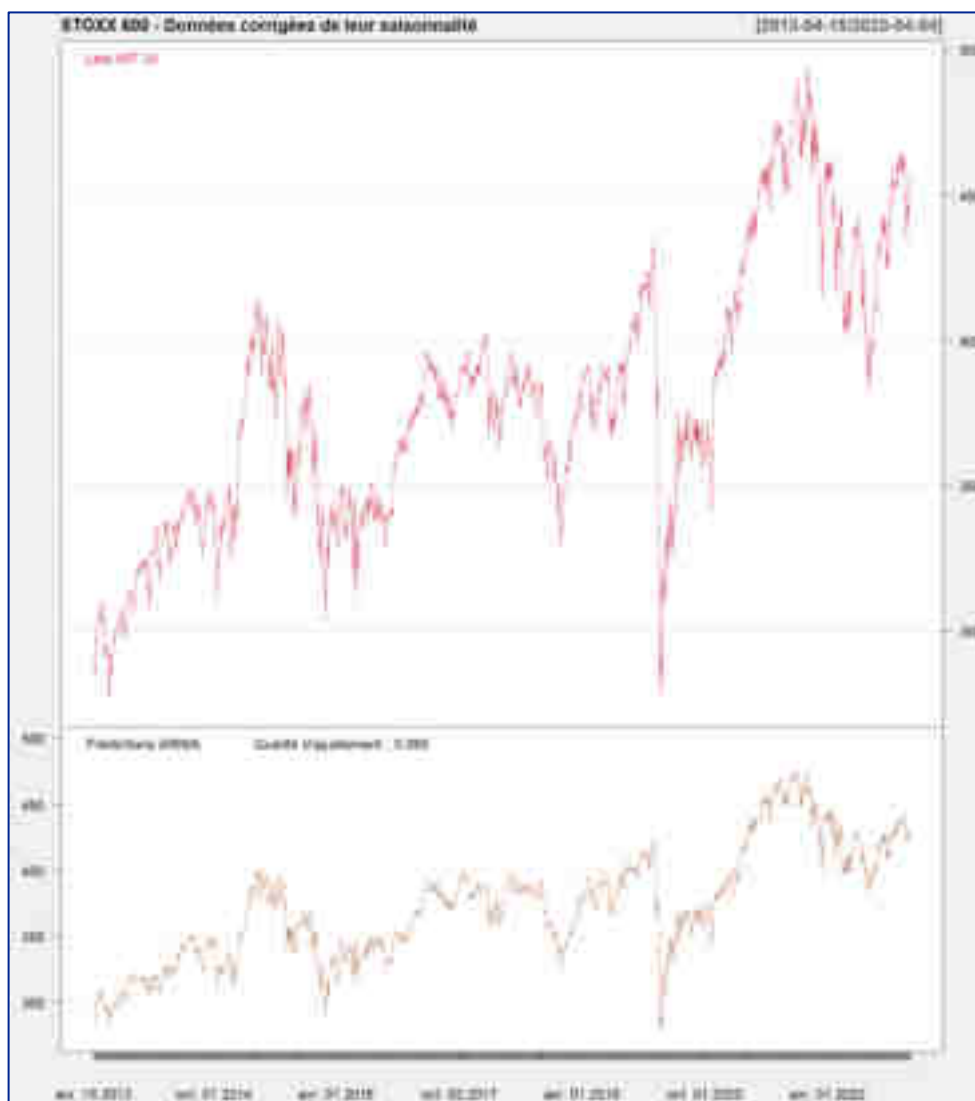


Figure 3.3.b : Comparaison entre les données de cours désaisonnalisées de STOXX 600, avec les prédictions d'un modèle ARIMA (2, 1, 3) ; réalisé à l'aide des packages 'Forecast' et 'Quantmod' sur R

L'originalité de la démarche a été alors non pas de s'intéresser aux corrélations entre les valeurs prédites de chaque série temporelle, puisque celles-ci sont de toute façon très proches des valeurs d'origine, mais plutôt aux corrélations des résidus qui en ont découlé. Ceci car les résidus ont par essence un caractère beaucoup plus erratique que les prédictions elles-mêmes. De fait, l'intuition était de supposer que deux séries ont vraisemblablement peu de chances de présenter de fortes corrélations entre les parties résiduelles de leurs observations respectives, c'est-à-dire la partie inexpliquée par le modèle ARIMA, à moins que les observations empiriques de ces séries ne présentent déjà initialement de fortes corrélations entre elles. Expérimentalement, cette intuition a pu être vérifiée un certain nombre de fois sur les séries qui graphiquement semblaient suivre les mêmes tendances, mais pas de façon systématique. En fin de compte, les résultats issus de cette expérimentation ont été intégrés à part entière dans le processus de calcul des coefficients de la matrice, mais ceci à la condition que ces résultats soient globalement proches de ceux qui ont été obtenus pour les jeux de données désaisonnalisés, et GARCH. Par exemple, si la corrélation calculée entre deux indices est respectivement 80%, 75% et 45% pour les données désaisonnalisées, GARCH et ARIMA, alors les résultats ARIMA sont écartés au profit des deux autres jeux de données. Lorsque les trois jeux de données présentent des niveaux de corrélation plus uniformes, une simple moyenne des valeurs obtenues est alors calculée. La section suivante vise à détailler davantage les modalités de ces calculs de corrélation.

Chapitre 4 - Analyse conjointe des jeux de données pour calcul des coefficients de la matrice

- I. Choix de la méthode de référence pour calculer les corrélations entre chaque paire d'indices

En guise d'introduction à cette section, il convient d'évoquer un principe fondamental des statistiques, celui selon lequel corrélation ne signifie pas nécessairement dépendance ou causalité⁶⁰. C'est-à-dire que bien que deux variables puissent évoluer ensemble, un changement soudain dans l'une n'affectera pas systématiquement la seconde. Ceci car d'autres facteurs, tels qu'une troisième variable non étudiée, peuvent exercer une influence sur les variables de référence. En l'occurrence, l'objectif de ce travail est de construire une matrice de corrélation des risques. Pour cela, ce qui nous intéresse est bien une mesure de la force d'association entre les différents indices boursiers, et non un lien de cause à effet.

Plusieurs méthodes de calcul existent pour calculer la corrélation entre deux variables, qu'elles soient quantitatives ou qualitatives. En ce qui concerne l'analyse de cotations journalières pour des indices boursiers, la corrélation de Pearson s'avère être un choix approprié. Pour rappel, il s'agit de la méthode la plus communément utilisée pour les variables quantitatives, et dont la formule est donnée par :

$$(10) \quad r = \frac{\text{COV}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

⁶⁰ Corrélation et causalité, 2023. *Jmp.com*. [En ligne]. [Consulté le 17 juillet 2023]. Disponible à l'adresse : https://www.jmp.com/fr_fr/statistics-knowledge-portal/what-is-correlation/correlation-vs-causation.html

Cependant, compte tenu du caractère évolutif des marchés financiers, il est vraisemblable que cette corrélation entre les indices ne soit pas persistante au cours du temps. C'est la raison pour laquelle une étape intermédiaire a été réalisée : celle du calcul des corrélations glissantes sur une période de 100 jours ouvrés ; un intervalle de temps suffisamment ample pour calculer significativement la force d'association entre deux indices, mais aussi suffisamment étroit pour que la granularité permette d'enregistrer d'éventuels changements dans la dynamique de leur évolution conjointe. Ces changements auront nécessairement plus d'impact sur un nombre relativement faible d'observations, comme c'est le cas pour ces fenêtres, que sur l'échantillon total, où ils seraient alors beaucoup plus dilués. D'autre part, procéder de la sorte donne aussi l'opportunité de représenter graphiquement cette évolution de la corrélation au fil du temps. Une représentation de ces corrélations glissantes est donnée par les figures en Annexe 1. Cette étape intermédiaire a néanmoins suscité de nouvelles réflexions, puisqu'à la place d'une unique valeur de corrélation, des centaines voire des milliers sont générées. La prochaine sous-section exposera en détail les différentes modalités de calcul de ces coefficients ; afin de garantir que chaque élément de la matrice finale se voit attribuer une seule valeur, plutôt qu'un ensemble de valeurs.

II. Modalités de calcul des coefficients de la matrice

Etant donné le caractère exploratoire de la conception de cette matrice, un certain nombre de décisions d'arbitrage ont dû être réalisées, ceci afin de trouver le juste compromis entre représentation abstraite et modélisation. Cette section vise précisément à présenter de façon exhaustive les différents choix méthodologiques effectués, et les raisons spécifiques qui les ont motivés.

