

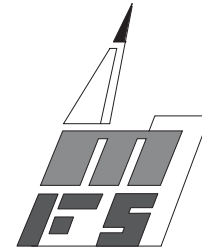
THÈSE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG



Spécialité :

Mécanique

Présentée à



l'Institut de Mécaniques des Fluides et des Solides

par Laurence CAMPAGNE

pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG I

MODÉLISATION ET SIMULATION DE LA  
VISCOPLASTICITÉ ET DE L'ENDOMMAGEMENT EN  
GRANDES VITESSES DE DÉFORMATION

*Soutenue le 25 novembre 2003*

*Devant le jury composé de :*

Rapporteur externe :	F. HILD, Directeur de recherche, LMT-Cachan
Rapporteur externe :	K. SAANOUNI, Professeur, UTT-Troyes
Rapporteur interne :	E. CAILLAUD, Professeur, IPST-Strasbourg
Examineur :	J.L. BATOZ, Professeur, INSIC-Saint Dié
Examineur :	A. MOLINARI, Professeur, LPMM-Metz
Directeur de thèse :	S. AHZI, Professeur, IMFS-Strasbourg
Invités :	C. POIZAT, chercheur, Fh-IWM-Freiburg, Allemagne
	Y. REMOND, Professeur, IMFS-Strasbourg

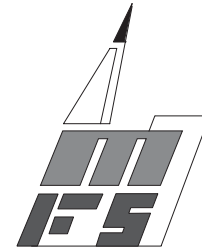
THÈSE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG



Spécialité :

Mécanique

Présentée à



l'Institut de Mécaniques des Fluides et des Solides

par Laurence CAMPAGNE

pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG I

MODÉLISATION ET SIMULATION DE LA  
VISCOPLASTICITÉ ET DE L'ENDOMMAGEMENT EN  
GRANDES VITESSES DE DÉFORMATION

*Soutenue le 25 novembre 2003*

*Devant le jury composé de :*

Rapporteur externe :	F. HILD, Directeur de recherche, LMT-Cachan
Rapporteur externe :	K. SAANOUNI, Professeur, UTT-Troyes
Rapporteur interne :	E. CAILLAUD, Professeur, IPST-Strasbourg
Examineur :	J.L. BATOZ, Professeur, INSIC-Saint Dié
Examineur :	A. MOLINARI, Professeur, LPMM-Metz
Directeur de thèse :	S. AHZI, Professeur, IMFS-Strasbourg
Invités :	C. POIZAT, chercheur, Fh-IWM-Freiburg, Allemagne
	Y. REMOND, Professeur, IMFS-Strasbourg

A mes deux soleils : Arnaud et  
mon fils Edwin-Corentin pour  
leur compréhension et leur  
soutien.



## REMERCIEMENTS

*C'est à l'Institut de Mécanique des Fluides et des Solides (IMFS) de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, que le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé, et je tiens à remercier Monsieur Yves Rémond (Professeur et directeur de l'IMFS) de m'avoir accueilli au sein du laboratoire et pour ces encouragements.*

*Je voudrais tout d'abord exprimer ma profonde gratitude au professeur Saïd AHZI, directeur de recherche de l'unité Matériaux, Mécaniques, Structures et Procédés, pour m'avoir accueilli dans son équipe et de m'avoir témoignée durant ces trois années une totale confiance.*

*Je tiens également à adresser mes sincères remerciements au docteur Loïc DARIDON, maître de conférences, pour avoir co-encadré cette thèse, pour sa grande disponibilité et ses conseils avisés mais aussi pour sa bonne humeur et ses encouragements. (Patience.....encore quelques millions d'années et Strasbourg sera en bord de mer !)*

*Que Messieurs Emmanuel CAILLAUD (Professeur à l' Institut Professionnel des Sciences et Technologie), François HILD (Directeur de recherche au Laboratoire de Mécanique et de Technologie) et Khemais SAANOUNI (Professeur à l'Université de Technologie de Troyes ) trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance pour avoir accepté la charge de rapporter ce travail. Je les remercie énormément pour tout le temps qu'ils m'ont consacré.*

*J'adresse également mes remerciements à Messieurs Jean Louis BATOZ (Professeur à l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception) et Alain MOLINARI (Professeur au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux) d'avoir accepté d'examiner ce travail.*

*J'adresse un grand merci au Dr Christophe Poizat (Fraunhofer Institut Werkstoffmechanik) pour les nombreuses discussions scientifiques ; tes encouragements constants et ton amical soutien m'ont grandement aidée dans les moments difficiles.*

*Merci aussi à la SNCF pour ne pas m'avoir épargnée durant ces trois années (entre le coup de la panne, l'absence de chauffage en plein hiver glacial, les grèves.....) j'ai tout de même parcouru 1,7 fois le tour de la Terre avec la vieille Micheline rouge. Ayez pitié d'elle....mettez là à la retraite, elle est fatiguée après 28 ans de service.*

*Sur un plan plus personnel, je souhaiterais que ma famille, tous mes amis et toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement de cette thèse, se reconnaissent pour recevoir mes remerciements les plus sincères.*



# Table des matières

<b>Introduction :</b>	<b>11</b>
<b>Notation :</b>	<b>17</b>
<b>I Théorie des ondes</b>	<b>24</b>
<b>I Théorie des ondes</b>	<b>25</b>
I-1 Introduction	25
I-2 Propagation des ondes élastiques dans les solides	25
I-2-1 Propagation d'une onde élastique de compression ou de traction	27
I-3 Propagation des ondes plastiques et de choc dans les solides	28
I-4 Influence de la forme de l'onde et réflexion des ondes.	32
<b>II Lois de comportement viscoplastique applicables en dynamique</b>	<b>33</b>
II-1 Généralités	33
II-2 Les lois purement phénoménologiques (lois empiriques)	36
II-3 Les lois à base physique	38
II-3-1 Théorie de mouvement des dislocations	38
II-3-2 Lois associées	38
<b>III Endommagement et rupture dynamique</b>	<b>42</b>
III-1 Introduction	42
III-2 Différents modes de ruines	44
III-4 Mécanismes de rupture	47
III-5 Modèles liés à la mécanique des milieux continus endommageables.	51
III-5-1 Modèles non couplés	51
III-5-2 Modèles couplés	54
III-5-3 Conclusion partielle	57
III-5 Critères de rupture selon une approche phénoménologique	58
III-6 Modèles basés sur une approche stochastique	62
<b>IV Conclusion</b>	<b>63</b>

## CHAPITRE II :

<b>Modélisation de l'endommagement dynamique</b>	<b>65</b>
<b>I- Modèle d'endommagement proposé à base physique selon une approche stochastique (modèle NAG)</b>	<b>67</b>
I-1 Processus de germination contrôlée par la déformation	69
I-2 Processus de germination contrôlée par la contrainte	70
I-3 Processus de croissance	71
I-4 Détermination du volume total relatif de vides.	73
<b>II- Tests numériques de validité sur un élément</b>	<b>78</b>
II-1 Description des tests	78
II-2 Chargement avec saut de vitesse (cas sans prise en compte de l'endommagement)	86
II-3 Cycle de charge-décharge (A effort imposé)	87
II-4 Cycle de compression-traction (A déplacement imposé)	90
II-5 Cisaillement	92
<b>III- Conclusion</b>	<b>94</b>

### **CHAPITRE III :**

<b>Application aux problèmes d'impact</b>	<b>97</b>
<b>I- Introduction</b>	<b>99</b>
<b>I-1 Impact plan cylindre-cylindre</b>	<b>99</b>
I-1-1 Analyse de la dépendance au maillage sur le profil de la surface libre	105
I-1-2 Etude paramétrique.	109
I-1-3 Influence de la vitesse d'impact	111
I-1-4 Comparaison de l'approche physique proposée avec une approche phénoménologique.	112
<b>II- Cas d'un impact plan cylindre-cone. Cas de l'acier HY-100</b>	<b>118</b>
<b>III- Conclusion</b>	<b>123</b>

### **CHAPITRE IV :**

<b>Application à l'impact de Taylor et à la perforation</b>	<b>125</b>
<b>I- Introduction</b>	<b>127</b>
<b>II- Cas d'un impact de Taylor. Cas du cuivre OFHC</b>	<b>127</b>
II-1 Influence du type de conditions limites et de la température	129
II-2 Comparaison du modèle MTS+NAG avec le modèle Johnson-Cook et les résultats expérimentaux	135
<b>III- Application aux problèmes de perforation</b>	<b>139</b>
III-1 Perforation de cible épaisse déformable (cuivre OFHC) avec un projectile non déformable de type tige (Alliage de tungstène).	140
II-1-1 Comparaison entre une approche physique et une approche phénoménologique. Considération de l'algorithme de contact par paire.	142
III-2 Perforation de cible déformable (cuivre OFHC) avec un projectile non déformable de type sphère (Alliage de tungstène).	149
II-2-1 Comparaison entre une approche physique et une approche phénoménologique.	150
III-3 Conclusion	153

### **CONCLUSIONS GENERALES ET**

<b>PERPSPECTIVES</b>	<b>155</b>
----------------------	------------

<b>BIBLIOGRAPHIES</b>	<b>159</b>
-----------------------	------------

<b>ANNEXES</b>	<b>167</b>
----------------	------------







# INTRODUCTION

Pour croire avec certitude, il faut  
commencer par douter.

*(Proverbe polonais)*

Qu'ont en commun l'usinage à grande vitesse (UGV), le poinçonnage très grande vitesse, les blindages et les satellites..... ? Les grandes vitesses.

En effet, on usine maintenant à 20 000 tr/min, on poinçonne à 1200 coups/minutes, les blindages sont soumis à des projectiles de plus en plus perforants et les satellites sont bombardés en permanence par des poussières et des débris spatiaux.

Aussi, l'usage de techniques de fabrication à grande vitesse, le design d'éléments de structure (blindages, panneaux solaires des satellites,...) ou d'outils destinés à être soumis à des conditions de chargements sévères nécessitent une meilleure connaissance des mécanismes de déformation en sollicitations dynamiques et des processus de ruines dynamiques liées aux grandes vitesses de déformation.

Pour cela, l'analyse des résultats expérimentaux permet d'obtenir d'une part une meilleure compréhension des processus de déformation en sollicitations dynamiques et d'autre part d'étudier la rupture dynamique. Il apparaît que les mécanismes de rupture dynamique des matériaux se traduisent par la germination, la croissance et la coalescence de micros ruptures qui sont soit des cavités dans le cas de nombreux matériaux ductiles, soit des microfissures dans le cas de beaucoup de matériaux fragiles. Ces processus impliquent des effets d'inertie, d'activation thermique et de viscosité et dépendent des caractéristiques micro structurales. Cependant, un grand nombre de mesures locales sont difficilement accessibles au cours de ces expériences de chocs (limites technologiques du matériel d'essai, coût prohibitif). Aussi, pour tenter de comprendre les différents processus de rupture dynamique, les simulations numériques deviennent incontournables pour atteindre ces données. Le développement de nouvelles méthodes expérimentales et la nécessité de développer des lois de comportements fiables pour modéliser et comprendre l'endommagement et la ruine des structures sous sollicitations dynamiques sont indispensables. Dans cette thèse, nous nous intéressons uniquement au cas de matériaux métalliques sensibles à la vitesse de déformation et à la température.

Pour étudier le comportement des métaux sous chargement dynamique, deux approches sont retenues. Celles-ci doivent décrire d'aussi près que possible les résultats expérimentaux et les observations microscopiques. La première est de type phénoménologique: les observations expérimentales sont décrites par une loi empirique sans fondement physique. Cette approche a

plusieurs avantages, elle permet d'obtenir des modèles relativement simples qui peuvent être intégrés aisément dans un code d'éléments finis et de nombreux modèles sont proposés dans la littérature (pour la description de la viscoplasticité et des processus de ruines). Cependant ces modèles présentent l'inconvénient de ne pas décrire l'évolution des différents mécanismes physiques notamment pour la modélisation de l'évolution de l'endommagement sous sollicitation dynamique. La seconde approche est à base physique: les observations expérimentales sont décrites par des lois de comportement tenant compte de l'évolution de la microstructure au cours de la déformation par l'intermédiaire de variables internes modélisant à l'échelle macroscopique un mécanisme microscopique. La difficulté réside ici dans l'identification des processus physiques contrôlant la rupture dynamique et peu de modèles sont disponibles dans la littérature. Néanmoins, cette approche présente l'avantage de lier naturellement l'évolution des processus physiques (microscopique) aux grandeurs macroscopiques.

Aussi, dans cette thèse, nous proposons une approche à base physique basée sur la théorie des mouvements de dislocations pour la description de la viscoplasticité et de la rupture dynamique. Plus particulièrement, je propose un modèle d'endommagement et un critère de rupture à base physique prenant en considération Nous avons implémenté les modèles dans le code d'éléments finis Abaqus sous schéma explicite V6.3. Nous nous intéressons particulièrement à la rupture des métaux dans le cas d'un régime dynamique rapide (pour des vitesses de déformation supérieures à  $10^4 s^{-1}$ ) où les phénomènes de propagations d'ondes sont importants. Aussi, nous avons réalisé plusieurs études numériques permettant de prédire la rupture dynamique pour différents problèmes de chocs : l'impact plan en considérant deux types de géométrie, l'impact de Taylor et la perforation.

**Le premier chapitre** de cette thèse est consacré tout d'abord à un rappel des points essentiels de la théorie des ondes nécessaire à ce travail pour étudier des problèmes de chocs. Le régime dynamique rapide se caractérise par les phénomènes de création et de propagation d'ondes mécaniques (notamment ondes de chocs). Lorsque deux corps entrent en collision, il se produit un déséquilibre localisé de part et d'autre de l'interface de contact. Ce déséquilibre est une source d'ondes de contraintes qui se propagent dans les deux corps entraînant de grandes vitesses de déformation. Ces ondes jouent un rôle important au niveau des structures ou des matériaux soumis aux sollicitations dynamiques. En effet, lorsque le choc est suffisamment intense, il y a création d'ondes de choc qui peuvent entraîner des déformations plastiques sur

leurs passages. Le comportement plastique des métaux dans de telles conditions de chargement peut être décrit par des lois de comportement disponibles dans la littérature (e.g. modèle Johnson-Cook [JOH, 83], modèle « Mechanical Threshold Stress » (MTS [JOH,83])....). Nous faisons ici une brève revue de ces lois dans la deuxième partie. Enfin, lorsque le chargement est suffisamment sévère et par interférence des ondes de choc au sein de la structure, la rupture dynamique du matériau peut arriver. Aussi, la troisième partie de ce chapitre est consacrée aux différents aspects de la rupture dynamique en général ainsi qu'à une revue non exhaustive de différents modèles d'endommagement et de rupture disponibles dans la littérature en terme d'évolution de cavité et de porosité (e.g. modèle Gurson [GUR,77], modèle de Rajendran, Dietenberger et Grove (RDG [RAJ,88]).....).

**Dans le deuxième chapitre**, nous proposons un modèle d'endommagement à base physique basé sur une approche stochastique et un critère de rupture. Les mécanismes de rupture et de plasticité dans les matériaux polycristallins sont souvent contrôlés par le mouvement des dislocations. Dans le modèle présenté, les processus de germination et de croissance sont liés à la théorie des mouvements de dislocations. Le modèle traduit les effets d'inertie, d'activations thermiques et de viscosité relatifs aux problèmes de balistique. La philosophie du modèle est discutée dans ce chapitre. Ensuite l'implémentation de la loi viscoplastique MTS décrite au premier chapitre et du modèle d'endommagement proposé, dans le code de calcul par éléments finis via une sous-routine VUMAT sous Abaqus/Explicit, est examinée. Une confrontation des résultats numériques et expérimentaux à différentes vitesses de déformations et sous différents cas de chargement est réalisée afin de vérifier l'implémentation de la loi viscoplastique choisie pour le cas du cuivre OFHC et de l'acier HY-100. Une étude numérique de l'évolution de la variable d'endommagement et de la porosité a été également menée sous différentes sollicitations: cycle de charge-décharge, cisaillement.

L'objectif du **troisième chapitre** est de montrer l'efficacité du modèle proposé à localiser les différentes zones de rupture dynamique qui peuvent apparaître lors d'un impact dans un état de déformation uniaxiale ou dans un état de déformation triaxial. Nous avons étudié deux types de géométrie : le premier problème d'impact plan cylindre-cylindre (état de déformation uniaxiale) fut traité de manière à valider l'efficacité du modèle proposé pour décrire la rupture dynamique par écaillage. Nous comparons les zones d'endommagement et de rupture obtenues par notre étude numérique d'une part avec ceux de l'étude expérimentale menée par Rajendran et al. [RAJ,88] sur le cuivre OFHC et d'autre part avec les résultats numériques obtenus à l'aide de la formulation de Johnson-Cook implémentée en standard sous

ABAQUS/Explicit et en considérant l'équation d'état de type Mie-Grüneisen. Nous avons également étudié l'influence des différents paramètres du modèle d'endommagement proposé sur la réponse macroscopique. La deuxième partie de ce chapitre est dédiée à l'étude de la deuxième géométrie : l'impact d'une cible conique par un projectile cylindrique dans le cas de l'acier HY-100. Cette configuration géométrique permet de tester le modèle dans le cas d'un état de déformation triaxiale. Les résultats obtenus sont comparés de manière qualitative avec ceux obtenus expérimentalement par Bar-On et al. [BAR,91] et Randers-Pherson et al. [RAN,95] sur l'acier 1020.

Enfin, **le dernier chapitre** est consacré à l'étude de la validité du modèle proposé dans le cas des grandes transformations. La première partie de ce chapitre est dédiée au cas de l'impact de Taylor. En utilisant les paramètres déterminés pour le cuivre OFHC dans le cas d'un d'impact plan, nous comparons les résultats obtenus numériquement par l'approche à base physique proposée avec ceux d'une part obtenus avec une formulation purement phénoménologique de type Johnson-Cook et d'autre part avec les résultats expérimentaux menés par Addressio [ADD, 93]. Cette étude a été menée à différentes vitesses d'impact pour ce matériau.

Enfin, dans la dernière partie de cette thèse, nous traitons le cas de la perforation de plaques de cuivre OFHC par un projectile de tungstène mû d'une vitesse de 1500m/s. Des résultats expérimentaux sur le cuivre sont disponibles dans la littérature [KEN, 02]). Une discussion est faite sur les difficultés liées aux grandes déformations et sur les limites majeures liées à l'impossibilité de gérer de façon simple des zones de discontinuité : carence de l'algorithme d'érosion dans lequel on supprime automatiquement les éléments, difficultés dans la gestion des nouvelles surfaces libres créées en dynamique. Nous abordons également la validité du modèle d'endommagement proposé à prédire le faciès de rupture d'une tôle lors d'un poinçonnage.





## NOTATIONS UTILISÉES



## Notations

---

$C_0$	Vitesse du son
$E$	Module d'Young
$G$	Module de cisaillement
$G_{eff}$	Module de cisaillement effectif
$\lambda$	Coefficient de Lamé
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$b$	Constante de Boltzman
$\chi$	Coefficient de Taylor-Quinney
$C_p$	Chaleur spécifique
$\rho_0$	Densité initiale
$\rho_S$	Densité actuelle
$\sigma$	Contrainte
$\sigma_0$	Contrainte à la limite d'élasticité
$\tau$	Contrainte en cisaillement
$\tau_0$	Contrainte en cisaillement à la limite d'élasticité
$S_A$	Surface
$\sigma_R$	Onde de contrainte résultante
$U_S$	Vitesse de propagation de l'onde
$U_P$	Vitesse de particule
$U_0$	Vitesse initiale du milieu
$E$	Energie du milieu
$E_0$	Energie initiale du milieu
$E_I$	Energie interne
$\Delta H$	Enthalpie
$\Delta U$	Energie d'activation
$\Delta S$	Entropie
$\nu_0$	Fréquence de vibration d'une dislocation
$\Delta U_0$	Energie de barrière pour un corps non soumis à un chargement
$\sigma_{00}$	Etat de contrainte du milieu initial
$C$	Module de compressibilité
$\Gamma$	Coefficient de Mie-Gruneisen

$\sigma_{ij}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$S_{ij}$	Tenseur déviateur des contraintes
$\sigma_e$	Contrainte équivalente
$\sigma_m$	Contrainte hydrostatique
$\sigma_0$	Contrainte à la limite d'écoulement
$\sigma_y$	Contrainte d'écoulement
$(\sigma_y)_{def}$	Contraintes d'écoulement du matériau juste avant recristallisation
$(\sigma_y)_{rec}$	Contraintes d'écoulement du matériau juste après recristallisation
$\sigma_{0e}$	Contrainte seuil en dessous de laquelle l'endommagement n'apparaît pas
$\sigma_T$	Résistance théorique à la traction
$\tau_T$	Résistance théorique au cisaillement
$J_2$	Deuxième invariant du déviateur de contrainte
$\varepsilon_{kk}$	Trace du tenseur des déformations
$\varepsilon_e^p$	Déformation plastique équivalente
$\dot{\varepsilon}_e^p$	Vitesse de déformation plastique équivalente
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	Vitesse de déformation
$\varepsilon_{ij}^p$	Déformation plastique
$\dot{\varepsilon}_{ij}^e$	Vitesse de déformation élastique
$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$	Vitesse de déformation plastique
$\dot{\varepsilon}_0$	Vitesse de déformation de référence
$\dot{\varepsilon}_{oj}$	$j = \varepsilon$ ou $j = i$ , Vitesse de déformation de référence
$\varepsilon_{eR}$	Déformation équivalente à la rupture
$\varepsilon_{11}$	Déformation selon la direction 11
$\varepsilon_{22}$	Déformation selon la direction 22
$\varepsilon_{33}$	Déformation selon la direction 33
$d\varepsilon_e^p$	Incrément de déformation équivalente
$dt$	Incrément de temps
$\theta_0$	Taux d'écrouissage initial

$m$	Sensibilité à la vitesse de déformation
$\gamma$	Déformation en cisaillement
$\dot{\gamma}$	Vitesse de déformation en cisaillement
$\dot{\gamma}_0$	Vitesse de cisaillement de référence
$\nu$	Paramètre d'adoucissement thermique
$T$	Température
$T_r$	Température de transition
$T_m$	Température de fusion
$\hat{\sigma}_a$	Contrainte athermique (Modèle « Mechanical Treshold Stress)
$\hat{\sigma}_j$	$j = \varepsilon$ ou $j = i$ , Contraintes thermiquement activées
$\hat{\sigma}_{\varepsilon s}$	Contrainte de saturation
$\hat{\sigma}_{\varepsilon s 0}$	Contrainte seuil de saturation à 0K
$\sigma_G$	Contrainte athermique (Modèle Zerilly-Armstrong)
$P_f$	Probabilité de fluctuation
$R$	Rayon de cavité
$R_C$	Rayon critique de la cavité à rupture
$R_0$	Rayon de cavité initiale
$\sigma_C$	contrainte critique de tension
$D$	Variable d'endommagement
$N$	Nombre de fissures
$\bar{V}$	volume moyen d'une microfissure par unité de volume
$V_R$	volume de cavités à rupture
$V_0$	volume de cavités initial
$\dot{N}_0$	Densité des sites de germination par unité de temps
$V_T$	Volume total relatif de cavités
$V_I,$	Volume relatif de vides préexistants dans le matériau
$V_N$	Volume relatif de cavités créées par germination
$V_G$	Volume relatif de cavités créées par croissance
$f_v$	Porosité
$\langle \rangle^+$	Partie positive au dessus du seuil



CHAPITRE I :  
Aspect théorique des problèmes de chocs

Connaître son ignorance est la  
meilleure part de la connaissance.

*Proverbe chinois*

## Table des matières

### **CHAPITRE I :**

<b>Aspect théorique des problèmes de chocs</b>	<b>23</b>
<b>I Théorie des ondes</b>	<b>24</b>
<b>I Théorie des ondes</b>	<b>25</b>
I-1 Introduction	25
I-2 Propagation des ondes élastiques dans les solides	25
I-2-1 Propagation d'une onde élastique de compression ou de traction	27
I-3 Propagation des ondes plastiques et de choc dans les solides	28
I-4 Influence de la forme de l'onde et réflexion des ondes.	32
<b>II Lois de comportement viscoplastique applicables en dynamique</b>	<b>33</b>
II-1 Généralités	33
II-2 Les lois purement phénoménologiques (lois empiriques)	36
II-3 Les lois à base physique	38
II-3-1 Théorie de mouvement des dislocations	38
II-3-2 Lois associées	38
<b>III Endommagement et rupture dynamique</b>	<b>42</b>
III-1 Introduction	42
III-2 Différents modes de ruines	44
III-4 Mécanismes de rupture	47
III-5 Modèles liés à la mécanique des milieux continus endommageables.	51
III-5-1 Modèles non couplés	51
III-5-2 Modèles couplés	54
III-5-3 Conclusion partielle	57
III-5 Critères de rupture selon une approche phénoménologique	58
III-6 Modèles basés sur une approche stochastique	62
<b>IV Conclusion</b>	<b>63</b>



## I Théorie des ondes

### I-1 Introduction

Le régime dynamique rapide se caractérise par la propagation d'ondes au sein des structures et des matériaux. En effet, un choc suffisamment intense génère des ondes de contraintes élastiques (train d'ondes élastiques) suivies d'ondes de contraintes plastiques (train d'ondes plastiques : onde de choc) entraînant des déformations plastiques sur son passage. Dans la première partie de ce chapitre, nous ne détaillerons pas toute la théorie des ondes mais nous en rappellerons les points essentiels nécessaires à ce travail. L'intensité du choc, la géométrie de la structure (conditions de propagation) et la nature du matériau joue un rôle majeur dans la résistance de celui-ci.

Le comportement plastique aux grandes vitesses de déformation des matériaux peut être décrit par de nombreuses lois de comportement disponibles dans la littérature reliant la contrainte avec la déformation, la vitesse de déformation, et souvent la température. Deux approches peuvent être retenues. La première est de type phénoménologique : les observations expérimentales sont définies à partir d'une loi empirique sans fondement physique. La seconde est de type physique. Les équations de comportement tiennent compte de l'évolution de la microstructure au cours d'une sollicitation par le biais de variables internes. La deuxième partie de ce chapitre fera une brève revue de ces lois.

Enfin, lorsque le chargement est suffisamment sévère et par interférence des ondes, la rupture dynamique du matériau peut arriver. Celle-ci est décrite par l'évolution de micro-ruptures qui sont : soit des cavités sphériques dans le cas de nombreux matériaux ductiles, soit des microfissures dans le cas de nombreux matériaux fragiles. La troisième partie sera consacrée aux différents aspects de la rupture dynamique en général et de l'écaillage en particulier.

### I-2 Propagation des ondes élastiques dans les solides

Lorsque deux corps entrent en collision, l'impact sur la cible provoque une discontinuité de vitesse qui se traduit par la création de deux ondes de choc : une onde de choc ( $C_1$ ) qui remonte le projectile de l'avant vers l'arrière, et une onde de choc ( $C_2$ ) dans la cible. Ces ondes produisent sur leur passage des mouvements de particules qui sont fonction de la répartition instantanée des contraintes.

De nombreux ouvrages sont consacrés aux ondes élastiques. [KOL, 65], [WAS, 73], [MEY, 94]. Les ondes élastiques fondamentales dans les solides sont :

- **Les ondes longitudinales (ou irrotationnelles) dans les milieux finis ou semi-infinis**

Celles-ci correspondent au mouvement des particules avant et arrière le long de la direction de la propagation d'onde. La vitesse de la particule  $U_p$  est parallèle à la vitesse de l'onde  $U$ . L'onde est dite de compression si  $U_p$  et  $U$  sont de même sens. L'onde est de tension si  $U_p$  et  $U$  sont de sens opposés. La vitesse de l'onde est donnée par l'équation :

$$U = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{[I-1]}$$

où  $E$  est le module d'Young et  $\rho$  est la densité du matériau soumis à l'onde.

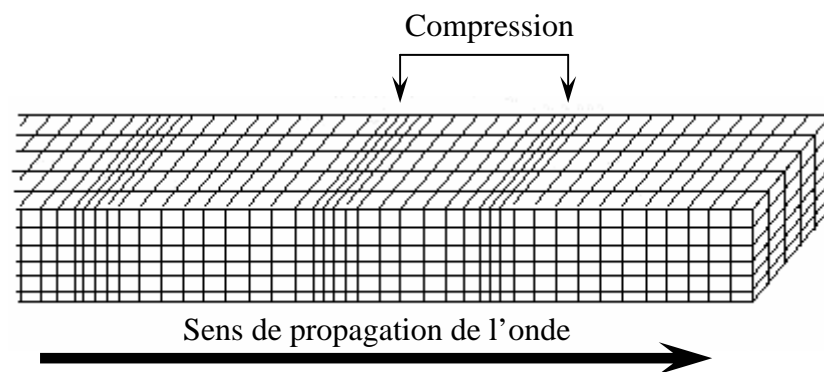


Figure I-1 : Mouvement relatif au passage d'une onde longitudinale

- **Les ondes transversales (ou de cisaillement).**

Si les mouvements des particules transportant l'onde sont perpendiculaires (transverses) à la direction de propagation de l'onde elle-même, alors nous sommes dans le cas d'ondes transversales. Il n'y a pas de changement résultant de la densité et toutes les déformations longitudinales sont nulles. La vitesse d'une onde transversale est proportionnelle au module de cisaillement :

$$U = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{[I-2]}$$

où  $G$  est le module de cisaillement et  $\rho$  est la densité du matériau soumis à l'onde.

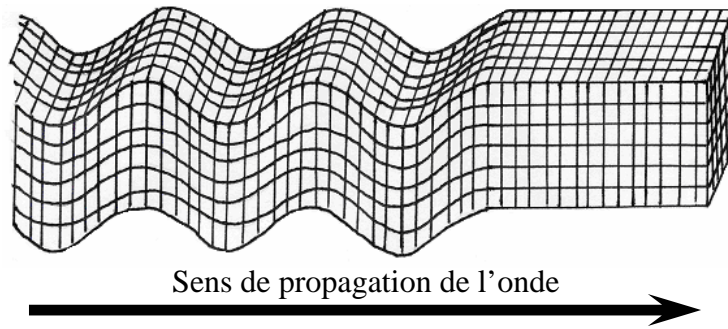


Figure I-2 : Mouvement relatif au passage d'une onde transversale

I-2-1 Propagation d'une onde élastique de compression ou de traction

Les principales études sur la propagation d'une onde longitudinale de compression ont été réalisées sur des barres cylindriques soumises à un champ de contraintes uniaxial. La figure I-3 montre une barre impactant une longue barre cylindrique à une vitesse  $V_i$ . Une onde de compression, qui se propage de gauche à droite, est produite dans la barre.

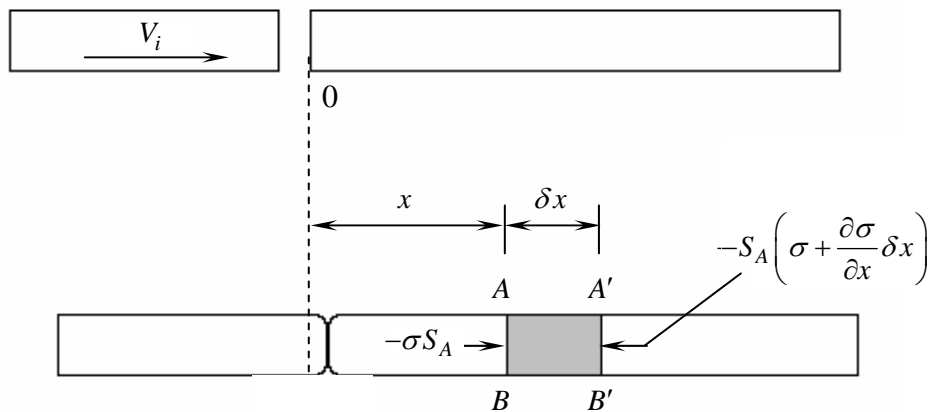


Figure I-3 : Propagation d'une onde produite lors d'un impact d'une barre courte sur une barre longue de section  $S$ .

L'équation de propagation de l'onde élastique longitudinale est obtenue à partir de la relation fondamentale de la dynamique. A l'instant  $t$ , la position du front d'onde est en  $x$ . On considère un tube de matière ayant pour section  $AB$  et  $A'B'$  qui est parcouru par une onde normale aux parois. La section  $A'B'$  est à  $x + \delta x$  de l'origine. En appliquant le principe fondamental de la dynamique sur ce tube de matière :

$$\sum F = m\gamma \quad [I-3]$$

Le bilan des forces sur  $AA'BB'$  donne :

$$\text{sur la face } AB : \quad F_{AB} = -\sigma S_A \quad [\text{I-4}]$$

$$\text{sur la face } A'B' : \quad F_{AB} = S_A \left( \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \delta x \right) \quad [\text{I-5}]$$

Ainsi, en remplaçant dans l'équation [I-3] on obtient :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad [\text{I-6}]$$

or la déformation est élastique, se référant à la loi de Hooke et en considérant la vitesse de l'onde, à partir de l'équation [I-6], on obtient l'équation différentielle générale de propagation de l'onde élastique longitudinale :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad [\text{I-7}]$$

$$\text{avec} \quad C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \quad [\text{I-8}]$$

La solution générale de cette équation est une combinaison linéaire de deux fonctions [annexe A1] :

$$u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t) = \Phi(x - C_0 t) + \Psi(x + C_0 t) \quad [\text{I-9}]$$

où  $\Phi$  et  $\psi$  représentent la propagation de deux ondes longitudinales se propageant l'une dans le sens positif de l'axe des abscisses  $x$ , et l'autre dans le sens opposé.

### I-3 Propagation des ondes plastiques et de choc dans les solides

Un choc suffisamment intense peut entraîner des déformations plastiques sur son passage. De nombreuses études ont été consacrées aux ondes plastiques et aux ondes de choc [COU, 56], [MEY, 94] et [THO, 97]. De nombreuses études théoriques ont été réalisées depuis 1940 pour la compréhension des ondes plastiques dans les solides et le développement de modèles de propagation des ondes plastiques. De nombreuses formulations mathématiques ont été

proposées incorporant les propriétés des matériaux par l'intermédiaire de lois de comportement.

On peut considérer plusieurs cas :

- ondes plastiques dans les tiges, les fils et les barres.

Dans le cas d'un impact d'une tige longue déformable contre une cible rigide : si le diamètre de la tige est petit, un état de contrainte uniaxial est établi.

- ondes plastiques dans des milieux semi-infinis.

Lorsque des déformations latérales (perpendiculaire à la direction de propagation du front de contrainte) sont nulles, un état de déformation uniaxial est établi et l'onde plastique résultante à un front d'onde sévère que l'on appelle onde de choc.

- ondes plastiques de cisaillement

Les ondes de torsions dans le cas de barres ou les ondes de cisaillement dans les milieux semi-infinis peuvent, si leur amplitude est suffisamment élevée, générer des déformations plastiques. Il est très facile de générer une onde plastique de cisaillement simultanément avec une onde de contrainte longitudinale à partir d'une tige soumise à une torsion soudaine [MEY, 94].

- ondes de choc

Prenons le cas de l'impact plan sur plan de deux plaques ayant toutes les deux une vitesse opposée  $\vec{V}_i$ . Lorsque ces deux plaques se rencontrent, les faces à l'interface de contact voient leur vitesse s'annuler instantanément. Ces faces subissent une discontinuité de la vitesse. La description de la formation des ondes de chocs a permis de dégager trois caractéristiques importantes [THO, 97] :

- la vitesse de propagation de l'onde de choc  $U_s$  est supersonique par rapport au milieu où elle se propage et subsonique par rapport à la vitesse  $U_p$  du milieu qu'elle laisse derrière elle (ou encore : - l'onde de choc rattrape les ondes soniques qui la précèdent et elle est rattrapée par les ondes soniques qui la suivent).

- l'onde de choc propage une discontinuité de la vitesse matérielle  $\Delta \vec{U} = \vec{U} - \vec{U}_0$  où  $\vec{U}_0$  est la vitesse initiale. Celle-ci entraîne des discontinuités de la pression, de la température (de l'énergie interne) et de la densité.
- la transformation thermodynamique apportée au milieu par l'onde de choc est adiabatique car elle est suffisamment rapide pour qu'il n'y ait pas d'échange de chaleur avec les milieux voisins.

Aussi, les matériaux solides soumis à un régime dynamique peuvent présenter une large gamme de comportement. Nous limiterons nos rappels à trois types de comportement :

- 1. le régime élastique (ce cas n'est pas détaillé ici)**
- 2. le régime élastoviscoplastique (ce cas sera traité au paragraphe II).**
- 3. le comportement hydrodynamique.**

Le comportement hydrodynamique s'applique aux matériaux ne supportant pas de contrainte de cisaillement ou lorsque celles-ci peuvent être négligées par rapport à la contrainte moyenne atteinte lors du choc. Le matériau est considéré comme un fluide compressible. Les caractéristiques exposées ci-dessus peuvent être décrites par les relations de Rankine-Hugoniot issues des équations de conservation de la masse et de l'énergie, et du principe fondamental de la dynamique. Ces relations permettent de relier entre elles, la pression, la vitesse de particule  $U_P$ , la vitesse de l'onde de choc  $U_S$ , la densité et l'énergie. (Pour le détail des calculs, se référer à l'ouvrage de Thouvenin [THO, 97]).

$$\left. \begin{aligned} \rho(U_S - U_P) &= \rho_0(U_S - U_0) \\ \sigma - \sigma_{00} &= \rho_0(U_S - U_0)(U_P - U_0) \\ (E - E_0)\rho_S U_S &= \sigma U_P - \frac{1}{2}\rho_0 U_S U_P^2 \end{aligned} \right\} \text{Equations de Rankine-Hugoniot} \quad [\text{I-10}]$$

où,  $\sigma_{00}$ ,  $\rho_0$ ,  $E_0$  et  $U_0$  sont respectivement la contrainte, la densité, l'énergie et la vitesse du milieu initial ;  $\sigma$ ,  $\rho_S$ ,  $E$  sont respectivement la contrainte, la densité et l'énergie interne du milieu après choc.

On parlera de polaire de choc, la courbe représentative de la relation entre la pression et la vitesse de particule  $U_p$  que l'onde de choc propage dans un milieu donné, d'état initial donné  $(\sigma_{00}, \rho_0, E_0, U_0)$ .

De plus, des courbes reliant la vitesse de choc avec la vitesse de particule appelée équation d'état EOS peuvent être obtenues expérimentalement (figure I-4). Pour beaucoup de matériaux, et en particulier pour le cuivre et l'acier, les données expérimentales ont permis d'aboutir à une relation linéaire reliant la vitesse de l'onde de choc  $U_s$  et la vitesse de particule (vitesse matérielle)  $U_p$  [MAC, 70] :

$$U_s = C_0 + S U_p \quad [I-11]$$

avec  $C_0$  la vitesse du son « isotrope » dans le matériau (mesurable par ultrason),  $S$  est un paramètre empirique disponible dans la littérature [MEY, 94].

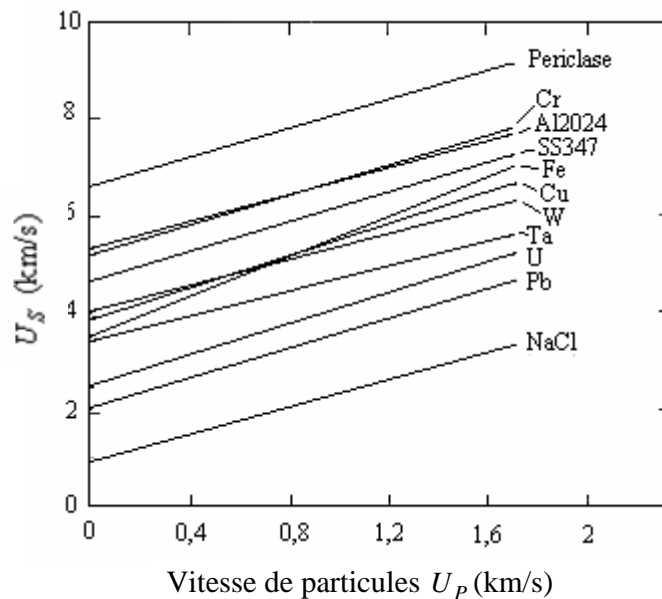


Figure I-4 : Courbes d' $U_s - U_p$  mesurées expérimentalement pour différents matériaux. (Meyers (1994) [MEY, 94])

D'autres équations d'état peuvent être utilisées. Dans le cas d'un régime hydrodynamique (cas des hautes pressions), la dynamique des matériaux solides peut être étudiée par de nombreuses équations d'état [COZ, 94]. La plus usitée est la relation de Mie-Grüneisen

(obtenue à partir de l'étude statistique des vibrations du réseau cristallins [THO, 97]) [MEY, 94] qui s'écrit sous la forme :

$$P_s = C \left( \frac{\rho_s}{\rho_0} - 1 \right) + \Gamma \rho_s E_I \quad [\text{I-12}]$$

où  $C$  est le module de compressibilité ( $C = \rho_0 C_0^2$ ),  $\Gamma$  est le coefficient sans dimension de Grüneisen qui rend compte de la relation entre les fréquences propres de vibration et le volume,  $E_I$  est l'énergie interne,  $\rho_s$  est la densité actuelle et  $\rho_0$  est la densité initiale. Le terme  $\frac{\rho_s}{\rho} - 1$  peut être apparenté à la déformation volumétrique  $-\frac{\varepsilon_v}{1 + \varepsilon_v}$ .

#### I-4 Influence de la forme de l'onde et réflexion des ondes.

A l'interface<sup>1</sup> de deux milieux, en contact plan sur plan, les conditions aux limites s'expriment par la continuité du déplacement des particules, la continuité de la vitesse matière et la continuité des contraintes en tout point de celle-ci. L'écriture des équations de continuité à l'interface permet de montrer que les conditions de réflexion et de transmission à cette interface dépendent de leurs impédances mécaniques [COZ, 94]. Etudions le cas d'une onde rectangulaire.

Considérons une onde incidente de compression rectangulaire telle que la montre la figure I-2. On suppose que la contrainte reste constante au passage de l'onde. On considère deux cas : soit l'onde se réfléchit sur une surface libre<sup>2</sup> (figure I-5(a)) en incidence normale, soit l'onde se réfléchit sur une surface rigide (figure I-5(b)).

Dans le cas d'une surface libre (figure I-5(a)), il n'y a aucune réfraction de l'onde. Lorsqu'une contrainte de compression incidente rencontre une surface libre, elle se réfléchit totalement en onde de traction (la contrainte change de signe), la vitesse de particule ne change pas de signe et vice versa. La réflexion en onde de traction annule la contrainte de compression incidente. Cependant, lorsqu'une onde de compression incidente rencontre une surface rigide (figure 5(b)), l'inverse se produit, la contrainte ne change pas de signe, l'onde réfléchie est une onde de compression et la direction de la vitesse de l'onde est inversée.

---

1 L'interface est la surface séparant deux milieux

2 Surface d'un milieu n'ayant pas d'autres contraintes que celle d'une onde provenant de ce milieu, donc située dans le vide ou l'air dans des conditions normales.



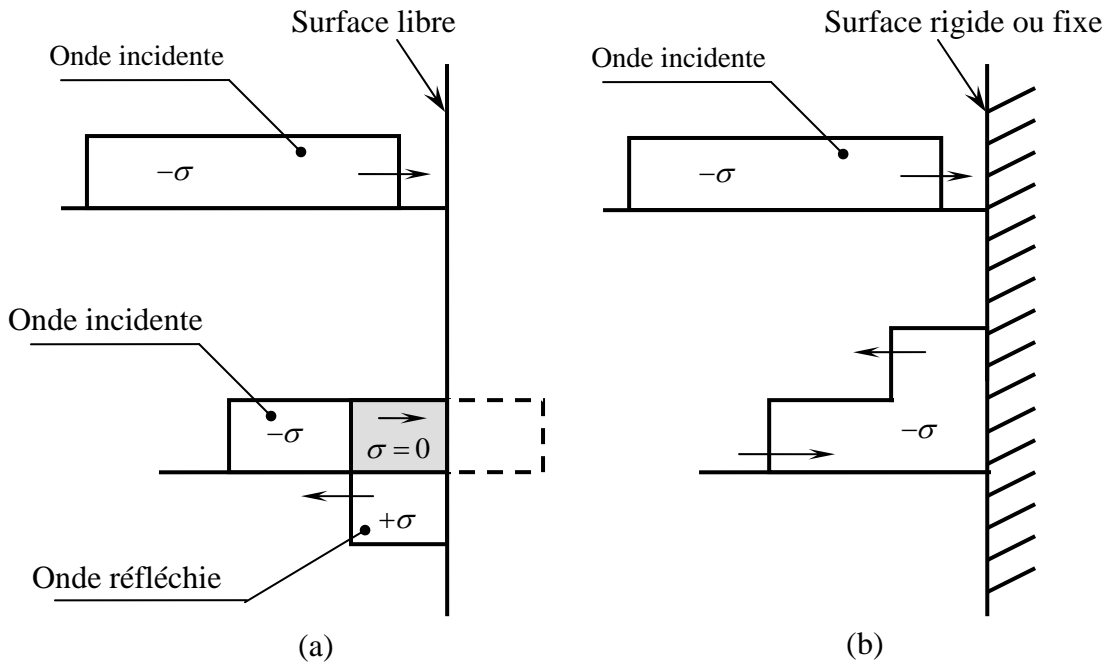


Figure I-5 : Réflexion d'une onde de contrainte rectangulaire en incidence normale sur une surface libre et une surface rigide.

Le détail des conditions de transmission et de réflexion entre deux milieux différents est détaillé dans l'ouvrage de Thouvenin [THO, 97].

Ces conditions de transmission et de réflexion des ondes s'avèrent importantes sous chargement dynamique dans la mesure où, lorsque deux ondes de traction issues de la réflexion de deux ondes de compression sur des surfaces libres peuvent créer des zones de rupture sévère dont une description est faite au paragraphe III.

## II Lois de comportement viscoplastique applicables en dynamique

Le comportement des métaux en grandes vitesses de déformation est élastoviscoplastique avec endommagement jusqu'à rupture. Nous nous concentrons dans cette partie sur les lois de comportement valables aux grandes vitesses de déformation en régime élastoviscoplastique.

### II-1 Généralités

La modélisation de problèmes de choc s'effectue selon plusieurs étapes. La décomposition des effets élastiques et plastiques se traduit par la partition des déformations élastiques  $\varepsilon_{ij}^e$  et

plastiques  $\varepsilon_{ij}^p$  sous forme additive des vitesses. Ensuite, les dérivées par rapport au temps sont des dérivées particulières. En vitesse, on a :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad [\text{I-13}]$$

L'élasticité des matériaux considérés est gouvernée par la loi de Hooke dans le cas isotrope :

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G\dot{\varepsilon}_{ij} + \lambda\delta_{ij}\dot{\varepsilon}_{kk} \quad [\text{I-14}]$$

où  $\dot{\sigma}_{ij}$  sont les composantes du tenseur des vitesses de contraintes de Cauchy,  $G$  est le module de cisaillement,  $\lambda$  est le coefficient de Lamé, et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

Au delà d'un certain seuil de sollicitation, la déformation, de réversible (élastique) devient irréversible (plastique). Ce seuil peut être le même quelle que soit la direction de sollicitation, ou différent. Dans le premier cas, on parle de plasticité isotrope, dans le second de plasticité anisotrope. L'ensemble des seuils définissant le domaine d'élasticité forme une surface, dite surface de charge. Cette surface peut être décrite par une fonction  $f$  dans l'espace des contraintes telle que  $f(\sigma_{ij}, \alpha_k)=0$ . Dans notre cas, on se limitera à un critère isotrope. Aussi, pour un matériau incompressible, le critère de plasticité le plus employé pour les matériaux métalliques est le critère quadratique de Von Mises :

$$f = \sigma_e - \sigma_y \quad \text{où} \quad \sigma_e = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij} : S_{ij}} \quad \text{avec} \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad [\text{I-15}]$$

où  $\sigma_e$  est la contrainte équivalente,  $S_{ij}$  est le tenseur déviateur des contraintes,  $\sigma_{kk}$  est la trace du tenseur des contraintes,  $J_2$  est le deuxième invariant de  $S_{ij}$ . De nombreux critères isotropes et anisotropes existent. Ces critères définissent la limite d'élasticité initiale, et non son évolution. Il reste à modéliser cette évolution lorsqu'il y a écoulement plastique. Autrement dit, il reste à intégrer, de manière plus ou moins physique l'influence du mouvement des dislocations, et de leur blocage sur des obstacles tels que des précipités. Ces effets de la microstructure conduisent globalement à un durcissement et modifient la forme de la surface seuil. On parle d'écrouissage.

