

- Thèse présentée pour obtenir le grade de
- Docteur de l'Université Louis Pasteur
- Strasbourg I
-
-
- Discipline : Electronique, Electrotechnique, Automatique
- par BENJAMIN MAURIN ■
-

**Conception et réalisation d'un robot d'insertion
d'aiguille pour les procédures percutanées
sous imageur scanner**

Soutenue publiquement le 28 Novembre 2005 ■

Membres du jury ■

Directeur de thèse : M. Michel DE MATHELIN, Professeur, ULP
Co-encadrant : M. Olivier PICCIN, Maître de Conférences, INSA Strasbourg
Rapporteur externe : Mme Jocelyne TROCCAZ, Directeur de recherche, TIMC
Rapporteur externe : M. François PIERROT, Directeur de Recherche, LIRMM
Rapporteur interne : M. Yves RÉMOND, Professeur, ULP
Examineur : M. Wisama KHALIL, Professeur, Ecole Centrale de Nantes
Invité : M. Afshin GANGI, Professeur et radiologue, ULP

Version du 13 mars 2006

Remerciements

Les travaux présentés par la suite ne seraient rien sans le soutien, l'aide et la confiance de nombreuses personnes. La quantité de remerciements que je souhaiterais inclure ici augmenterait de manière exagérée le mémoire en lui-même. Ainsi, j'espère que les personnes que j'aurais pu oublier m'en excuseront.

Pour commencer, je remercie la région Alsace qui a financé par une bourse de thèse de trois ans ces années de recherche et de développement, me permettant de poursuivre dans de bonnes conditions mes travaux.

Puis, dans cette tâche complexe qu'est l'encadrement, je tiens tout particulièrement à adresser mes reconnaissances à mon directeur de thèse Michel de Mathelin, sans qui je n'aurais pas apprécié, à leur juste titre, un goût certain pour la recherche, la curiosité, l'enthousiasme pour l'innovation et les qualités humaines. La relation que j'ai pu entretenir avec lui fut excellente tout au long de ces quatre années (professionnellement, amicalement et sportivement parlant). Je l'en remercie très personnellement.

Ensuite, dans les autres tâches ingrates que sont la lecture de ce travail et son appréciation, je tiens à remercier tous les membres du jury, dont l'honneur fut pour moi qu'ils acceptent d'évaluer ce travail. Plus particulièrement, j'exprime ma gratitude à :

- Mme Jocelyne Troccaz, pour avoir accepté de lire et me donner des informations précieuses à l'amélioration de ce mémoire ;
- M. François Pierrot, pour avoir apprécié mes travaux et en faire part de manière exaltée ;
- M. Wisama Khalil, pour avoir présidé le jury et s'être intéressé à mon travail. J'espère que ses doutes concernant l'architecture du robot se sont estompés suite à la démonstration ;
- M. Yves Rémond, pour ses questions et remarques pertinentes démontrant rapidement que je ne suis pas un spécialiste en mécanique ;
- M. Afshin Gangi, pour la collaboration fructueuse que nous avons pu avoir. J'espère pouvoir encore partager son ardeur au travail dans un avenir proche.

Je n'aurai également jamais assez l'occasion de remercier Olivier Piccin pour son co-encadrement, sa gentillesse, sa rigueur et son implication profonde dans l'ensemble du projet (je n'imagine pas le nombre d'heures passées à dessiner les éléments de la structure et à corriger mes fautes).

Par ailleurs, je tiens à remercier Christophe Doignon, bien que ne m'ayant pas officiellement co-encadré, pour avoir partagé avec moi un travail de recherche en vision réellement passionnant par son originalité.

Naturellement, merci également à l'entourage des permanents de l'équipe Automatique, Vision et Robotique du LSIIT, spécialement Bernard et Jacques, pour avoir partagé leurs connaissances techniques et théoriques, tout en exprimant une sympathie toujours renouvelée. Merci aussi aux permanents de l'équipe non impliqués directement dans ce travail : Eric, Joana, Iulia.

Merci à mes collègues doctorants ou ex-doctorants du LSIIT. Je me rappelle avec plaisir des parties de Frozen-Bubble et autres dégustations œnologiques accompagnées de pizzas.

Ainsi je me remercie Florent, qui m'a accompagné dans cette aventure de la thèse : les quatre années que nous avons passé à travailler côte-à-côte ont été un vrai plaisir.

Romuald avec qui j'ai pu re-découvrir la danse de couple et forger une amitié sincère. L'organisation des JJCR 15 fut une vraie corvée, mais que de souvenirs !

Alex et Phillipe, qui, malgré leur période intensive de rédaction, nous ont immédiatement accueilli lors du début de notre thèse. Alex, j'ai encore ton poussin qui traîne sur mon bureau.

Estelle, pour avoir partagé une partie de son espace de travail avec moi (encore félicitation pour tes deux fils).

Les futurs-docteurs : Loïc, Adlane, Laurent, les autres... Bon courage et réussite à tous !

Enfin, je tiens tout particulièrement à remercier ceux sans qui cette thèse n'aurait pas été possible : ma famille et mes amis.

Merci à mes parents de m'avoir appris à rester toujours simple et à apprécier la vie telle qu'elle se présente.

Merci à ma grand-mère grâce à qui j'ai pu entamer (et finir) mes études.

Merci à mes amis de région parisienne et provinoise, pour m'avoir rendu visite lors des périodes festives.

Merci à mes amis de l'Ensps, notamment Binôme et Hugues, pour leur amitié sincère, même après de longues périodes sans avoir de mes nouvelles.

Enfin, merci à toi Virginie, pour avoir su m'épauler et partager ces longues soirées de travail, avec des hauts et des bas. Tu es la seule qui a vu l'envers du décor et je te remercie infiniment de ta présence à mes cotés.

Cette thèse concerne la conception et la réalisation d'un assistant robotique pour les procédures percutanées par retour scanner (tomographie à rayons X par densitométrie, ou TDM).

Les radiologues utilisent la tomодensitométrie à rayons X afin de guider des aiguilles, par exemple jusqu'à des tumeurs, lors de procédures de destruction par radiofréquence. Le guidage implique l'acquisition renouvelée d'images pendant l'insertion de l'aiguille. Cette exposition répétée étant nocive, nous avons proposé un assistant qui se substitue au bras du radiologue pendant les phases initiales d'alignement et de maintien de l'aiguille. Le principe fondamental de notre système est la séparation de la tâche d'insertion en deux sous-tâches complémentaires et mutuellement exclusives : l'une est le positionnement à l'aide d'un manipulateur actif, l'autre est l'insertion, accompli par un guide passif ou un dispositif d'enfoncement télé-opéré dans un futur proche. Un cahier des charges précis du manipulateur de positionnement a été établi, lequel permet d'ébaucher une solution cinématique. De cette solution cinématique, nous avons conçu un manipulateur parallèle à cinq degrés de liberté. Après l'étude des modèles classiques : modèles géométriques inverse et direct, modèle cinématique, nous avons proposé des résultats de simulation permettant d'appréhender la mobilité et l'espace de travail du manipulateur. Puis, nous avons décrit la réalisation issue de la conception assistée par ordinateur de la structure : choix d'actionneurs piézo-électriques, matériaux, simulation réaliste avec prise en compte des collisions, et commande en position avec génération de trajectoire sans collision entre deux consignes. Par la suite, et afin de placer automatiquement un instrument suivant une trajectoire définie dans une image TDM, nous avons exposé une méthode de localisation par marqueur tridimensionnel, basée sur la stéréotaxie. En modélisant de manière géométrique le problème d'estimation de pose, nous avons donné des méthodes analytiques et numériques utilisables dans un algorithme automatique d'appariement et de calcul de la pose sans intervention manuelle. Des premières expérimentations en conditions cliniques terminent ce travail de thèse : positionnement automatique à partir d'une coupe scanner, pointage par laser et avec une aiguille, enfoncement manuel avec guidage robotique sur des cibles de taille inférieure à 5 mm. Ces résultats, réalisés sur un mannequin, sont une première évaluation de la précision de l'ensemble du système robotique et de la robustesse des méthodes de reconstruction de pose.

This thesis deals with the design and engineering of a robotic assistant dedicated to percutaneous procedures with CT-scan visual feedback.

CT-scan visual feedback is commonly used by radiologists for example, to guide needles into tumors in the case of radio-frequency ablation. While constantly checking the position of the tip of the needle, radiologists are repeatedly exposed to harmful X-rays. To cope with this issue, we propose a novel robotic system that will replace the arm of the radiologist when he or she initially looks for the entry point on the skin and while he or she holds the needle during the insertion. In our system, the insertion task is split up in two complementary and mutually exclusive subtasks : the first is the positioning of the needle axis with an active robotic arm, the second is the insertion itself with a passive guide or an active tepeoperated needle insertion system in the near future. From the design constraints, the specifications of the manipulator are given, which in turn allow to define the kinematics of a parallel robotic arm with five degrees of freedom. Next, we propose the modeling of the structure : first the inverse and forward kinematics, then the velocity kinematics. Using these models, we have been able to characterize the workspace and the mobility of the device. Based on the computer aided design of the device, specific actuators and materials are selected. A realistic simulator with collision checking and a position control algorithm with path planning for collision avoidance are also developed. In order to automatically position the needle with respect to a path specified in a CT-slice, a stereotaxic-like method to register a three-dimensional fiducial in the CT-scan reference frame is proposed. The registration is performed using either a closed-form solution or an iterative method that can be further employed in an automatic matching algorithm. The whole registration process is fully automated. As a proof of feasibility, we finally show some experiments on the automatic pointing of a target with a laser beam using CT-scan visual references. Similar experiments are also performed with a needle and an abdominal phantom in clinical conditions. Manual needle insertions with robotic guidance are performed on 5 mm size targets in order to validate the accuracy and the robustness of the whole robotic system.

Notations générales

a	Scalaire.
$f(\lambda)$	Fonction scalaire d'un coefficient λ .
p_i	Paramètre de l'articulation passive i .
\dot{p}_i	Vitesse de l'articulation passive i .
q_i	Paramètre de l'articulation motorisée i .
\dot{q}_i	Vitesse de l'articulation motorisée i .
s_i	Sinus de l'angle i .
c_i	Cosinus de l'angle i .
$s_{2,3,4}, s_{14,15,16}$	Sinus de la somme $q_2 + q_3 + q_4$, sinus de $q_{14} + q_{15} + q_{16}$.
$c_{2,3,4}, c_{14,15,16}$	Cosinus de la somme $q_2 + q_3 + q_4$, cosinus de $q_{14} + q_{15} + q_{16}$.
\mathcal{F}_0	Repère orthonormé direct numéroté 0.
\mathbf{P}	Point de l'espace (caractère en majuscule).
\mathbf{OP}	Vecteur (bipoint) de l'espace.
$\mathbf{0}$	Vecteur nul.
$\mathbf{w}, \mathbf{x}, \mathbf{t}$	Vecteurs (caractères en minuscules).
\wedge	Produit vectoriel.
A	Matrice.
A^T	Transposée d'une matrice.
$\hat{\omega}$	Matrice anti-symétrique de pré-produit vectoriel du vecteur ω .
$\underline{\mathbf{w}}$	Vecteur unitaire ($\ \underline{\mathbf{w}}\ = 1$).
$A_{i,j}$	Coefficient (i, j) d'une matrice A .
${}^0\mathbf{P}$	Coordonnées cartésiennes d'un point dans \mathcal{F}_0 .
${}^0\mathbf{OP}$	Coordonnées cartésiennes d'un vecteur dans \mathcal{F}_0 .
${}^0\mathbf{OP}_{[x]}$	Coordonnée cartésienne de \mathbf{OP} dans \mathcal{F}_0 suivant le vecteur unitaire \mathbf{x} du repère.
0R_1	Matrice de rotation entre \mathcal{F}_0 et \mathcal{F}_1 .
0T_1	Matrice de transformation homogène entre \mathcal{F}_0 et \mathcal{F}_1 .
${}^1\mathcal{S}_{i/i-1, O_0}$	Torseur cinématique de \mathcal{F}_i dans son mouvement par rapport à \mathcal{F}_{i-1} , exprimé au point O_0 et projeté dans \mathcal{F}_1 .
${}^1\underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, O_0}$	Torseur cinématique unitaire de \mathcal{F}_i dans son mouvement par rapport à \mathcal{F}_{i-1} , exprimé au point O_0 et projeté dans \mathcal{F}_1 .
${}^1\hat{\mathcal{S}}_{i/i-1, O_0}$	Matrice des coordonnées du torseur cinématique ${}^1\mathcal{S}_{i/i-1, O_0}$.
J	Matrice jacobienne d'un robot.
Jq	Composante articulaire de la matrice jacobienne.
Jx	Composante opérationnelle de la matrice jacobienne.
\otimes	Opérateur de comoment entre torseurs.
\star	Produit de Kronecker pour les matrices.

TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction	1
1.1 Présentation générale	1
1.2 Les techniques médicales mini-invasives en radiologie interventionnelle	1
1.3 Les gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur (GMCAO)	2
1.4 Les GMCAO et la robotique	3
1.4.1 Intérêts de la robotique	3
1.4.2 Evolution	3
1.4.3 Etat actuel	4
1.5 Un besoin en radiologie interventionnelle par scanographie	5
1.6 Contexte et déroulement de la thèse	5
1.7 Contributions et plan du mémoire	6
2. Tomodensitométrie interventionnelle	9
2.1 Radiologie interventionnelle	9
2.1.1 Gestes de diagnostic	10
2.1.2 Gestes de thérapie	10
2.1.3 Type d'instruments utilisés	10
2.1.4 Comparaison des solutions de vision	11
2.2 Présentation des scanners tomographiques à rayons X	14
2.2.1 Approche historique de la TDM par rayons X	14
2.2.2 Constitution d'un scanner	18
2.2.3 Reconstruction des images tomographiques	18
2.2.4 Affichage et format des images	18
2.2.5 Artefacts et inconvénients principaux	19
2.2.6 Mode fluoroscopie	20
2.2.7 Récentes avancées	21
2.3 TDM interventionnelle par insertion percutanée	21
2.3.1 Technique de guidage manuel en TDM interventionnelle	22
2.3.2 Problèmes liés à la TDM interventionnelle manuelle	23
2.4 Exemple de procédure percutanée à robotiser : la radiofréquence en zone hépatique	25
2.4.1 Intérêts de ce geste	25
2.4.2 Description du foie	25
2.4.3 Description du geste	26
2.4.4 Etudes des efforts d'insertion <i>in-vivo</i>	27
2.4.5 Résultats	30
2.5 Conclusion	34
3. Cahier des charges, état de l'art et solution cinématique	37
3.1 Cahier des charges du système d'aide au geste percutané en zone abdominale	37
3.1.1 Principe de séparation de la tâche à effectuer	38
3.1.2 Le cahier des charges fonctionnel du système complet	39
3.1.3 Le cahier des charges technique du manipulateur	39

3.1.4	Le cahier des charges technique du dispositif d'insertion	42
3.2	Etat de l'art des robots d'assistance en radiologie interventionnelle	42
3.2.1	Les dispositifs de radiologie interventionnelle généraux	42
3.2.2	Le cas de la neurochirurgie	43
3.2.3	Le système RCM-PAKY, ou AcuBot	43
3.2.4	L'UMI de l'université de Tokyo	45
3.2.5	Le RoboPoint	46
3.2.6	B-Rob I	47
3.2.7	Le système Innomedic	48
3.2.8	Le Light Puncture Robot	49
3.2.9	Complément sur les manipulateurs parallèles médicaux	50
3.3	Présentation d'une solution	52
3.3.1	Architecture générale	52
3.3.2	Mécanisme envisagé pour le manipulateur	54
3.4	Analyse et choix d'une structure cinématique	57
3.4.1	Décomposition cinématique	57
3.4.2	Mécanisme plan	58
3.4.3	Mécanisme spatial	60
3.5	Conclusion	62
4.	Le système de positionnement CT-Bot	65
4.1	Description du mécanisme	65
4.1.1	Schéma assemblé de la structure et définition des repères de référence	66
4.1.2	Décomposition de la structure, description détaillée	67
4.1.3	Choix des paramètres a_i et b_i	71
4.2	Modèles géométriques	71
4.2.1	Modèle géométrique inverse	72
4.2.2	Modèle géométrique direct	78
4.3	Modèle cinématique - Matrice jacobienne	85
4.3.1	Intérêt et définition de la matrice jacobienne	88
4.3.2	Résolution analytique	88
4.3.3	Dimensionnement des actionneurs	99
4.4	Espace de travail	100
4.4.1	Espace atteignable	103
4.4.2	Espace dextre	103
4.4.3	Espace à orientation contrainte	104
4.5	Conception du prototype	104
4.5.1	Actionneurs	105
4.5.2	Système d'attache au patient	110
4.5.3	Guide d'aiguille passif	111
4.5.4	Conception Assistée par Ordinateur (CAO)	111
4.5.5	Espace de travail réel - auto-collisions	112
4.5.6	Contrôleur temps-réel et logiciel de supervision	115
4.5.7	Planification de trajectoire avec prise en compte de l'espace réel	116
4.5.8	Prototype	116
4.5.9	Recalage initial	118
4.6	Conclusion	119

5. Recalage par image TDM	121
5.1 Intérêt du Recalage	121
5.1.1 Travaux précédents	122
5.1.2 Objectifs	124
5.2 Modélisation géométrique d'une coupe TDM	124
5.2.1 Marqueur tridimensionnel	125
5.2.2 Modélisation de l'image TDM	126
5.2.3 Relation entre le marqueur et l'imageur	127
5.2.4 Formulation du problème de pose	128
5.2.5 Contraintes sur le marqueur et sur l'image	129
5.3 Estimation des paramètres intrinsèques du scanner	130
5.3.1 Solution par les moindres carrés	130
5.3.2 Résolution itérative avec contrainte d'égalité	131
5.3.3 Normalisation et post-traitement des données	132
5.4 Estimation de pose	133
5.4.1 Méthodes linéaires à quatre points	133
5.4.2 Méthodes linéaires à N points	135
5.5 Appariement automatique	136
5.6 Résultats en simulation	139
5.6.1 Estimation simultanée des paramètres intrinsèques et de la pose	139
5.6.2 Reconstruction de pose	139
5.6.3 Algorithme d'appariement automatique	143
5.7 Conclusion	148
6. Réalisations et expérimentations	149
6.1 Caractérisation du système robotique	149
6.1.1 Procédure de mesure	149
6.1.2 Précision du placement	149
6.1.3 Génération de trajectoire	150
6.1.4 Critiques et améliorations envisageables	150
6.2 Résultats d'estimation de pose	153
6.2.1 Marqueurs tridimensionnels	153
6.2.2 Obtention et traitement des images	155
6.2.3 Procédure de mesure	155
6.2.4 Appariement automatique	158
6.3 Résultats de pointage	162
6.3.1 Test de mouvement relatif avec un marqueur polycarbonate	162
6.3.2 Pointage avec un laser	165
6.3.3 Pointage avec une aiguille	167
6.4 Conclusion	168
7. Conclusion générale	171
7.1 Explication de la problématique	171
7.2 Contributions robotiques	172
7.3 Contributions en vision	172
7.4 Résultats finaux et perspectives	173
Annexes	175
A. Note concernant les notations et la modélisation des robots	177
A.1 Convention d'écriture des points, vecteurs et matrices en coordonnées homogènes	177

A.1.1	Points de l'espace	177
A.1.2	Vecteurs	177
A.1.3	Transformations rigides	177
A.1.4	Coordonnées homogènes	178
A.2	Liaisons cinématiques	178
A.3	Graphes topologiques	179
A.3.1	Désignation des chaînes cinématiques	179
A.4	Théorie du vissage, représentation par torseurs	180
A.4.1	Transformation entre représentation par torseur cinématique et matrice homogène d'une articulation	181
A.4.2	Exemple : robot série SCARA	183
B.	Paramétrage de la structure CT-Bot selon la convention de Denavit-Hartenberg Mo- difiée	187
B.1	Convention de Denavit-Hartenberg Modifiée [KD99]	187
B.2	Chaîne C1	188
B.3	Chaîne C2	189
B.4	Chaîne C3	190
C.	Reconstruction des images tomographiques	191
C.1	Méthode de reconstruction algébrique	191
C.2	Méthodes fréquentielles - rétroprojection filtrée	191
D.	Bornes sur les erreurs d'estimation de pose	195
D.1	Solution des moindres carrés	195
D.2	Bornes sur la méthode itérative	196

Chapitre 1

Introduction

”Engineers developing surgical robots must make safety their top priority. If they do, any reasonable development methodology which does not actively obstruct them (...) is satisfactory. If they do not, no development methodology will make an inherently unsafe device safe.”

Conclusion de l’article de Varley [Var99].

1.1 Présentation générale

Depuis maintenant un siècle, la médecine s’est transformée en une science pluridisciplinaire complexe. Cette nouvelle approche de la médecine s’est amorcée dès la fin du 19^{ème} siècle où les premiers instruments évolués apparurent, associés à des techniques mieux maîtrisées, basées sur l’expérimentation et les faits [Bow42]. Grâce à l’avancée technologique de ces dernières décennies, la médecine, comme toutes les autres sciences, a fait des progrès sans précédent : le médecin est maintenant assisté par de nombreux appareils améliorant de façon spectaculaire les diagnostics et la qualité des soins. Les médecins d’aujourd’hui doivent savoir manier avec compétence ces nombreuses possibilités, en considérant le patient comme un tout : à la fois psychologiquement, physiologiquement et humainement¹. En plus de ces qualités, les médecins spécialistes doivent posséder des connaissances très approfondies, un savoir-faire gestuel lié à l’expérience et des outils de pointe en perpétuelle évolution. Les exemples de la chirurgie ou de la neurologie montrent combien des sciences comme la biochimie, la physique, l’électronique et l’informatique sont aujourd’hui utilisées afin d’améliorer la qualité des soins prodigués aux patients. Cette aide n’est pas limitée aux chirurgiens, toutes les spécialités sont touchées par ces nouvelles techniques que sont les gestes médicaux-chirurgicaux assistés par ordinateur (GMCAO) [TLBM96, Tro00, Cha03].

1.2 Les techniques médicales mini-invasives en radiologie interventionnelle

Voici une définition que l’on peut obtenir dans le petit Larousse : « *Invasif, ive* : *Se dit d’une méthode d’exploration ou de soin nécessitant une lésion de l’organisme* ».

Les techniques mini-invasives proposent au contraire de minimiser les lésions occasionnées aux tissus avoisinant un site d’intervention. Comme une procédure par incision avec accès direct à la zone visée est souvent plus traumatisante pour le corps qu’une méthode où un instrument fin est introduit par une petite ouverture de la peau, la durée de rétablissement du patient est souvent raccourcie par l’utilisation d’une méthode mini-invasive.

¹ Voir par exemple l’analyse de la médecine actuelle sur <http://www.md.ucl.ac.be/ama-ucl/concilierhuit.htm>

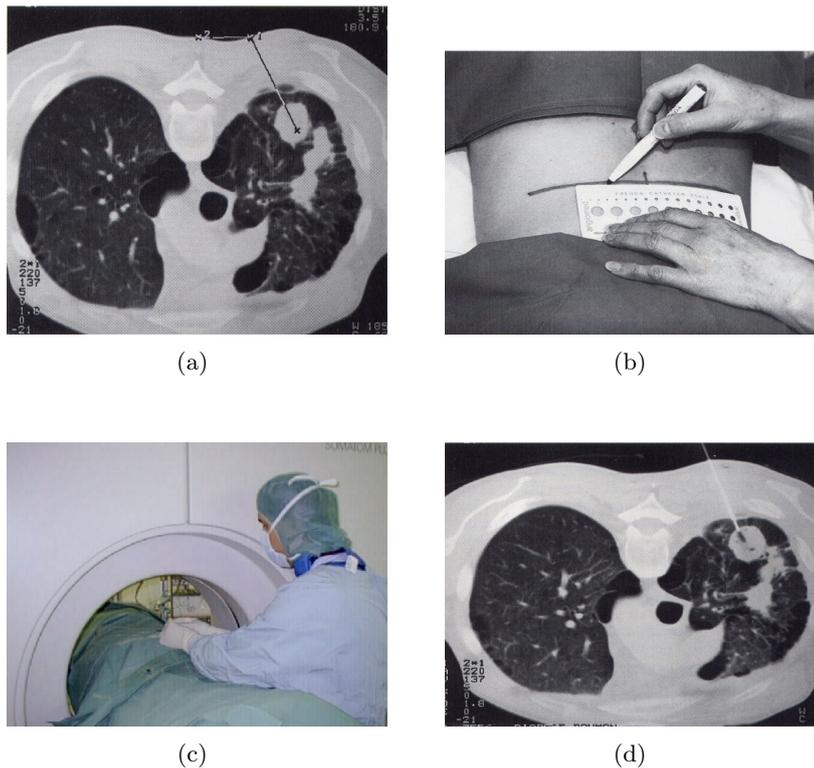


Fig. 1.1: Synthèse d'une opération percutanée sous scanner : (a) planification, (b) préparation, (c) insertion, (d) vérification.

Dans ce travail de thèse, nous ne présenterons que les aspects liés à la radiologie interventionnelle. Ce domaine concerne les interventions où l'on doit accéder à une cible dans le corps du patient en suivant la progression de l'insertion d'un instrument fin, habituellement une aiguille, à l'aide d'un appareil d'imagerie médicale. Dans ce type de procédure, les moyens visuels destinés au guidage de l'instrument sont les imageurs indirects fonctionnant par tomographie à rayons X ou scanographie, par fluoroscopie télévisée, par imagerie à résonance magnétique nucléaire (IRM) ou encore par échographie à ultrasons. Les étapes d'une intervention se résument ainsi (voir figure 1.1) :

- la planification du geste, qui correspond au choix de la trajectoire dans le corps du patient ;
- la préparation, notamment la localisation du point d'entrée ;
- l'insertion manuelle de l'aiguille, où le retour tactile permet de percevoir les tissus traversés ;
- la vérification de la position de l'aiguille grâce à l'imageur.

Aujourd'hui ces techniques sont bien maîtrisées et offrent de multiples possibilités d'intervention pour le diagnostic ou la thérapie [GD94, KL04]. Les cibles sont abdominales, thoraciques ou encore vertébrales. Les instruments utilisés dans ces procédures sont des aiguilles de ponction, des aiguilles de radiofréquence ou encore des guides lasers.

1.3 Les gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur (GMCAO)

Bien que la communauté scientifique puisse s'intéresser à une automatisation radicale de toutes les tâches de diagnostic et de soin, en passant par la prise de décision, l'approche raisonnée s'intéresse plutôt au développement de nouveaux systèmes destinés à assister les praticiens dans leurs choix et leurs gestes plutôt que de les remplacer totalement [TPD98]. Les développements récents ont montré que les GMCAO peuvent se voir comme une méthodologie

comportant quatre étapes fondamentales pour le médecin : l'aide au diagnostic, la planification de l'intervention et éventuellement sa simulation, l'assistance per-opératoire au geste et le suivi du patient. En procédant ainsi, les GMCAO peuvent apporter une aide notable aux spécialistes.

L'objectif de ces systèmes doit évidemment être l'amélioration du soin des patients. Les conditions principales à leur développement sont qu'ils demeurent des outils économiques, sûrs, d'utilisation simple et intuitive, avec une vraie valeur ajoutée en terme de procédure médicale [CP03].

1.4 Les GMCAO et la robotique

Les robots chirurgicaux, ou les systèmes d'assistance robotisés, sont présentés dans la littérature et les médias comme des solutions pratiquement abouties en médecine mini-invasive. On voit cette tendance par exemple dans des émissions télévisées² qui popularisent les assistants robotiques tels que le Zeus [GBY02] ou le DaVinci [GS00], tout en proposant une vision futuriste de la robotique médicale, encore en déphasage avec la réalité. Les solutions proposées actuellement par la recherche sont très prometteuses, mais l'intérêt clinique est encore souvent discutable [CP03].

1.4.1 Intérêts de la robotique

Il faut rappeler que les robots médicaux sont présents dans les salles d'opération actuelles afin de servir le chirurgien dans des tâches nécessitant une grande précision ou une meilleure visualisation d'une zone d'accès difficile. L'intérêt de ces systèmes est d'apporter une valeur ajoutée aux méthodes traditionnelles. Ainsi, pour aider à la réalisation effective du geste, les manipulateurs robotiques ont été introduits dans les buts suivants (cette liste n'est pas exhaustive) :

- *démultiplication et augmentation de la précision* ;
- *filtrage du tremblement* ;
- *augmentation de la dextérité des gestes* ;
- *diminution de la fatigue physique* ;
- *navigation* ;
- *télé-opération à des fins de formation, de protection ou de travail à distance*.

Par exemple, l'intervention à distance ou le télé-apprentissage [MLG⁺01, VTC⁺03] démontrent aujourd'hui un intérêt pour la formation des spécialistes, le diagnostic, ou le soin des patients.

1.4.2 Evolution

Historiquement, depuis les années 1980, de nombreux systèmes expérimentaux d'aide aux gestes médicaux ont été proposés, inspirés bien souvent de la robotique industrielle. Le lecteur peut se référer à ce sujet à l'état de l'art proposé par Russel Taylor [TLBM96] au milieu des années 90. Ces premiers systèmes étaient souvent basés sur des manipulateurs industriels modifiés afin d'être intégrés dans les salles d'opération. Dans cette période, la communauté scientifique a commencé à proposer des nouvelles architectures d'aide au geste médical.

Par leur principe ou leur conception ces systèmes ont été classés selon des critères liés à leur nature [LTG⁺92] : systèmes passifs, semi-passifs et actifs. Troccaz [TPD98] précise toutefois que cette classification reste mal adaptée aux systèmes téléopérés, et a proposé depuis une autre nomenclature [TCB⁺05] : localiseurs passifs, assistants passifs ou semi-passifs (à contraintes actives), assistants semi-automatiques (effectuant une tâche précise) et systèmes télé-opérés.

Des schémas généraux de description des systèmes chirurgicaux robotisés ont été proposés assez tôt [CBm95]. Dans la boucle perception-décision-action de la figure 1.2, l'action est souvent

² Émission « Savoir Plus Santé » diffusée le 20 mars 2004 sur France 2.

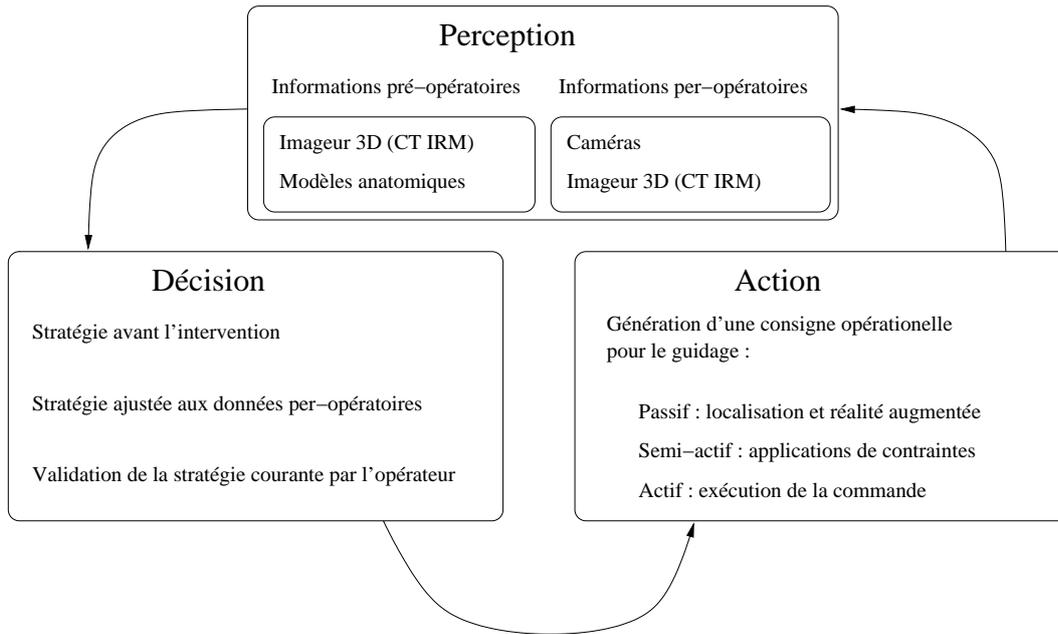


Fig. 1.2: Schéma général de la boucle perception-décision-action des GMCAO liés à la robotique [CBm95].

la tâche délicate pour le système robotique, car elle nécessite une sécurité optimale, dans tous les cas de figures possibles.

1.4.3 Etat actuel

Aujourd'hui, un certain nombre d'applications sont utilisées en tests cliniques [Tay02]. Le domaine est en pleine expansion avec l'arrivée de robots commerciaux avalisés par les autorités sanitaires européennes, japonaises et américaines. Les systèmes les plus connus sont les assistants manipulateurs laparoscopiques DaVinci [GS00] et Zeus [MLG⁺01, GBY02] de la société Intuitive Surgical. Ces manipulateurs sont des robots série téléopérés et actifs dont l'intégration au bloc chirurgical nécessite en général quelques aménagements. D'autres spécialités médicales comme l'orthopédie ont vu la mise sur le marché de systèmes complets comme ROBODOC [BBB98], CASPAR dont les activités commerciales ont cessé récemment, ou encore le système à contraintes actives ACRobot [DFH⁺97].

Les travaux actuels relevant de la communauté scientifique robotique concernent pour une grande partie les soins mini-invasifs ou la télé-opération à distance [CN01, Tay02, DCB⁺05] pour en citer quelques-uns. Certaines équipes s'intéressent également à l'aide au geste cardiaque [GGM⁺04] ou orthopédique³. Ce dernier type de soin est en effet très contraignant pour les médecins spécialistes en raison de la qualité nécessaire des découpes pour la pose de prothèses osseuses (tibias, hanches par exemple). Des nouvelles architectures dites synergiques ont également été proposées [TLH93]. Ces systèmes sont à l'intersection entre les bras de positionnement et les assistants actifs (voir par exemple le PADyC [TLH93, STCB00] ou l'ACRobot [DFH⁺97]). Le lecteur intéressé pourra également consulter [HM99, CP03] où un état de l'art par domaine d'applications est présenté.

Il faut remarquer que cette émergence de projets est liée à une demande continue des médecins qui attendent patiemment les outils promettant de révolutionner la pratique et la qualité des soins qu'ils peuvent proposer à leurs patients. La technologie a permis une telle profusion de projets qu'il est difficile de prévoir précisément l'avenir des soins robotisés, même si la tendance

³ Voir le lien <http://www.robotdoc.com/>

actuelle est à la spécialisation des tâches. On notera néanmoins, l'émergence récente de systèmes robotiques légers, peu encombrants, souvent montés à même le patient pour des raisons de sécurité, avec un nombre minimal d'actionneurs. C'est dans cette direction que se situe ce travail de thèse.

1.5 Un besoin en radiologie interventionnelle par scanographie

Le professeur Gangi du département de radiologie B des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg nous a exposé en 2001 les problèmes particuliers liés aux procédures percutanées par guidage scanner : la réduction de l'exposition répétée aux rayons X du radiologue et l'amélioration de la précision des procédures manuelles.

En effet, un point essentiel à ce type d'interventions est la protection du radiologue pendant la tenue et l'insertion d'une aiguille. Bien que certains systèmes de navigation optiques ou magnétiques permettent de guider un instrument, ceux-ci ne peuvent remplacer totalement le bras du radiologue pour tenir l'instrument lors des acquisitions de vérification. Par ailleurs, la précision du geste nécessite un contrôle quasi-continu de la position de l'aiguille par rapport à la cible à atteindre. Aujourd'hui, il existe un manque profond de solutions pratiques adaptées aux besoins concrets des radiologues.

Ainsi, un assistant robotique permettrait, dans les phases de maintien de l'aiguille uniquement, de protéger le radiologue. De plus, il pourrait permettre un pointage automatique du point d'entrée et servir de guide pour l'insertion manuelle de l'instrument si une trajectoire est définie. Enfin, le maintien de l'aiguille par un dispositif mécanique bien conçu pourrait permettre d'atteindre une précision supérieure par rapport à un enfoncement manuel. Même si certains prototypes ont été conçus dans le passé pour l'imagerie par échographie [HDH⁺02], pour l'imagerie à résonance magnétique [MSD⁺95] ou la scanographie [SWA⁺98], la communauté robotique n'a pas encore apporté de solutions pleinement satisfaisantes à la radiologie interventionnelle et à ses besoins particuliers.

A travers nos travaux, nous essaierons d'apporter des éléments de réponse à cette problématique sans oublier l'essentiel pour l'approbation des médecins et des patients : la création d'outils sûrs, simples d'usage, bien adaptés aux contraintes médicales et économiques.

1.6 Contexte et déroulement de la thèse

Le travail décrit par la suite est le résultat d'une réflexion menée depuis novembre 2001 entre l'équipe de robotique du Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT), le département de radiologie B des Hôpitaux Universitaires de l'Université Louis Pasteur, le Laboratoire du Génie de la Conception (LGeCo) de l'INSA de Strasbourg et l'Institut de Recherche sur les Cancers de l'Appareil Digestif (IRCAD). A partir de 2002, le travail de thèse s'est inscrit dans un projet ROBEA du nom d'IRASIS (Insertion Robotisée d'Aiguille sous Imageur Scanner) avec un partenaire supplémentaire, le LAAS pour les problématiques de planification. L'ensemble de ce travail a été co-financé par la région Alsace, d'une part lors de l'attribution d'une bourse de thèse pour trois années, d'autre part par le soutien et le financement des réalisations expérimentales concernant l'ensemble de ces travaux, dans le cadre du projet IRSIM.

L'objectif initial était de développer un assistant robotique pour éviter l'irradiation des radiologues pratiquant quotidiennement des insertions percutanées manuelles avec guidage scanner tout en augmentant la précision de leur geste en vue d'atteindre des cibles de dimension inférieure à 5 mm. Conjointement aux réflexions, les expérimentations sur l'animal ont été conduites avec l'IRCAD à Strasbourg. Elles ont permis de dégager quelques points importants du cahier des charges : la mobilité et les degrés de liberté nécessaires à la procédure, les gammes d'efforts

transmis et les problèmes de sécurité et de précision liés aux mouvements possibles du patient et à sa respiration.

Il nous est apparu qu'aucune solution robotique actuelle ne convenait à ce type de geste. Les problèmes les plus importants étant la sécurité pour le patient et la précision requise, notre démarche a consisté à examiner quelles structures seraient adaptables à la problématique. C'est en cherchant une structure nouvelle, mécaniquement sûre et précise, que nos objectifs se sont clairement précisés.

Par la suite, le choix définitif de l'architecture robotique a été arrêté : structure cinématique parallèle, actionneurs piézo-électriques, système de supervision distant et commande en temps-réel du système. En parallèle, une solution de vision et de recalage visuel a été étudiée afin de pouvoir guider l'instrument depuis une image scanner.

Début 2004, le premier prototype de manipulateur a été réalisé [MPB⁺04b] et les premiers essais ont validé une partie des objectifs (recalage par rapport à une consigne image, respect des contraintes médicales de dimensions, placement sur le patient). Depuis, notre travail a consisté à l'intégration, à l'amélioration et au développement d'un nouveau prototype de plate-forme de positionnement qui est présenté dans ce mémoire, ainsi qu'à la validation expérimentale.

Cette thèse a été l'occasion de fonder les bases d'un projet à long terme sur lequel deux demandes de brevets ont été déposées ([MMG⁺04, MMG⁺05b] concernant la structure robotique et [MMG⁺05a, MMG⁺05b] concernant le système robotisé d'enfoncement non décrit dans cette thèse), six publications dans des congrès internationaux ont été réalisées [MDMG03, MBB⁺04, MGB⁺04, MPB⁺04b, MPB⁺04a, MDG⁺05a] ainsi que trois publications dans des congrès nationaux [MDG⁺05b, MDMG05, PMB⁺05]. Par ailleurs, un premier article a été soumis dans une revue internationale et deux autres sont en cours de préparation.

1.7 Contributions et plan du mémoire

Ce mémoire commence par une description de la radiologie interventionnelle. Nous exposons principalement la technique dite de tomographie interventionnelle utilisée par les radiologues. Dans cette technique, les scanners tomographiques à rayons X sont utilisés afin de guider des instruments par voie percutanée. Un bref aperçu de cet imageur est donné, décrivant les grandes lignes de la reconstruction d'image et les méthodes principales utilisant des projections sous différents angles. Puis nous détaillons le type d'intervention radiologique que nous souhaitons robotiser : les procédures percutanées abdominales, principalement en zone hépatique. Une analyse du geste et des efforts mis en jeu est donnée, dans le but de définir correctement nos besoins en terme de fonctionnalité.

Afin de clairement définir les objectifs techniques, nous donnons dans un troisième chapitre le cahier des charges d'un système idéal, en s'appuyant partiellement sur les résultats de l'étude précédente. Nous proposons une décomposition de la tâche d'insertion en deux sous-tâches : l'une est le positionnement et l'orientation d'une droite support de l'instrument par un système de positionnement, l'autre est une tâche d'insertion et de rotation propre de l'instrument par un dispositif d'insertion. Une analyse de l'état de l'art concernant notre problématique a révélé qu'aucun système existant n'était susceptible d'être utilisé dans le cadre de la tomographie interventionnelle en zone abdominale. En fin de chapitre, nous proposons une nouvelle architecture parallèle pour le positionnement, dont la cinématique est adaptée à la mobilité et aux contraintes définies dans le cahier des charges.

Le quatrième chapitre décrit la structure robotique de positionnement en précisant sa géométrie. Ce mécanisme est d'abord étudié par la résolution de ses modèles géométriques inverse et direct. Puis, nous donnons des résultats de calcul d'espace de travail afin de valider la mobilité. Le calcul du modèle cinématique permet ensuite de dimensionner certains paramètres tels que les couples moteurs nécessaires. Nous poursuivons alors par une réalisation pratique du dispositif en détaillant le choix des actionneurs ainsi que leur commande. Pour compléter le dispositif,

nous présentons un effecteur passif de saisie et d'enfoncement d'aiguille pouvant être utilisé en combinaison avec la structure précédente. Un système de fixation de la structure sur l'abdomen du patient est également décrit. En fin de chapitre, nous présentons les problèmes d'auto-collision et la solution de planification envisagée.

Ayant l'objectif de pointer automatiquement des cibles visibles sur des images scanner de l'abdomen, nous décrivons le problème de localisation du dispositif de positionnement dans l'imageur médical. Une modélisation géométrique du problème de recalage entre des marqueurs tridimensionnels et des images est proposée. Ce modèle conduit à plusieurs méthodes analytiques ou numériques d'estimation de pose. Enfin, pour automatiser la tâche de localisation, nous présentons un algorithme d'appariement automatique entre des amers visuels issus de l'image et un modèle de l'objet. Des résultats de reconstruction et de calcul d'erreurs valident le principe et la méthode choisis.

Dans la sixième et dernière partie, nous donnons les résultats expérimentaux de positionnement automatique d'une aiguille dans l'imageur. Après une caractérisation expérimentale du mécanisme de positionnement et de la technique de reconstruction, nous décrivons une expérience de pointage d'une cible en utilisant dans un premier temps un laser, puis dans un second temps une aiguille. Une tâche d'enfoncement manuel d'aiguille avec guidage robotique est également réalisée sur des cibles de taille inférieure à 5 mm. Ces résultats sont critiqués objectivement afin de donner une première évaluation de nos travaux et pour vérifier la cohérence de nos choix.

Nous concluons sur les contributions scientifiques de cette thèse, en précisant les perspectives d'amélioration en robotique et d'un point de vue médical.

Chapitre 2

Tomodensitométrie interventionnelle

Nous partons de la radiologie interventionnelle, technique générale de médecine mini-invasive, afin de décrire plus précisément la tomodensitométrie interventionnelle. La tomodensitométrie, couramment appelée scanographie, est une technique d'imagerie médicale qui utilise des procédés physiques tels que l'absorption des rayons X par les tissus, afin de reconstruire des images fidèles de la constitution interne d'un corps. Ce procédé d'imagerie est utilisé dans le but de guider des instruments de diagnostic ou de soin insérés dans le corps d'un patient par voie percutanée. Ce chapitre se termine par l'analyse d'un geste opératoire particulier, qui est couramment réalisé avec ce type de retour visuel : l'ablation de tumeurs du foie par radiofréquence.

2.1 Radiologie interventionnelle

La radiologie interventionnelle est un domaine en pleine expansion. Elle est parfois appelée la médecine du 21^{ème} siècle selon le site de la société internationale du même nom (<http://www.sirweb.org/>).

Son principal atout sur les techniques dites à chirurgie ouverte est sans conteste le bénéfice lié au traumatisme postopératoire réduit et le bon taux de réussite des interventions. Considérée comme un choix alternatif pour un même objectif thérapeutique, elle est aussi parfois la seule solution possible.

Par rapport à la chirurgie classique, le processus d'accès aux sites anatomiques est différent : les voies d'accès se font à travers la peau et selon une trajectoire rectiligne définie par avance. Les gestes percutanés avec guidage par imagerie médicale reposent tous sur le même principe et utilisent le même type de matériel. Les instruments utilisés sont des aiguilles et l'accès est percutané, avec ou sans incision préalable. Les conditions d'asepsie et de préparation sont simples : le champ opératoire est installé sur une peau désinfectée et les instruments sont à usage unique. Cela implique qu'il y a peu de complications post-opératoires dues à des infections par des germes. Les anesthésies sont souvent locales ou loco-régionales, ainsi les risques secondaires des anesthésies générales sont le plus souvent évités. Ces opérations permettent également une planification pré-opératoire proche de la réalité en cours d'opération.

Cette discipline englobe des actes mini-invasifs distincts comme les biopsies pour le diagnostic et le traitement thérapeutique de pathologies [KL04].

Nous appuyons cette partie de notre travail sur le traité de tomodensitométrie interventionnelle du professeur Gangi [GD94] et l'ouvrage de Kaufman et Lee [KL04].

2.1.1 Gestes de diagnostic

En règle générale, et en sus de l'analyse de clichés provenant d'un système d'imagerie médicale, les diagnostics nécessitent un prélèvement organique cellulaire en cytologie ou de tissus en histologie. Les ponctions pour biopsies, domaine ancien puisque les premiers spécialistes s'y sont intéressés dès le milieu du 19^{ème} siècle ¹, ont d'abord été conduites sans retour visuel, puis dans les années 60, les premiers échographes ont permis la visualisation des instruments, jusqu'à l'apparition des scanners bien plus précis dans les années 70 [HA76]. Aujourd'hui, les différentes cibles possibles sont :

- *la partie abdominale* : les différents organes de la partie abdominale sont sujets à des lésions tumorales de grandes tailles. Le foie, la rate, les intestins ou les reins sont sujet à ces types d'interventions qui se font par accès abdominal, costal ou dorsal.
- *le squelette* : les parties osseuses présentent également des pathologies diverses pour lesquelles la radiologie interventionnelle est bien adaptée [WKK04]. Il est possible de repérer les zones à analyser et de guider des instruments de prélèvement adéquats sur différents points : rachis, côtes, bassin, tibia, ...
- *le thorax* : utile dans de nombreuses situations cliniques, les biopsies sont souvent pratiquées dans les zones pneumorales.

2.1.2 Gestes de thérapie

Les thérapies par radiologie interventionnelle sont également apparues dès la fin des années 70, conjointement avec le progrès des imageurs. On peut les regrouper sous différentes cibles, selon une liste non exhaustive :

- *la partie abdominale* : pour détruire les tumeurs, la radiofréquence est considérée comme la technique la plus commune. D'autres méthodes à base de coagulation par laser ou d'injection de liquide thérapeutique (alcoolisation,...) permettent de détruire des lésions bien identifiées.
- *le squelette* : une application particulièrement bien adaptée au domaine percutané est la vertébroplastie². Elle nécessite un guidage en temps-réel par retour visuel tel que la scopie télévisée à rayons X (amplificateur de brillance) ou la fluoroscopie par scanner.
- *le thorax* : les injections de produits thérapeutiques ou les drainages sont couramment indiqués afin de soigner certaines maladies infectieuses.

2.1.3 Type d'instruments utilisés

Une grande diversité d'instruments existe. Pour le diagnostic, il s'agit souvent d'aiguilles de biopsie constituées d'une partie centrale amovible, permettant d'aspirer des fluides ou des tissus organiques. Des aiguilles à guillotine sont également utilisées pour prélever des échantillons plus importants.

Pour le traitement thérapeutique de lésions par radiofréquence, les radiologues ont recours à des électrodes dont seule l'extrémité est conductrice, l'intérieur étant évidé afin de faire circuler une solution saline permettant d'améliorer la conductivité. La coagulation par laser nécessite l'utilisation de guides optiques ; les thérapies par injections, la pose de cathéters.

Le diamètre des instruments est variable et s'exprime en Gauges, unité américaine de diamètre (voir table 2.1). La figure 2.1 montre quelques instruments utilisés quotidiennement à l'Hôpital Civil de Strasbourg.

Différentes sortes de pointes d'instruments sont également répertoriées, selon l'application. On citera, entre autres, les instruments à pointe conique, à pointe de type Franseen (pyramide à

¹ [GD94] fait référence à un traité datant de 1851 [Leb51]

² La vertébroplastie consiste à reconstruire une partie des vertèbres endommagées d'un patient par injection d'un ciment-colle thérapeutique.

base carrée), Chiba (biseau taillé), ou à guillotine (biseau taillé avec une partie supérieure creuse pour laisser pénétrer les tissus et les cisailer afin de les extraire).

Gauges	13	14	15	16	18	20	22
Millimètres	2,32	2,03	1,83	1,58	1,21	0,88	0,73

Tab. 2.1: Équivalence entre mesures de diamètre en Gauges et en millimètres.



Fig. 2.1: Aiguilles de radiologie interventionnelle. De gauche à droite : radiofréquence, pistolet à biopsie, aiguilles de biopsie de 21, 18 et 16 Gauges, aiguille pour vertebroplastie.

2.1.4 Comparaison des solutions de vision

Pour guider leurs instruments et analyser des zones internes, les radiologues ont recours à différents systèmes d'imagerie médicale. Nous citons les plus courants ainsi que les inconvénients ou avantages de chacun. Les procédés sont non invasifs et permettent en général un repérage précis³ de lésions ou d'organes cibles.

Échographie

Les sondes échographiques sont communément employées dans les cas où les appareils à rayons X sont inutiles ou trop nocifs et où la résolution de l'image n'est pas discriminante (ponction foetale chez la femme enceinte, jeune patient). En raison de leur fonctionnement en temps-réel, leur utilisation peut s'avérer utile dans certaines ponctions percutanées [HS96]. Elles ont l'avantage d'être d'un usage simple et de ne pas irradier le praticien et le patient. De plus le coût de cet équipement d'imagerie est faible par rapport aux autres systèmes d'imagerie et de nouveaux types de sondes plus précises et plus immersives sont apparues récemment (écho-Doppler ou 3D). On pourra noter que leur utilisation en interventionnelle date d'une trentaine d'années et certaines sondes sont équipées depuis longtemps de dispositifs de maintien et de guidage d'instruments (voir figure 2.2). De nouveaux systèmes immersifs de navigation per-opératoire basés sur des sondes à ultrasons et des images IRM ou scanner sont également à l'étude [VPA⁺02].

³ Résolution < 1 mm pour le scanner et l'IRM, < 5 mm pour l'échographie.

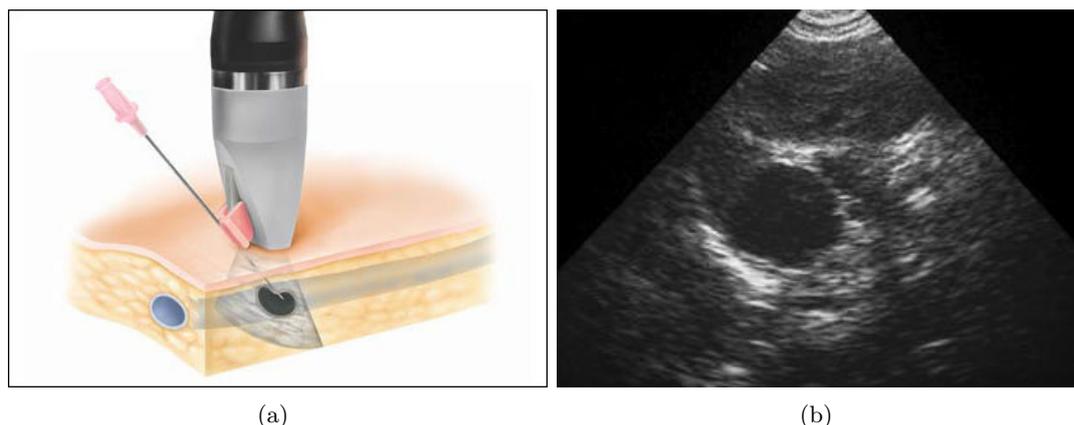


Fig. 2.2: (a) Sonde échographique interventionnelle RITE de la société Bard. (b) Image échographique de l'abdomen.

Scopie télévisée ou amplificateur de brillance

L'amplificateur de brillance, ou C-arm en anglais, est un dispositif optique qui fournit une image en temps-réel d'une zone circulaire délimitée par un faisceau de rayons X passant par un collimateur (voir figure 2.3). Ce type d'imageur est particulièrement bien adapté au guidage d'instruments dans des zones sensibles (en vertébroplastie notamment). Son principe de fonctionnement reste basé sur la radiographie par rayons X excepté la formation de l'image. Celle-ci est fondée sur l'impact des photons X ayant traversé le milieu avec une photo-cathode, ce qui engendre l'émission d'électrons en proportion équivalente aux photons. Ces électrons sont ensuite accélérés par un champ magnétique et projetés sur un écran fluorescent dont une caméra digitalise l'image. Cette image est finalement reproduite sur un moniteur.

Ce type d'imageur est particulièrement apprécié pour les cathétersisations en angiographie (imagerie vasculaire) ou pour un complément visuel dans certaines interventions (notamment sur le rachis). Elle a l'inconvénient de ne pas fournir une localisation 3D et un contraste plutôt faible comparativement aux autres dispositifs d'imagerie.

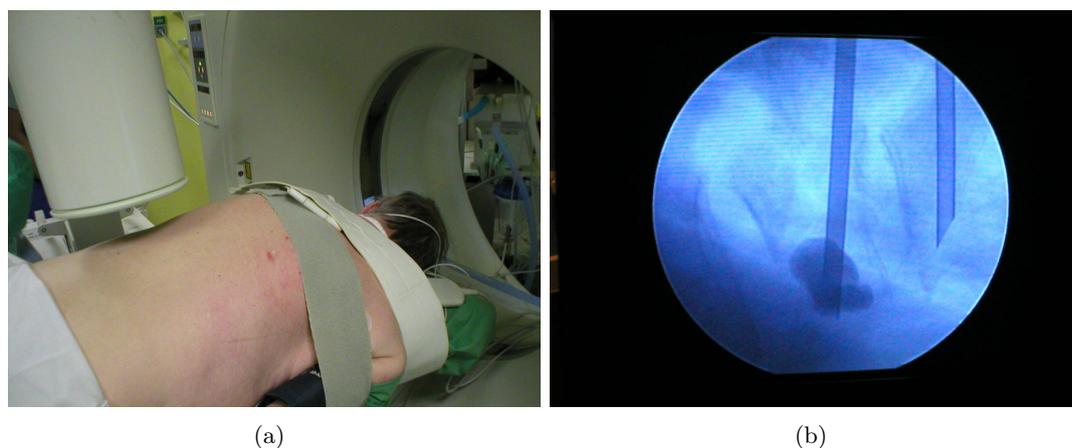


Fig. 2.3: Guidage par scopie télévisée. (a) Système à amplificateur de brillance. (b) Image acquise lors d'une vertébroplastie.

Imagerie à Résonance Magnétique

L'Imagerie à Résonance Magnétique (IRM) est une technique récente d'imagerie fonctionnant en temps différé (acquisition et traitement du signal RMN, puis reconstruction de l'image). Elle offre des avantages immédiats pour le diagnostic : excellent contraste tissulaire (particulièrement pour les tissus mous), résolution spatiale proche de la scanographie, possibilité d'IRM fonctionnelle, 3D, ... Elle a un fort potentiel en interventionnelle pour son aspect non ionisant [Daa01]. Les coupes IRM peuvent être faites sous un angle et une épaisseur choisis, offrant des possibilités très intéressantes pour le repérage 3D de l'instrument. De plus, des systèmes dédiés à l'interventionnelle (IRM dits « ouverts », voir figure 2.4) et des modes quasi temps-réel apparaissent avec le progrès de la technologie [Lar00].

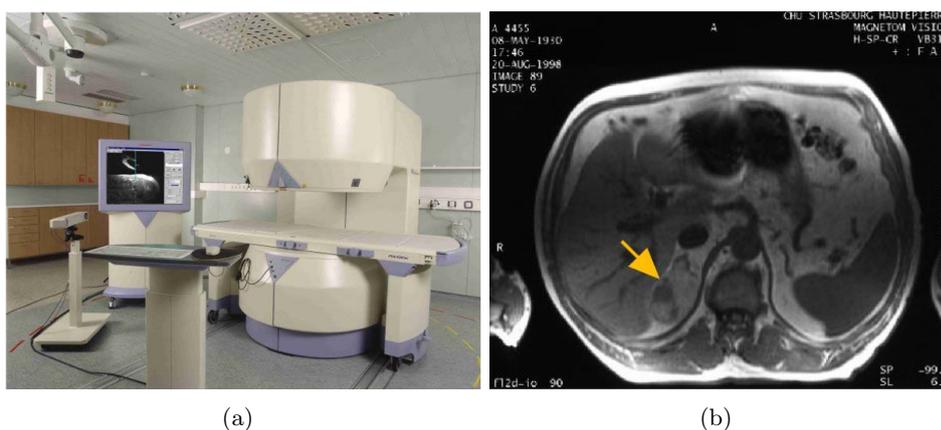


Fig. 2.4: (a) IRM d'intervention (dit "ouvert"). (b) Image IRM d'une tumeur.

En revanche, il subsiste encore de nombreux problèmes liés à la contrainte physique d'acquisition de l'image : nécessaire compatibilité magnétique des instruments, accès au patient restreint, impulsions de radiofréquences de puissance qui génèrent des perturbations électro-magnétiques sur les autres appareils à proximité, distorsion de l'image... Mais il ne fait nul doute que ce système d'imagerie a un avenir certain en procédures percutanées.

Tomodensitométrie à rayons X ou scanographie

La tomodensitométrie (TDM) apporte des avantages non négligeables par rapport à d'autres techniques comme la scopie télévisée ou l'échographie, même si son fonctionnement est à temps différé. Le scanner à rayons X offre une très bonne différenciation des tissus organiques, encore inférieure à l'IRM, tout en autorisant la visualisation de tous les matériaux possibles (voir figure 2.5). Par exemple, la visualisation des alliages magnétiques perturbent l'image, mais ne sont pas dangereux pour l'examen. La TDM n'a pas de zones aveugles comme c'est le cas pour l'échographie en présence des parois osseuses, et peut fournir des images en quasi temps-réel dans les systèmes les plus récents (16 images par seconde en mode fluoroscopie à faible puissance).

Le procédé de reconstruction assure une précision infra-millimétrique et une très bonne constance des contrastes dans le temps grâce à des étalonnages réguliers. Ce type d'imagerie est également reconnu pour la quasi absence de distorsions dans l'image, au contraire de l'IRM. Elle reste la modalité la plus courante pour la radiologie interventionnelle en raison de son coût plus faible par rapport à l'IRM et du nombre d'appareils disponibles ⁴. Une plus ample présentation est donnée dans la sections suivante.

⁴ En France en 2003, on dénombrait plus de 600 appareils TDM pour 370 IRM installés [Phi03]

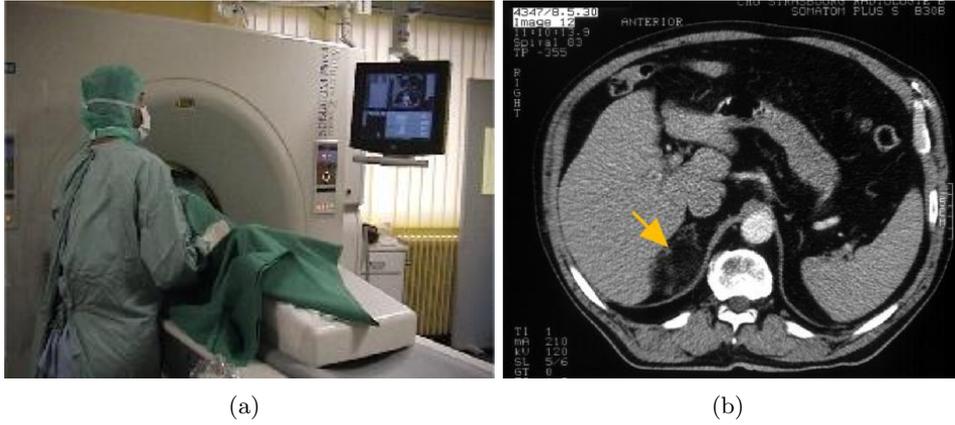


Fig. 2.5: (a) Guidage par scanner d'une aiguille. (b) Image TDM d'une tumeur.

2.2 Présentation des scanners tomographiques à rayons X

Les scanners tomographiques sont apparus dans les années 1970, période où les possibilités de calculs numériques étaient alors en grande évolution. Cette invention fut principalement l'œuvre de Cormack [Cor63] et Hounsfield [Hou76], et leur a valu le prix Nobel de Médecine en 1979.

Nous nous limiterons à introduire le principe et les avancées récentes décrites par Hsieh [Hsi03]. Cet ouvrage présente de manière très détaillée la TDM et le lecteur y trouvera un approfondissement de tous les éléments exposés ici de façon succincte.

2.2.1 Approche historique de la TDM par rayons X

Les rayons X sont connus depuis que Röntgen publia en 1895 une expérience concluant à leur existence. La médecine s'est rapidement intéressée à ce type de rayons pour la radiographie osseuse du corps humain (leur grande énergie leur permettant de traverser les couches de tissu organique). Dès lors, diverses méthodes de projections et de reconstructions furent étudiées et les rayons X furent appliqués à tous les domaines de la médecine.

Les rayons X ont une longueur d'onde λ de l'ordre de 10 nm jusqu'à 10^{-4} nm. Leur énergie équivalente $E = \frac{hc}{\lambda}$ va de 124 eV à 1240 keV⁵. Ils interagissent de façon particulière avec des tissus homogènes en étant absorbés exponentiellement selon la loi de Beer-Lambert :

$$I = I_0 e^{-(\tau + \sigma + \sigma_r)L}, \quad (2.1)$$

avec I l'intensité transmise et I_0 l'intensité incidente, L est l'épaisseur de tissu et (τ, σ, σ_r) sont les paramètres des effets : photoélectrique (ionisation, création de photo-électrons et photons), de Compton (ionisation, diffusion et création d'électrons) et de diffusion cohérente (conséquence analogue à la diffusion optique). Ces effets dépendent de l'énergie des rayons et sont responsables des réactions physico-chimiques pouvant aboutir à une détérioration cellulaire et provoquer des lésions.

En général, la loi précédente s'écrit $I = I_0 e^{-\mu L}$ avec μ le coefficient d'atténuation linéaire de la couche de tissu. Par conséquent, les radiographies sont des mesures de l'absorption en intensité des rayons X lors de leur passage à travers un tissu (voir figure 2.6). Pour des couches successives de tissus différents, on a simplement $I = I_0 e^{\mu_1 L_1} e^{\mu_2 L_2} \dots e^{\mu_n L_n}$, soit la somme des μ_i selon l'épaisseur des couches L_i . En considérant le logarithme des intensités normalisées par I_0 , on obtient $p = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \sum_{i=1}^n \mu_i L_i$. Si la distribution est continue (cas réel), on obtient finalement l'expression intégrale $p = \int_L \mu(x) dx$. L'impression sur une plaque photosensible permet d'obtenir

⁵ Les scanners tomographiques utilisent des énergies de 20 à 140 eV

en conséquence une vue du flux absorbé par la distribution μ suivant une ligne traversant l'objet. On peut ainsi voir « en transparence » un objet par projection des volumes.

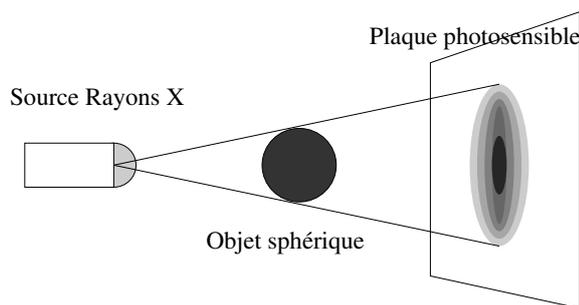


Fig. 2.6: Principe de la radiographie, l'absorption des rayons X par un tissu homogène de coefficient μ donne une intensité représentant l'épaisseur du tissu.

Très tôt, en 1921, Bocage [Boc21] proposa une méthode d'obtention de radiographies tomographiques⁶. En utilisant un couplage mécanique entre le mouvement de translation d'une source à rayons X et celui d'une plaque photoréceptrice, il parvint à réaliser une image d'un plan de l'objet (voir figure 2.7). L'inconvénient majeur de sa méthode est le flou de bougé observable sur les points n'appartenant pas au plan focal. Ce flou de bougé est dû au mouvement de translation et il fausse fréquemment l'interprétation visuelle. En outre, le contraste entre les objets d'intérêt appartenant au plan et les objets en dehors du plan n'est pas renforcé par une exposition plus longue. Cette méthode n'a jamais trouvé un intérêt majeur en application clinique.

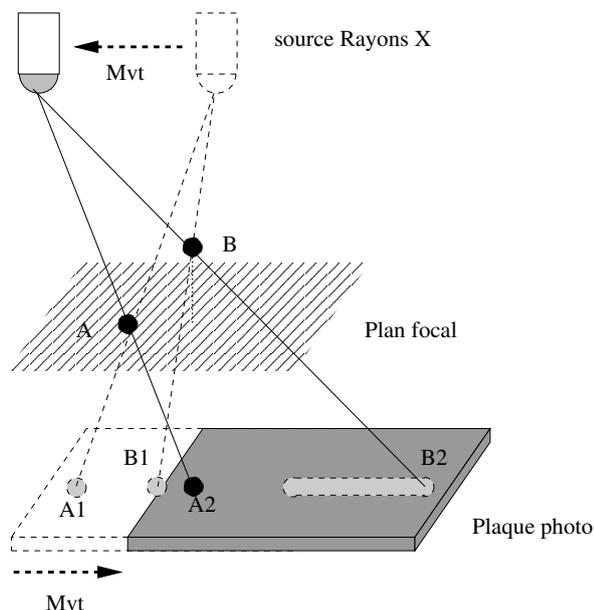


Fig. 2.7: Tomographie conventionnelle par la méthode de Bocage [Boc21]. Un couplage mécanique permet de déplacer la plaque photoréceptrice en même temps que la source de rayons X. Ainsi, l'impression d'un point du plan focal reste au même endroit. Par contre, un point en dehors du plan apparaît avec un flou de bougé très important, laissant une trace faible sur la plaque.

Ce n'est qu'en 1967 avec l'avancée majeure de l'électronique des capteurs et du traitement informatisé des données que Hounsfield développa ce que l'on pourrait appeler le premier scanner tomographique. L'idée de départ s'appuie sur les travaux mathématiques de Radon qui développa

⁶ Tomographique signifie « en coupe ».

une théorie sur la projection. En remarquant que l'atténuation des rayons X suivant plusieurs projections d'angles différents mène à l'estimation du coefficient d'absorption de l'objet sur une zone déterminée, Hounsfield donna les bases de la tomographie assistée par ordinateur (Computer Assisted Tomography, ou CT). Après un court temps de développement, le premier scanner tomographique fut commercialisé en 1971 par la société EMI. Il reconstituait des images en quatre minutes d'une qualité remarquable par rapport à la tomographie conventionnelle, mais bien inférieure à ce que nous connaissons aujourd'hui (voir figure 2.8).

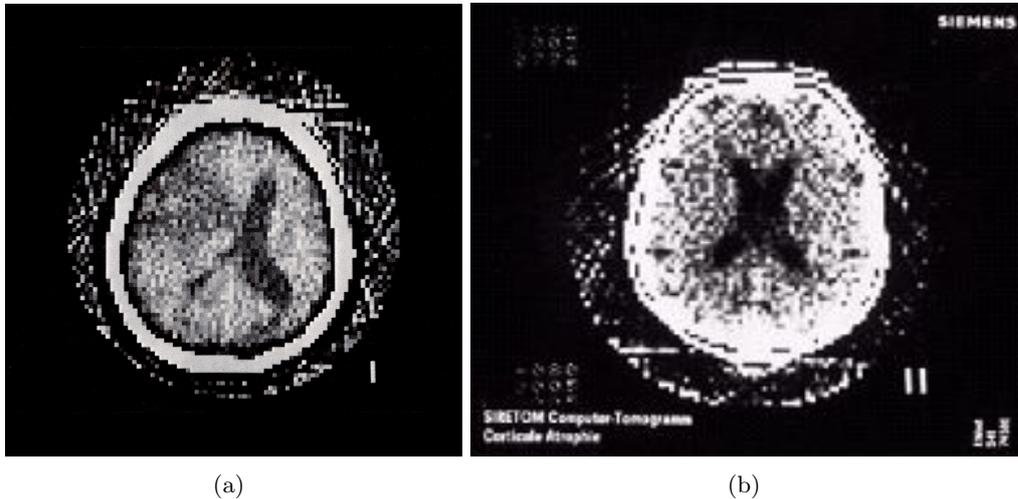


Fig. 2.8: Tomographie assistée par ordinateur. (a) Image du cerveau provenant d'un scanner Siemens Siretom de 1974, l'image a une résolution de (128×128) pixels. (b) Autre image fournie par ce scanner commercialisé en 1975, le temps de reconstruction était de cinq minutes (les images sont la propriété de Siemens Medical, <http://www.medical.siemens.com>)

Depuis Hounsfield, le fondement de la tomographie assistée par ordinateur est resté le même : la mesure de l'intégrale p selon différents angles. Lors de l'acquisition d'une image, les mesures représentant les intégrales p sont appelées des sinogrammes, elles sont échantillonnées par la position t des capteurs et les valeurs angulaires θ , soit ${}^{\theta}p(t)$ le sinogramme pour l'angle et la position des capteurs. Ce principe clé se retrouve dans les différentes générations de scanners (voir figure 2.9). Les différences principales concernent les méthodes de reconstruction en raison de la disposition des capteurs ou de la source sur la partie en rotation (appelée portique) :

1. dans la première génération, la source est mobile sur le portique et se déplace suivant une droite pour permettre une acquisition sur un capteur qui circule parallèlement sur le portique, créant une projection rectiligne pour chaque angle θ et chaque position t du capteur ;
2. la seconde génération s'appuie sur le même principe, mais le capteur est cette fois-ci linéaire et permet l'acquisition de plusieurs mesures simultanées, réduisant ainsi le nombre de pas de rotation et le nombre de déplacement linéaires ;
3. les scanners de 3^{ème} génération ont vu une grande amélioration : le faisceau de rayons X pénètre dans un collimateur puis traverse le patient et aboutit sur des détecteurs disposés sur un arc concentrique par rapport à la source ;
4. de nos jours, les scanners de 4^{ème} génération utilisent un anneau de capteurs multi-barettes fixé sur le statif. La source de rayons X est le seul élément mobile, sa période de rotation atteint 0,37 s sur un scanner récent tel que le Siemens Somatom Sensation 64, offrant à la fois 64 coupes par rotation (une coupe par rangée de barette) et 20 images par secondes en mode fluoroscopie.

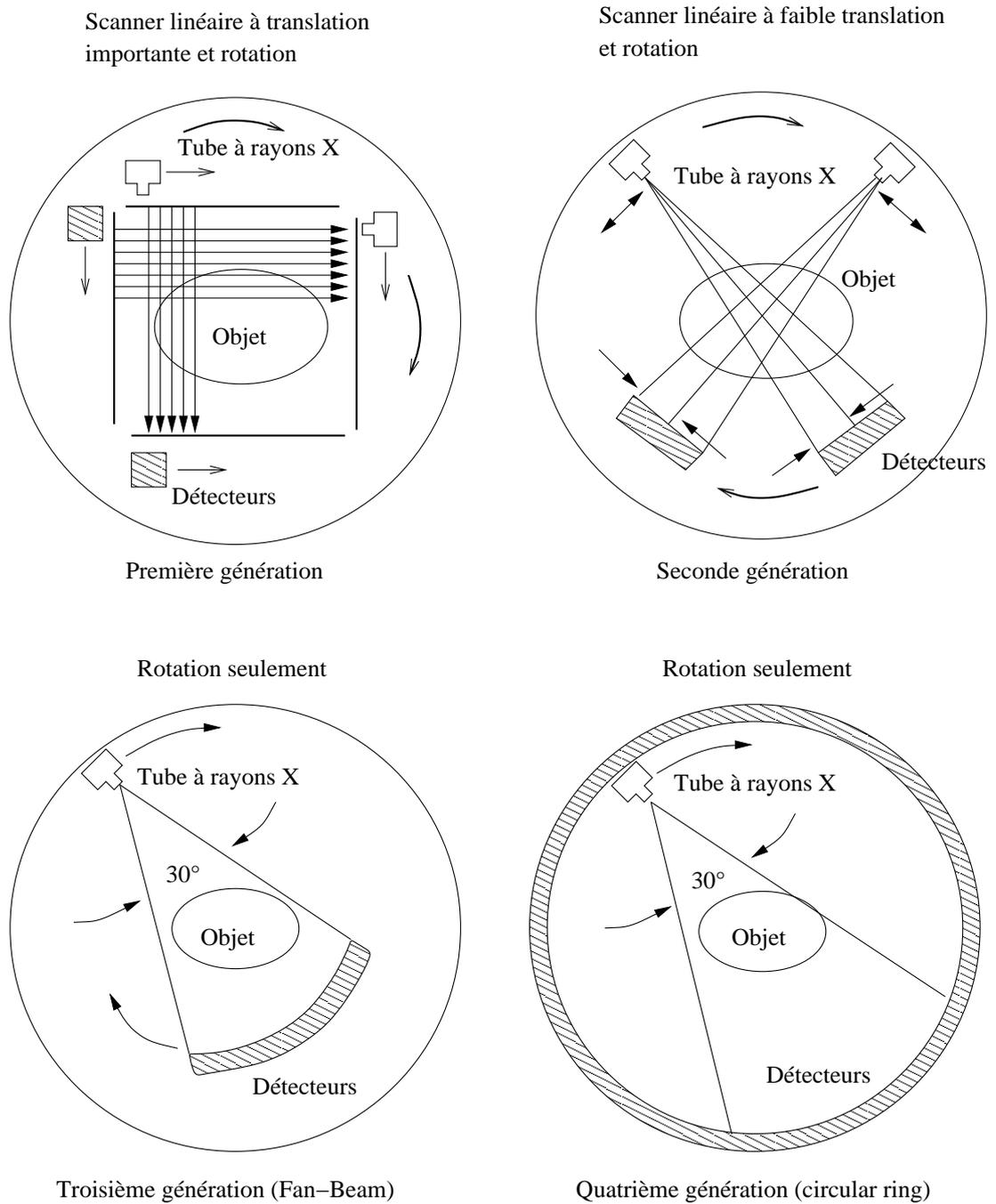


Fig. 2.9: Les différentes générations de scanners tomographiques et leurs principes.

2.2.2 Constitution d'un scanner

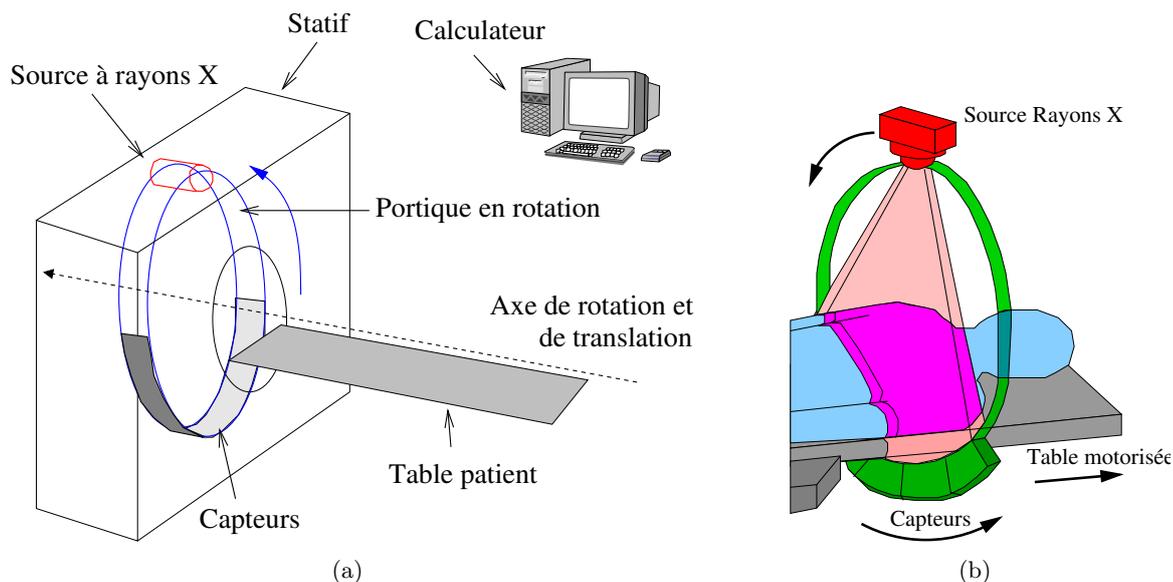


Fig. 2.10: (a) Schéma d'un scanner tomographique de 3^{ème} génération. (b) Principe de projection suivant différents angles pour un scanner de 3^{ème} génération.

Les scanners récents contiennent les éléments suivants (voir figure 2.10) :

un statif : c'est la partie immobile du scanner ;

un portique : cette partie en rotation contient la source de rayons X et les capteurs dans certaines générations de scanner ;

un anneau intérieur : cet anneau supporte le portique et les capteurs sur les scanners de 4^{ème} génération. Les informations entre le portique et le statif sont transmises par des contacts glissants (« *slip ring* ») ;

un ordinateur : souvent déporté, il traite les données numériques afin de reconstruire les images ;

une table patient : la table coulisse selon l'axe de rotation du portique afin d'exposer l'intégralité du corps du patient.

2.2.3 Reconstruction des images tomographiques

Les scanners de dernière génération permettent une reconstruction rapide des images tomographiques avec d'excellents contrastes et aucune zone aveugle. De nouveaux modes d'acquisition sont proposés comme, par exemple, le mode fluoroscopie dont l'utilité est de pouvoir contrôler la progression des instruments ou d'un produit de contraste (souvent iodé) en temps-réel.

En annexe C nous proposons un rapide aperçu des méthodes classiques de reconstruction dans le cas des scanners de 1^{ère} génération où la projection est considérée comme parallèle selon un axe. Les autres générations de scanner utilisent des techniques similaires, les projections de type conique (« *fan-beam* ») étant transformées en projections parallèles dans une étape de prétraitement et d'interpolation des données.

2.2.4 Affichage et format des images

Les images reconstruites par le calculateur du scanner sont immédiatement transférées sur un serveur qui emploie le standard d'imagerie médicale DICOM⁷. Ce format d'échange associe les

⁷ Digital Imaging and Communications in Medicine

données brutes avec les données reconstruites, de même que les informations relatives au patient (nom, âge, type de coupes, puissance utilisée,...). De nombreuses autres machines comme les IRM ou les amplificateurs de brillance utilisent ce même standard, ce qui facilite l'inter-communication entre les différents appareils médicaux. Le standard spécifie à la fois le format des fichiers, et un protocole réseau pour l'échange de données.

Il existe des clients gratuits pour se connecter à ces réseaux ou lire des fichiers du type DICOM. Nous utiliserons par exemple la bibliothèque DICOM Toolkit pour l'interface réseau⁸, ainsi que notre propre bibliothèque de lecture d'images au format DICOM⁹.

Le format des images scanner que nous utiliserons par la suite de cette thèse sont de taille fixe, définie à (512×512) pixels. Chaque pixel est codé sur 2^{12} bits (soit 4096 valeurs) et représente le contraste moyen d'une petite zone de l'objet définie par les paramètres dits « intrinsèques » du scanner (facteurs d'échelle en mm/pixel). Ces données peuvent varier d'une image à une autre, mais leur valeur est toujours indiquée dans l'en-tête DICOM accompagnant l'image. Un dictionnaire spécifique à chaque constructeur est nécessaire pour lire cet en-tête, nous avons ainsi dû adapter notre bibliothèque pour obtenir ces informations, en plus de l'image brute.

Les manipulateurs en radiologie se servent de consoles de visualisation et de commande connectées au scanner afin d'afficher les images DICOM sur des moniteurs classiques. Il est possible de zoomer dans ces images en réalisant une reconstruction ciblée de la zone d'intérêt (fenêtrage). Une fois l'image reconstruite, il est encore possible d'effectuer un zoom numérique et, par filtrage, l'image finale procure parfois des détails intéressants. Les consoles de visualisation ont quelques possibilités de traitement d'image permettant de mieux distinguer certaines structures anatomiques (os, organes, vascularisation, ...). Par exemple, le fenêtrage en contraste est très souvent utilisé pour discerner des régions d'intérêt lorsque les plages d'absorption sont connues à l'avance.

Sur les scanners récents équipés en multi-barettes (plusieurs rangées parallèles de capteurs) ou ayant un mode hélice, l'épaisseur de coupe peut être sélectionnée avant la reconstruction. Ainsi certains scanners réalisent des images d'épaisseurs différentes allant de 0,5 mm à 10 mm. Les pixels sont alors considérés comme des voxels (éléments de volume), de taille donnée (facteur d'échelle et épaisseur).

Toutefois, en sélectionnant une coupe d'épaisseur supérieure à l'objet d'intérêt, celui-ci va perdre de son contraste en raison du rapport de volume *objet/voxels* (problème de volume partiel). Ce paramètre doit donc être choisi intelligemment avant la reconstruction.

2.2.5 Artefacts et inconvénients principaux

Les artefacts présents dans les images sont liés aux méthodes de reconstruction et d'acquisition, et également à l'interaction entre les matériaux et les rayons X.

Artefacts liés au scanner Les artefacts en raies sont les plus visibles et détectables. Ils sont dus à des erreurs de mesure lors d'une acquisition. Après calcul de FFT et convolution par une fonction de poids, ceux-ci se matérialisent par des lignes visibles aux endroits où la dérivée du signal p subit des changements brutaux.

Dans le cas où des objets à fort contraste sont présents, il se peut que les rayons soient totalement absorbés et, par conséquent, qu'il y ait une inconsistance de contraste dans les zones proches et derrière ces objets. Ces problèmes sont difficiles à identifier et peuvent conduire à une mauvaise interprétation des images quand les objets sont proches de la source à rayons X.

Les artefacts en bande ou centraux sont dus à la défaillance d'un capteur à la position t_1 tout au long d'une acquisition. Ainsi, des cercles concentriques apparaissent, qui sont dus à la

⁸ <http://dicom.offis.de/dcmthk>

⁹ Développée pour des raisons pratiques d'accès au format brut des images, dans l'objectif de traiter celles-ci en temps-réel si le besoin se présente.

rétroprojection d'une mauvaise mesure $\theta p(t_1)$ quand θ varie.

Les problèmes de repliement spectral sont également à prendre en compte lors de la phase d'acquisition des projections. En effet, si l'on considère un objet de taille inférieure à la limite de résolution des capteurs, l'échantillonnage du signal par les capteurs placés dans différentes positions angulaires va créer un repliement spectral. Ce repliement crée des artefacts en raie proches de l'objet. Pour l'éviter, les scanners de 3^{ème} génération emploient la technique du double échantillonnage avec décalage d'un quart (deux vues de 180 degrés dont la deuxième est décalée de 1/4 de la taille d'un capteur). Ce problème est moins connu sur les scanners de 4^{ème} génération car l'augmentation de la résolution peut se faire en augmentant la fréquence d'échantillonnage temporel lors de la rotation du portique.

Artefacts liés aux matériaux Les tissus organiques immobiles ne créent pas d'artefact lors de la reconstruction. En revanche, les mouvements du patient lors de l'acquisition des données, notamment la respiration, perturbent fortement la reconstruction de l'image. Aujourd'hui, le temps d'acquisition étant réduit (de 4 minutes en 1973 à 0,5 seconde en 2005), ce genre d'artefact n'apparaît que lors de mouvements brusques, et est le plus souvent détecté par analyse visuelle de l'image.

Les artefacts les plus problématiques de notre point de vue concernent la diffusion des rayons X par les matériaux présents dans le tunnel du scanner. En raison de la présence d'électrons libres qui interagissent avec les photons X, les alliages métalliques gênent sévèrement l'acquisition des données, et engendrent des artefacts en étoile difficiles à résorber.

Autres inconvénients principaux Les effets de volume partiel peuvent être négatifs lorsque le contraste de certaines structures est différent d'une coupe à l'autre. Si l'on imagine que l'on place un tube de 4 mm entre deux coupes de 10 mm, chaque coupe contiendra la moitié du tube, celui-ci sera alors mal localisé ou mal identifié par son faible contraste.

Les scanners emploient des rayons X ionisants qui peuvent détériorer le matériel cellulaire d'un organisme. Ces effets, négligeables dans le cas d'une courte exposition, peuvent amener à l'apparition de dégénérescences graves, non réparables par l'organisme. Très tôt, ces effets ont été décelés, et des normes sont apparues, afin de protéger les individus. Ainsi des unités de radiations ont été définies pour étudier leur impact : le Gray (Gy), unité de dose absorbée¹⁰, et le Sievert (Sv), unité de dose efficace¹¹.

La législation a fixé un seuil maximum en Sievert pour le personnel médical. Les radiologues sont soumis au respect strict de ces taux (30 mSv sur 3 mois ou 50 sur l'année), ce qui les empêche de pratiquer un grand nombre d'interventions. Malgré le respect de ces normes, l'exposition répétée de leurs mains est spécialement à éviter, ce qui demeure difficile dans le cas des interventions percutanées manuelles.

2.2.6 Mode fluoroscopie

Ce mode se distingue des acquisitions classiques car les images sont rafraîchies de façon continue. Cette avancée récente (1995, voir [ImP01]) a ouvert la voie à de nouvelles applications de procédures percutanées guidées par TDM pour les organes en mouvements et les cibles cardiovasculaires [DT99]. La fluoroscopie est ordinairement réalisée à faible puissance, et les images reconstruites suivant une matrice plus petite de (256×256) pixels.

L'algorithme de reconstruction se base sur la propriété qu'une image à l'instant t partage une partie des données de l'image $t - 1$. Par exemple, lorsque le portique effectue une rotation

¹⁰ 1 Gy équivaut à la dose absorbée dans une masse de matière de 1 kg à laquelle les rayons ionisants communiquent en moyenne une énergie de 1 joule.

¹¹ Le Sv correspond à une valeur de Gy multipliée par un facteur de pondération propre à chaque rayonnement et organe.

par seconde et que le scanner génère 6 images par seconde, chaque image fluoroscopique est reconstruite à partir des projections précédentes dont uniquement les 60 derniers degrés de rotation sont rafraîchis. En conséquence, l'algorithme réutilise 5/6 des transformées de Fourier filtrées précédentes et traite seulement 1/6 des données à chaque période.

Ce mode présente des avantages pour la vision en continu de l'évolution d'un produit de contraste (d'où le nom de fluoroscopie) ou le suivi de l'insertion d'un instrument dans le corps d'un patient [KAT⁺94], si toutefois celui-ci n'est pas inséré trop rapidement.

