

THÈSE DE DOCTORAT
(mention sciences)

présentée à l'Université Louis Pasteur - Strasbourg I

par **Anne Sieminski**

École et Observatoire des Sciences de la Terre
Institut de Physique du Globe de Strasbourg
Laboratoire de Sismologie

en vue de l'obtention du titre de
Docteur de l'Université Louis Pasteur
Spécialité : Géophysique Interne

Tomographie du manteau supérieur antarctique par les ondes de surface multimodes - Etude en théorie des rais et apport d'une théorie de propagation à fréquence finie

Soutenue le 30 mars 2005,
devant la Commission d'Examen composée de :

Michel CAMPILLO Rapporteur externe
Michel CARA Rapporteur interne
Anne DAVAILLE Examinatrice
Eric DEBAYLE Invité
Jean-Jacques LÉVÊQUE Directeur de thèse
Jeannot TRAMPERT Rapporteur externe

Remerciements

Il est difficile de remercier en quelques mots à juste mesure tous ceux et toutes celles qui m'auront aidée à mener à bien cette thèse.

J'ai tout d'abord eu la grande chance d'avoir pour directeur de thèse Jean-Jacques Lévêque. Tout en m'ayant laissé une grande liberté, il a toujours été disponible pour répondre à mes nombreux doutes et questions. J'ai pu profiter au cours de ces quatre années de sa compétence et de sa rigueur. J'espère retenir la leçon.

Ce travail ne serait également pas ce qu'il est sans Eric Debayle. D'abord parce que la première partie de cette thèse consiste en une application de la "tomographie classique de l'IPGS" dont Eric a été l'un des principaux développeurs. Ce travail s'inscrit de plus dans la construction du modèle global dont Eric est aussi le "maître d'œuvre". Il a été non seulement un guide enthousiaste dans la compréhension et l'application de cette méthode mais ses conseils avisés, ses remarques ont aussi eu un poids considérable dans la seconde partie de mon travail. Je le remercie donc sincèrement.

Je voudrais aussi remercier les membres de mon jury qui ont bien voulu consacrer une partie de leur temps précieux à ma thèse : Michel Campillo, Michel Cara, Anne Davaille et Jeannot Trampert. Je tiens aussi à remercier ce dernier de me donner la chance de commencer une nouvelle aventure à Utrecht.

Je souhaite ensuite exprimer toute ma gratitude à l'ensemble des personnels de l'EOST pour ces six années passées à leurs côtés. J'ai une pensée particulière pour Hilaire Legros, mon tuteur pédagogique pendant ma carrière de monitrice qui m'a fait partager son intérêt pour l'enseignement, Luis Rivera dont j'aurai probablement encore besoin entre autre des compétences en analyse numérique et Valérie Ansel pour la confiance qu'elle m'a accordée dans le cadre du Musée de Sismologie et pour les discussions très instructives autour d'un bol de soupe aux légumes. Je tiens aussi à remercier Janine Fischbach et Monique Willer pour leur dévouement et leur extraordinaires sympathie et gentillesse.

Mais ceux que j'aurai le plus embêtés à l'EOST sont bien-sûr mes camarades doctorants, ATER et post-doctorants : mes "grandes sœurs" Agathe et Alessia, Audrey, Valérie, Olivier, Juan, Pierre-Jean, Alexis, Nicolas, Jérôme, Jeff, Jean, Gwenn, Benoît, Sophie, Sophie,

Mickaël, Sana, Rosaria, Séverine, Erwan, Guillaume et une mention spéciale à celui qui m'a supportée le plus longtemps, Gidéon. Merci à vous tous.

Enfin, le succès de ce travail n'aurait également pas été possible sans le constant soutien moral et psychologique de ma famille : mes parents, mon petit frère et mes grands-mères. Je les remercie donc de l'attention et de la patience qu'ils ont montrées alors que l'intérêt de l'exploration du manteau supérieur antarctique par les ondes de surface leur a sans doute paru un peu lointain.

Résumé

La tomographie sismique est un outil essentiel à la compréhension de la dynamique du manteau, notamment parce qu'elle pourrait imager les mouvements de convection. Dans la première partie de cette thèse, nous réalisons une tomographie en vitesse d'onde S du manteau supérieur antarctique par l'analyse d'ondes de surface multimodes, ce qui assure une bonne résolution verticale jusqu'à au moins la zone de transition. La résolution latérale est aussi meilleure que celle des études précédentes. Ont ainsi été imagées des anomalies lentes profondément enracinées sous l'Antarctique de l'Ouest. Ces anomalies sont des éléments nouveaux importants pour discuter l'origine du volcanisme de cette région. Cette étude s'insère de plus dans la construction d'un modèle global du manteau supérieur.

La précision de ces images reste toutefois insuffisante pour détecter des objets étroits tels que les panaches mantelliques. Avec les données habituelles, la taille de ces structures approche en fait la limite théorique de la résolution latérale en théorie des rais, utilisée classiquement en tomographie. Afin d'améliorer la précision des images, la seconde partie de cette thèse propose donc une méthode de tomographie intégrant une théorie de propagation à fréquence finie dérivée du scattering linéarisé, plus précise.

Appliquée à des données synthétiques, cette tomographie à fréquence finie remplit bien son objectif en donnant effectivement des images plus précises. Appliquée aux données réelles de l'Antarctique, les résultats ne sont pas aussi convaincants et on a même du mal à voir une amélioration des images. D'après ces premiers résultats, raffiner la théorie de propagation tel que nous l'avons fait ici ne semble donc pas être la solution décisive pour faire progresser d'un grand pas l'imagerie du manteau par les ondes de surface, du moins avec la qualité des données actuelles. D'autres aspects de la propagation restent à explorer.

Abstract

Seismic tomography is a crucial tool to understand mantle dynamics particularly because it is a good way to image the convection motions. The first part of this work is a S-wave velocity tomography of Antarctica upper mantle by the analysis of multimode surface waves. Using these data insures a high vertical resolution down to at least the transition zone. The lateral resolution is also better than in previous studies. We have imaged deeply-rooted low-velocity anomalies beneath West Antarctica that are new and important elements to discuss the origin of the regional volcanism. This study is also part of the building of a global upper mantle model.

However, these images are not accurate enough to detect narrow objects like mantle plumes. With the usual data set, the size of such structures is actually close to the theoretical limit of the lateral resolution in ray theory, commonly used in tomography. To improve the accuracy of the images, in the second part of this work, we therefore propose a tomography method including a finite frequency wave propagation deduced from first-order scattering theory, more precise than ray theory.

Applied to synthetic data, this finite frequency tomography indeed succeeds in producing more precise images. When applied to the real antarctic data set, the results are not however convincing. An improvement of the imaging is even hardly observed. From these first results, improving the propagation theory as we have done here thus does not appear to be the conclusive solution to make tremendous progress in seismic imaging of the mantle from surface waves, at least with the quality of the present data sets. Other aspects of wave propagation should now be explored.

Table des matières

Introduction	1
1 Généralités sur les tomographies régionales classiques en ondes de surface	5
1.1 Rappels sur les ondes de surface	5
1.2 Propagation des ondes selon la théorie des rais	9
1.3 Rappels sur les méthodes classiques de tomographie régionale	12
1.3.1 Méthodes par cartes de dispersion	12
1.3.2 Méthodes par modélisation de forme d'ondes	13
2 Tomographie classique : application à l'Antarctique	17
2.1 Article : Seismic evidence for deep low-velocity anomalies in the transition zone beneath West Antarctica	18
Abstract	18
2.1.1 Introduction	18
2.1.2 Data	20
2.1.3 Tomographic procedure	21
2.1.4 Tomographic maps	23
2.1.5 Synthetic experiments	31
2.1.6 Discussion	35
References	38
2.2 Limites de cette étude et possibles améliorations	41
3 Tomographie à fréquence finie : théorie	49

3.1	Généralités sur la sensibilité des ondes à fréquence finie	49
3.2	Zones de Fresnel	50
3.2.1	Définition classique	50
3.2.2	Un critère d'application de la théorie des rais	51
3.2.3	Limites du concept des zones de Fresnel	52
3.3	Scattering linéarisé	52
3.3.1	Une théorie simplifiée du scattering linéarisé	52
3.3.2	Adaptation aux données issues de la modélisation de forme d'ondes	61
3.3.3	Analyse de la sensibilité des ondes sous cette description	64
3.4	Incorporation de la sensibilité en scattering linéarisé en tomographie	71
3.4.1	Régionalisation	71
3.4.2	Inversion en $\beta(z)$	77
3.5	Conclusions sur le scattering linéarisé et son introduction en tomographie .	79
4	Tomographie à fréquence finie : tests synthétiques et application aux données antarctiques	81
4.1	Tests synthétiques	82
4.1.1	Description de l'expérience	82
4.1.2	Premiers résultats	84
4.1.3	Discussion et tests supplémentaires	86
4.1.4	Bilan des tests	91
4.2	Application aux données réelles antarctiques	93
4.2.1	Régionalisation	93
4.2.2	Inversion en $\beta(z)$	100
4.3	Conclusions de ces premières applications de la tomographie à fréquence finie	106
	Conclusion générale et perspectives	109
	Bibliographie	115
A	Article : Can finite-frequency effects be accounted for in ray theory surface wave tomography ?	123

Article : Can finite-frequency effects be accounted for in ray theory surface wave tomography ?	123
Abstract	123
A.1 Introduction	123
A.2 Finite-size sensitivity zones	124
A.3 Synthetic tests and results	125
A.4 Discussion	130
References	131

Introduction

Notre connaissance actuelle de la structure du manteau terrestre provient en grande partie de l'analyse des ondes sismiques générées par les tremblements de terre. Ces ondes étant sensibles à certaines des propriétés des milieux dans lesquels elles se sont propagées, elles sont porteuses d'informations sur la structure de la Terre, informations qu'il est possible d'extraire des sismogrammes. Si le modèle radial moyen de la Terre est maintenant bien établi (Dziewonski et Anderson, 1981 ; Kennett et Engdahl, 1991), les efforts se focalisent depuis une vingtaine d'années (Woodhouse et Dziewonski, 1984 ; Nataf et al., 1986) sur la construction de tomographies sismiques cartographiant les variations régionales des propriétés du milieu relativement au modèle moyen. Une des motivations des tomographies du manteau est l'étude de la convection qui s'y produit. Les ondes sismiques étant sensibles à la température des milieux qu'elles traversent, on espère imager ainsi les cellules de convection avec suffisamment de détail pour faire progresser notre compréhension de la convection et de la structure du manteau.

Les différents modèles actuels de convection du manteau s'accordent pour considérer les plaques subductées comme les mouvements descendants froids des cellules de convection, les mouvements ascendants chauds se faisant sous la forme de panaches mantelliques, généralement associés au volcanisme de point chaud. Ces modèles divergent toutefois sur la profondeur de pénétration maximale des plaques subductées et la profondeur d'origine des panaches mantelliques (voir par exemple Davies et Richards, 1992 ; Hofman, 1997 ; Tackley, 2000 ; Anderson, 2000). Un point clé pour valider l'un ou l'autre de ces modèles serait de détecter des échanges de matière entre le manteau supérieur et le manteau inférieur, à travers la zone de transition (entre 410 km et 670 km de profondeur) et au-delà. Ceci fait de la zone de transition une région cruciale pour la compréhension de la dynamique du manteau. Les résultats récents de tomographie semblent montrer que les plaques subductées peuvent traverser cette zone (Grand, 1994 ; van der Hilst et al., 1997 ; van der Voo et al., 1999 ; Ritsema et van Heijst, 2000). Les plaques subductées sont des structures assez contrastées et de taille importante, de ce fait elles apparaissent aujourd'hui assez clairement dans toute tomographie. Au contraire, les hypothétiques panaches mantelliques pourraient plutôt être alimentés par des conduits dont l'extension latérale dans le manteau est faible, de l'ordre

d'une centaine de kilomètres (Griffiths et Campbell, 1990 ; Davies et Richards, 1992 ; Ito et al., 1996 ; Davaille, 1999). Les perturbations associées à ces structures sont de plus probablement assez peu marquées. Ces caractéristiques supposées en feraient ainsi des objets difficiles à mettre en évidence en tomographie (Nataf et VanDecar, 1993), en particulier dans la zone de transition.

Pour faire progresser notre connaissance de la dynamique du manteau, il serait donc nécessaire d'avoir non seulement une image à haute résolution permettant de détecter ces petites structures mais aussi d'avoir cette image à l'échelle globale pour une vision d'ensemble du manteau. Si les ondes de volume échantillonnent bien le manteau inférieur (en-dessous de 1000 km de profondeur), ce sont en fait les ondes de surface qui, du fait de leur propagation dans les couches superficielles du manteau, parallèlement à la surface, donnent la meilleure résolution verticale dans la partie supérieure du manteau, tout en assurant une couverture globale assez homogène. L'analyse des ondes de surface est donc essentielle pour résoudre les problèmes posés ci-dessus. Or les tomographies actuelles en ondes de surface les plus détaillées ne sont ni globales, ni suffisamment résolventes verticalement et horizontalement, spécialement dans la zone de transition.

Disposant d'une méthode de tomographie en onde de surface ayant fait ses preuves (Debayle et Lévêque, 1997 ; Debayle et Kennett, 2000b ; Debayle et al., 2001), l'équipe de sismologie de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg (IPGS) a récemment entrepris de construire un modèle global du manteau supérieur et de la zone de transition (Debayle et al., 2005) par inversion d'un grand nombre de données couvrant toute la planète. La méthode de tomographie de l'IPGS repose sur une technique robuste d'analyse du mode fondamental et des modes harmoniques des ondes de surface. Les modes harmoniques sont en effet indispensables pour avoir de la sensibilité jusqu'à la zone de transition. Par commodité, l'inversion de chaque sismogramme de la base de données globale est d'abord validée dans le cadre de la construction d'un modèle régional (Debayle et Kennett, 2000b ; Debayle et al., 2001 ; Priestley et Debayle, 2003 ; Pilidou et al., 2004 ; Maggi et al., 2004), avant d'être réutilisée dans le modèle global. Dans la première partie de cette thèse, nous avons participé à la construction du modèle global en traitant les données concernant l'Antarctique et les régions avoisinantes.

La résolution latérale de ce modèle global, pourtant meilleure que celle des modèles globaux précédents, n'est encore que de quelques centaines de kilomètres. Certains auteurs ont suggéré qu'il ne serait pas possible de descendre en-dessous de cette valeur avec la théorie de propagation des ondes utilisée classiquement en tomographie (Spetzler et al., 2001 ; Ritzwoller et al., 2002). Les tomographies sont en effet traditionnellement basées sur une représentation simple de la propagation des ondes suivant une théorie des rais simplifiée. Dans cette théorie, les ondes de surface sont supposées se propager sur le grand cercle source-station, sans couplage de modes, en étant sensibles à la structure en profon-

leur moyenne le long du trajet sur une zone de largeur infinitésimale. Cette description correspond en fait à la propagation de l'énergie très haute fréquence ("fréquence infinie"). La théorie des rais ne prédit pas correctement le champ d'onde dans des milieux où les hétérogénéités sont de taille comparable à la longueur d'onde du champ d'onde (Kravtsov et Orlov, 1990 ; Wang et Dahlen, 1995 ; Spetzler et Snieder, 2001). La longueur d'onde des ondes de surface analysées dans les tomographies classiques étant de l'ordre de quelques centaines de kilomètres, il semblerait donc effectivement difficile à première vue d'avoir une meilleure résolution latérale que cette valeur et par conséquent d'imager des panaches mantelliques étroits et peu contrastés avec cette théorie.

Une des solutions proposées pour améliorer les techniques d'imagerie est de remplacer la théorie des rais par une description de la propagation à fréquence finie, plus précise. Ces raffinements de la représentation de la propagation ont été au cœur de nombreuses études dans les années 1990 - début 2000 (Snieder et Nolet, 1987 ; Snieder, 1988 ; Marquering et al., 1999 ; Friederich, 1999 ; Yoshizawa et Kennett, 2002). Ces études ont finalement débouché récemment sur la publication de tomographies globales, en ondes de surface mais aussi en ondes de volume, réalisées à partir de théories de la diffraction. Ainsi Montelli et al. (2004a, 2004b) ont proposé un modèle global à partir de temps de trajets d'onde P et PP dans lequel apparaissent assez clairement une trentaine de panaches, de quelques centaines de kilomètres de large, sous la plupart des points chauds reconnus. Seuls six de leurs panaches se prolongent dans le manteau inférieur. D'autres semblent confinés au manteau supérieur, suggérant l'existence de plusieurs type de points chauds et de formes de panache associées (Davaille, 1999 ; Courtillot et al., 2003). Ritzwoller et al. (2002) ont eux présenté un modèle global en onde de surface. Leur modèle montre quelques changements par rapport aux modèles classiques en théorie des rais surtout dans les zones océaniques, couvertes par des trajets longs. Mais leur étude est limitée à l'analyse du mode fondamental, ce qui ne leur donne pas une bonne résolution en-dessous de 200-250 km de profondeur. Le second objectif de cette thèse a alors été d'incorporer dans la méthode de tomographie de l'IPGS une théorie de propagation à fréquence finie. La méthode de l'IPGS étant basée sur l'analyse du mode fondamental et des modes harmoniques, avec cette évolution elle devrait continuer à avoir une meilleure résolution verticale dans le manteau supérieur que les études de Ritzwoller et al. (2002) et Montelli et al. (2004a, 2004b), tout en bénéficiant d'une résolution latérale améliorée.

Cette thèse s'ouvre par quelques rappels généraux sur les tomographies régionales en ondes de surface en insistant sur la théorie des rais telle qu'elle est utilisée classiquement dans ces méthodes. Le premier chapitre retrace également les grandes lignes de la méthode de tomographie de l'IPGS utilisée pour le modèle global. Le chapitre 2 est consacré à l'application de cette méthode à l'étude de l'Antarctique. Ce travail, contribution au modèle global, est aussi la première étude régionale du manteau supérieur de cette région avec

les modes harmoniques des ondes de surface. Plusieurs pistes sont ensuite possibles pour améliorer la théorie de propagation des ondes en tomographie. Comme la plupart des études en ondes de surface précédentes sur le sujet, nous nous sommes ici focalisés sur la prise en compte de la sensibilité des ondes de part et d'autre du grand cercle sur une zone de taille finie. Le chapitre 3 étudie une version simplifiée d'une théorie linéarisée du scattering décrivant ce type de sensibilité (Snieder, 2002a, 2002b). Cette théorie de propagation à fréquence finie, une fois adaptée, s'incorpore assez facilement à la méthode de tomographie de l'IPGS, ce qui permet de proposer une tomographie à fréquence finie basée sur la méthode de l'IPGS et intégrant ce raffinement. Compte tenu de l'augmentation importante du temps de calcul pour arriver à un modèle 3D en vitesse d'onde S avec ce changement de théorie, il nous a semblé important d'analyser son apport réel pour la tomographie. Dans le chapitre 4, des tests synthétiques simples sont menés dans ce but. Ces tests montrent par ailleurs que les insuffisances de la théorie des rais devant les effets "fréquence finie" de la propagation peuvent être compensées par un choix judicieux des données et de la régularisation de l'inversion. Pour compléter les tests et vérifier son efficacité et sa justesse face à des données réelles, notre tomographie à fréquence finie est, pour finir, confrontée aux données de l'Antarctique déjà traitées dans le chapitre 2.

Chapitre 1

Généralités sur les tomographies régionales classiques en ondes de surface

Avant d'aborder l'étude régionale du manteau supérieur antarctique, premier objectif de cette thèse, il est important de faire quelques rappels sur les ondes de surface et les méthodes classiques de tomographie régionale utilisant ces ondes. La plupart des méthodes classiques de tomographie supposent une propagation des ondes selon la théorie des rais. Les approximations de cette théorie et ses conditions d'application sont discutées dans ce chapitre. Nous insistons aussi particulièrement sur la méthode de tomographie de l'IPGS basée sur une modélisation de forme d'ondes.

1.1 Rappels sur les ondes de surface

Les ondes de surface correspondent généralement à la phase la plus longue et la plus énergétique d'un enregistrement sismique d'un gros tremblement de terre en champ lointain. Ces ondes se propagent parallèlement à la surface de la Terre et leur amplitude en profondeur ne dépend pas de la position horizontale (hormis d'un facteur lié à l'atténuation). Ce sont donc des ondes progressives horizontalement et stationnaires en profondeur. Elles peuvent être vues comme des interférences entre des ondes de volume à la surface de la Terre. Dans un milieu isotrope, on distingue deux familles d'ondes. Les ondes de Love sont enregistrées sur la composante transversale des sismogrammes. Elles ont donc une polarisation transversale c'est à dire qu'elles sont associées à des déplacements de particules dans le plan horizontal orthogonal à la direction de propagation. Elles peuvent être décrites comme le résultat d'interférences entre les ondes SH. Les ondes de Rayleigh sont elles enregistrées

sur les composantes longitudinale et verticale. Leur polarisation est elliptique rétrograde dans le plan vertical de la direction de propagation. Elles correspondent à des interférences entre des ondes P et des ondes SV.

Ces ondes se propageant suivant la surface de la Terre, on peut montrer que leur atténuation géométrique est en $1/\sqrt{\sin \Delta}$ où Δ est la distance angulaire parcourue (seules les ondes se propageant sur des distances inférieures à 180° seront considérées dans ce travail). Les ondes de volume s'atténuent elles en $1/X$, avec X la distance linéaire parcourue. C'est cette différence, couplée à une atténuation physique plus forte des ondes haute fréquence, qui explique que les ondes de surface sont dominantes sur les enregistrements en champ lointain.

Une propriété intéressante des ondes de surface est qu'elles sont dispersives c'est-à-dire que leur vitesse de propagation dépend de leur période T . Cette vitesse de propagation pour une période individuelle donnée est appelée vitesse de phase c . La vitesse de propagation d'un paquet d'ondes sur une plage de périodes autour d'une période dominante est la vitesse de groupe U , qui est en fait la vitesse de propagation de l'énergie. On a la relation $U = d\omega/dk$ avec k le nombre d'onde égal à $2\pi/\lambda$ (λ étant la longueur d'onde et $\lambda = cT$) et ω la pulsation ($\omega = 2\pi/T$). L'explication du caractère dispersif des ondes de surface est que pour chaque longueur d'onde λ , elles échantillonnent le milieu sur un intervalle de profondeurs différent. Les propriétés élastiques du milieu variant avec la profondeur, la vitesse à laquelle se propage l'onde varie ainsi avec la période.

D'après le mode de propagation de ces ondes, il est possible d'écrire le déplacement associé dans le domaine temporel, et pour commencer dans un milieu plan, en coordonnées cartésiennes (x, y, z) , sous la forme suivante (par exemple Aki et Richards, 1980)

$$\vec{u}(x, y, z, t) = \vec{D}(z)e^{i(\omega t - kx)} \quad (1.1)$$

l'onde se propageant dans la direction x . La fonction-déplacement $\vec{D}(z)$ décrit la partie stationnaire de l'onde en profondeur. Le déplacement \vec{u} doit vérifier certaines conditions aux limites en plus de satisfaire l'équation d'onde. S'il existe des solutions de l'équation (1.1), pour une valeur fixée de ω , les conditions aux limites imposent généralement qu'il n'y ait que certaines valeurs possibles de k , distinctes, ce qui se résume par la notation $k_p(\omega)$. Pour une pulsation donnée, plusieurs nombres d'onde sont alors possibles $k_0(\omega)$, $k_1(\omega)$, $k_2(\omega)$... Ainsi, les vitesses de phase sont fixées pour une pulsation donnée et on a la relation de dispersion $c_p = \omega/k_p$. Si plusieurs solutions existent, alors il y a aussi plusieurs fonctions-déplacements $\vec{D}_p(\omega)$ et l'indice p correspond en fait au nombre de fois que cette fonction s'annule (nombre de nœuds). Pour $p = 0$, on parle du mode fondamental et pour $p \neq 0$ des modes harmoniques ($p = 1$ pour le premier harmonique, $p = 2$, pour le deuxième, ...). Pour illustrer cette propriété, la figure 1.1 montre les fonctions-déplacements d'une onde de Rayleigh pour différents modes et périodes. Il existe plusieurs façons de calculer

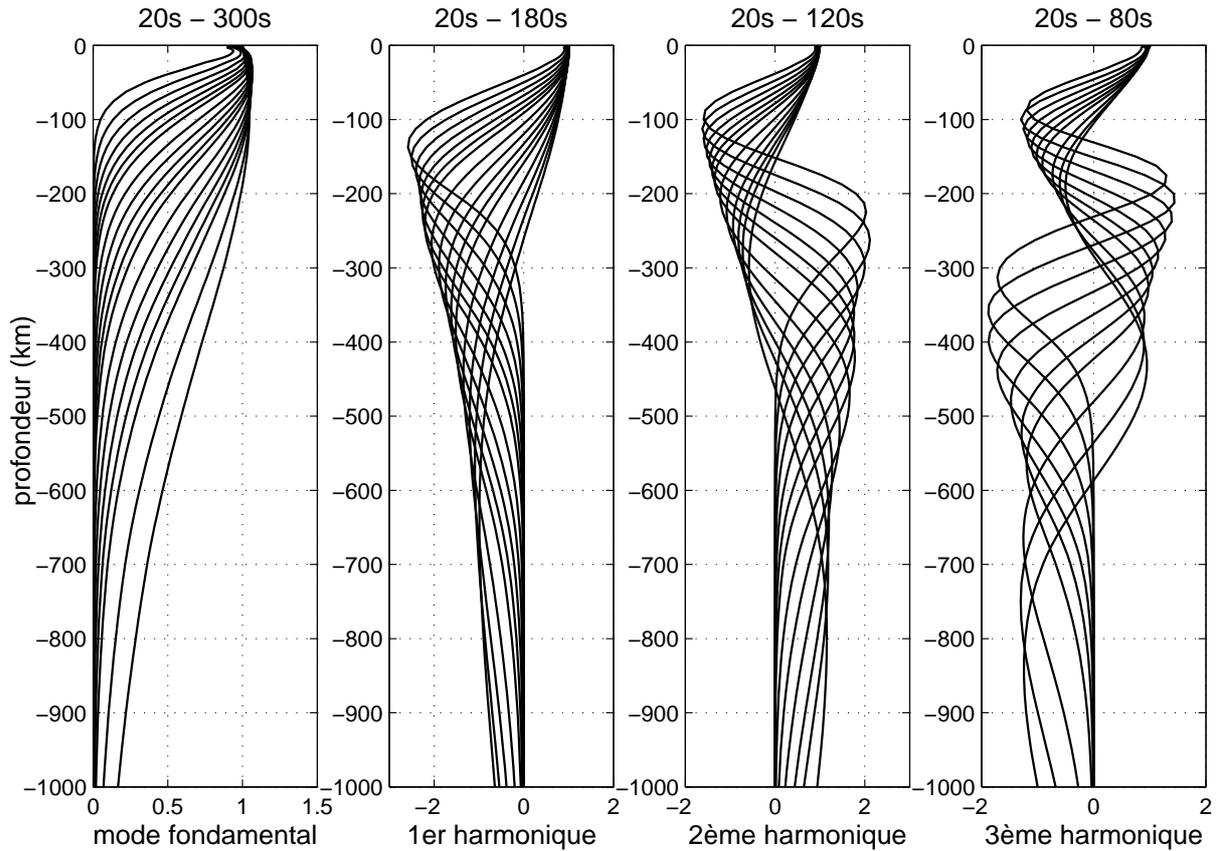


FIG. 1.1 – *Fonctions-déplacements (déplacements verticaux) d'une onde de Rayleigh pour différents modes et périodes. L'intervalle de périodes dans lequel les déplacements sont calculés est donné pour chaque mode en haut du graphe correspondant. Le modèle de Terre utilisé pour le calcul est PREM (Dziewonski et Anderson, 1981).*

ces fonctions-déplacements. Pour cette figure, comme dans la suite de ce travail, nous avons suivi le formalisme de Takeuchi et Saito (1972) valable pour une Terre à symétrie sphérique. Certains modes harmoniques n'existent pas pour une pulsation ω donnée. A chaque mode est associée une fréquence de coupure, dépendante du milieu, au-dessous de laquelle le mode n'existe plus. Cette fréquence est d'autant plus grande que le rang du mode est élevé. Ainsi c'est le mode fondamental qui domine les enregistrements basse fréquence. Les modes harmoniques sont générés préférentiellement par les sources profondes, les séismes superficiels excitant plus le mode fondamental.

Les ondes de surface peuvent aussi être traitées comme les modes d'oscillation propres haute fréquence de la Terre, les ondes de Love étant associées aux modes toroïdaux et les ondes de Rayleigh aux modes sphéroïdaux. Les oscillations propres d'une surface sphérique sont régies, dans le domaine des fréquences, par l'équation de Helmholtz (par exemple

Snieder, 2001)

$$\vec{\nabla}_1^2 \chi + k^2 \chi = 0 \quad (1.2)$$

en deux dimensions (2D), le laplacien $\vec{\nabla}_1^2$ ne faisant intervenir que deux dérivées partielles (par exemple suivant θ (colatitude) et ϕ (longitude) en coordonnées sphériques). Comme les ondes de volume, les déplacements relatifs aux ondes de surface peuvent s'écrire avec des potentiels χ (par exemple Aki et Richards, 1980 ; Tanimoto, 1990 ; Tromp et Dahlen, 1993). Pour un vecteur déplacement \vec{u} satisfaisant l'équation du mouvement, les potentiels χ vérifient justement l'équation de Helmholtz en 2D (1.2) (Tanimoto, 1990 ; Tromp et Dahlen, 1993). Par comparaison, les potentiels des ondes de volume satisfont l'équation de Helmholtz pour une propagation en 3D (en coordonnées sphériques, il faudrait ajouter au laplacien une dérivée suivant r (rayon)). Les solutions de (1.2) en coordonnées sphériques sont les harmoniques sphériques $Y_l^m(\theta, \phi)$, avec l et m , les nombres quantiques, entiers tels que $-l \leq m \leq l$. Les harmoniques sphériques sont associées aux polynômes de Legendre dont l'expression asymptotique, pour $m = 0$ (et $\Delta \downarrow 180^\circ$), est (par exemple Snieder, 2001)

$$P_l^0(\cos \Delta) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi l \sin \Delta}} \cos\left(\left(l + \frac{1}{2}\right)\Delta - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.3)$$

Le $\frac{\pi}{4}$ provient du passage à la forme asymptotique, valable en champ lointain, ce qui, sur une sphère, signifie

$$\sin \Delta \gg \frac{m}{l + \frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

De (1.3), on déduit que la longueur d'onde λ associée aux polynômes de Legendre est $(2\pi R)/(l + \frac{1}{2})$, R étant le rayon terrestre, $l + \frac{1}{2}$ correspond ainsi au nombre de longueur d'onde pour faire un tour de Terre. On reconnaît dans (1.3) l'atténuation géométrique ($1/\sqrt{\sin \Delta}$) et le terme de phase $(l + \frac{1}{2})\Delta$. La solution de l'équation de Helmholtz en 2D (1.2) en milieu plan (décrit en coordonnées cylindriques) s'écrit avec la fonction de Bessel $J_m(kX)$ dont l'expression asymptotique (pour $kX \gg 1$), pour $m = 0$, est (par exemple Snieder, 2001)

$$J_0(kX) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi kX}} \cos\left(kX - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.5)$$

avec k le nombre d'onde et X la distance parcourue (égale à $R\Delta$). En constatant que $kX = (l + \frac{1}{2})\Delta$, il est intéressant de noter que l'on peut passer de l'expression d'une propagation en milieu plan (1.5) à celle d'une propagation sur une sphère (1.3) en multipliant l'expression en milieu plan par $\sqrt{\Delta}/\sqrt{\sin \Delta}$, pour $l \gg 1$ (Aki et Richards, 1980 ; Snieder et Nolet, 1987).

Dans une Terre isotrope, les ondes de surface sont sensibles à la densité ρ et à deux paramètres élastiques, par exemple à α et β qui correspondent, respectivement, à la vitesse de propagation d'une onde P et d'une onde S. Elles sont aussi sensibles au facteur de

qualité. La sensibilité au paramètre β étant dominante pour les périodes avec lesquelles nous travaillons habituellement, nous négligeons ρ et α dans la suite. Pour des perturbations du modèle assez faibles (moins de 10%), il est ainsi possible d'écrire une relation linéaire entre la perturbation de vitesse de phase et celle en β (par exemple Takeuchi et Saito, 1972)

$$\delta c_{p,\omega} \simeq \int_0^R \frac{\partial c_{p,\omega}}{\partial \beta}(z) \delta \beta(z) \quad (1.6)$$

La figure 1.2 montre les dérivées partielles de la vitesse de phase par rapport au paramètre β en fonction de la profondeur pour différents modes et périodes d'une onde de Rayleigh. Ces dérivées partielles expriment le rapport entre une perturbation relative de vitesse de phase ($\delta c/c$) et une perturbation relative en β ($\delta \beta/\beta$). Plus les dérivées partielles sont grandes, plus l'onde considérée est sensible à la structure en β . On voit sur la figure 1.2 que plus la période augmente, plus l'onde est sensible à la structure profonde tandis que pour une même période, les modes harmoniques sont sensibles à la structure plus profonde. De plus, leur sensibilité est différente de celle du mode fondamental. Ces propriétés sont extrêmement importantes pour la tomographie en onde de surface. En effet, de ces observations, on peut déduire que plus la période de l'onde est grande, plus celle-ci apporte des informations sur la structure en profondeur. Avec des périodes intermédiaires (50 s - 160 s), seuls les modes harmoniques sont suffisamment sensibles à toute la zone de transition (410 km - 670 km). D'où leur grande importance pour imager le manteau supérieur. Cette figure illustre également la puissance des ondes de surface pour la tomographie. Chaque mode, chaque période étant sensible différemment à la structure en profondeur, la combinaison de données relatives à différents modes à différentes périodes permet de bien positionner les hétérogénéités en profondeur.

1.2 Propagation des ondes selon la théorie des rais

Pour certaines méthodes tomographiques que nous présenterons plus loin, il est important de pouvoir calculer des sismogrammes synthétiques. Un sismogramme est un signal complexe qui reflète la complexité du signal émis à la source mais aussi la complexité du phénomène de propagation. Une représentation possible d'un sismogramme est une somme des modes propres de la Terre. On obtient ainsi un sismogramme exact mais la méthode est lourde à mettre en œuvre à courte période ($T \ll 100$ s) en raison du grand nombre de modes propres nécessaires. Pour modéliser plus efficacement un sismogramme, il faut donc accepter quelques simplifications. Un sismogramme $u(t)$ peut aussi s'écrire comme une somme de modes d'ondes de surface si on suppose que ceux-ci se propagent sans couplage. Avec

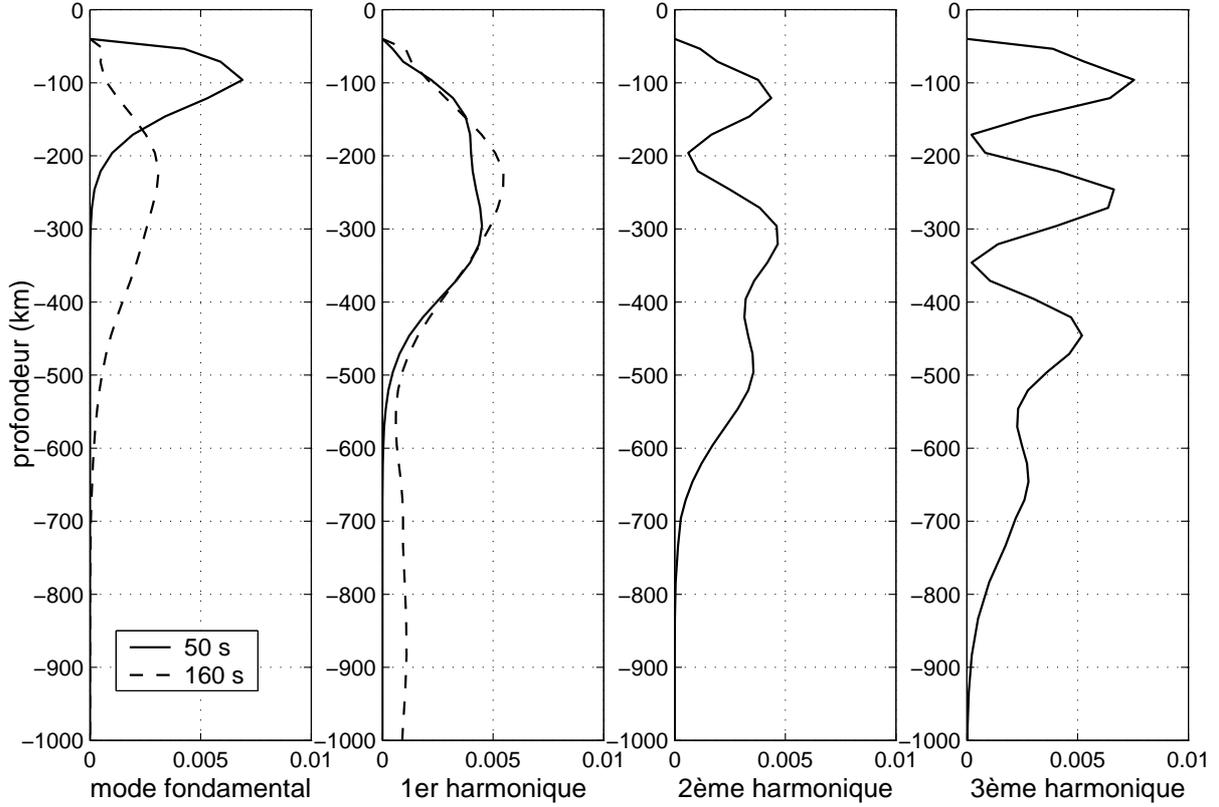


FIG. 1.2 – Dérivées partielles reliant la perturbation de vitesse de phase à la perturbation en β ($\frac{\beta}{c} \frac{\delta c}{\delta \beta}$) pour différents modes d'une onde de Rayleigh à 50 s (en continue) et à 160 s (en tiretés). Le modèle de Terre utilisé pour le calcul est toujours PREM. Les dérivées partielles sont calculées pour des couches de 1 km d'épaisseur.

ce formalisme, il vient une expression de $u(t)$ de la forme

$$u(t) = \Re\left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_p^{\text{modes}} S_p(\omega) I_p(\omega) \frac{e^{-ik_p(\omega)R\Delta}}{\sqrt{\sin \Delta}} e^{i\omega t} d\omega\right) \quad (1.7)$$

avec $S_p(\omega)$ et $I_p(\omega)$ les termes source et instrument et $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega$ la transformée de Fourier inverse de $F(\omega)$. L'écriture (1.7) est une forme asymptotique valable en champ lointain. On y reconnaît un terme de propagation $e^{-ik_p(\omega)R\Delta}$ (associé à $e^{i\omega t}$) et le terme d'atténuation géométrique $1/\sqrt{\sin \Delta}$. On pourrait également introduire un facteur d'atténuation physique $e^{-\alpha_p(\omega)R\Delta}$.

La sensibilité du sismogramme à la structure dans laquelle s'est propagée l'onde est contenue dans la dispersion représentée dans cette expression par le nombre d'onde $k_p(\omega)$ et le chemin suivi par l'onde Δ . La dispersion $k_p(\omega)$ observée sur le sismogramme (qui sera maintenant noté $k_p^{obs}(\omega)$) est généralement interprétée comme la dispersion moyenne subie

par l'onde sur son trajet de la source S au récepteur R . Cette approximation est appelée approximation “path-average” et s'écrit (Woodhouse, 1974)

$$k_p^{obs}(\omega) = \frac{1}{\Delta} \int_S^R k_p(\omega, s) ds \quad (1.8)$$

s étant l'abscisse curviligne sur le trajet. Dans ce formalisme, comme pour l'expression (1.7) du sismogramme, les différents modes se propagent indépendamment les uns des autres. Ils adoptent en chaque point s la dispersion locale $k_p(\omega, s)$ et ils sont sensibles au milieu uniquement sur une zone de largeur infinitésimale. L'équation (1.8) se révèle exacte pour un milieu latéralement homogène. Elle est valide dans un milieu avec des “variations latérales douces”. Elle correspond à la théorie des rais appliquée aux ondes de surface et est aussi parfois appelée approximation WKBJ. Dans la forme “pure”, le chemin suivi par l'onde serait ainsi le rai entre la source et la station au sens de Fermat, correspondant aussi au trajet de l'énergie “fréquence infinie”. Dans un milieu latéralement homogène, ce rai pour une onde de surface est tout simplement l'arc de grand cercle reliant la source au récepteur.

L'équation (1.8) est à la base de la plupart des tomographies actuelles en ondes de surface. Elle est généralement appliquée en supposant que le trajet est le grand cercle. Dans la suite nous ferons référence à cette théorie par “théorie des rais grand cercle” que nous noterons Rais-GC. Son intérêt est de donner une relation linéaire simple entre l'observable $k_p^{obs}(\omega)$ et le modèle $k_p(\omega, s)$ permettant de traiter efficacement de grandes bases de données. Il est donc primordial de connaître son domaine de validité. Explicitons “variations latérales douces”. Cela signifie que les propriétés du milieu ne doivent pas varier significativement sur une longueur d'onde λ . Ainsi si $m(r)$ est une propriété quelconque du milieu au point r , la variation de m sur une longueur λ est $|m(r + \lambda) - m(r)| = \lambda \nabla m$ et elle doit être très petite devant m . En notant a la distance sur laquelle m varie significativement, on a $a \nabla m \simeq m$ et on obtient la condition suivante (par exemple Kravtsov et Orlov, 1990)

$$\lambda \ll a \quad (1.9)$$

Ce critère est directement liée à l'obtention de l'équation de l'eikonal régissant la propagation en théorie des rais. Notons que Cerveny (2001) donne d'autres conditions de validité de la théorie des rais. Wang et Dahlen (1995) et Kravtsov et Orlov (1990) proposent un critère plus restrictif basé sur le concept des zones de Fresnel qui sera détaillé dans le chapitre 3 (section 3.2.2).

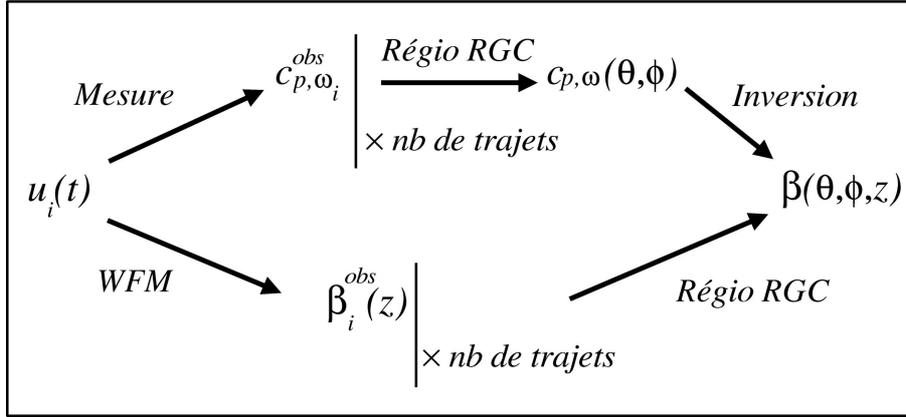


FIG. 1.3 – Schématisation des différentes étapes de la tomographie classique passant par les cartes de dispersion (en haut) et de la tomographie de l’IPGS (en bas) (WFM : modélisation de forme d’ondes, Régio RGC : régionalisation en théorie Rais-GC).

1.3 Rappels sur les méthodes classiques de tomographie régionale

Le point de départ de toute étude tomographique est un jeu de sismogrammes $u_i(t)$. Avec les ondes de surface, le but est le plus souvent de reconstruire un modèle 3D en $\beta(\theta, \phi, z)$ expliquant le jeu de données. On pourrait aussi chercher l’anisotropie, mais nous nous limiterons ici à la structure isotrope en β . Il serait théoriquement possible d’inverser directement les sismogrammes en un modèle 3D. Mais la relation entre la forme d’ondes et les paramètres du milieu est fortement non-linéaire et son inversion en un modèle 3D demanderait en plus de gérer des vecteurs et matrices de grandes dimensions (de l’ordre de 10^5 pour un modèle global du manteau supérieur calculé tous les 2°). Tout cela reste encore difficile à mettre en œuvre. Pour ces raisons, les méthodes tomographiques “partitionnent” le problème en plusieurs sous-problèmes et passent par des observables secondaires (des données intermédiaires calculées à partir des sismogrammes). Plusieurs chemins sont alors possibles.

1.3.1 Méthodes par cartes de dispersion

Les méthodes de tomographie régionale en onde de surface les plus courantes calculent des cartes de dispersion (figure 1.3). Ceci commence par une mesure soit des vitesses de phase $c_{\omega i}^{obs}$, soit des vitesses de groupe $U_{\omega i}^{obs}$ (les observables secondaires), à plusieurs périodes et pour chaque trajet i du jeu de données. Plusieurs méthodes sont là encore possibles (phase-match, analyse temps-fréquence). Pour une revue détaillée de ces techniques, on

pourra se rapporter à Debayle (1996). Cette étape est suivie d’une régionalisation en 2D des données mesurées aux différentes périodes pour établir des cartes de dispersion $c_\omega(\theta, \phi)$ ou $U_\omega(\theta, \phi)$. Les vitesses mesurées étant considérées comme les vitesses moyennes sur les trajets, la régionalisation se fait selon l’équation “path-average” (1.8). Avec la relation $k = \omega/c$, on obtient facilement cette équation en vitesse de phase (ou plutôt en lenteur)

$$\frac{1}{c_\omega^{obs}} = \frac{1}{\Delta} \int_S^R \frac{1}{c_\omega(s)} ds \quad (1.10)$$

Très souvent, le modèle de départ pour l’inversion de (1.10) est un modèle latéralement homogène de type PREM (Dziewonski et Anderson, 1981), les rais sont simplement les grands cercles source-station ($\Delta = \Delta_0$). Cette relation linéaire peut facilement s’inverser suivant le formalisme de Tarantola et Valette (1982) ou par moindres carrés amortis. Ensuite, en chaque point du modèle, on inverse la dispersion locale pour les différentes périodes $c_\omega(\theta, \phi)$ ou $U_\omega(\theta, \phi)$ en $\beta(z)$ selon une équation de type (1.6) pour retrouver la structure 3D. La relation (1.6) permet d’inverser linéairement la dispersion en β . Cette relation n’étant qu’une approximation, certains auteurs préfèrent pratiquer une inversion non-linéaire (par exemple Ritzwoller et al., 2001 ; Yoshizawa et Kennett, 2004). Une limitation de ces tomographies est que la mesure des vitesses de phase ou de groupe peut être biaisée par du bruit, surtout aux longues périodes (Cara et Lévêque, 1987). De plus, les techniques de mesure sont souvent inefficaces pour extraire les modes harmoniques. Pour les périodes inférieures à 100 s, les modes interfèrent entre eux et leur courbes de vitesse de groupe en fonction de la période se superposent (Debayle, 1996). Il est alors difficile, voire impossible, de les séparer. Si bien que ce type de tomographie est en fait souvent limité au mode fondamental et n’apporte alors que des informations sur les 200-300 premiers kilomètres (figure 1.2).

1.3.2 Méthodes par modélisation de forme d’ondes

Les techniques d’inversion de forme d’ondes comme celle de Cara et Lévêque (1987) ou celle de Nolet (1990) en revanche incorporent naturellement les modes harmoniques. Dans ces méthodes, chaque sismogramme (ou du moins sa partie ondes de surface) est inversé en un modèle 1D $\beta_i^{obs}(z)$ sans passer explicitement par la dispersion (figure 1.3). Ce modèle est lui aussi interprété comme le modèle 1D moyen sur le trajet. Cette interprétation est une approximation raisonnable si les variations de la structure le long du trajet sont suffisamment petites pour une représentation au premier ordre (Kennett et Yoshizawa, 2002). De fait, si on suppose que $(\partial c_{p,\omega}/\partial\beta)(s, z)$ ne varie pas trop relativement à la structure moyenne et sur le trajet (donc avec s), avec (1.10) et (1.6), on arrive à

$$\frac{1}{\beta^{obs}(z)} = \frac{1}{\Delta} \int_S^R \frac{1}{\beta(s, z)} ds \quad (1.11)$$

Cette équation est inversée à chaque profondeur pour régionaliser les modèles 1D $\beta_i^{obs}(z)$ et obtenir le modèle 3D $\beta(\theta, \phi, z)$. Là encore, le modèle de départ de l'inversion est latéralement homogène et $\Delta = \Delta_0$. Ces méthodes ne comportent donc que deux étapes apparentes : modélisation de la forme d'ondes et obtention des modèles 1D $\beta_i^{obs}(z)$, puis régionalisation en 2D à chaque profondeur. La deuxième étape, basée sur (1.11) est toujours une inversion linéaire. La première étape en revanche est moins évidente. Tout d'abord, elle nécessite le calcul de sismogrammes synthétiques par exemple selon (1.7), ce qui demande en fait une très bonne connaissance de la source ainsi qu'un bon modèle de croûte. De plus, comme déjà évoqué, il n'y a pas de relation linéaire entre une perturbation de la forme d'ondes et une perturbation du milieu.

Il existe cependant des techniques efficaces d'inversion de problèmes fortement non-linéaires. C'est cette option qu'a choisi Nolet (1990). Dans sa méthode, l'inversion est faite par exploration de l'espace des paramètres suivant des directions optimales. Il utilise néanmoins aussi des observables secondaires dans cette étape. Ce sont ici des portions de sismogrammes avec des fenêtres d'analyse différentes pour traiter le mode fondamental et les harmoniques.