De la règle de normalité et de la condition de cohérence, on déduit, après calculs, la relation contrainte-déformation correspondant à un matériau suivant le critère de Von Mises avec écrouissage isotrope. C'est la relation de Prandtl-Reuss :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{\sigma_y} S_{ij} \quad [\text{I-16}]$$

On définit par  $\dot{\varepsilon}_e^p$ , la vitesse de déformation plastique équivalente, telle que :

$$\dot{\varepsilon}_e^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p} \quad [\text{I-17}]$$

$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  est la vitesse de déformation plastique. La déformation plastique équivalente s'écrit :

$$\varepsilon_e^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_e^p dt \quad [\text{I-18}]$$

La contrainte d'écoulement  $\sigma_y$  peut être constante : dans ce cas, on parle de matériau parfaitement plastique. Généralement,  $\sigma_y$  dépend de la déformation plastique : le matériau est écrouissable. L'écrouissage peut être décrit directement en exprimant la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation plastique et d'autres paramètres représentatifs. Ces derniers peuvent être de type phénoménologique (exposant d'écrouissage  $n$ ) ou plus physique (nous traiterons ce cas plus tard dans ce chapitre). L'écrouissage peut aussi être décrit en modifiant l'expression du potentiel plastique, dans un cadre thermodynamique rigoureux.

La surface de charge d'un matériau déformable plastiquement est affectée par l'écrouissage. L'écrouissage isotrope, lié à la densité de dislocations et à leur blocage, correspond à la dilatation affine de cette surface tandis que l'écrouissage cinématique se traduit par la translation dans l'espace des contraintes de la surface de charge. L'écrouissage isotrope est pris en compte dans la majorité des problèmes de chocs. L'écrouissage cinématique est par contre souvent négligé. Il reste à se donner une relation entre la contrainte au sens de Von Mises et la déformation plastique, la température, la vitesse de déformation et les variables d'écrouissages. Aussi, dans les paragraphes suivants, nous nous concentrerons sur la

modélisation de la plasticité isotrope avec écrouissage isotrope. Deux approches, l'une phénoménologique, l'autre heuristique, sont détaillées ci après.

## II-2 Les lois purement phénoménologiques (lois empiriques)

Le modèle de viscoplasticité de Johnson-Cook [JOH, 83] est valable sur une gamme de vitesse de déformation allant de  $10^3$  à  $10^5$  s<sup>-1</sup>. Il exprime l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température par une approche phénoménologique à l'aide d'une expression multiplicative s'exprimant suivant la forme :

$$\sigma_y = \left( A + B(\varepsilon_e^p)^n \right) \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left( 1 - \left[ \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right]^m \right) \quad [\text{I-19}]$$

A, B, C,  $n$  et  $m$  sont des paramètres de matériaux,  $\varepsilon_e^p$  est la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}_e^p$  est la vitesse de déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}_0$  est la vitesse de déformation de référence qui est couramment égale à 1 s<sup>-1</sup>,  $T_r$  est la température de référence et  $T_m$  est la température de fusion.

Le modèle de Johnson-Cook est purement phénoménologique et ne prend pas en compte les effets d'histoire. Il est adapté aux problèmes de plasticité dynamique et a l'avantage d'être implémenté en standard dans de nombreux codes de calcul par éléments finis (Abaqus, LS Dyna, Radioss....)

En 1994, Andrade et al. [AND, 94] ont modifié le modèle de Johnson-Cook pour y incorporer la recristallisation<sup>3</sup> dynamique à haute températures à travers une fonction  $H(t)$  telle que :

$$\sigma_y = \left( A + B(\varepsilon_e^p)^n \right) \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left( 1 - \left[ \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right]^m \right) H(T) \quad [\text{I-20}]$$

avec :

---

<sup>3</sup> Recristallisation : apparition au cours du recuit de nouveaux grains qui remplacent les grains écrouis [FRA,91]  
 Recristallisation dynamique : recristallisation au cours de la déformation [FRA, 91]

$$H(T) = \frac{1}{1 - \left[ 1 - \frac{(\sigma_y)_{rec}}{(\sigma_y)_{def}} \right] u(T)} \quad [\text{I-21}]$$

où  $u(T)$  est une fonction de température définie comme :

$$u(T) = \begin{cases} 0 & \text{pour } T < T_c \\ 1 & \text{pour } T > T_c \end{cases} \quad [\text{I-22}]$$

$T_c$  est la température à laquelle le phénomène critique de recristallisation arrive (recristallisation dynamique, transformation de phase etc.),  $(\sigma_y)_{def}$  et  $(\sigma_y)_{rec}$  sont respectivement les contraintes d'écoulement du matériau juste avant et juste après la recristallisation.

Molinari et Clifton [MOL, 83], Klopp et al. [KLO, 85] ont décrit une loi puissance applicable sous chargement dynamique où la contrainte de cisaillement s'exprime sous la forme :

$$\tau = \tau_0 \left( \frac{\gamma_e^p}{\gamma_0} \right) \left( \frac{\dot{\gamma}_e^p}{\dot{\gamma}_0} \right)^m \left( \frac{T}{T_0} \right)^\nu \quad [\text{I-23}]$$

où  $\tau$  est la contrainte en cisaillement,  $\gamma$  est la déformation en cisaillement,  $\gamma_0$  est la déformation à l'écoulement dans le cas d'un simple test de cisaillement en quasi-statique à  $\dot{\gamma}_0 = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ ,  $\nu$  le paramètre d'adoucissement thermique, et  $n$  et  $m$  sont respectivement le paramètre d'écrouissage et la sensibilité à la vitesse.

Enfin, le modèle suivant fut proposé et utilisé avec succès pour le comportement du cuivre soumis à des chargement dynamiques par Campbell [CAM, 77] :

$$\tau = A\gamma^n \left[ 1 + m \ln \left( 1 + \frac{\dot{\gamma}}{B} \right) \right] \quad [\text{I-24}]$$

où  $A$ ,  $B$ ,  $m$ ,  $n$  sont des paramètres matériaux.

## II-3 Les lois à base physique

### II-3-1 Théorie de mouvement des dislocations

Dans ces approches, l'idée est d'intégrer les phénomènes physiques dans l'expression de la contrainte d'écoulement. Les métaux sont composés de cristaux qui contiennent des défauts : les dislocations (qui peuvent se déplacer). Dans le cas de la plasticité, l'évolution de la contrainte résulte des effets de l'écroutissage, c'est à dire des effets des dislocations bloquées par des obstacles (par exemple des précipités).

### II-3-2 Lois associées

Dans le cadre d'applications dynamiques, les deux modèles les plus courants sont les modèles de Zerilli-Amstrong [ZER, 87-90-92] et le modèle « Mechanical Threshold Stress » de Follansbee et Kocks [FOL, 88]. Ce sont ces deux modèles que nous présentons ci-dessous. On peut aussi se reporter aux travaux de Nemat-Nasser [NEM, 98a et b] ou de Estrin et al. [EST, 98] pour une étude complémentaire.

- Modèle de Zerilli-Amstrong

Le modèle de Zerilli-Amstrong [ZER, 87] est très adapté aux grandes vitesses de déformation. C'est un modèle qui est basé sur la théorie des dislocations. Il permet de ce fait de distinguer les différents types de matériau (CC, CFC, ...) dans la mesure où les phénomènes en jeu dans le blocage ou le mouvement des dislocations sont étroitement liés à la structure intime du matériau.

La contrainte d'écoulement s'écrit :

$$\sigma_y = \sigma_G + c_2 \varepsilon_e^{p/2} \exp(-c_3 T + c_4 T \ln \dot{\varepsilon}_e^p) \quad \text{pour les matériaux CFC} \quad [\text{I-25}]$$

$$\sigma_y = \sigma_G + c_1 \exp(-c_3 T + c_4 T \ln \dot{\varepsilon}_e^p) + c_5 \varepsilon_e^p \quad \text{pour les matériaux CC} \quad [\text{I-26}]$$

$c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  et  $c_4$  sont des constantes caractéristiques du matériau,  $\sigma_G$  est la contrainte athermique. La principale différence entre les deux équations citées précédemment réside dans le fait que la déformation plastique est découplée de la vitesse de déformation et de la température pour les métaux CC. Ce modèle est plutôt réservé aux applications dynamiques.

- Modèle MTS «Mechanical Threshold Stress »

Cette approche prend en compte le mouvement des dislocations via une variable d'état interne appelée «Mechanical Threshold Stress » ou contrainte mécanique seuil et est valable sur une large gamme de vitesse de déformation allant  $10^{-4}$  à  $10^5 \text{ s}^{-1}$ . Le détail de ce modèle est détaillé par Follansbee et Kocks [FOL, 88] pour le cas du cuivre et par Goto et al. [GOT, 00-01] pour le cas de l'acier HY-100.

La contrainte mécanique seuil est définie comme la contrainte d'écoulement pour une structure (des dislocations) donnée. Elle est utilisée comme variable d'état interne, c'est-à-dire que dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, elle modélise à l'échelle macroscopique un mécanisme microscopique et est notée  $\hat{\sigma}$ . Elle s'exprime comme une fonction additive de deux contraintes :

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_a + \sum \hat{\sigma}_j \quad \text{[I-27]}$$

$\hat{\sigma}_a$  est la composante athermique liée à l'interaction avec les obstacles à interaction longue distance et est indépendante de la vitesse de déformation,  $\hat{\sigma}_i$  sont les composantes liées à l'activation thermique. Elle est dépendante du taux de déformation.

La relation entre la contrainte d'écoulement et la contrainte seuil est donnée par la relation :

$$\sigma_y = \hat{\sigma}_a + \hat{\sigma}_\varepsilon S_\varepsilon(\dot{\varepsilon}_e^P, T) + \hat{\sigma}_i S_i(\dot{\varepsilon}_e^P, T) \quad \text{[I-28]}$$

avec  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  qui est la composante thermique liée à l'interaction avec des obstacles à interaction courte distance et  $\hat{\sigma}_i$  qui est la composante thermique liée à l'interaction avec des obstacles de types atomes interstitiels ou des solutés ; les contraintes  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  et  $\hat{\sigma}_i$  sont dépendantes de la vitesse de déformation.

Le facteur  $S_j$  (où  $j = \varepsilon$  ou  $j = i$ ) est inférieur à 1 : il exprime que, à une température non nulle, la contrainte d'écoulement est abaissée du fait de l'activation thermique qui permet aux dislocations de passer les obstacles tels que d'autres dislocations.  $S_j$  est fonction de la vitesse de déformation équivalente plastique  $\dot{\varepsilon}_e^P$  et de la température T (la composante athermique  $\hat{\sigma}_a$  reste inchangée). Comme le mécanisme contrôlant la déformation est un mécanisme d'activation thermique, la cinématique du passage des obstacles est une fonction de type

Arrhénius où l'énergie d'activation est une fonction du module de cisaillement, de l'amplitude du vecteur de Burgers  $b$  et de deux constantes  $p$  et  $q$  qui caractérise la forme de l'obstacle [FOL, 88] et [GOT, 00]. Après calcul, la contrainte d'écoulement est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_y = \underbrace{\hat{\sigma}_a + \hat{\sigma}_\varepsilon \left( 1 - \left[ \frac{kT \ln(\dot{\varepsilon}_{0\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_e^p)}{g_{o\varepsilon} G_{eff} b^3} \right]^{1/q_\varepsilon} \right)^{1/p_\varepsilon}}_{\text{Cas du cuivre OFHC}} + \underbrace{\hat{\sigma}_i \left( 1 - \left[ \frac{kT \ln(\dot{\varepsilon}_{0i} / \dot{\varepsilon}_e^p)}{g_{oi} G_{eff} b^3} \right]^{1/q_i} \right)^{1/p_i}}_{\text{Cas de l'acier HY-100}} \quad [\text{I-29}]$$

Dans l'équation ci-dessus,  $g_{oj}$  (où  $j = \varepsilon$  ou  $j = i$ ) est introduit pour normer l'énergie d'activation,  $\dot{\varepsilon}_{0\varepsilon}$  et  $\dot{\varepsilon}_{0i}$  sont les vitesses de déformation de référence,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température et  $G_{eff}$  est le module de cisaillement efficace. Ainsi, la contrainte d'écoulement est une fonction de la contrainte seuil, de la vitesse de déformation et de la température.

La forme utilisée de la loi de comportement pour le cas de l'acier HY-100 permet de prendre en compte par l'intermédiaire de  $\hat{\sigma}_i$ , les obstacles de type atomes interstitiels ou les solutés.

L'écroissage résulte quant à lui d'un équilibre entre l'accumulation de dislocations et la restauration dynamique. Il est exprimé en terme d'un taux d'écroissage, noté  $\theta$ . Le taux d'écroissage pour le cuivre OFHC est donné par la relation :

$$\theta = \frac{d\hat{\sigma}_\varepsilon}{d\varepsilon_e^p} = \theta_0 (1 - F(X)) \quad \text{avec} \quad F(X) = \frac{\tanh(\alpha X)}{\tanh \alpha} \quad \text{et} \quad X = \frac{\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_a}{\hat{\sigma}_{\varepsilon s} - \hat{\sigma}_a} \quad [\text{I-30}]$$

où  $\theta_0$  est le taux d'écroissage initial qui vaut  $G/20$  pour la majorité des métaux,  $\alpha$  est un paramètre empirique,  $\hat{\sigma}_{\varepsilon s}$  est la contrainte de saturation dépendante de la température et est sensible à la vitesse de déformation.



Dans le cas de l'acier HY-100, la forme du taux d'érouissage est donnée par la relation suivante :

$$\theta = \frac{d\hat{\sigma}_\varepsilon}{d\varepsilon_e^p} = \theta_0 \left\{ 1 - \tanh\left(\alpha \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\varepsilon s}}\right) \right\} + \theta_{IV} \tanh\left(\alpha \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\varepsilon s}}\right) \quad [\text{I-31}]$$

où  $\hat{\sigma}_{\varepsilon s}$  est la contrainte dite de saturation et est donnée par l'expression :

$$\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{\varepsilon so}}{\dot{\varepsilon}_e^p}\right) = \frac{Gb^3 g_{\varepsilon so}}{kT} \ln\left(\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon s}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon so}}\right) \quad [\text{I-32}]$$

Ici,  $\dot{\varepsilon}_{\varepsilon so}$  et  $b$  sont constantes,  $\hat{\sigma}_{\varepsilon so}$  représente la contrainte seuil de saturation à 0°K et correspond à la contrainte à taux d'érouissage nul. La forme proposée par Follansbee et Kocks [FOL, 88] permet de rendre compte de la saturation du taux d'érouissage avec la contrainte et la déformation. Plus précisément, d'après Tanner et al. [TAN, 99], la tangente hyperbolique permet d'approcher la forme de Voce (Equation[I-30]) qui prend en compte la diminution de la vitesse d'érouissage avec la vitesse de déformation et sature du fait du recouvrement dynamique.

Dans ce modèle, on calcule la contrainte de saturation via l'équation [I-32] puis on calcule la contrainte mécanique seuil MTS à partir de l'équation d'érouissage [I-30] pour le cuivre [I-31] ou pour le cas de l'acier HY-100 (acier fortement allié). Enfin, la contrainte d'écoulement est dérivée de l'équation[I-29].

Dans le cas adiabatique, l'incrément de température se déduit de la relation suivante qui exprime la conservation de l'énergie :

$$\Delta T = \frac{\chi}{\rho C_p} \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad [\text{I-33}]$$

où  $\chi$  est le coefficient de Taylor-Quinney. Typiquement, pour les métaux,  $\chi = 0,9$  et  $\rho$  et  $C_p$  sont respectivement la densité et la chaleur spécifique.

### III Endommagement et rupture dynamique

#### III-1 Introduction

On a vu précédemment que lorsque le choc était suffisamment intense, le matériau est déformé plastiquement au passage des ondes de chocs. Les conditions de transmission et de réflexion de ces ondes peuvent mener à une dégradation rapide jusqu'à rupture de la structure à la conjonction de deux ondes de contraintes en tension se propageant en sens inverse

Dans un premier temps, une distinction importante est à faire entre endommagement et rupture : l'endommagement décrit des phénomènes de création de nouvelles surfaces qui à l'échelle des liaisons atomiques apparaissent selon deux mécanismes : le clivage et la cavitation au sein d'un matériau soumis à une sollicitation. La théorie de l'endommagement s'applique jusqu'à l'amorçage de fissures macroscopiques comme le montre la figure I-6.

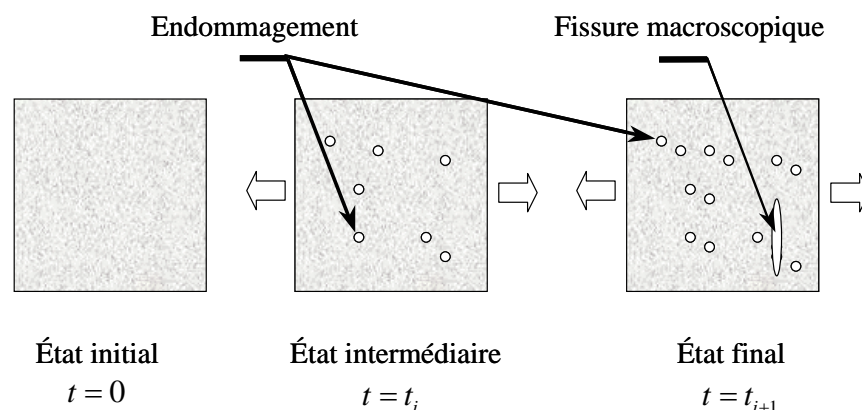


Figure I-6 : Endommagement ductile d'un matériau sous sollicitation mécanique

On parle de la rupture après l'amorçage de fissures macroscopiques comme cela est représentée sur la figure I-7. C'est à ce moment que les fissures se propagent.

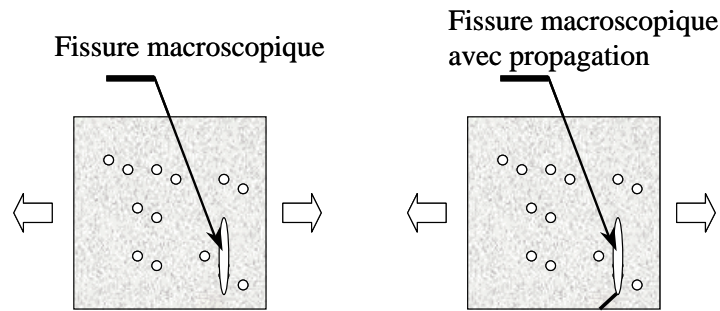


Figure I-7 : Rupture d'un matériau sous sollicitation mécanique

La rupture du matériau peut être envisagée suivant deux approches. D'une part par une approche découplée où l'on définit un critère de rupture qui une fois atteint par le matériau (qui suit une loi de comportement élastoviscoplastique sans endommagement) aura sa raideur annulée. La dégradation est brutale (réponse binaire). D'autre part par une approche couplée où l'endommagement est intégré dans la loi de comportement, ce qui permet de décrire une dégradation progressive. Lorsque le critère de rupture est atteint, la raideur est annulée plus ou moins brutalement [POI, 00].

Si l'endommagement est intégré, plusieurs approches existent :

- approche phénoménologique
- approche à base physique.

Néanmoins, l'endommagement peut être pris en compte selon deux manières :

- soit en le considérant comme une évolution de défauts de type micro cavités, on s'attachera dans ce cas à modéliser la germination, la croissance et la coalescence de micro cavités.
- soit en regardant l'apparition d'instabilités (dues ou non à l'apparition de microcavités) des équations d'équilibres, induisant ainsi une localisation de la déformation. On parle de striction localisée ou diffuse (bandes de cisaillement adiabatique). On ne traitera pas ce cas dans ce travail.

### III-2 Différents modes de ruines

En se limitant aux cas des métaux, plusieurs modes de ruines peuvent survenir lors de l'impact à grande vitesse d'un projectile sur une cible :

#### 1. L'écaillage

L'écaillage est un phénomène dû à l'effet des ondes de chocs. Lorsqu'on projette une plaque d'épaisseur finie sur une cible à grande vitesse, ce processus d'endommagement peut se produire lorsqu'une onde de choc, suivie d'ondes de détentes ( $C^+$ ), se réfléchit à la surface libre du milieu, créant des ondes de détentes ( $C^-$ ) qui interfèrent avec le faisceau ( $C^+$ ) incident (figure I-8). Ainsi, la conjonction des deux faisceaux fait rompre le solide en deux parties (deux lèvres) qui se séparent l'une de l'autre : c'est l'écaillage normal (Photo P1). C'est un mécanisme irréversible, dès que le vide apparaît, les lèvres s'écartent. On peut dans certain cas décoller « une assiette arrière » (Photo P2) qui peut s'avérer très meurtrière si cela se produit sur un blindage. Cependant, dans certains cas, l'écaillage peut présenter un aspect particulier : celui-ci ne se manifeste plus par l'ouverture de deux lèvres en un plan bien défini de la cible mais par la pulvérisation d'une tranche de matière d'épaisseur finie.

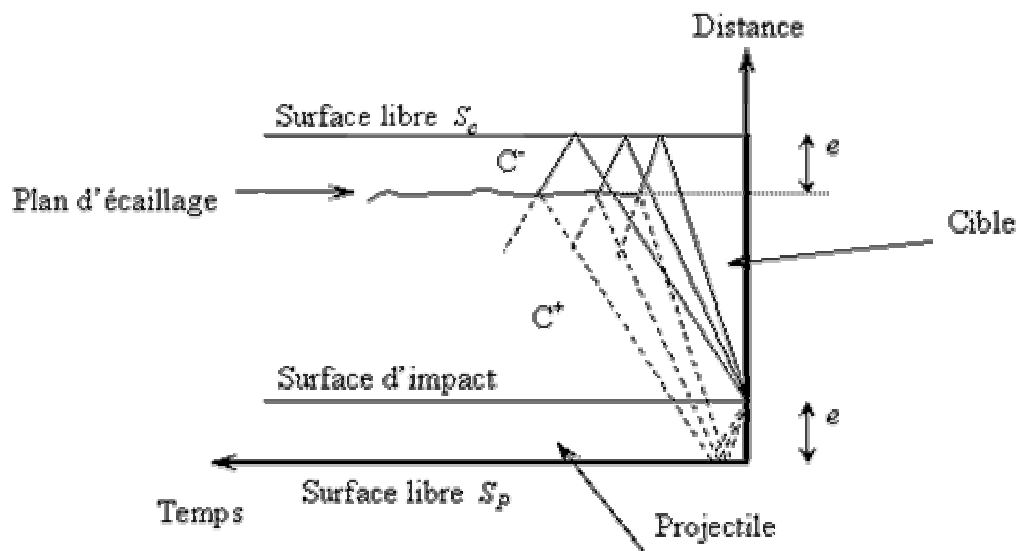


Figure I-8 : Description de l'interaction des ondes de contrainte dans une cible par le diagramme de Lagrange dans le cas d'un impact plan.



Photo P1 : Ecaillage normal (Photographie de l'institut franco-allemand de Saint-Louis)

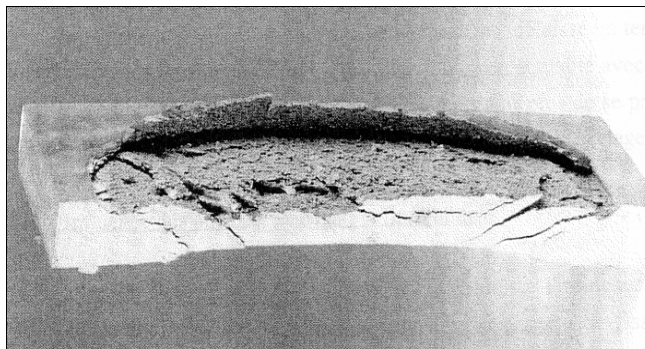


Photo P2: Ecaillage arrière. (Photographie extraite de Gailly [GAI, 96])

Nous étudierons au troisième chapitre un problème d'impact plan entraînant l'apparition du phénomène d'écaillage.

## 2. Rupture en pétale

Ce mode d'endommagement peut apparaître lors de la pénétration d'un projectile dans une plaque mince de matériaux tel que le montre la figure I-9. Ce mécanisme apparaît plutôt sur des matériaux ductiles sous l'effet de l'effort de flexion qui s'exerce sur la face arrière de la cible. La rupture part de l'axe de pénétration et s'étend dans plusieurs directions pour former des pétales.

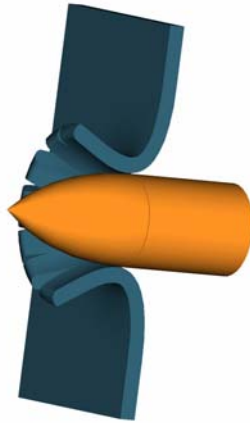


Figure I-9 : Rupture en pétale

### 3. Poinçonnage

Le mode de rupture par poinçonnage apparaît lorsqu'un projectile perce une plaque mince à une vitesse inférieure à 1000m/s. Le cratère a juste le diamètre du projectile tel que le montre la figure I-10. Le projectile vient cisailé la plaque exactement à la manière d'un poinçon

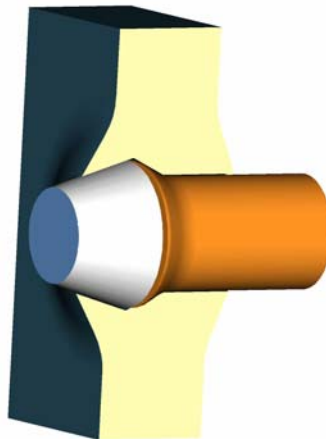


Figure I-10 : Rupture par poinçonnage

### 4. Cisaillement adiabatique

Ce phénomène intervient lorsqu'en un point précis l'adoucissement thermique l'emporte sur l'écroutissage : il se produit une localisation de la déformation plastique. Cette déformation rapide et importante du matériau va donc élever localement la température, ce qui augmentera l'adoucissement et favorisera le cisaillement. Ce phénomène s'auto entretient tant que l'on maintient le chargement. Selon l'intensité du cisaillement et suivant le matériau, la bande de cisaillement (figure I-11) ne fera que déformer le métal ou favoriser une transformation de

phase (ou changement de microstructure dû à la recristallisation). Selon Gailly [GAI, 96], ce mode de ruine est reconnu en balistique pour être très néfaste pour les blindages qui le subissent.

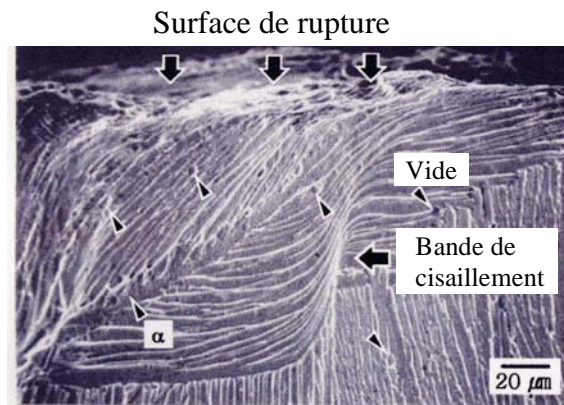


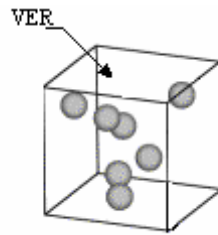
Figure I-11 : Micrographie d'une bande de cisaillement dans un alliage de titane Ti-6Al-4V (micrographie extraite de Dong-Geun et al. [DON, 03])

#### 5. Influence des ondes de choc sur la fissuration

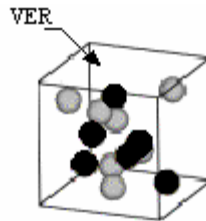
L'étude de l'influence des ondes de chocs et des ondes réfléchies dans l'apparition et le développement de fissures ont permis de montrer que des fissures secondaires étaient créées juste avant le passage du projectile lorsque les ondes réfléchies viennent interagir avec le fond du cratère. Une description détaillée de ce processus se trouve dans la thèse de Gailly [GAI, 96].

### III-4 Mécanismes de rupture

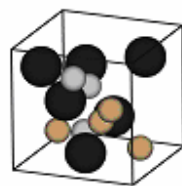
Les microdommages auront l'aspect soit de microvides dans le cas de matériaux ductiles, soit de microfissures dans le cas de matériaux fragiles [HAN, 98]. Ceux-ci augmenteront en fonction de l'intensité et la durée du chargement. Les matériaux ductiles peuvent subir d'importantes déformations plastiques. Le processus qui mène ces matériaux à la rupture peut être décrit par trois principaux mécanismes qui sont : la germination, la croissance et la coalescence de microcavités. [Figure I-12(a, b, c)]. Sous sollicitation dynamique, l'écaillage apparaît selon le processus décrit précédemment. Les déformations plastiques sont élevées avant rupture.



(a) : Volume relatif de vides préexistants avant chargement.



(b) : Volume relatif de vides préexistants et volume relatif de vides créés par germination.



(c) : Croissance du volume relatif de vides préexistants et créés par germination.

Figure I-12 : Evolution de l'endommagement.

La coalescence des microcavités s'effectue selon plusieurs mécanismes qui seront décrits dans le paragraphe suivant. Les microcavités peuvent se regrouper en une seule microcavité suivant différents processus.

Dans le cas fragile, les microdéfauts s'amorcent et se propagent très rapidement sans déformation plastique appréciable. C'est pourquoi l'endommagement de type ductile (respectivement fragile) est dit gouverné par la déformation (respectivement la contrainte) [RAJ, 88].

Le processus d'endommagement s'effectue selon 3 mécanismes :

- La germination survient au niveau de sites privilégiés :



- au niveau des défauts préexistants (vides)
- par décohésion ou par rupture de précipités durs (précipités de mise en solution par traitements thermiques) ou aux interfaces d'inclusions de seconde phase [BOR, 01]. La germination correspondante est pilotée par la composante hydrostatique de la contrainte macroscopique. D'autre part des cavités se forment lorsque la déformation de la matrice atteint une déformation limite, dans ce cas la germination correspondante est pilotée par la déformation plastique « moyenne » de la matrice
- naît des glissements des joints de grains dans les polycristaux
- au niveau des hétérogénéités submicroscopiques telles que celles générées par le mouvement des dislocations. Lorsque le glissement de ces dislocations est empêché, l'empilement de celles-ci peut entraîner la création de microvides ou de microfissures par des mécanismes comme ceux décrits par McClintock [MCL, 66] Zener [ZEN, 49], Stroh [STR, 55a et b] et Cottrell [COT, 58]. Un écoulement plastique est nécessaire pour ce type de germination.

● La croissance de microcavités ou de microfissures.

Elle apparaît comme une continuation du processus de germination. Elle résulte de l'augmentation de la taille de celles-ci [HAN, 99]. Leurs taux de croissance sont étroitement liés à la contrainte hydrostatique, souvent pris en compte via le taux de triaxialité des contraintes  $\sigma_m/\sigma_e$ , où  $\sigma_m$  est la contrainte hydrostatique et  $\sigma_e$  la contrainte équivalente de Von Mises. Le volume et la forme des microcavités sont modifiés.

● La coalescence

La coalescence des cavités provoque la rupture finale. La plupart des modèles supposent un des deux mécanismes suivants :

- soit par empiètement direct des cavités comme le montre la figure I-13

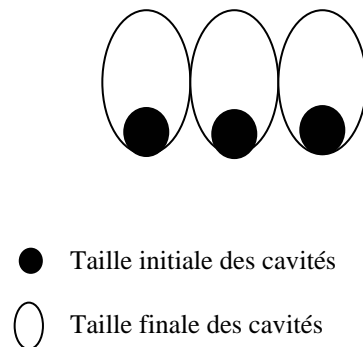


Figure I-13 : Coalescence par empiètement direct des cavités

- soit par l'apparition de bandes de localisation de la déformation entre les cavités (Figure I-14)

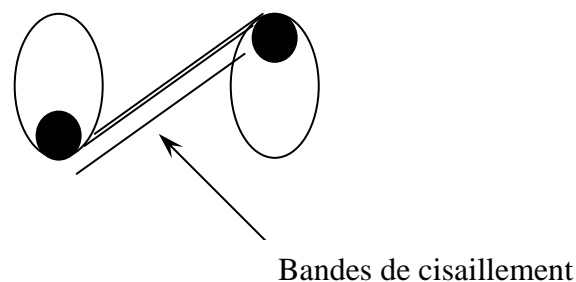


Figure I-14 : Coalescence par localisation

Cette troisième phase est délicate à modéliser dans la mesure où l'interaction entre vides, de tailles et de distributions plus ou moins complexes, est de plus en plus forte. Pour le cuivre, le phénomène observé est une coalescence directe (sans localisation préalable entre les vides) lors d'un impact.

Chacune des trois phases est à modéliser le plus finement possible. Celles-ci peuvent être analysées à des degrés divers par une approche micromécanique. La figure I-15 montre l'état microscopique d'un cuivre où apparaissent la germination et la croissance de vides.

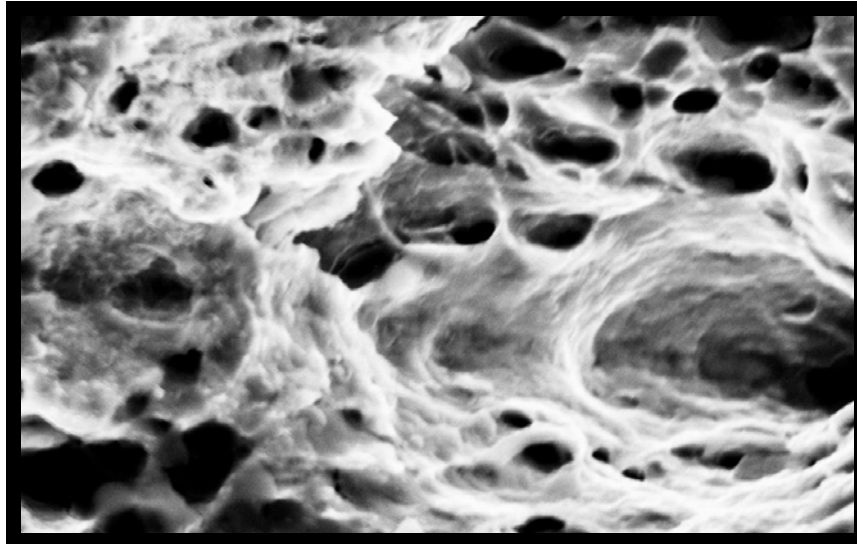


Figure I-15 : Germination et croissance de vides dans le cuivre (IMFS, Strasbourg).

### III-5 Modèles liés à la mécanique des milieux continus endommageables.

La rupture dynamique par tension entraîne de grandes vitesses de propagation de fissures dans les matériaux fragiles et la croissance de vides dans les matériaux ductiles [HAN, 98]. Les premières modélisations ont été réalisées sur des géométries de cavités bien déterminées telles que des cavités cylindriques, cavités sphériques..... La croissance de cavités nécessite de considérables déformations plastiques. Les critères de rupture proposés depuis quelques dizaines d'années s'expriment en terme de caractéristiques des cavités : volume ou rayon critique pour Oyane et al. [OYA, 80], Mc Clintock [MCL, 68], Rice et Tracey [RIC, 69] ou plus généralement d'une fonction représentative en terme de déformation ou d'énergie [HAR, 92] du phénomène de rupture ductile. Nous présentons brièvement ces différents modèles dans ce qui suit.

#### III-5-1 Modèles non couplés

- Modèle de Oyane et al. [OYA, 80]

La déformation volumique d'une cavité est une fonction du tenseur local des contraintes. Oyane et al. [OYA, 80] ont par conséquent postulé que le matériau subit une rupture lorsqu'un volume critique donné est atteint. Ces auteurs proposent sous forme intégrée :

$$\ln \frac{V_R}{V_0} = \int_0^{\varepsilon_e^R} \left( a + b \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right) d\varepsilon_e^P \quad [\text{I-34}]$$

où  $V_R$  et  $V_0$  sont respectivement le volume de cavités à rupture et initial,  $\varepsilon_{eR}$  est la déformation équivalente à la rupture,  $\sigma_m$  est la contrainte hydrostatique,  $\sigma_e$  est la contrainte équivalente,  $d\varepsilon_e^p$  est l'incrément de déformation équivalente et  $a$ ,  $b$  sont des constantes de matériaux. Finalement, ils ont proposé le critère de rupture suivant :

$$I = \frac{1}{b} \int_0^{\varepsilon_{eR}} \left( a \frac{\sigma_m}{\sigma_e} + 1 \right) d\varepsilon_e^p = 1 \quad [\text{I-35}]$$

Lorsque l'intégrale  $I$  atteint une valeur de 1, la rupture se produit avec  $a$  et  $b$  qui sont deux constantes caractéristiques du matériau.

- Modèle de Mc Clintock [MCL, 68]

McClintock prend en compte la croissance de cavités cylindriques de rayon  $R$  d'un matériau parfaitement plastique telle la figure I-12.

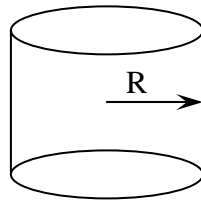


Figure I-16 : Cavité cylindrique

L'hypothèse de base est de considérer une interaction négligeable entre les cavités. Pour des dimensions caractéristiques petites devant la distance entre cavités. On a :

$$\frac{dR}{R} = 0,8 \exp\left(\sqrt{3} \frac{\sigma_m}{\sigma_e}\right) d\varepsilon_e^p \quad [\text{I-36}]$$

où  $\sigma_m$  est la contrainte hydrostatique,  $\sigma_e$  est la contrainte équivalente et  $d\varepsilon_e^p$  est l'incrément de déformation plastique équivalente de Von Mises déterminé de la façon suivante :

$$d\varepsilon_e^p = \sqrt{\frac{2}{3}} d\varepsilon_{ij}^p \quad [\text{I-37}]$$

- Modèle de Rice et Tracey [RIC, 69]

Le modèle de Rice et Tracey [RIC, 69] est inspiré du modèle de Mc Clintock [MCL, 68]. Les cavités sont supposées initialement sphériques de rayon  $R_0$ , et restent sphériques pendant la croissance. La matrice est supposée rigide parfaitement plastique et suit le critère de Von Mises. L'endommagement est exprimé en terme de rapport et est fonction de la déformation plastique cumulée localement. Ces auteurs obtiennent une loi d'évolution pour le rayon de cavités :

$$\frac{dR}{R_0} = 0,283 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_e}\right) d\varepsilon_e^p + 0,008 \left(\frac{-3\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}}\right) \cosh\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_e}\right) \quad [\text{I-38}]$$

Lorsque la triaxialité des contraintes  $\frac{\sigma_m}{\sigma_e}$  est positive et non nulle, une bonne approximation de la loi donne :

$$\frac{dR}{R_0} = 0,283 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_e}\right) d\varepsilon_e^p \quad [\text{I-39}]$$

Le critère de rupture de Rice et Tracey s'écrit selon la même forme que le critère de Oyane et al :

$$0,283 \int_0^{\varepsilon_e^R} \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_e}\right) d\varepsilon_e^p - M = 0 \quad [\text{I-40}]$$

$$\text{avec } M = \ln \frac{R_c}{R_0}$$

où  $M$  est un paramètre du matériau et  $R_c$  le rayon critique de la cavité à rupture.

- Modèle de Huang et Hutchinson [HUA, 91]

Huang et Hutchinson ont cherché à améliorer le modèle de Rice et Tracey pour une cavité sphérique dans une matrice supposée rigide parfaitement plastique. Ils obtiennent :

$$- \quad \text{si } \frac{\sigma_m}{\sigma_e} > 1 \text{ alors } \frac{dR}{R} = 0,426 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_e}\right) d\varepsilon_e^p \quad [\text{I-41}]$$

$$- \quad \text{si } \frac{\sigma_m}{\sigma_e} < 1 \text{ alors } \frac{dR}{R} = 0,426 \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left( \frac{\sqrt{3}\sigma_m}{2\sigma_e} \right) d\varepsilon_e^p \quad [\text{I-42}]$$

Dans les quatre cas décrits précédemment , il s'agit de calculs de localisation i. e. de la détermination de grandeurs locales ( $\dot{\varepsilon}, \varepsilon, \sigma, \dots$ ) associées à un chargement donné du milieu contenant une inclusion ou une cavité.

### III-5-2 Modèles couplés

- Modèle de Gurson [GUR, 77]

On a vu précédemment que de nombreux auteurs ont modélisé la croissance de cavités en terme de formes géométriques des cavités. Une autre approche a été développée consistant non plus à considérer la géométrie des vides mais d'associer à un matériau comportant des vides de différentes tailles : un milieu poreux avec une distribution uniforme de vides (matériau homogène et isotrope). Une porosité  $f_v$  est alors introduite.

Le modèle de Gurson [GUR, 77] est un modèle continu où l'endommagement est couplé à la plasticité. Il est reconnu comme apte à décrire le seuil d'écoulement d'un matériau poreux dont la matrice est rigide parfaitement plastique et obéit au critère de Von Mises, pour des porosités faibles. Ce modèle, modifié par différents auteurs comme nous allons le voir, a néanmoins été utilisé dans de nombreux travaux sur la rupture ductile des métaux.

Ce critère s'écrit sous la forme suivante :

$$\Phi(\sigma_e, \sigma_y, f_v) = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^2 + 2f_v \left( \frac{3\sigma_m}{2\sigma_y} \right) - 1 - f_v^2 = 0 \quad [\text{I-43}]$$

$$\text{avec } f_v = \frac{V_{vides}}{V_{vides} + V_{matrice}} \quad [\text{I-44}]$$

où  $f_v$  est la porosité,  $\sigma_e$  est la contrainte équivalente de Von Mises ,  $\sigma_y$  est la limite élastique de la matrice,  $\sigma_m$  est la contrainte hydrostatique et  $V_{vides}$  ,  $V_{matrice}$  sont respectivement les volumes des vides présents dans la matrice et le volume de la matrice.

La loi d'évolution du dommage s'écrit :

$$\frac{\dot{f}_v}{f_v \dot{\varepsilon}_e^p} = \frac{3}{2} (1 - f_v) \sinh\left(\frac{3\sigma_m}{2}\right) \left[ 1 + f_v^2 - 2f_v \cosh\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_y}\right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad [\text{I-45}]$$

A faible porosité ( $f_v \ll 1$ ,  $\sigma_e \cong \sigma_y$ ) et en considérant des cavités sphériques, la loi de dommage s'écrit :

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{2} \sinh\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_e}\right) \quad [\text{I-46}]$$

où  $R$  est le rayon de la cavité sphérique ;

Ce modèle fut modifié par différents auteurs comme nous allons le voir et a été utilisé dans de nombreux travaux sur la rupture ductile des métaux. Il est plus phénoménologique que physique, même si la croissance des cavités est modélisée par un paramètre observable qui est la fraction volumique  $f_v$ . Néanmoins, ce modèle ne prend pas en compte l'interaction entre vides. Pour tenir compte de cette interaction, Tvergaard [TVE, 82a] a modifié le modèle de Gurson.

- Modèle de Tvergaard [TVE, 82a]

Dans le cas de cavités sphériques, la condition d'écoulement s'écrit est donnée par :

$$\psi(\sigma_e, \sigma_y, f_v, \sigma_m) = \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y}\right)^2 + 2q_1 f_v \cosh\left(\frac{3q_2 \sigma_m}{2\sigma_y}\right) - 1 - q_3 f_v^3 = 0 \quad [\text{I-47}]$$

où  $q_1, q_2$  et  $q_3$  sont des caractéristiques du matériau introduites par Tvergaard [TVE, 82a] pour d'une part être en meilleur accord avec les résultats de localisation de l'endommagement obtenus par calcul par éléments finis et d'autre part pour corriger une insuffisance du critère de Gurson. En effet, le critère de Gurson prévoit la perte de résistance du matériau en cisaillement pur à une porosité de 100%. Or cette valeur est surestimée. Tvergaard a ainsi introduit une porosité apparente  $q_1 f_v$  [BOR, 01]). Si  $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ , on retrouve le modèle initialement proposé par Gurson. Les valeurs de  $q_1$  et  $q_2$  couramment utilisées sont comprises entre 1 et 2 selon le matériau poreux ductile considéré. On utilise souvent l'égalité  $q_3 = q_1^2$ . De plus si la porosité est nulle, on a  $\psi = 0$  qui correspond au critère de Von Mises. D'autres auteurs comme Tvergaard et Needleman ont généralisé ce modèle à une

matrice viscoplastique suivant une loi puissance avec écrouissage et adoucissement thermique.

- Modèle de Gurson, Tvergaard et Needleman (G.T.N.) [TVE, 84], [TVE, 90]

La porosité  $f_v$  dans l'équation [I-47] fut remplacée par une porosité effective  $f_v^*$ . Ainsi, le critère de Gurson, Tvergaard et Needleman (que nous appellerons par la suite le critère G.T.N.) s'écrit :

$$\psi(\sigma_e, \sigma_y, f_v^*, \sigma_m) = \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y}\right)^2 + 2q_1 f_v^* \cosh\left(\frac{3q_2 \sigma_m}{2\sigma_y}\right) - 1 - q_3 f_v^{*2} = 0 \quad [\text{I-48}]$$

Ces auteurs proposent :

$$f_v^* = \begin{cases} f_v & \text{pour } f_v \leq f_c \\ f_c + \frac{f_u - f_c}{f_F - f_c} (f_v - f_c) & \text{pour } f_v \geq f_c \end{cases} \quad [\text{I-49}]$$

où  $f_c$  est la porosité à partir de laquelle la porosité effective  $f^*$  croit plus vite que la porosité vraie  $f_v$  ce qui pourrait être assimilé à une amorce de coalescence,  $f_F$  est la valeur de la porosité vraie à partir de laquelle la rupture se déclenche.

- Germination et croissance

La variation de la porosité du matériau, notée  $f$ , provient de deux sources microscopiques : la germination et la croissance de cavités :

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{nucléation}} + \dot{f}_{\text{croissance}} \quad [\text{I-50}]$$

Le terme de germination est délicat à déterminer. Needleman et Rice [NEE, 78] ont proposé une équation de la forme :

$$\dot{f}_{\text{nucléation}} = A \dot{\sigma}_y + B \text{tr}\left(\frac{\dot{\sigma}}{3}\right) \quad [\text{I-51}]$$



où A et B sont des fonctions exponentielles de la contrainte ou de la déformation selon si la germination est contrôlée par la contrainte ou la déformation. Le lecteur peut se reporter à l'article de Tvergaard [TVE, 90].

Si on considère un VER, la vitesse de variation du VER est donnée par la trace de la vitesse de déformation équivalente. Dans les cas où la matrice est plastique incompressible, la conservation de la masse permet d'écrire :

$$\dot{f} = (1-f)\dot{\epsilon}_{kk} \quad [\text{I-52}]$$

- Autres extensions du modèle de Gurson

D'autres extensions du modèle de Gurson ont été développées. Mear et Hutchinson [MEA, 85] et Perrin [PER, 92] ont introduit des variables d'écroutissage. Le modèle de Gurson dans sa forme initiale prend en compte l'écroutissage mais sous-estime son effet sur la croissance des cavités. De plus le modèle G.T.N. suppose que les cavités sont sphériques et le restent tout au long de la déformation, or cette hypothèse n'est pas toujours satisfaite. Des extensions de ce modèle ont donc été développées pour prendre en compte un changement de forme des cavités.