Scanner	Taux d'irradiation (mGy/s)	Dose effective (mSv/s)
Marconi MX	1,6	0,026
GE HiSpeed CT	4,7	0,048
Marconi PQ	7,0	0,060
Philips AV	4,1	0,062
Toshiba Asteion	4,0	0,064
Siemens Plus 4	4,9	0,066

Tab. 2.2: Doses estimées d'irradiation pour le mode fluoroscopie. Source [ImP01].

En contrepartie, l'irradiation est continue, très localisée, et donc beaucoup plus nocive. Le tableau 2.2 indique les taux d'irradiation de quelques scanners actuels. Par exemple, une intervention avec un scanner Siemens Plus 4 sous fluoroscopie durant 120 s (temps moyen d'exposition pour une biopsie), donne plus de 7,92 mSv en moyenne, ce qui est proche du seuil maximum mensuel pour un radiologue.

2.2.7 Récentes avancées

Les scanners multi-barettes ou multi-coupes proposent des modes d'acquisition en hélice ou en coupes simultanées qui offrent une reconstruction rapide de l'ensemble d'une zone du patient en un temps record (moins d'une minute pour un patient complet). La reconstruction 3D est également possible avec un nombre élevé de coupes (jusqu'à 64 coupes simultanées par acquisition).

2.3 TDM interventionnelle par insertion percutanée

Le geste d'insertion percutanée en TDM est nécessaire dans un grand nombre de procédures médicales comme les injections, les ponctions ou les thérapies par radiofréquence ou coagulation laser. Le nombre de procédures est toujours en augmentation du fait de l'intérêt grandissant pour la recherche médicale dans ce domaine d'application. Dans le cadre le plus général, l'instrument à considérer est une aiguille (creuse ou pleine) saisie à la main.

Durant ces gestes d'insertion, le retour d'information pour le praticien est à la fois visuel, grâce à la TDM, et tactile, par la saisie directe de l'instrument inséré. Pour le retour visuel, la position du point d'entrée, la profondeur de pénétration et l'image obtenue par le dispositif d'imagerie médicale permettent d'apprécier rapidement la localisation anatomique de la position de l'aiguille. Le radiologue crée mentalement une cartographie du volume d'intérêt. Les images qu'il perçoit modifient le modèle qu'il s'en donne par rapport à la réalité de l'intervention. Mais, en raison de l'exposition aux rayons X et de la difficulté d'obtention de clichés de bonne qualité en temps-réel, la période entre deux contrôles visuels est grande. Par conséquent, il est rare de suivre précisément le déplacement de l'aiguille dans des zones critiques grâce à la TDM, et le praticien préférera plutôt employer un amplificateur de brillance en complément.

Parallèlement, pour avoir une connaissance en temps-réel du type de tissu traversé, le radiologue tire parti de l'information sensorielle tactile (perception haptique) afin d'être renseigné

sur la nature de l'organe traversé. La perception haptique a donc un rôle complémentaire à l'imagerie, dans le sens où elle apporte une information de localisation en continu de l'aiguille.

Les appareils de TDM actuels ne donnent pas d'images précises en temps réel sans contraindre le radiologue à une forte exposition. Par conséquent, pour positionner précisément une aiguille dans une cible anatomique, les procédures sont longues et fastidieuses (de fréquentes coupes de vérification obligent le praticien à aller et venir dans la salle). Les nombreuses étapes successives de prises d'images et d'insertion sont nécessaires pour les procédures sensibles. L'efficacité des traitements étant fortement corrélée avec la qualité du positionnement du bout de l'aiguille, le résultat global de l'intervention dépend donc de la compétence du praticien et également du nombre d'images acquises pendant l'opération.

2.3.1 Technique de guidage manuel en TDM interventionnelle

Le choix du guidage est souvent lié à la procédure à effectuer. Nous présentons ici une technique de guidage générale, s'appuyant sur la présence de l'aiguille dans le plan de coupe du scanner qui peut être incliné si nécessaire.

Planification préopératoire

Avant chaque intervention, un examen de TDM est effectué pour repérer la cible ainsi que les structures avoisinantes. Il est possible d'injecter un produit de contraste afin de visualiser la vascularité de la cible. Le choix du point d'entrée est particulièrement décisif pour la réussite de l'intervention, il doit donner le trajet le plus court et le plus sûr selon l'anatomie du patient depuis la peau jusqu'à la cible.

Quand c'est possible, un seul plan de coupe est défini pour toute l'intervention, celui où l'on voit le plus nettement la cible. Le choix de l'épaisseur de la coupe est fait en fonction de la taille de la cible.

Il peut s'avérer que le meilleur choix de trajectoire soit incliné, auquel cas on pourra user en complément d'un appareil de localisation. Sur les appareils récents le statif¹² peut s'incliner de ± 30 degrés et le radiologue peut conserver l'aiguille dans le plan de coupe tant que l'angle n'est pas trop grand.

Positionnement initial de l'aiguille au point d'entrée

D'après le choix fait précédemment, le point d'entrée est repéré sur les coupes scanner juste avant l'insertion de l'aiguille. Grâce au dispositif de localisation optique dont certains scanners sont équipés (par exemple un laser [GBJ⁺94, KWD⁺00]), le point d'entrée et l'orientation de l'aiguille sont identifiés sur le patient.

Si ce dispositif n'est pas disponible, le radiologue procède à la palpation et à la mise en place de marqueurs radio-opaques. Habituellement une aiguille infra-millimétrique est placée à l'intersection du point d'entrée et du plan de coupe.

Le personnel médical met alors en place le champ opératoire et désinfecte la zone d'intervention cutanée.

L'anesthésie est alors pratiquée au niveau du point d'entrée cutané et sous-cutané. L'aiguille d'anesthésie étant introduite suivant la même trajectoire que l'instrument d'intervention, elle peut parfois servir de repère pour la seconde aiguille.

Puis, l'intervention percutanée commence : une incision est pratiquée au point d'entrée à l'aide d'un scalpel et l'instrument est introduit suivant l'angle d'attaque choisi (voir figure 2.11).

¹² Partie du scanner qui contient l'anneau sur lequel se déplace la source de rayons X.



Fig. 2.11: Positionnement initial de l'aiguille sous TDM

Déroulement général de l'insertion

Dans les premiers centimètres, le radiologue doit obligatoirement tenir l'aiguille afin d'éviter qu'elle ne ressorte ou qu'elle ne tombe. Quand l'aiguille approche des structures sensibles, il surveille progressivement l'insertion à l'aide d'images TDM et se trouve fortement exposé aux rayonnements X s'il tient l'aiguille. Durant toute la procédure, le radiologue alterne entre prise de vue et insertion. Lors d'accès abdominaux, l'aiguille est parfois relâchée entre deux séquences d'insertion pour lui permettre d'effectuer des mouvements libres suite au mouvement interne des organes ce qui évite de déchirer les tissus.

Fin d'intervention

Une fois la cible atteinte et la procédure effectuée (prélèvement biologique, drainage ou destruction de tumeur), le radiologue retire l'instrument en procédant par moment à des petites rotations sur son axe. Cette action peut donner lieu à quelques coupes de vérification soit pendant le geste, soit juste après.

2.3.2 Problèmes liés à la TDM interventionnelle manuelle

Comme expliqué précédemment, la TDM interventionnelle est devenue un moyen efficace de diagnostic ou de traitement médical. Malheureusement, les radiologues interventionnels sont aujourd'hui confrontés au dilemme suivant : améliorer la qualité des soins prodigués et découvrir des nouvelles techniques, tout en limitant leur exposition aux rayonnements nocifs. De plus, ils souhaiteraient pouvoir utiliser les nouveaux outils que sont la fluoroscopie et la reconstruction 3D, en gardant un rôle clé dans la prise de décision et la réalisation des interventions. Malheureusement, les praticiens n'ont pas recours à ces dernières possibilités en raison de la forte exposition qu'elles provoqueraient.

Manque de protection du radiologue

Actuellement, les gestes exposent régulièrement le personnel médical et le praticien à une irradiation considérable. Les doses accumulées sont importantes au cours d'une carrière, et le personnel est suivi médicalement avec des dosimètres. Pour réduire l'irradiation, la solution consiste à s'éloigner du plan scanner lors des vérifications, et donc à lâcher l'aiguille temporairement.

Précision limitée

Les praticiens considèrent qu'une précision de 1 cm en bout d'aiguille est un bon résultat. En revanche, en raison des difficultés à visualiser l'aiguille et à obtenir des clichés en temps-réel sans irradiation, il est rare d'atteindre des tumeurs plus petites, bien qu'elles soient visibles dans l'image TDM. On notera que le respect, à la main, des trajectoires établies en examen préopératoire est acceptable dans une zone de plusieurs millimètres autour de la trajectoire idéale. Le radiologue corrige souvent la direction de l'aiguille à l'aide du biseau qui permet d'infléchir la trajectoire par phénomène de cisaillement.

Retour visuel continu en TDM, sans surexposition

Il semble que les radiologues soient tous d'accord sur l'intérêt essentiel du retour visuel continu dans les zones très vascularisées ou près d'organes vitaux. Certaines évaluations sont très critiques sur l'intérêt de la fluoroscopie par TDM pour l'interventionnel [STA⁺99]. Mais il faut rappeler que ces études comparent la précision gagnée pour le guidage (quelques millimètres) et l'augmentation conséquente de l'exposition aux rayons X (double ou triple). Selon ces travaux, il n'est pas concevable d'utiliser la fluoroscopie par TDM pour des opérations courantes qui nécessitent des précisions de l'ordre de 10 mm. Quand de meilleurs positionnements sont nécessaires, la scopie télévisée est conseillée et demeure la technique favorite des radiologues.

Utilité d'une robotisation du geste d'insertion en TDM

Le tableau 2.3 présente les différences entre les médecins et les robots telles que proposées par [TLBM96] dans le cas de la robotique médicale en chirurgie classique.

Humains	Robots
Avantages	Avantages
Bonne coordination vision - main Grande Dextérité Polyvalent Intègre des informations rapidement Décisions rapides	Bonne précisions géométrique Stable et infatigable Conception ciblée Résistant aux irradiations ou infections Prise en compte des mesures précises
Inconvénients	Inconvénients
Précision limitée aux limites des possibilités gestuelles Sujet à la fatigue Problème de stérilité Sujet aux radiations et à l'infection	Pas de prise de décision Adaptation limitée Coût élevé et dépend de la technologie Complexe à construire

Tab. 2.3: Comparaison entre opérateurs humains et assistants robotiques.

La robotisation du geste percutané procure les avantages supplémentaires suivants :

- protection du bras du radiologue ;
- suivi en temps-réel par fluoroscopie ;
- précision accrue pour le maintien de l'aiguille ;
- positionnement automatique de l'aiguille sur le point d'entrée ;
- définition d'une trajectoire dans l'image et recalage suivant celle-ci.

L'enfoncement de l'aiguille, qui nécessite un retour tactile pour être similaire à l'insertion classique, peut être soit manuel en considérant l'assistant robotique comme guide passif, soit robotisé avec un système à retour d'effort. Pour des raisons de sécurité, nous opterons par la suite pour une solution passive.

2.4 Exemple de procédure percutanée à robotiser : la radiofréquence en zone hépatique

Nous avons choisi comme application spécifique de ce projet de thèse la radiofréquence en zone hépatique.

2.4.1 Intérêts de ce geste

La zone hépatique est particulièrement intéressante pour la TDM interventionnelle car elle constitue une nouvelle cible d'application de la robotique dont de nombreux besoins cliniques sont dépendants (lésions, drainage, biopsies). De plus, cette zone est particulièrement exposée au problème de respiration et de mouvements physiologiques incontrôlés du patient (toussotements, réflexes suite à la douleur). Bien que ces difficultés semblent complexes à surpasser, elles constituent un bon exemple de problématique robotique pouvant amener des idées importantes du point de vue de la conception et de la réalisation de systèmes médicaux.

2.4.2 Description du foie

Le foie est la plus grosse glande du corps humain, et est parmi les organes les plus importants. Il pèse environ 1500 g, mais de fortes variations peuvent apparaître selon les individus et la vascularisation. Sa surface parfaitement lisse est de couleur brunâtre. Il est entouré par la capsule hépatique (voir figure 2.12). Plusieurs fonctions lui sont associées : synthèse, transformation et stockage d'acides aminés, de protéines, de lipides, de fer ou de molécules complexes, d'hémoglobine. Il assure aussi des fonctions anti-toxiques pour le filtrage de certaines toxines. L'organe est doublement vascularisé : par la veine porte qui draine le sang veineux venant du tube digestif, et par l'artère hépatique. En plus, de nombreux canaux circulent dans les différentes lobes le constituant.

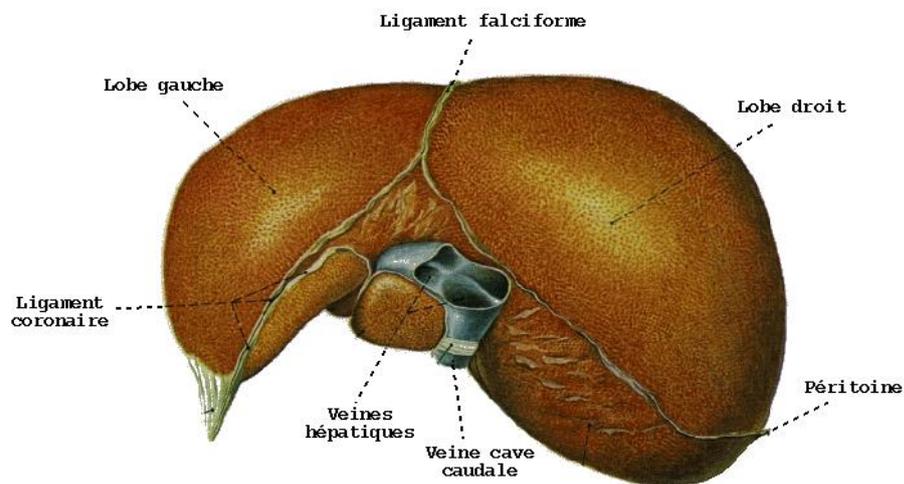


Fig. 2.12: Schéma du foie (taille de 28 cm dans le sens transversal, 16 de haut et 8 d'épaisseur). Image tirée du site web du programme Epidaure de l'INRIA.

C'est un organe central auquel se rapportent de nombreuses pathologies : cancers, hépatites, thromboses et cirrhoses. Les chiffres publiés par l'American Liver Foundation [Ame01] fin 2002 font état de plus de 25 millions de personnes touchées en Amérique du nord d'une maladie hépatique. Ainsi, le geste percutané est utilisé pour les biopsies, les thérapies par injection ou encore plus particulièrement les radiofréquences.

Nous nous intéressons à cette dernière procédure, la radiofréquence, qui consiste à insérer une électrode dans la lésion et à faire circuler un courant afin de brûler localement la tumeur maligne. Ce type d'intervention, également réalisé en chirurgie ouverte ou sous échographie, donne de très bons résultats cliniques [BAN⁺03, NP05].

L'insertion percutanée est connue pour être moins douloureuse qu'une chirurgie ouverte [SIT⁺01]. Le temps de récupération est plus court et le taux de réussite équivalent. Ce geste est considéré comme curatif quand la lésion est de taille suffisante (environ 3 cm) et palliatif dans le cas où le patient possède de multiples tumeurs (dans ce cas, elle est associée à un autre traitement). Aujourd'hui, les cibles visibles au scanner ont une taille de l'ordre de quelques millimètres et les radiologues atteignent des cibles de l'ordre du centimètre grâce au guidage par TDM.

2.4.3 Description du geste

Le patient est d'abord installé sur la table du scanner dans la position permettant d'effectuer la meilleure trajectoire identifiée au préalable lors d'un examen complet de l'abdomen. Les trajectoires choisies, sont restreintes à des angles de ± 70 degrés selon le plan de coupe et ± 30 degrés selon le plan du scanner par rapport à la normale à la peau (voir figure 2.13).

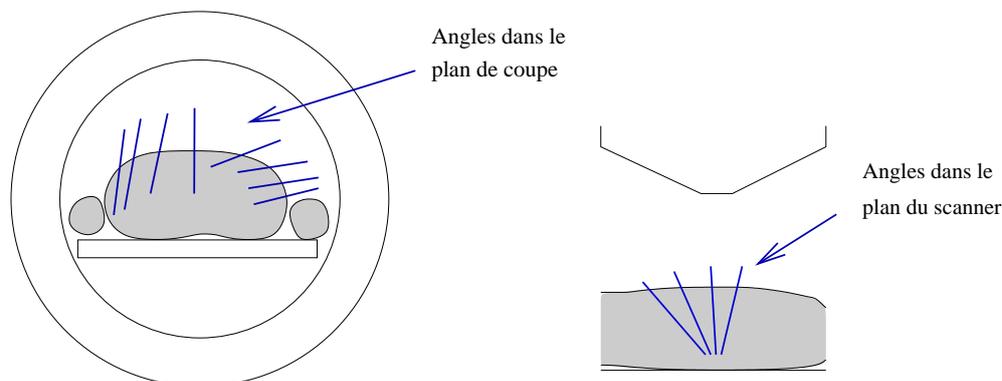


Fig. 2.13: Différents accès pour la radiofréquence percutanée en zone hépatique.

Le geste peut être décomposé en étapes principales comme décrites en figure 2.14. Le patient est endormi par un anesthésiste et placé sous respirateur artificiel. La mise en place du champ opératoire stérile est effectuée par le personnel médical et le radiologue. Celui-ci procède à plusieurs repérages à l'aide de marqueurs visuels (tels que des aiguilles, des pastilles collantes ou un dispositif optique), pour localiser le point d'entrée de la trajectoire. Une incision de la peau avec un scalpel précède l'insertion de l'aiguille.

Les étapes du processus d'insertion sont sensiblement identiques d'un individu à l'autre, et ont déjà été expliquées dans la section 2.3.1. Le patient étant placé sous respirateur artificiel, le praticien se sert de courtes apnées (20 à 30 secondes) afin d'éviter d'insérer l'aiguille pendant une phase de respiration. Lors de la reprise de la respiration, l'aiguille est simplement tenue en phase avec le mouvement interne, pour éviter qu'elle ne perce des organes ou qu'elle ne soit légèrement repoussée par la pression exercée sur l'extrémité.

Lorsque l'aiguille est totalement insérée, une solution saline est injectée en continu à travers celle-ci, afin d'augmenter la conductivité électrique et thermique de son extrémité. Puis l'aiguille est alimentée en courant afin de jouer le rôle de seconde électrode. Le mesure de l'impédance du circuit permet de connaître à tout instant l'énergie dissipée et l'importance de la nécrose.

Actuellement, la procédure complète d'insertion est effectuée en environ une demi-heure et une précision de 10 mm est considérée comme bonne quand les tumeurs sont à une profondeur

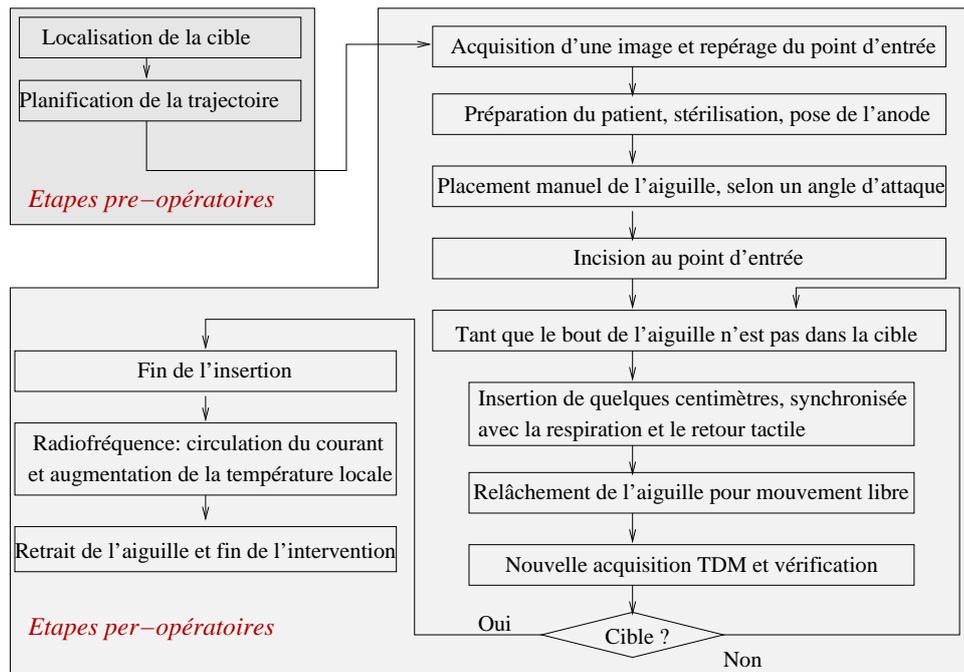


Fig. 2.14: Étapes d'une procédure de radiofréquence percutanée en zone hépatique.

d'environ 100 – 150 mm. Le temps total d'une intervention est variable d'une heure à deux heures selon le nombre et la taille des nodules.

La phase d'insertion est la plus décisive dans la réussite de l'intervention. C'est celle où le radiologue doit combiner les informations visuelles de la TDM avec ses sensations tactiles. Les transitions entre chaque tissu (muscle, organe, aponévrose) sont ressenties comme de très faibles variations d'effort durant l'insertion. Cette source d'information joue un rôle très important entre les vérifications visuelles. Ainsi, sans utiliser de mode fluoroscopique, le praticien arrive à se guider entre deux clichés TDM. Il peut de temps à autre combiner l'utilisation d'un amplificateur de brillance afin de suivre l'avancée du bout de l'aiguille.

En raison de la précision souhaitée, de la durée d'une intervention, ainsi que de leur propre protection, les radiologues cherchent toujours des outils d'assistance mieux adaptés et plus sûrs. La robotique est une solution encore peu étudiée, mais elle pourrait améliorer le schéma opérationnel précédent, notamment dans la partie initiale.

Afin de bien identifier les besoins en termes de mouvement et d'effort, nous proposons une courte étude sur des insertions percutanées ou par voie directe sur l'animal, en condition *in-vivo*.

2.4.4 Etudes des efforts d'insertion in-vivo

Les spécialistes médicaux ont beaucoup de difficultés à caractériser les forces et les moments qu'ils appliquent naturellement pendant une insertion d'aiguille. L'interaction entre les tissus et une aiguille reste difficile à modéliser et à simuler. Des études récentes ont permis de montrer l'intérêt de mesurer ces efforts afin de comprendre ce que ressent un radiologue, en plus de la perception visuelle [GMO02, GMO04]. Ceci est également d'un grand intérêt d'un point de vue technique, pour le dimensionnement d'une structure de positionnement et d'orientation d'une aiguille.

Travaux existants

La modélisation et la mesure de ces efforts ont déjà été étudiées par Simone et Okamura [SO02, Sim02, OSO04] et Di Maio [DiM03]. Ils sont parmi les premiers chercheurs à avoir analysé la trajectoire et les efforts mis en jeu durant l'insertion d'une aiguille dans des organes mous comme le foie. L'insertion dans des mannequins en tissus synthétiques dans le cas de Di Maio [DS02, DS03a] a servi à déduire des propriétés de flexion et de torsion de l'aiguille dans un but de simulation [DS03b]. Il a par ailleurs établi des méthodes de commande pour faire suivre une trajectoire non rectiligne à une aiguille tout en choisissant un angle d'attaque et des efforts d'insertion transversaux. Dans d'autres travaux récents [HDT05], Heverly a montré l'intérêt d'imprimer une grande vitesse à l'instrument afin de diminuer les phénomènes de déformations des tissus lors d'une insertion. Ces résultats soulèvent l'intérêt d'une robotisation de l'insertion qui permettrait de pouvoir contrôler cette vitesse, donc la déformation.

Il est à noter également que le biseau de l'aiguille est particulièrement important dans le suivi de trajectoire. Il permet, par phénomène de cisaillement, de suivre des courbes avec des rayons de courbures différentes selon le type de tissu biologique traversé et la rigidité de l'aiguille.

L'étude sur des animaux proposée par Simone a, quant à elle, montré les problèmes liés au frottement et au perçage des enveloppes biologiques des organes par les aiguilles. En effet, des sauts importants peuvent avoir lieu lors du passage de l'instrument à travers ces membranes. Ses essais ont été réalisés en conditions *in-vitro*, sur des tissus d'animaux morts. Or, ces conditions expérimentales n'offrent pas des mesures identiques aux tissus vivants, notamment en raison de l'absence d'irrigation sanguine. Ainsi leurs propriétés biomécaniques (frottements secs, visqueux, élasticité) sont différentes de leur comportement *in-vivo*, spécifiquement pour le foie qui est particulièrement irrigué. Les modèles proposés par Simone, et également ceux de Maurel [Mau99] ou Fung [Fun93], restent utiles pour la simulation haptique, domaine que nous ne développerons pas ici.

En revanche, nous nous sommes intéressés, dans le cadre de la robotisation du geste percutané, aux efforts impliqués dans l'insertion manuelle et au comportement des tissus *in-vivo*. A notre connaissance très peu de travaux proposent ce type de mesure. Dans la littérature, Brouwer [BUB⁺01] a donné une caractérisation des tissus en traction, étirement et suture, ceci pour la simulation haptique en chirurgie laparoscopique. Il a ainsi pu établir une différence entre les comportements *in-vivo* et *ex-vivo*, en condition invasive. Brown [BRK⁺03] et Ottensmeyer [OJ01] ont également étudié les comportements en contrainte-déformation, et la relaxation des tissus comme le foie, toujours en condition invasive.

Objectifs d'une expérimentation

Dans un but de description du geste pendant l'enfoncement, nous proposons de réaliser des expériences de mesure *in-vivo* d'insertion d'aiguille. Ainsi, nous espérons :

1. évaluer les amplitudes des forces utilisées, ainsi que leurs évolutions temporelles ;
2. analyser les degrés de liberté nécessaires.

Ces résultats sont intéressants pour plusieurs raisons. D'abord, ils permettent d'estimer certains points du cahier des charges (forces exercées par l'organe terminal, mobilités requises). Ensuite, ils permettent de comprendre les sensations perçues et les besoins en terme d'efforts et de précision.

Protocole expérimental

Une campagne d'expériences a été pratiquée en milieu hospitalier¹³ sur des porcs anesthésiés, placés sous respirateur artificiel. Lors des insertions, la respiration peut être arrêtée pendant

¹³ Bloc opératoire de l'Ircad.

quelques secondes, afin de simuler l'apnée, et de limiter les effets de la respiration sur les données. Deux expérimentations sont proposées :

- dans un premier temps, un radiologue introduit manuellement une aiguille en tenant un dispositif de mesure attaché à l'extrémité de saisie. La tâche à effectuer par le radiologue est d'insérer l'aiguille dans un organe choisi, à vitesse constante, à profondeur constante et avec le moins de tremblements possibles. La profondeur, difficile à estimer, varie de 30 à 50 mm.
- dans un second temps, l'insertion est effectuée par un robot, avec l'assistance d'un chirurgien. Les insertions consistent en une descente de 20 mm dans le tissu à une vitesse constante de 15 mm/s, puis une pause de 8 s afin d'observer le relâchement du tissu et enfin le retrait de l'aiguille jusqu'à sa position initiale à une vitesse identique à celle de l'enfoncement.

Ces deux expériences sont conduites dans le cas où la peau est simplement incisée (voir figure 2.15), ou dans le cas où l'accès à l'organe est dit « direct »(voir figure 2.16).



Fig. 2.15: Insertion manuelle.

Le bras robotique utilisé est un système six axes avec poignet, construit par la société SINTERS S.A.. Par rapport à l'expérience manuelle, l'insertion robotisée permet de contrôler précisément les paramètres de profondeur et de vitesse d'insertion, ce qui facilite une modélisation des tissus. L'inconvénient majeur dans les deux protocoles est l'absence de mesure exacte de la profondeur d'enfoncement. Bien que Simone [SO02] fasse état d'une relation entre profondeur et efforts maximaux, nous supposons que l'enfoncement est identique dans les deux cas.

Instrumentation

Une aiguille de biopsie de 18 Gauges (1,27 mm de diamètre) et de 15,24 cm de long a été instrumentée avec un capteur d'efforts Nano 17 à six composantes de la société ATI Automation. Ce capteur possède une résolution de 0,0125 N en effort et de 0,0625 mN·m en moment selon les trois axes principaux. L'ensemble peut être monté soit sur l'outil terminal du robot, soit tenu à la main par le radiologue. Un logiciel de supervision et d'acquisition en temps-réel a été réalisé sous Linux RTAI pour contrôler à la fois le robot et stocker les données sur le disque à une fréquence de 100 Hz.

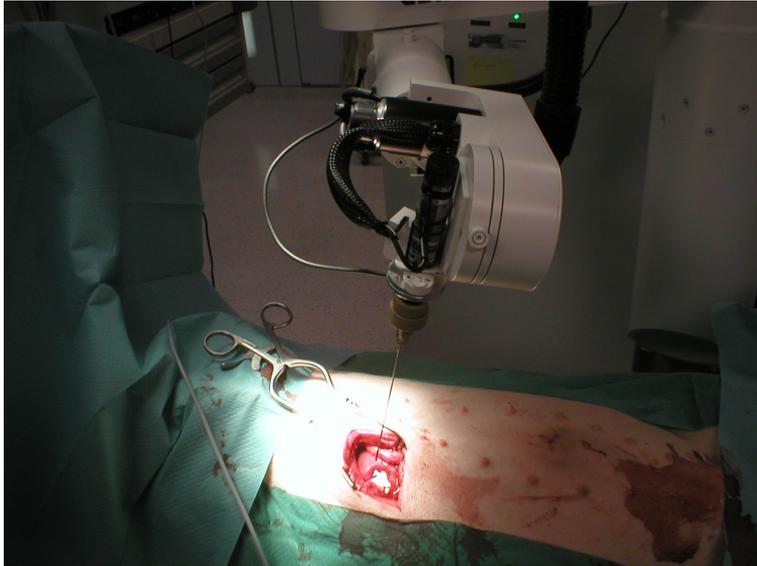


Fig. 2.16: Insertion robotisée à accès direct.

2.4.5 Résultats

Evolutions des forces et des moments

Sur la figure 2.17, nous pouvons observer l'évolution temporelle des forces lors d'une insertion manuelle dans le foie avec une profondeur d'enfoncement évaluée à 20 mm. L'animal n'est pas sous apnée et l'on peut distinguer aisément les changements dus à la respiration. La figure 2.18 propose la même expérience sous apnée. Nous avons reproduit le même geste avec le manipulateur, sous apnée, en figure 2.19.

Les données suggèrent que seul l'axe d'insertion principal F_z est significatif. Les autres directions semblent être dues à une insertion desaxée et elles demeurent quasi-négligeables en raison de leur faibles amplitudes : valeurs moyennes de $2 \cdot 10^{-1}$ N en force et $6 \cdot 10^{-3}$ N·m en couple.

Evolution de la force longitudinale sans découpe de la peau (selon l'axe de l'aiguille)

Pour mieux se rendre compte du comportement perturbateur de la peau, la figure 2.20 propose une comparaison de l'évolution de la force axiale entre une insertion manuelle et robotisée, lors d'une insertion de 20 mm. La correspondance entre la courbe manuelle et la courbe représentative du robot a été faite après analyse de plusieurs séries, en sélectionnant les périodes les plus facilement superposables (les phases d'insertion manuelle n'étant pas faciles à indiquer après acquisition, malgré les indications orales du radiologue).

Dans cette figure, il est possible d'identifier trois phases distinctes [MBB⁺04] :

- la phase d'insertion, où les mesures reflètent les passages fibreux ;
- un temps de relaxation pendant lequel l'aiguille est maintenue à profondeur constante ;
- une phase d'extraction caractérisée par le changement de signe des mesures.

Durant la phase d'insertion, il est difficile de distinguer le pic représentant la rupture de la capsule hépatique, donc de savoir si l'aiguille est déjà dans le foie. Cette indication est pourtant d'une importance cruciale pour le radiologue.

Evolution de la force longitudinale après découpe de la peau (selon l'axe de l'aiguille)

Pour évaluer l'instant de pénétration dans le foie, nous nous plaçons dans le cas très particulier d'un accès direct à la capsule hépatique (cas de la chirurgie ouverte). En geste robotisé,

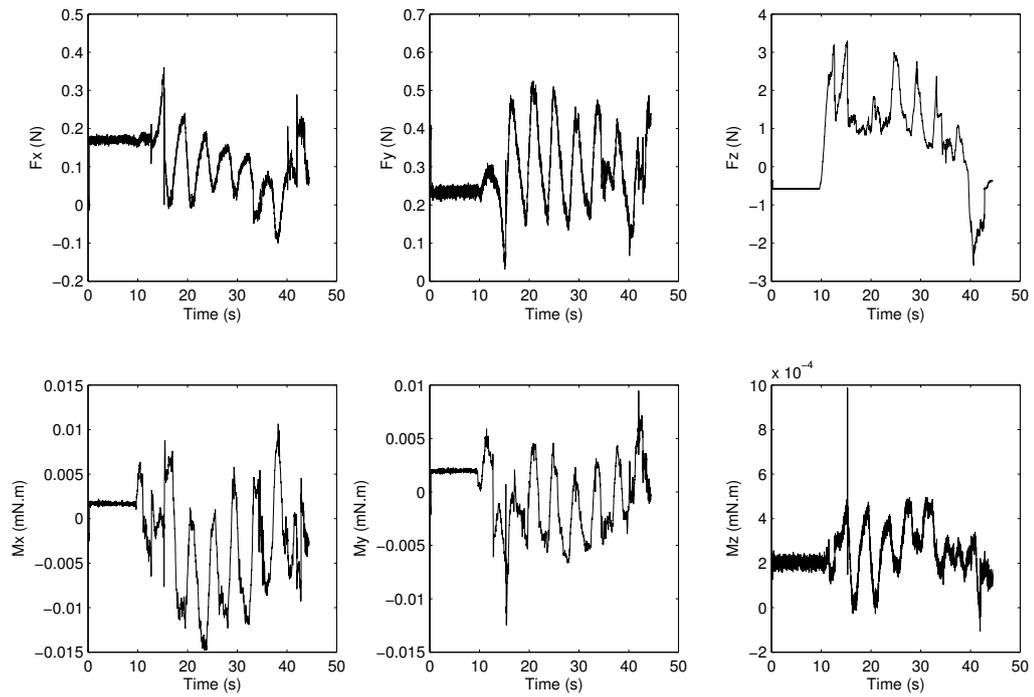


Fig. 2.17: Relevés d'insertions manuelles lors d'accès percutané au foie, animal respirant.

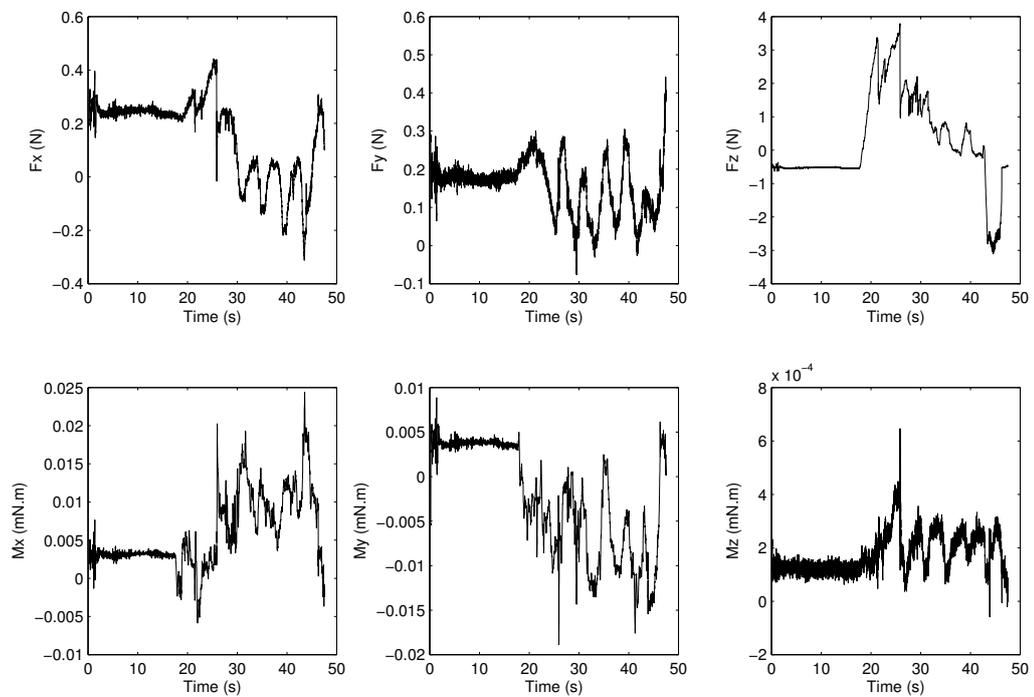


Fig. 2.18: Relevés d'insertions manuelles lors d'un accès percutané au foie, animal en apnée.

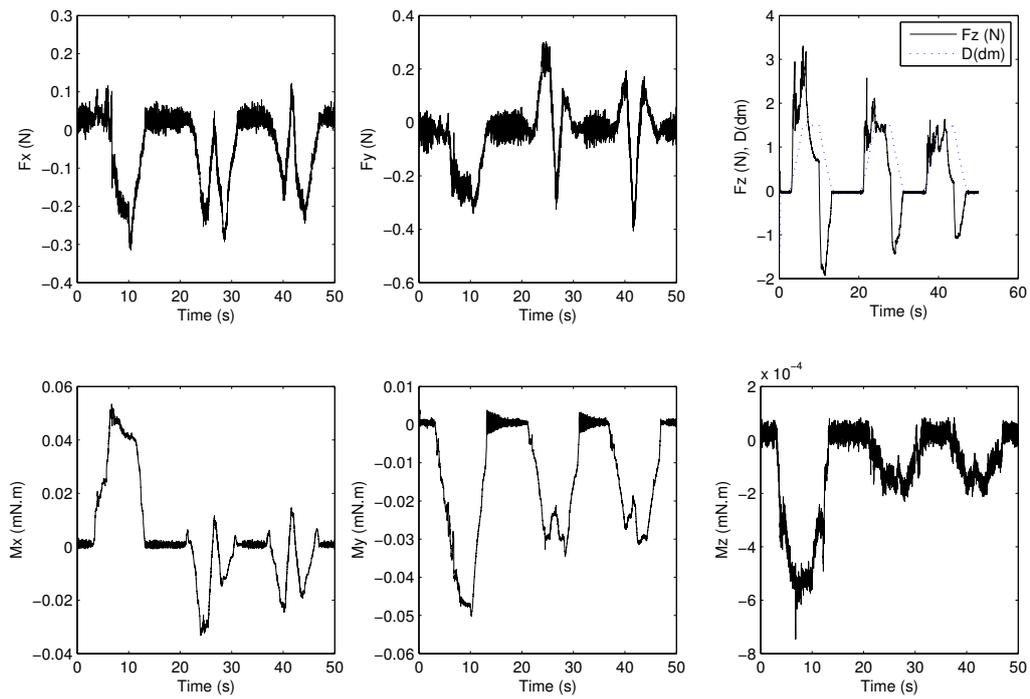


Fig. 2.19: Relevés d'insertions avec un robot d'accès percutané au foie, animal en apnée. La profondeur d'insertion est en pointillés.

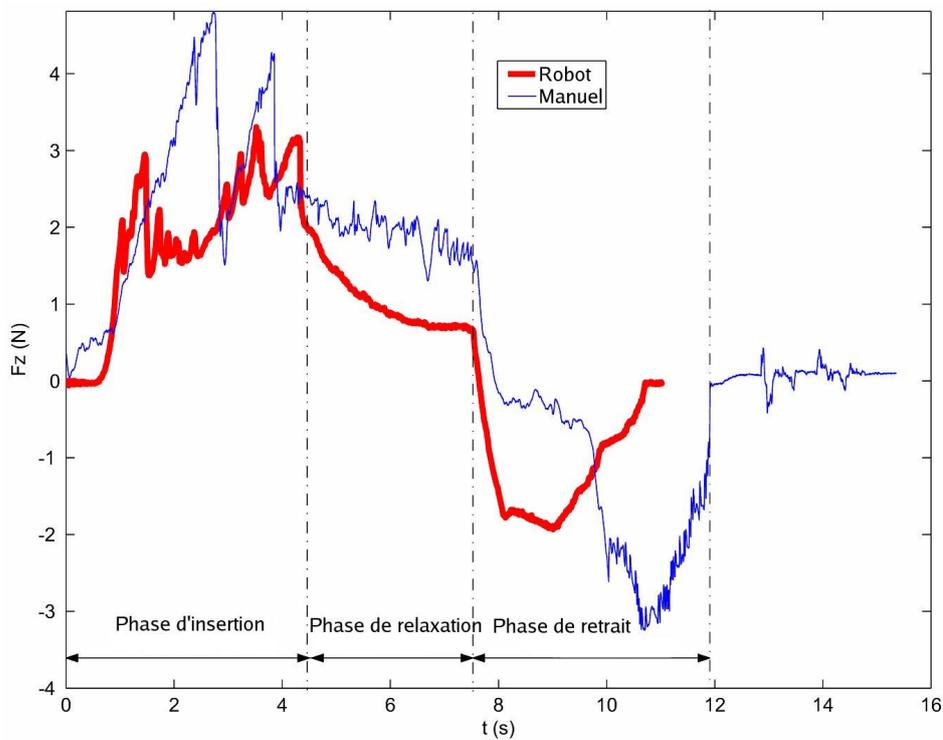


Fig. 2.20: Comparaison d'une insertion réalisée par un radiologue et un robot dans le foie avec accès percutané.

nous imposons la profondeur d'insertion et la vitesse de descente, le même mouvement est ainsi reproductible.

La figure 2.21 montre une nouvelle fois les trois phases explicitées précédemment. La phase de descente de l'instrument est intéressante du point de vue de la simulation haptique. Elle correspond à la sensation que le radiologue est sensé percevoir quand il arrive dans le foie : une force qui croît de façon exponentielle jusqu'à une chute lors du perçage de la capsule. Puis, en raison du biseau de l'aiguille et des frottements, une force d'insertion proportionnelle à la profondeur (force de type raideur) est appliquée sur l'aiguille. La phase de relaxation qui suit correspond à l'effort de répulsion exercé sur le bout de l'aiguille par l'organe. En maintenant l'aiguille immobile, un phénomène lent de cisaillement de la chair apparait, qui réduit la force élastique proportionnelle à la profondeur. Cet effort est dépendant du type de biseau utilisé, plus celui-ci est fin et tranchant, plus vite cette phase se stabilise à une valeur constante et faible.

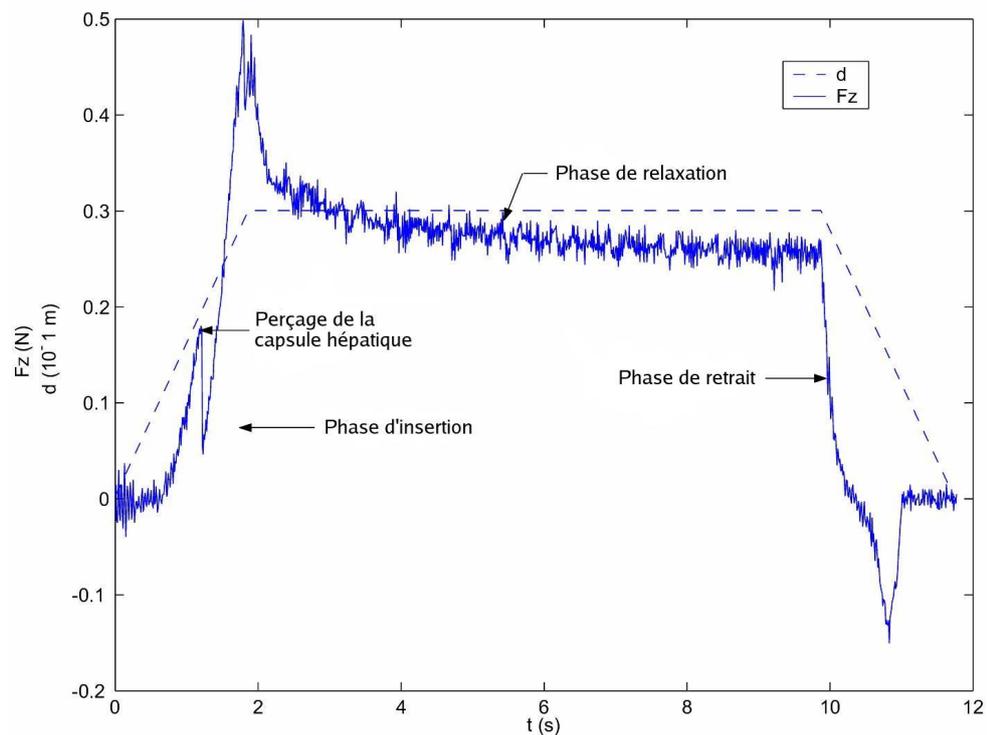


Fig. 2.21: Insertion avec accès direct au foie.

La dernière phase, durant le retrait de l'instrument, permet d'analyser les phénomènes de frictions et d'interaction entre la surface de l'instrument et les tissus. Une autre courbe de type exponentielle décroissante est facilement identifiable.

Notons que nos résultats sont proches de ceux présentés par Okamura [OSO04]. Dans ses travaux sur la modélisation des efforts lors d'insertion dans le foie, Okamura relève des courbes expérimentales d'apparence similaire à nos résultats. A titre de comparaison, le lecteur peut consulter [MBB⁺04] où certains modèles sont validés avec nos mesures expérimentales.

Dimensionnement en efforts

Les efforts sont relevés suivant que l'accès aux organes se fait à travers la peau et les muscles, ou bien par voie directe, avec pré-incision à l'aide d'un scalpel. Cet accès direct, permet de comprendre également les évolutions discontinues des efforts, occasionnées par le passage de différentes structures de l'organisme .

Le tableau 2.4 regroupe des statistiques sur les valeurs maximales atteintes durant plusieurs essais successifs d'insertions manuelles. Les données concernant les expériences robotiques sont présentées dans le tableau 2.5.

Organe et méthode (# nombre d'essais)	force maximale (N)	écart-type (N)
Foie, avec la peau (#10)	3,73	0,59
Foie, retrait avec la peau (#10)	2,33	0,32
Foie, accès direct (#6)	0,7	0,29
Foie, perçage de la capsule, accès direct (#6)	0,23	0,04
Foie, retrait à accès direct (#6)	0,3	0,28

Tab. 2.4: Statistiques sur les insertions manuelles.

Organe et méthode (# nombre d'essais)	force maximale (N)	écart-type (N)
Foie, avec la peau (#6)	1,89	0,36
Foie, retrait avec la peau (#6)	0,69	0,28
Foie, accès direct (#6)	0,59	0,17
Foie perçage de la capsule, accès direct (#6)	0,35	0,12
Foie, retrait à accès direct (#6)	0,17	0,06

Tab. 2.5: Statistiques sur les insertions robotisées.

La comparaison entre les insertions avec et sans la peau soulève le problème du retour d'effort sur les insertions par accès cutané. Il est en effet très difficile, voire illusoire, de donner avec certitude l'instant de l'entrée dans le foie à l'aide de la valeur de l'effort mesurée. Nous pouvons toutefois remarquer que les pics apparaissant sont provoqués à la fois par la traversée de la capsule hépatique et des tissus fibreux comme les muscles abdominaux.

Les différences relevées entre les insertions manuelles et robotiques sont principalement dues aux paramètres incontrôlés de vitesse et de profondeur dans le cas manuel.

D'après ces résultats, on retiendra pour la suite que les efforts sont dans une plage de $[-4; 4]$ N suivant l'axe d'insertion et que la mobilité se résume à l'insertion suivant ledit axe. Nous devons signaler au lecteur que des essais sur les muscles et les parois costales ont amené à des valeurs bien supérieures : jusqu'à 8 N sur les muscles et pratiquement 16 N en voie costale. Ces valeurs sont principalement dues aux nombreuses couches de tissus présentes près des côtes, et au glissement de l'aiguille le long des os.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a introduit le domaine des interventions percutanées et leurs applications. L'imagerie médicale a été présentée comme l'outil fondamental dont les radiologues font régulièrement usage pour le diagnostic ou le soin. Ainsi, nous décrivons les divers dispositifs d'imagerie qui permettent d'insérer des aiguilles par voie percutanée afin d'accéder à des cibles tumorales avec des précisions proches du centimètre. Bien que nocive par son irradiation, la tomodensitométrie (TDM ou scanographie) est bien souvent le choix préféré pour les procédures percutanées car : elle n'a pas de zone aveugle, elle possède une excellente résolution et elle permet une bonne différenciation des tissus. Après avoir présenté les principes de ces imageurs, nous avons également exposé le problème majeur des interventions percutanées manuelles : le manque de vision en temps-réel sans une forte surexposition et un guidage qui reste nocif en raison des nombreuses vérifications nécessaires au suivi de l'insertion.

Afin de pallier les inconvénients de ces gestes manuels, nous avons proposé de robotiser le guidage et le positionnement d'une aiguille par imageur scanner dans une région particulière de l'abdomen : la zone hépatique. Nous avons insisté sur le fait que cette zone est intéressante car elle est directement impliquée dans de nombreuses pathologies et elle est fortement sujette au mouvement de respiration, ce qui constitue une application abdominale typiquement difficile à robotiser. A titre d'illustration, nous avons choisi de présenter la radiofréquence, technique de nécrose par circulation d'un courant, qui est une opération classique en TDM interventionnelle par voie abdominale. L'étude de ce cas spécifique a permis de dégager la procédure complète à réaliser : choix d'une trajectoire, positionnement initial au point d'entrée, insertion, vérification par acquisition d'une image. Des mesures d'insertion robotisée et manuelle ont donné l'allure des efforts impliqués, afin de comprendre quel est le geste réalisé par le praticien, et quels sont les contraintes à imposer au système robotique.

Chapitre 3

Cahier des charges, état de l'art et solution cinématique

Suite à l'analyse du geste percutané, nous proposons un cahier des charges précis correspondant aux procédures percutanées par TDM interventionnelle. Un principe de sécurité fondamental est la séparation du mouvement de positionnement avec le mouvement d'insertion de l'instrument. Le découplage permet de définir le cahier des charges d'un système de positionnement, indépendamment du dispositif d'insertion dont il est équipé. Puis, ce cahier des charges donne les éléments nécessaires à la conception d'un prototype, à la fois en terme de fonctionnalité et de choix technologique. Parmi les assistants robotiques médicaux existants, seuls quelques récents projets ont été spécialement conçus afin d'aider le geste percutané par retour tomographique. Après un tour d'horizon de ces différents systèmes, la solution robotique que nous proposons est décrite de manière générale, puis cinématique, ce qui constitue la contribution principale de ce chapitre.

3.1 Cahier des charges du système d'aide au geste percutané en zone abdominale

Bien que les systèmes de navigation optiques ou magnétiques soient très précis, ils restent peu adaptés aux problèmes de respiration ou de mouvement interne des organes. Le recalage non rigide entre la peau du patient, la position de l'instrument et le mouvement des organes est encore un sujet de recherche (voir les travaux récents en réalité augmentée de [NGP⁺05]). Dans de nombreux cas, le suivi visuel par TDM ou par amplificateur de brillance est utilisé pour améliorer la précision et surtout suivre l'évolution de l'insertion.

Le professeur Gangi de l'Hôpital Civil de Strasbourg nous ayant exposé le problème d'irradiation répétée lors des gestes manuels, une solution robotisée de tenue d'aiguille est apparue comme intéressante à mettre en oeuvre.

Dans le cas où le praticien souhaite choisir un point d'entrée initial et une cible dans une image TDM, il serait souhaitable de lui fournir une assistance automatique au placement et à l'orientation de l'instrument. De ce fait, le système indiquerait automatiquement où effectuer l'incision initiale, avec une précision équivalente ou meilleure qu'elle n'est actuellement.

Dans un premier temps, nous avons travaillé uniquement sur une assistance au guidage. Le geste d'enfoncement de l'aiguille se faisant de manière manuelle. L'expression la plus simple de notre cahier des charges est donc la suivante :

Un manipulateur qui se substitue à la main du radiologue pour le placement et l'orientation de l'aiguille en zone abdominale, qui permet de suivre une consigne précise dans des images TDM, tout en restant passif du point de vue de l'insertion.

Par la suite, nous justifions le principe de séparation de la tâche d'insertion, puis, les contraintes et les objectifs étant particulièrement nombreux, nous décomposerons le cahier des charges en une partie fonctionnelle et une partie technique (liée aux contraintes sur le manipulateur). Par ailleurs, nous avons également travaillé sur un dispositif d'enfoncement d'aiguille actif avec retour d'effort qui ne sera pas présenté dans cette thèse.

3.1.1 Principe de séparation de la tâche à effectuer

Cette proposition concerne la sécurité générale de la procédure robotisée. La tâche d'insertion décrite dans le chapitre précédent peut être résumée ainsi :

1. le positionnement et l'orientation de l'axe d'insertion de l'aiguille, selon une trajectoire définie dans les images pré-opératoires (voir figure 3.1.a) ;
2. l'insertion proprement dite, où le radiologue enfonce de manière quasi-rectiligne l'aiguille en procédant à quelques rotations propres pour orienter le biseau ou décoller la chair de la surface (voir figure 3.1.b).

De manière évidente, ces deux sous-tâches complémentaires sont réalisables par deux dispositifs différents (principe utilisé par exemple dans le système RCM-PAKY, présenté en état de l'art par la suite). Nous choisissons également de concrétiser ce principe de découplage en considérant :

- d'une part un bras manipulateur dédié à la tâche 1 de positionnement. Ce manipulateur actif a nécessairement au moins cinq degrés de liberté ;
- d'autre part un dispositif passif, appelé par la suite le guide d'insertion, qui aura comme objectif l'assistance à la tâche 2. Ce dispositif a nécessairement deux degrés de liberté.

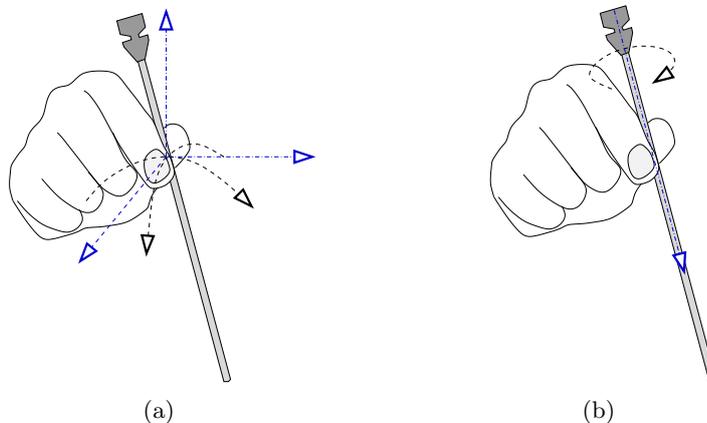


Fig. 3.1: (a) Tâche 1 : le manipulateur dédié à la tâche de positionnement agit sur les cinq degrés de liberté utilisés pour positionner et orienter un instrument. (b) Tâche 2 : deux degrés sont nécessaires au dispositif d'insertion.

Ce découplage signifie par ailleurs que le positionnement et l'insertion sont des tâches mutuellement exclusives qui ne peuvent être commandées en même temps. Ainsi, le guide d'insertion peut être verrouillé mécaniquement, ou mis hors tension le cas échéant, quand l'instrument est déplacé dans l'espace libre en dehors du patient. Réciproquement, quand le radiologue choisit le mode insertion, le bras manipulateur est désactivé et le radiologue ne peut qu'insérer ou retirer l'instrument. Ce principe donne plus de confiance au radiologue qui maîtrise mieux le déroulement de l'intervention. Une fois définis le point d'entrée et la cible, l'occurrence d'un mouvement intempestif du manipulateur n'est plus possible si celui-ci est hors tension.

3.1.2 Le cahier des charges fonctionnel du système complet

Exposition minimale aux rayons X Le contrôle visuel est réalisé par scopie télévisée ou scanner TDM pendant le placement initial de l'instrument et dans les phases de maintien en position. Durant ces périodes, le bras du radiologue ne doit pas être exposé inutilement.

Asepsie et sécurité pour le patient Toutes les pièces accessibles par le radiologue doivent être en condition stérile. Le système doit pouvoir être rapidement extrait ou débrayable à tout moment de l'intervention, afin de laisser le personnel intervenir s'il y a un problème et de corriger toute erreur éventuelle. Le système ne doit en aucun cas gêner l'intervention manuelle, le patient ou l'imageur.

Compensation des mouvements physiologiques Un des problèmes majeurs auquel font face les chercheurs en robotique est la compensation de mouvement du patient, notamment la respiration. Le système devra autoriser les mouvements du patient, même rapides, de nature connue ou inconnue (douleurs, réflexes, toussotements).

Précision et mobilité Le système mécanique doit assurer une précision au moins égale à celle d'un bon praticien. En certains cas, elle doit en être supérieure afin de justifier l'utilisation d'un bras robotisé. Pour imiter la dextérité du radiologue, six degrés de liberté sont théoriquement nécessaires (position, orientation et rotation propre).

Choix du point d'entrée L'aide principale qu'attend le radiologue, est que le bras puisse automatiquement se positionner suivant un point d'entrée, avec un angle d'incidence choisi, depuis des coupes TDM. Ainsi, sans avoir à tenir l'aiguille, il peut apprécier la trajectoire sélectionnée, en réalisant des coupes supplémentaires pour ajuster son choix.

Interface homme-machine Elle doit permettre de contrôler aisément le système robotique, tout en offrant une visualisation 3D de la position de l'outil. Les images TDM doivent y être accessibles pour pouvoir effectuer la tâche de positionnement automatique.

3.1.3 Le cahier des charges technique du manipulateur

Les contraintes géométriques et médicales sont les premiers éléments à prendre en compte dans la synthèse du manipulateur. Il est primordial que le bras mobile ne gêne pas l'espace de travail et permette tous les gestes du chirurgien en respectant la sécurité du patient. A ce sujet, [Rov00] propose une liste complète des directives européennes et ISO¹ qui concernent l'architecture matérielle. [Var99] établit de même les lignes de conduites à respecter pour réaliser un système informatique compatible avec les exigences de l'IEC². Pour la conception de notre prototype, nous essayerons de suivre les directives dans la limite des consignes, mais pour des raisons évidentes de complexité, nous ne pourrons pas répondre à toutes les exigences drastiques de développement qui requièrent la mobilisation d'un trop grand nombre de personnes³. A ces exigences s'ajoute également la compatibilité aux imageurs à rayons X [FDP⁺02, MPB⁺04b].

¹ International Standard Organization.

² International Electrotechnical Commission.

³ Ainsi [Var99] rappelle qu'un système mécatronique médical comme le PathFinder de Armstrong Ltd. doit obligatoirement faire l'objet d'une spécialisation de chaque discipline : électronique, mécanique, informatique. Chaque spécialité est confiée à au moins plusieurs personnes indépendantes et très « compétentes », en suivant une matrice de traçabilité de chaque modification accompagnée de la notice l'expliquant.

Stérilisation et ouverture de la structure

La stérilisation directe impose la résistance aux conditions de fonctionnement d'un autoclave (température et pression élevées), la stérilisation indirecte peut être assurée par un emballage stérile. Ainsi trois options sont possibles : soit actionneurs et matériaux sont stérilisables à l'autoclave ; soit le bras et l'outil de saisie sont recouverts d'un emballage qui ne gêne pas la saisie de l'instrument ; soit enfin une combinaison de ces deux solutions.

La structure doit permettre un accès manuel et une visibilité directe à l'instrument. Pour dégager rapidement le dispositif ou l'instrument, le système doit être de conception légère et compacte.

Sécurité, rigidité et précision.

Au niveau des actionneurs, il est impératif qu'un arrêt d'urgence ou une coupure d'alimentation empêche tout mouvement résiduel du bras [Rov00]. L'effondrement sur lui-même (par exemple dans le cas de moto-réducteurs réversibles sans freins), doit absolument être évité, ainsi que tout mouvement d'enfoncement ou de torsion de l'aiguille.

Pour la compensation des mouvements physiologiques, les solutions sont exprimables soit en terme de commande, soit en terme de mécanisme. Le choix de compensation par la commande, choix fait par exemple en chirurgie cardiaque [Gin03] (retour par vision) ou en greffe cutanée [Duc02] (retour en effort), nécessite l'utilisation de capteurs supplémentaires afin d'évaluer les déplacements. Ils supposent également d'avoir une boucle de contre-réaction suffisamment rapide et stable. Du point de vue structurel, certains systèmes proposent une compensation mécanique de ces mouvements afin d'être intrinsèquement sûrs. Ces manipulateurs sont directement plaqués à la surface du patient, compensant naturellement les déplacements. Ce choix est particulièrement adapté à la zone abdominale dont la région de travail est assez dégagée et relativement plate.

La rigidité se déduit des besoins en effort statique de maintien. D'après [SO02] et nos propres expérimentations manuelles d'enfoncement, nous avons pu évaluer une force maximale d'environ 4 N lors d'insertions manuelles dans le foie. Pour assurer une rigidité suffisante au système, et en prévision d'un effecteur robotisé d'insertion pour d'autres procédures percutanées, nous nous fixons une valeur de référence maximale de 20 N devant être supportée par le bras lors de la manipulation de l'instrument. Cette contrainte est à rapprocher de la précision du système. En effet, nous souhaitons également un positionnement absolu de l'aiguille proche du millimètre, ce qui impliquera le choix d'une structure suffisamment rigide. Cette précision dépendra également des capteurs mis sur le robot, et bien sûr des erreurs de réalisation du prototype qui influenceront sur le modèle géométrique inverse ou direct.

Mobilité du mécanisme.

En supposant que le bras manipulateur tienne le guide d'aiguille, ce premier ne doit avoir que la mobilité suffisante pour aligner l'axe de l'instrument sur une trajectoire. La descente et la rotation propre sont découplées et associées au guide pour les raisons de sécurité évoquées précédemment.

A l'aide d'un système de représentation en coordonnées sphériques, nous pouvons définir l'orientation de l'axe avec deux degrés de liberté. La position du point de saisie peut s'identifier à trois degrés de liberté (voir figure 3.2). Au final, le système de positionnement doit être capable de commander seulement cinq degrés de liberté sous la forme d'une chaîne cinématique équivalente à 3T2R.

D'après sa fonctionnalité, le guide d'insertion ne permet que deux degrés de liberté : l'insertion (selon l'axe de l'instrument) et la rotation (autour de l'axe de l'instrument).

Un ordre de grandeur des débattements possibles du bras manipulateur peut être obtenu après analyse des mouvements effectués en général par le radiologue. Le scanner a une possibilité

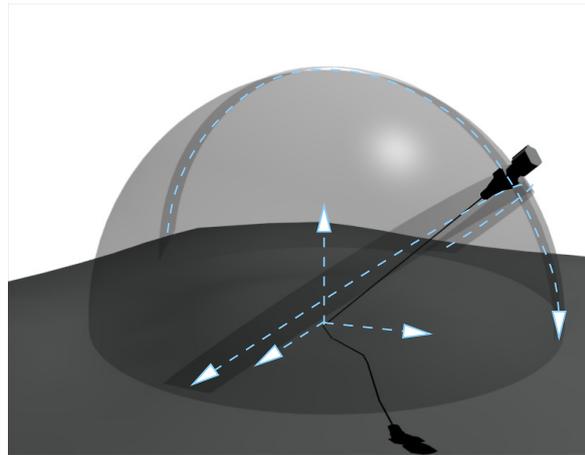


Fig. 3.2: Les cinq degrés de liberté du manipulateur peuvent être vus comme le placement du point d'entrée sur la peau (hauteur prise en compte) et l'orientation de l'aiguille.

de rotation de sa partie fixe (le statif) suivant l'axe horizontal de ± 30 degrés qui est parfois utile au chirurgien. Il est intéressant de prendre en compte cette capacité dans notre cahier des charges. Dans le cas de la radiofréquence, ces débattements se définissent par un angle de (± 70 degrés) par rapport à la normale à la peau dans le plan de coupe, et à ± 30 degrés suivant le plan du statif. Par exemple il est commun d'introduire l'aiguille selon un angle non vertical à la peau, entre les côtes (voir la figure 2.13 à la page 26).

Notons que l'orientation de ± 70 degrés dans le plan de coupe peut être réalisée en tournant la structure d'un demi-tour. Ainsi, nous pouvons limiter nos besoins à un quart de sphère : $[-10; 70]$ degrés dans le plan de coupe et ± 30 degrés dans le plan du statif.

Encombrement

Le problème majeur est la dimension de l'espace intérieur au scanner. En effet le tube intérieur a une section circulaire utile d'environ 700 mm de diamètre. Le système de saisie du guide d'instrument doit être placé à l'intérieur de l'anneau, au dessus du patient (voir figure 3.3). Un patient de forte corpulence peut déjà occuper une partie importante de la zone de travail et de sa stature peut dépendre le choix de la trajectoire (passage le long des côtes). Cet espace est, de plus, restreint par la table sur laquelle est allongé le patient qui surélève et diminue le volume libre.

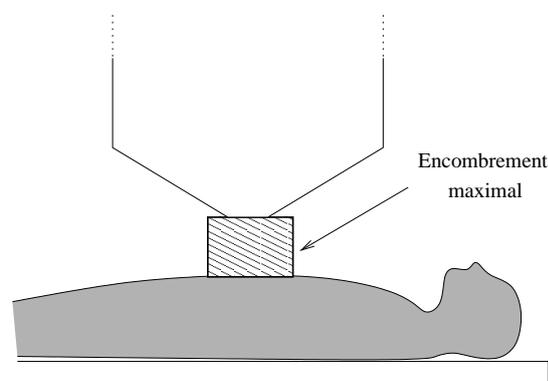


Fig. 3.3: (gauche) Encombrement : une zone cubique de 200 mm^3 est considérée comme le gabarit autorisé.

D'après les conseils du radiologue, et afin de ne pas gêner le patient durant l'opération, une zone cubique maximale de 200 mm^3 est le gabarit pouvant être utilisé sur le patient. Cette zone est centrée sur le point d'entrée de l'instrument sur la peau.

Contraintes liées au scanner.

Le reconstruction TDM est particulièrement sensible à la présence de matériaux métalliques ou de dispositifs électroniques dans le plan de coupe. En raison des nombreux électrons libres présents, les photons X sont fortement diffusés sur leur trajet, ce qui perturbe la reconstruction d'image.

Dans les scanners récents, le faisceau est collimaté sur une bande de 10 à 30 mm de part et d'autre du plan de coupe. Ceci constitue une zone où l'on doit éviter les pièces métalliques, avec toutefois une exception pour l'aiguille. Les matériaux utilisables sont, par exemple, les composés à bases fibres de carbone ou les polymères (polyamide, PEEK). Pour des raisons de sécurité, il est préférable d'éviter les matériaux fragiles du type céramique. Les réalisations en stéréolithographie ou en frittage de poudre chargé en fibres de verre conviennent parfaitement.

3.1.4 Le cahier des charges technique du dispositif d'insertion

Dans un premier temps, le dispositif d'insertion est considéré comme passif.

Sécurité et aseptie

Ce dispositif doit permettre un dégagement rapide, être stérilisable ou jetable, et surtout ne pas occasionner de mouvements inopinés de l'instrument.

Adaptation au manipulateur

La dimension sera nécessairement limitée par la taille du manipulateur et par l'espace libre dans le scanner. Le dispositif ne doit pas gêner le bras robotique ou son espace de travail.

Ergonomie

Cette contrainte est conditionnelle, car elle est évidemment tributaire de l'utilisation et de l'utilisateur. Néanmoins, nous considérons que l'instrument, ou la partie mécanique servant de liaison rigide avec celui-ci, doit pouvoir être saisi d'une manière équivalente à la pratique actuelle (saisi par l'extrémité ou directement par l'axe d'une aiguille).

3.2 Etat de l'art des robots d'assistance en radiologie interventionnelle

La tomographie interventionnelle est un domaine médical où la robotique n'a pas encore donné de résultats satisfaisants d'un point de vue clinique. Du fait des difficultés exposées dans le cahier des charges, peu de systèmes réunissent les qualités nécessaires à leur utilisation dans une salle d'intervention.

L'état de l'art qui suit concerne les systèmes robotiques dédiés à la radiologie interventionnelle, en neurologie ou en procédures percutanées. Lorsque c'est possible, nous détaillerons les caractéristiques de précision, de taille et d'agencement des structures cinématiques.

3.2.1 Les dispositifs de radiologie interventionnelle généraux

Il existe déjà de nombreux systèmes commerciaux ou de laboratoire permettant soit un guidage de l'instrument, soit l'ajout d'une réalité virtuelle augmentée. Citons par exemple les systèmes de guidage de la société ESAOTE, les travaux de Fichtinger *et al.* [FDM⁺04].

Des auteurs ont également cherché à développer des robots d'intervention compatibles aux imageurs IRM ouverts [MSD⁺95, CHJK00]. Ces dispositifs ont l'inconvénient d'être le plus souvent constitué de long bras, afin de déporter les actionneurs, ce qui leur confère un encombrement supérieur à la normal et un espace de travail souvent limité à une application spécifique [KSF⁺04].

3.2.2 Le cas de la neurochirurgie

La neurochirurgie fut une des premières applications médicales d'asservissement par retour visuel discret, en utilisant des repères stéréotaxiques attachés au crâne des patients. Quand elle est réalisée à la main, la technique consiste à introduire l'extrémité d'une sonde ou d'une aiguille par une petite incision faite dans la partie osseuse, sans avoir de retour visuel direct (chirurgie à vision indirecte). Les dommages causés au cerveau sont réduits quand la sonde est enfoncée en évitant les zones sensibles et selon une trajectoire rectiligne bien définie. Les précisions requises sont proches du millimètre, ce qui a amené les chercheurs à concevoir des appareils d'aide au geste très précis.

Souvent associées à de la planification pré-opératoire, les trajectoires à suivre sont optimisées afin d'avoir une incidence minimale sur le traumatisme du cerveau du patient. Il est intéressant de noter ici le lien avec les imageurs IRM et CT qui sont également nécessaires dans les interventions percutanées abdominales. Les progrès actuels de l'informatique permettent au chirurgien de naviguer dans un environnement visuel pendant l'intervention grâce à un recalage en temps-réel entre un modèle et les données réelles (obtenues par un imageur).

Comme premier exemple, citons le travail des chercheurs du Memorial Medical Center de Long Beach [KHJH88] qui réalisèrent en 1985 la première expérience intéressante d'un point de vue clinique. Ils utilisèrent un robot de type PUMA 200 dont les caractéristiques (0,05 mm de répétabilité, freins électromécaniques) coïncidaient avec les besoins de leur manipulation. La commande du système était basée sur l'information visuelle fournie par un scanner tomographique. Cette information était traduite en coordonnées opérationnelles puis envoyée au robot qui s'alignait sur la cible. La précision souhaitée (et réalisée semble-t-il) était inférieure au millimètre, après un étalonnage des paramètres du robot par filtrage de Kalman.

Un autre système expérimental est le Minerva [GFVB91, BFG95] de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Ce système fut conçu spécifiquement pour la neurochirurgie. L'architecture mécanique à cinq degré de liberté de type PPRRP permettait d'assurer un positionnement optimal d'instrument à l'aide d'images scanner et d'un casque stéréotaxique de type Brown-Robert-Wells [BRO80]. La précision donnée à l'époque était de quelques millimètres.

Plus proche de nous, le robot Neuromate issu des travaux préliminaires décrits dans [LTG⁺92] est conçu sur le même principe. Ce robot, présenté en figure 3.4, est à l'origine un bras industriel RRRRR modifié pour s'aligner sur une référence spatiale identifiée dans des images scanner à l'aide également d'un casque stéréotaxique. Ainsi, le chirurgien peut précisément choisir sa trajectoire d'insertion, le robot effectuant le positionnement du guide linéaire.

Enfin, le robot commercial PathFinder de Armstrong Healthcare peut être mentionné comme bras passif de positionnement (voir figure 3.5). A l'instar des systèmes de navigation, celui-ci est actif et peut se déplacer de façon autonome pour s'aligner sur une consigne opérationnelle. Le recalage entre les images acquises au cours de l'opération et des images pré-opératoires (imageurs TDM ou IRM) est réalisé à l'aide de cibles visuelles attachées au crâne du patient. La précision atteinte est de 2,7 mm sur un pointage en condition de laboratoire [MSP⁺03].

3.2.3 Le système RCM-PAKY, ou AcuBot

Le sigle PAKY vient de « Percutaneous Access of the Kidney », soit accès percutané du rein. Cet outil d'insertion d'aiguille, développé en 1996 par Stoianovici à l'université John Hopkins

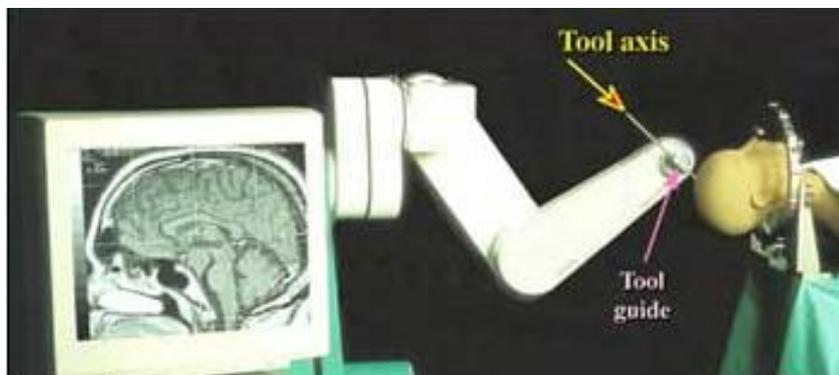


Fig. 3.4: Système Neuromate [LTG⁺92]. Photos (c) TIMC-IMAG

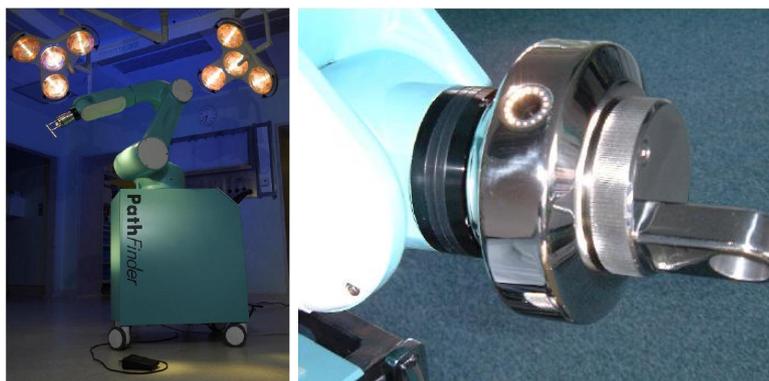


Fig. 3.5: (à gauche) Système commercial PathFinder [MSP⁺03]. (à droite) Effecteur du bras robotique, pourvu d'une caméra fournissant la position de cibles visuelles. Photos (c) Armstrong Healthcare

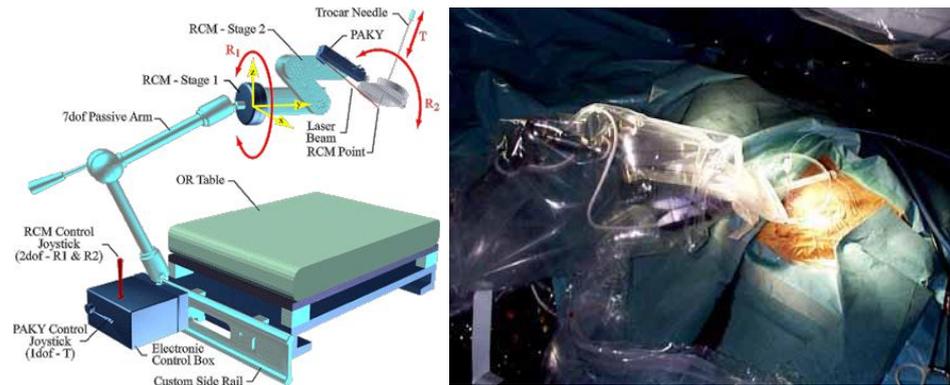


Fig. 3.6: Le PAKY, le système Remote-Center-of-Motion et son bras passif. Photos (c) Johns Hopkins University.

dans le département d'urologie, a déjà fait l'objet de nombreuses publications dans différents domaines : mécanique [SCRDD⁺97], vision [SAT99], informatique et médical [SWA⁺98].

Le PAKY est un système actif de descente d'aiguille par entraînement par frottement. L'aiguille est saisie entre deux roues en opposition qui permettent de générer une translation à travers un guide en plastique translucide aux rayons X. Le grand intérêt de ce dispositif est d'avoir un système distant de saisie, adaptable à d'autres systèmes et permettant de protéger le radiologue lors de l'insertion. De plus, les matériaux utilisés sont transparents aux rayons X et non magnétiques pour ne pas perturber les imageurs.

Du fait de son unique degré de liberté, cet appareil n'est jamais utilisé seul, il est couplé à d'autres dispositifs de saisie, citons le Remote Center of Motion (RCM) et le Grey-Arm de Taylor, tout deux construits par l'université de Johns Hopkins (voir figure 3.6). Le RCM est une structure active compacte ayant l'intérêt d'avoir un centre de rotation déporté. Il confère deux degrés de liberté supplémentaires au dispositif d'insertion. Le Grey-Arm est un bras passif à cinq degrés de liberté, il permet un positionnement grossier des systèmes précédents.

Dans son utilisation comme outil de saisie (guide d'aiguille robotisé), le PAKY est déplacé afin de s'aligner sur une trajectoire d'insertion. Plusieurs méthodes de guidage ont été proposées : par une interface graphique, par asservissement visuel avec images fluoroscopiques [NBL⁺00], ou enfin par asservissement 3D par reconstruction de pose à l'aide d'un marqueur stéréotaxique [SAT99, MFP⁺01].

Actuellement, une version télémanipulée est à l'étude [SCP⁺03]. Ce nouveau système, appelé AcuBot, est destiné à améliorer la précision du placement d'aiguille pour les gestes d'interventions sur le rachis. Le médecin utilise un joystick afin de déplacer l'instrument et il peut surveiller en temps-réel la position à l'aide d'un imageur à rayons X en évitant l'exposition aux rayons (fluoroscopie). Le système passif de positionnement grossier (Grey-Arm) est supplanté par un système cartésien actif fixé sur la table d'intervention.

L'inconvénient principal des dispositifs actuels est le manque de compensation de mouvements volontaires ou involontaires du patient, donc un problème de sécurité de l'assistant. L'application initiale étant l'urologie, ce problème spécifique n'a pas été envisagé à l'origine du projet. C'est pourquoi, les chercheurs de l'université de Johns Hopkins et de Georgetown s'intéressent au mouvement de respiration par prédiction et envisagent l'utilisation de marqueurs optiques posés sur la peau du patient pour asservir en temps-réel les mouvements [RTI⁺01]. Ces solutions paraissent encore insuffisantes, au vu de la bande passante nécessaire pour compenser certains mouvements physiologiques non prévisibles (toux, douleur).

3.2.4 L'UMI de l'université de Tokyo

Le principe de l'UMI (pour « Ultrasound-guided Motion-adaptive Instrument ») est décrit par Hong *et al.* dans [HDH⁺02] et [HDH⁺04]. Le principe général est de placer le dispositif sur l'abdomen du patient et de l'asservir en temps réel par l'image d'un échographe. Le prototype présenté est constitué d'un effecteur actif à deux degrés de liberté, qui est tenu par un bras manipulateur passif permettant de le positionner à un point d'entrée sur la peau (voir figure 3.7). L'avantage principal défendu par ses concepteurs est la conservation de l'alignement de l'aiguille avec le plan image de la sonde à ultrason, et l'asservissement de la position de l'aiguille sur la cible même en cas de mouvement extérieur. Dans [HDH⁺04], les auteurs précisent que les mouvements du patient, dus à la douleur par exemple, sont très difficiles à compenser au vu du temps de réaction proche de la milliseconde. Ainsi la solution la plus simple est de poser le système sur le patient. Dans leur prototype, l'aiguille est maintenue par des roues en silicone



Fig. 3.7: L'Ultrasound-guided Motion-adaptive Instrument [HDH⁺02].

afin d'améliorer l'entraînement par friction. Ces roues sont placées sur un rail et le débattement angulaire obtenu est compris entre $[-15; 15]$ degrés.

Ce robot reste néanmoins tenu par le médecin ou par un bras externe et la faible qualité de l'imageur ne lui permet pas d'avoir une précision suffisante pour réaliser des ponctions précises ou des injections. Le traitement d'image ne permet pas en effet de détecter la cible avec une précision meilleure que 1,5 mm.

Les auteurs donnent une précision moyenne de 2,29 mm et 1,17 degrés d'erreur sur un pointage d'une cible dans une cuve en conditions de laboratoire. Les essais concernent soit une cible en mouvement périodique, soit une cible à l'arrêt. Ces chiffres sont à analyser prudemment, car les auteurs spécifient bien que dans ces conditions, la consigne en trajectoire de l'aiguille a été corrigée manuellement lors de l'enfoncement. Dans le cas automatique, sans mouvements de la cible, les précisions sont de 7,49 mm pour 3,94 degrés en moyenne.

La précision expérimentale sur l'animal n'est pas donnée car l'insertion automatique n'a pas permis de détecter l'aiguille dans les images (problème de torsion et de déviation de la trajectoire rectiligne de l'aiguille qui quitte le plan de vision).

Ainsi les auteurs concluent sur la faisabilité d'une intervention robotisée, tout en spécifiant que l'insertion sera pratiquée à la main par le médecin.

3.2.5 Le RoboPoint

Ce robot est composé de deux bras séries passifs supportant un système de positionnement localisé par des marqueurs optiques, l'ensemble étant réalisé en matériau stérilisable PEEK (polymère résistant aux conditions de température et d'humidité d'un autoclave). Les aspects

sécurité et stérilité sont les principales fonctions retenues lors de la conception [SHL03]. La figure 3.8 montre le prototype dans l'environnement hospitalier.



Fig. 3.8: Le RoboPoint [SHL03].

Seule la plateforme de positionnement est actionnée par deux ou quatre moteurs à courant continu, autorisant un déplacement cartésien dans un plan X-Y de 60×60 mm. Deux plans différents étant utilisés, l'instrument est saisi par deux points à des hauteurs différentes qui permettent d'orienter et de placer l'instrument. L'actionnement se fait au travers d'un emballage de protection stérile placé sur les bras passifs, les axes de transmission traversant ledit emballage. Le recalage utilise des cibles fixées au patient (par exemple sur des os), afin de localiser précisément la plateforme et de pouvoir lui fournir des consignes de mouvement. L'enfoncement et la rotation propre de l'instrument sont laissés au médecin pour des raisons de sécurité.

La possibilité d'une mesure en continue des efforts latéraux est possible en considérant les commandes des moteurs et la position de l'étage de localisation. Ainsi les auteurs fournissent une estimation des efforts avec une tolérance de 20% dans la plage de fonctionnement (modèle du type ressort, en fonction de la position). Ces efforts latéraux, comme nous l'avons vu précédemment, ne sont pas réellement intéressants d'un point de vue clinique.

La précision en positionnement absolu du système mécanique cartésien est de $0,3 \pm 0,2$ mm, mais est au mieux à 1,5 mm quand elle est couplée au système optique de localisation.

3.2.6 B-Rob I

L'université de Vienne et l'entreprise ARC Research de Seibersdorf proposent un système d'intervention percutanée pour scanner TDM ou sonde échographique qui propose de répondre au cahier des charges suivant [KFK⁺03] :

- guidage passif de l'instrument : le radiologue doit enfoncer celui-ci à la main ;
- positionnement actif ou semi-actif du point d'entrée ;
- alignement actif de la droite support de l'instrument suivant une trajectoire dans l'image depuis une planification pré-opératoire ;
- utilisation d'une imagerie temps-réel par ultrason, ou par scanner TDM afin de visualiser la progression de l'enfoncement ;
- erreur maximale entre le centre de la cible et le bout de l'aiguille de 3 mm.

La solution consiste en deux systèmes : un premier de positionnement grossier, et un second d'orientation et de maintien de la trajectoire de l'aiguille (*Needle Positioning Unit*, voir figure 3.9). Un localiseur optique de type Polaris est utilisé pour le recalage absolu entre les repères des images scanner, de l'effecteur et le patient.

Le système de positionnement grossier est en réalité un robot cartésien avec un espace de travail de $450 \times 450 \times 700$ mm. Ses actionneurs sont des moteurs à courant continu à transmission



Fig. 3.9: Le B-Rob dans sa première version : (gauche) système de positionnement grossier, (droite) système NPU d'orientation et de positionnement passif de l'aiguille [KFK⁺03].

par vis-à-billes, pilotés par des cartes-contrôleur industrielles, supervisées par un PC. Il peut être manipulé par un pupitre de commande pour le positionnement grossier.

L'outil terminal possède deux moteurs pas-à-pas qui servent à la commande d'un bras cartésien X-Y surélevé par rapport au patient. L'aiguille est saisie par deux points distants d'une longueur finie : l'un est fixe, l'autre est maintenu par le bras X-Y. Ainsi, quand le point haut de saisie est à la verticale du point bas, l'aiguille est normale à la surface de la peau du patient. Si le point haut se déplace latéralement par l'action du bras supérieur, l'aiguille est penchée selon la tangente du déplacement. Grâce à ce dispositif, les auteurs atteignent une orientation maximum de ± 15 degrés autour du point pivot à la surface du patient.

Pour rapprocher l'organe terminal de la peau du patient, un troisième actionneur permet de lever ou de descendre l'ensemble. Comme précédemment, ces actionneurs sont pilotés par des cartes « contrôleur » industrielles. Les matériaux utilisés pour ce bras sont le PEEK et la fibre de carbone, afin de ne pas perturber l'imagerie à rayons X.

La commande des deux bras étant découplée logiquement et matériellement, les auteurs suggèrent qu'ainsi la sécurité globale de leur système est renforcée. Les problèmes rencontrés sont :

- la compensation des mouvements possibles du patient : il n'y a pas de compensation de déplacement de la cible ou du point d'entrée. Le système optique apparaît comme trop imprécis et limite la dynamique du système ;
- la précision absolue est affectée par la qualité du recalage optique, qui encore une fois ne donne pas de résultats satisfaisants dans leur application (erreur proche du millimètre).
- l'étalonnage des différentes parties mécaniques du à la tolérance de la réalisation et à la nature flexible des matériaux qui modifie le modèle géométrique.

Malgré ces défauts, la précision de l'ensemble semble convenable en conditions de laboratoire, puisque par guidage par ultrasons, les auteurs placent une aiguille de 17 gauges avec une précision de $1,9 \pm 1,1$ mm radiale et $5,5 \pm 1,2$ mm en profondeur par rapport à une cible sphérique de 9 mm.

3.2.7 Le système Innomedic

Récemment, la start-up allemande Innomedic⁴ a dévoilé le système de positionnement et de guidage d'aiguille Innomotion, utilisant un bras robotisé. Ce système est pour l'instant en phase de test clinique [BMB⁺05], et il constitue une alternative aux solutions optiques, en conservant l'idée de guide passif.

⁴ <http://www.innomedic.de/en>



Fig. 3.10: Le système commercial de positionnement Innomotion [BMB⁺05].

Il est constitué d'un bras série à cinq degrés de liberté, attaché sur un portique posé au-dessus du patient (voir figure 3.10). L'ensemble est en matériaux amagnétiques, et actionné par des vérins pneumatiques. Les capteurs de position et de fin de course sont optiques, les informations étant transportées par fibres.