La toute première étape de ce processus consistait d'abord à s'assurer que les différents indices sélectionnés pour représenter chacune des classes d'actifs étaient cohérents entre eux. C'est-à-dire que les corrélations obtenues pour chaque paire d'indices au sein d'une même classe devaient être aussi proches de 1 que possible, indiquant ainsi une évolution conjointe des indices au sein de cette classe d'actifs ; ce qui est essentiel avant de comparer ces mêmes indices avec ceux issus des autres classes. Pour déterminer la valeur de cette corrélation, deux possibilités étaient envisagées : prendre la moyenne des corrélations glissantes obtenues sur toute la durée d'étude des cotations, ou en prendre la médiane. La première mesure étant sensible aux valeurs aberrantes

et très ponctuelles compte tenu des différentes représentations graphiques obtenues, la médiane a été privilégiée ; ceci afin de donner davantage d'importance au corps uniforme des données. Ce choix écarte à la fois les plus faibles valeurs de corrélations glissantes, mais aussi les plus élevées, afin de n'en garder que la tendance centrale. Malgré tout, cette tendance est supposée proche de 1 pour les indices d'une même classe. Comme indiqué dans la section précédente, sous réserve que les médianes obtenues pour les trois jeux de données étaient globalement similaires, alors les trois jeux étaient pris en compte dans le calcul de la valeur de corrélation finale de la paire d'indice, sous forme d'une simple moyenne des médianes. Lorsque l'un des jeux de données, vraisemblablement GARCH ou ARIMA, présentait une médiane trop faible pour ces corrélations glissantes par rapport aux deux autres ensembles, alors ce jeu était écarté du calcul de la valeur de corrélation finale. Lorsque toutes les valeurs de corrélations au sein de la classe ont été calculées en utilisant si possible les trois jeux de données, il était enfin possible de constater si tous les indices étaient pertinents entre eux ou non. Par exemple, initialement la classe « Actions et OPCVM Actions » avait 4 indices boursiers de référence, mais il est apparu que l'indice FTSE 100 n'était pas autant corrélé aux trois autres que ce qui était escompté initialement ; celui-ci faisait perdre environ 6% à la moyenne des médianes obtenues sur les corrélations glissantes, il a donc été évincé du calcul final. Voir Annexe 2.

Avant de passer véritablement à la corrélation entre la classe de référence avec les autres classes, il semblait également essentiel d'introduire un coefficient de proportionnalité ; de telle sorte que, si les indices au sein de la classe référente présentent entre eux une corrélation agrégée strictement inférieure à 1.00, comme c'est le cas pour la classe « Actions et OPCVM Actions » avec 0.93 par exemple ; alors la comparaison de celle-ci avec les autres classes soit ajustée en fonction de cette valeur. Cet ajustement revient en l'occurrence à multiplier toutes les corrélations finales obtenues entre la classe « Actions et OPCVM Actions » et les autres classes par $100/93$. Voir Annexe 3. La motivation principale derrière un tel ajustement est tout simplement de limiter le risque de sous-estimer les coefficients de la matrice finale.

Enfin, une fois les indices de la classe de référence correctement testés puis approuvés, il convient désormais de confronter ces indices à ceux issus des autres classes d'actifs. Pour cela, le choix a été d'étudier les corrélations glissantes entre les indices de la classe étudiée un à un, avec les indices de la classe référente. Le processus pour obtenir les valeurs de corrélations finales entre les indices, bien que légèrement étendu, est tout à fait similaire à ce qui était présenté pour les

indices au sein des classes de référence. Une fois les différentes valeurs obtenues, elles sont à nouveau agrégées en une seule ; mais toujours à la discrétion de l'analyste, qui peut écarter le résultat d'un des sous-ensembles, si celui-ci semble aberrant par rapport à tous les autres. Après quoi cette valeur unique, toujours sous la forme d'une moyenne des médianes, est multipliée par le coefficient de proportionnalité évoqué précédemment. La nouvelle valeur obtenue va alors pouvoir être arrondie à la hausse ou à la baisse, avec une marge de plus ou moins 5%, à la discrétion du Comité Stratégique. Ceci afin d'obtenir un chiffre rond pour chaque coefficient de la matrice de corrélation des risques, et faciliter ainsi son utilisation a posteriori. Toutefois, la préférence personnelle de l'auteur serait d'arrondir systématiquement cette valeur à la hausse ; puisqu'une matrice de corrélation des risques est jugée plus « prudente » avec des coefficients élevés. Tandis que le Comité Stratégique manifeste une préférence explicite pour arrondir à la hausse ou à la baisse en fonction de la valeur la plus proche. Voir Annexe 4.

Le dernier chapitre présentera finalement les deux matrices de corrélation des risques : celle qui était précédemment utilisée par AFI ESCA, jugée très voire « trop » prudente ; ainsi que sa version recalculée. S'attardant ainsi sur les changements ayant été opérés, et sur d'éventuels futurs développements afin de l'améliorer.

Chapitre 5 - Analyse des résultats, interprétations et discussions autour du processus

I. Comparaison des matrices et interprétations des résultats

Avant de restituer les résultats, sous la forme d'une nouvelle matrice de corrélation des risques, il convient d'abord d'examiner la précédente pour en discuter. La Figure 5.1.1 ci-dessous représente la matrice originale :

Corrélations	Obligations R343-10	Dettes privée/Fonds de dettes	Actions et OPCVM Actions	Participations	Immobilier papier	Immobilier pierre	Infrastructure	Private equity	OPC Taux
Obligations R343-10	100%	100%	75%	75%	50%	50%	75%	75%	100%
Dettes privée/Fonds de dette	100%	100%	75%	75%	50%	50%	75%	75%	100%
Actions et OPCVM Actions	75%	75%	100%	100%	75%	75%	100%	100%	75%
Participations	75%	75%	100%	100%	75%	75%	100%	100%	75%
Immobilier papier	50%	50%	75%	75%	100%	100%	75%	75%	50%
Immobilier pierre	50%	50%	75%	75%	100%	100%	75%	75%	50%
Infrastructure	75%	75%	100%	100%	75%	75%	100%	100%	75%
Private equity	75%	75%	100%	100%	75%	75%	100%	100%	75%
OPC Taux	100%	100%	75%	75%	50%	50%	75%	75%	100%

Figure 5.1.1 : Matrice de corrélation des risques originale

Plusieurs remarques peuvent être effectuées quant à cette matrice, qui était utilisée par défaut par AFI ESCA, en l'absence d'autres travaux sur ces corrélations des risques. D'abord, les coefficients ne prennent que trois valeurs : 50%, 75% et 100%. Dans la mesure où ces coefficients sont vraisemblablement beaucoup plus élevés qu'ils ne le seraient contextuellement dans la réalité, cela traduit bien le caractère excessivement prudent de la matrice. De tels coefficients suggèreraient d'ailleurs un réel manque de diversification de l'entreprise, s'ils étaient véridiques ; dans la mesure où un choc dans la classe « Actions et OPCVM Actions » entraînerait à titre d'exemple un choc de même envergure dans les classes « Participations », « Infrastructure » et « Private Equity ». Toutefois, une hypothèse se doit d'être prise en compte : certaines classes ont délibérément été rapprochées à des fins de simplification ; comme c'est le cas pour les classes « Obligations R343-10 » et

« Dette privée / Fonds de dettes », qui sont alors considérées comme parfaitement corrélées entre elles, et adoptent alors les mêmes coefficients à l'égard de chacune des autres classes d'actifs. Ce sera également le cas pour plusieurs d'entre-elles dans la matrice recalculée, dont la Figure 5.a.2 est la représentation :

Corrélations	Obligations R343-10	Dette privée/Fonds de dettes	Actions et OPCVM Actions	Participations	Immobilier papier	Immobilier pierre	Infrastructure	Private equity	OPC Taux
Obligations R343-10	100%	60%	10%	10%	35%	35%	15%	10%	70%
Dette privée/Fonds de dettes	60%	100%	55%	55%	70%	70%	45%	55%	90%
Actions et OPCVM Actions	10%	55%	100%	100%	75%	75%	5%	100%	65%
Participations	10%	55%	100%	100%	75%	75%	5%	100%	65%
Immobilier papier	35%	55%	75%	75%	100%	100%	20%	75%	55%
Immobilier pierre	35%	55%	75%	75%	100%	100%	20%	75%	55%
Infrastructure	15%	45%	5%	5%	20%	20%	100%	5%	15%
Private equity	10%	55%	100%	100%	75%	75%	5%	100%	65%
OPC Taux	70%	90%	65%	65%	55%	55%	15%	65%	100%

Figure 5.1.2 : Matrice de corrélation des risques recalculée

Cette nouvelle matrice présente un spectre de valeurs beaucoup plus étendu ; celles-ci allant de 5% à 100%. Les nouveaux coefficients obtenus sont presque systématiquement inférieurs ou égaux à ceux de la matrice de départ, ce qui était à la fois pressenti et escompté. Toutefois, du point de vue du Comité Stratégique tout comme de l'auteur, certains coefficients restent trop élevés par rapport aux attentes ; comme c'est le cas par exemple entre les classes « Actions et OPCVM Actions » et « Immobilier papier / pierre », avec 75% de corrélation. En effet, d'après l'expérience du Comité, il est plutôt attendu que le cours des actions et de l'immobilier soient davantage disjoints sur les marchés financiers par exemple. Mais cette potentielle surestimation trouve vraisemblablement une explication qui sera abordée dans la sous-section suivante. Il est également à noter que la classe « Infrastructure » est celle qui présente les plus faibles coefficients de corrélations avec chacune des autres classes ; là où toutes les autres ont des valeurs de corrélation significativement plus élevées les unes avec les autres. Des éléments d'explication seront également apportés ultérieurement quant à cette différence. La seconde classe à présenter les plus faibles corrélations avec les autres est celle des « Obligations R343-10 », notamment par rapport à la classe « Actions et

OPCVM Actions » ; un résultat qui était lui aussi attendu. Ceci car les obligations sont des placements généralement beaucoup plus « sûrs » que les actions ; de fait, les investisseurs auront tendance à se diriger davantage vers elles en période de stress économique. Ce qui rend a minima ces deux classes faiblement corrélées, voire négativement corrélées. Enfin, il convient de rappeler que les classes « Actions et OPCVM Actions », « Participations » et « Private Equity » avaient été rapprochées par construction, de même que les classes « Immobilier Papier » et « Immobilier Pierre » ; ce qui explique les valeurs conjointes de leurs coefficients. Il est désormais temps de conclure ce chapitre en abordant les contraintes liées à la méthodologie utilisée, ainsi que les solutions qui permettraient éventuellement d’y remédier.