### III-5-3 Conclusion partielle

Les modèles décrits précédemment sont formulés de manière implicite, ils décrivent les mécanismes micromécaniques de l'endommagement par le biais de grandeurs macroscopiques et sont valides sous chargement quasistatique. Dans le cas de chargement dynamique, la description de la rupture dynamique des matériaux peut être décrite selon la notion de critères seuils concernant les grandeurs mécaniques classiques usuelles dans le cadre de la Mécanique des Milieux continus. Ces grandeurs s'appuient sur la thermodynamique des Processus irréversibles. Elles sont introduites par les notions de potentiel de dissipation et d'énergie libre où l'endommagement apparaît comme une variable à part entière. Une description non exhaustive de ces modèles valides sous chargement dynamique est abordée dans le paragraphe suivant. Des modèles basés sur une approche stochastique sont également abordés.

### III-5 Critères de rupture selon une approche phénoménologique

• En dynamique, l'influence du temps et les conditions de chargement sont d'importantes variables à prendre en considération. En effet, Breed et al. [BRE, 67] ont observé cette dépendance lors d'expérience d'explosion directe avec une pulsation triangulaire. Une méthode général prenant en compte ces effets fut introduite par Tuler et Butcher [TUL, 68] et Gilman et Tuler [GIL, 70]. Ils supposent que la rupture dynamique n'est pas instantanée mais nécessite un certain temps pour le développement de la rupture sous l'action d'une contrainte spécifique. Ceux-ci ont proposé un critère empirique d'apparition de l'écaillage au temps  $t_F$  :

$$\int_0^{t_F} f[\sigma_y(t)] dt = 1 \quad \text{[I-53]}$$

Le résultat est directement relié à l'expérience d'impact plan [GIL, 69] dans lequel la contrainte qui provoque la rupture est calculée comme fonction du temps de pulsation de la contrainte. Tuler et Butcher [TUL, 68] ont proposé un critère généralisé prenant en compte l'effet cumulatif du dommage et la dépendance de l'écaillage par rapport au temps :

$$\int_0^{t_F} \frac{1}{K} (\sigma_c - \sigma_0)^\beta dt = 1 \quad \text{avec} \quad \sigma_c \leq \sigma_y \leq \sigma_0 \leq 0 \quad \text{[I-54]}$$

où  $\sigma_c$  est la contrainte critique de tension correspondant à la séparation interatomique (clivage ou ductile),  $\sigma_0$  représente une contrainte seuil au dessous de laquelle il n'y a pas rupture et  $\beta$  et  $K$  sont des constantes du matériau considéré. Ce modèle est couramment utilisé pour la modélisation de l'endommagement par écaillage du fait du peu de paramètres nécessaires et parce qu'il est facilement programmable sous un code de calcul.

• Davison et Stevens [DAV, 77] ont défini dans le cadre de la rupture ductile, l'état d'endommagement dynamique d'un matériau par une variable thermodynamique  $D$  dérivé des premiers travaux de Kachanov [KAC, 58] sur l'endommagement lié à une contrainte effective. Cette approche ne décrit par de manière physique et détaillée les processus de germination et de croissance. La variable d'endommagement  $D$  est définie par l'expression suivante:

$$D = \frac{N\bar{V}}{1 + N\bar{V}} \quad \text{[I-55]}$$

où  $N$  est le nombre de fissures et  $\bar{V}$  est le volume moyen d'une microfissure par unité de volume de référence  $V_0$ . Leur fonction  $D$  peut être supposée pour représenter le degré de séparation le long de l'interface d'écaillage. Ainsi, cette variable évolue de 0 (pas d'écaillage naissant) à 1 (écaillage complet). La dérivation par rapport au temps de cette variable d'endommagement donne :

$$\dot{D} = \frac{\dot{N}\bar{V} + N\dot{\bar{V}}}{(1 + N\bar{V})^2} \quad [\text{I-56}]$$

où  $\dot{N}$  désigne la vitesse de germination de microcavités et  $\dot{\bar{V}}$  la vitesse de croissance du volume de cavités.

- Zhurkov [ZHU, 65] a proposé un critère cumulatif plus physique définissant la rupture comme un processus thermiquement activé. Le critère proposé relie le temps où la rupture du matériau se produit (écaillage...) à la contrainte de chargement  $\sigma$ , à l'énergie de barrières (quantité d'énergie pour franchir des obstacles de type empilement de dislocation, inclusion.....) et à la température :

$$t_F = t_0 \exp\left(\frac{\Delta H}{kT}\right) \quad [\text{I-57}]$$

où  $t_0$  est l'inverse de la fréquence naturel d'oscillation des atomes dans un solide,  $\Delta H$  est la barrière d'énergie  $U_0$  est l'énergie de cohésion à une échelle atomique,  $k$  est la constante de Boltzmann et  $\chi$  est un paramètre microstructural.

- Dremine et Molodets [DRE, 86] ont modifié le critère de Zhurkov. Ils ont supposé que la rupture pendant la déformation plastique d'un matériau n'arrivait pas instantanément mais après un certain temps cumulatif. Aussi, ils ont introduit une vitesse de dommage cumulatif qui prend en compte l'état thermo activé de la rupture :

$$\dot{D} = \frac{1}{t_0} \exp\left(\frac{-G_0 + \chi\sigma}{kT}\right) \quad \text{et} \quad 1 = \int_0^{t_F} \dot{D} dt \quad [\text{I-58}]$$

où,  $G_0$  et  $\beta$  ne dépendent pas de la température.

- Klepaczko [KLE, 90] s'est inspiré également des travaux de Zurkov [ZHU, 65] et de Dremine et Molodets [DRE, 86] pour traiter le cas des temps courts et très courts de chargement. Après une analyse réalisée sur trois cas de chargement différents engendrant l'initiation de la rupture dynamique, cet auteur conclut [KLE, 90] que la contrainte à rupture augmente pour les temps de chargement courts. Il a proposé un critère cumulatif qui utilise l'énergie d'activation proposée par Yokobori en 1952 [YOK, 52] :

$$t_{c0} = \int_0^{t_c} \left( \ln \left( \frac{\sigma_y(t)}{\sigma_0} \right) \right)^{\frac{\Delta G}{kT}} dt \quad [\text{I-59}]$$

où,  $\Delta G$  est l'énergie libre d'activation,  $\sigma_0$  est la contrainte seuil correspondant au temps caractéristique  $t_{c0}$  et  $t_F$  est le temps où se produit la rupture.

- Modèle de Rajendran et al. [RAJ, 88] (Modèle RDG)

Pour décrire la germination et la croissance de cavités pour les matériaux ductiles, un modèle de rupture dynamique a été proposé par Rajendran et al. [RAJ, 88] appelé le modèle RDG. Ce modèle est dépendant de la vitesse de chargement et de l'histoire de chargement. Ce modèle est issu des travaux de Chu et Needleman [CHU, 80] qui détermine une fraction volumique de vides tel que l'évolution de la vitesse de cette porosité soit de la forme :

$$\dot{f} = F_\sigma \dot{Y}_{eq} + F_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{eq}^p + \dot{f}_g \quad [\text{I-60}]$$

où,  $Y_{eq}$  est la contrainte équivalente dans le matériau,  $\dot{\varepsilon}_{eq}^p$  est la vitesse de déformation équivalente,  $F_\sigma$  et  $F_\varepsilon$  sont données par des distributions de Gauss telles qu'elles ont été données par Chu et Needleman [CHU, 80] :

$$F_\sigma = \frac{f_1}{s_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma - \sigma_n}{s_1} \right)^2 \right) \quad [\text{I-61}]$$

$$F_\varepsilon = \frac{f_2}{s_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon^p - \varepsilon_n}{s_2} \right)^2 \right) \quad [\text{I-62}]$$

où  $\sigma_n$  et  $\varepsilon_n$  sont respectivement une contrainte seuil équivalente hydrostatique et une déformation seuil. Les termes  $s_1$  et  $s_2$  sont les écarts types de ces distributions. Les termes  $f_1$  et  $f_2$  définissent respectivement les fractions volumiques maximales admissibles dues à la contrainte et la déformation de germination. La vitesse de croissance des vides est donnée par une relation de type :

$$\dot{f}_g = (1 - f)\dot{\varepsilon}_{kk} \quad [\text{I-63}]$$

où  $\dot{\varepsilon}_{ii}^p$  est la trace du tenseur de vitesse de déformation plastique [AHZ, 98] [MOL, 01].

D'autres modèles micro-macro sont disponibles dans la littérature

- Johnson et Cook [Joh, 83] ont proposé un modèle purement phénoménologique basé sur un paramètre critique de dommage  $w$ , défini par :

$$w = \sum \frac{\Delta \varepsilon_{eq}^{pl}}{\varepsilon_r}$$

avec

$$\varepsilon_{cr} = \left( d_1 + d_2 \exp\left(d_3 \frac{p}{q}\right) \right) \left( 1 + d_4 \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \right) \left( 1 + d_5 \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right)$$

où  $p$  est la contrainte hydrostatique et  $q$  la contrainte équivalente de Mises,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  et  $d_5$  sont des constantes de matériau et donnés par Johnson et Cook [JOH, 83] pour le cuivre OFHC. Ce critère permet de prendre en compte les effets de la contrainte, de la déformation et de la température sur l'endommagement. Lorsque  $w$  atteint 1, Les composantes du tenseur des contraintes déviatoriques sont mises à zéro pour modéliser la rupture.

Dans des expériences de chocs, Hanim et Klepaczko [HAN, 98] ont observé qu'un certain nombre de microcavités ou des fissures amorcées peuvent atteindre une taille de l'ordre de  $1 \mu m$ . Aussi, nous traiterons dans les paragraphes suivant d'une approche de type microstatistique de la rupture permettant de décrire le comportement de cavités et de fissures qui ont atteint une taille de l'ordre du micromètre dans le cas de sollicitations dynamiques.

### III-6 Modèles basés sur une approche stochastique

- Modèle de Curran, Seaman et Shockey [CUR, 87]

On a vu précédemment que la germination, la croissance et la coalescence de cavités sont issues de mécanismes micromécaniques variés. Il serait difficile de construire un modèle suffisamment robuste et généraliste qui prendrait en compte tous ces mécanismes. Basés sur le principe qu'au niveau moléculaire, les mécanismes obéissent avec une bonne approximation aux statistiques de Boltzman, Curran et al (1987) [CUR, 87] ont examiné la possibilité de construire des modèles basés sur la thermodynamique statistique de la rupture permettant de décrire le comportement de cavités et de fissures qui ont atteint une taille de l'ordre des hétérogénéités du matériau (de l'ordre du micromètre). Les modèles de germination sont principalement de deux types : ils sont d'une part contrôlés par la contrainte de tension et d'autre part ils sont basés sur le glissement des hétérogénéités microscopiques dû à des contraintes de cisaillement locales.

Après observations expérimentales, Curran et al. [CUR, 87] ont construit une loi de distribution de l'endommagement caractérisée par le nombre de cavités  $N$  ayant un rayon supérieur à  $R$  :

$$N_g = N_0 \exp\left(\frac{-R}{R_0}\right) \quad [\text{I-64}]$$

Le volume total de cavité est obtenu par intégration de cette distribution :

$$V_v = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty R^3 \frac{dN}{dR} dR \quad [\text{I-65}]$$

L'approche de Seaman et al. [SEA, 71] permet de déterminer le nombre de vides nucléés tel que celui-ci soit gouverné par la vitesse de germination :

$$\begin{aligned} \dot{N} &= \dot{N}_0 \exp\left(\frac{P_s - P_{n0}}{P_1}\right) & \text{si } P_s > P_{n0} \\ \dot{N} &= 0 & \text{si } P \leq P_{n0} \end{aligned} \quad [\text{I-66}]$$

où,  $\dot{N}_0$  est la vitesse seuil de germination,  $P_s$  est la pression de tension,  $P_{n0}$  est la pression seuil de germination et  $P_1$  est une constante du matériau représentant la sensibilité à la contrainte pour la germination.

A des vitesses de chargement élevées où les effets d'inertie et visqueux dominant, Shockey et al. [SHO, 79, 80, 81] ont décrit la vitesse de croissance suivant une expression de la forme :

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{\sigma_m - \sigma_{g0}}{4\eta} \quad [\text{I-67}]$$

où,  $\sigma_{g0}$  est la contrainte seuil de croissance de vides,  $\eta$  est un paramètre ayant la dimension d'une viscosité dynamique et  $R$  est le rayon de la fissure ou du vide. Pour des vitesses moins élevées avec une plasticité significative, le lecteur peut se référer à l'ouvrage de Curran et al. [CUR, 87] où ils proposent d'utiliser une forme modifiée du modèle de Rice et Tracey [RIC, 69] décrit précédemment.

- Modèle basé sur la probabilité de rupture fragile de Stroh (1957) [STR, 57]

Ce modèle est basé sur la considération des mouvements de dislocations. La germination suit le type de distribution proposé par Curran et al. [CUR, 87] décrite précédemment, cependant une loi d'évolution différente du rayon de cavités  $R$  (cavités supposées sphériques) fut proposée. En gardant des considérations physiques des mécanismes de croissance, l'idée du modèle est de supposer que les probabilités des ruptures fragile et ductile sont complémentaires [AHZ, 00]. On a une rupture fragile ou ductile selon le mécanisme de mouvement et de blocage des dislocations. Nous reviendrons plus en détail sur cette approche dans le chapitre II.

## IV Conclusion

Dans le cas de matériaux solides soumis à un régime dynamique, la littérature offre de nombreux modèles qui décrivent le comportement viscoplastique sur une large gamme de vitesses ainsi que de nombreux modèles d'endommagement phénoménologiques qui peuvent leur être associés. Cependant, il n'y a pas la même abondance en terme de modèles d'endommagement à base physique associés à des modèles viscoplastiques à base physique. Bien que le modèle « Mechanical Threshold Stress » (MTS) soit très bien adapté à l'étude des problèmes viscoplastiques, il n'est pas associé à un modèle d'endommagement. Dans le

second chapitre, nous proposons un modèle d'endommagement basé lui aussi sur des considérations microscopiques combinant l'approche stochastique avec une approche à base physique de germination et de croissance de cavités. Ce modèle sera adjoint au modèle de comportement viscoplastique « Mechanical Threshold Stress » (MTS) pour la description du comportement de structures soumises à des sollicitations dynamiques.



## CHAPITRE II : Modélisation de l'endommagement dynamique

L'imagination est plus importante  
que le savoir.

*(Albert Einstein).*

## Table des matières

<b>CHAPITRE II :</b>	<b>65</b>
<b>Modélisation de l'endommagement dynamique</b>	<b>65</b>
<b>I- Modèle d'endommagement proposé à base physique selon une approche stochastique (modèle NAG)</b>	<b>67</b>
I-1 Processus de germination contrôlée par la déformation	69
I-2 Processus de germination contrôlée par la contrainte	70
I-3 Processus de croissance	71
I-4 Détermination du volume total relatif de vides.	73
<b>II- Tests numériques de validité sur un élément</b>	<b>78</b>
II-1 Description des tests	78
II-2 Chargement avec saut de vitesse (cas sans prise en compte de l'endommagement)	86
II-3 Cycle de charge-décharge (A effort imposé)	87
II-4 Cycle de compression-traction (A déplacement imposé)	90
II-5 Cisaillement	92
<b>III- Conclusion</b>	<b>94</b>

## I- Modèle d'endommagement à base physique proposé selon une approche stochastique (modèle NAG)

Les mécanismes de rupture dans les matériaux métalliques sont influencés d'une part par la nature du matériau mais aussi par l'environnement de contraintes et de déformations auxquelles le matériau est soumis. Dans le cas des matériaux polycristallins, les empilements de dislocations sont à l'origine de microfissures [STR, 55a et b-57]. Stroh a suggéré d'utiliser une probabilité pour prédire la rupture fragile due aux empilements des dislocations. Le caractère fragile ou ductile de la rupture peut être associé aux processus de libération ou non des dislocations près des empilements [STR, 57], [CUR, 87]. Dans le cas ductile, la rupture est contrôlée par la déformation plastique alors que dans le cas fragile, elle est contrôlée par la contrainte. Basé sur l'empilement des dislocations (pour plus de détails se référer aux travaux de [STR, 55-57] et sur la libération ou non libération des dislocations, nous proposons un modèle d'endommagement à base physique prenant en compte les mécanismes décrits précédemment et un critère de rupture valable sur une large gamme de vitesses de déformation.

Dans une approche de rupture fragile [STR, 87], une énergie d'activation qui est fonction de la contrainte doit être appliquée pour libérer une dislocation. Il est supposé qu'une dislocation franchit un obstacle lorsque l'énergie excède la hauteur de l'obstacle  $E_i$ . Le terme  $PV$  (Pression multipliée par le volume) est petit et donc l'énergie interne  $E_i$  et l'enthalpie  $\Delta H$  sont approximativement égales. Aussi la probabilité de libération d'une dislocation s'écrit :

$$P_f = \nu_0 \exp\left(-\frac{\Delta H}{kT}\right) \quad [\text{II-1}]$$

soit 
$$P_f = \nu_0 \exp\left(-\frac{\Delta S}{k}\right) \exp\left(-\frac{\Delta U}{kT}\right) \quad [\text{II-2}]$$

soit :

$$P_f = \omega \exp\left(-\frac{\Delta U}{kT}\right) \quad [\text{II-3}]$$

avec 
$$\omega = \nu_0 \exp\left(-\frac{\Delta S}{k}\right) \quad [\text{II-4}]$$

où,  $\Delta U$  est l'énergie d'activation nécessaire (barrière) pour libérer une dislocation sans l'aide de travail extérieur,  $\Delta S$  est l'entropie,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $\nu_0$  est la fréquence de vibration de la dislocation,  $T$  est la température. On note que  $\omega$  a la dimension d'une fréquence.

Le temps moyen s'écoulant avant qu'une dislocation se libère est défini par :

$$\tau = \left( \frac{1}{\omega} \right) \exp\left( \frac{\Delta U}{kT} \right) \quad [\text{II-5}]$$

La probabilité que l'événement, ici la libération d'une dislocation n'arrive pas à l'instant  $t$  (correspondant à la durée de chargement) est définie par :

$$P = \exp\left( -\frac{t}{\tau} \right) \quad [\text{II-6}]$$

soit compte tenu de l'équation [II-5] :

$$P = \exp\left( -\omega t \exp\left( -\frac{\Delta U}{kT} \right) \right) \quad [\text{II-7}]$$

Stroh [STR, 57] a associé la probabilité  $P$ , donnée par l'équation [II-7] au comportement fragile de la rupture. Le blocage des dislocations (empilement) induit une concentration de contrainte de traction. Pour libérer ces dislocations, une microrupture se produit sous l'effet de cette contrainte.

La littérature propose diverses expressions de l'énergie d'activation [KOC, 75]. Celles-ci peuvent s'exprimer en fonction de la contrainte ou de la vitesse de déformation.

Yokobori [YOK, 52] a proposé l'expression suivante :

$$\Delta U = \Delta U_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0e}} \right) \quad [\text{II-8}]$$

où,  $\Delta U_0$  est l'énergie de barrière pour un corps non soumis à un chargement,  $\sigma_{0e}$  est la contrainte seuil en dessous de laquelle l'endommagement n'apparaît pas.

Contrairement à l'expression proposée par Yokobori [YOK, 52], différentes formes de barrières (carrées, triangulaires, paraboliques) ont été proposées pour rendre compte que la

relation entre l'énergie d'activation et la contrainte dépend du profil de l'interaction entre les types de dislocations et les types d'obstacles. Kocks et al. [KOC, 75] ont proposé une équation généralisée pour le calcul de différentes formes de barrières à l'aide de deux paramètres  $p$  et  $q$ . Cette équation s'exprime sous la forme :

$$\Delta U = \mu b^3 g_0 \left[ 1 - \left( \frac{\sigma}{\hat{\sigma}} \right)^p \right]^q \quad [\text{II-9}]$$

Enfin, une autre relation de type loi d'Arrhenius permet d'approcher de manière suffisante l'énergie d'activation  $\Delta U$  dans de nombreux cas où la température et la vitesse de déformation jouent des rôles significatifs. L'énergie d'activation s'exprime ici en fonction de la déformation [KOC, 87]. En effet, comme la température s'élève, la probabilité décrite précédemment augmente parce que l'énergie thermique fournira le « coup de pouce » qui permettra à la dislocation de sauter la barrière. L'énergie d'activation décrite par la loi d'Arrhenius s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta U = -kT \ln \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right) \quad [\text{II-10}]$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $\dot{\gamma}$  est la vitesse de déformation en cisaillement et  $\dot{\gamma}_0$  est la vitesse de cisaillement de référence.

### I-1 Processus de germination contrôlée par la déformation.

Sous un état de contrainte uniaxiale ou sous condition de contrainte plane, le processus de germination est contrôlé par la déformation. De plus, puisque la nature ductile ou fragile de la rupture peut être associée au processus de libération ou non libération des dislocations proches des empilements, nous supposons que ces processus sont des événements complémentaires. Aussi, la probabilité d'une rupture ductile dans le cas d'un état de contrainte plane peut être d'écrite par :

$$P' = 1 - P = 1 - \exp \left( -\omega t \exp \left( \frac{-\Delta U}{kT} \right) \right) \quad [\text{II-11}]$$

Le temps  $t$  représente la durée du chargement.

Nous exprimons l'énergie d'activation en terme de vitesse de déformation. Cette approche est appropriée au cas ductile traité ici. En substituant l'équation [II-10] dans l'équation [II-11], nous obtenons l'expression suivante pour la probabilité de la rupture ductile :

$$P' = 1 - \exp\left(-\omega t \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right) \quad [\text{II-12}]$$

Cette probabilité sera utilisée pour modéliser le processus de germination de vides piloté par la vitesse de déformation.

Basée sur les travaux de Curran et al. [CUR, 87], la vitesse d'apparition des sites de germination par unité de volume  $\dot{N}_\varepsilon$  contrôlée par la déformation est fonction de la probabilité  $P'$  et peut être exprimée pour les matériaux ductiles sous la forme [HAN, 99] :

$$\dot{N}_\varepsilon = \dot{N}_0 P' = \dot{N}_0 \left[ 1 - \exp\left(-\omega t \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right) \right] \quad [\text{II-13}]$$

où  $\dot{N}_0$  est une constante du matériau qui représente la densité des sites de germination par unité de temps. Il est alors possible de déterminer le nombre de sites,  $\Delta N_\varepsilon$ , qui ont germés durant un intervalle de temps  $\Delta t$ . Il est donné par l'expression suivante :

$$\Delta N_\varepsilon = \dot{N}_\varepsilon \Delta t \quad [\text{II-14}]$$

## I-2 Processus de germination contrôlée par la contrainte.

Pour les forts taux de triaxialité avec  $\frac{P_S}{\sigma_y} \gg 1$  où  $P_S$  est la pression et  $\sigma_y$  est la contrainte

d'écoulement, le processus de germination est contrôlé par l'état de pression. Selon les travaux de Seaman et al. [SEA, 76], la vitesse de germination par unité de volume contrôlée par la pression de tension peut être décrite par :

$$\begin{cases} \dot{N}_\sigma = \dot{N}_{\sigma 0} \exp\left(\frac{P_S - P_{N0}}{P_1}\right) \\ \dot{N}_\sigma = 0 \end{cases} \quad \text{si} \quad \begin{cases} P_S > P_{N0} \\ P_S \leq P_{N0} \end{cases} \quad [\text{II-15}]$$

où,  $P_S$  est la pression,  $P_{N0}$  est la pression seuil de germination,  $P_1$  est une constante.

La pression est définie à l'aide des équations d'état. Dans le cas de matériaux poreux, on utilise l'équation d'état de Mie-Grüneisen [MEY, 94] définie au chapitre précédent (équation [I-11]).

Aussi, comme pour le cas de la germination contrôlée par la vitesse de déformation, on détermine le nombre de sites qui ont nucléés durant le temps  $\Delta t$  :

$$\Delta N_{\sigma} = \dot{N}_{\sigma} \Delta t \quad [\text{II-16}]$$

Il est alors possible de définir l'incrément total de sites nucléés  $\Delta N_T$  pendant un instant  $\Delta t$  dépendant aussi bien de la déformation que de la pression :

$$\begin{aligned} \Delta N_T &= \Delta N_{\sigma} + \Delta N_{\varepsilon} \\ &= (\dot{N}_{\sigma} + \dot{N}_{\varepsilon}) \Delta t \end{aligned} \quad [\text{II-17}]$$

### I-3 Processus de croissance.

Après la germination des vides ou des fissures microscopiques, ceux-ci peuvent croître si l'état de contrainte du matériau excède une contrainte seuil notée  $\sigma_{go}$ . A un niveau submicroscopique, le processus de croissance ductile peut être exprimé en terme d'émission de dislocations (glissement en cisaillement) en pointe de fissure [MCL, 66], [RIC, 69], [WEE, 81]). Une structure soumise à un choc subit une charge puis décharge sous le passage de trains d'ondes de chocs. Aussi, basée sur les travaux de Weertman [WEE, 81], la modélisation du processus de croissance ductile peut être déterminée à partir de la vitesse de propagation d'une fissure soumise à un chargement cyclique. Lorsqu'une fissure se propage, elle entraîne avec elle une zone plastique formée à son extrémité. Il se forme aussi, au fur et à mesure que la fissure progresse, un sillage plastique (figure II-1).

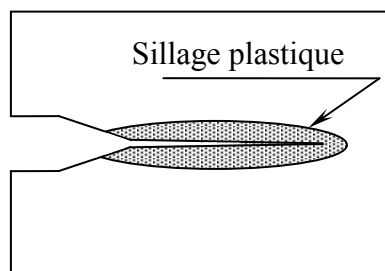


Figure II-1 : Sillage plastique en fond de fissure.

Le taux de croissance par cycle de charge est donné par la relation suivante :

$$\frac{dR}{dM} = \frac{b(\Delta K)^2}{4(K_b)^2} = \frac{b\pi a(\Delta\sigma)^2}{4(K_b)^2} \quad [\text{II-18}]$$

où  $R$  est le rayon à fond de fissure,  $M$  est le nombre de cycles,  $b$  est la distance inter-atomique,  $\Delta\sigma = \langle \sigma_m - \sigma_{go} \rangle^+$  est la partie positive de  $\sigma_m - \sigma_{go}$  ( $\sigma_m = \frac{1}{3}tr\sigma_{ij}$ ),  $a$  est la longueur de la demie fissure et  $K_b$  est le facteur d'intensité pour le glissement en cisaillement en fond de fissure. Celui-ci peut être relié au facteur d'intensité de contrainte pour les matériaux parfaitement fragiles  $K_c$ , par :

$$K_b = gK_c \quad [\text{II-19}]$$

où le coefficient  $g$  est un terme qui dépend du rapport entre la résistance théorique à la traction  $\sigma_T$  et la résistance théorique au cisaillement  $\tau_T$ , ( $g=1$  pour  $\sigma_T/\tau_T \approx 7$ ,  $g=0.6$  pour  $\sigma_T/\tau_T \approx 20$ , et  $g \approx (\tau_T/\sigma_T)^{1/3}$  pour des valeurs du rapport  $\sigma_T/\tau_T$  qui sont plus grandes que 20). Le paramètre  $g$  définit si le matériau est intrinsèquement ductile ou fragile. Il est considéré que si le taux  $\sigma_T/\tau_T$  est plus grand que 7, le matériau est intrinsèquement ductile [WEE, 81]. Si  $\sigma_T/\tau_T$  est plus petit que 7, il est fragile.

Le facteur critique d'intensité de contrainte  $K_c$  est exprimé en terme d'énergie de surface  $\Gamma$  :

$$K_c = \sqrt{\frac{4G\Gamma}{1-\nu}} \quad [\text{II-20}]$$

Ici,  $G$  est le module de cisaillement et  $\nu$  est le coefficient de Poisson.

Supposons dans cette étude des cavités sphériques ( $a=R$ ) et définissons un temps de cycle de contrainte  $t^*$  ( $t^* = dt/dM$ ) comme le temps nécessaire pour l'achèvement d'un cycle de contrainte. En combinant les équations [II-18], [II-19] et [II-20] et les hypothèses décrites précédemment, nous obtenons une relation définissant la vitesse de croissance pour le cas de vides sphériques pour un cycle donné :



$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi b(1-\nu)}{16g^2 G \Gamma t^*} \left( \langle \sigma_m - \sigma_{go} \rangle^+ \right)^2 R \quad [\text{II-21}]$$

Pour croître, le vide doit avoir tout d'abord germiné ou être préexistant dans le matériau avant chargement et la contrainte hydrostatique  $\sigma_m$  doit excéder la contrainte seuil de croissance  $\sigma_{go}$ . L'énergie de surface  $\Gamma$  du solide est de l'ordre de  $Gb/h$  (où  $h$  peut être égale approximativement à 3 [WEE, 81]). Cette approximation de  $\Gamma$  réduit l'équation [II-21] à :

$$\frac{dR}{dt} = \frac{h\pi b(1-\nu)}{16g^2 G^2 t^*} \left( \langle \sigma_m - \sigma_{go} \rangle^+ \right)^2 R \quad [\text{II-22}]$$

Cette équation peut être écrite également sous la forme :

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{\langle \sigma_m - \sigma_{go} \rangle^+}{4 \frac{4g^2 G_{eff}^2 t^*}{h\pi(1-\nu) \langle \sigma_m - \sigma_{go} \rangle^+}} \quad [\text{II-23}]$$

où  $\frac{4g^2 G_{eff}^2 t^*}{h\pi(1-\nu) \langle \sigma_m - \sigma_{go} \rangle^+}$  a la dimension d'une viscosité dynamique.

#### I-4 Détermination du volume total relatif de vides.

Le processus d'endommagement passe par trois étapes successives : la germination de microvides, la croissance possible de ceux-ci et la coalescence. Dans ce travail, nous nous intéressons aux grandes vitesses de déformations et le modèle proposé est écrit de telle sorte que la germination et la croissance peuvent augmenter très rapidement et atteindre la valeur critique de rupture. Aussi, nous négligeons le processus de coalescence.

Tout d'abord, pour calculer le volume relatif (rapport du volume de cavités et du volume du solide) de cavités pour le cas de cavités sphériques, nous devons prendre en compte la distribution de taille. Basé sur des données expérimentales de test d'impact sur l'aluminium et le cuivre, Curran et al.[CUR, 87] ont suggéré la relation suivante pour définir la distribution de taille :

$$N_R = N_1 \exp\left(-\frac{R}{R_1}\right) \quad [\text{II-24}]$$

où  $N_R$  est le nombre cumulé de cavités par unité de volume ayant un rayon plus grand que  $R$ ,  $N_1$  est le nombre total de vides par unité de volume et  $R_1$  est un paramètre de distribution de ces vides. Cette distribution est déduite de la distribution surfacique des vides issue d'observations macroscopiques sur des échantillons post-mortem (figure II-2).

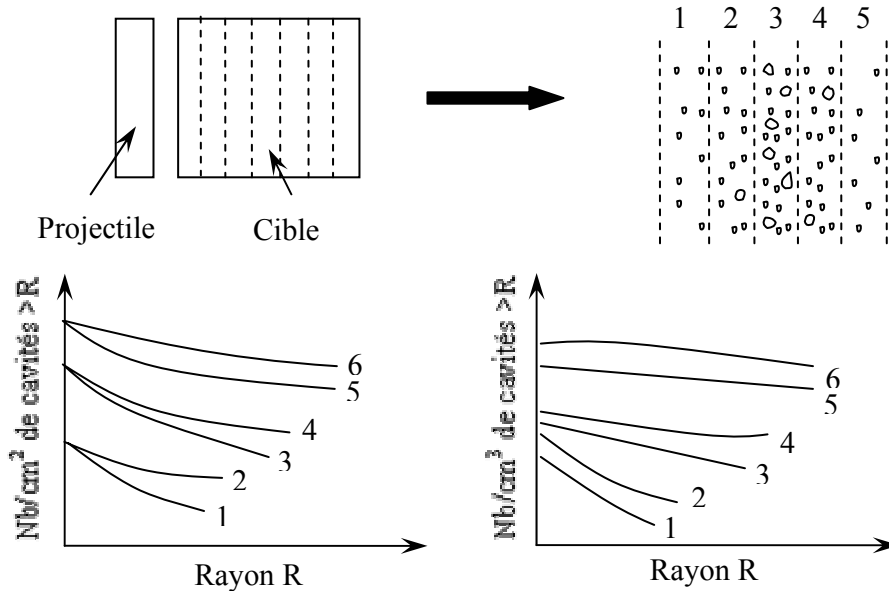


Figure II-2 : Résultats statistiques relatif à la rupture ductile [GOU, 94].

La distribution est supposée la même pour l'acier HY-100 dans nos applications. Des expériences devraient être menées afin de valider cette hypothèse. Aussi, le volume total relatif de vides est obtenu par intégration de la distribution :

$$V = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} R^3 \frac{dN_R}{dR} dR = 8\pi N_1 R_1^3 \quad [\text{II-25}]$$

Nous définissons par  $V_T$ , le volume total relatif (intégré) de cavités créées dans le matériau au cours d'un chargement comme la somme de  $V_I$ , le volume relatif de vides préexistants dans le matériau avant chargement, de  $V_N$ , le volume relatif de cavités créées par germination et de  $V_G$ , le volume relatif de cavités créées par croissance :

$$V_T = V_I + V_N + V_G \quad [\text{II-26}]$$

Le volume relatif de vides préexistants caractérise la qualité initiale du matériau et est défini par :

$$V_I = 8\pi N_I R_0^3 \quad [\text{II-27}]$$

Le terme  $N_t$  est le nombre de vides préexistants par unité de volume et est déterminé expérimentalement. Nous définissons par  $V_N$ , le volume total relatif des vides ayant germé à l'instant  $t$ . Ce volume relatif s'exprime comme la somme de deux volumes relatifs de vides créés par germination :

$$V_N = \sum_t (\Delta V_{N\varepsilon} + \Delta V_{N\sigma}) \quad [\text{II-28}]$$

avec

$$\Delta V_{N\varepsilon} = 8\pi R_0^3 \Delta N_\varepsilon \quad [\text{II-29}](a)$$

$$\Delta V_{N\sigma} = 8\pi R_0^3 \Delta N_\sigma \quad [\text{II-29}](b)$$

où  $\Delta V_{N\varepsilon}$  est le volume relatif de cavités contrôlé par la vitesse de déformation durant un chargement  $\Delta t$  et  $\Delta V_{N\sigma}$  est le volume relatif de vides nucléés contrôlé par la pression de tension lorsqu'on a un fort taux de triaxialité  $\frac{P_S}{\sigma_y} \gg 1$  (La pression  $P_S$  est obtenue à partir de l'équation d'état) durant un chargement  $\Delta t$ ,  $R_0$  est la taille des vides une fois germés (paramètre lié au matériau). Dans cette première étude, on supposera que cette taille est la même pour les vides préexistants et ceux germés ( $R_0$  correspond à la valeur  $R_1$  de l'équation [II-25]).

En introduisant l'équation [II-13] dans l'équation [II-29](a), nous obtenons le volume relatif de germination de cavités contrôlée par la déformation durant un incrément de temps  $\Delta t$  :

$$\Delta V_{N\varepsilon} = 8\pi R_0^3 \dot{N}_0 \left[ 1 - \exp\left(-\omega t \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right)\right) \right] \Delta t \quad [\text{II-30}]$$

En introduisant l'équation [II-15] dans l'équation [II-29](b), nous obtenons le volume relatif de germination de cavités contrôlée par la pression durant un incrément de temps  $\Delta t$  :

$$\begin{cases} \Delta V_{N\sigma} = 8\pi R_0^3 \dot{N}_{\sigma 0} \exp\left(\frac{P_S - P_{N0}}{P_1}\right) \Delta t & \text{si } P_S > P_{N0} \\ \Delta V_{N\sigma} = 0 & \text{si } P_S \leq P_{N0} \end{cases} \quad [\text{II-31}]$$

Enfin, le volume relatif produit par croissance  $V_G$ , résulte de la croissance des vides préexistants et des vides nucléés. Si  $N_T$  définit le nombre total par unité de volume des vides préexistants et germés, le volume relatif de vides par croissance est donné par la relation :

$$V_G = 8\pi N_T (R^3 - R_0^3) \quad [\text{II-32}]$$

où

$$N_T = N_I + \sum_t \Delta N_T \quad [\text{II-33}]$$

Par intégration de l'équation [II-22], le rayon  $R$  est :

$$R = R_0 \exp\left(\frac{h\pi(1-\nu)}{16g^2G^2t^*} \int_0^t \left(\langle \sigma_m - \sigma_{g0} \rangle^+\right)^2 dt\right) \quad [\text{II-34}]$$

En utilisant l'équation [II-34], la relation [II-32] devient :

$$V_G = 8\pi N_T R_0^3 \left[ \exp\left(\frac{3h\pi(1-\nu)}{16g^2G^2t^*} \int_0^t \left(\langle \sigma_m - \sigma_{g0} \rangle^+\right)^2 dt\right) - 1 \right] \quad [\text{II-35}]$$

Ainsi, en remplaçant les équations [II-28], [II-35] dans [II-26] et après simplification, on obtient le volume total relatif de cavités sous une forme générale :

$$V_T = 8\pi R_0^3 \left[ N_I + \sum_t (\dot{N}_\varepsilon + \dot{N}_\sigma) \Delta t \right] \exp\left(\frac{3h\pi(1-\nu)}{16g^2G^2t^*} \int_0^t \left(\langle \sigma_m - \sigma_{g0} \rangle^+\right)^2 dt\right) \quad [\text{II-36}]$$

A partir du volume total relatif de cavités, on peut déterminer la porosité du matériau :

$$f = \frac{V_T}{1 + V_T} \quad [\text{II-37}]$$

Notre critère de rupture est basé sur la notion de porosité critique  $f_c$  :

$$\begin{array}{ll} f < f_c & \text{Endommagement} \\ f = f_c & \text{Rupture} \end{array} \quad [\text{II-38}]$$

Ainsi, lorsque la porosité du matériau atteint une valeur critique  $f_c$ , la rupture de l'élément se produit. A l'opposé d'un modèle d'endommagement phénoménologique, notre modèle permettra de séparer les parts de germination et de croissance dans l'évolution du dommage au sein du matériau au cours d'un chargement.

On introduit le paramètre de dommage  $d$  obtenu en utilisant une approche d'homogénéisation auto-cohérente [ZAO, 91] :

$$d = \frac{15(1-\nu)}{7-5\nu} f^* \quad [\text{II-39}]$$

Nous supposons l'isotropie. La porosité  $f^*$  est définie telle que le dommage est initié à partir d'une porosité seuil  $f_t$  et la rupture arrive lorsque  $d$  atteint une valeur critique  $d_c$  correspondant à une porosité critique  $f_c$ . Ceci est expliqué schématiquement sur la figure II-3. L'évolution du dommage dans le cas des métaux ductiles tel que le cuivre, commence après une déformation seuil [LEM, 91], [BON, 97] qui dans notre cas est associée avec une porosité seuil  $f_t$ . L'expression suivante du paramètre  $f^*$  est utilisée :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f^* = 0 & \text{si } f \in [0; f_t] \\ f^* = f_c * \left( \frac{f - f_t}{f_c - f_t} \right) & \text{si } f \in ]f_t; f_c] \\ f^* = f_c & \text{si } f = f_c \end{array} \right. \quad [\text{II-40}]$$

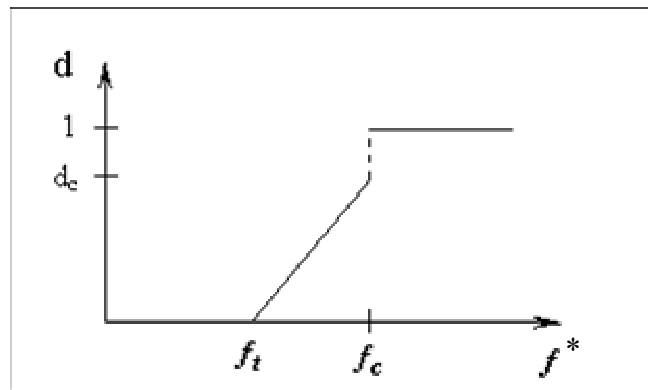


Figure II-3 : Evolution de l'endommagement en fonction de la porosité effective

Compte tenu de la détérioration du matériau, il est nécessaire de prendre en compte la diminution des propriétés élastiques par la variable d'endommagement dans le comportement élastoviscoplastique. Nous introduisons la notion de module élastique et de cisaillement effectif pour prendre en compte l'endommagement en supposant que durant un chargement en compression, le dommage n'affecte pas le module d'Young (HAM, 00]). Le module d'Young effectif et le module de cisaillement effectif sont donc donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{eff} = E(1-d) \quad \text{et} \quad G_{eff} = \frac{E_{eff}}{2(1+\nu)} \quad \text{en tension} \\ E_{eff} = E \quad \quad \quad \text{et} \quad G_{eff} = \frac{E_{eff}}{2(1+\nu)} \quad \text{en compression} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{[II-41]} \\ \text{[II-42]} \end{array}$$

où,  $E_{eff}$  est le module d'Young effectif et  $G_{eff}$  est le module de cisaillement effectif,  $E$  et  $G$  sont les valeurs initiales correspondantes. Ce module de cisaillement effectif est « réinjecté » dans l'équation d'écoulement définie par le modèle MTS. Le modèle d'endommagement proposé sera appelé dans les paragraphes suivants le modèle NAG (Nucleation And Growth : germination et croissance).

## II- Tests numériques de validité sur un élément

### II-1 Description des tests

La loi de comportement viscoplastique MTS et le modèle d'endommagement proposé dans le paragraphe précédent sont des modèles riches. L'implémentation de tels modèles sous Abaqus Implicit est une tâche relativement difficile, aussi nous avons choisi de les implémenter selon un schéma explicite. L'implémentation sous schéma explicite est plus commode car il n'est pas nécessaire de déterminer la matrice tangente. Nous avons implémenté le modèle MTS associé au modèle d'endommagement proposé précédemment au sein du code de calcul ABAQUS/Explicit V6.3 via une subroutine utilisateur VUMAT. Nous avons vérifié l'implémentation des modèles de comportement au travers de tests simples sur un seul élément.

Pour réaliser ces tests numériques, nous avons considéré le problème en déformation plane. La géométrie, le maillage, les conditions limites et les paramètres des matériaux sont définis ci-dessous.

#### **Définition de la géométrie et du maillage**

Nous avons considéré un carré de côté 1 mm (Figure II-3) maillé par un élément de type CPE4R (élément 2D, 4 nœuds en déformation plane avec intégration réduite).

#### **Conditions aux limites**

Les conditions aux limites sont données sur la figure II-4. Nous avons considéré dans un premier temps le cas d'un test de traction simple. Par comparaison des résultats expérimentaux d'essai de traction sur le cuivre OFHC et sur l'acier HY-100 à différentes vitesses de déformation avec les résultats numériques, nous vérifions l'implémentation du modèle MTS pour ce cas de chargement. Un déplacement  $u$  maximal de 1,72 mm est imposé aux nœuds D et C.

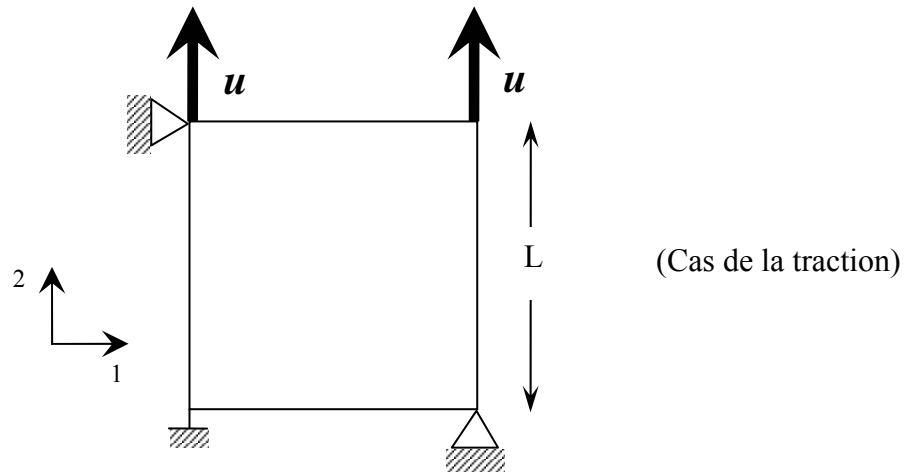


Figure II-4 : Élément de type CPE4R avec ses conditions limites ( $L=1\text{mm}$ )

Le chargement est donné en figure II-5 tel qu'on soit à vitesse constante. Puisque cette exemple est en grande déformation, la vitesse de déplacement est choisie non linéaire de manière à assurer une vitesse de déformation constante. Pour une déformation totale de 115%, les différentes pentes utilisées associées à des vitesses données sont données en Annexe A2.

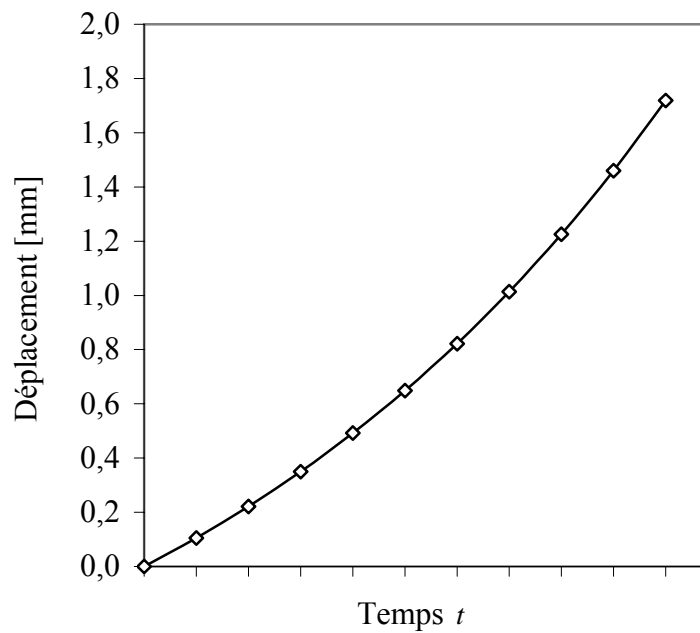


Figure II-5 : Courbe de chargement

On vérifie dans ce cas test l'implémentation du modèle MTS. Les résultats numériques obtenus par l'implémentation du modèle MTS pour le cas du cuivre OFHC sont comparés avec les données expérimentales de Follansbee et Kocks [FOL, 88] en figure II-6. Les résultats numériques donnés par l'implémentation du modèle MTS pour le cas de l'acier sont comparés avec les données expérimentales de Jablovkov [JAB, 01] en figure II-7. Les paramètres utilisés pour le modèle MTS pour le cas du cuivre OFHC et l'acier HY-100 sont donnés en Table TII-1.



Table TII-1 : Paramètres du modèle MTS pour le cuivre OFHC à 25°C et une vitesse de déformation de 5000 s<sup>-1</sup> [FOL, 88]) et l'acier HY-100 à 25°C et une vitesse de déformation de 4700 s<sup>-1</sup> [JAB, 01].