En utilisant les images scanner ou IRM, le système peut indiquer le point d'entrée sur la peau du patient depuis une référence dans l'image. Le système de recalage n'est pas expliqué, ni la précision de l'ensemble du système.

3.2.8 Le Light Puncture Robot

Ce projet commun au laboratoire TIMC-IMAG⁵ et au CHU de Grenoble⁶ est une solution innovante de par sa conception et son architecture [TAVA⁺04]. Comme présenté sur les photos



Fig. 3.11: Le Light Puncture Robot [TAVA⁺04].

de la figure 3.11, la structure cinématique du LPR ressemble à une évolution du système TER de [VG03, VTC⁺03]. Ce dernier système réutilisant des idées proposées dans un porte-endoscope robotisé (le LER), dont l'architecture initiale fut développée dans [BCT⁺02], les modifications de principe étant surtout sur l'actionnement et la nature des matériaux utilisés. En effet, le TER utilise le principe de muscles artificiels à air comprimé. La propriété principale de cet actionneur est la compatibilité avec les imageurs IRM. Pour le LPR, les auteurs ont utilisé des moteurs pneumatiques à engrenages. Le principe de fonctionnement de chaque axe est d'injecter une

⁵ UMR 5525 Université Joseph Fourier et CNRS.

⁶ Service de Radiologie Centrale et d'Imagerie Médicale, et Unité d'Imagerie par Résonance Magnétique.

poussée d'air comprimé à travers des durites pressurisées qui mettent en action des engrenages. Les engrenages sautent ainsi de pas en pas et actionnent les axes.

L'architecture cinématique est une superposition d'un système rotatif à deux axes concourants (rotation propre suivant un axe normal à la peau, basculement autour d'un axe transversal) sur un système de positionnement par sangles (translations de type cartésien) qui permet de placer le système sur l'abdomen du patient. L'ensemble fournit quatre degrés de liberté, et un degré supplémentaire en translation est destiné à l'enfoncement. La chaîne cinématique peut s'apparenter à un robot série de type PPRRP. La masse du système sur le patient est d'environ 1 kg, les matériaux sont du type polymère.

Le prototype actuel présente un débattement de $[-10, 60]$ degrés pour le basculement et permet une rotation complète autour de l'axe normal à la peau. La tenue de l'aiguille se fait par une pince et l'enfoncement a une course de quelques centimètres. Les auteurs proposent de lâcher puis reprendre l'aiguille lors d'une insertion plus profonde.

Le guidage de l'aiguille se fait par retour d'imagerie TDM ou IRM. Le système est équipé d'un marqueur visuel permettant de reconstruire la position et le modèle géométrique du robot, donc d'asservir la position de l'aiguille sur une consigne dans l'image. La reconstruction permet de ne pointer que des cibles visibles dans l'image TDM contenant les marqueurs visuels, mais les auteurs expliquent qu'avec l'arrivée récente de scanners réalisant du multi-coupe, le pointage d'un point quelconque de l'espace ne devrait pas poser de problème.

La précision du système en terme de positionnement est de 5% du déplacement total (1 mm pour 20 mm de consigne), avec une répétabilité de 0,5 mm, et 1 degré pour la rotation. Les résultats de pointage depuis une image scanner semblent satisfaisants pour une insertion continue de 30 mm dans un mannequin, puisqu'une erreur moyenne de 2 mm est obtenue en utilisant seulement deux coupes pour le recalage et le pointage de six marqueurs visuels.

De notre point de vue, ce système offre de nombreuses qualités de conception et des idées intéressantes pour la sécurité. En revanche, on notera le choix discutable du dispositif de positionnement par sangle. Celui-ci doit garder le système plaqué contre le patient tout en conservant le point d'entrée lors de l'enfoncement. Les efforts de maintien ne sont pas donnés et nous ne savons pas si le dispositif se soulève lors d'efforts d'insertion de plusieurs newtons. Un autre problème, sur lequel nous n'avons pas d'élément de réponse, est le suivi et le maintien de la trajectoire lors de mouvements de respiration du patient qui déforment et déplacent le point d'entrée.

3.2.9 Complément sur les manipulateurs parallèles médicaux

La définition d'un manipulateur parallèle donnée par [Mer97] est la suivante :

« Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples. »

Comme nous le verrons par la suite, la structure que nous avons choisie pour notre assistant est un manipulateur parallèle, ce qui justifie la présentation de quelques réalisations s'y référant.

Cette architecture cinématique est peu commune en robotique médicale. Dûes à leur faible espace de travail, les applications s'en trouvent réduites, et historiquement peu de travaux ont été publiés ⁷.

⁷ Les travaux sont plutôt liés à la manipulation précise, par exemple en ophtalmologie [GCGC93] ou en laparoscopie [Mer02]

Le système Surgiscope

Ce robot s'appuie sur une architecture Delta à trois degrés de liberté [Cla91] : trois chaînes cinématiques identiques fournissent trois degrés de liberté en translation à une plateforme suspendue. Cette plateforme possède un organe terminal avec un bras manipulateur à trois degrés de liberté supplémentaires. Développé pour la neurochirurgie, il permet de manipuler un microscope et de le positionner selon des consignes de position dans des images acquises lors de l'opération (voir figure 3.12). Actuellement, ce système de navigation, autrefois commercialisé par la société Elekta, ne semble plus être utilisé qu'à l'Hôpital Charité de Berlin.



Fig. 3.12: Le Surgiscope, le prototype MIPS [Mer02] et le système URS-Evolution 1.

L'Evolution 1

Le manipulateur à six degrés de liberté est distribué par la société Polytec PI⁸. C'est un robot parallèle hexapode construit sur le principe de la plateforme de Stewart. Chaque chaîne cinématique est du type *SPS* et est actionnée par un moteur linéaire de technologie piézo-électrique. Destiné à la neurochirurgie, pour le guidage et le maintien des outils (voir figure 3.12), le porte-instruments affiche des précisions absolues de l'ordre de quelques microns. La charge peut être de 50 kg pour un débattement de 50 mm avec une rigidité de 100 N/ μ m. La vitesse est en revanche très faible, de l'ordre de 5 mm/s et le débattement en translation et orientation limité (± 15 degrés, ± 50 mm).

Initialement développé par le Fraunhofer Institut, le système complet a été ensuite commercialisé par Universal Robot Systems, malheureusement sans grand succès. Une étude clinique a été publiée [ZKRS02], dans laquelle trois patients ont été traités à l'aide du système. Les bénéfices découlant de l'utilisation ne semblent pas probants (temps de préparation et d'utilisation équivalent à une intervention manuelle, pas de gain notable en terme de précision).

Le système Crigos

Présenté dans [BZC⁺99], ce système orthopédique utilise aussi un manipulateur de type hexapode. En utilisant des informations visuelles provenant de systèmes à rayons X et des localiseurs optiques, le système permet de recalibrer une opération orthopédique planifiée à l'avance avec la réalité opératoire. En utilisant un étalonnage des paramètres intrinsèques des systèmes de vision, la précision du recalage est sub-millimétrique. Une interface intuitive permet de planifier l'intervention par le choix des outils à utiliser.

⁸ Voir modèle M-850.50 sur le site <http://www.pi.ws>

Pour réaliser l'intervention, le prototype conçu est une plateforme de Stewart aux propriétés suivantes : débattement dans un volume de $100 \times 100 \times 50$ mm, masse de 4 kg pour une charge utile de 3 kg, précision de 2 mm en translation et une vitesse de 10 mm/s.

Le système complet n'est pas commercialisé, et les différents partenaires du projet ne semblent pas avoir donné suite au premier prototype.

Le robot MARS

L'acronyme MARS tiré de [SBZ⁺03] signifie : MiniAture Robot for Surgical procedures. Bien que vague, cette dénomination signifie pour les auteurs une utilisation d'un robot miniaturisé afin de réaliser des tâches simples, comme le positionnement. L'architecture choisie est encore du type plateforme de Stewart, avec un espace de travail hémisphérique de taille réduite, centrée autour d'un point d'intérêt. Ce robot est monté sur un réceptacle qui est lui-même fixé à l'aide de vis sur le squelette du patient. Ainsi, pour les opérations de la colonne vertébrale (fracture d'une vertèbre, vertébroplastie, mise en place de vis de maintien), ce réceptacle doit d'abord être attaché au patient, de manière invasive, puis l'on peut y adjoindre le robot pour pointer de façon précise une cible. L'imagerie à rayons X de type amplificateur de brillance est utilisée pour réaliser la consigne en position.

Le système peut également être utilisé en orthopédie classique, pour le guidage précis et la mise en place de vis. Les précisions données sont de ± 1 degré pour 0,5 mm en moyenne. Ceci est à comparer aux données manuelles, des erreurs de l'ordre de 2 à 5 mm et quelques degrés en orientation.

L'inconvénient que l'on pourrait retenir de ce système, du moins pour la radiologie interventionnelle, est la nécessité de préparer l'intervention en fixant le système lors d'une pré-intervention. Cela rallonge la durée de l'hospitalisation, et n'est pas applicable dans le cas abdominal où les structures anatomiques ne sont pas rigides.

Le MIPS

Ce micro-robot décrit dans [Mer02] est un effecteur à trois degrés de liberté conçu pour la chirurgie laparoscopique. La conception du prototype fut l'objet d'une optimisation des éléments constituant le robot pour remplir un cahier des charges fonctionnel. Ainsi, le manipulateur possède deux degrés de liberté en rotation pour orienter un plateau, et un degré de liberté en translation, suivant le plan normal au plateau. Les chaînes sont identiques et ont pour agencement PRS. Le positionnement est précis au micro-mètre et les efforts transmis permettent de porter une charge de 15 g.

La taille des actionneurs est très réduite (5 mm) et l'ensemble reste compact malgré les très bonnes performances obtenues (voir figure 3.12). Ce système est pour l'instant un démonstrateur technologique, des tests cliniques furent prévus mais toutefois nous ne connaissons pas de référence les mentionnant.

3.3 Présentation d'une solution

3.3.1 Architecture générale

La coopération entre la machine (le robot) et le radiologue doit être complète et la symbiose en résultant doit améliorer de façon significative les soins et la sécurité du patient et du personnel hospitalier, et non pas entraver le déroulement. La figure 3.13 présente une solution par supervision qui réduit fortement l'exposition du praticien tout en lui laissant le contrôle total sur le déroulement de l'intervention.

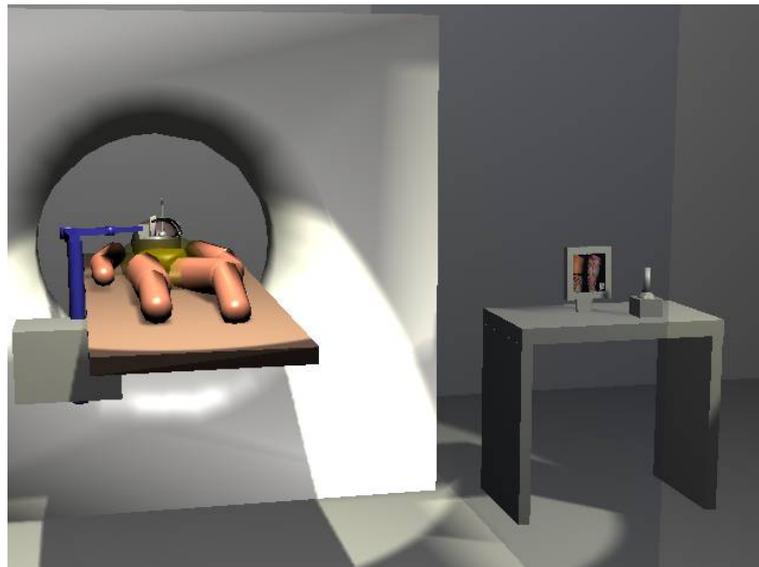
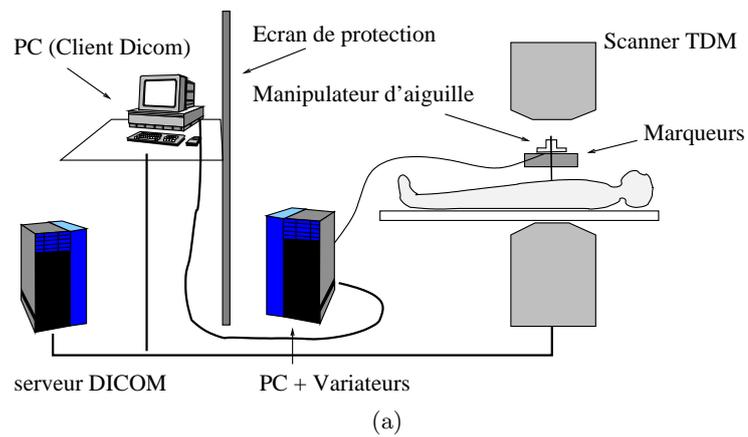


Fig. 3.13: Robotisation de la TDM interventionnelle. (a) Schéma organisationnel. (b) Vue de synthèse d'une intervention.

Un ordinateur de supervision relié au contrôleur du manipulateur est équipé d'un client DICOM⁹. Les images peuvent être visualisées par le radiologue et utilisées comme capteur tridimensionnel pour estimer la position de l'effecteur dans l'espace du scanner.

A l'aide d'une interface graphique et éventuellement d'un joystick, le radiologue a la possibilité de déplacer la position de l'effecteur du bras manipulateur. Dans ce mode de fonctionnement, il peut vérifier à tout moment la position de l'aiguille par des acquisitions TDM ou visualiser directement la scène en restant séparé par une paroi translucide de protection.

Une visualisation 3D permet de fournir les renseignements de planification adéquats, notamment la position et l'orientation de l'aiguille relative à la cible. En ajoutant des informations volumiques pré-opératoires comme la reconstruction et la segmentation des volumes des organes, le radiologue a accès à une des informations supplémentaires en réalité virtuelle¹⁰.

En résumé, l'assistant robotique serait un système intégré comprenant :

- un système de positionnement et d'orientation, dont l'espace de travail est suffisamment grand pour aligner l'instrument selon la trajectoire désignée dans les images TDM ;
- un système de descente de l'aiguille (manuelle ou actionnée) qui permet de conserver l'alignement pendant l'insertion ;
- un marqueur tridimensionnel qui permet de repérer l'aiguille dans l'espace image, même si celle-ci n'est pas visible (méthode similaire à [FDP⁺02]).

3.3.2 Mécanisme envisagé pour le manipulateur

Les contraintes précédentes limitent fortement le choix du mécanisme de placement et d'orientation. Parmi ceux vus en état de l'art, pratiquement aucun n'offre une grande plage de débattement et à la fois une grande rigidité. Les structures parallèles ont l'avantage d'être rigides, d'avoir de bonnes précisions absolues tout en restant compactes. A l'opposé, les manipulateurs séries ont l'avantage d'avoir un très grand espace de travail, ainsi qu'une structure ouverte et simple à modéliser.

Manipulateur série

Un robot de type Scara avec poignet offre de bons compromis entre l'espace de travail et la rigidité, car la position verticale peut être bloquée et empêcher un accident avec le patient. Pour atteindre les parties costales, on peut imaginer soit de déplacer le socle du bras sur le côté du patient au préalable, soit de concevoir un robot dont la fixation serait centrale (par exemple en pont ou sur le scanner), avec deux ou trois axes de positionnements passifs supplémentaires permettant d'atteindre le volume intérieur au scanner. La capacité de charge nominale souhaitée étant de 2 kg, il semble difficile de construire un robot léger. En prenant exemple sur les systèmes actuels en métal, le bras conçu spécifiquement devrait peser dans les 20 kg (rapport 1/10) et ses actionneurs doivent supporter des couples de plusieurs dizaines de Nm. Une vue synthétique (voir figure 3.14) reflète le dispositif tel qu'il pourrait exister avec un effecteur passif. Ce système souffre des mêmes inconvénients que l'Acubot [SCP⁺03] ou le RoboPoint [SHL03] concernant la compensation des mouvements du patient. Il est difficile d'intégrer un capteur d'effort qui mesure les forces n'étant pas liées à l'insertion elle-même (ou la répulsion comme vu en chapitre 2) afin de les compenser. De plus, le dispositif se doit d'être rigide quand il n'est plus alimenté et rapidement débrayable en cas de problème. En cas de panne de courant, le système ne pourrait plus compenser les phénomènes de respiration, et donc déchirerait la peau et les organes du patient.

Cet argument essentiel de sécurité nous oblige à refuser ce type d'architecture pour le manipulateur.

⁹ Format d'imagerie médicale, voir chapitre 1.

¹⁰ Cette thématique est en cours de développement à l'Institut de Recherche sur les Cancers de l'Appareil Digestif de Strasbourg.

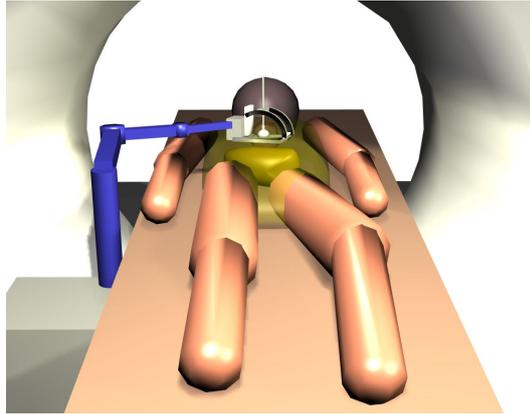


Fig. 3.14: Robotisation de la TDM interventionnelle. Approche télé-opérée avec bras série.

Manipulateur sphérique monté sur le patient

En cherchant une solution alternative compacte et rigide, il nous est naturellement venu à l'esprit les systèmes sphériques, semblables aux casques de stéréotaxie¹¹. Suivant le principe de mécanisme solidaire au patient, une structure hémisphérique montée sur le patient dont les débattements seraient suffisants, nous a semblé intéressante. La figure 3.15 présente le prototype, non réalisé, que nous avons étudié au début de ces travaux de thèse. Ce dispositif est constitué

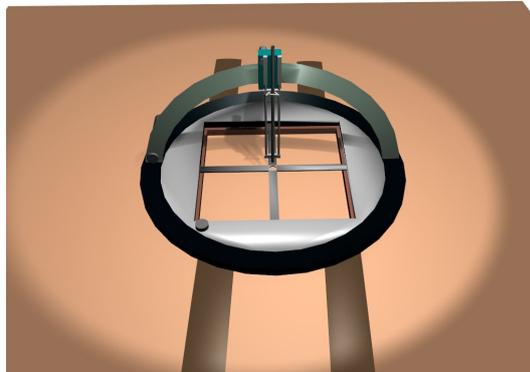


Fig. 3.15: Robotisation de la TDM interventionnelle. Approche télé-opérée avec système posé sur le patient.

de deux étages différents : l'un est une table X-Y compacte (30 mm d'épaisseur, débattement de ± 50 mm, actionneurs rotatifs à courant continu), l'autre est un système sphérique composé d'une couronne en rotation sur laquelle un anneau équipé d'un chariot mobile est fixé. Le but de la table X-Y est le pointage du point d'entrée. Elle évite un re-positionnement du dispositif en cas d'erreur minimale du placement initial (< 20 mm). L'arceau est réalisé de telle sorte que son centre soit le point d'entrée sur la peau. Le chariot, actionné soit par une courroie, soit par un actionneur intégré, peut contenir un second dispositif d'insertion et de rotation afin de fournir l'ensemble des degrés de liberté nécessaires à une insertion robotisée complète. Le volume estimé de l'ensemble est de $150 \times 150 \times 150$ mm³. Etant sanglé au patient, ce système ne risque pas de déchirer sa peau, même en cas de coupure accidentelle d'alimentation.

De part sa réalisation complexe, il nous a été difficile de réunir les technologies permettant

¹¹ Nous renvoyons le lecteur à l'état de l'art stéréotaxique du chapitre 5.

de réaliser ce prototype. Le volume disponible pour l'étage de translation est particulièrement faible et l'intégration s'en trouve hasardeuse. Le chariot devant supporter le guide d'instrument nous a également paru difficile à concevoir en raison des problèmes de frottement ou d'élasticité de l'entraînement.

En revanche, la commande d'un tel système semble plus simple, donc plus sûre, étant donné le découplage mécanique de chaque degré de liberté.

Au plan médical, nous avons soulevé le point négatif de la stérilisation de l'ensemble. L'ensachage semble difficile à concevoir du fait d'une structure moins ouverte qu'un bras série, mais ce point ne doit pas entraver le principe premier de sécurité passive qu'apporte cette solution.

D'autres problèmes ont justifié le choix d'une autre structure : le point d'entrée défini sur la peau ne peut être qu'à une hauteur fixée lors de la conception de l'arceau. Ce point d'entrée est susceptible d'être plus haut ou plus bas selon la position d'installation du dispositif (plusieurs millimètres de différence lors de la compression des tissus adipeux sur des patients obèses).

Ces arguments, notamment les problèmes technologiques de réalisation, sont susceptibles de changer dans quelques années avec l'arrivée de nouveaux matériaux et la miniaturisation des actionneurs (par exemple avec les avancées technologiques des motorisations piézo-électriques).

Manipulateur parallèle monté sur le patient

Les robots parallèles ont de nombreuses applications lorsqu'il est nécessaire d'obtenir simultanément une bonne précision absolue et une rigidité suffisante. En raison de la répartition de la charge sur chaque chaîne cinématique, le rapport entre la charge utile et la masse d'un manipulateur parallèle peut atteindre 1/2. Ces robots se trouvent notamment dans les machines d'usinage ou dans les simulateurs de vol en tant que plate-forme mobile. Leur espace de travail restreint ainsi que la complexité accrue des modèles géométriques sont les points faibles de ces structures.

Dans notre application, un robot parallèle ayant cinq degrés de liberté et un espace de travail identique au prototype sphérique précédent serait intéressant. Malheureusement, et à notre connaissance, ce genre de robot n'existe pas. Dans [Mer97], on peut découvrir de nombreuses autres architectures, mais très peu concernent les robots à cinq degrés de liberté. La solution de Zamanov [ZS92] est intéressante car elle propose une structure compacte et simple, composée d'un robot parallèle à pattes symétriques et identiques.

[Kru03] a récemment proposé des structures de robots parallèles dits 'légers', qui sont basés sur une architecture à trois chaînes cinématiques composées de parallélogrammes. Ces structures sont semblables au robot Delta et présentent des particularités intéressantes pour leur mobilité angulaire. En revanche, il est difficile d'évaluer si les caractéristiques d'un modèle de taille réduite, notamment la rigidité de l'ensemble, seront suffisantes pour l'application souhaitée. Les robots du type hexapode ou plate-forme de Stewart à six degrés de liberté sont en général le choix par défaut quand des structures adaptées n'existent pas. Ce choix est ici encore inadéquat pour notre application car l'espace de travail des hexapodes est trop réduit.

D'après la théorie des mécanismes, il est possible de créer des algorithmes de synthèse et de dénombrement de classe de manipulateurs possédant des architectures symétriques (à pattes identiques) avec les degrés de liberté nécessaires. Ainsi, [LHH04] propose une énumération de toutes les configurations possibles de robots parallèles à cinq degrés de liberté ayant des pattes à chaînes cinématiques identiques du type 3R2T (orientation à trois degrés de liberté, deux translations dans un plan). La théorie sous-jacente est celle des torseurs réciproques, qui permet de justifier les degrés de liberté d'une composition de torseurs cinématiques. Les mobilités présentées ne sont pas celles que nous recherchons.

Certaines des solutions proposées dans la littérature utilisent un ou plusieurs pieds centraux qui permettent de réaliser une liaison rotule en plus des déplacements assurés par d'autres actionneurs linéaires du type vérin. Ceci pose le problème d'encombrement de l'espace intérieur

au robot, donc l'impossibilité de placer le guide d'aiguille au centre de la plate-forme. De plus, les actionneurs de type linéaire sont souvent limités en débattement par rapport à leur taille physique. Au mieux, les actionneurs télescopiques peuvent doubler leur taille en longueur.

Le compromis à faire se situant sur l'espace de travail à choisir et l'accès rapide à l'instrument, l'adéquation qu'il faut faire pour adapter un robot parallèle à notre besoin spécifique, concerne surtout le débattement angulaire généralement faible et l'ouverture de la structure.

Nous nous sommes intéressés à la synthèse d'un mécanisme à base de chaînes cinématiques fermées différentes (robots hybrides, mais toujours parallèles si l'on prend la définition première de Merlet [Mer97]) qui soit adapté à l'espace de travail souhaité.

La figure 3.16 montre le prototype parallèle décrit dans la partie suivante. Ce manipulateur possède une particularité intéressante pour les interventions percutanées, une face permet un accès direct à l'aiguille pour pouvoir la manipuler à la main.

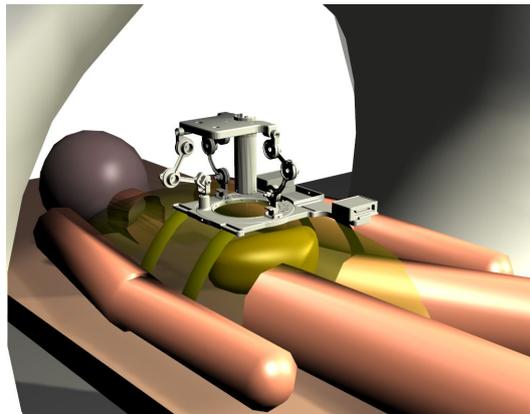


Fig. 3.16: Approche télé-opérée avec bras parallèle.

3.4 Analyse et choix d'une structure cinématique

Notre objectif est de conserver les propriétés des robots série, mais de les coupler avec une redondance des chaînes cinématiques pour partager la charge et améliorer la précision. En partant d'une chaîne cinématique à cinq degrés de liberté qui convient à la mobilité et l'espace de travail, nous proposons une structure mixte à trois bras série reliés par une plate-forme.

Cette solution s'inspire des mécanismes générateurs de courbes du plan à base de coupleurs¹², dont l'exemple le plus simple est le mécanisme à quatre barres.

Pour des raisons de réalisation technologique, le mécanisme sera composé d'articulations de type pivot pour chaque axe. Mécaniquement, les articulations de type pivot sont plus simples à mettre en œuvre et des actionneurs commerciaux à fort couple existent. Par ailleurs, l'utilisation de roulements à billes et de butées à aiguilles permet de garantir une réalisation avec peu de jeu mécanique et peu de frottement. Si l'on considère l'exemple d'une chaîne RPR et de son équivalent RRR (où les débattements angulaires sont en général grands), ce dernier agencement offre un plus grand espace de travail car la distance séparant la base de la plate-forme a une plus grande plage de variation.

3.4.1 Décomposition cinématique

Le mécanisme recherché doit permettre le positionnement et l'orientation dans l'espace d'une ligne support de l'instrument. Cette droite peut être définie par deux points distincts : un point

¹² Un coupleur est une liaison mécanique entre deux systèmes mobiles.

de saisie et un point d'entrée. On considère un plan mobile (M) passant par l'axe $(\mathbf{O}_0, \mathbf{y}_0)$ et contenant le point de saisie. Le plan (M) est construit par une rotation du plan $(\mathbf{O}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$ d'un angle t_1 autour de l'axe $(\mathbf{O}_0, \mathbf{y}_0)$. Le point de saisie peut ensuite être localisé dans le plan (M) par ses deux coordonnées u_1 et u_2 dans le repère $(\mathbf{O}_0, \mathbf{y}_M, \mathbf{z}_M)$. L'orientation de l'instrument, projetée dans le plan (M), est définie par une rotation d'un angle t_2 autour de \mathbf{x}_M (vecteur normal à (M)). Enfin, une rotation d'un angle t_3 autour de \mathbf{y}_M permet d'obtenir \mathbf{z}_f correspondant à la ligne support de l'instrument. Le passage du repère \mathcal{F}_0 à \mathcal{F}_f (repère associé à l'instrument) peut être décrit par les transformations suivantes :

$$\mathcal{F}_0 \xrightarrow{\text{Rot}(\mathbf{y}_0, t_1)} \mathcal{F}_M \xrightarrow[\text{Position et orientation dans le plan } (M)]{\text{Tr}(\mathbf{y}_M, u_1) \text{ Tr}(\mathbf{z}_M, u_2)} \mathcal{F}_2 \xrightarrow{\text{Rot}(\mathbf{x}_M, t_2)} \mathcal{F}_3 \xrightarrow{\text{Rot}(\mathbf{y}_M, t_3)} \mathcal{F}_f \quad (3.1)$$

où $\text{Rot}(\mathbf{x}, t)$ et $\text{Tr}(\mathbf{x}, u)$ désignent respectivement une rotation d'axe \mathbf{x} et d'angle t , et une translation d'axe \mathbf{x} et d'amplitude u .

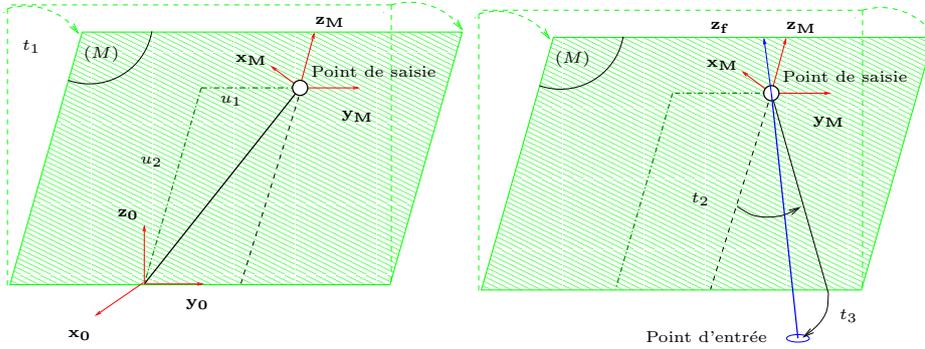


Fig. 3.17: Décomposition cinématique : (gauche) positionnement dans l'espace à l'aide d'un plan, (droite) orientation de la droite support de l'instrument.

Cette décomposition montre qu'il suffit d'avoir un mécanisme plan qui réalise l'orientation selon t_2 et le positionnement dans le plan aux coordonnées u_1 et u_2 (trois degrés de liberté), puis un second mécanisme spatial qui permet d'orienter le plan suivant t_1 et de faire pivoter l'axe de l'instrument autour de t_3 (deux degrés de liberté).

3.4.2 Mécanisme plan

Il existe dans la littérature de nombreux mécanismes planaires permettant d'effectuer le premier mouvement. Parmi ces possibilités, plusieurs solutions utilisent trois chaînes cinématiques pour relier la base à la plate-forme mobile, comme les robots parallèles à chaîne RPR. Ces solutions sont intéressantes pour leur simplicité de calcul des modèles géométriques, mais elles posent le problème d'ouverture de la structure et de l'espace de travail limité par les débattements des articulations prismatiques. Pour une réalisation et une commande facile à mettre en œuvre, le choix doit être restreint aux manipulateurs à articulations de type pivot. Ainsi un manipulateur à trois chaînes du type RRR ou RRR est équivalent à un robot RPR, mais évite les problèmes de longueur minimum et maximum des articulations prismatiques (voir figure 3.18). Les espaces de travail de ces robots sont donnés dans [Mer97] avec les différents cas possibles (espace dextre, maximal, à orientation donnée).

Les mécanismes à six barres sont une autre possibilité intéressante de robots parallèles pour le positionnement et l'orientation d'un coupleur à l'aide de trois actionneurs (voir figure 3.19 [Hun78, Tsa01]). Ces mécanismes ont des singularités qui apparaissent quand les barres sont alignées (angles à 0 ou $\pm\pi$). Si l'on évite ce type de configuration, ce mécanisme planaire partage

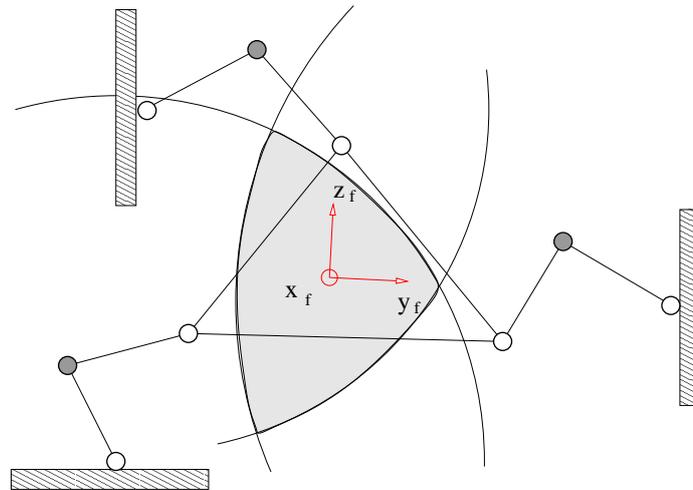


Fig. 3.18: Un manipulateur parallèle plan à 3 degrés de liberté.

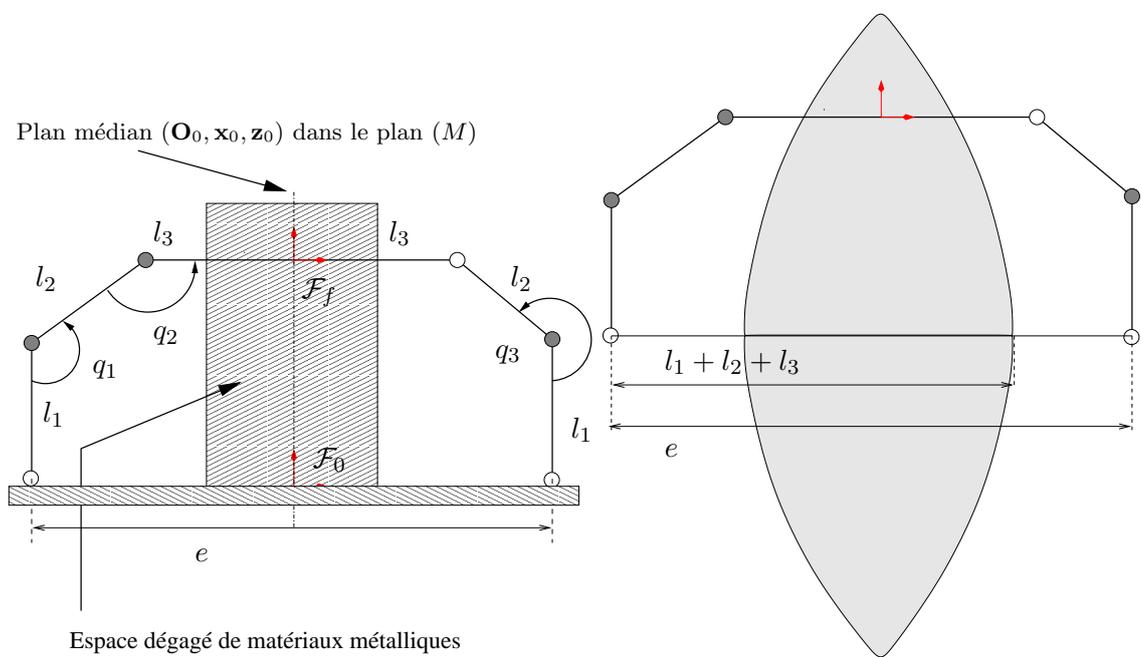


Fig. 3.19: Mécanisme plan à six barres à trois degrés de liberté.

les avantages d'un robot série (compacité et ouverture) avec ceux d'un robot parallèle (répartition des charges sur deux chaînes).

L'espace de travail du manipulateur, c'est à dire le lieu de l'origine du repère terminal, peut se déduire de l'intersection de l'espace de travail de deux manipulateurs planaires série identiques à chaînes RRR. Selon les longueurs l_1 , l_2 et l_3 des segments et de l'éloignement e des deux manipulateurs, l'espace de travail résultant, et sans prise en compte d'aucune butée mécanique, est une surface ayant la forme d'une lentille biconvexe (voir figure 3.19). Lorsque le rapport $\frac{l_1+l_2+l_3}{e}$ devient grand, la surface tend à se rapprocher d'un cercle et offre un espace de travail compatible avec les besoins présentés en figure 3.2, si l'on se représente juste une coupe de la demi-sphère.

Ce dernier type de structure nous a semblé le choix le plus simple par sa conception, ses débattements suffisants et son espace de travail idéal pour la manipulation d'une aiguille dont le centre de rotation est à l'origine du repère \mathcal{F}_0 . De plus, en envisageant que le plan de coupe du scanner doit passer par le plateau et la base, cette structure permet de dégager un espace sans actionneurs et sans matériaux métalliques dans une bande de largeur souhaitée, centrée en son milieu (voir figure 3.19). En prenant soin de concevoir une base et un plateau adaptés, il sera simple de placer le robot sur le patient afin que le plan de coupe soit le plan médiateur au système (perpendiculaire à la droite Δ_1 et passant par une bande centrale)

Ce mécanisme à six barres et piloté par trois moteurs offre en théorie jusqu'à 20 solutions pour le choix des liaisons actionnées. Toutefois, la motorisation des liaisons entre le bâti et le premier segment de chaque mécanisme RRR conduit à surélever ces axes motorisés par rapport au plan d'appui du mécanisme sur le patient. Si l'on renonce à installer des moteurs sur les deux liaisons précédentes, il ne reste que quatre possibilités sensiblement équivalentes :

$$\begin{aligned} S_1 &: \underline{\text{RRRRRR}} \\ S_2 &: \underline{\text{RRRRRR}} \\ S_3 &: \underline{\text{RRRRRR}} \\ S_4 &: \underline{\text{RRRRRR}} \end{aligned}$$

La disposition des moteurs S_2 a été retenue.

3.4.3 Mécanisme spatial

Au système précédent, nous devons ajouter les capacités de rotation autour de l'axe \mathbf{y}_0 et \mathbf{y}_M . Pour obtenir le système complet, nous ajoutons à la structure deux axes de rotation suivant \mathbf{y}_0 et \mathbf{y}_M correspondant aux lignes Δ_1 et Δ_2 sur la figure 3.22. Le système ainsi réalisé répond à la problématique de positionnement et d'orientation d'une ligne autour d'un point d'entrée. Les droites Δ_1 et Δ_2 ne sont pas nécessairement parallèles, mais elles restent toujours dans le même plan. Cette propriété géométrique sera utile pour la résolution des modèles géométriques.

L'actionnement de ces deux degrés de liberté supplémentaires peut se faire par l'installation de deux moteurs, l'un selon l'axe Δ_1 , l'autre selon l'axe Δ_2 . Le blocage des liaisons suivant Δ_1 et Δ_2 contribue fortement à la rigidité de la structure spécialement lorsque la ligne support de l'instrument n'est plus contenue dans le plan (M) (plate-forme en porte-à-faux). Cette disposition des actionneurs selon les axes Δ_1 et Δ_2 conduit à des sollicitations élevées sur les moteurs ce qui entraîne un encombrement et une masse embarquée plus importants.

Ces inconvénients peuvent être partiellement supprimés en ajoutant une troisième chaîne cinématique au mécanisme. Cette troisième chaîne doit contraindre les mobilités ajoutées par les articulations selon Δ_1 et Δ_2 en utilisant deux actionneurs pour ne pas avoir de redondance.

La configuration cinématique de cette troisième chaîne doit définir une contrainte géométrique sur la position du repère \mathcal{F}_f et son orientation.

Les deux mobilités à contraindre par la troisième chaîne cinématique sont :

- la rotation du plan (M) autour de Δ_1 qui définit une position unique de l'origine de \mathcal{F}_f sur un cercle \mathcal{C}_1 ;

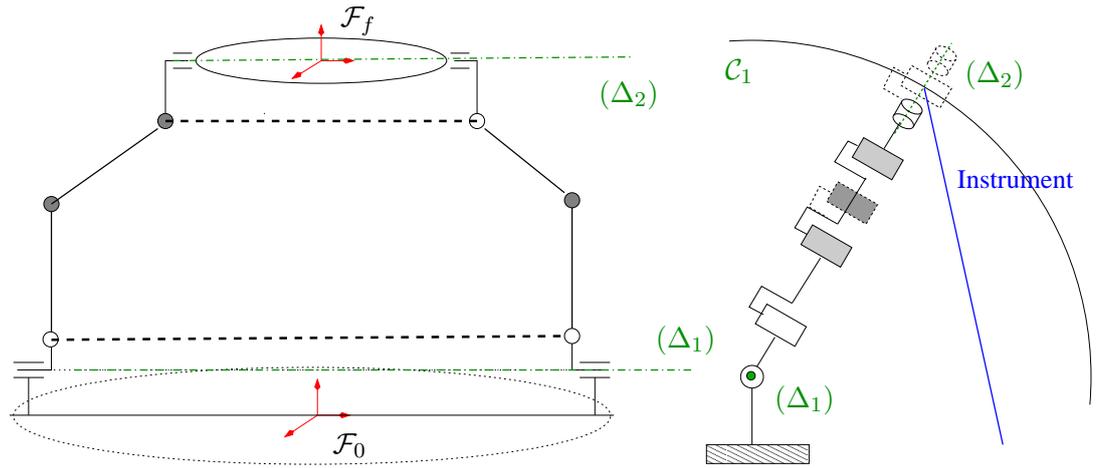


Fig. 3.20: Mécanisme à 5 degrés de liberté à deux chaînes cinématiques.

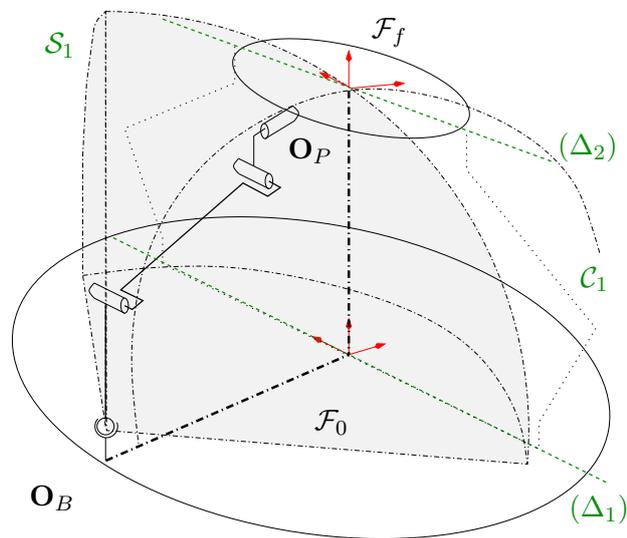


Fig. 3.21: Mécanisme à cinq degrés de liberté, à trois chaînes cinématiques.

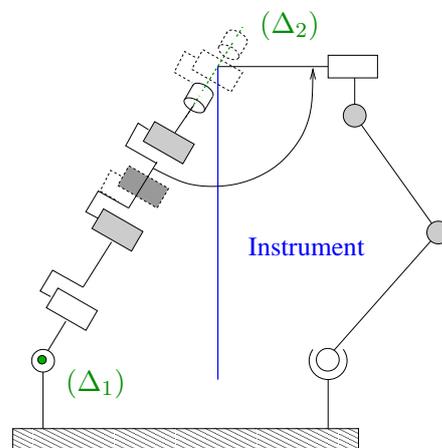


Fig. 3.22: Mécanisme à cinq degrés de liberté, à trois chaînes cinématiques.

- la rotation de la plate-forme autour de l'axe Δ_2 (ou \mathbf{y}_f) qui définit l'orientation du vecteur \mathbf{z}_f ou \mathbf{x}_f et par conséquent, l'orientation du repère \mathcal{F}_f .

On note \mathbf{O}_B et \mathbf{O}_P les points de base et d'extrémité de la troisième chaîne cinématique (\mathbf{O}_B est associé au bâti et \mathbf{O}_P est associé à la plate-forme mobile).

On considère une configuration définie par le mécanisme plan à l'aide des trois actionneurs d'axe normal au plan (M). Dans une rotation autour de l'axe Δ_1 , le point \mathbf{O}_P , lié à la plate-forme, décrit un cercle \mathcal{C}_1 . La troisième chaîne cinématique doit assurer la liaison de la plate-forme à la base par le segment de longueur variable $\mathbf{O}_B\mathbf{O}_P$. La connexion du segment à la base, respectivement à la plate-forme, peut se faire à l'aide d'une liaison rotule de centre \mathbf{O}_B , respectivement par deux liaisons pivots placées en série d'axes non parallèles. L'axe de la deuxième liaison pivot passe nécessairement par le point \mathbf{O}_P et pourra être choisi orthogonal à l'axe Δ_2 .

Il est également possible de permuter les liaisons en \mathbf{O}_B et \mathbf{O}_P : rotule en \mathbf{O}_P et liaison RR en \mathbf{O}_B en choisissant comme axe de la première liaison pivot \mathbf{x}_0 passant par \mathbf{O}_B . Les architectures possibles pour la troisième chaîne sont donc :

$$\begin{aligned} S_1 &: S(\mathbf{O}_B\mathbf{O}_P)RR \\ S_2 &: RR(\mathbf{O}_B\mathbf{O}_P)S \end{aligned}$$

La longueur variable du segment $\mathbf{O}_B\mathbf{O}_P$ peut être obtenue

- par une liaison glissière d'axe $\mathbf{O}_B\mathbf{O}_P$;
- par deux segments d'extrémité \mathbf{O}_B et \mathbf{O}_P , connectés par une liaison pivot.

Finalement, les quatre architectures possibles sont :

$$\begin{aligned} S_1 &: SPRR \\ S'_1 &: SRRR \\ S_2 &: RRPS \\ S'_2 &: RRRS \end{aligned}$$

Pour des raisons pratiques liées à la réalisation du mécanisme, l'architecture S'_1 a été retenue en choisissant comme axes motorisés les deux liaisons pivots qui suivent la rotule, soit $SRRR$. Les axes des deux liaisons motorisées ont été choisis orthogonaux à un plan défini par le centre \mathbf{O}_B de la rotule et l'axe de la troisième liaison pivot.

Le mécanisme résultant composé du système plan (M), de la plate-forme et de la troisième chaîne correspond à un mécanisme spatial à six barres comportant deux degrés de liberté (voir figure 3.22).

La structure comporte au total cinq degrés de liberté et est contrôlée par cinq actionneurs. Selon notre convention textuelle, l'architecture complète s'écrira $(RRRRR)//(RRRRR)//(SRRR)$, et son graphe sera celui de la figure 3.23.

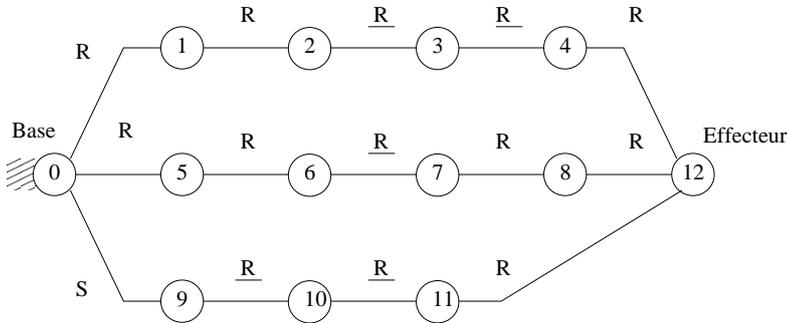


Fig. 3.23: Graphe des liaisons du mécanisme à cinq degrés de liberté.

Pour respecter les contraintes définies par le plan de coupe du scanner, nous signalons que la troisième chaîne cinématique peut être déportée sur un côté (le long de (Δ_1) et (Δ_2)). En

conséquence, l'espace intérieur sera exempt de tout actionneur et de tout segment mobile. Ces parties seront réalisées en matériaux métalliques pour des questions de rigidité.

3.5 Conclusion

Notre analyse du problème de robotisation des gestes percutanés par retour scanographique a débouché sur l'exposé d'un cahier des charges fonctionnel et technique. Les grandes lignes directrices ont été : la sécurité, la mobilité, l'ouverture, l'accès rapide à l'instrument et la compatibilité au scanner. Cela nous a amenés également à réfléchir sur la séparation du problème en deux sous-tâches : l'une est le positionnement, l'autre l'insertion. Deux dispositifs distincts en sont issus : un manipulateur pour le positionnement et l'orientation, et un guide passif pour l'insertion.

Un état de l'art des manipulateurs destinés au problème de guidage sous TDM a révélé que peu de systèmes s'intéressent au problème de compensation des mouvements physiologiques du patient (respiration, toussotements). La plupart des solutions de type série sont inadaptées. En plaçant le système directement sur l'abdomen du patient, cette problématique a été partiellement résolue. Pour résoudre les problèmes de rigidité et de précision nous avons proposé un nouveau manipulateur parallèle dédié à ce type d'intervention. Un raisonnement géométrique, en utilisant les propriétés simples des mécanismes plans, a permis intuitivement d'aboutir à une solution cinématique inexistante dans la littérature à notre connaissance. Ceci s'explique notamment par le fait que les chaînes proposées ne sont pas symétriques ou identiques, condition généralement recherchée, alors que pour notre projet l'asymétrie permet un accès manuel facilité à l'aiguille.

Chapitre 4

Le système de positionnement CT-Bot

Ce chapitre propose d'étudier en détail les modèles géométrique et cinématique du manipulateur parallèle présenté dans la partie précédente. Après une description des transformations homogènes pour chaque chaîne, nous expliquerons les étapes de la résolution en laissant toutefois les détails des conventions utilisées en annexe. Les singularités du mécanisme seront données sous forme analytique et géométrique, laissant place à la compréhension plutôt qu'à l'aspect calculatoire.

En utilisant les résultats obtenus, nous proposons une étude de l'espace de travail du manipulateur, dans le cas où celui-ci est considéré comme une structure filaire. Puis, en fonction des efforts requis par l'application, nous donnerons une évaluation des couples moteurs nécessaires pour actionner notre structure.

Les choix technologiques des actionneurs seront présentés, ainsi que le prototype du dispositif complet. Suite à ces choix, nous présentons à la fin du chapitre l'espace de travail réel, prenant en compte les problèmes de collisions entre les différents segments et pièces constituant le prototype réel. Ensuite, nous décrivons les algorithmes de génération de trajectoires et d'asservissement des axes moteurs. Les problèmes d'identification des paramètres géométriques ne seront pas étudiés dans cette thèse où nous supposons que la réalisation est idéale.

4.1 Description du mécanisme

Pour que le lecteur puisse aisément suivre la suite de l'exposé géométrique, la structure complète du mécanisme est donnée sous forme assemblée et sous forme éclatée (chaîne par chaîne).

La paramétrisation classique de Denavit-Hartenberg (DH) [SV89], ou sa version modifiée [KK86], est en général la méthode la plus adaptée à la description d'un bras robotique. Dans ce mémoire, nous n'utiliserons pas ce formalisme qui introduit des conventions de placement sur les origines des repères et l'orientation des vecteurs unitaires respectifs. Il est tout de même possible d'obtenir une analyse rapide et rigoureuse de la cinématique par un formalisme alternatif constitué par la paramétrisation des liaisons à l'aide de leurs torseurs cinématiques (« *twists* » en anglais, voir [MLS94, Par94, Tsa99]). Ce formalisme mathématique associe une notion géométrique aux opérations classiques de transformations, sans règles de construction telles que celles imposées par le paramétrage de DH. Par la suite, nous adoptons ce choix de modélisation. Ainsi, nous définissons arbitrairement l'orientation et le placement des repères pour simplifier le raisonnement géométrique. Les conventions d'écriture et une description succincte du formalisme sont données en annexe A.

Le lecteur plus habitué à la convention de DH modifiée peut toutefois retrouver la description cinématique classique ainsi que les schémas associés dans l'annexe B.

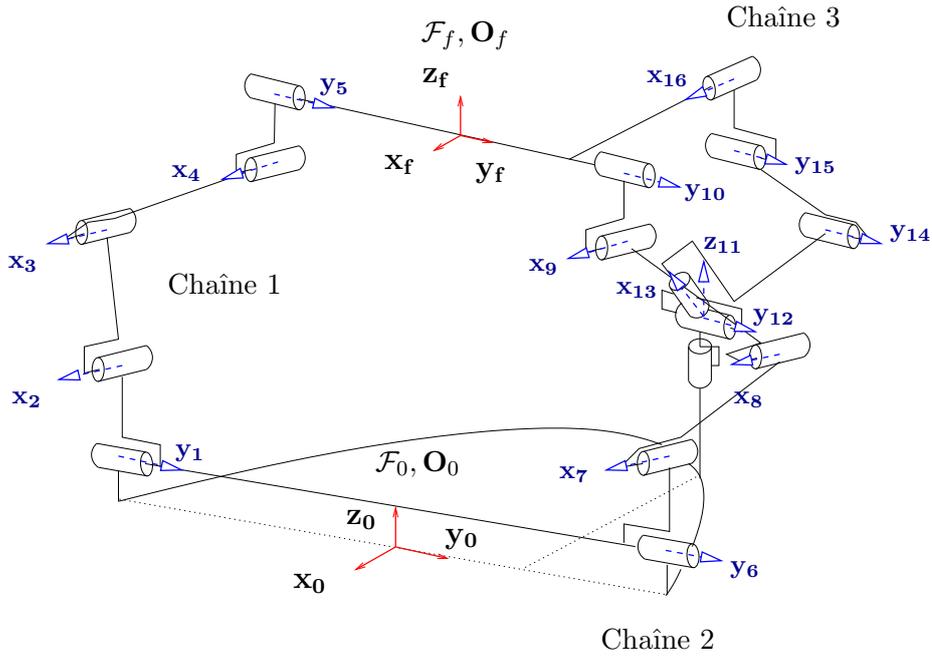


Fig. 4.1: Représentation cinématique et repères de référence.

4.1.1 Schéma assemblé de la structure et définition des repères de référence

La structure ayant trois chaînes cinématiques reliant la base (ou le bâti) à la plate-forme (ou le plateau), nous désignons ces chaînes par Ck , $k = \{1, 2, 3\}$. Les deux chaînes symétriques et opposées forment le système plan, et sont définies comme $C1$ et $C2$. Nous définissons d'abord le repère de référence $\mathcal{F}_0 = (\mathbf{O}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$, dont l'origine est au milieu des chaînes $C1$ et $C2$, et est attachée à la base. Un second repère de référence $\mathcal{F}_f = (\mathbf{O}_f, \mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f, \mathbf{z}_f)$ est attaché à la plate-forme. La figure 4.1 présente le robot assemblé avec ces deux repères fondamentaux.

Sur cette figure est également représentée la numérotation des articulations ainsi que les axes de chaque pivot constituant la structure. La rotule de la troisième chaîne a été remplacée par son équivalent cinématique 3R. Ce choix est dû partiellement à la modélisation et également à la mise en œuvre. Les débattements angulaires d'une articulation rotule sont limités par le socle récepteur de la rotule (au moins hémisphérique) et la réalisation implique un jeu pour conserver la mobilité. Ce jeu en début de chaîne est mauvais pour la rigidité de la structure, nous avons donc modélisé la rotule sous forme d'une liaison pivot suivie d'un cardan.

Le faisceau de rayons X du scanner passant par le plan médiateur des chaînes $C1$ et $C2$, on pourra noter que la troisième chaîne est légèrement décalée pour laisser le volume nécessaire au plan de coupe.

Pour décrire ce que nous définissons comme la posture du robot (ou l'attitude), nous avons normalement besoin de cinq paramètres, ce qui correspond au nombre de degrés de liberté de la plate-forme et au nombre d'actionneurs. La solution de paramétrage que nous utiliserons par la suite est la suivante :

- l'origine \mathbf{O}_f du repère \mathcal{F}_f , dont les coordonnées sont définies dans \mathcal{F}_0 par ${}^0\mathbf{O}_f = [{}^0\mathbf{O}_f[x] \quad {}^0\mathbf{O}_f[y] \quad {}^0\mathbf{O}_f[z]]^T$ correspondant à la position de la plate-forme ;
- le vecteur unitaire normal à la plate-forme ${}^0\mathbf{z}_f = [{}^0\mathbf{z}_f[x] \quad {}^0\mathbf{z}_f[y] \quad {}^0\mathbf{z}_f[z]]^T$ correspondant à l'orientation et s'identifiant aux deux degrés de liberté en rotation car sa norme vaut un.

4.1.2 Décomposition de la structure, description détaillée

Pour pouvoir décrire les représentations et effectuer les calculs nécessaires à l'établissement des modèles géométriques et cinématiques, nous introduisons les conventions de notations suivantes (voir également les notations en introduction du mémoire ou en annexe A) :

- \mathcal{L}_i désigne la liaison reliant le solide i à son prédécesseur $i - 1$. Dans le mécanisme proposé, le type de liaison entre deux solides est une liaison pivot ;
- p_i est le paramètre angulaire d'une articulation passive ;
- q_i est le paramètre angulaire d'une articulation active.

Nous attachons un repère \mathcal{F}_i à chaque solide. Ainsi nous définissons également :

- ${}^{i-1}T_i(p_i)$ ou ${}^{i-1}T_i(q_i)$: matrice homogène de passage entre le repère \mathcal{F}_{i-1} et \mathcal{F}_i , dépendant de la $i^{\text{ème}}$ articulation ;
- ${}^{i-1}T_i(0)$: matrice homogène de passage entre le repère \mathcal{F}_{i-1} et \mathcal{F}_i dans la configuration initiale.

La configuration initiale est définie comme la configuration où les coordonnées articulaires du robot sont nulles. Pour simplifier l'analyse géométrique, dans cette configuration les vecteurs unitaires de chaque repère sont choisis parallèles au repère de base \mathcal{F}_0 . Ce choix simplifie la définition des matrices homogènes initiales dont les sous-matrices de rotation sont égales à l'unité.

Nous introduisons également les notations par torseurs des liaisons en prenant les conventions suivantes :

- $\boldsymbol{\omega}_{i/i-1}$ est le vecteur de vitesse instantanée de rotation du solide i par rapport au solide $i - 1$. $\boldsymbol{\omega}_{i/i-1}$ peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{\omega}_{i/i-1} = \dot{q}_i \underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}$, où \dot{q}_i désigne la norme signée du vecteur vitesse de rotation (en [rad/s]) et $\underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}$ le vecteur unitaire de l'axe instantané de rotation du solide i par rapport au solide $i - 1$;
- $\mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ est le vecteur de vitesse linéaire du solide i par rapport au solide $i - 1$, exprimé au point \mathbf{O}_i quelconque (unité [m/s]) ;
- $\mathbb{S}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ est le torseur cinématique du solide i par rapport au solide $i - 1$ exprimé en \mathbf{O}_i quelconque, $\mathbb{S}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = [\boldsymbol{\omega}_i \quad \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}]^T$;
- $\underline{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ est le torseur unitaire du solide i par rapport au solide $i - 1$ exprimé en \mathbf{O}_i quelconque. $\underline{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = [\underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} \quad \frac{1}{\dot{q}_i} \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}]^T$, donc $\mathbb{S}_{i/i-1} = \dot{q}_i \underline{\mathbb{S}}_{i/i-1}$. Si \mathbf{A} est un point de l'axe central, alors $\underline{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = [\underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} \quad \lambda_i \underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} + \mathbf{O}_i \mathbf{A} \wedge \underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}]^T$ où $\lambda_i = \frac{\mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{A}} \cdot \underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}}{\|\underline{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}\|^2}$ désigne le pas du torseur (*pitch* en anglais, homogène à des [m/rad]).

On notera enfin $\widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1}$ la matrice des coordonnées associées au torseur $\mathbb{S}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ comme défini dans [MLS94]. Celle-ci s'écrit dans le cas général :

$$\widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} & \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

avec $\widehat{\cdot}$ l'opérateur anti-symétrique de pré-produit vectoriel tel que $\boldsymbol{\omega}_{i/i-1} \wedge \mathbf{a} = \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} \mathbf{a}$.

Connaissant les éléments du torseur unitaire $\underline{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ de la liaison \mathcal{L}_i , nous pouvons calculer à l'aide de l'application exponentielle la matrice de transformation traduisant le mouvement engendré par $\underline{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$, selon

$${}^{i-1}T_i(\alpha_i) = e^{\alpha_i \widehat{\underline{\mathbb{S}}}_{i/i-1, \mathbf{O}_{i-1}}} {}^{i-1}T_i(0) \quad (4.2)$$

qui correspond à la transformation homogène entre le corps $i - 1$ et i , paramétrée par un angle α_i ($\alpha_i = p_i$ ou $\alpha_i = q_i$). Il est important de noter que le torseur est ici exprimé au point origine du repère \mathcal{F}_{i-1} . Ainsi, les matrices homogènes de transformation seront obtenues à partir des torseurs cinématiques unitaires de chaque articulation, exprimés dans les repères intermédiaires directement précédents (voir l'annexe A pour plus de détails).

Le lecteur peut également calculer les matrices de passages en utilisant par exemple les transformations élémentaires de translation, et de rotation entre chaque repère, selon les axes de rotation donnés par la suite.

Chaîne C1

La première chaîne est définie en configuration initiale par les éléments cinématiques du tableau 4.1 représentés sur la figure 4.2. Le paramétrage équivalent de DH est donné à la figure B.2.

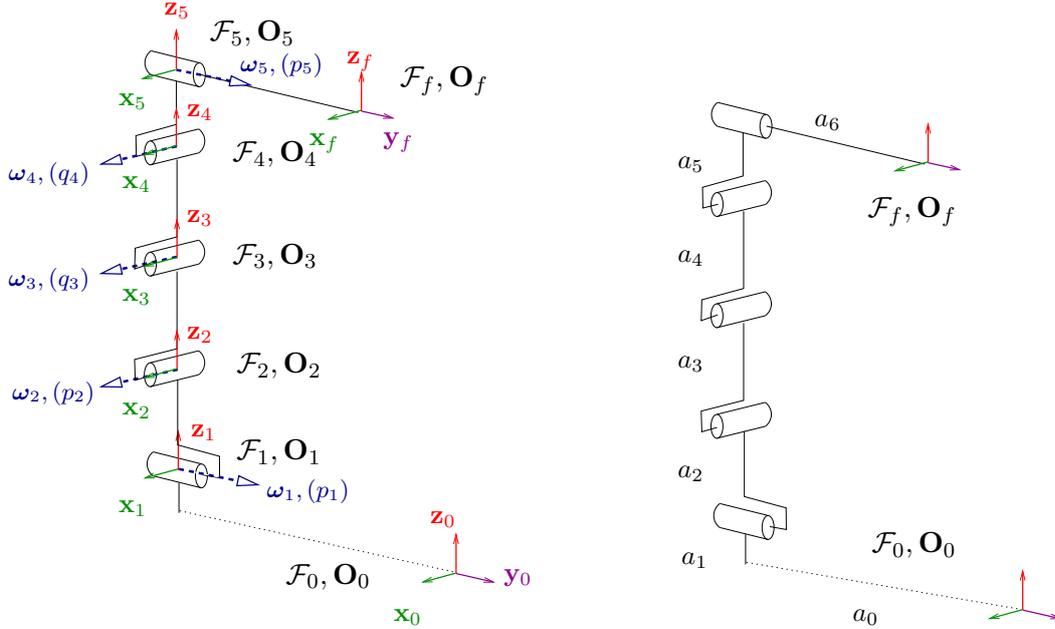


Fig. 4.2: Chaîne C1 : (gauche) Définition des repères ainsi que leurs origines et les vecteurs de rotation des articulations en configuration initiale - (droite) Données géométriques.

Position du repère i	Articulation	Axe de rotation $\underline{\omega}_i$	Paramètre angulaire	Expression du torseur unitaire en \mathbf{O}_i
${}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_1 = [0 \ -a_0 \ a_1]^T$	\mathcal{L}_1	\mathbf{y}_0	p_1	$\$_{1/0, \mathbf{O}_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^1\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2 = [0 \ 0 \ a_2]^T$	\mathcal{L}_2	\mathbf{x}_1	p_2	$\$_{2/1, \mathbf{O}_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^2\mathbf{O}_2\mathbf{O}_3 = [0 \ 0 \ a_3]^T$	\mathcal{L}_3	\mathbf{x}_2	q_3	$\$_{3/2, \mathbf{O}_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^3\mathbf{O}_3\mathbf{O}_4 = [0 \ 0 \ a_4]^T$	\mathcal{L}_4	\mathbf{x}_3	q_4	$\$_{4/3, \mathbf{O}_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^4\mathbf{O}_4\mathbf{O}_5 = [0 \ 0 \ a_5]^T$	\mathcal{L}_5	\mathbf{y}_4	p_5	$\$_{5/4, \mathbf{O}_5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^5\mathbf{O}_5\mathbf{O}_f = [0 \ a_6 \ 0]^T$				

Tab. 4.1: Définition des axes des torseurs unitaires représentant les pivots de la première chaîne en configuration initiale.

Dans la configuration initiale, les différents repères sont parallèles au repère de base et les matrices de transformation sont réduites à des translations entre les origines (l'identité se

substituant à la matrice de rotation). En utilisant les paramètres donnés dans le tableau 4.1, elles s'écrivent :

$${}^{i-1}T_i(0) = \begin{bmatrix} I_3 & {}^{i-1}\mathbf{O}_{i-1}\mathbf{O}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

D'après les choix établis dans le chapitre précédent, seules les liaisons q_3 et q_4 sont actionnées dans l'ensemble de la chaîne. Le modèle géométrique direct de cette chaîne $C1$ est obtenu par le produit suivant :

$${}^0T_f|_{C1} = {}^0T_1(p_1) {}^1T_2(p_2) {}^2T_3(q_3) {}^3T_4(q_4) {}^4T_5(p_5) {}^5T_f(0) \quad (4.4)$$

Dans cette dernière équation, la matrice ${}^5T_f(0)$ ne correspond pas à une articulation mais au décalage qu'il existe entre le repère \mathcal{F}_5 et le repère terminal \mathcal{F}_f .

Chaîne $C2$

La seconde chaîne est symétrique de la première à l'exception de \mathcal{L}_9 qui n'est pas actionnée. Les données cinématiques sont fournies dans le tableau 4.2, la représentation en configuration initiale à la figure 4.3. Le paramétrage équivalent de DH est donné à la figure B.3.

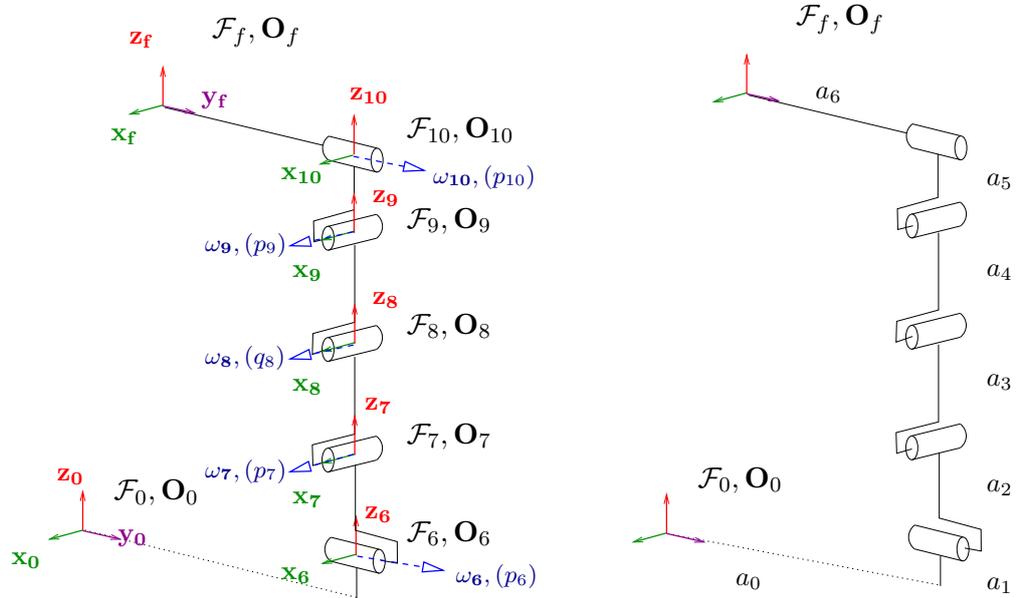


Fig. 4.3: Chaîne $C2$: (gauche) Définition des repères ainsi que leurs origines et les vecteurs de rotation des articulations en configuration initiale - (droite) Données géométriques.

Le modèle géométrique direct de la chaîne $C2$ est représenté par le produit suivant :

$${}^0T_f|_{C2} = {}^0T_6(p_6) {}^6T_7(p_7) {}^7T_8(q_8) {}^8T_9(p_9) {}^9T_{10}(p_{10}) {}^{10}T_f(0) \quad (4.5)$$

Seule la liaison q_8 est actionnée. Par rebouclage mécanique avec la chaîne $C1$, nous obtenons le système à six barres proposé auparavant.

Chaîne $C3$

Cette chaîne est similaire à un robot série à six axes possédant un poignet à trois axes concourants pour modéliser la rotule. Les paramètres sont donnés par le tableau 4.3 et la configuration initiale est représentée en figure 4.4. Le paramétrage par la convention de DH conduit aux éléments de la figure B.4.

Position du repère i	Articulation	Axe de rotation $\underline{\omega}_i$	Paramètre angulaire	Expression du torseur unitaire en \mathbf{O}_i
${}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_6 = [0 \ a_0 \ a_1]^T$	\mathcal{L}_6	\mathbf{y}_0	p_6	$\$_{6/0,\mathbf{O}_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^6\mathbf{O}_6\mathbf{O}_7 = [0 \ 0 \ a_2]^T$	\mathcal{L}_7	\mathbf{x}_6	p_7	$\$_{7/6,\mathbf{O}_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^7\mathbf{O}_7\mathbf{O}_8 = [0 \ 0 \ a_3]^T$	\mathcal{L}_8	\mathbf{x}_7	q_8	$\$_{8/7,\mathbf{O}_8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^8\mathbf{O}_8\mathbf{O}_9 = [0 \ 0 \ a_4]^T$	\mathcal{L}_9	\mathbf{x}_8	p_9	$\$_{9/8,\mathbf{O}_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^9\mathbf{O}_9\mathbf{O}_{10} = [0 \ 0 \ a_5]^T$	\mathcal{L}_{10}	\mathbf{y}_9	p_{10}	$\$_{10/9,\mathbf{O}_{10}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^{10}\mathbf{O}_{10}\mathbf{O}_f = [0 \ -a_6 \ 0]^T$				

Tab. 4.2: Définition des axes des torseurs unitaires représentant les pivots de la seconde chaîne en configuration initiale.

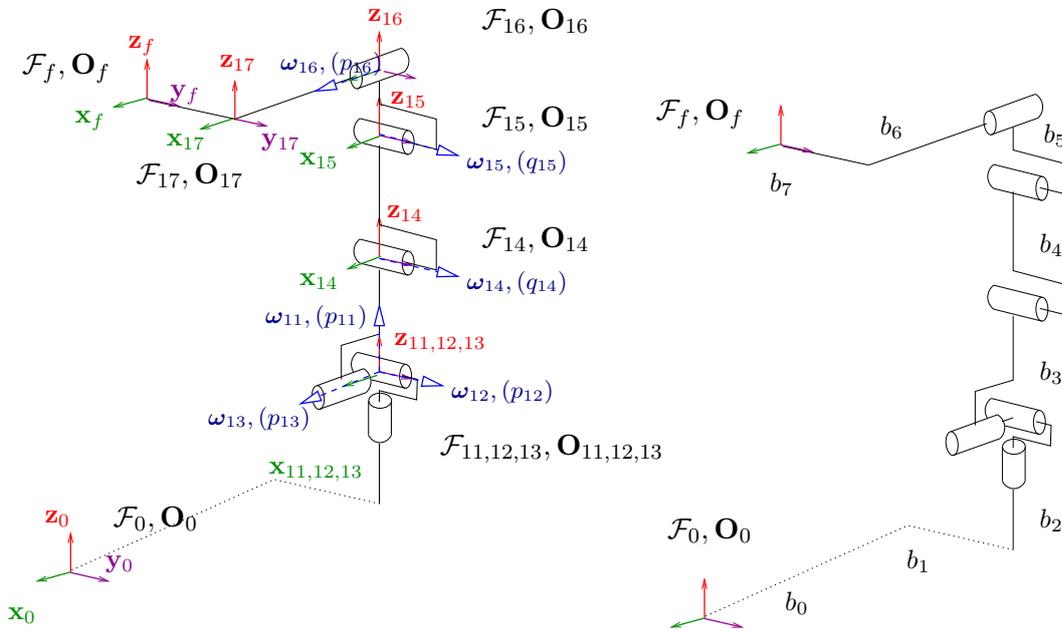


Fig. 4.4: Chaîne 3 : (gauche) Définition des repères ainsi que leurs origines et les vecteurs de rotation des articulations en configuration initiale - (droite) Données géométriques.

Position du repère i	Articulation	Axe de rotation $\underline{\omega}_i$	Paramètre angulaire	Expression du torseur unitaire en \mathbf{O}_i
${}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_{11} = [-b_0 \ b_1 \ b_2]^T$	\mathcal{L}_{11}	\mathbf{z}_0	p_{11}	$\$_{11/0, \mathbf{O}_{11}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^{11}\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{12} = [0 \ 0 \ 0]^T$	\mathcal{L}_{12}	\mathbf{y}_{11}	p_{12}	$\$_{12/11, \mathbf{O}_{12}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^{12}\mathbf{O}_{12}\mathbf{O}_{13} = [0 \ 0 \ 0]^T$	\mathcal{L}_{13}	\mathbf{x}_{12}	p_{13}	$\$_{13/12, \mathbf{O}_{13}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^{13}\mathbf{O}_{13}\mathbf{O}_{14} = [0 \ 0 \ b_3]^T$	\mathcal{L}_{14}	\mathbf{y}_{13}	q_{14}	$\$_{14/13, \mathbf{O}_{17}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^{14}\mathbf{O}_{14}\mathbf{O}_{15} = [0 \ 0 \ b_4]^T$	\mathcal{L}_{15}	\mathbf{y}_{14}	q_{15}	$\$_{15/14, \mathbf{O}_{15}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
${}^{15}\mathbf{O}_{15}\mathbf{O}_{16} = [0 \ 0 \ b_5]^T$	\mathcal{L}_{16}	\mathbf{x}_{15}	p_{16}	$\$_{16/15, \mathbf{O}_{16}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
${}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{17} = [b_6 \ 0 \ 0]^T$				
${}^{17}\mathbf{O}_{17}\mathbf{O}_f = [0 \ -b_7 \ 0]^T$				

Tab. 4.3: Définition des axes des torseurs unitaires représentant les pivots de la troisième chaîne en configuration initiale.

Les actionneurs sont placés en q_{14} pour commander la longueur du segment $\|\mathbf{O}_{13}\mathbf{O}_{15}\|$, et en q_{15} pour commander l'orientation de la plate-forme. Le modèle géométrique direct de la chaîne C3 est représentée par le produit suivant :

$${}^0T_{f|C3} = {}^0T_{11}(p_{11}) {}^{11}T_{12}(p_{12}) {}^{12}T_{13}(p_{13}) {}^{13}T_{14}(q_{14}) {}^{14}T_{15}(q_{15}) {}^{15}T_{16}(p_{16}) {}^{16}T_f(0). \quad (4.6)$$

4.1.3 Choix des paramètres a_i et b_i

Pour présenter des visualisations de la structure au lecteur, les longueurs a_i et b_i des différents segments sont choisies d'après les contraintes d'intégration résolues lors de la conception assistée par ordinateur (voir paragraphe 4.5.4). Le tableau 4.4 regroupe ces données.

Paramètres i	0	1	2	3	4	5	6	7
a_i (mm)	73,8	7,00	40,0	67,0	55,0	28,0	70,0	
b_i (mm)	67,6	40,0	63,0	75,0	60,0	28,0	104,0	40,0

Tab. 4.4: Données des paramètres géométriques, issues de l'étude en conception assistée par ordinateur au paragraphe 4.5.4.

Les modèles géométriques présentés par la suite sont résolus analytiquement et leur validité ne dépend pas de ces longueurs.

4.2 Modèles géométriques

Une fois les repères établis, nous obtenons l'équation de rebouclage mécanique :

$${}^0T_{f|C1} = {}^0T_{f|C2} = {}^0T_{f|C3} \quad (4.7)$$

où l'indice $f|Ck$ signifie que les matrices sont obtenues par l'utilisation de la chaîne Ck .

4.2.1 Modèle géométrique inverse

La résolution du modèle géométrique inverse correspond à la recherche des valeurs articulaires ($q_3, q_4, q_8, q_{14}, q_{15}$) conduisant à une posture donnée. Dans le cadre des robots série à plusieurs degrés de liberté, plusieurs solutions sont parfois possibles pour une même posture.

Etant donnés les paramètres ${}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f$ et ${}^0\mathbf{z}_f$, nous cherchons à résoudre le problème suivant :

$$\begin{cases} {}^0T_{f|C1} \begin{bmatrix} {}^f\mathbf{z}_f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_f \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^0T_{f|C1} \begin{bmatrix} {}^f\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.8)$$

en gardant à l'esprit que la condition (4.7) doit être vérifiée à tout moment. Cette résolution est faite par étapes : l'étude commence par l'angle entre le mécanisme plan et le plan ($\mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$), puis les articulations du mécanisme complet. Nous terminons la résolution par la troisième chaîne qui correspond à un robot série à six degrés de liberté avec poignet.

Angle entre la base et le mécanisme plan.

Les chaînes $C1$ et $C2$ sont contenues dans le même plan, et les contraintes suivantes sont imposées par le mécanisme :

$$\begin{cases} p_1 = p_6 \\ p_5 = p_{10} \end{cases} \quad (4.9)$$

Le point \mathbf{O}_f appartient au plan quel que soit le mouvement du manipulateur. L'angle entre le plan et l'axe \mathbf{z}_0 correspond au basculement selon p_1 . Sur la figure 4.5 nous avons représenté le manipulateur en configuration parallèle mais pas à la verticale de \mathbf{O}_0 . Ainsi le seul angle p_1 définit la position du point \mathbf{O}_f à la fois suivant \mathbf{x}_0 et \mathbf{z}_0 . On en déduit :

$$p_1 = \arctan 2({}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_{f[x]}, {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1). \quad (4.10)$$

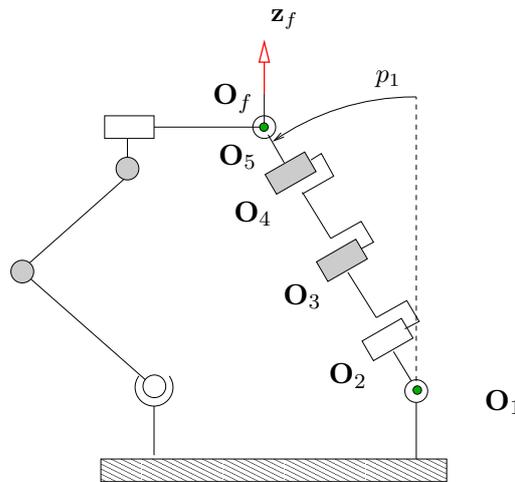


Fig. 4.5: Résolution du premier angle entre la base et le plan.

Chaîne C1

Angle entre la plate-forme et le vecteur \mathbf{z}_f : nous utilisons la contrainte d'orthogonalité entre \mathbf{z}_f et \mathbf{y}_5 pour obtenir une équation scalaire liant les coordonnées des deux vecteurs. Cette équation est obtenue après projection dans \mathcal{F}_0 des deux vecteurs en utilisant les transformations homogènes, puis par calcul du produit scalaire.

Les coordonnées¹ dans \mathcal{F}_0 du vecteur unitaire \mathbf{y}_5 sont :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_5 \\ 0 \end{bmatrix} = {}^0T_{1|C1} {}^1T_{2|C1} {}^2T_{3|C1} {}^3T_{4|C1} {}^4T_{5|C1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 s_{2,3,4} \\ c_{2,3,4} \\ c_1 s_{2,3,4} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

puis le produit scalaire ${}^0\mathbf{y}_5 \cdot {}^0\mathbf{z}_f = 0$ conduit à l'équation :

$$s_1 s_{2,3,4} {}^0\mathbf{z}_{f[x]} + c_{2,3,4} {}^0\mathbf{z}_{f[y]} + c_1 s_{2,3,4} {}^0\mathbf{z}_{f[z]} = 0 \quad (4.12)$$

qui permet de déduire la somme des angles $\Sigma_{2,3,4} = p_2 + q_3 + q_4$:

$$\Sigma_{2,3,4} = -\arctan\left(\frac{{}^0\mathbf{z}_{f[y]}}{s_1 {}^0\mathbf{z}_{f[x]} + c_1 {}^0\mathbf{z}_{f[z]}}\right). \quad (4.13)$$

Cette relation donne deux solutions qui correspondent dans un cas au vecteur \mathbf{y}_5 , et dans l'autre cas au vecteur $-\mathbf{y}_5$.

Une singularité apparaît lorsque $s_1 {}^0\mathbf{z}_{f[x]} + c_1 {}^0\mathbf{z}_{f[z]} = 0$, conduisant à $\Sigma_{2,3,4} = \pm \frac{\pi}{2}$. Cette équation traduit un produit scalaire entre \mathbf{z}_f et \mathbf{z}_1 qui serait nul. La configuration correspondante serait \mathbf{z}_f perpendiculaire au plan des chaînes C1 et C2.

Utilisation du vecteur $\mathbf{O}_2\mathbf{O}_f$ dans le plan : une fois que p_1 est connu, les coordonnées de \mathbf{O}_f sont connues dans \mathcal{F}_1 . Il reste à résoudre un problème géométrique inverse pour un robot plan à trois articulations.

Nous pouvons calculer le vecteur $\mathbf{O}_2\mathbf{O}_f$ en utilisant les circuits présentés en figure 4.6. Deux chemins y sont présentés :

1. B_1 qui correspond au passage par les points $\mathbf{O}_2, \mathbf{O}_3, \mathbf{O}_4, \mathbf{O}_5$ et \mathbf{O}_f ;
2. ou B_2 qui correspond à $\mathbf{O}_2, \mathbf{O}_1, \mathbf{O}_0$ et \mathbf{O}_f .

Ces deux chemins conduisent à l'égalité :

$${}^1\mathbf{O}_2\mathbf{O}_{f|B1} = {}^1\mathbf{O}_2\mathbf{O}_{f|B2} \quad (4.14)$$

qui après projection dans le repère \mathcal{F}_1 , donne :

$$0 = c_1 {}^0\mathbf{O}_{f[x]} - s_1 ({}^0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1) \quad (4.15)$$

$$c_{2,3,4} a_6 - s_{2,3,4} a_5 - s_{2,3} a_4 - s_2 a_3 = {}^0\mathbf{O}_{f[y]} + a_0 \quad (4.16)$$

$$s_{2,3,4} a_6 + c_{2,3,4} a_5 + c_{2,3} a_4 + c_2 a_3 = s_1 {}^0\mathbf{O}_{f[x]} + c_1 ({}^0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1) - a_2. \quad (4.17)$$

On peut remarquer que l'équation (4.15) (à l'image de ce qui aboutit à l'équation (4.10)) permet de retrouver p_1 . Le vecteur étant contenu dans le plan, sa norme ne doit dépendre que des paramètres q_3, q_4 . Les autres termes sont connus, notamment $c_{2,3,4}$ et $s_{2,3,4}$, et nous définissons les variables intermédiaires suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= {}^0\mathbf{O}_{f[y]} + a_0 - c_{2,3,4} a_6 + s_{2,3,4} a_5 \\ \beta_1 &= s_1 {}^0\mathbf{O}_{f[x]} + c_1 ({}^0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1) - a_2 - s_{2,3,4} a_6 - c_{2,3,4} a_5, \end{aligned}$$

¹ Par la suite, il ne sera plus détaillé les équations de projections des vecteurs et des points, la méthode est identique à chaque fois.

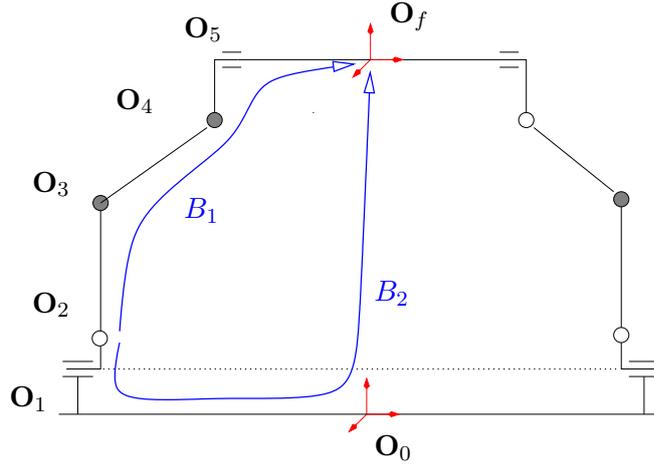


Fig. 4.6: Circuits utilisés pour le calcul du vecteur $\mathbf{O}_2\mathbf{O}_f$ par deux chemins.

ainsi l'équation (4.16) devient :

$$-s_{2,3}a_4 - s_2a_3 = \alpha_1, \quad (4.18)$$

et l'équation (4.17) :

$$c_{2,3}a_4 + c_2a_3 = \beta_1. \quad (4.19)$$

En calculant la somme membre à membre du carré de (4.18) et (4.19), nous obtenons

$$a_4^2 + 2a_4a_3c_3 + a_3^2 = \alpha_1^2 + \beta_1^2 \quad (4.20)$$

d'où l'on déduit

$$q_3 = \pm \arccos\left(\frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2 - a_4^2 - a_3^2}{2a_4a_3}\right). \quad (4.21)$$

Ces deux solutions s'identifient à :

- une configuration où la chaîne $C1$ est tournée vers l'extérieur (point \mathbf{O}_3 à gauche du segment $\mathbf{O}_2\mathbf{O}_4$ dans la figure 4.6) ;
- une configuration où la chaîne $C1$ est tournée vers l'intérieur (point \mathbf{O}_3 à droite du segment $\mathbf{O}_2\mathbf{O}_4$ dans la figure 4.6).

Parmi ces solutions, nous imposons d'avoir la chaîne tournée vers l'extérieur, ce qui signifie que q_3 sera positif.

En reprenant les équations (4.18) et (4.19), on obtient deux relations à deux inconnues : s_2 et c_2 . Une résolution matricielle du système linéaire conduit à la solution :

$$p_2 = \arctan 2 \left(-\frac{\alpha_1 a_4 c_3 + \alpha_1 a_3 + a_4 s_3 \beta_1}{\Delta_1}, -\frac{a_4 s_3 \alpha_1 - \beta_1 a_4 c_3 - \beta_1 a_3}{\Delta_1} \right) \quad (4.22)$$

où $\Delta_1 = a_4^2 + 2a_4a_3c_3 + a_3^2$ est nul si $q_3 = \arccos(-\frac{a_4^2 + a_3^2}{2a_4a_3})$. En remplaçant la valeur de p_2 , on obtient :

$$q_4 = \Sigma_{2,3,4} - p_2 - q_3. \quad (4.23)$$

Chaîne $C2$

Nous utiliserons une résolution identique à la précédente. La contrainte d'orthogonalité conduit à :

$$s_1 s_{7,9,8} {}^0\mathbf{z}_{f[x]} + c_{7,9,8} {}^0\mathbf{z}_{f[y]} + c_1 s_{7,9,8} {}^0\mathbf{z}_{f[z]} = 0, \quad (4.24)$$

ce qui permet de déduire la somme $\Sigma_{7,9,8} = p_7 + q_8 + p_9$:

$$\Sigma_{7,9,8} = -\arctan\left(\frac{{}^0\mathbf{z}_{f[y]}}{s_1{}^0\mathbf{z}_{f[x]} + c_1{}^0\mathbf{z}_{f[z]}}\right). \quad (4.25)$$

Cette égalité est identique à l'équation (4.13), donc les solutions et la singularité sont identiques.