L'approche de Cara et Lévêque (1987) est différente. Elle consiste à fortement diminuer la non-linéarité du problème d'inversion de forme d'ondes en $\beta(z)$ grâce à la construction d'observables secondaires liées quasi-linéairement au modèle en β pour les perturbations observées dans la Terre réelle. Ces observables secondaires sont calculées de la façon suivante : on calcule l'intercorrélogramme entre le sismogramme réel et un signal synthétique monomode pour un modèle de référence. Cette opération augmente le rapport signal sur bruit pour le mode traité. L'intercorrélogramme est ensuite filtré autour d'une certaine période par un filtre gaussien. L'intercorrélogramme filtré contient l'information relative à un seul mode et à une seule période et est donc sensible à un certain échantillon de la structure en profondeur (figure 1.2). Les observables secondaires finalement inversées sont des points judicieusement choisis de l'enveloppe de cet intercorrélogramme filtré et sa phase. La dépendance des points de l'enveloppe de l'intercorrélogramme avec β est quasi-linéaire pour des perturbations au moins jusqu'à 3% (Cara et Lévêque, 1987). Ces opérations sont calculées pour plusieurs périodes et pour différents modes. Elles sont également pratiquées sur un sismogramme synthétique complet calculé sur un modèle qui évolue au cours de l'inversion. L'objectif de l'inversion est alors de trouver le modèle qui minimise le résidu entre les observables secondaires réelles et synthétiques. L'inversion se fait suivant le formalisme de Tarantola et Valette (1982) pour un problème faiblement non-linéaire. Le problème est résolu par itérations mais comme il est faiblement non-linéaire, grâce à l'utilisation des observables secondaires, la convergence est généralement rapide. Il a été montré que cette technique ne dépend pas trop du modèle de départ, puisqu'on peut retrouver des perturbations de l'ordre de 8% (Yoshizawa, 2002) à 9% (Cara et Lévêque, 1987). Debayle (1999) a

automatisé cette technique de modélisation de forme d’ondes pour traiter un grand nombre de données. Un avantage de cette technique est que les modèles 1D $\beta_i^{obs}(z)$ retrouvés sont compatibles avec tous les modes et toutes les périodes traités, alors que les vitesses locales des cartes de dispersion ne sont pas forcément cohérentes entre elles. La résolution verticale des modèles 1D $\beta_i^{obs}(z)$ est de plus meilleure que ce qui est généralement obtenu avec les cartes de dispersion (Lévêque et al., 1991). Remarquons au passage qu’il est possible de calculer la dispersion $c_{p,\omega}^{obs}$ associée aux $\beta_i^{obs}(z)$. Cette méthode pourrait donc être vue aussi comme une technique efficace de mesure des vitesses de phase des différents modes et périodes imposant une compatibilité des courbes de dispersion. Nous en ferons usage aux chapitres 3 et 4.

Les conditions dans lesquelles la méthode de tomographie de l’IPGS basée sur cette modélisation de forme d’ondes est appliquée sont décisives pour son succès. On travaille seulement avec certaines distances épacentrales, dans une certaine gamme de périodes et avec un nombre limité de modes. Les sismogrammes sélectionnés correspondent à des trajets plus longs que 1000 km et le plus souvent inférieurs à 10000 km. On considère le mode fondamental et les quatre premiers harmoniques. Les périodes centrales des filtres utilisés pour l’analyse vont de 50 s à 160 s, ce qui, si on prend en compte la largeur des filtres, permet en fait de couvrir l’intervalle de périodes 40 s - 200 s. Pour la modélisation de forme d’ondes d’un trajet, seuls les modes contribuant suffisamment au signal synthétique complet sont en fait analysés. De même, les périodes sélectionnées pour traiter un trajet sont celles pour lesquelles le rapport signal sur bruit du signal réel est bon (Debayle, 1999). Ces modalités de travail ont été choisies pour satisfaire au mieux les conditions de validité de la théorie Rais-GC. En particulier, Kennett (1995) a montré que l’approximation “path-average” (1.8) était valide pour des trajets régionaux de 1000 à 4000 km, à travers les continents, pour les périodes comprises entre 30 s et 100 s. Les périodes inférieures à 30 s sont en effet très sensibles à la croûte et sont donc sujettes à des déviations par rapport au grand cercle importantes causées par les forts contrastes latéraux dans la croûte (Yoshizawa et Kennett, 2002). La validité de l’approximation grand cercle impose aussi de considérer des trajets plutôt courts (≤ 10000 km) (Ritzwoller et al., 2002). Nous en reparlerons brièvement à la fin du chapitre suivant (section 2.2). La limite supérieure de l’intervalle de périodes de validité tient à la condition champ lointain sous laquelle sont calculés les sismogrammes synthétiques (équation (1.7)). Cette condition impose une longueur d’onde petite devant la distance épacentrale. Elle oblige alors aussi à ne pas travailler avec des trajets trop courts. Nous nous limitons à quatre modes harmoniques pour pouvoir supposer que les modes se propagent indépendamment les uns des autres, sans couplage (Marquering et Snieder, 1995). La question des couplages de mode sera abordée plus longuement au chapitre 3 (section 3.3.1). A ces raisons théoriques, viennent s’ajouter des considérations pratiques. On se limite à 50 s pour minimiser le plus possible l’influence de

la croûte. Le mode fondamental à 50 s présente en effet un maximum de sensibilité dans le manteau, vers 100 km de profondeur (figure 1.2). Les sismogrammes ne sont pas analysés au delà de 160 s aussi parce que seuls les gros séismes contiennent ces périodes. Ces séismes sont rares et leur fonction-source est en générale compliquée et difficile à bien modéliser. Comme déjà remarqué plus haut, dans l'intervalle de périodes 50 s - 160 s, seuls les modes harmoniques sont sensibles à la structure dans la zone de transition. Ils sont donc bien indispensables à notre méthode tomographique. Considérer cinq modes est cependant suffisant pour modéliser la partie ondes de surface de la plupart des sismogrammes (Debayle, 1996). Et pour faciliter l'extraction des modes harmoniques, il est important que ceux-ci soient séparés des ondes de volume, ce qui oblige à regarder le signal à plus de 1000 km de l'épicentre (Debayle, 1996).

Cette méthode de tomographie en théorie Rais-GC, développée à l'IPGS, a été utilisée pour construire le modèle global (Debayle et al., 2005). L'inversion de chaque sismogramme de la base de données de ce modèle en un modèle 1D $\beta^{obs}(z)$ a d'abord été validée dans le cadre de la construction d'un modèle régional (Debayle et Kennett, 2000a; Debayle et al., 2001; Priestley et Debayle, 2003; Pilidou et al., 2004; Maggi et al., 2004). Le chapitre suivant est consacré au modèle régional de l'Antarctique et des régions avoisinantes, finalement intégré au modèle global.

Chapitre 2

Tomographie classique : application à l'Antarctique

Le thème de ce chapitre est l'application de la tomographie de l'IPGS, présentée au chapitre précédent, à l'étude du manteau supérieur sous la région antarctique. Au-delà d'une contribution au modèle global, l'intérêt de ce travail est que le manteau supérieur de cette région n'avait jamais été, à notre connaissance, exploré auparavant au moyen des modes harmoniques dans le cadre d'une étude régionale. Ainsi la présente étude a une chance d'apporter, grâce aux modes harmoniques, des informations nouvelles au-dessous de 200 km de profondeur, informations qui pourraient être des éléments importants pour la dynamique de la région. Ce chapitre débute avec l'article publié en décembre 2003 dans *Earth and Planetary Science Letters* (Sieminski et al., 2003) présentant le modèle 3D en β obtenu. L'article discute notamment les résultats du point de vue de l'origine, encore débattue, du volcanisme de la région ouest-antarctique. Le modèle 3D en β , bien que contenant plus d'information que les études précédentes, ne permet toutefois pas encore de répondre complètement et définitivement à cette question. Ses limites, représentatives des limites des tomographies actuelles basées sur la théorie Rais-GC, et les possibilités d'amélioration sont ensuite examinées à la fin du chapitre.

2.1 Article : Seismic evidence for deep low-velocity anomalies in the transition zone beneath West Antarctica

Abstract

We present a 3D SV-wave velocity model of the upper mantle beneath the Antarctic plate constrained by fundamental and higher mode Rayleigh waves recorded at regional distances. The good agreement between our results and previous surface wave studies in the uppermost 200 km of the mantle confirms that despite strong differences in data processing, modern surface wave tomographic techniques allow to produce consistent velocity models, even at regional scale. At greater depths the higher mode information present in our dataset allows us to improve the resolution compared to previous regional surface wave studies in Antarctica that were all restricted to the analysis of the fundamental mode. This paper is therefore mostly devoted to the discussion of the deeper part of the model. Our seismic model displays broad domains of anomalously low seismic velocities in the asthenosphere. Moreover, we show that some of these broad, low-velocity regions can be more deeply rooted. The most remarkable new features of our model are vertical low-velocity structures extending from the asthenosphere down to the transition zone beneath the volcanic region of Marie Byrd Land, West Antarctica and a portion of the Pacific-Antarctic Ridge close to the Balleny Islands hotspot. A deep low-velocity anomaly may also exist beneath the Ross Sea hotspot. These vertical structures cannot be explained by vertical smearing of shallow seismic anomalies and synthetic tests show that they are compatible with a structure narrower than 200 km which would have been horizontally smoothed by the tomographic inversion. These deep low-velocity anomalies may favour the existence of several distinct mantle plumes, instead of a large single one, as the origin of volcanism in and around West Antarctica. These hypothetical deep plumes could feed large regions of low seismic velocities in the asthenosphere.

Keywords : upper mantle ; Antarctica ; plume ; surface waves ; tomography

2.1.1 Introduction

There seems to be a consensus on the general outline of the structure and evolution of Antarctica even though this region still raises many open questions. The Antarctic continent is divided into two geologically different entities. East Antarctica (Fig. 2.1a) is a stable Precambrian shield and was a segment of the core of the Gondwanaland supercontinent that was assembled during the Neoproterozoic. West Antarctica consists of several arc and forearc elements inherited from the complex circum-Pacific convergent margin since the

Cambrian. These elements have been accreted together with displaced fragments of the craton on the western margin of the East Antarctic shield during the Paleozoic [1]. The crust has an average thickness of about 40 km beneath East Antarctica while it is thinner (~ 25 km in average) in West Antarctica [2]. West Antarctica is separated from the East Antarctic Craton by the Transantarctic Mountains, a large mountain range extending from the Ross Sea to the Weddell Sea (Fig. 2.1a). The West Antarctic rift system follows the western flank of the Transantarctic Mountains to the basis of the Antarctic Peninsula. It results of late Mesozoic and Cenozoic extension between East and West Antarctica and is one of the largest active continental rift systems [3]. Volcanism is present in West Antarctica but its origin is still debated. Although the volcanic rocks are geographically associated to the rift, they have erupted from 30 Ma with the major activity at Neogene time to present [4] while most extension in West Antarctica occurred with the rifting of New Zealand, in the late Cretaceous [5]. Evidences of a more recent Cenozoic motion between East and West Antarctica have recently been presented [3] but the connection with the West Antarctic Rift is still discussed (eg. [6]). If the volcanism is not entirely due to the rifting it could involve a mantle plume beneath the region [5,7,8,9]. This hypothesis is based on the amount of volcanic rocks together with their geochemical characteristics and tectonic doming. Middle Jurassic basalts have also been found along the Transantarctic Mountains. They form the Ferrar trapps issued from the breakup of the Gondwanaland [10].

Seismic tomography of the upper mantle beneath the region could provide valuable information to discuss the cause of volcanism. Global studies with a lateral resolution of about 1000 km imaged the large-scale features of the lithosphere and upper mantle in the region (eg. [11,12]). The East Antarctic Craton is associated to high-velocity anomalies while West Antarctica is underlain by low velocities. Further knowledge of the regional dynamics requires seismic studies at a more detailed scale. Due to the relatively small number of seismic stations at high southern latitudes, surface waves are presently the most relevant tool to probe the upper mantle in these regions. Few surface wave studies have been carried out in the Antarctic region so far [2,6,13,14,15]. With an improved lateral resolution reaching few hundred kilometers, these studies showed the complexity of the craton by providing more details on its structure, its depth extent (~ 200 - 225 km) and its boundary with West Antarctica. They also allowed to image low-velocity anomalies in the asthenosphere beneath most of the regional hotspots. However, these regional studies were all restricted to the analysis of the fundamental mode of surface waves only and their poor resolution at depth greater than 200 km did not allow to confirm nor rule out the mantle plume hypothesis in West Antarctica.

In this paper we present a 3D, SV-wave velocity model of the upper mantle beneath the Antarctic plate. The model has been obtained from the waveform inversion of 3350

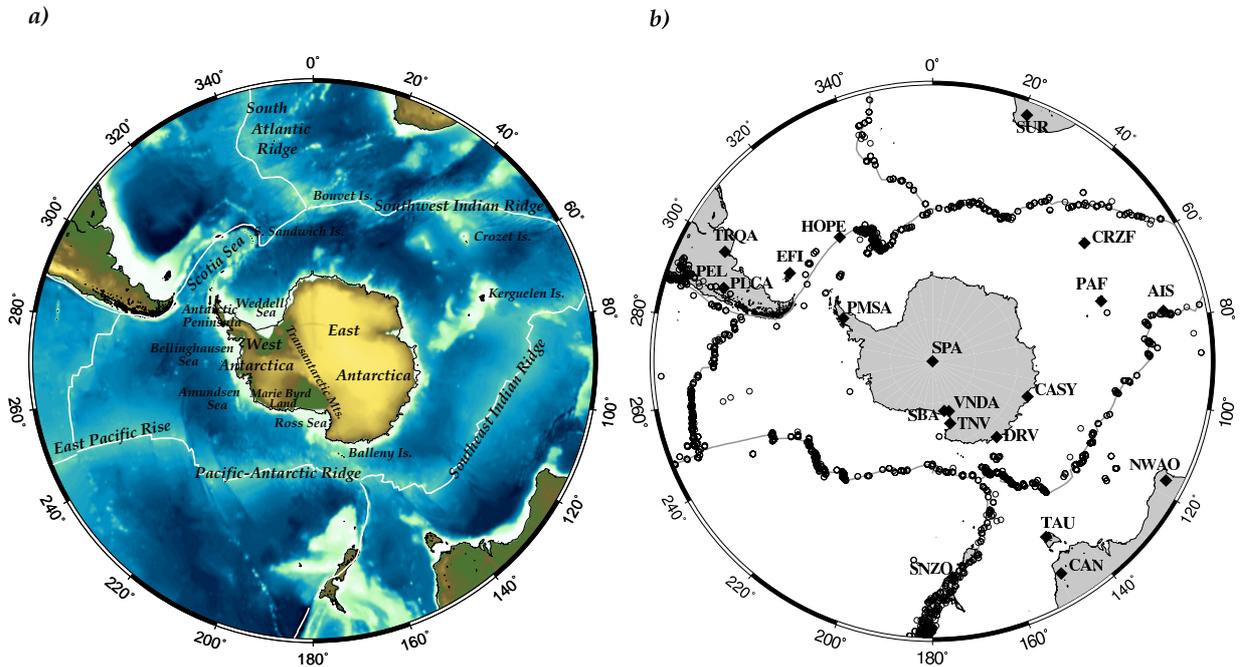


FIG. 2.1 – Map of Antarctica and surrounding oceans. a) location of some of the regions concerned in text and the main plate boundaries (white lines) b) stations (diamonds) and events (open circles) considered in the study.

Rayleigh wave seismograms. Overtones as well as fundamental mode data have been taken into account in the processing. This allows us to gain some resolution at depth larger than 200 km, which is an improvement compared to previous studies. The model reveals a heterogeneous upper mantle at 200-250 km depth with broad, low-velocity anomalies in the asthenosphere. Some of these anomalies are deeply rooted. In the vicinity of West Antarctica and the Balleny Islands hotspot, we observe remarkable vertical low-velocity structures extending from the asthenosphere to the transition zone, suggesting the existence of at least two distinct mantle plumes that could be related to the volcanism observed in and around West Antarctica.

2.1.2 Data

The region under study is situated south of 30°S and encompasses Antarctica and the surrounding oceans (Fig. 2.1a). We analysed the Rayleigh wave portion of long-period vertical seismograms recorded at regional distances on 20 permanent IRIS, GEOSCOPE, GTSN and MEDNET stations in the region (Fig. 2.1b). The selected events occurred from 1989 to february 2002 mainly on the ridges circling Antarctica and at the subduction trenches of Chile, New Zealand and South Sandwich Islands (Fig. 2.1b). The analysis is

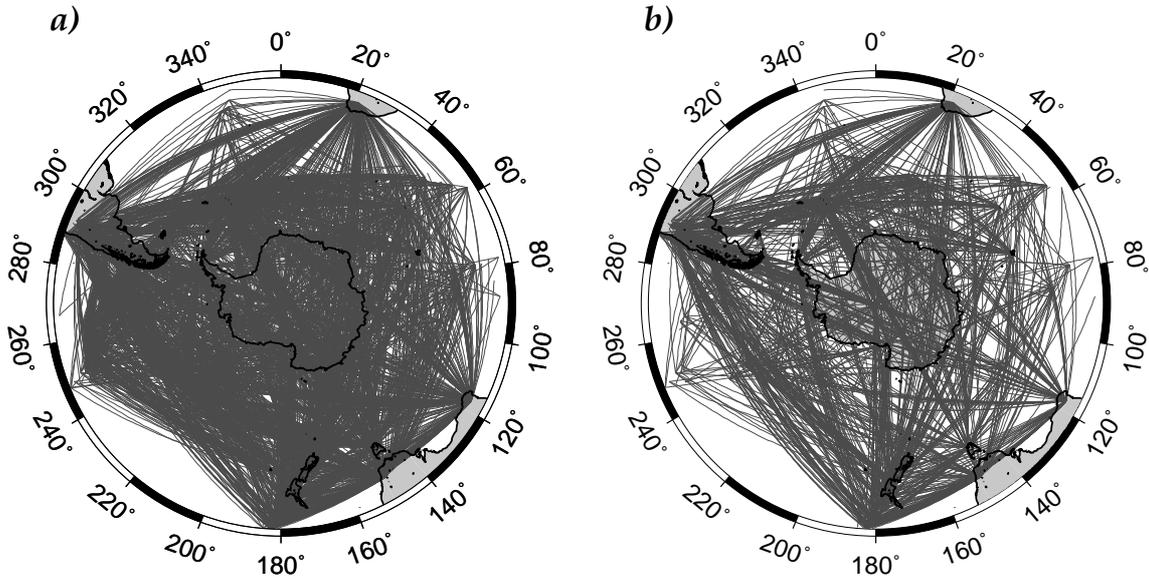


FIG. 2.2 – Path coverage related to a) the 3350 paths for which the fundamental mode has been modelled, b) the 1275 paths for which at least one overtone has been modelled.

conducted with the automated version [16] of Cara and L ev eque’s [17] waveform inversion approach (see section 2.1.3 for details). From an initial database of 14100 Rayleigh wave seismograms analysed, 3350 passed successfully the stringent tests of the automated procedure and were included in the tomographic inversion. Our waveform analysis allows us to model the fundamental mode and up to four overtones in the period range 50 s - 160 s. A large number of seismograms correspond to intermediate size earthquakes recorded at relatively short epicentral distances (70% of the paths are shorter than 6500 km) so that periods larger than 100 s are considered for only 44% of the paths. The use of the overtones in the 50 s - 100 s period range is however largely sufficient to achieve a good resolution in the whole upper mantle (eg. [12,18]). At least one overtone was considered for 1275 paths while the fundamental mode was taken into account for all the 3350 paths. Fig. 2.2a shows that the central part of the region under study is densely covered. The ray density is lower on the edges, especially in the South Pacific Ocean where there is no permanent station for latitudes south of 30°S. The path coverage for the data for which at least one overtone is modelled is less dense (Fig. 2.2b) but it is still homogeneous.

2.1.3 Tomographic procedure

The building of our tomographic model is a two-step process that has been previously applied to study the upper mantle beneath the Indian Ocean [19], Australia [16,20], northeastern Africa [18], Asia [21], and the North Atlantic Ocean [22]. We refer to these papers

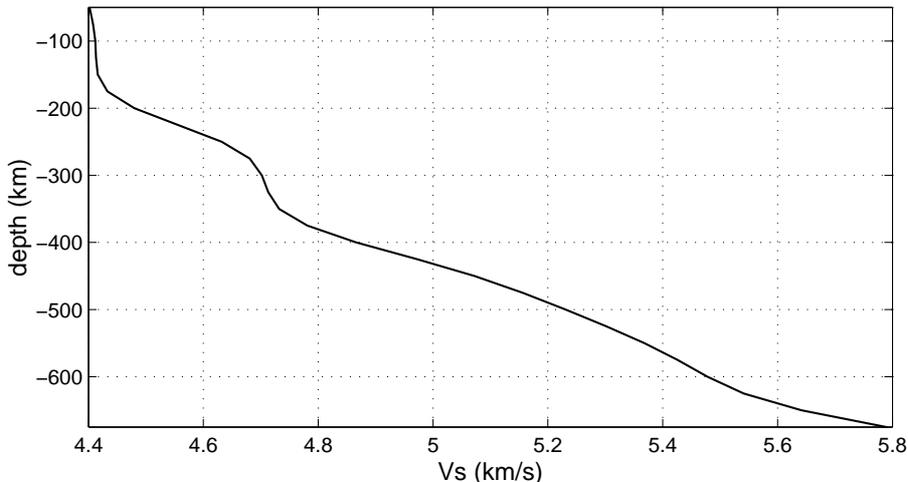


FIG. 2.3 – *Smoothed version of PREM [24] used in the study.*

for a detailed presentation of the two-step approach and focus here on the choices specific to this study.

In the first step, we use the automated version [16] of Cara and L ev eque’s [17] waveform inversion technique to model each individual Rayleigh waveform in terms of a 1D SV-wave velocity model representing the average mantle structure along the path. A detailed discussion of the application of Cara and L ev eque’s [17] technique to several multimode Rayleigh waves seismograms can be found in [23]. We invert for the upper mantle structure only and use a smoothed version of PREM [24] as a starting upper mantle model (Fig. 2.3). To avoid bias of crustal origin in the inverted mantle model, the crust is specifically adapted to each path by averaging the crustal part of the a priori 3SMAC model [25] along the source-receiver great-circle path. In a second step, we combine the 1D path-average models into a linear tomographic inversion to retrieve the local SV-wave velocity structure. The inversion is performed using the continuous regionalization algorithm of Montagner [26] assuming propagation along the great-circle. The lateral smoothness of the model is constrained by correlating neighbouring points using a Gaussian a priori covariance function which is characterised by two tuning parameters : the width of the a priori Gaussian, defined through a horizontal correlation length L_{corr} which controls the degree of horizontal smoothing in the inverted model and the amplitude of the a priori Gaussian, defined at each geographical point r by an a priori standard deviation $\sigma_m(r)$ which in some way controls the amplitude of the perturbations in the inverted model. After several trials, we chose a value of 400 km for L_{corr} , meaning that a correlation coefficient of 0.6 is a priori imposed between two points distant of 400 km. Considering that 400 km is about the wavelength of a Rayleigh wave at 100 s period, our choice is equivalent to assume for a majority of the paths a significant a priori correlation between two points distant from a

wavelength. The a priori standard deviation $\sigma_m(r)$ was taken equal to 0.05 km/s according to the commonly observed SV-wave velocity variations (see e.g. [19] or [27]).

Providing that the azimuthal distribution of paths is sufficient, Montagner’s [26] approach can be used to retrieve the SV-wave azimuthal anisotropy in addition to the SV-wave heterogeneities. L ev eque et al. [28] describe in detail the procedure to follow and conclude that even in fully anisotropic structure, the velocity of horizontally propagating long period SV-waves, in a depth range controlled by the period and the rank of the mode, is the most influential factor in the first-order variation of surface wave phase velocities. In this study, the ray density and the azimuthal distribution of paths allow us to invert for both the SV-wave velocity and azimuthal anisotropy and we have undertaken different style of inversions, including azimuthal anisotropy or not.

2.1.4 Tomographic maps

The SV-wave velocity model presented here has been obtained from an inversion including azimuthal anisotropy with $L_{corr} = 400$ km, $\sigma_{m_i}(r) = 0.05$ km/s for the isotropic parameter and $\sigma_{m_a}(r) = 0.003$ km/s for the anisotropic parameters. This model gives the best compromise between data fitting and physically reasonable values for the inverted model. Trying different values of L_{corr} and $\sigma_{m_a}(r)$ ($200 \text{ km} \leq L_{corr} \leq 1000$ km, $0 \leq \sigma_{m_a}(r) \leq 0.005$ km/s) leaves the results very stable with respect to the conclusions we can draw. For example, an inversion that does not include azimuthal anisotropy produces slightly larger amplitudes for the SV-wave heterogeneities but does not change the pattern of seismic anomalies so that our conclusions are unchanged whether anisotropy is included in the inversion or not. As expected, with $L_{corr} \geq 400$ km, the inverted models are smoother but the pattern of SV-wave heterogeneities is otherwise essentially unchanged.

Our preferred model concentrates azimuthal anisotropy in the uppermost 200 km of the mantle with a maximum value of 5.2% of peak-to-peak azimuthal anisotropy at 100 km depth, decreasing to 1.5% at 200 km and to values smaller than 1% at greater depths. These results are consistent with the previous observations of upper mantle anisotropy beneath Antarctica by Roult et al. [13] for azimuthal anisotropy and Ritzwoller et al. [6] for radial anisotropy. Both studies suggest that a few percent anisotropy exists and is confined to the shallower 200-250 km of the mantle. We therefore do not discuss anisotropy results in this paper but rather focus on the deep SV-wave structure, especially at depth greater than 200 km where seismic anisotropy is no more significant.

Velocity maps are shown in Fig. 2.4 for selected depths from 100 km to 300 km. Velocity variations are calculated relative to our smoothed version of PREM (Fig. 2.3). A way to assess the quality of the inverted model is to look at the diagonal terms of the a posteriori

covariance matrix. The regions where this a posteriori error is close to the a priori error (we fix the threshold at 0.04 km/s, 80% of the 0.05 km/s a priori error) can be regarded as regions of poor resolution. They are displayed in grey on the maps in Fig. 2.4. A general trend exists for the error to increase with depth (Fig. 2.5). This is related to a reduction of information on the model at depth due to a limited number of paths for which overtones have been analysed. However the central zone displays an a posteriori error lower than the 0.04 km/s threshold down to 675 km depth. The 95% confidence level in the results (two standard deviations or twice the a posteriori error) thus corresponds here to a velocity contrast of $\sim 1.6\%$ for the deeper part of the model. However it is very common in the literature to consider that velocity perturbations greater than once the a posteriori error (the 68% confidence level in the results) are meaningful. Using this weaker criterion anomalies of at least 1% in the central zone could be interpreted.

Our observations for the uppermost 200 km of the mantle can be summarised as follows. In this shallowest part of the mantle (Figs. 2.4a and 2.4b) we observe the largest velocity variations and a good correlation with surface tectonics. In this depth range our results are also in good agreement with previous global and regional studies. For example, we retrieve the sharp transition between the high-velocity pattern of the East Antarctic Craton and the low velocities beneath West Antarctica previously observed at global (e.g.[12]) and regional [6,13,15] scales, although the boundary is not as straight as it was found in [15]. We find in our model a good correlation between the western flank of the Transantarctic Mountains and the transition from the East Antarctica high velocities to the West Antarctica low velocities (Fig. 2.6). We also observe a moderately thick high-velocity anomaly beneath the East Antarctic Craton which locally reaches 225 km depth (Fig. 2.4c and cross-sections in Fig. 2.7). This agrees with previous results for Antarctica [6,13,15] and with recent surface wave observations beneath other cratons [21,20,29].

In oceanic areas, the low-velocity signature of the mid-oceanic ridges surrounding Antarctica is rather shallow and vanishes at 150 km depth. The amplitude of the seismic anomaly is correlated with spreading rates, the strongest low-velocity anomalies being associated with the fastest ridges (the East Pacific Rise, the South East Indian Ridge, see Fig. 2.4a). An exception is the Australian-Antarctic Discordance (AAD), a peculiar region of the South East Indian Ridge lying between 120°E and 127°E. In our model, this area is associated with a structure relatively fast compared to the neighbouring portions of the ridge. This agrees with the results of Forsyth et al. [30] and with the more recent works of Debayle and L ev eque [19] and Ritzwoller et al. [6]. In addition to the relatively fast-velocity pattern, the AAD region has been associated with a thin crust, a deep bathymetry, a rough topography, a gravity anomaly and a geoid low [30]. All these observations can be explained by a colder and more viscous region in the mantle beneath the AAD [30,31]. The positive heterogeneities in the Amundsen-Bellinghousen Sea and in the South Indian

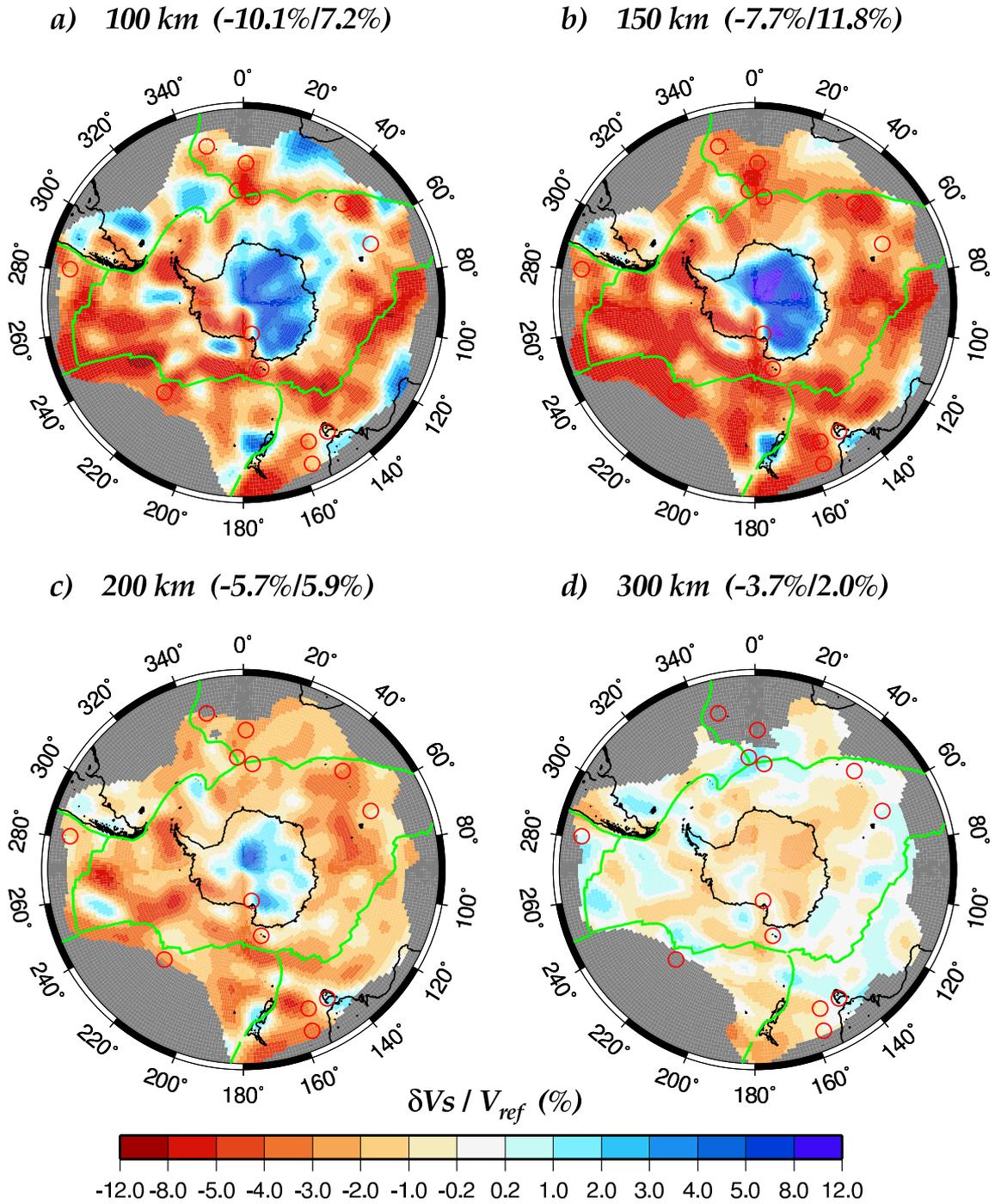


FIG. 2.4 – Maps of the SV-velocity variations relative to our smoothed version of PREM (Fig. 2.3) at a) 100 km depth, b) 150 km depth, c) 200 km depth and d) 300 km depth. The range of velocity variations is given for each map. Regions where the resolution is poor (error ≥ 0.04 km/s) are in gray (Fig. 2.5). Green lines are the main plate boundaries and red open circles represent the hotspots of Duncan and Richards’s [36] distribution.

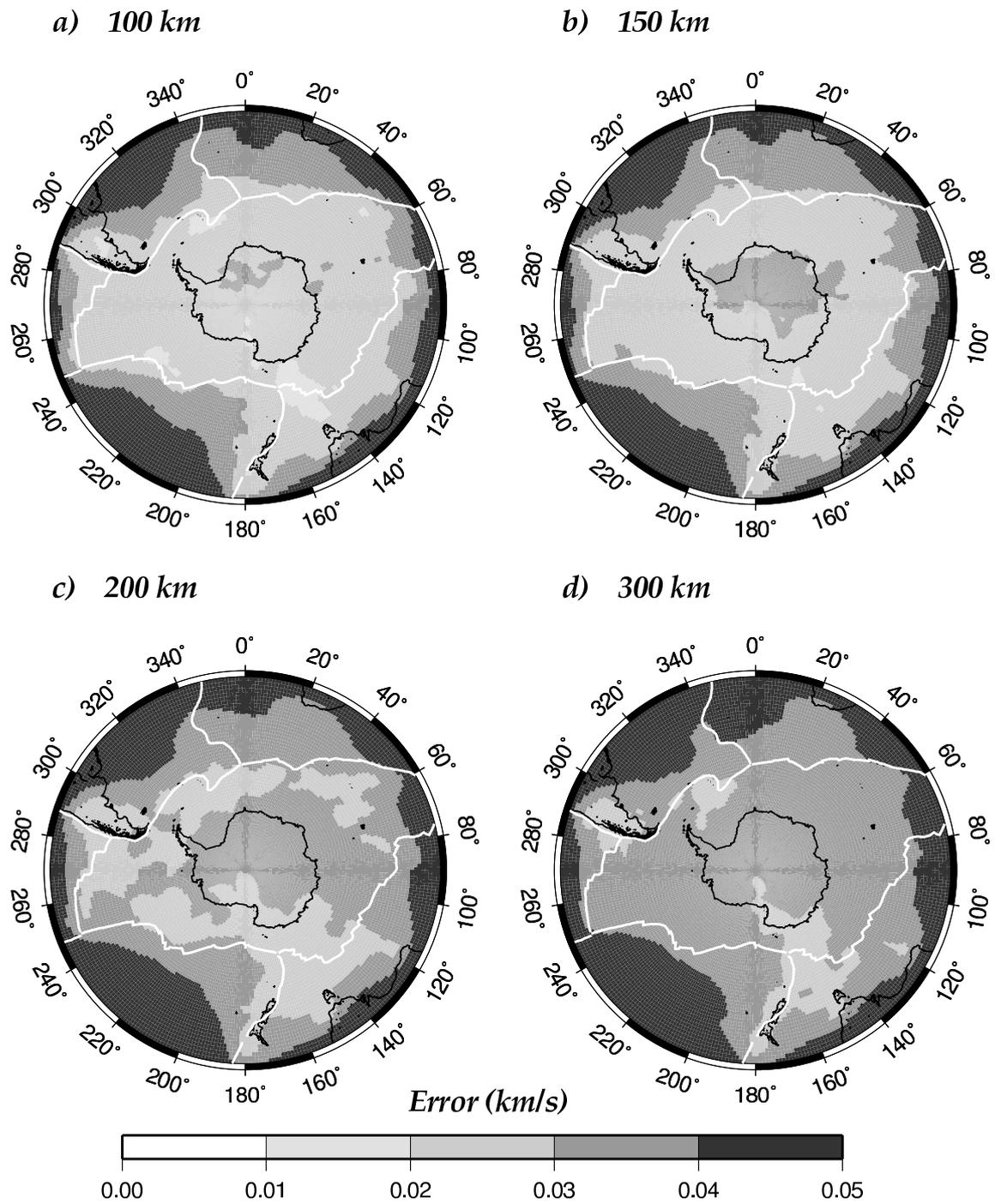


FIG. 2.5 – Maps of a posteriori error at a) 100 km depth, b) 150 km depth, c) 200 km depth and d) 300 km depth.

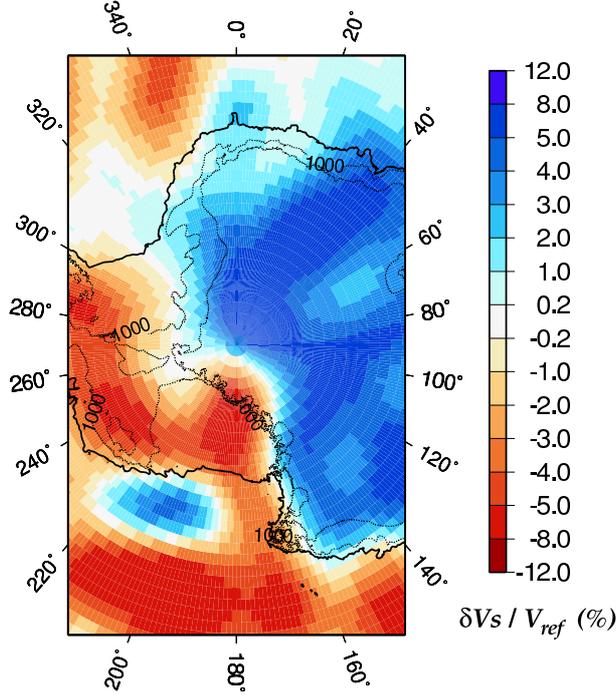


FIG. 2.6 – *SV-wave velocity variations at 100 km depth beneath the Transantarctic Mountains. The topographic contours at 1000 m and 2000 m are plotted. They mark the western flank of the Transantarctic Mountains. Note the rather good correlation between the western flank of the Transantarctic Mountains and the transition between high and low velocities.*

Ocean at 100 km depth (Fig. 2.4a) suggest the presence of an old, thick oceanic lithosphere in regions where the age of the oceanic sea floor is poorly known [32]. In the vicinity of most regional hotspots (Crozet, Balleny, Erebus, Tasmanid and the Atlantic hotspots of Bouvet, Shona and Discovery), we observe negative anomalies in the depth range 150 km - 200 km, with the exception of the proposed location of the Kerguelen hotspot. However, all these hotspots are situated in the oceanic part of the model which mostly displays low velocities in this depth range. The coincidence between hotspot and negative anomaly is thus not significant for these depths.

At regional scale, Ritzwoller et al. [6] achieved the most comprehensive ray coverage of Antarctica with several thousands of fundamental mode surface wave measurements, compared to the few hundred seismograms used by Roult et al. [13] or Danesi and Morelli [15]. Ritzwoller et al. [6] analysed a dataset of Rayleigh and Love, phase and group velocity measurements while we directly invert Rayleigh waveforms to retrieve path-average SV-wave velocity models. Phase and group velocities are theoretically redundant data but Shapiro and Ritzwoller [33] showed that the simultaneous inversion of phase and group velocities reduces significantly uncertainties at all depths. Analysing the waveforms as we

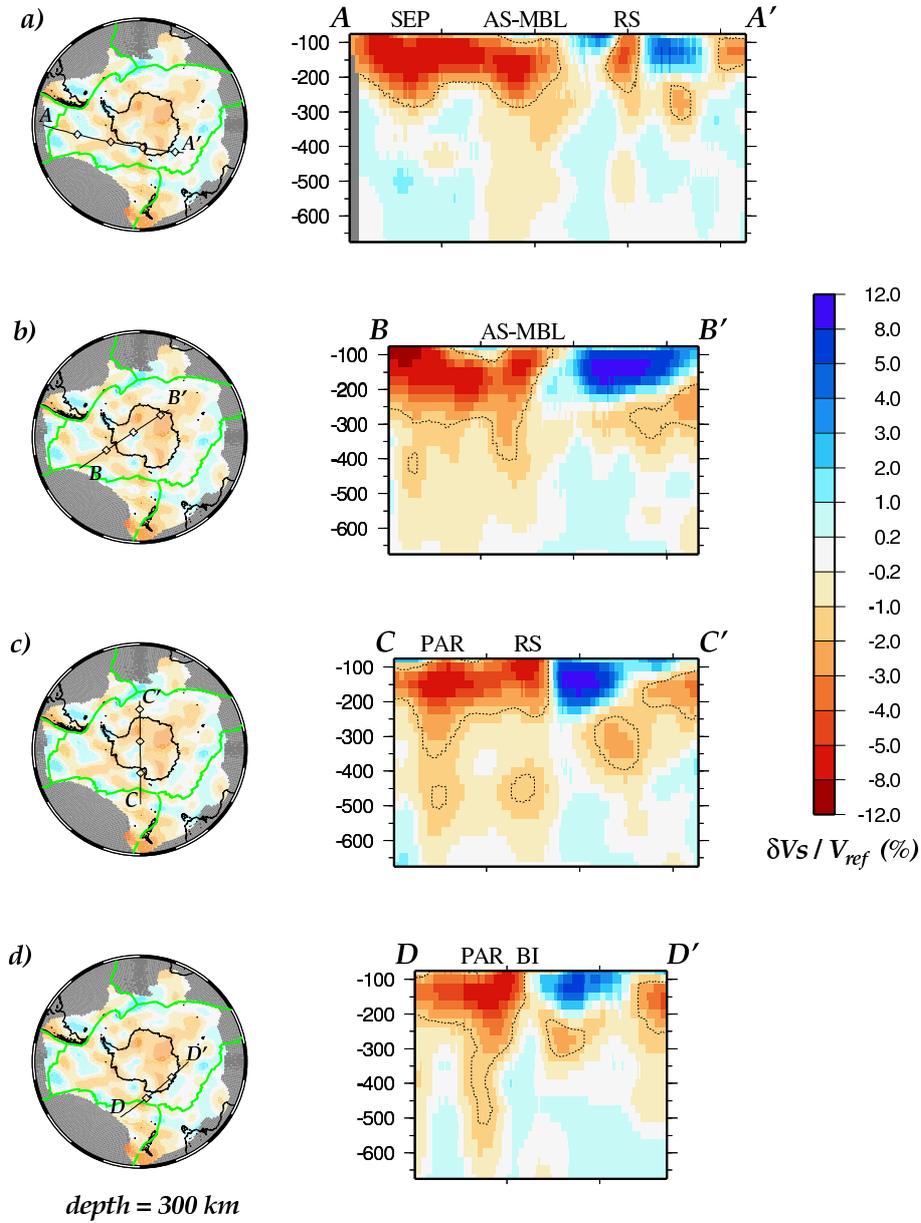


FIG. 2.7 – a), b), c) and d) vertical cross-sections from 75 km to 675 km depth along the profiles plotted on the maps presented on the left of the cross-sections. The velocity variations are calculated relatively to a smoothed version of PREM (Fig. 2.3). The contour line displays the -1.6% velocity perturbation which roughly corresponds to twice the a posteriori error (95% confidence level in the results) for depths below 300 km. Empty diamonds are plotted at 20° intervals on the paths and correspond to the tickmarks on the cross-sections. Labels above the cross-sections refer to anomalies and regions discussed in text (SEP-Southeast Pacific, AS-MBL-Amundsen Sea-Marie Byrd Land, RS-Ross Sea, PAR-Pacific Antarctic Ridge and BI-Balleny Islands).

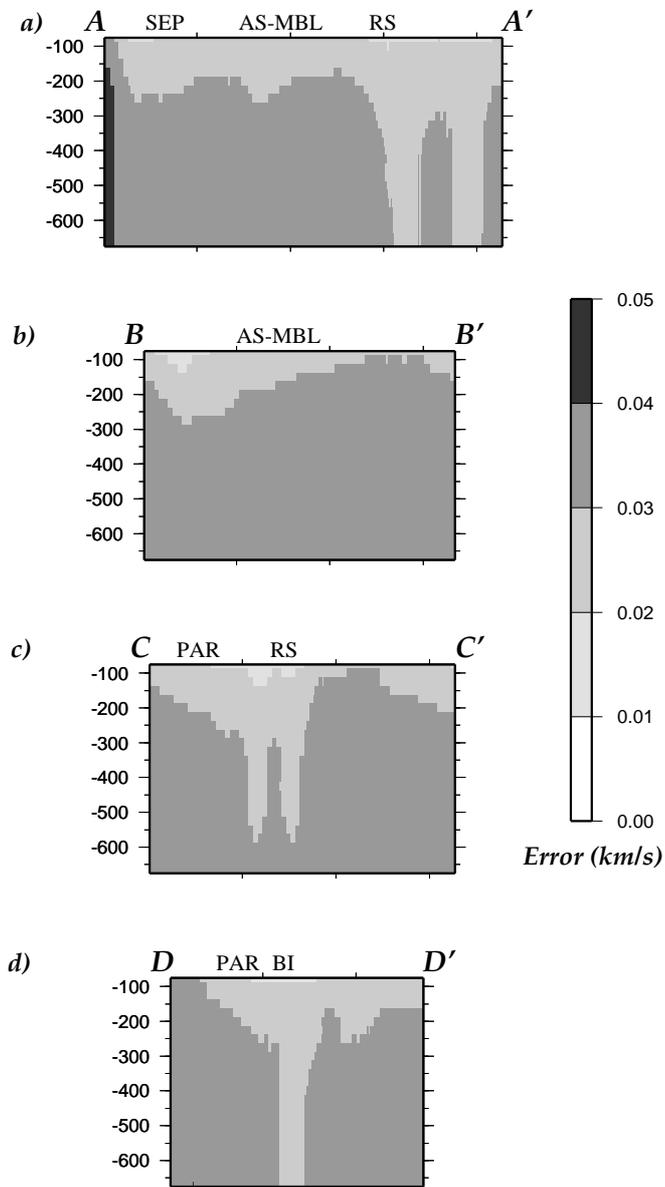


FIG. 2.8 – a), b), c) and d) a posteriori error cross-sections corresponding to the cross-sections of Fig. 2.7. Note that the a posteriori error in all three cross-sections is smaller than 0.04 km/s down to 675 km depth (except on the left edge of cross-section AA').

do (i.e. fitting envelope and phase) is very similar to a simultaneous inversion of both group and phase velocities and presents the advantage to allow simultaneous inversion of fundamental and higher mode data. Ritzwoller et al. [6] performed their analysis of the fundamental mode in the period range 18 s - 175 s while we use fundamental and higher modes between 50 s and 160 s. A 175 s fundamental mode Rayleigh-wave reaches its maximum sensitivity between 250 and 300 km depth. Below this depth their model should have a decreasing resolution, whereas the higher modes in the period range we use are still sensitive to the structure below 600 km depth. Considering Love waves in addition to Rayleigh waves gives access to the radial anisotropy and should provide more constraint as Love waves have a different sensitivity to the structure in depth. On the other hand, Love wave records are usually very noisy and introducing these data could impair the accuracy of the results. In this study, as we are mainly interested in the velocity structure, we choose to analyse only high-quality Rayleigh wave records. Our sampling of the uppermost 200 km of the mantle, largely constrained by the fundamental mode of Rayleigh waves at intermediate periods is probably very similar to the one achieved by Ritzwoller et al. [6]. They present shear wave velocity maps down to 250 km and several vertical cross-sections in the shear velocity model [6]. Even though they display SV-wave and SH-wave velocity variations relatively to a different reference model, AK135 [34], the pattern of the velocity anomalies can be directly compared with our results. Our vertical profile BB' (Fig. 2.7b) has been chosen very close to the one presented in their paper [6] (vertical section CC' in plate 5). The agreement in the uppermost 200 km between both models is striking, especially for the uppermost part of both vertical sections.

The main features of our model at 200 km depth (Fig. 2.4c) are broad, low-velocity anomalies in the oceanic regions reaching 3%. On the vertical cross-sections of Fig. 2.7 several of them look like downward extensions of an otherwise relatively thin low-velocity layer (~ 175 km thick) that we interpret as the asthenosphere. Moreover, more remarkable deep anomalies are also present in our model. For example, profile AA' crosses two of the large, low-velocity anomalies located in the Southeast Pacific Ocean (labelled SEP in Fig. 2.7a) and in the Amundsen Sea - Marie Byrd Land region (labelled AS-MBL). The latter extends down to 450 km depth beneath the coast of Marie Byrd Land where its amplitude remains greater than 1% (see Fig. 2.1a and cross-section BB' in Fig. 2.7b), while the low-velocity anomaly in the Southeast Pacific Ocean (SEP) vanishes at shallower depths, between 250 and 300 km depth, like the broad, low-velocity anomalies beneath the Antarctic Peninsula and south of Crozet and Kerguelen Islands (Fig. 2.4c). The low-velocity anomaly located beneath the Ross Sea region (RS) presents an amplitude greater than 1% down to 300 km depth in Fig. 2.7a. In cross-section CC' (Fig. 2.7c), the same anomaly has an amplitude greater than 1% from the surface down to 550 km, except between 250 km and 380 km where it slightly passes below 1%. On cross-sections CC' and DD', another

continuous low-velocity vertical structure with an amplitude greater than 1% is found down to 600 km depth beneath a portion of the Pacific-Antarctic Ridge (PAR) close to the Balleny Islands (BI). The AS-MBL, PAR and RS anomalies are remarkable because they are continuous from the asthenosphere down to transition zone depths, and they are not likely to be artefacts of the method, as shown by synthetic experiments in section 2.1.5. Moreover, even when setting the limit of significance at a more severe level of two standard deviations (contour at -1.6% on Fig. 2.7), they still extend down to 400 km depth at least. Although the Crozet-Kerguelen and the Southeast Pacific Ocean anomalies also display a strong contrast at 200-300 km ($>3\%$), they do not present such characteristics.