Paramètres	Cuivre OFHC	Acier HY-100
Energie d'activation normalisée : $g_{0\varepsilon}$	1.6	1.6
Energie d'activation normalisée : $g_{0i}$		0.698423
Energie d'activation normalisée : $g_{0\varepsilon S}$		1.6
$p_\varepsilon$	2/3	0.66
$p_i$		0.5
Contrainte à 0 K : $\sigma_{\varepsilon S0}$ [MPa]	900	1470
$\hat{\sigma}_i$ [MPa]		1317
$\alpha$	2	3
$q_\varepsilon$	1	1
$q_i$		1.5
$\dot{\varepsilon}_{0i}$ [s <sup>-1</sup> ]		10 <sup>9</sup>
$\dot{\varepsilon}_{0\varepsilon}$ [s <sup>-1</sup> ]	10 <sup>7</sup>	10 <sup>7</sup>
$\theta_0$ [MPa]	2315	8000
$\theta_{IV}$		200
<b>Données matériaux</b>		
Chaleur spécifique : $C_p$ [J/kg K]	385	473
Coefficient de Taylor-Quinney $\chi$	0.9	0.9
Coefficient de Poisson : $\nu$	0.351	0.35
Contrainte athermique : $\hat{\sigma}_a$ [MPa]	40	50
Densité : $\rho_0$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	8960	7860
Module d'Young : E [GPa]	127.72	227.72
Température de fusion : $T_m$ [K]	1356	1703
Température de référence : $T_0$ [K]	300	300
$k/b^3$ [MPa/K]	0.823	0.9047

L'identification des paramètres du modèle MTS est donnée par le tableau TII-2.

Table TII-2 : Identification des paramètres du modèle MTS

Paramètres	Méthodes d'obtention
Energie d'activation normalisée : $g_{0\varepsilon}$ $g_{0i}$ $g_{0\varepsilon S}$	Déterminer à partir de la mesure de deux constantes de vitesse correspondant à deux températures et à partir de la loi d'Arrhenius.
$p_\varepsilon, p_i$ $q_\varepsilon, q_i$	Permet de fixer la forme de l'énergie libre, ce sont des paramètres ajustables [KOC, 75]
Contrainte à 0 K : $\sigma_{\varepsilon S 0}$ [MPa]	Obtenu par extrapolation de courbe [MEY, 94]
$\alpha$	Ajuster numériquement
$\dot{\varepsilon}_{0i}, \dot{\varepsilon}_{0\varepsilon}$ [ $s^{-1}$ ]	Obtenu à partir de la densité de dislocations, d'un facteur d'orientation et du vecteur de burgers selon Meyers [MEY, 94] ou extrapoler selon Kocks [KOC, 75]
$\theta_0, \theta_{IV}$ [MPa]	Obtenus par extrapolation de courbes expérimentales

#### A) Cas sans prise en compte de l'endommagement

Dans le cas du cuivre OFHC, en reprenant les coefficients proposés par Follansbee et Kocks [FOL, 88], les résultats numériques obtenus sont en adéquation avec les résultats expérimentaux et numériques obtenus par Follansbee et Kocks. Ainsi, le modèle MTS dans le cas du cuivre est correctement implémenté. Dans le cas de l'acier HY-100, on remarque tout d'abord que l'expérience montre, à une vitesse de déformation de  $4700 s^{-1}$  à  $25^\circ C$ , un décrochement<sup>1</sup> entre la zone élastique et la zone plastique. Hormis ce décrochement, le résultat numérique donné par le modèle MTS pour le cas de l'acier HY-100 est en adéquation avec le résultat donné par l'expérience. La littérature offre de nombreuses données expérimentales à des températures cryogéniques sous chargement quasistatique mais très peu de données à température ambiante à des vitesses de déformation élevé. Cette pour cette raison que seul une vitesse est étudié (cas dynamique à température ambiante). Ainsi, le

<sup>1</sup> Lorsqu'une dislocation est liée à des atomes étrangers (qu'ils aient migré vers elle ou bien qu'elle les ait rencontrés lors de son mouvement), elle aura du mal à s'en détacher, elle sera épinglée. Les dislocations épinglées sont freinées au démarrage, ce qui explique la diminution de la contrainte après le premier seuil d'écoulement au début de la déformation plastique dans les métaux non purs (décrochement).

modèle MTS est adapté pour modéliser la viscoplasticité aux grandes vitesses de déformations et pourra être utilisé pour des applications d'impact traitées au chapitre III dans le cas de l'acier HY-100.

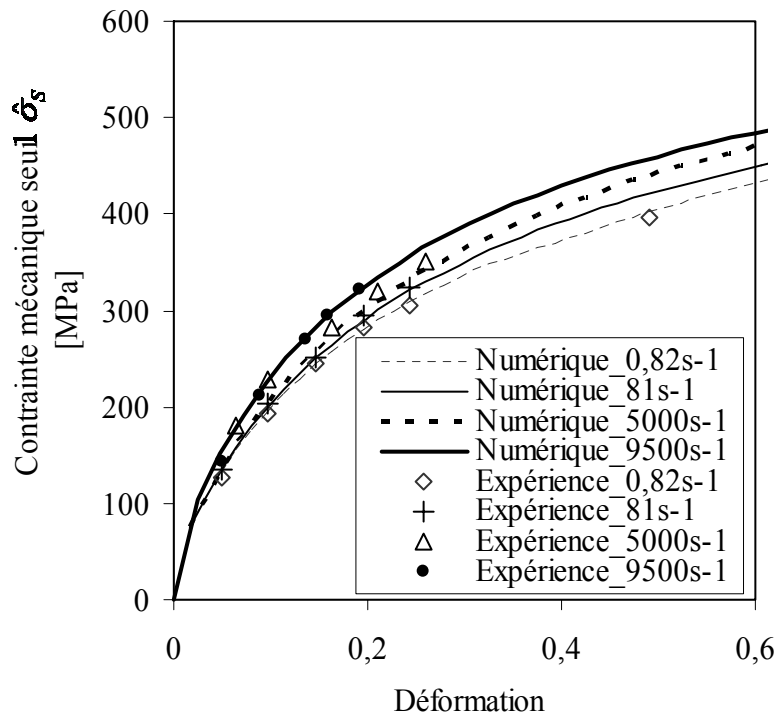


Figure II-6 : Contrainte mécanique seuil en fonction de la déformation à différentes vitesses de déformation  $\dot{\epsilon}$  dans le cas du cuivre OFHC (0,82 s<sup>-1</sup>, 81 s<sup>-1</sup>, 81 s<sup>-1</sup>, 5000 s<sup>-1</sup>, 9500 s<sup>-1</sup>). Comparaison avec les données de Follansbee et Kocks [FOL, 88].

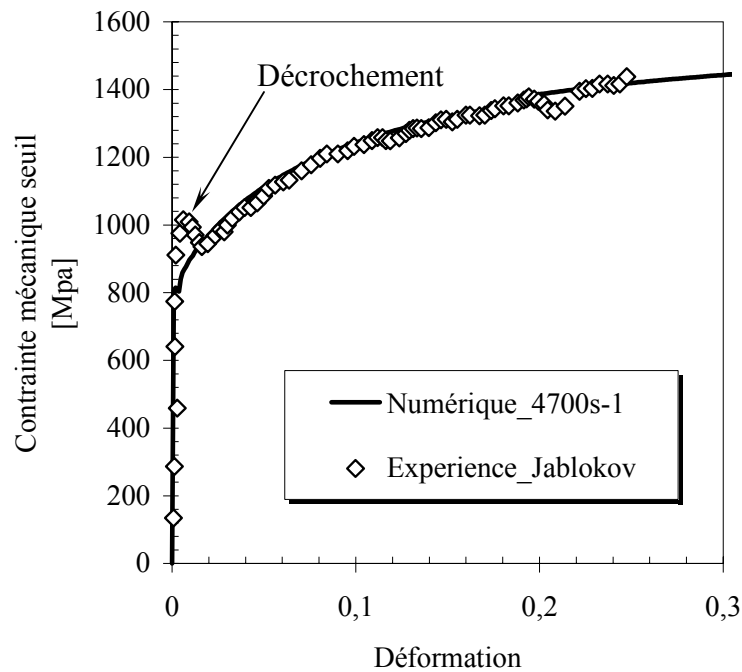


Figure II-7 : Contrainte mécanique seuil  $\hat{\sigma}$  en fonction de  $\varepsilon$  à une vitesse de déformation de  $4700 \text{ s}^{-1}$  pour le cas de l'acier HY-100. Comparaison avec les résultats expérimentaux de Jablokov et al. [JAB, 01].

#### B) Cas avec prise en compte de l'endommagement

Ensuite, on désire tester la capacité du modèle proposé à prédire la rupture dans un cas de traction simple. Nous imposons à l'élément décrit précédemment un chargement en traction (cas du cuivre OFHC). Il apparaît qu'à une vitesse de déformation de  $100 \text{ s}^{-1}$  (figure II-8), le processus de germination contrôlé par la déformation est prédominant jusqu'à une déformation de 66% de l'élément. Ensuite, c'est le processus de croissance de vides qui devient prédominant. Par contre pour une vitesse de déformation de  $1000 \text{ s}^{-1}$  (figure II-9), il apparaît que le processus de germination est toujours supérieur au processus de croissance, celle-ci apparaissant de manière significative qu'à partir de 80% de déformation. Aussi, plus la vitesse de déformation est importante et plus la germination est importante. Des expériences de choc menées sur le Tantale par Roy [ROY, 03] ont mise en évidence que plus la vitesse d'impact était importante, plus la croissance était négligeable face aux processus de germination.

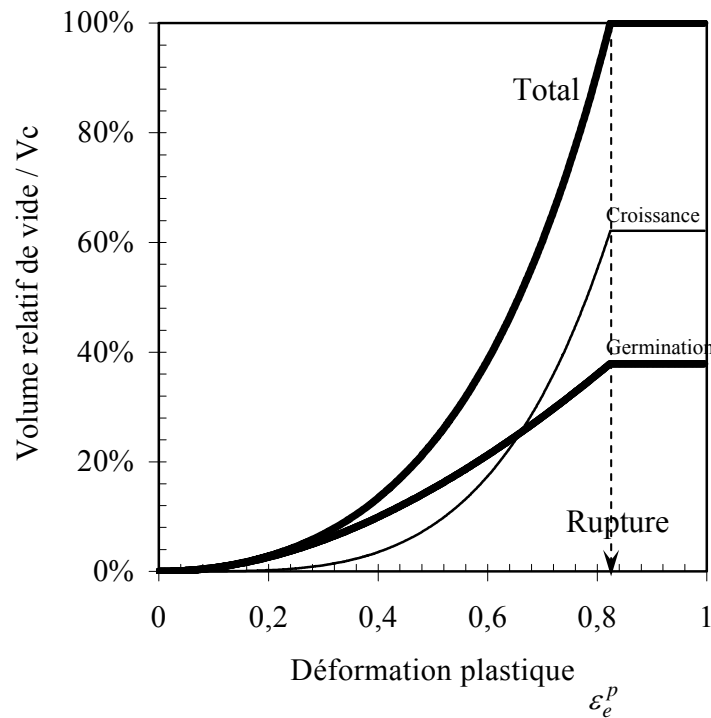


Figure II-8 : Fraction volumique de vide due à la germination et la croissance en fonction de la déformation pour le cas du cuivre OFHC (vitesse de déformation à  $100\text{s}^{-1}$ ).

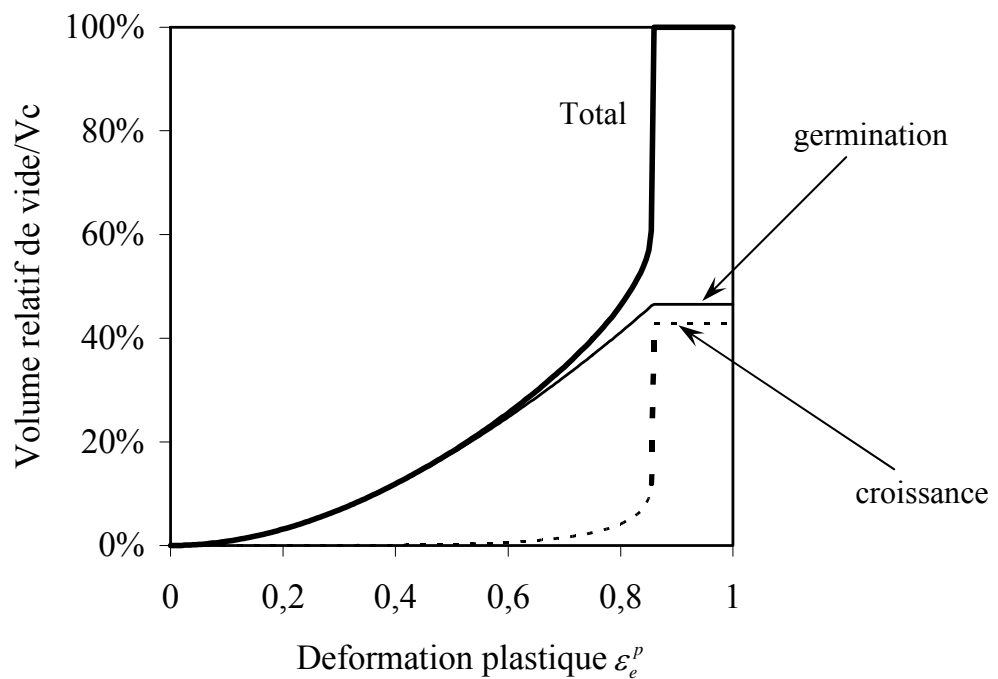


Figure II-9 : Fraction volumique de vide due à la germination et la croissance en fonction de la déformation pour le cas du cuivre OFHC (vitesse de déformation à  $1000\text{s}^{-1}$ ).

Table TII-3 : Données du modèle proposé pour l'endommagement et la rupture du cuivre OFHC [CUR, 87].

Données	Cuivre OFHC
Rayon de la cavité créée par germination $R_0$ [m]	$10^{-6}$
Vitesse de germination initiale $\dot{N}_\varepsilon$ [Nb/m <sup>3</sup> .s]	$1.10^{21}$
Vitesse de germination initiale $\dot{N}_\sigma$ [Nb/m <sup>3</sup> .s]	$1.10^{21}$
Nombre initial de cavités $N_1$ [Nb/m <sup>3</sup> ]	$10^{10}$
Fréquence $\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	$10^{-6}$
Facteur g	0.329
Contrainte seuil hydrostatique $\sigma_{g0}$ [Pa]	$5.10^8$
Contrainte seuil de germination $P_{N0}$ [Pa]	$2.55.10^9$
Coefficient de Mie-Grüneisen	2
Porosité critique de rupture $f_C$	0.33
Porosité seuil $f_t$	0
$t^*$ [s]	$5.10^{-4}$

## II-2 Chargement avec saut de vitesse (cas sans considération de l'endommagement)

On a vu dans le chapitre précédent que lorsque deux corps entrent en collision, l'impact sur la cible provoque une discontinuité de vitesse qui se traduit par la création de deux ondes de choc. Aussi, il est nécessaire de tester la loi de comportement face à un saut de vitesse. En reprenant l'élément décrit précédemment et en effectuant un test de traction avec un chargement comprenant un saut de vitesse, on vérifie que le modèle MTS est capable de rendre compte des effets de discontinuité de vitesse.

Pour rendre compte de cette discontinuité de vitesse, nous avons implémenté le modèle MTS avec une définition de la vitesse de déformation comme étant instantanée ( $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ ). Nous avons choisi d'effectuer un saut de vitesse allant d'une vitesse de déformation de  $81 \text{ s}^{-1}$  à  $9500 \text{ s}^{-1}$ . La figure II-10 montre que le modèle MTS tel qu'il est implémenté permet de rendre compte de sauts de vitesse de déformation dans des matériaux de type CFC.

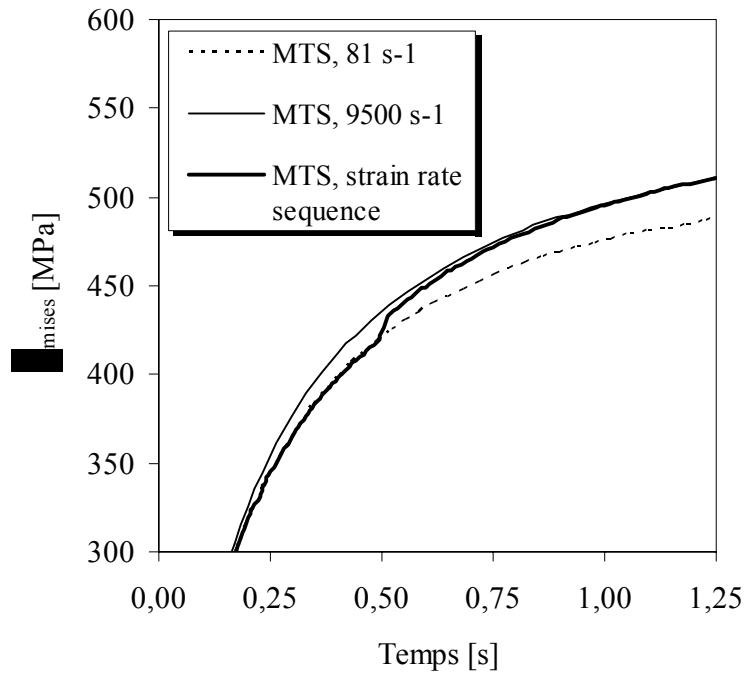


Figure II-10 : Saut de vitesses de déformation allant de 81 s<sup>-1</sup> à 9500 pour le cas du cuivre OFHC.

### II-3 Cycle de charge-décharge (A effort imposé)

Pour vérifier que le modèle d'endommagement est correctement implémenté, on réalise un test de charge-décharge sur l'élément décrit précédemment (comparable au passage d'une onde de tension). On applique à l'élément un cycle de charge-décharge en effort tel qu'il est décrit sur les figures II-11 et II-12. Les paramètres utilisés pour les simulations sont ceux définis dans les tableaux TII-1 et TII-3 sauf pour la porosité seuil  $f_t$  que l'on prendra à 0,2 afin de pouvoir prendre en compte son effet.

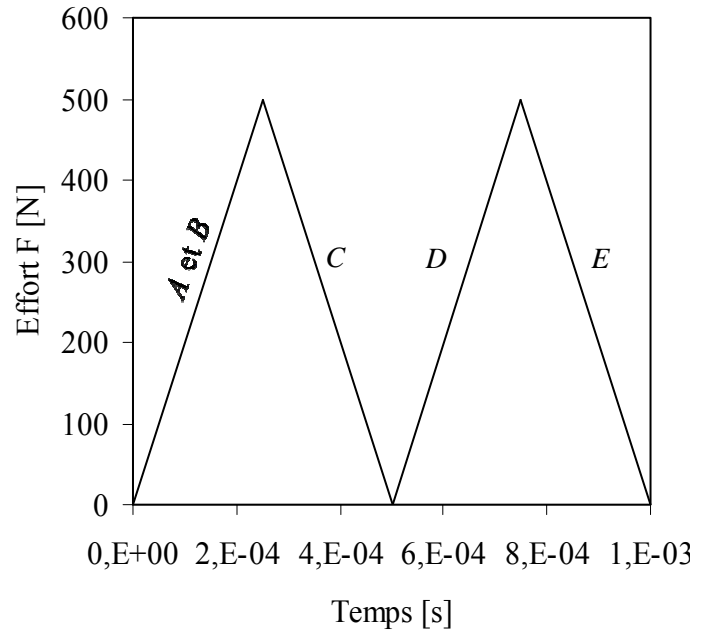
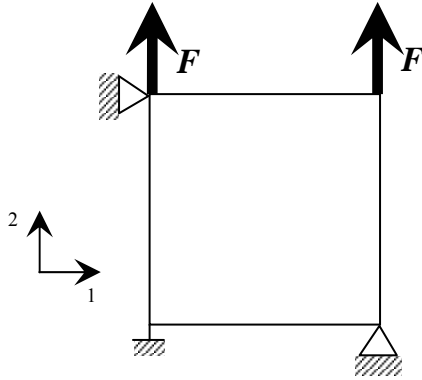


Figure II-11 : Elément de type CPE4R soumis à un chargement cyclique en effort.

Figure II-12 : Chargement cyclique charge-décharge.

Durant la charge de l'élément (Figure II-11), plusieurs cas se présentent (figures II-13 et II-14) :

- Zone élastique initiale *A* : pas de porosité  $f_c$  (pas de dommage  $d$ )
- Zone plastique initiale *B* : la porosité augmente (le dommage augmente à partir du seuil  $f_t$ )
- Zone de décharge élastique *C* : pas d'évolution de la porosité (le dommage reste constant)
- Zone de recharge *D* (Elastique-plastique) : La porosité augmente à nouveau à cause de la plastification de manière très faible. Dans ce cas on a déjà atteint le seuil  $f_t$ .
- Nouvelle zone de décharge élastique *E* : Pas de nouvelle évolution de la porosité.



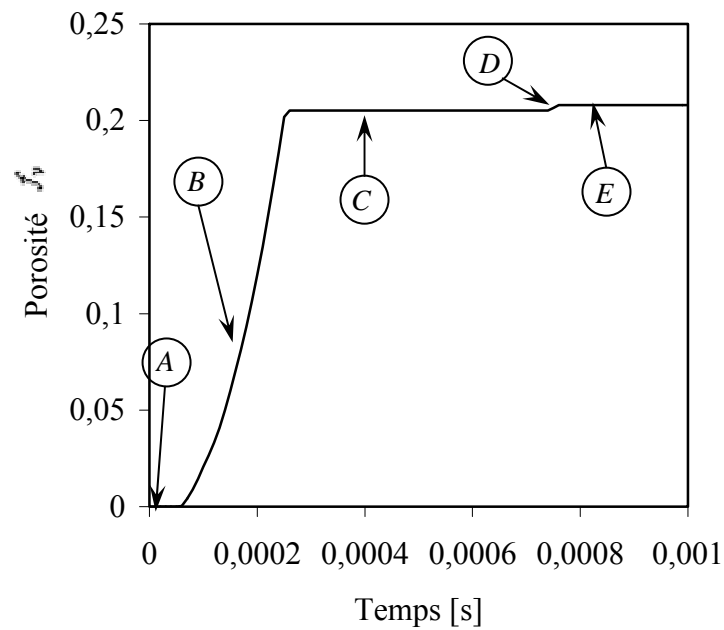


Figure II-13 : Evolution de la porosité en fonction du temps de chargement sous chargement cyclique charge-décharge.

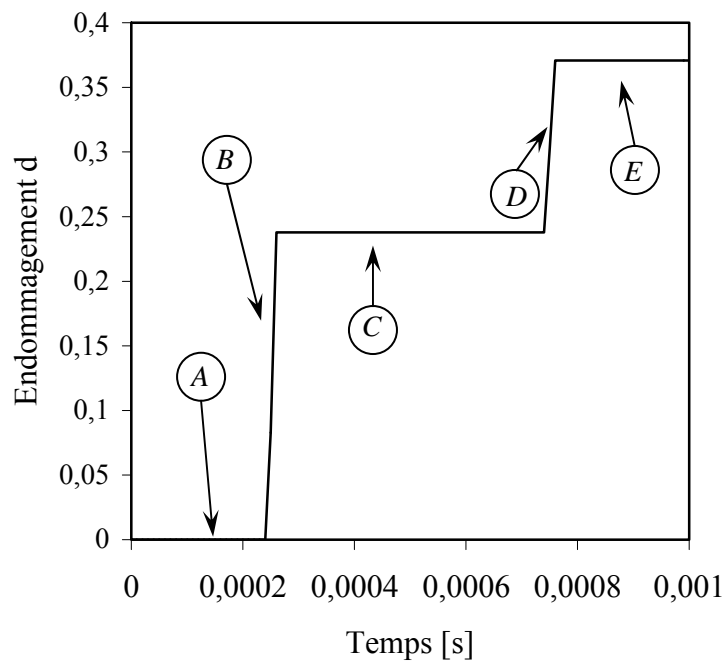


Figure II-14 : Evolution de la variable d'endommagement  $d$  en fonction du temps de chargement sous chargement cyclique charge-décharge.

La porosité (et l'endommagement) du matériau doit augmenter lorsque le matériau est en charge et en déformation plastique et doit rester constante lorsque le matériau est en décharge élastique. L'évolution de l'endommagement normalisé (figure III-15) en fonction de la porosité  $f_v$  indique que plus le seuil  $f_t$  qui indique le moment à partir duquel la variable d'endommagement affecte les modules d'Young et de cisaillement est grand, implique pour une variation de la porosité  $\Delta f_v$  donné, une variation de la variable d'endommagement  $\Delta d$  importante. Ceci explique la forte pente de la phase D sur la figure II-14.

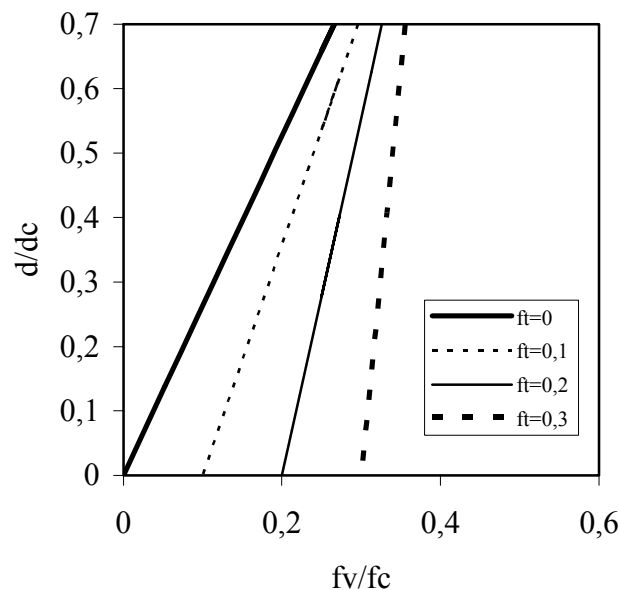


Figure II-15 : Evolution normalisée en fonction de la porosité normalisée selon une variation de la porosité seuil.

#### II-4 Cycle de compression-traction (A déplacement imposé)

En imposant deux cycles en déplacement décrit sur la figure II-16, l'élément subit un cycle de compression puis traction (comparable aux passages d'ondes de compression puis d'ondes de tension) tel que le montre la contrainte hydrostatique sur la figure II-17. Ce cas de chargement est réalisé sans décharge de l'élément entre la compression et la phase de traction.

Lorsque le matériau est en compression et en déformation plastique, le matériau a sa porosité qui augmente par le biais de la germination contrôlée par la déformation (figure II-18). On remarque que notre modèle de germination néglige l'effet de forme de cavités vu qu'on suppose que les cavités sont sphériques. L'endommagement augmente (figure II-19) mais le module d'Young effectif n'est pas affecté par l'endommagement (figures II-20 et II-21).

Dès que l'élément subit un deuxième chargement en traction et qu'on est en déformation plastique, la porosité continue d'augmenter par le biais de la germination et la croissance, l'endommagement du matériau correspond à la présence complète de toutes les cavités. Toutes les cavités qui étaient « fermées » lors d'un chargement en compression se rouvrent et de nouvelles apparaissent et peuvent grossir. (Figure II-19).

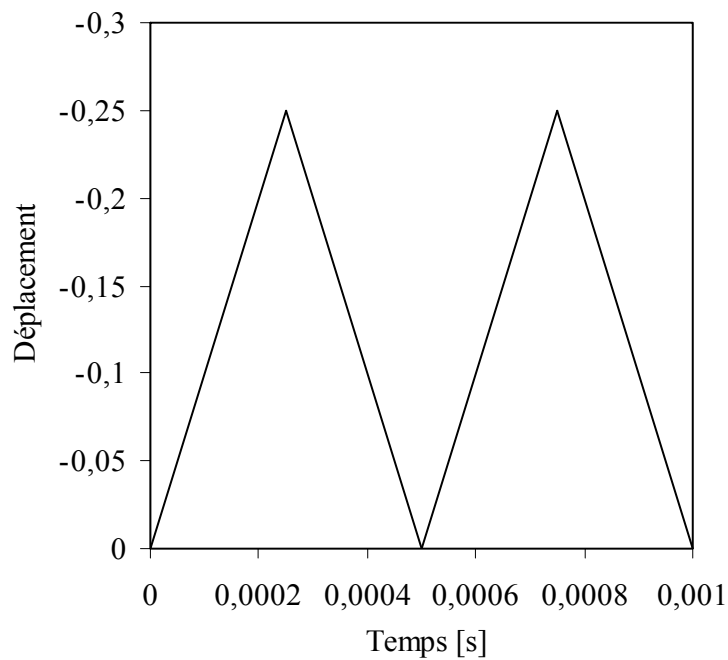


Figure II-16 : Chargement cyclique en déplacement. Compression suivie par une traction sans décharge élastique

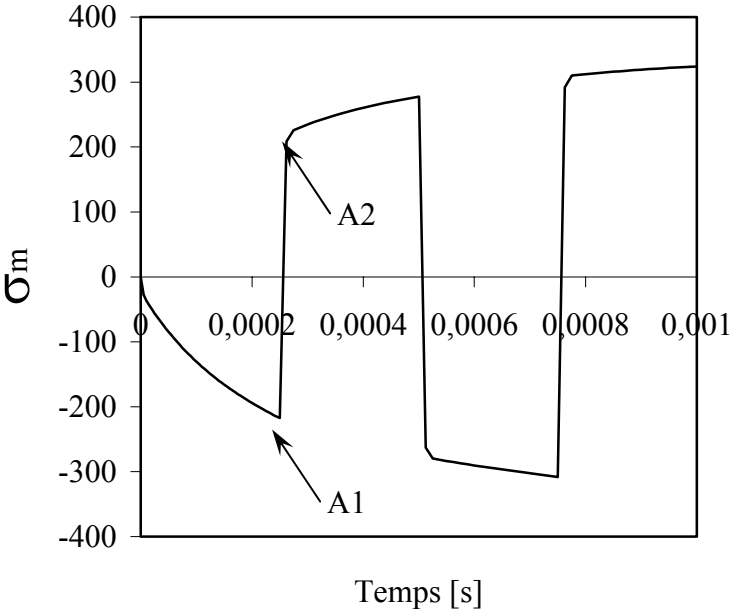


Figure II-17 : Evolution de la contrainte hydrostatique en fonction du temps.  
La décharge élastique est absente

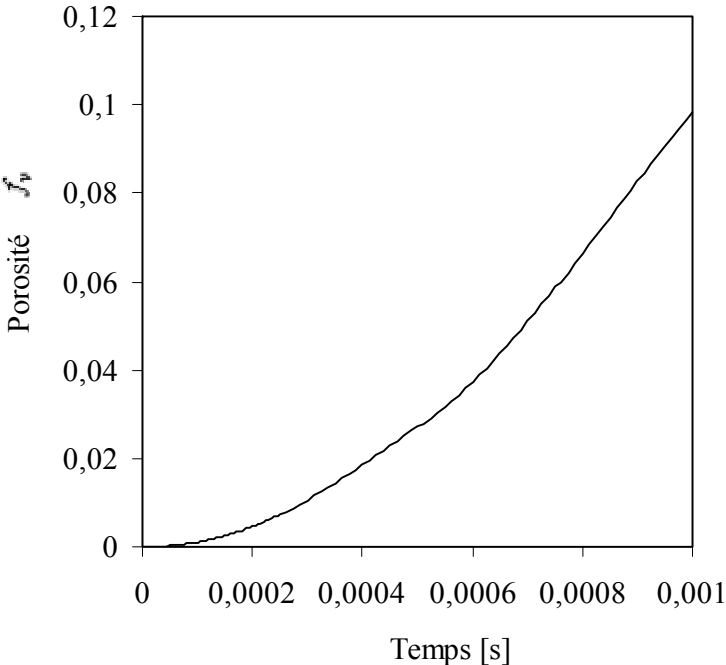


Figure II-18 : Porosité en fonction du temps au cours d'un cycle de compression-traction

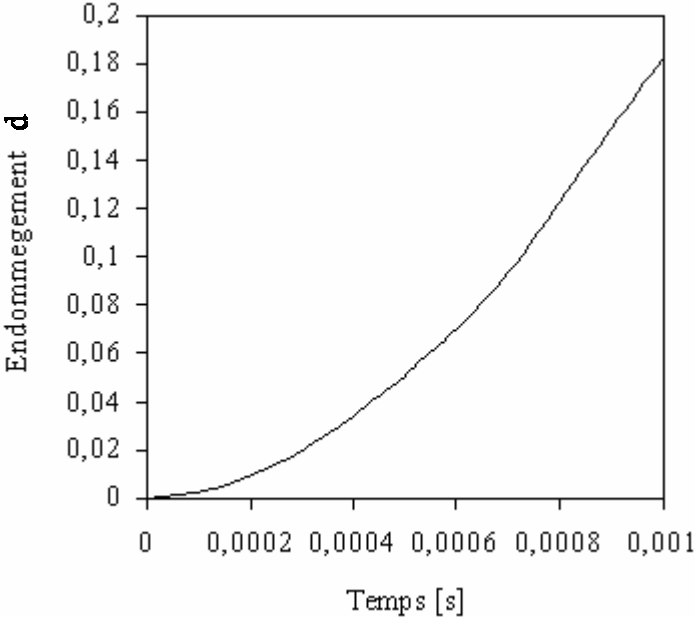


Figure II-19 : Endommagement en fonction du temps au cours d'un cycle de compression-traction.

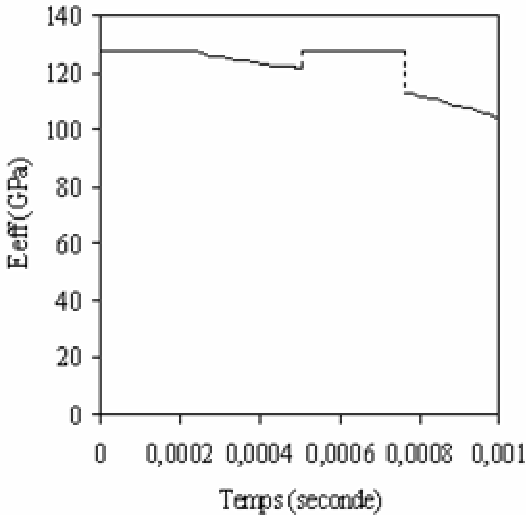


Figure II-20 : Evolution du module d'Young effectif  $E_{eff}$  en fonction du temps

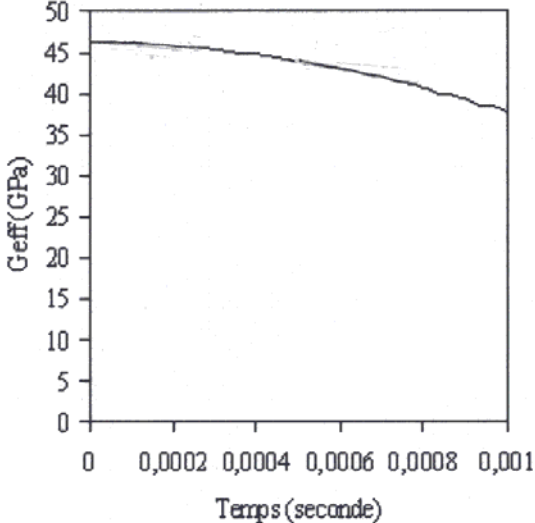


Figure II-21 : Evolution du module de cisaillement effectif  $G_{eff}$  en fonction du temps

## II-5 Cisaillement

On désire tester la capacité du modèle proposé à prédire la rupture dans le cas d'un chargement en cisaillement. On se place dans le cas du cuivre OFHC. Un déplacement  $u$  maximal de 1,72 mm est imposé aux nœuds D et C tel que la vitesse de déformation au cours du chargement soit constante. Le chargement s'effectue à une vitesse de déformation de  $5000 s^{-1}$ . Les paramètres utilisés pour le modèle MTS sont donnés par le tableau TII-1 et ceux utilisés pour le modèle d'endommagement sont donnés dans le tableau TII-3.

La figure II-23 montre que le modèle d'endommagement proposé permet de localiser la rupture sous un chargement en cisaillement. La figure II-24 montre l'évolution de la porosité au cours d'un chargement en cisaillement.

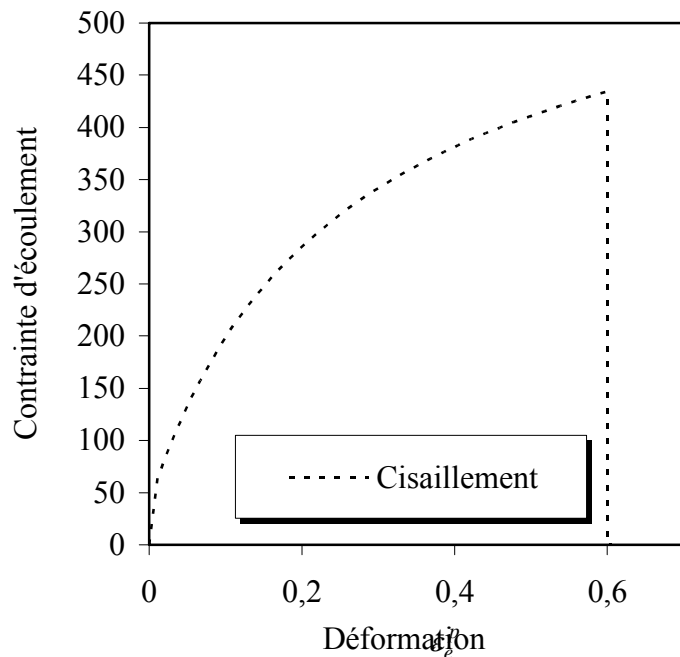
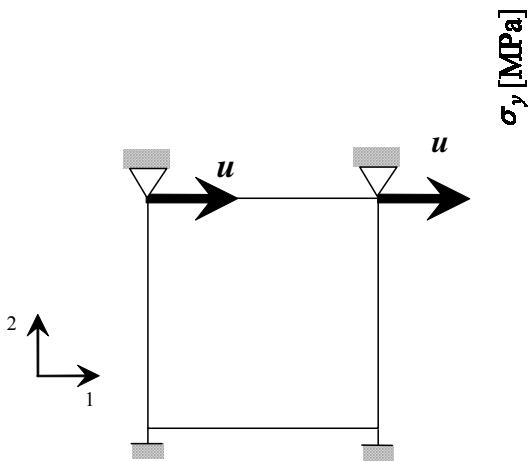


Figure II-22: Élément de type CPE4R soumis à un chargement en cisaillement.

Figure II-23 : Contrainte d'écoulement en fonction de la déformation plastique équivalente sous chargement en cisaillement.

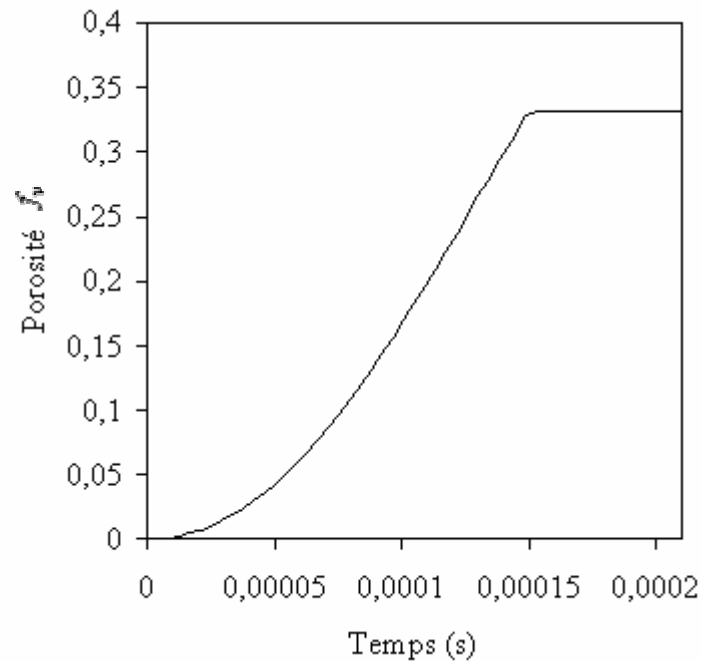


Figure II-24 : Evolution de la porosité lors d'un chargement en cisaillement

Dans ce test, on a fait l'hypothèse que les cavités restent sphériques, en réalité les cavités changent de forme et s'allongent. Pour ne pas compliquer l'écriture du modèle, nous avons supposé comme approximation qu'elles restaient sphériques (en réalité, les cavités auront un changement de forme), cette hypothèse aura pour conséquence de sous estimer la porosité dans un cas de chargement en cisaillement.

### III- Conclusion

Le modèle d'endommagement proposé est basé sur une approche physique liée à un aspect statistique (libération ou non libération des dislocations). Il permet une description du dommage en terme de germination selon deux mécanismes (germination contrôlé par la déformation et germination contrôlée par la contrainte) et de croissance de cavités basée sur des considérations microscopiques.

Nous avons implémenté ce modèle et le modèle de viscoplasticité « Mechanical Threshold Stress » (MTS) dans ABAQUS/Explicit via une VUMAT. Les comparaisons des résultats numériques pour le comportement viscoplastique avec les résultats expérimentaux sont conformes pour le cas du cuivre OFHC et l'acier HY-100.

De plus, nous sommes à même de déterminer dans la fraction volumique totale de vides celle provenant de la croissance et celle provenant de la germination. Dans les prochains chapitres,

nous testons la robustesse du modèle proposé à prédire les zones d'endommagement et de rupture dans le cas de problèmes de dynamique rapide où les phénomènes de propagation d'ondes sont prépondérants.





## CHAPITRE III :

### Application aux problèmes d'impact

La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi.

*Albert Einstein*

## Table des matières

### **CHAPITRE III :**

<b>Application aux problèmes d'impact</b>	<b>97</b>
<b>I- Introduction</b>	<b>99</b>
<b>I-1 Impact plan cylindre-cylindre</b>	<b>99</b>
I-1-1 Analyse de la dépendance au maillage sur le profil de la surface libre	105
I-1-2 Etude paramétrique.	109
I-1-3 Influence de la vitesse d'impact	111
I-1-4 Comparaison de l'approche physique proposée avec une approche phénoménologique.	112
<b>II- Cas d'un impact plan cylindre-cone. Cas de l'acier HY-100</b>	<b>118</b>
<b>III- Conclusion</b>	<b>123</b>

## I- Introduction

Dans ce chapitre, nous testons le modèle d'endommagement décrit au chapitre précédent dans le cas de chargement à grandes vitesses de déformation. Plusieurs types de configuration ont été envisagés afin de tester l'efficacité du modèle sous plusieurs états de déformation. Tout d'abord, nous étudions l'impact plan à incidence normale qui est la plus simple des situations que l'on peut rencontrer en balistique. L'impact plan permet la création d'ondes de choc par impact d'un projectile sur une cible. Il permet d'étudier le comportement des matériaux à très grandes vitesses de déformations dans un état de déformation uniaxiale et dans un domaine de pression étendu. Le cas considéré est suffisamment sévère pour créer des zones d'endommagement et de rupture : l'écaillage. Nous comparons les zones d'endommagement et de rupture obtenues par notre étude numérique avec celles d'une part de l'étude expérimentale menée par Rajendran et al. [RAJ, 88] sur le cuivre OFHC et d'autre part avec les résultats numériques obtenus en considérant une formulation de type Johnson-Cook dans sa version initiale (implémenté en standard sous ABAQUS/Explicit) et en considérant l'équation d'état de type Mie-Grüneisen. La deuxième partie de ce chapitre est dédiée à l'étude de l'impact d'une cible conique par un projectile cylindrique dans le cas de l'acier HY-100 pour étudier le comportement du matériau dans un état de déformation tridimensionnel. Nous comparons les résultats obtenus avec ceux issus d'études expérimentales sur des géométries similaires qui ont été réalisées par Bar-On et al. [BAR, 91] et Randers-Pherson et al. [RAN, 95]. L'objectif est de montrer que le modèle proposé permet de localiser les différentes surfaces d'écaillage et d'endommagement qui peuvent survenir lorsque l'impact est suffisamment sévère sous un état de déformation tridimensionnel.

### I-1 Impact plan cylindre-cylindre

L'impact plan permet la création d'ondes de choc par impact d'un projectile sur une cible. La collision se faisant plan sur plan.

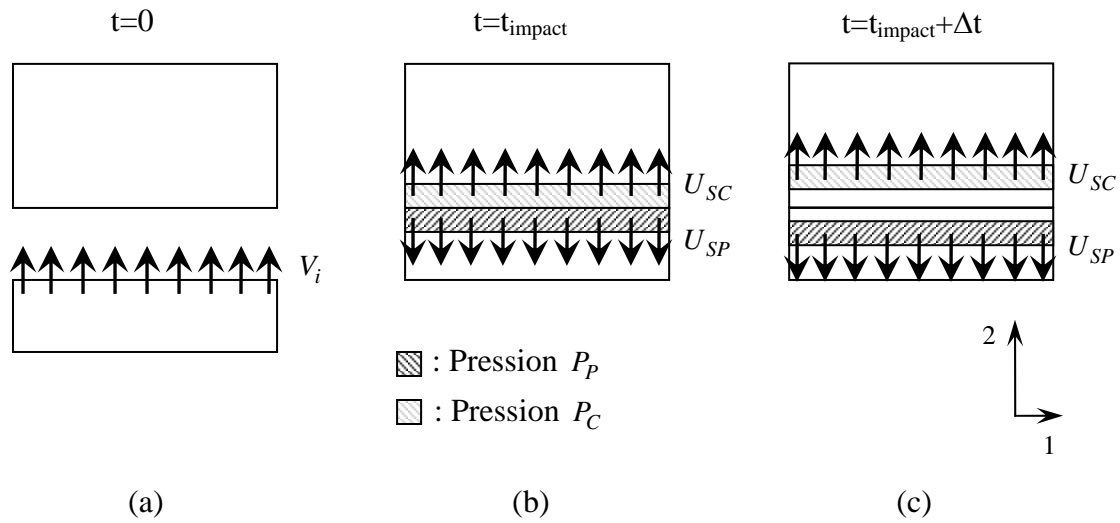


Figure III-1 : Séquence d'un impact

La séquence d'un impact se déroule en plusieurs étapes, dans un premier temps, le projectile est animé d'une vitesse donnée  $V_i$  alors que la cible est fixe. Après l'impact, deux ondes de chocs de compression sont créées tel que le montre la figure III-1 : l'une se propage au travers de la cible avec une vitesse  $U_{sc}$  et l'autre se propage au travers du projectile avec une vitesse  $U_{sp}$ . La zone non comprimée du projectile reste en mouvement à la vitesse  $V_i$  et la zone non comprimée de la cible est à vitesse nulle. Deux conditions doivent être réalisées pour établir les équations qui prédisent la pression dans la cible et le projectile :

- Le matériau doit être continu le long de l'interface d'impact. La vitesse est identique dans les zones comprimées.
- La pression doit être la même ( $P_C = P_P$ ).

Le choix des conditions aux limites pour la simulation doit respecter ces conditions. Nous étudions le cas d'un problème d'impact plan d'une cible et d'un projectile cylindrique ayant un rapport d'épaisseur de  $9/2$  (Figure III-2). Compte tenu des géométries et des conditions de chargement, le problème est axisymétrique. La géométrie et les conditions aux limites sont représentées sur la figure III-3. Le matériau de la cible et celui du projectile sont du cuivre OFHC. Les tableaux TII-1 et TII-3 présentent les données du matériau utilisées, sauf pour  $\dot{N}_\varepsilon$  et  $\dot{N}_\sigma$  que l'on prendra respectivement à  $10^{22}$  et  $3.10^{24}$  et  $t^*$  est pris à  $0.98.10^6$ . Ces paramètres sont ajustables. On note une dépendance à la vitesse de déformation de  $\dot{N}_\varepsilon$  et  $\dot{N}_\sigma$ .

En effet, plus la vitesse augmente, plus les valeurs de  $\dot{N}_\varepsilon$  et  $\dot{N}_\sigma$  doivent être grande pour donner des résultats convenables. Ces observations sont en cours d'approfondissement. Le contact est réalisé sur ABAQUS via l'option de « Contact pair » qui définit le contact entre une surface maître (zone de contact du projectile défini par des éléments) et une surface esclave (zone de contact du projectile défini par une zone de nœuds). Le frottement est négligé. Les résultats numériques seront comparés aux résultats expérimentaux réalisés par Rajendran et al. [RAJ, 88].