Utilisation du vecteur $\mathbf{O}_7\mathbf{O}_f$ dans le plan : le calcul de ce vecteur par deux chemins, l'un passant par la chaîne C_2 , l'autre par le point \mathbf{O}_0 , conduit aux équations suivantes :

$$0 = c_1{}^0\mathbf{O}_{f[x]} - s_1({}^0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1) \quad (4.26)$$

$$-c_{7,9,8}a_6 - s_{7,9,8}a_5 - s_{7,8}a_4 - s_7a_3 = {}^0\mathbf{O}_{f[y]} - a_0 \quad (4.27)$$

$$-s_{7,9,8}a_6 + c_{2,3,4}a_5 + c_{7,8}a_4 + c_7a_3 = s_1{}^0\mathbf{O}_{f[x]} + c_1({}^0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1) - a_2. \quad (4.28)$$

En définissant les variables :

$$\alpha_2 = {}^0\mathbf{O}_{f[y]} - a_0 + c_{7,9,8}a_6 + s_{7,9,8}a_5$$

$$\beta_2 = s_1{}^0\mathbf{O}_{f[x]} + c_1({}^0\mathbf{O}_{f[z]} - a_1) - a_2 + s_{7,9,8}a_6 - c_{7,9,8}a_5,$$

qui sont distinctes de α_1 et β_1 , on obtient de façon similaire :

$$q_8 = \pm \arccos\left(\frac{\alpha_2^2 + \beta_2^2 - a_4^2 - a_3^2}{2a_4a_3}\right). \quad (4.29)$$

Comme avant, ces deux solutions s'identifient à deux configurations de la chaîne C_2 : soit en configuration intérieure ($q_8 < 0$), soit en configuration extérieure ($q_8 > 0$).

La résolution matricielle de (4.27) et (4.28) pour s_7 et c_7 donne :

$$p_7 = \arctan 2\left(-\frac{\alpha_2 a_4 c_8 + \alpha_2 a_3 + a_4 s_8 \beta_2}{\Delta_2}, -\frac{a_4 s_8 \alpha_2 - \beta_2 a_4 c_8 - \beta_2 a_8}{\Delta_2}\right) \quad (4.30)$$

avec $\Delta_2 = a_4^2 + 2a_4a_3c_8 + a_3^2$ (singularité identique à Δ_1). Finalement, on obtient :

$$p_9 = \Sigma_{7,9,8} - p_7 - q_8. \quad (4.31)$$

Angle de la plate-forme avec le plan

Le dernier angle à trouver est p_5 (ou p_{10}). En utilisant le modèle géométrique direct de la chaîne C_1 , on peut aisément calculer \mathbf{z}_f , ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_{f|C_1} \\ 0 \end{bmatrix} = {}^0T_{f, C_1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 s_5 + s_1 c_{2,3,4} c_5 \\ -s_{2,3,4} c_5 \\ -s_1 s_5 + c_1 c_{2,3,4} c_5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.32)$$

qui doit être identifié avec le vecteur ${}^0\mathbf{z}_f$ donné comme paramètre d'entrée du modèle inverse. Dans le cas où $c_{2,3,4}$ n'est pas nul, une résolution immédiate d'un système linéaire en s_5 et c_5 conduit à :

$$p_5 = \arctan 2\left(c_1{}^0\mathbf{z}_{f[x]} - s_1{}^0\mathbf{z}_{f[z]}, \frac{s_1{}^0\mathbf{z}_{f[x]} + c_1{}^0\mathbf{z}_{f[z]}}{c_{2,3,4}}\right). \quad (4.33)$$

Dans le cas où $c_{2,3,4} = 0$, si $c_1 \neq 0$ on a :

$$p_5 = \arctan 2\left(\frac{{}^0\mathbf{z}_{f[x]}}{c_1}, \frac{-s_{2,3,4}}{{}^0\mathbf{z}_{f[y]}}\right), \quad (4.34)$$

sinon, $c_1 = 0$ et on obtient :

$$p_5 = \arctan 2 \left(\frac{-{}^0\mathbf{z}_{f[z]}}{s_1}, \frac{-s_{2,3,4}}{{}^0\mathbf{z}_{f[y]}} \right). \quad (4.35)$$

Grâce à ce dernier paramètre, le repère \mathcal{F}_f est complètement connu par les chaînes $C1$ ou $C2$. Pour alléger la suite, nous définissons les variables intermédiaires :

$${}^0\mathbf{x}_f = {}^0\mathbf{x}_{f|C1} = [{}^0\mathbf{x}_{f[x]} \quad {}^0\mathbf{x}_{f[y]} \quad {}^0\mathbf{x}_{f[z]}]^T$$

et

$${}^0\mathbf{y}_f = {}^0\mathbf{y}_{f|C1} = [{}^0\mathbf{y}_{f[x]} \quad {}^0\mathbf{y}_{f[y]} \quad {}^0\mathbf{y}_{f[z]}]^T,$$

qui sont les vecteurs unitaires du repère \mathcal{F}_f obtenus par la chaîne $C1$ dans \mathcal{F}_0 . La matrice homogène associée à la plate-forme devient :

$${}^0T_f = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{x}_{f[x]} & {}^0\mathbf{y}_{f[x]} & {}^0\mathbf{z}_{f[x]} & {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_{f[x]} \\ {}^0\mathbf{x}_{f[y]} & {}^0\mathbf{y}_{f[y]} & {}^0\mathbf{z}_{f[y]} & {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_{f[y]} \\ {}^0\mathbf{x}_{f[z]} & {}^0\mathbf{y}_{f[z]} & {}^0\mathbf{z}_{f[z]} & {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_{f[z]} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Chaîne C3

La dernière chaîne ayant six degrés de liberté, la détermination de ses paramètres angulaires fait appel à la résolution classique associée à un bras série à six axes.

Angle p_{16} le premier paramètre à trouver est l'angle p_{16} . Il s'identifie à l'angle entre la plate-forme et le plan contenant la chaîne $C3$. Cet angle peut être déduit de la position du point \mathbf{O}_{11} dans le repère \mathcal{F}_{16} .

En calculant la position du point \mathbf{O}_{11} dans le repère \mathcal{F}_{16} en passant par la chaîne $C1$, nous obtenons l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11|C1} \\ 1 \end{bmatrix} &= {}^{16}T_{f|C3} ({}^0T_{f|C1})^{(-1)} ({}^{11}T_{0|C3})^{(-1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ &= \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{x}_{f[y]}(b_1 - {}^0\mathbf{O}_{f[y]}) + {}^0\mathbf{x}_{f[z]}(b_2 - {}^0\mathbf{O}_{f[z]}) - {}^0\mathbf{x}_{f[x]}(b_0 - {}^0\mathbf{O}_{f[x]}) + b_6 \\ {}^0\mathbf{y}_{f[y]}(b_1 - {}^0\mathbf{O}_{f[y]}) + {}^0\mathbf{y}_{f[z]}(b_2 - {}^0\mathbf{O}_{f[z]}) - {}^0\mathbf{y}_{f[x]}(b_0 - {}^0\mathbf{O}_{f[x]}) - b_7 \\ {}^0\mathbf{z}_{f[y]}(b_1 - {}^0\mathbf{O}_{f[y]}) + {}^0\mathbf{z}_{f[z]}(b_2 - {}^0\mathbf{O}_{f[z]}) - {}^0\mathbf{z}_{f[x]}(b_0 - {}^0\mathbf{O}_{f[x]}) \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Pour simplifier les calculs, nous définissons les variables intermédiaires :

$$\begin{aligned} {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11[x]} &= {}^0\mathbf{x}_{f[y]}(b_1 - {}^0\mathbf{O}_{f[y]}) + {}^0\mathbf{x}_{f[z]}(b_2 - {}^0\mathbf{O}_{f[z]}) - {}^0\mathbf{x}_{f[x]}(b_0 - {}^0\mathbf{O}_{f[x]}) + b_6, \\ {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11[y]} &= {}^0\mathbf{y}_{f[y]}(b_1 - {}^0\mathbf{O}_{f[y]}) + {}^0\mathbf{y}_{f[z]}(b_2 - {}^0\mathbf{O}_{f[z]}) - {}^0\mathbf{y}_{f[x]}(b_0 - {}^0\mathbf{O}_{f[x]}) - b_7, \\ {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11[z]} &= {}^0\mathbf{z}_{f[y]}(b_1 - {}^0\mathbf{O}_{f[y]}) + {}^0\mathbf{z}_{f[z]}(b_2 - {}^0\mathbf{O}_{f[z]}) - {}^0\mathbf{z}_{f[x]}(b_0 - {}^0\mathbf{O}_{f[x]}), \end{aligned}$$

ce qui permet d'obtenir le vecteur :

$${}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11|C1} = \begin{bmatrix} {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11[x]} \\ {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11[y]} \\ {}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11[z]} \end{bmatrix}.$$

En choisissant de suivre la chaîne $C3$, nous déduisons :

$${}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11|C3} = \begin{bmatrix} b_3 s_{14,15} + s_{15} b_4 \\ -s_{16}(b_3 c_{14,15} + c_{15} b_4 + b_5) \\ -c_{16}(b_3 c_{14,15} + c_{15} b_4 + b_5) \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

De ces deux équations il vient :

$$p_{16} = \arctan 2 \left(-{}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11|y}, -{}^{16}\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11|z} \right). \quad (4.38)$$

Une singularité de calcul apparaît si $b_3 c_{14,15} + c_{15} b_4 + b_5 = 0$, ce qui se traduit géométriquement par un vecteur $\mathbf{O}_{16}\mathbf{O}_{11}$ qui est parallèle avec \mathbf{x}_0 .

Les derniers paramètres sont obtenus par le vecteur $\mathbf{O}_{15}\mathbf{O}_{11}$, dont la longueur et les coordonnées ne dépendent que de q_{14} et q_{15} . En utilisant les mêmes chemins que précédemment, on obtient :

$${}^{15}\mathbf{O}_{15}\mathbf{O}_{11|C1} = {}^{15}\mathbf{O}_{15}\mathbf{O}_{11|C3}, \quad (4.39)$$

d'où les équations :

$${}^{16}\mathbf{O}_{11|x} = b_3 s_{14,15} + s_{15} b_4, \quad (4.40)$$

$$c_{16} {}^{16}\mathbf{O}_{11|y} - s_{16} {}^{16}\mathbf{O}_{11|z} = 0,$$

$$s_{16} {}^{16}\mathbf{O}_{11|y} + c_{16} {}^{16}\mathbf{O}_{11|z} + b_5 = -b_3 c_{14,15} - c_{15} b_4. \quad (4.41)$$

Ainsi, et comme vu pour les chaînes $C1$ et $C2$, nous définissons :

$$\alpha_3 = {}^{16}\mathbf{O}_{11|x},$$

$$\beta_3 = s_{16} {}^{16}\mathbf{O}_{11|y} + c_{16} {}^{16}\mathbf{O}_{11|z} + b_5,$$

dont la somme des carrés des équation (4.40) et (4.41) donne :

$$b_3^2 + 2b_3 b_4 c_{14} + b_4^2 = \alpha_3^2 + \beta_3^2. \quad (4.42)$$

Nous obtenons deux solutions pour q_{14} :

$$q_{14} = \pm \arccos \left(\frac{\alpha_3^2 + \beta_3^2 + b_3^2 + b_4^2}{2b_3 b_4} \right), \quad (4.43)$$

qui, à la manière de q_3 et q_8 , définit l'orientation intérieure ou extérieure de la chaîne. Pour dégager l'espace intérieur au manipulateur, nous imposons $q_{14} \in [0, \pi]$.

La résolution du système linéaire des équations (4.40) et (4.41) permet d'obtenir finalement :

$$q_{15} = \arctan 2 \left(\frac{\alpha_3 c_{14} b_3 + \alpha_3 b_4 + s_{14} b_3 \beta_3}{\Delta_3}, -\frac{-s_{14} b_3 \alpha_3 + \beta_3 c_{14} b_3 + \beta_3 b_4}{\Delta_3} \right) \quad (4.44)$$

avec $\Delta_3 = b_3^2 + 2b_4 b_3 c_{14} + b_4^2$.

Rotule la matrice de transformation ${}^0T_{13}$ est connue par la chaîne $C1$ et les paramètres q_{14} , q_{15} et p_{16} :

$${}^0T_{13|C1} = {}^0T_{16|C1} ({}^{15}T_{16})^{(-1)} ({}^{14}T_{15})^{(-1)} ({}^{13}T_{14})^{(-1)}. \quad (4.45)$$

De même, le calcul direct par le modèle géométrique de $C3$ conduit à :

$$\begin{aligned} {}^0T_{13|C3} &= {}^0T_{11} {}^{11}T_{12} {}^{12}T_{13}, \\ &= \begin{bmatrix} c_{11}c_{12} & -s_{11}c_{13} + c_{11}s_{12}s_{13} & s_{11}s_{13} + c_{11}s_{12}c_{13} & -b_0 \\ s_{11}c_{12} & c_{11}c_{13} + s_{11}s_{12}s_{13} & -c_{11}s_{13} + s_{11}s_{12}c_{13} & b_1 \\ -s_{12} & s_{13}c_{12} & c_{12}c_{13} & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Par identification entre les valeurs de (4.45) et (4.46), nous obtenons les équations d'orientation dont la résolution classique est donnée dans [KD99]. D'abord :

$$p_{12} = \arcsin(-{}^0T_{13|C1[3,1]}), \quad (4.47)$$

puis, si $p_{12} \neq \frac{\pi}{2}$, alors on a

$$p_{11} = \arctan 2({}^0T_{13|C1[2,1]}, {}^0T_{13|C1[1,1]}), \quad (4.48)$$

$$p_{13} = \arctan 2({}^0T_{13|C1[3,2]}, {}^0T_{13|C1[3,3]}), \quad (4.49)$$

sinon

$$p_{11} = 0, \quad (4.50)$$

$$p_{13} = \arctan 2({}^0T_{13|C1[1,2]}, {}^0T_{13|C1[2,2]}). \quad (4.51)$$

Nous avons ainsi déterminé l'ensemble des paramètres angulaires (passifs et actifs) constituant le manipulateur.

A titre d'illustration, nous pouvons représenter la structure sous forme filaire à l'aide de MATLAB en figure 4.7. Les paramètres utilisés pour le calcul du MGI sont

$${}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0, 14 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$${}^0\mathbf{z}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

et l'on a considéré les longueurs a_i et b_i du tableau 4.4.

4.2.2 Modèle géométrique direct

En utilisant les paramètres commandés q_3 , q_4 , q_8 , q_{14} et q_{15} , nous cherchons les assemblages possibles du manipulateur correspondant à des attitudes ${}^0\mathbf{O}_f$ et ${}^0\mathbf{z}_f$.

Circuit avec les chaînes C1 et C2

Dans le plan, le déplacement du point \mathbf{O}_9 peut être paramétré par la chaîne C1 ou la chaîne C2. En effet, les articulations \mathcal{L}_3 et \mathcal{L}_4 étant supposées fixes, \mathcal{L}_5 ne modifie pas la position de \mathbf{O}_9 . Le lieu du point est un cercle de centre \mathbf{O}_2 . Symétriquement, quand \mathcal{L}_8 est fixée, le lieu du point est un cercle de centre \mathbf{O}_7 .

On se place dans le repère \mathcal{F}_1 où la position de \mathbf{O}_9 est donnée par l'intersection des deux cercles comme présenté à la figure 4.8.

En utilisant le modèle direct de la chaîne C1, pour aller jusqu'au point \mathbf{O}_9 , nous calculons le vecteur :

$${}^1\mathbf{O}_2\mathbf{O}_9|_{C1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2c_{2,3,4}a_6 - s_{2,3}a_4 - s_2a_3 \\ 2s_{2,3,4}a_6 + c_{2,3}a_4 + c_2a_3 \end{bmatrix}. \quad (4.54)$$

En passant par la chaîne C2, ce même vecteur s'écrit :

$${}^1\mathbf{O}_2\mathbf{O}_9|_{C2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -s_{7,8}a_4 - s_7a_3 + 2a_0 \\ c_{7,8}a_4 + c_7a_3 \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

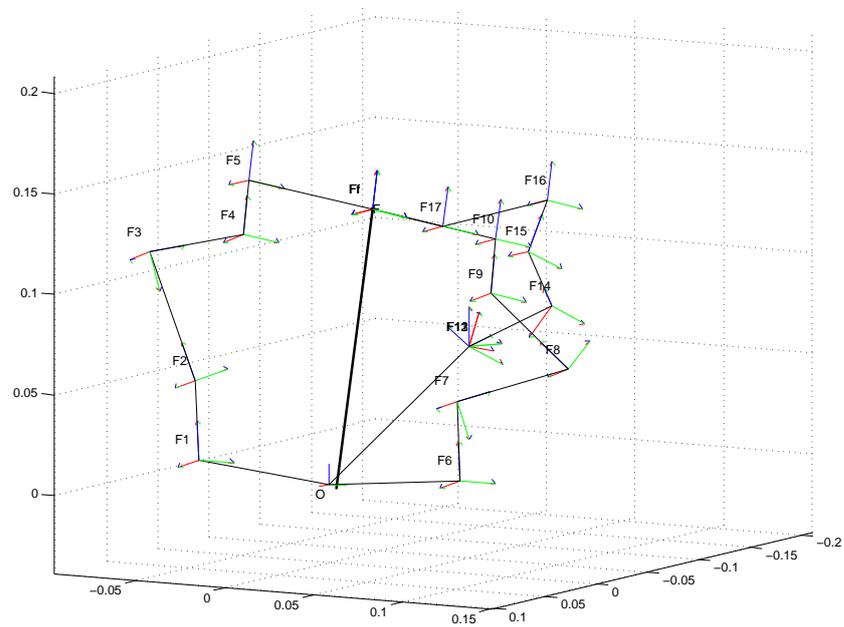
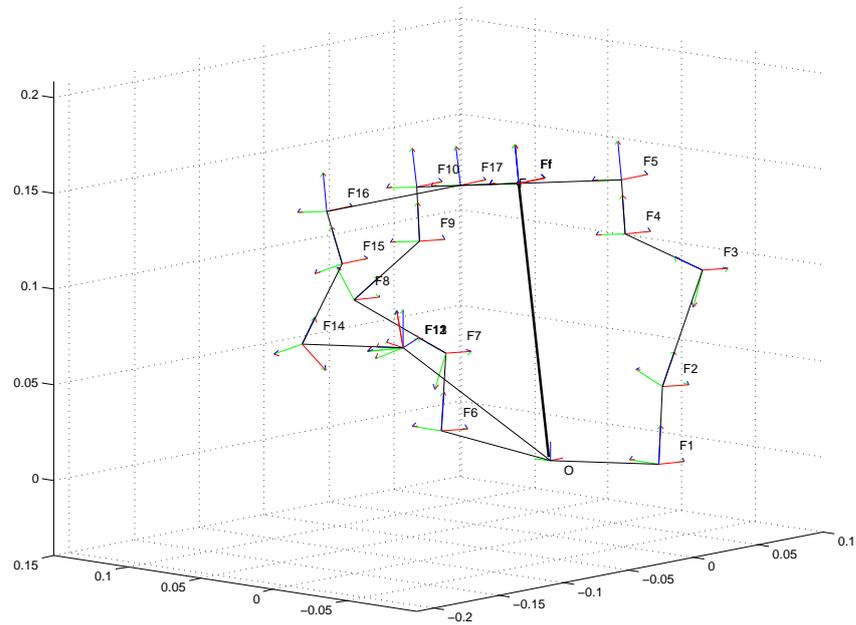


Fig. 4.7: Représentation filaire de la structure, à l'aide des paramètres articulaires calculés par le modèle géométrique inverse.

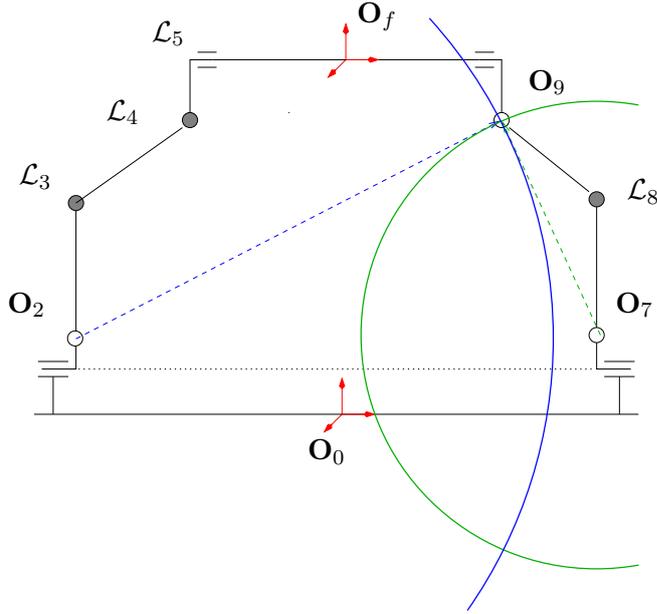


Fig. 4.8: Intersection des deux cercles de centre \mathbf{O}_2 et \mathbf{O}_7 .

En calculant la norme de ces vecteurs, nous obtenons les deux équations suivantes :

$$\|{}^1\mathbf{O}_2\mathbf{O}_9\|^2 = 4a_6a_4s_4 + 4a_6a_3s_{3,4} + a_4^2 + 2a_4a_3c_3 + a_3^2 + 4a_6^2 \quad (4.56)$$

$$= 2a_4a_3c_8 - 4s_{7,8}a_4a_0 - 4s_7a_3a_0 + 4a_0^2 + a_4^2 + a_3^2. \quad (4.57)$$

Tous les termes sont connus dans l'équation (4.56), donc l'égalité (4.57) peut se mettre sous la forme :

$$\alpha_1 c_7 + \beta_1 s_7 + \gamma_1 = 0, \quad (4.58)$$

avec

$$\alpha_1 = -4a_4a_0s_8$$

$$\beta_1 = -4a_3a_0 - 4a_4a_0c_8$$

$$\gamma_1 = a_3^2 + 2a_4a_3c_8 + a_4^2 + 4a_0^2 - \|{}^1\mathbf{O}_2\mathbf{O}_9\|^2.$$

Ce problème standard se résoud en posant une variable $t_7 = \tan\left(\frac{p_7}{2}\right)$ dans la relation (4.58) qui se transforme en équation polynomiale du second ordre² en t_7 :

$$\alpha_1 - \alpha_1 t_7^2 + 2\beta_1 t_7 + \gamma_1 + \gamma_1 t_7^2 = 0. \quad (4.59)$$

Après résolution, nous obtenons :

$$p_7 = 2 \arctan \left(\frac{-\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 + \alpha_1^2 - \gamma_1^2}}{-\alpha_1 + \gamma_1} \right). \quad (4.60)$$

Il y a ici aucune, une ou deux solutions possibles à l'assemblage. Si le terme $\beta_1^2 + \alpha_1^2 - \gamma_1^2$ est négatif, il n'y a pas de solution au problème. Si ce terme est nul, alors une seule solution existe, c'est le cas quand les cercles sont tangents, donc le point \mathbf{O}_9 se situe sur l'axe $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_6$. Enfin dans le cas le plus probable, les deux solutions correspondent à l'assemblage du mécanisme soit au dessus de l'axe $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_6$, soit en dessous. Un exemple de ces deux possibilités est présenté à

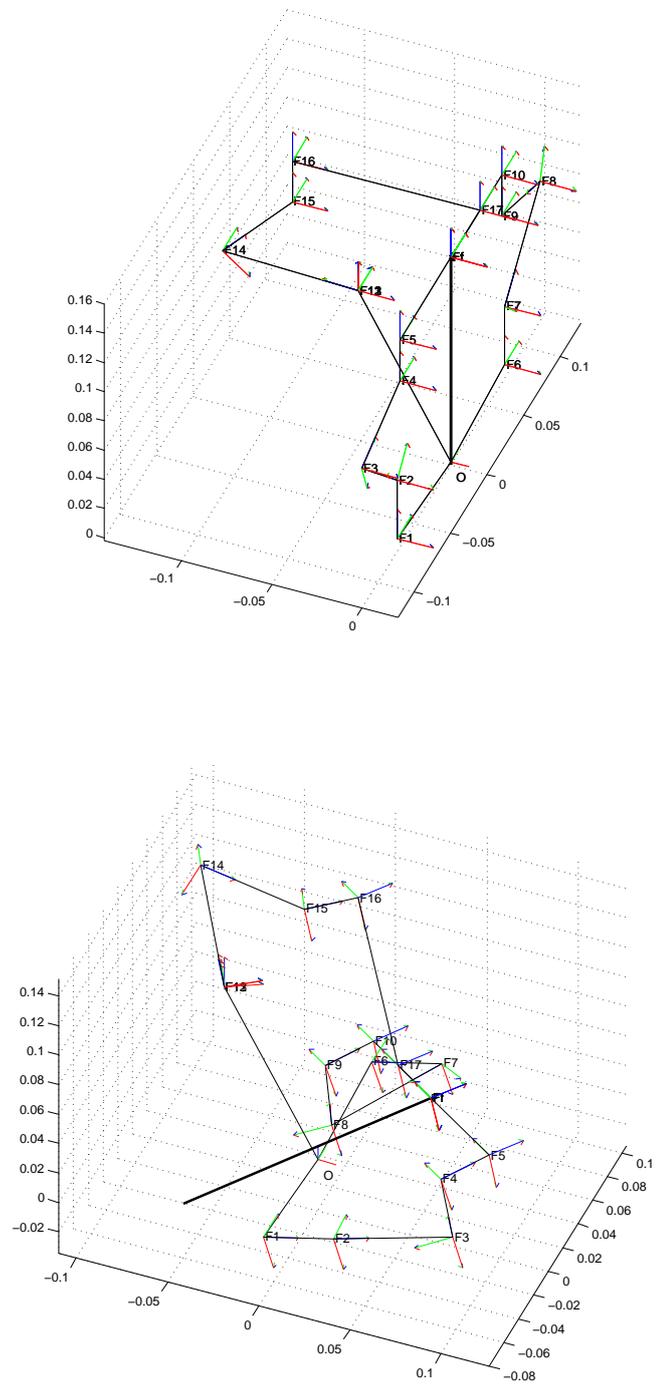


Fig. 4.9: Deux modes d'assemblage pour p_7 .

la figure 4.9. En configuration normale de fonctionnement du manipulateur, seule la solution $(-\frac{\pi}{2} < p_7 < 0)$ est intéressante.

Les coordonnées du point \mathbf{O}_9 sont connues dans \mathcal{F}_1 . En calculant le vecteur ${}^1\mathbf{O}_1\mathbf{O}_9$ par la chaîne $C1$, nous obtenons :

$${}^1\mathbf{O}_1\mathbf{O}_9|_{C1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2c_{2,3,4}a_6 - s_{2,3}a_4 - s_2a_3 \\ 2s_{2,3,4}a_6 + c_{2,3}a_4 + c_2a_3 + a_2 \end{bmatrix}, \quad (4.61)$$

et par $C2$, le vecteur est :

$${}^1\mathbf{O}_1\mathbf{O}_9|_{C2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -s_{7,8}a_4 - s_7a_3 + 2a_0 \\ c_{7,8}a_4 + c_7a_3 + a_2 \end{bmatrix}. \quad (4.62)$$

Ce dernier vecteur est connu par la chaîne $C2$. En calculant sa norme, nous obtenons encore deux équations à deux inconnues, permettant d'aboutir à la relation :

$$\alpha_2 c_2 + \beta_2 s_2 + \gamma_2 = 0, \quad (4.63)$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= (2a_4c_3 + 2a_3 + 4a_6s_{3,4})a_2 \\ \beta_2 &= (-2a_4s_3 + 4a_6c_{3,4})a_2 \\ \gamma_2 &= 4a_6^2 + (4s_4a_4 + 4s_{3,4}a_3)a_6 + a_4^2 + a_3^2 + 2a_4c_3a_3 + a_2^2 - \|{}^1\mathbf{O}_1\mathbf{O}_9\|^2, \end{aligned}$$

$\|{}^1\mathbf{O}_1\mathbf{O}_9\|^2$ étant obtenu par (4.62). Ce problème a déjà été vu en (4.58). Sa résolution conduit à une forme du type (4.60), soit ici :

$$p_2 = 2 \arctan \left(\frac{-\beta_2 \pm \sqrt{\beta_2^2 + \alpha_2^2 - \gamma_2^2}}{-\alpha_2 + \gamma_2} \right). \quad (4.64)$$

Bien qu'il y ait apparemment plusieurs solutions d'assemblage, en réalité le choix du signe dans (4.60), donc de la position du point \mathbf{O}_9 , contraint le signe de la solution p_2 à être identique. Jusqu'à présent, il n'y a que deux assemblages possibles.

Pour terminer la résolution du système plan, nous pouvons facilement déduire la valeur de :

$$p_9 = p_2 + q_3 + q_4 - p_7 - q_8. \quad (4.65)$$

Il est à noter que les valeurs articulaires p_1 et p_5 ne sont pas encore déterminées. Le mécanisme spatial a encore deux degrés de liberté, ce qui montre que le choix des liaisons actionnées (q_3, q_4, q_8) permet de contrôler exactement trois degrés de liberté. Nous en déduisons que la troisième chaîne ne doit contraindre que ces deux paramètres (sans redondance d'actionnement).

Circuit avec la chaîne $C3$

La chaîne $C3$ est connectée au mécanisme plan par le point \mathbf{O}_{17} . Cette liaison rigide a la propriété d'être dans le plan du premier système à six barres (le plan (M) des chaînes $C1$ et $C2$), et dans le plan de l'autre système à six barres.

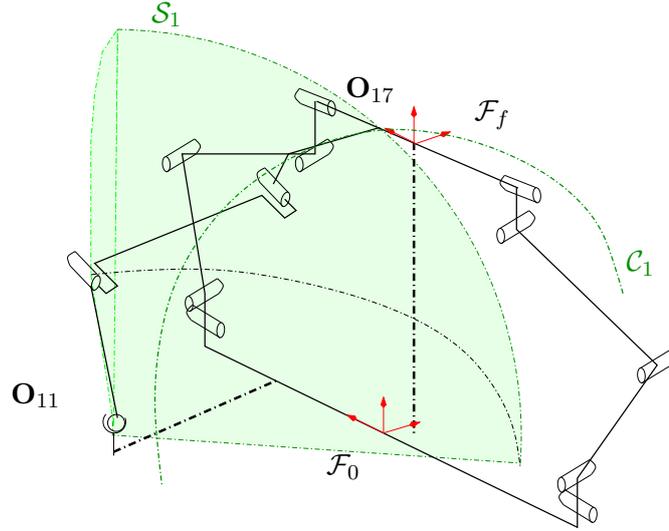


Fig. 4.10: Intersection du cercle généré par le lieu de \mathbf{O}_{17} selon p_1 , et de la sphère de centre \mathbf{O}_{11} .

Interprétation géométrique quand p_1 change, le lieu de \mathbf{O}_{17} est un cercle \mathcal{C}_1 autour de l'axe $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_6$. De même, si q_{14} et q_{15} sont fixées, le lieu décrit par \mathbf{O}_{17} est une sphère de centre \mathbf{O}_{11} et de rayon $\|\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{17}\|$. Nous avons représenté sur la figure 4.10 ces deux contraintes. L'intersection entre la surface de la sphère et le cercle donne, au plus, deux solutions pour le point de liaison. Quand les deux objets géométriques sont tangents, une solution existe. Enfin si les rayons sont trop petits, il n'y aura pas de solution à l'assemblage.

Ceci se retrouve en calculant la norme du vecteur ${}^0\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{17}$ en choisissant le chemin passant par la chaîne $C1$ dans un cas et par $C3$ dans l'autre. Nous obtenons les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \|{}^0\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{17|C1}\|^2 &= (s_1(s_{2,3,4}(b_7 + a_6) + c_{2,3,4}(a_5 + a_4) + c_2a_3 + a_2) + b_0)^2 \\ &\quad + (c_1(s_{2,3,4}(b_7 + a_6) + c_{2,3,4}(a_5 + a_4) + c_2a_3 + a_2) + a_1 - b_2)^2 \\ &\quad + (c_{2,3,4}(b_7 + a_6) - s_{2,3,4}a_5 - s_{2,3,4}a_4 - s_2a_3 - a_0 - b_1)^2 \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} \|{}^0\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{17|C3}\|^2 &= (c_{14,15}b_6 + s_{14,15}b_5 + s_{14}b_4)^2 \\ &\quad + (c_{14,15}b_5 - s_{14,15}b_6 + c_{14}b_4 + b_3)^2. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Tous les termes de l'égalité (4.67) sont connus et il est possible de calculer la norme. En revanche, l'équation (4.66) dépend du paramètre p_1 que l'on cherche. Cette égalité peut s'écrire sous la forme déjà vue en (4.58) :

$$\alpha_3c_1 + \beta_3s_1 + \gamma_3 = 0 \quad (4.68)$$

où les coefficients sont issus de (4.66).

D'après (4.60), on trouve aucune, une ou deux solutions pour p_1 , donc autant de solutions pour la position de \mathbf{O}_{17} . Les solutions s'identifient à des assemblages symétriques de la structure par rapport à l'axe $\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{17}$ (un exemple est donné à la figure 4.11). Le choix le plus évident, si l'on considère l'espace de travail au dessus de la base, est de prendre p_1 proche de 0. Avec ce choix supplémentaire, nous avons donc quatre modes d'assemblage.

Angle entre la plate-forme et z_f .

La configuration complète de la plate-forme peut être obtenue par le paramètre p_5 en cherchant la position de \mathbf{O}_{16} dans \mathcal{F}_O .

² Alors $c_7 = \frac{1-t_7^2}{1+t_7^2}$ et $s_7 = \frac{2t_7}{1+t_7^2}$

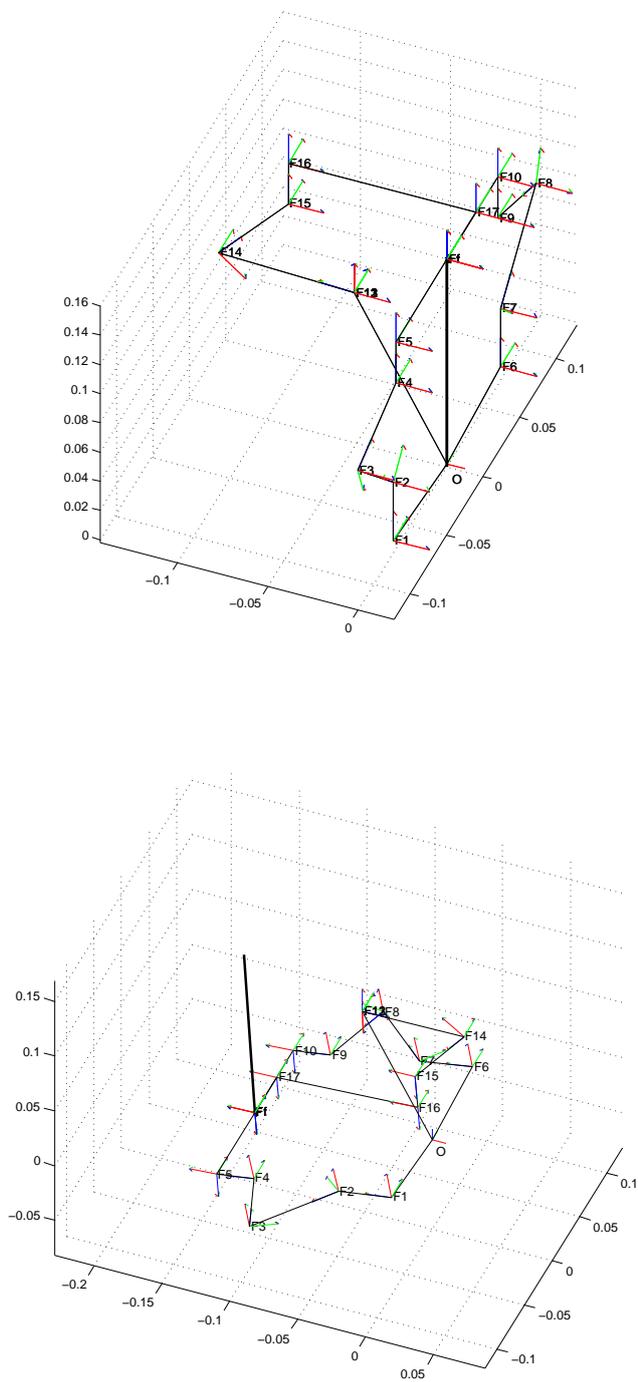


Fig. 4.11: Deux modes d'assemblage pour p_1 .

Ce problème est similaire au précédent, et sa solution est identique : le lieu du point \mathbf{O}_{16} est un cercle autour de $\mathbf{O}_5\mathbf{O}_{10}$, paramétré par p_5 . Le même point se déplace également sur la sphère centrée en \mathbf{O}_{11} dont le rayon est toujours connu.

En calculant la norme du vecteur ${}^0\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{16}$ par le premier mécanisme, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \|{}^0\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{16|C1}\|^2 &= (\zeta s_1 - b_6 c_1 c_5 + b_0)^2 + (\zeta c_1 + b_6 s_1 c_5 - b_2 + a_1)^2 \\ &\quad + (c_{2,3,4}(b_7 + a_6) - s_{2,3,4}(s_5 b_6 + a_5) \\ &\quad - s_{2,3} a_4 - s_2 a_3 - a_0 - b_1)^2, \end{aligned} \quad (4.69)$$

avec

$$\zeta = c_{2,3,4}(b_6 s_5 + a_5) + s_{2,3,4}(b_7 + a_6) + c_{2,3} a_4 + c_2 a_3 + a_2.$$

Le même calcul par la chaîne $C3$ conduit à :

$$\|{}^0\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{16|C3}\|^2 = (s_{14,15} b_5 + s_{14} b_4)^2 + (c_{14,15} b_5 + c_{14} b_4 + b_3)^2. \quad (4.70)$$

Tous les termes de l'égalité (4.70) sont connus et il est possible de calculer la norme. Par contre, l'équation (4.69) dépend du paramètre p_5 que l'on cherche. Cette égalité peut s'écrire sous la forme déjà vue en (4.58) :

$$\alpha_4 c_5 + \beta_4 s_5 + \gamma_4 = 0 \quad (4.71)$$

où les coefficients sont issus de (4.69). La résolution identique à (4.60) fournit les solutions de p_5 . Les deux solutions possibles sont symétriques par rapport au segment $\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{17}$ (un exemple est donné à la figure 4.12).

Les différentes articulations de la chaîne $C1$ étant connues, la matrice homogène de transformation ${}^0T_{f|C1}$ permet de trouver les paramètres du modèle géométrique direct (orientation et position du repère terminal).

Le nombre total d'assemblages du manipulateur est de huit (voir la figure 4.13). En considérant les contraintes mécaniques suivantes :

1. $-\frac{\pi}{2} < p_7 < \frac{\pi}{2}$: lève l'indétermination sur p_2 , le manipulateur est au-dessus de $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_6$
2. $-\frac{\pi}{2} < p_1 < \frac{\pi}{2}$: oblige la plate-forme à être au-dessus de la base
3. $-\frac{\pi}{2} < p_{16} < \frac{\pi}{2}$, ce qui signifie que nous prenons le maximum (en valeur algébrique) des deux solutions de l'articulation p_5

nous pouvons déduire la position générale du manipulateur.

4.3 Modèle cinématique - Matrice jacobienne

Utilisation des torseurs cinématiques

Le théorème de Chasles énonce que tout déplacement et orientation d'un corps entre deux configurations de l'espace peut être décomposé en une rotation et une translation, suivant un mouvement hélicoïdal ou de vissage (appelé *screw* en anglais, [Bal98]).

Un torseur cinématique représente un champ de vitesse instantané de translation et de rotation, et il est donc également décomposable en un mouvement d'hélice. En choisissant d'exprimer ce torseur en un point particulier de l'axe de l'hélice, son écriture se réduit à une vitesse instantanée de rotation autour de l'axe, et une vitesse instantanée de translation le long de cet axe. La vitesse de rotation pouvant se décomposer comme le produit d'une valeur scalaire et du vecteur unitaire de l'axe de rotation, un torseur peut s'écrire sous la forme dite unitaire, qui utilise la notion de pas de l'hélice, rapport entre la vitesse de rotation et de translation.

Cette représentation est employée en robotique pour la modélisation et la commande de robot [MLS94, Par94, Tsa01], et nous utiliserons son aspect géométrique pour poser le problème de modélisation cinématique sous une forme vectorielle.

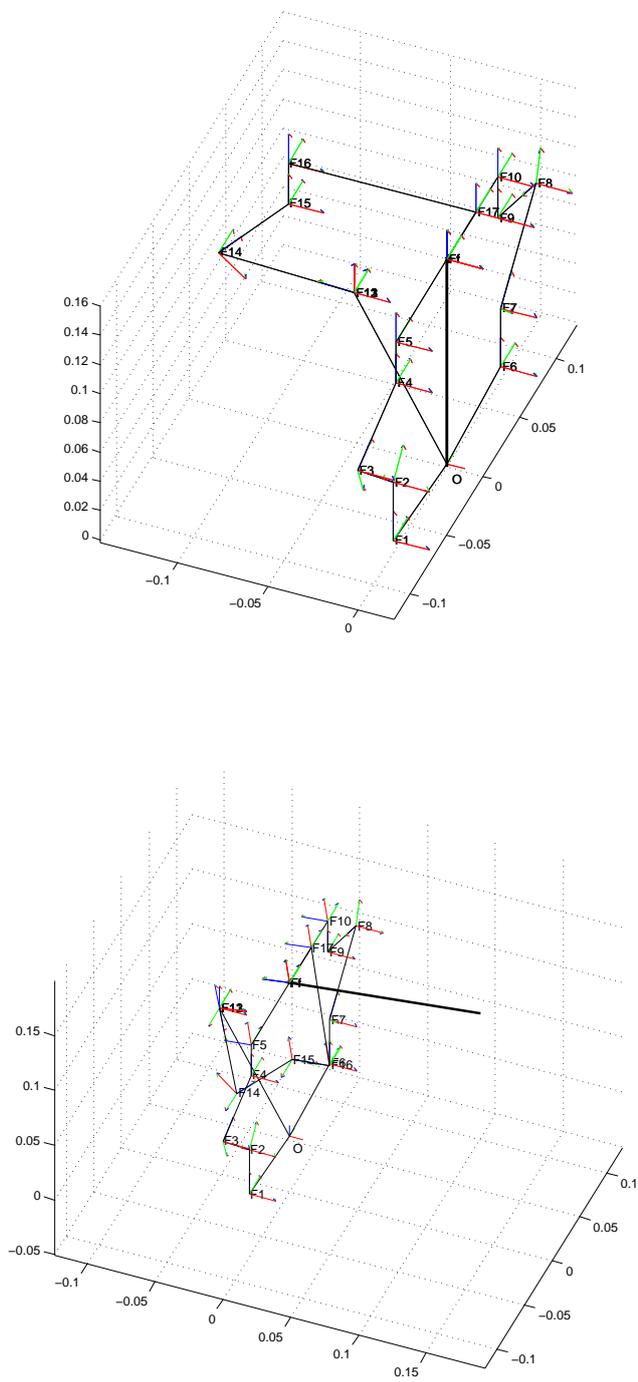


Fig. 4.12: Deux modes d'assemblage pour p_5 .

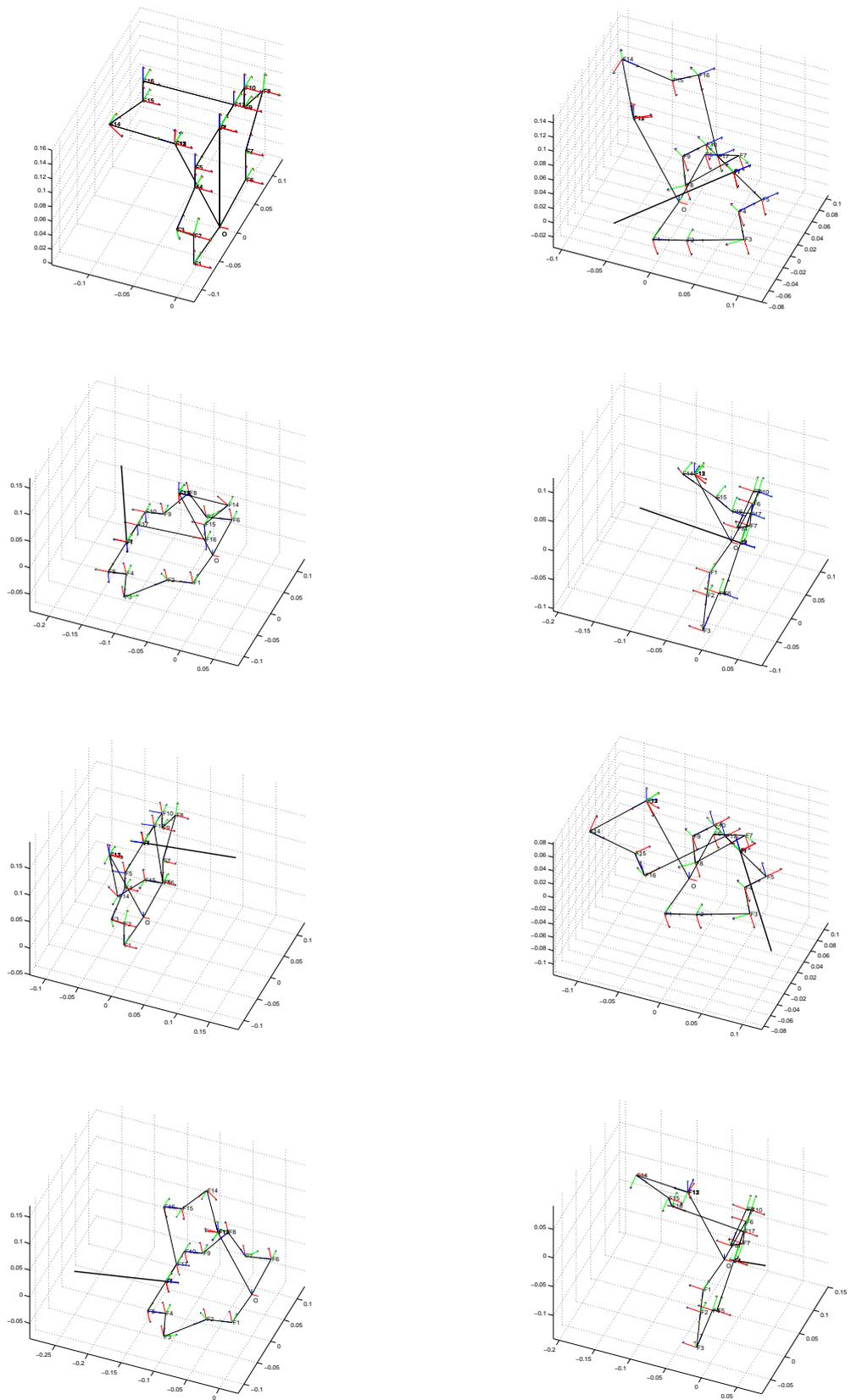


Fig. 4.13: Les $2^3 = 8$ modes d'assemblage de la structure.

4.3.1 Intérêt et définition de la matrice jacobienne

La matrice jacobienne d'un manipulateur représente les variations infinitésimales des variables opérationnelles en fonction des variables articulaires. En choisissant un paramétrage sous forme d'un torseur cinématique, pour décrire la vitesse entre l'effecteur et la base, exprimé au point \mathbf{O}_f , les vitesses opérationnelles s'expriment comme :

$$\$_{f,\mathbf{O}_f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} \end{bmatrix}, \quad (4.72)$$

une définition de la jacobienne est alors :

$$J(q) \dot{q} = \$_{f,\mathbf{O}_f}. \quad (4.73)$$

Habituellement, la jacobienne est définie à partir des dérivées partielles des relations du modèle géométrique direct (et non plus du torseur cinématique). Toutefois, et dans le cadre des manipulateurs parallèles, la relation entre les coordonnées articulaires et le torseur cinématique prend la forme plus générale :

$$J_q(q) \dot{q} = J_x(q) \$_{f,\mathbf{O}_f} \quad (4.74)$$

où les matrices $J_q(q)$ et $J_x(q)$ sont respectivement les jacobiennes partielles en vitesses articulaires et en vitesses opérationnelles. On retrouve $J(q)$ à partir de l'inverse ou de la pseudo-inverse par la relation :

$$J(q) = (J_x(q))^{-1} J_q(q). \quad (4.75)$$

De par sa définition, cette matrice correspond au modèle cinématique d'un bras manipulateur. Elle relie effectivement les vitesses articulaires des actionneurs à la vitesse opérationnelle de l'effecteur.

Le calcul de $J(q)$ est d'une grande importance à la fois pour la conception, le choix des actionneurs, la commande du système et l'étude des efforts statiques. Cette matrice permet notamment de déduire les couples moteurs $\boldsymbol{\tau}$ nécessaires pour assurer l'équilibre statique du manipulateur soumis à un torseur d'effort extérieur $\$_F$ selon la relation

$$\boldsymbol{\tau} = -J(q)^T \$_F. \quad (4.76)$$

4.3.2 Résolution analytique

Les opérations sur les torseurs qui vont intervenir par la suite sont principalement l'égalité, la somme et le produit (appelé comoment). Ces opérations imposent d'avoir exprimé les torseurs en un même point.

Lorsque le contexte le permet, et en l'absence d'ambiguïté, on utilisera les notations simplifiées suivantes qui ne mentionnent pas explicitement le point d'expression :

- $\$_{i/i-1}$ (respectivement $\underline{\$_{i/i-1}}$) pour désigner le torseur cinématique (respectivement le torseur cinématique unitaire) du solide i par rapport au solide $i-1$. $\$_{i/i-1}$ peut s'écrire sous la forme $\$_{i/i-1} = \dot{q}_i \underline{\$_{i/i-1}}$;
- $\$_f$ désigne le torseur cinématique de la plate-forme par rapport au solide de base.

Analyse cinématique

Le mécanisme étant composé de trois boucles (ou circuits), son modèle cinématique peut être obtenu en écrivant le torseur cinématique de la plate-forme $\$_f$ à partir des trois circuits. Pour chaque chaîne C_j , composée de n_j liaisons, on obtient l'égalité :

$$\$_{fj,\mathbf{O}_f} = \sum_{i=1}^{n_j} \$_{i/i-1,\mathbf{O}_f} \quad (4.77)$$

qui peut être réécrite à l'aide des torseurs cinématiques unitaires exprimés au point \mathbf{O}_f :

$$\$_{fj} = \sum_{i=1}^{n_j} \dot{q}_i \cdot \underline{\$_{i/i-1}} \quad (4.78)$$

$$= \$_f. \quad (4.79)$$

Dans notre cas, les égalités correspondant aux trois circuits sont :

$$\$_{f1} = \dot{p}_1 \cdot \underline{\$_{1/0}} + \dot{p}_2 \cdot \underline{\$_{2/1}} + \dot{q}_3 \cdot \underline{\$_{3/2}} + \dot{q}_4 \cdot \underline{\$_{4/3}} + \dot{p}_5 \cdot \underline{\$_{5/4}} \quad (4.80)$$

$$\$_{f2} = \dot{p}_6 \cdot \underline{\$_{6/0}} + \dot{p}_7 \cdot \underline{\$_{7/6}} + \dot{q}_8 \cdot \underline{\$_{8/7}} + \dot{p}_9 \cdot \underline{\$_{9/8}} + \dot{p}_{10} \cdot \underline{\$_{10/9}} \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \$_{f3} &= \dot{p}_{11} \cdot \underline{\$_{11/0}} + \dot{p}_{12} \cdot \underline{\$_{12/11}} + \dot{p}_{13} \cdot \underline{\$_{13/12}} \\ &\quad + \dot{q}_{14} \cdot \underline{\$_{14/13}} + \dot{q}_{15} \cdot \underline{\$_{15/14}} + \dot{p}_{16} \cdot \underline{\$_{16/15}} \end{aligned} \quad (4.82)$$

Dans les égalités précédentes, nous avons exprimé les torseurs en \mathbf{O}_f pour qu'ils soient égaux au torseur cinématique $\$_f$ utilisé dans l'expression (4.74) de la jacobienne. Afin de simplifier les calculs, il sera plus intéressant de réduire la somme en un autre point.

Par la suite, nous cherchons une relation entre $\$_f$ et les variables motorisées \dot{q}_i pour obtenir la jacobienne selon l'expression (4.73). La solution utilisera les relations (4.74) et (4.75).

Pour éliminer les variables articulaires présentes dans les égalités (4.80), (4.81) et (4.82), nous utilisons le comoment des torseurs cinématiques avec des torseurs d'effort réciproques judicieusement choisis.

Comoment de deux torseurs L'opérateur linéaire de comoment se définit comme la somme du produit croisé des éléments de réduction de deux torseurs exprimés au même point. Par exemple, si le premier est un torseur cinématique $\$_f = [\boldsymbol{\omega}_f, \mathbf{v}_f]^T$ et le second un torseur d'effort $\$_F = [\mathbf{R}, \mathbf{M}]^T$, alors le comoment des torseurs réduit au même point \mathbf{O}_f donne

$$P = \$_{f, \mathbf{O}_f} \otimes \$_{F, \mathbf{O}_f}^F = \mathbf{v}_{f, \mathbf{O}_f} \cdot \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega}_f \cdot \mathbf{M}_{\mathbf{O}_f} \quad (4.83)$$

qui représente la puissance mécanique développée par les actions de $\$_F$ sur l'effecteur dans son mouvement selon $\$_f$. Le torseur des efforts a une résultante dont la dimension est homogène à une force (en N), tandis que le moment correspond à un couple (en Nm). Il est important de souligner que le comoment est un produit à valeur scalaire, invariant par rapport au point choisi pour exprimer les torseurs.

Torseurs réciproques Nous définissons les torseurs réciproques comme deux éléments ayant un comoment nul. Dans le cas d'un torseur cinématique représentant une liaison et un torseur d'effort agissant sur un solide, cela signifie qu'aucun travail ne sera produit par l'application du torseur d'effort sur le solide dans son mouvement contraint par la liaison.

Le comoment d'un torseur réciproque avec un ensemble de torseurs cinématiques $\dot{p}_i \underline{\$_{i/i-1}}$ ou $\dot{q}_i \underline{\$_{i/i-1}}$ permet d'obtenir des équations scalaires linéaires par rapport aux vitesses articulaires \dot{p}_i ou \dot{q}_i .

Une méthode permet de définir les conditions géométriques qui permettent de choisir des torseurs d'effort qui seront réciproques à des configurations cinématiques connues [Tsa99]. Plus précisément, pour annuler la contribution d'un pivot d'axe $\underline{\boldsymbol{\omega}}_i$ au point \mathbf{O}_i , on peut choisir un torseur d'effort appartenant à une famille libre de dimension cinq. En particulier, parmi les torseurs d'effort à pas nul ($\mathbf{M}_{\mathbf{O}_f} = 0$), il suffit de choisir un torseur d'effort dont la résultante \mathbf{R} appartient à un plan contenant $\underline{\boldsymbol{\omega}}_i$ et \mathbf{O}_i . Parmi les torseurs à pas infini ($\mathbf{R} = 0$), il suffit de prendre un torseur dont le moment $\mathbf{M}_{\mathbf{O}_f}$ est perpendiculaire à $\underline{\boldsymbol{\omega}}_i$.

A l'aide de cette règle, nous cherchons par la suite à annuler les contributions des liaisons passives inconnues dans les équations (4.80), (4.81) et (4.82) afin d'obtenir des équations scalaires liant les paramètres du torseur cinématique $\$_f$ aux vitesses articulaires motorisées.

Equations de la chaîne $C1$

Nous exprimons les torseurs cinématiques de la chaîne au point \mathbf{O}_1 qui correspond à l'origine du repère de base de la chaîne $C1$, afin de simplifier les termes de la somme. Les torseurs unitaires du tableau 4.1 peuvent se récrire selon la formule du changement de point comme dans le tableau 4.5.

Torseur unitaire	Eléments de réduction en \mathbf{O}_1
$\underline{\$}_{1/0}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_0, \mathbf{0} \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{2/1}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1, \mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2 \wedge \mathbf{x}_1 \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{3/2}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1, \mathbf{O}_1 \mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1 \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{4/3}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1, \mathbf{O}_1 \mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1 \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{5/4}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_4, \mathbf{O}_1 \mathbf{O}_5 \wedge \mathbf{y}_4 \end{bmatrix}^T$

Tab. 4.5: Définition des axes des pivots des torseurs unitaires de la première chaîne au point \mathbf{O}_1 (coordonnées non homogènes).

Afin d'éliminer les composantes passives, nous devons trouver les torseurs réciproques à ces liaisons et utiliser le comoment pour obtenir des équations scalaires.

Le choix des torseurs réciproques implique l'utilisation de la condition géométrique citée précédemment. En choisissant un torseur réciproque $\$_{r1}$ (exprimé au point \mathbf{O}_1) dont la résultante \mathbf{R} appartient au plan commun des articulations passives p_1 et p_5 , nous pouvons déduire une équation liant $\$_f$ à \dot{q}_2 , \dot{q}_3 et \dot{q}_4 .

En considérant des torseurs réciproques de pas nul, il faut trouver un vecteur appartenant au plan commun des liaisons passives \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_5 . Nous pouvons choisir :

$$\$_{r1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

dont la résultante est dans le plan ; et également

$$\$_{r2} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

qui a la même propriété.

En considérant des torseurs réciproques de pas infini, nous devons trouver un vecteur perpendiculaire aux deux pivots. Nous pouvons choisir un vecteur toujours normal au plan (M) des chaînes $C1$ et $C2$

$$\$_{r3, \mathbf{O}_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{x}_1 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

dont le moment est bien perpendiculaire aux liaisons \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_5 quelle que soit la configuration.

Le comoment du premier torseur réciproque dans l'égalité (4.80) conduit à

$$\$_f \otimes \$_{r1} = \$_{f1} \otimes \$_{r1} \quad (4.87)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0^T \mathbf{v}_{f, \mathbf{O}_1} &= \dot{p}_2 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{q}_3 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) \\ &\quad + \dot{q}_4 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{p}_5 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_5 \wedge \mathbf{y}_4), \end{aligned} \quad (4.88)$$

où l'on reconnaît des termes nuls car :

- \mathbf{y}_0 est toujours parallèle à $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2 \wedge \mathbf{x}_1$, qui vaut \mathbf{y}_1 , et \mathbf{y}_1 est toujours parallèle à \mathbf{y}_0 , donc le produit vaut $\|\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2\| = a_2$;
- \mathbf{y}_0 est toujours perpendiculaire à $(\mathbf{O}_1\mathbf{O}_5 \wedge \mathbf{y}_4)$ car \mathbf{y}_4 , $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_5$ et \mathbf{y}_0 sont dans le plan de la chaîne $C1$.

En exprimant la vitesse de l'effecteur en \mathbf{O}_f , on obtient une première équation à trois paramètres articulaires

$$\mathbf{y}_0^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_1\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) = \dot{q}_4 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{q}_3 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{p}_2 \cdot a_2. \quad (4.89)$$

Le comoment du torseur réciproque \mathcal{S}_{r2} dans l'égalité (4.80) conduit à

$$\mathcal{S}_f \otimes \mathcal{S}_{r2} = \mathcal{S}_{f1} \otimes \mathcal{S}_{r2} \quad (4.90)$$

$$\mathbf{z}_1^T \mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_1} = \dot{p}_2 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{q}_3 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{q}_4 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{p}_5 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_5 \wedge \mathbf{y}_4). \quad (4.91)$$

Les hypothèses géométriques donnent :

- \mathbf{z}_1 est perpendiculaire à $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2 \wedge \mathbf{x}_1$, qui vaut \mathbf{y}_1 , donc le produit scalaire est nul ;
- \mathbf{z}_1 est perpendiculaire à $(\mathbf{O}_1\mathbf{O}_5 \wedge \mathbf{y}_4)$ car \mathbf{y}_4 et $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_5$ sont dans le plan de la chaîne $C1$, donc le produit scalaire est nul.

La seconde équation scalaire devient

$$\mathbf{z}_1^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_1\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) = \dot{q}_3 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{q}_4 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1). \quad (4.92)$$

Le comoment du troisième torseur réciproque dans l'égalité (4.80) donne

$$\mathcal{S}_f \otimes \mathcal{S}_{r3} = \mathcal{S}_{f1} \otimes \mathcal{S}_{r3} \quad (4.93)$$

$$\boldsymbol{\omega}_f^T \mathbf{x}_1 = \dot{p}_1 \cdot \mathbf{y}_0^T \mathbf{x}_1 + \dot{p}_2 \cdot \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 + \dot{q}_3 \cdot \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 + \dot{q}_4 \cdot \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 + \dot{p}_5 \cdot \mathbf{y}_4^T \mathbf{x}_1. \quad (4.94)$$

Sachant que :

- \mathbf{y}_0 est perpendiculaire à \mathbf{x}_1 ;
- $\mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 = 1$;
- \mathbf{y}_4 est perpendiculaire à \mathbf{x}_1 ;

on obtient la dernière équation scalaire

$$\boldsymbol{\omega}_f^T \mathbf{x}_1 = \dot{q}_3 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) + \dot{q}_4 \cdot \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1). \quad (4.95)$$

Equations de la chaîne C2

Les torseurs cinématiques seront exprimés au point \mathbf{O}_6 comme présentés dans le tableau 4.6. La chaîne étant similaire à $C2$, les choix des torseurs réciproques sont identiques :

$$\mathcal{S}_{r4} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.96)$$

$$\mathcal{S}_{r5} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_6 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.97)$$

et

$$\mathcal{S}_{r6} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{x}_6 \end{bmatrix}. \quad (4.98)$$

Torseur unitaire	Éléments de réduction en \mathbf{O}_6
$\underline{\$}_{6/0}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_0, \mathbf{0} \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{7/6}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_6, \mathbf{O}_6 \mathbf{O}_2 \wedge \mathbf{x}_6 \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{8/7}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_6, \mathbf{O}_6 \mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_6 \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{9/8}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_6, \mathbf{O}_6 \mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_6 \end{bmatrix}^T$
$\underline{\$}_{10/9}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_9, \mathbf{O}_6 \mathbf{O}_5 \wedge \mathbf{y}_9 \end{bmatrix}^T$

Tab. 4.6: Définition des axes des pivots des torseurs unitaires de la seconde chaîne au point \mathbf{O}_6 (coordonnées non homogènes).

Nous ne détaillons pas les étapes de calcul des comoments des torseurs réciproques dans l'égalité 4.81. Celles-ci conduisent à :

$$\$_f \otimes \$_{r4} = \$_{f2} \otimes \$_{r4} \quad (4.99)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_6 \mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) &= \dot{q}_8 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6 \mathbf{O}_8 \wedge \mathbf{x}_6) + \dot{p}_9 \cdot \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6 \mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6) \\ &\quad + \dot{p}_7 \cdot a_2 \end{aligned} \quad (4.100)$$

pour $\$_{r4}$, puis le comoment avec $\$_{r5}$ conduit à

$$\$_f \otimes \$_{r5} = \$_{f2} \otimes \$_{r5} \quad (4.101)$$

$$\mathbf{z}_6^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_6 \mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) = \dot{q}_8 \cdot \mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6 \mathbf{O}_8 \wedge \mathbf{x}_6) + \dot{p}_9 \cdot \mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6 \mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6). \quad (4.102)$$

Enfin, avec $\$_{r6}$, nous obtenons

$$\$_f \otimes \$_{r6} = \$_{f2} \otimes \$_{r6} \quad (4.103)$$

$$\boldsymbol{\omega}_f^T \mathbf{x}_6 = \dot{p}_7 + \dot{q}_8 + \dot{p}_9. \quad (4.104)$$

Equations de la chaîne C3

La troisième chaîne possède une liaison rotule décomposée en trois liaisons pivots concourantes \mathcal{L}_{11} , \mathcal{L}_{12} et \mathcal{L}_{13} . Les torseurs des liaisons exprimés en \mathbf{O}_{11} sont donnés dans le tableau 4.7. D'après les conditions géométriques citées précédemment, les résultantes des torseurs réciproques doivent passer par le point d'intersection des plans engendrés par les axes de ces liaisons. En conséquence, les résultantes des torseurs réciproques ont pour support des lignes passant par le point \mathbf{O}_{11} , centre de la rotule.

De plus, pour annuler la contribution de \dot{p}_{16} dans l'équation (4.82), les résultantes des torseurs réciproques doivent être également contenues dans un plan passant par l'axe du pivot \mathcal{L}_{16} . Ce plan peut passer par le point \mathbf{O}_{11} . On peut ainsi trouver deux résultantes de torseurs à pas nul qui annulent les contributions des quatre liaisons passives \mathcal{L}_{11} , \mathcal{L}_{12} , \mathcal{L}_{13} et \mathcal{L}_{16} . La figure 4.14 décrit la configuration vectorielle des torseurs

$$\$_{r7} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{13} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.105)$$

et

$$\$_{r8} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{13} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (4.106)$$

Torseur unitaire	Elements de réduction en \mathbf{O}_{11}
$\$_{11/0}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_0, \mathbf{0} \end{bmatrix}^T$
$\$_{12/11}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11}, \mathbf{0} \end{bmatrix}^T$
$\$_{13/12}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{12}, \mathbf{0} \end{bmatrix}^T$
$\$_{14/13}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{13}, \mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} \wedge \mathbf{y}_{13} \end{bmatrix}^T$
$\$_{15/14}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{14}, \mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{14} \end{bmatrix}^T$
$\$_{16/15}$	$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{15}, \mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{16} \wedge \mathbf{x}_{15} \end{bmatrix}^T$

Tab. 4.7: Définition des axes des pivots des torseurs unitaires de la troisième chaîne au point \mathbf{O}_{11} (coordonnées non homogènes).

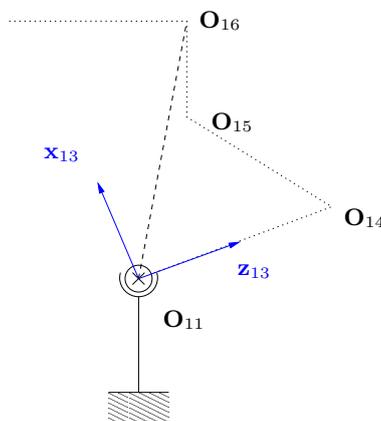


Fig. 4.14: Torseurs réciproques aux liaisons passives de la chaîne C3.

qui permettent de déduire une relation entre q_{14} et q_{15} .

Le comoment du torseur réciproque $\$_{r7}$ dans l'égalité 4.82 conduit à

$$\$_{f3} \otimes \$_{r7} = \$_{f3} \otimes \$_{r7} \quad (4.107)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{v}_{f, \mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) &= \dot{q}_{14} \cdot \mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} \wedge \mathbf{y}_{13}) + \dot{q}_{15} \cdot \mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13}) \\ &\quad + \dot{p}_{16} \cdot \mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{16} \wedge \mathbf{x}_{15}), \end{aligned} \quad (4.108)$$

puis le comoment par $\$_{r8}$ conduit à

$$\$_{f3} \otimes \$_{r8} = \$_{f3} \otimes \$_{r8} \quad (4.109)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{v}_{f, \mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) &= \dot{q}_{14} \cdot \mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} \wedge \mathbf{y}_{13}) + \dot{q}_{15} \cdot \mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13}) \\ &\quad + \dot{p}_{16} \cdot \mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{16} \wedge \mathbf{x}_{15}). \end{aligned} \quad (4.110)$$

Les simplifications géométriques sont les suivantes :

- \mathbf{z}_{13} et \mathbf{x}_{13} sont perpendiculaires à $\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{16} \wedge \mathbf{x}_{15}$, car le produit vectoriel est suivant \mathbf{y}_{15} qui est égal à \mathbf{y}_{13} ;
- $\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} = b_3 \mathbf{z}_{13}$, ainsi $\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} \wedge \mathbf{y}_{13} = -b_3 \mathbf{x}_{13}$, donc $\mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} \wedge \mathbf{y}_{13}) = 0$ et $\mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{14} \wedge \mathbf{y}_{13}) = -b_3$.

Les équations scalaires deviennent

$$\mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) = \dot{q}_{15} \cdot \mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13}), \quad (4.111)$$

$$\mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) = -\dot{q}_{14} \cdot b_3 + \dot{q}_{15} \cdot \mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{O}_{11}\mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13}). \quad (4.112)$$

Résolution de la jacobienne par blocs

Le découplage des variables articulaires avec des éléments du torseur cinématique permet de définir des blocs matriciels représentant les équations linéaires associées à chaque chaîne cinématique. Par exemple pour la première chaîne cinématique, nous pouvons déduire une relation algébrique entre le torseur cinématique \mathcal{S}_f et les articulations motorisées \dot{q}_3 et \dot{q}_4 . Ce découplage s'écrit sous la forme :

$$J_q^1 \begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = J_x^1 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} \end{bmatrix}, \quad (4.113)$$

où les matrices intermédiaires J_q^1 et J_x^1 sont respectivement la matrice jacobienne partielle en vitesse articulaire et la matrice jacobienne partielle en vitesse opérationnelle de la première chaîne (exposant ¹).

A partir des équations (4.89), (4.92) et (4.95), on élimine \dot{p}_2 et par résolution et identification avec les termes précédents, on obtient :

$$J_q^1 = \begin{bmatrix} -a_2 + \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) & -a_2 + \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1) \\ \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1) & \mathbf{z}_1^T (\mathbf{O}_1\mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1) \end{bmatrix} \quad (4.114)$$

et

$$J_x^1 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 \boldsymbol{\omega}_f^T \mathbf{x}_1 + \mathbf{y}_0^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_1\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f) \\ \mathbf{z}_1^T \underbrace{(\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_1\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f)}_{\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_1}} \end{bmatrix}. \quad (4.115)$$

De cette dernière expression, on extrait finalement

$$J_x^1 = \begin{bmatrix} -a_2 \mathbf{x}_1^T + \mathbf{y}_0^T \widehat{\mathbf{O}_1\mathbf{O}_f} & \mathbf{y}_0^T \\ \mathbf{z}_1^T \widehat{\mathbf{O}_1\mathbf{O}_f} & \mathbf{z}_1^T \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

où $\widehat{}$ dans $\widehat{\mathbf{O}_1\mathbf{O}_f}$ est l'opérateur de pré-produit vectoriel appliqué au vecteur $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_f$.

A partir des équations (4.100), (4.102) et (4.104) nous pouvons éliminer \dot{p}_7 et \dot{p}_9 , ce qui conduit à la relation

$$J_q^2 [\dot{q}_8] = J_x^2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

avec

$$J_q^2 = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_8 \wedge \mathbf{x}_6)}{\mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)} (a_2 + \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)) - a_2 + \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_8 \wedge \mathbf{x}_6) \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

et

$$J_x^2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{z}_6^T (\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_6\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f)}{\mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)} (a_2 - \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)) \\ + \mathbf{y}_0^T \underbrace{(\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_f} + \mathbf{O}_6\mathbf{O}_f \wedge \boldsymbol{\omega}_f)}_{\mathbf{v}_{f,\mathbf{O}_6}} - a_2 \boldsymbol{\omega}_f^T \mathbf{x}_6 \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

d'où l'on déduit

$$J_x^2 = \left[\left(\frac{a_2 - \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)}{\mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)} \mathbf{z}_6 + \mathbf{y}_0 \right)^T \widehat{\mathbf{O}_6\mathbf{O}_f} - a_2 \mathbf{x}_6^T \quad \left(\frac{a_2 - \mathbf{y}_0^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)}{\mathbf{z}_6^T (\mathbf{O}_6\mathbf{O}_9 \wedge \mathbf{x}_6)} \mathbf{z}_6 + \mathbf{y}_0 \right)^T \right] \quad (4.120)$$

Enfin, les équations (4.111) et (4.112) donnent une relation directe entre le torseur cinématique et les paramètres \dot{q}_{14} et \dot{q}_{15} sous la forme

$$J_q^3 \begin{bmatrix} \dot{q}_{14} \\ \dot{q}_{15} \end{bmatrix} = J_x^3 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f, \mathbf{O}_f} \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

avec

$$J_q^3 = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{z}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13}) \\ -b_3 & \mathbf{x}_{13}^T (\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13}) \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

et

$$J_x^3 = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{13}^T \widehat{\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_f} & \mathbf{z}_{13}^T \\ \mathbf{x}_{13}^T \widehat{\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_f} & \mathbf{x}_{13}^T \end{bmatrix}. \quad (4.123)$$

Les différents blocs de la jacobienne étant calculables directement, nous pouvons finalement écrire sous la forme définie en (4.74), les relations précédentes :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} J_q^1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_q^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & J_q^3 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}}_{J_q} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_8 \\ \dot{q}_{14} \\ \dot{q}_{15} \end{bmatrix}}_{\dot{q}} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_x^1 \\ J_x^2 \\ J_x^3 \end{bmatrix}}_{J_x} \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{v}_{f, \mathbf{O}_f} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}}. \quad (4.124)$$

Pour obtenir la matrice jacobienne finale, il reste à identifier les différents termes vectoriels des matrices intermédiaires par utilisation du MGD de chaque chaîne cinématique³.

Analyse et résultats numériques

Dans le précédent raisonnement, il apparaît clairement l'hypothèse selon laquelle les chaînes sont indépendantes. Le calcul de la jacobienne n'intègre pas certaines contraintes liées à la structure parallèle. Dans ces conditions, un choix quelconque du torseur cinématique $\$f$ dans le MCI peut conduire à des valeurs de vitesses articulaires impossibles à réaliser sur le mécanisme.

Cette situation est facilement observable si l'on considère un torseur cinématique ayant une composante en vitesse de rotation instantanée choisi selon l'axe \mathbf{z}_f quand le robot est en position normale, c'est à dire quand la plate-forme est parallèle à la base, le point de saisie \mathbf{O}_f étant à la verticale de \mathbf{O}_0 . Dans cette configuration, il est impossible de faire pivoter la plate-forme autour de l'axe \mathbf{z}_f , du fait de la configuration des liaisons des chaînes $C1$ et $C2$. Le calcul numérique conduit aux valeurs suivantes pour la matrice jacobienne J_x :

$$J_x = \begin{bmatrix} 0,0930 & 0 & 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ -0,0738 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0000 \\ -1,1583 & 0 & 0 & 0 & 1,0000 & -16,9478 \\ 0,0016 & 0,0797 & 0,0400 & -0,9992 & 0 & 0,0404 \\ 0,0400 & 0,0645 & -0,0016 & 0,0404 & 0 & 0,9992 \end{bmatrix} \quad (4.125)$$

où l'on voit qu'un torseur cinématique, dont la résultante en vitesse instantanée de rotation est suivant la coordonnées \mathbf{z}_0 , produira une vitesse articulaire sur les axes de la chaîne $C3$.

Ce résultat aberrant à première vue provient du fait qu'une propriété spécifique au mécanisme n'a pas encore été prise en compte, à savoir que les chaînes $C1$ et $C2$ restent dans un même plan.

³ Par exemple, pour obtenir ${}^0\mathbf{x}_2$, on emploiera la relation ${}^0\mathbf{x}_2 = {}^0T_{1|C1} {}^1T_{2|C1} \cdot [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ en supposant tous les paramètres articulaires (passifs et actifs) connus.

Pour tenir compte de cette propriété, il est nécessaire d'ajouter une condition sur le torseur cinématique $\$f$ traduisant le maintien de $C1$ et $C2$ dans le même plan (M).

Pour établir cette condition, nous devons analyser quelles sont les contraintes mécaniques introduites par $C1$ et $C2$. D'après la disposition des pivots de $C1$, il apparaît qu'un couple pur autour d'un axe \mathbf{u} du plan est impossible à générer mécaniquement. Nous justifions cette proposition par les arguments suivants :

- dans le plan (M), la seule rotation possible pour la plate-forme est la rotation autour de \mathbf{y}_4 , donc le vecteur du couple non admissible est en permanence perpendiculaire à ce vecteur, ce qui se traduit par l'égalité $\mathbf{u}^T \mathbf{y}_4 = 0$;
- les liaisons \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_6 sont identiques ($p_1 = p_6$). Or, un couple pur selon un vecteur \mathbf{u} mal choisi dans le plan (M) va introduire un mouvement de torsion qui va faire changer de façon opposée les angles p_1 et p_6 . Ainsi, l'axe du couple non admissible doit appartenir au plan des chaînes, il vérifie par exemple $\mathbf{u}^T \mathbf{x}_4 = 0$.

En conclusion, le vecteur \mathbf{u} se trouve être perpendiculaire à \mathbf{x}_4 et \mathbf{y}_4 , ce qui amène à choisir $\mathbf{u} = \mathbf{x}_4 \wedge \mathbf{y}_4 = \mathbf{z}_4$.

Un torseur cinématique $\$f$ admissible peut-être élaboré en écrivant la condition de réciprocité avec le torseur de pas infini (moment pur)

$$\$_{\text{contrainte}} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{z}_4]^T. \quad (4.126)$$

Cette condition signifie que le comoment du torseur $\$f$ avec $\$_{\text{contrainte}}$ doit être nul quelle que soit la configuration du manipulateur

$$\$f \otimes \$_{\text{contrainte}} = 0, \quad (4.127)$$

soit de manière équivalente

$$\boldsymbol{\omega}_f^T \mathbf{z}_4 = 0. \quad (4.128)$$

Cette condition de réciprocité peut aussi s'interpréter, en vertu du principe de dualité cinémostatique, en indiquant que la puissance développée par un couple pur suivant \mathbf{z}_4 , appliqué à la plate-forme dans son mouvement suivant $\$f$, est nulle.

Pour imposer cette contrainte, deux possibilités sont proposées :

Première solution : On intègre la condition dans J_x en écrivant

$$J_x = \begin{bmatrix} J_x^1 \\ J_x^2 \\ J_x^3 \\ \mathbf{z}_4^T \ 0 \ 0 \ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.129)$$

ce qui implique de rajouter une ligne nulle à J_q .

En utilisant le MCD, cette solution donne un torseur cinématique $\$f = J_x^{-1} J_q \dot{\mathbf{q}}$ qui possèdera toujours un comoment nul avec $\$_{\text{contrainte}}$, quelles que soient les vitesses articulaires en entrée. En revanche, l'équation correspondante du MCI $\dot{\mathbf{q}} = J_q^{-1} J_x \f où J_q^{-1} est obtenue par pseudo-inverse, ne vérifie pas $\dot{\mathbf{q}} = J_q^{-1} J_x \$f = 0$ si $\$f = [\mathbf{z}_4^T \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

Deuxième solution : On intègre la contrainte en projetant la résultante de $\$f$ sur le plan formé par \mathbf{x}_4 et \mathbf{y}_4 sous la forme d'une pré-multiplication par une matrice de contrainte W de rang cinq, telle que

$$W = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_4^T & & & \\ \mathbf{y}_4^T & & & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0_{3 \times 3} & & I_{3 \times 3} & \end{bmatrix}, \quad (4.130)$$

Cette matrice apparaît dans la relation cinématique comme

$$J_q \dot{\mathbf{q}} = J_x \underbrace{W}_{\$'_f} \$_f \quad (4.131)$$

où $\$'_f \otimes \$_{\text{contrainte}} = 0$, quels que soient $\dot{\mathbf{q}}$ ou $\$_f$. Les relations des modèles cinématiques $\$_f = W^{-1} J_x^{-1} J_q \dot{\mathbf{q}}$ et $\dot{\mathbf{q}} = J_q^{-1} J_x W \$_f$, avec W^{-1} la pseudo-inverse de W , respectent alors les conditions citées dans la première solution.

Nous retiendrons cette dernière solution car elle évite de modifier les matrices J_q et J_x , tout en respectant la contrainte (4.127).

Singularités cinématiques

En observant les sous-matrices, on peut analyser les singularités du système et les classer comme suit :

- *singularités en vitesse articulaire* : elles proviennent d'une singularité d'une des trois sous-matrices J_q^1 , J_q^2 ou J_q^3 . Ces singularités signifient qu'une famille de vitesses \dot{q}_i est dans le noyau de la matrice J_q ($J_q \dot{q}_i = 0 \cdot \$_f$). Cette famille, associée à une valeur propre nulle, signifie également qu'une famille de vitesses \dot{X} ne peut être commandée par les articulations motorisées, donc que la structure perd un ou plusieurs degrés de libertés commandables. En regardant ce problème autrement, la structure peut résister à des efforts selon ces directions non commandables, avec des couples articulaires nuls. Ces singularités apparaissent en général à la limite de l'espace de travail, ou en configuration tendue (notamment pour les robots séries).
- *singularités en vitesse opérationnelle* : elles sont associées aux trois sous-matrices J_x^1 , J_x^2 ou J_x^3 . Ces singularités signifient qu'il existe une famille de vitesses $\$_f$ qui appartient au noyau de J_x . Les vecteurs propres associés ne sont pas commandables par les actionneurs de la structure, celle-ci peut donc subir des déplacements infinitésimaux selon ces directions. En d'autres termes, le robot gagne un ou plusieurs degrés de liberté.

Il est à noter que la matrice J_x n'étant pas carrée, il existe au moins une singularité du second type (degré de liberté supplémentaire). Le rang de la matrice $J = J_x^{-1} J_q$ étant cinq au maximum (J est 5×5), il existe une famille de torseurs cinématiques qui n'engendre pas de vitesses articulaires. En décomposant J_x en valeurs singulières, c'est à dire en trouvant des matrices orthonormées $U = [u_1, \dots, u_5]$ et $V = [v_1, \dots, v_6]$ ainsi qu'une matrice diagonale S de taille 6×5 contenant les valeurs singulières σ_i de J_x par ordre décroissant, et telle que $J_x = U S V^T$, alors cette famille de torseurs est engendrée par le vecteur de base v_6 , associé à la dernière valeur propre nulle de la matrice S . Ce degré de liberté correspond à la contrainte mécanique des chaînes $C1$ et $C2$, qui n'apparaît pas lors du calcul. La contrainte étant due au mécanisme, il sera impossible d'effectuer un tel mouvement. Dans le cas où un effort trop important serait appliqué suivant cette direction, le mécanisme serait directement soumis à ces efforts qui peuvent conduire à détruire certains éléments.

Singularités de la matrice J_q Dans J_q^1 , on note que les termes $\mathbf{z}_1^T(\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_3 \wedge \mathbf{x}_1)$ et $\mathbf{z}_1^T(\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_4 \wedge \mathbf{x}_1)$ sont nuls quand les vecteurs $\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_3$ et $\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_4$ sont parallèles à \mathbf{z}_1 . Cette condition signifie que la chaîne $C1$ est en configuration tendue (voir figure 4.15). L'élément J_q^2 n'est pas nul dans le cas où les vecteurs $\mathbf{O}_6 \mathbf{O}_8$ et $\mathbf{O}_6 \mathbf{O}_9$ sont parallèles à \mathbf{z}_6 . La configuration de $C2$ tendue ne donne pas de singularité (il y a le terme constant a_2).

La sous-matrice J_q^3 est singulière uniquement si le terme $\mathbf{z}_{13}^T(\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15} \wedge \mathbf{y}_{13})$ est nul, ce qui se produit si $\mathbf{O}_{11} \mathbf{O}_{15}$ est suivant \mathbf{z}_{13} , correspondant à une chaîne $C3$ en configuration tendue (voir figure 4.15).

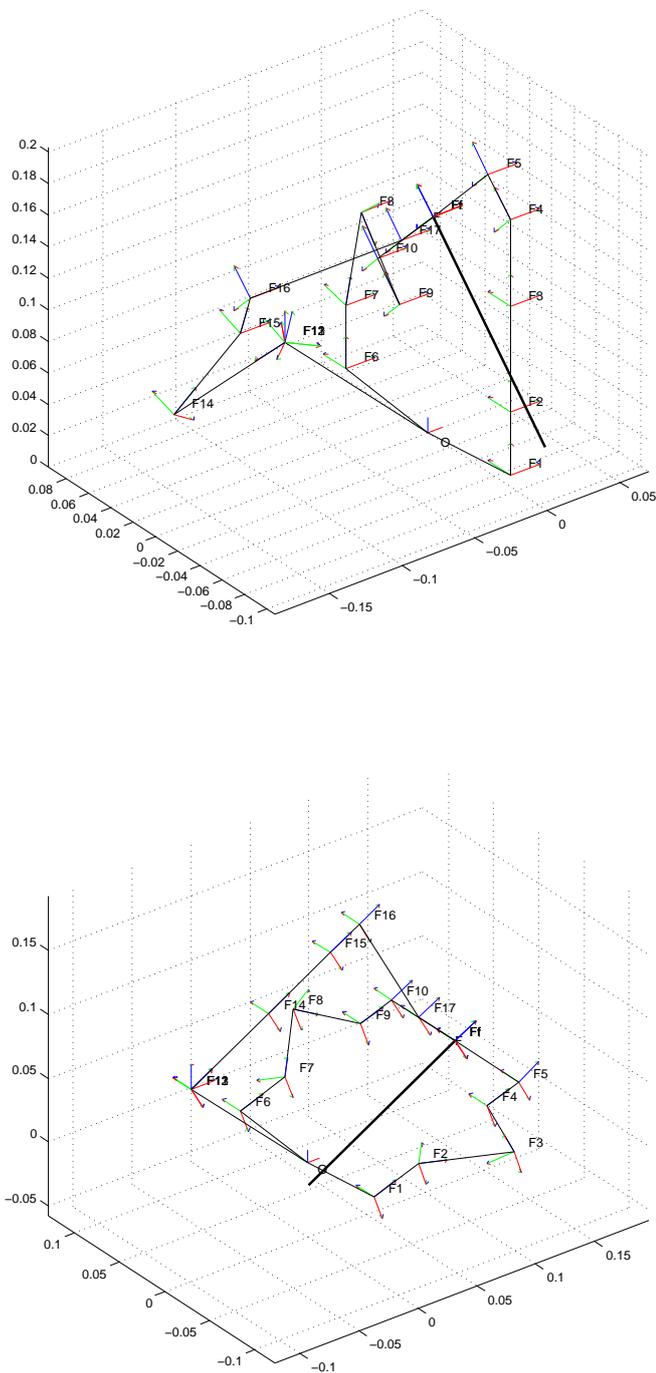


Fig. 4.15: Singularités de la sous-matrice J_q^1 ou J_q^3 , quand les chaînes C1 ou C3 sont tendues.

Singularités de la matrice J_x L'étude est plus complexe ici, car on ne peut décomposer simplement J_x . On notera toutefois qu'une configuration amenant \mathbf{O}_f en \mathbf{O}_{11} fera annuler les trois premières colonnes de J_x^3 . En choisissant un repère de projection comme \mathcal{F}_0 , on peut vérifier que la seconde colonne de J_x^1 et J_x^2 est nulle (projection suivant \mathbf{y}_0 nulle). Une telle configuration, peu probable, est donnée sur la figure 4.16.

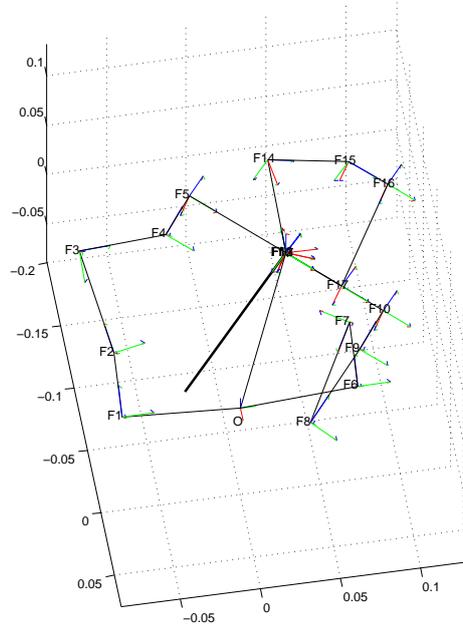


Fig. 4.16: Singularité de la sous-matrice J_x , quand \mathbf{O}_f est confondu avec \mathbf{O}_{11} .