For understanding the significance of these deeply rooted low-velocity anomalies, a comparison with the results of Ritsema and van Heijst [12] can be helpful. Our tomographic approach is close to the work of these authors in the sense that they analysed a global dataset of fundamental and higher mode Rayleigh waves. In addition to surface waves, they also used body waves and normal mode splitting to constrain the structure down to the lower mantle. In the upper mantle part of their global model S20RTS [12], the Amundsen Sea, the Ross Sea region and the Pacific-Antarctic Ridge in the vicinity of the Balleny Islands are underlain by a large, negative anomaly down to 300 km depth only. The anomaly does not stretch to Marie Byrd Land. The lateral resolution of S20RTS is no better than 2000 km, while in our regional study, the lateral resolution is estimated to few hundred kilometers (see section 2.1.5). Our three deep, vertical low-velocity anomalies (labelled AS-MBL, RS and PAR) present a width of about 700-800 km below 300 km depth. This could explain why these deep features are not imaged in S20RTS. The shallow, large, negative anomaly of this area in S20RTS is however connected to a structure sinking down to 700 km depth southeast of New Zealand. As it is situated on the edge of our regional model we cannot make sure whether it corresponds to our anomaly labelled PAR or if it is an independent structure.

We will now focus on the three remarkable deep vertical anomalies, observed in Fig. 2.7. In the following section, we investigate in details the robustness of these structures.

2.1.5 Synthetic experiments

The first synthetic experiment is designed to evaluate the degree of vertical smearing likely to affect the shallow parts of our tomographic model. The idea is to check whether the observed variations in the maximum depth of the shallow low-velocity layer could be attributed to lateral variations in the vertical resolution that would result in different amount of vertical smearing. In other words, regions where the retrieved shallow low-velocity layer is thin would be better constrained than regions where it seems to be more deeply rooted. We have performed a full synthetic experiment following the procedure described in [18].

The “full” synthetic test reproduces both steps of our tomographic approach. For each path of the actual coverage, we first compute a synthetic seismogram in the input velocity model. We then use our automated waveform inversion to invert each synthetic waveform for a path-average SV-velocity model before to combine these 1D velocity models in a tomographic inversion to retrieve the local structure. The synthetic inversion is performed using the same number of overtones and the same a priori values as the actual inversion. The input velocity model is our smoothed PREM model in which we have added a -10% velocity perturbation from the Moho down to 125 km depth (Fig. 2.9a). The retrieved structure is smoother than the input structure (Fig. 2.9b), but vertical smearing is weak with no strong lateral variation. Keeping in mind that some of the observed broad, downward extensions of the low-velocity layer in Fig. 2.7 display velocity contrasts reaching 3% below 200 km and extending down to 600 km depth with an amplitude greater than 1%, it is very unlikely from the synthetic test of Fig. 2.9 that they result from vertical smearing of shallow structures. Moreover, this test shows that the tomographic method has a tendency to produce spurious anomalies below 175 km depth. The amplitude of these anomalies reaches 1.1% in Fig. 2.9b. However, since the spurious anomalies are opposite in sign to the shallow input perturbation, the observed negative anomalies (Fig. 2.7) which extend continuously down to transition zone depths without any change of sign are not likely to be an artefact. On the other hand, the negative anomalies (1% - 2%) found beneath the high-velocity lid (>10%) of East Antarctica may suffer from this artefact and are thus not robust.

We have then conducted a second synthetic experiment to evaluate our ability to resolve a low-velocity anomaly located below the asthenosphere. Our input velocity model is now the same smoothed version of PREM in which we have added a -5% SV-wave velocity anomaly centered in the Ross Sea at 75°S and 179°W (Fig. 2.10a), a region where we found the deepest low-velocity structures. The anomaly is located between 250 km and 350 km depth and is elongated in the east-west direction, with a lateral extension of about 700 km × 1000 km. The synthetic experiment is again a “full” test conducted as in Debayle et al. [18]. The output model is shown in Fig. 2.10b. Horizontal smearing is observed along the dominant direction of paths. However, vertical smearing is small and the input anomaly, although smoothed by the tomographic inversion, is retrieved at the right location and right depth. This confirms that our fundamental mode and overtones dataset allows us to isolate a deep low-velocity anomaly from the shallower and the deeper structure and to recover its geometry and location, even though its amplitude is underestimated. This latter point suggests that the actual velocity contrast of the structures could be underestimated in the inverted model. We have tested whether such a deep structure could be resolved without the overtone information. For this purpose we have performed a new “full” synthetic experiment in which we try to retrieve the same model as in Fig. 2.10a

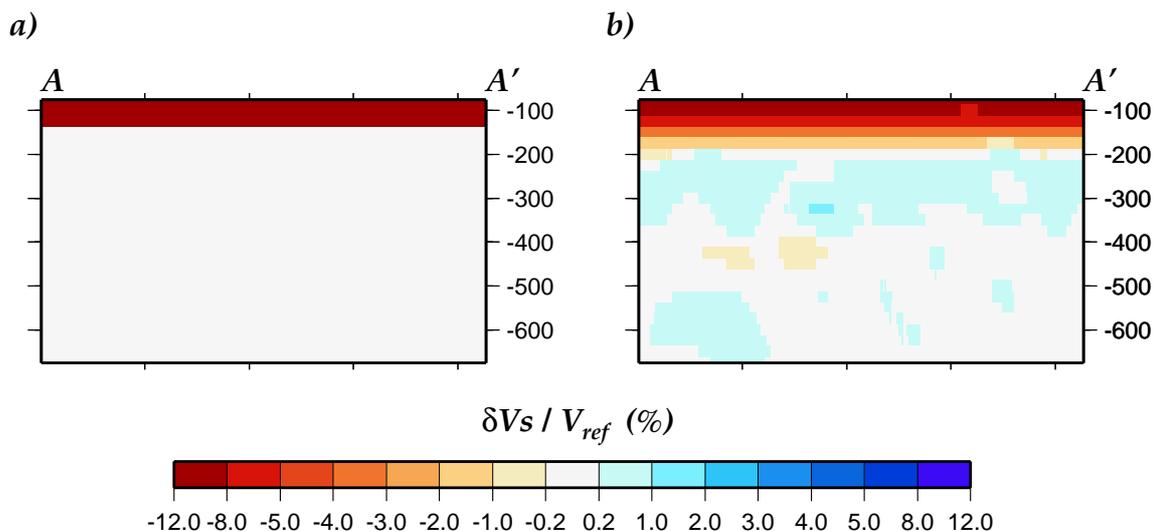


FIG. 2.9 – *Synthetic experiment to test the vertical smearing of a uniform shallow structure* a) input model and b) output model. The input SV-velocity perturbation of -10% extends from Moho down to 125 km depth beneath the whole region under study. The cross-section is along the AA' profile (Fig. 2.7a). Note that the spurious velocity anomalies deeper than 175 km are smaller than 1.1%.

but without the help of the overtones. The result of the synthetic experiment is shown in Fig. 2.10c and confirms that without overtones, it is neither possible to locate properly in depth the input anomaly nor to recover its amplitude and shape. An anomaly is picked up by the fundamental mode, but due to its poor sensitivity at depths greater than 250 km in our period range of analysis (50 s - 160 s), it is weaker than expected and shifted towards shallow depths, where the fundamental mode has the largest sensitivity. This underlines the importance of the higher mode data to study deep structures.

From this series of “full” synthetic tests it seems difficult to invoke artefacts brought by the tomographic method to explain the deeply rooted low-velocity anomalies observed beneath the coast of Marie Byrd Land, the Pacific-Antarctic Ridge and the Ross Sea region (cross-sections BB', CC' and DD' in Fig. 2.7), even though these experiments did not test all the effects that could impair the results. As it has been discussed in details in [18], the approximations used in the theory are likely to be valid in our frequency band of analysis for relatively short paths and errors on the a priori crustal structure should not affect the model for depths greater than 200 km, largely constrained by long-period higher modes less sensitive to the shallow structure.

If the vertical deep low-velocity anomalies we image are real, it is tempting to associate them with upwelling of hot and less viscous material. However, their lateral extent is larger than the proposed width for a mantle plume tail at these depths [35]. We have

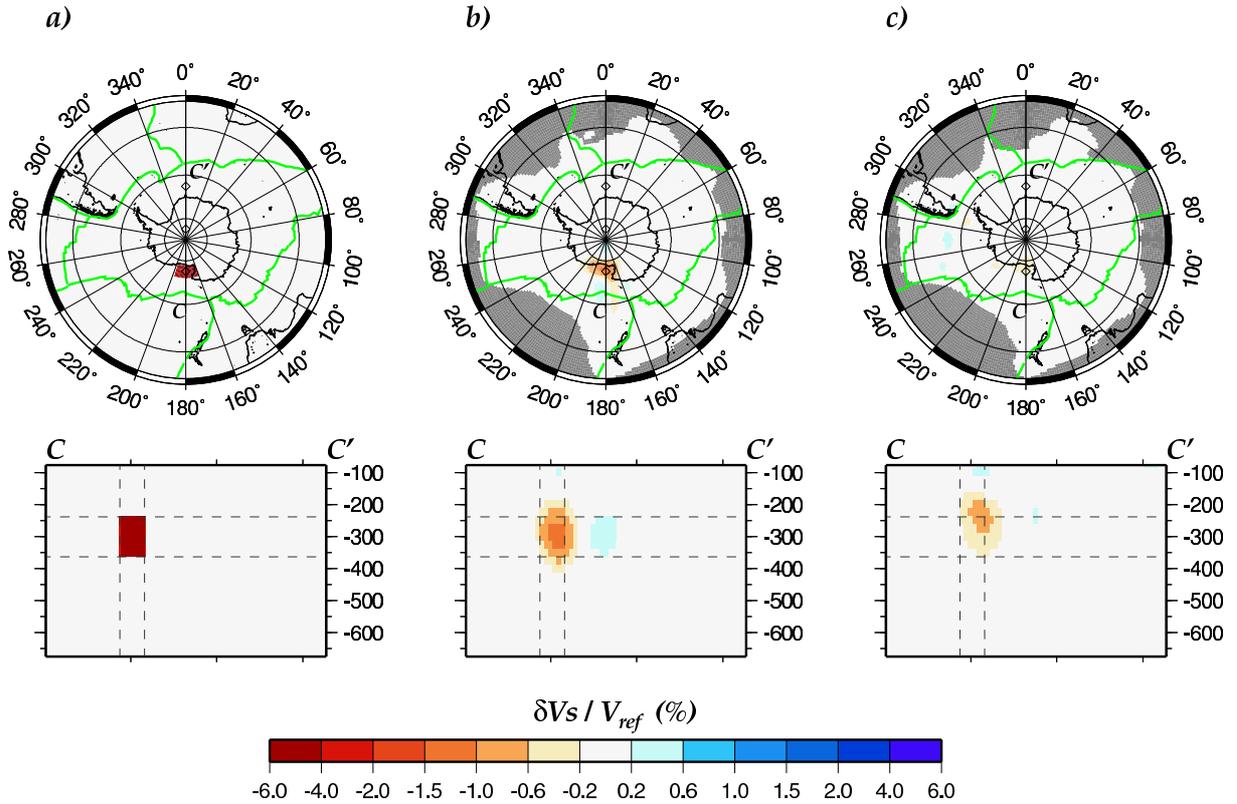


FIG. 2.10 – *Synthetic experiment to test the ability to retrieve a velocity perturbation below the asthenosphere with and without the use of overtones a) input model, b) output model with the overtones and c) output model with the fundamental mode only. Top maps are the model at 300 km depth and the bottom cross-sections are along profil CC' (Fig. 2.7c). We try to retrieve a $700 \text{ km} \times 1000 \text{ km}$ wide SV-velocity perturbation of -5% located between 250 km and 350 km depth. Gray dashed lines mark the depth and lateral limits of the input perturbation. Note that the spurious positive anomalies are smaller than 0.6% .*

therefore performed a synthetic experiment to investigate in more detail the degree of horizontal smearing in our tomographic inversion. For this purpose, we only need to test the final tomographic procedure. For a realistic experiment, the input model is 3SMAC in which the low-velocity perturbations modelling the hotspots of Duncan and Richards's [36] distribution have been reinforced. 3SMAC model actually uses Duncan and Richards's [36] distribution with several additional "new" hotspots [25]. The perturbations are about 200 km wide and 5% slower than the embedding structure (Fig. 2.11a). All the hotspots located in the central part of the model (i.e. where the a priori error is smaller than 0.04 km/s) have been retrieved even though they have been smoothed by the tomographic process. We present in Fig. 2.11b the results for the two hotspots of the Ross Sea region (Erebus and Balleny), as the deep velocity anomalies of the inverted model that we focus

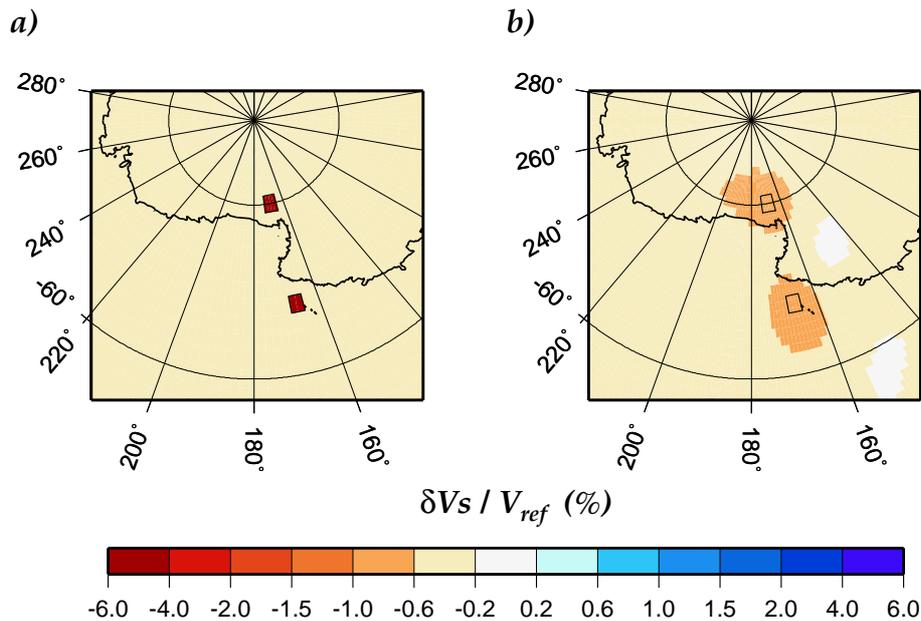


FIG. 2.11 – *Synthetic experiment to test the lateral resolution of the tomographic inversion* a) input model and b) output model. The input model is 3SMAC at 200 km depth in which the perturbations related to the hotspots of Duncan and Richards’s [36] distribution have been reinforced (-5% SV-velocity perturbations, 200 km wide). We present a zoom on the Ross Sea region hotspots, Erebus (south) and Balleny (north). Black boxes mark the position of the input perturbations. Note that on this kind of map, the north is to the bottom of the picture.

on are found in this region. The output anomalies in Fig. 2.11b only suffer a slight shift compared to the location of the input perturbations (towards the north for Balleny and towards the southeast for Erebus). Their amplitude is attenuated and they have a lateral extension of about 800-1000 km. A similar experiment shows that a 100 km wide anomaly with a 8% perturbation produces about the same pattern through the tomographic method. This suggests that the width of the deep velocity anomalies observed in cross-sections BB’, CC’ and DD’ (Fig. 2.7) can be reconciled with a plume conduit narrower than 200 km but with a stronger velocity contrast.

2.1.6 Discussion

The hypothesis of a large plume (~ 3000 km wide in the asthenosphere) located beneath the West Antarctic Rift and including Marie Byrd Land and the Ross Sea region, has recently been discussed (eg. [5,7,9]). It is supported by the similarity of large amount of subglacial volcanic rocks and by the chemistry of the sparse exposed volcanic rocks. For example, Marie Byrd Land is a volcanic province whose basalts are indistinguishable from

those on oceanic islands [8]. Like other basalts found in the West Antarctic Rift, they have erupted in the last 30 Ma [4] and are difficult to reconcile with a shallow source related to the rifting, as the main period of extension in the West Antarctic Rift occurred in the Late Mesozoic [5,9]. The presence of a topographic dome centred in the province, whose growth is closely linked to the volcanism [8], also favours the presence of a plume beneath the region. In the Balleny Islands, the chemistry of the volcanic rocks also suggests a deep-seated plume origin [7].

Our final SV-wave velocity model presents two vertical low-velocity structures extending continuously down to transition zone depths beneath the Amundsen Sea-Marie Byrd Land and beneath the Pacific-Antarctic Ridge near the Balleny Islands (MBL and PAR in Figs. 2.7b, 2.7c and 2.7d). The low-velocity anomaly of the Ross Sea (RS in Fig. 2.7c) could be considered as a third one, though its amplitude is close to the a posteriori error between 250 km and 400 km depth (Fig. 2.8g) so that vertical connection between the anomalies shallower than 250 km and deeper than 400 km remains uncertain. Regarding the local geology, the plume hypothesis seems to be a good candidate to explain these deep anomalies. Following this idea we now discuss the implication of such plume prints in terms of upwelling material beneath the region.

Assuming that they are related in some way to the volcanism of the region above them, close links between the three structures are suggested by the very similar geochemical characteristics of the Cenozoic volcanic rocks present in Marie Byrd Land, the Balleny Islands and the Ross Sea region [4,7]. Recent laboratory experiments suggest that, in a chemically heterogeneous mantle, it is possible to generate upwelling that would take the form of broad domes [37]. Connections between the structures of the Balleny Islands and the Ross Sea may be inferred from cross-section CC' (Fig. 2.7c) at least at depths shallower than 200 km. At greater depths a broad low-velocity region with amplitude smaller than 1% encompasses the two vertical structures. However error maps suggest that at depths larger than 300 km, only seismic anomalies with an amplitude larger than 1% are well resolved (Figs. 2.8b, 2.8c and 2.8d) and synthetic tests (Fig. 2.11) demonstrate that these significant anomalies can be reconciled with two narrow plume tails, well separated laterally. Moreover, in view of the lateral resolution, the structure beneath Marie Byrd Land is very unlikely to be connected to the Ross Sea and Balleny Islands structures at depth as the deep velocity anomaly retrieved beneath Marie Byrd Land is clearly separated from the other two anomalies. Our results therefore advocate the existence of two, maybe three, distinct mantle plumes underlying or in the close vicinity of Marie Byrd Land, the Balleny Islands and the Ross Sea region, instead of a single large one.

At depth greater than 300 km, the deep vertical low-velocity anomaly on cross-sections CC' and DD' (Figs. 2.7c and 2.7d) is located beneath the Pacific-Antarctic Ridge and is shifted by 700 km from the surface location of the closest hotspot, the Balleny Islands.

Keeping in mind that the lateral resolution is of the order of few hundred kilometers, it is possible to suggest a connection between the deep anomaly and this hotspot. An explanation for the shift between the supposed mantle upwelling and the hotspot surface expression could be the migration of plume material beneath the lithosphere. Such an explanation may be supported by cross-section DD' in Fig. 2.7.

Anderson et al. [38] suggested that the asthenosphere is neither homogeneous nor isothermal. They used the fundamental mode global surface wave model of Zhang and Tani-moto [11] which presents a lateral resolution of about 1000 km in the uppermost 200 km of the mantle to suggest that the upper mantle is characterised by vast domains of high temperature rather than small regions surrounding hotspots. Our more detailed regional model agrees with the idea of several large, low-velocity domains surrounding hotspots in the oceanic asthenosphere rather than small, low-velocity regions. We observe that there is no systematic link between low-velocity anomaly and hotspot. For example, the Kerguelen hotspot is located in a well constrained region where the fundamental mode coverage is good and is not underlain by low velocities in the uppermost 200 km. We also note that the broad, low-velocity anomalies in the Southeast Pacific Ocean (SEP in Fig. 2.7a) and in the south of Kerguelen plateau (Fig. 2.4c) are not related to current oceanic ridges in the uppermost 200 km of the mantle and are difficult to associate with any hotspot at the surface. Anderson et al. [38] suggested that some of the low velocities observed in the asthenosphere could reflect previous positions of migrating ridges. This kind of model seems difficult to reconcile with the anomalies in the Southeast Pacific Ocean and the South Indian Ocean since they persist at relatively large depths in the mantle. Further interpretations of these asthenospheric structures would require an improved knowledge of both the geology and past plate motion in the region.

Anderson et al. [38] did not find evidence for deep thermal perturbation beneath the hotspots. We suggest that this is likely to be due to the decrease in sensitivity of their fundamental mode data set at depths larger than 200 km. Our results show that a deep source may exist beneath at least some of the hotspots in Antarctica. This imaging of deep low-velocity structures connected to large regions of low seismic velocities in the asthenosphere could be in partial agreement with the model of Phipps Morgan et al. [39]. They proposed that the oceanic asthenosphere is fed by plumes from the lower mantle and is a region of large lateral flows from the “feeding conduits” towards the ridges. Our tomographic model does not allow to discuss whether the deep vertical low-velocity structures that we observe in the upper mantle extend in the lower mantle, but the cross-sections in Fig. 2.7 is an argument for strong lateral flows in the asthenosphere connecting the deep vertical structures to the ridges (cross-section BB') or to some of the reported hotspots near the surface (cross-section CC').

Further discussion on these deep low-velocity structures and their potential role in

mantle dynamics needs a more detailed imaging at greater depths. The lateral resolution must be enhanced to better constrain the geometry of these deep low-velocity structures and to confront their seismic signature with laboratory experiments and numerical simulations of mantle plumes. Phipps Morgan et al. [39] situate the source of the feeding plumes in the lower mantle. Images at greater depths would allow to know whether these structures are really originating from below the transition zone as suggested by model S20RTS [12] which detects low-velocities beneath the Pacific-Antarctic Ridge close to the Balleny Islands, the Ross Sea region and off Marie Byrd Land in the depth range 800 km - 1000 km. Teleseismic body waves often provide complementary information to surface wave studies. High resolution body wave tomographies require a dense seismic coverage which is not available at high southern latitudes yet. Our knowledge of the upper mantle beneath the Antarctic plate is therefore likely to continue to rely mainly on surface wave analysis in the near future. Antarctica is thus a region where it is strongly needed to improve the surface wave tomography techniques for example by using seismic wave propagation theories more accurate than the classical geometrical theory as it has been explored in many recent works.

Acknowledgements

This work is supported by the INSU program “Intérieur de la Terre”. Supercomputer facilities were provided by the French “Institut for Development and Resources in Intensive Scientific computing” (IDRIS). The maps and the cross-sections presented in this paper have been made using the GMT software [40]. We thank reviewers Anne Davaille, Ban-Yuan Kuo and Jeoren Ritsema for their helpful and constructive comments.

References

- [1] I.W.D. Dalziel, D.H. Elliot, West Antarctica : problem child of Gondwanaland, *Tectonics* 1 (1982) 3-19.
- [2] G. Roult, D. Rouland, Antarctica I : Deep structure investigations inferred from seismology ; a review, *Phys. Earth Planet. Inter.* 84 (1994) 15-32.
- [3] S.C. Cande, J.M. Stock, R.D. Müller, T. Ishihara, Cenozoic motion between East and West Antarctica, *Nature* 404 (2000) 145-150.
- [4] G. Wörner, Lithospheric dynamics and mantle sources of alkaline magmatism of the Cenozoic West Antarctic Rift System, *Glob. Plan. Chan.* 23 (1999) 61-77.
- [5] J.C. Behrendt, W.E. LeMasurier, A.K. Cooper, F. Tessensohn, A. Tréhu, D. Damaske, Geophysical studies of the West Antarctic Rift System, *Tectonics* 10 (1991) 1257-1273.

- [6] M.H. Ritzwoller, N.M. Shapiro, A.L. Levshin, G.M. Leahy, Crustal and upper mantle structure beneath Antarctica and surrounding oceans, *J. Geophys. Res.* 106 (2001) 30,645-30,670.
- [7] S.R. Hart, J. Blusztajn, W.E. LeMasurier, D.C. Rex, Hobbs Coast Cenozoic volcanism : Implication for the West Antarctic rift system, *Chem. Geol.* 139 (1997) 223-248.
- [8] W.E. LeMasurier, C.A. Landis, Mantle-plume activity recorded by low-relief erosion surfaces in West Antarctica and New Zealand, *GSA Bulletin* 108 (1996) 1450-1466.
- [9] J.C. Behrendt, W.E. LeMasurier, A.K. Cooper, The West Antarctic Rift System-A propagating rift “captured” by a mantle plume?, in : Y. Yoshida, K. Kaminuma, K. Shiraishi (Eds.), *Recent Progress in Antarctic Earth Science*, Terra Sci., Tokyo, 1992, pp. 315-322.
- [10] B.C. Storey, The role of mantle plumes in continental breakup : case histories from Gondwanaland, *Nature* 377 (1995) 301-308.
- [11] Y.-S. Zhang, T. Tanimoto, High-resolution global upper mantle structure and plate tectonics, *J. Geophys. Res.* 98 (1993) 9793-9823.
- [12] J. Ritsema, H.J. van Heijst, Seismic imaging of structural heterogeneity in Earth’s mantle : Evidence for large-scale mantle flow, *Science Progress* 83 (2000) 243-259.
- [13] G. Roult, D. Rouland, J.P. Montagner, Antarctica II : Upper-mantle structure from velocities and anisotropy, *Phys. Earth Planet. Inter.* 84 (1994), 33-57.
- [14] S. Danesi, A. Morelli, Group velocity of Rayleigh waves in the Antarctic region, *Phys. Earth Planet. Inter.* 122 (2000) 55-66.
- [15] S. Danesi, A. Morelli, Structure of the upper mantle under the Antarctic Plate from surface wave tomography, *Geophys. Res. Lett.* 28 (2001) 4395-4398.
- [16] E. Debayle, SV-wave azimuthal anisotropy in the Australian upper-mantle : preliminary results from automated Rayleigh waveform inversion, *Geophys. J. Int.* 137 (1999) 747-754.
- [17] M. Cara, J.J. L ev eque, Waveform inversion using secondary observables, *Geophys. Res. Lett.* 14 (1987) 1046-1049.
- [18] E. Debayle, J.J. L ev eque, M. Cara, Seismic evidence for a deeply rooted low-velocity anomaly in the upper mantle beneath the northeastern Afro/Arabian continent, *Earth Planet. Sci. Lett.* 193 (2001) 423-436.
- [19] E. Debayle, J.J. L ev eque, Upper mantle heterogeneities in the Indian Ocean from waveform inversion, *Geophys. Res. Lett.* 24 (1997) 245-248.
- [20] E. Debayle, B.L.N. Kennett, The Australian continental upper mantle : Structure and deformation inferred from surface waves, *J. Geophys. Res.* 105 (2000) 25,423-25,450.

- [21] K. Priestley, E. Debayle (2003) Seismic evidence for a moderately thick lithosphere beneath the Siberian Platform, *Geophys. Res. Lett.* 30(3) 1118, 10.1029/2002GL015931.
- [22] S. Pilidou, O. Gudmundsson, E. Debayle, K. Priestley (2002) Upper mantle SV-wavespeed heterogeneity beneath the north Atlantic, *EOS Trans. Am. Geophys. Union*, 83(47), Fall Meet. Suppl., F1040.
- [23] J.J. L ev eque, M. Cara, D. Rouland, Waveform inversion of surface wave data : test of a new tool for systematic investigation of upper mantle structures, *Geophys. J. Int.* 104 (1991) 565-581.
- [24] A.M. Dziewonski, D.L. Anderson, Preliminary reference Earth model, *Earth Planet. Inter.* 25 (1981) 297-356.
- [25] H.C. Nataf, Y. Ricard, 3SMAC : an *a priori* tomographic model of the upper mantle based on geophysical modeling, *Phys. Earth Planet. Inter.* 95 (1995) 101-122.
- [26] J.P. Montagner, Regional three-dimensional structures using long-period surface waves, *Ann. Geophys.* 4 (1986) 283-294.
- [27] C.E. Nishimura, D.W. Forsyth, The anisotropic structure of the upper mantle in the Pacific, *Geophys. J.* 96 (1989) 203-229.
- [28] J.J. L ev eque, E. Debayle, V. Maupin, Anisotropy in the Indian Ocean upper mantle from Rayleigh- and Love-waveform inversion, *Geophys. J. Int.* 133 (1998), 529-540.
- [29] J. Ritsema, H.J. van Heijst, J.H. Woodhouse, Complex shear wave velocity structure imaged beneath Africa and Iceland, *Science* 286 (1999) 1925-1928.
- [30] D.W. Forsyth, R.L. Ehrenbard, S. Chapin, Anomalous upper mantle beneath the Australian-Antarctic Discordance, *Earth Planet. Sci. Lett.* 84 (1987) 471-478.
- [31] B.-Y. Kuo, C.-H. Chen, Y.-S. Zhang, A fast velocity anomaly to the west of the Australian-Antarctic Discordance, *Geophys. Res. Lett.* 23 (1996) 2239-2242.
- [32] R.D. M uller, W.R. Roest, J.-Y. Royer, L.M. Gahagan, J.G. Scalter, Digital isochrons of the world's ocean floor, *J. Geophys. Res.* 102 (1997) 3211-3214.
- [33] N.M. Shapiro, M.H. Ritzwoller, Monte-Carlo inversion for a global shear-velocity model of the crust and upper mantle, *Geophys. J. Int.* 151 (2002) 88-105.
- [34] B.L.N. Kennett, E.R. Engdhal, R. Buland, Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes, *Geophys. J. Int.* 122 (1995) 108-124.
- [35] R.W. Griffiths, I.H. Campbell, Stirring and structure in mantle starting plume, *Earth Planet. Sci. Lett.* 99 (1990) 66-78.
- [36] R.A. Duncan, M.A. Richards, Hotspots, mantle plumes, flood basalts, and true polar wander, *Rev. Geophys.* 29 (1991) 31-50.
- [37] A. Davaille, Simultaneous generation of hotspots and superswells by convection in a heterogeneous planetary mantle, *Nature* 402 (1999) 756-760.

- [38] D.L. Anderson, T. Tanimoto, Y.-S. Zhang, Plate tectonics and hotspots : The third dimension, *Science* 256 (1992) 1645-1651.
- [39] J. Phipps Morgan, W.J. Morgan, Y.-S. Zhang, W.H.F. Smith, Observational hints for a plume-fed, suboceanic asthenosphere and its role in mantle convection, *J. Geophys. Res.* 100 (1995) 12,753-12,767.
- [40] P. Wessel, W. H. F. Smith, New version of the Generic Mapping Tools released, *EOS Trans. Am. Geophys. Union* 76 (1995) 329.

2.2 Limites de cette étude et possibles améliorations

Revenons plus en détail sur les limites de cette étude du manteau supérieur antarctique, généralisables cependant aux travaux similaires dans d'autres régions. Les modes harmoniques apportent indéniablement des informations sur la structure en-dessous de 200 km et au moins jusqu'à 400 km de profondeur, comme le montrent le test de la figure 2.10 ainsi que les résultats des tests synthétiques similaires de Debayle et al. (2001) pour la Corne de l'Afrique et de Pilidou et al. (2004) dans l'Atlantique Nord. Mais en-dessous de 700 km de profondeur, les images obtenues semblent difficilement interprétables. Les amplitudes des hétérogénéités des modèles 1D en β y sont du même ordre de grandeur que l'erreur a posteriori et le modèle ne présente plus de structure organisée. En l'état, on ne peut donc pas apporter d'élément sur la profondeur d'origine des structures verticales imagées. Les tests synthétiques semblent montrer qu'avec une bonne couverture en trajets, on peut détecter des anomalies même de faible extension latérale (figure 2.11). Leurs images tomographiques sont cependant fortement lissées, leur extension latérale est ici multipliée par cinq avec $L_{corr} = 400$ km (section 2.1.3). L'évaluation des modèles géodynamiques aujourd'hui proposés exigerait toutefois une meilleure résolution latérale de notre tomographie. Par exemple, il serait intéressant de pouvoir distinguer un seul conduit large de plusieurs conduits étroits voisins. De plus, dans les zones bien couvertes, l'amplitude retrouvée en-dessous de 200 km de profondeur est, probablement en partie du fait du lissage, très faible par rapport à l'amplitude initiale (à peine 1.5% pour une anomalie initiale de 5% pour le test de la figure 2.10). Le danger de retrouver les anomalies avec un contraste affaibli est de ne pas détecter des structures peu marquées. La sous-estimation des amplitudes des anomalies restreint aussi l'utilisation de ces résultats pour construire des modèles de température ou de viscosité du manteau, paramètres d'un grand intérêt en géodynamique. Des progrès sont donc à faire pour augmenter la sensibilité des tomographies en profondeur (en particulier dans la zone de transition), améliorer leur résolution latérale ainsi que le recouvrement de l'amplitude des hétérogénéités.

L'augmentation du nombre de données est une première solution. Pour l'Antarctique,

il est possible d'utiliser les quelques réseaux temporaires installés dans la région comme l'ont fait Kobayashi et Zhao (2004). Analyser plus de données donne plus de chance de modéliser des modes harmoniques, ce dont notre connaissance de la structure profonde devrait bénéficier. Densifier la couverture devrait aussi certainement améliorer la résolution latérale. Accroître le nombre de données n'est cependant pas la seule solution et ce n'est d'ailleurs pas toujours possible. Ainsi, que faire pour les régions dépourvues de stations même temporaires comme le Pacifique Sud (figure 2.1b)? Pour de telles régions, la seule réponse est de mieux extraire les informations des enregistrements existants, de travailler avec plus de précision.

On pourrait penser que considérer un modèle de croûte plus précis que 3SMAC (par exemple un modèle régional) pourrait être bénéfique. Cela pourrait modifier le modèle à faible profondeur mais les imperfections du modèle de croûte ont cependant peu d'effet au-delà de 100 km (Debayle et Kennett, 2000b; Pilidou et al., 2004). Dans le cas de l'Antarctique, un problème du même ordre mais plus spécifique pourrait être soulevé : l'influence de la calotte glaciaire. La présence d'une couche de glace ralentie en effet les ondes de surface. Elle affecte surtout les vitesses de groupe (Ritzwoller et al., 2001). Pour estimer l'influence d'une couche de glace dans la modélisation de forme d'ondes, nous avons réalisé le test suivant. Un sismogramme synthétique est calculé dans un modèle avec une épaisseur de glace de 3 km (épaisseur moyenne de la calotte glaciaire est-antarctique). Ce sismogramme est ensuite inversé à partir d'un modèle a priori avec la bonne épaisseur de glace et à partir d'un modèle sans glace. Le modèle retrouvé sans la couche de glace est bien un peu plus lent que celui avec la bonne épaisseur de glace à faible profondeur alors que plus profondément, pour compenser, il est un peu plus rapide (figure 2.12). Mais les différences les plus grandes sont limitées aux cent premiers kilomètres et elles sont inférieures aux barres d'erreur. Cet exemple représente en plus un cas extrême, celui de l'analyse d'un sismogramme avec un modèle a priori se trompant de 3 km sur l'épaisseur de glace en moyenne sur le trajet. Or le modèle de croûte a priori ici utilisé, 3SMAC, intègre des données sur l'épaisseur de glace en Antarctique (Nataf et Ricard, 1995). Il peut contenir quelques imprécisions locales mais ces imprécisions donneront sans doute une erreur moyenne très inférieure à 3 km pour des trajets qui ne sont de plus pas "purement est-antarctiques" (figure 2.1b). Il est donc peu probable que la modélisation de la calotte glaciaire soit une source d'erreur importante pour nos résultats, en particulier à grande profondeur.

La "clusterisation" des trajets est aussi une voie intéressante pour améliorer la tomographie. Le modèle régional du Pacifique (Maggi et al., 2004) et le modèle global (Debayle et al., 2005) ont d'ailleurs été réalisés avec cette évolution de la méthode tomographique de l'IPGS. Elle est indispensable pour traiter des bases de données volumineuses (plus de 10000 trajets). Cela consiste à combiner les modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ trouvés par modélisation de

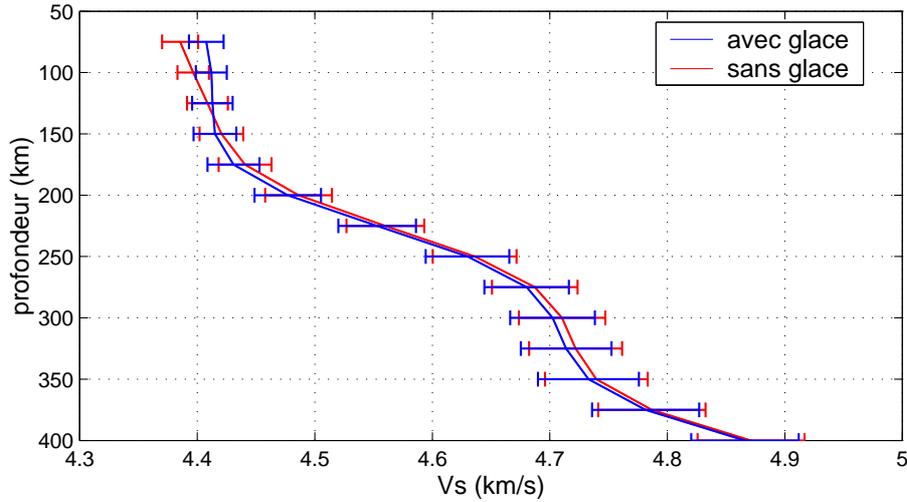


FIG. 2.12 – Influence de l'épaisseur de glace pour la modélisation de forme d'ondes : un sismogramme correspondant à un trajet de 4000 km dans un modèle avec une couche de glace de 3 km (épaisseur moyenne de la calotte glaciaire est antarctique) est inversé à partir d'un modèle a priori avec la bonne épaisseur de glace (en bleu) et à partir d'un modèle a priori sans glace (en rouge). Les barres d'erreur estimées sont aussi représentées.

forme d'ondes par “cluster” de trajets c'est-à-dire par groupe de trajets géographiquement proches (épacentres proches et stations proches) et correspondant donc à une même structure moyenne. A l'étape suivante, ce sont les modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ moyennés sur les clusters de trajets qui sont régionalisés. L'incertitude attribuée à chacun de ces modèles dans la régionalisation est l'écart-type sur l'ensemble des modèles trouvés pour le cluster. Cette méthode donne une estimation plus réaliste de l'incertitude sur les modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ et minimise les erreurs concernant la source (erreur de localisation, de mécanisme au foyer). Elle permet également d'éviter de devoir régionaliser dans la seconde étape des modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ associés à des trajets géographiquement proches mais qui sont incompatibles (modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ différents au-delà de leurs barres d'erreur), ce qui est source d'instabilité. La “clusterisation” des trajets améliore les modèles 3D dans les 200 premiers kilomètres auxquels sont sensibles, en général, presque tous les trajets de la base de données. Cependant cette évolution de la méthode peut causer une perte d'information à grande profondeur. En effet, dans un même groupe de trajets proches, certains sismogrammes peuvent bien contraindre la structure profonde, grâce à l'analyse des modes harmoniques, tandis que d'autres, analysés avec le mode fondamental seul, n'apportent aucune information sur la structure profonde. Les modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ de ces derniers correspondent donc, à ces profondeurs, au modèle a priori avec des barres d'erreur égales à l'écart-type a priori. Une régionalisation sans “clusterisation” donne plus de poids aux trajets analysés avec les modes harmoniques car l'incertitude sur ces modèles est plus petite. C'est ce qui permet de

retrouver des perturbations de vitesse significatives en-dessous de 200 km de profondeur. Combiner les trajets par cluster avant la régionalisation revient à traiter pareillement ces deux types de sismogrammes et le calcul de la moyenne des modèles biaise vers le modèle a priori les vitesses retrouvées à grande profondeur. Ainsi le modèle de l’Antarctique issu du modèle global (figure 2.13) est certainement moins bruité que le modèle régional mais les anomalies lentes discutées dans la section 2.1.6 et qui descendaient jusqu’à la zone de transition (figure 2.7) ne sont plus tout à fait aussi profondément enracinées (coupes BB’ et CC’) ou présentent moins de continuité (coupe DD’) dans le modèle global. Pour autant, cela ne remet pas en cause les conclusions tirées du modèle régional (section 2.1.6), pour les raisons qui viennent d’être expliquées. Les différences observées entre les figures 2.7 et 2.13 sont de plus assez faibles. La “clusterisation” est donc une solution pour améliorer nos tomographies dans les 200 premiers kilomètres mais, dans sa version actuelle, elle ne permet pas de mieux imager la zone de transition.

Une autre solution enfin est de raffiner la théorie de propagation des ondes considérée dans l’inversion. Bien que les conditions dans lesquelles nous travaillons (section 1.3.2) soient choisies pour vérifier au mieux les conditions de validité de la théorie Rais-GC, cette piste est tout de même justifiée. En effet, le modèle 3D du manteau antarctique ne vérifie pas tout à fait la condition d’application de la théorie des rais (1.9). Il présente en particulier des grandes et rapides variations de vitesse dans les 200 premiers kilomètres, comme la limite entre l’Antarctique de l’Ouest et l’Antarctique de l’Est (de -10% à +10% sur une distance de 500 km, par exemple figure 2.7). Un tel gradient de vitesse a toutes les chances d’entraîner, dans la réalité, des déviations importantes du chemin suivi par les ondes par rapport au grand cercle, similaires par exemple à ce que montre un tracé de rai à travers la bordure du craton australien (Yoshizawa, 2002), comparable au craton est-antarctique. Mais ce qui est le plus embarrassant avec cette observation est que le résultat final de la tomographie en théorie Rais-GC ne respecte pas les hypothèses de départ de la méthode. Cette incohérence incite à adopter une autre théorie de propagation (Spetzler et al., 2002 ; Spetzler et Snieder, 2001). De plus, comme évoqué plus haut, il serait souhaitable d’augmenter la résolution latérale des tomographies pour être sûr de pouvoir détecter les objets de type “conduit de panache mantellique”. Or ceux-ci pourraient ne pas satisfaire la condition (1.9). Dans un manteau ayant certaines propriétés physico-chimiques, les remontées de matière peuvent se faire à certaines profondeurs sous forme de dômes de 1000 km à 6000 km de large (Davaille, 1999) mais les panaches pourraient aussi, à d’autres profondeurs ou dans d’autres conditions, avoir un conduit étroit, dont le diamètre varierait entre 60 km et 300 km (Ito et al., 1996 ; Davies et Richards, 1992 ; Davaille, 1999). Dans ce cas, la taille de ces structures serait inférieure aux longueurs d’onde des ondes de surface généralement considérées en tomographie. Par exemple, la longueur d’onde de notre jeu de données antarctiques varie de 200 km (mode fondamental à 50 s) à 1100 km (premier

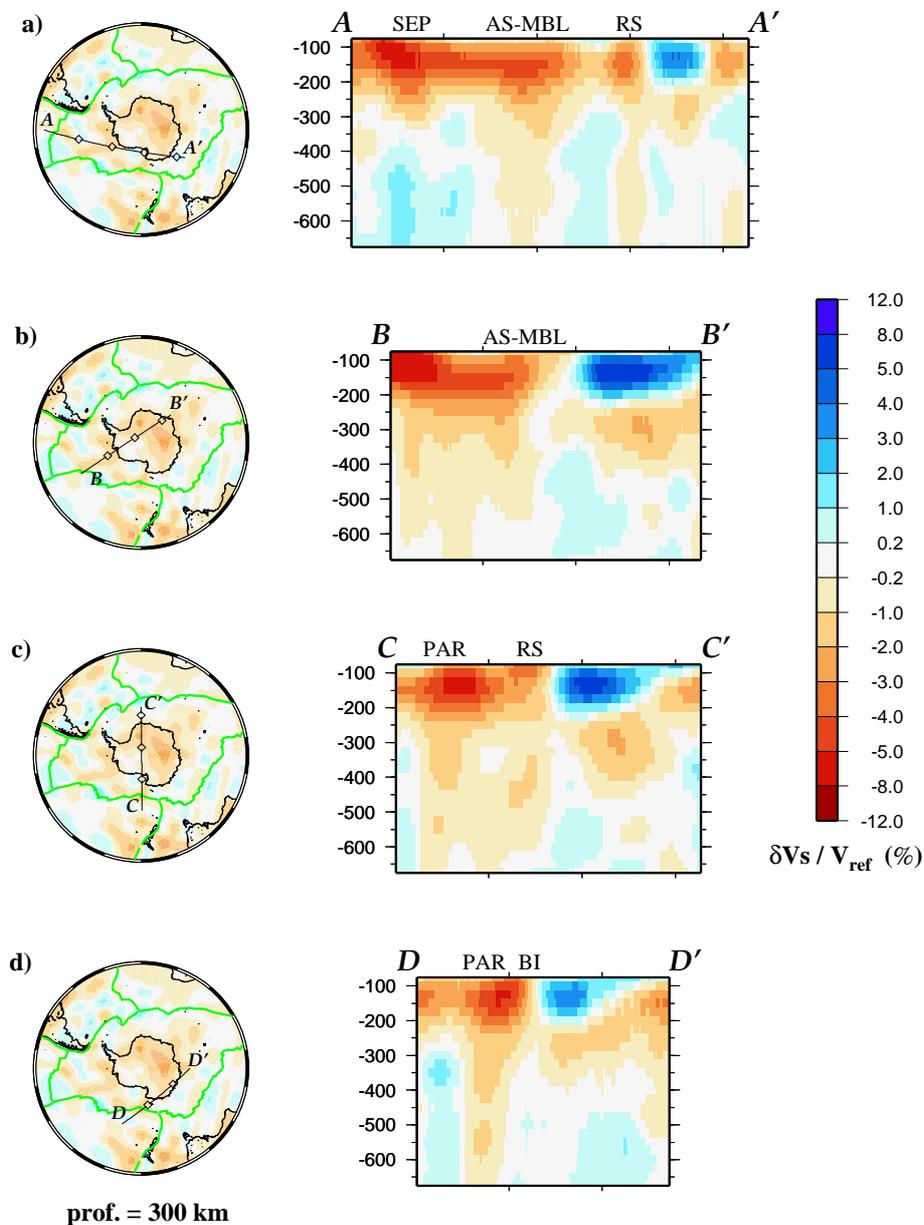


FIG. 2.13 – Coupes verticales identiques à celles de la figure 2.7 issues du modèle global (Debayle et al., 2005). La position du profil est indiquée sur la carte accompagnant la coupe. Ce sont les variations de β par rapport à notre PREM lissé (figure 2.3) de 75 km à 675 km de profondeur qui sont présentées. Les profils et les coupes sont gradués tous les 20° (d'après E. Debayle, communication personnelle).

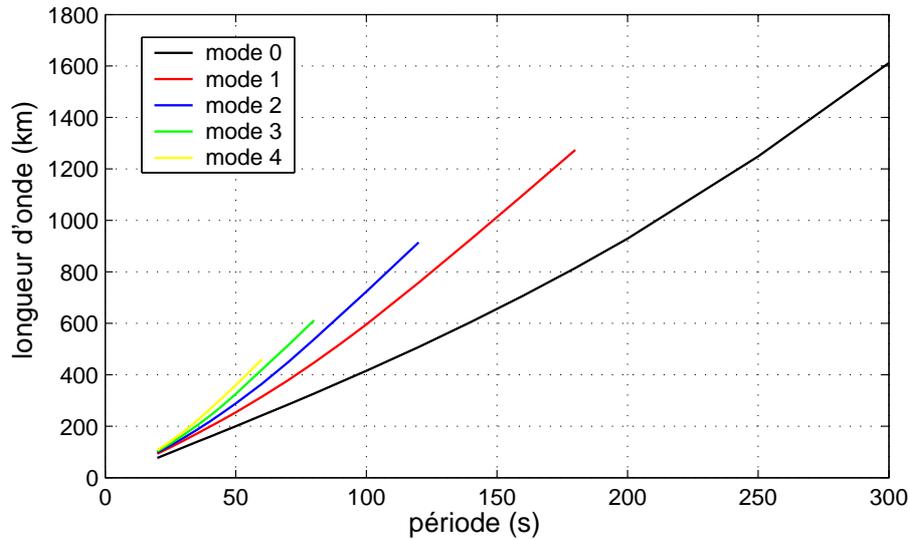


FIG. 2.14 – Longueurs d’onde correspondant aux modes fondamental et aux quatre premiers harmoniques de 20 s à 300 s des ondes de Rayleigh pour un modèle 3SMAC moyen pour la croûte et PREM lissé (figure 2.3) pour le manteau.

harmonique à 160 s) (figure 2.14) et la longueur d’onde moyenne est d’environ 400 km. Dans les tests synthétiques précédents, des anomalies de 200 km de large étaient retrouvées, bien qu’étant fortement lissées (figure 2.11). Mais dans ces tests, les données synthétiques sont calculées suivant la théorie Rais-GC utilisée aussi dans l’inversion. Le non-respect de la condition (1.9) par ces anomalies étroites remet en question la capacité d’une inversion en théorie Rais-GC à aussi bien imager ces anomalies si les données étaient calculées selon une théorie de propagation plus réaliste. Enfin, si la résolution latérale de la méthode était suffisante pour correctement imager ces structures, alors on aboutirait à la même incohérence que celle déjà remarquée pour le modèle antarctique. Tout cela laisse penser que, pour au moins améliorer la résolution latérale tout en ayant un modèle final cohérent avec les hypothèses de départ, il faille utiliser une théorie de propagation plus précise que la théorie Rais-GC.