II. Limites méthodologiques et perspectives de développements

Comme cela a été évoqué précédemment, certains coefficients de la matrice demeurent plus élevés qu’ils ne devraient l’être en réalité. Cette surestimation potentielle réside principalement dans le choix des indices de référence pour chacune des classes. En effet, comme cela avait pu être anticipé, avoir recours à des indices boursiers cotés pour représenter des classes d’actifs en partie non cotées peut vraisemblablement s’avérer préjudiciable lors du calcul des coefficients de corrélation. Ceci car les indices cotés sont par nature exposés aux fluctuations des marchés ; contrairement aux actifs non cotés tels que l’immobilier, dont la valeur repose sur des fondamentaux beaucoup tangibles. Cette décision d’arbitrage était néanmoins nécessaire, dans la mesure où les différents modèles utilisés : STL, GARCH et ARIMA, ont été conçus afin de fonctionner avec des données journalières, comme le permettent précisément les cotations des indices boursiers. Là où les valorisations d’actifs non cotés souffrent d’une granularité beaucoup moins fine, et rendent les traitements statistiques plus difficiles. D’autre part, ces valorisations peuvent également être parfaitement inconnues en l’absence d’évaluation ; comme c’est le cas pour AFI ESCA.

En l’occurrence, concernant la classe d’actifs « Infrastructure », initialement il était prévu de calculer la matrice en utilisant les données des indices boursiers prévus à cet effet ; ce qui a donné des coefficients de corrélation avec des ordres de grandeur similaires à ceux obtenus pour les autres classes : 25% de corrélation avec les obligations par exemple, 65% avec les actions et 80% avec l’immobilier. Néanmoins, comme indiqué en préambule dans la section 2.a), AFI ESCA avait également à disposition des cotations trimestrielles concernant sa Poche Infrastructure, couvrant la période 2012 jusqu’à 2018. Des développements ultérieurs ont donc conduit à utiliser ces données trimestrielles pour calculer de nouvelles corrélations, en s’émancipant du caractère volatile inhérent aux indices cotés. Comme attendu, tous les coefficients ont été ainsi drastiquement mitigés : 15% de corrélation avec les obligations, 5% avec les actions et 20% avec l’immobilier. Toutefois, les transformations GARCH et ARIMA

pour cette classe n'étaient pas aussi satisfaisantes que celles obtenues pour les cotations journalières, ce qui était également à prévoir. Leurs résultats ont donc parfois été écartés quand jugés trop faibles par rapport aux autres jeux de données.

Ces développements pour la classe Infrastructure laissent présager des perspectives d'évolution similaires pour les autres classes d'actifs non cotées. Pour cela, il faudrait tout de même disposer de données de valorisation avec une granularité similaire pour chacune de ces classes, sur un horizon temporel très étendu, et suffisamment récentes pour être étudiées conjointement les unes avec les autres ; or obtenir de telles données peut déjà relever d'une certaine complexité en soi. D'autre part, si de telles données existent, il conviendrait alors également de remanier les modèles GARCH, et ARIMA ; ou de les remplacer par d'autres modèles plus adaptés à des cotations trimestrielles.

Enfin, à défaut de données disponibles pour atténuer le caractère volatile des indices cotés initiaux, la présence de coefficients plus élevés n'est pas totalement préjudiciable à l'entreprise. En effet, il pourra au moins en découler des coefficients plus prudents et conservateurs pour les stress-tests effectués sur les différents périmètres, si l'entreprise y voit son intérêt.

Conclusion

Depuis la crise des subprimes, les stress-tests se sont généralisés pour devenir un outil clé dans la gestion des risques dans tous les secteurs financiers, à commencer par celui des assurances. Conçus pour répondre à des objectifs clairement identifiés et approuvés par un organe de gouvernance, ils nécessitent une réflexion minutieuse autour des différents facteurs de risques à éprouver, des ressources disponibles, et aussi parfois du contexte macroéconomique et politique dans lequel ils s'inscrivent. En l'occurrence, pour l'entreprise AFI ESCA, conduire ces stress-tests sur son portefeuille d'actifs nécessitait préalablement un sous-module bien spécifique. Il s'agissait de la construction de toutes pièces d'une matrice de corrélation des risques, aussi fine que ne puissent le permettre les données à disposition. Si un certain nombre d'entreprises de conseils en gestion des risques, telles que *Moody's Analytics* ou *RiskMetrics Group*, avaient éventuellement pu distiller des éléments de réponses pour réaliser de tels travaux durant les années 2000, aujourd'hui ce sont devenus des secrets de fabrication bien gardés. Ainsi, l'objet de ce travail était de pouvoir s'émanciper de leurs services, du moins pour cette problématique, en soumettant humblement des pistes de réflexion quant aux méthodes pour construire une telle matrice. En poursuivant cet objectif, un certain nombre d'obstacles ont été rencontrés : tels que l'absence de données de valorisation disponibles pour chacune des classes d'actifs initialement, puis plus tard, les lacunes présentées par les indices boursiers cotés. Ce sont donc autant de décisions d'arbitrage qu'il fallut prendre pour contourner ou franchir ces obstacles. Afin de pouvoir d'une part palier les phénomènes de saisonnalité et d'hétéroscédasticité des données journalières, des modèles tels que STL et GARCH ont été utilisés. D'autre part, il a également été fait usage du modèle ARIMA, mais d'une façon tout à fait inhabituelle, en ne se focalisant que sur la corrélation des résidus qu'il pouvait en découler. Il résulta de chacun de ces modèles un jeu de données pour toutes les séries de cotations journalières. Ces trois jeux ont alors conjointement été étudiés, sous le prisme des corrélations glissantes, afin de pouvoir constater l'évolution de la force d'association qu'il pouvait exister entre chaque paire d'indices, et par prolongation chaque paire de classes d'actifs qu'ils représentaient ; avant d'être simplement résumés par une médiane de toutes les valeurs glissantes obtenues. La matrice de corrélation ainsi recalculée mis tout de même en exergue que les indices boursiers cotés présentaient une forte volatilité, inhérente aux marchés financiers auxquels ils sont soumis. De fait, même si les coef-

ficients de cette matrice recalculée avaient largement été mitigés par rapport à celle qui était initialement utilisée par l'entreprise, certains coefficients demeuraient encore trop élevés. Toutefois, des développements ultérieurs ont conduit à calculer une nouvelle fois les coefficients de la classe « Infrastructure » en s'appuyant cette fois sur les valorisations trimestrielles à disposition d'AFI ESCA. Les résultats ainsi obtenus étaient beaucoup plus satisfaisants que lors de la précédente évaluation. Laissant entrevoir des perspectives d'évolution du processus de calcul des coefficients de la matrice, en utilisant des données aux granularités moins fines ; celles-ci seraient beaucoup plus faciles à obtenir pour l'entreprise que des valorisations journalières de classes non cotées, bien qu'elles puissent vraisemblablement être également difficiles à réunir. Enfin, à défaut de pouvoir se procurer de telles données à l'heure actuelle, certains coefficients de la matrice sont certainement surestimés ; mais ceux-là ne portent pas nécessairement préjudice à l'entreprise dans le cadre de ses stress-tests. En effet, ils pourront éventuellement conduire le Comité Stratégique à opter délibérément pour des coefficients plus prudents et conservateurs lors de ces stress. Cette approche serait d'ailleurs possiblement préférable du point de vue des exigences de Solvabilité II.