4.3.3 Dimensionnement des actionneurs

L'objectif poursuivi dans cette section est de faire l'évaluation des couples articulaires nécessaires pour maintenir l'équilibre du mécanisme lorsque la plate-forme est soumise à une action mécanique extérieure. Dans ce calcul de pré-dimensionnement, nous négligeons la contribution des actions de pesanteur.

On considère l'équilibre statique du mécanisme soumis d'une part aux actions extérieures appliquées à la plate-forme et d'autre part aux actions internes exercées par les moteurs sur le mécanisme.

Le principe des puissances virtuelles énonce que la somme de la puissance virtuelle des efforts intérieurs (puissance des actionneurs) et la puissance virtuelle des efforts extérieurs (force appliquée à la plate-forme) est nulle :

$$\tau^T \dot{q}^* + F^T \delta \mathcal{S}_f^* = 0 \quad (4.132)$$

avec τ le vecteur des couples moteurs et F le torseur des efforts extérieurs appliqués à la plate-forme. Cependant, les quantités \dot{q}^* et \mathcal{S}_f^* sont liées par la matrice jacobienne selon

$$J_q \dot{q}^* = J_x \mathcal{S}_f^*. \quad (4.133)$$

En remplaçant, on obtient finalement

$$(\tau^T (J_q)^{-1} J_x + F^T) \mathcal{S}_f^* = 0. \quad (4.134)$$

Cette dernière relation étant vérifiée quel que soit J_f^* , nous obtenons les relations

$$((J_q)^{-1} J_x)^T \tau = -F, \quad (4.135)$$

$$\tau = -((J_x)^{-1} J_q)^T F \quad (4.136)$$

qui sont équivalentes à (4.76) pour les robots série. Elle permet d'évaluer les couples moteurs nécessaires à l'actionnement de la structure en fonction des efforts à supporter provenant d'une action extérieure. La figure 4.17 propose une visualisation de l'évolution du couple moteur maximum lors du balayage d'une surface sphérique autour du point d'entrée, en maintenant une force normale constante de 20 N sur la plate-forme (cela correspond à notre cahier des charges). L'échelle est réduite par 100 afin de pouvoir visualiser sur la même figure la structure ainsi que les maximums. Ces simulations ont permis d'évaluer à environ 13 Nm le couple maximum (en valeur absolue) nécessaire au maintien. La moyenne du maximum se situant à 1,989 Nm et les valeurs absolues moyennes étant

$$\tau_{\text{moyen}} = \begin{bmatrix} 0,47 \\ 0,27 \\ 1,07 \\ 1,88 \\ 0,95 \end{bmatrix}. \quad (4.137)$$

Les écart-types des valeurs absolues sont

$$\tau_{\text{écart-type}} = \begin{bmatrix} 0,66 \\ 0,54 \\ 1,21 \\ 2,60 \\ 1,53 \end{bmatrix}. \quad (4.138)$$

En observant plus particulièrement la configuration la plus défavorable selon l'espace obtenu en figure 4.17, nous obtenons les valeurs de couples représentés par des flèches en figure 4.18 :

$$\tau_{\text{max}} = \begin{bmatrix} -5,28 \\ -4,02 \\ -4,98 \\ -13,87 \\ -9,10 \end{bmatrix} \quad (4.139)$$

Il est à noter que la chaîne la plus sollicitée lors du parcours de la surface hémisphérique est la chaîne C3.

Ces couples étant globalement élevés pour des actionneurs rotatifs classiques (moteurs à courant continu), le choix technologique est assez restreint. Pour le dimensionnement final, nous retiendrons la valeur maximum moyenne corrigée par un coefficient de sécurité de 1,5 pour obtenir environ 3 Nm.

4.4 Espace de travail

L'espace de travail d'un robot à plus de trois degrés de liberté est difficilement visualisable directement. Différentes catégories comme l'espace atteignable ou l'espace dextre sont proposées afin d'avoir une représentation plus adéquate [Mer97, KD99]. Les espaces de travail sont obtenus par découpage d'un volume par une grille de pas fixe. Les résultats ne prouvent aucunement la connexité ou les possibilités réelles du système, mais ils donnent un bon aperçu des capacités de mouvement de la structure. Les résultats obtenus ci-après sont calculés avec un modèle filaire, ne prenant pas en compte l'aspect physique du mécanisme comme les butées articulaires ou les

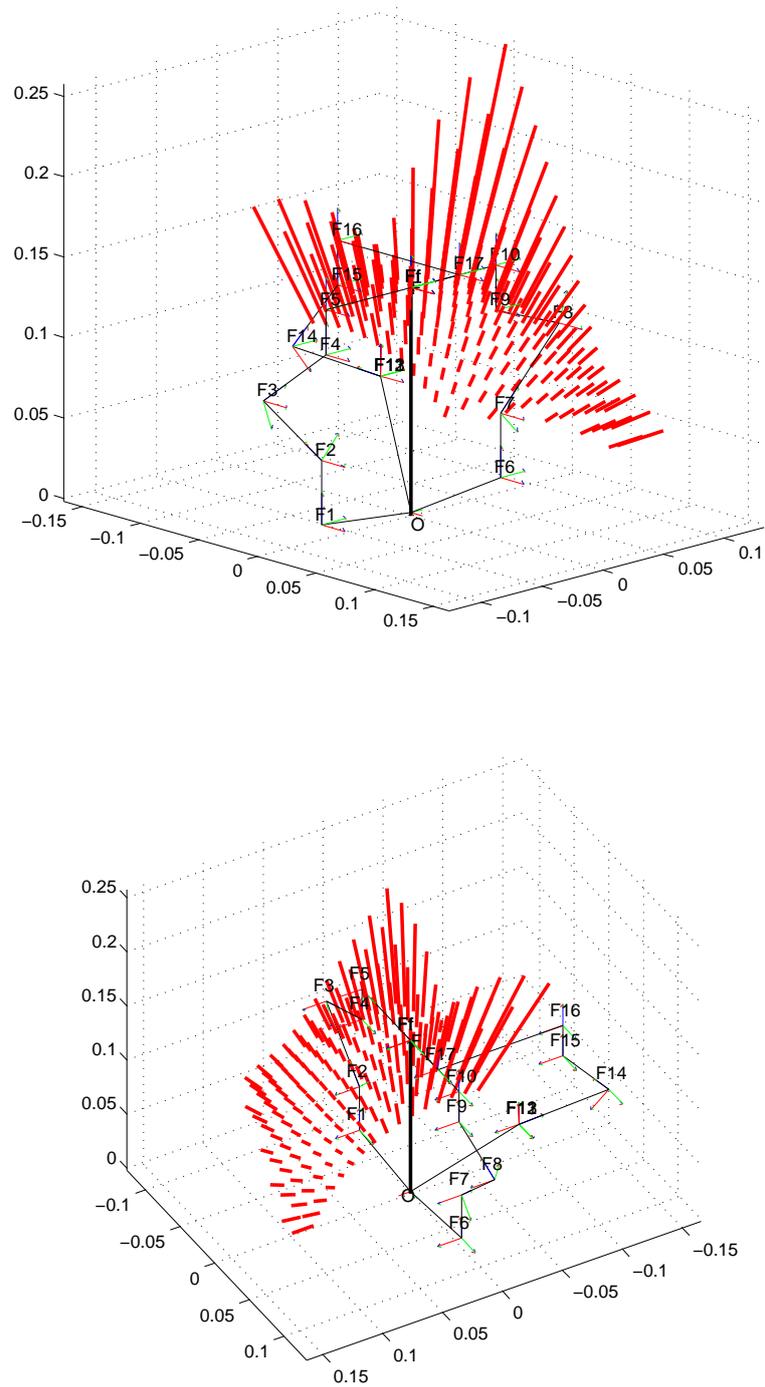


Fig. 4.17: Représentation visuelle du maximum des couples lors du balayage d'une surface de travail en hémisphère centrée sur l'origine, un torseur d'effort de 20 N de résultante est appliqué sur la normale à la plate-forme en O_f .

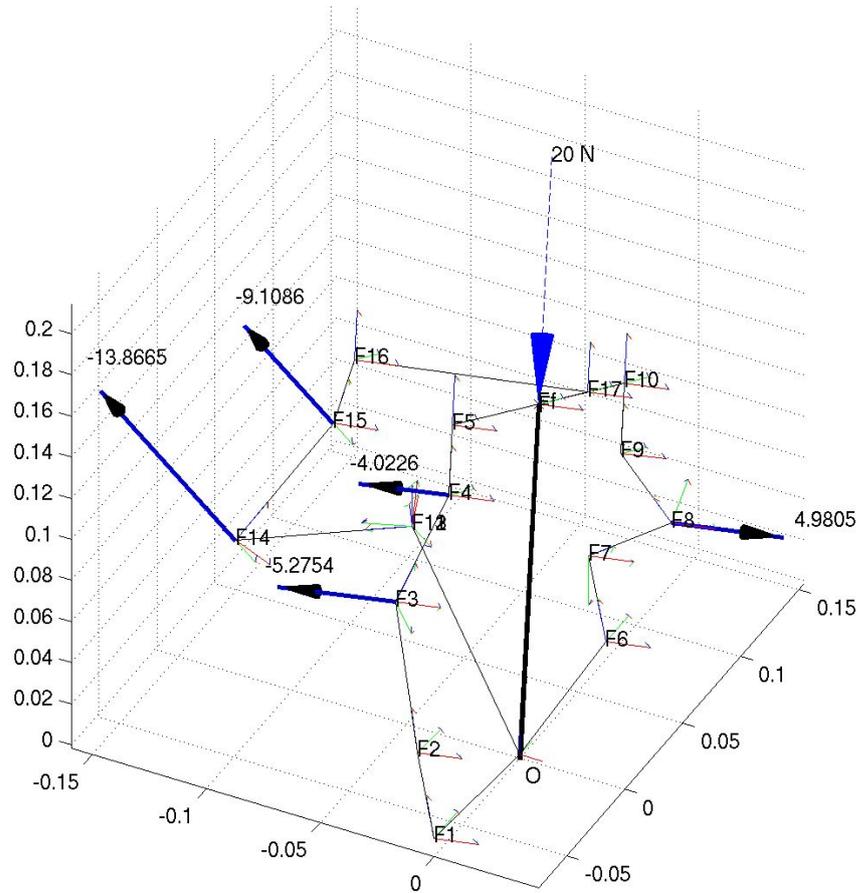


Fig. 4.18: Représentation visuelle des couples moteurs pour la configuration la plus défavorable en terme de résistance, un torseur d'effort de 20 N de résultante est appliqué sur la normale à la plateforme en O_f .

collisions entre différents segments. Ces aspects seront développés dans la section suivante. Les paramètres géométriques utilisés pour les longueurs des différents segments sont identiques à ceux du tableau 4.4, page 71.

4.4.1 Espace atteignable

L'espace atteignable se définit comme le volume de l'espace où chaque point peut être atteint par \mathbf{O}_f , avec au moins une orientation de la plate-forme. Nous avons échantillonné la grille de travail des coordonnées opérationnelles en parallélépipèdes de $1 \times 1 \times 1$ mm et 10×10 degrés. Afin de pouvoir visualiser plus facilement le volume opérationnel, nous avons représenté uniquement la moitié de cet espace sur la figure 4.19. L'espace complet est quasi-symétrique par rapport au plan $(\mathbf{O}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0)$.

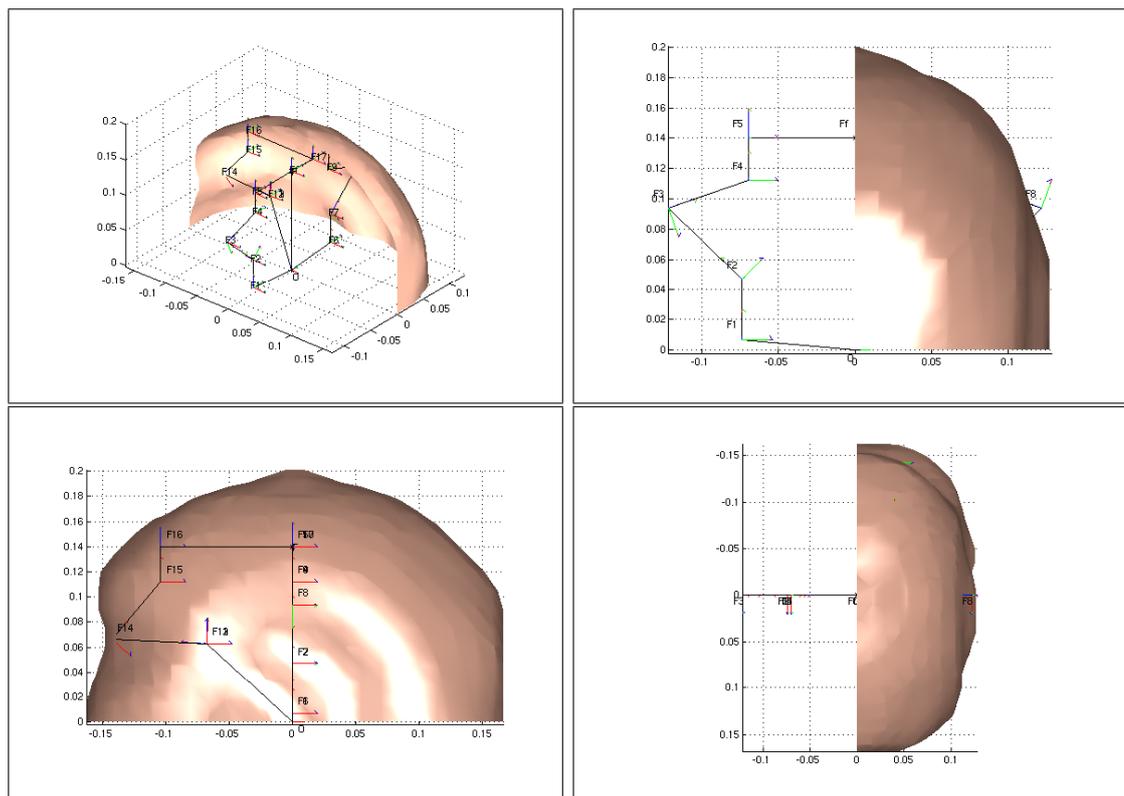


Fig. 4.19: Espace atteignable.

Le volume accessible est proche de l'hémisphère qui constitue notre canevas à respecter. La topologie convient bien au placement autour d'un point central. Bien que non strictement convexe, ce volume de travail est connexe et le déplacement entre deux points quelconques est possible si l'on ne définit pas de contrainte d'orientation.

4.4.2 Espace dextre

Dans l'espace dextre, chaque point peut être atteint avec une orientation de la plate-forme respectant le cahier des charges : par rapport à la configuration où la plate-forme est parallèle à la base, l'orientation est de ± 30 degrés autour de \mathbf{x}_0 et $[-10; 70]$ degrés autour de \mathbf{y}_0 .

Sur la figure 4.20, on s'aperçoit que cet espace est beaucoup plus limité que le précédent. En pratique, cet espace ne reflète pas les capacités du manipulateur, les conditions d'utilisation étant strictement réservées à l'alignement d'une droite normale à la plate-forme suivant une trajectoire passant près du centre de l'hémisphère précédent.

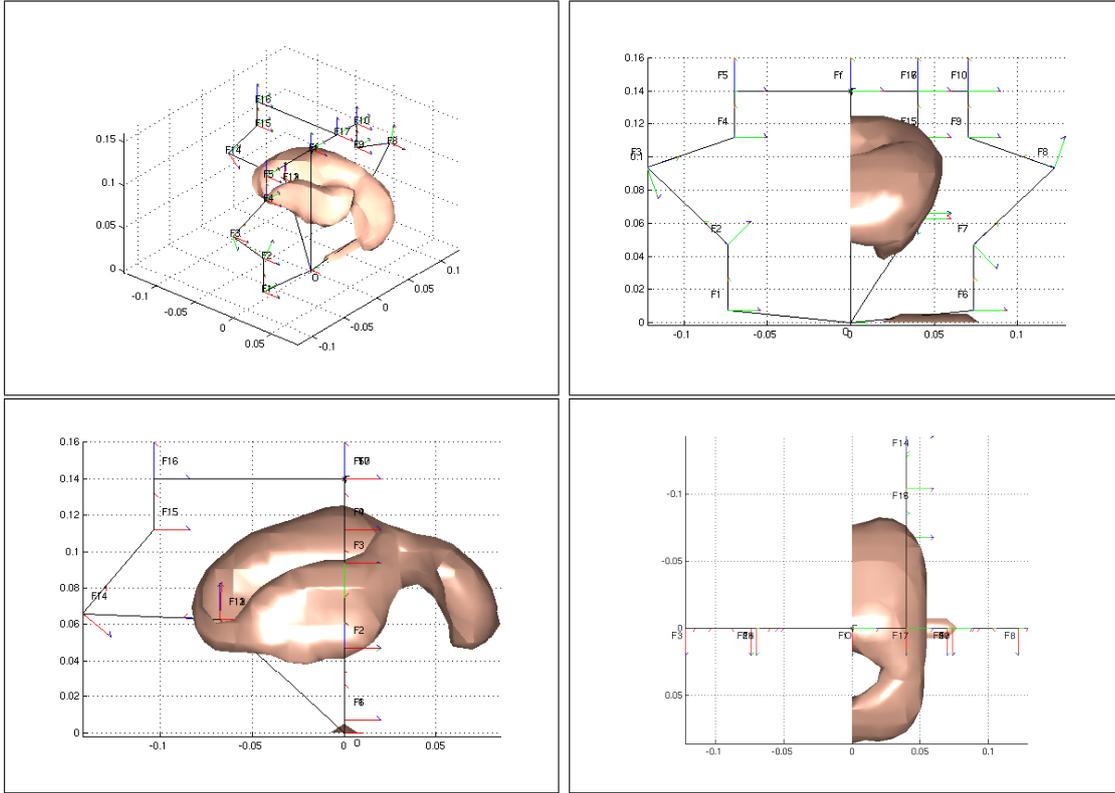


Fig. 4.20: Espace dextre.

4.4.3 Espace à orientation contrainte

Nous définissons l'espace de travail à orientation contrainte comme le sous-ensemble des points de l'espace atteignable, où l'orientation est sujette à une contrainte analytique du type :

$${}^0\mathbf{z}_f = f({}^0\mathbf{O}_f) \quad (4.140)$$

où ${}^0\mathbf{O}_f$ et ${}^0\mathbf{z}_f$ sont respectivement la position de la plate-forme et son orientation (vecteur normal à la plate-forme).

L'utilisation du manipulateur étant particulièrement liée à l'orientation d'une droite support de l'aiguille passant par un point d'entrée proche de l'origine de la base, notre choix de contrainte s'impose comme :

$${}^0\mathbf{z}_f = \frac{{}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f}{\|{}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f\|}, \quad (4.141)$$

où \mathbf{O}_0 est le point d'entrée. Cette contrainte signifie que la plate-forme est tangente à la surface d'une sphère centrée en \mathbf{O}_0 , de rayon variable. L'espace correspondant est représenté en figure 4.21. Nous avons rajouté sur cette figure une visualisation d'une sphère centrée au point d'entrée, d'un rayon de 130 mm correspondant à une hauteur de travail moyenne.

D'après les débattements angulaires fixés dans le cahier des charges (voir paragraphe 3.1.3 à la page 40), cet espace contient le cône d'orientation de $[-10; 70]$ degrés dans le plan $(\mathbf{O}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0)$ et ± 30 degrés dans le plan $(\mathbf{O}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$.

4.5 Conception du prototype

Le prototype du bras manipulateur a été appelé CT-Bot afin de refléter l'utilisation conjointe avec un scanner (CT-scan en anglais). La conception fondée sur notre modèle cinématique a été

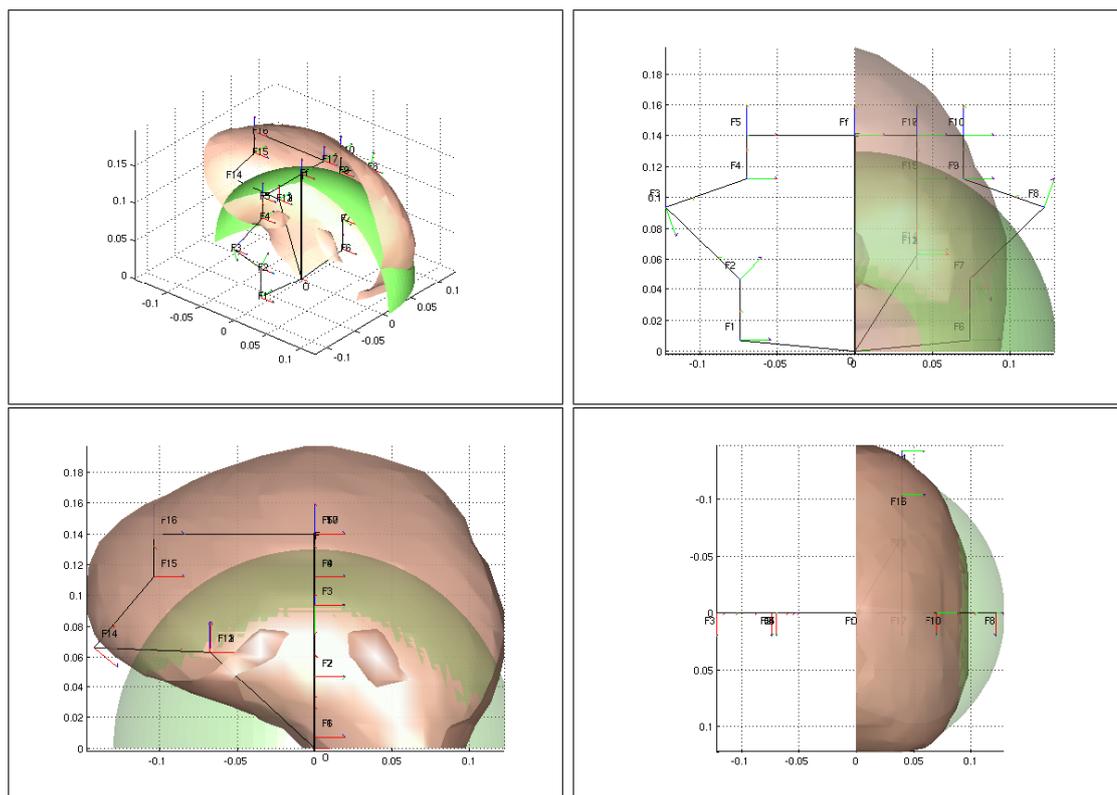


Fig. 4.21: Espace à orientation contrainte pour aligner la droite support de l'aiguille sur le point d'entrée.

réalisée en partenariat avec le Laboratoire de Génie de la Conception - LGeGo - de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg.

Le prototype a pour but le positionnement et l'orientation d'une plate-forme porte-outil qui est équipée d'un dispositif passif de guidage d'aiguille ou de pointage laser. Un dispositif d'insertion robotisé téléopéré est en cours d'étude et fait l'objet d'un autre travail de thèse (voir prototype présenté dans [PRB⁺05]).

4.5.1 Actionneurs

Les motoréducteurs doivent pouvoir répondre au cahier des charges suivant :

- un couple important lors de l'actionnement. L'étude du dimensionnement grâce à la jacobienne montre un couple nécessaire de 3 Nm ;
- une grande dynamique, afin de ne pas exciter des modes vibratoires des pièces mécaniques et pour obtenir un temps de réponse très court ;
- un fort couple de maintien lors de la mise hors tension. Cette particularité est nécessaire pour éviter que la structure ne s'effondre sur elle-même lors d'un arrêt d'urgence, ce qui provoquerait un mouvement de l'aiguille ;
- une résolution angulaire inférieure à 0,05 degré ;
- une bonne compacité de l'ensemble, afin de réduire les problèmes d'inertie, de masse du système, et pour ne pas obstruer l'espace environnant ;
- une compatibilité aux rayons X / IRM. Ce point n'est pas particulièrement essentiel pour les scanners à rayons X. Comme on l'a vu, le choix de la cinématique déporte les actionneurs hors du plan de coupe. En revanche, l'IRM nécessite obligatoirement des matériaux amagnétiques ;
- un prix abordable pour un prototype.

Après une veille technologique des composants industriels disponibles, il s'est avéré qu'aucun motoréducteur compact n'existe dans la gamme de couple souhaitée. De plus, l'adjonction d'un frein nous oblige à adapter des systèmes existants pour construire un actionneur spécifique. La motorisation, d'après les besoins en termes de couple, de compacité, et de sécurité, nous a amené à étudier la technologie piézo-électrique.

Motorisation piézo-électrique : Apparus il y a une vingtaine d'années au Japon pour des applications d'optiques, ces moteurs dits à ultrasons sont d'un usage assez peu répandu en robotique. Leur principe de fonctionnement repose sur l'entraînement par friction d'une partie mobile mise en pression sur un stator en céramique piézo-électrique (type PZT⁴). En excitant la céramique à une fréquence de résonance propre à sa structure mécanique, une onde progressive de déformation se propage le long de la surface de contact, et entraîne en mouvement la partie mobile par friction (voir figure 4.23). Cette particularité permet d'obtenir de très grands couples de maintien liés à la pression exercée entre les surfaces en contact. Cet effet est plus particulièrement observable quand le moteur n'est plus alimenté. Ces actionneurs peuvent être déclinés en moteurs linéaires ou rotatifs, conservant sensiblement les mêmes propriétés.

En résumé, les moteurs piézo-électriques ont certains avantages sur les moteurs à courant continu, à savoir :

- un rapport élevé entre le couple de sortie et la masse de l'actionneur ;
- une vitesse faible, convenant parfaitement aux applications de haute précision ;
- un couple de maintien élevé ;
- un temps de réponse court ;
- une bonne précision en boucle ouverte (supérieure à celle des moteurs pas-à-pas).

En revanche, ils sont susceptibles d'être plus vite usés et leurs propriétés fluctuent en fonction de paramètres extérieurs tels que la pression ou l'humidité. Du point de vue de la commande, ces moteurs ont également des non-linéarités visibles sous forme de zones mortes en sous-régime et en sur-régime. Ces propriétés sont intéressantes du point de vue de notre application médicale, notamment pour la sécurité en cas de panne électrique au niveau du contrôleur ou de problèmes logiciels. Des commandes erronées (par exemple trop importantes) ou un arrêt d'urgence ne feront pas bouger la plate-forme et l'on conservera l'instrument dans sa position.

L'offre industrielle n'est pas grande. Il est possible de trouver des moteurs soit issus de la recherche en laboratoire (prototypes du Jet Propulsion Laboratory), soit de cabinets d'études comme Cedrat Technologie [Tec03] (fabrication de prototypes spécifiques), soit d'entreprises spécialisées comme Polytech PI[Ins04], Creaholic [Cre04] ou Shinsei Corporation [Shi03]. Au vu des coûts d'étude d'un prototype dédié à notre structure, il a été décidé d'incorporer les actionneurs du type USR-30 de la société Shinsei dont le prix reste faible. Nous donnons ses principales caractéristiques à la figure 4.22.

Nous n'entrerons pas dans les détails physiques de la modélisation qui sont au-delà du cadre de la robotique et que le lecteur pourra trouver dans [Gir02], mais nous soulignons quelques aspects particuliers de la commande de ces moteurs.

Chaque moteur est alimenté par un variateur qui génère deux signaux haute tension en quadrature de phase, de fréquence variable de 40 kHz à 50 kHz. L'impédance électrique étant légèrement différente d'un moteur à l'autre, chaque couple de moteur et de variateur possède un réglage propre. Une fois que l'onde progressive générée par les variateurs déforme la céramique PZT, il y a entraînement du rotor. La fréquence d'excitation est un facteur important dans la commande du moteur. Celui-ci possède une zone morte en vitesse qui apparaît quand l'excitation est en dessous d'un seuil minimal. Cette zone morte, visible à la figure 4.22, signifie qu'il est impossible d'obtenir une résolution angulaire plus petite que le produit de la vitesse minimale par la période d'échantillonnage.

⁴ La céramique PZT doit son nom à des alliages à base de titano-zirconate de plomb.

Tension d'alimentation	110 Vrms
Puissance nominale	1,3 W
Couple de maintien	0,1 Nm
Couple en fonctionnement	0,05 Nm
Couple maximum	0,1 Nm
Vitesse minimum	30 tr/min
Vitesse maximum	280 tr/min
Temps de réponse	15 ms
Temps de réponse en commutation de vitesse	1 ms
Courant en fonctionnement à plein régime	0,5 mA

3. Motor characteristics and operating range

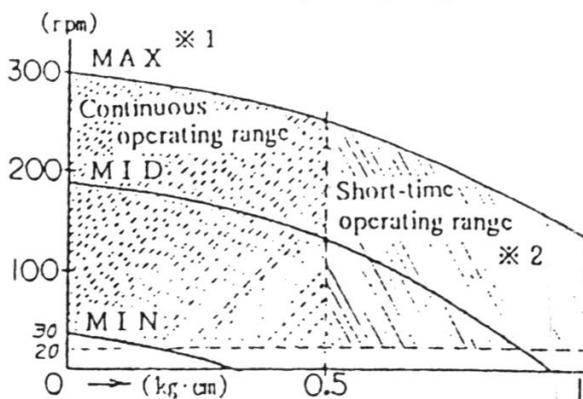


Fig. 4.22: Caractéristiques techniques du moteur USR-30 (documents Shinsei).

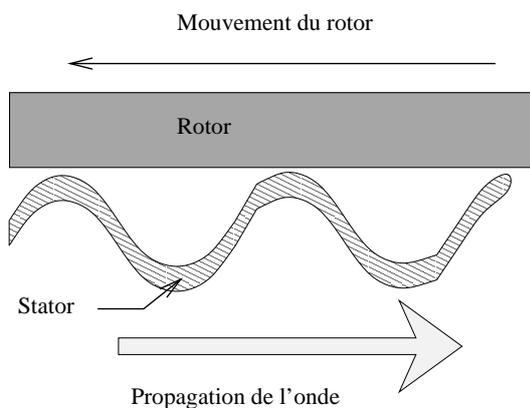


Fig. 4.23: Principe d'entraînement des actionneurs piézo-électriques.

Réducteur et capteur de position : La technologie choisie est un réducteur Harmonic Drive qui offre le meilleur compromis entre compacité, rapport de réduction et jeu mécanique. De plus cet étage de réduction est non réversible, ce qui assure une rigidité à la structure, même en cas de coupure d'alimentation. Ces réducteurs fonctionnent par engrenement entre une couronne rigide associée au carter du moto-réducteur et une cloche déformée par la rotation d'une pièce de forme elliptique, cette cloche ayant un nombre de dents légèrement inférieur à la couronne. Les modèles les plus compacts disponibles actuellement proposent une démultiplication de $\times 30$ ou $\times 50$. Associés à des moteurs USR-30, nous pouvons obtenir $0,1 \times 50 = 5$ Nm de couple maximum en fonctionnement ou à l'arrêt.

La mesure de position sera effectuée en sortie du moteur par un codeur optique d'une résolution suffisante pour assurer une erreur de positionnement de la plate-forme inférieure au millimètre. Pour ne pas encombrer l'ensemble moteur+réducteur par un dispositif de mesure trop volumineux, nous avons choisi des codeurs optiques HEDL 5540 de la société Faulhaber. Ceux-ci ont deux voies de comptage et une voie de top par tour. La résolution est de 500 points par tour ce qui conduit à une résolution finale de $1,44 \cdot 10^{-2}$ degrés.

L'intégration des éléments mécaniques de roulement et de réduction nécessite des matériaux rigides et non fragiles. Les actionneurs n'étant pas normalement dans le plan scanner, nous avons opté pour une réalisation en matériaux métalliques acier inox pour les axes et aluminium pour les carters (meilleur rapport rigidité/masse). Le bloc moto-réducteur final est présenté à la figure 4.24. Cet actionneur complet a une forme cylindrique d'un diamètre de 50 mm et une longueur de 75 mm.

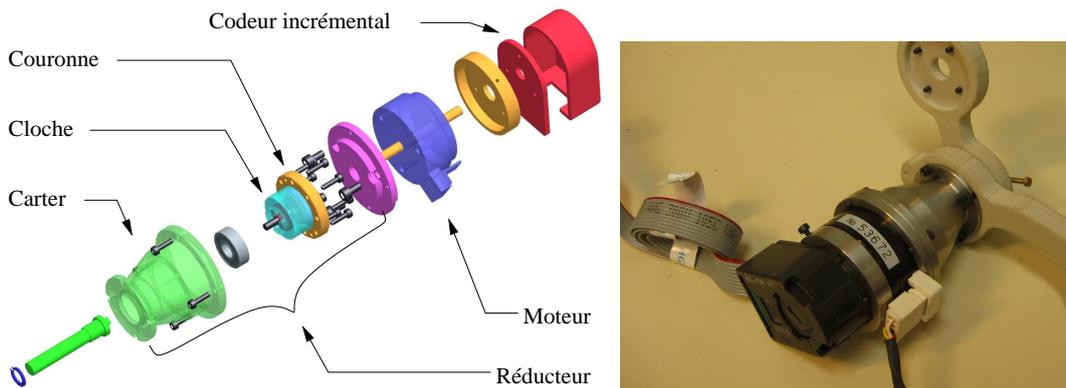


Fig. 4.24: Blocs moto-réducteurs réalisés pour l'actionnement : (gauche) vue en CAO, (droite) prototype.

Commande des actionneurs : Le système (motoréducteur+variateur+codeur) est considéré comme un bloc alimenté en entrée par une tension de commande, et fournissant en sortie une tension image de la position. Comme la tension d'entrée constitue une référence de vitesse, on peut considérer que le moteur réalise une intégration mécanique. D'après les limitations du moteur, la vitesse de rotation de l'arbre de sortie après le réducteur est comprise dans une plage de 0,0628 à 0,5864 rad/s. En dessous de ce seuil, il existe une zone morte dont l'apparition produit des effets similaires à ceux de frottements secs. Ainsi, il sera préférable de ne pas placer d'intégrateur dans la boucle d'asservissement pour éviter l'apparition d'un cycle limite lié à ces non-linéarités. Les données constructeur montrent également que la relation entre la commande et la vitesse de sortie est assimilable à un segment de parabole.

Le comportement de la boucle ouverte avec un échelon de vitesse maximum est donné à la figure 4.25. Du fait du faible temps de réponse de l'actionneur proche de 10 ms, et des non-linéarités évoquées précédemment (zone morte, plage parabolique, saturation rapide), la stratégie de commande est un simple correcteur proportionnel. Le réglage est expérimental : le

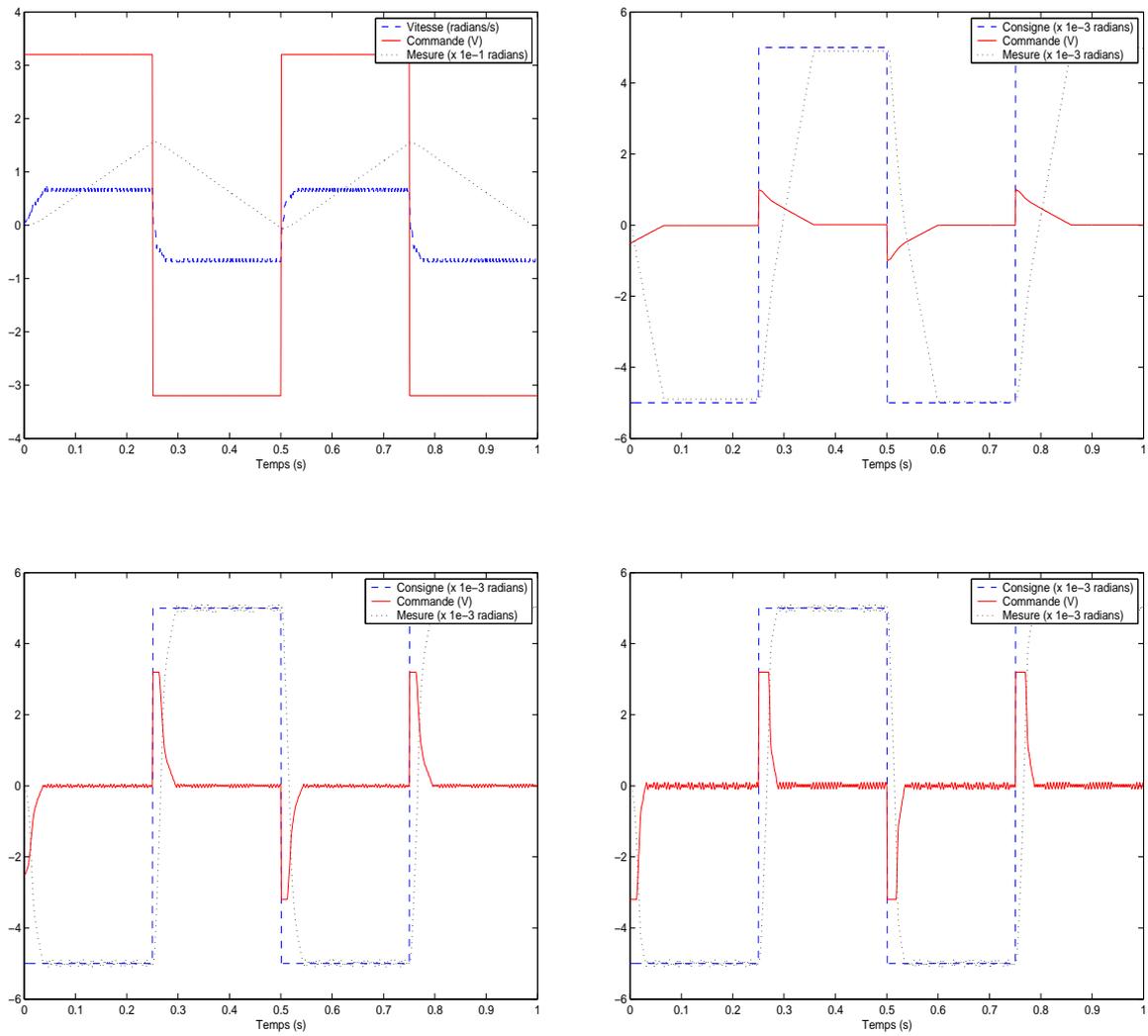


Fig. 4.25: (Haut à gauche) Réponse en boucle ouverte pour un échelon de 3,2 V. (Haut à droite, bas de gauche à droite) Réponses en boucle fermée pour différentes valeurs du gain $K = 100, 500$ et 1000 à un échelon de référence de 0,005 radians.

choix du gain étant lié à des facteurs non identifiés, nous avons procédé par itération jusqu'à un bon compromis entre le temps d'établissement et le régime de cycle limite. Différentes réponses en boucle fermée avec des gains variables sont proposées à la figure 4.25.

D'après nos mesures, un gain K supérieur à 500 fait atteindre le cycle limite (erreur minimale toujours supérieure au seuil bas de la zone morte). Afin de rester dans une plage où l'erreur se situe en dessous de la zone morte, nous avons fixé la valeur du gain pour l'ensemble des blocs à $K = 300$.

4.5.2 Système d'attache au patient

Afin que les perturbations et les mouvements du patient soient compensés naturellement, nous avons choisi d'attacher la base de la structure à un support sanglé sur l'abdomen du patient. Pour des raisons de confort, le support doit épouser la surface de l'abdomen qui n'est en générale pas plane. La forme jugée la plus ergonomique est une couronne d'un diamètre extérieur d'environ 170 mm et intérieur d'environ 110 mm. Ce choix se retrouve dans la littérature, par exemple dans les systèmes récents de porte-endoscope [BCT⁺02] ou de télé-échographie [VG03]. Par rapport à ces systèmes, nous ajoutons un fin matelas à dépression sous la base afin de contraindre le support à toucher uniformément la peau du patient. Ceci permet de limiter les problèmes de porte-à-faux et de torsion du support, dont l'épaisseur se doit d'être faible pour ne pas surélever la structure.

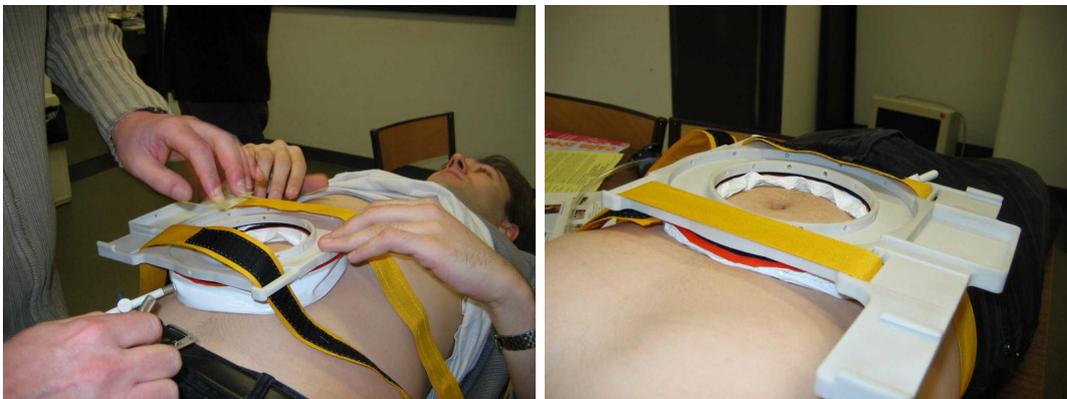
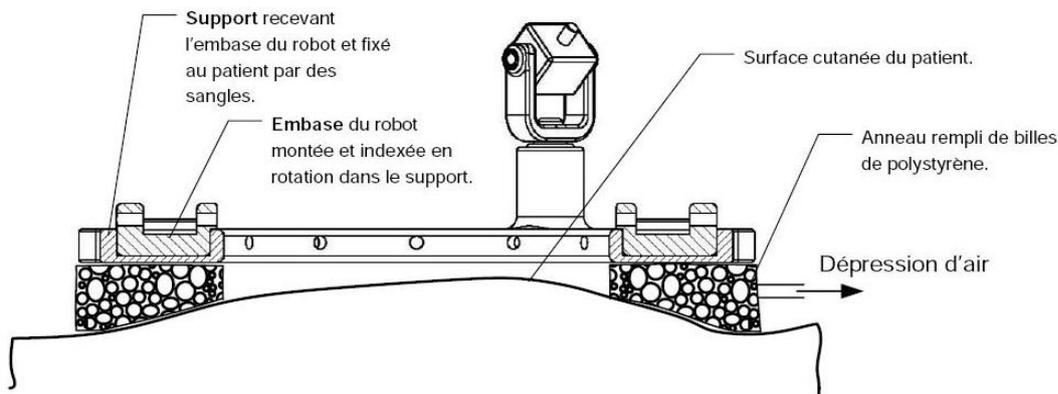


Fig. 4.26: Support attachable à l'abdomen, comprenant un socle rigide et un matelas à dépression.

Pour fixer la base du robot sur le support lié au patient, il a été prévu un réceptacle circulaire

permettant de sélectionner une orientation quelconque selon des pas de 30 degrés. Cette possibilité est utile dans le cas où le support n'est pas fixé suivant l'axe du scanner. La réalisation de l'ensemble en frittage de poudre chargée en fibres de verre est présentée à la figure 4.26. L'ensemble est stérilisable, soit par autoclave, soit par lavage avec une solution désinfectante.

4.5.3 Guide d'aiguille passif

La structure de la plate-forme est étudiée pour recevoir différents porte-outils. L'étude d'un système robotisé d'insertion d'aiguille actif à retour d'effort est en cours de validation [PRB⁺05]. Nous ne détaillerons ici qu'un dispositif manuel de maintien et d'insertion d'un instrument permettant un positionnement initial précis moins nocif en terme d'exposition pour le radiologue que lors des procédures actuelles.

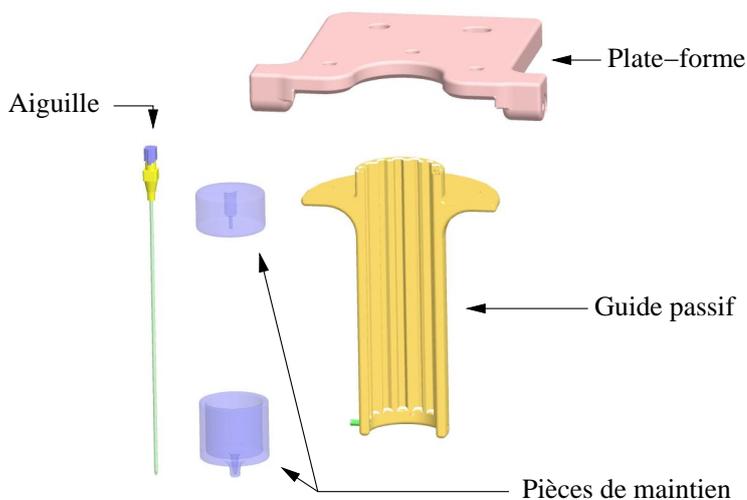


Fig. 4.27: Plate-forme avec guide passif recevant une pièce circulaire complémentaire fixée à l'instrument.

Dans le système que nous proposons, l'instrument est au préalable attaché à une pièce circulaire stérilisable qui vient se loger par encastrement dans une glissière mécanique. Bien que simple, ce dispositif guide l'instrument en translation selon l'axe d'enfoncement et permet une rotation libre autour du même axe (voir figure 4.27).

L'intérêt clinique majeur que nous avançons ici, est la non-exposition du radiologue pendant le choix d'une trajectoire. En définissant le point d'entrée et une cible dans le patient, le manipulateur peut automatiquement aligner le guide suivant cette trajectoire, mais laisse l'entière responsabilité de l'enfoncement au radiologue. Le gain de temps est appréciable au début de l'intervention, pendant le choix et surtout la validation du point d'entrée et de la trajectoire sur les images scanners. C'est en effet pendant cette étape où l'instrument est enfoncé de quelques millimètres que le radiologue est obligé de tenir l'instrument alors que des acquisitions TDM sont nécessaires au réajustement de la trajectoire.

Une fois que l'intervention est commencée, nous soulignons la possibilité de retirer rapidement la structure robotique pour poursuivre l'intervention sans guidage. Par ailleurs le dispositif permet de relâcher l'aiguille, pour accompagner les mouvements internes des organes sous l'effet de la respiration.

4.5.4 Conception Assistée par Ordinateur (CAO)

Partant de la description de la topologie et de la cinématique, une première ébauche consiste à paramétrer les longueurs variables des segments telles qu'elles sont données dans nos modèles

géométriques. Cette étape permet d'optimiser la structure en fonction des besoins et des contraintes d'intégration des éléments mécaniques comme les actionneurs, les axes, les roulements ou les butées.

Réalisation de la rotule : Afin d'éviter les jeux mécaniques, la rotule sera réalisée à partir de la mise en série d'un pivot et d'une liaison de Cardan. Ce choix est lié à la difficulté de réalisation d'une sphère parfaite. Par ailleurs, les débattements angulaires d'une rotule mécanique sont également limités à une demi-sphère tronquée.

Longueurs des segments : Les pièces ont été conçues à l'aide du logiciel PRO/Engineer de la société PTC. L'utilisation intensive des outils de CAO a permis une phase rapide de prototypage afin d'opérer un cycle d'itérations sur l'évolution des paramètres ou des choix des différentes formes des pièces. De plus, ce logiciel offre des modules intéressants de vérification de collision et de résolution numérique de contraintes cinématiques permettant l'évaluation immédiate d'une modification.

L'optimisation des longueurs a été faite de façon symétrique pour les chaînes $C1$ et $C2$, et afin d'éviter les collisions entre les moto-réducteurs et les segments des chaînes cinématiques. Le but principal est de dégager le maximum d'espace libre dans la demi-sphère intérieure à la structure et de respecter la contrainte d'encombrement (pour rappel, le manipulateur doit tenir dans un cube de 200 mm de côté). Pour fixer les dimensions globales du mécanisme, nous avons considéré une altitude de travail moyenne de 130 mm, correspondant à la longueur d'un système passif d'insertion d'aiguille présenté précédemment. Le choix des paramètres de la base et de la plate-forme est lié aux dimensions réduites nécessaires à la fixation du manipulateur sur le patient (pour la base) et à la surface nécessaire à l'installation d'un dispositif passif ou robotisé d'insertion (pour la plate-forme). Les modules de résolution numérique de contraintes cinématiques et de collision ont par ailleurs été utilisés pour tester les configurations extrêmes d'orientation ou de placement de la plate-forme, ceci afin que chaque modification respecte le cahier des charges (encombrement et mobilité).

Modèle CAO de la structure parallèle : La structure parallèle seule, avec ses actionneurs, est présentée en configuration normale en figure 4.28. Les longueurs des segments sont paramétrées logiciellement afin de pouvoir modifier et visualiser le résultat immédiatement.

Modèle complet - Logiciel de simulation : Le modèle CAO complet (incluant le socle ainsi que le guide passif) est utilisé dans notre propre logiciel de simulation et de supervision, réalisé sous un environnement linux. Grâce aux modèles géométriques et cinématiques, le logiciel permet d'obtenir une vision réaliste du comportement de la structure dans différentes configurations (voir figures 4.29 et 4.30).

4.5.5 Espace de travail réel - auto-collisions

Les pièces issues de la CAO ont été exportées sous forme de maillages triangulaires, afin de générer l'enveloppe géométrique réelle du manipulateur. A l'aide d'une bibliothèque C++ de vérification de collision (OPCODE [Ter03]), nous avons utilisé ces maillages dans un module C++ intégré au simulateur pour tester si une configuration articulaire conduit à une collision entre les pièces constituant la structure aussi appelée une auto-collision. En échantillonnant l'espace des configurations selon une grille de travail à un pas fixe et en évaluant chaque point de la grille, on obtient une représentation échantillonnée de l'espace des configurations libres du manipulateur. L'utilisation de cette grille permet par exemple de visualiser l'espace de travail atteignable de la structure comme présenté sur la figure 4.31.

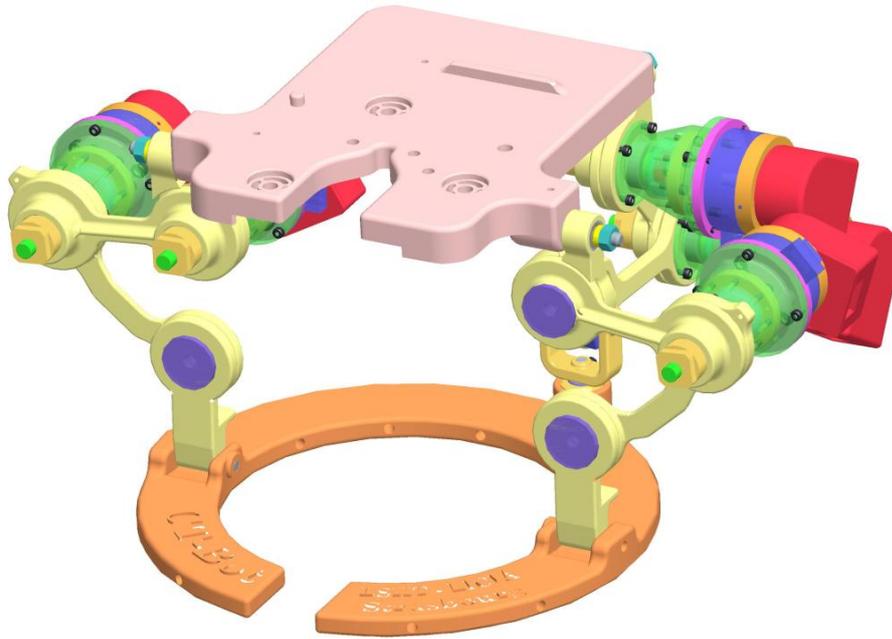


Fig. 4.28: Vue en CAO de la structure. Le manipulateur est en configuration normale : la base et la plate-forme sont parallèles, le vecteur \mathbf{z}_f d'orientation est parallèle à \mathbf{z}_0 et une distance de 142 mm sépare le point \mathbf{O}_f de \mathbf{O}_0 .

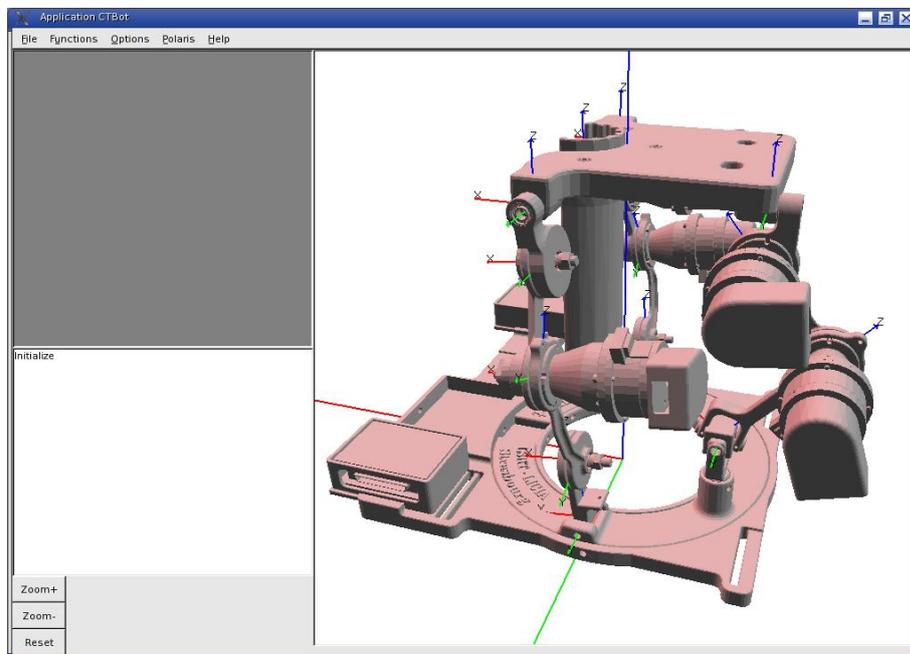


Fig. 4.29: Vue du logiciel de simulation et de supervision - Le manipulateur est en configuration parallèle haute, ici $\|\mathbf{O}_f\mathbf{O}_0\| = 180$ mm et la plate-forme est avancée de 20 mm selon \mathbf{x}_0 .

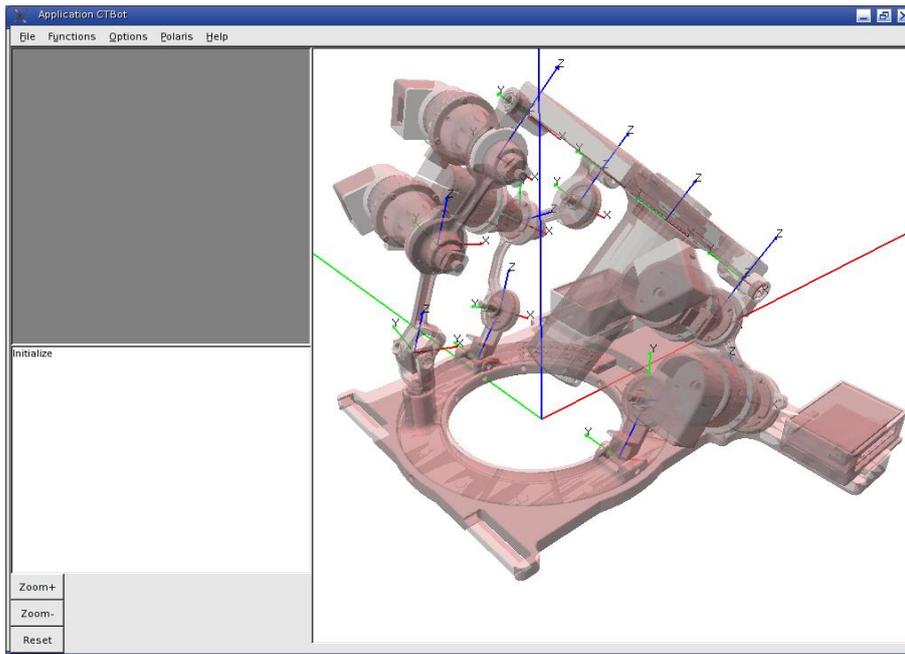


Fig. 4.30: Vue du logiciel de simulation et de supervision - Exemple d'alignement de la plate-forme sur une orientation d'enfoncement de 50 degrés vers l'avant (vue en transparence).

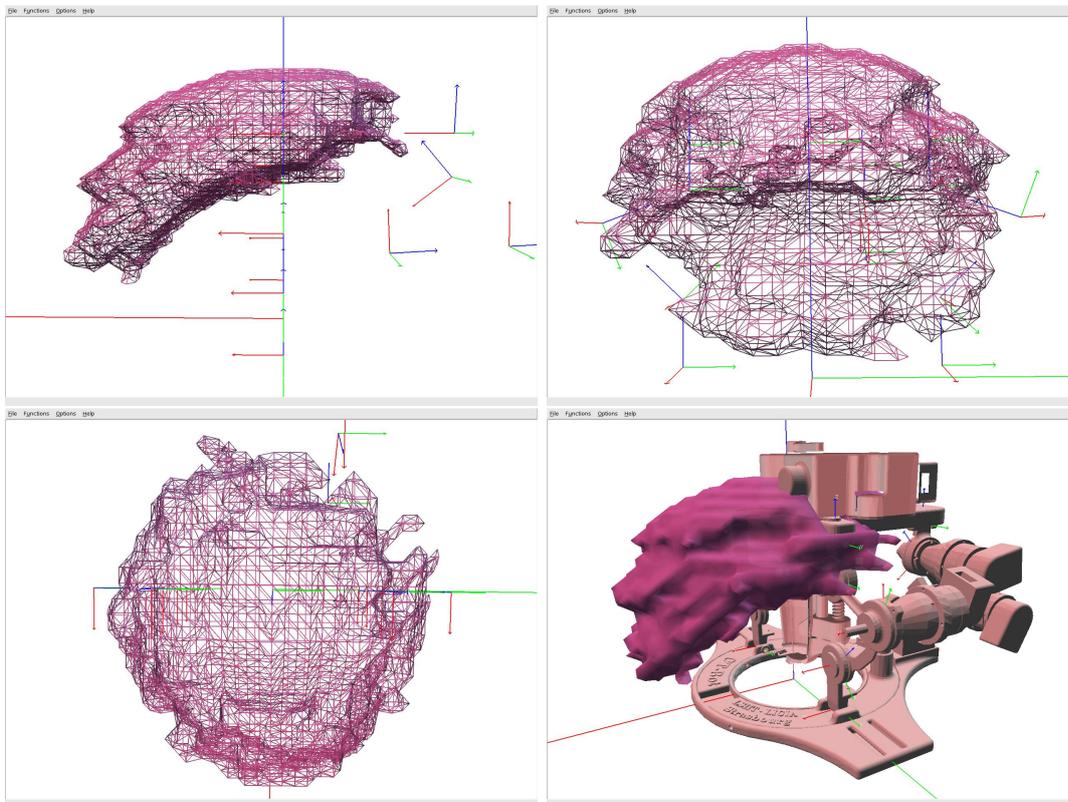


Fig. 4.31: Espace atteignable du manipulateur, avec prise en compte de l'enveloppe géométrique.

Après obtention de cette grille, il apparaît que l'espace des configurations obtenu est fortement connexe. Il n'y a aucun îlot de configurations isolées (tout du moins pour une grille d'une résolution de 40 échantillons par valeur articulaire, soit environ 4 degrés pour chaque arête de chaque élément). En revanche, il n'est pas convexe, et un chemin reliant deux points de l'espace des configurations peut passer par une zone interdite, signifiant qu'une auto-collision a lieu.

Le test de la validité d'une configuration est très rapide car il s'agit d'un simple accès à un tableau de bits, et peut être effectué en temps-réel. Cette grille est utilisée comme sécurité dans le système, afin de ne pas détruire la structure lors de l'envoi de commandes erronées sur les actionneurs qui entraîneraient une auto-collision de la structure. Ces tests sont effectués au plus bas-niveau, juste avant l'envoi des tensions sur les variateurs, en utilisant un voisinage plus grand que le pas de la grille. Ainsi, comme le pas est fixe et le temps de réponse des actionneurs très rapide, il n'est pas possible d'atteindre des configurations non admissibles.

Cette protection est notamment intéressante dans le cadre d'une télémanipulation de la plate-forme avec retour d'effort. A terme, nous pouvons imaginer un système télé-opéré à l'aide d'une interface de type PHANTOM où l'utilisateur peut commander directement la position et l'orientation de la plate-forme.

4.5.6 Contrôleur temps-réel et logiciel de supervision

L'organisation logicielle générale suit la proposition exposée en 3.3.1, page 52. Elle se résume en :

- un PC de commande avec cartes d'entrée-sortie de la société SELIATEC, reliées aux variateurs des moteurs ainsi qu'à des modules de comptage. Cette machine utilise un système temp-réel linux RTAI pourvu du logiciel de commande CESAR⁵ ;
- un PC distant destiné à la supervision de l'intervention. Cette machine sert d'interface homme-machine pour visualiser les données échangées avec le PC de commande par une liaison série rapide (à 9 Mbits/s). Un client DICOM est utilisé dans une même interface graphique que le logiciel de simulation, afin de visualiser simultanément les images scanner et la trajectoire d'insertion. Ce logiciel sert également de superviseur selon une structure maître-esclave avec le PC de commande, en envoyant les requêtes de déplacement et en obtenant périodiquement les informations de l'état du bras manipulateur.

Ce découplage est bien adapté au problème de protection du personnel médical. Le PC de commande du bras pouvant être installé dans la salle d'intervention, le radiologue peut piloter à distance le système depuis le PC de supervision installé dans la salle protégée des rayonnements.

Le choix de l'environnement temps-réel CESAR a permis de prototyper rapidement le système de commande du bras robotique en adaptant des algorithmes génériques d'asservissement. La commande des actionneurs étant simple (correcteurs proportionnels), le système fonctionne à une fréquence de 1000 Hz en utilisant le module de vérification des auto-collisions présenté précédemment.

Nous avons également implanté les modèles géométrique et cinématique afin de pouvoir commander le système en vitesses opérationnelles (commandes générées à l'aide de la matrice jacobienne), ou en mode dit point-à-point. Ce dernier mode est utilisé par le superviseur pour aligner l'instrument selon la trajectoire sélectionnée par le praticien dans l'interface graphique. L'asservissement en position obéit au schéma de la figure 4.32. Ce schéma de commande simple se révèle être suffisant pour notre application. Il est à noter que CESAR fournit un module de génération de trajectoire en position en utilisant un profil trapézoïdale de vitesse. Ce module sera utilisé dans le mode point-à-point afin d'éviter les mouvements brusques.

⁵ CESAR a été développé par Jacques Gangloff au sein de l'équipe robotique du Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection. Il est disponible gratuitement à l'adresse <http://eavr.u-strasbg.fr/fr/research/resources/cesar/cesar.html>.

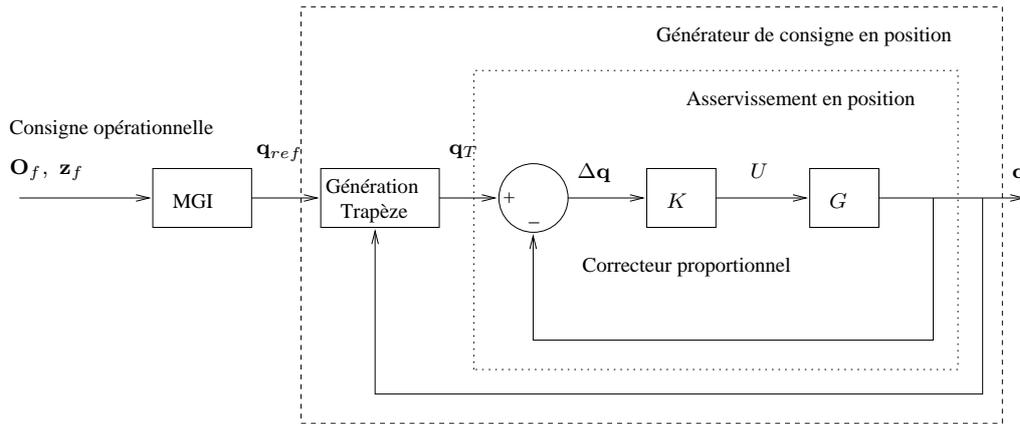


Fig. 4.32: Schéma de commande du système depuis une consigne opérationnelle envoyée par le superviseur. Le système de commande utilise un asservissement proportionnel sur les positions articulaires obtenues par le modèle géométrique inverse.

4.5.7 Planification de trajectoire avec prise en compte de l'espace réel

Le mode point-à-point génère des trajectoires rectilignes dans l'espace des configurations. L'espace des configurations libre n'étant pas convexe, il est nécessaire de générer des consignes intermédiaires entre deux configurations que l'on ne peut atteindre par une ligne droite dans l'espace des configurations sans provoquer une auto-collision (cases interdites de la grille articulaire obtenue précédemment). La stratégie de planification repose sur l'utilisation de tirages aléatoires de configurations dans l'espace libre sans collision noté CS_{free} .

Nous définissons la visibilité d'un point $q \in CS_{free}$ ou d'un ensemble de points

$$\mathcal{Q} = \{q_1, \dots, q_n \in CS_{free}\} \quad (4.142)$$

avec un ensemble de configurations

$$\mathcal{Q}' = \{q'_1, \dots, q'_n \in CS_{free}\} \quad (4.143)$$

par la possibilité de relier un q_i par une ligne droite à au moins un des q'_j .

L'algorithme que nous avons utilisé repose sur la construction d'une liste de configurations de départ visibles entre elles et contenant le point q_D (la liste obtenue est appelée une *roadmap* en anglais) avec une liste de configurations d'arrivée visibles entre elles et contenant le point d'arrivée q_A . Le but est de trouver un chemin reliant ces deux listes en ajoutant des configurations tirées aléatoirement dans CS_{free} et ajoutées alternativement à chaque liste. Pour être ajoutée à une liste, une configuration aléatoire doit vérifier un critère simple : elle doit être visible par un et un seul point de la liste. Cette méthode, simplifiée par rapport à celle proposée par [SLN00], permet de rapidement augmenter la visibilité entre un ensemble de départ et un ensemble d'arrivée en s'assurant qu'un nouveau point apporte toujours une nouvelle information.

Sa description est donnée par l'algorithme 1. Une fois cette carte obtenue, une étape supplémentaire d'optimisation et de lissage de la trajectoire peut être utilisée. Cette étape consiste à chercher si des points intermédiaires peuvent être supprimés, et à injecter un point intermédiaire au milieu de chaque segment de la trajectoire afin de la rendre plus lisse.

4.5.8 Prototype

La plupart des pièces sont réalisées en matériaux polymères par frittage de poudre (polyamide chargé de fibres de verre) ou stéréolithographie, à l'exception des segments des chaînes et des liaisons pivots dont les pièces sont issues d'une réalisation en frittage de poudre métallique.

Données d'entrée

Les coordonnées articulaires du point de départ q_D et du point d'arrivée q_A .

Variables

- \mathcal{Q}_D liste de l'ensemble des configurations de départ
- \mathcal{Q}_A liste de l'ensemble des configurations d'arrivée
- Nb_{points} le nombre de points de $\mathcal{Q}_D \cup \mathcal{Q}_A$
- Nb_{essais} le nombre d'essais de tirage d'un point de CS_{free}
- $Liste$ contient alternativement \mathcal{Q}_D et \mathcal{Q}_A
- $Trouve$ drapeau signifiant qu'un point généré aléatoirement vérifie la condition de visibilité

Initialisation

- Vérification que q_D et q_A ne sont pas visibles directement, sinon le problème est résolu
- Création de \mathcal{Q}_D contenant q_D
- Création de \mathcal{Q}_A contenant q_A
- $Nb_{points} \leftarrow 2$
- $Liste \leftarrow (\mathcal{Q}_D)$

Recherche d'un chemin

Tant que ($Nb_{points} < MAXPOINTS$)

$Trouve \leftarrow faux$

$Nb_{essais} \leftarrow 0$.

Tant que ($Trouve = faux$) ou ($Nb_{essais} < MAXESSAIS$)

Crée aléatoirement $q_{new} \in CS_{free}$

Si $Liste = \mathcal{Q}_D$

Si q_{new} est visible par un et un seul des éléments de \mathcal{Q}_D

On ajoute le point à \mathcal{Q}_D

$Trouve \leftarrow vrai$

sinon ($Liste = \mathcal{Q}_A$)

Si q_{new} est visible par un et un seul des éléments de \mathcal{Q}_A

On ajoute le point à \mathcal{Q}_A

$Trouve \leftarrow vrai$

$Nb_{essais} \leftarrow Nb_{essais} + 1$

$Liste \leftarrow \mathcal{Q}_D$ ou \mathcal{Q}_A (on permute)

Si q_{new} est visible par un des éléments de $Liste$

on fusionne \mathcal{Q}_D avec \mathcal{Q}_A

arrêt de l'algorithme car les ensembles sont visibles.

$Nb_{points} \leftarrow Nb_{points} + 1$

Si ($Nb_{points} > MAXPOINTS$) alors l'algorithme n'a pas trouvé de solution.

Algorithme 1: Planification point-à-point.

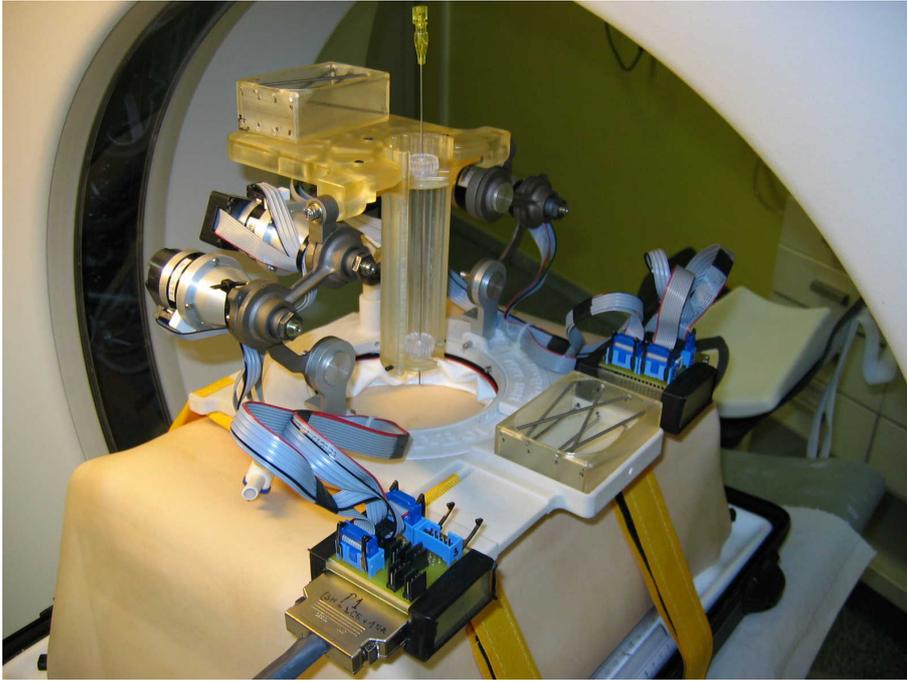


Fig. 4.33: Prototype de manipulateur placé sur un mannequin. Les boîtiers de connexions sont placés afin de dégager l'espace libre du plan de coupe. Les segments métalliques constitutifs des chaînes sont également en dehors du plan.

Une vue du prototype complet, câblé et sur son support est présentée en figure 4.33. La masse totale de l'ensemble (support+manipulateur+motoréducteurs) est de 2 kg. Nous avons pris soin d'inclure des roulements à billes et des butées à aiguilles pour chaque liaison pivot, ceci afin de limiter les frottements et les jeux mécaniques. La rigidité de la structure est assurée par une réalisation en matériaux métalliques pour les segments des chaînes cinématiques. Ces segments ne sont normalement jamais présents dans le plan de coupe, même dans le cas de la chaîne $C3$ puisque le point d'attache O_{16} est placé en dehors du plan médian.

Des boîtiers de connexions amovibles permettent un branchement rapide des câbles de commande des actionneurs. Afin d'éviter d'avoir des fils conducteurs dans le plan de coupe du scanner introduisant des artefacts de diffusion, chaque boîtier est placé de part et d'autre du plan de coupe (voir figure 4.33).

4.5.9 Recalage initial

La structure actuelle ne possède pas de butées articulaires. Le prototype est recalé par mesure de la position de la plate-forme par rapport à la base en utilisant un localiseur optique Polaris de la société NDI. Selon son constructeur, le système Polaris a une précision en moyenne géométrique (racine de la somme des carrés des erreurs) de 0,35 mm en position. Ces mesures semblent fiables, elles ont été vérifiées dans [WTF04] où les auteurs obtiennent des résultats similaires : 0,29 mm en moyenne quadratique sur la position (0,22 en moyenne simple) et 0,38 degré d'erreur en moyenne sur l'orientation (erreur calculées sur 100 essais d'une moyenne de 30 acquisitions).

Ce localiseur donne une mesure des éléments nécessaires au calcul des paramètres du MGI : la position du point O_f par rapport à la base, et les coordonnées du vecteur z_f exprimées dans le repère de base. La précision du recalage initial des codeurs est dépendante de la reconstruction effectuée par le système optique et par l'installation des cibles. Dans notre cas, nous avons utilisé des cibles expérimentales disposées sur la base et la plate-forme afin d'obtenir la transformation

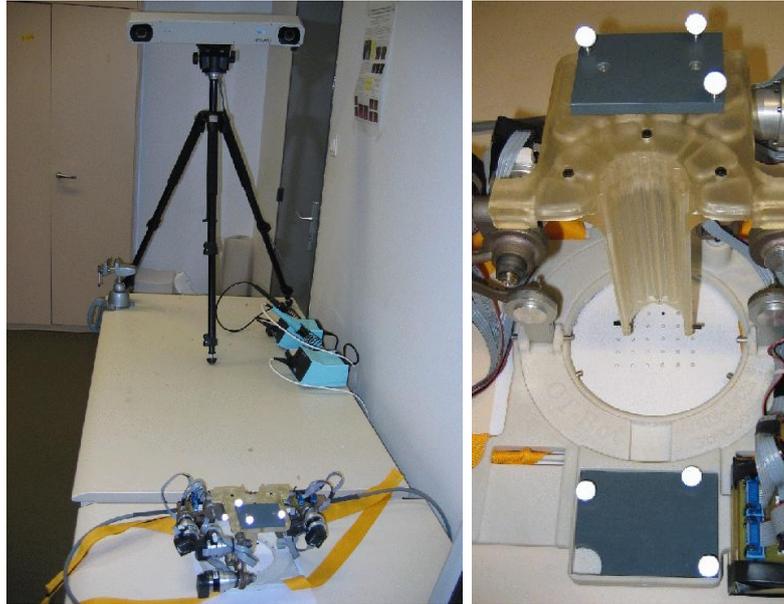


Fig. 4.34: Prototype accompagné des cibles de recalage, placées dans leur logement. La reconstruction de pose entre les deux marqueurs passifs sert à identifier les paramètres articulaires actifs, en utilisant le modèle géométrique inverse.

entre les deux repères (voir figure 4.34). Ces cibles sont passives, et réparties à l'intérieur d'un volume parallélépipédique de $80 \times 60 \times 30$ mm. Les tolérances liées à la réalisation sont de l'ordre du dixième de millimètre. Leur site d'installation est prévu sur la base du socle et sur la plate-forme, avec une tolérance identique.

Le procédé de recalage est définie par les étapes suivantes :

1. la mise en place des cibles dans leurs logements respectifs ;
2. l'acquisition d'une série de 100 mesures des paramètres d'identification par le Polaris (position et orientation) ;
3. le calcul de la situation moyenne et des valeurs articulaires q_i ;
4. l'initialisation des valeurs actuelles des encodeurs par les valeurs obtenues précédemment ;
5. l'envoi d'une consigne de placement en configuration normale : base et plate-forme parallèles, hauteur de travail de 142 mm, point d'attache à la verticale de l'origine de la base.

Une fois cette procédure réalisée, une nouvelle série de mesures permet de vérifier la qualité du recalage (erreur en général inférieure à 5 % sur le positionnement relatif, voir le chapitre sur les résultats expérimentaux).

Cette procédure n'est pas à effectuer à chaque utilisation. Pour ne pas perdre les valeurs des encodeurs en cas de mise hors tension du système de commande, ce dernier intègre un processus permanent d'écriture sur disque des paramètres articulaires. Ces paramètres sont rechargés à chaque démarrage, évitant d'effectuer le recalage.

4.6 Conclusion

Ce chapitre a proposé une synthèse globale des caractéristiques du manipulateur au regard de son espace de travail, de sa cinématique, ainsi que des problèmes de réalisation et de commande de la structure.

Les modèles géométriques ont été résolus analytiquement grâce à une étude vectorielle qui utilise les propriétés particulières de notre structure (respect de propriétés angulaires ou utilisation du lieu des points de connection des chaînes à la plate-forme). Ces modèles, bien qu'exposant certaines singularités de calcul, ont permis de simuler les positions de la plate-forme du manipulateur afin d'obtenir l'espace de travail simple, sans prise en compte de la géométrie des solides. Il est à noter que ces modèles ont été essentiels à la commande du robot en mode point-à-point que nous avons développé en fin de chapitre.

Bien que l'analyse des modèles géométriques direct et inverse a utilisé les méthodes conventionnelles de modélisation en robotique, la description par torseur a abouti à une modélisation plus naturelle de la cinématique.

En utilisant ce formalisme, nous avons présenté la matrice jacobienne du manipulateur, reliant le torseur cinématique de l'effecteur aux vitesses articulaires. Les conditions de rebouclage des chaînes cinématiques et la structure particulière du mécanisme ($C1$ et $C2$ coplanaires) ont été prises en compte en projetant le torseur cinématique de la plate-forme dans l'espace des mouvements admissibles. Le modèle final a montré des singularités cinématiques simples, qui n'apparaissent pas en pratique. L'évaluation de la relation entre les couples moteurs et les torseurs d'effort obtenue par le modèle précédent a conduit à l'estimation des couples nécessaires à l'actionnement de la structure selon notre cahier des charges.

La suite du chapitre a illustré une réalisation concrète du dispositif robotique : intégration de moteurs piézo-électriques et de réducteurs Harmonic-Drive, conception des pièces en CAO et description d'un dispositif manuel d'insertion d'aiguille. Le choix de la technologie piézo-électrique s'est justifié par des caractéristiques parfaitement adaptées à nos besoins en termes de sécurité : basse vitesse, fort couple de maintien en cas de coupure d'alimentation ou en fonctionnement, matériaux compatibles avec le scanner.

L'étape suivant la conception fut l'analyse en simulation du comportement géométrique des corps du manipulateur, le problème d'auto-collision apparaissant comme un point négatif sur la commande du système. Pour contourner cet inconvénient, nous avons proposé de construire une grille représentant l'espace des configurations libres. Cette grille a été utilisée en temps-réel, au niveau du système de commande, afin de ne pas endommager le mécanisme lors de l'envoi d'une consigne en position erronée. Dans le cas d'une commande en mode point-à-point, nous avons décrit un algorithme de planification de trajectoire dans l'espace des configurations libres.

Notre premier prototype n'étant pas équipé de capteurs de butées articulaires, le recalage des paramètres angulaires de chaque articulation a été effectué à l'aide d'un localiseur optique du type Polaris. Cette approche, bien que non optimale, a offert une précision suffisante.

Chapitre 5

Recalage par image TDM

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode destinée à localiser le système robotique dans l'espace intérieur du scanner en utilisant une image TDM. Ce problème est essentiel pour la commande et le positionnement automatique d'un instrument suivant une consigne dans l'image.

Le problème de reconstruction de pose est résolu par une technique appelée « stéréotaxie », liée à l'utilisation d'un marqueur tridimensionnel. Cette technique est succinctement présentée dans le cadre de la neurochirurgie. Les marqueurs tridimensionnels utilisés dans cette technique sont construits sur la base de tiges radio-opaques dont l'intersection avec le plan scanner fournit des taches elliptiques visibles dans les images TDM.

Pour effectuer la reconstruction, nous proposons un modèle par projection entre des droites caractéristiques du marqueur et les points obtenus après acquisition et segmentation. Grâce à ce modèle, il est possible d'estimer les transformations géométriques entre un repère attaché au marqueur et un repère attaché à l'image. Dans un premier temps, nous proposons une technique dite d'étalonnage des paramètres intrinsèques de l'imageur. Cette technique permet déjà de proposer deux méthodes de reconstruction de pose robustes au bruit dans le cas où l'appariement points-droites est disponible. Ensuite, nous détaillons des solutions de reconstruction de pose utilisant un nombre minimum de quatre points. Les solutions sont détaillées sous leur forme algébrique et à l'aide d'algorithmes numériques.

Pour automatiser la tâche de reconstruction, le problème de mise en correspondance des amers visuels avec leurs pairs est résolu en utilisant un algorithme à tirage aléatoire du type RANSAC [FB81].

Pour valider notre démarche, nous analysons des résultats de reconstruction de pose en simulation avec différentes conditions (bruit, nombre de points).

5.1 Intérêt du Recalage

Le manipulateur précédent est commandable dans l'espace opérationnel en utilisant des consignes envoyées par le logiciel de supervision. Ces consignes sont définies par l'utilisateur dans le but, par exemple, de guider l'instrument au point d'entrée avec une orientation choisie au préalable sur des images pré-opératoires. Le problème de pointage et d'alignement sur la trajectoire reste, à notre avis, la première application d'un assistant robotique en radiologie interventionnelle. Ainsi, notre système démontrerait un fort potentiel dans le cas où son utilisation en routine clinique offrirait un gain de temps et une moindre irradiation au moins lors des manipulations initiales de l'instrument.

La procédure consisterait à définir, par le radiologue, une consigne en position/orientation pour l'instrument dans une image TDM, puis à traduire cette information en consigne opération-

nelle pour le manipulateur. La transformation entre ces deux consignes est réalisable par une reconstruction de pose entre un marqueur attaché au manipulateur et les amers associés dans l'image.

Cette méthodologie n'est pas, du point de vue de la commande, un asservissement visuel traditionnel. En effet, le retour visuel et la détection des amers ne peuvent être réalisés à une fréquence fixe. La période entre deux clichés peut-être longue (plusieurs minutes) et le système ne peut pas suivre un mouvement ou une trajectoire définie dans une séquence d'images. En revanche, on peut considérer que ce schéma de commande est proche d'un asservissement 3D par reconstruction de pose qui définit, à chaque acquisition, les nouvelles consignes à respecter pour conserver ou changer la configuration de l'instrument (principe du « Look-and-move »).

Nous devons donc nous intéresser à l'estimation des paramètres de pose depuis des informations visuelles stéréotaxiques obtenues sur une image scanner.

5.1.1 Travaux précédents

Ce problème de pointage en utilisant des images scanners pour donner des consignes à un système mécanique est apparu très tôt dans la littérature, sous le nom de stéréotaxie.

Stéréotaxie

La stéréotaxie est généralement définie comme une méthode qui permet de repérer physiquement les structures internes d'un patient dans les trois plans de l'espace, en utilisant des informations visuelles données par un marqueur tridimensionnel.

Les premiers travaux concernant la stéréotaxie sont liés au domaine de la neurochirurgie auquel se rattache la source de bibliographie la plus abondante. Dès lors, le nom a gardé une connotation de neuro-navigation. Aujourd'hui, le terme général de stéréotaxie concerne également les techniques de guidage par reconstruction de pose entre un repère d'une image médicale et un repère attaché au patient [GCK⁺03].

Casques stéréotaxiques

Historiquement, les premiers casques stéréotaxiques ont eu pour but de localiser un point de la tête d'un patient suivant les trois plans de l'espace. Ce point désigne très souvent une tumeur à atteindre afin d'effectuer une biopsie ou une réjection. Ainsi, un casque stéréotaxique est constitué de droites faites d'un matériau absorbant les rayons X (radio-opaque) dont les positions et orientations exactes sont connues. Pour chaque droite, l'imageur génère un amer visuel en forme de tache ellipsoïdale. Sachant que ces amers sont des intersections entre les droites de l'objet et le plan de coupe tomographique, les droites sont placées de manière à obtenir une information de localisation spatiale. En général, un motif en « N » suivant chaque plan de l'espace (X,Y,Z) est choisi pour identifier chaque plan dans l'image. Par cette technique, on estime rapidement la transformation entre des points de l'image et des coordonnées cartésiennes dans le repère stéréotaxique.

Un grand nombre de différents systèmes stéréotaxiques existent, tous employant ce même principe pour localiser une cible. Nous pouvons citer comme exemple le système stéréotactique Leksell [Lek49] de Elekta ou le système de repérage de Brown-Roberts-Wells [BRO80] (voir figure 5.1).

Utilisation pour la biopsie en neurochirurgie

Lors d'une biopsie crânienne, la tête du patient est préparée par un anesthésiste et un neurologue attache un cadre rigide sur le crâne. Le placement des points d'attache est dépendant de la région ciblée.

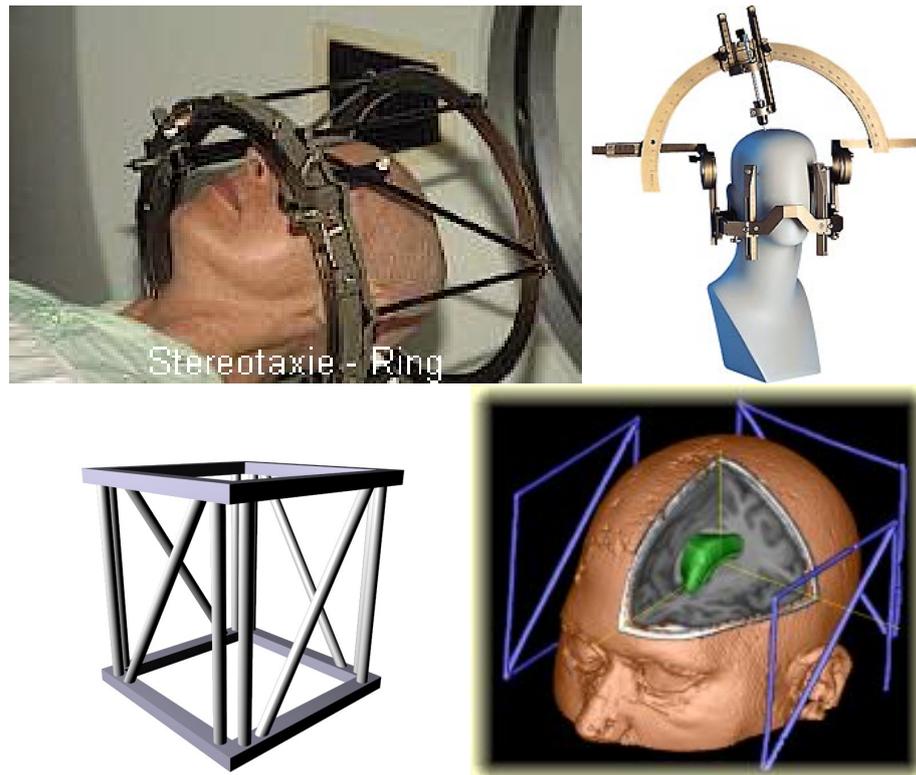


Fig. 5.1: (En haut) Un casque stéréotaxique du type Leksell. (En bas) Un casque du type Brown-Roberts-Wells.

Sur ce cadre est ensuite fixé un repère visible dans l'imageur. Ce repère est constitué d'un motif stéréotaxique permettant de localiser un point d'une image tomographique si ce motif est visible. Une fois ce repère attaché, le patient est conduit dans un centre d'imagerie médicale afin d'effectuer un examen d'IRM ou de scanner. Cet ensemble d'images tomographiques permet de déterminer la position exacte de la cible par rapport au repère stéréotaxique installé, donc d'obtenir les coordonnées de la cible par rapport au cadre initial.