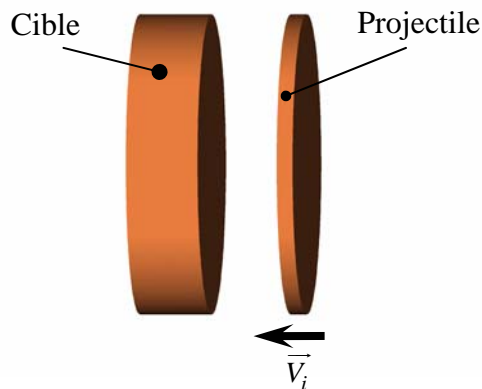


Figure III-2 : Impact plan d'une cible cylindrique par un projectile cylindrique (Echelle 1).

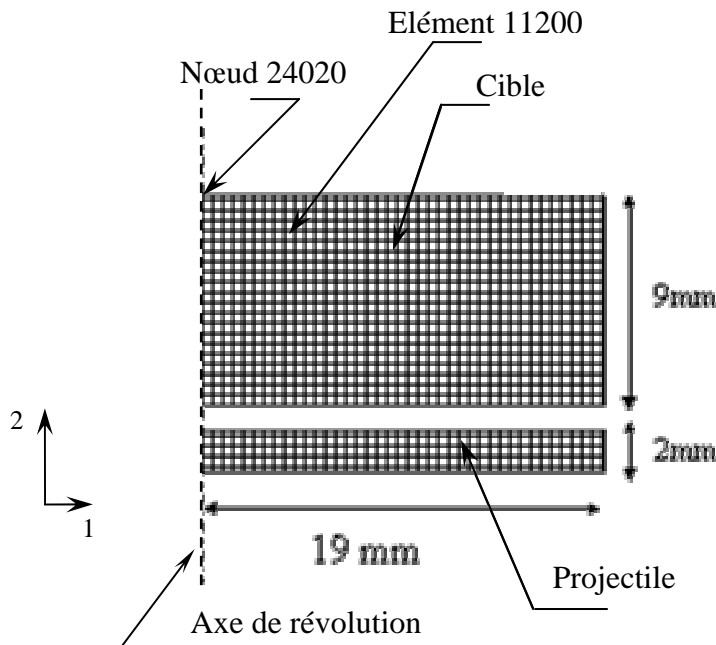


Figure III-3 : Géométries et conditions limites de la cible et du projectile cylindrique. Seulement la moitié de la géométrie est montrée.

Le mode de rupture que l'on observe dans ce type d'essai est l'écaillage. Comme on l'a vu au chapitre I, ce phénomène apparaît lorsque deux faisceaux d'ondes de détente se propagent en sens inverse dans un milieu solide. Si à leur conjonction la pression de tension atteint le seuil de rupture en tension du matériau, le solide se rompt en deux parties. L'étude de la propagation des ondes permet d'appréhender ce phénomène. Aussi, le diagramme de Lagrange permet de mieux comprendre l'origine de l'écaillage. Lorsque le projectile impacte la cible à un instant  $T=0$ , on a une génération d'ondes élastiques de compression dans le projectile et la cible. Si la vitesse d'impact est suffisamment élevée, ces ondes sont suivies par des ondes plastiques de compression plus lentes. Une fois que ces ondes atteignent les surfaces libres, elles se réfléchissent en ondes de détente. Les conditions favorables à l'écaillage sont réunies lorsqu'une onde de compression se réfléchit à la surface libre de la cible, créant une onde de détente ( $C^-$ ) qui interfère avec le faisceau incident ( $C^+$ ) provenant de la surface libre du projectile. Ces ondes vont se rencontrer pour former une zone de forte pression de tension. Si localement la pression dépasse la limite de rupture du matériau, un plan d'écaillage apparaît et se situe, par rapport à la surface libre, à une distance équivalente à l'épaisseur  $e$  du projectile. Ceci est observé expérimental.

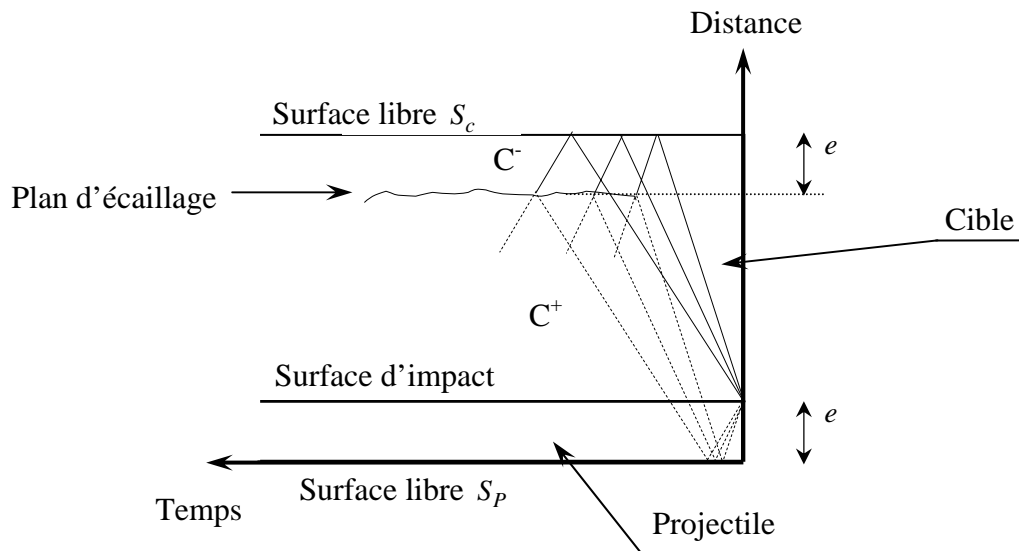


Figure III-4 : Description de l'interaction des ondes de contrainte dans une cible par le diagramme de Lagrange dans le cas d'un impact plan.

D'un point de vue expérimental, pour détecter la formation d'une zone d'écaillage, on mesure l'évolution de la vitesse de la surface libre  $S_c$  via un interféromètre VISAR [RAJ, 88]. Le type de signal obtenu est montré en figure III-5. Le point  $E_1$  représente l'arrivée de l'onde élastique de compression sur la surface libre  $S_c$ . La portion de courbe  $E_1-E_2$  indique qu'on se situe à la limite d'écoulement du matériau, la vitesse résultante est appelée vitesse à la limite élastique d'Hugoniot et noté  $V_{HEL}$ . Le profil  $E_2-P$  représente le temps pris par la surface libre de la cible pour atteindre le pic de vitesse conditionné par la vitesse d'impact. Lorsque l'onde plastique de compression arrive sur la surface libre de la cible  $S_c$ , cette onde porte la vitesse de particule au pic défini par le profil  $P-L_1$ . Ensuite, l'onde élastique de détente provenant de la surface libre du projectile  $S_p$  arrive en  $L_1$  ce qui fait baisser la vitesse de la surface libre jusqu'à  $L_2$ . Ensuite, deux possibilités peuvent se présenter : si l'état de contrainte résultant de la conjonction des deux faisceaux d'ondes de détentes n'atteint pas la limite de rupture du matériau, l'onde plastique de détente provenant de la surface libre du projectile  $S_p$  atteint la surface libre de la cible  $S_c$  et baisse la vitesse de la surface libre jusqu'à  $D$  ; dans le cas contraire, une nouvelle surface libre apparaît à la conjonction des deux faisceaux d'ondes de détentes (plan d'écaillage) et entraîne la création d'une onde de choc de compression. On est au point  $E_c$  où la vitesse de la surface libre augmente à nouveau par l'arrivée de cette onde de choc de compression sur la surface  $S_c$ .



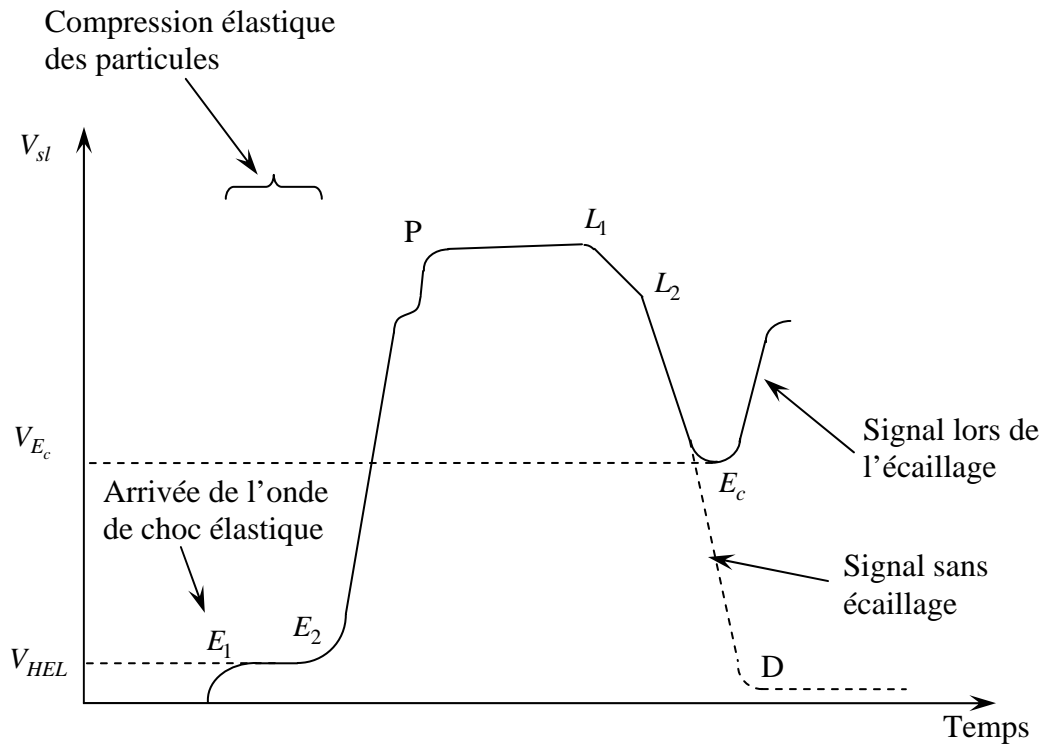


Figure III-5 : Vitesse de surface libre correspondant à un écaillage.

Pour réaliser les simulations d'impact plan en utilisant le modèle proposé au chapitre précédent, il est nécessaire de définir le temps de cycle  $t^*$  [II-21]. Ce temps de cycle peut être dans un premier temps évalué par la théorie des chocs [MEY, 94]. L'impulsion initiale du choc au cours d'un impact plan est approximativement égale à deux fois le temps mis par l'onde de choc pour traverser le projectile. Donc, le temps de cycle peut être exprimé dans une première approximation par l'équation suivante :

$$t^* = \frac{2d_0}{U_s} \quad \text{[III-1]}$$

où  $d_0$  est l'épaisseur du projectile et  $U_s$  est la vitesse de l'onde de choc à travers le projectile. Aussi pour déterminer ce temps  $t^*$ , il est nécessaire de déterminer la vitesse de l'onde  $U_s$  à l'aide de l'équation d'état (EOS) [I-11]. Dans notre cas, le matériau de la cible et du projectile sont les mêmes, nous utilisons donc la même équation d'état EOS [I-11] (dans le cas du cuivre, on a  $C_0 = 3.94 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  et  $S \cong 1.49$ ) et la même équation pour déterminer la pression (équation de Rankine-Hugoniot définie au chapitre I, [I-10]). La résolution des

différentes équations permet d'obtenir une expression de la vitesse  $U_p$  dans le cas où la cible et le projectile sont composés du même matériau. Le détail des calculs est donné dans l'annexe A3:

$$U_p = \frac{1}{2}V_i \quad \text{[III-2]}$$

Connaissant maintenant la vitesse de particule  $U_p$ , il est possible de déterminer soit de manière graphique la vitesse de l'onde en utilisant la figure I-4 soit de manière analytique en remplaçant la valeur de  $U_p$  dans l'équation d'état [I-11]. La vitesse d'impact étant dans notre cas de  $185\text{m/s}$ , nous obtenons une vitesse de l'onde  $U_s = 4078\text{m/s}$ . Ainsi, en remplaçant  $U_s$  par sa valeur dans l'équation [III-1], le temps de cycle est de  $t^* \approx 0.98\ \mu\text{s}$  pour une épaisseur de projectile de 2mm.

### I-1-1 Analyse de la dépendance au maillage sur le profil de la surface libre

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'influence du maillage sur la réponse numérique de l'impact décrit au paragraphe précédent. Les simulations ont été réalisées sur le code d'éléments finis Abaqus/Explicit version 6.3. Les calculs ont été réalisés sur une machine SUN Ultra 10. Les éléments utilisés sont axisymétriques de type CAX4R avec intégration réduite et contrôle d'« hourglassing ». La condition de stabilité lors de l'intégration s'exprime par la condition de Courant, Friedrich et Levy (CFL) [ABA, 03] qui définit le pas de temps de manière à ce que les ondes ne parcourent pas plus d'une maille en un pas de temps. Le pas de temps est géré par le plus petit élément.

Plusieurs tailles de mailles ont été testées:  $100*100\ \mu\text{m}^2$ ,  $50*50\ \mu\text{m}^2$ . Des mailles inférieures n'ont pu être utilisées car nos machines ne le permettaient pas. Le temps de calcul est incontestablement proportionnel au nombre de degrés de liberté. Les résultats numériques au nœud 24020 qui se situe à l'intersection de la surface libre avec l'axe de révolution et les temps de calculs sont donnés dans le tableau TIII-2 et la figure III-6.

Tout d'abord, nous comparons les vitesses  $V_{HEL}$  à la limite élastique d'Hugoniot obtenues numériquement à celle obtenue expérimentalement par Rajendran et al. [RAJ, 88]. On montre qu'on a une erreur de 12 % et 15% respectivement pour une taille de maille de  $50\ \mu\text{m}$  et  $100\ \mu\text{m}$ , entre les valeurs numériques et la valeur expérimentale.

La figure III-6 montre la vitesse de surface libre en fonction du temps. Sur cette figure, il apparaît que le profil de montée causé par l'onde plastique n'est respecté qu'à partir d'une taille de maille de  $50 \mu m$ . Il semble nécessaire de descendre en dessous de  $50 \mu m$ , ce qui ne fut pas possible sur nos machines. De plus, nous n'avons pas opté pour le choix de mailler plus fin aux endroits critiques, pour ne pas favoriser une zone plus qu'une autre. Ceci n'est pas pénalisant dans la mesure où l'on veut tester l'influence des différents coefficients du modèle d'endommagement proposé mais cela l'est dans le cas où l'on veut déterminer les coefficients avec une plus grande précision. Néanmoins, pour un problème d'impact donné, le maillage devra être suffisamment fin pour donner des résultats avec une précision acceptable. La figure III-7 et les valeurs de la vitesse de la surface libre à l'apparition de l'écaillage  $V_{E_c}$  (Tableau TIII-1) montrent que la diminution de la taille de maille permet d'obtenir une valeur numérique de la vitesse proche de la vitesse expérimentale : l'erreur est moindre ( $>1\%$ ) pour la valeur numérique de  $V_{E_c}$ . D'un point de vue localisation de l'endommagement sur la structure, on montre que l'épaisseur de la bande de localisation de l'écaillage tend à devenir plus fine lorsque le maillage devient plus fin (Figures III-8 et III-9). Ainsi, dans l'étude des différents paramètres au paragraphe suivant, nous prendrons un maillage de  $50 \mu m$ , correspondant à 68 400 éléments.

Tableau TIII-1 : Influence de la taille de maille sur la simulation d'un essai d'impact cylindre-cylindre.

Taille de maille ( $\mu m$ )	CPU Time ( $s$ )	$V_{HEL}$ ( $m/s$ )	$V_{E_c}$ ( $m/s$ )
100*100	273	3,9	110,71
50*50	1781	3,8	113,26
Expérimentale		3,4	113,56

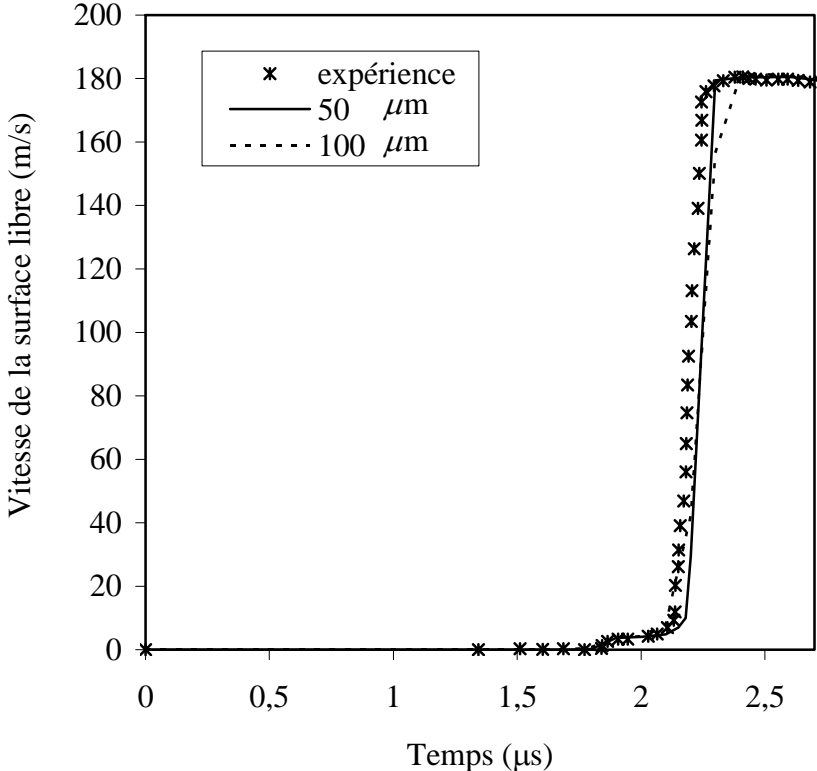


Figure III-6 : Profil initial de la vitesse de la surface libre en fonction de la taille de maille.

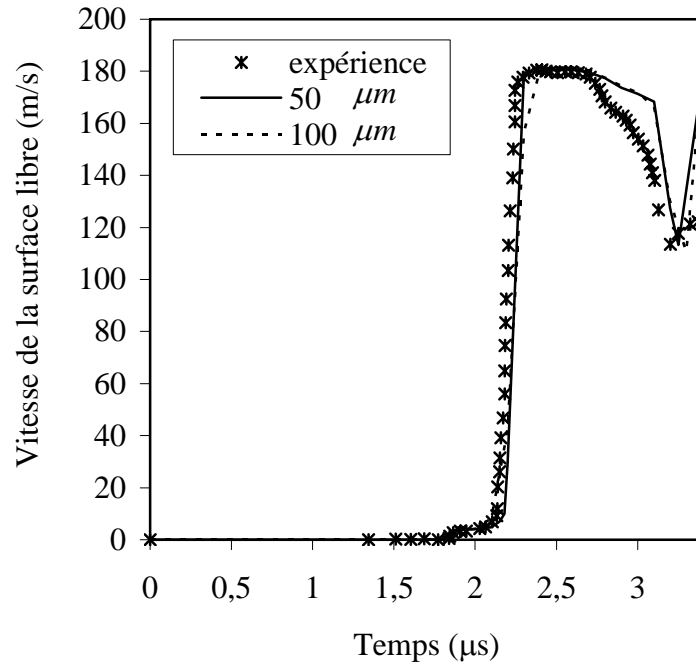


Figure III-7 : Profil de la vitesse de la surface libre jusqu'au temps d'écaillage en fonction de la taille de maille.

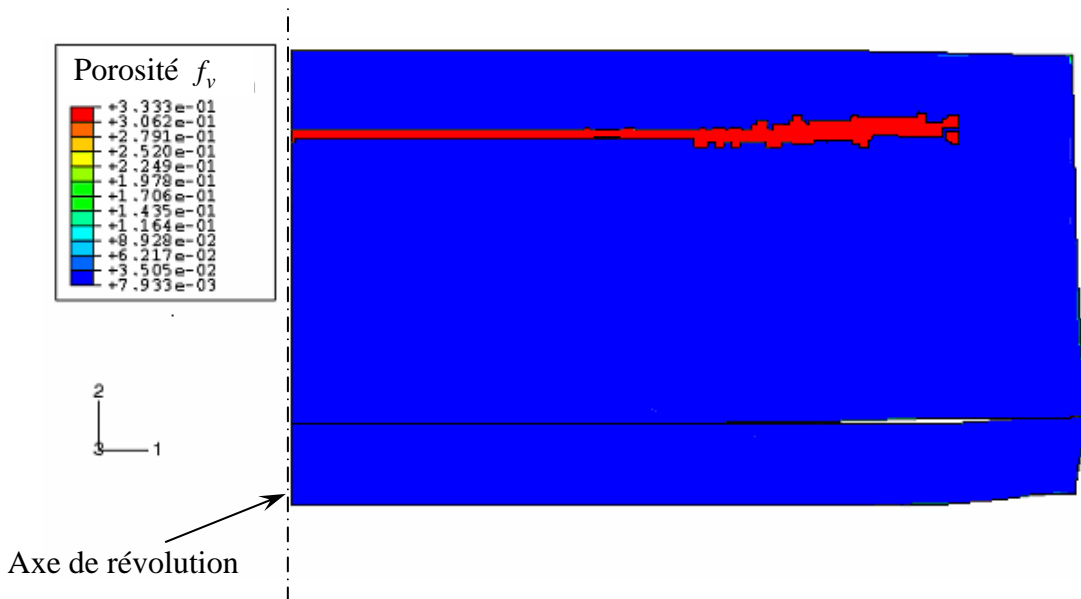


Figure III-8 : Distribution de la porosité montrant la zone d'écaillage pour une taille de maille de  $100 \mu m$  à  $3 \mu s$  après l'impact.

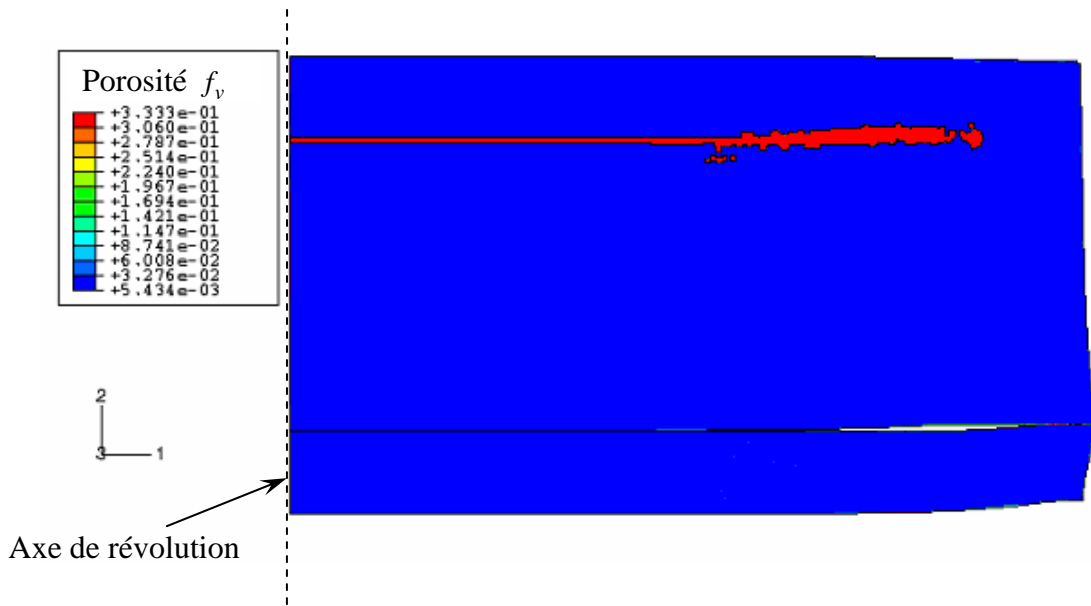


Figure III-9 : Distribution de porosité montrant la zone d'écaillage pour une taille de maille de  $50 \mu m$  à  $3 \mu s$  de l'impact.

### I-1-2 Etude paramétrique.

Il est important d'évaluer les effets des différents paramètres ( $\omega, \dot{N}_\varepsilon, \dot{N}_\sigma, P_{N0}, \sigma_{g0}, f_c$ ) du modèle d'endommagement sur la simulation numérique du processus de rupture. Pour atteindre cet objectif, nous avons étudié la sensibilité de chacun de ces paramètres sur la solution en terme de profil de la vitesse de la surface libre mais aussi en terme de quantité de volume de cavités créées par germination ou par croissance. Nous avons étudié tout d'abord analytiquement le paramètre  $\omega$ .

La figure III-10. montre l'évolution de la vitesse normée de sites potentiels de germination dans le cas de la rupture ductile (équation [II-13]) en considérant plusieurs fréquences  $\omega$  en fonction de la déformation plastique. La valeur de saturation est atteinte rapidement pour les hautes fréquences : la déformation plastique nécessaire pour atteindre cette saturation diminue avec l'augmentation de la fréquence. Dans l'analyse par éléments finis, nous avons choisi la valeur de  $10^6 \text{ s}^{-1}$  pour la fréquence pour estimer les autres paramètres du modèle d'endommagement proposé. Ce choix permet de ne pas avoir une prédominance d'un effet (ici  $\omega$ ).

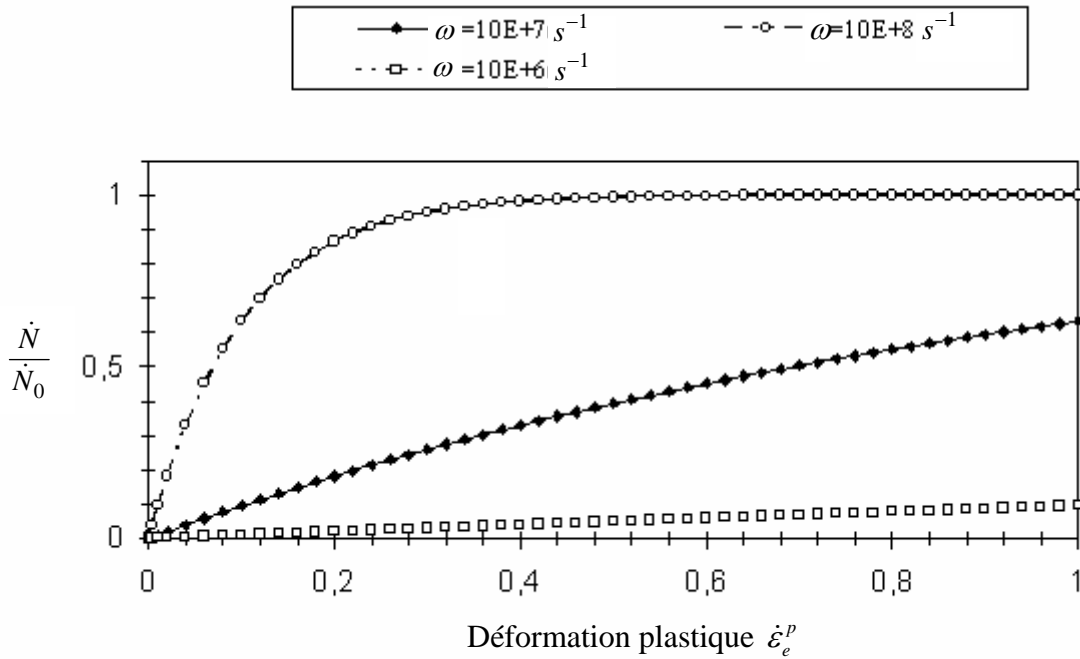


Figure III-10 : Sites potentiels de germination pour la rupture ductile

Pour chacun des paramètres, plusieurs valeurs ont été testées. Nous avons dans un premier temps examiné l'influence de trois paramètres de germination ( $\dot{N}_\epsilon, \dot{N}_\sigma, P_{N0}$ ).

Il apparaît que le paramètre influençant de manière significative le seuil d'écaillage est  $P_{N0}$  qui est la pression seuil pour la germination de vides. L'augmentation de cette valeur permet de faire diminuer le seuil d'écaillage tel que le montre la figure III-11. La valeur de  $P_{N0}$  qui permet d'obtenir la vitesse obtenue expérimentalement à l'apparition d'écaillage  $V_{E_c}$  est de 2,55 GPa. Par contre la variation des vitesses de germination initiale  $\dot{N}_\epsilon$  et  $\dot{N}_\sigma$  ne font pas évoluer de manière significative le seuil d'écaillage.

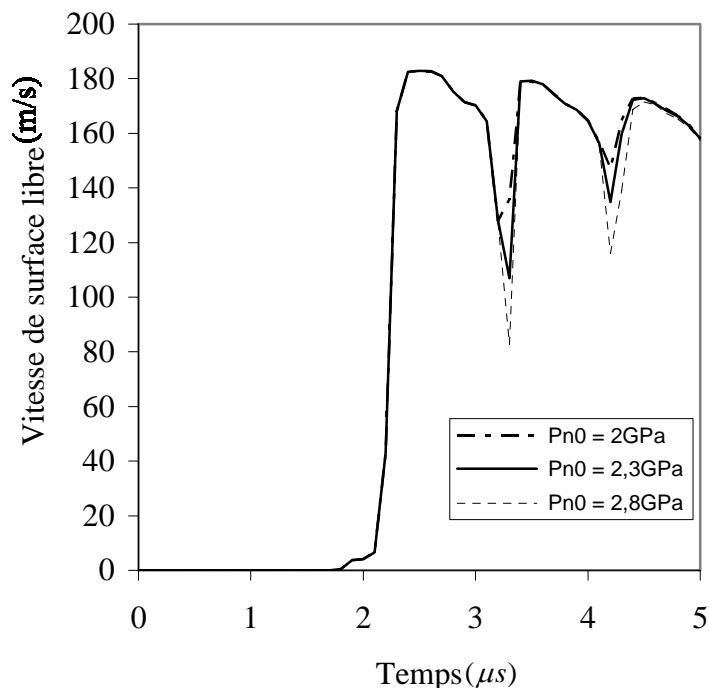


Figure III-11: Influence du seuil pression  $P_{N0}$  de germination sur la vitesse de surface libre.

Nous avons ensuite examiné l'influence des paramètres de croissance ( $\sigma_{g0}, f_c$ ). Dans ce cas d'impact plan unidimensionnel, il apparaît que la croissance est négligeable devant le processus de germination contrôlée par la contrainte.

De même, en faisant évoluer la fraction volumique critique  $f_c$  d'une porosité allant de 30 % à 45%, on observe une influence relativement faible sur cette plage de porosité critique sur la vitesse à l'apparition de l'écaillage  $V_{E_c}$ .

### I-1-3 Influence de la vitesse d'impact

Nous avons testé le modèle à plusieurs vitesses afin de montrer l'influence de la vitesse d'impact sur la porosité du matériau. Il apparaît sur la figure III-12 qu'on a un important effet d'inertie. Dans ce cas d'étude, pour avoir au moins 2 passages d'ondes,  $f_c$  fut choisi à 0,45. La porosité augmente de manière très significative pour des vitesses de plus en plus élevées,



elle peut atteindre brutalement la porosité critique pour des vitesses supérieures à 500 m/s. Aussi, plus la vitesse d'impact est importante, plus le comportement du matériau devient fragile.

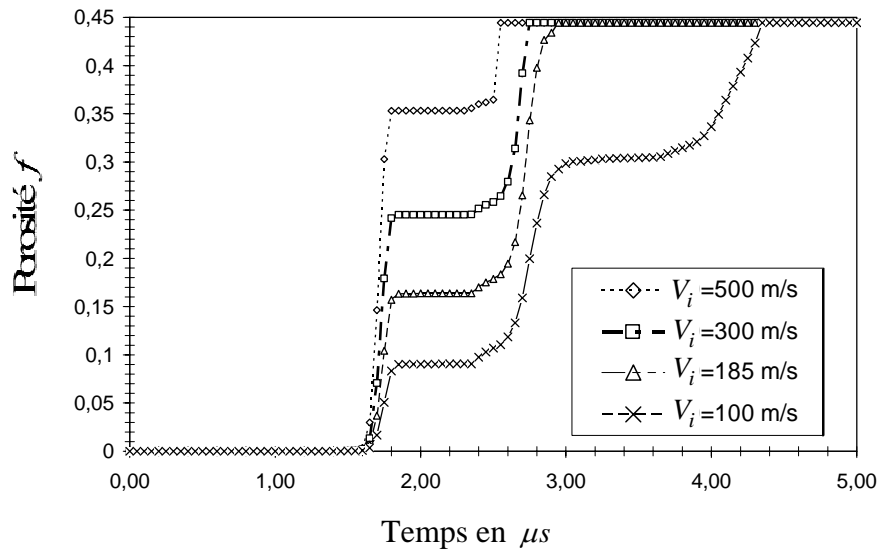


Figure III-12: Evolution de la porosité en fonction du temps pour différentes vitesses d'impact (élément 11200).

#### I-1-4 Comparaison de l'approche physique proposée avec une approche phénoménologique.

Nous avons comparé nos résultats numériques (approche proposée) avec ceux obtenus par une approche phénoménologique :

- le modèle MTS couplé au modèle d'endommagement proposé au chapitre II.
- le modèle de Johnson-Cook [JOH, 83] pour la loi viscoplastique et un critère de rupture en traction de type Johnson-Cook. Ces modèles sont implémentés en standard dans Abaqus.

Les paramètres utilisés pour l'approche physique sont donnés par le tableau TII-1 pour le modèle de viscoplasticité MTS et le tableau TII-3 pour les paramètres du modèle d'endommagement NAG proposé.

Ceux utilisés pour le modèle viscoplastique et le critère de rupture de Johnson-Cook sont donnés dans le tableau TIII-2 et les paramètres de l'équation d'état de type Mie-Grüneisen sont donnés dans le tableau TIII-3.

Table TIII-2: Paramètres du modèle phénoménologique de Johnson-Cook [JOH, 83] pour la plasticité et le critère de rupture et données matériau pour le cas du cuivre OFHC.

Paramètres		Données matériau	
A [MPa]	90	Module d'Young E [GPa]	127.72
B [MPa]	292	Coefficient de Poisson $\nu$	0.351
C	0,025	Tension de rupture $\sigma_c$ [GPa]	1.95
n	0,31	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]	8960
m	1,09	Température de fusion T <sub>m</sub> [K]	1356
$\dot{\epsilon}_0$	1	Température de référence T <sub>r</sub> [K]	300
Conditions de déformation	10 <sup>3</sup> à 10 <sup>5</sup> s <sup>-1</sup>	Chaleur spécifique [J/kg K]	385
		Coefficient de Taylor-Quinney $\chi$	0.9
		Tension de rupture $\sigma_c$ [GPa]	1.95

Table TIII-3: Paramètres de l'équation d'état de type Mie-Grüneisen

Paramètres	EOS
C <sub>0</sub> (m/s)	3940
S	1,49
Γ <sub>0</sub>	2

Dans un premier temps, nous comparons la valeur de la vitesse de la surface libre à la limite élastique d'Hugoniot relevée expérimentalement pour le cuivre OFHC à celles obtenues numériquement. Les résultats numériques sont donnés par le tableau TIII-4 et représentés sur la figure III-13.

Modèles considérés	$V_{HEL}$ (m/s)
Modèle de Johnson-Cook	10,24
Modèle MTS+NAG	3,8
Valeur expérimentale	3,4

Tableau TIII-4: Comparaison des vitesses de surface libre à la limite élastique d'Hugoniot.

La comparaison des vitesses de surfaces libre à limite élastique d'Hugoniot montre que l'approche proposée permet d'obtenir avec une précision de 11% la vitesse de la surface libre à la limite élastique d'Hugoniot alors qu'on a une erreur de 200% avec l'approche de type Johnson-Cook en utilisant les valeurs de paramètres proposé par la littérature Tanner [TAN, 99]. Le paramètre qui contrôle la valeur obtenue pour  $V_{HEL}$  dans l'approche Johnson-Cook est la valeur de la contrainte initiale  $\sigma_0$  (voir tableau TIII-2). La figure III-14 montre que l'approche physique permet d'obtenir de meilleurs résultats de la vitesse au signal d'écaille ( $V_{sl} = 113,26$  m/s au premier signal d'écaille contre  $V_{sl} = 113,12$  m/s pour l'expérimental) que l'approche de type Johnson-Cook mais surestime beaucoup plus les vitesses de surface libre aux rebonds que l'approche phénoménologique. Nous pensons que cette surestimation est due au couplage faible de l'endommagement avec la plasticité. Un couplage fort devra être envisagé.

Les Figures III-15 (a), (b), (c) montrent la répartition des porosités  $3,7 \mu s$  après l'impact. La fraction volumique de vides créés par germination contrôlée par la déformation (figure III-20 (b)) ne représente qu'environ 2% de la porosité totale. La figure III-20 (c) montre que la porosité due à la croissance des vides initiaux et nucléés est négligeable.

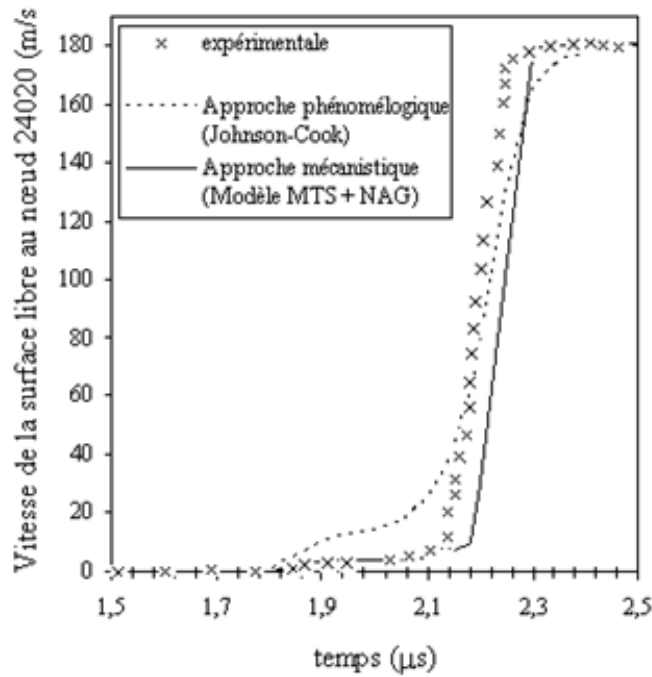


Figure III-13 : Profils initiaux de la vitesse de surface libre obtenus par différents modèles en comparaison avec les résultats expérimentaux de Rajendran et al. [RAJ, 88]

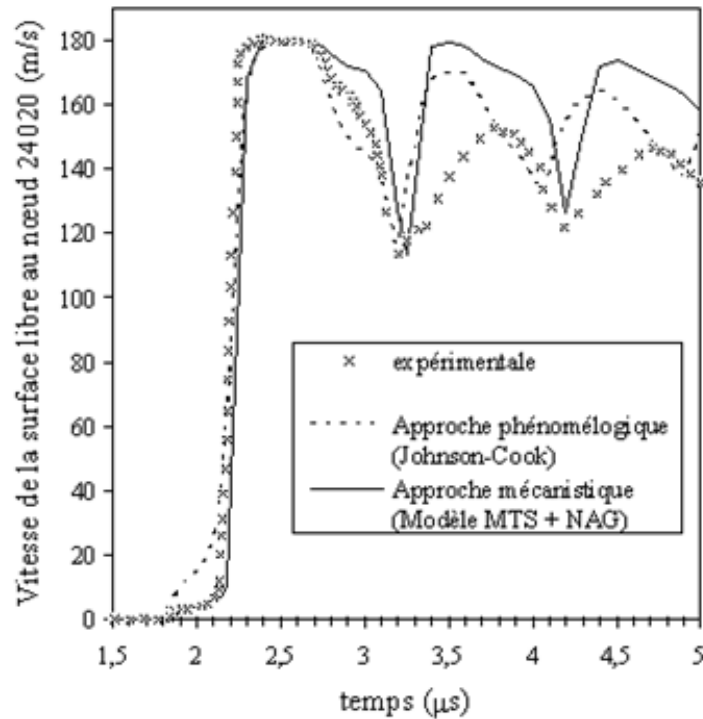
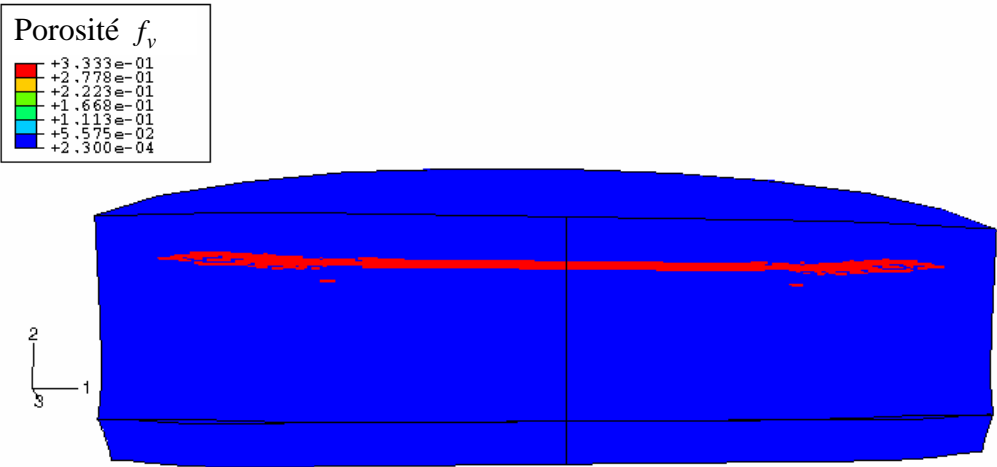
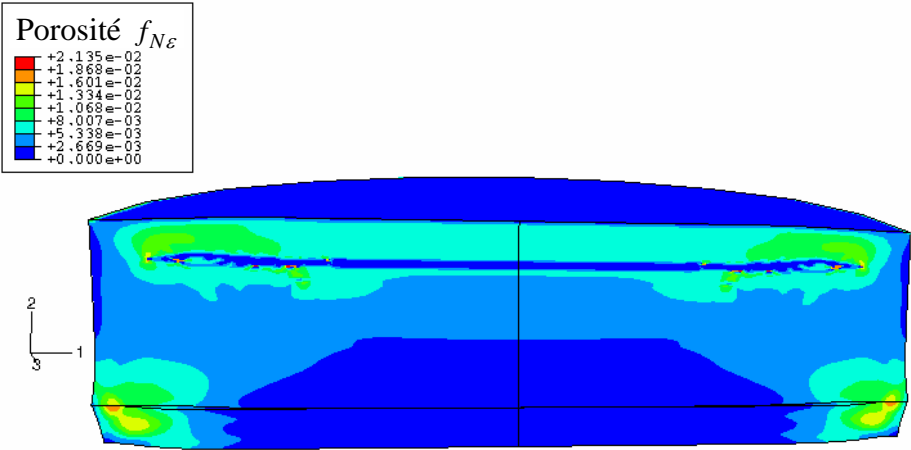


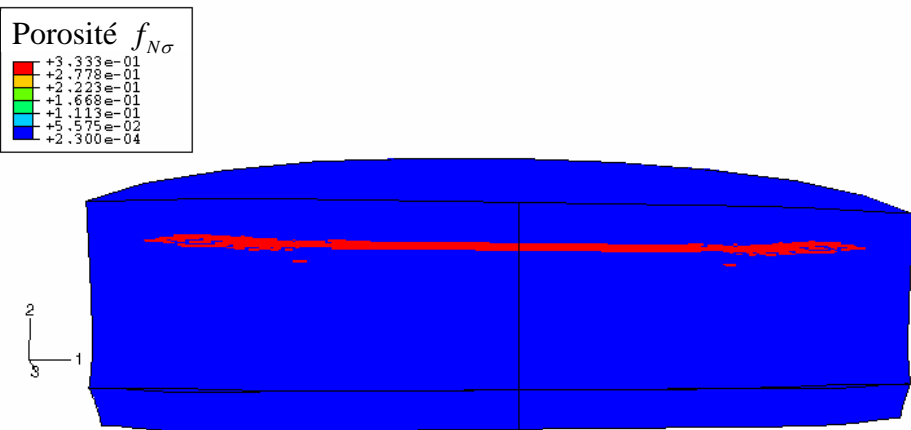
Figure III-14 : Profils de la vitesse de surface libre en comparaison avec les résultats expérimentaux de Rajendran et al. [RAJ, 88]



(a)



(b)



(c)

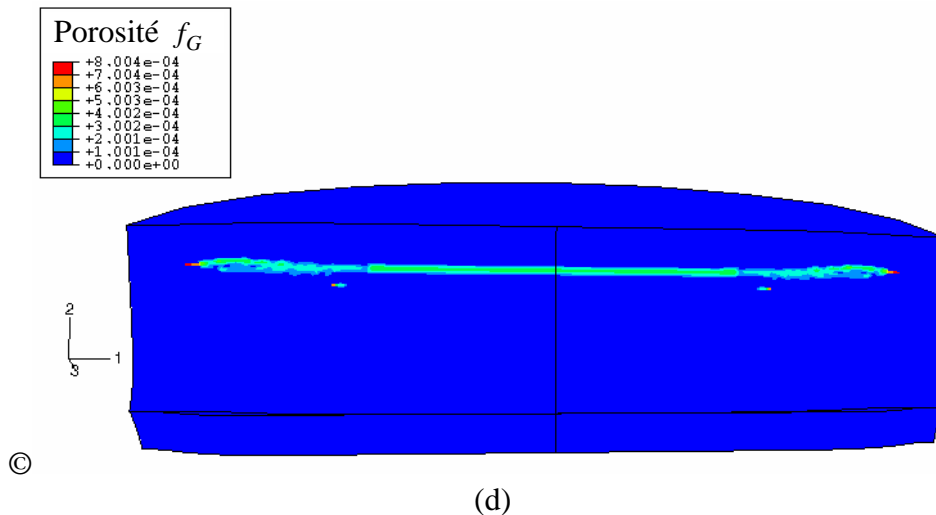


Figure III-15: Distribution de la porosité 3,7  $\mu$ s après un impact à 185 m/s (Cuivre OFHC)

- (a) porosité totale  $f_v$
- (b) porosité due à la germination contrôlée par la déformation ( $f_{N\varepsilon}$ )
- (c) porosité due à la germination contrôlée par la contrainte ( $f_{N\sigma}$ )
- (d) porosité due à la germination contrôlée par la pression ( $f_G$ )

D'un point de vue qualitatif, les résultats obtenus numériquement avec une approche de type Johnson-Cook (Figure III-16) sont similaires à ceux obtenus avec une approche MTS+NAG (Figure III-15 (a)). Néanmoins, cette approche ne permet pas d'avoir des informations supplémentaires sur la part de chaque processus (part de germination et croissance) qui provoque l'écaillage et l'endommagement du reste de la structure.

Etat des éléments

- : 1
- : 0 (élément rompu)

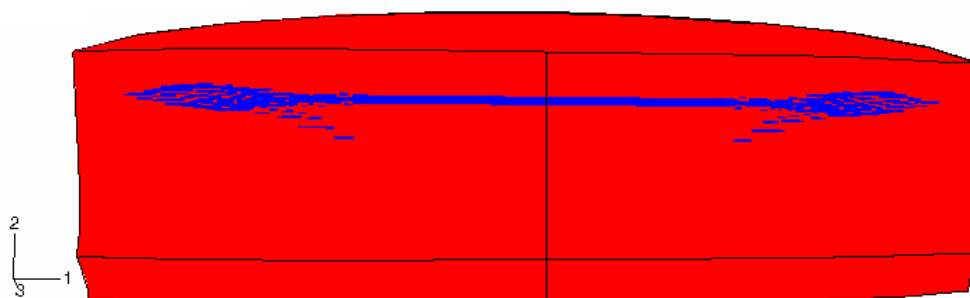


Figure III-16 : Distribution des éléments à rupture après un impact à 185 m/s obtenue avec l'approche de Johnson-Cook.