Bibliographie

- AHUMADA, Hildegart et GAREGNANI, María Lorena. Hodrick-Prescott filter in practice. In : *IV Jornadas de Economía Monetaria e Internacional (La Plata, 1999)*. 1999.
- ASTIVIA, Oscar L. Olvera et ZUMBO, Bruno D. Heteroskedasticity in Multiple Regression Analysis: What it is, How to Detect it and How to Solve it with Applications in R and SPSS. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 2019, vol. 24, no 1, p. 1.
- BARNDORFF-NIELSEN, Ole E. et SHEPHARD, Neil. Incorporation of a leverage effect in a stochastic volatility model. *L evy Processes: theory and applications*, 1999, p. 161.
- BAUWENS, Luc, LAURENT, Sébastien, et ROMBOUITS, Jeroen VK. Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of applied econometrics*, 2006, vol. 21, no 1, p. 79-109.
- BLATTBERG, Robert C. et GONEDES, Nicholas J. A comparison of the stable and student distributions as statistical models for stock prices. In : *Perspectives on promotion and database marketing: The collected works of Robert C Blattberg*. 2010. p. 25-61.
- BOX, George EP, HILLMER, Steven C., et TIAO, George C. Analysis and modeling of seasonal time series. In : *Seasonal analysis of economic time series*. NBER, 1978. p. 309-344.
- BOX, George EP, JENKINS, Gwilym M., REINSEL, Gregory C., et al. *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, 2015.
- CAPORIN, Massimiliano et MCALEER, Michael. Do we really need both BEKK and DCC? A tale of two multivariate GARCH models. *Journal of Economic Surveys*, 2012, vol. 26, no 4, p. 736-751
- CHEN, Zhongfei et XIE, Guanxia. ESG disclosure and financial performance: Moderating role of ESG investors. *International Review of Financial Analysis*, 2022, vol. 83, p. 102291.
- CHOI, Hyeong Kyu. Stock price correlation coefficient prediction with ARIMA-LSTM hybrid model. *arXiv preprint arXiv:1808.01560*, 2018.
- ČIHÁK, Martin. Introduction to applied stress testing. 2007.
- CLEVELAND, Robert B., CLEVELAND, William S., MCRAE, Jean E., et al. STL: A seasonal-trend decomposition. *J. Off. Stat*, 1990, vol. 6, no 1, p. 3-73.
- COHEN, Robert A. An introduction to PROC LOESS for local regression. In : *Proceedings of the twenty-fourth annual SAS users group international conference, Paper*. 1999.

DANCHO, Matt, VAUGHAN, Davis, et DANCHO, Maintainer Matt. Package 'timetk'. 2023.

EMENIKE, Kalu O. Modelling stock returns volatility in Nigeria using GARCH models. 2010.

FRANCO, Christian et ZAKOIAN, Jean-Michel. *GARCH models: structure, statistical inference and financial applications*. John Wiley & Sons, 2019.

GAO, Yan, ZHANG, Chengjun, et ZHANG, Liyan. Comparison of GARCH Models based on Different Distributions. *J. Comput.*, 2012, vol. 7, no 8, p. 1967-1973.

GHALANOS, Alexios, GHALANOS, Maintainer Alexios, et RCPP, LinkingTo. Package 'rugarch'. *R Team Cooperation*, 2018, p. 43.

GLOSTEN, Lawrence R., JAGANNATHAN, Ravi, et RUNKLE, David E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 1993, vol. 48, no 5, p. 1779-1801.

GUPTA, Surbhi et SHARMA, Anil Kumar. Evolution of infrastructure as an asset class : a systematic literature review and thematic analysis. *Journal of Asset Management*, 2022, vol. 23, no 3, p. 173-200.

HARVEY, Andrew et SUCARRAT, Genaro. EGARCH models with fat tails, skewness and leverage. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2014, vol. 76, p. 320-338.

HAURYLIUK, Nadzeya. Financial Stability Issues and Stress Testing of the Insurance Sector. 2015.

INDERST, Georg. Infrastructure as an asset class. *EIB papers*, 2010, vol. 15, no 1, p. 70-105.

HYNDMAN, Rob J., ATHANASOPOULOS, George, BERGMEIR, Christoph, et al. Package 'forecast'. *Online]* <https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/forecast.pdf>, 2020.

ISTRATE, Costin et BADEA, Dumitru. Financial management of insurance companies in the context of the new regime Solvency II. In: *Proceedings of the international conference on business excellence*. 2017. p. 625-636.

IWUEZE, I. S. et NWOGU, E. C. Buys–Ballot Estimates for time series decomposition. *Global Journal of mathematical Sciences*, 2004, vol. 3, no 2, p. 83-98.

KADMIRI, Othman. *Estimation et validation de modèles GARCH asymétriques en puissance multivariés à corrélations conditionnelles*. 2018. Thèse de doctorat. Université Bourgogne Franche-Comté.

KOMARKOVA, Zlatuse, GRONYCHOVÁ, Marcela, et al. Models for Stress Testing in the Insurance Sector. Czech National Bank, 2012.

- LECHKAR, MohaMed et VAN WELIE, Dennis. Putting a dampener on Solvency II. *Life & Pensions Magazine*, 2008, vol. 2008, p. 36-40.
- MONDAL, Prapanna, SHIT, Labani, et GOSWAMI, Saptarsi. Study of effectiveness of time series modeling (ARIMA) in forecasting stock prices. *International Journal of Computer Science, Engineering and Applications*, 2014, vol. 4, no 2, p. 13.
- NARKUS, Sarunas. *Kondratieff, N. and Schumpeter, Joseph A. long-waves theory: Analysis of long-cycles theory*. 2012. Thèse de maîtrise.
- NWOGU, Eleazar C., IWUEZE, Iheanyi S., DOZIE, Kelechukwu CN, *et al.* Choice between mixed and multiplicative models in time series decomposition. *Int J Stat Appl Math*, 2019, vol. 9, no 5, p. 153-159.
- PETERS, Therese. *Forecasting the covariance matrix with the DCC GARCH model*. Matematisk statistik, Stockholms universitet, 2008.
- PING, Pung Yean, MISWAN, Nor Hamizah, et AHMAD, Maizah Hura. Forecasting Malaysian gold using GARCH model. *Applied Mathematical Sciences*, 2013, vol. 7, no 58, p. 2879-2884.
- RABEMANANJARA, Roger et ZAKOIAN, Jean-Michel. Threshold ARCH models and asymmetries in volatility. *Journal of applied econometrics*, 1993, vol. 8, no 1, p. 31-49.
- RYAN, Jeffrey A., ULRICH, Joshua M., THIELEN, Wouter, *et al.* Package 'quantmod'. 2015.
- SO, Mike KP, WONG, Jerry, et ASAI, Manabu. Stress testing correlation matrices for risk management. *The North American Journal of Economics and Finance*, 2013, vol. 26, p. 310-322.
- TURREL, Phillipe. *De l'Esca au groupe Burrus : 1923 – 2012 L'assurance d'une compagnie alsacienne*. CLAUSSE, Gilbert. Les Editions du Musée, 2012. 168 p. Avant-propos, p.5.
- TURREL, Phillipe. *De l'Esca au groupe Burrus : 1923 – 2012 L'assurance d'une compagnie alsacienne*. CLAUSSE, Gilbert. Les Editions du Musée, 2012. 168 p. Chapitre 1-6, p.14-150.
- WEISANG, Guillaume et AWAZU, Yukika. Vagaries of the Euro: an Introduction to ARIMA Modeling. *Case Studies In Business, Industry And Government Statistics*, 2008, vol. 2, no 1, p. 45-55.

Webographie

Basel Committee on Banking Supervision Stress testing principles, 2018. [En ligne]. Disponible à l'adresse : <https://www.bis.org/bcbs/publ/d450.pdf>

BOURSORAMA.COM, 2020. Qu'est-ce que la réserve de capitalisation ? *Boursorama*. [En ligne]. 18 février 2020. [Consulté le 31 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.boursorama.com/patrimoine/actualites/qu-est-ce-que-la-reserve-de-capitalisation-8fcad7f6a16d918215a8ac85275ea773>

Climate stress test for the occupational pensions sector 2022, 2022. European Insurance and Occupational Pensions Authority. [en ligne]. [Consulté le 24 mai 2023]. Disponible à l'adresse : https://www.eiopa.europa.eu/browse/financial-stability/occupational-pensions-stress-test/climate-stress-test-occupational-pensions-sector-2022_en

Corrélation et causalité, 2023. *Jmp.com*. [En ligne]. [Consulté le 17 juillet 2023]. Disponible à l'adresse : https://www.jmp.com/fr_fr/statistics-knowledge-portal/what-is-correlation/correlation-vs-causation.html

Décret n° 2014-1685 du 29 décembre 2014 relatif à la résiliation à tout moment de contrats d'assurance et portant application de l'article L. 113-15-2 du code des assurances - Légifrance, 2014. Gouv.fr. [en ligne]. [Consulté le 23 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000030002255>

Étude des séries temporelles | Base de connaissance OpenHealth, 2023. *Openhealth.fr*. [En ligne]. [Consulté le 15 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://success.openhealth.fr/fr/articles/3633991-etude-des-series-temporelles>

JC 2017 PRIIPs – Flow diagram for the risk and reward calculations in the PRIIPs KID, 2017. *Europa.eu*. [En ligne]. [Consulté le 15 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.esma.europa.eu/document/jc-2017-priips-%E2%80%93-flow-diagram-risk-and-reward-calculations-in-priips-kid>

Les fondamentaux de la gestion ALM bancaire, 2023. *Editions-harmattan.fr*. [En ligne]. [Consulté le 26 mai 2023]. Disponible à l'adresse : [https://www.editions-harmattan.fr/auteurs/article_pop.asp?no=31957&no_article=31021#:~:text=L'ALM%20est%20une%20m%C3%A9thode,\(D%C3%A9finition%201\).](https://www.editions-harmattan.fr/auteurs/article_pop.asp?no=31957&no_article=31021#:~:text=L'ALM%20est%20une%20m%C3%A9thode,(D%C3%A9finition%201).)