Ensuite, le patient est amené dans la salle d'opération où l'on remplace le repère visuel par un casque stéréotaxique d'intervention. Ce casque est équipé de graduations permettant de localiser facilement un point du repère stéréotaxique en suivant des indications de positions cartésiennes ou angulaires. Un logiciel permet de faire automatiquement le calcul entre un point d'une image pré-opératoire avec le repère et un point de l'espace du casque d'intervention.

Ainsi, le neurochirurgien peut planifier une trajectoire sur des coupes pré-opératoires et positionner le casque d'intervention afin de guider correctement une aiguille depuis un point d'entrée jusqu'à une cible. Après incision du crâne, une aiguille de biopsie est insérée et le neurochirurgien effectue les prélèvements nécessaires. Puis, après avoir retiré l'aiguille, l'incision est cotisée et l'on retire le casque stéréotaxique ainsi que le cadre de fixation initial.

La précision de ces procédures est en général de l'ordre du millimètre. Ces interventions sont bien maîtrisées et couramment utilisées en clinique.

Vers une robotisation du pointage

Brown [BRO80] fut le premier à coupler un casque stéréotaxique à un logiciel de calcul pour estimer la transformation entre un point image et un point de l'espace. La méthode proposée dans ses travaux permet d'obtenir précisément les coordonnées d'un point d'une image scanner dans le repère d'un casque stéréotaxique qui est fixé au patient. Comme expliqué précédemment,

son système simplifie le travail des neurochirurgiens en indiquant les réglages manuels nécessaires au positionnement d'un dispositif passif monté sur le casque.

De part sa simplicité, cette technique de guidage a suscité un intérêt croissant en robotique, par exemple dans les travaux de [KHJH88], ou plus récemment ceux de [MFP⁺01, FDP⁺02]. Le principe de localisation est le suivant : un marqueur stéréotaxique visible dans l'image est fixé à l'effecteur du manipulateur ; ce marqueur est repéré par analyse des informations visuelles ; puis les paramètres de recalage sont estimés ; enfin, une matrice de transformation entre les repères associés à l'effecteur et à l'image est donnée. Il est à noter d'autres travaux en robotique, tels que ceux de [LTG⁺92], qui utilisent une information spatiale obtenue par calibration d'images radiologiques par rapport au robot, tout en conservant un casque rigide attaché au patient afin de donnée une consigne spatiale entre des images pré-opératoires et per-opératoires.

Pour améliorer les techniques développées initialement par Brown, Susil *et al.* [SAT99] ont proposé une méthode analytique utilisant la configuration particulière des droites, telle que les motifs en N proposés pour les casques stéréotaxiques, pour estimer les paramètres de pose. Cette résolution ne distingue pas le modèle du scanner (avec facteurs d'échelle) du modèle de l'objet. Le rapport entre l'erreur obtenue pour le recalage et la taille des marqueurs (cubes de 150 mm pour une précision de quelques millimètres) est difficilement acceptable pour notre application puisque cela signifierait que le manipulateur serait pratiquement contenu dans le marqueur. Dans ces travaux, le problème de mise en correspondance entre les points de l'image et les droites de l'objet est résolu à la main, par l'opérateur.

Un travail intéressant proposé par Lee *et al.* [LFC02] considère une approche numérique du problème en modélisant de plusieurs manières la transformation rigide entre l'objet marqueur et l'image. Divers algorithmes de recalage informatisé sont présentés, utilisant les propriétés géométriques de distance entre les amers dans une seule coupe TDM. Dans leurs algorithmes, neuf points appartenant à neuf droites sont utilisés afin de minimiser une fonction de coût par des méthodes itératives. Ce travail souffre des mêmes critiques que précédemment : il n'y a pas de séparation entre le modèle de l'imageur et le modèle de l'objet, même s'il est possible d'utiliser un marqueur quelconque (toutefois, des configurations dégénérées existent alors qu'elles ne sont pas précisées), et le problème de mise en correspondance est résolu manuellement.

5.1.2 Objectifs

Bien que les algorithmes numériques d'optimisation soient parfois plus robustes aux erreurs introduites par le bruit, il semble important d'avoir une solution algébrique pour obtenir une estimation initiale de la solution. De plus, et à notre connaissance, l'imageur scanner par tomographie à rayons X n'a jamais été modélisé comme capteur de vision par ordinateur en prenant en compte la notion de tomographie lors de la reconstruction de pose.

D'après les expérimentations déjà faites par d'autres auteurs ([DZQH01, FDP⁺02, GMMF99]), les marqueurs utilisés en stéréotaxie sont de grande taille, et contiennent de nombreuses droites. Nous proposons de réduire le nombre de droites au minimum pour estimer une reconstruction de pose tout en conservant une petite taille pour l'objet d'intérêt. Finalement, nous présentons l'adaptation d'un algorithme de mise en correspondance aléatoire pour l'appariement automatique. Comme souligné par [LFC02], l'appariement automatique ainsi que la reconstruction de pose, pour être utilisable en conditions cliniques, doivent répondre à un critère de rapidité. En effet, un temps de calcul supérieur à quelques secondes est considéré comme prohibitif.

Ce travail apporte également une estimation d'erreur sur la solution trouvée par approximation au premier ordre. Ainsi des bornes d'erreurs peuvent être garanties.

5.2 Modélisation géométrique d'une coupe TDM

Dans la suite, nous définissons un repère \mathcal{F}_M associé au marqueur, un repère \mathcal{F}_{CT} associé au plan du scanner. Un repère supplémentaire, \mathcal{F}_π , est également associé à l'image TDM, mais l'unité de chaque vecteur est le pixel au lieu du millimètre (prise en compte des facteurs d'échelle). Ce repère servira d'intermédiaire de calcul entre les coordonnées en pixel et les coordonnées en mètre. Le plan scanner sera également noté (π) .

5.2.1 Marqueur tridimensionnel

Les scanners fournissent des images « en coupe » des objets radio-opaques. Ainsi, les éléments constitutifs des marqueurs tridimensionnels utilisés en stéréotaxie sont très souvent des segments de droites afin que leurs projections dans l'image soient des ellipses. Le marqueur que nous allons utiliser respecte ces mêmes choix. Les configurations des droites, notamment celles à éviter, seront détaillées plus tard, lors de l'analyse des singularités.

Nous notons Δ_i la $i^{\text{ème}}$ droite du marqueur. Un point du plan scanner, correspondant à l'intersection avec une droite, est définie par

$$\mathbf{P}_i = \Delta_i \cap \pi. \quad (5.1)$$

Une droite peut être représentée par un point \mathbf{D}_i sur cette droite (trois degrés de liberté) et un vecteur directeur unitaire \mathbf{v}_i (deux degrés de liberté, voir figure 5.2). Le choix de \mathbf{D}_i est libre. Néanmoins, nous définissons sa position comme la projection orthogonale de l'origine du repère \mathcal{F}_M sur la droite Δ_i . Ainsi, la position d'un point sur la droite est définie par :

$${}^M\mathbf{O}_M\mathbf{P}_i = {}^M\mathbf{O}_M\mathbf{D}_i + \lambda_i {}^M\mathbf{v}_i, \quad \lambda_i \in \mathbb{R}. \quad (5.2)$$

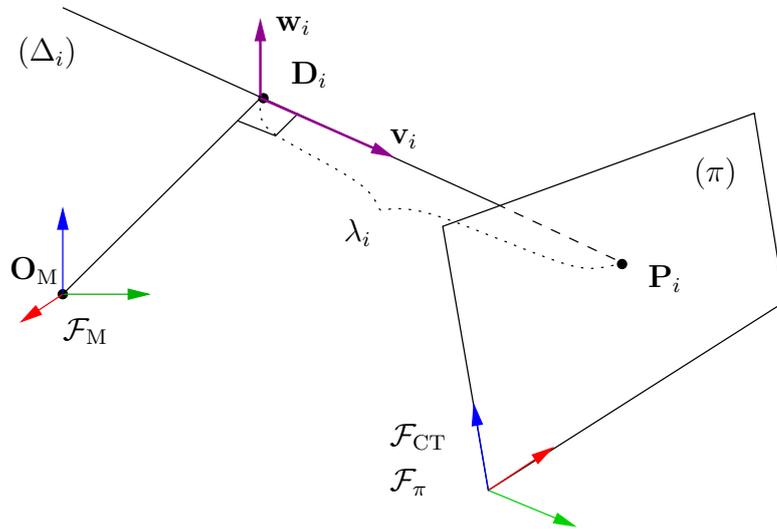


Fig. 5.2: Modélisation d'un objet marqueur : une droite Δ_i du marqueur traverse le plan de coupe (π) . La paire de vecteurs $(\mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i)$ est la représentation plückerienne de la droite.

Cette représentation, est redondante car seulement quatre degrés de liberté sont nécessaires pour représenter une droite dans l'espace. Le paramètre λ_i peut se définir comme l'abscisse du point sur la droite (depuis l'origine \mathbf{D}_i). Ce paramètre est utile dans le cas où le point appartient à un segment de droite. En pratique, les lignes de l'objet étant des droites matérialisées par des tiges de matériau radio-opaque, celles-ci sont de longueurs finies ($\lambda_i^{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\max}$). Si $\mathbf{P}_{i,\min}$

et $\mathbf{P}_{i,\max}$ sont les points associés au segment de droite $[\mathbf{P}_{i,\min}, \mathbf{P}_{i,\max}]$, les paramètres peuvent être calculés en utilisant la relation

$$\lambda_i^{\min/\max} = {}^M\mathbf{v}_i \cdot {}^M\mathbf{O}_M\mathbf{P}_{i,\min/\max}. \quad (5.3)$$

Nous introduisons également la représentation en coordonnées plückeriennes (voir [HZ00]) afin de décrire les droites avec un nombre minimum de paramètres. En définissant un nouveau vecteur \mathbf{w}_i tel que $\mathbf{w}_i = \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{O}_M\mathbf{P}_i$, les coordonnées plückeriennes $(\mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i)$ d'une ligne Δ_i sont définies par

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i &= \alpha_i \mathbf{D}_i \mathbf{P}_i \\ \mathbf{w}_i &= \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{O}_M\mathbf{P}_i = \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{O}_M\mathbf{D}_i. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Le coefficient α est un facteur libre, utile seulement dans le cas non-homogène. Par la suite, nous imposerons $\alpha_i = \frac{1}{\|\mathbf{D}_i\mathbf{P}_i\|}$, ce qui revient à normer le vecteur \mathbf{v}_i .

Ces dernières équations peuvent s'écrire comme des conditions d'appartenance d'un point à la droite :

$$\mathbf{v}_i \wedge \mathbf{O}_M\mathbf{P}_i = \mathbf{w}_i \quad (5.5)$$

$$\mathbf{w}_i \cdot \mathbf{O}_M\mathbf{P}_i = 0. \quad (5.6)$$

Après projection, ces conditions peuvent être ré-écrites sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} {}^M\widehat{\mathbf{v}}_i & -{}^M\mathbf{w}_i \\ {}^M\mathbf{w}_i^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{O}_M\mathbf{P}_i \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.7)$$

avec ${}^M\widehat{\mathbf{v}}_i$ la matrice antisymétrique de pré-produit vectoriel associée au vecteur \mathbf{v}_i et exprimée dans le repère \mathcal{F}_M .

Notons que cette représentation n'utilise plus la notion d'abscisse curviligne, le paramètre λ_i étant propre à la définition d'un segment.

5.2.2 Modélisation de l'image TDM

Nous proposons un modèle de transformation affine composé de facteurs d'échelle, d'une transformation par changement de repère et d'une projection orthogonale. Ce modèle, semblable à ceux utilisés en vision par ordinateur, permet de s'affranchir d'une analyse mathématique plus complexe de la reconstruction tomographique des images. Dans notre cas, nous considérons l'imagerie médicale comme une boîte noire donnant en sortie une image tomographique de l'objet.

Le modèle géométrique qui relie les coordonnées d'un point exprimé dans le repère du scanner \mathcal{F}_{CT} par les coordonnées du vecteur ${}^{CT}\mathbf{O}_M\mathbf{P}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$, avec les coordonnées en pixel du point associé ${}^\pi\mathbf{Q}_i = [u_i \ v_i]^T$ dans le repère de l'image \mathcal{F}_π est :

$$\begin{aligned} {}^{CT}\mathbf{O}_M\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{proj. orthogonale}} \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & g \\ 0 & s_y \end{bmatrix}}_{\text{paramètres intrinsèques}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}}_{\text{position pixel}} \\ &= {}^{CT}\Pi S_\pi {}^\pi\mathbf{Q}_i \end{aligned} \quad (5.8)$$

où ${}^{CT}\Pi$ est la matrice (3×2) représentant la projection orthogonale sur le plan de coupe dans sa forme canonique, et les entrées non nulles de S_π sont les valeurs des « paramètres intrinsèques du scanner » : facteurs d'échelle positifs s_x et s_y , et un paramètre g de distorsion permettant de modéliser l'erreur due à une distorsion de l'image. En général, le paramètre de distorsion

est très petit par rapport aux autres paramètres et il est toujours négligé. Bien qu'il puisse être aisément identifié dans le cas des IRM (voir [ZW96] et [BZWF99]), il n'existe pas pour les images scanners. Dans la suite, nous prendrons $g = 0$.

En considérant la transformation entre le repère \mathcal{F}_M du marqueur et le repère \mathcal{F}_{CT} du scanner, l'expression du vecteur $\mathbf{O}_M \mathbf{P}_i$ dans \mathcal{F}_M est

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{P}_i = {}^M R_{CT} {}^{CT} \mathbf{O}_M \mathbf{P}_i + {}^M \mathbf{t} \quad (5.9)$$

où la matrice orthonormale ${}^M R_{CT}$ ($\det({}^M R_{CT}) = +1$) et le vecteur ${}^M \mathbf{t}$ sont les paramètres de la transformation rigide. Si l'on utilise l'équation (5.8), nous obtenons l'expression

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{P}_i = {}^M R_{CT} {}^{CT} \Pi S_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t}, \quad (5.10)$$

ou encore, après calcul du produit ${}^M R_{CT} {}^{CT} \Pi$, la forme simplifiée

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{P}_i = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2] S_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t} \quad (5.11)$$

qui est la représentation compacte de la transformation $\mathcal{F}_\pi \rightarrow \mathcal{F}_M$, le vecteur \mathbf{r}_j étant la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice de rotation ${}^M R_{CT}$.

Le produit ${}^M L_\pi = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2] S_\pi$ est une matrice 3×2 de projection, de changement d'échelle et de changement de base. L'équation (5.11) s'écrit finalement

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{P}_i = {}^M L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t}. \quad (5.12)$$

En notant ${}^M L_\pi = [\mathbf{l}_1 \quad \mathbf{l}_2]$, les vecteurs colonnes de cette matrice vérifient les contraintes quadratiques provenant de l'orthonormalité de la matrice de rotation :

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_1 &= s_x^2 \\ \mathbf{l}_2^T \mathbf{l}_2 &= s_y^2 \\ \mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

5.2.3 Relation entre le marqueur et l'imageur

En réutilisant les équations (5.2) et (5.10), nous obtenons la relation

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{D}_i + \lambda_i {}^M \mathbf{v}_i = {}^M R_{CT} {}^{CT} \Pi S_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t} \quad (5.14)$$

qui est le modèle de projection entre une droite et une image TDM. Les paramètres de pose sont les inconnues ${}^M R_{CT}$ et ${}^M \mathbf{t}$. Le paramètre λ_i dépend de ${}^\pi \mathbf{Q}_i$ et des paramètres intrinsèques contenus dans la matrice S_π . La forme équivalente plus compacte, utilisant la matrice ${}^M L_\pi$, est

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{D}_i + \lambda_i {}^M \mathbf{v}_i = {}^M L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t}. \quad (5.15)$$

En utilisant la représentation par coordonnées plückeriennes, un point vérifie la condition (5.5) s'il appartient à la droite, d'où la condition :

$${}^M \mathbf{v}_i \wedge ({}^M L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t}) = {}^M \mathbf{w}_i. \quad (5.16)$$

Cette dernière expression est la formulation principale à partir de laquelle des méthodes de reconstruction de pose seront établies par la suite.

Détails concernant la visibilité du marqueur

Connaissant une estimation des paramètres de pose (${}^M R_{CT}, {}^M \mathbf{t}$) et les coordonnées d'un point de l'image ${}^\pi \mathbf{Q}_i$, il peut s'avérer utile de vérifier si une intersection avec le plan de coupe est possible.

Ainsi, on peut vérifier la visibilité d'un segment de droite de l'objet dans l'image scanner, et valider les résultats d'estimation de la pose. En projetant la relation (5.15) sur ${}^M \mathbf{v}_i$, et d'après les propriétés issues de la définition de ${}^M \mathbf{v}_i$ (norme et orthogonalité), il est possible d'isoler le scalaire λ_i :

$$\begin{aligned} {}^M \mathbf{v}_i^T ({}^M \mathbf{O}_M \mathbf{D}_i + \lambda_i {}^M \mathbf{v}_i) &= {}^M \mathbf{v}_i^T ({}^0 L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t}), \\ \lambda_i &= {}^M \mathbf{v}_i^T ({}^0 L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i + {}^M \mathbf{t}). \end{aligned} \quad (5.17)$$

En utilisant la condition d'appartenance issue de la définition d'un segment $\lambda_i^{\max} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\min}$, nous pouvons rapidement rejeter une mauvaise estimation.

Obtention d'un point image depuis une pose

Le calcul d'un point image depuis les données d'une droite sous la forme classique (${}^M \mathbf{v}_i, {}^M \mathbf{O}_M \mathbf{D}_i$) et les paramètres de pose, supposent la résolution de l'équation (5.15) pour les inconnues ${}^\pi \mathbf{Q}_i$ et λ_i :

$${}^M \mathbf{O}_M \mathbf{D}_i - {}^M \mathbf{t} = {}^M L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i - \lambda_i {}^M \mathbf{v}_i \quad (5.18)$$

$$= \begin{bmatrix} {}^M L_\pi & {}^M \mathbf{v}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^\pi \mathbf{Q}_i \\ -\lambda_i \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

Puis, si la matrice $D = \begin{bmatrix} {}^M L_\pi & {}^M \mathbf{v}_i \end{bmatrix}$ est de plein rang, nous avons

$$\begin{bmatrix} {}^\pi \mathbf{Q}_i \\ -\lambda_i \end{bmatrix} = D^{-1} ({}^M \mathbf{O}_M \mathbf{D}_i - {}^M \mathbf{t}). \quad (5.20)$$

Dans le cas où D n'est pas inversible (le vecteur directeur ${}^M \mathbf{v}_i$ d'une droite est parallèle au plan de coupe), il est impossible d'obtenir un point.

Pour simuler la projection d'un point image depuis une droite définie par ses paramètres de Plücker (${}^M \mathbf{v}_i, {}^M \mathbf{w}_i$), nous devons inverser l'équation (5.16), et isoler le terme ${}^\pi \mathbf{Q}_i$:

$${}^M \widehat{\mathbf{v}}_i {}^M L_\pi {}^\pi \mathbf{Q}_i = {}^M \mathbf{w}_i - {}^M \mathbf{v}_i \wedge {}^M \mathbf{t}. \quad (5.21)$$

La matrice $F = {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i {}^M L_\pi$ étant au maximum de rang deux en raison de sa construction, il est nécessaire de recourir à une pseudo-inverse. Notons que dans le cas où le vecteur directeur de la droite est parallèle au plan de coupe, la matrice F est de rang un et l'intersection obtenue n'a plus de sens. Dans les autres cas, on obtient les coordonnées en pixel par :

$${}^\pi \mathbf{Q}_i = (F^T F)^{-1} F^T ({}^M \mathbf{w}_i - {}^M \mathbf{v}_i \wedge {}^M \mathbf{t}). \quad (5.22)$$

Le paramètre λ_i peut ensuite être calculé par la relation (5.17).

Pour ces deux méthodes de projection nous pouvons rejeter l'existence des points associés à l'image dans le cas où λ_i n'est pas dans l'intervalle $[\lambda_i^{\min}; \lambda_i^{\max}]$ (ce qui signifie que l'intersection n'appartient pas au segment).

5.2.4 Formulation du problème de pose

Les inconnues ${}^M L_\pi$ et ${}^M \mathbf{t}$ sont à isoler dans l'équation (5.16). En développant les termes et en regroupant sous forme matricielle, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
{}^M \mathbf{w}_i &= {}^M \mathbf{v}_i \wedge \left(\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & \mathbf{l}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + {}^M \mathbf{t} \right) \\
&= {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i (u_i \mathbf{l}_1 + v_i \mathbf{l}_2 + {}^M \mathbf{t}) \\
&= {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i \begin{bmatrix} u_i I_3 & v_i I_3 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ {}^M \mathbf{t} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} u_i {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i & v_i {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i & {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ {}^M \mathbf{t} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} [u_i & v_i & 1] \star {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ {}^M \mathbf{t} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.23}$$

avec I_3 la matrice identité (3×3) et \star le produit de Kronecker sous sa forme matricielle¹. Avec les propriétés de ${}^M L_\pi$, nous déduisons que chaque couple de point ${}^\pi \mathbf{Q}_i$ et de droite $({}^M \mathbf{v}_i, {}^M \mathbf{w}_i)$ vérifie

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} [u_i & v_i & 1] \star {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ {}^M \mathbf{t} \end{bmatrix} = {}^M \mathbf{w}_i, \\ \mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_2 = 0. \end{cases} \tag{5.27}$$

En supposant que n lignes sont en correspondances avec n points, nous pouvons récrire (5.27) sous forme matricielle. En définissant A comme une matrice ($3n \times 9$) telle que

$$A = \begin{bmatrix} [u_1 & v_1 & 1] \star {}^M \widehat{\mathbf{v}}_1 \\ \vdots \\ [u_n & v_n & 1] \star {}^M \widehat{\mathbf{v}}_n \end{bmatrix}, \tag{5.28}$$

et \mathbf{b} comme un vecteur ($3n \times 1$)

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} {}^M \mathbf{w}_1^T & \dots & {}^M \mathbf{w}_n^T \end{bmatrix}^T, \tag{5.29}$$

le problème (5.27) peut s'écrire comme un problème d'optimisation avec contrainte d'égalité :

$$\begin{cases} \min_{\{\mathbf{x}\}} \| A \mathbf{x} - \mathbf{b} \|^2 \\ \mathbf{x}^T C \mathbf{x} = 0 \end{cases} \tag{5.30}$$

¹ Si A est de taille 2×2 et B de taille 1×2 , alors le produit de Kronecker sous forme matricielle est définie par la matrice 2×4 :

$$A \star B = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,1} \\ A_{1,2} & A_{1,2} \end{bmatrix} \star \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1,1}B & A_{1,2}B \\ A_{2,1}B & A_{2,2}B \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

$$\tag{5.25}$$

$$= \begin{bmatrix} A_{1,1}B_{1,1} & A_{1,1}B_{1,2} & A_{1,2}B_{1,1} & A_{1,2}B_{1,2} \\ A_{2,1}B_{1,1} & A_{2,1}B_{1,2} & A_{2,2}B_{1,1} & A_{2,2}B_{1,2} \end{bmatrix} \tag{5.26}$$

où toutes les inconnues sont placées dans un vecteur \mathbf{x} de taille (9×1)

$$\mathbf{x} = \left[\mathbf{1}_1^T \quad \mathbf{1}_2^T \quad \mathbf{M}_t^T \right]^T, \quad (5.31)$$

et la matrice de contrainte C est définie par

$$C = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 & 0_3 \\ I_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 \end{bmatrix}. \quad (5.32)$$

Il est à noter que le produit $(\mathbf{1}_1^T \mathbf{1}_2)$ du système (5.27) peut également représenter le paramètre de distorsion g de la matrice des paramètres intrinsèques S_π . Dans notre cas, ce paramètre est négligé.

5.2.5 Contraintes sur le marqueur et sur l'image

Pour avoir une solution minimale, la matrice A doit être de rang 9. Chaque matrice antisymétrique ${}^M\hat{\mathbf{v}}_i$, composante de A , est de rang deux. Ainsi chaque correspondance ajoute potentiellement deux lignes indépendantes à A si les points image sont bien distribués. La singularité de cette matrice peut être évitée en suivant trois contraintes géométriques lors du choix des correspondances :

1. Les vecteurs ${}^M\mathbf{v}_i$ doivent être différents pour assurer un rang suffisant à A , ce qui revient à avoir des droites avec des directions non parallèles ;
2. Trois lignes objets ne doivent pas être dans le même plan, sinon les trois points projetés sont colinéaires dans l'image ;
3. Trois points image ne doivent pas être colinéaires. Cela peut accidentellement arriver, même dans le cas où la condition précédente est vérifiée.

Le respect de la première et de la seconde condition est fondamental lors de la conception d'un marqueur.

L'algorithme d'appariement automatique présenté en fin de chapitre évitera au maximum les configurations où trois points sont alignés dans l'image.

5.3 Estimation des paramètres intrinsèques du scanner

Nous proposons deux techniques d'estimation simultanée de la pose et des paramètres intrinsèques. La première donne une solution analytique, la seconde est une optimisation non-linéaire utilisant la contrainte d'orthogonalité (5.13).

5.3.1 Solution par les moindres carrés

Si le problème de correspondance pour n points est résolu, on cherche la solution de l'équation (5.27) pour les n couples de droites et de points par les moindres carrés. A notre connaissance, il n'y a pas de solution algébrique à ce problème quadratique qui puisse prendre en compte la contrainte d'orthogonalité pour obtenir une solution minimale unique. Ce problème sera traité dans la partie suivante, avec utilisation des multiplicateurs de Lagrange.

Le système linéaire (5.30), dont \mathbf{x} est solution, possède neuf inconnues. Chaque nouveau couple d'appariement entre un point de l'image et une droite de l'objet augmente de deux le nombre d'équations linéaires indépendantes. Ainsi la solution au sens des moindres carrés n'est possible que si $2n \geq 9$, donnant une matrice A de rang suffisant. Cela signifie également qu'au moins cinq appariements sont nécessaires pour cette méthode. Pour un rang supérieur à neuf, il faut trouver \mathbf{x} tel que

$$\| A \mathbf{x} - \mathbf{b} \|^2 \quad (5.33)$$

soit minimum. Une résolution classique est

$$\begin{aligned} A^T A \mathbf{x} &= A^T \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &= (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b} \end{aligned} \quad (5.34)$$

qui représente la solution minimale au sens des moindres carrés.

Une fois estimé le vecteur \mathbf{x} , nous obtenons les paramètres de pose ${}^M L_\pi$ et ${}^M \mathbf{t}$ d'où l'on peut déduire les paramètres d'échelle s_x, s_y de S_π par les équations (5.13). Les paramètres sont uniques si l'on considère qu'ils sont toujours positifs. On peut également identifier g par l'équation d'orthogonalité, dont le signe est cette fois-ci déterminé de manière unique.

Puis, les deux premières colonnes de la matrice de rotation ${}^M R_{CT}$ sont déduites par normalisation des colonnes de ${}^M L_\pi$. L'utilisation du produit vectoriel permet d'obtenir la troisième colonne.

Cette solution par moindres carrés est en général connue pour être robuste au bruit gaussien. Dans ce cas, l'ajout de nombreux appariements permet d'obtenir une estimation non biaisée de la pose. En revanche, si un faux positif² est utilisé lors de la mise en correspondance, un fort biais apparaît sur le résultat final d'estimation, donc sur l'ensemble des paramètres.

5.3.2 Résolution itérative avec contrainte d'égalité

En considérant le système (5.30) comme un problème d'optimisation sous contrainte, une méthode itérative selon l'algorithme de Newton-Raphson avec contrainte d'égalité mène à une solution numérique.

Pour résoudre ce problème, nous l'exprimons à l'aide de formalisme des multiplicateurs de Lagrange [Rao96], ce qui conduit à

$$\begin{cases} \min_{\{\mathbf{x}\}} \mathcal{L} = f(\mathbf{x}) + \mu h(\mathbf{x}) \\ h(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (5.35)$$

où $f(\mathbf{x})$ est la fonction à minimiser, $h(\mathbf{x})$ représente les contraintes sur le vecteur solution et \mathcal{L} est l'équation aux multiplicateurs de Lagrange.

En appliquant ce formalisme à (5.30), cela nous donne :

$$\begin{cases} \mathcal{L} = \| A \mathbf{x} - \mathbf{b} \|^2 + \mu h(\mathbf{x}) \\ h(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T C \mathbf{x} \end{cases} \quad (5.36)$$

naturellement $f(\mathbf{x}) = (A \mathbf{x} - \mathbf{b})^T (A \mathbf{x} - \mathbf{b})$. Les conditions de Kuhn-Tucker devant être vérifiées pour obtenir un minimum global d'une fonction quadratique sont :

$$\begin{cases} \nabla \mathcal{L} = \mathbf{0} \\ h(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \nabla f + \mu \nabla h = \mathbf{0} \\ h(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (5.37)$$

Dans notre cas, nous obtenons :

$$\begin{cases} \nabla f = 2A^T (A \mathbf{x} - \mathbf{b}) \\ \nabla h = 2 C \mathbf{x} \end{cases} \quad (5.38)$$

La solution du problème multi-dimensionnel par la méthode itérative consiste d'abord à trouver la meilleure direction de descente par calcul du gradient. Nous définissons la fonction et la variable suivante :

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \nabla \mathcal{L} \\ h \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} \mathbf{x} \\ \mu \end{Bmatrix}, \quad \text{tel que} \quad \mathbf{F}(\mathbf{Y}) = 0. \quad (5.39)$$

² Un faux positif est un point de l'image qui est considéré comme un amer, alors qu'il n'en est pas un. En général les faux positifs sont dus à un mauvais appariement entre le modèle de l'objet et les points de l'image.

En suivant une résolution de Newton-Raphson sur cette fonction [Rao96], à la $j^{\text{ème}}$ itération, la suite s'écrit

$$\mathbf{Y}_{j+1} = \mathbf{Y}_j + \Delta \mathbf{Y}_j, \quad [\nabla \cdot \mathbf{F}]_j^T \Delta \mathbf{Y}_j = -\mathbf{F}(\mathbf{Y}_j). \quad (5.40)$$

Selon notre problème, ces relations deviennent

$$[\nabla \cdot \mathbf{F}]_j = \begin{bmatrix} 2 A^T A + 2 \mu_j C & 2 C \mathbf{x}_j \\ 2 (C \mathbf{x}_j)^T & 0 \end{bmatrix} = [\nabla \cdot \mathbf{F}]_j^T, \quad (5.41)$$

ce qui est équivalent à

$$\Delta \mathbf{Y}_j = -([\nabla \cdot \mathbf{F}]_j)^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Y}_j). \quad (5.42)$$

Finalement, la relation itérative est la suivante

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mu \end{bmatrix}_j = - \left(\begin{bmatrix} \nabla^2 \mathcal{L} & \nabla h \\ (\nabla h)^T & 0 \end{bmatrix}_j \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \nabla \mathcal{L} \\ h \end{bmatrix}_j. \quad (5.43)$$

L'initialisation de cet algorithme peut être la solution par les moindres carrés du problème linéaire. L'algorithme converge tant que la matrice $[\nabla \cdot \mathbf{F}]_j$ est de plein rang. La solution finale est, comme précédemment, le vecteur \mathbf{x} . Pour calculer les paramètres intrinsèques s_x , s_y et g , ainsi que les paramètres de pose, nous devons procéder comme pour la méthode des moindres carrés. Cette solution est en général plus robuste au bruit (les résultats comparatifs en simulation seront donnés en fin de chapitre), a une convergence quadratique (en pratique, 3 à 4 itérations suffisent), et fournit une matrice de rotation pratiquement orthonormale (en raison de l'intégration de la contrainte lors de l'estimation).

5.3.3 Normalisation et post-traitement des données

Transformation des données issues de l'image

La solution \mathbf{x} est sensible au conditionnement³ de la matrice A . Pour améliorer celui-ci, il est important de normaliser les coordonnées des points de l'image par une transformation. Comme le souligne [Har97], cette étape est très importante pour des problèmes inverses tels que ceux traités classiquement en vision par ordinateur.

Le choix que nous proposons est un recentrage des points selon leur barycentre et une mise à l'échelle isotropique (distance au barycentre unitaire). Le calcul du barycentre (\bar{u}, \bar{v}) est

$$\begin{cases} \bar{u} = \frac{1}{n} \sum_i u_i \\ \bar{v} = \frac{1}{n} \sum_i v_i \end{cases} \quad (5.44)$$

et le facteur d'échelle isotrope est

$$\bar{d} = \frac{1}{n\sqrt{2}} \sum_i \sqrt{(u_i - \bar{u})^2 + (v_i - \bar{v})^2}. \quad (5.45)$$

Soit N la transformation affine entre les points image ${}^\pi \mathbf{Q}_i = [u_i \ v_i]^T$ et ${}^\pi \widetilde{\mathbf{Q}}_i = [\bar{u}_i \ \bar{v}_i \ 1]^T$ leurs homologues en coordonnées homogènes normalisées. Alors la transformation linéaire s'écrit

$${}^\pi \widetilde{\mathbf{Q}}_i = N {}^\pi \mathbf{Q}_i \quad (5.46)$$

avec

$$N = \begin{bmatrix} 1/\bar{d} & 0 & -\bar{u}/\bar{d} \\ 0 & 1/\bar{d} & -\bar{v}/\bar{d} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.47)$$

³ Le conditionnement d'une matrice est le rapport entre la valeur singulière la plus faible sur la valeur singulière la plus grande.

On peut inverser la transformation pour obtenir le vecteur \mathbf{x} depuis un vecteur normalisé $\tilde{\mathbf{x}}$, issu d'une estimation depuis des données ${}^\pi\tilde{\mathbf{Q}}_i$:

$$\mathbf{x} = (N^T \star I_3) \tilde{\mathbf{x}} . \quad (5.48)$$

De même, la contrainte quadratique $\mathbf{x}^T C \mathbf{x} = 0$ s'écrira

$$\tilde{\mathbf{x}}^T C' \tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad (5.49)$$

avec

$$C' = (N^T \star I_3)^T C (N^T \star I_3) . \quad (5.50)$$

La transformation affine N est facilement calculable et ne nécessite que quelques opérations sur les données issues de l'image.

Orthonormalité de la matrice de rotation

En règle générale, en raison du bruit et des erreurs numériques, ${}^M R_{CT}$ n'est pas orthonormale. Il est possible de forcer l'orthonormalité en utilisant une décomposition SVD⁴ telle que ${}^M R_{CT} = U \Sigma V^T$. Les valeurs singulières reflètent la normalité de la matrice, donc la mise à l'unité de ces valeurs force la norme sans changer la direction des vecteurs.

Si $\Sigma' = I_3$ est la matrice corrigée Σ , la matrice de rotation ${}^M R_{CT}'$ sera alors corrigée en ${}^M R_{CT}' = U V^T$, qui est orthonormale ([Ume91, GH95]).

Estimation des bornes sur les erreurs

Les bornes d'erreur d'estimation des paramètres de pose peuvent être exprimées comme les solutions d'un problème de programmation linéaire. Les relations sont issues d'une approximation au premier ordre sur l'équation des moindres carrés, ou sur la formule de descente du gradient.

En raison de l'aspect calculatoire, le lecteur intéressé par les détails est invité à consulter l'annexe D, page 195. Par la suite, seuls les résultats obtenus en simulation seront présentés.

5.4 Estimation de pose

Par rapport à la section précédente, nous présentons des techniques rapides de reconstruction de pose qui supposent que l'on connaisse les paramètres intrinsèques S_π . Pour cela, nous rappelons que la forme matricielle du problème de pose est représentée par le système (5.23). Celui ci s'écrit de manière équivalente par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[[u_i \ v_i \ 1] \star {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i \right] \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} S_\pi & 0 & \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \star I_3}_{S_9} \underbrace{\left[\begin{array}{c} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ M_{\mathbf{t}} \end{array} \right]}_{\xi} = {}^M \mathbf{w}_i , \\ \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0 . \end{array} \right. \quad (5.51)$$

Notons que la matrice A (5.28) et le vecteur b (5.29) ne changent pas selon cette dernière formulation. Les méthodes rapides sont particulièrement utiles par la suite, lors du processus de mise en correspondance automatique qui nécessite de nombreux calculs de pose.

⁴ La décomposition SVD, de l'anglais « singular value decomposition », est une décomposition numérique d'une matrice A sous la forme $A = U S V^T$ où U et V sont des matrices orthonormales de changement de base et S est une matrice diagonale dont les éléments sont appelés les valeurs singulières de la matrice A .

5.4.1 Méthodes linéaires à quatre points

Problème du rang déficient

Avec seulement quatre correspondances entre les droites objet et les points image, le système (5.51) est à rang déficient. En dehors des configurations singulières citées précédemment (voir 5.2.5), la matrice A est de rang huit, mais de taille (12×9) .

Ce raisonnement ne prend pas en compte la relation d'orthogonalité entre les vecteurs \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 , qui permet potentiellement de diminuer à huit le nombre réel d'inconnues à estimer.

Malgré ce handicap, nous pouvons déduire une famille de solutions en utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD), puis déterminer la solution exacte en utilisant cette contrainte. Cette méthode peut être trouvée dans [Gm96] ou [HZ00] dans le cadre de la vision par ordinateur. Son adaptation à notre problème permet de prendre en compte la contrainte d'orthogonalité en procédant comme suit :

1. Trouver la SVD de $A : A = UDV^T$, avec les coefficients de la diagonale d_i de D classés par valeurs décroissantes,
2. Calculer $\mathbf{b}' = U^T \mathbf{b}$,
3. Construire le vecteur \mathbf{z} tel que $z_i = b'_i/d_i$, pour $i = 1, \dots, 8$ et $z_9 = 0$,
4. La solution générale est la famille

$$S_9 \boldsymbol{\xi} = V \mathbf{z} + \gamma \mathbf{v}_9, \quad (5.52)$$

soit

$$\boldsymbol{\xi} = S_9^{-1} V \mathbf{z} + \gamma S_9^{-1} \mathbf{v}_9, \quad (5.53)$$

avec \mathbf{v}_9 la dernière colonne de V , γ un réel, et

$$S_9^{-1} = \begin{bmatrix} S_\pi^T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \star I_3 \quad (5.54)$$

5. Déterminer le scalaire γ en utilisant les contraintes quadratiques et en déduire les paramètres de la pose.

Pour calculer le scalaire γ , on utilise la famille de solutions (5.53). En considérant seulement les six premiers coefficients de $\boldsymbol{\xi}$, correspondant aux deux premières colonnes de ${}^M R_{CT}$, ceux-ci s'écrivent comme des fonctions affines de γ :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{a}_1 + \gamma \mathbf{b}_1, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{a}_2 + \gamma \mathbf{b}_2 \quad (5.55)$$

avec

$$\|\mathbf{r}_1\| = 1, \quad \|\mathbf{r}_2\| = 1, \quad \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0 \quad (5.56)$$

et $\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2$ et \mathbf{b}_2 les vecteurs calculés en extrayant les composantes de $S_9^{-1} V \mathbf{z}$ et $S_9^{-1} \mathbf{v}_9$. En substituant (5.55) dans (5.56), on obtient les équations quadratiques :

$$\|\mathbf{b}_1\|^2 \gamma^2 + 2\mathbf{a}_1^T \mathbf{b}_1 \gamma + \|\mathbf{a}_1\|^2 = 1 \quad (5.57)$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \gamma^2 + 2\mathbf{a}_2^T \mathbf{b}_2 \gamma + \|\mathbf{a}_2\|^2 = 1 \quad (5.58)$$

$$\mathbf{b}_1^T \mathbf{b}_2 \gamma^2 + (\mathbf{a}_1^T \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_2^T \mathbf{b}_1) \gamma + \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2 = 0 \quad (5.59)$$

Méthode par contrainte orthogonale

La contrainte d'orthogonalité (5.59) peut être utilisée pour déterminer deux valeurs réelles pour γ , les deux autres équations servant à rejeter l'une ou l'autre solution (une seule solution donne $|\boldsymbol{\xi}_i| = |\mathbf{r}_i| \leq 1$, pour $i = 1, \dots, 6$).

Méthode par redondance

Pour obtenir une solution plus robuste au bruit pour γ , il est également possible d'utiliser la redondance de données pour trouver une solution commune aux équations précédentes. Pour ceci, on cherche la variété de dimension nulle générée par l'idéal des polynômes (voir [QL99]) en posant les trois équations du second degré (5.57-5.59) sous forme matricielle

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \|\mathbf{a}_1\|^2 - 1 & 2\mathbf{a}_1^T \mathbf{b}_1 & \|\mathbf{b}_1\|^2 \\ \|\mathbf{a}_2\|^2 - 1 & 2\mathbf{a}_2^T \mathbf{b}_2 & \|\mathbf{b}_2\|^2 \\ \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2 & (\mathbf{a}_1^T \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_2^T \mathbf{b}_1) & \mathbf{b}_1^T \mathbf{b}_2 \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma^0 \\ \gamma \\ \gamma^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Gamma}} = 0. \quad (5.60)$$

En décomposant en SVD la matrice $G = U\Sigma V^T$, le vecteur $\mathbf{\Gamma}$ est obtenu en choisissant la dernière colonne associée à la valeur la plus petite de Σ . On trouve alors γ en prenant $\mathbf{\Gamma}_2/\mathbf{\Gamma}_1$ ou $\mathbf{\Gamma}_3/\mathbf{\Gamma}_2$ ou encore la moyenne de ces valeurs.

Dans certains cas où les données sont fortement bruitées, on veillera à garantir l'orthonormalité de la matrice en suivant la méthode proposée en 5.3.3, page 133.

5.4.2 Méthodes linéaires à N points

Avec plus de quatre points la matrice A n'est plus de rang huit (en général le rang est de neuf) et la méthode précédente n'est plus utilisable. Lors de l'estimation des paramètres de pose, il est intéressant de pouvoir ajouter de l'information par de nouveaux couples de points. Dans ces cas, nous proposons des méthodes utilisant $N \geq 4$ ou $N \geq 5$ correspondances.

Cas où $N \geq 4$, méthodes des pivots

Dans l'équation (5.51), la pose peut s'exprimer comme une famille de solutions engendrée par un des coefficients du vecteur de position ${}^M\mathbf{t} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$. Dans le cas où l'on choisit par exemple le 3^{ème} pivot t_z , nous obtenons

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{cc} u_i {}^M\widehat{\mathbf{v}}_i & v_i {}^M\widehat{\mathbf{v}}_i \\ \left({}^M\widehat{\mathbf{v}}_i \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) & \left({}^M\widehat{\mathbf{v}}_i \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \end{array} \right] S_8 \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ t_x \\ t_y \end{bmatrix} = {}^M\mathbf{w}_i - t_z {}^M\widehat{\mathbf{v}}_i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0. \end{array} \right. \quad (5.61)$$

avec S_8 une matrice de mise à l'échelle semblable à S_9 , mais dont une des trois dernières colonnes et lignes sont nulles (cela dépend du choix du pivot, pour t_z , on supprimera la 9^{ème} colonne/ligne en utilisant la projection $S_8 = [I_8 \ 0] S_9 \begin{bmatrix} I_8 \\ 0 \end{bmatrix}$). La matrice A devient

$$A' = \begin{bmatrix} u_1 {}^M\widehat{\mathbf{v}}_1 & v_1 {}^M\widehat{\mathbf{v}}_1 & \left({}^M\widehat{\mathbf{v}}_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) & \left({}^M\widehat{\mathbf{v}}_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_n {}^M\widehat{\mathbf{v}}_n & v_n {}^M\widehat{\mathbf{v}}_n & \left({}^M\widehat{\mathbf{v}}_n \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) & \left({}^M\widehat{\mathbf{v}}_n \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \end{bmatrix}. \quad (5.62)$$

Contrairement à la solution précédente, ce système peut être résolu soit directement (avec quatre points), soit par moindres carrés avec une matrice A' qui est toujours de plein rang (huit),

même avec des données fortement bruitées. La famille de solution est de la forme

$$A' S_8 \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \mathbf{b} + t_z K \quad (5.63)$$

avec

$$K = \begin{bmatrix} -M\widehat{\mathbf{v}}_1 & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ -M\widehat{\mathbf{v}}_n & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (5.64)$$

Comme précédemment, la résolution se fait par SVD (moindres carrés) sur la matrice $A' = U D V^T$, afin d'obtenir la relation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ t_x \\ t_y \end{bmatrix} = S_8^{-1} V D^{-1} U^T (\mathbf{b} + t_z K). \quad (5.65)$$

Une fois encore la contrainte d'orthogonalité peut être utilisée pour calculer t_z comme solution d'un polynôme du second degré pour lequel une solution est acceptable (voir la résolution de γ précédente). Il est possible de prendre un autre pivot que t_z pour générer la famille de solution.

Les conditions géométriques de la partie 5.2.5 doivent être tout de même vérifiées. Le lecteur pourra se demander quel est l'intérêt de la méthode à quatre points à rang déficient alors que cette nouvelle méthode prend en compte ce cas particulier et le généralise à $N \geq 4$ points. La comparaison sera donnée lors des résultats en simulation, en fin de chapitre.

Cas où $N \geq 5$, méthodes par SVD (moindres carrés) ou Newton-Raphson

Quand au moins $n \geq 5$ correspondances sont données, nous procédons simplement à la résolution directe de l'équation (5.51) avec une SVD de plein rang ($\text{rang}(A)=9$), ce qui revient à la méthode des moindres carrés proposée dans le cadre de l'étalonnage, en changeant toutefois l'expression de la solution par :

$$A^T A S_9 \boldsymbol{\xi} = A^T \mathbf{b} \quad (5.66)$$

$$\boldsymbol{\xi} = S_9^{-1} (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b} \quad (5.67)$$

$$(5.68)$$

avec S_9^{-1} obtenue par (5.54). Comme dans le cas de l'étalonnage, la contrainte d'orthogonalité n'est pas respectée par cette méthode. Ainsi, on lui préférera la variante par Newton-Raphson qui donnera un meilleur résultat.

5.5 Appariement automatique

La procédure d'appariement droite objet/point image doit être automatique, afin de pouvoir l'utiliser dans notre système robotique. Ce problème de résolution simultanée d'appariement et de reconstruction de pose est bien connu en théorie de la vision par ordinateur [HZ00]. En considérant l'ensemble des n_o droites objet et des n_π points image, le but de la méthode

d'appariement est de déterminer la meilleure transformation de pose, en utilisant qu'une partie de ces ensembles.

Généralement, l'intersection entre les droites de l'objet et le plan de coupe fournit autant de points qu'il y a de lignes. En réalité, il arrive souvent que n_o et n_π soient différents en raison de la non-détection de certains points de l'image ou en raison de la présence d'artefacts (une procédure de caractérisation des points image est capable d'en éliminer certains avec une analyse de forme). Ces artefacts sont considérés comme des faux positifs et ne devraient pas être utilisés dans le calcul de la pose finale. Par ailleurs, il se peut qu'une droite ne soit pas visible du fait de la longueur de la tige représentant cette droite (l'intersection entre la tige et le plan de coupe peut ne pas exister). Dans tous les cas, même si $n_\pi = n_o$, les méthodes de reconstruction de pose précédentes ne fonctionnent correctement qu'avec une mise en correspondance cohérente.

Pour résoudre ce problème, l'approche naïve consiste à tester tous les couples possibles de quatre points avec quatre droites afin de prendre la meilleure transformation issue de la méthode à quatre points. Cependant, cette approche devient rapidement irréalisable dès que le nombre de combinaisons devient grand : les variations de temps de calculs sont factorielles avec l'augmentation de n_o ou n_π . De plus, la qualité de l'estimation de pose est d'autant meilleure que le nombre d'appariement utilisé est important (pour les méthodes linéaires à $N \geq 4$ points).

Le nombre de couples à tester est d'autant plus grand que le nombre minimal d'appariements nécessaire pour la reconstruction de pose est grand. En effet, le nombre d'arrangements de droites étant $A_{n_o}^s$ et le nombre de combinaisons de points $C_{n_\pi}^s$ avec s le nombre minimal d'appariements nécessaire à la méthode de reconstruction, il s'avère qu'une méthode numérique de reconstruction avec six points [LFC02] est beaucoup plus lente qu'une méthode à quatre points comme celle que nous avons proposée. Ceci justifie l'importance du nombre de points minimum pour la reconstruction de pose.

Pour l'estimation robuste, nous avons considéré l'approche par hypothèse-test [Gri90] où un petit ensemble de points est utilisé pour formuler l'hypothèse de solution et un autre ensemble de points permet de valider l'hypothèse. En utilisant la transformation estimée, il est facile de rejeter les droites objet non utilisées afin de vérifier que leurs images sont suffisamment proches des points images non appariés et d'accepter l'hypothèse. Si la différence est trop grande, l'hypothèse est rejetée. C'est ainsi qu'est construit l'algorithme du RANdom SAMple Consensus (RANSAC) de Fischler et Bolles [FB81], afin de gérer un grand nombre de faux positifs. Cet algorithme peut également être trouvé dans des ouvrages plus récents de vision par ordinateur (par exemple dans [HZ00] pour l'estimation d'homographies de plans).

Dans notre cas, un nombre minimum d'échantillons e_π de \mathcal{S}_π de quatre points image sont pris aléatoirement parmi l'ensemble des combinaisons des n_π points. Chaque combinaison est testée avec l'ensemble \mathcal{S}_o des arrangements e_o de droites du modèle de l'objet. Un appariement entre un point et une droite est accepté quand la re-projection de la droite selon la pose estimée donne un point image qui est proche d'un point apparié avec une droite lors du calcul de la pose. Cette tolérance est définie comme une distance dans l'image, qui doit être inférieure à un seuil τ_d . En supposant un bruit gaussien d'écart-type σ , Hartley et Zisserman ([HZ00], p. 103) proposent une valeur $\tau_d = \sqrt{6} \sigma$. L'écart-type du bruit est à définir expérimentalement (souvent $\leq 0,5$ pixel).

La taille $N_\pi = \text{Card}(\mathcal{S}_\pi)$ de cet ensemble minimum dépend de la fraction ϵ de faux positifs dans l'ensemble de départ, du nombre de points ($s = 4$) minimums nécessaires à la reconstruction et de la probabilité p qu'un échantillon ne contienne pas de faux positifs. Ainsi, $w = 1 - \epsilon$ est la probabilité que n'importe quel point d'un échantillon soit un vrai positif. Pour N_π échantillons, ($N_\pi \ll A_{n_\pi}^s$), nous avons la relation ([Ros99],[HZ00]) :

$$(1 - w^s)^{N_\pi} = 1 - p . \quad (5.69)$$

En scrutant l'ensemble \mathcal{S}_o des échantillons des arrangements de droites objet, $N_\pi \cdot A_{n_o}^s$ poses sont calculées et pour chaque échantillon e_π , un ensemble \mathcal{C} de correspondances est construit. À

chacune de ces transformations candidates, on calcule le nombre T de couples de droites objet et de points image qui sont acceptables par rapport au seuil de distance τ_d .

Ainsi, si le nombre T de correspondances de chaque échantillon est strictement supérieur au minimum s , la pose associée est étiquetée comme *satisfaisante* et est sauvegardée dans la liste des poses *satisfaisantes* $\mathcal{C}_{\text{satif}}$.

Finalement, la meilleure pose retenue est celle qui fournit le minimum d'erreur de reconstruction parmi cet ensemble $\mathcal{C}_{\text{satif}}$ de poses classées comme satisfaisantes et ayant un nombre de correspondance supérieure au minimum s . D'autres stratégies sont envisageables (par exemple, la pose donnant le plus grand nombre d'appariements), mais le critère précédent assure une meilleure re-projection du modèle dans l'image, signifiant que la pose estimée est bien adaptée aux données.

Cette méthode est résumée dans l'algorithme 2. Si aucune autre information n'est disponible sur les appariements, l'algorithme RANSAC donne un taux élevé de réussite en $O(n_o^4 n_\pi)$ opérations, et nécessite en moyenne $O(n_o^4 N_\pi)$ opérations pour trouver une solution [HZ00].

Données d'entrée

Les n_o droites objet et n_π points image sous la forme du modèle des droites Δ_i , et des coordonnées des barycentres des points d'intérêt dans l'image, qui sont obtenus après segmentation. Variables

- τ_d , comme proposé dans [Cor96] (page 133) et [Ho83]
- $\epsilon = 1 - n_o/n_\pi$ la probabilité d'avoir un faux positif dans l'ensemble de départ
- p la probabilité d'avoir l'ensemble des vrais positifs, 0,99 par exemple
- N_π , le nombre d'échantillons aléatoires, calculé par (5.69)
- \mathcal{S}_o ensemble des $N_o = A_{n_o}^s$ arrangements de $s = 4$ droites représentant l'ensemble ordonné des quadruplets des n_o droites
- \mathcal{S}_π l'ensemble des N_π combinaisons aléatoire de $s = 4$ points pris parmi toutes les possibilités

Initialisation

- Création de \mathcal{S}_o
- Création de \mathcal{S}_π , en prenant en compte les contraintes de colinéarité lors de la sélection (l'angle formé par trois points doit être supérieur à une valeur τ_c)

Estimation Robuste

Pour les N_π échantillons aléatoires e_π de \mathcal{S}_π

Pour les N_o échantillons e_o de \mathcal{S}_o

Formulation de l'hypothèse : estimation de la pose (${}^M R_{CT}$, ${}^M \mathbf{t}$) par une méthode à quatre points entre e_π et e_o

$T \leftarrow 0$

Pour toutes les autres droites Δ_j qui ne sont pas dans e_o

Calcul de la projection de cette droite sur le plan de coupe à l'aide des paramètres estimés

Pour tous les autres points de l'image qui ne sont pas dans e_π

Calcul de l'erreur de projection entre le point projeté et le point image, calcul de l'erreur globale de projection par moyenne géométrique

Si l'erreur est inférieure à τ_d ,

ajout de la correspondance dans \mathcal{C} ,

$T \leftarrow T + 1$

Si $T > s$, alors cette pose est classée comme *satisfaisante* et ajoutée à $\mathcal{C}_{\text{satif}}$. où l'erreur globale de reconstruction est sauvegardée

Choisir la pose avec la plus petite erreur de reconstruction, parmi l'ensemble $\mathcal{C}_{\text{satif}}$ des poses *satisfaisantes* ayant le maximum de points appariés.

Algorithme 2: Algorithme d'estimation automatique de pose.

Pour accélérer l'exécution de l'algorithme, nous ajoutons une contrainte sur le choix de l'échantillon de test composé des points de l'image. D'après les conditions sur la matrice A

exposées lors de la reconstruction de pose, nous rejetons les échantillons de points dont trois points sont alignés ou proche de l'alignement. Cet alignement est caractérisé par la valeur du sinus de l'angle du sommet le plus large (ce sinus représente la surface du triangle, calculée par produit vectoriel). Une valeur de seuil τ_c permet de définir l'angle minimum autorisé.

5.6 Résultats en simulation

Nous avons testé les méthodes précédentes avec MATLAB. Pour caractériser les résultats, nous utilisons les critères suivants :

- l'erreur en rotation ;
- l'erreur en position ;
- l'erreur sur les paramètres intrinsèque s_x, s_y pour l'étalement ;
- l'erreur de reconstruction des points image.

L'erreur en rotation entre la matrice estimée ${}^M\overline{R}_{CT}$ et sa valeur réelle ${}^M R_{CT}$ est calculée par $E({}^M\overline{R}_{CT}) = \|\frac{180}{\pi}\mathbf{m}\|_2$ où \mathbf{m} est le vecteur de rotation absolue obtenu par la matrice anti-symétrique $({}^M R_{CT} - {}^M\overline{R}_{CT}){}^M R_{CT}^T$ et $\|\cdot\|_2$ est la norme euclidienne.

L'erreur en position est calculée par $E({}^M\overline{\mathbf{t}}) = \|{}^M\mathbf{t} - {}^M\overline{\mathbf{t}}\|_2$, l'erreur sur les paramètres intrinsèques par $E(\overline{S}_\pi) = \|S_\pi - \overline{S}_\pi\|_2$.

Finalement, l'erreur de reconstruction en pixel est calculée en comparant l'estimation des positions en pixel ${}^\pi\overline{\mathbf{Q}}_i = [\overline{u}_i, \overline{v}_i]$ obtenues pour chaque droite grâce à l'équation (5.22) avec les valeurs ${}^M\overline{R}_{CT}, {}^M\overline{\mathbf{t}}$ estimées, et les valeurs mesurées ${}^\pi\mathbf{Q}_i$, comme suit :

$$E({}^\pi\overline{\mathbf{Q}}_i) = \frac{1}{n} \sum_{i \in [1, n]} \sqrt{(u_i - \overline{u}_i)^2 + (v_i - \overline{v}_i)^2} \quad (5.70)$$

5.6.1 Estimation simultanée des paramètres intrinsèques et de la pose

Nous présentons les résultats des algorithmes d'estimation par la méthode des moindres carrés et par minimisation de Newton-Raphson avec orthonormalisation par SVD de ${}^M\overline{R}_{CT}$. L'objet contient huit droites, la rotation est de cinq degrés autour de chaque axe ($\mathbf{x}_M, \mathbf{y}_M, \mathbf{z}_M$) et une position de ${}^M\mathbf{t} = [-100; -100; 40]$ mm a été définie. Les paramètres d'échelle sont $s_x = s_y = 0,5$ mm/pix, et pour chaque valeur de bruit (de 0 à 2 par pas de 0,2) nous calculons l'erreur moyenne sur cinq tests.

La figure 5.3 présente les résultats de reconstruction de pose en considérant un bruit uniforme d'amplitude variable ou un bruit gaussien d'écart-type variable. Sur ces courbes, on peut voir un léger avantage de la méthode itérative sur la qualité de l'estimation, en raison de l'utilisation de la contrainte lors de l'estimation. Nos algorithmes montrent également un meilleur comportement vis-à-vis du bruit gaussien que du bruit uniforme.

La qualité de l'estimation est plus distinctement visible sur la figure 5.4 où l'on montre que l'erreur entre la position estimée des points et leur position réelle est sensiblement plus faible. Les paramètres d'échelle sont bien estimés, malgré un faible nombre de points (huit, le minimum étant cinq). Les deux algorithmes ont une qualité comparable pour cette estimation.

Sur la figure 5.5, nous présentons la norme de certaines composantes de la borne du vecteur d'erreur $\delta\mathbf{x}$ pour une erreur de 0,2 pixel. La méthode itérative par Newton-Raphson fournit en général une borne plus petite que la méthode des moindres carrés. Cela s'explique par l'équation (D.23) où l'on peut noter l'effet de la pré-multiplication par la matrice H^{-1} par rapport à (D.11).

De manière générale, la technique itérative fournit des estimations plus robustes au bruit, et dont les bornes d'erreurs sont plus faibles.

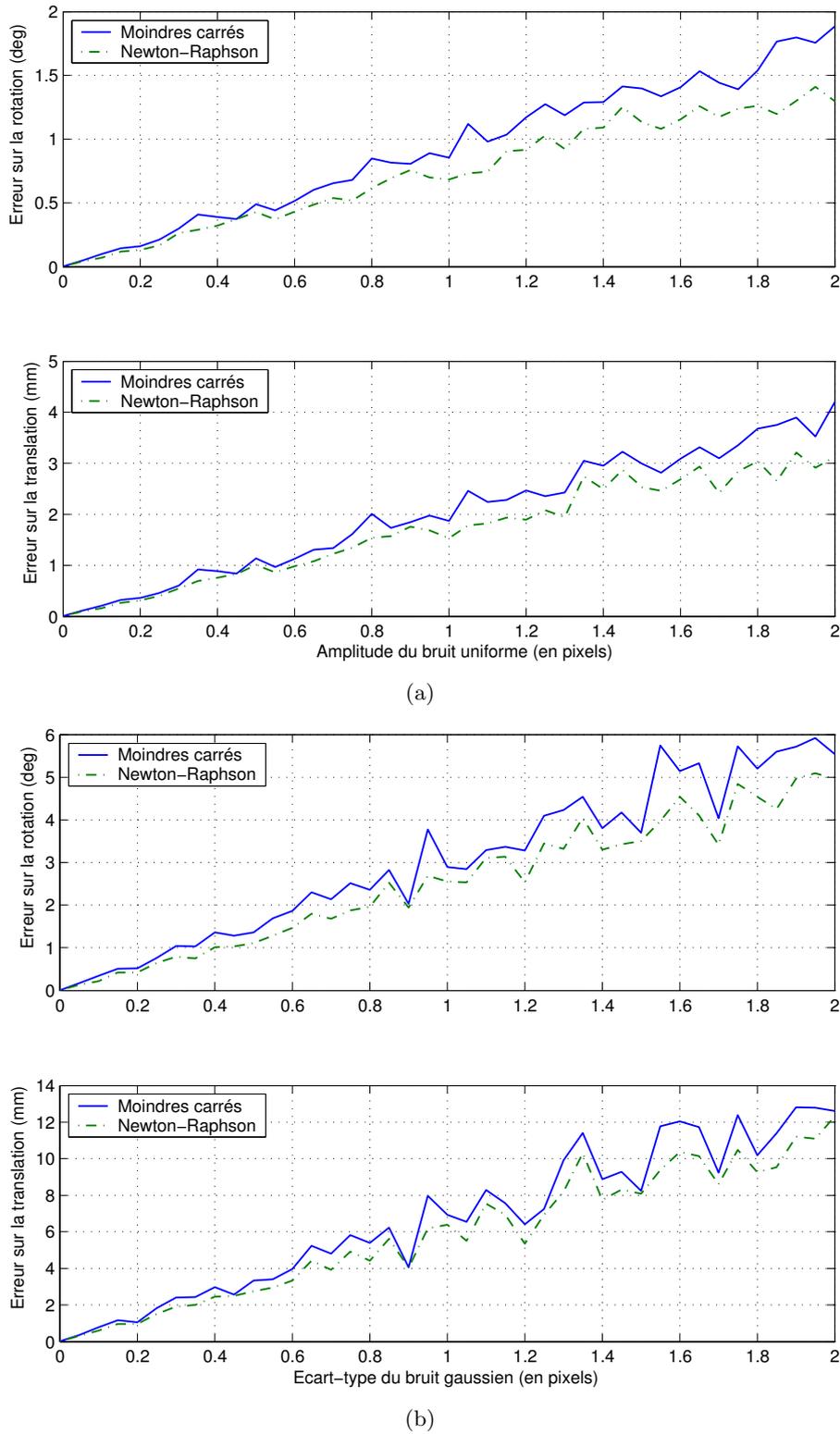
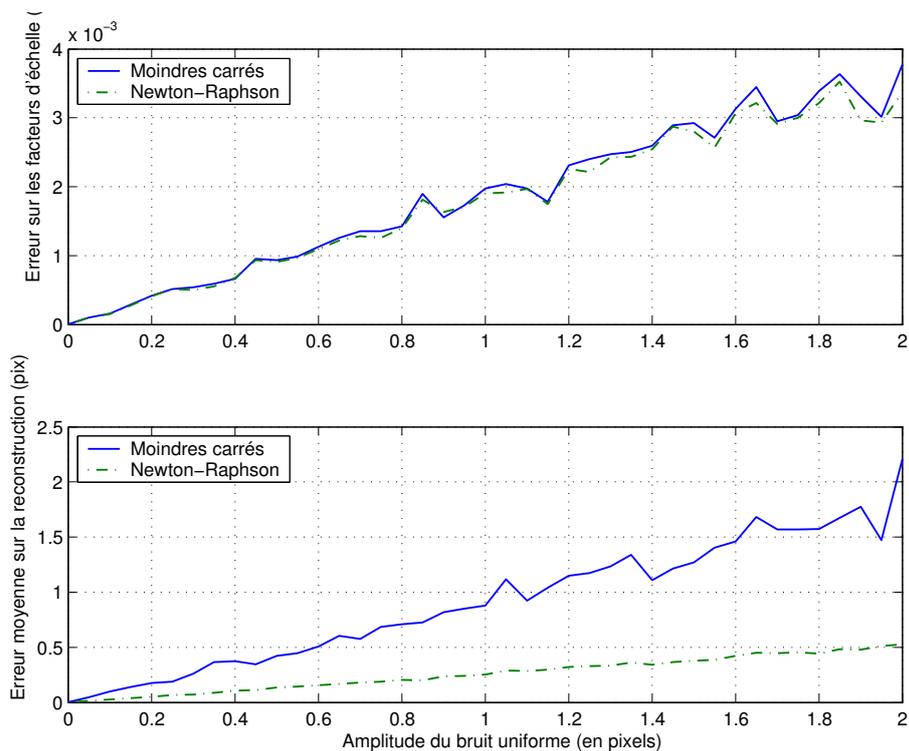
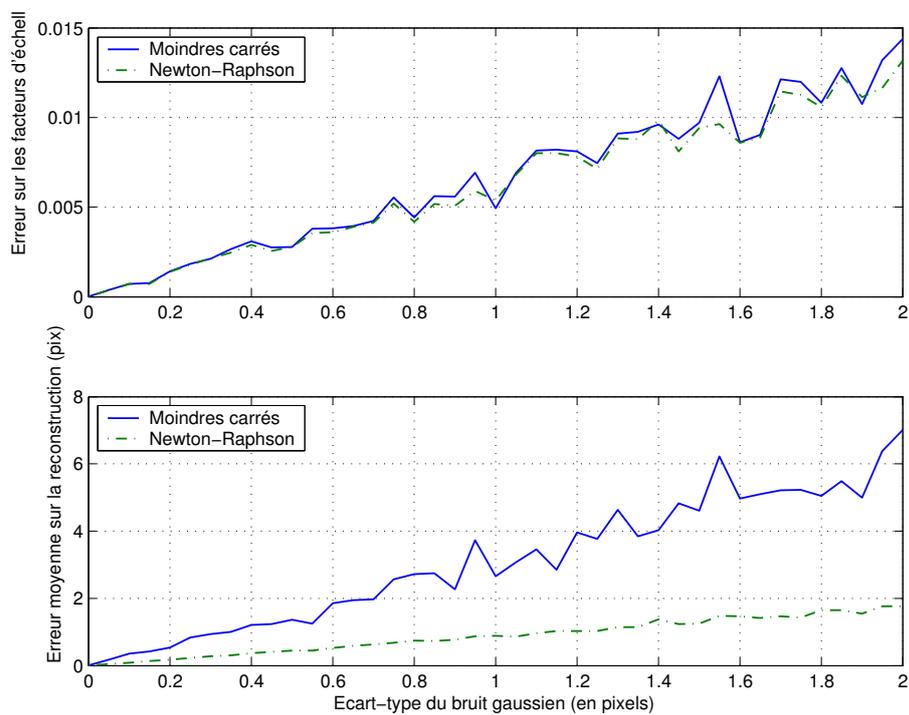


Fig. 5.3: Erreur sur les paramètres de pose (${}^M R_{CT}, {}^M \mathbf{t}$), pour une gamme de bruit uniforme (a) ou gaussien (b) sur la position des points image.

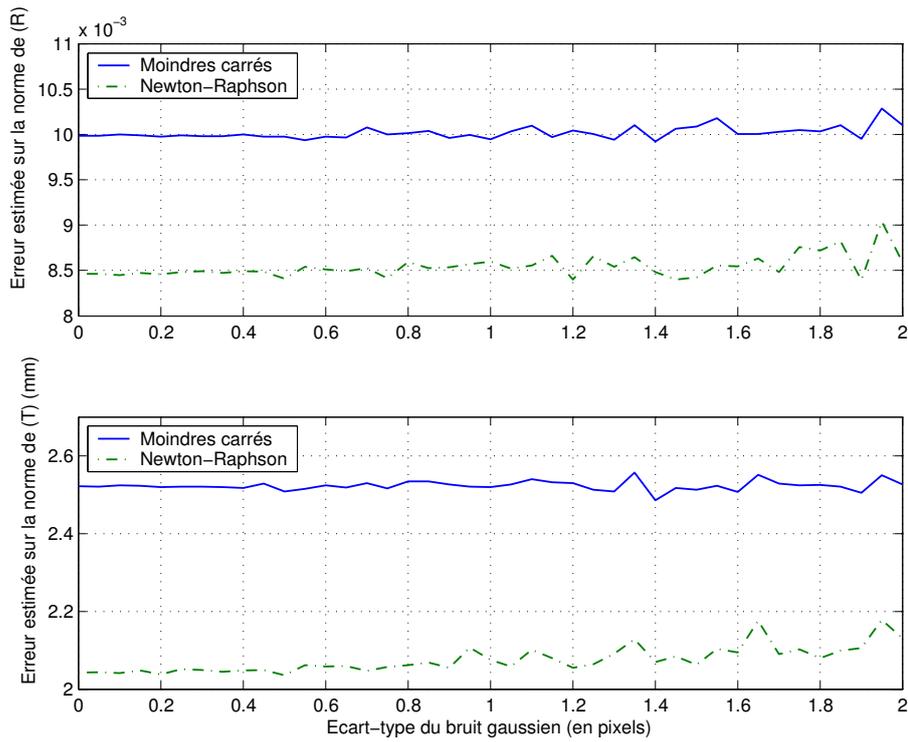


(a)

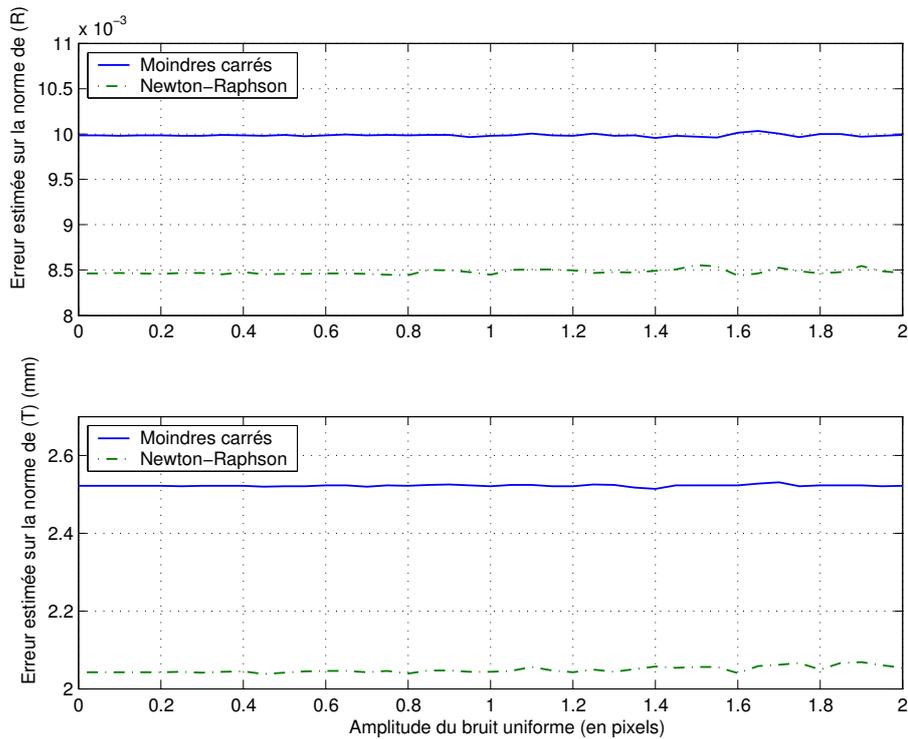


(b)

Fig. 5.4: Erreur sur les paramètres d'échelle et lors de la reconstruction des points depuis les paramètres estimés pour une gamme de bruit uniforme (a) ou gaussien (b) sur la position des points image.



(a)



(b)

Fig. 5.5: Estimation des erreurs au premier ordre (norme sur l_1, l_2 et M_t) avec une erreur de détection de 0,2 pixel supposée sur (u_i, v_i) pour une gamme de bruit uniforme (a) ou gaussien (b) sur la position des points image. La solution de Newton-Raphson est en moyenne 20 % plus précise que les moindres carrés.

5.6.2 Reconstruction de pose

Nous avons testé les méthodes de reconstruction avec un bruit uniforme ou un bruit gaussien variable selon différentes configurations :

1. avec quatre points, ${}^M R_{CT}$ et ${}^M \mathbf{t}$ étant choisies fixes (voir figures 5.6 et 5.7) ;
2. avec huit points, ${}^M R_{CT}$ et ${}^M \mathbf{t}$ étant choisies fixes (voir figures 5.8 et 5.9) ;

Les algorithmes à rang déficient correspondant au cas 1. (voir section 5.4.1), avec différentes manières de calcul pour le pivot.

Avec $N = 4$ points, il apparaît que le choix du pivot n'intervient absolument pas dans la qualité de l'estimation et de la reconstruction (les courbes se superposent sur les figures 5.6 et 5.7). Comme anticipé, l'algorithme par redondance est plus robuste au bruit, dans tous les cas de figure (uniforme ou gaussien). Cela est d'autant plus visible sur la figure 5.7, où l'on distingue une erreur en moyenne deux fois plus faible pour la reconstruction par redondance qu'en utilisant seulement une contrainte orthogonale ou une méthode par pivot.

Avec $N = 8$ points (voir section 5.4.2), les méthodes à base de SVD ne sont plus strictement équivalentes (voir figures 5.8 et 5.9). Les techniques utilisant un pivot calculé par contrainte d'orthogonalité semblent moins performantes. Notons que les méthodes associées à l'étalonnage des paramètres intrinsèques fournissent d'excellentes estimations dès que $N \geq 5$ points. À partir de ce nombre minimal, la méthode itérative par Newton-Raphson est le meilleur choix.

Nous noterons également la très bonne performance de la méthode à rang déficient et calcul de γ par redondance : la qualité de l'estimation est supérieure aux autres dans le cas $N = 4$, et proche des meilleures techniques pour $N > 4$.

Cette dernière technique sera utilisée dans l'appariement automatique. Le calcul final de la pose pouvant être réalisé avec une méthode d'étalonnage.

5.6.3 Algorithme d'appariement automatique

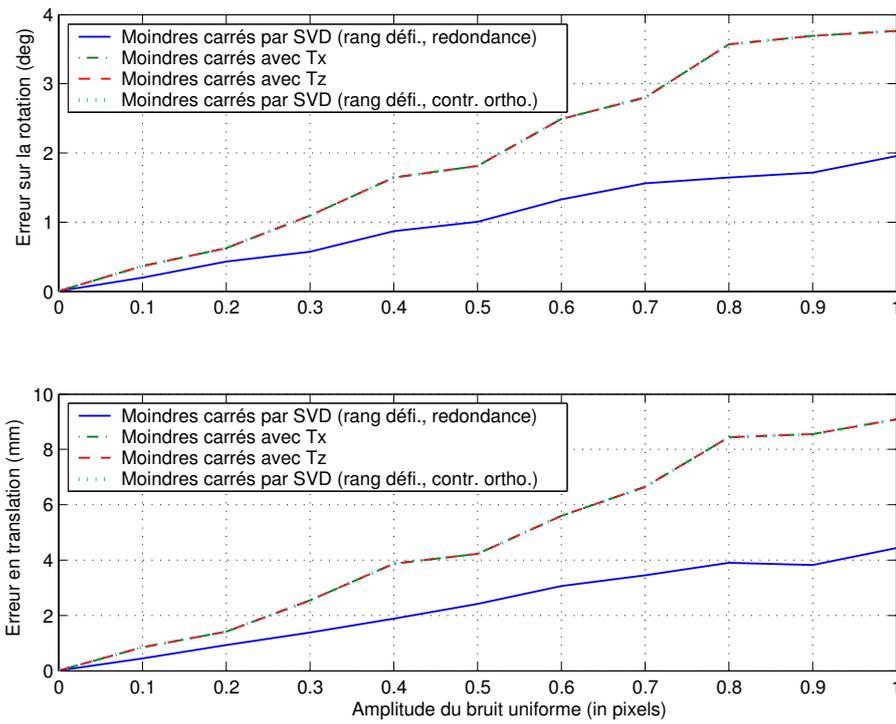
Nous avons procédé à une analyse du temps de calcul nécessaire à une mise en correspondance automatique suivant différentes configurations des points de l'image. Le modèle d'objet utilisé comporte $n_o = 6$ droites, et la méthode utilisée est la reconstruction à rang déficient pour $N \geq 4$ points avec calcul de γ par redondance.

Nous avons implanté les méthodes de reconstruction et l'algorithme 2 d'appariement automatique en C++, puis testé ceux-ci en simulant des images bruitées et contenant des faux positifs. Les mesures sont obtenues sur un PC à base de Pentium IV à 2,8 Ghz et le bruit gaussien est de 0,3 pixel lors de la génération des données. Les différents temps sont mesurés en fonction de l'utilisation de la condition de collinéarité et du nombre de faux positifs insérés dans l'ensemble initial des points de l'image.

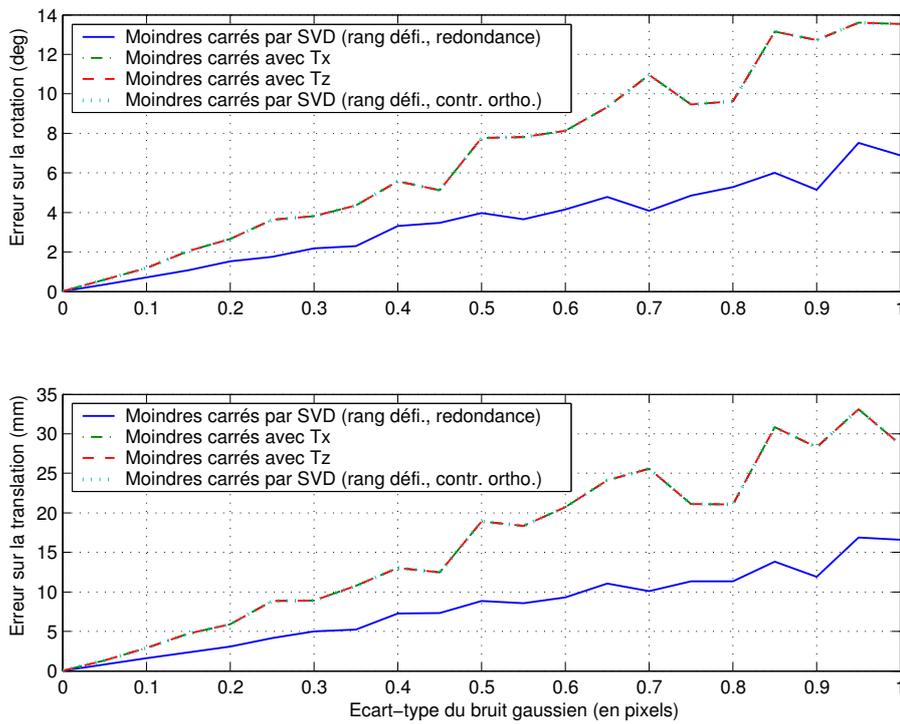
On remarquera d'abord que l'algorithme termine avec succès même dans les cas très défavorables de plus de 30 % de faux positifs et un bruit important est appliqué. La robustesse de l'estimation est particulièrement étonnante si l'on considère le faible temps de calcul (un temps inférieur à 1 s a été nécessaire à l'appariement avec un faux positif inséré dans la liste des points, un temps inférieur à 2 s en moyenne pour quatre faux positifs insérés).

5.7 Conclusion

Ce chapitre s'intéresse à la localisation du dispositif robotique dans le scanner à l'aide d'image TDM. Ce sujet a été étudié dès l'apparition de l'informatique et de l'imagerie scanner au début de la neurologie, plus particulièrement pour le guidage d'instruments selon des trajectoires définies dans l'image. La technique qui a été utilisée dans ces nombreux travaux est la stéréotaxie. Cette technique nécessite l'utilisation de casques tridimensionnels composés de droites, dont une coupe TDM fournit des points, qui sont des images de ces droites par la projection tomographique.



(a)



(b)

Fig. 5.6: Erreur en rotation et en position avec $N = 4$ correspondances ((a) bruit uniforme et (b) bruit gaussien) - i) SVD avec calcul de γ par redondance, - ii) Pivot fixe t_x par contrainte d'orthogonalité, - iii) Pivot fixe t_z par contrainte d'orthogonalité, - iv) SVD avec calcul de γ par contrainte d'orthogonalité. Sur les graphiques, (ii,iii,iv) se superposent.

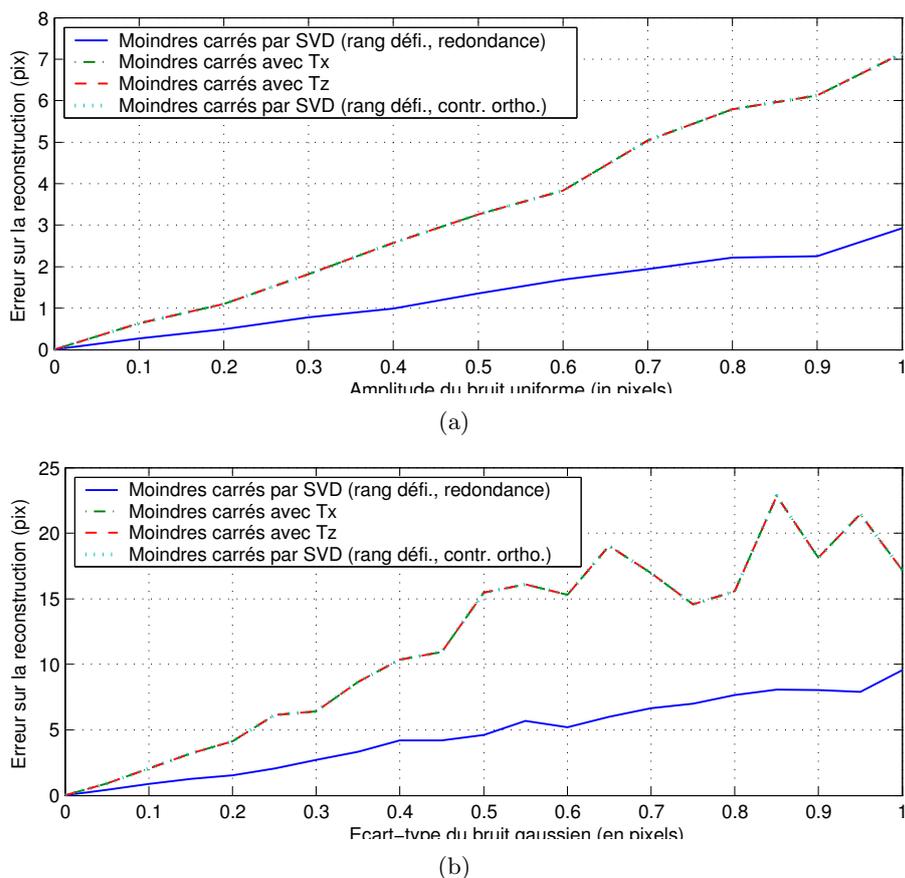
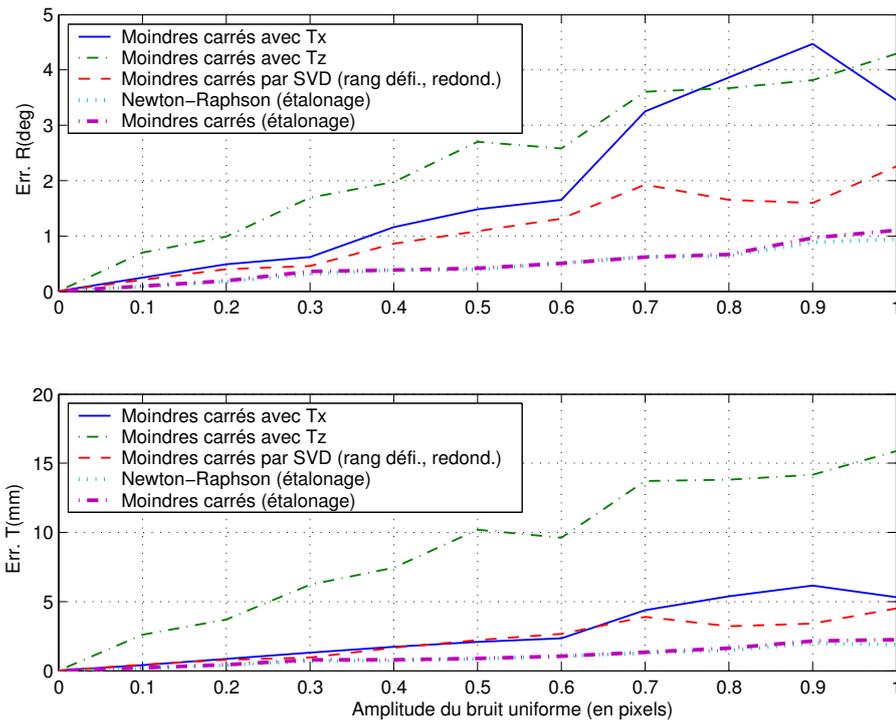


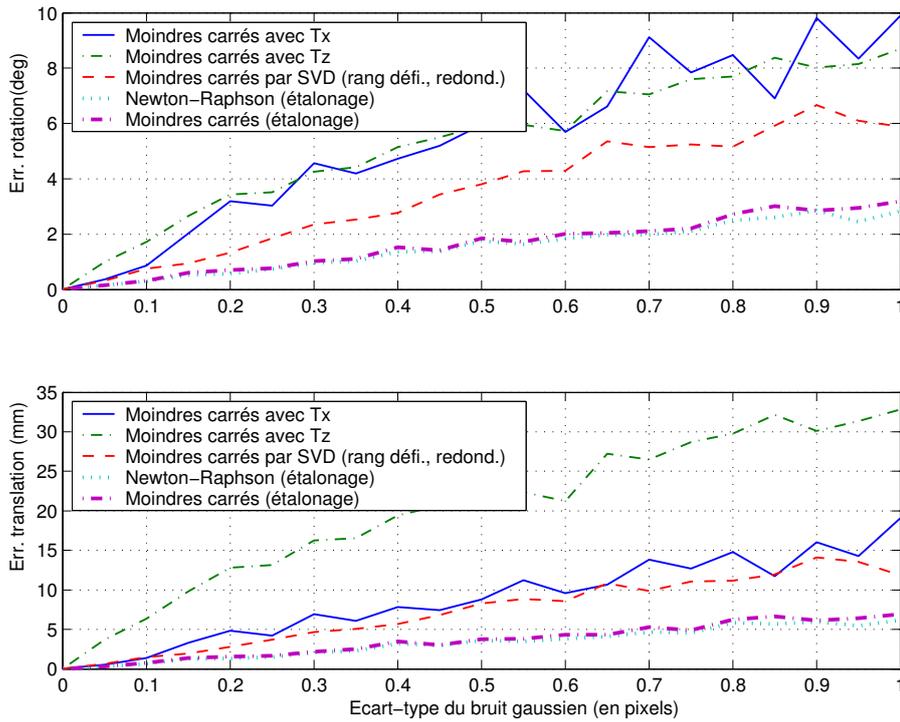
Fig. 5.7: Erreur en reconstruction avec $N = 4$ correspondances ((a) bruit uniforme et (b) bruit gaussien) - i) SVD avec calcul de γ par redondance, - ii) Pivot fixe t_x par contrainte d'orthogonalité, - iii) Pivot fixe t_z par contrainte d'orthogonalité, - iv) SVD avec calcul de γ par contrainte d'orthogonalité. Sur les graphiques, (ii,iii,iv) se superposent.