De nombreux auteurs ont ainsi récemment proposé des modèles tomographiques en ondes de volume (Montelli et al., 2004a, 2004b) et en ondes de surface (Spetzler et al., 2002 ; Ritzwoller et al., 2002 ; Yoshizawa et Kennett, 2004) construits avec des théories de propagation plus précises. Les chapitres 3 et 4 explorent cette piste de l’amélioration des tomographies par un raffinement de la théorie de propagation. Spetzler et al. (2002), Ritzwoller et al. (2002) et Montelli et al. (2004a, 2004b) considèrent une zone de sensibilité de taille finie autour des grands cercles ou des rais. Yoshizawa et Kennett (2004) tentent aussi cette expérience mais ils tiennent en plus compte des déviations par rapport aux grands cercles par une méthode itérative de régionalisation en vitesse de phase. Ces déviations

par rapport aux grands cercles sont en fait importantes pour les trajets longs (supérieurs à 10000 km) aux courtes périodes (inférieures à 40 s) (Ritzwoller et al., 2002). Elles ont par conséquent peu de chance d'être significatives dans nos conditions habituelles de travail (section 1.3.2). Dans les chapitres suivants, nous concentrons nos efforts sur la prise en compte d'une zone de sensibilité de taille finie de part et d'autre du grand cercle. Confiner la sensibilité des ondes sur une zone infiniment étroite semble en effet être dans notre cas la caractéristique la moins réaliste des approximations de la théorie Rais-GC (section 1.2).

Chapitre 3

Tomographie à fréquence finie : théorie

Pour avoir des images tomographiques à plus haute résolution latérale, une des solutions possibles est de considérer une théorie de propagation des ondes plus précise que la théorie Rais-GC utilisée classiquement (chapitres 1 et 2). La majorité des études tentant cette expérience avec les ondes de surface se sont jusqu'ici principalement focalisées sur la prise en compte de la sensibilité de part et d'autre du grand cercle sur une zone de taille finie pour le calcul de carte de dispersion (Yomogida et Aki, 1987; Alsina et al., 1996; Spetzler et al., 2002; Ritzwoller et al., 2002; Yoshizawa et Kennett, 2004). Dans ce chapitre, nous explorons à notre tour cette piste et intégrons ce type de raffinement à la méthode tomographique de l'IPGS.

3.1 Généralités sur la sensibilité des ondes à fréquence finie

En théorie des rais, de façon générale, une observable d d'un sismogramme est sensible aux paramètres du modèle m uniquement sur le rai source-station de longueur Δ

$$d = \int_{\Delta} K(s)m(s) ds \quad (3.1)$$

où s est l'abscisse sur le rai et K la fonction décrivant la sensibilité de l'observable d au modèle m . Elle est souvent appelée “noyau de sensibilité” ou “noyau de Fréchet”. En théorie des rais, par exemple dans le cas où l'observable considérée est le nombre d'onde observé pour un trajet k^{obs} et le paramètre du modèle le nombre d'onde local $k(s)$ comme dans l'équation (1.8), la fonction de sensibilité K ne dépend pas de s et est simplement

égale à $1/\Delta$. Considérer que l'onde est sensible au modèle sur une zone de taille finie impose en revanche d'écrire

$$d = \int_{V_{fini}} K(\vec{r})m(\vec{r}) d\vec{r} \quad (3.2)$$

La taille de la zone de sensibilité considérée dépend, tout comme $K(\vec{r})$, de la longueur d'onde de l'onde. Plus la longueur d'onde augmente, plus la zone est large. Ainsi, supposer qu'une onde est sensible au milieu sur un volume infinitésimal, comme en théorie des rais, serait exact pour une onde de fréquence infinie. Pour une onde de fréquence finie, la zone de sensibilité est en revanche de taille finie. Plusieurs descriptions de la sensibilité à fréquence finie ont été proposées. Dans la suite, nous en explorons deux qui peuvent s'appliquer aux ondes de surface, les zones de Fresnel et le scattering linéarisé.

3.2 Zones de Fresnel

3.2.1 Définition classique

Pour bien comprendre le concept des zones de Fresnel, raisonnons dans le cas simple d'un milieu à k constant (par exemple latéralement homogène pour les ondes de surface) où se propage une onde monochromatique de période T . Le front d'onde se propage de la source en S au récepteur en R (figure 3.1). En un point F , le front d'onde est dévié. Le champ d'onde dévié en F atteint donc S par un chemin détourné $\Delta_1 + \Delta_2$ par rapport au trajet direct Δ_0 . Ce champ dévié contribue au signal observé en R si par exemple son temps de parcours $t_1 + t_2$ n'est "pas très différent" du temps de parcours le long du trajet direct t_0 , relativement à la période T du signal. L'ensemble des points F satisfaisant cette condition définit la zone où s'est formé le signal observé. C'est cette zone qui est appelée zone de Fresnel. Une définition plus quantitative demande de préciser cependant la notion de "pas très différent". On peut considérer que le champ dévié contribue au signal observé tant qu'il n'interfère pas complètement destructivement avec le champ non perturbé, ce qui aboutit à la définition classique : un point F appartient à la zone de Fresnel si

$$|t_1 + t_2 - t_0| < \frac{T}{2} \quad (3.3)$$

ou encore avec la phase φ

$$|\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0| < \pi \quad (3.4)$$

Dans un milieu à k constant, ces relations sont équivalentes à

$$|\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_0| < \frac{\lambda}{2} \quad (3.5)$$

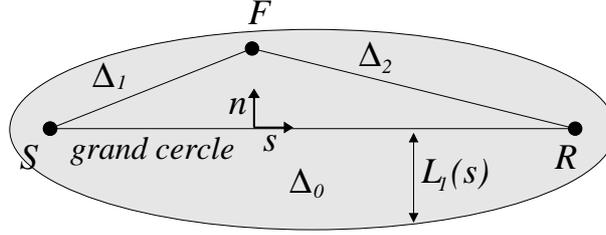


FIG. 3.1 – Zone de Fresnel pour une onde de surface. S est la source, R le récepteur, F un point à l'intérieur de la première zone de Fresnel de largeur $L_1(s)$. Les distances Δ_i correspondent aux phases φ_i et aux temps t_i (équations (3.5), (3.3) et (3.4)). s est l'abscisse le long du grand cercle et n l'abscisse dans la direction orthogonale au grand cercle.

Les relations ci-dessus concernent en fait la première zone de Fresnel puisque du fait de la périodicité, on peut définir des zones de Fresnel d'ordre supérieur. Ainsi la $(q + 1)$ ème zone de Fresnel est donnée par (en choisissant l'expression en phase)

$$|\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0| \leq \pi + 2q\pi \quad (3.6)$$

avec q un entier naturel.

Le mode de propagation des ondes de surface permet de raisonner en 2D pour trouver les limites de la zone de Fresnel. Dans un milieu latéralement homogène, elles se propagent le long du grand cercle reliant la source au récepteur. La zone de Fresnel est alors une ellipse dont les foyers sont la source et le récepteur (figure 3.1). La forme de la zone dépend ainsi de la distance source-récepteur (Δ_0). Avec la relation (3.5), il est clair que la largeur de la zone dépend aussi de la longueur d'onde de l'onde. La demi-largeur de la première zone L_1 à mi-chemin entre la source et la station (pour $s = \Delta_0/2$) est d'ailleurs approximativement égale à $\frac{1}{2}\sqrt{\lambda\Delta_0}$ (Cerveny et Soares, 1992). Cette définition des zones de Fresnel a été étendue à des milieux hétérogènes. La détermination des zones de Fresnel est assez simple en milieu à k constant par résolution de l'équation (3.5). Mais elle est beaucoup plus compliquée en milieu hétérogène. L'équation (3.5) n'étant plus valable, il faut travailler par exemple avec la phase φ et souvent c'est un calcul approché qui en est fait. Yoshizawa et Kennett (2002), s'appuyant sur Cerveny et Soares (1992), ont ainsi proposé un calcul rapide des zones de Fresnel pour les ondes de surface dans des milieux hétérogènes sur la base de méthodes paraxiales.

3.2.2 Un critère d'application de la théorie des rais

Avec l'idée que la zone de Fresnel est la région de l'espace où se forme le champ d'onde observé au récepteur, Kravtsov et Orlov (1990) formulent un critère d'application pour la théorie des rais faisant intervenir la zone de Fresnel. D'après ces auteurs, la théorie des

rais serait applicable si le milieu ne varie pas significativement sur la largeur de la zone de Fresnel L_1 , soit en notant a la longueur caractéristique des perturbations du milieu

$$L_1 \ll a \tag{3.7}$$

Ce critère est plus restrictif que (1.9) puisque bien souvent, on le verra (figure 3.11), la zone de Fresnel L_1 est plus grande que la longueur d’onde λ . Il serait universel et suffisant car en accord avec d’autres méthodes d’évaluation de la validité de la théorie des rais. Et de fait, plusieurs travaux ont montré que la théorie des rais donnait de bons résultats dans des milieux où les structures avaient une taille plus grande que la zone de Fresnel du champ d’onde considéré (Wang et Dahlen, 1995 ; Spetzler et Snieder, 2001, 2004).

3.2.3 Limites du concept des zones de Fresnel

Le concept des zones de Fresnel ne nous semble pas suffisamment complet pour décrire précisément les zones de sensibilité de taille finie des ondes. Tout d’abord, la relation (3.4) qui définit la limite de la zone de Fresnel n’est pas réellement satisfaisante. En effet, sur la limite de la zone, $\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_0 + \pi$, les signaux sont en complète opposition de phase. Or en suivant des arguments de type “phase stationnaire”, intuitivement, les signaux devraient interférer au moins un peu constructivement. La zone où se forme le champ observé devrait être ainsi plus étroite et la condition (3.4) plus stricte. Par exemple elle pourrait être limitée à $\frac{\pi}{2}$ au lieu de π puisque pour un signal sinusoïdal, l’amplitude du signal somme commence à être plus petite que l’amplitude du signal non perturbé dès que le signal perturbé est décalé de $\frac{\pi}{2}$. Pour Yoshizawa et Kennett (2002), la zone sur laquelle le champ d’onde d’une onde de surface est cohérent en phase est seulement le tiers de la zone de Fresnel classique. Une autre limite enfin est que ce concept ne donne aucune indication sur la variation de la sensibilité de l’onde à l’intérieur de la zone de Fresnel. Toujours intuitivement, celle-ci devrait décroître lorsqu’on s’écarte du rai central. La théorie du scattering linéarisé, décrite dans la section suivante, comble cependant heureusement ces lacunes.

3.3 Scattering linéarisé

3.3.1 Une théorie simplifiée du scattering linéarisé

Le scattering couvre un éventail assez large de phénomènes associés à l’interaction d’un champ d’onde avec les hétérogénéités du milieu. Dans cette description, tout se passe comme si une hétérogénéité réagissait au champ d’onde incident en se comportant comme une source secondaire en ré-émettant de l’énergie suivant un diagramme de radiation qui

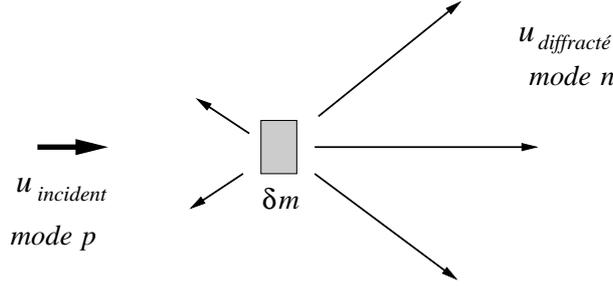


FIG. 3.2 – Schématisation du phénomène de scattering.

dépend de l'hétérogénéité et du champ incident (figure 3.2). Pour les ondes de surface, des conversions entre les ondes de Love et de Rayleigh et aussi entre les modes se produisent, ce qui donne lieu à des couplages entre les modes. Dans un milieu à “variations latérales douces” (section 1.2), le scattering est faible. Ce phénomène complexe est souvent traité sous la première approximation de Born. Avec cette approximation, la perturbation de phase $\delta\varphi$ du champ d'onde par exemple est liée linéairement aux perturbations du milieu δm . Les fonctions de sensibilité $K(\vec{r})$ (3.2) se déduisent de cette relation. Elles peuvent alors assez facilement être introduites en tomographie. Cette partie s'appuie fortement sur le traitement du scattering des ondes de surface au premier ordre tel qu'il a été développé par Snieder et co-auteurs dans une série d'articles (Snieder, 1986, 1988, 2002a, 2002b; Snieder et Nolet, 1987; Marquering et Snieder, 1995; Snieder et Lomax, 1996; Marquering et al, 1996; Spetzler et Snieder, 2001, 2004; Spetzler et al., 2002). La présentation commence en milieu plan car les différentes étapes du calcul y apparaissent plus clairement.

Tenseur de Green en milieu latéralement homogène

Le calcul de la sensibilité sous la théorie du scattering peut se construire à partir du tenseur de Green pour le déplacement. Les expressions (7.145) et (7.146) de Aki et Richards (1980) de ce tenseur pour les ondes de surface, en champ lointain ($k_n X \gg 1$), en milieu plan et latéralement homogène, se résument en fait, dans le domaine des fréquences, à l'expression suivante (Snieder, 2002b)

$$G_{0,ij}^{plan}(\vec{r}, \vec{r}_s) = \sum_n^{modes} p_i^n(\vec{r}, \alpha) \frac{e^{i(k_n X + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} k_n X}} p_j^{n t}(\vec{r}_s, \alpha) \quad (3.8)$$

Le vecteur \vec{p} et son vecteur adjoint \vec{p}^t sont des vecteurs de polarisation décrivant le mouvement des particules. Ils s'écrivent à partir des fonctions-déplacements et s'expriment donc différemment pour les ondes de Love et de Rayleigh. α est l'azimut de l'onde à la source, \vec{r}_s la position de la source, X la distance parcourue ($X = |\vec{r} - \vec{r}_s|$). La somme se fait sur

les modes n . Cette expression générale du tenseur de Green est valable pour les ondes de Love et de Rayleigh dans un milieu latéralement homogène.

Approximation de Born

Pour calculer le champ d'onde en déplacement \vec{u} , dans le domaine des fréquences, dans un milieu latéralement hétérogène, Snieder (2002a) part de l'équation du mouvement

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \sigma = \vec{f} \quad (3.9)$$

avec ρ la densité, σ le tenseur des contraintes et \vec{f} le vecteur force source. En écrivant la divergence du tenseur des contraintes en fonction du déplacement et du tenseur élastique c_{ijkl} suivant la loi de Hook, cette équation, dans le domaine des fréquences, peut se mettre sous forme matricielle, $L\vec{u} = -\vec{f}$. Pour de petites perturbations du milieu (de la densité et du tenseur élastique), on peut écrire $L = L_0 + L_1$, d'où $L_0\vec{u} = -(\vec{f} + L_1\vec{u})$. Le champ \vec{u} peut alors être vu comme résultant d'une force $\vec{f} + L_1\vec{u}$ s'appliquant dans un milieu de type L_0 qu'on appellera "non perturbé". Le théorème de représentation permet de calculer le champ \vec{u} créé par cette force. Après quelques calculs, on parvient à l'équation de Lippman-Schwinger pour le scattering des ondes élastiques

$$u_i(\vec{r}) = u_{0i}(\vec{r}) + \omega^2 \int G_{0,ij}(\vec{r}, \vec{r}_1) \rho^1(\vec{r}_1) u_j(\vec{r}_1) dV_1 - \int \partial_{k1}(G_{0,in}(\vec{r}, \vec{r}_1)) c_{nklj}^1(\vec{r}_1) \partial_{l1} u_j(\vec{r}_1) dV_1 \quad (3.10)$$

où ρ^1 et c_{nklj}^1 sont les perturbations de densité et du tenseur élastique, \vec{u}_0 est le champ solution du problème dans le milieu non perturbé. La perturbation du champ (les deux termes en intégrale) s'exprime donc de cette façon en fonction du champ total \vec{u} . C'est à ce stade qu'intervient la première approximation de Born. Elle consiste à remplacer \vec{u} par \vec{u}_0 dans les intégrales de (3.10). Pour comprendre la signification de cette approximation, raisonnons à partir d'une expression simplifiée de (3.10) et réduite au premier terme $u = u_0 + \int G_0 \delta m(\vec{r}) u dV$. Ecrivons, dans l'intégrale, $u = u_0 + u_1 + u_2 + \dots$ où u_i est une perturbation du champ d'ordre i . En remplaçant u_0 par $G_0 f$ avec f un terme de source (définition de la fonction de Green), il vient

$$u = G_0 f + \int G_0 \delta m(\vec{r}) G_0 f dV + \int G_0 \delta m(\vec{r}) u_1 dV + \dots \quad (3.11)$$

De là, par identification, on peut écrire que

$$u_1 = \int G_0 \delta m(\vec{r}) G_0 f dV \quad (3.12)$$

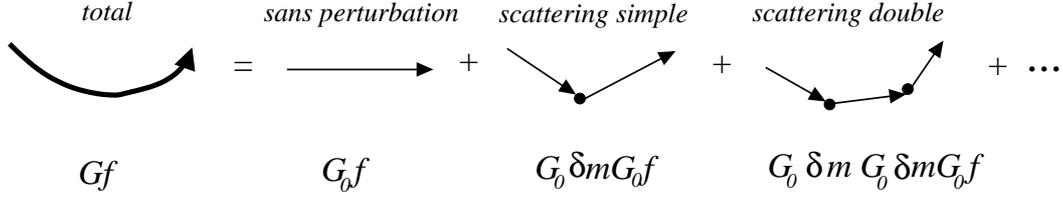


FIG. 3.3 – Décomposition du champ total $u = Gf$ (f fonction source) comme une somme du champ non perturbé $u_0 = G_0f$ et des champs diffractés à des ordres différents (3.13) (d’après Snieder, 2001).

et remplacer u_1 par cette expression dans l’équation précédente

$$u = G_0f + \int G_0\delta m(\vec{r})G_0f dV + \int \int G_0\delta m(\vec{r}_1)G_0\delta m(\vec{r})G_0f dV dV_1 + \dots \quad (3.13)$$

Il serait possible de continuer les substitutions avec les perturbations du champ d’ordre supérieur. Remplacer u par u_0 dans (3.10) consiste donc simplement à écrire u au premier ordre $u = u_0 + u_1$. L’expression (3.12) de u_1 se lit de droite à gauche : un champ est créé par la source f , il se propage en milieu latéralement homogène (G_0), est diffracté par la perturbation δm puis de nouveau se propage jusqu’au récepteur en milieu latéralement homogène (G_0). Ce type d’interprétation, qui peut s’étendre aux expressions des u_i dans (3.13), est schématisé sur la figure 3.3. Si on s’arrête à u_1 en faisant la première approximation de Born, on ne considère que du scattering simple (“single scattering”), le champ observé n’a subi qu’une seule diffraction. Cela revient à négliger les diffractions multiples (“multiple scattering”). Il est aussi possible de travailler en notant $u = e^\xi$, d’écrire $\xi = \xi_0 + \xi_1 + \dots$ et de mener le même type d’étude en ne considérant que le terme de premier ordre ξ_1 . Cette approximation est appelée approximation de Rytov (Born et Wolf, 1999). Elle n’est pas tout à fait équivalente à l’approximation de Born.

En effet, la première approximation de Born est valable pour de faibles perturbations. D’après Snieder et Lomax (1996), sa condition de validité est

$$k_0\Delta_0 \frac{\delta m}{m} \ll 1 \quad (3.14)$$

L’approximation de Rytov est moins restrictive, il faut seulement que $k_0\Delta_0(\frac{\delta m}{m})^2 \ll 1$. D’après ces conditions, si l’approximation de Born est valable, l’approximation de Rytov l’est automatiquement. Ces deux critères font intervenir l’amplitude de la perturbation de la structure sans condition sur la taille des perturbations du milieu, contrairement au critère d’application de la théorie des rais (1.9) ou (3.7). L’expression (3.14) est le critère pour négliger le scattering multiple. D’après cette condition, le scattering multiple est d’autant plus fort et donc d’autant moins négligeable que l’hétérogénéité est forte (relativement au rapport λ/Δ_0), que la longueur d’onde est petite (relativement à la longueur du trajet) et

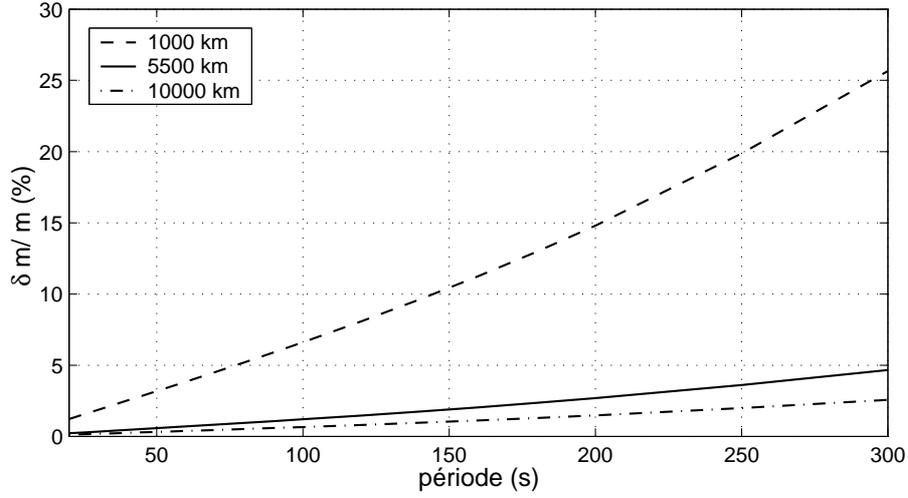


FIG. 3.4 – Amplitude de la perturbation du modèle $\delta m/m$ autorisée pour satisfaire l’approximation de Born (3.14) en fonction de la période, pour trois distances épacentrales, pour le mode fondamental d’une onde de Rayleigh dans notre modèle PREM lissé (figure 2.3). Les distances épacentrales correspondent à la longueur moyenne des trajets des jeux de données habituels (figure 4.11) (5500 km) et à la longueur minimale (1000 km) et maximale (10000 km) des trajets les plus souvent sélectionnés pour appliquer la tomographie de l’IPGS (section 1.3.2). On verra plus loin que la gamme de périodes qui nous intéresse est 40 s - 160 s pour le mode fondamental (section 3.4.2).

que le trajet est long (relativement à la longueur d’onde). Pour le mode fondamental d’une onde de Rayleigh à 100 s et un trajet de 50° ($\simeq 5500$ km), la première approximation de Born sera valable pour des perturbations d’à peine plus de 1% (figure 3.4). Lorsque la taille des hétérogénéités devient très petite devant la longueur d’onde des ondes, le scattering (simple et multiple) est négligeable et on peut considérer que le milieu se comporte comme un milieu homogène équivalent (Aki et Richards, 1980).

Sous la première approximation de Born et en remplaçant G_0 dans (3.10) par son expression (3.8), la perturbation du champ \vec{u}_1 s’écrit alors, après calculs,

$$\vec{u}_1(\vec{r}) = \vec{u}_{Born}(\vec{r}) = \sum_{n,p}^{modes} \int \vec{p}^n(\vec{r}, \alpha_1) \frac{e^{i(k_n X_2 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} k_n X_2}} V^{np}(\vec{r}_1) \frac{e^{i(k_p X_1 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} k_p X_1}} \langle \vec{p}^p(\vec{r}_S, \alpha_S) | \vec{f} \rangle dS_1 \quad (3.15)$$

Les notations sont expliquées sur la figure 3.5. V^{np} est la “matrice de scattering”, elle s’exprime en fonction des perturbations de la densité et des paramètres élastiques. Elle contient une intégrale sur l’extension en profondeur de l’hétérogénéité et est aussi fonction de ω et de $\psi = \alpha_1 - \alpha_S$ (Snieder, 2002b). $\langle \vec{p} | \vec{f} \rangle$ représente le produit scalaire défini comme le produit de l’adjoint du vecteur \vec{p} et du vecteur \vec{f} . L’intégrale apparaissant explicitement

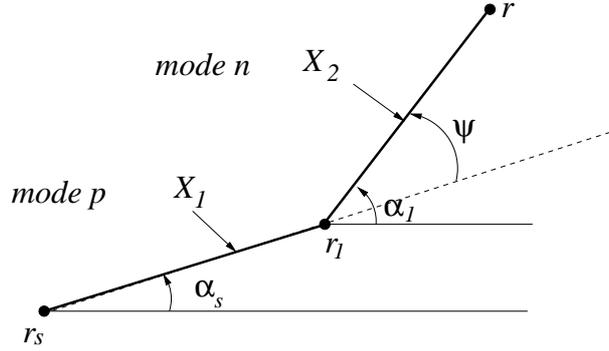


FIG. 3.5 – Illustration des notations utilisées à l'équation (3.15) (d'après Snieder (2002)).

en (3.15) se calcule sur l'extension latérale de l'hétérogénéité (2D). Si on se réfère à l'hypothèse champ lointain faite pour l'équation (3.8), cette expression de la perturbation du champ est valable pour une hétérogénéité placée loin de la source ($k_p X_1 \gg 1$) et loin du récepteur ($k_n X_2 \gg 1$). L'équation (3.15) s'interprète de la même manière que l'expression simplifiée de \vec{u}_1 (3.12) : le mode p est généré en \vec{r}_s par la force \vec{f} . Ce mode se propage ensuite jusqu'en \vec{r}_1 où se trouve l'hétérogénéité. Au cours de cette propagation il subit un déphasage $e^{ik_p X_1}$ et une atténuation $1/\sqrt{\frac{\pi}{2}k_p X_1}$. En \vec{r}_1 il y a diffraction et conversion en mode n (matrice V^{np}). Puis de nouveau ce mode n se propage jusqu'en \vec{r} . La somme sur les modes et l'intégrale sur l'extension de l'hétérogénéité permettent de considérer le champ d'onde complet.

La description au premier ordre du scattering se révèle une bonne approximation de la propagation des ondes pour des milieux perturbés où la théorie des rais montre ses limites (voir par exemple Spetzler et Snieder, 2001).

Sur une Terre sphérique

Snieder et Nolet (1987) ont calculé l'expression équivalente à (3.15) pour une Terre sphérique symétrique

$$\vec{u}_{Born}(\vec{r}) = \sum_{n,p}^{modes} \int \vec{p}^n(\vec{r}, \alpha_1) \frac{e^{i(k_n R \Delta_2 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}k_n R \sin \Delta_2}} V^{np}(\vec{r}_1) \frac{e^{i(k_p R \Delta_1 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}k_p R \sin \Delta_1}} < \vec{p}^p(\vec{r}_s, \alpha_s) | \vec{f} > dS_1 \quad (3.16)$$

avec R le rayon terrestre, Δ_1 et Δ_2 les distances en radian correspondant à $X_1 (= R\Delta_1)$ et $X_2 (= R\Delta_2)$. Cette dernière expression peut en fait se déduire facilement de (3.15) à partir des relations rappelées en section 1.1 entre la description d'une propagation en milieu plan (1.5) et sur une sphère (1.3) si on assimile le produit scalaire en milieu plan à celui sur la

sphère. L'expression (3.16) est valable pour une hétérogénéité éloignée (selon (1.4)) de la source et du récepteur. L'équation (3.16) permet de calculer un sismogramme en tenant compte des couplages entre les modes et de la sensibilité des ondes de part et d'autre du grand cercle, elle complète donc l'expression (1.7).

L'expression (3.16) donne la perturbation du champ \vec{u}_{Born} en fonction des perturbations de la densité ρ et du tenseur élastique (contenues dans la matrice V^{np}). Elle peut s'écrire, par exemple pour une perturbation isotrope de ρ , α et β

$$\vec{u}_{Born}(\vec{r}) = \int_{V_{fini}} K_{\beta}(\vec{r})\delta\beta(\vec{r}) + K_{\alpha}(\vec{r})\delta\alpha(\vec{r}) + K_{\rho}(\vec{r})\delta\rho(\vec{r}) dV \quad (3.17)$$

l'intégrale apparaissant dans cette expression se faisant sur un volume (3D). A partir des expressions (3.16) ou (3.17), Marquering et al. (1999) ont calculé les fonctions de sensibilité reliant les perturbations des paramètres élastiques aux anomalies de temps de trajet des ondes de volume mesurées par intercorrélation. Ils ont baptisé ces dernières "banana-doughnuts" en référence à leur apparence sur des coupes longitudinale et transversale (Marquering et al., 1999).

Perturbation de vitesse de phase

En supposant que K_{α} et K_{ρ} sont petits devant K_{β} dans (3.17), il serait donc possible conceptuellement d'inverser par cette relation directement les perturbations de forme d'ondes en modèle 3D en β en une seule étape. Ceci demanderait un changement technique important bien au-delà des objectifs de cette thèse et vu nos moyens de calcul, cela serait encore difficile à mettre en œuvre pratiquement avec des jeux de données importants. Pour le moment, nous souhaitons conserver l'architecture de la méthode de l'IPGS en plusieurs étapes (figure 1.3). Notre objectif dans la suite est d'utiliser la théorie du scattering linéarisé uniquement pour modéliser la sensibilité sur des zones 2D de taille finie dans l'étape de régionalisation qui s'effectuera donc toujours en 2D. Nous ne modifions pas la méthode de modélisation de forme d'ondes. Les zones de sensibilité dépendant de la longueur d'onde, il n'est cependant plus possible de régionaliser les modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ résultant de l'analyse conjointe de plusieurs modes à plusieurs périodes. Ce sont les vitesses de phase (ou de groupe) correspondant à ces modèles $\beta^{obs}(z)$ qui peuvent être régionalisées avec des zones de sensibilité 2D. Avec quelques approximations supplémentaires, on peut obtenir à partir de (3.16) une expression en 2D reliant la perturbation de phase $\delta\varphi$ du champ d'onde justement aux perturbations en "lenteur" de phase locale $\delta(1/c)(\theta, \phi)$.

En raisonnant sous l'approximation de Born et de Rytov, Snieder et Lomax (1986) ont montré que la perturbation de phase pouvait s'écrire

$$\delta\varphi = \Im\left(\frac{\vec{u}_{Born}}{\vec{u}_0}\right) \quad (3.18)$$

De plus, dans le cas d'une perturbation isotrope, pour du scattering dans la direction source-récepteur ("forward scattering"), soit pour $\psi = 0$ (figure 3.5) et sans conversion de mode, par les relations variationnelles, Snieder (1988) montre que

$$V(\psi = 0, n = m) = -\frac{k^2 \delta c}{2 c} \quad (3.19)$$

$V(\psi, n = m)$ varie peu pour ψ proche de zéro et donc (3.19) peut s'étendre à du "near-forward scattering". Ainsi, pour du "near-forward scattering" sans couplage de mode, il n'y a plus explicitement d'intégrale en profondeur dans l'expression (3.17) par exemple. L'intégration dans cette expression se réduit alors à une intégrale sur une surface (2D).

Zhou et al. (2004) ont étudié en détail la fonction de sensibilité reliant la perturbation de phase à la perturbation en β pour les ondes de surface avec et sans l'hypothèse "forward scattering" ainsi que avec et sans couplage de modes. Leur travail permet donc d'évaluer les erreurs dues à ces deux simplifications du problème. Ne considérer que le "forward scattering" tend à surestimer légèrement la sensibilité, et ce d'autant plus que l'on s'écarte du grand cercle. Bien que les sensibilités calculées avec et sans couplage présentent quelques différences, ces mêmes auteurs pensent qu'on peut négliger les couplages, étant donné la résolution souhaitée pour les modèles tomographiques actuels et le surcoût de temps de calcul que ces couplages requièrent. En outre, Marquering et Snieder (1995) et Marquering et al. (1996) utilisent une version de (3.15) et de (3.16) respectivement pour étudier l'importance du couplage entre les modes pour la modélisation de forme d'ondes. Il s'avère que ce couplage est important pour modéliser les ondes de volume, ce qui nécessite de prendre en considération un grand nombre de modes harmoniques (une quinzaine) pour parvenir à concentrer la sensibilité le long du rai en profondeur. Par contre, quand on considère peu de modes harmoniques (moins de 4) dans la bande de fréquence dans laquelle nous travaillons habituellement (section 1.3.2), il semble possible, d'après ces travaux et ceux de Kennett (1995), de négliger les couplages, du moins dans un premier temps.

Les deux dernières équations (3.18) et (3.19) permettent de relier linéairement $\delta\varphi$ à $\delta c/c$. Sans conversion de mode, l'écriture du champ perturbé (3.16) se simplifie un peu et donne en coordonnées sphériques

$$\vec{u}_{Born}(R, \theta_R, \phi_R) = \vec{p}(R, \theta_R, \phi_R) < \vec{p}(R, \theta_S, \phi_S) | \vec{f}(\varphi_S) > \\ \int_0^{\Delta_0} \int_0^\pi \frac{e^{i(kR\Delta_2 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}kR \sin \Delta_2}} V(R, \theta, \varphi) \frac{e^{i(kR\Delta_1 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}kR \sin \Delta_1}} R^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (3.20)$$

Dans cette expression, la source et le récepteur sont sur l'équateur respectivement en $(\frac{\pi}{2}, 0)$ et en $(\frac{\pi}{2}, \Delta_0)$. L'hétérogénéité est placée en (θ, ϕ) , quelque part entre la source et le récepteur pour du "near-forward scattering". L'intégrale en (3.15) peut être étendue sans inconvénient à toute cette zone car en dehors de la perturbation, la matrice de scattering

est nulle. En écrivant le champ non perturbé

$$\vec{u}_0(R, \theta_R, \phi_R) = \vec{p}(R, \theta_R, \phi_R) < \vec{p}(R, \theta_S, \phi_S) | \vec{f}(\varphi_S) > \frac{e^{i(kR\Delta_0 + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}kR \sin \Delta_0}} \quad (3.21)$$

et en l'insérant avec (3.20) et (3.19) dans (3.18), sans tenir compte de la directivité de la source, bien que celle-ci puisse changer significativement la sensibilité (Yoshizawa, 2002; Zhou et al., 2004), on arrive à exprimer la perturbation de la phase $\delta\varphi$ en fonction de celle en vitesse de phase locale $(\delta c/c)(\theta, \phi)$

$$\delta\varphi = \int_0^{\Delta_0} \int_0^\pi K_{\delta\varphi}(R, \theta, \phi) \frac{\delta c}{c}(\theta, \phi) R^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (3.22)$$

avec $K_{\delta\varphi}$ la fonction de sensibilité relative à la perturbation de phase

$$K_{\delta\varphi}(R, \theta, \phi) = \Im\left(-\frac{k^2}{\sqrt{2\pi kR}} e^{i(kR(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_0) + \frac{\pi}{4})}\right) \sqrt{\frac{\sin \Delta_0}{\sin \Delta_2 \sin \Delta_1}} \quad (3.23)$$

Le nombre d'onde k intervenant dans cette expression est celui correspondant à une propagation en milieu latéralement homogène. Il sera maintenant noté k_0 . Les fonctions de sensibilité dans la suite sont donc calculées dans des modèles latéralement homogènes. A partir de (3.23), il serait possible aussi de calculer la sensibilité d'une perturbation de phase à des variations de vitesse de groupe (Spetzler et al., 2002). Avec une représentation des ondes de surface en potentiel (Tanimoto, 1990; Tromp et Dahlen, 1993) et la première approximation de Born, Yoshizawa (2002) parvient au même résultat pour $K_{\delta\varphi}$.

Rappelons que cette expression (3.23) de la sensibilité est valable pour du scattering simple (approximation de Born). Les perturbations sont isotropes, de faible amplitude (au sens de (3.14)) et situées loin de la source et la station (au sens de (1.4)). On ne tient compte ni des conversions de modes ni de la directivité à la source et on considère uniquement le scattering dans les directions proches de la direction source-station ("near-forward scattering"). Ce sont sous ces mêmes approximations que se placent Alsina et al. (1996) et Spetzler et al. (2002). Cette approche du scattering est donc loin d'être générale. De plus, dans les conditions où l'on travaille habituellement (section 1.3.2), l'amplitude autorisée des perturbations du modèle sous la condition (3.14) est de quelques pourcents (figure 3.4). Cela semble peut-être un peu faible par rapport à ce qui est généralement observé en tomographie. Cette approche a cependant l'avantage de décrire complètement la sensibilité des ondes sur des zones 2D et elle donne une relation linéaire en 2D directement entre la perturbation de phase et les perturbations de vitesse de phase locales. Nous choisissons donc de l'intégrer tout de même à la méthode de tomographie de l'IPGS au niveau de l'étape de régionalisation. Cela demande toutefois encore quelques adaptations.

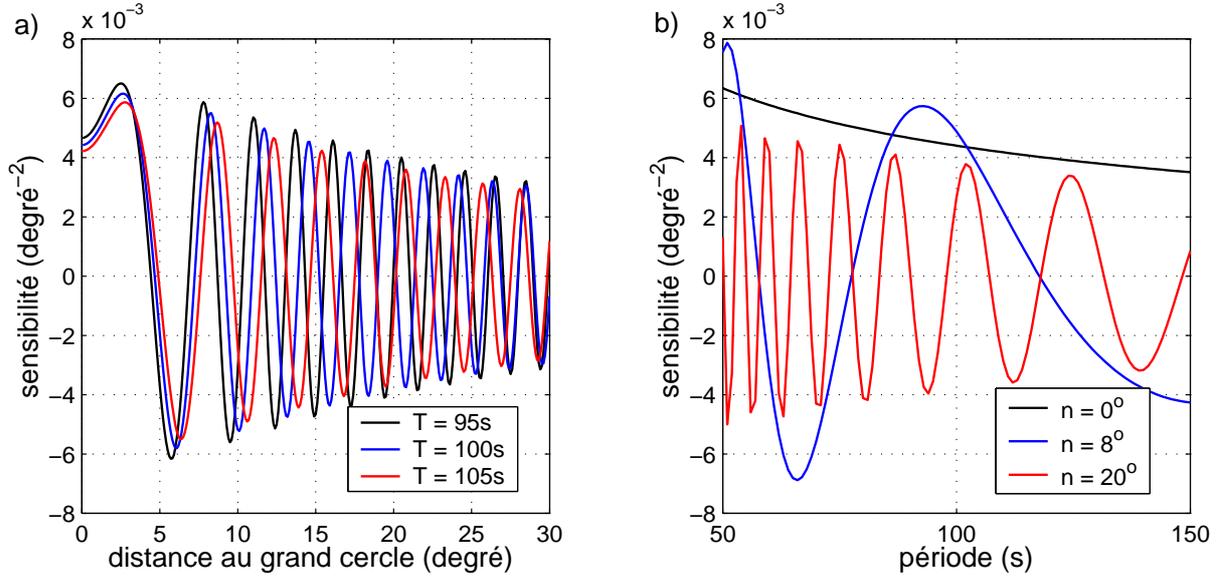


FIG. 3.6 – Variations de la fonction de sensibilité $K_{\delta(1/c)}$ (3.25) en fonction de a) la distance au grand cercle n pour différentes périodes et b) de la période T pour différentes distances au grand cercle. Les calculs ont été faits pour le mode fondamental d’une onde de Rayleigh sur un trajet de 30° dans un modèle PREM lissé. La sensibilité représentée est celle à mi-distance de la source et de la station ($s = \Delta_0/2$).

3.3.2 Adaptation aux données issues de la modélisation de forme d’ondes

De (3.22) et (3.23), on déduit la fonction de sensibilité relative à la perturbation de vitesse de phase (ou plutôt de lenteur) $\delta(1/c^{obs})$ correspondant à la perturbation de phase $\delta\varphi$. C’est cette fonction qui est en pratique utile pour inverser des données d’onde de surface. En coordonnées locales propres au trajet (s, n) (figure 3.1), on a

$$\delta\left(\frac{1}{c^{obs}}\right) = \int_0^{\Delta_0} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} K_{\delta(1/c)}(s, n) \delta\left(\frac{1}{c}\right)(s, n) dn ds \quad (3.24)$$

avec

$$K_{\delta(1/c)}(s, n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_0 R} \Delta_0 R} \sin(k_0 R(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_0) + \frac{\pi}{4}) \sqrt{\frac{\sin \Delta_0}{\sin \Delta_1 \sin \Delta_2}} \quad (3.25)$$

Dans cette expression les distances Δ_i sont en radian et donc $K_{\delta(1/c)}$ a bien la dimension d’une distance⁻².

Il est important de rappeler ici que la fonction (3.25) dépend de la fréquence ν . Pour une fréquence donnée ν_0 , orthogonalement au grand cercle (selon l’abscisse n), $K_{\delta(1/c)}$ admet

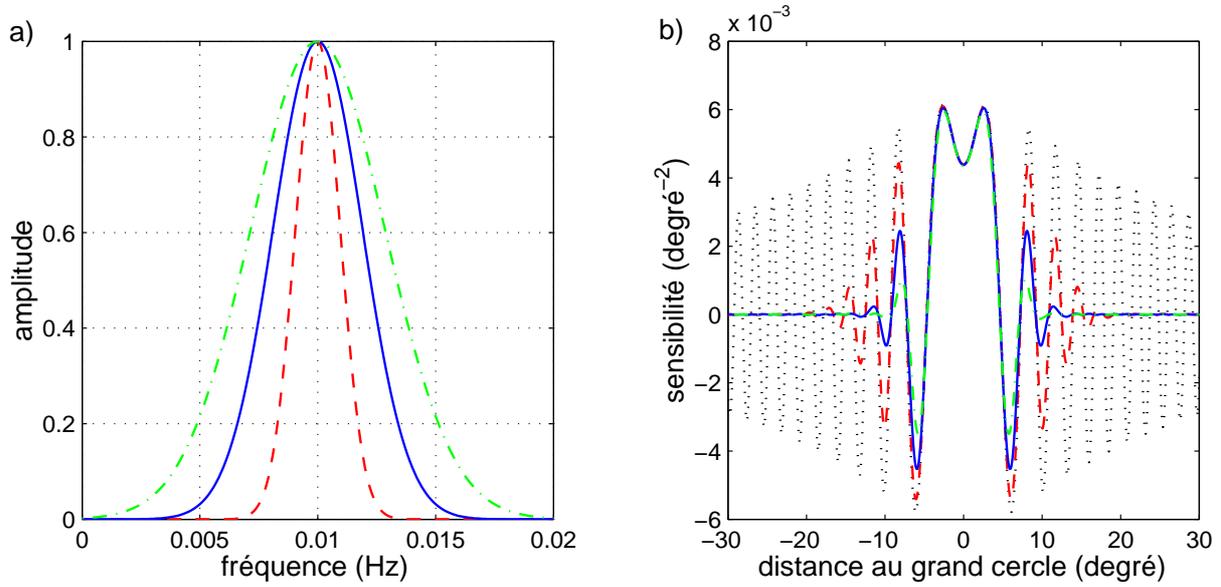


FIG. 3.7 – *Effet d'un filtrage gaussien en fréquence sur la sensibilité : a) filtres gaussiens testés (largeur à -30 dB égale à $\frac{\nu_0}{2}$ (en rouge), à ν_0 (en bleu) et à $\frac{3}{2}\nu_0$ (en vert)) et b) sensibilités filtrées avec les trois filtres du a) (même couleurs), les pointillés noirs représentent la sensibilité sans filtrage (3.25). Les calculs ont été faits pour le mode fondamental d'une onde de Rayleigh à 100 s dans un modèle PREM lissé et pour une distance épacentrale de 30° . La sensibilité est représentée à mi-distance de la source et de la station ($s = \Delta_0/2$).*

des lobes positifs et négatifs d'amplitude assez importante (figure 3.6a). De même, pour une abscisse n_0 donnée, $K_{\delta(1/c)}(\nu)$ est une fonction très oscillante, d'autant plus que n augmente (figure 3.6b). $K_{\delta(1/c)}$ est par contre beaucoup moins oscillante en s .

Dans les études en ondes de surface classiques, les vitesses de phase c^{obs} sont mesurées en filtrant les sismogrammes avec un filtre passe-bande gaussien (par exemple Dziewonski et al., 1969). De ce fait, les c^{obs} sont une moyenne gaussienne sur une bande de fréquence. Comme suggéré par Spetzler et al. (2002), la fonction de sensibilité à considérer pour être cohérent avec ce type de données doit donc être l'intégrale en fréquence de la fonction (3.25) pondérée par le même filtre que celui utilisé pour analyser les sismogrammes

$$\hat{K}_{\delta(1/c)}(\nu_0) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\delta(1/c)}(\nu) e^{-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\Delta\nu^2}} d\nu \quad (3.26)$$

avec N un facteur de normalisation et $\Delta\nu$ la largeur du filtre en fréquence. Pour simplifier le calcul de (3.26), on peut supposer que la vitesse de phase varie peu sur la bande de fréquence du filtre. D'ailleurs, faire varier la vitesse de phase avec la fréquence donne, d'après Spetzler et al. (2002), un résultat équivalent. Le filtrage (3.26) atténue fortement les oscillations de la fonction $K_{\delta(1/c)}$ orthogonalement au grand cercle par interférence destructive des fréquences

impliquées dans l'intégrale. Au-delà d'un certain nombre d'oscillations, dépendant de la largeur du filtre $\Delta\nu$, la sensibilité devient négligeable. Plus la largeur du filtre est grande, plus il y a de fréquences impliquées et plus il y a d'interférences destructives, plus les oscillations sont atténuées et moins la zone de sensibilité effective est large (figure 3.7). Le lobe central est cependant peu affecté par le filtrage.

Si on veut intégrer cette théorie à fréquence finie dans la méthode de tomographie de l'IPGS, les données à l'étape de régionalisation sont les vitesses de phase $c_{p,\omega}^{obs}$ "mesurées" par modélisation de forme d'ondes. Ce sont en fait les vitesses de phase correspondant aux modèles 1D $\beta^{obs}(z)$ inversés avec cette technique. Dans la modélisation de forme d'ondes, les sismogrammes sont analysés aux différents modes et périodes au moyen d'un filtre passe-bande en fréquence de forme gaussienne dont la largeur à -30 dB (environ 3% du maximum) est égale à la fréquence centrale ν_0 soit $\Delta\nu = \frac{\nu_0}{2} \frac{1}{\sqrt{3 \ln 10}}$ (Debayle, 1996). Pour cette largeur de filtre (en bleu sur la figure 3.7a), on constate qu'après le cinquième passage à zéro en s'éloignant du grand cercle, l'amplitude de la fonction de sensibilité est inférieure à 1% de l'amplitude maximale qui est celle du lobe central (défini par le premier zéro). Ritzwoller et al. (2002), avec des arguments de type "phase stationnaire", se sont limités au lobe central. Mais il ne nous semble pas justifié de négliger a priori les autres oscillations étant donnée leur amplitude relativement à celle du lobe central. On peut plutôt s'interroger au contraire sur l'effet que peuvent avoir les importants lobes négatifs que présentent ces fonctions, même après filtrage en fréquence. Nous avons donc choisi de travailler avec cette fonction de sensibilité adaptée aux données issues de la modélisation de forme d'ondes et par commodité nous la tronquons au cinquième zéro en n . Si les données étaient mesurées avec un filtre en fréquence différent, la sensibilité considérée serait bien-sûr différente.

Le coût additionnel du calcul de la sensibilité des données issues de la modélisation de forme d'ondes vient principalement de la détermination des distances Δ_1 et Δ_2 dans (3.25). Spetzler et al. (2002) proposent une expression paraxiale de (3.25) pour éviter ces calculs. A faible distance du grand cercle, on peut écrire (figure 3.1)

$$\begin{cases} \sin \Delta_1 \simeq \sin s \\ \sin \Delta_2 \simeq \sin(\Delta_0 - s) \\ \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_0 \simeq \frac{n^2}{2} \frac{\sin \Delta_0}{\sin \Delta_1 \sin \Delta_2} \end{cases} \quad (3.27)$$

(l'apparente inhomogénéité de la dernière équation vient du fait qu'elle se déduit du développement limité d'un cosinus et n'est donc vraie qu'avec des distances angulaires exprimées en radian). Ces approximations ne semblent toutefois valables que pour le lobe central dans nos domaines de distances épacentrales et de gamme de périodes (figure 3.8). Elles ne peuvent donc pas être utilisées si on travaille avec une zone de sensibilité plus étendue.