4.1.4.4. LOESS (aka LOWESS), 2023. *Nist.gov*. [En ligne]. [Consulté le 28 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmd/section1/pmd144.htm>

2021. *Machinelearningplus.com*. [En ligne]. [Consulté le 14 juillet 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.machinelearningplus.com/time-series/arma-model-time-series-forecasting-python/>

Qu'est ce que la Provision de Participation aux Bénéfices (PPB) ? | MIF, 2016. *Mifassur.com*. [En ligne]. [Consulté le 31 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://www.mifassur.com/dossier-epargne/provision-participation-benefices>

Qui sommes-nous ? AFI ESCA : L'Assurance Autrement (2023) AFI ESCA. Disponible sur : <https://www.afiesca.com/particuliers/qui-sommes-nous/> (Consulté le 12 mai 2023).

NIKOS, 2017. Additive and multiplicative seasonality – Nikolaos Kourentzes. *Kourentzes.com*. [En ligne] <https://kourentzes.com/forecasting/2014/11/09/additive-and-multiplicative-seasonality/>

Séries temporelles, analyse descriptive et transformation | XLSTAT Centre d'aide, 2023. *Xlstat.com*. [En ligne]. [Consulté le 15 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://help.xlstat.com/fr/6543-series-temporelles-analyse-descriptive-et>

Séries temporelles – Modèles ARIMA, 2000. [En ligne]. Disponible à l'adresse : <https://didierdelignieresblog.files.wordpress.com/2016/03/arimacomplet.pdf>

II, Solvabilité, 2017. Solvabilité II. *Banque de France*. [En ligne]. 2 août 2017. [Consulté le 25 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://acpr.banque-france.fr/europe-et-international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>

Symmetric adjustment of the equity capital charge, 2023. *European Insurance and Occupational Pensions Authority*. [En ligne]. [Consulté le 1 juin 2023]. Disponible à l'adresse : https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/symmetric-adjustment-equity-capital-charge_en

TEAM, CFI, 2020. Asset and Liability Management (ALM). *Corporate Finance Institute*. [En ligne]. Septembre 2020. [Consulté le 26 mai 2023]. Disponible à l'adresse : <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/management/asset-and-liability-management-alm/>

Titre IV : Dispositions comptables et statistiques (Articles R341-2 à R345-7) - Légifrance, 2023. *Gouv.fr*. [En ligne]. [Consulté le 31 mai 2023]. Disponible à l'adresse : https://www.legifrance.gouv.fr/codes/section_lc/LEGITEXT000006073984/LEGISCTA000006143406/#LEGISCTA000006143406

VERMA, Yugesh, 2021. Comprehensive Guide To Deseasonalizing Time Series. *Analytics India Magazine*. [En ligne]. 8 juillet 2021. [Consulté le 16 juin 2023]. Disponible à l'adresse : <https://analyticsindia-mag.com/comprehensive-guide-to-deseasonalizing-time-series/>

Annexes

Annexe 1 - Corrélations glissantes sur 100 jours ouvrés entre les indices au sein de la classe « Actions et OPCVM Actions » (STOXX 600, CAC 40, DAX 30, FTSE 100)

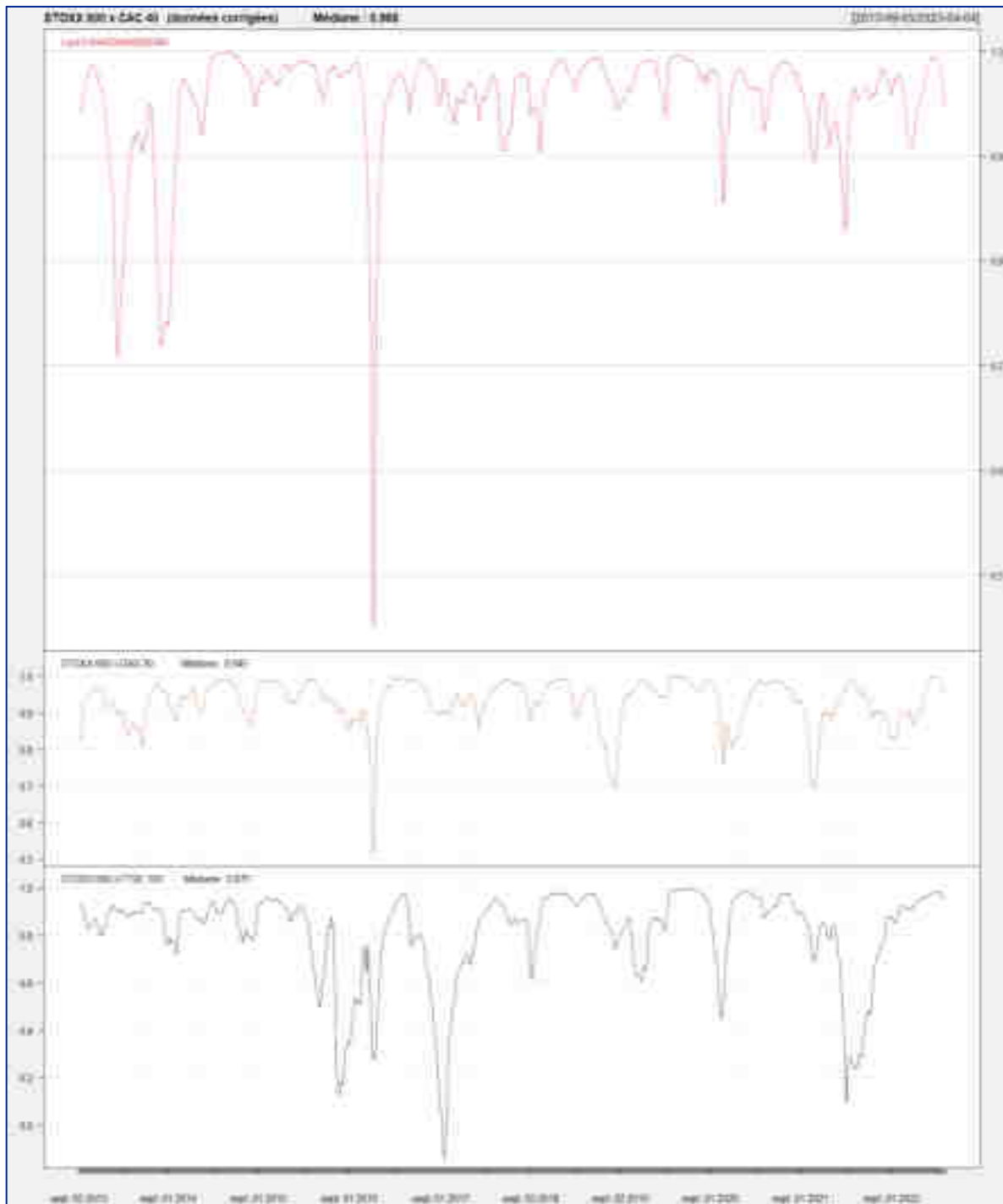


Figure 1.1 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données corrigées de leur saisonnalité