% de faux positifs (nb. de points)	sans contrainte	contrainte faible $\tau_c = \sin(10^\circ)$	contrainte forte $\tau_c = \sin(20^\circ)$	nb. maximum d'hypothèses
0 (6)	0.38	0.17 - 0.33	0.05 - 0.16	5 400
20 (7)	0.85	0.29 - 0.68	0.12 - 0.42	12 600
30 (8)	1.75	0.35 - 1.15	0.3 - 0.9	25 200
40 (10)	5.1	1.3 - 3.2	0.5 - 2.4	75 600
50 (12)	12.0	4.2 - 6.6	1.2 - 3.8	178 200
60 (14)	24.2	5.7 - 13.2	3.7 - 9.5	360 360
70 (19)	92.3	34.3 - 44.9	18.4 - 28.2	1 395 360
80 (30)	~ 645	~ 365	~ 171	9 865 800

Tab. 5.1: Temps de calcul (min et max en secondes) pour l'algorithme d'appariement automatique avec $n_o = 6$ droites sans utilisation d'une contrainte sur la colinéarité des points de l'image (deuxième colonne) et en appliquant la contrainte (troisième et quatrième colonnes). La dernière colonne indique le nombre maximum d'hypothèses testées.

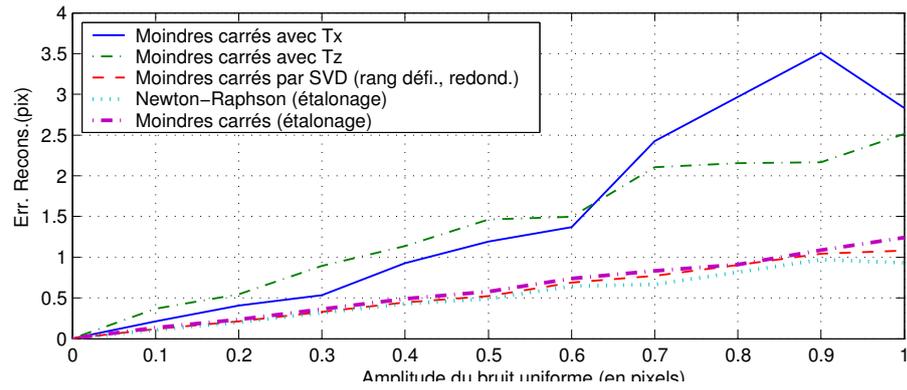


(a)

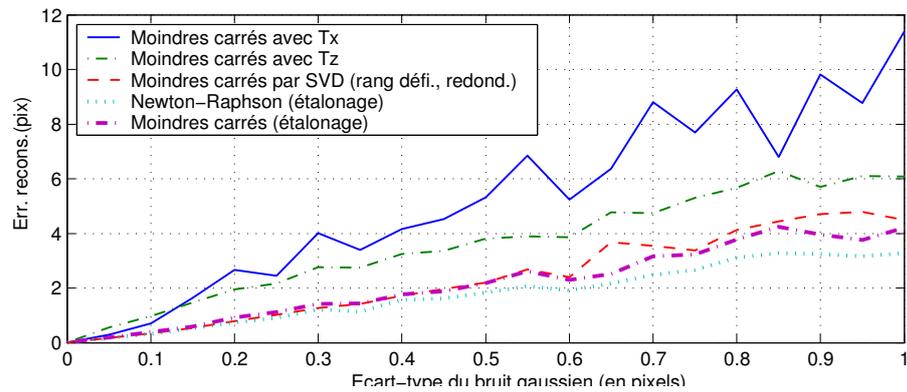


(b)

Fig. 5.8: Erreur en rotation et en position avec $N = 8$ correspondances ((a) bruit uniforme et (b) bruit gaussien) - i) Pivot fixe t_x par contrainte d'orthogonalité, - ii) Pivot fixe t_z par contrainte d'orthogonalité, - iii) SVD avec calcul de γ par redondance, - iv) Itératif par Newton-Raphson (S_π connue), - v) Moindres carrés (S_π connue).



(a)



(b)

Fig. 5.9: Erreur de reconstruction avec $N = 8$ correspondances ((a) bruit uniforme et (b) bruit gaussien) - i) Pivot fixe t_x par contrainte d'orthogonalité, - ii) Pivot fixe t_z par contrainte d'orthogonalité, - iii) SVD avec calcul de γ par redondance, - iv) Itératif par Newton-Raphson (S_π connue), - v) Moindres carrés (S_π connue).

A l'aide de motifs particuliers (dits en « N »), les neurologues ont pu estimer la transformation entre des coordonnées cartésiennes dans l'image et les marqueurs stéréotaxiques dans l'espace du casque. Nous avons décidé d'utiliser l'approche stéréotaxique en équipant le dispositif robotique de marqueurs tridimensionnels composés de droite.

En analysant le problème sous une forme géométrique, nous avons présenté une nouvelle formulation linéaire de la transformation entre un ensemble de points image et un ensemble de droites objet. Nous avons inclus les paramètres intrinsèques du scanner, facteurs d'échelle et distorsion, dans ce modèle.

Grâce à cette formulation affine, nous avons par la suite décrit deux méthodes robustes d'estimation simultanée des paramètres intrinsèques et de la pose. L'une a permis d'obtenir une solution analytique qui peut être utilisée en seconde phase d'une autre méthode itérative à convergence rapide de type Newton-Raphson. Ces méthodes nécessitent au moins cinq correspondances entre les points de l'image et les modèles de droite de l'objet.

Une analyse détaillée du problème de pose a montré que l'on peut obtenir des solutions à seulement quatre correspondances. Par rapport à la littérature, où le nombre minimum d'appariements requis est de six, la méthode présentée ici est linéaire et fonctionne avec quatre points ou plus.

Ce critère s'est révélé important pour développer un algorithme d'appariement automatique, comme celui proposé en fin de chapitre. En effet, l'espace de recherche serait beaucoup plus vaste si nous avions considéré un nombre minimal de six points (augmentation factorielle de la taille).

Les résultats d'estimation en simulation, en fonction de différents bruits et configurations de points, ont validé nos méthodes et notre algorithme d'appariement automatique. Ces techniques seront utilisées dans le chapitre suivant, en conditions expérimentales.

Chapitre 6

Réalisations et expérimentations

Ce chapitre présente l'ensemble des résultats expérimentaux permettant de caractériser la structure parallèle, la solution de recalage ainsi que la méthode d'alignement de l'instrument en conditions cliniques dans l'imageur scanner.

Nous présentons d'abord le système expérimental mis en place afin de contrôler et superviser la structure parallèle. Les caractéristiques de précision et de répétabilité sont données dans les limites du système de mesure utilisé (Polaris). Puis, nous validons les outils et les méthodes de génération de trajectoire dans l'espace sans collisions.

Afin de tester les algorithmes de recalage en conditions réelles, nous avons procédé à divers essais de reconstruction en utilisant un ou plusieurs marqueurs tridimensionnels. Ces tests sont intéressants par leurs aspects qualitatifs : validité des méthodes de calibration, validité des méthodes à quatre points, démonstration de la robustesse de l'algorithme d'appariement, et enfin, résultats d'estimation de pose et des erreurs commises.

Pour clore la thèse, nous proposons des résultats de pointage sous scanner, en conditions cliniques. Ces résultats sur mannequin sont particulièrement intéressants d'un point de vue démonstratif : par l'utilisation d'un pointeur laser dans un premier temps, puis d'une aiguille avec enfoncement manuel dans un second temps, nous illustrons les possibilités d'assistance immédiatement offertes par le système robotique.

6.1 Caractérisation du système robotique

Le but des expériences suivantes est d'évaluer la précision du mécanisme avec, dans un premier temps un suivi de trajectoire, puis dans un second temps l'utilisation de l'algorithme de planification fondé sur la grille de travail calculée en 4.5.5, page 112.

6.1.1 Procédure de mesure

Il est difficile de caractériser le manipulateur sans des outils de métrologie couteux. Pour contourner cette difficulté, nous utilisons un système de mesure optique de type Polaris de la société NDI, que le laboratoire possède déjà. Celui-ci, ainsi que les cibles utilisées, est décrit à la section 4.5.9, page 118. Caractérisé par une précision absolue de l'ordre de 0,35 mm en moyenne, nous considérerons que cet outil est suffisant compte-tenu des contraintes du cahier des charges.

6.1.2 Précision du placement

La première étape est l'identification des valeurs articulaires par le localiseur optique comme présenté en 4.5.9.

Pour caractériser la précision, nous avons défini une trajectoire à suivre en mode point-à-point. Les consignes correspondent à un déplacement suivant un motif polygonal à altitude constante ($z = 142$ mm). Cette trajectoire est toute entière dans l'espace libre des configurations du système, donc sans collision. Les points sont placés sur une grille au pas de 10 mm et constituent les poses de références successives pour le système de commande.

Des cercles représentant les points de référence et le tracé de la trajectoire effectuée par le point \mathbf{O}_f sont donnés à la figure 6.1. Les cercles représentant les consignes ont un diamètre de 1 mm afin de montrer l'erreur de positionnement à ces instants. La figure 6.2 illustre l'évolution du vecteur \mathbf{z}_f normal à la plate-forme le long de ce chemin.

Dans l'ensemble de nos tests (non illustrés ici), l'erreur en position est inférieure au millimètre à chaque point de référence. Cela signifie que le modèle géométrique inverse est correct et que l'identification des valeurs articulaires est fonctionnelle.

En revanche, nous avons identifié une zone proche de la configuration présentée sur la figure 4.18, page 102, où l'erreur est anormalement supérieure à la moyenne. En effet, lorsque l'on se place dans ces configurations (indiquée sur la figure 6.1 par la zone A), on identifie un écart important entre la consigne et la mesure. On peut observer que la zone A correspond à des configurations où les articulations de la chaîne $C3$ sont particulièrement sollicitées (cette observation est vérifiable en calculant les couples articulaires des moteurs de $C3$ comme indiqué au paragraphe 4.3.3). C'est spécialement le cas de la liaison rotule réalisée à l'aide de trois liaisons pivots d'axes concourants.

Dans ces conditions, les effets résultants de défauts minimes de réalisation se trouvent amplifiés et conduisent aux erreurs de positionnement observées dans la zone A. Toutefois, cette difficulté ne gêne pas le système qui n'est pas supposé évoluer dans cette zone proche de l'espace des configurations interdites en raison des auto-collisions (zone représentée par un B).

En moyennant des mesures issues du localiseur optique, nous arrivons à une répétabilité entre deux positions qui est inférieure à la tolérance du localiseur (sur 10 essais de déplacements de 40 mm en dehors de la zone présentant un défaut, la moyenne des erreurs de positionnement est inférieure à 0,5 mm).

6.1.3 Génération de trajectoire

Bien que l'espace des configurations soit connexe, il existe des trajectoires rectilignes non admissibles du fait de la présence d'auto-collisions sur le chemin.

Une recherche rapide de configurations amenant à ces auto-collisions permet de définir volontairement une trajectoire point-à-point passant par une zone interdite. Pour tester l'algorithme de génération de trajectoire présenté au paragraphe 4.5.7, nous avons réitéré plusieurs fois la même consigne, nécessitant un contournement, et nous avons enregistré avec le Polaris les différents chemins réalisés par le système robotique.

La figure 6.3 montre les deux configurations initiale Q_D et finale Q_A qui ne sont pas visibles dans la grille articulaire. Sur cette figure, on peut remarquer que la génération d'un ou plusieurs points intermédiaires est bien aléatoire. Il faut remarquer qu'une trajectoire nommée 2 points utilise deux points intermédiaires, ce qui arrive rarement.

En général, moins d'une seconde suffit à trouver une solution, avec une moyenne de 100 tirages aléatoires qui, après optimisation et suppression des points intermédiaires visibles par plus d'un point, se réduit à un ou deux points intermédiaires.

6.1.4 Critiques et améliorations envisageables

Le prototype réalisé est encore au stade expérimental et ne peut pour l'instant avoir un positionnement et une répétabilité équivalente à des robots industriels issus de plusieurs années d'étude et de développement. Néanmoins, les précisions affichées sont très satisfaisantes, ce qui est dû en partie au choix d'un mécanisme parallèle. Notons que le matériau choisi pour les

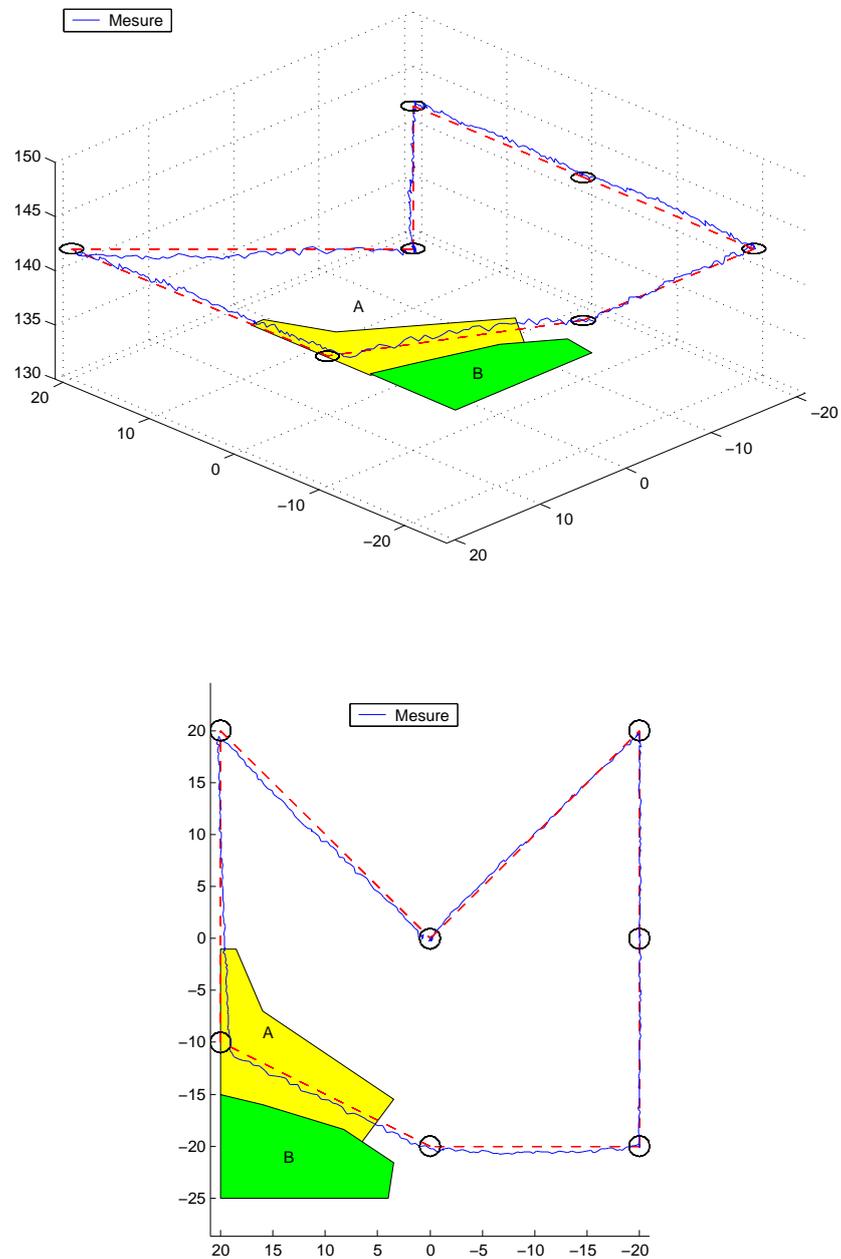


Fig. 6.1: Suivi d'une trajectoire point-à-point (consignes représentées par des cercles) : (en haut) vue en trois dimensions du chemin effectué, (en bas) vue du dessus de la trajectoire, l'erreur à chaque point de référence est inférieure à ± 1 mm. En jaune, la zone A correspond à une erreur significative par rapport à la consigne, en vert, la zone B correspond à une zone interdite en raison des auto-collisions.

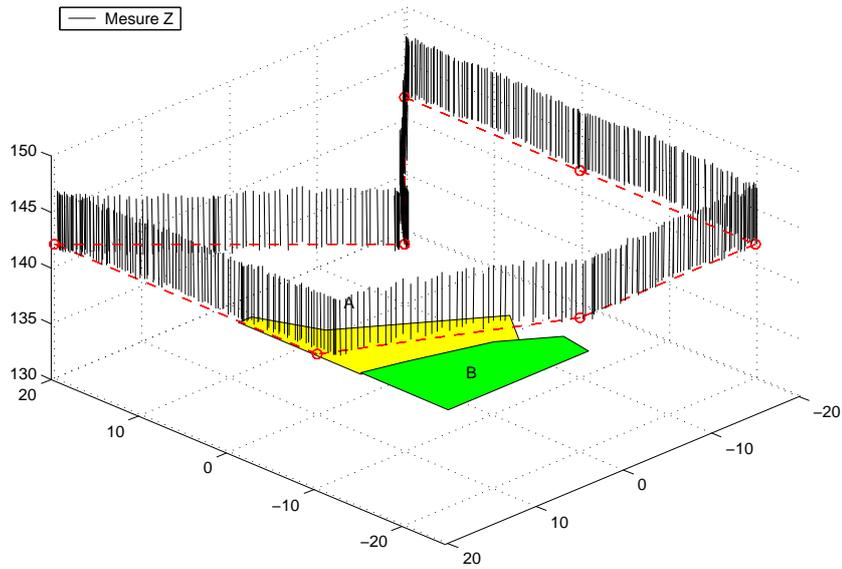


Fig. 6.2: Suivi d'une trajectoire point-à-point (consignes représentées par des cercles) : mesure du vecteur z_f (normal à la plate-forme). En jaune, la zone A correspond à une erreur significative par rapport à la consigne, en vert, la zone B correspond à une zone interdite en raison des auto-collisions.

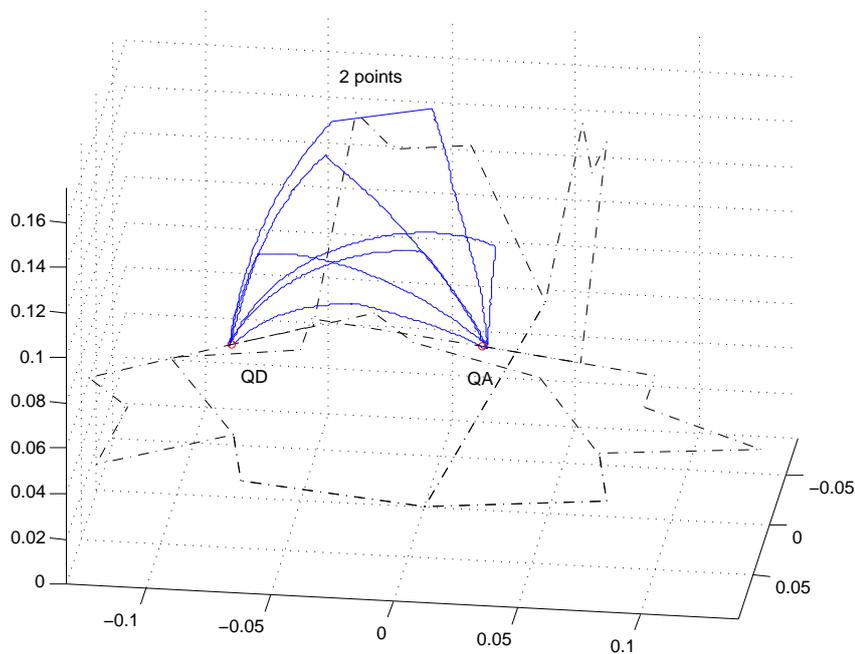


Fig. 6.3: Mesure de la position de la plate-forme lors d'un mouvement entre deux points de l'espace Q_D et Q_A non visibles dans l'espace articulaire. La trajectoire à deux points (la plus haute) n'arrive que très rarement.

parties non-métalliques semble se déformer au cours du temps (apparition d'une légère torsion sur le plateau et la base, après moins d'un an d'utilisation).

La procédure de recalage (identification des paramètres articulaires) n'est pas encore suffisamment précise : les cibles réalisées n'ont pas la qualité des cibles fournies par le constructeur, le système de fixation sur la structure n'est pas idéal.

Améliorations structurelles

Matériaux Les matériaux du prototype doivent supporter une meilleure longévité mais, pour l'instant, nous n'avons pas trouvé de meilleure solution que la stéréolithographie.

Rotule Dans une évolution, la rotule devrait être placée en fin et non au début de la chaîne $C3$ pour réduire les effets de frottement et de jeu mécanique inhérents à toute réalisation physique (voir le choix S'_2 du paragraphe 3.4.3, page 62).

Moto-réducteurs Les réducteurs actuels n'ont pas un rapport suffisant pour supporter une charge réelle de 20 N dans toutes les configurations de l'espace de travail ; il sera nécessaire de l'augmenter. Par ailleurs, un choix de composants plus compacts (codeur, réducteur) permettrait d'améliorer la compacité des moto-réducteurs.

Procédure de recalage

Bien que rapide et précise, la procédure de recalage sera amenée à évoluer pour améliorer la fiabilité et supprimer l'utilisation d'un localiseur optique au coût supérieur à celui du système robotique complet.

Une solution envisagée est l'utilisation d'une pièce mécanique calibrée pour le recalage. À chaque recalage, la plate-forme sera alors amenée au contact de cette pièce, placée dans une configuration précise, les moto-réducteurs étant par exemple débrayés. Une autre solution envisagée est l'utilisation de capteurs angulaires absolus.

6.2 Résultats d'estimation de pose

6.2.1 Marqueurs tridimensionnels

Les marqueurs que nous utilisons respectent les conditions proposées dans le paragraphe 5.2.5 à la page 129, en ayant un encombrement relativement réduit.

Premiers modèles

Dans un premier temps, des cubes en polycarbonate ayant la forme de parallélépipèdes rectangles de $40 \times 30 \times 30$ mm ont été utilisés (voir figure 6.2.3). Six tiges métalliques d'un diamètre de 1 mm ont servi à représenter les droites. Les marqueurs ont été étalonnés par une machine à mesurer¹ avec une précision de l'ordre de $10 \mu\text{m}$ sur le modèle des droites.

Seconds modèles

Dans un second temps, et pour intégrer les marqueurs sur le manipulateur, nous avons réalisé des cubes en stéréolithographie pouvant contenir jusqu'à huit tiges métalliques de 2 mm de diamètre, mais dont uniquement sept sont réellement utilisées dans nos expériences (voir figure 6.5). Leur taille est supérieure au précédent marqueur ($80 \times 40 \times 30$ mm). L'étalonnage n'a pas été fait, mais la tolérance de réalisation est inférieure à 0,1 mm.

¹ Machine de métrologie X-Y-Z de la société Mitutuyo.

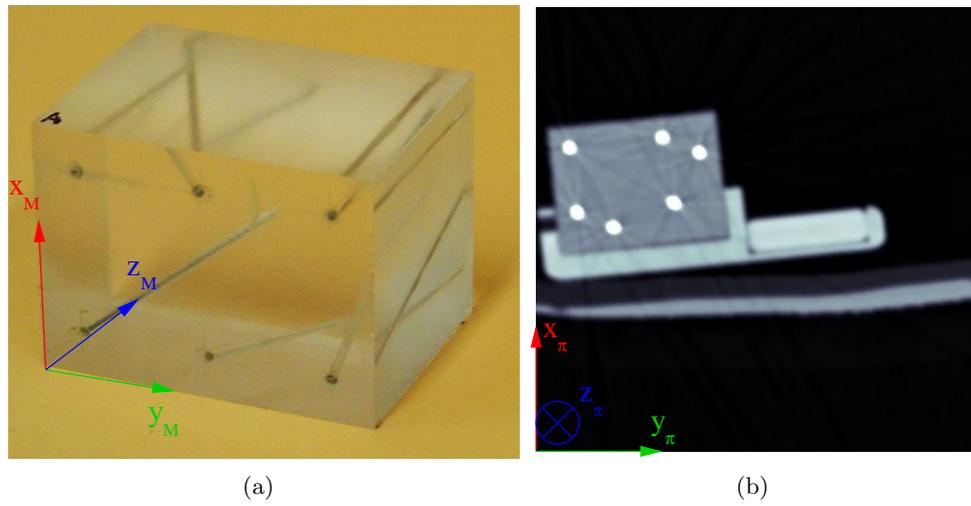


Fig. 6.4: (a) Premier prototype de marqueur utilisé pour les expérimentations de recalage. (b) Une image scanner de l'objet avec le manipulateur.

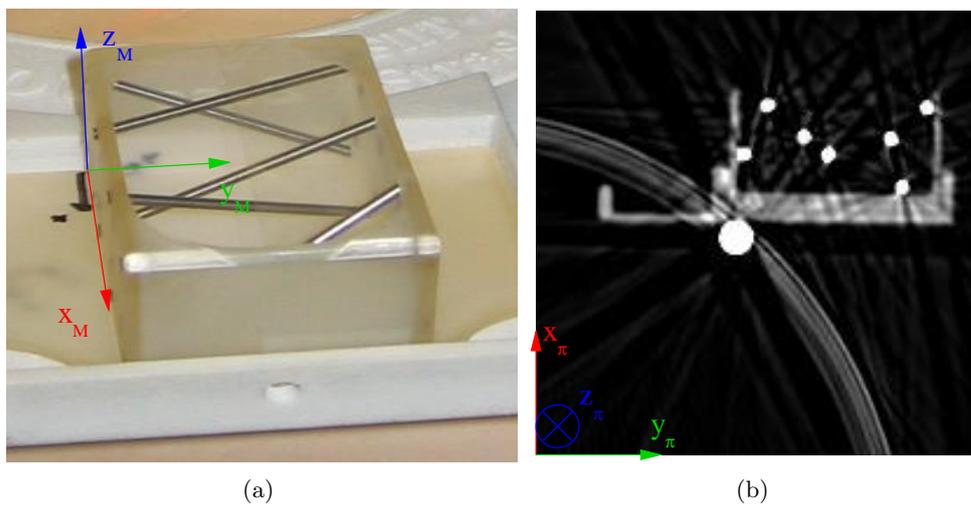


Fig. 6.5: (a) Second prototype de marqueur utilisé pour le manipulateur. (b) Image scanner de l'objet avec le manipulateur.

6.2.2 Obtention et traitement des images

Les images ont été réalisées avec un scanner tomographique Somatom Plus de Siemens, du service de radiologie B des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg. La position de chaque amer visuel a été obtenue par seuillage à une valeur constante de 2000 unités Hounsfield [Hsi03], puis par segmentation. Il est à noter que les amers visuels sont aisément détectables mais pas toujours précisément localisés en raison de l'étalement des taches selon l'inclinaison du plan de coupe par rapport à l'objet. Le calcul du barycentre sur les ellipses segmentées reste une méthode fiable [GMMF99].

Le format DICOM, propre aux images médicales, comporte les paramètres intrinsèques du scanner lors de l'acquisition/reconstruction (en supposant que ces paramètres sont une référence parfaite). Ainsi les erreurs sur les paramètres d'échelle sont quantifiables. Il est également possible de connaître la position relative d'une coupe par rapport à une autre en utilisant le principe de reconstruction hélicoïdal propre aux scanners tomographiques. Par ce moyen, nous connaissons la distance qui sépare chaque coupe (valeur constante pendant toute la série d'images). Dans la suite, nous utiliserons principalement ce mode hélicoïdal.

6.2.3 Procédure de mesure

Pour valider nos méthodes d'estimation, il serait nécessaire d'avoir une référence. N'ayant pas de moyen assez précis pour l'obtenir, nous contournons le problème en utilisant une double reconstruction de pose avec deux marqueurs et en utilisant le mode hélice avec pas d'avancement fixe.

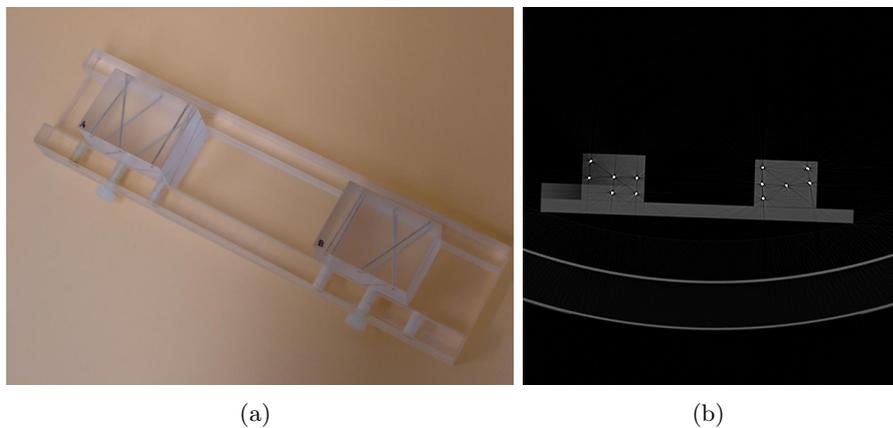


Fig. 6.6: (a) Dispositif de fixation pour les deux cubes utilisés lors de la validation. (b) Image scanner de la séquence en hélice à une résolution de (512×512) .

Les deux marqueurs sont construits en polycarbonate, fixés à un dispositif rigide qui est placé manuellement dans le tunnel du scanner (voir figure 6.6). Leur position relative a été mesurée à $-118,29$ mm selon l'axe \mathbf{y}_M par métrologie et il n'y a pas de rotation entre les repères des deux cubes. Selon les cas de figure, on considèrera soit un modèle de marqueur à 12 droites, soit deux modèles de marqueur à six droites.

Les images sont obtenues par une acquisition en mode hélice avec les paramètres $s_x = 0,4746$ mm, $s_y = 0,4746$ mm et un pas relatif de $h = 0,5$ mm. Elles seront notées par leur indice dans la série comportant 40 images, dont seulement 30 contiennent les deux marqueurs simultanément.

Estimation de pose relative

L'objectif de cette expérience est de vérifier la cohérence des méthodes d'étalonnage avec $N \geq 5$ points (méthodes par moindres carrés et par Newton-Raphson).

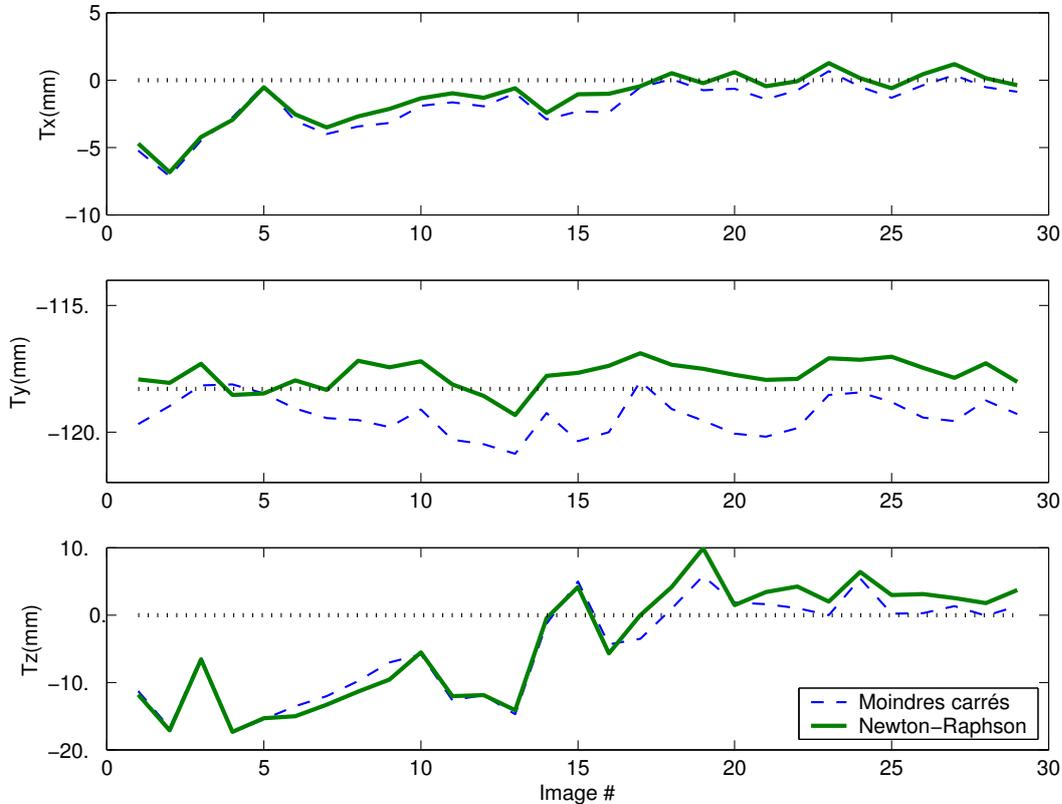


Fig. 6.7: Positions estimées entre les deux cubes pendant la séquence hélicoïdale. La valeur de référence est donnée en pointillés.

La figure 6.7 donne l'estimation du vecteur position entre les deux cubes tout au long de la série en hélice. La matrice de rotation est approximativement l'identité (différence inférieure à 10^{-5} sur chaque coefficient). Chaque cube a été estimé séparément et la position relative est donnée pour comparaison avec la valeur de référence (${}^M\mathbf{t}_{[y]} = -118,29$ mm, représentée en pointillé sur la figure 6.7).

Bornes d'erreur

La méthode de calcul des bornes d'erreur peut être vérifiée en utilisant l'estimation de pose d'un marqueur pour définir un polygone d'erreur sur les tiges du second (le modèle des droites du second marqueur étant connu par la translation).

L'estimation de pose d'un premier marqueur, nommé A, donne également les bornes sur les paramètres. Ces bornes sont utilisées afin de simuler l'ensemble des positions des points d'intersection d'un autre marqueur, nommé B, avec les plans de coupe obtenus par toutes les combinaisons des bornes. La procédure donne un nuage de points pour chaque droite. Ce nuage permet finalement de définir une enveloppe convexe que l'on peut projeter dans l'image. Un résultat obtenu avec MATLAB est représenté sur la figure 6.8 où l'on a utilisé la méthode de Newton-Raphson avec une erreur estimée à 0,1 pixel sur chaque point.

Sur cet essai, les centres des cercles qui représentent les points détectés sont dans les polygones d'erreur. Toutefois, ce cas de figure est assez rare, en moyenne une fois sur dix dans la série

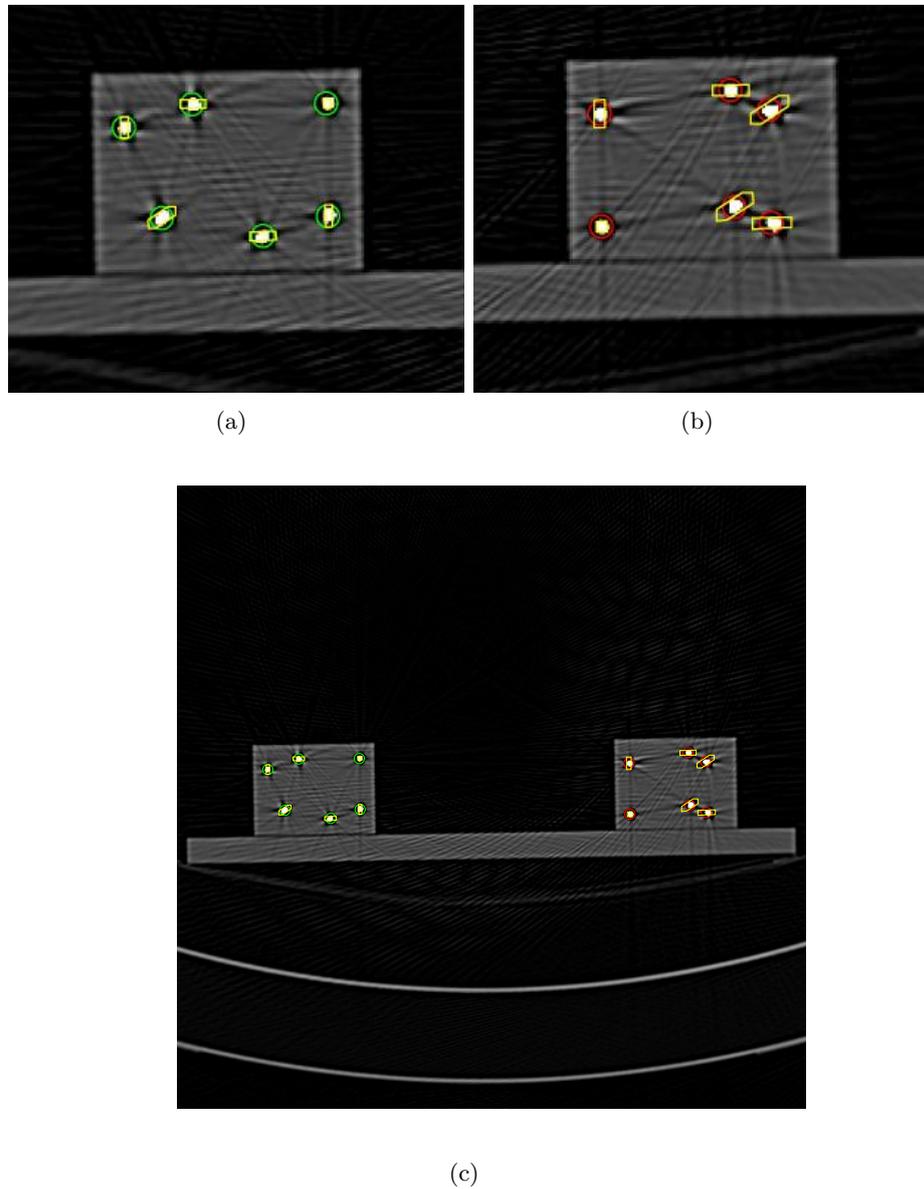


Fig. 6.8: Polygones d'erreur respectifs (projection de l'enveloppe convexe) calculés à partir des bornes d'erreur issues de la méthode de Newton-Raphson : (a) zoom sur les positions estimées des tiges du marqueur A depuis la pose estimée du marqueur B, (b) résultat inverse, (c) image globale.

hélicoïdale. Ces résultats s'expliquent par le faible nombre de points utilisés pour estimer la pose (six), et par la taille des marqueurs par rapport à la longueur séparant les marqueurs (rapport de 1/4).

Estimation de pose absolue

Dans cette expérience, nous avons utilisé un seul marqueur ($N = 6$ points) pour obtenir de multiples reconstructions de pose durant la séquence en hélice.

La figure 6.9 montre l'évolution de l'identification des paramètres d'échelle en fonction de l'indice des images dans la séquence. Nous avons rajouté la référence fournie par l'image DICOM et un graphique de l'erreur de reconstruction entre les poses estimées et les positions détectées des points. En moyenne, nous obtenons une erreur de moins de 10^{-3} mm/pixel (un pour mille)

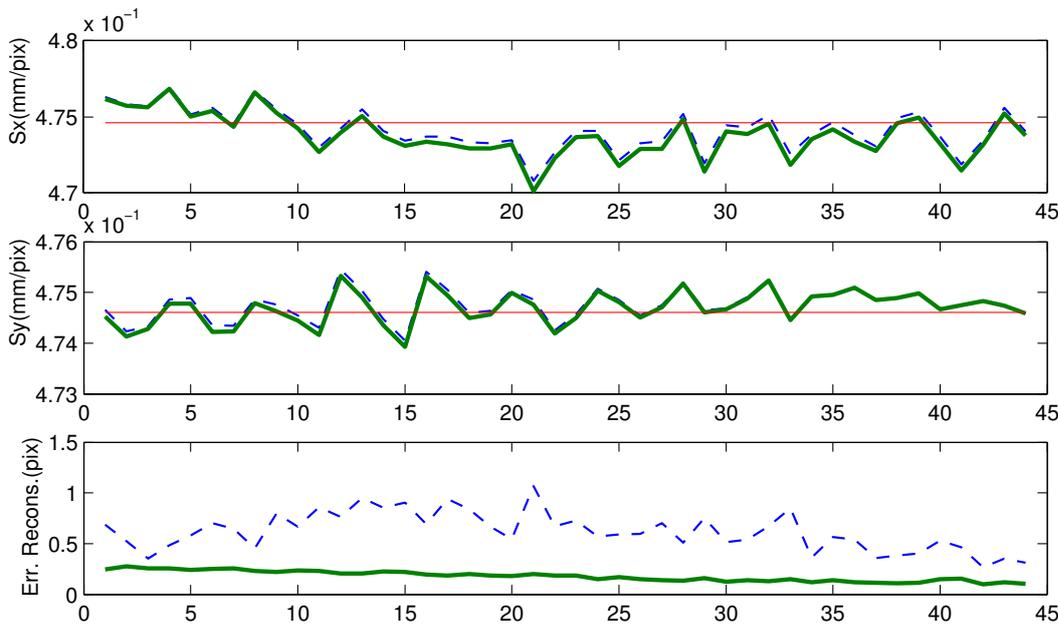


Fig. 6.9: Estimation des paramètres d'échelle pendant la séquence hélicoïdale avec $N = 6$ points.

sur l'estimation des paramètres intrinsèques. Les résultats fournis par les deux méthodes sont pratiquement identiques.

Par la suite, nous avons calculé les angles de tangage, roulis et lacet d'après la matrice de rotation estimée lors de la même séquence. La figure 6.10 propose l'évolution des angles en degrés. Le lecteur remarquera que la configuration choisie est proche d'une rotation de -180 degrés autour de l'axe \mathbf{x}_M (axe vertical sur la figure 6.2.3.b). Cela signifie que le marqueur est placé à l'envers, l'axe \mathbf{z}_M pointant dans le sens opposé à \mathbf{z}_π sur l'image .b.

Sur la figure 6.11 est représentée l'évolution du vecteur ${}^M\mathbf{t}$ dans la séquence hélicoïdale. On constate que la position absolue suivant l'axe \mathbf{z}_M diminue proportionnellement à l'indice de l'image. La position est de 30 mm suivant \mathbf{z}_M (voir la valeur de Tz à l'image numéro 5 de la séquence sur la figure 6.11). Puis, à l'image 45 de la séquence, la position est de 10 mm, ce qui donne un pas d'avancement moyen de $\frac{20}{40} = 0,5$ mm, égal à celui de l'hélice.

6.2.4 Appariement automatique

Séquence en hélice

Nous avons constaté que l'algorithme était très robuste. Dans la série hélicoïdale, l'algorithme a réussi à retrouver les correspondances pour chacun des cubes (six faux positifs dans chaque

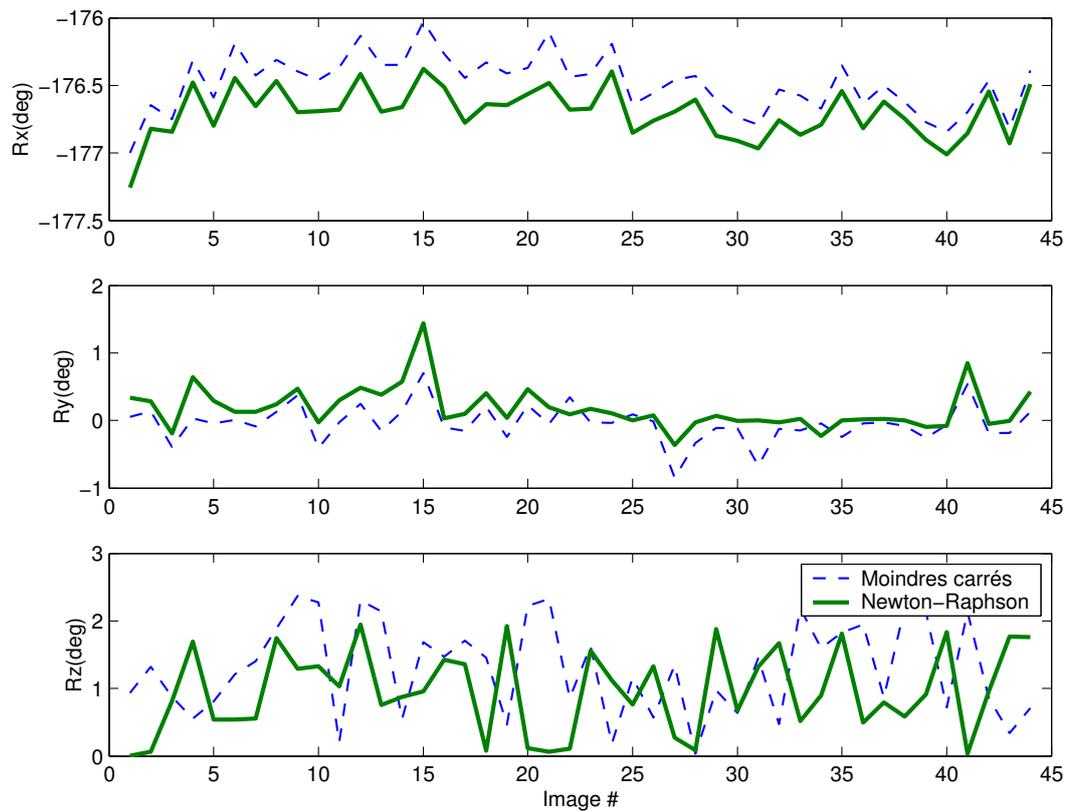


Fig. 6.10: Estimation des angles de tangage, roulis et lacet d'après la matrice de rotation pendant la séquence hélicoïdale avec $N = 6$ points.

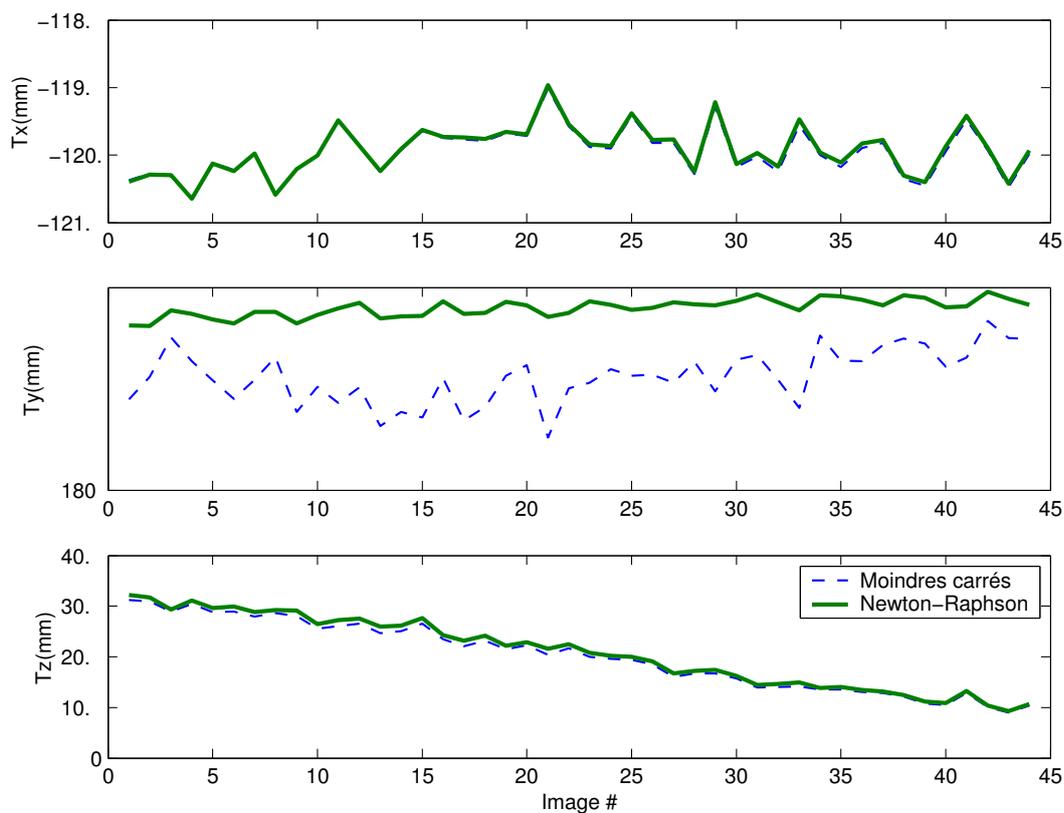


Fig. 6.11: Estimation de la position absolue pendant la séquence hélicoïdale avec $N = 6$ points (le pas de l'hélice est $h = 0,5$ mm).

cas) en moins de cinq secondes.

Marqueur disposé sur le socle du manipulateur

Dans cette expérience, un marqueur en polycarbonate a été placé sur le socle du manipulateur. Un repère \mathcal{F}_0 est associé au manipulateur et la transformation entre le marqueur et le repère du manipulateur est supposée connue lors de la conception.

L'image DICOM présentée en figure 6.12 est un exemple d'acquisition d'une configuration où le marqueur est sur le socle du manipulateur. Cette image montre des artefacts liés à la présence de certains matériaux dont la réponse en intensité est proche de celle des tiges. Après segmentation, l'ensemble des régions d'intérêt est filtré selon les connaissances *a priori* sur la taille des taches circulaires à obtenir (une tige de diamètre 2 mm donne pratiquement un cercle de diamètre $2/\sqrt{s_x \cdot s_y}$ pixels dans l'image). Sur l'exemple donné, seulement neuf régions sont finalement retenues pour l'appariement automatique.

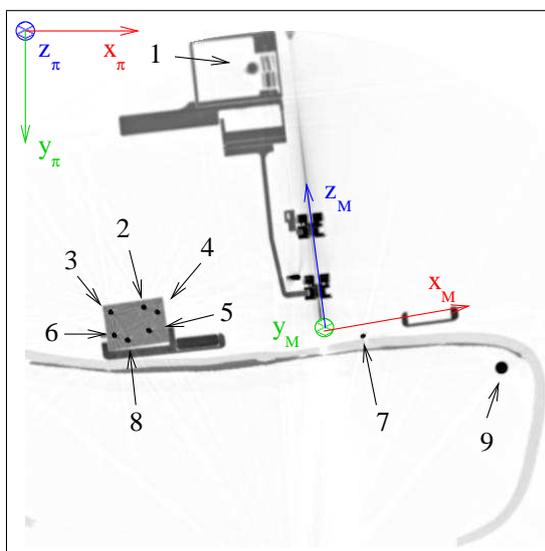


Fig. 6.12: Image DICOM avec les différentes régions circulaires issues de la procédure de segmentation (les contrastes ont été inversés pour facilement identifier les régions).

Tache	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Droite			4	6	1	3		2	

Tab. 6.1: Indices des taches circulaires et numéro des droites appariées après exécution de l'algorithme.

Les paramètres d'entrée de l'algorithme d'appariement sont alors la liste des coordonnées de chaque région et la tolérance τ_d sur l'erreur maximale. Cette tolérance est choisie à la valeur constante de un pixel.

Le tableau 6.1 propose le résultat d'appariement obtenu à chaque essai, en général en moins de cinq secondes. On peut voir que l'algorithme d'appariement n'a pas utilisé l'ensemble des taches circulaires. Ceci s'explique par l'objectif de l'algorithme : obtenir la pose qui donne l'erreur moyenne la plus petite parmi l'ensemble des poses satisfaisantes à plus de quatre points.

La pose associée à l'exemple proposé en figure 6.12 donne une erreur moyenne de 0,09 pixel

sur la localisation de chaque tache. La matrice de rotation estimée est

$${}^M R_{CT} = \begin{bmatrix} 0,986 & -0,153 & -0,059 \\ 0,084 & 0,158 & 0,984 \\ -0,142 & -0,976 & 0,168 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

avec le vecteur position est

$${}^M \mathbf{t} = [-155,7 \quad -36,5 \quad 210,0]^T \text{ mm} . \quad (6.2)$$

Pour vérification sur l'image, notons que d'après la matrice de rotation, les vecteurs de l'image \mathbf{x}_π , \mathbf{y}_π , \mathbf{z}_π sont transformés en les vecteurs \mathbf{x}_M , $-\mathbf{z}_M$ et \mathbf{y}_M du repère associé au marqueur. L'origine de l'image $Q_0 = (0,0)$ est à la position $-155,7$ mm suivant \mathbf{x}_M , $-36,5$ mm suivant \mathbf{y}_M et $210,0$ mm suivant \mathbf{z}_M du centre du repère associé au marqueur.

6.3 Résultats de pointage

Les expériences de pointage ont été réalisées au service de radiologie B des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg. Bien que la disponibilité du scanner pour des essais techniques soit assez rare, nous remercions le personnel médical qui a bien voulu nous consacrer des plages horaires habituellement réservées au diagnostic. Ainsi, les résultats présentés par la suite correspondent à des séances de tests effectuées en novembre 2004, avril 2005 et juin 2005.

Les trois expériences sont :

- dans la première : utilisation d'un marqueur polycarbonate à six droites et d'un porte-aiguille issu d'un prototype robotisé pour évaluer la possibilité de positionnement relatif d'une aiguille dans l'image TDM. Certains résultats précédents de reconstruction sont issus de cette expérience ;
- dans la seconde : un marqueur en stéréolithographie et un porte-aiguille passif équipé d'un pointeur laser sont utilisés afin d'éviter les problèmes de torsion liés à l'aiguille ;
- dans la troisième : le même dispositif que précédemment utilisé pour viser une cible dans un mannequin. Cette expérience a soulevé certains problèmes de précision liés au perçage de la peau et à la torsion de l'aiguille.

La configuration matérielle était identique à chaque essai, seul le prototype de support et les marqueurs ont changé. Cette configuration est d'une part présentée au paragraphe 4.5.6, page 115 pour l'aspect commande, et d'autre part nous avons utilisé un mannequin abdominal² recouvert d'une peau de synthèse et contenant des cibles radio-opaques.

6.3.1 Test de mouvement relatif avec un marqueur polycarbonate

Dans cette expérience, le système robotique est sanglé au mannequin de façon à ce que le plan de coupe du scanner traverse un marqueur polycarbonate et qu'une aiguille saisie par le dispositif soit visible. La connaissance de la position de la pointe de l'aiguille n'est pas accessible précisément car celle-ci est placée manuellement dans le dispositif. Nous avons cherché à approcher cette pointe à une cible correspondant à un point d'entrée à la surface de la peau du mannequin (voir figure 6.13). La cible est matérialisée par une seconde aiguille de biopsie d'un faible diamètre (1 mm), fixée à la peau du mannequin et placée orthogonalement au plan de coupe.

La procédure expérimentale suivie est :

- mise en place du système dans sa configuration opérationnelle ;
- acquisition d'une image ;
- reconstruction de pose en utilisant le marqueur ;

² Mannequin MATT trainer de la société *Limbs & Things*.

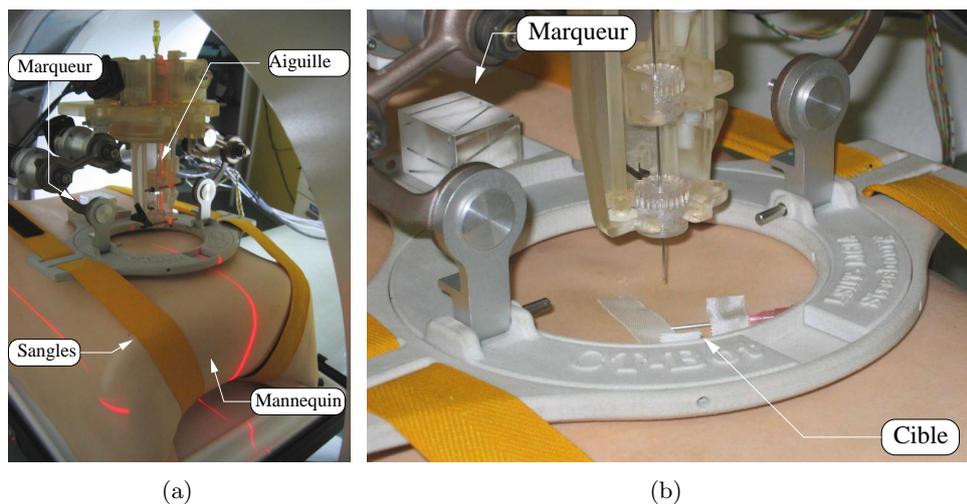


Fig. 6.13: (a) Vue générale du système robotique et du mannequin. (b) Cible représentant le point d'entrée sur la peau du mannequin (aiguille de diamètre 1 mm).

- identification de la pointe de l'aiguille à l'aide de la souris (clic dans l'image) ;
- identification de la cible à atteindre dans l'image à l'aide de la souris ;
- calcul du mouvement relatif dans l'espace opérationnel (orientation constante) ;
- envoi de la commande et vérification visuelle par une acquisition avec le scanner.

Résultat

La configuration initiale est montrée en figure 6.14. L'étape de reconstruction de pose permet d'obtenir la transformation entre un point image et un point dans l'espace du robot.

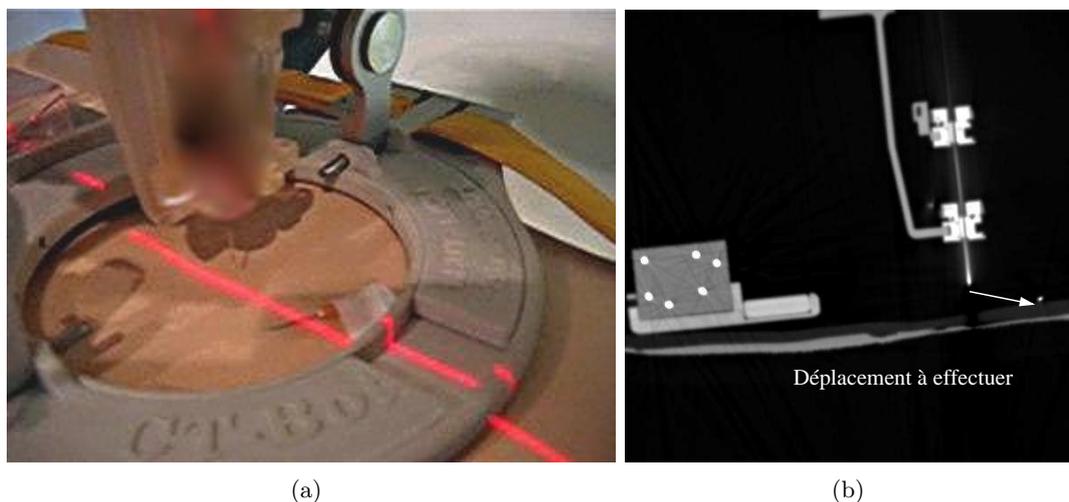


Fig. 6.14: (a) Image du manipulateur avant l'envoi de la consigne. (b) Image TDM obtenue dans cette configuration. La consigne est donnée dans l'image.

En utilisant l'interface graphique, nous indiquons sur l'écran la position actuelle de la pointe de l'aiguille en cliquant sur celle-ci. La destination est également indiquée dans l'image (voir figure 6.15), ce qui définit un vecteur de translation à orientation constante. Cette consigne est ensuite envoyée au contrôleur.

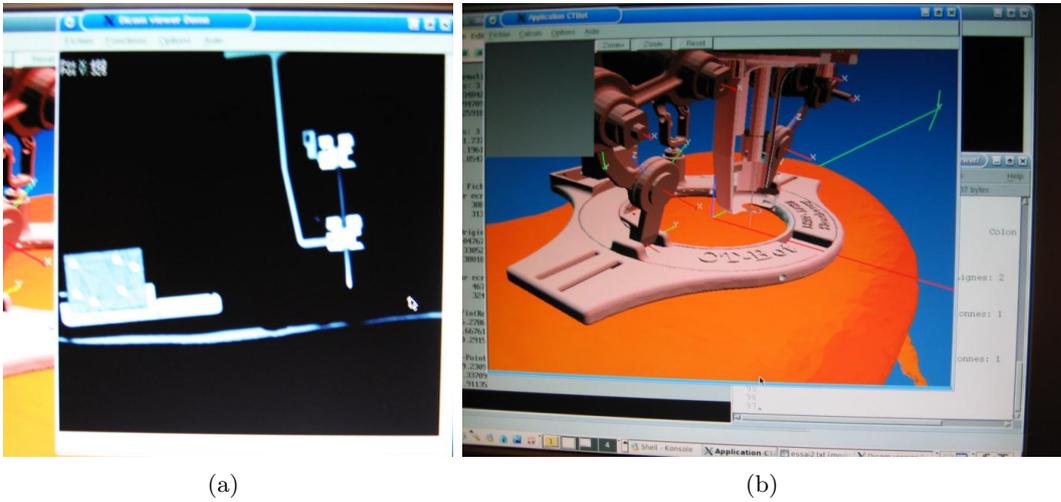


Fig. 6.15: (a) Sélection de la cible avec la souris sur l'interface graphique. (b) Affichage de la consigne calculée par le logiciel de supervision pour validation avant son envoi au système de commande.

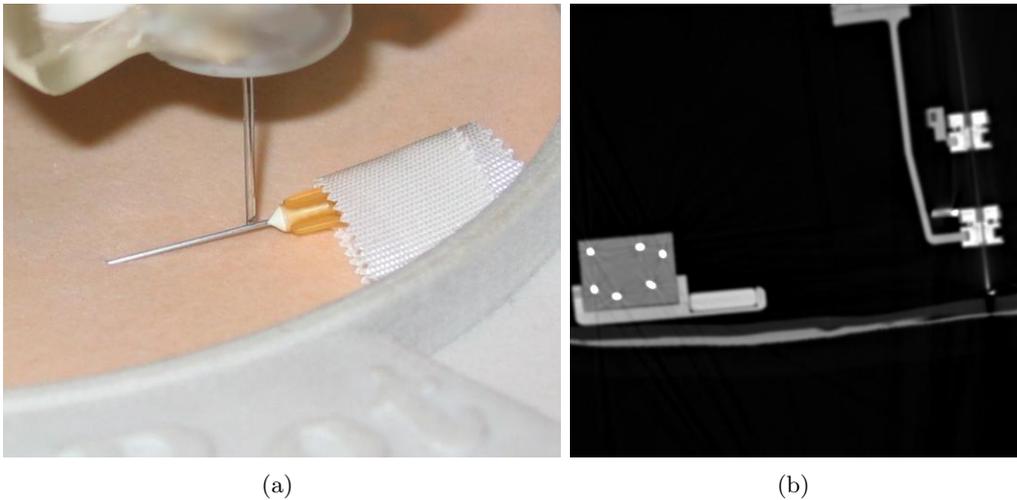


Fig. 6.16: Résultat de positionnement relatif. (a) La pointe de l'aiguille entre en contact avec la cible matérialisée par une aiguille de faible diamètre (1 mm). (b) Image TDM obtenue dans cette configuration.

Une fois le déplacement effectué, la position de l'aiguille est vérifiée visuellement grâce au scanner. Les images sont données en figure 6.16. Deux essais ont été réalisés lors de cette séance. Les résultats ont été concluants à chaque fois : la pointe de l'aiguille a été mise en contact avec la cible. Bien qu'il soit difficile d'évaluer quantitativement la précision, nous pouvons estimer qu'elle est inférieure à 2 mm pour ce type d'assistance consistant à pointer un point d'entrée.

Discussion

Cette expérience a permis de tester *in situ* le processus de pointage automatique. Bien que le bras robotique ne soit par parfaitement recalé (au sens de l'identification des paramètres articulaires), la procédure se révèle précise. Si l'on considère qu'une partie de l'erreur de positionnement est due à la sélection manuelle des cibles dans l'image à l'aide de la souris, nos résultats pourraient être encore améliorés par exemple en utilisant un processus automatique de détection de la cible par traitement d'image.

6.3.2 Pointage avec un laser

La seconde expérience a servi de validation pour le pointage d'une cible plus petite, à une profondeur plus importante que précédemment. Un second prototype de manipulateur est utilisé conjointement avec des marqueurs en stéréolithographie à sept droites au lieu de six. Une source laser est disposée sur la plate-forme du système robotique et alignée sur l'axe z_f (voir la figure 6.17.a). La cible est matérialisée par un marqueur radio-opaque en forme de parallélépipède rectangle de taille $3 \times 3 \times 5$ mm, découpé dans des cibles IZI radio-opaque³(voir la figure 6.17.b). Le recalage initial du manipulateur est effectué hors ligne, à l'installation du matériel.

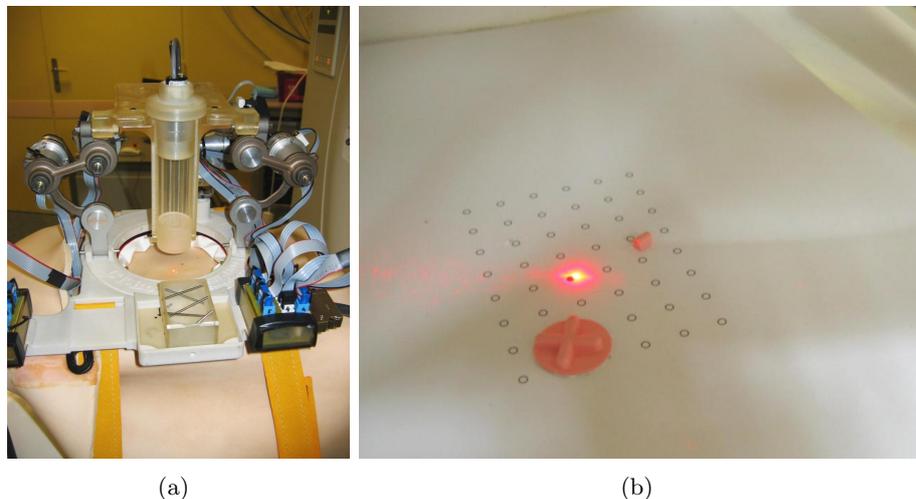


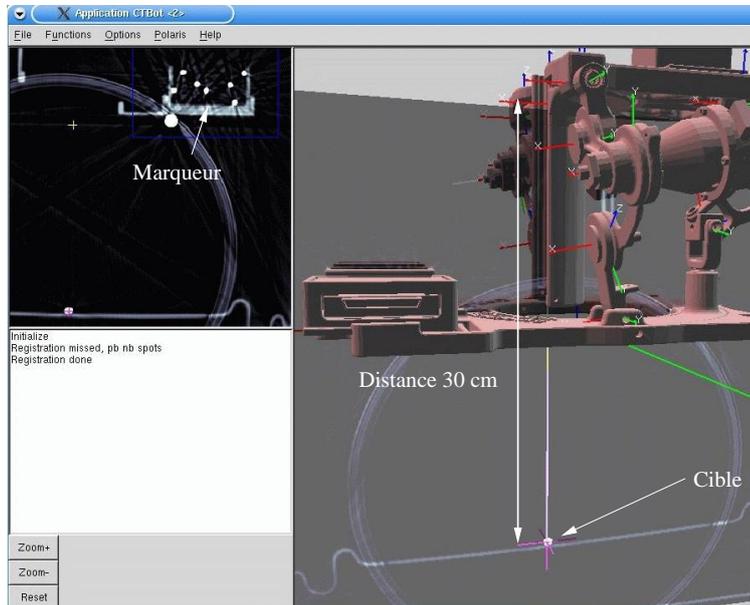
Fig. 6.17: (a) Dispositif laser attaché au manipulateur placé sur le mannequin (avec peau). (b) Cibles radio-opaques placées sous la mannequin et visualisation du spot laser (peau du mannequin retirée).

Dans cette expérience, le choix du point d'entrée et la cible permettent de définir complètement l'attitude du manipulateur (position et orientation). Par rapport aux essais précédents, le spot laser crée un faisceau rectiligne qui heurte la cible à une distance de l'ordre à 30 cm.

³ Voir <http://www.izimed.com/>

Résultats

Lors du premier essai, la reconstruction donne une erreur de moyenne 0,045 mm sur la détection des droites ce qui signifie que la pose est bien estimée.



(a)

Fig. 6.18: Choix du point d'entrée et de la cible depuis l'interface graphique. Une distance de 30 cm environ sépare la source laser de la cible.

La sélection de la cible radio-opaque est faite sur l'image TDM comme illustré sur la figure 6.18. Celle-ci est simplifiée par la visualisation 3D de la scène contenant l'image DICOM en transparence. La consigne 3D de position et orientation est ensuite obtenue par déplacement absolu de l'effecteur du manipulateur. Le résultat du mouvement est présenté sur la figure 6.19.a. On remarque que le spot laser, d'un diamètre proche de 2 mm, effleure la cible d'une taille de 3 mm. La distance séparant la cible de la source laser est d'environ 30 cm, ce qui donne une erreur angulaire maximum d'environ $\arctan((2 + 3)/300) = 0,7$ degré.

Nous avons renouvelé la même expérience avec une autre image scanner. Le résultat de pointage du spot, présenté en figure 6.19.b, est toujours très proche de la cible (erreur de l'ordre de 3 mm, soit au maximum $\arctan((2 + 3 + 3)/300) = 1,5$ degré).

Pour vérifier la précision du pointage une fois la reconstruction de pose effectuée, nous avons gardé la cible définie par l'image DICOM, puis le point d'entrée a été déplacé afin de changer seulement la direction du faisceau laser. Plusieurs points d'entrée ont été testés. À chaque fois le spot laser est revenu sur la cible, donc la nouvelle consigne s'est révélée correcte.

Discussion

Les essais menés en conditions de laboratoire confirment la bonne qualité de l'estimation de pose. Dans ces essais, la plate-forme a été orientée afin d'aligner la direction de l'axe z_f sur la ligne joignant la cible à un point d'entrée. Les résultats ont à chaque fois indiqué une excellente précision du système d'assistance au pointage, confirmant les objectifs fixés.

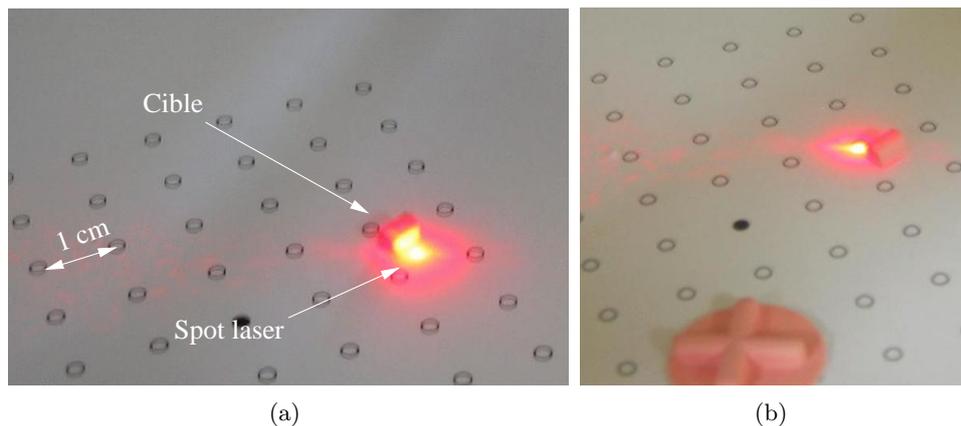


Fig. 6.19: Résultats du pointage laser : (a) premier essai, (b) second essai.

6.3.3 Pointage avec une aiguille

Ces derniers essais ont suivi le pointage par laser. La même procédure que précédemment a été effectuée, nous avons par contre remplacé le dispositif laser par un guide passif adapté à une aiguille de biopsie de 16 Gauges, d'une longueur de 20 cm (voir figure 6.20). La peau du mannequin a été conservée dans ces tests, afin de se placer dans des conditions plus réalistes. La cible est toujours constituée d'un parallépipède rectangle de $3 \times 3 \times 5$ mm surélevé sur un support pour être accessible avec l'aiguille.

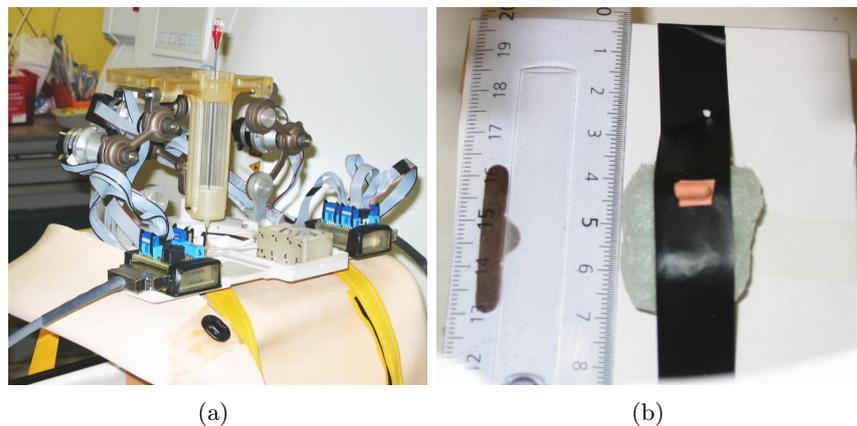


Fig. 6.20: (a) Système robotique accompagné d'un guide passif et d'une aiguille de biopsie. (b) Cible radio-opaque placée sur un support.

Résultats et discussion

Deux essais ont été réalisés en découpant la peau synthétique du mannequin à l'aide d'un scalpel à l'endroit indiqué par le dispositif, en avançant l'aiguille jusqu'à la surface. L'aiguille a ensuite été insérée manuellement en visualisant la profondeur. Une fois la pointe de l'aiguille proche de la cible, nous avons pu évaluer l'erreur de positionnement à environ 3 mm lors du premier essai et environ 5 mm dans le second (voir la figure 6.21 ou une vidéo illustrant cet essai à l'adresse ftp://eavr.u-strasbg.fr/pub/videos/video_ben.mpg).

Ces essais ont montré une grande difficulté pour maintenir la direction de l'aiguille selon l'axe indiqué par le guide. La peau synthétique présente une élasticité trop importante, qui gêne

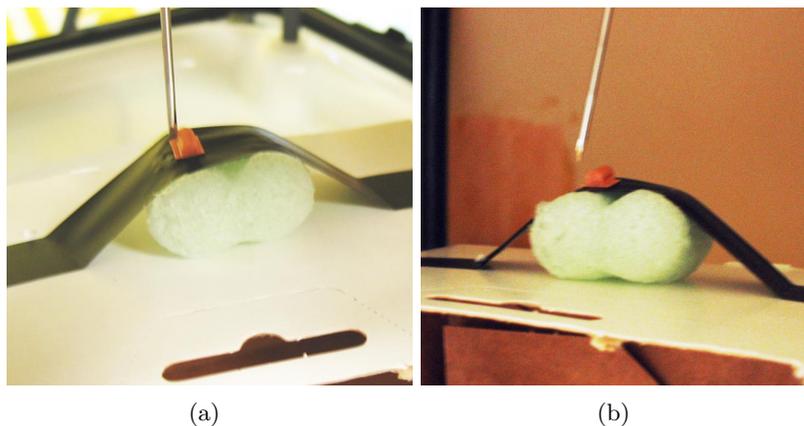


Fig. 6.21: Résultats du pointage avec une aiguille : (a) premier essai, (b) second essai.

l'insertion dès le passage de l'incision.

Les erreurs, d'environ 5 mm, sont importantes pour ce type d'intervention, mais une évaluation comparée avec le résultat de pointage d'un radiologue permettrait de relativiser les performances. Néanmoins, et compte tenu de la précision globale atteinte par le mécanisme, nous pouvons atteindre des cibles inférieure à 5 mm. Des tests doivent prochainement être effectués sur l'animal et une version robotisée du dispositif d'insertion d'aiguille permettra de télé-opérer l'insertion avec un retour d'effort suivant l'axe d'insertion. Ces développements font l'objet d'un autre travail de doctorat [PRB⁺05].

6.4 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif la validation expérimentale de l'ensemble de nos travaux. Les mesures de précision du mécanisme de positionnement ont révélé quelques problèmes de réalisation mécanique. En dehors d'une zone d'erreur, le positionnement absolu est inférieur au millimètre et la répétabilité en dessous d'un demi-millimètre (proche de la tolérance du système de mesure). Le modèle géométrique inverse et l'algorithme de planification n'ont pas été mis en défaut lors de nos tests, ce qui valide l'analyse géométrique faite en simulation.

Les essais d'estimation de pose avec des marqueurs stéréotaxiques de petite taille ont confirmé les résultats de simulation. Suite à l'acquisition d'une séquence en hélice, nous avons retrouvé avec une erreur faible (proche du pourcent) les paramètres de reconstruction tels que les facteurs d'échelle, le pas de l'hélice ou la pose entre deux marqueurs. Sur ces mêmes images et sur des images contenant des artefacts dus à l'installation du système robotique, l'algorithme d'appariement automatique fut toujours efficace en terme de temps (moins de cinq secondes sans aucune intervention humaine). Nos méthodes se sont montrées rapides, précises et robustes aux erreurs introduites par le traitement d'image.

Le système robotique complet a ensuite été testé en conditions de laboratoire lors de trois essais au département de radiologie B des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg. La démarche expérimentale était basée sur les étapes fondamentales des GMCAO : acquisition et planification, recalage, définition de la consigne, action.

Après des premiers tests de déplacement relatif à l'aide d'une image scanner contenant un marqueur et une cible, nous avons conduit une deuxième série d'essais ayant pour objectif l'utilisation de consignes dans l'image pour positionner et orienter un faisceau laser. La consigne fut calculée à partir des informations visuelles indiquées sur une interface graphique à l'aide de la souris. Puis la commande correspondante fut envoyée au contrôleur afin d'aligner l'axe d'insertion représenté par le vecteur \mathbf{z}_f sur la direction indiquée dans l'image. Le pointage à

l'aide d'un laser a démontré une bonne précision (moins de 3 mm) même sur une distance de plusieurs dizaines de centimètres.

Une troisième séance d'essais sur mannequin avec une aiguille a soulevé certains problèmes de précision liés à la perforation de la peau synthétique. Ces résultats ont permis une précision d'environ 5 mm en bout d'aiguille.

Nous sommes persuadés que des essais à venir sur l'animal confirmeront les potentialités de l'assistant, dans la phase initiale de pointage du point d'entrée et pour le maintien en position de l'aiguille dans les phases de respiration où l'aiguille est en général lâchée par le radiologue. Nous envisageons également d'opérer des tests d'insertion robotisée à l'aide d'un porte-aiguille télé-opéré.

Chapitre 7

Conclusion générale

Cette thèse est un premier travail d'analyse de faisabilité d'un dispositif d'assistance robotisé pour la radiologie interventionnelle par guidage scanner. L'attention portée aux procédures percutanées en zone abdominale a permis de dégager plusieurs points intéressants dans le domaine de la robotique médicale, par leur originalité, leur limite et leur perspective.

7.1 Explication de la problématique

Les procédures percutanées par tomographie à rayons X (TDM) sont utilisées pour guider un instrument fin à l'intérieur du corps d'un patient, afin d'établir un diagnostic ou à des fins thérapeutiques. Ces instruments sont le plus souvent des aiguilles, dont l'insertion est faite manuellement sous contrôle visuel. Les gestes médicaux que nous avons étudiés en priorité sont les interventions en zone abdominale sous contrôle TDM, notamment l'ablation par radiofréquences de tumeurs du foie. L'intérêt de ce choix est lié aux multiples contraintes à respecter : sécurité du patient, compatibilité avec le scanner, compensation des mouvements du patient, efforts appliqués, encombrement, qui font de ces interventions les plus difficiles à robotiser.

Ce type de geste est aujourd'hui communément réalisé sous imagerie scanner. Cette modalité a connu un grand essor. Elle est reconnue comme la solution la plus intéressante pour le guidage du geste percutané d'insertion d'aiguille. La délimitation visuelle des tissus est très bonne, la définition d'une cible anatomique est facile et la localisation d'un instrument très précise (inférieure au millimètre). La TDM a par contre un inconvénient majeur : lorsque l'aiguille est tenue à la main et que le praticien veut vérifier sa position, il est exposé aux rayons ionisants à chaque acquisition. Ce problème s'aggrave notamment lors du positionnement initial de l'aiguille, phase longue où il s'agit d'aligner manuellement l'instrument suivant une trajectoire définie dans les images pré-opératoires. Le médecin interventionniste doit se limiter pour éviter de dépasser les quotas fixés par la législation afin de protéger sa santé.

Ainsi, ce travail de thèse se justifie par la nécessité de remplacer le bras du radiologue par un système robotisé pour le protéger lors des phases initiales d'alignement et lors des nombreuses acquisitions d'image au cours de l'insertion, et afin d'améliorer la précision du geste manuel pour atteindre des cibles inférieures à 5 mm. Nos objectifs sont de proposer aux radiologues un système permettant un positionnement automatique d'une aiguille par rapport à une référence donnée directement dans l'image scanner. De façon équivalente, nous souhaitons améliorer la précision du geste percutané, transposant ainsi une précision manuelle de l'ordre du centimètre à une précision robotique proche du millimètre.

7.2 Contributions robotiques

En premier lieu, nous avons donné une analyse caractéristique du geste opératoire, afin de définir correctement les besoins en terme de fonctionnalité. Une expérimentation robotique *in-vivo* réalisée pour cet objectif a permis de quantifier les efforts lors d'une insertion dans le foie suivant les degrés de liberté requis. Les résultats obtenus suggèrent d'utiliser une structure capable d'exercer des efforts de l'ordre d'une dizaine de newtons suivant la droite d'insertion. La mobilité requise est de six degrés de liberté, mais une séparation en deux sous-tâches est nécessaire pour des raisons de sécurité : l'une est le positionnement de la droite support de l'aiguille, l'autre est l'insertion et la rotation propre de l'aiguille. En conséquence, nous avons pu justifier des avantages et des inconvénients des systèmes existants.

Partant du constat qu'aucun système n'est pour l'instant adapté, nous avons proposé une solution robotique au problème de positionnement d'aiguille axée sur un mécanisme parallèle original à cinq degrés de liberté. Cette solution répond en premier lieu au problème de sécurité, de mobilité et de rigidité. L'idée novatrice est l'installation du dispositif de positionnement sur l'abdomen, afin de compenser intrinsèquement les mouvements naturels du patient (respiration, toussotements, réflexes parasites).

Au delà de la cinématique parallèle particulière de cette plate-forme, notre contribution a porté sur la résolution des modèles géométriques direct (MGD), inverse (MGI) et cinématique (jacobienne). Des résultats de simulations numériques associés (espace de travail et dimensionnement en couple des actionneurs) explicitent les avantages et inconvénients du choix de la structure afin de valider le concept. Nous avons affiné l'espace de travail de la plate-forme en utilisant des outils géométriques de détection de collision entre les différents segments de la structure à partir des modèles de conception assistée par ordinateur. En raison de la présence de ces collisions, la commande du manipulateur nécessite l'utilisation d'une étape de planification. En utilisant une grille opérationnelle précalculée contenant les positions autorisées (selon l'espace des configurations), nous avons proposé une commande en position du dispositif avec planification et détection de collision en temps-réel.

Pour compléter le système robotique, nous avons donné une solution de saisie d'aiguille destinée à l'enfoncement et utilisable en combinaison avec le dispositif précédent. Ce premier porte-aiguille est passif, et permet l'alignement et le positionnement initial de l'aiguille, l'enfoncement étant manuel. Un système d'enfoncement d'aiguille actif à deux degrés de liberté avec retour d'effort est en cours de développement.

7.3 Contributions en vision

Pour placer automatiquement l'aiguille dans une configuration souhaitée sur l'abdomen et afin de pointer des cibles depuis une image TDM, il est essentiel de localiser le dispositif de positionnement par rapport aux coupes du scanner. En effet, une fois la position et l'orientation trouvées entre le dispositif et l'image, il est simple de transformer une consigne 3D dans l'image en consigne de positionnement. La solution proposée dans cette thèse était d'employer des marqueurs tridimensionnels qui permettent une reconstruction de pose à six degrés de liberté depuis une image TDM. Nos marqueurs sont comparables à ceux utilisés en stéréotaxie en neurochirurgie, avec des motifs visuels en N.

En modélisant de manière géométrique le recalage rigide entre un marqueur de type droite et une image, nous avons fourni une solution algébrique ou itérative au problème de pose avec un minimum de quatre indices visuels. Les conditions, quant aux choix des marqueurs, ont été détaillées grâce à la représentation compacte obtenue. Les algorithmes présentés sont nouveaux en stéréotaxie assistée par ordinateur : les travaux actuels utilisent au mieux entre six et neuf indices visuels pour reconstruire la pose. Par ailleurs, nous avons donné une méthode de calcul des bornes d'erreur sur la solution par linéarisation au premier ordre.

Des résultats de simulation de reconstruction ont validé le principe et la méthode que nous avons choisis, ainsi que sa robustesse au bruit. Pour effectuer une reconstruction sans intervention, nous avons détaillé également un algorithme d'appariement automatique basé sur le principe statistique RANSAC (random sample consensus). Après extraction des primitives par une segmentation des données au format DICOM, cet algorithme fournit la pose en général en moins d'une seconde, sans aucune intervention humaine.

7.4 Résultats finaux et perspectives

Des expérimentations de positionnement automatique d'une aiguille dans l'imageur concluent cette thèse. Ces résultats, réalisés sur des mannequins, sont une première évaluation de la précision de l'ensemble du système robotique et de la robustesse des méthodes de reconstruction de pose. La précision obtenue pour le pointage est d'environ 1 mm, la précision lors d'enfoncement manuels d'aiguille est d'environ 5 mm. Des expérimentations *in vivo* sur l'animal sont planifiées cette année.

Perspectives robotiques Plusieurs points sont envisagés :

- *amélioration de la précision* : la réalisation du prototype nous a poussé à envisager une nouvelle cinématique pour la chaîne C3, où la rotule est placée en partie haute afin d'éviter la propagation des jeux mécaniques. L'intégration de réducteurs avec un rapport de réduction plus grand et l'utilisation de codeurs absolus sont également des solutions à l'étude pour rendre les moto-réducteurs plus compacts. Enfin, nous prévoyons d'intégrer des marqueurs stéréotaxiques tridimensionnels dans la plate-forme dans le but de mesurer directement la position de l'effecteur dans l'image, l'utilisation du mode fluoroscopique permettra alors un asservissement visuel 3D de la trajectoire ;
- *système robotique d'enfoncement* : nous travaillons déjà depuis plusieurs mois sur l'élaboration d'un système d'enfoncement à deux degrés de liberté, permettant le lâché et la reprise de l'aiguille. Ce système est en phase de réalisation, les premiers tests sont prévus très prochainement ;
- *télé-manipulation à retour d'effort* : nous avons déjà fixé des capteurs d'efforts à la plate-forme de positionnement, à l'interface avec le dispositif d'insertion d'aiguille. Ce retour d'effort est actuellement étudié dans un schéma de télé-manipulation (autre travail de thèse en cours) ;
- *intégration dans un schéma de GMCAO plus général* : le couplage d'information de planification pré-opératoire avec des images per-opératoires est également prévu. Nos partenaires médicaux, notamment l'IRCAD, sont intéressés par l'intégration de leur savoir-faire en réalité augmentée, planification et simulation, dans un système complet d'intervention percutanée robotisée.

Perspectives médicales Cette thèse donne une solution prometteuse de robotisation en radiologie interventionnelle. A long terme, ce type de gestes robotisés devraient se généraliser pour assurer de meilleurs soins sans risquer la santé des radiologues. Signalons que d'autres thérapies sont en attente d'une solution robotique d'insertion précise et sûre (par exemple les thérapies géniques par injection).

ANNEXES

Annexe A

NOTE CONCERNANT LES NOTATIONS ET LA MODÉLISATION DES ROBOTS

Cette annexe décrit les conventions de notation que nous utilisons pour décrire et modéliser les chaînes cinématiques d'un robot. Pour étudier les différentes structures et représenter les manipulateurs, nous introduisons les représentations graphiques et textuelles des liaisons cinématiques. En complément, la topologie générale d'une structure est présentée à l'aide de graphes.

A.1 Convention d'écriture des points, vecteurs et matrices en coordonnées homogènes

Lors de la modélisation des robots, nous manipulerons les transformations géométriques sous forme homogène. Cette forme introduit une écriture plus compacte des transformations de l'espace euclidien \mathcal{E}^3 .