La sensibilité d'une perturbation de phase mesurée sur une bande de fréquences que

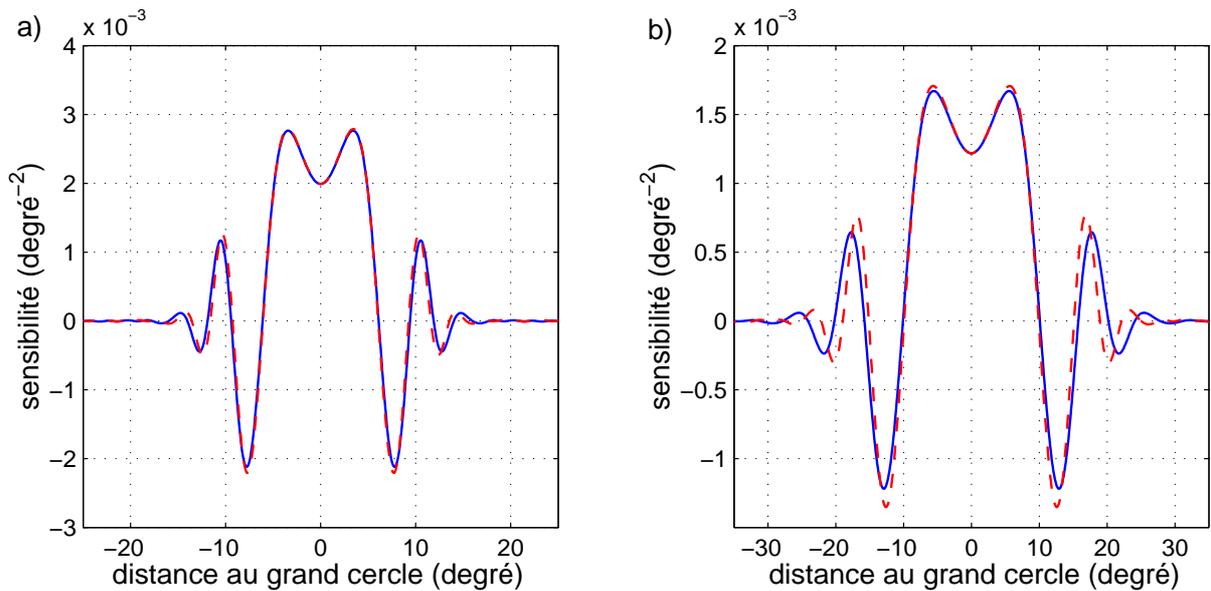


FIG. 3.8 – Comparaison de la sensibilité (3.25)-(3.26) calculée exactement (en continu bleu) et avec les approximations (3.27) (en tiretés rouges) pour une onde de Rayleigh a) avec $\lambda = 400$ km (mode fondamental à 100 s), longueur d’onde moyenne des jeux de données habituels et b) avec $\lambda = 1100$ km (premier harmonique à 160 s), longueur d’onde maximale. La distance épacentrale est de $\Delta_0 = 50^\circ$ dans les deux cas (longueur moyenne des trajets des bases de données habituelles).

nous obtenons ici est très semblable à celle calculée par Zhou et al. (2004) pour une perturbation de phase mesurée par “cross-spectral multitapering” du sismogramme. En effet, dans ce type de méthode, le signal est analysé pour différentes fenêtres de temps et mesurer par exemple une perturbation de phase sur une fenêtre en temps revient à mesurer la perturbation de phase pour une bande de fréquences, d’autant plus large que la fenêtre temporelle est courte.

3.3.3 Analyse de la sensibilité des ondes sous cette description

Variations, singularités et lobes négatifs

La figure 3.9 montre les variations orthogonalement au grand cercle, selon l’abscisse n (figure 3.1), de la fonction de sensibilité des données issues de la modélisation de forme d’ondes pour différentes périodes T , modes p , distances épacentrales Δ_0 et à différentes abscisses s le long du grand cercle. Les changements de période ou de mode correspondent en fait à des changements du nombre d’onde (ou de la longueur d’onde), qui est ici le paramètre important. Plus la longueur d’onde ou la distance épacentrale augmente, plus la

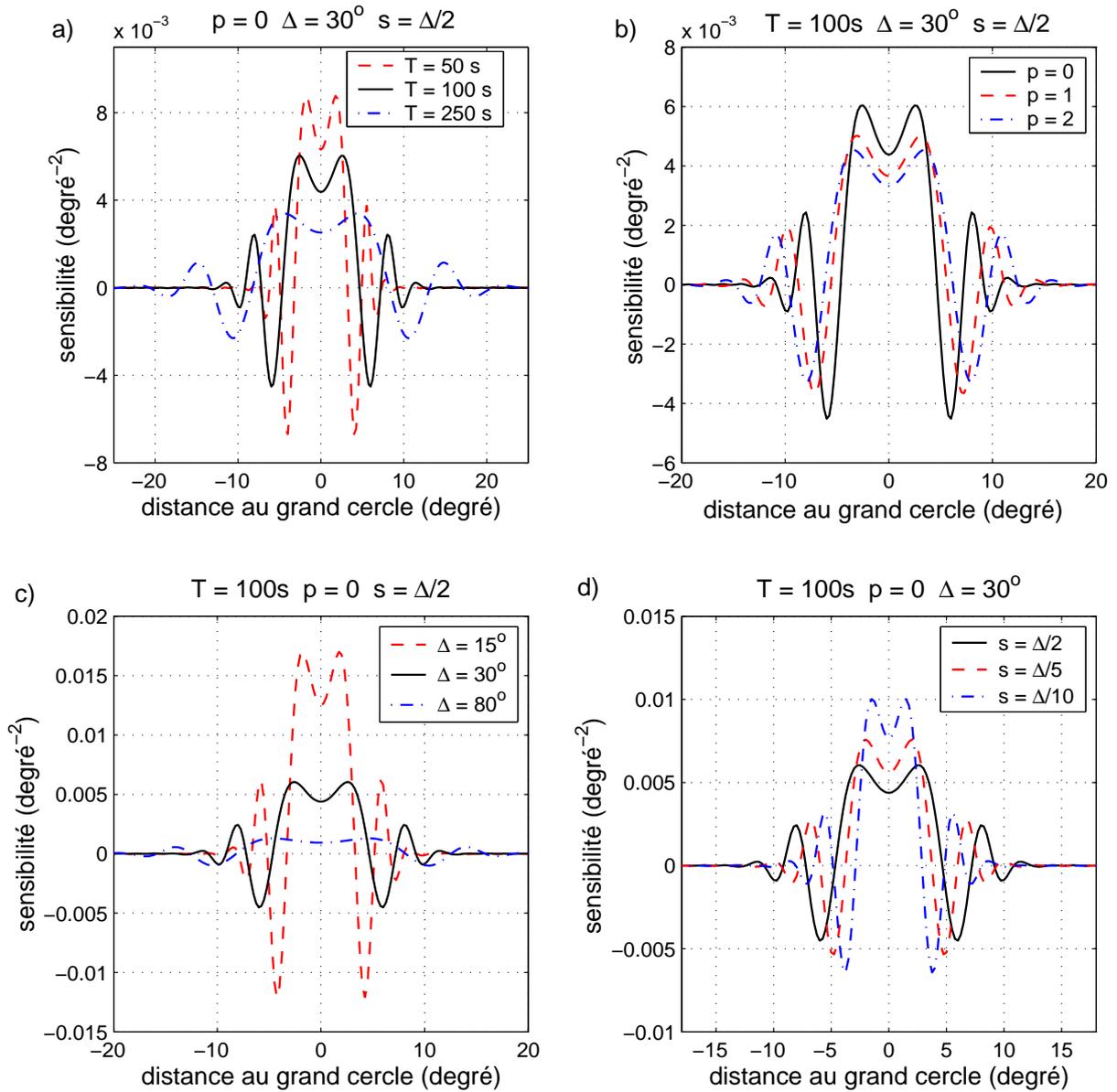


FIG. 3.9 – Variations de la sensibilité pour une onde de Rayleigh avec a) la période T , b) le mode p , c) la distance épacentrale Δ , d) l'abscisse sur le grand cercle s . Dans chaque cas la fonction sensibilité tracée en noir est la même ($T = 100$ s, $p = 0$, $\Delta_0 = 30^\circ$ et $s = \Delta/2$).

zone de sensibilité effective s'élargit tandis que l'amplitude de la fonction décroît (figures 3.9a, 3.9b et 3.9c). Plus on s'approche de la source et du récepteur, au contraire plus la sensibilité augmente (figure 3.9d).

La fonction (3.25) admet d'ailleurs des singularités au niveau de la source ($s = 0$) et du récepteur ($s = \Delta_0$). Ne disposant pas d'expression en champ proche, pour s'affranchir de ces singularités, on fixe la valeur de la fonction égale à sa valeur à une abscisse s limite s_{lim} quand $s < s_{lim}$ et $s > \Delta_0 - s_{lim}$. Snieder (1988) et Marquering et al. (1998) ont proposé $s_{lim} = 2.7^\circ$, quelle que soit la longueur d'onde. Nous avons préféré choisir la valeur de s_{lim} à partir de la condition champ lointain (1.4). Elle a été fixée à $s_{lim} = \lambda/(\pi R)$. Cette valeur donne en pratique des résultats satisfaisants et est proche de la valeur de Snieder (1988) et Marquering et al. (1998) tout en variant avec la longueur d'onde.

Bien qu'ils soient fortement atténués par le filtrage (figure 3.7b), la fonction de sensibilité filtrée présente encore des lobes secondaires positifs et négatifs assez forts. Pour certaines distances au grand cercle, la sensibilité est négative, c'est-à-dire qu'une hétérogénéité de vitesse négative (milieu lent) par exemple, vue avec cette sensibilité, induit une perturbation de vitesse de phase observée δc^{obs} positive et donc un temps de trajet plus petit que celui attendu.

Relation zones de Fresnel - scattering linéarisé

Il est possible de retrouver le concept des zones de Fresnel (section 3.2) à partir de cette version du scattering linéarisé. En particulier, les zéros de la fonction de sensibilité orthogonalement au grand cercle peuvent s'identifier aux limites des zones de Fresnel.

Pour une propagation 3D comme pour les ondes de volume, il n'y a pas de $\frac{\pi}{4}$ dans l'argument de l'exponentiel de la fonction de sensibilité (Spetzler et Snieder, 2001, 2004), puisque pour ce type de propagation, la fonction de Green est en $1/(4\pi X)e^{ikX}$ (par exemple Yomogida, 1992 ; Snieder, 2001). La sensibilité d'une perturbation de phase serait alors nulle sur le rai central (figure 3.10b), comme dans le cas des "banana-doughnuts" de Marquering et al. (1999). Sans $\frac{\pi}{4}$, pour les ondes de volume, il y a une correspondance directe entre la fonction de sensibilité dérivée du scattering linéarisé et la définition classique des zones de Fresnel (3.4) (par exemple Spetzler et Snieder, 2004). Le lobe central correspond à la première zone de Fresnel car pour $\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0 = \pi$ (3.4), la fonction (3.25) s'annule. Les oscillations secondaires correspondent aux zones de Fresnel d'ordre supérieur.

Pour les ondes de surface, avec le $\frac{\pi}{4}$, la fonction ne s'annule pas sur le grand cercle et y présente seulement un minimum (figure 3.10a). Pour garder la correspondance avec les zones de Fresnel, il faut généraliser la définition classique (Spetzler et al., 2001 ; Zhou et al., 2004). A partir de $K_{\delta(1/c)} = 0$ quand $\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0 + \frac{\pi}{4} = 2q\pi$ (q entier), il vient une

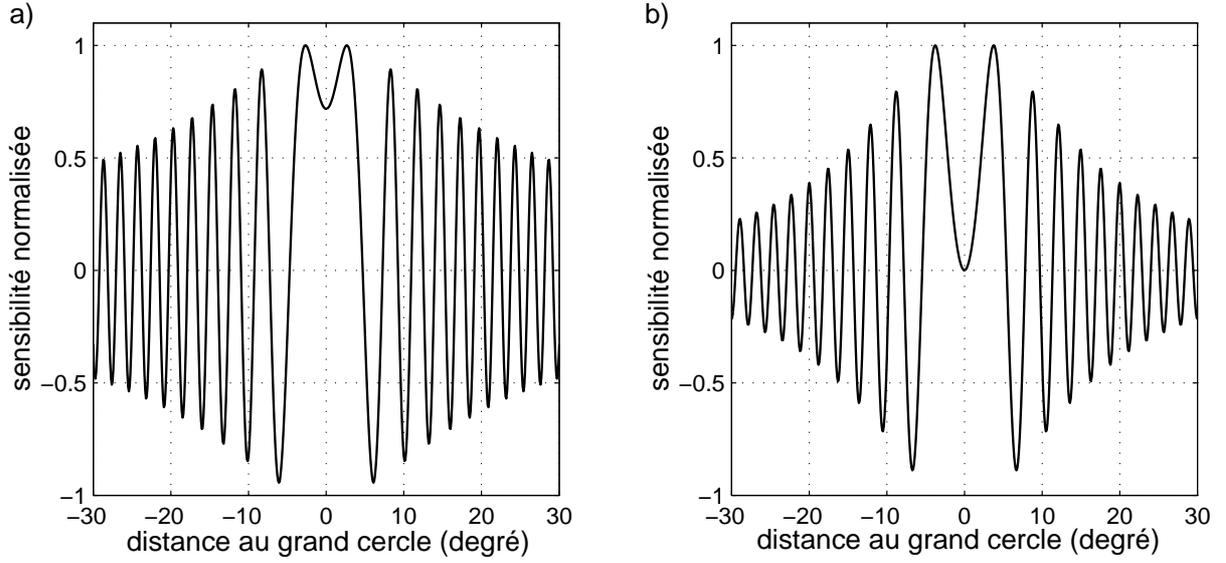


FIG. 3.10 – Comparaison de la partie oscillante de la fonction de sensibilité orthogonale au grand cercle (sinus et atténuation géométrique) pour une propagation a) en 2D et b) en 3D.

nouvelle définition des zones de Fresnel, dans un milieu latéralement homogène

$$|\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_0| < \frac{\lambda}{n_{ZF}} \quad (3.28)$$

avec pour la première zone ($q = 1$)

$$n_{ZF} = \frac{8}{3} \quad (3.29)$$

Dans la suite, le terme zones de Fresnel fera référence à cette définition (3.28)-(3.29). La zone de sensibilité avec laquelle nous avons choisi de travailler s'étend sur les cinq premières zones de Fresnel ainsi définies. Pour cette raison, la fonction de sensibilité pour les données issues de la modélisation de forme d'ondes filtrée et tronquée est désormais notée K_{5ZF} . A titre indicatif, la figure 3.11 montre les largeurs des premières et cinquièmes zones de Fresnel selon cette définition pour quelques modes et périodes.

La correspondance entre la fonction K_{5ZF} et les zones de Fresnel n'est pas valable cependant près de la source et près du récepteur car la théorie du scattering linéarisé n'est définie qu'en champ lointain. Comme indiqué plus haut, pour s'affranchir de cette absence de définition, la largeur de la zone de sensibilité à l'approche de la source et du récepteur est ici fixée à la largeur à une distance s_{lim} et nous ne traitons pas les régions derrière la source et le récepteur puisque nous négligeons, entre autre, le "backward scattering" ($\psi \simeq \pi$, figure 3.5). Ces zones sont de plus très étroites. La largeur de la première zone de Fresnel par exemple y est approximativement égale à $\lambda/4$ (par exemple Yoshizawa, 2002),

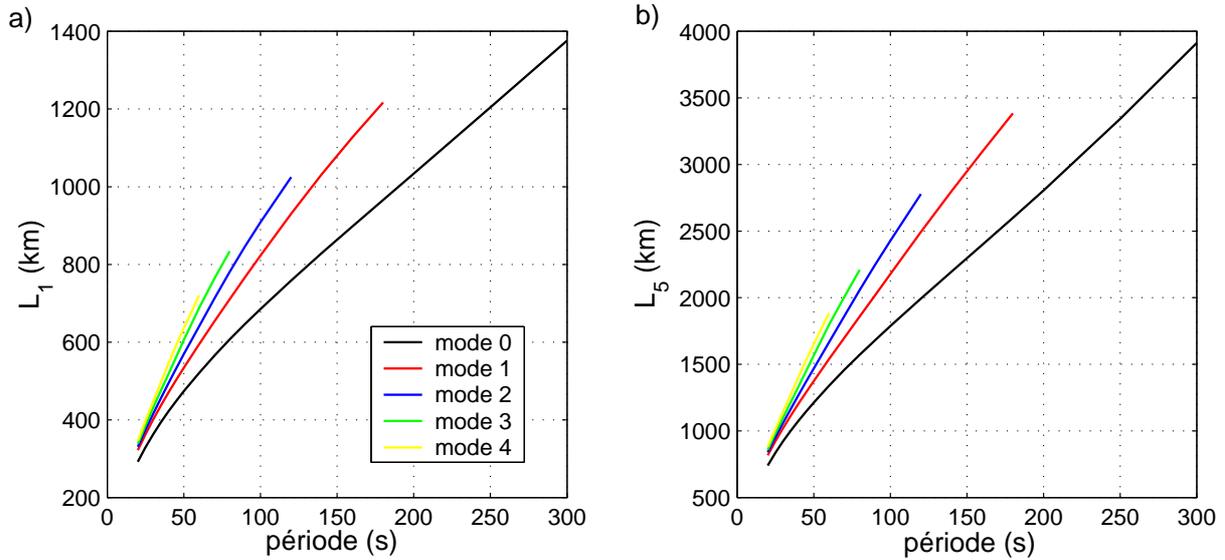


FIG. 3.11 – Largeurs des a) premières (L_1) et b) cinquièmes (L_5) zones de Fresnel à mi-distance d’un trajet de 50° pour quelques modes et périodes des ondes de Rayleigh, selon la définition (3.28)-(3.29).

ce qui avec pour nos modes et périodes (section 1.3.2 et figure 2.14) est toujours inférieur à 3° . Avec ce traitement, nos zones de sensibilité n’ont pas tout à fait la forme classique d’ellipse des zones de Fresnel (figure 3.12a).

“Wavefront healing”

On observe expérimentalement qu’à cause de la diffraction, un front d’onde perturbé par une hétérogénéité “guérit” au fur et à mesure qu’il s’éloigne de celle-ci, s’il ne rencontre plus d’autre hétérogénéité (Claerbout, 1985). Ce phénomène est appelé “wavefront healing”. Ainsi, la perturbation en temps de trajet d’un front d’onde, causée par une anomalie de vitesse, maximale à la sortie de l’anomalie, diminue lorsque le front d’onde s’éloigne de l’anomalie. Ce phénomène se produit pour des hétérogénéités de taille comparable à la longueur d’onde. Il est d’autant plus fort que l’anomalie est petite devant la longueur d’onde et devant la distance parcourue par le front d’onde après son passage par l’anomalie (Hung et al., 2001). Il y a réciprocité de la source et du récepteur pour une anomalie sur le rai, c’est-à-dire que le même taux de “guérison” est observée si l’anomalie est placée sur le rai à une certaine distance de la source ou à la même distance du récepteur. Ceci s’explique par les effets conjugués de la différence de courbure du front d’onde près de la source et du récepteur et de la durée disponible pour la guérison. Par contre le processus de guérison est différent pour une anomalie lente et une anomalie rapide (Wielandt, 1987). Hung et al.

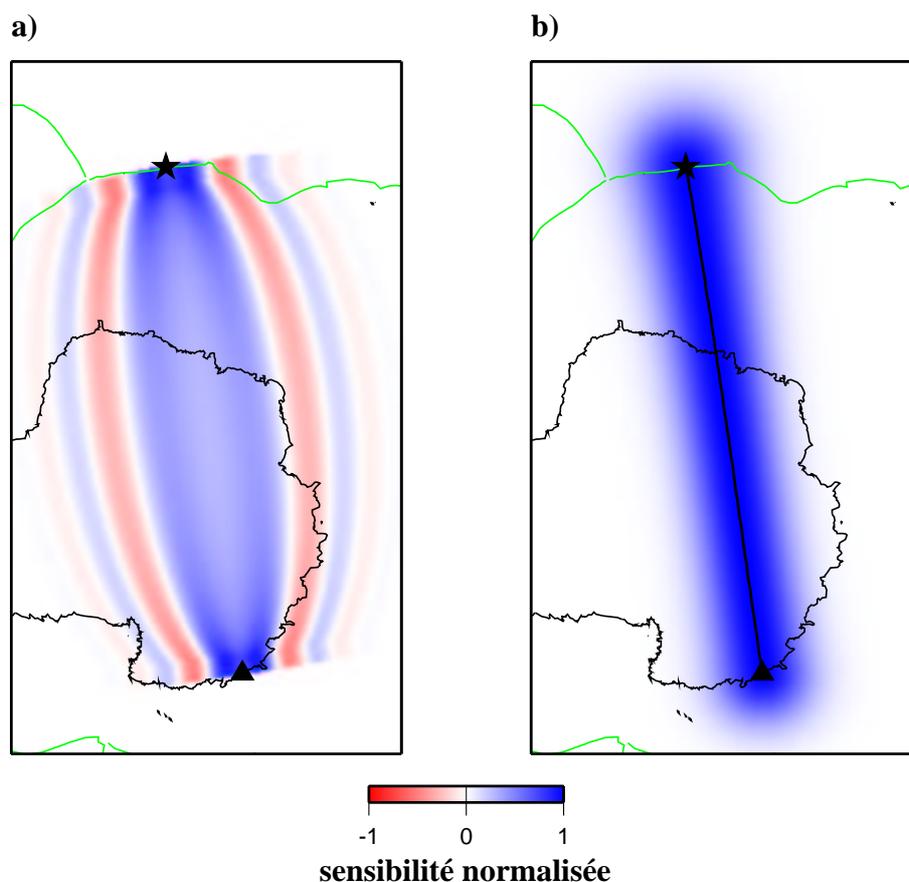


FIG. 3.12 – a) Zone de sensibilité à fréquence finie selon la fonction K_{5ZF} pour le mode fondamental d’une onde de Rayleigh à 160 s et un trajet de 54° et b) zone d’influence de Debayle et Sambridge (2004) avec $L_{corr} = 400$ km pour le même trajet. Pour figurer la zone d’influence, la forme de la gaussienne décrivant la covariance a priori sur les paramètres du modèle (3.38) est reportée en bleu sur le trajet source (étoile)- station (triangle). Le grand cercle est tracé en noir.

(2001) observent pour des perturbations de temps de trajets mesurées par intercorrélations qu’une anomalie rapide guérit d’abord plus faiblement qu’une anomalie lente, mais au-delà d’une distance critique, son taux de guérison est plus fort. Le “wavefront healing” est donc un phénomène non-linéaire.

La théorie des rais ne prédit pas du tout la guérison des fronts d’onde. En théorie des rais, la perturbation en temps de trajet acquise au niveau de l’anomalie est conservée pendant toute la propagation. On s’attend donc à ce que, à cause de ce phénomène, l’amplitude des perturbations locales de vitesse retrouvées par les tomographies en théorie des rais soit sous-estimée (Wielandt, 1987).

Hung et al. (2001) ont établi un lien entre le “wavefront healing” et les “banana-

doughnuts” dans le cas d’une anomalie située sur le rai source-récepteur. Ils ont comparé les anomalies des temps de trajets obtenues avec les “banana-doughnuts” et celles mesurées par intercorrélation sur des sismogrammes synthétiques calculés par une méthode pseudospectrale. Les “banana-doughnuts” réussissent à prédire correctement la guérison des fronts d’onde pour des hétérogénéités de taille comparable à la longueur d’onde de l’onde ($a \geq \lambda$, avec a la taille de l’hétérogénéité) tant que l’hétérogénéité n’est pas trop éloignée de la source ou du récepteur (à une distance d’au plus 30λ). En deçà de cette distance, l’hétérogénéité peut en effet se “cacher” dans la zone centrale des “banana-doughnuts” de sensibilité voisine de zéro (figure 3.10b), et ce d’autant plus facilement que le trajet est long, la longueur d’onde grande et l’hétérogénéité loin de la source et du récepteur, la zone centrale de sensibilité voisine de zéro s’élargissant. L’onde étant dans ces conditions peu affectée par l’hétérogénéité, les anomalies de temps de trajet sont bien plus petites que celles attendues en théorie des rais. C’est en s’appuyant sur ces résultats que Montelli et al. (2004b) justifient l’amplitude des perturbations, de 30% à 50% plus forte qu’en théorie des rais, dans leur tomographie en “banana-doughnuts”, construite à partir de la méthode développée par Dahlen et al. (2000). Pour une anomalie située loin de la source et du récepteur ($> 30\lambda$), les “banana-doughnuts”, théorie linéaire, ne parviennent pas par contre à modéliser la dissymétrie du phénomène avec le signe l’anomalie.

Notre fonction de sensibilité K_{5ZF} semble aussi pouvoir modéliser, au moins qualitativement et en partie, le “wavefront healing” pour une anomalie située sur le grand cercle. En effet, une anomalie sur le grand cercle est vue par l’onde avec une sensibilité d’autant plus faible que celle-ci est éloignée de la source et de la station (figures 3.6d et 3.12a). La sensibilité de l’onde sur le grand cercle décroît aussi avec la longueur d’onde et la longueur du trajet (figures 3.6a, 3.6b et 3.6c). Nolet et Dahlen (2000) ont étudié l’effet du “wavefront healing” pour les anomalies de temps de trajet des ondes de volume et des ondes de surface. Le phénomène serait moins sévère pour les ondes de surface. Pour une propagation 2D, la sensibilité n’est en effet pas nulle sur le grand cercle. Une anomalie peut plus difficilement s’y “cacher” que dans le cas d’une onde de volume (figure 3.10) et on peut s’attendre à ce que le taux de guérison soit plus faible. Mais pour aller plus loin dans l’étude de l’importance du phénomène pour les ondes de surface et pour analyser dans quelle mesure notre fonction de sensibilité K_{5ZF} le prédit, il faudrait mener le même type d’étude que Hung et al. (2001).

La guérison des fronts d’onde matérialise une des limitations de la modélisation de la propagation à fréquence finie par une théorie linéarisée du scattering. Celle-ci peut décrire une partie du phénomène mais elle ne peut pas prédire la partie non-linéaire (par exemple le comportement différent avec une anomalie lente ou rapide). Il est possible de modéliser le phénomène complet avec des techniques comme les méthodes pseudospectrales (Hung et al., 2001). Celles-ci pourraient être utilisées en inversion suivant une méthode de type Monte

Carlo mais cela demanderait certainement un temps de calcul très important. D’après les travaux de Hung et al. (2001), on pourrait néanmoins se placer dans le cas où l’anomalie n’est pas trop éloignée de la source et de la station (tout en restant en champ lointain), pour minimiser l’effet non-linéaire. Par exemple, si on applique le résultat de ces auteurs en ondes de volume aux ondes de surface, pour le mode fondamental d’une onde de Rayleigh à 100 s, il faudrait travailler avec des trajets de moins de 12000 km (figure 2.14), conditions dans lesquelles nous sommes généralement (section 1.3.2).

3.4 Incorporation de la sensibilité en scattering linéarisé en tomographie

Dans cette partie, nous proposons une méthode de tomographie en onde de surface à fréquence finie basée sur la méthode de l’IPGS et intégrant la version simplifiée du scattering linéarisé décrit précédemment. Cette méthode cherche à retrouver la structure 3D en β en suivant toujours les étapes de modélisation de forme d’ondes 1D et de régionalisation 2D. Dans ce cas, l’introduction d’une théorie à fréquence finie se fait au niveau de la régionalisation qui doit alors être exprimée en vitesse de phase, puisqu’il faut pouvoir tenir compte de la variabilité de la sensibilité selon le mode et la période (section 3.3.1). Dans cette tomographie à fréquence finie (figure 3.13), la première étape du processus est donc encore l’obtention des modèles 1D $\beta_i^{obs}(z)$ (i est l’indice du trajet) à partir de la modélisation de forme d’ondes des sismogrammes du jeu de données. Les données à régionaliser sont ensuite les vitesses de phase $c_{p,\omega}^{obs}$ aux différents modes et périodes correspondant aux modèles $\beta_i^{obs}(z)$. La modélisation de forme d’ondes tient alors lieu de méthode de mesure des vitesses de phase “moyennes” d’un trajet $c_{p,\omega}^{obs}$ aux différents modes et périodes. Pour accéder au modèle 3D $\beta(\theta, \phi, z)$, les régionalisations des $c_{p,\omega}^{obs}$ doivent être suivies d’une inversion des vitesses de phase locales $c_{p,\omega}(\theta, \phi)$ en $\beta(z)$ en chaque point. La tomographie à fréquence finie comporte ainsi une étape supplémentaire par rapport à la tomographie de l’IPGS en théorie Rais-GC (figure 3.13). Cette section expose tout d’abord les modifications apportées à la régionalisation pour incorporer la théorie à fréquence finie dérivée du scattering linéarisé, puis elle discute brièvement la “nouvelle” étape d’inversion en $\beta(z)$.

3.4.1 Régionalisation

Écriture du problème inverse

Pour incorporer la fonction de sensibilité K_{5ZF} dans une régionalisation en vitesse de phase, il est intéressant de noter que $\int_{\Delta_0} \int_{L_5(s)} K_{5ZF}(s, n) dn ds \simeq 1$. Ce qui permet d’écrire

(3.24) directement en lenteur de phase

$$\frac{1}{c^{obs}} \simeq \int_{\Delta_0} \int_{L_5(s)} K_{5ZF}(s, n) \frac{1}{c(s, n)} dn ds \quad (3.30)$$

avec $L_5(s)$ la largeur de la cinquième zone de Fresnel à l'abscisse s sur le grand cercle. Nous avons choisi d'inverser (3.30) suivant un algorithme de régionalisation continue (Montagner, 1986) basé sur le formalisme de Tarantola et Valette (1982) pour un problème linéaire et continu, comme cela est fait pour inverser (1.11) dans la méthode de l'IPGS (et donc par exemple pour obtenir le modèle de l'Antarctique au chapitre 2). Le problème (3.30) peut s'écrire sous la forme $d = g(m)$ avec d le vecteur des données ($1/c_i^{obs}$), $m(\vec{r})$ le modèle ($1/c(\vec{r})$) et g la fonction reliant le modèle aux données (la théorie de propagation). On notera $G_i(\vec{r})$ les dérivées partielles $\partial g_i / \partial m(\vec{r})$. Pour (3.30), $G_i(\vec{r}) = K_{5ZF_i}(\vec{r})$ ou plus généralement $G_i(\vec{r}) = K_{FF_i}(\vec{r})$ avec K_{FF} une fonction de sensibilité à fréquence finie normalisée. D'après Tarantola et Valette (1982), la solution de ce problème inverse $\hat{m}(\vec{r})$ est donnée par

$$\hat{m}(\vec{r}) = m_0(\vec{r}) + \sum_i^{trajets} \sum_j^{trajets} \int_{V_1} C_{m_0}(\vec{r}, \vec{r}_1) G_i(\vec{r}_1) S_{ij}^{-1} (d_j - G_j m_0) d\vec{r}_1 \quad (3.31)$$

avec

$$S_{ij} = (C_{d0})_{ij} + \int_{V_2} G_i(\vec{r}_2) \int_{V_3} C_{m_0}(\vec{r}_2, \vec{r}_3) G_j(\vec{r}_3) d\vec{r}_3 d\vec{r}_2 \quad (3.32)$$

$C_{m_0}(\vec{r}_2, \vec{r}_3)$ est la fonction de covariance a priori sur le modèle, C_{d0} est la matrice de covariance sur les données et $m_0(\vec{r})$ le modèle a priori. En incorporant dans (3.31) et (3.32), la sensibilité à fréquence finie, il vient

$$\hat{m}(\theta, \phi) = m_0(\theta, \phi) + \sum_i^{trajets} \sum_j^{trajets} \int_{\Delta_0} \int_{L_5(s_1)_i} C_{m_0}(\theta, \phi, \theta_1, \phi_1) G_i(\theta_1, \phi_1) S_{ij}^{-1} (d_j - G_j m_0) dn_1 ds_1 \quad (3.33)$$

avec

$$S_{ij} = (C_{d0})_{ij} + \int_{\Delta_0} \int_{L_5(s_2)_i} G_i(\theta_2, \phi_2) \int_{\Delta_0} \int_{L_5(s_3)_j} C_{m_0}(\theta_2, \phi_2, \theta_3, \phi_3) G_j(\theta_3, \phi_3) dn_3 ds_3 dn_2 ds_2 \quad (3.34)$$

L'application numérique de ces équations est réalisée suivant l'algorithme de Debayle et Sambridge (2004) qui a donc dû être adapté pour supporter une double intégrale.

Le formalisme de Tarantola et Valette (1982) donne également l'écriture des fonctions de covariance a posteriori sur le modèle $C_m(\vec{r}, \vec{r}_1)$ et de résolution $R(\vec{r}, \vec{r}_1)$ (en écriture simplifiée)

$$C_m = C_{m_0} - C_{m_0} G^t S^{-1} G C_{m_0} \quad (3.35)$$

$$R = C_{m0} G^t S^{-1} G \quad (3.36)$$

Pour estimer ces deux quantités, il faut calculer le produit $S^{-1}G$, ce qui est équivalent, en terme de coût de calcul à résoudre le problème inverse autant de fois qu'il y a de paramètres du modèle. Ceci est encore difficilement réalisable pour un modèle global (16200 paramètres pour un modèle calculé tous les 2°). Debayle et Sambridge (2004) ont proposé une autre façon, basée sur les diagrammes de Voronoï, d'estimer la qualité de l'inversion au travers de la variation des contraintes apportées au modèle en fonction de la couverture. Nous n'avons pas encore intégré la théorie à fréquence finie dans ce type d'estimation et nous ne proposerons donc ni covariance a posteriori ni résolution pour les modèles présentés dans la suite de ce travail. Cela ne pose cependant aucun problème de principe.

Paramètres d'inversion

Comme dans la régionalisation classique des $\beta_i^{obs}(z)$ par exemple lors du calcul du modèle de l'Antarctique au chapitre 2 (section 2.1.3), le modèle a priori $m_0(\vec{r})$ est la moyenne des données $1/c_i^{obs}$ pour un mode, une période. La matrice de covariance sur les données C_{d0} est toujours diagonale. Les termes diagonaux de C_{d0} sont les incertitudes sur les vitesses de phase c_i^{obs} pour le mode et la période traités provenant de la modélisation de forme d'ondes des trajets. Les incertitudes pour les différents modes et périodes pour un trajet sont les termes diagonaux de la matrice de covariance a posteriori de la modélisation de forme d'ondes sur les vitesses de phase C_c^{wfm} . Cette matrice n'est pas calculée dans la modélisation de forme d'ondes mais elle se déduit de la matrice de covariance a posteriori en β C_β^{wfm} par la relation

$$C_c^{wfm} = A C_\beta^{wfm} A^t \quad (3.37)$$

avec A la matrice reliant linéairement les perturbations de vitesse de phase $\delta c_{p,\omega}$ aux perturbations en β $\delta\beta(z)$, c'est-à-dire la matrice des dérivées partielles $(\partial c_{p,\omega}/\partial\beta)(z)$. Les incertitudes sur les données σ_d ainsi estimées devraient tenir compte de la variation des contraintes sur la structure 1D en β avec la profondeur et donc sur les vitesses de phase avec le mode et la période.

La fonction $C_{m0}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ exprime la covariance a priori entre les paramètres du modèle. Le problème inverse étant sous-déterminé, pour avoir une solution unique, il faut en effet imposer des conditions a priori sur le modèle final. Lors du calcul du modèle de l'Antarctique au chapitre 2 par une régionalisation en théorie Rais-GC, nous avons choisi, suivant Montagner (1986), une fonction gaussienne pour décrire la covariance a priori sur le modèle (section 2.1.3). Nous utilisons ici la même définition dont nous rappelons l'expression et la signification

$$C_{m0}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sigma_{m0}(\vec{r}_1)\sigma_{m0}(\vec{r}_2) \exp\left(-\frac{\Delta_{12}^2}{2L_{corr}^2}\right) \quad (3.38)$$

Δ_{12} est la distance séparant deux points \vec{r}_1 et \vec{r}_2 où le modèle est évalué. L'écart-type a priori σ_{m0} contrôle l'intervalle de variation autorisé pour les paramètres du modèle. Le paramètre L_{corr} contrôle la largeur de la gaussienne, il est appelée longueur de corrélation. Elle définit la distance horizontale sur laquelle les paramètres du modèle sont corrélés. Deux points distants de L_{corr} sont encore corrélés avec un facteur de 0.6. L_{corr} contrôle ainsi le lissage du modèle final.

Dans une étude classique en théorie Rais-GC, Montagner (1986) préconise de choisir la valeur de L_{corr} en fonction de la couverture, l'objectif étant d'avoir une couverture complète de la zone. Une fonction de covariance non-diagonale revient en effet à diffuser les résultats de points du modèle vers des points voisins pour lesquels la couverture n'apporte pas d'information. Une interprétation de ce critère pourrait être que le modèle final a priori ne doit pas être à plus haute résolution que ce que permet de retrouver la distribution des trajets. A travers la distribution de trajets, on a accès à un échantillonnage plus ou moins fin du modèle $m(\vec{r})$. Il est donc prudent de chercher un modèle final qui ne contienne que des structures de longueurs d'onde qui ont pu être vues avec l'échantillonnage associé à la distribution de trajets dont on dispose. La fonction de covariance est donc une sorte de filtre spatial gaussien. L_{corr} doit de plus être au minimum égale à la longueur d'onde du jeu de données (Montagner, 1986). Ce critère sous une théorie Rais-GC pourrait se comprendre ainsi : on imposerait au modèle final de vérifier a priori la condition (1.9).

Une troisième interprétation de la covariance a priori sur le modèle est proposée par Debayle et Sambridge (2004). Dans le formalisme de Tarantola et Valette (1982) (équations (3.31) et (3.32)), on est amené à calculer la covariance C_{m0} entre d'une part les points des trajets (à fréquence finie, ce seraient les points décrivant les zones de sensibilité) et les points du modèle en (3.31) et d'autre part entre les points des trajets eux-mêmes en (3.32). Seuls les points du modèle et des autres trajets situés dans une certaine zone autour du point du trajet considéré contribuent réellement au calcul puisque au-delà d'une certaine distance la covariance entre les points devient négligeable (équation (3.38)). Debayle et Sambridge (2004) ont appelé cette zone "zone d'influence" (bien qu'elle soit différente de la zone d'influence de Yoshizawa et Kennett (2002)). La juxtaposition des zones d'influence des points d'un trajet définit ainsi la zone d'influence du trajet. Si L_{corr} est adaptée à la longueur d'onde de l'onde alors la zone d'influence est une simulation grossière des zones de sensibilité de taille finie autour des trajets (figure 3.12). Suivant cette interprétation, la valeur de L_{corr} choisie est alors proche de celle donnée par le critère précédent de Montagner (1986). Mettre une covariance a priori non-diagonale sur le modèle peut ainsi compenser certaines lacunes de la théorie. C'est cette interprétation de la covariance a priori sur le modèle qui a été exploitée pour choisir la valeur de L_{corr} pour la tomographie de l'Antarctique au chapitre 2 (section 2.1.3). Comme la régionalisation est faite en β , on ne peut pas réellement adapter L_{corr} à la longueur d'onde. Nous avons donc choisi la longueur d'onde

moyenne du jeu de données et L_{corr} a été fixée à 400 km. La distribution de trajets est suffisamment dense pour être compatible avec cette valeur.

Quand la régionalisation est calculée en considérant dans la théorie G des zones de sensibilité de taille finie, il ne nous semble plus nécessaire de les approximer par les zones d'influence et d'imposer au modèle final d'être a priori lisse au sens de (1.9). La corrélation a priori servirait alors seulement à extrapoler le modèle aux zones non couvertes par les zones de sensibilité. Pour de bonnes couvertures de trajets, il semble ainsi possible à première vue d'obtenir des résultats satisfaisants en travaillant sans corrélation a priori entre les points du modèle (avec C_{m0} diagonale). Le chapitre suivant discutera en détail ce dernier point.

Le problème inverse formulé en fonctions continues et les expressions finales ((3.33) et (3.34)) sont discrétisés pour le calcul numérique. Tout d'abord, nous avons choisi d'évaluer le modèle $\hat{m}(\vec{r})$ tous les 2° en coordonnées géographiques. La fonction K_{5ZF} étant très oscillante en n (c'est-à-dire orthogonalement au grand cercle) (figure 3.9), il est important de l'échantillonner correctement pour bien rendre compte de la sensibilité. Le pas dn est fixé à $2/3$ de la plus petite demi-période d'oscillation de la fonction soit l'écart entre les largeurs de la quatrième et de la cinquième zones de Fresnel. De cette façon, le théorème de Nyquist est respecté. Le pas dn dépend alors de la longueur d'onde de l'onde, de la distance épacentrale et de l'abscisse s sur le grand cercle. Pour l'échantillonnage en s , la fonction K_{5ZF} est beaucoup moins oscillante, on peut se contenter de laisser ds égale à 2° par exemple comme pour l'échantillonnage du modèle. La possibilité de choisir aussi librement le pas d'échantillonnage et de le faire varier est un des atouts de la description continue de Montagner (1986). Avec ces règles de discrétisation, on a toujours $\int_{\Delta_0} \int_{L_{5ZF}} K_{5ZF}(s, n) dn ds \simeq 1$.

Dans le chapitre suivant, nous avons travaillé dans la région antarctique avec une fonction C_{m0} diagonale c'est-à-dire sans mettre de corrélation a priori entre les points du modèle (voir ci-dessus). La mise au point de la régionalisation à fréquence finie dans ces conditions a cependant mis en évidence ce qui semble être un mauvais accord, à proximité des pôles, entre l'échantillonnage du modèle en coordonnées géographiques et celui des zones de sensibilité réalisé suivant les règles qui viennent d'être énoncées. Ce problème est important car il perturbe le calcul du modèle dans les régions polaires. Décrivons tout d'abord les circonstances dans lesquelles il est apparu. Dans l'algorithme d'inversion discrétisé, les points géographiques où le modèle est estimé ne sont pas ceux où la sensibilité des trajets est calculée et les points où est calculée la sensibilité des trajets ne sont pas les mêmes d'un trajet à l'autre. Comme déjà signalé plus haut, dans le formalisme de Tarantola et Valette (1982), on calcule la covariance entre d'une part les points des zones de sensibilité et les points du modèle et d'autre part entre les points des zones de sensibilité. Si on veut travailler sans corrélation a priori entre les points du modèle, il est important

de bien définir quand on considère que la distance Δ_{12} (équation (3.38)) entre un point d'une zone de sensibilité et un point du modèle ou un autre point d'une zone de sensibilité est nulle. En travaillant tous les 2° avec les coordonnées géographiques vraies comme pour le modèle de l'Antarctique au chapitre 2, et sans corrélation a priori, il se trouve que les résultats à proximité des pôles sont très différents selon les solutions choisies pour la définition de la distance nulle, alors qu'ils sont très stables à l'équateur par exemple. Cette instabilité observée près des pôles, points singuliers, pourrait s'expliquer par une différence trop grande dans ces régions entre l'échantillonnage des zones de sensibilité et celui du modèle. La distance entre les points où l'on estime le modèle devient en effet très petite près des pôles. Dans ces régions, on cherche donc à retrouver des variations du modèle de longueurs d'onde trop petites par rapport à celles auxquelles l'échantillonnage des zones de sensibilité donne accès. Sans a priori lisse, il n'y a plus de filtrage spatial pour éviter ce problème. Dans la suite, nous avons travaillé seulement dans la région antarctique. Pour contourner cette difficulté, le système de coordonnées est donc simplement basculé pour que les coordonnées du Pôle Sud soit $(0^\circ, 0^\circ)$ (à l'équateur). De cette façon, la distance entre les points de la grille géographique varie peu sur la région. La distance Δ_{12} est fixée à zéro tant que Δ_{12} est strictement inférieure au pas d'échantillonnage du modèle (soit 2°). Cette solution est suffisante pour une étude régionale mais pour construire un modèle global à fréquence finie, il faudrait trouver une meilleure solution. Une des pistes serait de modifier l'architecture de l'algorithme de régionalisation. Nous avons choisi de stocker les valeurs des fonctions de sensibilité en certains points pour pouvoir les utiliser rapidement lors du calcul de (3.33) et (3.34). Une amélioration pourrait être de ne calculer la sensibilité que lorsqu'on en a besoin dans le calcul de (3.33) et (3.34) et donc avec un échantillonnage qui pourrait être adapté à celui du modèle.

Temps de calcul

Régionaliser avec des zones de sensibilité de largeur finie augmente le temps de calcul par rapport à une inversion équivalente en théorie Rais-GC. Tout d'abord, du fait de l'extension des zones orthogonalement au grand cercle, l'échantillonnage de chaque trajet est plus long, et ce d'autant plus que le nombre de zones de Fresnel considérées est élevé. Comme le pas d'échantillonnage orthogonalement au grand cercle s'adapte à la longueur d'onde, le nombre de points (et le temps de calcul) n'augmente toutefois pas systématiquement avec la longueur d'onde. De plus, l'estimation de la fonction de sensibilité K_{5ZF} en chaque point est plus longue que le calcul de la sensibilité en théorie Rais-GC, simplement égale à $1/\Delta_0$. Ceci demande le calcul de (3.26) (et donc l'estimation de (3.25) pour plusieurs fréquences). Le temps de calcul dépend aussi très fortement de la valeur de L_{corr} choisie, si on souhaite imposer une corrélation a priori entre les points du modèle. Plus L_{corr} est grand, plus il faut considérer de points pour le calcul de la covariance a priori sur le modèle. Le tableau 3.1

compare les temps de calcul avec différentes théories et en fonction de la valeur de L_{corr} pour la distribution dense de trajets des tests synthétiques de la section 4.1.

3.4.2 Inversion en $\beta(z)$

L'étape supplémentaire de notre tomographie à fréquence finie par rapport à la méthode de l'IPGS en théorie Rais-GC est l'inversion des vitesses de phase locales $c_{p,\omega}(\theta, \phi)$ de plusieurs modes et périodes en $\beta(z)$ (figure 3.13). Pour que la structure en $\beta(z)$ soit bien contrainte, il est important de bien choisir ces modes et périodes. Nous avons sélectionné quelques périodes pour le mode fondamental et les quatre premiers harmoniques (tableau 3.2) dans la même gamme de périodes que dans la méthode classique (section 1.3.2), la borne supérieure de l'intervalle de périodes dépendant du mode. L'analyse est cependant ici étendue jusqu'à 40 s car cela donne en pratique une meilleure définition de la structure à faible profondeur. Les différentes périodes choisies assurent une bonne couverture de la bande de fréquences traitée, compte tenu de la largeur des filtres gaussiens en fréquence utilisés pour les "mesures" des $c_{p,\omega}^{obs}$ (section 3.3.2). Pour obtenir le modèle 3D, il faut ainsi régionaliser les vitesses de phase $c_{p,\omega}^{obs}$ pour 39 modes/périodes alors que, par exemple dans le cas de la tomographie classique de l'Antarctique, nous n'avons régionalisé que 25 profondeurs (entre 75 km et 675 km).

Pour cette gamme de périodes, on peut faire l'hypothèse courante que les perturbations de vitesse de phase $\delta c_{p,\omega}$ ne dépendent que des perturbations en $\beta(z)$, et pour de faibles variations cette relation est quasi-linéaire (1.6). Nous l'inversons suivant le formalisme de Tarantola et Valette (1982) pour un problème linéaire et discret cette fois

$$\hat{m} = m_0 + C_{m0} G^t (C_{d0} + G C_{m0} G^t)^{-1} (d_0 - G m_0) \quad (3.39)$$

avec $\hat{m}_j = \delta\beta(z_j)$ et $d_{0i} = \delta c_{p,\omega i}$. Les dérivées partielles $G_{ij} = (\delta c_{p,\omega i} / \delta\beta)(z_j)$ sont calculées, selon le formalisme de Takeuchi et Saito (1972), sur le modèle a priori m_{0j} composé de la croûte 3SMAC au point où l'on veut retrouver la structure et d'un manteau PREM lissé. La matrice de covariance a priori sur le modèle en $\beta(z)$ est la même que celle de la modélisation de forme d'ondes. Elle est donnée par une fonction gaussienne avec $\sigma_{m0} = 0.05$ km/s et $L_{corr} = 50$ km (Debayle, 1996), L_{corr} contrôlant ici la corrélation entre les paramètres du modèle à différentes profondeurs. Enfin, la matrice C_{d0} est diagonale et ses termes pourraient être issus de la covariance a posteriori de la régionalisation, ce qui permettrait d'accorder, en chaque point (θ, ϕ) , un poids à chaque mode/période fonction de la qualité de la régionalisation pour ce mode/période en ce point.

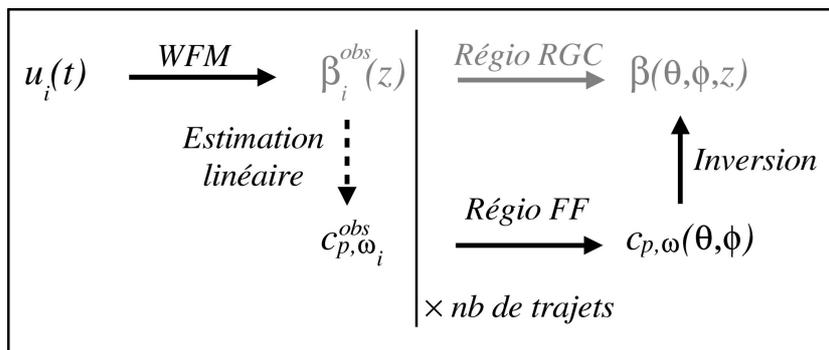


FIG. 3.13 – Schématisation des différentes étapes de la tomographie à fréquence finie (en noir) et rappel de la méthode de l’IPGS en théorie Rais-GC (en gris) (WFM : modélisation de forme d’ondes, Régio RGC : régionalisation en théorie Rais-GC, Régio FF : régionalisation à fréquence finie). Le passage des modèles $\beta_i^{obs}(z)$ aux vitesses de phase c_{p,ω_i}^{obs} est en pointillé car il est déjà intégré à la méthode de modélisation de forme d’ondes pour le calcul des sismogrammes synthétiques à chaque itération (section 1.3.2).

5ZF	1ZF	Rais-GC	L_{corr}
307 s	46 s	2 s	sans corrélation
22180 s	2981 s	21 s	400 km

TAB. 3.1 – Comparaison des temps de calcul de régionalisations avec différentes définitions de la sensibilité des ondes et différentes valeurs de L_{corr} (5ZF : sensibilité décrite par K_{5ZF} sur cinq zones de Fresnel; 1ZF : même sensibilité mais limitée à la première zone de Fresnel). Les inversions sont réalisées à partir des jeux de données parfaites des tests synthétiques de la section 4.1 dans le cas d’une bonne couverture de la zone d’étude (830 trajets) pour le mode fondamental à 160 s avec un processeur Pentium 4 à 1.90 GHz et à 256 MB de RAM.

mode	périodes régionalisées (s)
0	40 45 50 60 70 80 90 100 120 140 160
1	40 45 50 60 70 80 90 100 120 140
2	40 45 50 60 70 80 90 100
3	40 45 50 60 70 80
4	40 45 50 60

TAB. 3.2 – Périodes sélectionnées pour retrouver la structure en profondeur en β en fonction du mode. Ce sont donc aussi les 39 modes et périodes qu’il faudrait régionaliser.