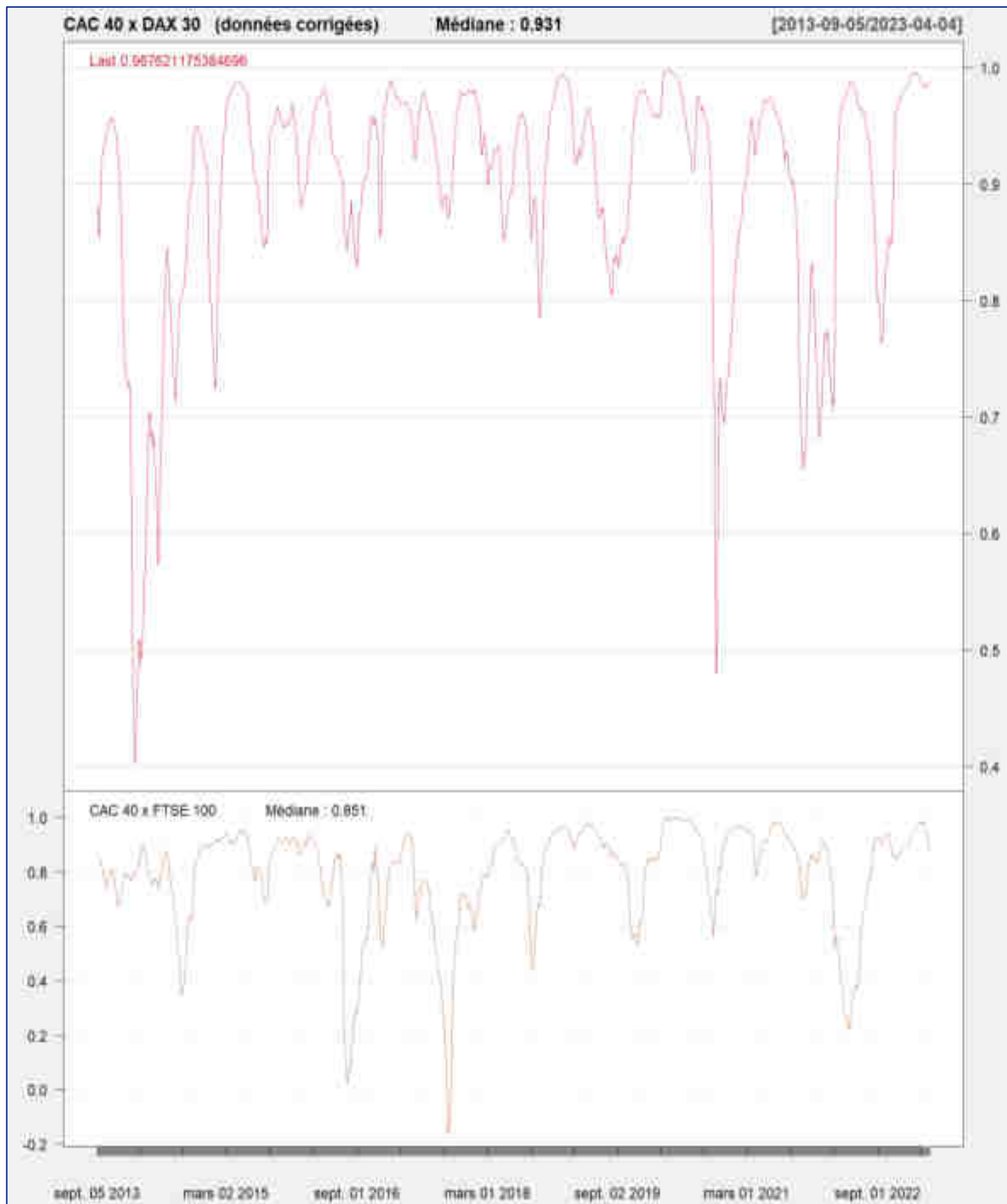


Figure 1.1 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données corrigées de leur saisonnalité (suite)

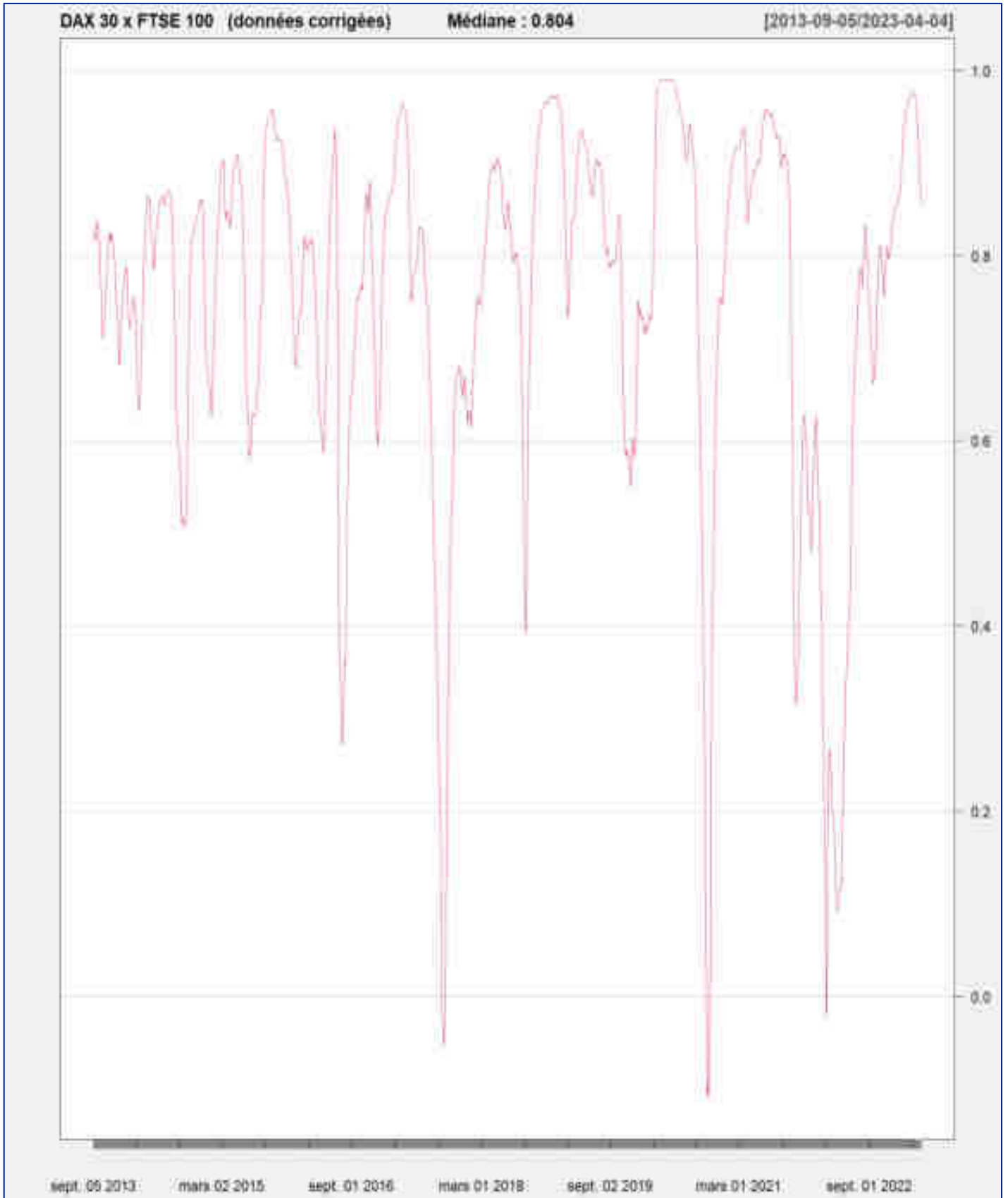


Figure 1.1 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données corrigées de leur saisonnalité (suite)