## II- Cas d'un impact plan cylindre-cone. Cas de l'acier HY-100

L'objectif de cette application est d'évaluer l'efficacité du modèle d'endommagement proposé au chapitre précédent à prédire les zones de dommage lors de l'impact de pièces ayant des géométries permettant d'obtenir des forts taux de triaxialité  $\left(\frac{P_S}{\sigma_y} \gg 1\right)$ . Pour cela, nous avons considéré l'impact un projectile cylindrique sur la base d'une cible conique. Le projectile cylindrique a un diamètre de 38 mm et une épaisseur de 2 mm. Le cône a un diamètre de 50 mm et une hauteur de 25 mm (figure III-18). Le problème reste axisymétrique. Les figures III-17 et III-18 montrent la géométrie et les conditions aux limites considérées. Le projectile et la cible sont en acier HY-100. Le projectile est mû à une vitesse initiale  $V_i$  de 383 m/s. Comme pour le cas de l'impact plan décrit au paragraphe précédent, on doit respecter les conditions à l'interface. L'algorithme de contact est le même que celui utilisé pour le cas de l'impact plan. Les simulations sont réalisées sur ABAQUS/Explicit V6.3. Nous comparons les résultats numériques avec ceux obtenus qualitativement par Randers-Pherson et Rajendran [RAN, 95], Bar-On et al.[BAR, 91] sur l'acier 1020 pour le même type de géométrie et la même vitesse d'impact. L'ensemble de la structure se compose de 71312 élément correspond à des éléments d'environ 50 $\mu$ m.

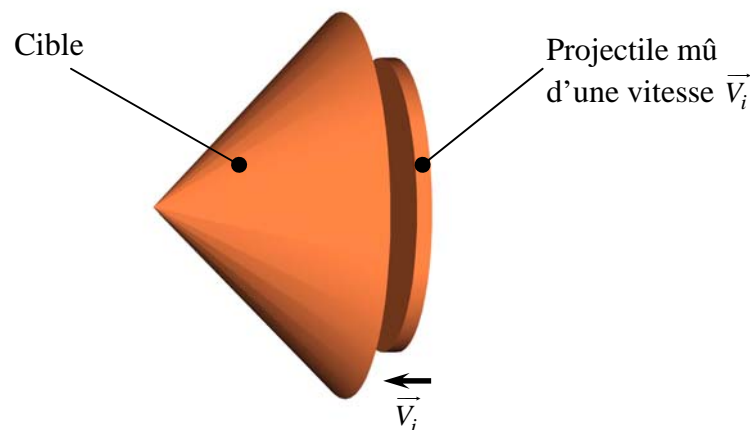


Figure III-17 : Impact d'une cible conique par un projectile cylindrique (Echelle 1).

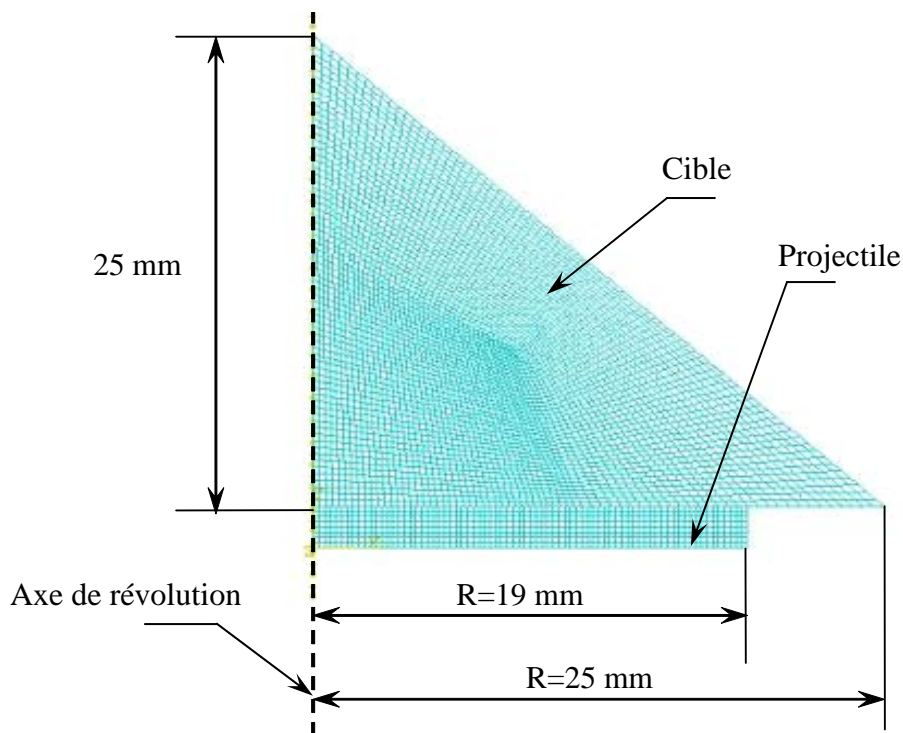


Figure III-18: Géométrie de la cible conique et du projectile cylindrique. La moitié de la géométrie est représentée.

Les observations expérimentales sur l'acier 1020 de Randers-Pherson et Rajendran [RAN, 95], Bar-On et al. [BAR, 91], ont montré plusieurs zones d'endommagement sur la cible conique. Ils ont observé quatre systèmes distincts de rupture :

- une première zone de rupture par écaillage s'est développée parallèlement à la surface du cône. Selon Randers-Pherson et al. [RAN, 95], cette rupture par écaillage semble être la première à apparaître à mi-hauteur du cône.
- le second système de rupture consiste en l'apparition de cavités distribuées près de l'axe du cône.
- le troisième système de rupture est l'apparition brutale d'un cylindre d'environ 12 mm de diamètre et symétrique par rapport à l'axe du cône et allant du milieu du cône vers la base.
- le quatrième système de rupture consiste à l'apparition de rupture radiale sur la base du cône. Cette rupture arrive à la fin. Elle est le résultat du mouvement de surface par les ondes de réflexion sur les flancs du cône.



Ces systèmes sont représentés schématiquement sur la figure [III-19].

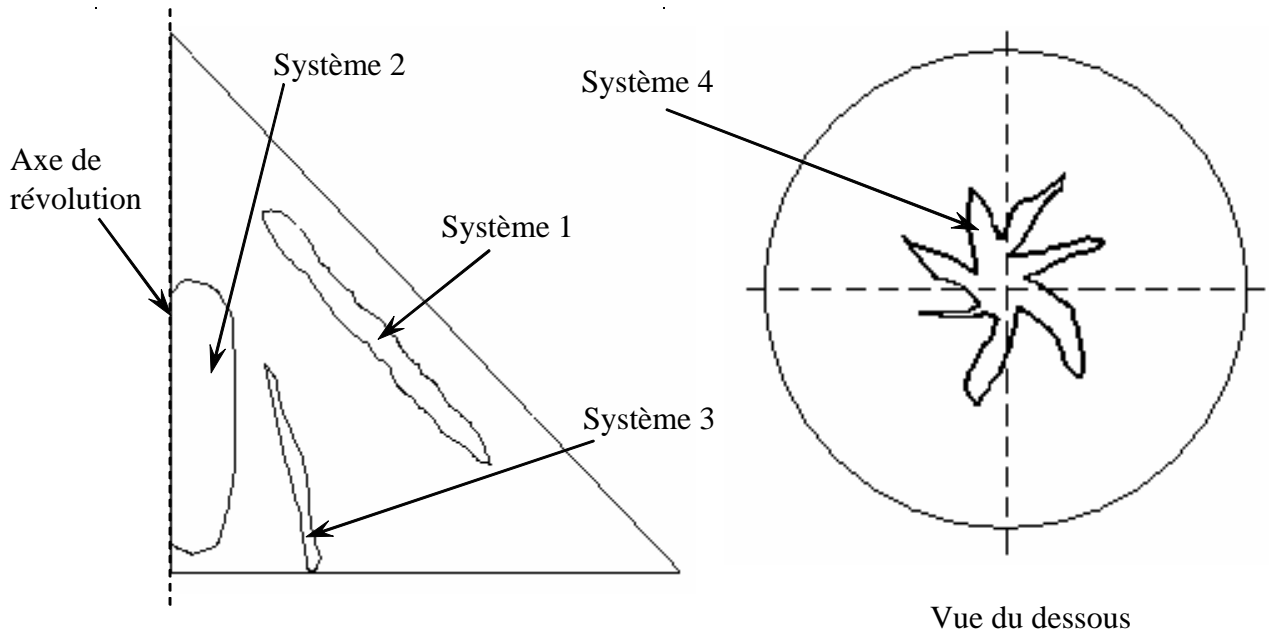


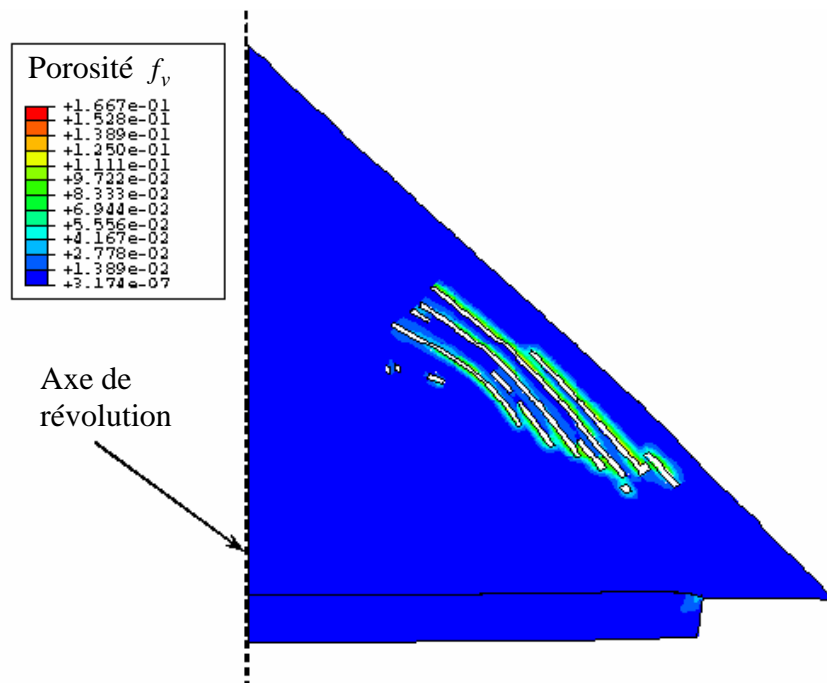
Figure III-19: Représentation schématique des systèmes de rupture.

Les paramètres utilisés pour réaliser les simulations numériques sont donnés dans le tableau TIII-1 pour le modèle de viscoplasticité et le tableau TIII-4 pour le modèle d'endommagement dans le cas de l'acier HY-100. Nous avons choisi l'acier HY-100 car les paramètres du modèle MTS sont disponibles dans la littérature [GOT, 00].

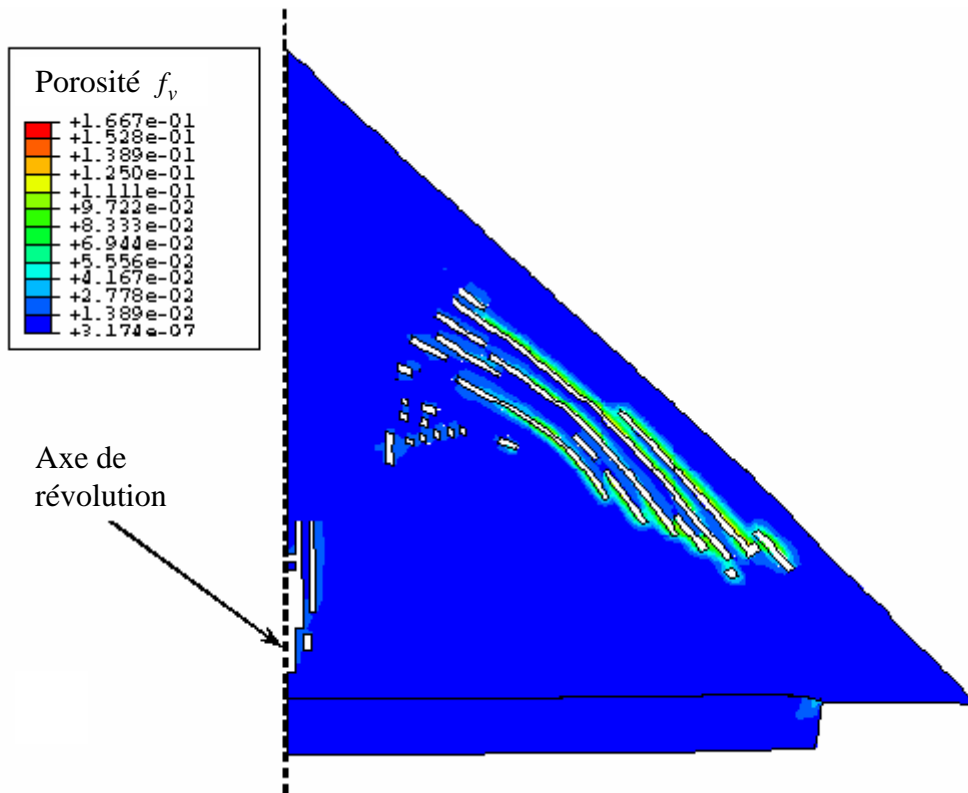
Tableau TIII-4: Paramètres du modèle physique proposé pour l'endommagement dans le cas de l'acier HY-100 [GOT,00].

PARAMETRES	Acier HY-100
Rayon de la cavité créée par germination $R_0$ [m]	$10^{-6}$
Vitesse de germination initiale $\dot{N}_\varepsilon$ [Nb/m <sup>3</sup> .s]	$5.10^{22}$
Nombre initiale de cavités $N_1$ [Nb/m <sup>3</sup> ]	$10^{10}$
Fréquence $\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	$10^{-6}$
$g$	0.6
Contrainte seuil hydrostatique $\sigma_{g_0}$ [Pa]	$5.10^8$
Contrainte seuil de germination $P_{N_0}$ [Pa]	$2.10^9$
Coefficient de Mie-Grüneisen	2
Porosité critique de rupture $f_C$	0.167
$t^*$	$0,17.10^{-5}$

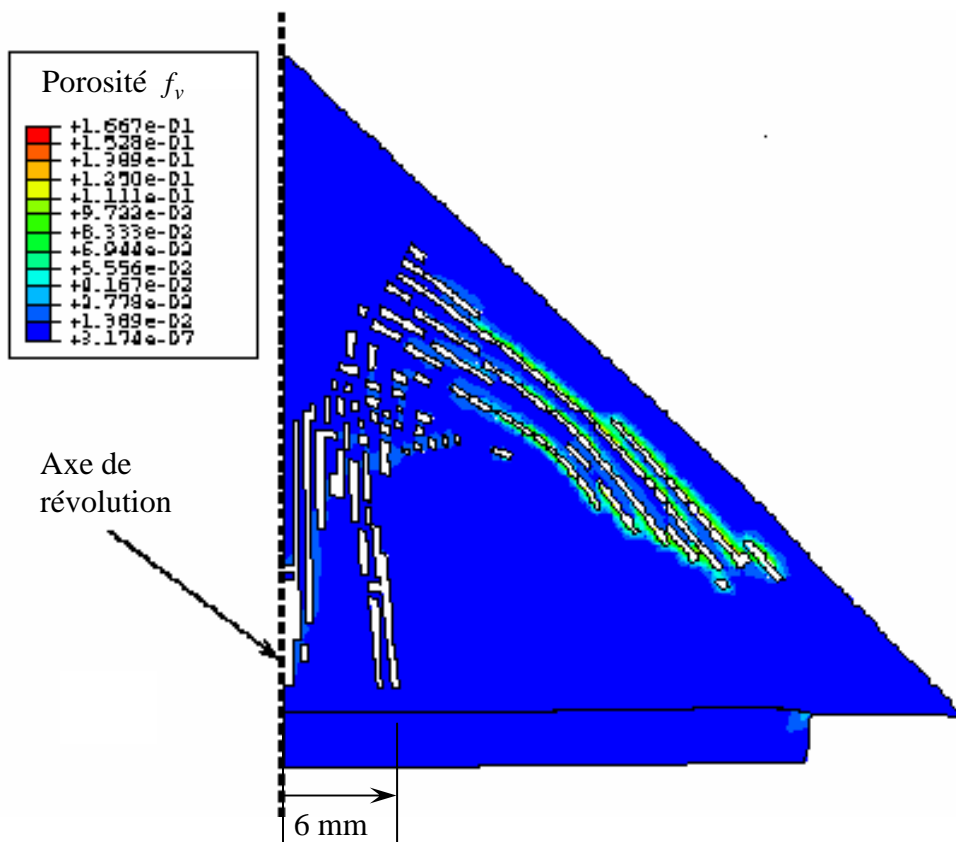
Les résultats numériques dans le cas où l'on considère un problème axisymétrique mettent en évidence l'apparition sur l'acier HY-100 de 3 zones d'endommagement dans la cible. Elles correspondent aux trois premiers systèmes de rupture observés dans le cas de l'acier 1020 décrit précédemment. La première zone apparaît parallèlement au cône tel que le montre la figure III-20(a) à  $3,1 \mu s$ . Cette zone est essentiellement induite par la germination contrôlée par la déformation. Le second système de rupture apparaît vers  $3,4 \mu s$  le long de l'axe du cône tel que cela est montré en figure III-20(b) et correspond également à celui rencontré dans le cas de l'acier 1020. Cette zone d'endommagement apparaît par germination de vides dont le processus est contrôlé par la pression. Le troisième système de rupture part de la mi-hauteur de la cible vers la base du cône. La zone d'endommagement et de rupture décrit une région cylindrique d'environ 12 mm de diamètre. Ce cylindre a son axe confondu avec celui du cône tel que le montre la figure III-20(c). Ce dernier est induit également par germination contrôlée par la pression. De plus, la croissance des cavités est négligeable. Les éléments rompus ont été supprimés en post-traitement sur les figures III-20(a), (b) et (c).



(a)



(b)



(c)

Figure III-20: Distribution de la porosité de la cible conique 3,10 $\mu$ s (a), 3,40 $\mu$ s (b) et 3,60 $\mu$ s (c) après impact (cas de l'acier HY-100).

Ces résultats concernant l'acier HY-100 sont similaires à ceux observés par Bar-On et al. [BAR, 91] et Randers-Pehrson et al. [RAN, 95] dans le cas de l'impact plan cône-cylindre en considérant les mêmes géométries pour la cible et le projectile dans le cas de l'acier 1020 ; à l'exception d'une quatrième zone de rupture correspondant à des fissures radiales sur la base du cône. Pour vérifier que le modèle d'endommagement proposé permet de montrer de telles fissures, il serait nécessaire de traiter le problème en 3D et non en géométrie axisymétrique. Compte tenu des capacités de calcul disponibles, aucun calcul n'a été réalisé en 3D.

De plus, la valeur de la porosité critique  $f_c$  semble faible mais c'est cette valeur qui nous permet d'obtenir clairement les trois systèmes d'écaillage. L'augmentation de cette valeur entraîne une propagation importante du premier système d'endommagement sur la majorité de la cible et ne permet pas d'obtenir le cylindre de rupture (troisième système de rupture).

Enfin, contrairement au cas de l'impact plan cylindre-cylindre où seul le paramètre prédominant est le seuil de germination  $P_{N0}$ , il apparaît dans le cas de l'impact plan cylindre cône que l'apparition du troisième système de rupture dépend de ce seuil de germination mais aussi des autres paramètres du modèle d'endommagement proposé. On remarque cette fois-ci, une extrême sensibilité de la modélisation proposée aux paramètres. Un mauvais choix de ces paramètres entraîne la disparition du troisième système de rupture. Des travaux (expérimentaux et numériques) sont à poursuivre pour déterminer la meilleure méthodologie pour identifier les paramètres.

### III- Conclusion

Dans le cas de l'impact plan cylindre-cylindre de cuivre OFHC, on a montré que l'apparition de la zone d'écaillage est due à la part de germination contrôlée par la contrainte, que le paramètre prédominant est le seuil de pression  $P_{N0}$  pour la germination et l'apparition de l'écaillage. La porosité due à la germination de vides contrôlée par la déformation ne représente qu'environ 2 % et il apparaît également que la croissance est négligeable.

Nous avons étudié le cas d'un impact plan cylindre-cône afin d'étudier l'effet de la tridimensionnalité. Trois systèmes de ruptures apparaissent. Le premier apparaît parallèlement au cône à  $3,1 \mu s$ . Cette zone est essentiellement induite par la germination contrôlée par la déformation. Le second système de rupture apparaît vers  $3,4 \mu s$  le long de l'axe du cône.

Cette zone d'endommagement apparaît par germination de vides dont le processus est contrôlé par la pression. Le troisième système de rupture part de la mi-hauteur de la cible vers la base du cône. La zone d'endommagement et de rupture décrit une région cylindrique d'environ 12 mm de diamètre. Ce cylindre à son axe confondu avec celui du cône. Ce dernier est induit également par germination contrôlée par la pression. La croissance des cavités est négligeable. Des résultats similaires ont été observés par Randers-Pherson et al. [RAN, 95] sur l'acier 1020 à l'exception d'un quatrième système de rupture situé sur la base du cône car nous n'avons pas traité le problème en 3D.

## CHAPITRE IV :

### Application à l'impact de Taylor et à la perforation

La complexité de l'ensemble fait que tout ce qui peut leur arriver est vraiment, malgré l'expérience acquise, impossible à prévoir, encore plus à imaginer. Il est inutile de tenter de le décrire car on peut concevoir n'importe quelle solution.

*Boris Vian, L'automne à Pékin*

## Table des matières

### **CHAPITRE IV :**

<b>Application à l'impact de Taylor et à la perforation</b>	<b>125</b>
<b>I- Introduction</b>	<b>127</b>
<b>II- Cas d'un impact de Taylor. Cas du cuivre OFHC</b>	<b>127</b>
II-1 Influence du type de conditions limites et de la température	129
II-2 Comparaison du modèle MTS+NAG avec le modèle Johnson-Cook et les résultats expérimentaux	135
<b>III- Application aux problèmes de perforation</b>	<b>139</b>
III-1 Perforation de cible épaisse déformable (cuivre OFHC) avec un projectile non déformable de type tige (Alliage de tungstène).	140
II-1-1 Comparaison entre une approche physique et une approche phénoménologique. Considération de l'algorithme de contact par paire.	142
III-2 Perforation de cible déformable (cuivre OFHC) avec un projectile non déformable de type sphère (Alliage de tungstène).	149
II-2-1 Comparaison entre une approche physique et une approche phénoménologique.	150
III-3 Conclusion	153

## I- Introduction

Ce chapitre est consacré à la validation de l'approche proposée dans le cas des grandes transformations. La première partie de ce chapitre est dédiée au cas de l'impact de Taylor. L'impact de Taylor occupe une place particulièrement importante pour obtenir des données aux grandes vitesses de déformation dans la gamme  $10^4 - 10^5 s^{-1}$ . De nombreuses études, expérimentales et numériques, d'impact de Taylor ont été menées depuis ces cinquante dernières années avec notamment par Addessio et al. [ADD, 93], Maudlin et al. [MAU, 96], Rule et Jones [RUL, 97], House [HOU, 99]. L'essai classique de Taylor consiste à impacter à l'aide d'un canon à gaz un cylindre du matériau à tester sur une paroi infiniment rigide à une vitesse connue ou bien, tel que l'a réalisé Addessio, à impacter deux tiges. C'est ce dernier cas que nous étudierons en particulier. Aussi, après avoir paramétré le modèle sur le cas du problème d'impact plan pour le cas du cuivre OFHC (Tableaux TII-1 et TIII-3), ce test nous permet également d'étudier l'influence du rapport de forme. Nous comparons les résultats de simulation obtenus par l'approche physique proposée avec la formulation phénoménologique de Johnson-Cook et avec des résultats expérimentaux menés par Addessio et al. [ADD, 93] à différentes vitesses pour le cuivre OFHC. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous testons les capacités du modèle proposé dans le cas de la perforation d'une plaque épaisse par un projectile mû d'une vitesse de 1500m/s. Dans de telle condition de chargement (vitesse supérieure à 1000m/s), de nombreuses études expérimentales ont montré l'apparition de cisaillement adiabatique sur les bords du cratère [KEN, 02].

## II- Cas d'un impact de Taylor. Cas du cuivre OFHC

La photographie VI-P1 illustre l'impact de Taylor de cylindres de cuivre à plusieurs vitesses. Nous étudions uniquement des impacts réalisés avec une incidence normale à la cible. Pendant l'impact, une zone plastifiée apparaît de manière très rapide sur la face d'impact tel qu'on peut le voir sur la photographie VI-P1. Une région soumise à un fort état de contraintes en tension se développe le long de l'axe du spécimen impacté. Lorsque l'intensité de cette région de tension est suffisamment élevée, une zone d'endommagement ductile peut se produire. La rupture se produit donc le long de la ligne centrale du cylindre tel que le montre la photographie IV-P2.



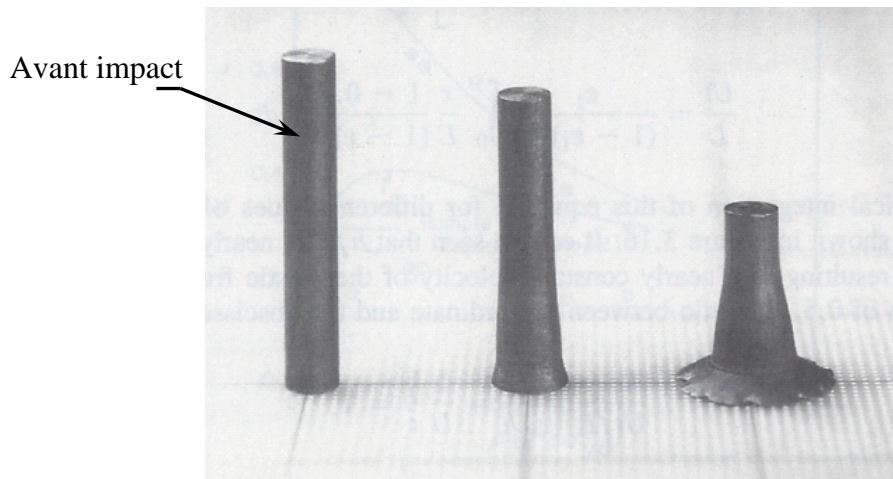


Photo IV-P1 : Photographie de spécimens de cuivre soumis à un impact normal à différentes vitesses [MEY,94].

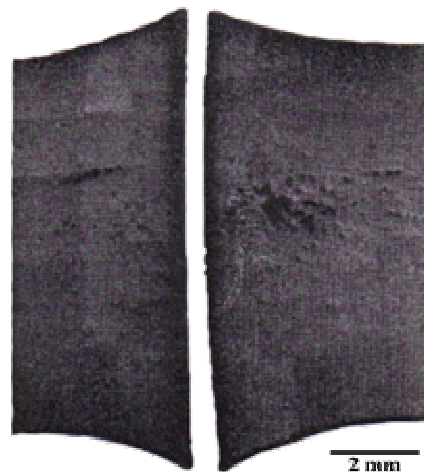


Photo IV-P2: Impact de Taylor à 260 m/s (cuivre OFHC)  
[ADE,93]

Dans cette étude numérique, nous considérons l'impact de Taylor de tiges de cuivre [ADD, 93]. Nous comparons les résultats numériques obtenus en considérant une approche physique avec les résultats expérimentaux de Addessio et al. [ADD,93] sur le cuivre OFHC en considérant plusieurs vitesses d'impact (200m/s, 260m/s et 365 m/s). Le problème étant axisymétrique, les tiges sont modélisées par demi-tranche. Les simulations ont été réalisées avec le code de calcul par éléments finis Abaqus/Explicit version 6.3. Les calculs ont été réalisés sur une machine SUN Ultra 10. Nous avons considéré des éléments axisymétriques 4 nœuds de type CAX4R, avec intégration réduite et contrôle d'« hourglassing ». Nous avons

d'une part utilisé l'option de remaillage de la structure au cours du calcul disponible sur Abaqus/Explicit version 6.3 afin d'éviter de fortes fluctuations sur les résultats numériques et d'autre part, nous la condition de stabilité lors de l'intégration s'exprime par la condition de Courant, Friedrich et Levy (CFL) [ABA, 03] qui définit le pas de temps de manière à ce que les ondes ne parcourent pas plus d'une maille en un pas de temps. Le pas de temps est géré par le plus petit élément.

### II-1 Influence du type de conditions limites et de la température

Nous avons étudié dans un premier temps la réponse d'un projectile de type tige impactant soit une longue tige tel que l'ont réalisé Addessio et al. [ADD, 93] (CL1) (utilisation d'un bias pour le maillage du projectile), soit une surface rigide (CL2). Les géométries considérées et les conditions aux limites sont représentées sur les figures IV-1 et IV-2. Nous avons comparé l'influence du type de conditions limites à deux vitesses d'impact ( $V_i = 200\text{m/s}$  et  $V_i = 365\text{m/s}$ ).

Dans cette étude, nous avons considéré que le projectile se déformait plastiquement sans endommagement. Aussi, les calculs numériques ont été réalisés uniquement avec le modèle de viscoplasticité MTS décrit au chapitre I. Les données matériaux sont données par le tableau TII-1.

Pour étudier l'influence de la température sur la forme du profil final du projectile de type tige, nous avons considéré que le processus est soit isotherme soit adiabatique. Dans le cas adiabatique, nous calculons l'incrément de température à l'aide de l'équation [I-32].

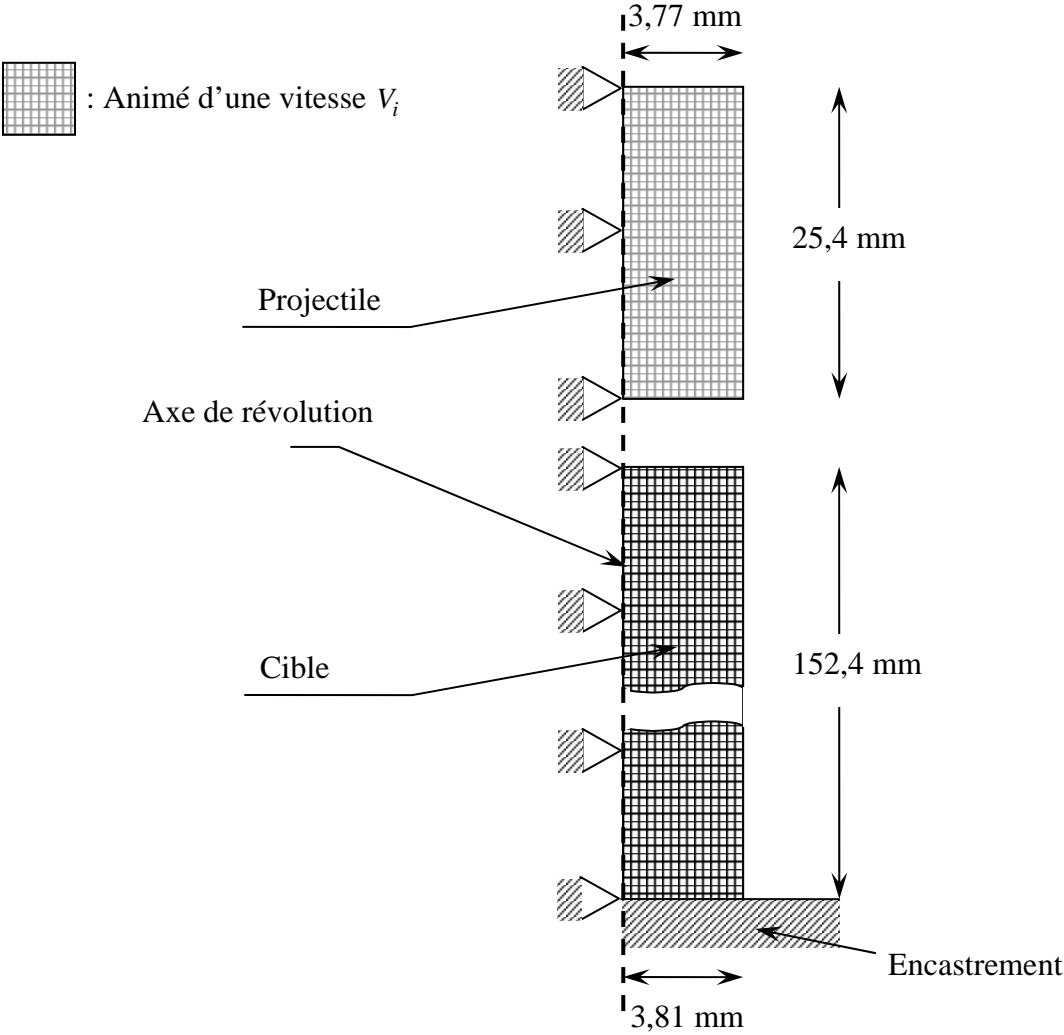


Figure IV-1 : Géométries et conditions aux limites du cas 1 (CL1). (84 308 éléments)

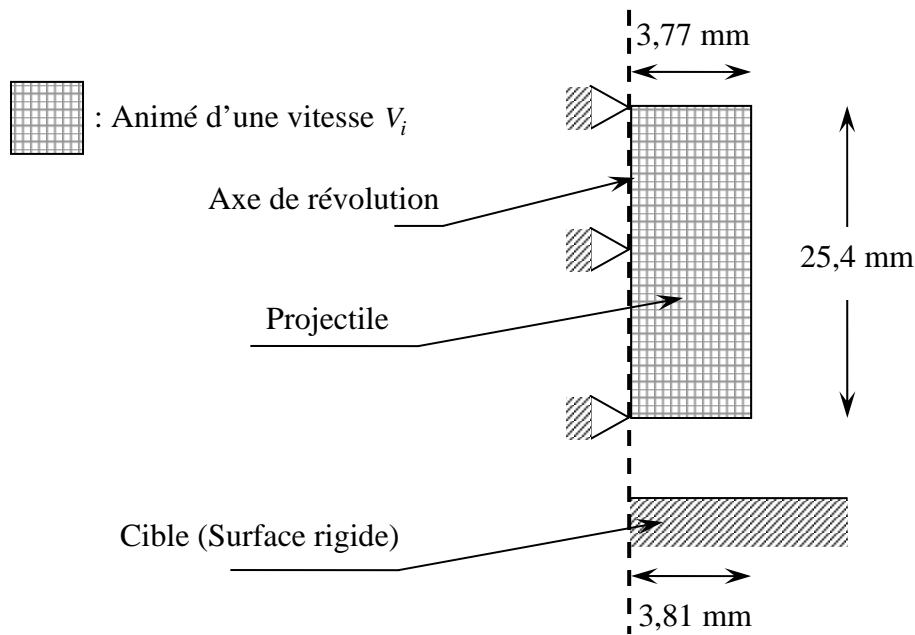


Figure IV-2 : Géométrie pour un impact de Taylor du cas 2 (CL2) (38 100 éléments)

Le tableau TIV-1 regroupe les résultats numériques obtenus concernant le diamètre du projectile, à l'interface de contact, à deux vitesses d'impact. Il apparaît nettement que lorsqu'on impacte une plaque rigide, le diamètre augmente de manière très significative (Figures IV-3 et IV-4 et tableau TIV-1). Pour une vitesse d'impact de 200m/s, on observe une augmentation de 37% du diamètre du projectile à l'interface dans le cas CL2 par rapport au diamètre obtenu dans le cas CL1. Pour une vitesse d'impact de 365m/s, cette augmentation est de 65%. Le profil obtenu dans le cas d'un impact sur une surface rigide n'est pas en accord avec le profil obtenu expérimentalement. Dans les calculs suivants, nous nous plaçons dans le cas CL1 afin d'être le plus en accord avec les profils obtenus expérimentalement.

La figure IV-5 montre la cartographie obtenue de l'incrément de température  $\Delta T$  tel qu'il est défini par l'équation [I-32]. A une vitesse d'impact de 365 m/s, on note une élévation de température de 216 °C (température initiale : 25°C). Or, il apparaît dans le tableau TIV-1 que la prise en compte de cette élévation de température dans le calcul entraîne une très légère augmentation du diamètre du projectile soit quatre centièmes de millimètre (dans la configuration CL1). L'influence n'est pas notable, néanmoins, nous considérons le cas adiabatique dans les calculs suivants.

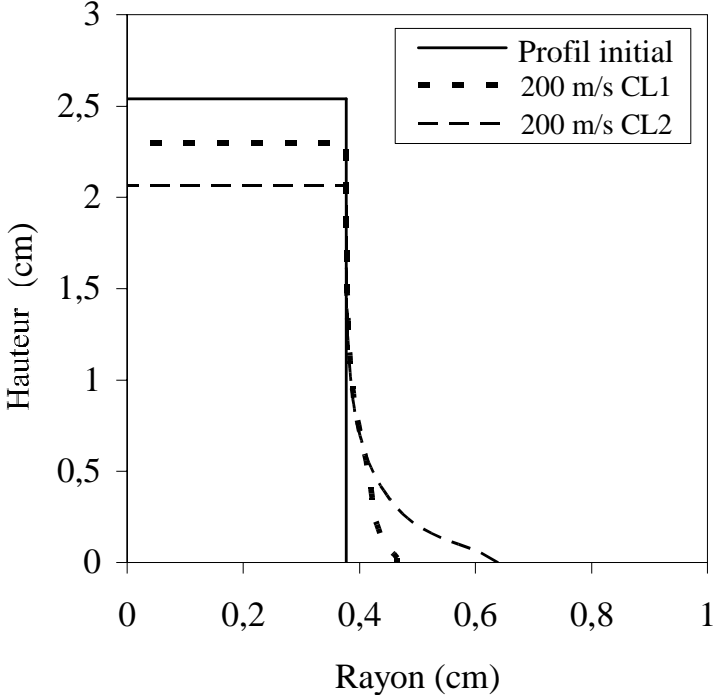


Figure IV-3 : Comparaison des profils calculés des projectiles en fonction des conditions aux limites à une vitesse d'impact de 200 m/s.

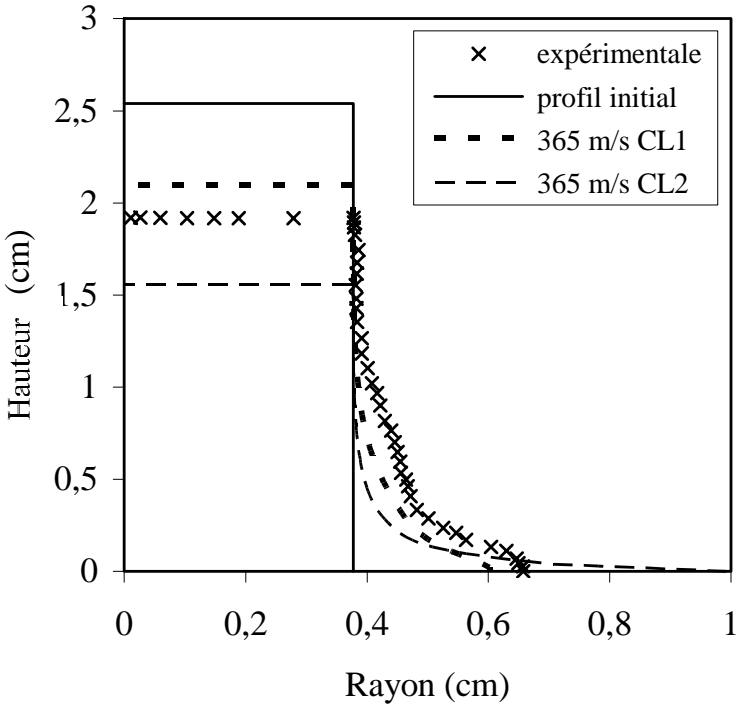


Figure IV-4 : Comparaison des profils calculés et du profil expérimental des projectiles en fonction des conditions aux limites à une vitesse d'impact de 365 m/s.

Tableau TIV-1 : Influence du type de conditions limites et influence de la température sur le diamètre final de la base du projectile.

$V_i$ (m/s)		Type de Conditions Limites	Diamètre final de la base du projectile (mm)
200	MTS+adiab	CL1	9,32
	MTS+adiab	CL2	12,78
365	Expérience	CL1	13,15
	MTS+adiab	CL1	12,2
	MTS+adiab	CL2	19,86
	MTS+isoth	CL1	12

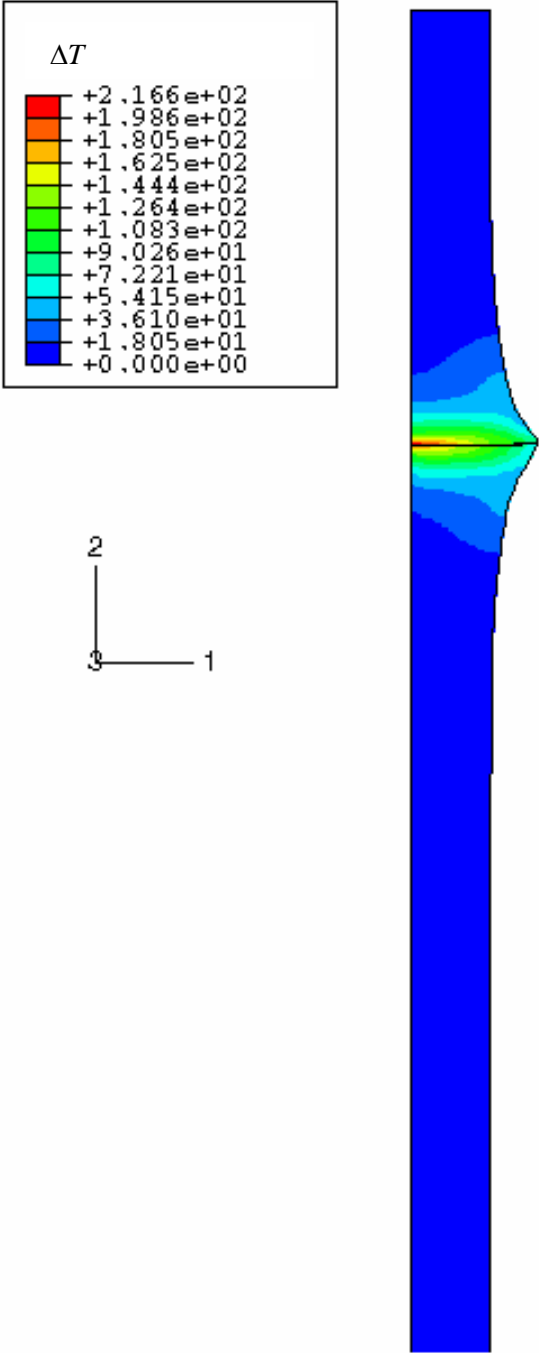


Figure IV-5 : Evolution de l'incrément  $\Delta T$  de température

## II-2 Comparaison du modèle MTS+NAG avec le modèle Johnson-Cook et les résultats expérimentaux

Pour cette étude, nous considérons deux vitesses d'impact : 260m/s et 365m/s. Deux approches sont comparées aux résultats expérimentaux: une approche physique avec le modèle « Mechanical Threshold Stress » associée au modèle d'endommagement NAG proposé et une approche phénoménologique avec le modèle de viscoplasticité Johnson-Cook associé à un critère de rupture de type Johnson-Cook (disponibles en standard dans Abaqus/Explicit). Les paramètres utilisés pour l'approche phénoménologiques sont ceux des tableaux TIII-2 et TIII-3.

Tableau TIV-2 : Comparaison du temps de décollement et du diamètre final du projectile à différentes vitesses et selon différentes approches (CL1)

$V_i$ (m/s)		Décollement de la base	Diamètre final de la base du projectile (mm)
260	Approche physique (MTS+NAG)	2,5 $\mu s$ (Figure IV-6)	10,3
	Approche phénoménologique (Johnson-Cook)	3,75 $\mu s$ (Figure IV-7)	11,03
365	Approche physique (MTS+NAG)	2,5 $\mu s$	12,2
	Approche physique (MTS)	2,5 $\mu s$	12,04
	Approche phénoménologique (Johnson-Cook)	3,75 $\mu s$	12,18
	Expérience	Non connu	13.15



Le tableau TIV-2 regroupe d'une part les résultats numériques obtenus pour le diamètre final du projectile (à  $25 \mu s$ ) à deux vitesses d'impact (260 m/s et 365m/s ) et d'autre part les temps de décollement du projectile de la cible. Il apparaît que le décollement de la cible sur le projectile apparaît plus tôt dans l'approche physique que dans l'approche phénoménologique mais ne varie pas avec l'augmentation de la vitesse (Figures IV-6, IV-7 et Tableau TIV-2)

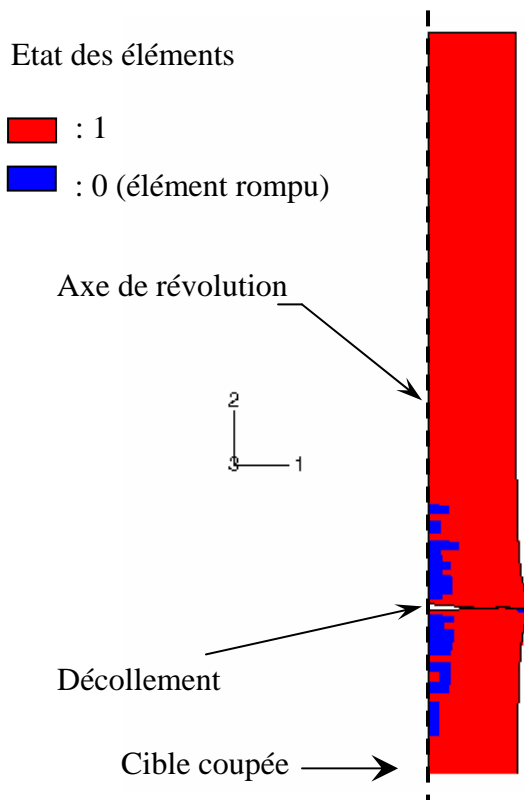


Figure IV-6 : Zone de rupture obtenue avec une approche de type Johnson-Cook (décollement du projectile de la cible à  $3,75 \mu s$ ) pour un impact à 260m/s

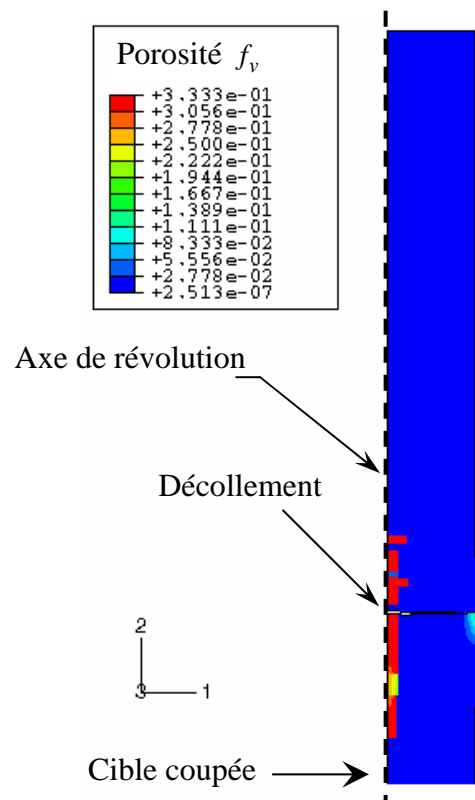


Figure IV-7 : Zones d'endommagement et de rupture obtenues avec une approche de type MTS+NAG (Décollement du projectile de la cible à  $2,5 \mu s$ ) pour un impact à 260m/s

Ensuite, les deux approches donnent de bons résultats qualitativement de la zone dégradée sur le projectile à une vitesse de 260m/s (figures IV-9 et IV-10) et on observe très peu de différence dans les profils du projectile (figure IV-8) obtenus numériquement. Par contre la cible est beaucoup plus déformée dans le cas de l'approche physique que dans le cas de l'approche phénoménologique.