3.5 Conclusions sur le scattering linéarisé et son introduction en tomographie

La version simplifiée du scattering linéarisé discutée dans ce chapitre décrit, assez simplement, à partir d’une base physique, la sensibilité à fréquence finie des ondes de surface à la structure en vitesse de phase. Elle donne, plus précisément que le concept des zones de Fresnel, la variation de cette sensibilité de part et d’autre du grand cercle sur une zone 2D, le long du trajet, selon la longueur d’onde de l’onde et la longueur du trajet. Elle semble aussi prédire, en partie et qualitativement au moins, le “wavefront healing”.

Cette théorie de propagation à fréquence finie peut s’intégrer à la méthode tomographique de l’IPGS au niveau de l’étape de régionalisation, qui doit alors être réalisée en vitesse de phase. Elle donne une relation simple (linéaire) entre la vitesse de phase mesurée pour un trajet et les vitesses de phase locales. Cette relation a été ensuite adaptée aux données issues de la modélisation de forme d’ondes. Pour cela la fonction exprimant la sensibilité de la vitesse de phase mesurée aux vitesses de phase locales est filtrée en fréquence avec le même filtre gaussien que celui utilisé dans la modélisation de forme d’ondes. Ce filtrage a pour conséquence de limiter la sensibilité effective des ondes à un nombre restreint de zones de Fresnel (cinq zones ici) autour du trajet.

Dans la méthode classique de l’IPGS en théorie Rais-GC, la régularisation de l’inversion permettait de tenir compte grossièrement de la sensibilité des ondes de surface de part et d’autre du grand cercle en imposant un a priori lisse sur le modèle. Comme la théorie à fréquence finie décrit précisément ce type de sensibilité, une régionalisation à fréquence finie devrait pouvoir se passer de cet a priori.

Nous avons dans le chapitre 2 justifié le raffinement de la théorie de propagation en tomographie en partie par la nécessité d’améliorer significativement la résolution latérale des images. Il est donc important de s’assurer que la tomographie à fréquence finie décrite ici vérifie bien cet objectif, d’autant que le temps de calcul est considérablement allongé. Une régionalisation à fréquence finie est environ 10 fois plus longue (avec cinq zones de Fresnel sans corrélation a priori) que la même opération en théorie Rais-GC (avec $L_{corr} = 400$ km) (tableau 3.1). De plus pour contraindre correctement la structure 3D en β , il faut travailler avec plus de modes et de périodes que précédemment de profondeurs. Il ne faut pas oublier en plus l’inversion des vitesses locales en $\beta(z)$ en chaque point du modèle pour construire finalement le modèle 3D. Le chapitre suivant analyse l’apport de cette tomographie à fréquence finie, notamment pour la résolution latérale, par rapport à la tomographie de l’IPGS en théorie Rais-GC grâce à une série de tests synthétiques et une application de la méthode aux données (réelles) de l’Antarctique.

Chapitre 4

Tomographie à fréquence finie : tests synthétiques et application aux données antarctiques

Le chapitre précédent présentait une extension à fréquence finie de la méthode de tomographie de l'IPGS. La théorie de propagation à fréquence finie utilisée, basée sur une version simplifiée d'une théorie au premier ordre du scattering, consiste principalement à considérer que les ondes de surface sont sensibles à la structure en vitesse de phase sur des zones 2D finies autour des trajets. Mais la prise en compte de zones de sensibilité 2D allonge le temps de calcul pour obtenir un modèle 3D en β . Cette augmentation importante du temps de calcul est-elle justifiée ? Autrement dit, la précision de la théorie augmente-t-elle réellement la résolution latérale des tomographies ? Et l'éventuelle amélioration des images est-elle significative pour l'interprétation géodynamique ?

Dahlen (2004) a démontré théoriquement qu'inverser en théorie des rais des données parfaites contenant des effets "fréquence finie" et couvrant parfaitement une anomalie conduit à sous-estimer son amplitude et à l'étaler latéralement, le premier effet étant prépondérant. Effectivement, l'utilisation des "banana-doughnuts" dans le cadre d'une tomographie en onde de volume apporterait des éléments nouveaux grâce à l'obtention d'images plus contrastées comme le suggère l'étude de Montelli et al. (2004a, 2004b) basée sur les travaux de Dahlen et al. (2000). Avec les ondes de surface, les effets semblent cependant moins spectaculaires. Spetzler et al. (2001) utilisent une théorie à fréquence finie similaire à celle discutée dans le chapitre 3. A partir des perturbations de phase d'ondes de Love entre 40 s et 160 s, ils retrouvent les structures de plus de 1000 km de large d'un modèle global aussi bien en travaillant à fréquence finie qu'en théorie des rais. Ritzwoller et al. (2002) ont réalisé une tomographie globale du manteau supérieur par l'analyse du mode fondamental des ondes de Rayleigh en approximant la sensibilité dérivée du scattering

linéarisé orthogonalement au grand cercle par une simple fonction porte de largeur égale à la première zone de Fresnel. Leur étude montre des changements en milieu océanique. Les océans, mal pourvus en stations, sont couverts essentiellement par des trajets longs (≥ 10000 km). Mais là où les trajets sont plus courts, comme en milieu continental, il y a peu de différence. Yoshizawa et Kennett (2004) considèrent une sensibilité des ondes définie par une fonction cosinus orthogonalement au grand cercle sur uniquement un tiers de la première zone de Fresnel. Leur modèle de l’Australie, intégrant en plus les déviations des trajets par rapport aux grands cercles, ne présente également que peu de changements significatifs.

Il semble alors légitime de s’interroger sur l’intérêt réel de remplacer la théorie Rais-GC par une théorie à fréquence finie dans nos tomographies régionales en ondes de surface construites majoritairement avec des trajets “courts” inférieurs à 10000 km (Debayle et al., 2005). Avant de nous lancer dans une inversion à fréquence finie d’un jeu important de données réelles, nous avons voulu, dans un premier temps, analyser comment une théorie de propagation à fréquence finie pouvait améliorer les images tomographiques par rapport à celles obtenues en théorie Rais-GC sur des cas synthétiques très simples. Pour confirmer les résultats de ces tests et les compléter, la tomographie à fréquence finie décrite au chapitre 3 est dans un second temps appliquée aux données antarctiques traitées dans le chapitre 2. Cette dernière expérience est en outre un test du comportement de cette tomographie face à des données réelles.

4.1 Tests synthétiques

4.1.1 Description de l’expérience

L’amélioration que pourrait apporter une théorie de propagation à fréquence finie à la méthode tomographique de l’IPGS sera visible au niveau de la régionalisation, puisque c’est à cette étape qu’intervient le changement de théorie. Dans l’expérience qui suit, nous nous sommes donc concentrés sur la comparaison de la théorie à fréquence finie et la théorie Rais-GC à cette étape. Les données synthétiques de ces tests sont des vitesses de phase moyennes sur les trajets du jeu de données choisi. Elles sont calculées pour différentes périodes (de 50 s à 250 s) des ondes de Rayleigh et dans différents modèles selon la théorie (3.30). On simule de cette façon des données sensibles au modèle sur une zone 2D finie et qui ont été mesurées au travers des filtres gaussiens utilisés pour la modélisation de forme d’ondes. Ces données sont ensuite régionalisées d’une part suivant cette même théorie à fréquence finie et d’autre part en théorie Rais-GC avec les zones d’influence définies par la longueur de corrélation L_{corr} (section 3.4.1). Les modèles issus de l’inversion à fréquence finie ne devraient montrer que les effets de l’imperfection de la couverture en trajets et de la

régularisation de l'inversion. La comparaison entre ces modèles "référence" et ceux obtenus en théorie Rais-GC devrait mettre en évidence les insuffisances des zones d'influence et souligner les améliorations apportées par la théorie de propagation à fréquence finie.

Le jeu de données choisi est un sous-ensemble de 830 trajets de la base de données de la tomographie régionale de l'Antarctique du chapitre 2. Cette distribution de trajets assure une couverture dense mais réaliste. Les distances épacentrales sont comprises entre 1200 km et 9700 km (figure 4.1). Les modèles testés présentent une ou deux anomalies de géométrie simple dans un modèle 3SMAC moyen pour la croûte et PREM lissé pour le manteau. Elles ne correspondent à aucune structure réelle de la région australo-antarctique. Les raisons du choix de cette région, des anomalies et de leur position sont uniquement d'ordre pratique. Les données synthétiques sont inversées selon la théorie Rais-GC en fixant L_{corr} à 400 km quelle que soit la période étudiée. Cette valeur est en effet celle utilisée au chapitre 2 pour le modèle 3D de l'Antarctique en β car elle correspond à la longueur d'onde moyenne du jeu de données (section 2.1.3). Tester la théorie Rais-GC avec cette valeur de L_{corr} permet ainsi de se placer dans les mêmes conditions. Etant donnée la couverture en trajets (figure 4.2a), il nous semble possible par contre pour l'inversion à fréquence finie de ne pas mettre de corrélation a priori entre les points où l'on estime le modèle (section 3.4.1). D'ailleurs, ceci donne une meilleure réduction de variance et un temps de calcul plus acceptable (tableau 3.1). La régionalisation à fréquence finie avec cinq zones de Fresnel n'est ainsi "que" environ 10 fois plus longue que celle en théorie Rais-GC avec $L_{corr} = 400$ km (tableau 3.1). Dans les deux inversions, l'écart-type a priori sur le modèle σ_m est fixé à 0.04 km/s. Cette valeur sera justifiée dans la section 4.2.1 consacrée à la régionalisation des données réelles.

Les résultats des tests sont discutés uniquement pour le mode fondamental d'une onde de Rayleigh, mais les conclusions peuvent tout à fait être étendues aux modes harmoniques. Le paramètre important pour la sensibilité est le nombre d'onde ou la longueur d'onde et le mode fondamental pour des périodes de 50 s à 250 s donne une gamme de longueurs d'onde englobant celles des modes harmoniques (figure 2.14). Nous ne présentons pas les fonctions de résolution R et de covariance a posteriori sur le modèle C_m (section 3.4.1). Les tests synthétiques que nous présentons ne donnent qu'une représentation imparfaite de la résolution (Lévêque et al., 1993), mais montrent au moins comment l'anomalie initiale est lissée dans le modèle final. Mieux que l'estimation de l'incertitude par la fonction C_m , l'erreur réelle est obtenue par simple comparaison entre le modèle initial et le modèle inversé.

Une partie des résultats et des conclusions de ces tests ont été publiés en décembre 2004 dans *Geophysical Research Letters* (Sieminski et al., 2004). Cet article est reproduit dans l'annexe A. Les figures de l'article présentent quelques différences avec celles présentées ici car les résultats de ce chapitre ont été calculés dans le système de coordonnées basculé

pour plus de justesse près des pôles (section 3.4.1). La zone d'étude est donc ici recentrée sur le "nouvel équateur".

4.1.2 Premiers résultats

Pour la première expérience, nous cherchons à retrouver une structure lente assez étendue horizontalement, de 1000 km de large, s'étendant de 50 km à 250 km de profondeur, avec un contraste en β de -6% (même si cette perturbation ne satisfait pas la condition de validité de l'approximation de Born (3.14)) pour le trajet moyen et la période moyenne du jeu de données). Cette anomalie est située dans une zone bien couverte de la région d'étude (figure 4.2a). Les données sont "parfaites" mais l'incertitude a priori σ_d est tout de même fixée à 0.01 km/s pour tous les trajets pour stabiliser l'inversion. Cette valeur correspondrait à des données très peu bruitées. Les modèles inversés en théorie Rais-GC et à fréquence finie sont très peu différents, par exemple à 160 s (figure 4.2). Les fits des données, les réductions de variance et les amplitudes de l'anomalie inversée sont proches avec les deux techniques. A 160 s, la taille de la structure est en effet supérieure à la longueur d'onde ($\lambda_{160s} = 707$ km). Dans ce cas, selon la condition (1.9), on ne s'attend pas à ce que cette structure soit mal retrouvée en théorie Rais-GC. On observe toujours peu de différence à 250 s alors que la taille de l'anomalie avoisine celle de la longueur d'onde à cette période ($\lambda_{250s} = 1250$ km).

Testons maintenant plus en détail le cas d'une hétérogénéité plus petite que la longueur d'onde. Nous avons choisi pour cela une anomalie lente étroite de type "conduit de panache mantellique" d'environ 200 km de large, avec un contraste de -6% en β et descendant de 50 km de profondeur jusqu'à la base de la zone de transition (675 km). Comme la structure précédente, l'anomalie-panache est située dans une zone très bien couverte (figure 4.3a) et l'inversion est réalisée avec des données parfaites et une incertitude σ_d de 0.01 km/s. Avec cette bonne couverture, la petite anomalie est bien retrouvée par la théorie Rais-GC et est correctement positionnée (figure 4.3b) même lorsque sa taille est nettement plus petite que la longueur d'onde des ondes considérées, comme à 160 s par exemple. A fréquence finie, l'anomalie est toutefois mieux focalisée (figure 4.3c), son amplitude au cœur du panache est plus grande qu'en théorie Rais-RGC. Le fit des données et la réduction de variance sont aussi meilleures (86% à fréquence finie et 71% en théorie Rais-GC à 160 s).

Cette situation représente peut-être un cas trop idéal du point de vue de la couverture en trajets. En pratique, les distributions de trajets ne sont pas toujours et partout aussi denses. Nous avons donc testé le cas extrême opposé où l'anomalie n'est traversée par aucun trajet. Le plus souvent, en tomographie on se situera entre ces deux cas. La même anomalie-panache est cette fois placée dans un "trou" de la couverture précédente, volontairement dégradée dans ce but (figure 4.4a). Nous avons inversé avec les mêmes paramètres que dans

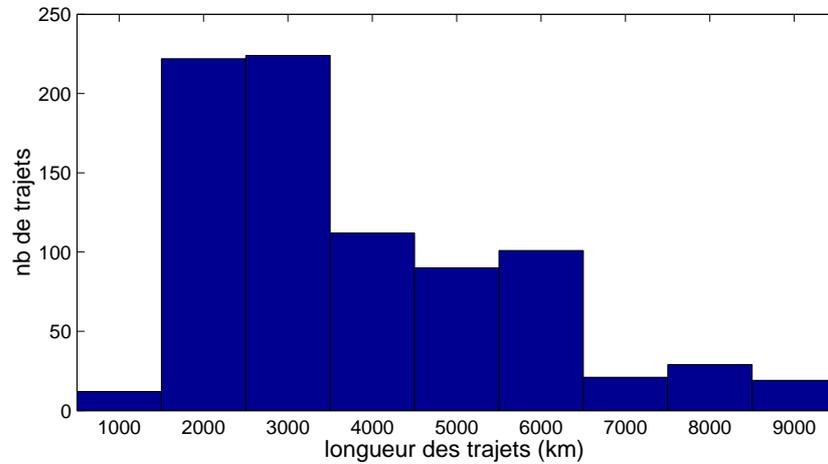


FIG. 4.1 – Longueurs des 830 trajets de la couverture de la figure 4.2, 90% des trajets ont une distance comprise entre 1500 km et 6500 km et la distance épacentrale moyenne est de 3800 km (34°).

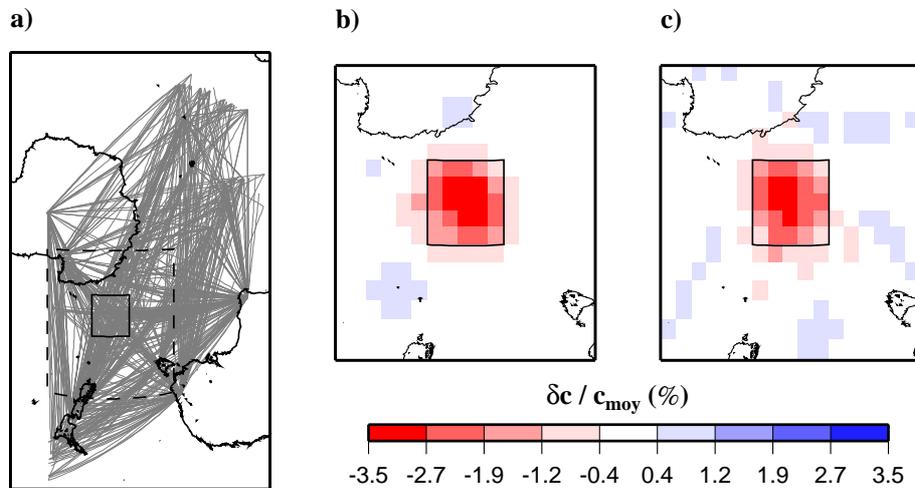


FIG. 4.2 – Test synthétique avec une anomalie de 1000 km de large et s'étendant de 50 km à 250 km de profondeur : a) couverture en trajets et position initiale de l'anomalie (en noir); inversions b) en théorie Rais-GC avec $L_{\text{corr}} = 400$ km et c) à fréquence finie sans corrélation a priori entre les points du modèle. b) et c) sont des zooms sur la zone délimitée par les pointillés en a). L'anomalie initiale présente un contraste de -6% en β . Les résultats sont présentés à 160 s, les autres périodes donnant des résultats similaires.

le test précédent. Bien que les amplitudes et les réductions de variance soient plus faibles qu’avec une bonne couverture en trajets, à 160 s, l’anomalie-panache est toujours retrouvée en théorie Rais-GC et à fréquence finie (figure 4.4).

4.1.3 Discussion et tests supplémentaires

Le bon comportement de la théorie Rais-GC dans ces premiers tests tient à la bonne couverture de l’anomalie par les premières zones de Fresnel du jeu de données et à la régularisation de l’inversion. C’est en effet la couverture en premières zones de Fresnel qui est importante pour la réussite de la théorie Rais-GC, plus que la simple couverture en trajets, comme nous allons maintenant le montrer. Pour les distributions de trajets testées, à 160 s, les anomalies sont essentiellement vues au travers des premières zones de Fresnel (figures 4.5a et 4.5b). Pour ces distributions de trajet, une inversion ne considérant que la première zone de Fresnel donne bien une image très similaire à celle avec cinq zones de Fresnel. Ce résultat suggère par ailleurs qu’on pourrait se contenter de la première zone de Fresnel pour inverser dans une telle situation, ce qui serait un gain de temps de calcul important. En outre, si on essaie de retrouver l’anomalie-panache avec une couverture beaucoup plus faible en première zone de Fresnel, obtenue ici par exemple à 100 s avec la distribution de trajets dégradée (figure 4.5c), la théorie Rais-GC même avec des zones d’influence ne parvient pas à détecter la petite anomalie (figure 4.6b). On en verra la raison un peu plus tard. On peut aussi se convaincre de l’importance de la régularisation de l’inversion par les zones d’influence pour un bon résultat en théorie Rais-GC en supprimant celles-ci. Ainsi, dans le cas de la distribution dégradée, la théorie Rais-GC, sans corrélation a priori entre les points du modèle, ne parvient pas du tout à replacer l’anomalie-panache à 160 s (figure 4.7a), puisqu’aucun trajet ne la traverse. Avec la très bonne couverture en trajets, elle réussit à replacer l’anomalie mais celle-ci est assez mal focalisée (figure 4.7b). Le lien entre les premières zones de Fresnel et les zones d’influence est que pour $L_{corr} = 400$ km, la largeur de la zone d’influence correspond assez bien à la largeur de la première zone de Fresnel, par exemple à 160 s pour un trajet de 34° , longueur moyenne des trajets de la base de données (figure 4.8). Les zones d’influence avec L_{corr} à peu près adaptée à la largeur de la première zone de Fresnel semblent ainsi une approximation suffisante des effets “fréquence finie” dans le cas d’une bonne couverture en première zone de Fresnel, même si les zones d’influence ne sont que des grossières approximations de la sensibilité à fréquence finie. Contrairement aux zones de sensibilité à fréquence finie, leur largeur ne varie pas le long du grand cercle (figure 3.12) et avec la longueur du trajet. Ce bon résultat de la théorie Rais-GC repose donc aussi sur une certaine homogénéité des longueurs des trajets du jeu de données (figure 4.1). Pour des trajets de longueurs très différentes (et donc avec des zones de Fresnel de largeur très différentes), on ne peut pas approximer aussi bien les zones

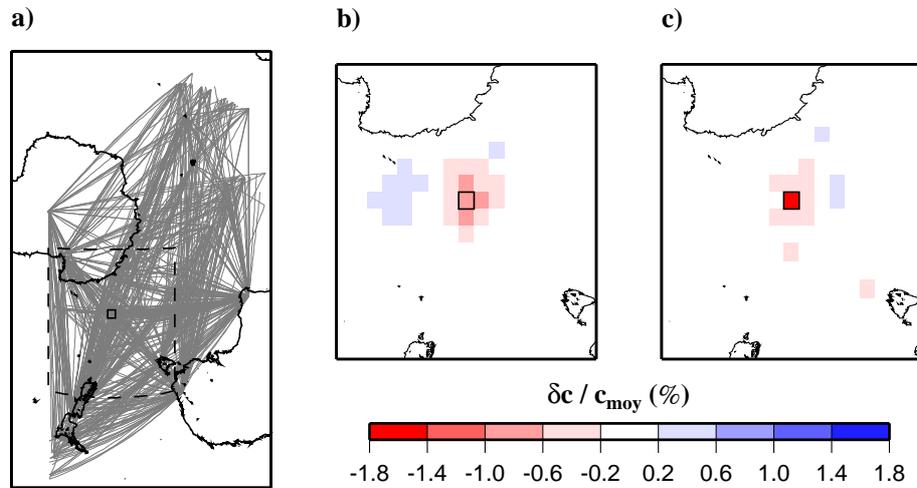


FIG. 4.3 – Test synthétique avec une anomalie-panache de 200 km de large et s'étendant de 50 km à 675 km de profondeur : a) couverture en trajets et position initiale de l'anomalie (en noir) ; inversions b) en théorie Rais-GC avec $L_{\text{corr}} = 400$ km et c) à fréquence finie sans corrélation a priori entre les points du modèle. b) et c) sont des zooms sur la zone délimitée par les pointillés en a). L'anomalie initiale présente un contraste de -6% en β . Les résultats sont présentés à 160 s.

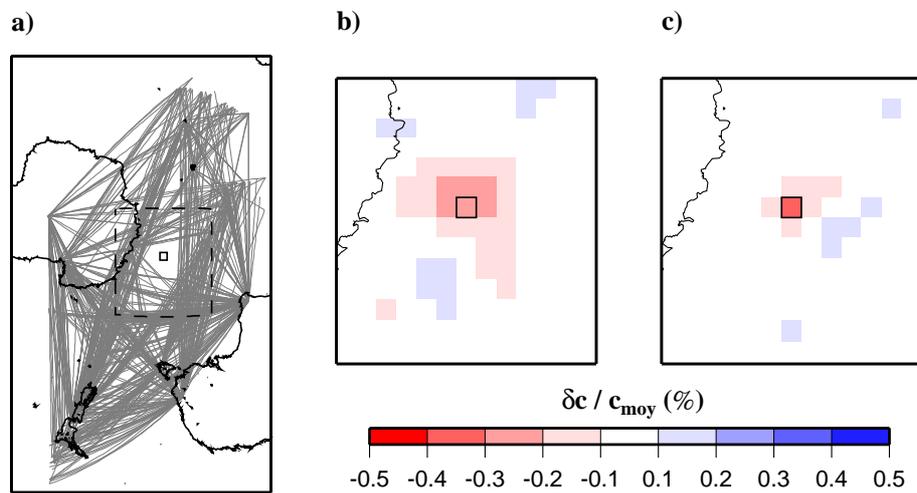


FIG. 4.4 – Test synthétique à 160 s avec l'anomalie-panache située dans un "trou" de couverture : a) couverture en trajets et position initiale de l'anomalie (en noir) ; inversions b) en théorie Rais-GC avec $L_{\text{corr}} = 400$ km et c) à fréquence finie sans corrélation a priori entre les points du modèle.

de sensibilité des trajets courts et des trajets longs avec une seule valeur de L_{corr} . Par contre, il semble possible de travailler avec des jeux de données “longs” (≥ 10000 km) si on augmente L_{corr} pour adapter les zones d’influence aux larges zones de Fresnel. Mais dans ce cas, les petites anomalies seront très lissées. La comparaison entre la zone d’influence et la première zone de Fresnel explique aussi le mauvais résultat obtenu plus haut en théorie Rais-GC avec la couverture dégradée à 100 s (figure 4.6b). A cette période, le jeu de données ne voit l’anomalie qu’au travers des lobes secondaires de la fonction de sensibilité de quelques trajets. Or les zones d’influence modélisent mal la sensibilité aussi loin du grand cercle (figure 4.8) en raison de l’amplitude négative de la fonction et de l’étendue de la zone de sensibilité effective de part et d’autre du grand cercle. Seule l’inversion à fréquence finie pour laquelle la sensibilité des données au modèle est correctement décrite retrouve la position de l’anomalie, avec une amplitude très faible toutefois (figure 4.6c). Les données affectées par l’anomalie y sont en effet peu sensibles puisque l’amplitude des lobes secondaires est petite et ces faibles perturbations sont peu prises en compte dans l’inversion car elles sont petites devant la valeur de σ_d (section 4.1.2). Dans ces conditions, il faudrait beaucoup plus de trajets pour reconstruire une anomalie d’amplitude égale à celle imagée avec une bonne couverture en premières zones de Fresnel.

Même si la théorie Rais-GC donne de bons résultats grâce à la régularisation de l’inversion dans le cas d’une bonne couverture en premières zones de Fresnel, la régionalisation à fréquence finie présente tout de même une meilleure résolution latérale, les petites anomalies y étant imagées avec une meilleure focalisation. Toutefois, il n’est pas certain que, dans le cas de l’anomalie-panache isolée avec une bonne couverture (figure 4.3), les deux modèles conduisent à des interprétations significativement différentes. La régionalisation à fréquence finie réussit cependant à distinguer deux anomalies-panaches distantes de L_{corr} alors que la théorie Rais-GC ne voit qu’une grosse structure (figure 4.9). Dans une telle situation, la régionalisation à fréquence finie apporte ainsi des informations différentes sur le modèle. La différence de résolution latérale observée entre les deux régionalisations sur les figures 4.3 et 4.9 est principalement due à la différence de régularisation de l’inversion en théorie Rais-GC et à fréquence finie. On a en effet choisi, sur des critères physiques, des valeurs différentes de L_{corr} pour les deux techniques. Or le lissage a priori du modèle a un effet important sur la résolution du modèle inversé. Si on force le lissage pour la régionalisation à fréquence finie avec $L_{corr} = 400$ km comme en théorie Rais-GC, on obtient en effet un modèle semblable à celui de la théorie Rais-GC du point de vue de l’aspect, de l’amplitude, du fit des données et de la réduction de variance (figure 4.7c). Ainsi l’atout de la théorie à fréquence finie pour la résolution latérale serait que, sans corrélation a priori entre les points du modèle, elle donne une image juste et bien résolue de l’anomalie (figure 4.3c), contrairement à ce que l’on observe en théorie Rais-GC avec la même régularisation, même avec une bonne couverture en première zone de Fresnel (figure 4.7b).

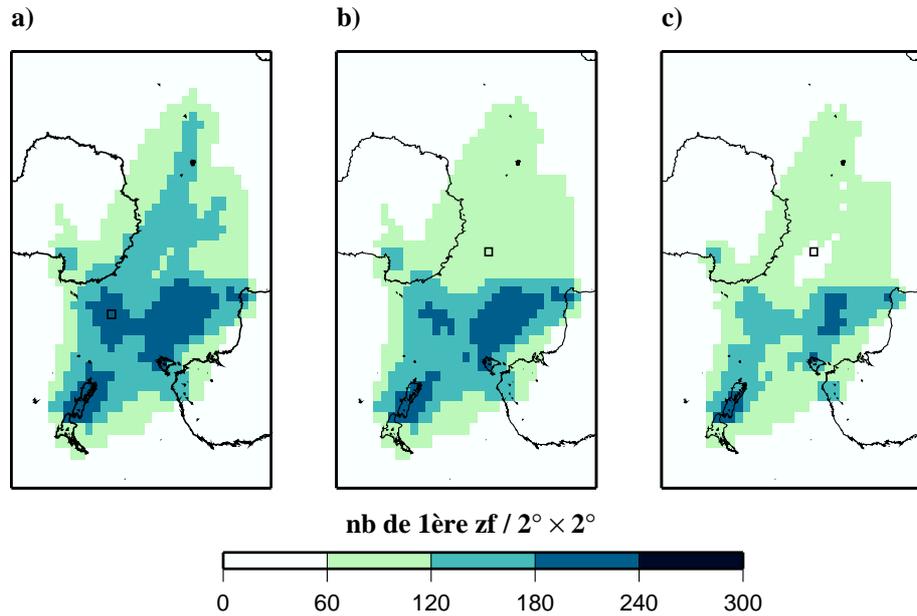


FIG. 4.5 – Densités en premières zones de Fresnel (par cellule de 2°) : a) pour la bonne couverture en trajets à 160 s (figure 4.2), b) pour la mauvaise couverture à 160 s (figure 4.4) et c) pour la mauvaise couverture à 100s (figure 4.6).

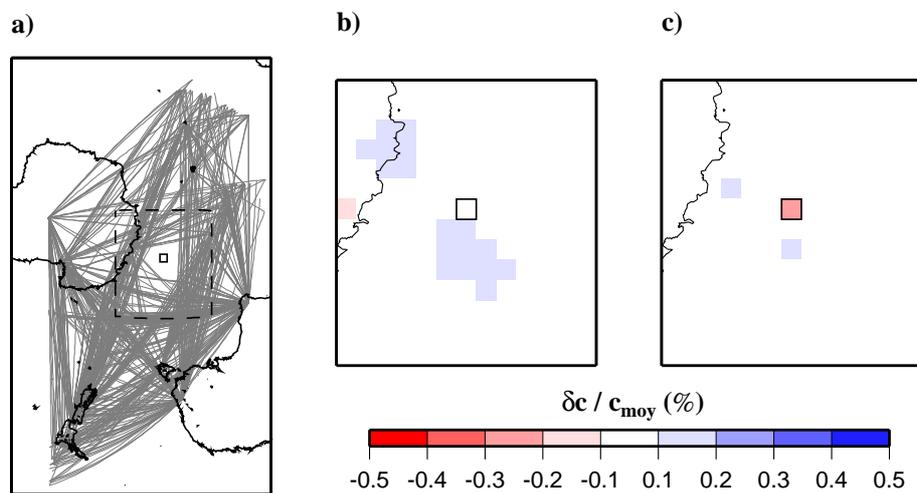


FIG. 4.6 – Test synthétique à 100 s avec une anomalie-panache située dans un “trou” de la couverture en trajets : a) couverture en trajets et position initiale de l’anomalie (en noir); inversions b) en théorie Rais-GC avec $L_{\text{corr}} = 400$ km et c) à fréquence finie, sans corrélation a priori entre les points du modèle.

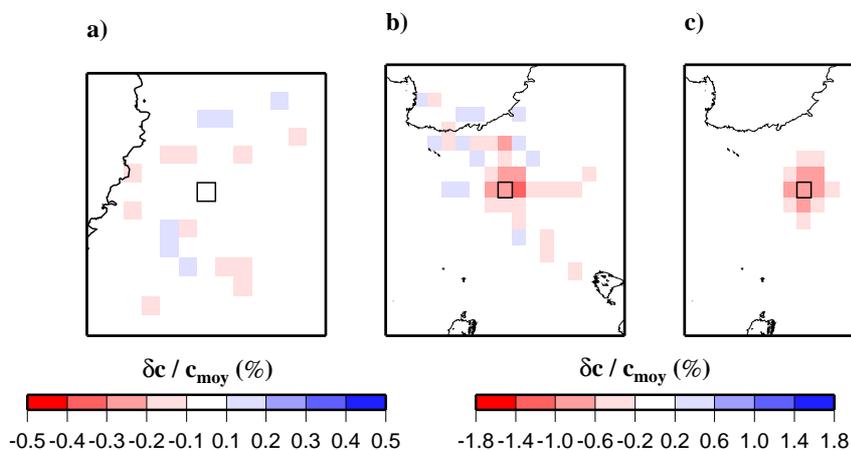


FIG. 4.7 – Autres tests synthétiques avec l’anomalie-panache : inversions en théorie Rais-GC sans corrélation a priori avec a) la couverture de trajets dégradée (figure 4.4a) et b) avec la très bonne couverture en trajets (figure 4.2a) ; c) inversion à fréquence finie avec $L_{corr} = 400$ km. Les résultats sont présentés à 160 s.

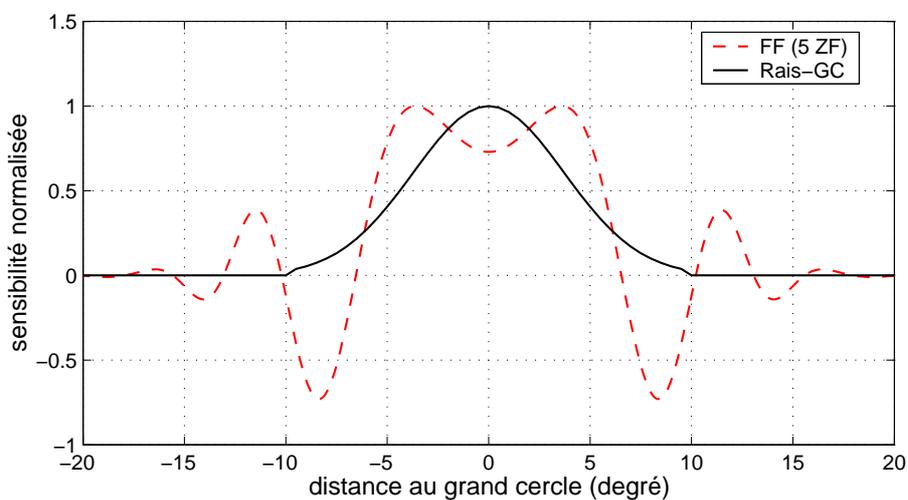


FIG. 4.8 – Comparaison entre la largeur de la zone d’influence pour $L_{corr} = 400$ km et celle de la zone de sensibilité définie par la fonction K_{5ZF} à 160 s à mi-distance d’un trajet de 34° (proche de la distance épacentrale moyenne du jeu de données (figure 4.1)).

Tous ces tests ont été réalisés avec des données parfaites non bruitées, en utilisant la même théorie pour le calcul direct et l’inversion à fréquence finie et la même paramétrisation du modèle initial et inversé. Pour rendre le problème un peu plus réaliste, on peut brui-ter les données. Nous avons ajouté un bruit gaussien d’écart-type 0.04 km/s, correspon-dant à l’écart-type moyen des vitesses de phase réelles observé pour les groupes de trajets géographiquement proches du jeu de données de l’Antarctique, les “clusters” de trajets (section 2.2). Les données bruitées sont inversées avec une incertitude σ_d de 0.04 km/s pour tous les trajets. Le principal effet est une diminution de l’amplitude des anomalies inversées en théorie Rais-GC comme à fréquence finie, par exemple pour l’anomalie de 1000 km de large (figure 4.10). En effet, avec une variance sur les données plus grande, les données peuvent être expliquées dans leurs barres d’erreur avec des perturbations par rap-port au modèle a priori plus faibles. La diminution d’amplitude est plus forte à fréquence finie qu’en théorie Rais-GC. Du fait de cette diminution de l’amplitude des perturbations, l’anomalie-panache de 200 km de diamètre est maintenant difficilement identifiable et in-terprétable (son amplitude est de -0.4% en théorie Rais-GC et de -0.3% à fréquence finie), même si à fréquence finie la focalisation est meilleure. Avec une mauvaise couverture en premières zones de Fresnel de l’anomalie-panache, où la régionalisation à fréquence finie semblait aussi apporter des informations supplémentaires, l’ajout de bruit sur les données empêche de retrouver la structure à fréquence finie. La sensibilité du jeu de données à la structure est alors trop faible par rapport au niveau de bruit. Etant donné que la théorie à fréquence finie utilisée ici semble tenir compte, au moins en partie, du “wavefront hea-ling” pour une anomalie située sur le grand cercle (section 3.3.3), on se serait attendu à ce que les perturbations retrouvées à fréquence finie soient plus fortes qu’en théorie Rais-GC. L’amplitude de l’anomalie retrouvée sur la figure 4.3 par exemple est bien légèrement supérieure à fréquence finie (1.8% contre 0.8% en théorie Rais-GC) mais c’est l’inverse qui est observé avec du bruit sur les données (figure 4.10). Ainsi, lorsqu’on essaie de rendre les données synthétiques plus réalistes, l’avantage de la théorie à fréquence finie sur celle en théorie Rais-GC devient moins évident.

Notons enfin que les amplitudes des perturbations imagées dans ces tests dépendent beaucoup, en plus de la taille de l’anomalie, de son amplitude et de la couverture en trajets, des valeurs de σ_m et de L_{corr} . D’autres choix pour ces paramètres donneraient des amplitudes différentes. Il ne faut donc pas accorder trop d’importance à la valeur absolue des amplitudes retrouvées ici.

4.1.4 Bilan des tests

Ces tests synthétiques montrent donc qu’une régionalisation en théorie Rais-GC donne de bons résultats face à des données contenant des effets “fréquence finie” lorsque la lon-

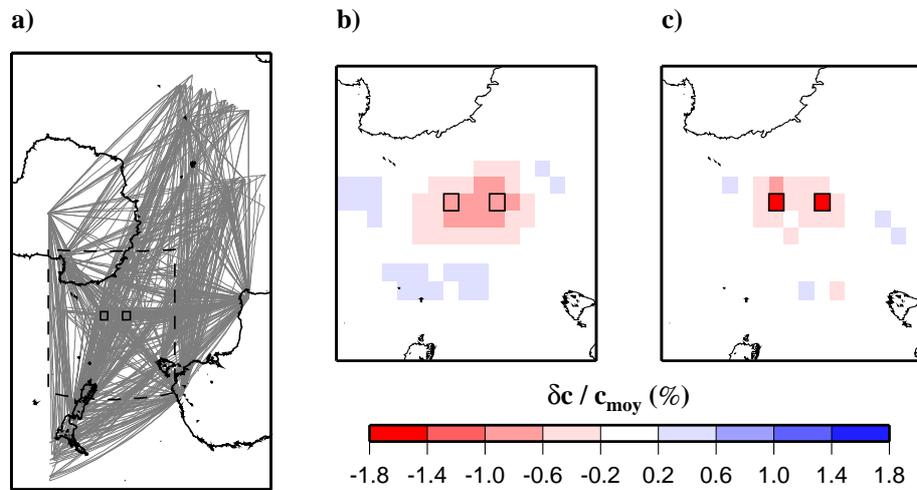


FIG. 4.9 – Test synthétique avec deux anomalies-panaches distantes de L_{corr} : a) couverture en trajets et position initiale des anomalies (en noir); inversions b) en théorie Rais-GC avec $L_{corr} = 400$ km et c) à fréquence finie sans corrélation a priori entre les points du modèle. Les résultats sont présentés à 160 s.

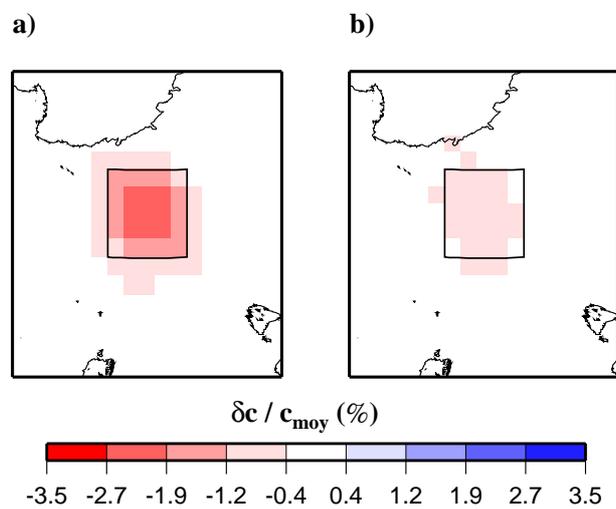


FIG. 4.10 – Test synthétique avec des données bruitées ($\sigma_d = 0.04$ km/s) pour l'anomalie de 1000 km de large : a) en théorie des Rais et $L_{corr} = 400$ km et b) à fréquence finie sans corrélation a priori entre les points du modèle. Les résultats sont présentés à 160 s et l'échelle de couleur est la même que celle de la figure 4.2.

gueur des trajets est assez homogène et la couverture du modèle en premières zones de Fresnel dense. Pour ces tests, cela semble signifier une densité supérieure à environ 60 trajets par cellule de 2° (figure 4.5). On parvient même à détecter des anomalies plus petites que la longueur d’onde de l’onde considérée. Ce résultat est en accord avec ceux d’un test synthétique de migration de Spetzler et Snieder (2004) et suggère que ce n’est pas la longueur d’onde qui limite dans ces tests la résolution latérale de la tomographie. Si l’anomalie est vraiment très petite devant la longueur d’onde, elle agit néanmoins trop faiblement sur les ondes pour pouvoir être ensuite retrouvée. La réussite de la théorie Rais-GC repose beaucoup aussi sur la régularisation de l’inversion avec les zones d’influence contrôlées par L_{corr} , qui sont une approximation plus ou moins correcte des premières zones de Fresnel. Et c’est cette régularisation de l’inversion, imposant une corrélation a priori entre les points du modèle, qui limite fortement la résolution latérale de la tomographie. Les anomalies petites devant L_{corr} sont fortement étalées en théorie Rais-GC. Une régionalisation à fréquence finie sans cet a priori image plus précisément la géométrie des petites structures et peut apporter dans certaines configurations plus de détail, pourvu que le bruit sur les données soit suffisamment bas pour détecter ces petites structures avec une amplitude interprétable. Regardons maintenant si on retrouve ces résultats avec des données réelles et si les différences de résolution latérale observées entre une régionalisation en théorie Rais-GC et à fréquence finie peuvent conduire à des interprétations différentes dans le cas d’un modèle plus compliqué.

4.2 Application aux données réelles antarctiques

4.2.1 Régionalisation

Données et paramètres d’inversion

Les données avec lesquelles nous travaillons ici sont les vitesses de phase moyennes issues de la modélisation de forme d’ondes des sismogrammes de la base de données antarctiques du chapitre 2 pour le mode fondamental et les quatre premiers harmoniques des ondes de Rayleigh. Les longueurs des trajets de ce jeu de données sont moins homogènes que celui des tests synthétiques (figure 4.11) mais encore plus de la moitié des trajets ont une longueur comprise entre 1500 km et 6500 km.

La couverture en trajets de la région reste très dense (figure 4.13a). Il faut cependant être prudent maintenant avec les cartes de densités en premières zones de Fresnel. Tous les trajets n’ont en effet pas été analysés pour tous les modes et toutes les périodes que nous avons décidé d’inverser. Par exemple, seuls 1116 trajets ont été analysés avec le troisième harmonique à 50 s (figure 4.12). Représenter la densité en première zone de Fresnel à

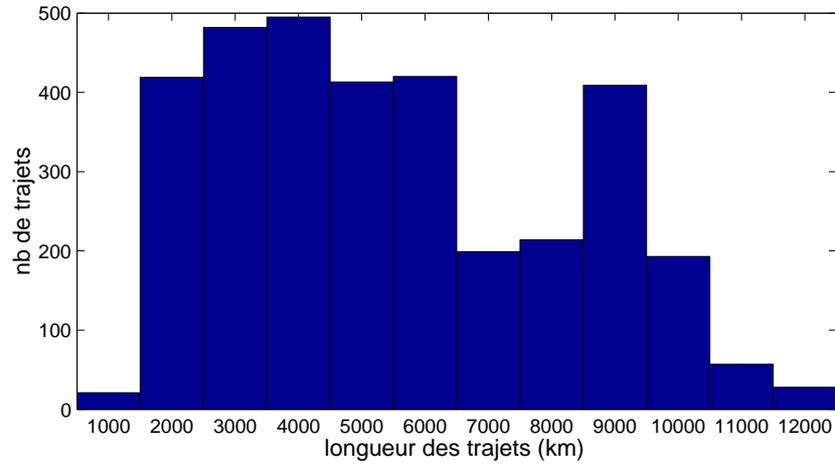


FIG. 4.11 – Longueurs des 3350 trajets du jeu de données de l'Antarctique (figure 4.13), 67% des trajets ont une distance épacentrale comprise entre 1500 km et 6500 km et la distance moyenne est de 5500 km.

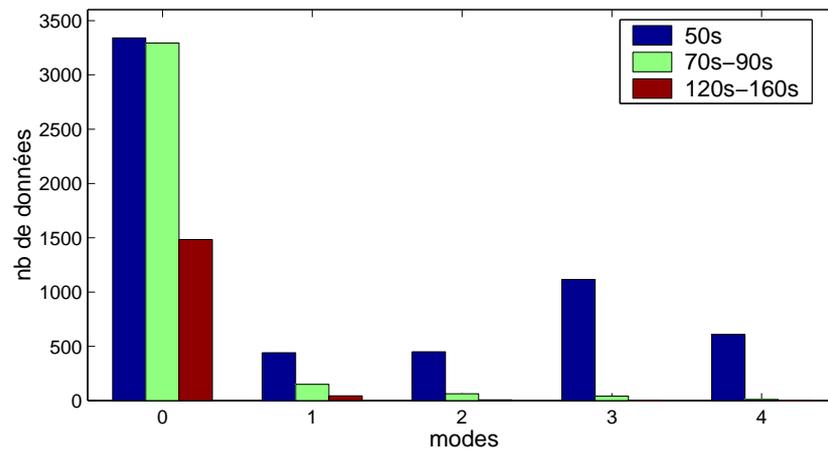


FIG. 4.12 – Nombre de sismogrammes analysés aux différents modes et périodes lors de la modélisation de forme d'ondes des données antarctiques.

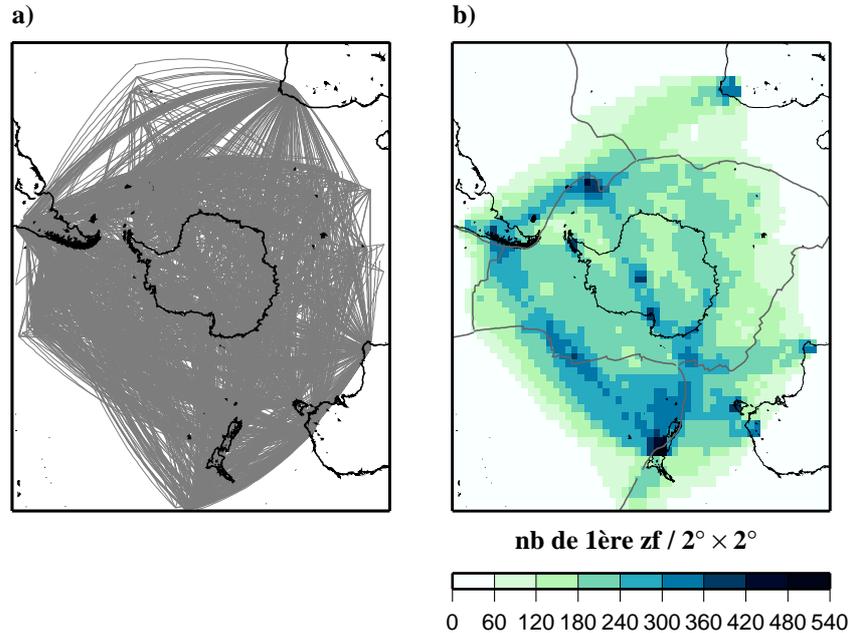


FIG. 4.13 – Couverture en trajets (identique à la figure 2.2a) a) et densité en première zone de Fresnel (par cellule de 2°) b) pour le mode fondamental à 50 s avec 3350 trajets.

50 s pour cet harmonique avec les 3350 trajets donnerait une idée fautive, surestimée de la couverture du modèle. D'un autre côté, les vitesses de phase moyennes pour chaque trajet sont calculées à partir des modèles 1D en β issus de la modélisation de forme d'ondes. Le troisième harmonique à 50 s peut ne pas avoir servi pour trouver le modèle 1D en β pour un trajet mais la vitesse de phase de cette onde correspondant à ce modèle peut tout de même être contrainte pour ce trajet, d'autres modes et périodes ayant apporté des informations sur la structure à laquelle est sensible l'onde. Calculer la densité en premières zones de Fresnel pour ce mode à cette période avec seulement les 1116 trajets conduirait aussi à une vision partielle, sous-estimée de la couverture. Le même problème aurait pu se poser pour le choix des vitesses de phase à régionaliser dans la section 3.4.2 mais la régularisation de la régionalisation, en tenant compte des incertitudes sur les données (section 3.4.1), gère ces différences de contraintes entre trajets. Le mode fondamental à 50 s a été analysé pour tous les trajets, on a donc choisi de ne représenter la densité en premières zones Fresnel que pour cette onde (figure 4.13b), pour éviter les problèmes exposés ci-dessus. Au centre du modèle, la couverture en premières zones de Fresnel pour cette période est bonne (densité supérieure à 60 trajets par cellule de 2°).

D'après les tests synthétiques, la théorie Rais-GC devrait donner, dans ces conditions et avec une régularisation adaptée, de bons résultats. De plus, toujours d'après les tests synthétiques, on pourrait aussi se contenter d'une seule zone de Fresnel. Les vitesses de phase moyennes sont donc inversées à fréquence finie à la fois avec cinq et une seule zone

de Fresnel pour contrôler ce dernier point.