A.1.1 Points de l'espace

Un point de l'espace est un élément géométrique représentant une position à un instant donné. Nous identifierons un point de l'espace par l'écriture \mathbf{P} (lettre majuscule). Dans l'espace euclidien \mathcal{E}^3 , ce point a des coordonnées $[P_{[x]}, P_{[y]}, P_{[z]}]^T$. Ces coordonnées dépendent du choix du repère de projection. La notation introduite est donc incomplète, puisqu'elle ne précise pas ce repère. Pour éviter ceci, nous définissons les coordonnées d'un point projeté dans le repère \mathcal{F}_0 par ${}^0\mathbf{P}$.

A.1.2 Vecteurs

Les vecteurs sont définis comme des bipoints, c'est à dire un couple de points orientés de l'un vers l'autre. Si l'on conserve les notations précédentes, le vecteur orienté du point \mathbf{P} vers le point \mathbf{Q} s'écrira \mathbf{PQ} . Comme précisé au dessus, un vecteur projeté dans un repère \mathcal{F}_0 s'écrira ${}^0\mathbf{PQ}$. Dans le cas de vecteurs unitaires, nous soulignerons le vecteur pour indiquer que la norme vaut un (exemple : ${}^0\mathbf{PQ}$, $\underline{\omega}$). Les vecteurs unitaires des repères n'étant pas définis par deux points, nous utiliserons la notation en lettre minuscule non soulignée ${}^0\mathbf{x}_f$ pour désigner le vecteur \mathbf{x} du repère \mathcal{F}_f exprimé dans \mathcal{F}_0 .

A.1.3 Transformations rigides

Une transformation rigide de \mathcal{E}^3 conserve les distances, les angles et l'orientation. C'est un élément du groupe spécial euclidien $SE(3)$ qui s'écrit sous la forme $\mathbf{P}' = R \mathbf{P} + \mathbf{t}$ où R est une matrice de rotation élément de $SO(3)$ ¹ et \mathbf{t} un vecteur de \mathcal{E}^3 . Les éléments R et \mathbf{t} de la

¹ Un élément du groupe spécial orthogonal $SO(3)$ vérifie $R^T R = I_3$, et $\det(R) = +1$.

transformation permettent de caractériser complètement la position et l'orientation d'un repère orthonormé par rapport à un autre. En attachant les repères à des solides indéformables, la transformation traduit l'agencement d'un corps par rapport à un autre. Comme précédemment, une matrice de rotation exprimant le repère \mathcal{F}_f dans \mathcal{F}_0 s'écrira 0R_f , et en considérant les points \mathbf{O}_0 et \mathbf{O}_f , le vecteur de position deviendra ${}^0\mathbf{t} = {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f$.

A.1.4 Coordonnées homogènes

Le passage en coordonnées homogènes introduit une dimension supplémentaire, donnant un élément $\mathbf{P} = [P_{[x]}, P_{[y]}, P_{[z]}, P_{[w]}]^T \in \mathbb{R}^4$. Cette coordonnée supplémentaire est choisie de manière à écrire le passage entre les coordonnées d'un point exprimé dans le repère \mathcal{F}_i vers un autre repère \mathcal{F}_{i-1} sous la forme ${}^{i-1}\mathbf{P}' = {}^{i-1}T_i {}^i\mathbf{P}$ où ${}^{i-1}T_i \in SE(3)$. Le choix classique est de prendre $P_{[w]} = 1$, ce qui conduit à :

$${}^0\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{[x]} \\ P_{[y]} \\ P_{[z]} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

et une transformation rigide sera écrite sous la forme :

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}R_i & {}^{i-1}\mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Les vecteurs étant définis comme le segment orienté reliant deux points de l'espace, il vient :

$${}^0\mathbf{PQ} = \begin{bmatrix} Q_{[x]} - P_{[x]} \\ Q_{[y]} - P_{[y]} \\ Q_{[z]} - P_{[z]} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

En conservant la notation de projection du repère \mathcal{F}_f dans \mathcal{F}_0 , nous obtenons la relation de passage :

$${}^0\mathbf{P} = {}^0T_f {}^f\mathbf{P}, \quad (\text{A.4})$$

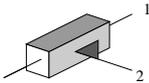
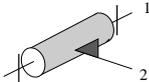
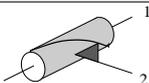
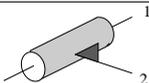
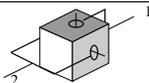
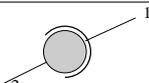
avec

$${}^0T_f = \begin{bmatrix} {}^0R_f & {}^0\mathbf{O}_0\mathbf{O}_f \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Nous pouvons considérer que la matrice 0T_f définit la représentation de la configuration du repère \mathcal{F}_f par rapport à \mathcal{F}_0 . Ce qui, en d'autres termes, signifie la configuration du solide attaché au repère \mathcal{F}_f par rapport au solide lié à \mathcal{F}_0 . Ainsi, nous pourrions décrire par la suite l'orientation ou le déplacement d'un solide par rapport à un autre en connaissant l'évolution temporelle de la matrice 0T_f .

A.2 Liaisons cinématiques

Une liaison cinématique \mathcal{L}_i entre deux corps $i-1$ et i est représentable graphiquement par un symbole. Chaque liaison a une mobilité propre qui est définie à partir des mouvements élémentaires de translation (T) et de rotation (R). Notre convention est proche des notations habituelles en cinématique des solides. Le tableau A.1 reprend le résumé de [Kru03], seul le cardan est représenté différemment.

Nom	Représentation graphique	Symbole	Mobilité
Prismatique		P	1 T
Pivot		R	1 R
Hélicoïdale		H	1 T/R
Pivot Glissant		C	1T+1R
Cardan		U	2R
Rotule		S	3R

Tab. A.1: Représentation des différentes liaisons cinématiques.

A.3 Graphes topologiques

La représentation graphique d'une structure robotique peut quelque fois devenir confuse et être difficile à comprendre dès que plusieurs chaînes cinématiques sont présentes. Dans le but de simplifier la description des structures complexes nous utilisons les graphes topologiques. Ceux-ci permettent une présentation efficace de la cinématique générale d'un bras, quelle que soit son architecture (série, parallèle, hybride). Ces graphes sont composés d'arcs et de sommets correspondants respectivement aux liaisons et aux solides qui composent le mécanisme.

En partant de la base, représentée par une zone hachurée à gauche, chaque chaîne cinématique est décrite en énumérant les différentes pièces (ronds simples) et les différentes articulations (arcs accompagnés d'un symbole de la troisième colonne du tableau A.1). Les chaînes cinématiques se terminent par la droite en étant connectées à l'organe terminal (effecteur) ou à une pièce intermédiaire. Ainsi, il est possible de boucler deux chaînes en liant plus de deux articulations sur une pièce, ce qui signifie qu'une pièce mécanique relie les deux chaînes. Pour distinguer les articulations actives des passives, les symboles exprimant des liaisons cinématiques actionnées sont soulignés.

Ces graphes ont l'inconvénient de ne pas représenter l'agencement géométrique des axes des liaisons, ainsi deux robots avec des graphes identiques peuvent être différents cinématiquement (par exemple une articulation prismatique suivie d'un poignet avec trois axes concourants forment une chaîne PRRR, identique à celle d'un robot de type Scara dont tous les axes sont parallèles).

Dans tous les cas, il est nécessaire de spécifier sur le graphe les éléments nécessaires à la compréhension comme les axes, et d'accompagner celui-ci d'une représentation graphique, ou d'une photo, ce qui permet rapidement de comprendre la structure cinématique.

A.3.1 Désignation des chaînes cinématiques

Lorsque les chaînes cinématiques ne sont pas trop compliquées, nous utiliserons l'écriture des symboles sous forme de texte, de la base vers effecteur. Ainsi les chaînes série sont plus rapidement décrites.

Nous conservons la notation soulignée qui distingue les articulations passives des articulations actives. Par exemple les pattes d'un robot parallèle général du type hexapode s'écrivent $\underline{\text{SPS}}$.

Pour pouvoir écrire textuellement les chaînes cinématiques bouclées, nous introduisons la notation // qui est particulière à ce type de structure. Elle signifie que deux sous-chaînes sont mises en parallèle sur des pièces mécaniques communes au début et à la fin. Ces chaînes ne doivent pas être connectées par une pièce ou une articulation intermédiaire (on qualifiera ces chaînes de disjointes). En suivant cette notation, le robot hexapode général s'écrira $(\underline{\text{SPS}})//(\underline{\text{SPS}})//(\underline{\text{SPS}})//(\underline{\text{SPS}})//(\underline{\text{SPS}})//(\underline{\text{SPS}})$. (De manière identique aux graphes topologiques, une représentation graphique est vivement conseillée.)

A.4 Théorie du vissage, représentation par torseurs

Un torseur cinématique est une représentation compacte d'un champ de vitesse entre deux solides, liés à deux repères \mathcal{F}_{i-1} et \mathcal{F}_i , et exprimé en un point \mathbf{O}_i . Il possède deux composantes, appelées éléments de réduction du torseur :

- la vitesse angulaire de rotation du repère \mathcal{F}_i par rapport à \mathcal{F}_{i-1} , notée $\underline{\omega}_{i/i-1}$;
 - la vitesse linéaire du repère \mathcal{F}_i par rapport à \mathcal{F}_{i-1} , exprimée en un point \mathbf{O}_i , notée $\mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$.
- Nous écrivons ce torseur cinématique comme l'ensemble :

$$\mathcal{S}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} \underline{\omega}_{i/i-1} \\ \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Lors du changement du point d'expression du torseur, seul le moment, c'est à dire la vitesse linéaire, change selon la relation :

$$\mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_j} + \mathbf{O}_i \mathbf{O}_j \wedge \underline{\omega}_{i/i-1} \quad (\text{A.7})$$

Il est à noter que ce torseur peut ensuite être projeté dans un repère \mathcal{F}_0 en notant ${}^0\mathcal{S}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$.

Nous définissons également la représentation par vissage des torseurs unitaires (cinématiques ou non) par :

$$\underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} \underline{\omega}_{i/i-1} \\ \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

dont les éléments de réduction ont les propriétés suivantes :

$$\|\underline{\omega}_{i/i-1}\| = 1 \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{v}_{i, \mathbf{O}_i} = \lambda \underline{\omega}_{i/i-1} + \mathbf{O}_i \mathbf{A} \wedge \underline{\omega}_{i/i-1} \quad (\text{A.10})$$

avec λ appelé le pas du torseur ou *pitch* en anglais (dans le cas cinématique, cela représente le rapport entre le déplacement linéaire et la rotation autour de l'axe [Tsa99]), et \mathbf{A} est un point de l'axe central du torseur. L'axe central est par ailleurs défini comme l'ensemble des points \mathbf{P} tels que le moment du torseur en \mathbf{P} soit parallèle à la résultante. Cet axe est parallèle à la droite support de la résultante $\underline{\omega}_{i/i-1}$. En prenant un torseur quelconque, le pas se déduit par :

$$\lambda = \frac{\underline{\omega}_{i/i-1}^T \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}}{\|\underline{\omega}_{i/i-1}\|^2} \quad (\text{A.11})$$

dans le cas où $\underline{\omega}_{i/i-1} \neq 0$, sinon $\lambda = \infty$.

Par exemple, pour une articulation de type pivot en \mathbf{O}_i d'axe $\underline{\omega}_{i/i-1}$, il n'y a pas de translation, d'où $\lambda = 0$. Le torseur cinématique unitaire s'écrit :

$$\underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} \underline{\omega}_{i/i-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

avec $\|\underline{\omega}_{i/i-1}\| = 1$. Il faut noter que ce torseur a une composante nulle suivant sa résultante en vitesse absolue car il est exprimé en un point de l'axe de révolution. Si ce torseur doit être exprimé en un autre point, il faut utiliser la formule (A.7).

Pour une articulation prismatique d'axe de translation $\mathbf{v}_{i/i-1}$, le pas est infini et le torseur est de la forme :

$$\underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{v}_{i/i-1} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

où $\|\underline{\mathbf{v}}_{i/i-1}\| = 1$. Ce torseur est indépendant du point \mathbf{O}_i en lequel est exprimé le torseur.

A.4.1 Transformation entre représentation par torseur cinématique et matrice homogène d'une articulation

En considérant un mécanisme série dans lequel l'articulation \mathcal{L}_i connecte le segment $i-1$ avec le i , nous définissons les repères adjacents \mathcal{F}_{i-1} et \mathcal{F}_i attachés à la base des segments respectifs comme indiqué sur la figure A.1. Sur cet exemple, une articulation de type pivot est paramétré par l'angle θ . L'axe de rotation instantanée est le vecteur unitaire \mathbf{z}_i .

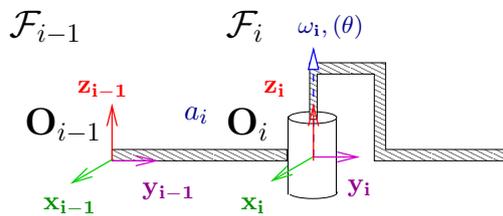


Fig. A.1: Exemple d'un bras série.

Le torseur unitaire associé à cette articulation est :

$$\underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

où l'on remarque que $\lambda = 0$ car la liaison est un pivot ; et la composante de vitesse absolue est nulle puisque le torseur est exprimé au point \mathbf{O}_i qui est un point de l'axe. Le torseur cinématique fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et associé à cette articulation est finalement :

$$\underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \dot{\theta} \cdot \underline{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}. \quad (\text{A.15})$$

Nous cherchons maintenant à traduire le mouvement engendré par le torseur cinématique dont l'amplitude dépend de $\dot{\theta}$ en une matrice homogène de transformation. Pour réaliser ce passage, [MLS94] propose d'utiliser une matrice appelée *matrice des coordonnées du torseur unitaire* qui est définie dans le cas général par

$$\widehat{\underline{\mathcal{S}}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} \widehat{\omega}_{i/i-1} & \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

où $\widehat{\omega}_{i/i-1}$ est la matrice anti-symétrique de pré-produit vectoriel associée à la vitesse angulaire

$$\omega_{i/i-1} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

et

$$\mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

est la vitesse linéaire.

Une propriété remarquable de $\widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ est que son exponentielle correspond à une matrice homogène traduisant le mouvement relatif d'un point entre deux instants, la démonstration mathématique se trouve dans [MLS94]. En calculant l'exponentielle de $\theta \cdot \widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$, les auteurs montrent que :

$$e^{\theta \cdot \widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}} = \begin{bmatrix} e^{\theta \cdot \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}} & (I - e^{\theta \cdot \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}}) (\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} \wedge \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}) + \theta \boldsymbol{\omega}_{i/i-1} \boldsymbol{\omega}_{i/i-1}^T \mathbf{v}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

correspond à un mouvement engendré par le torseur unitaire $\mathbb{S}_{i/i-1, \mathbf{O}_i}$ selon une amplitude liée au paramètre θ (et non $\dot{\theta}$), relativement au point \mathbf{O}_i . Cette matrice ne représente pas exactement un changement entre deux repères, mais le mouvement d'un point par rapport à \mathbf{O}_i entre un instant initial et sa configuration finale. Une analogie peut-être établie en imaginant que l'on a « intégré » le mouvement engendré par le torseur $\dot{\theta} \cdot \mathbb{S}_{i/i-1}$ par rapport au point \mathbf{O}_i (analogie à la solution à une équation différentielle $p(t) = a \cdot \dot{p}(t)$ qui donne $p(t) = e^{a \cdot t} p(0)$).

En multipliant cette matrice par une transformation homogène initiale, elle permet de modéliser une liaison paramétrée par un torseur sous la forme d'un produit matriciel compacte représentant la liaison \mathcal{L}_i , traduisant le mouvement relatif d'un corps i par rapport à un corps $i-1$:

$${}^{i-1}T_i(\theta) = e^{\theta \cdot \widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_{i-1}}} {}^{i-1}T_i(0) \quad (\text{A.20})$$

Il est important de noter que le torseur unitaire \mathbb{S} doit être exprimé à l'origine \mathbf{O}_{i-1} associé au repère \mathcal{F}_{i-1} , ce qui nécessite un changement selon la formule (A.7).

Le calcul effectif de cette matrice dépend de $e^{\theta \cdot \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}}$. Ce terme est donné par la formule appelée *de Rodrigues*, selon

$$e^{\theta \cdot \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}} = I + \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1} s_\theta + \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}^2 (1 - c_\theta) \quad (\text{A.21})$$

soit, après développement :

$$e^{\theta \cdot \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i/i-1}} = \begin{bmatrix} 1 + (w_z^2 + w_y^2)(c_\theta - 1) & w_y w_x (1 - c_\theta) - s_\theta w_z & s_\theta w_y + w_z w_x (1 - c_\theta) \\ s_\theta w_z + w_y w_x (1 - c_\theta) & 1 + (w_z^2 + w_x^2)(c_\theta - 1) & w_z w_y (1 - c_\theta) - s_\theta w_x \\ w_z w_x (1 - c_\theta) - s_\theta w_y & s_\theta w_x + w_z w_y (1 - c_\theta) & 1 + (w_y^2 + w_x^2)(c_\theta - 1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

qui est une matrice de rotation dans le cas où $\|\boldsymbol{\omega}_{i/i-1}\| = 1$. Dans notre exemple, nous obtenons le torseur unitaire :

$$\widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

et son exponentielle devient :

$$e^{\theta \cdot \widehat{\mathbb{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_{i-1}}} = \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 & s_\theta a_i \\ s_\theta & c_\theta & 0 & (1 - c_\theta) a_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.24})$$

Puis, on définit la configuration initiale

$${}^{i-1}T_i(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

qui, par produit avec la précédente matrice, donne la matrice homogène finale représentant le changement de repère paramétré par l'articulation :

$${}^{i-1}T_i(\theta) = e^{\theta \cdot \hat{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_{i-1}}} \cdot {}^{i-1}T_i(0) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 & a_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

On peut noter que dans le cas où seules des liaisons de type pivot sont utilisées, et que leurs points d'expression sont les origines \mathbf{O}_i des repères associés aux axes des pivots, les moments des torseurs cinématiques sont nuls (composante en vitesse linéaire nulle le torseur est exprimé en un point de l'axe du pivot). Ainsi un torseur unitaire représentant une liaison pivot \mathcal{L}_i est donné par

$$\hat{\mathcal{S}}_{i/i-1, \mathbf{O}_i} = [\boldsymbol{\omega}_{i/i-1} \quad 0]^T. \quad (\text{A.27})$$

Une description plus compacte de chaque torseur unitaire peut alors être le couple $(\boldsymbol{\omega}_{i/i-1}, \mathbf{O}_i)$, qui est représentable par six paramètres pour chaque articulation de type pivot.

A.4.2 Exemple : robot série SCARA

Le SCARA² est un type de robot à quatre degrés de liberté qui a pour agencement la mise en série de deux articulations pivot prolongées d'une glissière en mouvement vertical et d'un dernier pivot pour orienter l'effecteur.

Tous les axes sont parallèles comme le montre la figure A.2 où le schéma cinématique est donné. Le graphe topologique présenté à la figure A.3 donne la chaîne complète, depuis la base jusqu'à l'effecteur.

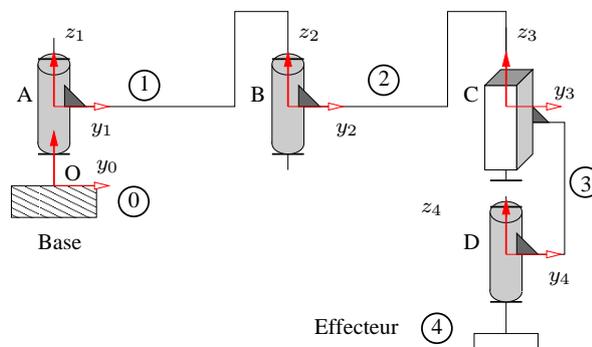


Fig. A.2: Schéma cinématique d'un robot SCARA.

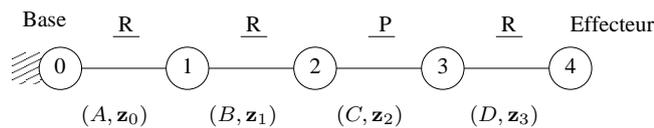


Fig. A.3: Graphe topologique d'un robot SCARA.

Nous pouvons donc décrire ce robot série comme la chaîne ouverte RRPR.

² Selective Compliance Assembly Robot Arm

Paramétrage par torseurs unitaires

En utilisant la convention par torseurs, nous avons le choix des origines des repères intermédiaires, ainsi que de leur orientation. Pour simplifier l'écriture des matrices intermédiaires en configuration initiale, nous choisissons de conserver la même orientation pour tous les repères intermédiaires (la partie rotation devient l'identité). Nous donnons uniquement l'expression locale pour chaque articulation \mathcal{L}_i , c'est à dire son expression dans \mathcal{F}_{i-1} , figurant au tableau A.2.

Articulation	Position du repère i	Expression du torseur unitaire	Paramètre angulaire
\mathcal{L}_1	${}^0\mathbf{OA} = [0 \ 0 \ OA]^T$	$\mathbb{S}_{1/0,\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	q_1
\mathcal{L}_2	${}^1\mathbf{AB} = [0 \ AB \ 0]^T$	$\mathbb{S}_{2/1,\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	q_2
\mathcal{L}_3	${}^2\mathbf{BC} = [0 \ BC \ 0]^T$	$\mathbb{S}_{3/2,\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	q_3
\mathcal{L}_4	${}^3\mathbf{CD} = [0 \ 0 \ -CD]^T$	$\mathbb{S}_{4/3,\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	q_4

Tab. A.2: Définition des torseurs unitaires représentant les articulations d'un robot Scara en configuration initiale.

Calcul du modèle géométrique directe

Il y a deux manière d'utiliser les informations fournies dans le tableau A.2 précédent :

- en utilisant la forme compacte du produit d'exponentielles. Le modèle géométrique direct est obtenu par le produit :

$${}^0T_4(q_1, q_2, q_3, q_4) = e^{q_1 \hat{\mathbb{S}}_{1/0,\mathbf{O}}} \cdot e^{q_2 \hat{\mathbb{S}}_{2/1,\mathbf{O}}} \cdot e^{q_3 \hat{\mathbb{S}}_{3/2,\mathbf{O}}} \cdot e^{q_4 \hat{\mathbb{S}}_{4/3,\mathbf{O}}} \cdot {}^4T_0(0) \quad (\text{A.28})$$

où tous les torseurs unitaires sont exprimés à l'origine du repère \mathcal{F}_0 (en \mathbf{O}) et ${}^4T_0(0)$ est la matrice homogène de transformation entre le repère \mathcal{F}_0 et \mathcal{F}_4 .

- en utilisant la forme locale du produit d'exponentielles. Le modèle géométrique direct devient :

$${}^0T_4(q_1, q_2, q_3, q_4) = e^{q_1 \hat{\mathbb{S}}_{1/0,\mathbf{O}}} \cdot {}^0T_1(0) \cdot e^{q_2 \hat{\mathbb{S}}_{2/1,\mathbf{A}}} \cdot {}^1T_2(0) \cdot e^{q_3 \hat{\mathbb{S}}_{3/2,\mathbf{B}}} \cdot {}^2T_3(0) \cdot e^{q_4 \hat{\mathbb{S}}_{4/3,\mathbf{C}}} \cdot {}^3T_4(0) \quad (\text{A.29})$$

où les torseurs unitaires $(\hat{\mathbb{S}}_{1/0}, \hat{\mathbb{S}}_{2/1}, \hat{\mathbb{S}}_{3/2}, \hat{\mathbb{S}}_{4/3})$ sont respectivement exprimés aux origines $(\mathbf{O}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ des repères intermédiaires $(\mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3)$, et chaque matrice ${}^{i-1}T_i(0)$ représente la configuration initiale entre ces repères.

Développement des calculs dans le premier cas : Nous obtenons pour les torseurs unitaires exprimés au point \mathbf{O} :

$$\hat{\mathbb{S}}_{1/0,\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbb{S}}_{2/1,\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ AB \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbb{S}}_{3/2,\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ AB + BC \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbb{S}}_{4/3,\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

dont les exponentielles sont :

$$e^{q_1 \cdot \hat{\mathbb{S}}_{1/0, \mathbf{O}}} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

$$e^{q_2 \cdot \hat{\mathbb{S}}_{2/1, \mathbf{O}}} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & s_2 AB \\ s_2 & c_2 & 0 & (1 - c_2) AB \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

$$e^{q_3 \cdot \hat{\mathbb{S}}_{3/2, \mathbf{O}}} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & s_3 (AB + BC) \\ s_3 & c_3 & 0 & (1 - c_3) (AB + BC) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

$$e^{q_4 \cdot \hat{\mathbb{S}}_{4/3, \mathbf{O}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.34})$$

La matrice de transformation en configuration initiale étant :

$${}^0T_4(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & AB + BC \\ 0 & 0 & 1 & OA - CD \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.35})$$

nous obtenons le résultat de (A.28) :

$${}^0T_4(q_1, q_2, q_3, q_4) = \begin{bmatrix} c_{1,2,3} & -s_{1,2,3} & 0 & -s_{1,2} BC - s_1 AB \\ s_{1,2,3} & c_{1,2,3} & 0 & c_{1,2} BC + c_1 AB \\ 0 & 0 & 1 & OA - CD + q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.36})$$

On peut vérifier le calcul en prenant par exemple :

$${}^0T_4\left(0, \frac{\pi}{2}, 0, q_4\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -BC \\ 1 & 0 & 0 & AB \\ 0 & 0 & 1 & OA - CD + q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.37})$$

Développement des calculs dans le second cas : Nous obtenons pour les torseurs unitaires exprimés aux origines des repères $i - 1$:

$$\hat{\mathbb{S}}_{1/0, \mathbf{O}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbb{S}}_{2/1, \mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ AB \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbb{S}}_{3/2, \mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ BC \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbb{S}}_{4/3, \mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.38})$$

dont les exponentielles sont :

$$e^{q_1 \widehat{\mathbb{S}}_{1/0, \mathbf{O}}} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

$$e^{q_2 \widehat{\mathbb{S}}_{2/1, \mathbf{A}}} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & s_2 AB \\ s_2 & c_2 & 0 & (1 - c_2) AB \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.40})$$

$$e^{q_3 \widehat{\mathbb{S}}_{3/2, \mathbf{B}}} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & s_3 BC \\ s_3 & c_3 & 0 & (1 - c_3) BC \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.41})$$

$$e^{q_4 \widehat{\mathbb{S}}_{4/3, \mathbf{C}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.42})$$

et les matrices initiales :

$${}^0T_1(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & OA \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.43})$$

$${}^1T_2(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & AB \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.44})$$

$${}^2T_3(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & BC \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.45})$$

$${}^3T_4(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -CD \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.46})$$

nous obtenons alors la matrice résultat de (A.29) :

$${}^0T_4(q_1, q_2, q_3, q_4) = \begin{bmatrix} c_{1,2,3} & -s_{1,2,3} & 0 & -s_{1,2}BC - s_1AB \\ s_{1,2,3} & c_{1,2,3} & 0 & c_{1,2}BC + c_1AB \\ 0 & 0 & 1 & OA - CD + q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.47})$$

qui est identique à (A.36).

Annexe B

PARAMÉTRAGE DE LA STRUCTURE CT-BOT SELON LA CONVENTION DE DENAVIT-HARTENBERG MODIFIÉE

B.1 Convention de Denavit-Hartenberg Modifiée [KD99]

La convention de Denavit-Hartenberg Modifiée est employée pour la description des chaînes cinématiques de robots, en suivant des règles de construction et de placement des repères. Elles permettent de décrire de manière compacte et unique la liaison cinématique \mathcal{L}_i entre deux corps C_i et C_{i+1} . Cette liaison est soit du type prismatique, soit du type pivot, le paramètre variable étant linéaire ou angulaire.

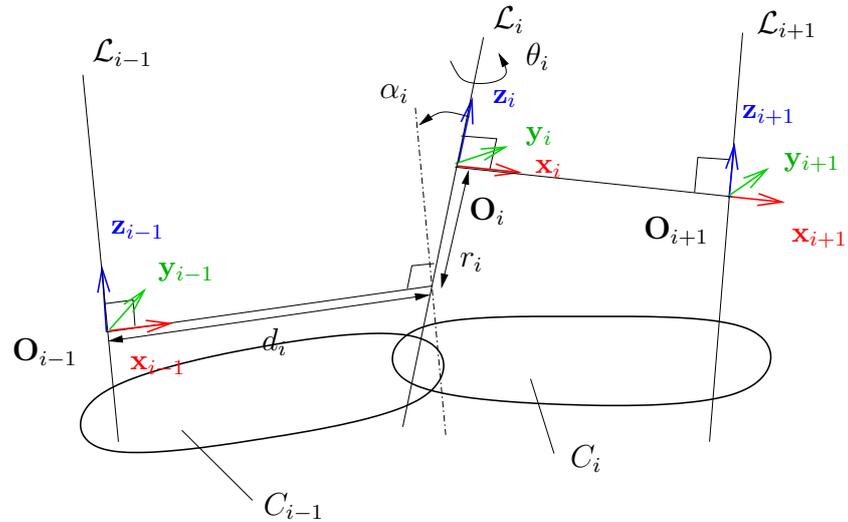


Fig. B.1: Convention de paramétrage de Denavit-Hartenberg Modifiée.

Nous listons ces règles résumées dans [KD99], en s'appuyant sur la figure B.1 :

- le repère \mathcal{F}_i est attaché au corps i , son origine est sur l'axe de la liaison \mathcal{L}_i ;
- La variable articulaire q_i associée à \mathcal{L}_i est soit θ_i , soit r_i selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique. On définit le paramètre $\sigma_i = \{0 \text{ si } \mathcal{L}_i \text{ est rotoïde, } 1 \text{ si } \mathcal{L}_i \text{ est prismatique}\}$;
- l'angle $\alpha_i = (\widehat{\mathbf{z}_{i-1}, \mathbf{z}_i})$ est défini par l'angle algébrique entre les vecteurs \mathbf{z}_{i-1} et \mathbf{z}_i suivant \mathbf{x}_{i-1} ;
- la distance $d_i = \mathbf{O}_{i-1}\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{x}_{i-1}$ est mesurée le long de la perpendiculaire commune aux droites \mathcal{L}_{i-1} et \mathcal{L}_i le long de \mathbf{x}_{i-1} ;
- l'angle $\theta_i = (\widehat{\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}})$ est défini par l'angle algébrique entre les vecteurs \mathbf{x}_{i-1} et \mathbf{x}_i suivant \mathbf{z}_i ;

- la distance $r_i = \mathbf{O}_i \mathbf{O}_{i+1} \cdot \mathbf{z}_i$ est mesurée le long de \mathbf{z}_i entre les droites supports de \mathbf{x}_{i-1} et \mathbf{x}_i ;

Le repère de base et le repère terminal sont des cas particuliers :

- le repère d'origine \mathcal{F}_0 est attaché au corps C_0 (la base). Pour simplifier le paramétrage, on prendra soin de définir :
 - la position de son origine \mathbf{O}_0 sur celle de \mathbf{O}_i (cela annule d_i et r_i) ;
 - la direction de ses axes parallèle à \mathcal{F}_i (annule α_i) ;
- le repère \mathcal{F}_n est attaché au corps C_n . On peut notamment choisir :
 - la direction \mathbf{x}_n colinéaire à \mathbf{x}_{n-1} , cela annule le paramètre r_n .

Il est à noter que les origines des repères de base et terminal ne sont pas identiques à ceux fournis dans la description par torseurs cinématiques au chapitre 4. Pour connecter les chaînes au corps de base et à l'outil terminal, nous aurons besoin d'introduire des matrices homogènes de passage entre le repère de base \mathcal{F}_0 du manipulateur et les repères de base $\mathcal{F}_{0'}$, $\mathcal{F}_{0''}$ et $\mathcal{F}_{0'''}$ des chaînes, ainsi que des matrices de passage entre \mathcal{F}_f et les repères terminaux des chaînes.

B.2 Chaîne C1

En utilisant la convention de Denavit-Hartenberg Modifiée, on obtient les paramètres donnés dans le tableau B.1. Le schéma cinématique correspondant est donné en figure B.2. Le repère d'origine est noté $\mathcal{F}_{0'}$, il est superposé au repère \mathcal{F}_1 .

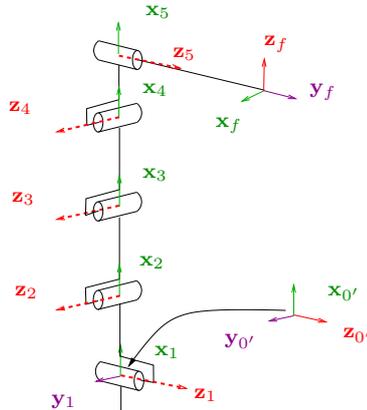


Fig. B.2: Repères associés au paramétrage de Denavit-Hartenberg Modifiée pour la première chaîne. En raison des conventions de DH Modifiée, les repères sont différents de la figure 4.2.

Corps/Liaison \mathcal{L}_i	σ_i	α_i	d_i	θ_i	r_i
1	0	0	0	p_1	0
2	0	$\frac{\pi}{2}$	a_2	p_2	0
3	0	0	a_3	q_3	0
4	0	0	a_4	q_4	0
5	0	$\frac{\pi}{2}$	a_5	p_5	0

Tab. B.1: Paramétrage de Denavit-Hartenberg Modifiée pour la première chaîne.

La connection avec la base du robot se fait en utilisant la matrice homogène de passage

suivante

$${}^0T_{0'} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

La transformation à réaliser entre le repère terminal de DH Modifiée et celui utilisé dans notre modèle géométrique est

$${}^5T_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

B.3 Chaîne C2

Les paramètres sont donnés dans le tableau B.2. Le schéma cinématique correspondant est donné en figure B.3. Le repère d'origine est noté $\mathcal{F}_{0''}$, il est superposé au repère \mathcal{F}_6 .

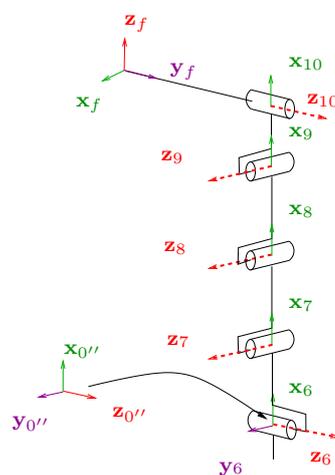


Fig. B.3: Repères associés au paramétrage de Denavit-Hartenberg Modifiée pour la seconde chaîne, à comparer avec 4.3.

Corps/Liaison \mathcal{L}_i	σ_i	α_i	d_i	θ_i	r_i
6	0	0	0	p_6	0
7	0	$-\frac{\pi}{2}$	a_2	p_7	0
8	0	0	a_3	q_8	0
9	0	0	a_4	p_9	0
10	0	$\frac{\pi}{2}$	a_5	p_{10}	0

Tab. B.2: Paramétrage de DH Modifiée pour la seconde chaîne.

La connection avec la base du robot se fait en utilisant la matrice homogène de passage suivante

$${}^0T_{0''} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_0 \\ 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

La transformation à réaliser entre le repère terminal de DH Modifiée et celui utilisé dans notre modèle géométrique est

$${}^{10}T_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

B.4 Chaîne C3

La dernière chaîne est décrite par le tableau B.3. Le schéma cinématique correspondant est donné en figure B.4. Le repère d'origine est noté $\mathcal{F}_{0'''}$, il est superposé au repère \mathcal{F}_{11} .

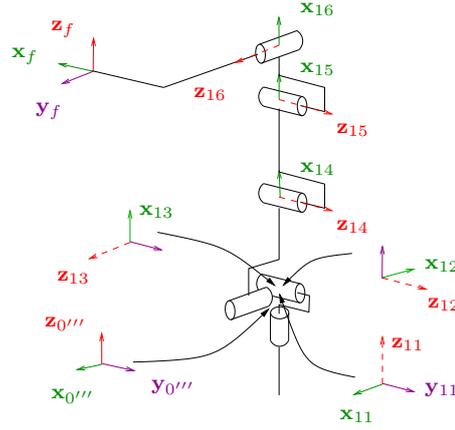


Fig. B.4: Repères associés au paramétrage de Denavit-Hartenberg Modifiée pour la seconde chaîne, à comparer avec 4.4.

Corps/Liaison \mathcal{L}_i	σ_i	α_i	d_i	θ_i	r_i
11	0	0	0	p_{11}	0
12	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	$p_{12} - \frac{\pi}{2}$	0
13	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	p_{13}	0
14	0	$\frac{\pi}{2}$	b_3	q_{14}	0
15	0	0	b_4	q_{15}	0
16	0	$-\frac{\pi}{2}$	b_5	p_{16}	0

Tab. B.3: Paramétrage de DH modifié pour la troisième chaîne.

La connection avec la base du robot se fait en utilisant la matrice homogène de passage suivante

$${}^0T_{0'''} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_0 \\ 0 & 1 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

La transformation à réaliser entre le repère terminal de DH Modifiée et celui utilisé dans notre modèle géométrique est

$${}^{16}T_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & b_7 \\ 1 & 0 & 1 & b_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

Annexe C

RECONSTRUCTION DES IMAGES TOMOGRAPHIQUES

C.1 Méthode de reconstruction algébrique

Les premières techniques de reconstruction étaient itératives. La résolution du problème de reconstruction revenant à l'estimation des paramètres μ_i selon un tableau échantillonné à une taille fixe (chaque case est en réalité un pixel). Les sinogrammes permettent de connaître l'absorption d'un faisceau de rayons X partant de la source jusqu'au capteur qui effectuait la mesure de l'intégrale. Considérons comme exemple la grille des intensités suivantes :

$$\begin{array}{cc|cc} \boxed{1} & \boxed{7} & \Rightarrow & p_1 = 8 \\ \boxed{5} & \boxed{3} & \Rightarrow & p_2 = 8 \\ \Downarrow & \Downarrow & \ni & p_5 = 4 \\ p_3 = 6 & p_4 = 10 & & \end{array}$$

En supposant que la somme p_i sur chaque ligne est mesurée par un capteur, il est possible de résoudre ces équations linéaires de manière itérative et d'estimer ainsi les μ_i équivalents aux intensités de l'image.

Par exemple, avec p_1 et p_2 on a la valeur moyenne des quatre cases ($\frac{p_1+p_2}{4} = 4$), on obtient ainsi une première estimée de l'image $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 4 \\ \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array}$. La mesure de $p_5 = 4$ signifie que la somme de la diagonale actuelle $4 + 4 = 8$ est différente de quatre unités. On distribue alors uniformément l'erreur sur les intensités des cases ($4/2 = 2$ unités par case), soit $\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array}$. De la mesure de p_3 , nous ne pouvons rien déduire. En revanche, p_4 nous amène à ajouter quatre unités sur la colonne deux (soit deux unités par case), donnant l'image suivante $\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 6 \\ \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array}$. Enfin, p_5 conduit à retrancher une unité par case : $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$. On itère alors le processus précédent jusqu'à une précision souhaitée.

Une autre méthode plus directe existe. Elle consiste à inverser matriciellement le système d'équations précédentes. Cette méthode n'est possible qu'à condition de ne prendre en compte que les équations indépendantes, ce qui devient plus complexe à mettre en œuvre. Le temps d'inversion, généralement en $O(N^{3/2})$ avec N le nombre de cases, reste grand et la procédure est sensible aux erreurs de mesure.

C.2 Méthodes fréquentielles - rétroprojection filtrée

En se rappelant du schéma à la figure C.1, on peut définir un repère orienté tournant autour de l'origine selon un angle θ . Ainsi, une distribution de densité $f(x, y)$ représentant l'objet peut

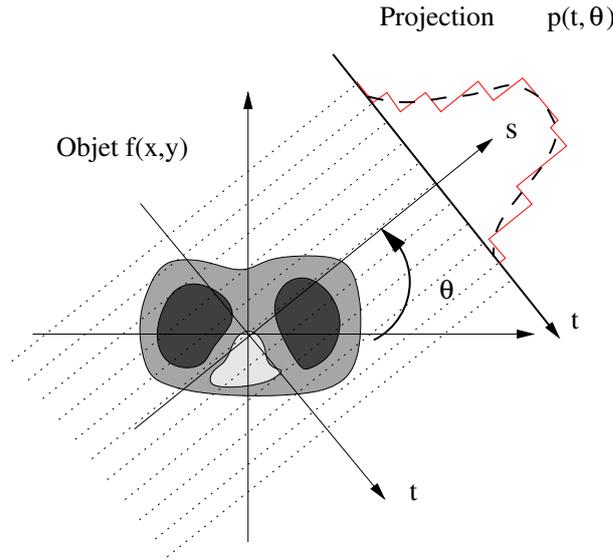


Fig. C.1: Modélisation mathématique d'une projection suivant un angle θ dans les scanners de 1ère génération où les projections étaient considérées comme parallèles.

être réécrite dans ce repère tournant comme ${}^\theta f(t, s)$. Le changement de repère s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (\text{C.1})$$

Si l'on considère la projection suivant l'axe s , on obtient pour la projection la valeur suivante :

$${}^\theta p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} {}^\theta f(t, s) ds. \quad (\text{C.2})$$

La transformée de Fourier de cette projection conduit à

$${}^\theta P(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} {}^\theta p(t) e^{-i2\pi\Omega t} dt \quad (\text{C.3})$$

soit, combinée avec l'équation précédente, la relation

$${}^\theta P(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} {}^\theta f(t, s) e^{-i2\pi\Omega t} dt ds. \quad (\text{C.4})$$

En revenant au repère d'origine (x, y) , nous avons

$${}^\theta P(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (\text{C.5})$$

qui est la transformée de Fourier bidimensionnelle de $f(x, y)$ avec comme variables de Fourier $u = \Omega \cos \theta$ et $v = \Omega \sin \theta$:

$${}^\theta P(\Omega) = F(\Omega \cos \theta, \Omega \sin \theta) = F(u, v). \quad (\text{C.6})$$

Cette dernière équation montre que la transformée de Fourier unidimensionnelle de la projection suivant un angle θ est égale à une ligne dans le plan de Fourier de l'image d'origine. Cette ligne est orientée d'un angle θ . Ce résultat est connu en anglais sous le nom de *Fourier Slice Theorem*, et en français sous le nom de théorème du profil (ou de la coupe) central(e).

Il est assez intuitif de voir que pour une infinité de valeurs (θ, Ω) , on parcourt l'intégralité du plan de Fourier de l'image, puis l'image serait reconstruite par transformée inverse. Il est également simple de s'apercevoir que ceci n'est pas possible concrètement, notamment par les problèmes d'échantillonnage des mesures qui induisent un sous-remplissage du plan de Fourier et une nécessité d'interpolation. Ceci est très inapproprié dans le domaine de Fourier, dont une petite modification peut entraîner des changements importants dans l'image (surtout dans les hautes fréquences). Il est donc nécessaire de trouver une autre approche.

En reprenant la dernière équation et en prenant comme variables de Fourier (u, v) , nous pouvons donc écrire que l'image est la transformée inverse

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{i2\pi(xu+yv)} du dv. \quad (C.7)$$

Soit, après calcul du jacobien de changement de variable (u, v) en (Ω, θ) :

$$du dv = \left| \begin{array}{cc} \partial u / \partial \Omega & \partial u / \partial \theta \\ \partial v / \partial \Omega & \partial v / \partial \theta \end{array} \right| \partial \Omega \partial \theta = \Omega \partial \Omega \partial \theta \quad (C.8)$$

nous obtenons :

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(\Omega \cos \theta, \Omega \sin \theta) e^{i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \Omega \partial \Omega \partial \theta. \quad (C.9)$$

En utilisant (C.6), on obtient

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \theta P(\Omega) e^{i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \Omega \partial \Omega \partial \theta, \quad (C.10)$$

que l'on sépare en deux intégrales car $\cos \theta + \pi = -\cos \theta$ et $\sin \theta + \pi = -\sin \theta$:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \theta P(\Omega) e^{i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \Omega \partial \Omega \partial \theta \\ &+ \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \theta + \pi P(\Omega) e^{-i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \Omega \partial \Omega \partial \theta. \end{aligned} \quad (C.11)$$

Par symétrie de la projection ; $\theta + \pi p(t) = \theta p(-t)$, donc $\theta + \pi P(\Omega) = \theta P(-\Omega)$, ainsi nous arrivons à

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \theta P(\Omega) e^{i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \Omega \partial \Omega \partial \theta \\ &+ \int_0^{\pi} \int_0^{-\infty} \theta P(\Omega) e^{i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} \Omega \partial \Omega \partial \theta, \end{aligned} \quad (C.12)$$

$$= \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta P(\Omega) e^{i2\pi\Omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} |\Omega| \partial \Omega \partial \theta, \quad (C.13)$$

$$\theta f(t, \theta) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta P(\Omega) e^{i2\pi\Omega t} |\Omega| \partial \Omega \partial \theta. \quad (C.14)$$

Ainsi, une ligne d'angle θ dans l'image est reconstruite à partir de la somme selon θ des transformées de Fourier inverses de $\theta P(\Omega)$ filtrées par une fonction $H(\Omega) = |\Omega|$ (équivalente à l'opérateur de dérivée sur p). Cette transformée inverse, pour être définie, doit être de support borné. Ainsi la plupart des algorithmes considèrent des bornes $[-\Gamma; \Gamma]$ pour la fonction de poids, avec Γ choisi afin de respecter le théorème d'échantillonnage de Nyquist pour que Γ soit cohérent avec l'échantillonnage de $\theta P(\Omega)$ (qui est souvent agrandi par des zéros afin d'améliorer le calcul de la FFT).

Cette méthode de reconstruction est connue sous le nom de *rétroprojection filtrée*. C'est la méthode la plus répandue car elle offre des propriétés intéressantes de reconstruction ciblée (fenêtrage), de filtrage du bruit ou des artéfacts, tout en étant très rapide.

Annexe D

BORNES SUR LES ERREURS D'ESTIMATION DE POSE

Une fois le problème d'estimation de pose résolu, nous pouvons utiliser la solution pour fournir une borne de l'erreur commise sur chaque paramètre du vecteur \mathbf{x} , connaissant une borne d'erreur commise lors de la détection des amers visuels (coordonnées des points ${}^{\pi}\mathbf{Q}_i$ en pixel). En général, le traitement d'image ne permet pas d'obtenir des précisions supérieures au dixième de pixel. Il est intéressant d'analyser la propagation de ces erreurs dans nos algorithmes d'estimation.

D.1 Solution des moindres carrés

Pour la résolution par les moindres carrés, nous procédons par linéarisation au premier ordre. Supposons qu'une erreur au premier ordre est réalisée dans l'équation

$$A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b} \quad (\text{D.1})$$

telle que $A' = A + \delta A$ donne une estimation $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \delta \mathbf{x}$. Nous nous intéressons à l'évolution de l'erreur $\delta \mathbf{x} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ d'après les erreurs

$$\delta A = A' - A = \begin{pmatrix} \delta u_1 M_{\widehat{\mathbf{v}}_1} & \delta v_1 M_{\widehat{\mathbf{v}}_1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta u_n M_{\widehat{\mathbf{v}}_n} & \delta v_n M_{\widehat{\mathbf{v}}_n} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

qui sont liées à la détection dans l'image (supposées connues). Les éléments de cette matrice creuse sont identifiables à partir des données de l'image car les algorithmes de segmentation et de calcul du centre d'une tâche induisent nécessairement une précision finie sur leurs résultats. En revanche, nous supposons qu'il n'y a pas d'erreur sur le modèle de l'objet \mathbf{b} , de façon que la relation

$$A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b} \quad (\text{D.3})$$

soit vérifiée quand il n'y a pas de perturbation. Si l'on perturbe la solution avec δA , nous obtenons

$$(A + \delta A)^T (A + \delta A) \mathbf{x}' = (A + \delta A)^T \mathbf{b}. \quad (\text{D.4})$$

En soustrayant ces deux équations, et en gardant uniquement les termes de premier ordre, cela conduit à

$$A^T A \delta \mathbf{x} = \delta A^T \mathbf{b} - (A^T \delta A + \delta A^T A) \mathbf{x}. \quad (\text{D.5})$$

Cette équation est linéaire en fonction de la matrice δA . Comme cette matrice est creuse, nous pouvons normalement exprimer cette dernière équation en fonction des éléments de δA qui sont liés aux termes d'erreurs $(\delta u_i, \delta v_i)$.

Le calcul manuel est hasardeux et complexe, nous avons choisi d'utiliser un logiciel de calcul formel (Maple) afin d'obtenir rapidement les coefficients de chaque terme δu_i et δv_i présents dans (D.5). La solution obtenue peut alors être mise sous la forme :

$$A^T A \delta \mathbf{x} = M \delta \mathbf{e} \quad (\text{D.6})$$

avec le vecteur d'erreur

$$\delta \mathbf{e} = [\delta u_1, \dots, \delta u_n, \delta v_1, \dots, \delta v_n]^T, \quad (\text{D.7})$$

qui représente les variations des données issues de l'image, et M est une matrice $(9 \times 2n)$ dont les $i^{\text{ème}}$ $\in [1, n]$ premières colonnes sont les vecteurs

$$\begin{bmatrix} {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i \left({}^M \widehat{\mathbf{v}}_i^T (2u_i \mathbf{l}_1 + v_i \mathbf{l}_2 + {}^M \mathbf{t}) + {}^M \mathbf{w}_i \right) \\ v_i {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i^T \mathbf{l}_1 \\ {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i {}^M \widehat{\mathbf{v}}_i^T \mathbf{l}_1 \end{bmatrix}, \quad (\text{D.8})$$

tandis que les $j^{\text{ème}}$ $\in [n+1, 2n]$ sont les vecteurs

$$\begin{bmatrix} u_{j-n} {}^M \widehat{\mathbf{v}}_{j-n} {}^M \widehat{\mathbf{v}}_{j-n}^T \mathbf{l}_2 \\ {}^M \widehat{\mathbf{v}}_{j-n} \left({}^M \widehat{\mathbf{v}}_{j-n}^T (u_{j-n} \mathbf{l}_1 + 2v_{j-n} \mathbf{l}_2 + {}^M \mathbf{t}) + {}^M \mathbf{w}_{j-n} \right) \\ {}^M \widehat{\mathbf{v}}_{j-n} {}^M \widehat{\mathbf{v}}_{j-n}^T \mathbf{l}_1 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.9})$$

Sachant que $A^T A$ est une matrice carrée généralement inversible si les conditions (5.2.5) sont respectées, nous avons également la relation

$$\delta \mathbf{x} = (A^T A)^{-1} M \delta \mathbf{e}. \quad (\text{D.10})$$

Cette dernière expression est particulièrement intéressante pour borner les erreurs de reconstruction commises sur $\delta \mathbf{x}$, d'après un vecteur d'erreur $\delta \mathbf{e}$. Pour définir un polyèdre d'erreur, il est nécessaire de chercher l'ensemble des maxima ou des minima de chaque paramètre $\delta \mathbf{x}_i$ en utilisant différentes directions de recherche \mathbf{d}_i . Ce type de problème est souvent traité en optimisation linéaire sous la forme plus classique

$$\delta \mathbf{x}_i = \max_{\delta \mathbf{e}} \mathbf{d}_i^T (A^T A)^{-1} M \delta \mathbf{e}. \quad (\text{D.11})$$

Les directions de recherche peuvent être choisies orthogonales entre elles afin d'obtenir un hyperrectangle d'erreur. Par exemple, en choisissant des directions $\mathbf{d}_i = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$, c'est à dire en ayant un 1 à la $i^{\text{ème}}$ position, la résolution du problème (D.11) donne alors les bornes d'erreur sur le paramètre $\delta \mathbf{x}_i$.

En utilisant ce principe, nous pouvons construire un polyèdre d'erreur basé sur l'enveloppe convexe obtenue depuis toutes les bornes des paramètres de la matrice de rotation ${}^M R_{CT}$ et sur le vecteur de translation ${}^M \mathbf{t}$.

D.2 Bornes sur la méthode itérative

L'équation (5.43) peut être écrite :

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathcal{L}_j \Delta \mathbf{x}_j + \nabla h_j \Delta \mu_j = -\nabla \mathcal{L}_j \\ (\nabla h_j)^T \Delta X_j = -h \end{cases}. \quad (\text{D.12})$$

Comme $\nabla \mathcal{L}_j = \nabla f_j + \mu_j \nabla h$ et $\mu_j = \mu_{j+1} - \Delta \mu_j$ l'équation précédente donne

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathcal{L}_j \Delta \mathbf{x}_j + \nabla h_j \Delta \mu_j = -\nabla f_j - \nabla h_j (\mu_{j+1} - \Delta \mu_j) \\ (\nabla h_j)^T \Delta \mathbf{x}_j = -h_j \end{cases}, \quad (\text{D.13})$$

ce qui se simplifie en

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathcal{L}_j \Delta \mathbf{x}_j + \nabla h_j \mu_{j+1} = -\nabla f_j \\ (\nabla h_j)^T \Delta \mathbf{x}_j = -h_j \end{cases} . \quad (\text{D.14})$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \nabla^2 \mathcal{L} & \nabla h \\ (\nabla h)^T & 0 \end{bmatrix}_j \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_j \\ \mu_{j+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla f \\ h \end{bmatrix}_j . \quad (\text{D.15})$$

Pour calculer les bornes d'erreur, nous supposons que la convergence est réalisée ($j = \infty$), donc que $\Delta \mathbf{x} = 0$, $h(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T C \mathbf{x}$, $\mu = \text{cste}$. Nous définissons alors des perturbations sur A , \mathbf{x} et μ telles que précédemment pour les moindres carrés, en ajoutant la relation $\mu' = \mu + \delta\mu$.

La re-écriture de (D.15) en utilisant nos variables conduit alors à la relation

$$\begin{bmatrix} 2A^T A \mathbf{x} & 2C \mathbf{x} \\ 2(C \mathbf{x})^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2 A^T (A \mathbf{x} - \mathbf{b}) \\ \mathbf{x}^T C \mathbf{x} \end{bmatrix} , \quad (\text{D.16})$$

qui est équivalente à

$$\begin{cases} \mu C \mathbf{x} = -A^T (A \mathbf{x} - \mathbf{b}) \\ \mathbf{x}^T C \mathbf{x} = 0 \end{cases} . \quad (\text{D.17})$$

En appliquant des perturbations sur les variables (considérant que le modèle de l'objet \mathbf{b} est idéal), on obtient le nouveau système

$$\begin{cases} ((A + \delta A)^T (A + \delta A) + (\mu + \delta\mu) C) (\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = (A + \delta A)^T \mathbf{b}, \\ (\mathbf{x} + \delta \mathbf{x})^T C (\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = 0 . \end{cases} \quad (\text{D.18})$$

En développant les relations précédentes pour ne conserver que les termes de premier ordre, nous obtenons

$$\begin{cases} \mu C \delta \mathbf{x} + (\mu + \delta\mu) C \mathbf{x} = -A^T (A \mathbf{x} - \mathbf{b}) - A^T (A \delta \mathbf{x} + \delta A \mathbf{x}) - \delta A^T (A \mathbf{x} - \mathbf{b}), \\ \mathbf{x}^T C \mathbf{x} + \delta \mathbf{x}^T C \mathbf{x} + \mathbf{x}^T C \delta \mathbf{x} = 0. \end{cases} \quad (\text{D.19})$$

La seconde relation est scalaire, ainsi

$$\delta \mathbf{x}^T C \mathbf{x} = \mathbf{x}^T C \delta \mathbf{x} = 0 . \quad (\text{D.20})$$

Finalement, la soustraction des relations (D.17) à (D.19) permet de reformuler le problème sous la forme matricielle suivante

$$\overbrace{\begin{bmatrix} (A^T A + \mu C) & C \mathbf{x} \\ \mathbf{x}^T C & 0 \end{bmatrix}}^H \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta A^T \mathbf{b} - (A^T \delta A + \delta A^T A) \mathbf{x} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (\text{D.21})$$

Le membre de droite de l'équation (D.21) précédente est linéaire en δA et est similaire à l'équation (D.5). En réutilisant les calculs effectués pour les moindres carrés, nous pouvons écrire

$$H \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.22})$$

qui est une formulation semblable à la relation (D.10), soit de manière équivalente

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{x}_j \\ \delta \mu \end{bmatrix} = H^{-1} \begin{bmatrix} M & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{e} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (\text{D.23})$$

Nous pouvons finalement obtenir les bornes d'erreur sur chaque composante du vecteur $[\delta \mathbf{x}^T \ \delta \mu]^T$ en déterminant les solutions du problème de programmation linéaire associé à des directions orthogonales, comme proposé dans l'estimation par les moindres carrés.

BIBLIOGRAPHIE

- [Ame01] American Liver Foundation. Annual report. Rapport technique, A.L.F., 2001.
- [Bal98] Sir Robert S. Ball. *A treatise on the theory of screws*. Cambridge Mathematical Library, Reprint edition, 1998.
- [BAN⁺03] Richard J. Bleicher, David P. Allegra, Dean T. Nora, Thomas F. Wood, Leland J. Foshag, et Anton J. Bilchik. Radiofrequency ablation in 447 complex unresectable liver tumors : Lessons learned. *Annals of Surgical Oncology*, 10, 2003.
- [BBB98] W.L. Bargar, A. Bauer, et M. Borner. Primary and revision total hip replacement using the robodoc system. *Journal of Clinical Orthopedic Related Research*, 354 :82–91, 1998.
- [BCT⁺02] P. J. Berkelman, P. Cinquin, J. Troccaz, J.-M. Ayoubi, C. Létoublon, et F. Bouchard. A compact, compliant laparoscopic endoscope manipulator. Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1870–1875, Washington DC, États-Unis, mai 2002.
- [BFG95] C.W. Burckhardt, P. Flury, et D. Glauser. Stereotactic brain surgery. *IEEE Magazine Engineering in Medicine and Biology*, 14(3) :314–317, mai-juin 1995.
- [BMB⁺05] M. Bock, A. Melzer, H. Bardenheuer, H. Ghaderi, B. Gutmann, H. Zimmermann, et W. Semmler. MR-Guided percutaneous interventions using a robotic assistance system : Initial experiences in a pig model. Dans *Proceedings of the 2005 Conference of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, pages 2665–2670, Miami,FL, USA, mai 2005.
- [Boc21] A. E. M. Bocage. Procédé et dispositifs de radiographie sur plaque en mouvement. 536 464, Institut Français des Brevets, 1921.
- [Bow42] A. K. Bowman. *The Life & Teaching of Sir William Macewen : A Chapter in the History of Surgery, 1st Edition*. William Hodge, London, Glasgow, 1942.
- [BRK⁺03] J. D. Brown, J. Rosen, Y. S. Kim, L. Chang, M. N. Sinanan, et B.Hannaford. In-vivo and in-situ compressive properties of porcine abdominal soft tissues. Dans IOS Press, rédacteur, *Medicine Meets Virtual Reality 2001*, tome 94, pages 26–32, janvier 2003.
- [BRO80] R. A. Brown, TS. S. Roberts, et A. G. Osborne. Stereotactic frame and computer software for CT-directed neurosurgical localization. *Invest. Radiol.*, 15 :308–312, 1980.
- [BUB⁺01] I. Brouwer, J. Ustin, L. Bentley, A. Sherman, N. Dhruv, et F. Tendick. Measuring in vivo animal soft tissue properties for haptic modeling in surgical simulation. Dans *Medicine Meets Virtual Reality 2001*, pages 69–74, 2001.
- [BZC⁺99] G. Brandt, A. Zimolong, L. Carrat, P. Merloz, H.W. Staudte, S. LAvallée, K. Radermacher, et G. Rau. CRIGOS : A compact robot for image-guided orthopedic surgery. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 3(4) :252–260, décembre 1999.
- [BZWF99] M. Breeuwer, W. Zylka, J. Wadley, et A. Falk. Detection and correction of geometric distortion in 3D CT/MR images. Dans *Proceedings of the 1999 Computer Assisted Radiology and Surgery Conference*, pages 11–23, Paris, juin 1999.

- [CBm95] P. Cinquin, E. Bainville, et C. Barbe *et al.* Computer assisted medical interventions. *IEEE Magazine on Engineering in Medicine and Biology*, 14(3) :254–263, mai-juin 1995.
- [Cha03] O. Chavanon. *Aide informatisée aux gestes de chirurgie cardiaque*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I, Laboratoire TIMC, octobre 2003.
- [CHJK00] K. Chinzei, N. Hata, A. Jolesz, et R. Kikinis. Surgical assist robot for the active navigation in the intraoperative MRI : Hardware design issues. Dans *Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 727–732, octobre 2000.
- [Cla91] R. Clavel. *Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, octobre 1991.
- [CN01] K. Cleary et C. Nguyen. State of the art in surgical robotics : clinical applications and technology challenges. *Computer Aided Surgery*, 6 :312–328, 2001.
- [Cor63] A. M. Cormack. Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications. *Journal of Applied Physics*, 34 :2722–2727, 1963.
- [Cor96] P.I. Corke. *Visual control of robots : high performance visual servoing*. Research Studies Press. John Wiley & Sons, 1996.
- [CP03] E. Corbillon et A. I. Pouillé. La chirurgie assistée par ordinateur - rapport d'étape. Rapport technique, Agence Nationale d'Accréditation et d'Evaluation en Santé, 2003.
- [Cre04] Creaholic S.A. Documentation constructeur du miniswys. Rapport technique, 2004.
- [Daa01] V. Daanen. *Suivi 3D de gestes chirurgicaux. Application à l'IRM interventionnelle*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, mai 2001.
- [DCB⁺05] C. Delgorge, F. Courreges, L.A. Bassit, C. Novales, C. Rosenberger, N. Smith-Guerin, C. Bru, R. Gilabert, M. Vannoni, G. Poisson, et P. Vieyres. A tele-operated mobile ultrasound scanner using a light-weight robot. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 9(1) :50–58, mars 2005.
- [DFH⁺97] B. L. Davies, K. L. Fan, R. D. Hibberd, M. Jakopec, et S. J. Harris. ACROBOT - using robots and surgeons synergistically in knee surgery. Dans *8th International Conference on Advanced Robotics*, pages 173–178, juillet 1997.
- [DiM03] S. P. DiMaio. *Needle Motion Simulation and Planning for Applications in Soft Tissues*. Thèse de doctorat, University of British Columbia, septembre 2003.
- [DS02] S. P. DiMaio et S. E. Salcudean. Needle insertion modelling and simulation. Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2098–2105, Washington DC, USA, mai 2002. ICRA'02.
- [DS03a] S. P. DiMaio et S. E. Salcudean. Needle insertion modelling and simulation. *IEEE Transactions on Robotic and Automation*, 5(19) :864–875, 2003.
- [DS03b] S. P. DiMaio et S. E. Salcudean. Needle steering and model-based trajectory planning. Dans *Proceedings of Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)*, pages 33–40, Montréal, Canada, novembre 2003.
- [DT99] Barry Daly et Philip A. Templeton. Real-time ct fluoroscopy : Evolution of an interventional tool. *Radiology*, 211(2) :309–15, mai 1999.
- [Duc02] G. Duchemin. *Commande et programmation d'un robot d'assistance au geste médical pour des tâches de suivi au contact de tissus mous*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, LIRMM, décembre 2002.

- [DZQH01] J. Dai, Y. Zhu, H. Qu, et Y. Hu. An algorithm for stereotactic localization by computed tomography or magnetic resonance imaging. *Physics in Medicine and Biology*, 46 :N1–N7, 2001.
- [FB81] M. A. Fischler et R. C. Bolles. Random sample consensus : A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6) :381–395, 1981.
- [FDM⁺04] G. Fichtinger, A. Deguet, K. Masamune, G. Fischer, E. Balogh, H. Mathieu, R.H. Taylor, L.M. Fayad, et S.J. Zinreich. Needle insertion in CT scanner with image overlay : Cadaver studies. Dans *Proceedings of Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)*, St Malo, France, 2004.
- [FDP⁺02] G. Fichtinger, T. L. DeWeese, A. Patriciu, A. Tanacs, D. Mazilu, J. H. Anderson, K. Masamune, R. H. Taylor, et D. Stoianovici. Robotically assisted prostate biopsy and therapy with intra-operative CT guidance. *Journal of Academic Radiology*, 9 :60–74, 2002.
- [Fun93] Y. C. Fung. *Biomechanics : mechanical properties of living tissues*. Springer-Verlag, seconde édition, 1993.
- [GBJ⁺94] A. Gangi, Kastler B., Arhan J.M., Klinkert A., Grampp J.M., et Dietemann J.L. A compact laser beam guidance system for interventional CT. *Journal of Computer Assisted Tomography*, 18(2) :326–328, 1994.
- [GBY02] M. Ghodoussi, S.E. Butner, et W. Yulun. Robotics surgery - the transatlantic case. Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, tome 2, pages 1882–1888, 11-15 mai 2002.
- [GCGC93] K.W. Grace, J.E. Colgate, M.R. Glucksberg, et J.H. Chun. A six degree of freedom micromanipulator for ophthalmic surgery. Dans *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, tome 1, pages 630–635, mai 1993.
- [GCK⁺03] P. Grunert, K. Charalampaki, M. Kassen, H. Boecher-Schwarz, R. Filippi, et P. Grunert Jr. Frame-based and frameless stereotaxy in the localization of cavernous angiomas. *NeuroSurgery Review*, 26(1) :53–61, janvier 2003.
- [GD94] A. Gangi et J.-L. Dietemann. *Tomodensitométrie Interventionnelle*. Editions Vigot, PARIS, 1994.
- [GFVB91] D. Glauser, P. Flury, N. Villotte, et C.W. Burckhardt. Conception of a robot dedicated to neurosurgical operations. Dans *Proceedings of the 1991 International Conference on Advanced Robotics*, pages 899–904, 19-22 juin 1991.
- [GGM⁺04] R. Ginhoux, J. Gangloff, M. de Mathelin, L. Soler, M. Arenas-Sanchez, et J. Marescaux. Beating heart tracking in robotic surgery using 500 Hz visual servoing, model predictive control and an adaptive observer. Dans *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New-Orleans, États-Unis, avril 2004.
- [GH95] D. Goryn et S. Hein. On the estimation of rigid body rotation from noisy data. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(12) :1219–1220, décembre 1995.
- [Gin03] R. Ginhoux. *Compensation des mouvements physiologiques en chirurgie robotisée par commande prédictive*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg I, LSIIT, décembre 2003.
- [Gir02] F. Giraud. *Modélisation Causale et Commande d'un Actionneur piézo-électrique à Onde Progressive*. Thèse de doctorat, Université de Lille I, LEEPL, 2002.

- [Gm96] G. H. Golub et C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. John Hopkins University Press, 1996.
- [GMMF99] P. Grunert, J. Maürer, et W. Müller-Forell. Accuracy of stereotactic coordinate transformation using a localisation frame and computed tomographic imaging. *Neurosurgery*, 22 :173–203, 1999.
- [GMO02] O. Gerovichev, P. Marayong, et A. Okamura. The effect of visual and haptic feedback on manual and teleoperated needle insertion. Dans *Proceedings of Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)*, pages 147–154, Tokyo, Japan, septembre 2002.
- [GMO04] O. Gerovichev, P. Marayong, et A. Okamura. The effect of visual and haptic feedback on manual and teleoperated needle insertion. *Computer Aided Surgery*, 9(6) :243–249, 2004.
- [Gri90] E. Grimson. *Object Recognition by Computer : The Role of Geometric Constraint*. MIT Press, 1990.
- [GS00] G.S. Guthart et J.K. Salisbury. The intuitive telesurgery system : overview and application. Dans *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 618–621, 24-28 avril 2000.
- [HA76] J. R. Haaga et R. J. Alfidi. Presize biopsy localization by computed tomography. *Radiology*, 118 :603–607, 1976.
- [Har97] R. I. Hartley. In defense of the eight-point algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6) :580–593, juin 1997.
- [HDH⁺02] J.S. Hong, T. Dohi, M. Hasizume, K. Konishi, et N. Hata. A motion adaptable needle placement instrument based on tumor specific ultrasonic image segmentation. Dans *Proceedings of the 2002 Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention Conference*, Tokyo, Japon, septembre 2002.
- [HDH⁺04] J. Hong, T. Dohi, M. Hashizume, K. Konishi, et N. Hata. An ultrasound-driven needle-insertion robot for percutaneous cholecystostomy. *Physics in Medicine and Biology*, pages 441–455, 2004. IOP Publishing Ltd.
- [HDT05] M. Heverly, P. Dupont, et J. Tiedman. Trajectory optimization for dynamic needle insertion. Dans *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1646–1651, 18-22 avril 2005.
- [HM99] Robert D. Howe et Yoky Matsuoka. Robotics for surgery. *Annual Reviews in Biomedical Engineering*, 1 :211–240, 1999. Annual Reviews.
- [Ho83] C.-S. Ho. Precision of digital vision systems. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 5(6) :593–601, novembre 1983.
- [Hou76] N. Hounsfield. Historical notes on computerized axial tomography. *Journal of the Canadian Association of Radiologists*, 27 :135–142, 1976.
- [HS96] H. H. Holm et B. Skjoldbye. Interventional ultrasound. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 22(7) :773–789, 1996.
- [Hsi03] Jiang Hsieh. *Computed tomography : principles, design, artifacts, and recent advances*. SPIE Press monograph, 2003.
- [Hun78] K. Hunt. *Kinematic Geometry of Mechanisms*. Oxford Engineering Series, Clarendon Press, 1978.
- [HZ00] R. Hartley et A. Zisserman. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge University Press, 2000.
- [ImP01] ImPACT. Technology update no. 2, real-time CT and CT fluoroscopy. Rapport technique, St George’s Hospital, Londres, 2001.

- [Ins04] Polytech P.I. / Physic Instrumente. Documentation constructeur. Rapport technique, 2004.
- [KAT⁺94] K. Katada, H. Anno, G. Takeshita, Y. Ogura, S. Koga, Y. Ida, K. Nonomura, T. Kanno, A. Ohashi, et S. Sata. Development of real-time ct fluoroscopy. *Nippon Igaku Hoshasen Gakkai Zasshi, Résumé - article en japonais*, 54(12) :1172–4, 25 octobre 1994.
- [KD99] W. Khalil et E. Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots*. Ed. Hermès Science Publications, deuxième édition, 1999.
- [KFK⁺03] Gernot Kronreif, Martin Fürst, Joachim Kettenbach, Michael Figl, et Rudolf Hanel. Robotic guidance for percutaneous interventions. *Journal of Advanced Robotics*, 17(6) :541–560, septembre 2003.
- [KHJH88] Y. S. Kwoh, J. Hou, E. Jonckheere, et S. Hayati. A robot with improved absolute positioning accuracy for CT guided stereotatic brain surgery. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 35(2) :153–160, février 1988.
- [KK86] W. Khalil et J. Kleinfinger. A new geometric notation for open and closed loop robots. Dans *Proceedings of the 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 75–79, San Francisco, avril 1986.
- [KL04] J. A. Kaufman et M. J. Lee. *Vascular and Interventional Radiology - The Requisites*. Mosby Ed., 2004.
- [Kru03] S. Krut. *Contributions à l'étude des robots parallèles légers, 3T-1R et 3T-2R, à forts débattements angulaires*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, novembre 2003.
- [KSF⁺04] A. Krieger, R.C. Susil, G. Fichtinger, E. Atalar, et L.L. Whitcomb. Design of a novel MRI compatible manipulator for image guided prostate intervention. Dans *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 377–382, 2004.
- [KWD⁺00] R. Kloeppe, T. Weisse, F. Deckert, W. Wilke, et S. Pecher. Ct-guided interventions using a patient laser marker system. *European Journal of Radiology*, 10 :1010–1014, 2000. Springer-Verlag.
- [Lar00] A. C. Lardo. Real-time magnetic resonance imaging : Diagnostic and interventional applications. *Pediatric Cardiology*, 21(1) :80–98, 2000.
- [Leb51] H. Lebert. *Traité pratique des maladies cancéreuses et des affections curables confondues avec le cancer*. Baillière Ed., Paris, 1851.
- [Lek49] L. Leksell. A stereotactic apparatus for intracerebral surgery. *Acta Chir. Scandinavia*, 99 :229–233, 1949.
- [LFC02] S. Lee, G. Fichtinger, et G. S. Chirikjian. Numerical algorithms for spatial registration of line fiducials from cross-sectional images. *American Association of Physicists in Medicine*, 29(8) :1881–1891, août 2002.
- [LHH04] Q. Li, Z. Huang, et J.M. Hervé. Type synthesis of 3r2t 5-dof parallel mechanisms using the lie group of displacements. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(3) :173–180, avril 2004.
- [LTG⁺92] S. Lavalée, J. Troccaz, L. Gaborit, P. Cinquin, A.L. Benabid, et D. Hoffmann. Image guided operating robot : a clinical application in stereotactic neurosurgery. Dans *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, tome 1, pages 618–624, Nice, France, mai 1992.
- [Mau99] W. Maurel. *3D Modeling of the Human Upper Limb Including the Biomechanics of Joints, Muscles and Soft Tissues*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1999.

- [MBB⁺04] B. Maurin, L. Barbe, B. Bayle, P. Zanne, J. Gangloff, M. de Mathelin, A. Gangi, et A. Forgionne. In vivo study of forces during needle insertions. Dans *Proceedings of the 2004 Medical Robotics, Navigation and Visualisation Scientific Workshop*, RheinAhrCampus, Remagen, Germany, mars 2004.
- [MDG⁺05a] B. Maurin, C. Doignon, J. Gangloff, B. Bayle, M. de Mathelin, O. Piccin, et A. Gangi. Ct-bot : A stereotactic-guided robotic assistant for percutaneous procedures of the abdomen. Dans *Proceedings of the 2005 SPIE Conference on Medical Imaging*, San Diego, USA, février 2005.
- [MDG⁺05b] B. Maurin, C. Doignon, J. Gangloff, B. Bayle, M. de Mathelin, O. Piccin, et A. Gangi. Needle tip positioning on the abdomen with a novel stereotaxic robotic assistant. Dans *les actes de la conférence SURGETICA*, Chambéry, France, janvier 2005.
- [MDMG03] B. Maurin, C. Doignon, M. de Mathelin, et A. Gangi. Pose reconstruction with an uncalibrated computed tomography imaging device. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 455–460, juin 2003.
- [MDMG05] B. Maurin, C. Doignon, M. de Mathelin, et A. Gangi. Algorithmes de reconstruction de pose automatique pour la radiologie interventionnelle assistée par ordinateur. Dans *Congrès Francophone ORASIS*, Clermont-Ferrand, France, mai 2005.
- [Mer97] Jean-Pierre Merlet. *Les robots parallèles, 2nd édition*. Edition Hermès, 1997.
- [Mer02] J.P. Merlet. Optimal design for the micro parallel robot MIPS. Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington D.C., États-Unis, mai 2002.
- [MFP⁺01] K. Masamune, G. Fichtinger, A. Patriciu, R. C. Susil, R. H. Taylor, L. R. Kavoussi, J. H. Anderson, I. Sakuma, T. Dohi, et D. Stoianovici. System for robotically assisted percutaneous procedures with computer tomography guidance. *Computer Aided Surgery*, 6 :370 – 383, 2001.
- [MGB⁺04] B. Maurin, J. Gangloff, B. Bayle, M. de Mathelin, O. Piccin, P. Zanne, C. Doignon, L. Soler, et A. Gangi. A parallel robotic system with force sensors for percutaneous procedures under CT-guidance. Dans *Proceedings of the 2004 Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention Conference (in press)*, St-Malo, France, septembre 2004.
- [MLG⁺01] J. Marescaux, J. Leroy, M. Gagner, F. Rubino, D. Mutter, M. Vix, S. E. Butner, et M .K. Smith. Transatlantic robot-assisted telesurgery. *Nature*, 413 :379–380, septembre 2001.
- [MLS94] R. M. Murray, Z. Li, et S. S. Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994.
- [MMG⁺04] M. de Mathelin, B. Maurin, J. Gangloff, O. Piccin, et B. Bayle. Dispositif de positionnement. dépôt provisionnel de brevet américain numéro 60/612,503, Université Louis Pasteur, 2004.
- [MMG⁺05a] M. de Mathelin, B. Maurin, J. Gangloff, O. Piccin, et B. Bayle. Dispositif d'enfoncement. demande brevet français numéro 050216, Université Louis Pasteur, 2005.
- [MMG⁺05b] M. de Mathelin, B. Maurin, J. Gangloff, O. Piccin, et B. Bayle. Dispositif robotique de positionnement et d'orientation et appareil porte-aiguille comprenant un tel dispositif. demande de brevet international numéro PCT \ SR05 \ 02357, Université Louis Pasteur, 2005.

- [MPB⁺04a] B. Maurin, O. Piccin, B. Bayle, J. Gangloff, et M. de Mathelin. A parallel 5 dof positioner for semi-spherical workspaces. Dans *Proceedings of the 2004 ASME Design Engineering Technical Conferences*, Salt Lake City, USA, octobre 2004.
- [MPB⁺04b] B. Maurin, O. Piccin, B. Bayle, J. Gangloff, M. de Mathelin, L. Soler, et A. Gangi. A new robotic system for CT-guided percutaneous procedures with haptic feedback. Dans *Proceedings of the 2004 Computer Assisted Radiology and Surgery Congress*, Chicago, USA, juin 2004.
- [MSD⁺95] K. Masamune, E. Kobayashi and Y. Masutani and M. Suzuki, T. Dohi, H. Iseki, , et K. Takakura. Development of an MRI-compatible needle insertion manipulator for stereotactic neurosurgery. *Journal of Image Guided Surgery*, 1 :242–248, 1995.
- [MSP⁺03] P.S. Morgan, A. Sepehri, J. Punt, P. Byrne, A. Moody, T. Carter, S. Davis, et P. Finlay. The application accuracy of the pathfinder neurosurgical robot. Dans *Proceedings of the 2003 Computer Assisted Radiology and Surgery Conference*, London QEII Conference Centre, United Kingdom, 25-18 juin 2003. CARS.
- [NBL⁺00] N. Navab, B. Bascle, M. H. Loser, B. Geiger, et R. H. Taylor. Visual servoing for automatic and uncalibrated needle placement for percutaneous procedures. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 2327–2334, Hilton Head, South Carolina, juin 2000.
- [NGP⁺05] S. Nicolau, A. Garcia, X. Pennec, L. Soler, et N. Ayache. An augmented reality system to guide radio-frequency tumour ablation. *Computer Animation and Virtual World*, 16(1) :1–10, 2005.
- [NP05] Kelvin K. Ng et Ronnie T. Poon. Radiofrequency ablation for malignant liver tumor. *Journal of Surgical Oncology*, 14(1) :41–52, juillet 2005.
- [OJ01] Mark P. Ottensmeyer et John Kenneth Salisbury Jr. In vivo data acquisition instrument for solid organ mechanical property measurement. Dans *Proceedings of the 2001 International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, Lecture Notes in Computer Science, pages 975–982, Utrecht, Pays-Bas, 14-17 octobre 2001. Springer.
- [OSO04] A. M. Okamura, C. Simone, et M. D. O’Leary. Force modeling for needle insertion into soft tissue. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 51(10) :1707–1716, 2004.
- [Par94] F. C. Park. Computational aspects of the product-of-exponentials formula for robot kinematics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(3) :643–667, mars 1994.
- [Phi03] P. Philippon. L’exploration par l’image. *Le journal de l’Institut Curie*, 56 :7–10, novembre 2003.
- [PMB⁺05] O. Piccin, B. Maurin, B. Bayle, J. Gangloff, et M. de Mathelin. Conception d’un robot médical téléopéré à retour d’efforts. Dans *17 ème Congrès Français de Mécanique*, septembre 2005.
- [PRB⁺05] O. Piccin, P. Renaud, L. Barbé, B. Bayle, B. Maurin, et M. de Mathelin. A robotized needle insertion device for percutaneous procedures. Dans *Proceedings of the 2005 ASME Design Engineering Technical Conferences*, septembre 2005.
- [QL99] L. Quan et Z. Lan. Linear n-point camera pose determination. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(8) :774–780, août 1999.
- [Rao96] S. S. Rao. *Engineering Optimization Theory and Practice*. Wiley Interscience Publication. John Wiley&Sons, 1996.
- [Ros99] Paul L. Rosin. Robust pose estimation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (PartB)*, 29(2), avril 1999.

- [Rov00] A. Rovetta. Telerobotic surgery control and safety. Dans *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2895–2900, San Francisco, États-Unis, 24-28 avril 2000.
- [RTI⁺01] C. N. Riviere, A. Thakral, I.I. Iordachita, G. Mitroi, et D. Stoianovici. Predicting respiratory motion for active canceling during percutaneous needle insertion. Dans *Proceedings of the 2001 IEEE EMBS International Conference*, tome 3, pages 3477–3480, Istanbul, Turquie, 25-28 octobre 2001.
- [SAT99] R. C. Susil, J. H. Anderson, et R. H. Taylor. A single image registration method for CT guided interventions. Dans *Proceedings of the 1999 International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 798–808, Cambridge, Royaume-Unis, septembre 1999.
- [SBZ⁺03] M. Shoham, M. Burman, E. Zehavi, L. Joskowicz, E. Batkilin, et Y. Kunicher. Bone-mounted miniature robot for surgical procedures : Concept and clinical applications. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 19(5) :893–901, octobre 2003.
- [SCP⁺03] D. Stoianovici, K. Cleary, A. Patriciu, D. Mazilu, A. Stanimir, N. Craciunoiu, V. Watson, et L. Kavoussi. AcuBot : a robot for radiological interventions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 19(5) :927–930, octobre 2003.
- [SCRDD⁺97] D. Stoianovici, J. A. Cadeddu, H. A. Basile R. D. Demaree, R. H. Taylor, L. L. Whitcomb, et L. R. Kavoussi. A novel mechanical transmission applied to percutaneous renal access. *Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Division*, DSC-Vol. 61 :401–406, 1997.
- [Shi03] Shinsei Corporation. Documentation constructeur du USR-30. Rapport technique, 2003.
- [SHL03] D. Schauer, A. Hein, et T. C. Lueth. Robopoint – an autoclavable interactive miniature robot for surgery and interventional radiology. *International Congress Series*, 1256 :555–560, juin 2003.
- [Sim02] C. Simone. *Modeling of Needle Insertion Forces for Percutaneous Therapies*. Mémoire de master, Department of Mechanical Engineering, Université Johns Hopkins, États-Unis, mai 2002.
- [SIT⁺01] Luigi Solbiati, Tiziana Ierace, Massimo Tonolini, Valeria Osti, et Luca Cova. Radiofrequency thermal ablation of hepatic metastases. *European Journal of Ultrasound*, 13 :149–158, 2001.
- [SLN00] T. Siméon, J.-P. Laumond, et C. Nissoux. Visibility based probabilistic roadmaps for motion planning. *Advanced Robotics*, 14(6), 2000.
- [SO02] C. Simone et A. M. Okamura. Modeling of needle insertion forces for robot-assisted percutaneous therapy. Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2085–2091, Washington, DC, USA, mai 2002.
- [STA⁺99] Stuart Silverman, Kemal Tuncali, Douglass Adams, Richard Nawfel, Kelly Zou, et Philip Judy. CT fluoroscopy-guided abdominal interventions : Techniques, results, and radiation exposure. *Radiology*, 212 :673–681, 1999.
- [STCB00] O. Schneider, J. Troccaz, O. Chavanon, et D. Blin. Padyc : a synergistic robot for cardiac puncturing. Dans *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2883–2888, San Francisco, États-Unis, 24-28 avril 2000.
- [SV89] M. W. Spong et M. Vidyasagar. *Robot dynamics and control*. Wiley, New York, 1989.

- [SWA⁺98] D. Stoianovici, L. L. Whitcomb, J. H. Anderson, R. H. Taylor, et L. R. Kavoussi. A modular surgical robotic system for image guided percutaneous procedures. Dans *Proceedings of the 1998 International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, Cambridge, États-Unis, octobre 1998.
- [TAVA⁺04] E. Taillant, J.C. Avila-Vilchis, C. Allegrini, I. Bricault, et P. Cinquin. CT and MR compatible light puncture robot : Architectural design and first experiments. Dans *Proceedings of the International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 145–152, septembre 2004.
- [Tay02] R. H. Taylor. Medical robotics and computer aided surgery, septembre 2002. Web PDF Hands-out of presentation at MICCAI'02, "http://www.cs.jhu.edu/~rht/Talks/CIS-MICCAI-Tutorial-handouts.pdf".
- [TCB⁺05] J. Troccaz, P. Cinquin, P. Berkelman, A. Vilchis-Gonzales, et E. Doidard. *Surgical robots at TIMC : where we are and where we go*. Springer Tracts in Advanced Robotics, 2005.
- [Tec03] Cedrat Technologies. Documentation. Rapport technique, 2003.
- [Ter03] P. Terdiman. OPCODE 1.3 - optimized collision detection, <http://www.codercorner.com/Opcode.htm>, 2003.
- [TLBM96] R. H. Taylor, S. Lavalée, G. Burdea, et R. Mosges. *Computer Integrated Surgery : Technology and Clinical Applications*. MIT Press, Cambridge, États-Unis, 1996.
- [TLH93] J. Troccaz, S. Lavalée, et E. Hellion. A passive arm with dynamic constraints : a solution to safety problems in medical robotics. Dans *Proceedings of the 1993 International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pages 166–171, 17-20 octobre 1993.
- [TPD98] J. Troccaz, M. Peshkin, et B. Davies. Guiding systems for computer-aided surgery : introducing synergistic devices and discussing the different approaches. *Medical Image Analysis*, 2(2) :101–119, juin 1998.
- [Tro00] J. Troccaz. *Applications non manufacturières de la robotique*. Hermès Paris, 2000.
- [Tsa99] L. W. Tsai. *Robot Analysis : The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. John Wiley and Sons, 1999.
- [Tsa01] L. W. Tsai. *Mechanism Design : enumeration of kinematic structures according to function*. Mechanical Engineering series. CRC Press, 2001.
- [Ume91] S. Umeyama. Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(4) :376–380, avril 1991.
- [Var99] P. Varley. Techniques for development of safety-related software for surgical robots. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 3(4) :261–267, décembre 1999.
- [VG03] Adriana Vilchis-Gonzales. *Télé-échographie robotisée*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I, Laboratoire TIMC, janvier 2003.
- [VPA⁺02] D. Voirin, Y. Payan, M. Amavizca, C. Létoublon, et J. Trocaz. Computer-aided hepatic tumour ablation : requirements and preliminary results. *Comptes Rendus Biologies*, 325(4) :309–319, avril 2002.
- [VTC⁺03] Adriana Vilchis, Jocelyne Troccaz, Phillipe Cinquin, Kohji Masuda, et Franck Pelissier. A new robot architecture for tele-echography. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 19(5) :922–926, octobre 2003.
- [WKK04] S. Weidner, W. Kellner, et H. Keller. Interventional radiology and the musculoskeletal system. *Best Practice and Research Clinical Rheumatology*, 18(6) :945–956, décembre 2004.

- [WTF04] Andrew D. Wiles, David G. Thompson, et Donald D. Frantz. Accuracy assessment and interpretation for optical tracking systems. Dans *Proceedings of the 2004 SPIE Medical Imaging*, n°5367, San Diego, États-Unis, février 2004.
- [ZKRS02] M. Zimmermann, R. Krishnan, A. Raabe, et V. Seifert. Robot-assisted navigated neuroendoscopy. *Neurosurgery Online*, 51(6) :1446–1452, décembre 2002.
- [ZS92] V.B. Zamanov et Z.M. Sotirov. Parallel manipulators in robotics. Dans *Proceedings of the International Symposium on Robotics, Mechatronics, and Manufacturing Systems*, pages 409–418. IMACS/SICE 92, septembre 1992.
- [ZW96] W. Zylka et H.-A. Wischmann. On geometric distortions in CT images. Dans *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Engineering in Medicine and Biology*, pages 1120–1121, Amsterdam, Pays-Bas, octobre 1996.