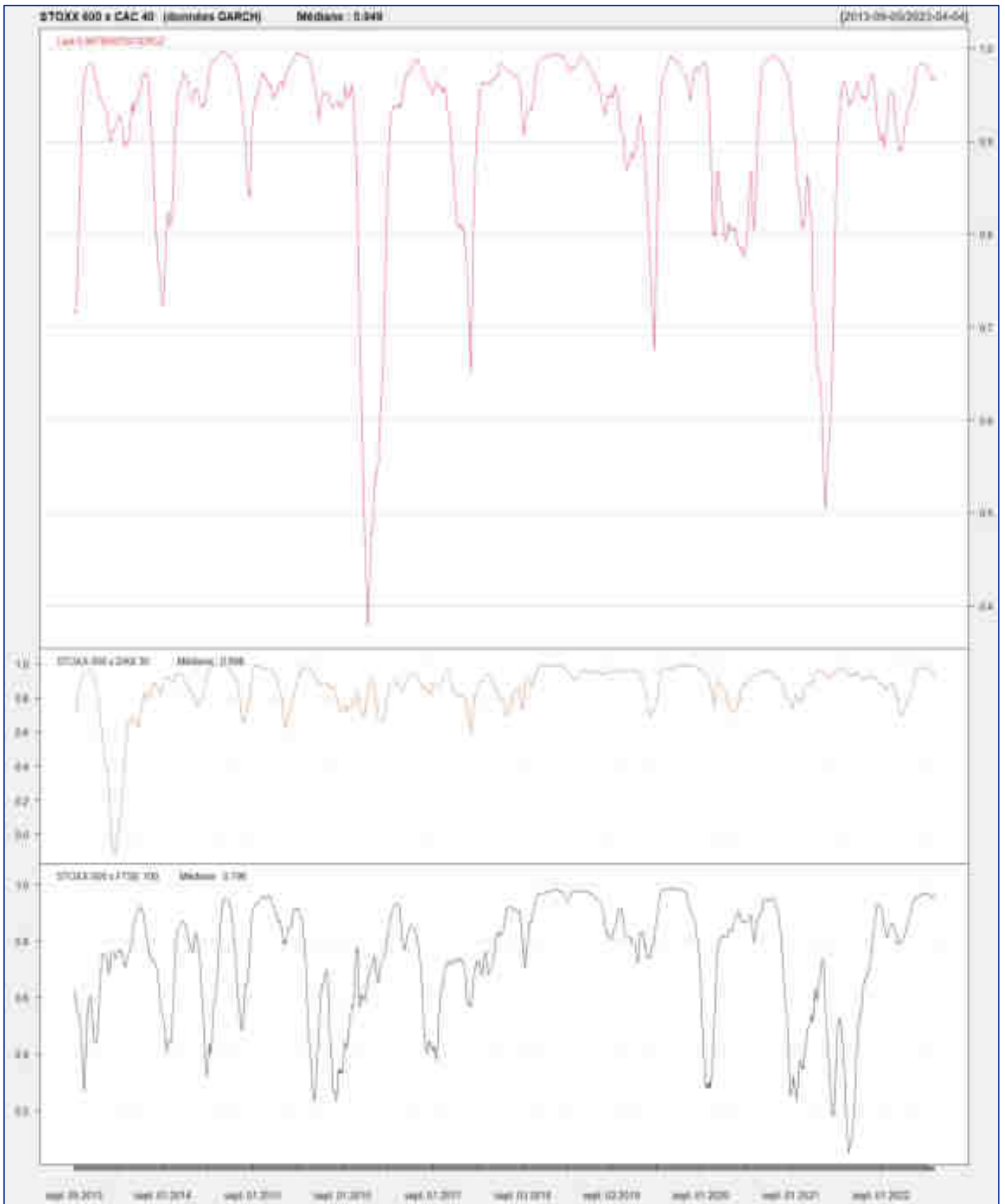


Figure 1.2 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données GARCH

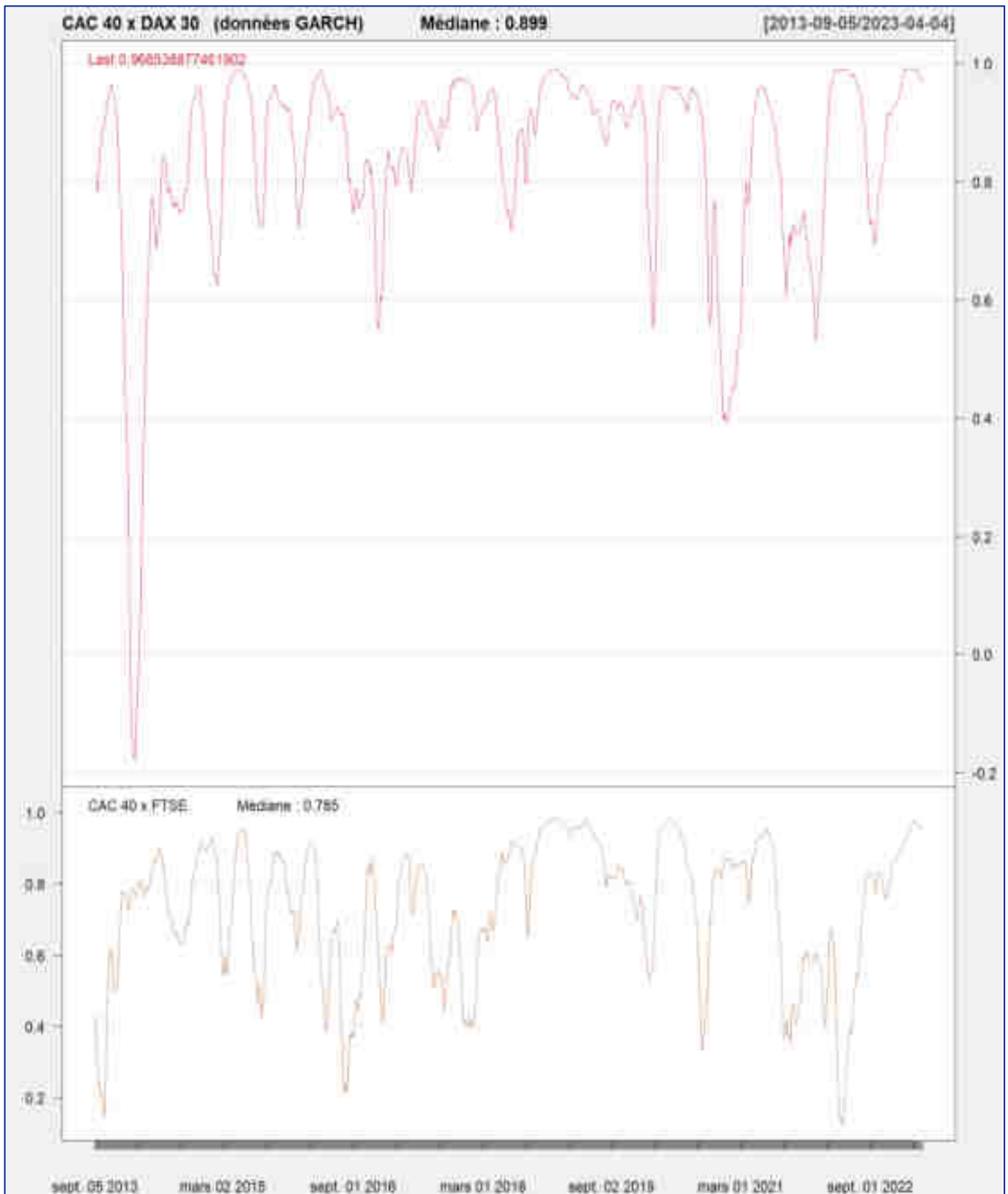


Figure 1.2 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données GARCH (suite)

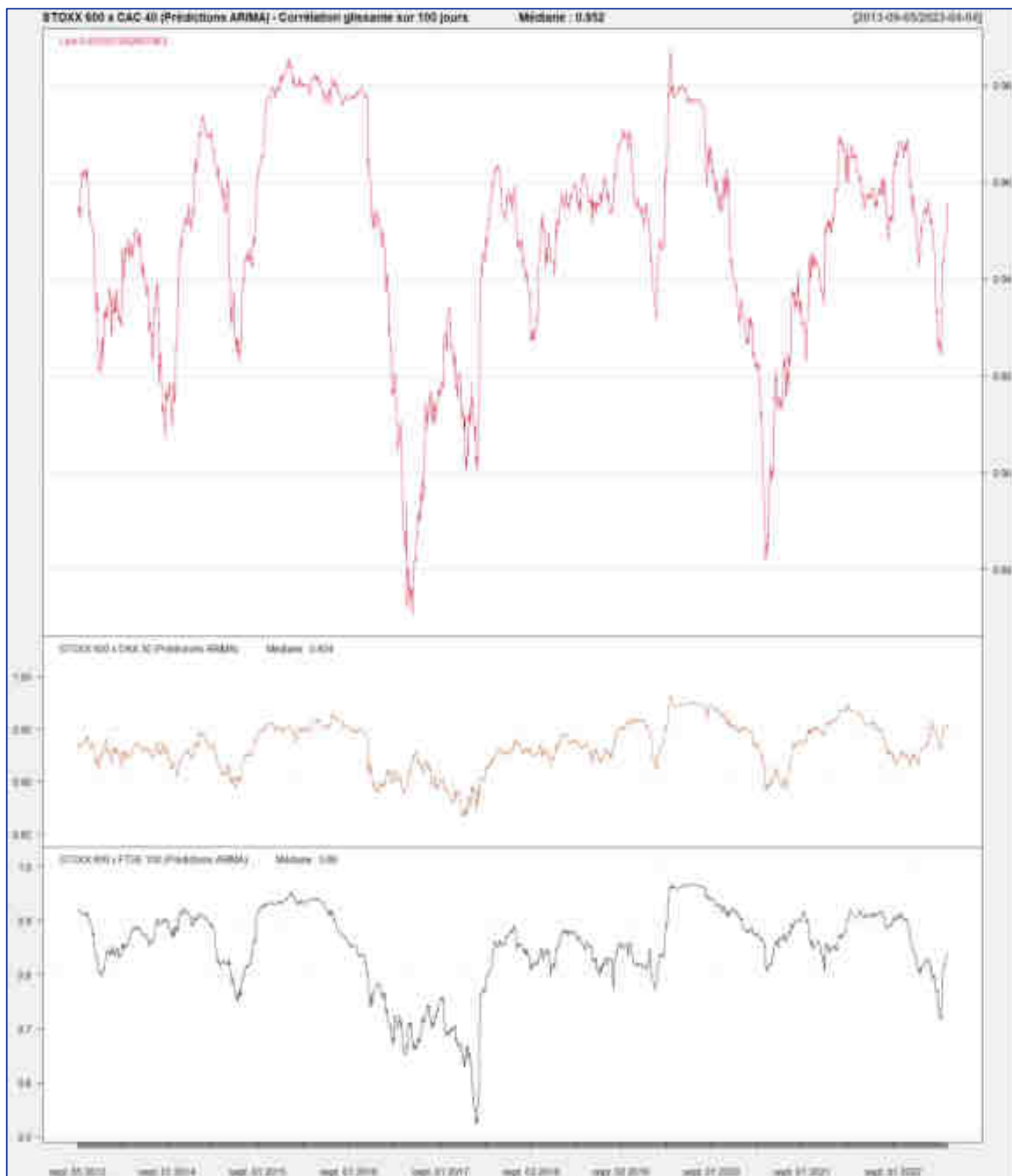


Figure 1.3 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données de prédictions ARIMA



Figure 1.3 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données de prédictions ARIMA (suite)