Les incertitudes sur les données σ_d sont calculées à partir de la matrice de covariance a posteriori sur les modèles 1D en β issus de la modélisation de forme d’ondes (section 3.4.1). L’écart-type a priori sur le modèle σ_m est fixé à 0.04 km/s pour tous les modes et périodes, en théorie Rais-GC et à fréquence finie. Cette valeur a été choisie en sachant que les variations en vitesse de phase sont généralement plus petites que celles en β . Pour la régionalisation des modèles 1D en β , on avait $\sigma_m = 0.05$ km/s (section 2.1.3). Il faut donc ici un σ_m plus faible. La valeur de 0.04 km/s permet de retrouver des variations locales légèrement supérieures à celles observées pour les vitesses moyennes et assure une réduction de variance supérieure à 60% pour le mode fondamental à 50 s en théorie Rais-GC tout en ne s’éloignant pas trop du modèle a priori. En fait, des choix différents pour le paramètre σ_m donnent des amplitudes et des réductions de variance un peu différentes mais la physionomie des modèles ne change quasiment pas. L_{corr} est fixée à 400 km pour l’inversion en théorie Rais-GC tandis qu’à fréquence finie on ne met pas de corrélation a priori entre les points du modèle, ce qui, d’après les tests synthétiques, devrait conduire à un résultat correct avec une meilleure résolution latérale. Enfin, les calculs sont effectués dans le système de coordonnées basculé (section 3.4.1), comme pour les tests synthétiques.

Résultats

Une première estimation de la qualité des résultats est donnée par les réductions de variance. Celles-ci sont évidemment plus faibles qu’avec les données synthétiques : 60% en Rais-GC, 64% à fréquence finie avec cinq zones de Fresnel et seulement 58% avec une seule zone de Fresnel pour le mode fondamental à 50 s. Elles diminuent ensuite encore avec la période et le mode (20%-30% pour les longues périodes et les modes harmoniques). Cette diminution avec le mode et la période n’est pas surprenante mais les faibles valeurs à courtes périodes sont tout de même un peu décevantes vis-à-vis de la réduction de variance à 100 km de profondeur (70%) obtenue lors du calcul du modèle du chapitre 2 avec la tomographie classique. Elles peuvent peut-être s’expliquer par la non-prise en compte ici de l’anisotropie dans l’inversion. La tomographie classique au chapitre 2 avait en effet détecté des pourcentages significatifs d’anisotropie dans les 200 premiers kilomètres du manteau (section 2.1.4).

Les vitesses moyennes sont assez proches en théorie Rais-GC et à fréquence finie et dans tous les cas (théories, modes, périodes), elles sont inférieures aux vitesses de phase calculées sur notre modèle PREM lissé (figure 2.3) d’environ 0.6%. Pour une interprétation géodynamique, il serait plus intéressant de présenter les variations de vitesses locales par rapport à la vitesse PREM, mais cela aurait l’inconvénient de “rougir” les figures masquant ainsi les hétérogénéités latérales. Comme notre objectif principal est plutôt de comparer

les résultats en théorie Rais-GC et à fréquence finie et que les vitesses moyennes sont proches dans les deux cas, nous présentons les variations de vitesse par rapport à la vitesse moyenne pour le mode fondamental à 50 s et à 120 s (figure 4.14). Cette dernière période est représentative des résultats pour les longues périodes et les modes harmoniques.

Nous n'avons pas encore développé le calcul de l'erreur a posteriori pour la tomographie à fréquence finie (section 3.4.1). On ne pourra donc pas s'appuyer sur cette information pour interpréter les cartes de vitesse de phase locale. Néanmoins, on peut supposer que pour la partie centrale du modèle, bien couverte en premières zones de Fresnel (figure 4.13b), les trajets apportent suffisamment d'information pour que la covariance a posteriori sur le modèle soit inférieure à la covariance a priori. Ainsi les perturbations supérieures à au moins 0.04 km/s, soit environ 1% pour le mode fondamental à 50 s et à 120 s, devraient être interprétables.

Les cartes à fréquence finie apparaissent comme un assemblage de petites anomalies de taille caractéristique voisine de 200 km (puisque c'est le pas d'échantillonnage du modèle) (figures 4.14b et 4.14e). Leur aspect "rugueux" est très différent de celui des cartes en théorie Rais-GC (figures 4.14a et 4.14d) mais les deux types de tomographie s'accordent sur la structure générale de la région antarctique. Elles retrouvent les grands ensembles de la région. Les dorsales océaniques sont bien visibles à 50 s, en particulier celles à extension rapide (Ride Est Pacifique, Dorsale Sud Est Indienne). On retrouve dans les deux cas une large anomalie positive dans le sud de l'Océan Indien à 50 s. On distingue aussi nettement un contraste entre l'ouest et l'est du continent antarctique aux deux périodes. Les perturbations de vitesse de phase locales retrouvées à fréquence finie sont cependant plus faibles qu'en théorie Rais-GC, comme déjà noté dans les tests synthétiques avec des données bruitées. Dans le détail, on peut trouver d'autres différences, confirmant les observations des test synthétiques mais qui les complètent aussi. Certaines structures sont ainsi imagées plus finement à fréquence finie qu'en théorie Rais-GC, comme à 50 s la ride Est Pacifique ou la structure située entre la Dorsale Sud Ouest Indienne et le Plateau de Kerguelen composée de trois anomalies parallèles de signe opposé et perpendiculaire à la dorsale. Cette dernière structure est en bordure de zone "bien couverte en premières zones de Fresnel", ce qui peut expliquer qu'elle soit mieux retrouvée à fréquence finie. Quelques anomalies, du fait de l'étalement latéral, sont presque plus visibles en théorie Rais-GC qu'à fréquence finie, ainsi les "points chauds" de l'Atlantique Sud, les hétérogénéités négatives dans la région du craton est-antarctique à 50 s. Ceci pourrait peut-être conduire, dans certains cas, à surestimer l'importance de ces anomalies en théorie Rais-GC et à en faire une interprétation différente de celle qui serait faite à fréquence finie. Par exemple, à fréquence finie, en première analyse, à 50 s le craton est-antarctique serait interprété comme quasiment homogène, les hétérogénéités négatives semblant du second ordre, contrairement à ce que l'on pourrait conclure avec le modèle en théorie Rais-GC. Des structures distinctes

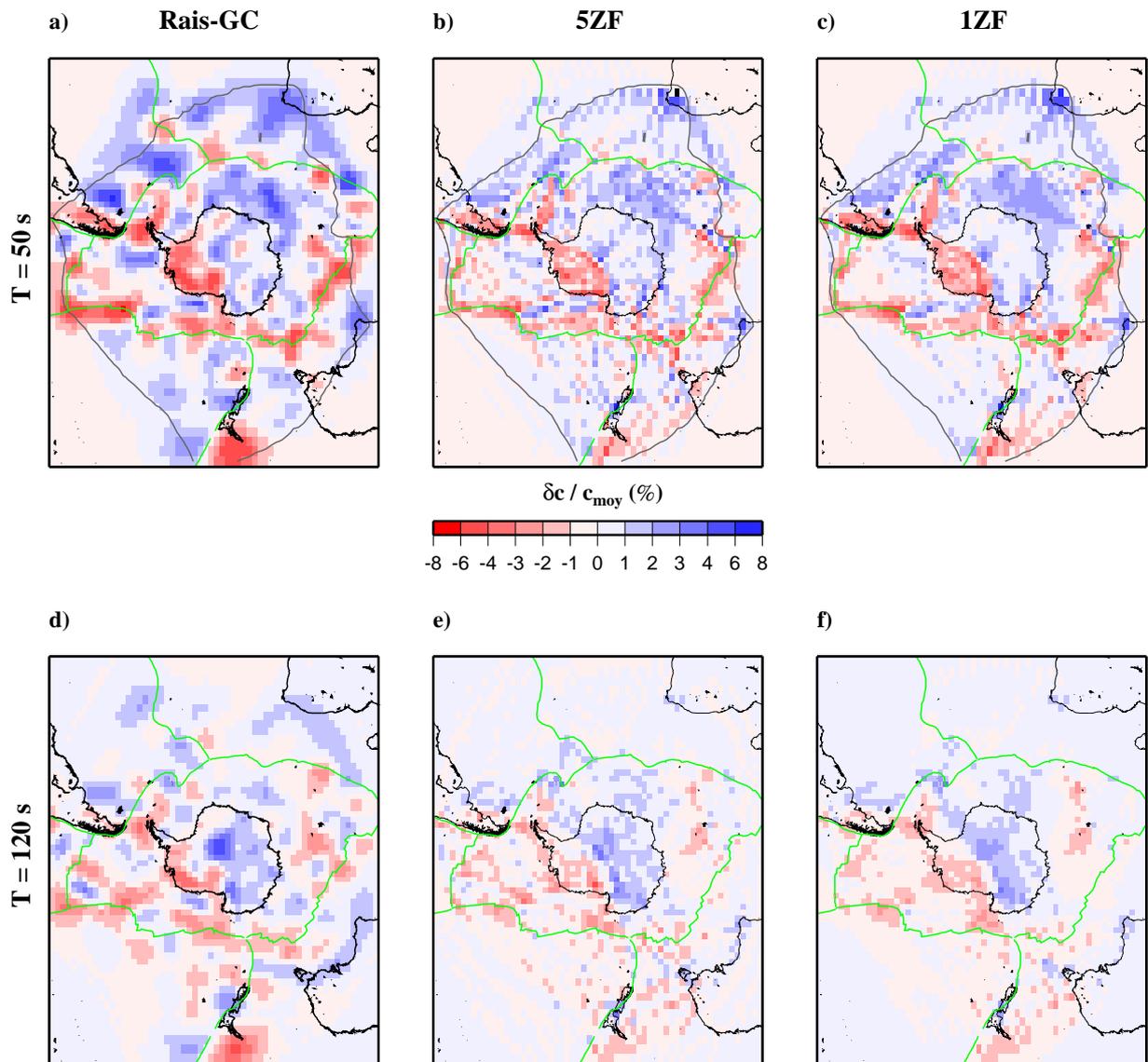


FIG. 4.14 – Vitesses de phase locales du mode fondamental à 50 s (a), b) et c)) et à 120 s (d), e) et f)) inversées en théorie Rais-GC avec $L_{corr} = 400$ km (a) et d)) et à fréquence finie sans corrélation a priori avec cinq zones de Fresnel (5ZF) (b) et e)) et uniquement la première zone de Fresnel (1ZF) (c) et f)). Les perturbations de vitesse de phase locale sont calculées par rapport à la vitesse moyenne. Les limites des plaques sont en vert et on a ajouté en gris sur les cartes a), b) et c) le contour à l'intérieur duquel la densité en premières zones de Fresnel à 50 s est supérieure à 60 trajets par cellule de de \mathcal{D} (figure 4.13b).

peuvent de plus fusionner. En théorie Rais-GC, l’anomalie négative sous Kerguelen à 120 s est connectée à la dorsale Sud-Est Indienne alors qu’elle ne l’est pas à fréquence finie. Un autre effet présent ici qui n’était pas visible sur les tests synthétiques est que la position de quelques anomalies est différente en théorie Rais-GC et à fréquence finie, comme l’anomalie négative près des îles Crozet à 120 s. Cette anomalie, à fréquence finie, est très proche des îles mais elle se trouve quasiment sur la dorsale Sud Ouest Indienne en théorie Rais-GC.

Par ailleurs, une autre confirmation des tests est que les modèles obtenus en considérant une seule zone de Fresnel (figures 4.14c et 4.14f) sont assez proches de ceux calculés avec cinq zones de Fresnel, bien que ces derniers soit plus “rugueux”. Toutes les observations précédentes sont ainsi valables aussi avec une seule zone de Fresnel.

Les différences observées entre les deux théories dans les tests synthétiques étaient dues à la différence de corrélation a priori entre les points du modèle (valeur de L_{corr}) puisque une inversion à fréquence finie avec la même valeur de L_{corr} donnait le même résultat qu’en théorie Rais-GC. Nous avons réalisé cette même expérience avec les données antarctiques pour le mode fondamental à 50 s et à 120 s. La régionalisation avec cinq zones de Fresnel et $L_{corr} = 400$ km sur une petite région (le calcul étant beaucoup trop long pour le faire sur toute la région antarctique) donne une image très proche, encore une fois, de celle obtenue avec une seule zone. Nous présentons donc ici seulement les calculs faits sur la totalité de la région antarctique avec une seule zone de Fresnel et $L_{corr} = 400$ km (figure 4.15). A 50 s, l’image obtenue à fréquence finie est très proche de celle calculée en théorie Rais-GC (figures 4.15a et 4.14a), comme pour les tests synthétiques. A 120 s, on observe cette fois-ci que ce sont les perturbations du modèle à fréquence finie qui sont plus fortes (figures 4.15b et 4.14d). Pour quelques zones à cette période, il y a toujours des divergences entre les deux théories. Par exemple, l’anomalie négative des îles Crozet est encore positionnée au voisinage des îles et non sur la dorsale. De même, la structure lente de Kerguelen n’est pas connectée à la dorsale. On remarque aussi que l’anomalie négative sous la Mer Ross est nettement séparée de celle près des îles Balleny à fréquence finie.

Cette expérience avec des données réelles confirme les conclusions des tests synthétiques : les tomographies en théorie Rais-GC et à fréquence finie s’accordent sur les grands traits mais la tomographie à fréquence finie semble donner plus de précision sur les structures grâce à des images de meilleure résolution latérale due à l’absence de corrélation a priori entre les points du modèle, et malgré des contrastes en vitesse locale plus faibles qu’en théorie Rais-GC. L’application aux données réelles montre de plus que les différences observées entre les deux théories peuvent dans certains cas avoir une importance et conduire à des interprétations différentes. En outre, certaines différences persistent quand on inverse à fréquence finie avec un lissage a priori du modèle. Cependant, on peut s’interroger sur la confiance à accorder aux images obtenues à fréquence finie, leur aspect étant très “granuleux” (bruité?). Pour essayer d’évaluer ces résultats et pour aller plus loin dans la

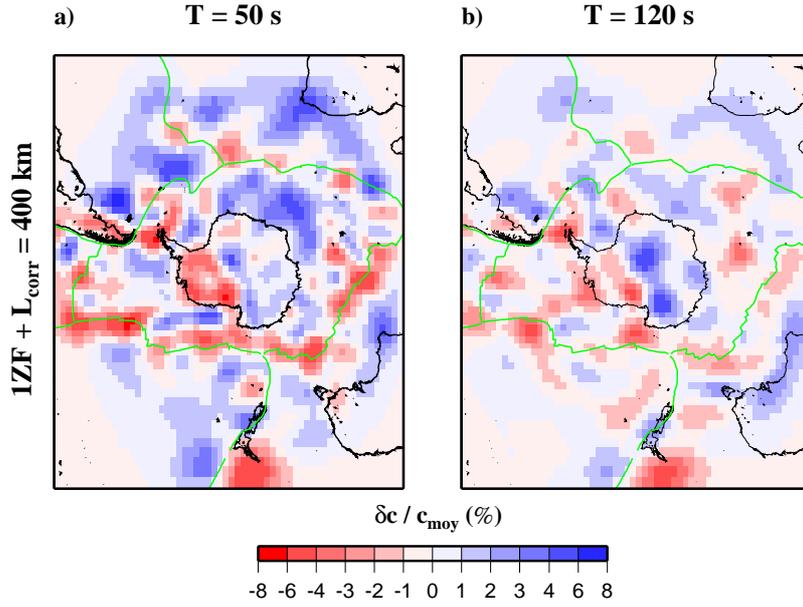


FIG. 4.15 – Vitesses de phase locales du mode fondamental à a) 50 s et b) 120 s inversées avec $L_{corr} = 400$ km à fréquence finie avec une seule zone de Fresnel. Les perturbations de vitesse de phase locale sont calculées par rapport à la vitesse moyenne.

comparaison des tomographies en théorie Rais-GC et à fréquence finie, il faut maintenant inverser les vitesses de phase locales aux différents modes et périodes en $\beta(z)$, dernière étape pour arriver au modèle 3D.

4.2.2 Inversion en $\beta(z)$

Le calcul de la structure en profondeur en β doit tout d'abord permettre de vérifier la cohérence des régionalisations aux différents modes et périodes. Il n'est en effet pas certain que les vitesses de phase locales retrouvées aux différents modes et périodes soient compatibles avec un même modèle $\beta(z)$, problème qui ne se pose pas dans la tomographie de l'IPGS où le modèle $\beta^{obs}(z)$ moyen pour un trajet est justement celui qui est compatible avec la dispersion moyenne sur le trajet (section 1.3.2).

L'inversion en profondeur en β des vitesses de phase locales est menée comme proposé au chapitre 3 (section 3.4.2) à partir des cartes régionalisées en théorie Rais-GC avec $L_{corr} = 400$ km et à fréquence finie avec une seule zone de Fresnel sans a priori lisse sur le modèle, ce qui est moins coûteux en temps de calcul. Ne disposant pas de la covariance a posteriori sur le modèle, nous avons imposé l'incertitude sur les vitesses de phase locales. Elle est choisie pour augmenter avec la période et avec le mode. Il y a en effet moins de trajets analysés aux longues périodes qu'aux courtes périodes, et moins de trajets analysés

aux modes harmoniques qu’au mode fondamental (figure 4.12). L’incertitude sur les vitesses de phase moyennes par trajet augmente ainsi dans l’ensemble avec la période et le mode. On s’attend à ce que l’incertitude sur les vitesses de phase locales suive cette même tendance. Les incertitudes pour un mode donné à une période donnée sont en revanche fixées à la même valeur pour tous les points du modèle. Nous présentons dans la suite uniquement les résultats obtenus le long des quatre profils discutés au chapitre 2 (section 2.1.4), ces coupes nous paraissant représentatives du modèle 3D calculé pour toute la région.

La figure 4.16 montre les quatre coupes AA’, BB’, CC’ et DD’ résultant des modèles en théorie Rais-GC avec $L_{corr} = 400$ km. Il est intéressant de comparer ces coupes à celles obtenues avec la tomographie de l’IPGS au chapitre 2 (figure 2.7), elle aussi en théorie Rais-GC. On y reconnaît bien les structures décrites à la section 2.1.4 malgré quelques différences. L’amplitude des perturbations est plus forte ici, tandis que le craton est-antarctique apparaît moins nettement sur les coupes AA’ et DD’. La différence d’amplitude des perturbations est très probablement liée à l’a priori. Des valeurs de σ_m plus faibles par exemple (pour les régionalisations et l’inversion en β) permettraient sans doute de trouver des variations de β proches de celles obtenues au chapitre 2. Il est cependant très probable que l’interprétation des quatre coupes serait la même. Ainsi le passage par les vitesses de phase et l’ajout d’une étape dans le processus ne semble pas apporter d’erreur supplémentaire.

Comparons maintenant ces coupes en théorie Rais-GC à celles calculées à partir des régionalisations à fréquence finie avec une zone de Fresnel sans a priori lisse (figure 4.17). On observe cette fois-ci de grosses différences. Il n’y a pas de structure notable en-dessous de 200 km de profondeur. Au-dessus, les anomalies vues en théorie Rais-GC sont identifiables mais elles semblent moins structurées. Il est possible que ces modèles soient plus proches de la Terre réelle que ceux issus de la théorie Rais-GC. Si toutefois on ne retient pas cette hypothèse, alors ce résultat met en évidence un problème dans la régionalisation à fréquence finie sans a priori lisse. Les cartes de vitesse de phase résultantes aux différents modes et périodes ne seraient ainsi pas cohérentes entre elles le long de ces profils et leur pertinence est donc remise en cause. Une interprétation géodynamique des coupes en β de la figure 4.17 ne serait pas opportune dans ces conditions.

Ce résultat un peu décevant est peut-être simplement dû à une erreur dans l’algorithme de régionalisation à fréquence finie, à un mauvais choix des règles de discrétisation du problème (section 3.4.1) ou encore à des instabilités numériques. Mais avec les données synthétiques parfaites, les vitesses de phase locales retrouvées à fréquence finie sans a priori lisse sur le modèle sont cohérentes et donnent des structures claires en β , par exemple dans le cas de l’anomalie-panache (figure 4.18). L’échec de notre tomographie à fréquence finie sans a priori lisse pourrait donc plutôt être dû au bruit sur les données antarctiques, ce bruit étant constitué des erreurs de “mesure” des vitesses de phase moyennes et des

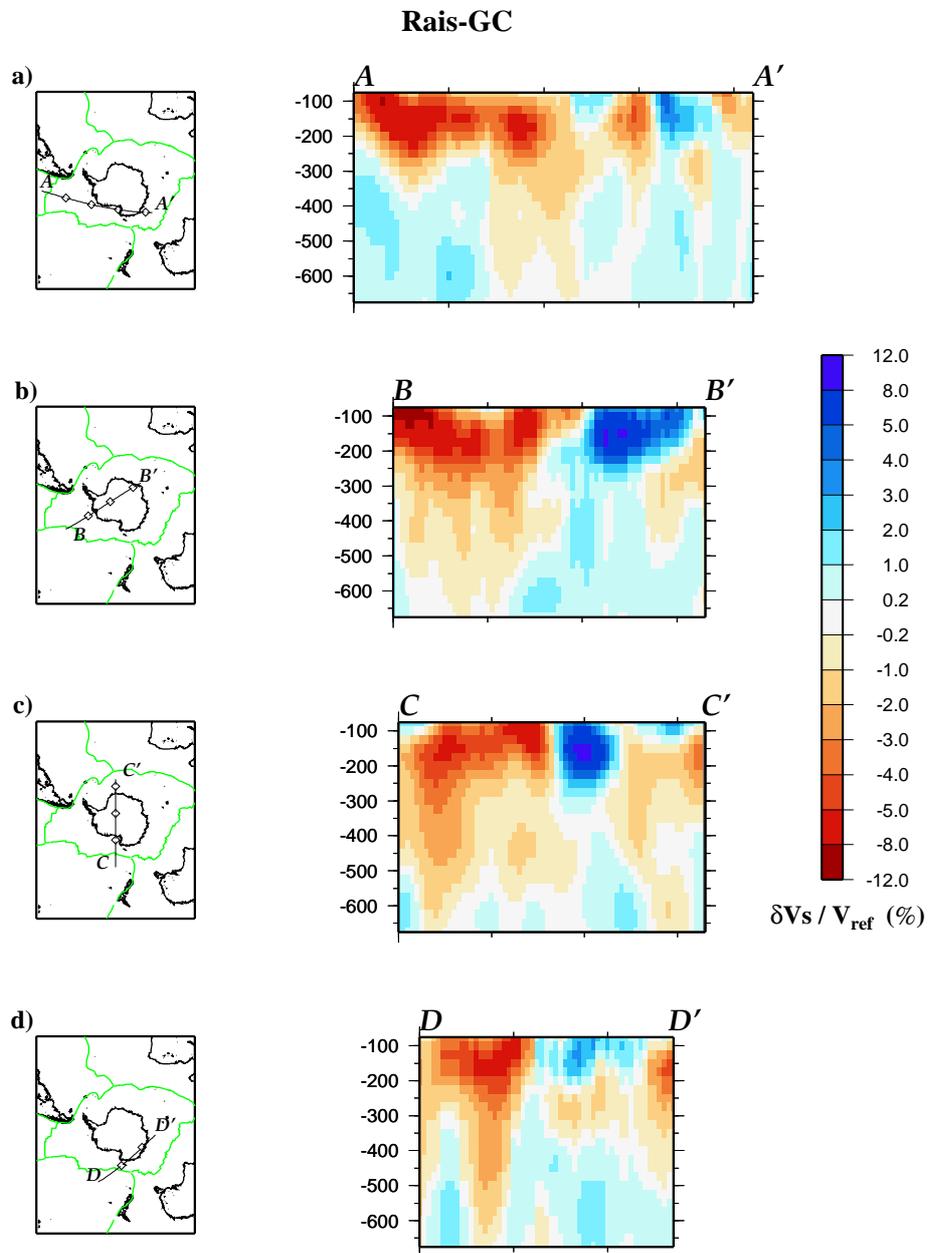


FIG. 4.16 – Coupes verticales en β identiques à celles de la figure 2.7 calculées à partir des vitesses de phase locales régionalisées en théorie Rais-GC et $L_{\text{corr}} = 400$ km. La position du profil est indiquée sur la carte accompagnant la coupe. Ce sont les variations de β par rapport à notre PREM lissé de 75 km à 675 km de profondeur qui sont présentées. Les profils et les coupes sont gradués tous les 20° .

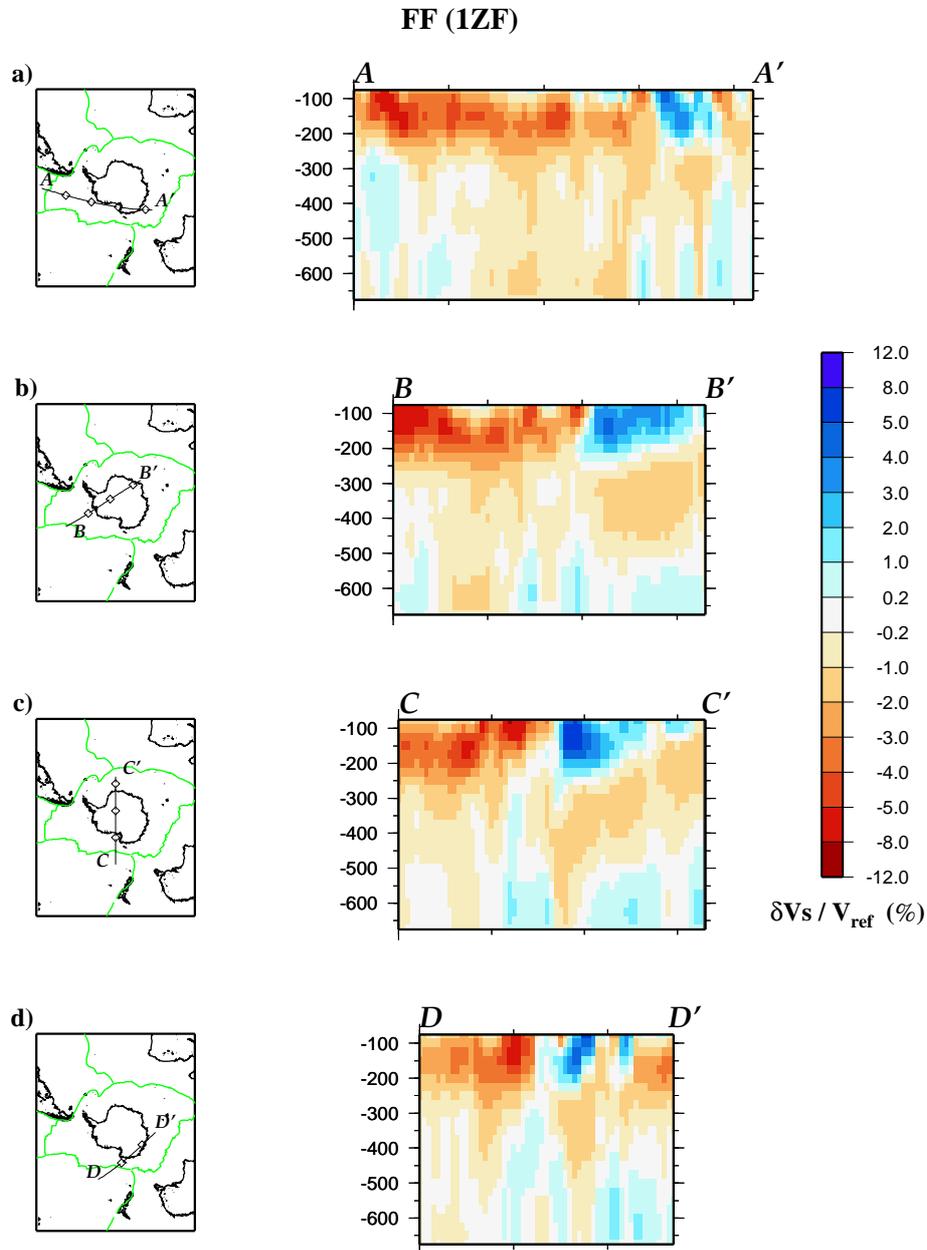


FIG. 4.17 – Coupes verticales en β identiques à celles de la figure 2.7 à partir des vitesses de phase locales régionalisées à fréquence finie (FF) avec une seule zone de Fresnel (1ZF) et sans corrélation a priori entre les points du modèle.

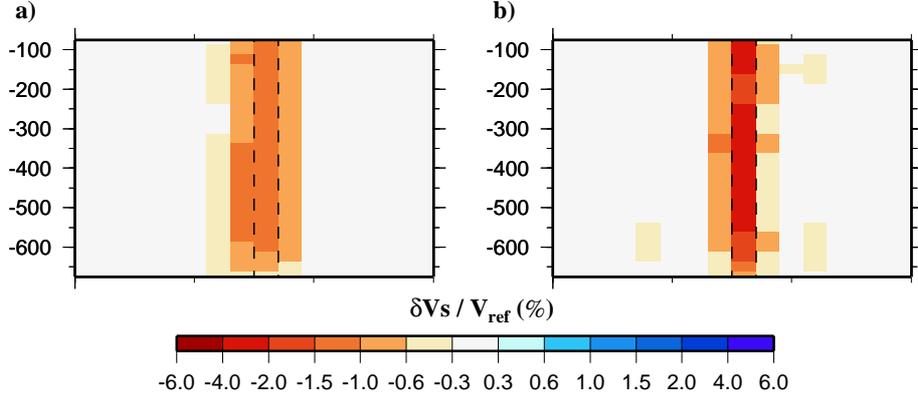


FIG. 4.18 – Coupes verticales en β de 75 km à 675 km calculées à partir des vitesses de phase locales régionalisées dans les tests synthétiques a) en théorie Rais-GC et $L_{corr} = 400$ km et b) à fréquence finie avec une seule zone de Fresnel et sans corrélation a priori entre les points du modèle. L’anomalie initiale est l’anomalie-panache dans le cas d’une bonne couverture en trajets (figure 4.3). Sa position est indiquée par les pointillés. Les coupes sont graduées tous les 10° .

imprécisions de la théorie à fréquence finie relativement à la propagation réelle. Un réglage différent des paramètres d’inversion améliorerait peut-être le résultat. Les paramètres sur lesquels il est possible de jouer sont l’écart-type a priori sur le modèle σ_m et l’incertitude sur les données σ_d . La valeur de σ_m contrôle essentiellement l’amplitude des perturbations retrouvées. Or les anomalies de vitesse à fréquence finie sont très faibles devant celles en théorie Rais-GC, avec des données bruitées (réelles et synthétiques), en particulier pour les longues périodes et les modes harmoniques. La faiblesse des perturbations relativement à l’incertitude sur les vitesses de phase locales, estimée grossièrement, pourrait empêcher de voir des structures en-dessous de 200 km de profondeur. On pourrait donc être tenté d’augmenter σ_m , bien que le problème semble aussi affecter les courtes périodes du mode fondamental pour lesquelles les amplitudes des anomalies sont proches de celles en théorie Rais-GC (figures 4.14a et 4.14c). L’incertitude sur les vitesses moyennes σ_d obtenue comme indiqué dans la section 3.4.1 à partir de la covariance a posteriori de la modélisation de forme d’ondes est petite par rapport à l’écart-type des vitesses moyennes sur les “clusters” de trajet (section 4.1.3). Une meilleure estimation de l’incertitude σ_d au moyen des “clusters” de trajets rendrait les données plus cohérentes entre elles dans les barres d’erreur mais diminuerait par contre probablement encore l’amplitude des perturbations inversées. Une autre explication serait que notre description de la sensibilité à fréquence finie est encore trop éloignée de la propagation réelle pour que l’on puisse diminuer autant les a priori sur le modèle en supprimant le critère de modèle lisse. Comme les tests synthétiques l’ont en effet illustré, la covariance a priori sur le modèle C_{m0} , peut aussi être vue comme une correction de certaines insuffisances de la théorie de propagation. Le point faible de notre

théorie à fréquence finie pourrait notamment être le traitement de la sensibilité près de la source et de la station. La solution choisie pour contourner le problème des singularités en ces points ne donne pas une forme très réaliste aux zones de sensibilité (figure 3.12). Même si ce n'est pas la cause de l'échec de notre tomographie à fréquence finie, des progrès sont de toute façon à faire sur ce point. Il est peut-être aussi essentiel de considérer, en plus des zones de sensibilité de taille finie, d'autres caractéristiques de la propagation. Le cœur du problème pourrait ainsi être que sans corrélation a priori entre les points du modèle, on essaie de trouver une solution avec une résolution latérale trop précise par rapport à ce qu'on peut en fait obtenir avec ce jeu de données et notre théorie, les détails recherchés (les anomalies de petite taille) correspondant à des perturbations des données faibles par rapport au bruit. Pour obtenir des images moins bruitées, il faudrait accepter de diminuer le niveau de précision du résultat en cherchant notamment un modèle plus lisse avec une résolution latérale moins bonne. Avec $L_{corr} = 400$ km, la régionalisation à fréquence finie donne ainsi des images d'aspect comparable à celles obtenues en théorie Rais-GC (figure 4.15) et ces nouvelles cartes de vitesses de phase locales seraient bien apparemment plus cohérentes entre elles aux différents modes et périodes puisque l'inversion en profondeur de ces cartes fait cette fois-ci apparaître des anomalies en β significatives et structurées jusqu'à grande profondeur.

Avec $L_{corr} = 400$ km, on observe toujours des différences à 120 s entre la tomographie à fréquence finie et celle en théorie Rais-GC (figures 4.15b et 4.14d), en particulier dans la région de la Terre de Marie Byrd, de la Mer de Ross et des îles Balleny. Le mode fondamental à 120 s présente un maximum de sensibilité vers 175 km de profondeur. Il pourrait être instructif de comparer le résultat à fréquence finie et $L_{corr} = 400$ km à 120 s avec le modèle 3D en β du chapitre 2 à 175 km de profondeur. La réduction de variance à fréquence finie à 120 s (34%) est cependant toujours nettement inférieure à celle obtenue avec la tomographie classique à 175 km de profondeur (55%). Pour une comparaison directe, les variations de vitesse de phase locales sont présentées par rapport à PREM cette fois-ci. L'image de la figure 4.19b est donc un peu différente de celle de la figure 4.15b. A fréquence finie, trois fortes anomalies négatives apparaissent dans les régions qui nous intéressent. Ces trois anomalies ne sont toutefois pas exactement à la même position que dans la tomographie classique. A fréquence finie, les anomalies de la Terre de Marie Byrd et des îles Balleny sont un peu plus à l'ouest. Les trois anomalies sont aussi assez nettement séparées les unes des autres, ce qui n'est pas évident dans le modèle du chapitre 2 (figure 4.19a), spécialement pour les anomalies de la Mer de Ross et des îles Balleny. Ces trois anomalies en vitesse de phase sont de plus compatibles avec des structures à faible vitesse en β , significatives jusqu'à la zone de transition, comme celles observées sous les mêmes régions en théorie Rais-GC (figure 4.16). Les anomalies imagées à fréquence finie présentent cependant quelques différences avec celles en théorie Rais-GC.

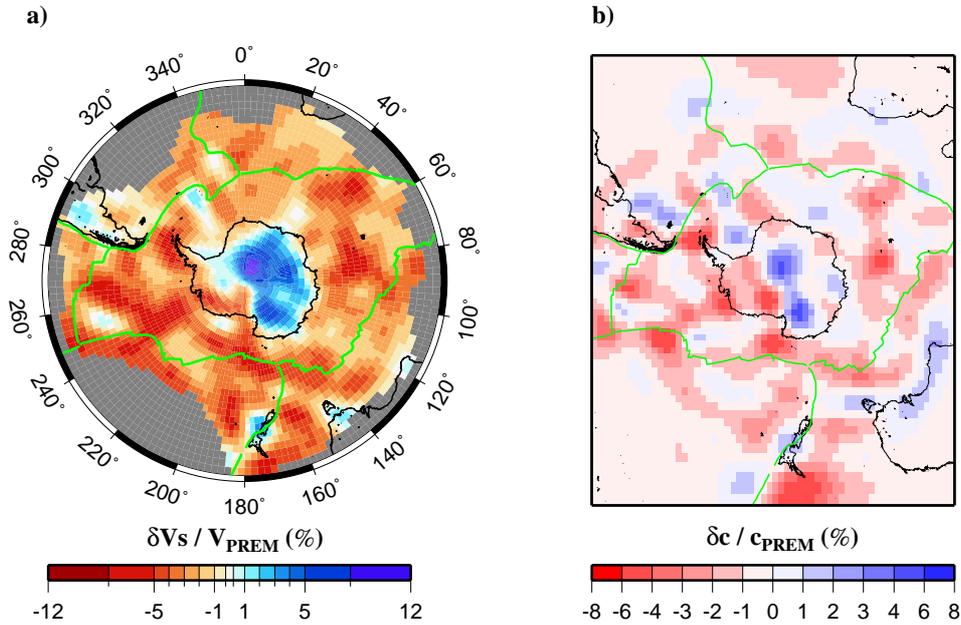


FIG. 4.19 – Comparaison entre a) les perturbations en β à 175 km de profondeur par rapport à la vitesse PREM lissé issues du modèle du chapitre 2 (tomographie classique en théorie Rais-GC) et b) les perturbations en vitesse de phase pour le mode fondamental à 120 s par rapport à PREM lissé obtenues à fréquence finie avec $L_{corr} = 400$ km.

Notamment, l’anomalie à proximité des îles Balleny est plus clairement déconnectée de celle sous la Mer de Ross à fréquence finie, comme on le devinait déjà sur les cartes de vitesses de phase. La profondeur d’enracinement des anomalies près des îles Balleny et sous la Terre de Marie Byrd est aussi un peu différente avec les deux techniques. Ces différences sont cependant très faibles et elles ne sont sans doute pas significatives pour l’interprétation géodynamique. Et surtout, avec le même lissage a priori qu’en théorie Rais-GC, la résolution latérale des images n’est sûrement pas améliorée. Il est important enfin de noter que le temps de calcul pour accéder au modèle 3D est considérablement allongé dans ces conditions. Il est presque 10 fois plus long que sans lissage a priori du modèle et 100 fois plus long qu’avec la tomographie classique de l’IPGS en théorie Rais-GC.

4.3 Conclusions de ces premières applications de la tomographie à fréquence finie

L’objectif de ce chapitre était d’évaluer ce que l’on peut gagner à utiliser une théorie de propagation à fréquence finie plutôt que la théorie Rais-GC pour la tomographie notamment en ce qui concerne la résolution latérale. Pour cela, nous avons mené une série de tests

synthétiques ensuite complétée par une application aux données réelles de l’Antarctique.

Les données “fréquence finie” du test synthétique ont été calculées d’après la version simplifiée de la théorie du scattering linéarisé sur laquelle est basée notre tomographie à fréquence finie. Ce test a en fait tout d’abord permis de trouver des “conditions d’application” de la théorie Rais-GC, relativement aux effets “fréquence finie” pour la tomographie. La théorie Rais-GC parvient à détecter et à correctement positionner les hétérogénéités, même celles plus petites que la longueur d’onde, si la zone d’étude est bien couverte en premières zones de Fresnel, avec des trajets de distances épacentrales suffisamment homogènes. Il faut aussi que l’inversion soit régularisée sur une base physique, par exemple au travers des zones d’influence dont la largeur est contrôlée par le paramètre L_{corr} . Si L_{corr} est adaptée au jeu de données (longueur d’onde et longueur des trajets) satisfaisant les conditions précédentes, les zones d’influence sont alors de bonnes approximations de la première zone de Fresnel des trajets et elles sont suffisantes pour l’inversion. Cependant, à cause de la régularisation de l’inversion, imposant donc une corrélation a priori entre les points du modèle, dans les tomographies en théorie Rais-GC, le modèle inversé est lisse, il y a fusion et étalement des petites structures (petites devant L_{corr}). A fréquence finie, les zones de sensibilité 2D étant considérées directement dans la théorie, il nous a semblé justifié de travailler sans corrélation a priori entre les points du modèle. Avec des données synthétiques parfaites, la tomographie à fréquence finie sans l’a priori lisse sur le modèle rend effectivement mieux compte de la géométrie des petites anomalies que la théorie Rais-GC, la résolution latérale des images est meilleure. Mais l’application aux données réelles de l’Antarctique de la tomographie à fréquence finie sans corrélation a priori entre les points du modèle ne donne pas un résultat satisfaisant. Les vitesses de phase locales obtenues aux différents modes et périodes ne semblent pas cohérentes entre elles pour former un modèle $\beta(z)$ structuré, contrairement à ce qui est obtenu avec des données synthétiques parfaites. En ajoutant un a priori lisse sur le modèle, la tomographie à fréquence finie rend des images d’aspect semblable à celles en théorie Rais-GC. Il y a encore quelques différences mais elles ne semblent pas significatives et la résolution latérale des images n’est pas améliorée.

L’ensemble de ces tests suggère enfin que lorsque la couverture en trajets est dense, pour travailler à fréquence finie, considérer une seule zone de Fresnel est suffisant. Les résultats avec une zone de Fresnel sont en effet très proches de ceux obtenus avec cinq zones, ce qui n’était pas évident a priori étant donnée l’amplitude des lobes secondaires des fonctions de sensibilité considérées. Le temps de calcul dans ce cas est nettement plus court. Le calcul pourrait encore être plus rapide que ce qui est indiqué dans le tableau 3.1 puisque si on prend en compte une seule zone de Fresnel, on peut alors utiliser les approximations (3.27) pour le calcul de la sensibilité et aussi se passer du filtrage en fréquence (3.26) d’après les figures 3.8 et 3.7 (section 3.3.2).

Il est difficile de comparer rigoureusement nos observations avec les études précédentes

du même type en ondes de surface (Spetzler et al., 2001 ; Ritzwoller et al., 2002 ; Yoshizawa et Kennett, 2004) car nous ne travaillons pas dans les mêmes conditions du point de vue de la théorie à fréquence finie, de la régularisation et de la paramétrisation de l'inversion et du jeu de données. Nous avons vu peu de différences pour les structures de taille supérieure à 1000 km, comme Spetzler et al.(2001) mais toutefois plus de différences que Yoshizawa et Kennett (2004) dont les zones de sensibilité sont cependant plus étroites. Seuls Ritzwoller et al. (2002) trouvaient des divergences significatives et des perturbations d'amplitude plus forte à fréquence finie. Ces auteurs inversent par moindres carrés amortis avec le même lissage spatial en théorie des rais et à fréquence finie. Notre tomographie à fréquence finie avec un a priori lisse sur le modèle doit être équivalente à leur technique et d'ailleurs nos résultats sont, dans ce cas, très proches des leurs.

Cette étude est encore très incomplète puisqu'elle ne permet pas réellement de conclure quant à l'intérêt d'avoir recours à une théorie de propagation à fréquence finie pour la tomographie en ondes de surface. Si l'application aux données de l'Antarctique de la tomographie à fréquence finie avec un lissage a priori du modèle confirme bien la détection des anomalies profondes à faible vitesse sous l'Antarctique de l'Ouest, elle ne semble pas apporter de nouvelles informations sur ces structures. Ainsi, l'amélioration de l'image tomographique par l'utilisation d'une théorie à fréquence finie ne semble pas évidente dans ces conditions. Le temps de calcul est de plus assez handicapant et ne permet pas de toute façon pour le moment à notre tomographie à fréquence finie de concurrencer réellement la tomographie en théorie Rais-GC. Mais pour confirmer cette conclusion, il resterait néanmoins à vérifier qu'il est bien impossible d'obtenir des résultats satisfaisants sans lissage a priori du modèle car l'amélioration de la résolution latérale des images tomographiques serait certainement plus spectaculaire si on pouvait travailler sans lissage a priori. Il est donc important de comprendre pourquoi cela ne semble pas possible ici. Nous attribuons principalement cet échec au bruit sur les données, mais d'autres causes ont été évoquées. Déterminer laquelle ou lesquelles sont responsables permettrait peut-être de mieux formuler le problème. Enfin, la seule application de la méthode à la région antarctique est probablement insuffisante pour répondre définitivement à la question. La même étude devra être réalisée dans d'autres régions, en particulier celles posant des questions géodynamiques importantes comme la Corne de l'Afrique ou le Pacifique. Pour ce dernier, il serait tentant de tester la tomographie à fréquence finie sur le point chaud d'Hawaïi, visible en ondes de volume (Montelli et al., 2004a, 2004b) mais toujours pas en ondes de surface (Ritzwoller et al., 2002 ; Maggi et al., 2004).

Conclusion générale et perspectives

La plupart des tomographies classiques en onde de surface restent aujourd'hui basées sur une version simplifiée de la théorie des rais dans laquelle les ondes sont sensibles à la structure moyenne le long du grand cercle source-station. La popularité de cette théorie, désignée par théorie Rais-GC au cours de ce travail, vient de sa simplicité qui la rend programmable très efficacement. Elle a ainsi permis de traiter des bases de données volumineuses (de plusieurs centaines de milliers de trajets pour un modèle global) et nous lui devons de ce fait la plupart de nos connaissances actuelles sur la structure 3D et sur la dynamique du manteau. Le chapitre 2 donne un bon exemple de l'application de ce type de tomographie. Le premier objectif de cette thèse était en effet l'application à l'étude du manteau supérieur sous la région antarctique de la méthode de tomographie de l'IPGS reposant sur la théorie Rais-GC et basée sur une modélisation de forme d'ondes incluant les modes harmoniques. Ce travail est la première étude régionale du manteau supérieur sous cette région à l'aide des modes harmoniques des ondes de surface. Le modèle 3D en β obtenu présente sous l'Antarctique de l'Ouest des anomalies verticales à faible vitesse enracinées au moins jusqu'à la zone de transition. Ce résultat est un élément important apporté à la discussion sur l'origine du volcanisme de cette région. Ces anomalies lentes sont en effet en faveur d'une alimentation de ce volcanisme par plusieurs conduits manteliques étroits plutôt que par un seul gros panache comme cela a été proposé pour la région. Il serait intéressant pour une discussion plus générale sur la dynamique du manteau de voir si de telles structures lentes et continues à grande profondeur se retrouvent dans le modèle global de l'IPGS (Debayle et al., 2005) sous des régions tectoniquement similaires à l'Antarctique de l'Ouest.

La conception et l'amélioration des modèles géodynamiques demandent toutefois un peu plus d'information et de précision que ce que les tomographies classiques en ondes de surface, comme celle de l'Antarctique, apportent aujourd'hui. La sensibilité dans la zone de transition pourtant cruciale reste faible, même en utilisant les modes harmoniques. L'amplitude des anomalies est aussi mal estimée et dépend de plus fortement de *a priori* sur le modèle. Enfin la résolution latérale (de l'ordre de quelques centaines de kilomètres) est encore insuffisante. La théorie Rais-GC ne prédit correctement le champ d'onde que dans

des milieux où les hétérogénéités ont une longueur caractéristique très supérieure à la longueur d’onde du champ d’onde (ou à la largeur de la zone de Fresnel). La résolution latérale des tomographies pourrait donc théoriquement être limitée par la théorie de propagation utilisée et la valeur limite pour les ondes de surface serait de l’ordre de la résolution latérale des modèles actuels. Pour dépasser cette limitation et avoir des images au moins à plus haute résolution latérale, il semblait donc temps d’envisager le remplacement de la théorie Rais-GC en tomographie par une théorie de propagation plus précise. C’était là le second objectif de ce travail.

Nous nous sommes concentrés sur la prise en compte de la sensibilité des ondes de part et d’autre du grand cercle, l’hypothèse de la sensibilité de l’onde à une zone de largeur infinitésimale semblant en effet être la moins bien vérifiée dans les conditions de travail habituelles. Le chapitre 3 étudie une version simplifiée d’une théorie du scattering linéarisé en champ lointain et sans couplage de modes. Cette théorie décrit, plus complètement que les zones de Fresnel, la sensibilité des ondes à la structure 2D en vitesse de phase de part et d’autre du grand cercle. Elle relie linéairement la perturbation de phase observée sur le trajet aux perturbations locales en vitesses de phase. Cette théorie s’incorpore donc sans trop de difficultés à la méthode de tomographie de l’IPGS à l’étape de régionalisation, régionalisation qui doit toutefois dans ce cas se faire en vitesse de phase. La tomographie à fréquence finie est cependant beaucoup plus longue que la tomographie en théorie Rais-GC. Le temps de calcul d’une régionalisation à fréquence finie est forcément plus long et la nouvelle méthode comporte une étape supplémentaire, l’inversion des cartes de dispersion en profondeur. Or si il est bien établi qu’une théorie de propagation à fréquence finie modélise plus correctement le champ d’onde que la théorie Rais-GC, il est loin d’être prouvé que son introduction en tomographie donne des résultats significativement meilleurs du point de vue de l’interprétation.

La série de tests synthétiques du chapitre 4 a ainsi révélé un assez bon comportement de la tomographie en théorie Rais-GC face à des données contenant les effets “fréquence finie” décrits par notre version de la théorie du scattering linéarisé. Une régionalisation en théorie Rais-GC peut ainsi détecter et correctement positionner les anomalies, même celles plus petites que la longueur d’onde, si la régularisation de l’inversion compense les effets “fréquence finie” non pris en compte par la théorie. Par exemple, la méthode de l’IPGS, qui utilise le formalisme de Tarantola et Valette (1982), est basée sur un critère de modèle lisse obtenu en imposant une corrélation a priori entre les points du modèle. Cette condition peut dans ce formalisme s’interpréter comme l’introduction de “zones d’influence” 2D autour des trajets. La largeur des zones d’influence est contrôlée par L_{corr} la longueur de corrélation a priori entre les points du modèle. Pour une base de données de trajets de longueur à peu près homogène, si L_{corr} est adaptée à la longueur d’onde des données et à la longueur des trajets, alors les “zones d’influence” miment suffisamment bien

les premières zones de Fresnel. Ceci oblige à utiliser des jeux de données échantillonnant la zone d'étude essentiellement au travers des premières zones de Fresnel des trajets (ce qui est le cas avec une couverture en trajets dense) avec des trajets de longueur voisine. Remarquons que ces conditions concernant la régularisation de l'inversion et les données sont satisfaites dans la construction du modèle global de l'IPGS (Debayle et al., 2005).