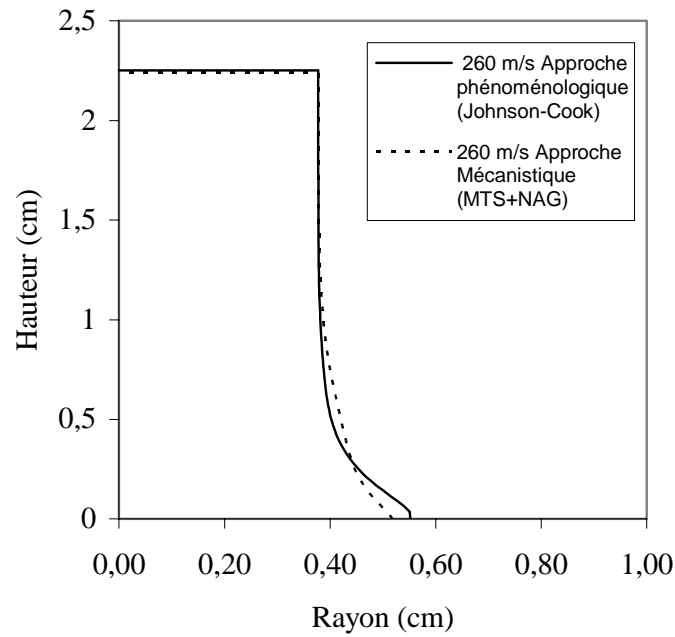


Figure IV-8 : Comparaison des profils obtenus selon deux approches à 260m/s

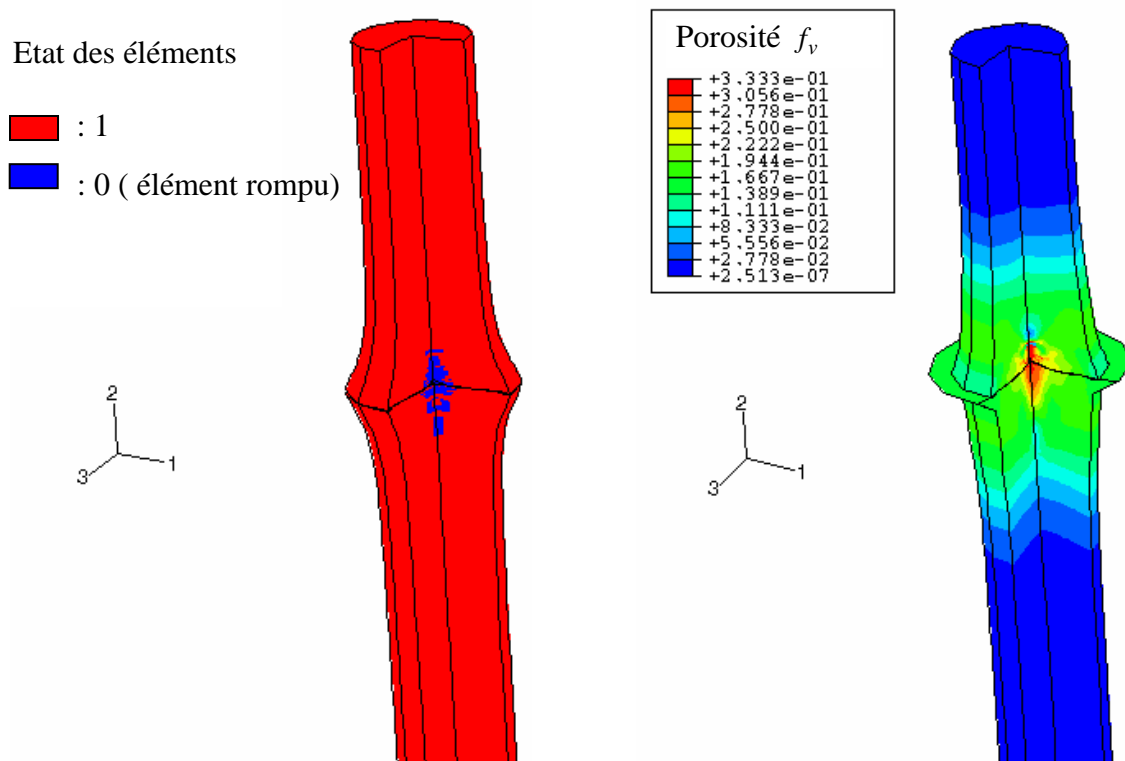


Figure IV-9 : Zone de rupture obtenue avec une approche de type Johnson-Cook pour un impact à 260m/s à 25  $\mu$ s

Figure IV-10 : Zones d'endommagement et de rupture obtenues avec une approche de type MTS+NAG pour un impact à 260m/s à 25  $\mu$ s

A une vitesse d'impact de 365 m/s, les deux approches génèrent toutes deux une zone de rupture le long de l'axe de la tige. Mais, des zones à forte porosité créées par germination contrôlée par la déformation apparaissent en périphérie dans le cas de l'approche physique (figure IV-12 et IV-13). Le profil généré par l'approche proposée est plus en concordance avec le profil expérimental que celui obtenu avec l'approche de type Johnson-Cook mais présente un écart de forme de 8 à 9% (figure IV-11). Un couplage thermomécanique fort pourrait améliorer le profil obtenu par l'approche proposé.

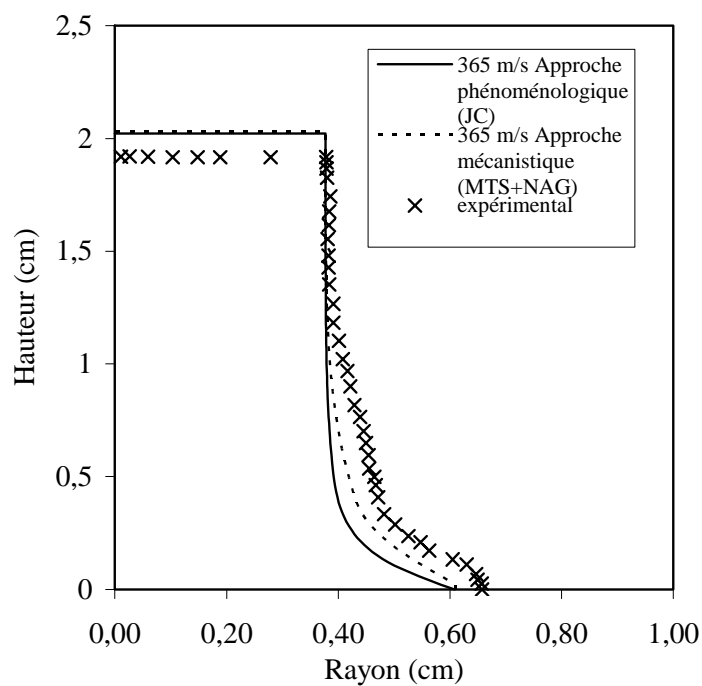


Figure IV-11 : Comparaison des profils obtenus numériquement selon deux approches avec le profil obtenu expérimentalement à 365m/s

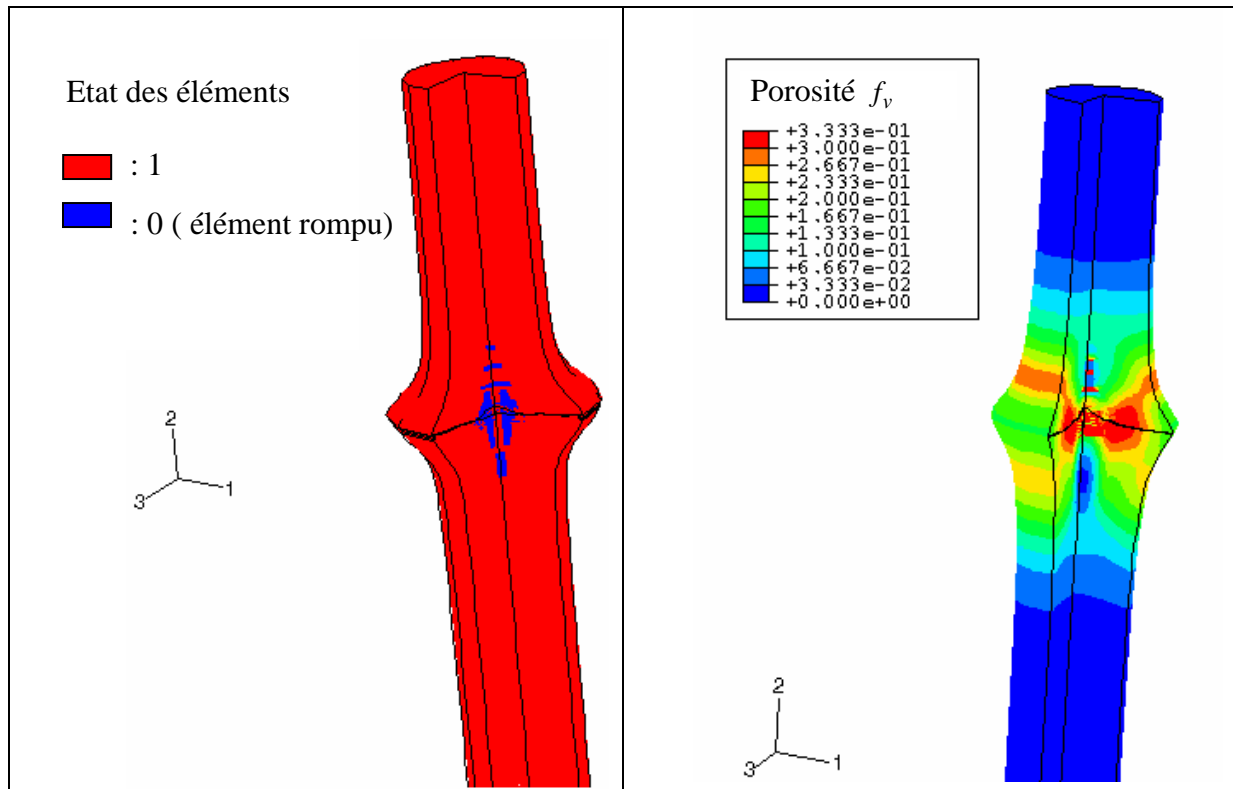


Figure IV-12 Zone de rupture obtenue avec une approche de type Johnson-Cook pour un impact à 365m/s à 25  $\mu$ s

Figure IV-13 : Zones d'endommagement et de rupture obtenues avec une approche de type MTS+NAG pour un impact à 365m/s à 25  $\mu$ s

En considérant le même maillage, le même coefficient de frottement (0,15) pour toutes les simulation, on remarque que pour un impact de Taylor à 260m/s, on a une symétrie légèrement rompue (ce qui n'est pas le cas pour un impact à 365m/s) dans le cas de la simulation avec le modèle proposé. Or, la variation du coefficient de frottement entre les deux surfaces en contact ne permet d'annuler cet effet de dissymétrie. Des études complémentaires sont en cours de réalisation afin de mieux comprendre cet effet.

### III- Application aux problèmes de perforation

Cette partie est consacrée à l'étude numérique de deux problèmes de perforation. L'objectif étant d'étudier la robustesse du modèle d'endommagement proposé dans un premier problème qui consiste à perforer d'une plaque semi-infinie de cuivre OFHC d'épaisseur 35mm par un projectile de type tige de tungstène de diamètre 7,8mm et de longueur 78mm (supposée rigide) à une vitesse d'impact de 1500 m/s. Le second problème concerne la perforation d'une plaque semi-infinie de cuivre OFHC de 10mm par une sphère de tungstène de diamètre 20mm

(supposée rigide) à une vitesse d'impact de 1500 m/s. Dans cette application il y a des phénomènes distincts qui apparaissent dans le projectile et dans la cible. Ces caractéristiques se manifestent en terme de présence ou non de bandes de cisaillement adiabatique. Les bandes de cisaillement adiabatique apparaissent dans de nombreux matériaux soumis à des déformations extrêmes.

Quelque soit le problème de perforation, la première difficulté est de définir correctement le contact entre la cible et le projectile. En effet, la cible va s'éroder au passage du projectile. Aussi, le projectile devra être en contact avec la structure non érodée et ne plus être en contact avec les éléments de la structure qui sont rompus. Pour la définition du contact Abaqus/Explicit dispose de deux types d'algorithmes pour gérer le contact : l'algorithme de contact par paire (valable pour des problèmes 2D et 3D) et l'algorithme de contact général (valable pour des problèmes en 3D mais sans surface analytique et est disponible uniquement sous la version 6-3). Pour pouvoir traiter correctement les éléments endommagés, il est nécessaire de rajouter une option de suppression d'élément appelé « \*element deletion=yes » pour l'utilisation de modèles implémentés en standard sous Abaqus. Les contraintes sont mises à zéro.

Dans le cas où l'on utilise une subroutine matériau, la suppression d'éléments s'effectue par l'intermédiaire d'une variable interne qui prendra la valeur de 1 ou 0 pour respectivement un élément rompu ou non rompu. Les contraintes sont automatiquement mises à zéro.

Ces deux options doivent remplir le même rôle concernant la suppression d'élément.

Les simulations ont été réalisées sur le code aux éléments finis Abaqus/Explicit version 6.3 et réalisés sur une machine SUN Ultra 10. Compte tenu des déformations importantes dans la zone de contact et pour respecter la condition de stabilité, nous avons d'une part utilisé l'option disponible sur Abaqus/Explicit version 6.3 de remaillage de la structure au cours du calcul afin d'éviter de fortes distorsions du maillage et d'autre part nous avons contrôlé le pas de temps directement.

### III-1 Perforation de cible épaisse déformable (cuivre OFHC) avec un projectile non déformable de type tige (Alliage de tungstène).

On considère une plaque sem-infinie de cuivre OFHC de 35 mm d'épaisseur que l'on perce avec un projectile de type tige de 7,8 mm de diamètre en tungstène. Compte tenu des

géométries et des conditions de chargement, le problème est axisymétrique. Nous avons considéré des éléments axisymétriques 4 nœuds de type CAX4R, avec intégration réduite et contrôle d'« hourglassing ». Le projectile est assimilé à une surface analytique rigide. Nous avons utilisé l'algorithme de contact par paire : le contact s'effectue entre une surface définie par des nœuds de la cible et la surface analytique définissant le projectile.

Kennedy et Murr [KEN, 02] ont étudié expérimentalement la perforation d'une plaque de 35 mm de cuivre OFHC (pur à 99%) par un projectile de type tige de 7,8 mm de diamètre et de 78mm de longueur (rapport longueur/diamètre de 10) d'un alliage de tungstène WHA (93% de tungstène, 4,9% de fer et 2,1% de nickel). La figure IV-14 montre la demi-section de la cible perforée.

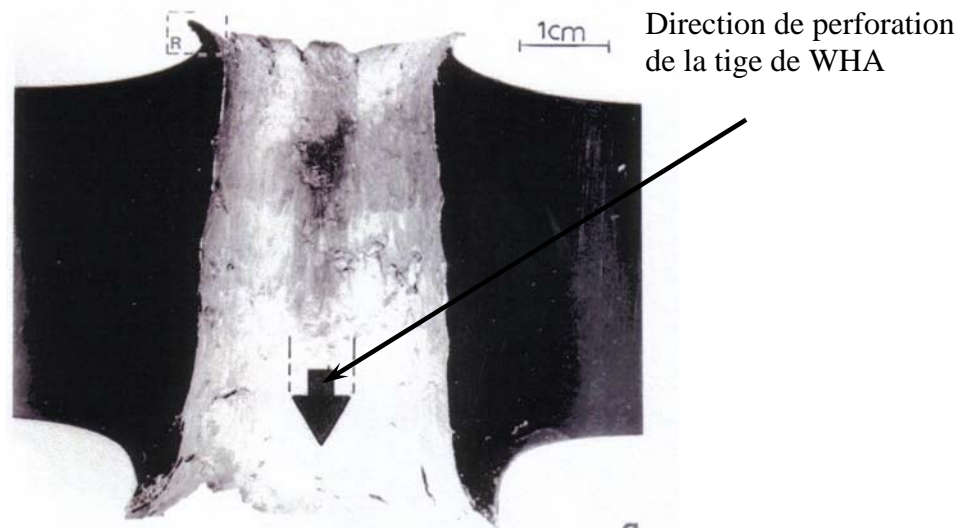


Figure IV-14 : Demi-section de la cible perforée de cuivre OFHC. Les lignes pointillées indiquent le diamètre du projectile. La flèche noire indique le sens de perforation

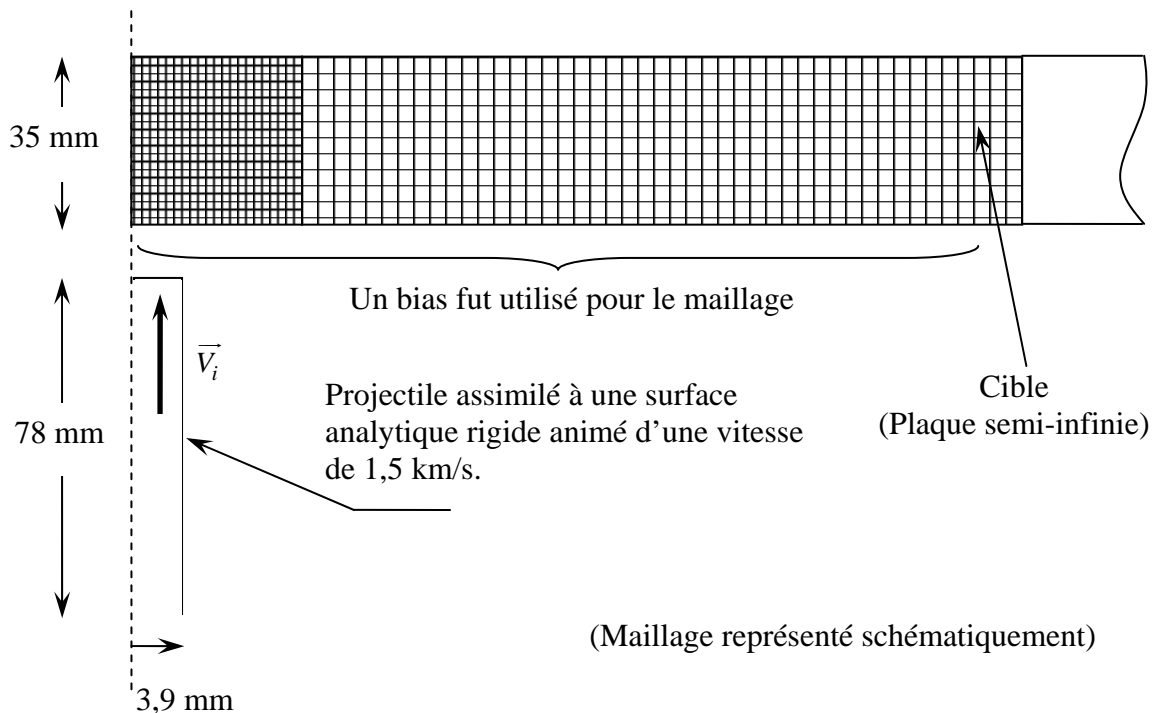


Figure IV-15 : Géométries de la perforation d'une cible épaisse (cuivre OFHC) déformable par un projectile de type tige (WHA) supposé rigide. (62 000 éléments)

## II-1-1 Comparaison entre une approche physique et une approche phénoménologique. Considération de l'algorithme de contact par paire.

Deux approches sont étudiées : une approche phénoménologique avec le modèle de viscoplasticité Johnson-Cook en considérant l'équation d'état de type Mie Gruneisen associé à un critère de rupture de type Johnson-Cook en cisaillement (disponibles en standard dans Abaqus/Explicit) et une approche physique avec le modèle « Mechanical Threshold Stress » associée au modèle d'endommagement proposé NAG.

Les paramètres utilisés pour le modèle de viscoplasticité « Mechanical Threshold Stress » (MTS) associé au modèle d'endommagement proposé (NAG) (ceux utilisés au chapitre II, excepté  $t^*$ ) et pour le modèle de viscoplasticité Johnson-Cook sont ceux définis respectivement par les tableaux TII-1, TIII-2 (excepté tension de rupture) et TIII-3. Dans le cas de l'approche de type Johnson-Cook, nous associons un critère de rupture en cisaillement où la déformation critique a été fixée à 2. Dans les deux cas nous utiliserons les options de suppression des éléments à la rupture.

Le temps total de simulation pour une perforation complète de la plaque est de  $30 \mu s$ . Le temps  $t^*$  dans ce cas est de  $0,86.10^{-5} s^{-1}$ . La comparaison des géométries obtenues par simulation numérique avec la géométrie obtenue expérimentalement par Kennedy et Murr [KEN, 02] est montrée sur le tableau TIV-3. Cette géométrie est définie par le diamètre du cratère d'entrée, de mi-hauteur et de sortie tel que cela est représentée sur la figure IV-16. Il apparaît que dans l'approche phénoménologique, le diamètre de cratère d'entrée est en bon accord avec les observations expérimentales (Tableau TIV-3 et Figure IV-16). De par les hypothèses simplificatrices (projectile non déformable), les diamètres de cratère médian et de sortie sont plus petits que ceux obtenus expérimentalement. Dans le cas du modèle MTS+NAG (Tableau TIV-3), les résultats sont non conformes aux résultats espérés car l'algorithme d'élimination des éléments rompus n'est pas robuste.

Tableau TIV-3 : Comparaison des géométries des cibles perforées expérimentalement et par simulations numériques.

	Expérimental	Simulation Approche physique	Simulation Approche phénoménologique
Diamètre de cratère d'entrée (cm)	2,5cm	4,72cm	2,49cm
Diamètre de cratère à mi-hauteur de la plaque (cm)	2,66cm	2,23cm	1,98cm
Diamètre de cratère de sortie (cm)	2,82cm	Non sortant*	2cm

\* arrêt du calcul à  $30 \mu s$



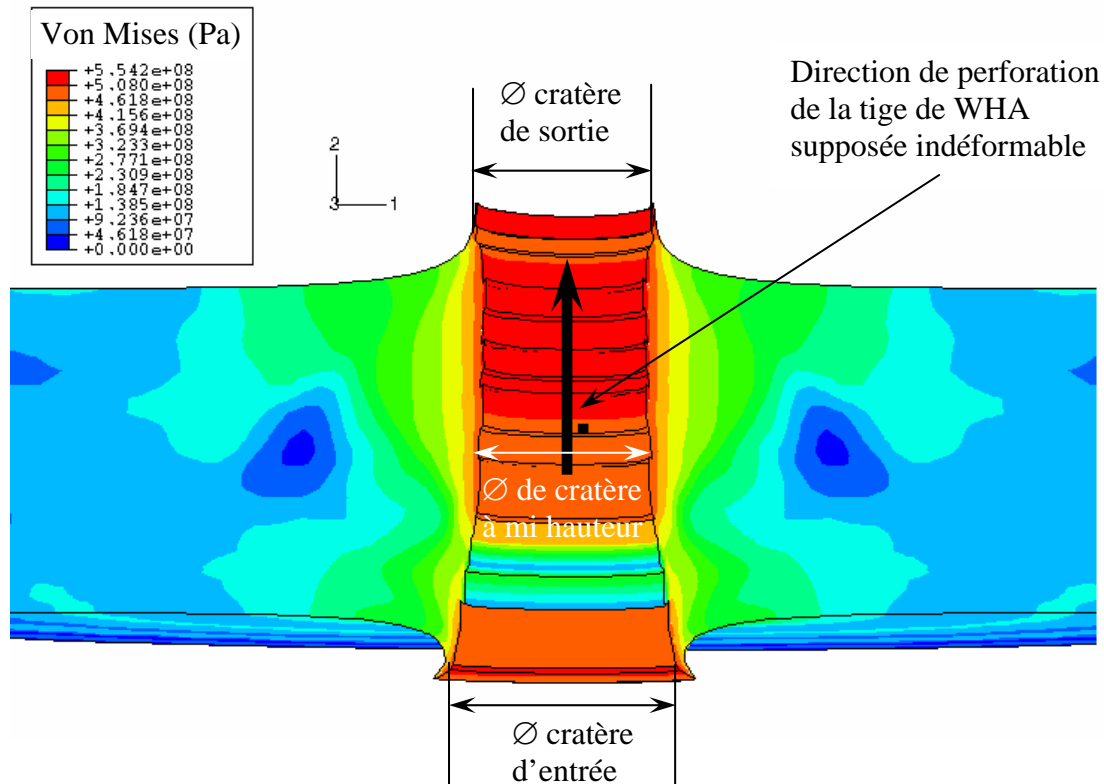


Figure IV-16 : Cratère obtenu avec une approche phénoménologique de type Johnson-Cook.

En effet, en comparant les résultats obtenus à un temps intermédiaire de simulation de  $10 \mu s$ , il apparaît que l'option de suppression d'élément disponible lorsqu'on utilise une subroutine matériau comme c'est notre cas pour l'approche à base physique n'est pas aussi robuste que celle disponible pour le modèle de Johnson-Cook implémenté en standard dans Abaqus. Comme on peut le voir sur la figure IV-17(a) et (b), le projectile « passe derrière » chaque rangé d'éléments rompus. Le projectile est bien « derrière » les éléments ayant atteint la rupture sur la figure IV-17(b) et est en contact avec la cible tel que le montre la figure IV-17 (a). Dans le cas de l'utilisation d'une subroutine, les éléments rompus ont bien leurs contraintes mises à zéro (figure IV-18 (b)), néanmoins le projectile reste « devant » la ligne d'éléments rompus et n'est plus en contact avec la cible (figure IV-19 (a)). Une fois que la deuxième ligne d'éléments est rompue, le projectile reste derrière toute la zone rompu (Cumulation des lignes d'éléments rompus). Nous pensons que ce problème serait le même avec un couplage thermomécanique fort avec la version d'ABAQUS/Explicit 6.3 utilisé. La figure IV-18 montre qu'en ne mettant pas l'option d'érosion des éléments dans l'approche de type Johnson-Cook, le projectile reste « derrière les éléments rompus. Il est clair que l'option d'érosion des éléments dans le cas de l'utilisation d'une VUMAT met effectivement les

contraintes à zéro mais ne les élimine pas (Abaqus/Explicit, V6.3). Nous avons donc examiné si ce phénomène apparaissait également lorsqu'on considère l'algorithme de contact général. Cette analyse est étudiée au paragraphe suivant.

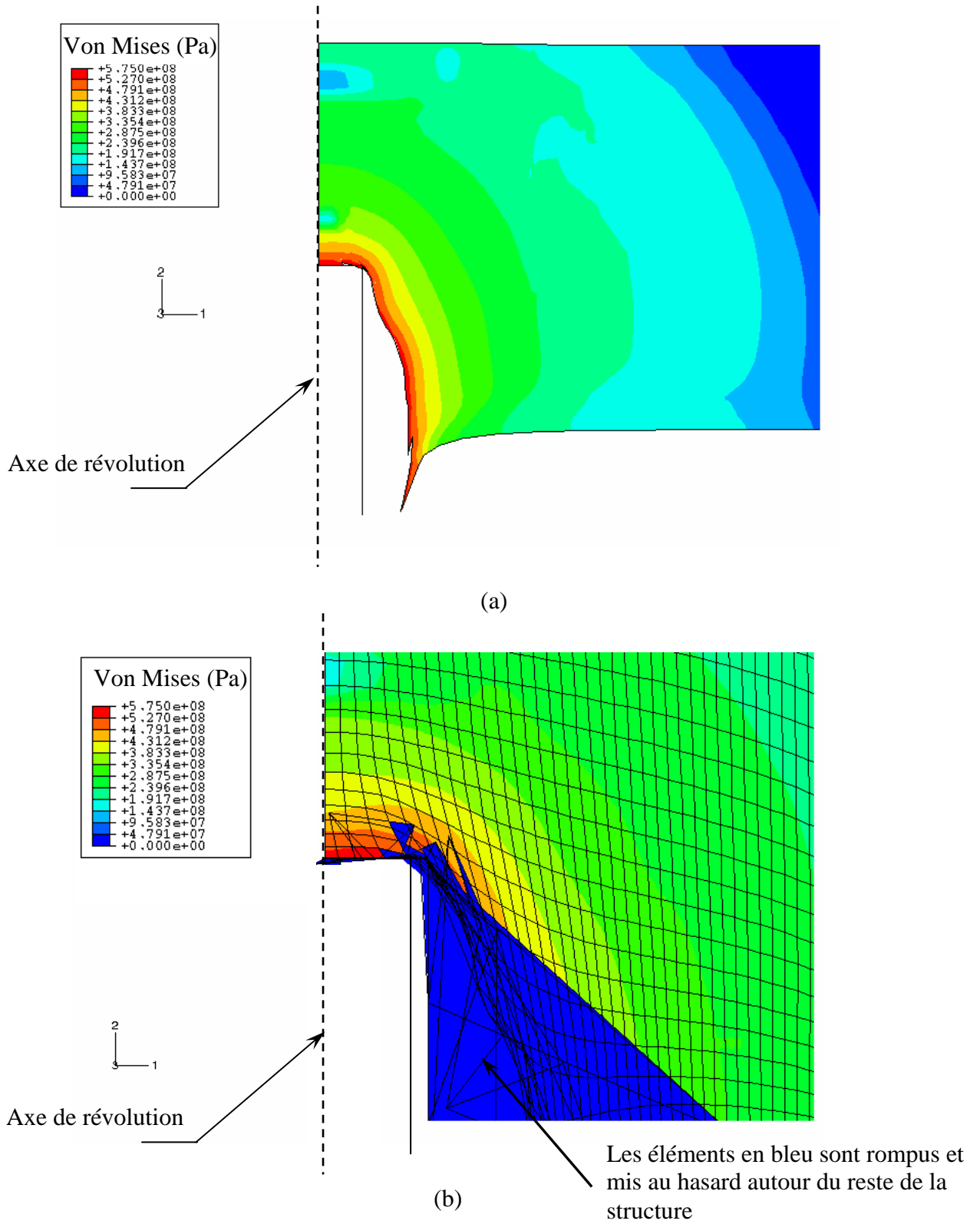


Figure IV-17 : Résultat de simulation de perforation de la cible à  $10 \mu s$  (Johnson-Cook+suppression d'élément).

(a) avec éléments rompus non apparents.

(b) avec éléments rompus apparents.

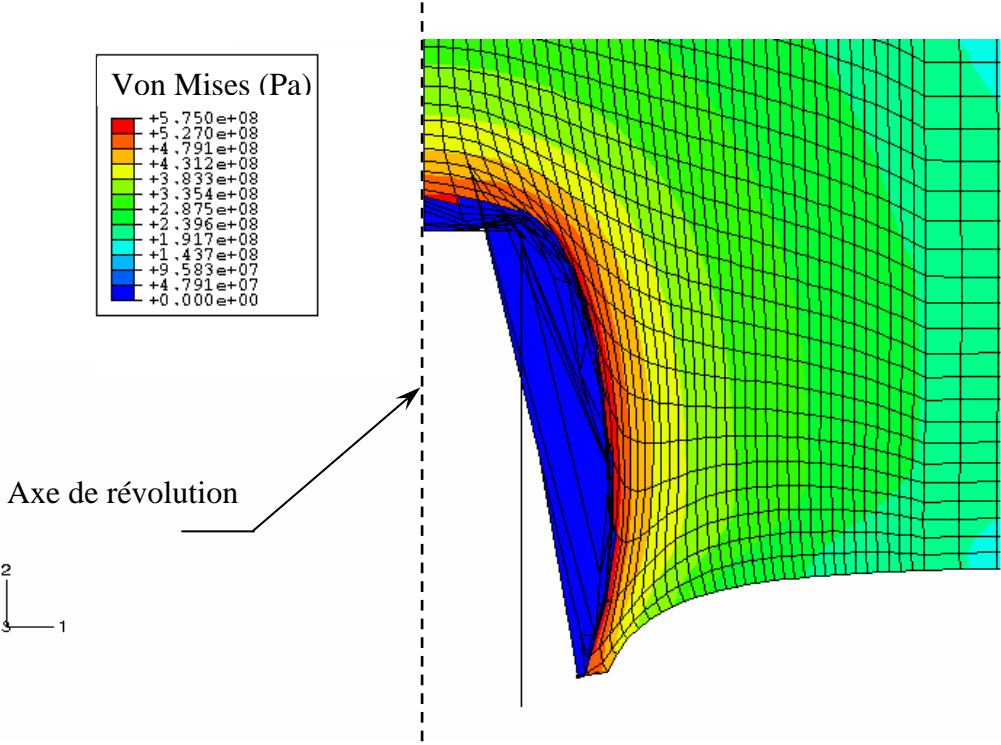


Figure IV-18 : Résultat de simulation de perforation de la cible à 10  $\mu s$   
(Johnson-Cook + option «\*element deletion=no »).

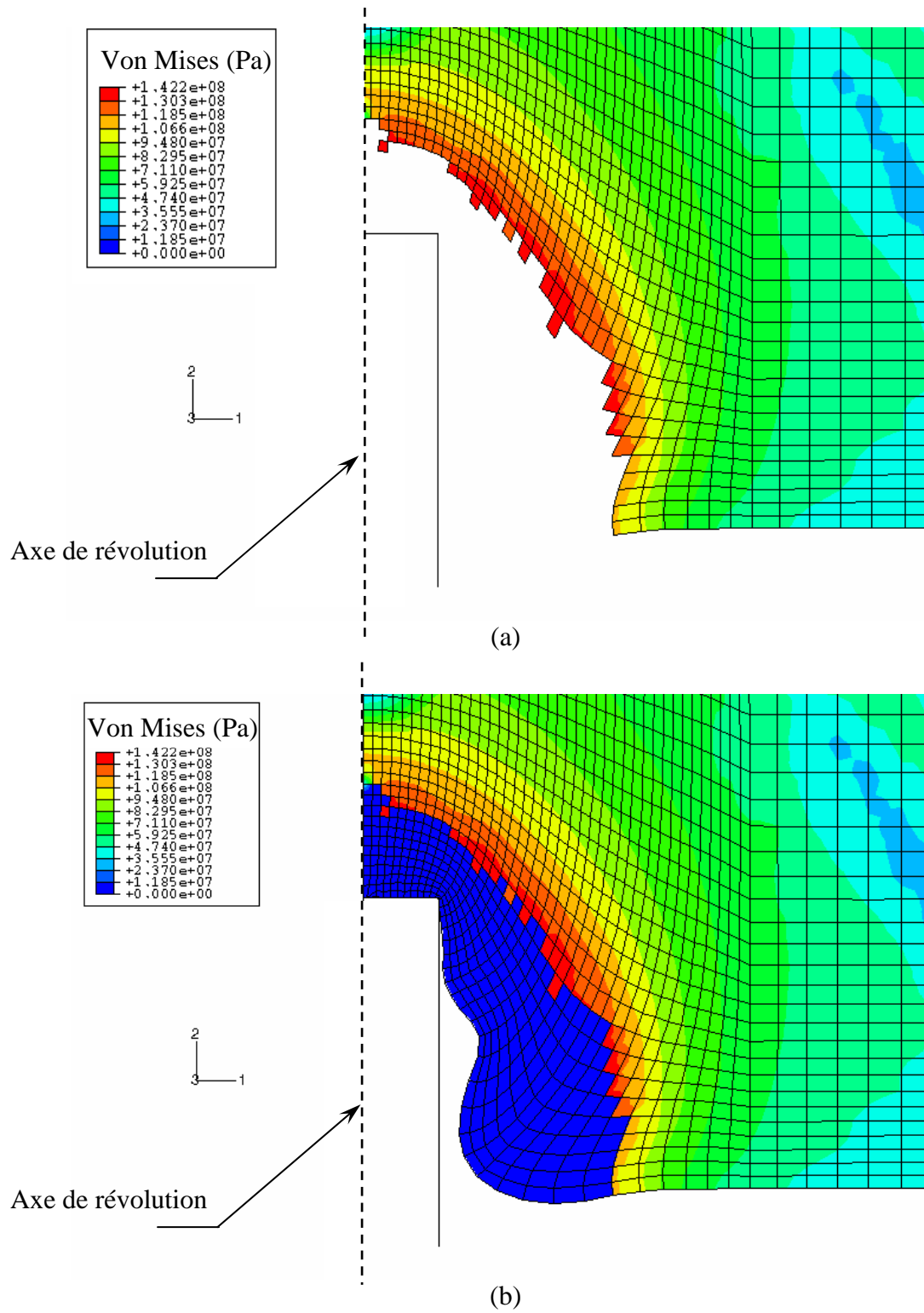


Figure IV-19 : Résultat de simulation de perforation de la cible à  $10 \mu s$  (MTS+NAG+suppression d'éléments)  
(a) avec éléments rompus non apparents.  
(b) avec éléments rompus apparents.

### III-2 Perforation de cible déformable (cuivre OFHC) avec un projectile non déformable de type sphère (Alliage de tungstène).

Afin d'examiner l'effet du choix de l'algorithme de contact sur la non consistance de l'option de suppression d'éléments dans le cas de l'utilisation d'une subroutine matériau, nous avons traité un exemple de perforation en 3D disponible dans Abaqus/Explicit version 6.3 (seule la géométrie de l'exemple est utilisée). Nous avons utilisé pour cette application l'algorithme de contact général [ABA, 03].

Nous avons considéré que le matériau de la cible est du cuivre OFHC et que le projectile (ici une sphère) est en alliage de tungstène et supposé rigide. La géométrie considérée est représentée en figure IV-20.

Les paramètres utilisés pour les modèles de viscoplasticité « Mechanical Threshold Stress » associé au modèle d'endommagement proposé (NAG) (ceux utilisés au chapitre II, excepté  $t^*$ ) et Johnson-Cook sont ceux définis respectivement par les tableaux TII-1, TIII-2 (excepté la tension de rupture). Dans les deux cas nous utiliserons les options de suppression des éléments comme pour l'exemple précédent. Dans le cas de l'approche de type Johnson-Cook, nous utilisons le même critère de rupture en cisaillement que pour le cas traité au paragraphe précédent.

Le temps total de simulation pour une perforation complète de la plaque est de  $30 \mu s$ . Le temps de cycle  $t^*$  dans ce cas est de  $0,22 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ .

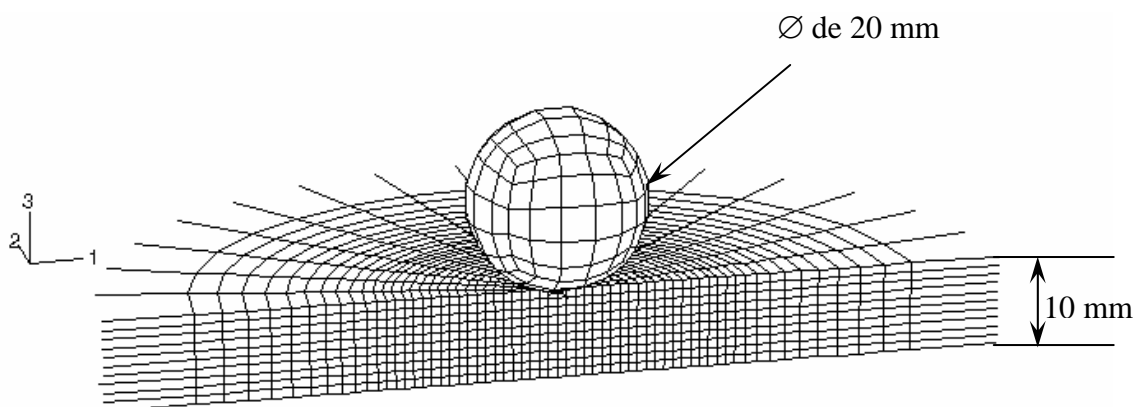


Figure IV-20: Géométries de la perforation d'une cible déformable (cuivre OFHC) par un projectile de type sphère (WHA) non déformable.

II-2-1 Comparaison entre une approche physique et une approche phénoménologique.

Comme pour le cas 2D traité dans le paragraphe précédent, l'érosion des éléments, dans le cas de l'utilisation de Johnson-Cook en standard (figure IV-21 (b)), est correctement prise en compte mais ne l'est pas dans le cas de l'utilisation d'une VUMAT (figure 22(b)). La figure IV-21 (a) et (b) montre la pénétrabilité de la sphère à  $2 \mu s$  et à  $3 \mu s$  pour le modèle Johnson-Cook. La sphère est bien en contact avec la cible non encore érodée et les éléments rompus ont leur contrainte nulle (figure IV-23).

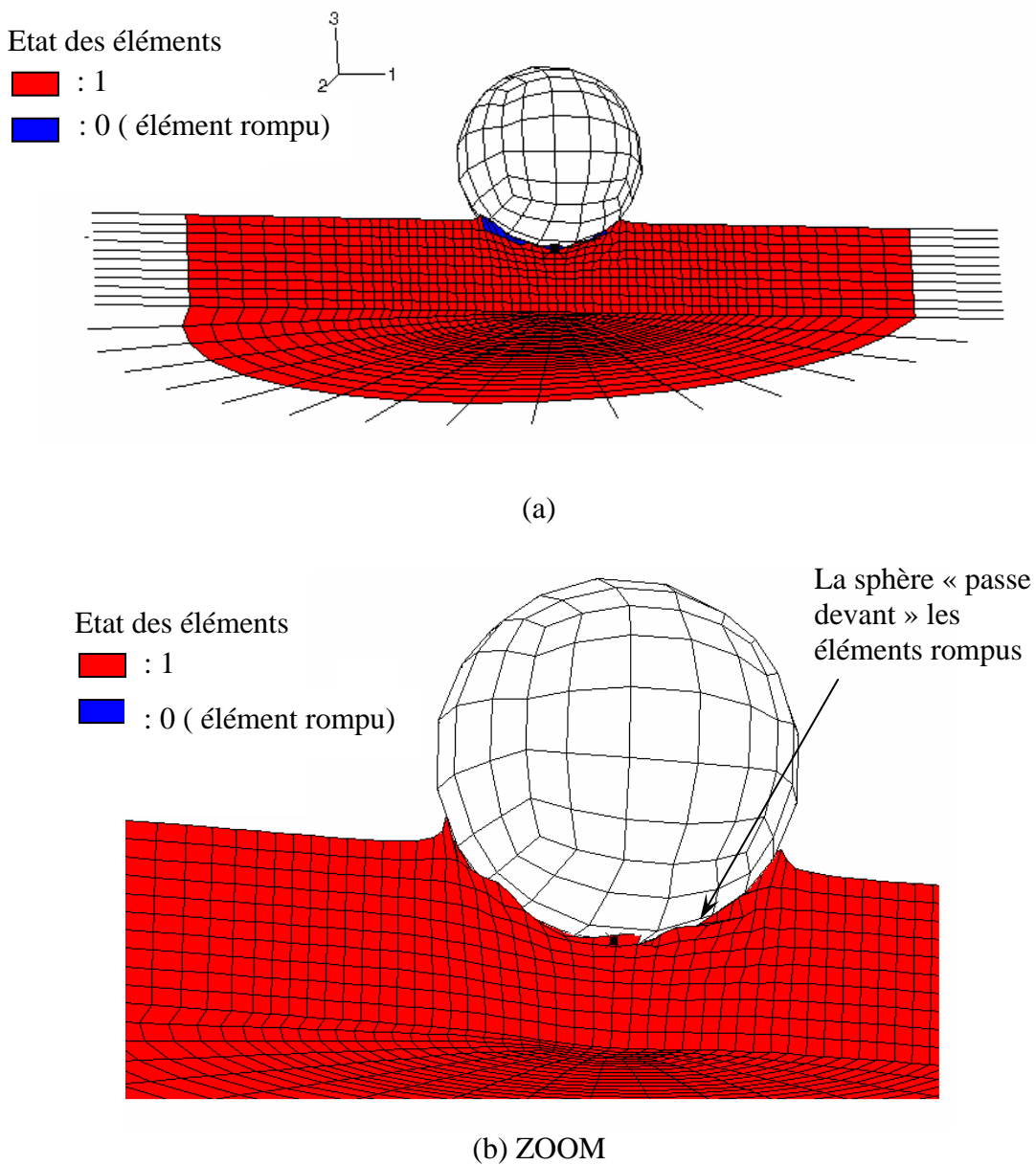


Figure IV-21 : Résultat numérique de perforation d'une plaque par une sphère à  $2 \mu s$  (a) et à  $3 \mu s$  (b) (Johnson-Cook).

La figure IV-22 (a) et (b) montre la pénétrabilité de la sphère à  $2 \mu s$  et à  $3 \mu s$  pour le cas du modèle MTS associé au modèle NAG. La sphère « reste derrière » les éléments rompus.

Ces résultats montrent que le problème rencontré lié à l'érosion des éléments lors de l'utilisation d'une subroutine VUMAT reste présent indépendamment du choix de l'algorithme de contact.

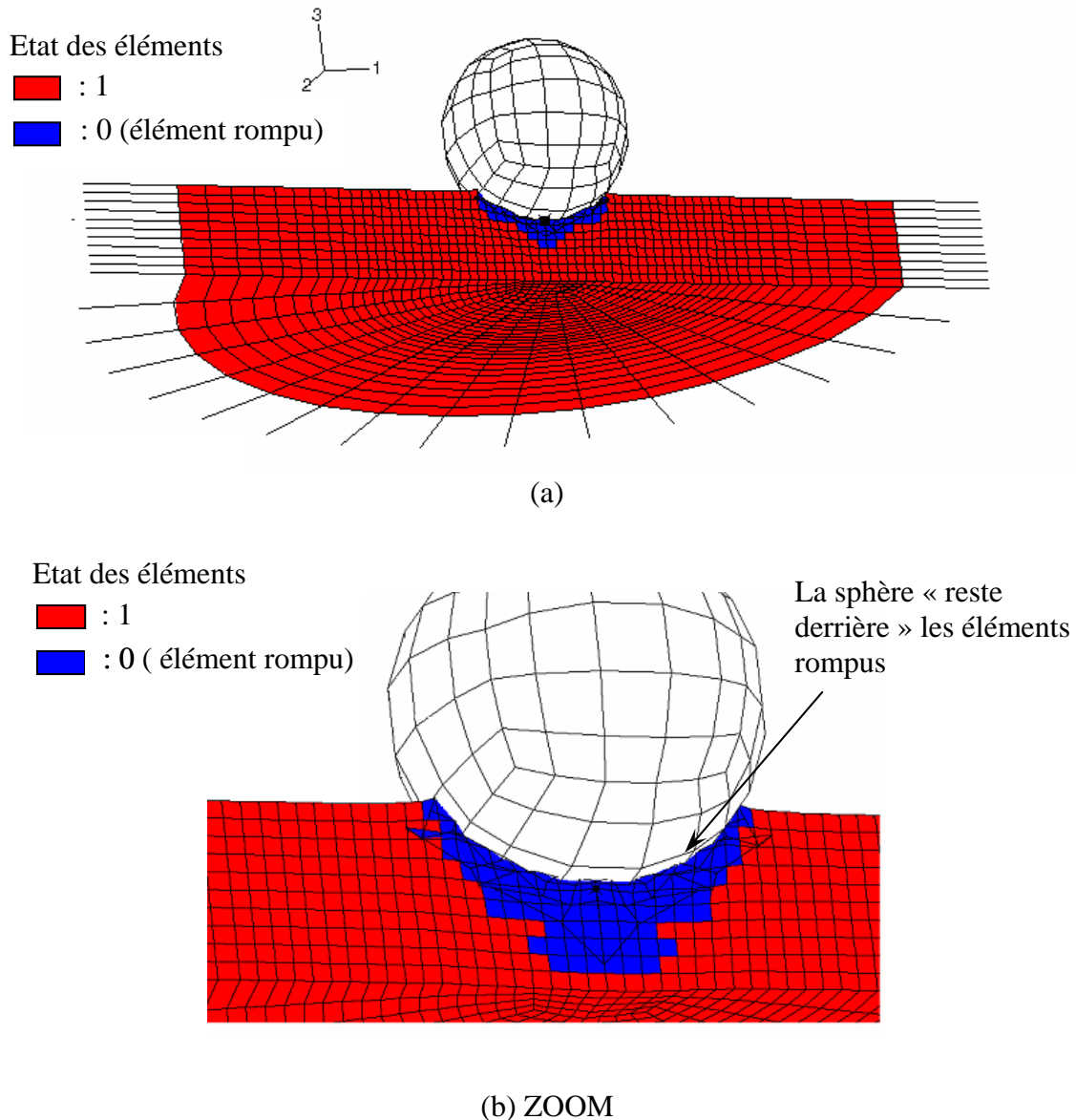


Figure IV-22 : Résultat numérique de perforation d'une plaque par une sphère à  $2 \mu s$  (a) et à  $3 \mu s$  (b) (MTS+NAG)



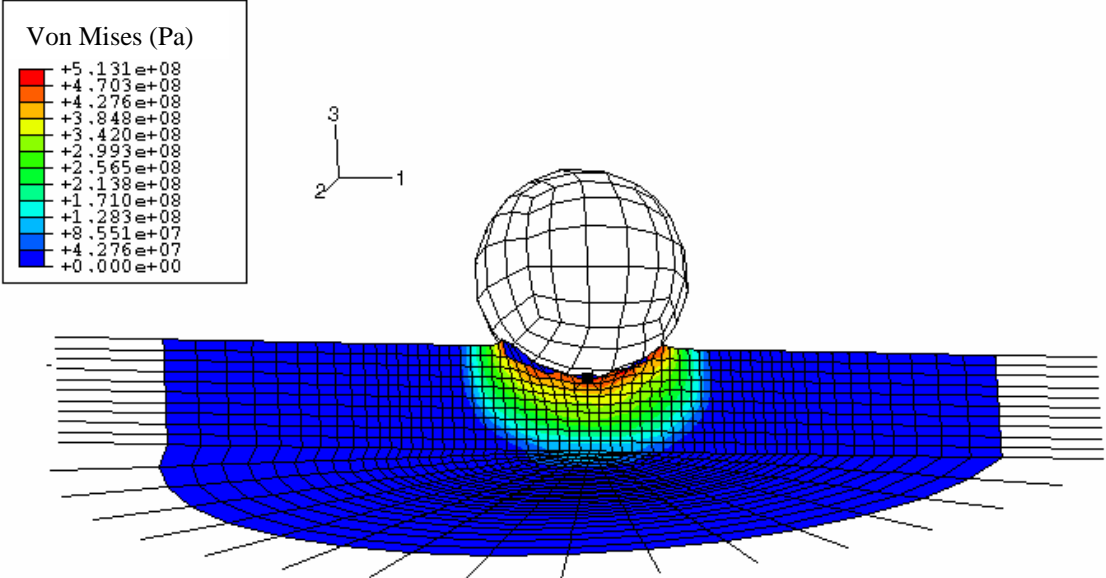


Figure IV-23 : Résultat numérique en contrainte de Von Mises de la perforation d'une plaque par une sphère à 2  $\mu s$  (a) et à 3  $\mu s$  (b) (Johnson-Cook).