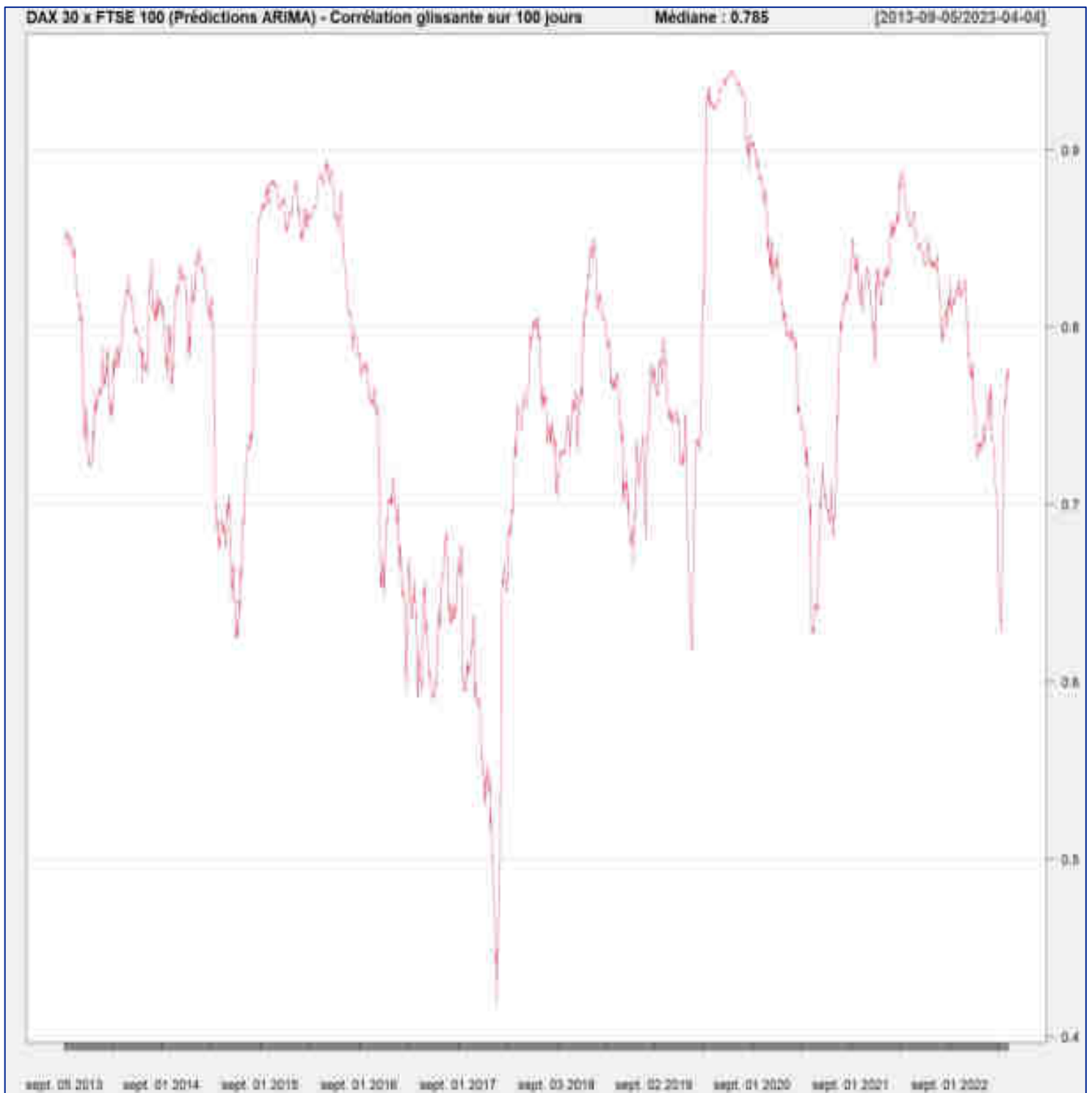


Figure 1.3 : Corrélations glissantes entre les indices à partir des données de prédictions ARIMA (suite)

Annexe 2 – Statistiques descriptives des corrélations glissantes obtenues au sein de la classe « Actions et OPCVM Actions »

Données corrigées de leur saisonnalité

	STOXX 600 x CAC 40	STOXX 600 x DAX 30	STOXX 600 x FTSE 100	CAC 40 x DAX 30	CAC 40 x FTSE 100	DAX 30 x FTSE 100		Moyenne	Moyenne (sans FTSE 100)
Quartile 1	0,946	0,9007	0,768	0,8585	0,7315	0,6721		0,8128	0,9017
Moyenne	0,951	0,9302	0,8081	0,8962	0,7926	0,7514		0,8549	0,9258
Médiane	0,9682	0,9445	0,8755	0,9307	0,8513	0,8914		0,9103	0,9478
Quartile 3	0,9823	0,9788	0,9375	0,966	0,919	0,8914		0,9458	0,9757
Variance	0,0034	0,0039	0,0396	0,0103	0,0371	0,0405		0,0225	0,0059

Données GARCH

	STOXX 600 x CAC 40	STOXX 600 x DAX 30	STOXX 600 x FTSE 100	CAC 40 x DAX 30	CAC 40 x FTSE 100	DAX 30 x FTSE 100		Moyenne	Moyenne (sans FTSE 100)
Quartile 1	0,8952	0,8119	0,6129	0,7696	0,5992	0,5228		0,7019	0,8256
Moyenne	0,9103	0,8594	0,7385	0,8366	0,7309	0,6769		0,7921	0,8688
Médiane	0,9493	0,8981	0,7961	0,8993	0,7846	0,7259		0,8422	0,9156
Quartile 3	0,9737	0,9525	0,9066	0,9498	0,8807	0,8713		0,9224	0,9587
Variance	0,0109	0,0224	0,0428	0,0305	0,0371	0,0567		0,0334	0,0213

Données ARIMA

	STOXX 600 x CAC 40	STOXX 600 x DAX 30	STOXX 600 x FTSE 100	CAC 40 x DAX 30	CAC 40 x FTSE 100	DAX 30 x FTSE 100		Moyenne	Moyenne (sans FTSE 100)
Quartile 1	0,9339	0,9215	0,8187	0,8902	0,7782	0,723		0,8443	0,9152
Moyenne	0,9482	0,9339	0,85	0,9133	0,8145	0,772		0,8720	0,9318
Médiane	0,9525	0,934	0,8604	0,914	0,8218	0,7846		0,8779	0,9335
Quartile 3	0,963	0,9511	0,9056	0,9408	0,8634	0,8336		0,9096	0,9516
Variance	0,0005	0,0005	0,0058	0,0013	0,0061	0,008		0,0037	0,0008

Figure 2 : Comparaison des statistiques descriptives des corrélations glissantes obtenues pour chaque jeu de données – Extrait du fichier support créé pour AFI ESCA

Annexe 3 – Corrélation agrégée finale retenue pour les indices au sein de la classe d'actif « Actions et OPCVM Actions », après retrait de FTSE 100

<i>Premier quartile</i>	0,88
<i>Médiane</i>	0,93
<i>Troisième quartile</i>	0,96
<i>Valeur de corrélation retenue pour les trois indices agrégés</i>	0,93

Figure 3 : Moyenne des statistiques descriptives obtenues pour les trois jeux de données, en faisant abstraction des résultats de FTSE 100 – Extrait du fichier support créé pour AFI ESCA

Annexe 4 – Exemple d'un calcul de coefficient final pour la matrice de corrélation des risques

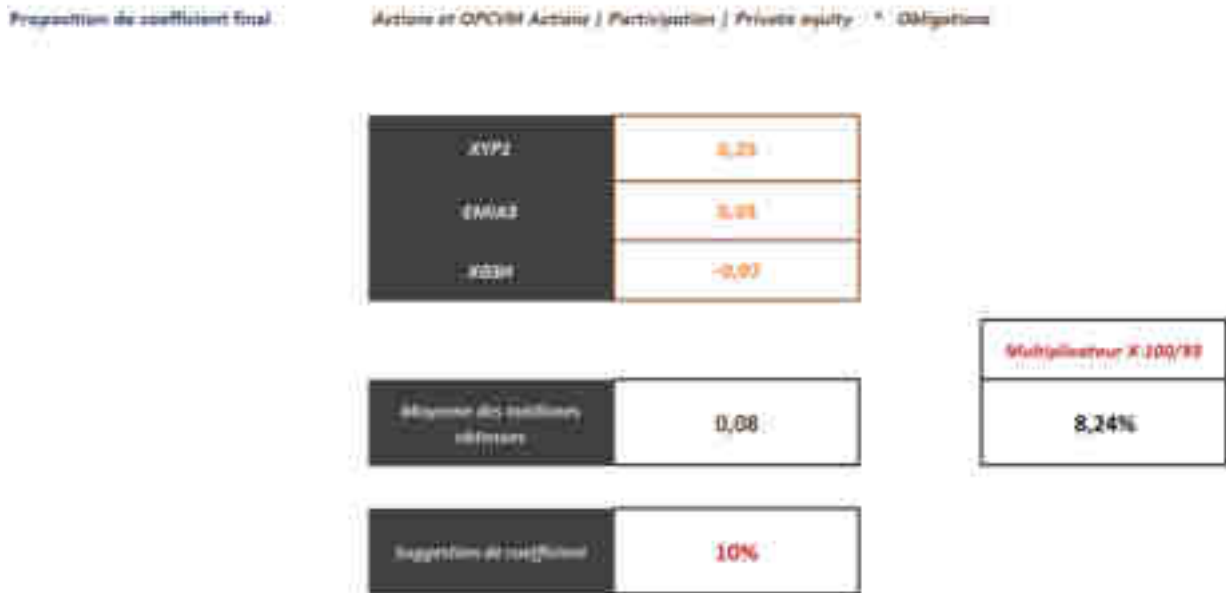


Figure 4 : Suggestion de coefficient final pour la matrice de corrélation des risques au sein du couple « Actions et OPCVM Actions » et « Obligations » – Extrait du fichier support créé pour AFI ESCA