Les zones de sensibilité 2D étant en revanche déjà considérées dans la théorie en tomographie à fréquence finie, les zones d'influence et le critère de modèle lisse ne semblent plus justifiés dans ce cas. L'utilisation d'une théorie à fréquence finie permettrait ainsi de travailler avec moins d'a priori sur le modèle. Sans a priori lisse sur le modèle, la tomographie à fréquence finie, à partir de données synthétiques "fréquence finie" parfaites, image correctement et avec une meilleure résolution latérale les petites anomalies, précédemment détectées en théorie Rais-GC mais fortement lissées. La supériorité de la tomographie à fréquence finie démontrée dans ces tests synthétiques incite alors à penser que l'introduction d'une théorie à fréquence finie en tomographie pourrait effectivement améliorer les images tomographiques. Mais son application aux données réelles de l'Antarctique, toujours sans a priori lisse, n'a pas confirmé ce premier résultat. Les cartes de dispersion obtenues aux différents modes et périodes ne semblent pas compatibles pour former un modèle structuré en profondeur en β . En imposant une corrélation entre les points du modèle, la tomographie à fréquence finie aboutit par contre à un modèle en β cohérent (mais qui présente peu de modifications par rapport à celui en théorie Rais-GC).

Hormis un problème, toujours envisageable, dans l'algorithme de régionalisation à fréquence finie, l'explication la plus plausible de cet échec partiel est que nous aurions été trop optimistes en supprimant la corrélation a priori entre les points du modèle. La description de la propagation selon notre théorie à fréquence finie serait encore trop éloignée de la propagation réelle ou les données trop bruitées pour que l'on puisse diminuer autant les a priori sur le modèle. Cette théorie ne donnerait pas encore accès au niveau de précision que nous avons cherché à atteindre ici. Certaines différences sont observées pour l'Antarctique entre la tomographie à fréquence finie avec un a priori lisse sur le modèle et la tomographie en théorie Rais-GC. Mais ces divergences ne sont finalement pas spectaculaires et ces résultats sont proches de ceux des études précédentes du même type (Ritzwoller et al., 2002; Yoshizawa et Kennett, 2004). Modéliser les zones de sensibilité tel que nous l'avons fait ici ne nous apparaît donc pas comme la solution décisive pour résoudre les limitations des tomographies actuelles, en particulier en terme de résolution latérale. Une meilleure prise en compte de la sensibilité à fréquence finie serait tout de même à explorer, de même que l'intégration d'autres caractéristiques de la propagation mises de côté dans cette étude. Certaines de ces caractéristiques pourraient être essentielles pour faire progresser les tomographies.

Un point faible de notre version de la théorie à fréquence finie est le traitement de

la sensibilité près de la source et de la station. La théorie du scattering linéarisé est une approximation en champ lointain. Elle ne décrit donc pas la sensibilité près de la source et de la station. La solution choisie pour remédier à cette lacune n'est sans doute pas totalement judicieuse. La sensibilité étant très forte dans ces zones, il est important de bien la représenter. Une formulation théorique précise des effets champ proche serait souhaitable. Certains auteurs ont déjà inclus des termes de champ proche dans le calcul de la sensibilité (Friederich, 1999, 2003; McGee et Dahlen, 2004). Ici, nous avons également regardé l'impact de la prise en compte des effets "fréquence finie" uniquement sur l'imagerie de la structure isotrope en β . Certaines caractéristiques de la convection mantellique peuvent être plus accessibles par la mesure de l'anisotropie et beaucoup de méthodes tomographiques, dont celle de l'IPGS (Lévêque et al., 1998; Debayle et Kennett, 2000a; Debayle et al., 2005), cherchent aussi à retrouver les anisotropies azimutale et radiale. Il serait donc très intéressant de calculer la sensibilité des ondes à fréquence finie aux paramètres d'anisotropie. Romanowicz et Snieder (1988) ont étendu la théorie du scattering linéarisé de Snieder (1988) à l'étude des perturbations anisotropes. La voie semble donc ouverte pour cela.

Nous avons aussi considéré ici une propagation des ondes de surface le long des grands cercles source-station en négligeant les effets des déviations de trajet causées par des changements rapides de vitesse. Les trajets réels des ondes étant alors plus longs que les grands cercles, cet effet conduirait à sous-estimer les vitesses moyennes (Kennett et Yoshizawa, 2002; Bruneton et al., 2002). La méthode tomographique itérative de Yoshizawa et Kennett (2004) incluant ces effets, en plus de zones de sensibilité 2D, apporte quelques changements au modèle du manteau supérieur sous l'Australie dans les zones à fort gradient de vitesse. Les fortes variations de vitesse étant surtout à faible profondeur, ces changements touchent principalement les cartes de dispersion du mode fondamental à courte période. Cette correction amène de petites modifications des modèles qui ne sont toutefois pas significatives pour les périodes intermédiaires (et pour les distances épacentrales sélectionnées habituellement). La prise en compte de ces effets serait par contre importante pour travailler à plus courtes périodes (en-dessous de 40 s).

Un autre aspect de la propagation est sans doute plus prometteur dans nos conditions habituelles de travail. La théorie du scattering linéarisé peut tenir compte des couplages de modes. Nous les avons négligés dans cette étude, étant donné le peu de modes que nous considérons (moins de 5) et les résultats des études précédentes sur ce sujet (Marquering et Snieder, 1995; Zhou et al., 2004; Kennett, 1995). Il serait néanmoins intéressant de tester l'importance de ces couplages pour la modélisation de la forme d'ondes des modes harmoniques selon la technique de Cara et Lévêque (1987) et Devayle (1999). Pour continuer à travailler avec des modèles 1D en β , ces couplages doivent être modélisés uniquement dans la direction source-station. Ils pourraient intervenir lors du calcul des sismogrammes

synthétiques. Meier et al. (1997) s'appuient eux sur l'expression de la perturbation du champ d'onde sous la théorie du scattering linéarisé pour inverser directement la forme d'ondes en β . Ils commencent en fait par chercher le modèle "path-average" (avec une première inversion non-linéaire). Le faible résidu entre le sismogramme "path-average" et le sismogramme réel (dû aux phénomènes non prédits par la théorie Rais-GC) peut alors être inversé linéairement suivant cette expression. Une meilleure modélisation des harmoniques est primordiale pour augmenter la résolution dans la zone de transition, région essentielle pour la compréhension de la dynamique du manteau. Modéliser les couplages de modes pourrait être décisif dans cette amélioration.

La théorie du scattering sur laquelle est basée cette étude néglige aussi le scattering multiple puisqu'elle repose sur la première approximation de Born qui donne une description au premier ordre du phénomène. Un défaut notable est que l'énergie n'est pas conservée dans cette représentation (Snieder, 2002b). Cette limitation ne devrait pas poser de réel problème ici. Cependant, selon la condition de validité de l'approximation de Born, il n'est pas certain en fait que le scattering multiple soit réellement négligeable dans nos conditions habituelles de travail. Une étude de l'atténuation des ondes nécessitera d'inclure les effets du scattering multiple. Friederich (1999, 2003) a d'ailleurs proposé une méthode de tomographie tenant compte de ces effets (et des couplages de mode) pour imager les 1000 premiers kilomètres du manteau à partir de la forme d'ondes des ondes S et des ondes de surface.

Des tests synthétiques tels que ceux menés au cours de ce travail seraient une aide précieuse pour déterminer quels aspects de la propagation évoqués ci-dessus sont décisifs pour améliorer significativement les tomographies. Ces tests sont en effet un moyen efficace de déterminer l'importance du raffinement proposé par une simple confrontation du modèle inversé au modèle dans lequel ont été calculées les données synthétiques. L'application de la méthode testée à un jeu de données réelles ne permet pas une estimation aussi rigoureuse de l'importance du raffinement, bien que cette étape soit essentielle dans l'évaluation et la mise au point de la méthode. Nos tests du chapitre 4 ont cependant une sérieuse limitation. La théorie utilisée pour le calcul des données synthétiques n'est qu'une approximation de la propagation réelle et surtout cette théorie est exactement celle suivant laquelle se fait l'inversion. Cette expérience ne nous a donc pas permis de vérifier le comportement de la théorie à fréquence finie choisie dans une inversion face à une propagation plus précise. Pour évaluer les différents raffinements, il faudrait au contraire les tester sur des données synthétiques aussi proches que possible des données réelles. Ceci semble devenir réalisable avec les méthodes de calcul de sismogramme par éléments spectraux aujourd'hui opérationnelles (par exemple Komatitsch et Tromp, 1999; Komatitsch al., 2002). Ces techniques assurent un calcul complet et performant du champ d'onde dans des milieux 3D complexes. Elles peuvent alors contribuer à la mise au point des méthodes

tomographiques en fournissant les données synthétiques à inverser. La génération d'un jeu de sismogrammes synthétiques complets dans une Terre hétérogène, initiée dans le cadre du programme européen SPICE, devrait, de ce point de vue, permettre de franchir un cap dans les années qui viennent. En outre, la comparaison de sismogrammes réels avec les sismogrammes synthétiques correspondant calculés par éléments spectraux dans les modèles tomographiques actuels serait une évaluation intéressante de la pertinence de ces modèles, en particulier en ce qui concerne l'amplitude des perturbations imagées. Celles-ci dépendent assez fortement des paramètres a priori. Ce type d'étude aiderait à régler ces paramètres pour trouver des modèles expliquant au mieux les sismogrammes réels complets. Enfin, les techniques de calcul du champ d'onde par éléments spectraux pourraient aussi être utilisées pour calculer la sensibilité des différentes "observables" d'un sismogramme (temps d'arrivée, vitesses de phase, formes d'onde des ondes de surface, observables secondaires de Cara et Lévêque (1987), ...) aux paramètres du modèle (vitesses de phase locales, vitesse des ondes P et S, paramètres d'anisotropie, ...) (Tromp et al., 2005). Ainsi, cet outil pourrait aussi déboucher dans un futur proche sur l'inversion de ces observables suivant une théorie de propagation très précise, incluant tous les effets précédemment discutés ou évoqués.

Bibliographie

- Aki K. et Richards, P.G. (1980), *Quantitative Seismology, Theory and Methods*, W.H. Freeman and Compagny, San Fransisco.
- Alsina, D., Woodward, R.L., et Snieder, R.K. (1996), Shear wave velocity structure in North America from large-scale waveform inversions of surface waves, *J. Geophys. Res.*, 101, 15969–15986.
- Anderson, D.L. (2000), The thermal state of the upper mantle ; no role for mantle plumes, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 3623–3626.
- Born, M. et Wolf, E. (1999), *Principles of Optics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Bruneton, M., Farra, V., et Pedersen, H.A. (2002), Non-linear surface wave phase velocity inversion based on ray theory, *Geophys. J. Int.*, 151, 583–596.
- Cara, M. et Lévêque, J.J. (1987), Waveform inversion using secondary observables, *Geophys. Res. Lett.*, 14, 1046–1049.
- Cerveny, V. (2001), *Seismic Ray Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Cerveny, V. et Soares, J.E.P. (1992), Fresnel volume ray tracing, *Geophys.*, 57, 902–915.
- Claerbout, J. (1985), *Imaging the Earth's Interior*, Blackwell, Oxford.
- Courtillot, V., Davaille, A., Besse, J., et Stock, J. (2003), Three distinct types of hotspots in the Earth's mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 205, 295–308.
- Dahlen, F.A. (2004), Resolution limit of travelttime tomography, *Geophys. J. Int.*, 157, 315–331.
- Dahlen, F.A., Hung, S.-H., et Nolet, G. (2000), Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes- I. Theory, *Geophys. J. Int.*, 141, 157–174.
- Davaille, A. (1999), Simultaneous generation of hotspots and superswells by convection in a heterogeneous planetary mantle, *Nature*, 402, 756–760.

- Davies, G.F. et Richards, M.A. (1992), Mantle convection, *J. of Geology*, 100, 151–206.
- Debayle, E. (1996), *Tomographie du manteau supérieur de l’Océan Indien par inversion de formes d’ondes*, Thèse, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Debayle, E. (1999), SV-wave azimuthal anisotropy in the Australian upper-mantle : preliminary results from automated Rayleigh waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, 137, 747–754.
- Debayle, E. et Kennett, B.L.N (2000a), Anisotropy in the Australasian upper mantle from Love and Rayleigh waveform inversion, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 184, 339–351.
- Debayle, E. et Kennett, B.L.N (2000b), The Australian continental upper mantle : structure and deformation inferred from surface waves, *J. Geophys. Res.*, 105, 25423–25450.
- Debayle, E., Kennett, B., et Priestley, K. (2005), Global azimuthal seismic anisotropy and the unique plate-motion deformation of Australia, *Nature*, 433, 509–512.
- Debayle, E. et Lévêque, J.J. (1997), Upper mantle heterogeneities in the Indian Ocean from waveform inversion, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 245–248.
- Debayle, E., Lévêque, J.J., et Cara, M. (2001), Seismic evidence for a deeply rooted low-velocity anomaly in the upper mantle beneath the northeastern Afro/Arabian continent, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 193, 423–436.
- Debayle, E. et Sambridge, M. (2004), Inversion of massive surface wave data sets : model construction and resolution assessment, *J. Geophys. Res.*, 109, B02316, doi :10.1029/2003JB002652.
- Dziewonski, A.M. et Anderson, D.L. (1981), Preliminary Reference Earth Model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25, 297–356.
- Dziewonski, A., Bloch, S., et Landisman, M. (1969), A technique for the analysis of transient seismic signals, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59, 427–444.
- Friederich, W. (1999), Propagation of seismic shear and surface waves in a laterally heterogeneous mantle by multiple forward scattering, *Geophys. J. Int.*, 136, 180–204.
- Friederich, W. (2003), The S-velocity structure of the East Asian mantle from inversion of shear and surface waveforms, *Geophys. J. Int.*, 153, 88–102.
- Grand, S.P. (1994), Mantle shear structure beneath the Americas and surrounding oceans, *J. Geophys. Res.*, 99, 11591–11621.
- Griffiths, R.W. et Campbell, I.H. (1990), Stirring and structure in mantle starting plume, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 99, 66–78.

- Hofman, A.W. (1997), Mantle geochemistry : the message from oceanic volcanism, *Nature*, 385, 219–228.
- Hung, S.-H., Dahlen, F.A., et Nolet, G. (2001), Wavefront healing : a banana-doughnut perspective, *Geophys. J. Int.*, 146, 289–312.
- Ito, G., Lin, J., et Gable, C.W. (1996), Dynamic of mantle flow and melting at a ridge-centered hotspot : Iceland and the Mid-Atlantic Ridge, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 144, 53–74.
- Kennett, B.L.N (1995), Approximations for surface-wave propagation in laterally varying media, *Geophys. J. Int.*, 122, 470–478.
- Kennett, B.L.N et Engdahl, E.R. (1991), Traveltimes for global earthquake location and phase identification, *Geophys. J. Int.*, 105, 429–465.
- Kennett, B.L.N et Yoshizawa, K. (2002), A reappraisal of regional surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, 150, 37–44.
- Kobayashi, R. et Zhao, D. (2004), Rayleigh-wave group velocity distribution in the Antarctic region, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 141, 167–181.
- Komatitsch, D., Ritsema, J., et Tromp, J. (2002), The spectral-element method, Beowulf computing, and global seismology, *Science*, 298, 1737–1742.
- Komatitsch, D. et Tromp, J. (1999), Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, 139, 806–822.
- Kravtsov, Y. et Orlov, Y. (1990), *Geometrical Optics of Inhomogeneous Media*, Springer-Verlag, Berlin.
- Lévêque, J.J., Cara, M., et Rouland, D. (1991), Waveform inversion of surface wave data : test of a new tool for systematic investigation of upper mantle structures, *Geophys. J. Int.*, 104, 565–581.
- Lévêque, J.J., Debayle, E., et Maupin, V. (1998), Anisotropy in the Indian Ocean upper mantle from Rayleigh- and Love- waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, 133, 529–540.
- Lévêque, J.J., Rivera, L., et Wittlinger, G. (1993), On the use of the checker-board test to assess the resolution of tomographic inversions, *Geophys. J. Int.*, 115, 313–318.
- Maggi, A., Debayle, E., Barruol, G., Priestley, K., Fontaine, F., et Raymond, D. (2004), Multi-mode surface-wave tomography of the Pacific region, *SEDI*.

- Marquering, H., Dahlen, F.A., et Nolet, G. (1999), Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes : the banana-doughnut paradox, *Geophys. J. Int.*, 137, 805–815.
- Marquering, H., Nolet, G., et Dahlen, F.A. (1998), Three-dimensional waveform sensitivity kernels, *Geophys. J. Int.*, 132, 521–534.
- Marquering, H. et Snieder, R. (1995), Surface-wave mode coupling for efficient forward modelling and inversion of body-wave phases, *Geophys. J. Int.*, 120, 186–208.
- Marquering, H., Snieder, R., et Nolet, G. (1996), Waveform inversions and the significance of surface-wave mode coupling, *Geophys. J. Int.*, 124, 258–278.
- McGee, P. et Dahlen, F.A. (2004), Near-field and surface effects in traveltime and waveform sensitivity kernels, *SEDI*.
- Meier, T., Lebedev, S., Nolet, G., et Dahlen, F.A. (1997), Diffraction tomography using multimode surface waves, *J. Geophys. Res.*, 102, 8255–8267.
- Montagner, J.-P. (1986), Regional three-dimensional structures using long-period surface waves, *Ann. Geophys.*, 4, 283–294.
- Montelli, R., Nolet, G., Dahlen, F.A., Masters, G., Engdahl, E.R., et Hung, S.-H. (2004a), Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle, *Science*, 303, 338–343.
- Montelli, R., Nolet, G., Masters, G., Dahlen, F.A., et Hung, S.-H. (2004b), Global P and PP traveltime tomography : rays versus waves, *Geophys. J. Int.*, 158, 637–654.
- Nataf, H.C., Nakanishi, I., et Anderson, D.L. (1986), Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneities and anisotropy 3. Inversion, *J. Geophys. Res.*, 91, 7261–7307.
- Nataf, H.C. et Ricard, Y. (1995), 3SMAC : an *a priori* tomographic model of the upper mantle based on geophysical modeling, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 95, 101–122.
- Nataf, H.C. et VanDecar, J. (1993), Seismology detection of a mantle plume? *Nature*, 364, 115–120.
- Nolet, G. (1990), Partitioned waveform inversion and two-dimensional structure under the network of autonomously recording seismographs, *J. Geophys. Res.*, 95, 8499–8512.
- Nolet, G. et Dahlen, F.A. (2000), Wave front healing and the evolution of seismic delay times, *J. Geophys. Res.*, 105, 19043–19054.

- Pilidou, S., Priestley, K., Gudmundsson, O., et Debayle, E. (2004), Upper mantle S-wave speed heterogeneity and anisotropy beneath the North Atlantic from regional surface wave tomography : the Iceland and Azores plumes, *Geophys. J. Int.*, 159, 1057–1076.
- Priestley, K. et Debayle, E. (2003), Seismic evidence for a moderately thick lithosphere beneath the Siberian Platform, *Geophys. Res. Lett.*, 30(3), 1118, doi :10.1029/2002GL015931.
- Ritsema, J. et van Heijst, H.J. (2000), Seismic imaging of structural heterogeneity in Earth’s mantle : Evidence for large-scale mantle flow, *Science Progress*, 83, 243–259.
- Ritzwoller, M.H., Shapiro, N.M., Barmin, M.P., et Levshin, A.L. (2002), Global surface wave diffraction tomography, *J. Geophys. Res.*, 107(B12), 2335, doi :10.1029/2002JB001777.
- Ritzwoller, M.H., Shapiro, N.M., Levshin, A.L., et Leahy, G.M. (2001), Crustal and upper mantle structure beneath Antarctica and surrounding oceans, *J. Geophys. Res.*, 106, 30645–30670.
- Romanowicz, B. et Snieder, R. (1988), A new formalism for the effect of lateral heterogeneity on normal modes and surface waves-II. General anisotropic perturbation, *Geophys. J.*, 93, 91–99.
- Sieminski, A., Debayle, E. et Lvque, J.J. (2003), Seismic evidence for deep low-velocity anomalies in the transition zone beneath West Antarctica, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 216, 645–661.
- Sieminski, A., Lvque, J.J. et Debayle E. (2004), Can finite-frequency effects be accounted for in ray theory surface wave tomography ?, *Geophys. Res. Lett.*, 31, L24614, doi :10.1029/2004GL021402.
- Snieder, R. (1986), 3-D linearized scattering of surface waves and a formalism for surface wave holography, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 84, 581–605.
- Snieder, R. (1988), Large-scale waveform inversions of surface waves for lateral heterogeneity 1. Theory and numerical examples, *J. Geophys. Res.*, 93, 12055–12065.
- Snieder, R. (2001), *A Guided Tour of Mathematical Methods*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Snieder, R. (2002a), General theory of elastic wave scattering, in Pike, R. and Sabatier, P., diteurs, *Scattering and Inverse Scattering in Pure and Applied Science*, pages 528–542, Academic Press, San Diego.
- Snieder, R. (2002b), Scattering of surface wave, in Pike, R. and Sabatier, P., diteurs,

Scattering and Inverse Scattering in Pure and Applied Science, pages 562–577, Academic Press, San Diego.

Sneider, R. et Lomax, A. (1996), Wavefield smoothing and the effect of rough velocity perturbations on arrival times and amplitudes, *Geophys. J. Int.*, 125, 796–812.

Sneider, R. et Nolet, G. (1987), Linearized scattering of surface waves on a spherical earth, *J. Geophys.*, 61, 55–63.

Spetzler, J. et Snieder, R. (2001), The effect of small-scale heterogeneity on the arrival time of waves, *Geophys. J. Int.*, 145, 786–796.

Spetzler, J. et Snieder, R. (2004), The fresnel volume and transmitted waves, *Geophys.*, 69, 653–663.

Spetzler, J., Trampert, J., et Snieder, R. (2001), Are we exceeding the limits of the great circle approximation in global surface wave tomography? *Geophys. Res. Lett.*, 28, 2341–2344.

Spetzler, J., Trampert, J., et Snieder, R. (2002), The effect of scattering in surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, 149, 755–767.

Tackley, P.J. (2000), Mantle convection and plate tectonics : toward an integrated physical and chemical theory, *Science*, 288, 2002–2007.

Takeuchi, H. et Saito, M. (1972), Seismic surface waves, in Bolt, B.A., editeur, *Methods in Computational Physics*, volume 11, pages 217–295, Academic Press, New-York.

Tanimoto, T. (1990), Modelling curved surface wave paths : membrane surface wave synthetics, *Geophys. J. Int.*, 102, 89–100.

Tarantola, A. et Valette, B. (1982), Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 20, 219–232.

Tromp, J. et Dahlen, F.A. (1993), Variational principles for surface wave propagation on a laterally heterogeneous Earth-III. Potential representation, *Geophys. J. Int.*, 112, 195–209.

Tromp, J., Tape, C., et Liu, Q. (2004), Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels *Geophys. J. Int.*, 160, 195–216.

van der Hilst, R.D., Widiyantoro S., et Engdahl, E.R. (1997), Evidence for deep mantle circulation from global tomography, *Nature*, 386, 578–584.

van der Voo, R., Spakman, W., et Bijwaard, H. (1999), Mesozoic subducted slabs under Siberia, *Nature*, 397, 246–249.

- Wang, Z. et Dahlen, F.A. (1995), Validity of surface-wave theory on a laterally heterogeneous Earth, *Geophys. J. Int.*, 124, 757–773.
- Wielandt, E. (1987), On the validity of the ray approximation for interpreting delay times, in Nolet, G., editeur, *Seismic tomography*, pages 85–98, Reidel, Boston.
- Woodhouse, J.H. (1974), Surface waves in a laterally varying layered structure, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 37, 461–490.
- Woodhouse, J.H. et Dziewonski, A.M. (1984), Mapping the upper mantle : three dimensional modelling of Earth structure by inversion of seismic waveform, *J. Geophys. Res.*, 89, 5953–5986.
- Yomogida, K. (1992), Fresnel zone inversion for lateral heterogeneities in the Earth, *Pure Appl. Geophys.*, 138, 391–406.
- Yomogida, K. et Aki, K. (1987), Amplitude and phase data inversions for phase velocity anomalies in the Pacific Ocean Basin. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 88, 161–204.
- Yoshizawa, K. (2002), *Development and application of new techniques for surface wave tomography*, Thèse, Australian National University, Canberra.
- Yoshizawa, K. et Kennett, B.L.N (2002), Determination of the influence zone for surface wave paths, *Geophys. J. Int.*, 149, 440–453.
- Yoshizawa, K. et Kennett, B.L.N (2004), Multimode surface wave tomography for the Australian region using a three-stage approach incorporating finite frequency effects, *J. Geophys. Res.*, 109, B03210, doi :10.1029/2002JB002254.
- Zhou, Y., Dahlen, F.A., et Nolet, G. (2004), Three-dimensional sensitivity kernels for surface wave observables, *Geophys. J. Int.*, 158, 142–168.

Annexe A

Article : Can finite-frequency effects be accounted for in ray theory surface wave tomography ?

Abstract

We present a series of synthetic tests showing that regional surface wave tomographies with a dense path coverage of the target region can be safely conducted under ray theory because the shortcomings of ray theory in considering finite-frequency effects can be counterbalanced by a physically-based regularization of the inversion. In particular, we show that with ray theory applied under the above conditions, it is possible to detect heterogeneities with length scales smaller than the wavelength of the data set.

A.1 Introduction

Most of the present day surface wave tomographies are based on the assumption that surface waves propagate along the source-station great circle without mode-coupling and that they are only sensitive to the structure along the zero-width ray (e.g. *Trampert and Woodhouse, 1995; Ritsema et al., 2004; Debayle and Sambridge, 2004*). This “great circle ray theory” has been widely used because it provides a simple theoretical framework for the efficient analysis of large volumes of data. The obvious drawback of retrieving information only along the ray paths is generally overcome by extending the properties found along the rays to their immediate vicinity. This can be done through the parameterization of the model, for example by spreading to a whole block what is found for a ray crossing the block, and/or by adding some kind of regularization into the inverse operator. In this

context, retrieving small scale details, such as heterogeneities smaller than a wavelength, is in principle precluded because of the poor description of the surface wave sensitivity, and also because ray theory is valid only for a medium that does not vary significantly over a wavelength (or the Fresnel zone width) (e.g. *Spetzler et al.*, 2002). More accurate descriptions of wave propagation have been proposed in an attempt to obtain higher resolution images. For surface wave tomography, the focus has been on taking into account a finite-size sensitivity zone around the paths (*Spetzler et al.*, 2002; *Ritzwoller et al.*, 2002; *Yoshizawa and Kennett*, 2002).

This paper addresses whether the theoretical shortcomings of ray theory in considering finite-frequency effects can be counterbalanced by other factors, such as a dense ray coverage or a physically-based choice of regularization scheme. We explore, using a series of surface wave tomography synthetic tests, whether inverting the data set using a finite-frequency theory provides a significant improvement compared to great circle ray theory combined with a physically-based regularization. We use a representation of the finite-frequency effects based on single scattering theory.

A.2 Finite-size sensitivity zones

In great circle ray theory the phase slowness $1/c^{obs}$ observed for each path is interpreted as the great circle path-average slowness

$$\frac{1}{c^{obs}} = \frac{1}{\Delta_0} \int_{\Delta_0} \frac{1}{c(s)} ds \quad (\text{A.1})$$

with Δ_0 the distance along the great circle and $1/c(s)$ the local phase slowness.

To account for finite-frequency effects the observed phase slowness has to be interpreted as a weighted average over a 2D zone

$$\frac{1}{c^{obs}} = \int_{\Delta_0} \int_{L(s)} K(s, n) \frac{1}{c(s, n)} dn ds \quad (\text{A.2})$$

where the weighting function (sensitivity kernel) $K(s, n)$ describes the sensitivity to the structure and $L(s)$ is the width of the 2D zone. Different definitions of $K(s, n)$ and $L(s)$ have been proposed (*Spetzler et al.*, 2002; *Yoshizawa and Kennett*, 2002; *Ritzwoller et al.*, 2002). We follow here a description similar to that of *Spetzler et al.* (2002), based on the linearized scattering theory developed by *Snieder* (2002), which only considers near forward, single scattering (first Born-Rytov approximation) without mode coupling nor source directivity effect.

In classical surface wave analysis, c^{obs} is measured via a gaussian band-pass filtering of the seismograms (e.g. *Dziewonski et al.*, 1969), and is actually a gaussian average over

a frequency-band. The corresponding sensitivity kernel should therefore be the integral of the scattering kernel weighted in frequency by the same filter, as suggested by *Spetzler et al.* (2002). A side effect of the summation happens to be a significant attenuation of the kernel oscillations transversely to the path (Fig. A.1), so that the exact averaged kernel is accurately represented by a small number of oscillations that depends on the frequency width of the filter. The larger the frequency width, the more attenuated the kernel oscillations, while the central lobe remains essentially unchanged. We present the results obtained with a gaussian filter whose width at -30 dB is equal to the central frequency. With this filter, a truncation at the fifth zero-crossing (Fig. A.1) is a very good approximation of the entire kernel. We therefore set $L(s)$ equal to the width of the fifth Fresnel zone, as defined by *Spetzler et al.* (2002).

A.3 Synthetic tests and results

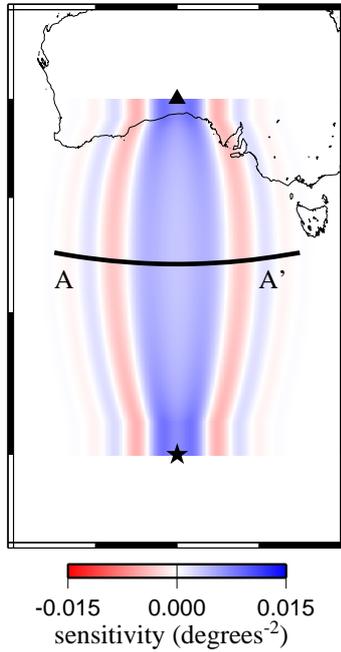
In the following tests, the synthetic data are fundamental mode Rayleigh wave phase velocities c^{obs} calculated at different periods using the finite-frequency theory summarized above (Eq. 2) for realistic path distributions in a model with a plume-like perturbation (Fig. A.2). The path distributions shown in Fig. A.2 correspond to two different subsets of the path distribution used by *Sieminski et al.* (2003) in a regional surface wave tomography of Antarctica. The dense path coverage subset ensures a good coverage of the target, a plume-like perturbation, while the poor path coverage subset misses this perturbation entirely. In both cases, the path lengths range from 1200 to 9700 km.

We inverted data both with great circle ray theory (Eq. 1) and the finite-frequency theory (Eq. 2), and repeated the tests twice, first assuming perfect data without noise and then adding random noise to the data. We found that adding noise reduces the differences between ray theory and finite-frequency results. Only the results from perfect data are presented here as they provide an upper bound on the relative effect of finite-frequency theory versus great circle ray theory.

The great circle inversion is performed with the continuous regionalization algorithm of *Montagner* (1986) recently optimized by *Debayle and Sambridge* (2004) to process large data sets. An important parameter in our scheme is L_c , the correlation length between the model parameters, which controls the lateral smoothing of the inverted model. Only the points located within a 2D finite-size zone around each path contribute to the computation of the final model (*Debayle and Sambridge*, 2004). The width of this “influence zone” is a function of L_c (Fig. A.3a).

Adapting L_c to the wavelength of the data is thus a crude way to account for finite-size sensitivity zones, while still using ray theory framework. The 3D S wave velocity model

a) 2D sensitivity zone



b) Cross section AA'

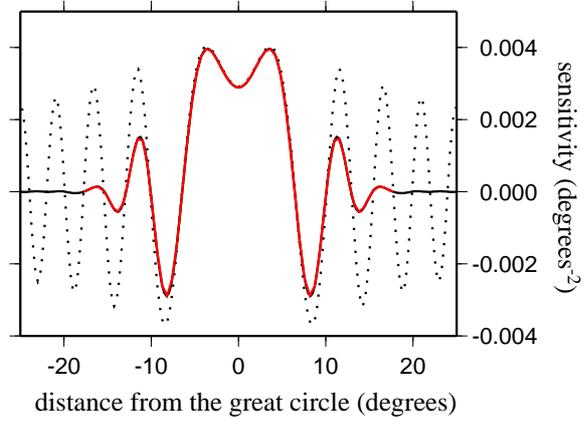
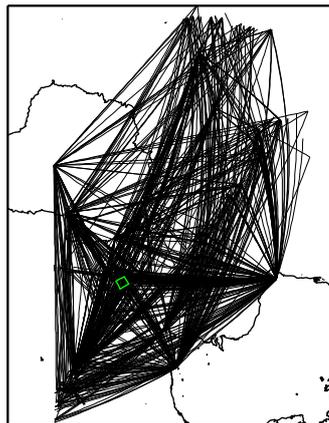


FIG. A.1 – Scattering sensitivity kernel of the fundamental mode of a 160 s Rayleigh wave for a 30° path a) 2D view, b) cross section at mid-distance : complete scattering kernel for a single frequency (dotted black line), with summation over a frequency-band (solid black line) and the truncated kernel eventually considered (red line).

a) Dense path coverage



b) Poor path coverage

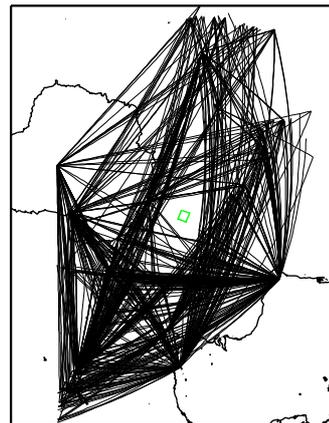


FIG. A.2 – Path distributions of the test. The initial anomaly is a -6% S wave velocity perturbation extending from Moho to 670 km depth with a width of 300 km. Its initial position is marked by the green square.

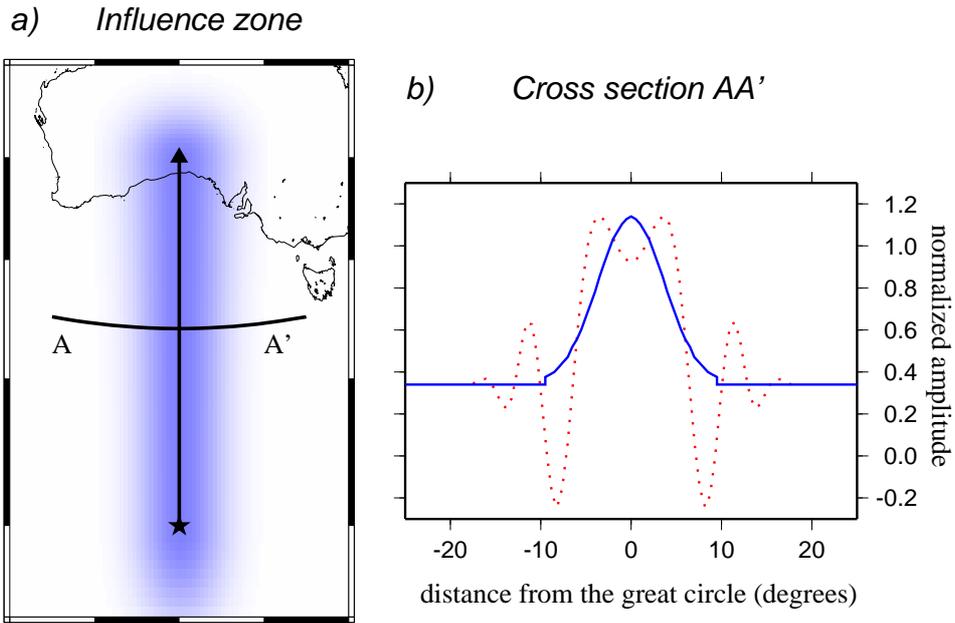


FIG. A.3 – “Influence zone” related to L_c for the same path as in Fig. A.1 with $L_c = 400$ km a) 2D view b) cross section at mid-distance. The shape of the “influence zone” transverse to the path is given by a gaussian (in blue), and the red dotted line is the truncated 160 s scattering sensitivity kernel of Fig. A.1 (amplitude normalized).

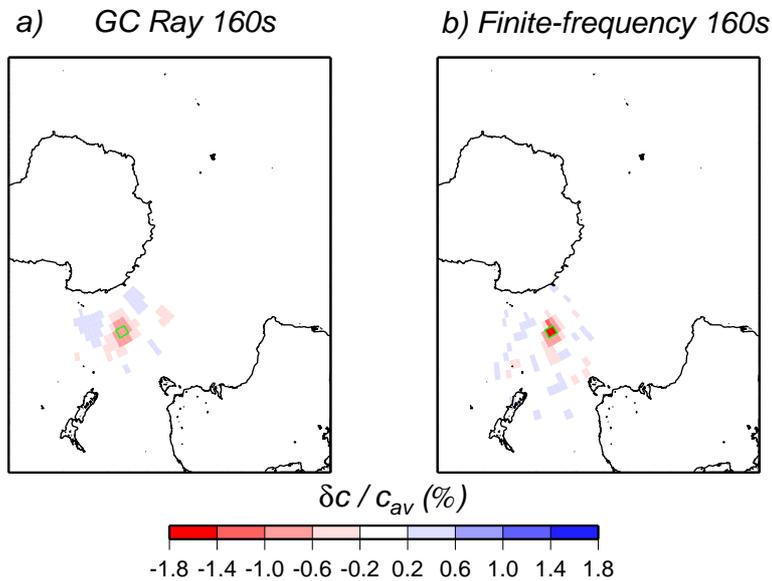


FIG. A.4 – Models inverted in the case of a dense path coverage (Fig. A.2a) a) with great circle ray theory (GC Ray) and $L_c = 400$ km b) with the finite-frequency theory (without further correlation between the model parameters) for the fundamental mode of a Rayleigh wave at 160 s. The green square is the position of the input anomaly.

by *Sieminski et al.* (2003) was obtained by regionalizing a set of 1D depth-dependent path-average S wave velocity models with $L_c = 400$ km, corresponding to the average wavelength of the data set. In the following, the ray theory inversions are performed with this same L_c value, which is comparable to the first Fresnel zone maximum width at 160 s for a 3300 km path, the average path length of the data set (Fig. A.3b). We have extended the *Debayle and Sambridge* (2004)'s scheme to incorporate finite-frequency theory and use this modified scheme in our finite-frequency inversion. For the finite-frequency inversion, the overlap between the surfaces covered by the 2D sensitivity kernels centered around each path ensures a complete coverage of the area under study, rendering a priori lateral smoothing on the model unnecessary.

Fig. A.4 shows the dense path coverage results for fundamental mode Rayleigh waves at 160 s using great circle ray theory (Fig. A.4a) and finite-frequency theory (Fig. A.4b).

Similar results are obtained for other periods. At 160 s, despite the fact that the width of the input heterogeneity (300 km) is smaller than the wavelength ($\lambda_{160s} \simeq 700$ km), the plume-like anomaly is detected and correctly located with ray theory, suggesting that in this case the influence zone related to L_c is an adequate description of the finite-size sensitivity zones. With finite-frequency theory (Fig. A.4b) the anomaly is in better focus and its amplitude is higher, however, the resulting model would not be interpreted any differently than the ray theory model. Moreover, the apparent superiority of the finite-frequency inversion in this case must be tempered for at least two reasons. First, in this noise-free case most of the difference between the two models is actually due to the smoothing effect of the ray theory parameter L_c . Indeed, applying the same a priori smoothing to the finite-frequency inversion leads to a very similar model to that obtained using ray theory. Second, tests carried out after adding noise to the perfect data showed that focusing and amplitude recovery in the finite-frequency inversion are significantly degraded.

Let us now investigate what happens when the path coverage is degraded. Fig. A.5 shows the results obtained at 160 s and 100 s when the input plume-like anomaly is not crossed by any ray (Fig. A.2b) but still perturbs the synthetic data due to the finite-frequency effect. The amplitude of this perturbation depends on the width of the sensitivity zone and therefore on the period and path length. At 160 s, ray theory with the L_c influence zone (Fig. A.5a) retrieves a broad low velocity anomaly in the region of the input anomaly, while finite-frequency theory (Fig. A.5b) retrieves the anomaly much better. At 100 s, the effect of the anomaly on the synthetic data is much smaller since, due to the poor coverage, the wave sensitivity to the anomaly is limited to a very marginal part of the kernel, where its amplitude is very small (Fig. A.1). At this period, while ray theory completely fails to retrieve the input anomaly (Fig. A.5c), a small low velocity perturbation is found at the correct location with finite-frequency theory (Fig. A.5d). However, the high performance of the finite-frequency inversion is dependent on the use of noiseless synthetic data computed

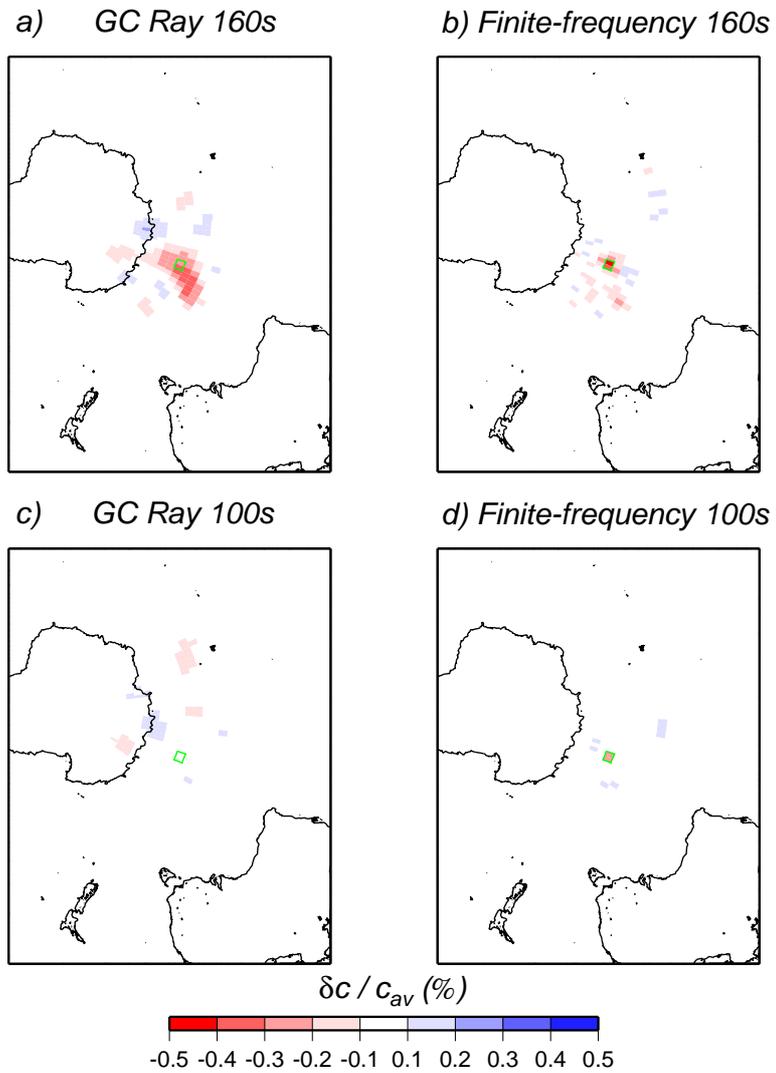


FIG. A.5 – Same as Fig. A.4 but in a case of a very poor path coverage of the anomaly (Fig. A.2b) for the fundamental mode of a) and b) a 160 s Rayleigh wave and c) and d) a 100 s Rayleigh wave.

with the same theory as used in the inversion, since adding noise to the data strongly weakens this result.

A.4 Discussion

Several recent studies present comparisons of ray theory and finite-frequency tomography. For example, *Montelli et al.* (2004) obtain velocity perturbations up to 30-50% larger when finite-frequency effects are included in global P and PP travel time tomography, suggesting that wave front healing cannot be neglected when analyzing long period body waves. Discussing our results in terms of wave front healing is beyond the scope of this study. *Spetzler et al.* (2002) retrieve the large-scale structures (> 1000 km) equally well by inverting Love wave phase shift data using ray theory or finite-frequency theory, whereas *Ritzwoller et al.* (2002), who approximate the central lobe of *Spetzler et al.* (2002)’s kernel by a boxcar transverse to the paths, find significant differences between finite-frequency and ray theory surface wave tomography at long periods and in regions covered only by long paths. As finite-frequency effects are indeed more important for long periods and long paths, and as our data set is limited to paths shorter than those for which *Ritzwoller et al.* (2002) observe the greatest differences, it is not surprising that we do not find as strong differences.

Our tests point out the importance of the path coverage for obtaining high resolution images with ray theory. They suggest that heterogeneities smaller than a wavelength or the first Fresnel zone width can be resolved with ray theory when combined with a physically-based regularization. This result is at first glance counterintuitive as ray theory is supposed to break down when the size of seismic heterogeneities is close to the wavelength or the Fresnel zone width. It is however in agreement with results from the recent migration experiment of *Spetzler and Snieder* (2004).

Our regularization of the great circle ray theory inversion makes use of a “gaussian beam” centered around the great circle paths that defines an influence zone around the paths (Fig. A.3). The main difference with finite-frequency theory is that our influence zone is a gaussian function scaled by a fixed parameter L_c whose width does not change along the path nor with the path length. Even in our test situation, where 50% of the paths are longer than the average 3300 km length, the single L_c value of 400 km leads to results that are consistent with those of finite-frequency inversion, provided the path coverage is dense enough.

Indeed, with this dense coverage, every part of the model is mainly sampled through the central lobe of the sensitivity kernel. The corresponding data perturbation is thus large enough to be conveniently described by approximate kernels such as a boxcar or a gaussian

function. With the poor coverage (Fig. A.2b) however, the data perturbations due to the input anomaly are small, and obtained through the tiny sidelobes of the sensitivity kernel (Fig. A.1). Not surprisingly, only the use of the exact sensitivity kernels can correctly retrieve the anomaly (Fig. A.5). Note however that because of this weak sensitivity, any inaccuracy or noise in the data can prevent even the finite-frequency theory from retrieving the anomaly correctly.

In the the poor coverage case, slightly different images would be obtained with another choice for the frequency averaging of the kernels since the number of sidelobes depends on this width, but the qualitative conclusions would be the same. Conversely, the results for a dense coverage do not depend much on the frequency width, as the central lobe is not strongly affected by this parameter.

Besides a poor path coverage, other effects can impair the anomaly retrieval with ray theory. For example, for surface wave tomographies that include a wide variety of path lengths, and where a single L_c “influence zone” cannot mimic properly the variety of the 2D sensitivity zones, we expect more difficulties with ray theory. We have not tested the path bending effect that may be important especially for long paths (*Ritzwoller et al.*, 2002).

In conclusion, regional surface wave tomographies, which commonly meet the conditions of our experiments (i.e. good path coverage and short path lengths), can be safely conducted under the great circle ray theory assumption when combined with a proper inversion scheme. However, the case with which finite-frequency effects can be counterbalanced by using regularization parameters depends on the inversion technique. A regularization operator based on a priori physical assumptions, like in *Tarantola and Valette* (1982), is particularly well suited to the problem.

References

- Debayle, E., and M. Sambridge, Inversion of massive surface wave data sets : Model construction and resolution assessment, *J. Geophys. Res.*, *109*, B02316, 2004, doi : 10.1029/2003JB002652.
- Dziewonski, A., S. Bloch, and M. Landisman, A technique for the analysis of transient seismic signals, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *59*, 427–444, 1969.
- Montagner, J.P., Regional three-dimensional structures using long-period surface waves, *Ann. Geophys.*, *4*, 283–294, 1986.
- Montelli, R., G. Nolet, F. A. Dahlen, G. Masters, E. R. Engdahl, and S.-H. Hung, Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle, *Science*, *303*, 338–

343, 2004.

- Ritsema, J., H. van Heijst, and J. Woodhouse, Global transition zone tomography, *J. Geophys. Res.*, *109*, B02302, 2004, doi :10.1029/2003JB002610.
- Ritzwoller, M. H., N. M. Shapiro, M. P. Barmin, and A. L. Levshin, Global surface wave diffraction tomography, *J. Geophys. Res.*, *107(B12)*, 2335, 2002, doi :10.1029/2002JB001777.
- Sieminski, A., E. Debayle, and J.J. L ev eque, Seismic evidence for deep low-velocity anomalies in the transition zone beneath West Antarctica, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *216*, 645–661, 2003.
- Snieder, R., Scattering of surface waves, in *Scattering and Inverse Scattering in Pure and Applied Science*, edited by Pike. et al., Academic Press, San Diego, 2002.
- Spetzler, J., and R. Snieder, The Fresnel volume and transmitted waves, *Geophysics*, *69*, 653–663, 2004.
- Spetzler, J., J. Trampert, and R. Snieder, The effect of scattering in surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, *149*, 755–767, 2002.
- Tarantola, A., and B. Valette, Generalised nonlinear inverse problems solved using the least square criterion, *Rev. Geophys. Space Phys.*, *20*, 219–232, 1982.
- Trampert, J., and J. Woodhouse, Global phase velocity maps of Love and Rayleigh waves between 40 and 150 seconds, *Geophys. J. Int.*, *122*, 675–690, 1995.
- Yoshizawa, K., and B. Kennett, Determination of the influence zone for surface wave paths, *Geophys. J. Int.*, *149*, 441–454, 2002.