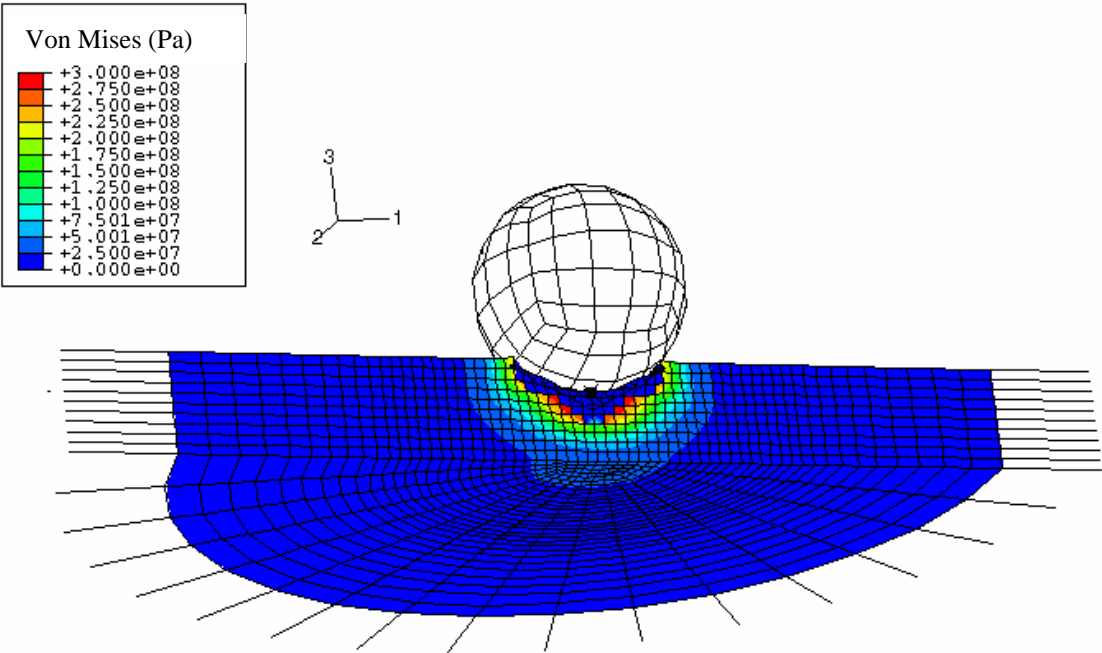


Figure IV-24 : Résultat numérique en contrainte de Von Mises de la perforation d'une plaque par une sphère à 2  $\mu s$  (a) et à 3  $\mu s$  (b) (MTS+NAG)

### III-3 Conclusion

L'ensemble de ces résultats sur la perforation ne permet pas de conclure quant à la pertinence de l'approche proposée. Cependant, le modèle d'endommagement proposé permet d'obtenir également de bons résultats dans le cas d'une simulation de l'endommagement durant un processus de découpe de tôle (alliage de cuivre) [POI, 03]. Le détail de cette étude se trouve en annexe 4. Les résultats obtenus par l'approche à base physique sont meilleurs que ceux obtenus avec une approche purement phénoménologique de type Johnson-Cook. Dans cette application, les vitesses de déformation se situent dans une gamme de  $1 s^{-1}$  à  $6000 s^{-1}$ . La simulation montre que la germination est contrôlée uniquement par la déformation et que la croissance des cavités est non négligeable.



CONCLUSION GENERALE

et

PERSPECTIVES

### CONCLUSION :

L'objectif de ce travail a été de proposer et de mettre en oeuvre un modèle d'endommagement à base physique basé sur des hypothèses microscopiques (approche microstatistique) permettant la prévision de l'endommagement jusqu'à la rupture dans les structures de matériaux ductiles soumises à des sollicitations dynamiques. Ce modèle permet de prendre en compte les différents processus de germination de cavités sphériques (processus contrôlé par la déformation (cas ductile) et processus contrôlé par la contrainte (cas fragile)) et le processus de croissance de celles-ci.

Ce modèle d'endommagement est associé, pour conserver le caractère physique des processus dans l'approche générale des problèmes, à un modèle de viscoplasticité de type physique (modèle «Mechanical Threshold Stress»). Ceux-ci ont été implémentés dans ABAQUS/Explicit via une subroutine VUMAT. Le modèle « Mechanical Threshold Stress » fut choisi car il couvre une large gamme de vitesse (quasi-statique à dynamique). Après avoir validé et testé ce modèle sur un élément soumis à des cas de chargement simple, nous l'avons confronté à des problèmes de dynamique rapide où les phénomènes de propagation d'ondes sont importants.

Tout d'abord, plusieurs types de configuration ont été envisagés afin de tester l'efficacité du modèle sous plusieurs états de déformation (uniaxiale pour le cas de l'impact plan cylindre-cylindre et tridimensionnel pour le cas de l'impact cylindre-cône). Dans le cas de l'impact plan cylindre-cylindre en cuivre OFHC, les résultats numériques ont montré que l'apparition de l'écaillage est due à la part de germination contrôlée par la contrainte et que le paramètre prédominant est le seuil de pression  $P_{N0}$  pour la germination et l'apparition de l'écaillage. La porosité due à la germination de vides contrôlé par la déformation est d'environ 2% et il apparaît également que la croissance est négligeable. Notre approche fut également comparée avec une approche phénoménologique de type Johnson-Cook et avec les résultats expérimentaux de Rajendran et al. [RAJ, 88]. Les résultats numériques obtenus donnent de bons résultats qualitatifs avec les deux approches. La comparaison des profils des vitesses à la surface libre obtenus numériquement par les deux approches avec le profil mesuré expérimentalement montre que l'approche proposée permet d'obtenir une précision de 11 % à la limite élastique d'Hugoniot alors qu'on a une erreur de 200 % avec l'approche de type Johnson-Cook en utilisant les valeurs de paramètres proposées par Tanner (1999) [TAN, 99].

Par contre, l'approche à base physique surestime les vitesses de surface libre aux rebonds (environ 20%) plus que l'approche phénoménologique mais donne de meilleurs résultats de la vitesse au signal d'écaille ( $V_{sl} = 113,26$  m/s au premier signal d'écaille contre  $V_{sl} = 113,12$  m/s pour l'expérimental et  $V_{sl} = 113,68$  m/s pour l'approche de type Johnson-Cook et  $V_{sl} = 126$  m/s au second signal d'écaille contre  $V_{sl} = 122$  m/s pour l'expérimental et  $V_{sl} = 132$  m/s pour l'approche de type Johnson-Cook) que l'approche de type Johnson-Cook. Nous pensons que cette surestimation est due au couplage faible de l'endommagement avec la viscoplasticité. Un couplage fort de l'endommagement avec la viscoplasticité devra être envisagé.

Dans le cas de l'impact plan cylindre-cône, on étudie l'effet de la tridimensionnalité. Les résultats obtenus ont été comparés qualitativement avec ceux obtenus expérimentalement par Randers-Pherson et al. [RAN, 95] sur l'acier 1020. Trois systèmes de rupture apparaissent au cours de la simulation. Le premier apparaît parallèlement au cône à  $3,1\mu s$ . Cette zone est essentiellement induite par la germination contrôlée par la déformation. Le second système de rupture apparaît vers  $3,4\mu s$  le long de l'axe du cône. Le troisième système de rupture part de la mi hauteur de la cible vers la base du cône. La zone d'endommagement et de rupture décrit une région cylindrique d'environ 12 mm de diamètre. Ce cylindre a son axe confondu avec celui du cône. Ces deux systèmes de rupture apparaissent par germination contrôlée par la pression. Ces trois systèmes de rupture ont été également observés expérimentalement sur la même géométrie par Randers-Pherson et al. [RAN, 95] pour l'acier 1020. Un quatrième système a aussi été observé expérimentalement sur cet acier, et correspond à des ruptures radiales sur la base du cône, mais n'apparaît pas dans notre simulation car il faudrait simuler en 3D. Le modèle proposé est très discriminant pour les autres modèles car ceux-ci ne permettent pas de retrouver le troisième système de rupture.

Ensuite, nous avons testé la validité de l'approche proposée dans le cas des grandes transformations. Deux applications ont été étudiées : l'impact de Taylor et la perforation.

L'impact de Taylor permet d'étudier la validité du modèle d'endommagement proposé dans le cas des grandes transformations et d'étudier le rapport de forme. Il apparaît qu'en utilisant les paramètres du modèle d'endommagement pour le cas de l'impact plan cylindre-cylindre, on obtient une déformation du projectile sous-estimée par rapport à celle obtenue expérimentalement par Addessio et al. [ADD, 93]. Cette différence est due aux paramètres utilisés (identiques au cas de l'impact plan cylindre-cylindre).

Les résultats des simulations de perforation traités ont mis en évidence la carence de l'option d'érosion des éléments rompus dans le cas de l'utilisation d'une VUMAT. Ce problème est récursif quelle que soit le type d'algorithme utilisé pour la gestion du contact. De plus, le code de calcul par éléments finis ABAQUS ne permet pas d'établir un contact entre deux surfaces érosives ce qui limite les applications dans les cas de perforation. Pour tester le modèle d'endommagement proposé sur des cas de perforation, il est nécessaire soit de l'implémenter dans un autre code de calcul disposant d'une part d'algorithme d'érosion robuste et d'autre part permettant le contact de deux surfaces érosives. La solution du remaillage adaptatif est à envisagée. Pour l'instant, nous ne pouvons conclure quant à la pertinence de l'approche proposée pour les cas de perforation.

Globalement, l'approche à base physique proposée permet d'obtenir de bons résultats qualitatifs dans de nombreuses applications de dynamique rapide. Des expériences de choc ont été menées sur le Tantale par Roy [ROY, 03] et ont mis en évidence que plus la vitesse d'impact était importante, plus la croissance était négligeable face aux processus de germination. Nos résultats numériques montrent les mêmes phénomènes pour le cuivre OFHC et l'acier HY-100. Toutefois, il est nécessaire de réaliser des essais expérimentaux de chocs sur l'acier HY-100 et le cuivre OFHC pour vérifier qu'on observe bien que la croissance devient négligeable face aux processus de germination.

Enfin, le modèle d'endommagement proposé permet d'obtenir également de bons résultats à des vitesses de déformation moindre. En effet, une étude sur la simulation de l'endommagement durant un processus de découpe de tôle (alliage de cuivre) [POI, 03] (Annexe 4) à l'aide du modèle proposé. Les résultats obtenus par l'approche à base physique sont meilleurs que ceux obtenus avec une approche phénoménologique de type Johnson-Cook. Dans cette application, les vitesses de déformation se situent dans une gamme de  $1 s^{-1}$  à  $6000 s^{-1}$ . La simulation montre que la germination est contrôlée uniquement par la déformation et que la croissance des cavités est non négligeable. Aussi, ce modèle permet de couvrir une large gamme d'application. Il est nécessaire que chaque processus soit présent dans le modèle pour prédire les zones d'endommagement et de rupture dans le cas de problèmes de choc où les phénomènes de propagation d'onde sont importants mais aussi dans des cas de mise en forme tel que la découpe.

### PERSPECTIVES

La difficulté de l'utilisation d'une telle approche réside dans le fait que la littérature n'offre pas suffisamment de résultats expérimentaux en dynamique sur de nombreux matériaux, pour la caractérisation des différents paramètres. Il serait donc nécessaire de mener une campagne d'essais pour différents matériaux à de nombreuses vitesses pour obtenir de bons jeux de paramètres.

La difficulté majeure reste toujours l'identification des paramètres. Comme le modèle donne de bons résultats pour le cas de la découpe, l'utilisation de celui-ci serait intéressante sur un problème de découpe orthogonale où on peut atteindre des vitesses de déformation de l'ordre de  $10^5 \text{ s}^{-1}$ .

Un couplage thermomécanique fort et en cours de développement.

D'autres perspectives peuvent être envisagées :

- Associés dans une structure complexe avec d'autres matériaux synthétiques ou métalliques, les carreaux de blindage en céramique exercent un double effet de réflexion de l'onde de choc et d'absorption de l'énergie d'impact contribuant à une protection particulièrement efficace des personnes, des véhicules, des hélicoptères et de tout autre équipement. Le modèle proposé fut testé sur des matériaux ductiles (matériaux métalliques) et prédit correctement l'endommagement par écaillage. Il serait intéressant dans un premier temps de tester la faculté du modèle proposé dans le cas de dégradation de matériaux fragiles telles que les céramiques, de montrer si le modèle est capable de prédire des régimes de fragmentation simple et multiple (et de l'adapter au besoin). Et enfin par extension, de tester des blindages multicouches (matériaux métalliques + carreaux de blindage en céramique).
- Il est nécessaire également d'étudier l'apparition et l'évolution des cavités dans les bandes de cisaillement.





## BIBLIOGRAPHIES



## BIBLIOGRAPHIES

---

- [ABA, 03] Abaqus/Explicit, 2003, User's Manual, Version 6.3, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc Vol.1, p. 6.2.1-3 - 6.2.1-5
- [AHZ, 98] Ahzi S. et Schoenfeld S. E., 1998, Mechanics of porous polycrystals: a fully anisotropic flow potential, *International Journal of Plasticity*, Vol. 14, no8, p.829-839.
- [AHZ, 00] Ahzi S. et Hanim S., 2000, Modeling of dynamic failure by nucleation and growth processes, *J. Phys. IV France*, Vol.10, p. 829-834.
- [ADD, 93] Addessio F.L., Johnson J.N., Maudlin P.J, 1993, The effect of void growth on Taylor cylinder impact experiments, *J.Appl. Phys*, 73, (11), p.7289-7292.
- [AND, 94] Andrade U., Meyers M.A. et Choksi A. H., 1993, Constitutive description of work and shock hardened copper, *Scripta Metallurgica et materialia*, Vol. 30, no7, p.933-938.
- [BAR, 91] Bar-on, E., Rajendran, A. M., Bless, S. J., et Grove, D. J., 1991, Modeling of dynamic failure in a solid cone. *Shock Compression in Condensed Mater.*, p. 939-942.
- [BON, 97] Bonora N., 1997, A nonlinear CDM model for ductile fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 58, no1/2, p.11-28
- [BOR, 01] Bornert M., Bretheau T. et Gilormini P., *Homogénéisation en mécanique des matériaux 2 : Comportements non linéaires et problèmes ouverts*, Hermès Science Publication.
- [BRE, 67] Breed B.R., Mader C.L. et Douglas Venable, Technique for determination of dynamic-tensile-strength characteristics, *J. Appl. Phys.*, Vol.38, p.3271.
- [CAM, 02] Campagne L., Daridon L. and Ahzi S., 2002, Planar impact simulation for ductile metals, *Symposium IUTAM, Marrakech, IUTAM Conference Proceedings, Multiscale modeling and Characterization of Elastic-Inelastic Behaviour of Engineering Material*, Ahzi et al. Eds, Kluwer Academic Publishers, 8p.
- [CAM, 03] Campagne L., Daridon, L., Ahzi S., 2003, A physically based model for dynamic failure in ductile metals, *Mechanics of materials*, acceptée, 31p.
- [CAM, 03] Campagne L., Daridon L. and Ahzi S., 2003, "Modeling and simulation of dynamic failure in metals", *DYMAT 2003, Porto, Journal de physique IV*, 110, 6p.
- [CAM, 77] Campbell J. D., A.M. Eleiche et M.C.C.Tsao, 1977, in *Fundamental Aspects of Structural Alloy Design*, Plenum, New York, p. 545
- [CHE, 96] Chevier, P. and Klepaczko J. R., Spalling of aluminium alloy 7020-T6, 1996, experimental and theoretical analysis, *Proc ECF11, Mechanisms and Mechanics of damage and failure*, EMAS, UK 693.

## BIBLIOGRAPHIES

---

- [CHU, 80] Chu C.C. et Needleman, J. Eng. Mat. Tech., Vol.102, p.249-256.
- [COC, 77] Cochran S. and Banner D., Spall studies in Uranium, J. Appl. Phys. Vol.48, p.2729.
- [COT, 58] Cottrell A.H., 1958, Theory of Brittle fracture in Steel and similar Metals, Trans.AIME, Vol.212, p.192-203.
- [COU, 56] Courant R. et Friedrichs K. O., 1956, Supersonic Flow and Shock waves, Interscience, New York.
- [COZ, 94] Cozic R., 1994, Contribution à l'étude du comportement dynamique de matériaux par impact plaque/plaque, Thèse de doctorat de l'université de Nantes, Nantes, 180p.
- [CUR, 87] Curran, D. R., Seaman, L. et Shockey, D.A., 1987, Dynamic Failure of Solids. Physics reports, Vol.5-6(147), p.253-388.
- [DAV, 77] Davison, L., Stevens, A.L. et Kipp, M.E., 1977, Theory of Spall damage in Ductile Metals, J. Mech. Phys. Solids, p.11-28.
- [DON, 03] Dong-Geun Lee, Sunghak Lee et Chong Soo Lee, 2003, Quasi-static and dynamic deformation behaviour of Ti-6Al-4V alloy containing fine  $\alpha_2$ -Ti<sub>3</sub>Al precipitates, Mat. Sci. Eng., Vol.A366, p. 25-37.
- [DRE, 86] Dremine, A.N., Molodets A.M., 1986, On the spall strength of metals, Proc. of the int. Symp. On instance Dynamic Loading and its effects, Science Press, Beijing, China, p.13.
- [EST, 98] Estrin, Y., Tóth L. S., Molinari A. and Bréchet Y., 1998, A dislocation-based model for all hardening stages in large strain deformation, Acta Mater., Vol. 46(15), p.5509-522.
- [FOL, 88] Follansbee, P.S., Kocks, U. F., 1988, A Constitutive Description of the Deformation of Copper Based on the Use of the Mechanical Threshold Stress as an Internal State Variable, Acta metall., Vol. 36(1),p. 81-93.
- [FRA, 50] Frank, F.C., 1950, Symposium on the plastic deformation of crystalline solids (Pittsburgh: Carnegie Institute of Technology and Office of Naval Research), p. 89.
- [FRA, 91] François, D., Pineau, A., Zaoui, A., 1991, Comportement mécanique des matériaux, tome 1 et 2, ed. Hermes, Paris, 2<sup>e</sup> édition.
- [GAI, 96] Gailly B., « Etude du comportement dynamique et de la rupture de trois aciers à blindage », Thèse de doctorat de l'ENMP, Paris, 502p.
- [GIL, 69] Gilman J.J., 1969, Micromechanics of flow in solids, Mc Graw-Hill, New York

- [GOT, 00] Goto D. M., Bingert S. R., Chen S.R., Gray III G. T., and Garrett Jr, 2000, The mechanical Threshold Stress Constitutive-Strength Model Description of HY-100, Metallurgical and Materials transactions A, Vol.31a, p.1985-1996.
- [GOT, 00] Goto D. M., Bingert S. R., Reed W. R. and Garrett Jr, 2000, Anisotropy-corrected MTS Constitutive strength modeling in HY-100 steel, Scripta Materialia, Vol.42, p.1125-1131.
- [GOU, 94] Goubot Llaoneta N., 1994, Application du test d'expansion d'anneau à l'étude du comportement dynamique du cuivre, Thèse de doctorat de l'université de l'INP Grenoble, Grenoble, 315p.
- [GUR, 77] Gurson A.L., 1977, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I- Yield criteria and flow rules for porous ductile media, J. Engng Mater. Techno., Vol.99, p.1-15.
- [HAM, 00] Hammi, Y., 2000, Simulation numérique de l'endommagement dans les procédés de mise en forme, Thèse de doctorat de l'université de Technologie de Troyes (UTT), Troyes, 241 p
- [HAN, 01] Hanim S. and Ahzi S., 2001, A unified approach for pressure and temperature effects in dynamic failure criteria., Int. J. Plast., Vol.17, p.1215-1244.
- [HAN, 98] Hanim, S., 1998, Modélisation de l'écaillage d'un aluminium et d'un acier, effet de la temperature initiale, thèse de doctorat de l'université de Metz, Metz.
- [HAN, 99] Hanim, S. and Klepaczko, J.R., 1999, Numerical study of spalling of an aluminum alloy 7020-t6, International Journal of Impact Engineering, Vol.22, p.649-673.
- [HAN, 99] Hanim S., Arkalgud K. et Ahzi S., 1999, Modeling of dynamic Failure by a criterion based on dislocation mechanism, Proceedings of Plasticity'99, Ed. Khan, A., Cancun, 807
- [HAR, 92] Hartley, P., Pillinger, I. et Sturgess, C., 1992, Numerical modeling of material deformation processes: research, development and application, Springer Verlag.
- [HOU, 99] House J.W, Aref B., Foster Jr et Gillis P.P., 1999, Film data reduction from Taylor impact tests, Journal of strain analysis, Vol .34, no5.
- [HUA, 91] Huang Y. et Hutchinson J.W., 1991, Accurate dilatation rates for spherical voids in triaxial stress fields, J. Appl. Mech., Vol.58, p. 1084-1086.
- [JAB, 01] Jablovkov V., Goto D.M., Koss D.A., McKirgan J.B., 2001, Temperature, strain rate, stress state and the failure of HY-100 steel, Mat. Sci. and Eng. A, Vol. 302(2), p.197-205
- [JOH, 83] Johnson, G.R., Cook, W.H, 1983, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, Proc. 7<sup>th</sup> Int. Symp. on ballistics, The Hague, Netherlands, p. 541.

## BIBLIOGRAPHIES

---

- [KAC, 58] Kachanov, L.M. et Izv Akad Nauk L.M., 1958, S.S.R. Otd Tekh Nauk, Vol.8, p.26-31.
- [KEN, 02] Kennedy C. et Murr L.E., 2002, Comparaiso of tungsten heavy-alloy rod penetration into ductile and hard metal targets: microstructural analysis and computer simulations, Materials Science and Eng., Vol.A325, p.131-143.
- [KLE, 90] Klepaczko, R., 1990, Dynamic crack initiation, some experimental methods and modelling, Crack dynamics in Metallic Materials, ed J.R. Klepaczko, Springer-Verlag, Vienna, p255.
- [KLO, 85] Klopp R. W., Clifton R. et Shawki T. G., 1985, Pressure shear impact and the dynamic viscoplastic response of metals, Vol.4, p.375-385.
- [KOC, 00] Kocks, U.F., 2000, Realistic constitutive relations for metal plasticity, Mat. Sci. and Eng., Vol.A317, p.181-187.
- [KOC, 75] Kocks U.F., Argon A.S. et M.F.Ashby, 1975, Thermodynamics and kinetics of slip, Pergamon Press.
- [KOC, 87] Kocks U.F., 1987, Constitutive behavior based on crystal plasticity, In Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity, ed. A.K.Miller, Elsevier.
- [KOL, 65] Kolsky , 1963, Stress wave in solids, Dover, New York
- [LAD, 83] Ladevèze, P., 1983, Sur la théorie de l'endommagement anisotrope, Rapport interne 34, Laboratoire de Mécanique et Technologie, Cachan
- [LEM, 91] Lemaitre J., 1991, A Course on Damage Mechanics. Springer, Second Edition
- [MAC, 60] Mac Queen R.G., Marsh S.P., Taylor J.W., Fritz J.N. et Carter W.J., 1970, The equation of state of solids from shock wave studies, High-velocity Impact Phenomena, Ed. Ray Kinslow, p. 293-417.
- [MAU, 96] Maudlin P.J., Foster J.C. et Jones S.E., 1996, A continuum mechanics code analysis of steady plastic wave propagation in the taylor test, Int. J. Engng, Vol 19, no3, p. 231-256
- [MCL, 66] McClintock, F. A. et A. S. Argon, 1966, Mechanical behavior of materials. Addison-Wesley Pub. Company, Inc.
- [MCL, 68] McClintock F.M., 1968, A criterion for ductile fracture by the growth of holes, J.Appl. Mec., Vol.35, p.363-371.
- [MEA, 85] Mear M. et Hutchinson J.W., 1985, Influence of yield surface curvature on flow localization in dilatant plasticity , Mech. Mater., Vol.4, p.395-407.
- [MEY, 02] Meyers M. A., Benson D. J., Vöhringer O., Kad B. K., Xue Q. et Fu H. -H, 2002, Constitutive description of dynamic deformation: physically-based mechanisms, Mat. Sci. and Eng., Vol.A322, p.194-216.

## BIBLIOGRAPHIES

---

- [MEY, 94] Meyers, M. A., 1994, Dynamic behavior of materials, Ed. Wiley-Interscience, p.179-180.
- [MOL, 83] Molinari A. et Clifton R., 1983, Résultats exactes en théorie non linéaire, Compte rendu Académie des Sciences.
- [MOL, 01] Molinari A. et Mercier S., 2001, Micromechanical modelling of porous materials under dynamic loading, Journal of the mechanics and Physics of solids, Vol.49, p.1497-1516.
- [NEE, 78] Needleman A et Rice J.R., 1978, Limits to ductility set by plastic flow localization, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, ed. D P Koistinen, New York: Plenum, p.237-267
- [NEM, 98a] Nemat-Nasser et S. Li, Y., 1998, Flow stress of F.C.C. polycrystals with application to OFHC Cu, *Acta mater.*, Vol.46, p.565-577.
- [NEM, 98b] Sia Nemat-Nasser, Luqun Ni et Tomoo Okinaka, 1998, A constitutive model for fcc crystals with application to polycrystalline OFHC copper, *Mechanics of Materials*, Vol.30(4), p.325-341.
- [NOV, 65] Novikov S. A., Divnov I. I et Ivanov A. G., 1965, Investigation of the structure compressive shock waves in iron and steel, *sov. Phy., JETP*, Vol.20, p.545.
- [ORT, 92] Ortiz, M. et Molinari, A., 1992, Effect of strain hardening and rate sensitivity on the dynamic growth of a void in a plastic material, *Transactions of ASME*, Vol.59, p.48-53.
- [OYA, 80] Oyane M et al., 1980, Criteria for ductile fracture and their applications, *J. of Mechanical Working Technology*, Vol.4, p.65-81.
- [PER, 92] Perrin G., 1992, Contribution à l'étude théorique et numérique de la rupture ductile des métaux, Thèse de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau.
- [POI, 01] Poizat C., 2001, Etude bibliographique des modèles numériques pour la mise en forme des tôles minces à froid, Rapport interne, IMFS, Strasbourg.
- [POI, 03] Poizat C., Campagne L., Daridon L., Ahzi S., Husson C. et Merle L., 2003, Modeling and simulation of thin Sheet Blanking using damage and rupture criteria, *International Journal of Forming Processes*, sous presse.
- [RAJ, 88] Rajendran A. M., Dietersberger M. A. et Grove D. J., 1988, A void nucleation and growth based failure model for spallation. *J. Appl. Phys.*, Vol.65, p.1521-1527.
- [RAN, 95] Randers-Pehrson et Rajendran A.M., 1995, Evolution of spall under multiaxial loadin , *Constitutive laws theory experiments and numerical experimentation*, Eds R.C. Batra, p.52-61.
- [RIC, 69] Rice J.R. et Tracey D. M., 1969, On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.17(3), p. 201-217.



## BIBLIOGRAPHIES

---

- [ROY, 03] Roy Gilles, 2003, Vers une modélisation approfondie de l'endommagement ductile dynamique. Investigation expérimentale d'une nuance de tantale et développements théoriques, Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, Poitiers.
- [RUL, 98] Rule W., Jones S.E., 1998, A revised form for the Johnson-Cook strength model, *Int. J. Impact Engng*, Vol.21, no8, p. 609-624.
- [SCH, 73] Schreiber, E., Anderson, O. L. and Soga, M., 1973, Elastic constants and their measurement. McGraw-Hill, New York.
- [SEA, 71] Seaman L., Barbee Jr. T. W. and Curran D.R., 1971, U.S. Air Force Weapons Laboratory Report AFWL-TR-71-156.
- [SEA, 76] Seaman et al., 1976, Computational models for ductile and brittle fracture, *Journal of Applied Physics*, Vol. 47, no.11.
- [SHO, 73] Shockey, D. A., Seaman, L. et Curran, D. R., 1973, Metallurgical Effects at high Strain Rates, eds. R. W. Rohde, B. M. Butcher, J. R. Holland and C. H. Karnes (Plenum, New York), p.473
- [SHO, 74] Shockey, D. A., Curran, D. R., Seaman, L., Rosenberg, J. T. et Peterson, C. F., 1974, *Int. J. Rock Mech. Sci. & Geome*
- [SHO, 79] Shockey D.A., Dao K.C., Seaman L., Burbach R.L. et Curran D.R., 1979, Computational Modelling of Microstructural Fracture Processes in A533B Pressure Vessel Steel, Final Technical Report to Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA.
- [SHO, 80] Shockey D.A., Seaman L., Dao K.C. and Curran D.R., 1980, *ASME J. Pressure Vessel Tech.*, Vol.102, p.14.
- [SHO, 81] Shockey D.A., Seaman L., Burbach R.L. et Curran D.R., 1981, "Fracture Mechanics of ductile and Tough Materials and Its Application to Energy Related Structures, eds, H.W. Liu, T. Kunio, V. Weis and H. Okamura.
- [STE, 73] Stevens, A. L., Davison, L. et Warren W. G., 1973, Dynamic Crack Propagation, ed G. C. Sih (Noordhoff, the Netherland), p.37
- [STR, 55a] Stroh, A. N., 1955, The formation of cracks as a result of plastic flow, *Proc. Roy. Soc., London*, Vol.A223, p.404-414.
- [STR, 55b] Stroh, A. N., 1955, "The formation of cracks in plastic flow II", *Proc. Roy. Soc., London*, Vol.A232, p.548-460.
- [STR, 57] Stroh N., 1957, "A theory of the fracture of metals". *Advances In Physics*, Vol.6, p.418-465.
- [TAN, 99] Tanner, A.B., McGinty, R.D. et McDowell D.L., 1999, Modeling temperature and strain rate history effects in OFHC Cu, *Int. J. of Plasticity*, Vol.15, p.575-603.

## BIBLIOGRAPHIES

---

- [THO, 97] Thouvenin J., 1997, "Détonique", Collection du commissariat à l'énergie atomique, Eds Eyrolles.
- [TON, 95] Tong W. et Ravichandran, G., 1995, Inertial effects on void growth in porous viscoplastic materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.62, p.633-639.
- [TUL, 68] Tuler and Butcher, 1968, A criterion for time dependence of dynamic fracture, *Int. J. Fract. Mech.*, Vol.4, p.431.
- [TVE, 82a] Tvergaard V., 1982, On localization in ductile materials containing spherical voids. *International journal of fracture, Mech, Int. Journal of Fract. Mech.*, Vol.18, p.237-252.
- [TVE, 82b] Tvergaard V., 1982, Material failure by void coalescence in localized shear bands, *Int. J. Solids Structure*, Vol.18, p. 659-672.
- [TVE, 84] Tvergaard V. et Needleman A., 1982, Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, *Acta Metall. Mater.*, Vol.32, p.157-169.
- [TVE, 90] Tvergaard V., 1990, Material failure by void growth to coalescence, *Adv. Appl. Mech.*, Vol.27, p.83-151.
- [WAS, 73] Washley R.J., 1973, *Stress propagation in solids*, Dekker, N.Y.
- [WEE, 81] Weertman J., 1981, Fatigue crack growth theory for ductile material, In *Three Dimensional Constitutive Relations and Ductile Fracture*, ed. Nemat-Nasser S., North-Holland Publishing Company, p. 111-122..
- [WEE, 96] Weertman J. et al., 1996, The double slip plane model for the study of short cracks., *International Journal of Fatigue*, Vol.18(5), p.345.
- [YOK, 52] Yokobori, T., 1952, The Cottrell-Bilby theory of yielding of iron. *Phys. Rev.*, Vol. 88, p.1423.
- [YOK, 81] Yokobori T., 1981, On the critical problems in physico-mechano-structural foundations of fracture research. *Advances in research* , Vol. 3, p.1145-1166.
- [ZEN, 49] Zener, C., 1949, Micro mechanism of fracture, *Fracturing of Metals*, ASM, Novelty, Ohio, p.3-31.
- [ZER, 87] Zerilli F. J. et Armstrong, R. W., 1987, *Journal of Applied Physics*, Vol.61 (5), p.1816-1825
- [ZER, 90] Zerilli, F. J. and Armstrong, R. W., 1990, in "Shock Compression of condensed Matter", eds S. C. Schmidt, Johnson J. N. and Davison L. W., Elsevier, Amsterdam, p.357.
- [ZER, 92] Zerilli, F. J. et Armstrong, R. W., 1992, The effect of dislocation drag on the stress-strain behavior of F.C.C. metals, *Acta Met. Mat.*, Vol.40, p.1803.
- [ZHU, 68] Zhurkov S.N., 1965, Kinetic concept of the strength of solids, *Int. J. Frac. Mech*, Vol.1(4), p.311-323.



# ANNEXES



## ANNEXE 1

Soit l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad [1-1]$$

où  $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  est la fonction inconnue de classe  $C^2$ .

On cherche à déterminer l'équation d'onde  $u(x,t)$  solution de l'équation [1-1]. Pour cela on effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} \zeta &= x + C_0 t \\ \psi &= x - C_0 t \end{aligned} \quad [1-2]$$

On vérifie tout d'abord que le changement de variable est acceptable, pour cela il faut que le jacobien soit non nul :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} & \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ C_0 & -C_0 \end{vmatrix} = -2C_0 \quad [1-3]$$

La condition est vérifiée.

Ainsi, on a d'une part:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad [1-4]$$

$$\text{or } \begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 1 \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad [1-5]$$

d'où

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial u}{\partial \psi} \quad [1-6]$$

soit

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta \partial \psi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \quad [1-7]$$

et d'autre part :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad [1-8]$$

$$\text{or } \begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial t} = C_0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} = -C_0 \end{cases} \quad [1-9]$$

ainsi :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_0^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) \quad [1-10]$$

En remplaçant les équations [1-7] et [1-10] dans l'équation d'onde [1-1], on obtient :

$$C_0^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) = C_0^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) \quad [1-11]$$

Cette égalité est vraie si :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \psi} = 0 \quad [1-12]$$

L'équation générale de l'équation d'onde est :

$$u(\xi, \psi) = \Phi(\xi) + \Omega(\psi)$$

$$\text{on a : } \frac{\partial u}{\partial \psi} = \Omega'(\psi) \text{ donc } \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \psi} = 0$$

donc, la solution générale de l'équation d'onde [1-1] est :

$$u(x, t) = \Phi(x - C_0 t) + \Omega(x + C_0 t) \quad [1-13]$$

## ANNEXE 2

Temps [s]	Déplacement [mm]
0,00 <sup>E+00</sup>	0,000
1,15 <sup>E-05</sup>	0,105
2,30 <sup>E-05</sup>	0,221
3,45 <sup>E-05</sup>	0,350
4,60 <sup>E-05</sup>	0,492
5,75 <sup>E-05</sup>	0,649
6,90 <sup>E-05</sup>	0,822
8,05 <sup>E-05</sup>	1,014
9,20 <sup>E-05</sup>	1,226
1,04 <sup>E-04</sup>	1,460
1,15 <sup>E-04</sup>	1,718

Vitesse de déformation résultante de 10000 s<sup>-1</sup>

Temps [s]	Déplacement [mm]
0,00 <sup>E+00</sup>	0,000
2,30 <sup>E-05</sup>	0,105
4,60 <sup>E-05</sup>	0,221
6,90 <sup>E-05</sup>	0,350
9,20 <sup>E-05</sup>	0,492
1,15 <sup>E-04</sup>	0,649
1,38 <sup>E-04</sup>	0,822
1,61 <sup>E-04</sup>	1,014
1,84 <sup>E-04</sup>	1,226
2,07 <sup>E-04</sup>	1,460
2,30 <sup>E-04</sup>	1,718

Vitesse de déformation résultante de 5000 s<sup>-1</sup>

Temps [s]	Déplacement [mm]
0,0 <sup>E+00</sup>	0,000
1,400 <sup>E-03</sup>	0,105
2,800 <sup>E-03</sup>	0,221
4,200 <sup>E-03</sup>	0,350
5,600 <sup>E-03</sup>	0,492
7,000 <sup>E-03</sup>	0,649
8,400 <sup>E-03</sup>	0,822
9,800 <sup>E-03</sup>	1,014
1,120 <sup>E-02</sup>	1,226
1,260 <sup>E-02</sup>	1,460
1,400 <sup>E-02</sup>	1,718

Vitesse de déformation résultante de 81 s<sup>-1</sup>

Temps [s]	Déplacement [mm]
0,00 <sup>E+00</sup>	0,000
7,00 <sup>E+00</sup>	0,105
1,40 <sup>E+01</sup>	0,221
2,10 <sup>E+01</sup>	0,350
2,80 <sup>E+01</sup>	0,492
3,50 <sup>E+01</sup>	0,649
4,20 <sup>E+01</sup>	0,822
4,90 <sup>E+01</sup>	1,014
5,60 <sup>E+01</sup>	1,226
6,30 <sup>E+01</sup>	1,460
7,00 <sup>E+01</sup>	1,718

Vitesse de déformation résultante de 0.015 s<sup>-1</sup>



## ANNEXE 3

Dans le cas que nous étudierons dans ce paragraphe, nous nous limiterons au cas monodimensionnel plan. L'interface est plane et l'onde de choc incidente dans le milieu 1 tel que le montre la figure III-19 est plane et parallèle à l'interface. Lorsqu'elle arrive à l'interface, elle provoque la formation *instantanée* d'une onde de choc dans le milieu adjacent 2. Cette formation est *simultanée* en tous points de l'interface et l'onde de choc transmise au milieu 2 est plane. C'est ce qu'on appelle la *transmission frontale*.

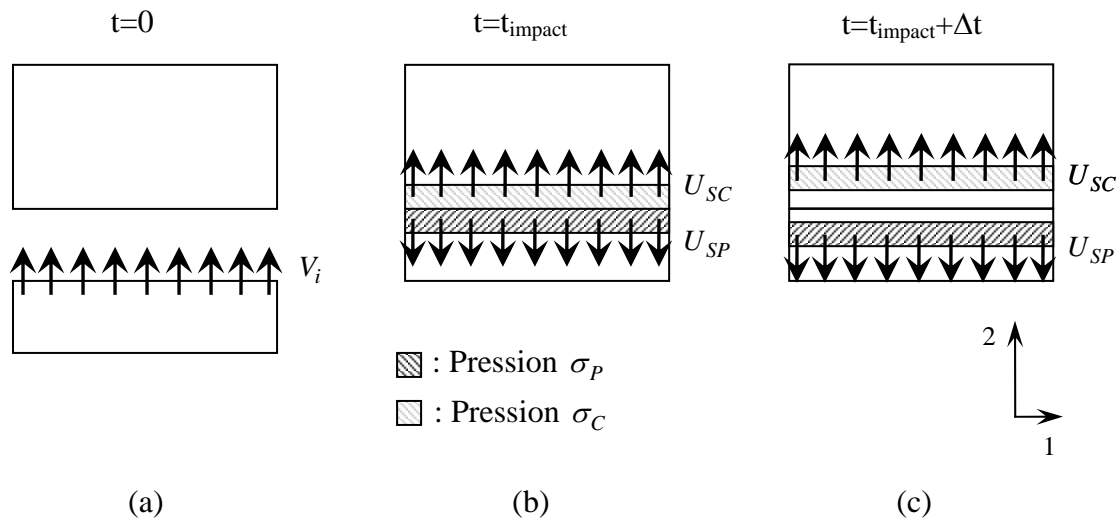


Figure III-1 : Séquence d'un impact

Tout d'abord, toutes les particules dans le projectile ont la même vitesse  $V_i$ . Après l'impact, la vitesse de particule dans la zone de compression du projectile est réduite par une valeur  $U_P$ . Ainsi la vitesse de particule résultante est  $V_i - U_{Pp}$ . Dans la cible, la vitesse de particule (dans la zone de compression) est  $U_{Pc}$ . Donc :

$$V_i - U_{Pp} = U_{Pc} \quad [A3-1]$$

Pour déterminer la pression, nous devons utiliser l'équation de conservation de la masse (Thouvenin (1997) [TO, 97]). Ainsi pour le projectile et la cible, on a :

$$\sigma_p = \rho_{0p} U_{Sp} U_{Pp} \quad [A3-2]$$

$$\sigma_c = \rho_{0c} U_{Sc} U_{Pc} \quad [A3-3]$$

où,  $\rho_{0c}$  et  $\rho_{0p}$  sont respectivement les densités de la cible et du projectile.

Les équations d'états pour les deux matériaux sont :

$$U_{Sp} = C_p + S_p U_{Pp} \quad [A3-4]$$

$$U_{Sc} = C_c + S_c U_{Pc} \quad [A3-5]$$

où  $C_p$  et  $C_c$  sont respectivement la vitesse du son dans le matériau à une pression de 0Pa dans la cible et le projectile,  $S_p$  et  $S_c$  sont respectivement des paramètres empiriques et de la cible et du projectile disponibles dans la littérature [MEY, 94].

En substituant les équations [A3-4], [A3-5] dans les équations [A3-2] et [A3-3], les pressions dans les matériaux sont :

$$\sigma_p = \rho_{0p} (C_p + S_p U_{Pp}) U_{Pp} \quad [A3-6]$$

$$\sigma_c = \rho_{0c} (C_c + S_c U_{Pc}) U_{Pc} \quad [A3-7]$$

ensuite, on effectue un changement de variable donné par l'équation [A3-1], l'équation [A3-6] devient :

$$\sigma_p = \rho_{0p} C_p [V_i - U_{pc}] + \rho_{0p} [V_i - U_{pc}]^2 \quad [A3-8]$$

or, à l'interface on a l'équilibre des pressions, on a  $P_c = P_p$ , en utilisant l'équation [A3-7] et [A3-8], cette égalité conduit à une équation du second ordre :

$$[\rho_{0c} S_c - \rho_{0p} S_p] U_{Pc}^2 + [\rho_{0c} C_c + \rho_{0p} C_p + 2V_i \rho_{0p} S_p] U_{Pc} - \rho_{0p} [C_p V_i + S_p V_i^2] = 0 \quad [A3-9]$$

Dans le cas où l'on a des solutions existantes, deux solutions sont possibles :

$$U_{Pc} = \frac{-[\rho_{0c} C_c + \rho_{0p} C_p + 2\rho_{0p} V_i S_p] \pm \sqrt{\Delta}}{2[\rho_{0c} S_c - \rho_{0p} S_p]} \quad [A3-10]$$

avec,  $\Delta = [\rho_{0c}C_c + \rho_{0p}C_p + 2\rho_{0p}V_iS_p]^2 + 4\rho_{0p}[\rho_{0c}S_c - \rho_{0p}S_p][C_pV_i + S_pV_i^2]$

parmi ses deux solutions, l'une peut réellement déterminer  $\sigma_c = \sigma_p = \rho_{0c}[C_c + S_cU_{Pc}]U_{Pc}$ .

or, la cible et le projectile sont composés du même matériau, donc l'équation [A3-9] se réduite à une équation du premier ordre car on a  $[\rho_{0c}S_c - \rho_{0p}S_p] = 0$ , soit :

$$[\rho_{0c}C_c - \rho_{0p}C_p + 2V_i\rho_{0p}S_p]U_{Pc} - \rho_{0p}[C_pV_i + S_pV_i^2] = 0 \quad [A3-11]$$

avec :

$$\begin{cases} \rho_0 = \rho_{0c} = \rho_{0p} \\ C_0 = C_c = C_p \\ S_0 = S_c = S_p \end{cases}$$

ainsi, la vitesse de particule est égale à la demie vitesse d'impact dans le cas d'un impact symétrique (même matériau)

$$U_P = \frac{1}{2}V_i \quad [A3-12]$$

## ANNEXE 4

---

### **Titre de l'article : Modeling and Simulation of Thin Sheet Blanking using damage and rupture criteria**

**Christophe Poizat\*,\*\* — Laurence Campagne\* — Loic Daridon\* — Said Ahzi\* —  
Christophe Husson\*,\*\*\* — Laurent Merle\*\*\***

*\* Institut de Mécanique des Fluides et des Solides, UMR 7507 CNRS  
Université Louis Pasteur / UFR IPST  
2, rue Boussingault – 67000 STRASBOURG – France  
said.ahzi@ipst-ulp.u-strasbg.fr*

*\*\* Current address: Fraunhofer IWM  
Wöhlerstrasse 11, 79108 Freiburg i. Br., Germany  
poizat@iwm.fraunhofer.de*

*\*\*\* Framatome Connectors International (FCI)  
BP 50 – Rue Robert Surmont, 72402 La Ferté Bernard - France*

Référence : International Journal of forming processes, Vol. 9, n°1, 2005.



*[Signalement bibliographique ajouté par : ULP-SCD – Service des thèses électroniques]*

Modeling and Simulation of Thin Sheet  
Blanking using damage and rupture criteria

Christophe Poizat, **Laurence Campagne**, Loic Daridon, Said Ahzi, Christophe Husson,  
Laurent Merle

**International Journal of Forming Processes, 2005, vol.9, n° 1, pages 1-20**

Pages 1 à 20 :

La publication présentée ici dans la thèse est soumise à des droits détenus par un éditeur commercial.

Il est possible de consulter la thèse sous sa forme papier ou d'en faire une demande via le service de prêt entre bibliothèques (PEB), auprès du Service Commun de Documentation de l'ULP: [peb.sciences@scd-ulp.u-strasbg.fr](mailto:peb.sciences@scd-ulp.u-strasbg.fr)