

Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques de l'Université Louis Pasteur Strasbourg I



Spécialité : Physique des Réacteurs par Benoit Geslot

Contribution au développement d'un système de mesure multimode pour des mesures neutroniques dynamiques et traitement des incertitudes associées

- Thèse soutenue publiquement le 14 novembre 2006
- Membres du Jury :

Directeur de Thèse : Co-directeur de Thèse : Rapporteur Interne : Rapporteur Externe : Rapporteur Externe : Examinateur :

- Pr. Benoît Gall, ULP Dr. Christian Jammes, CEA Pr. Jean-Claude Sens, ULP
 - Pr. Paul Reuss, INSTN
 - Dr. Abdallah Lyoussi, CEA
- M. Serge Marguet, EDF



Laboratoire d'accueil : CEA / DEN / DER / SPEX / LDCI

Remerciements

Je souhaite avant tout remercier Mme Chantal Mergui de m'avoir accueilli au sein du Service de Physique Expérimentale du CEA de Cadarache et m'avoir permis d'effectuer cette thèse dans les meilleures conditions.

Je remercie aussi M. Frédéric Berhouet, chef du Laboratoire de Dosimétrie et Contrôle Commande, ainsi que M. Philippe Fougeras, chef du Laboratoire de Physique Expérimentale, de m'avoir cordialement accueilli dans leurs laboratoires.

Je suis très reconnaissant à MM. Reuss, Sens, Lyoussi et Marguet d'avoir accepter de faire partie de mon jury, témoignant ainsi de l'intérêt qu'ils portent à mon travail de thèse.

Mes remerciements vont aussi tout naturellement à M. Benoît Gall, professeur à l'université Louis Pasteur, qui a dirigé ce travail de thèse depuis Strasbourg. Malgré la distance et un emploi du temps chargé, il a su être présent aux moments opportuns. Ce mémoire de thèse, notamment, doit beaucoup à sa relecture attentive.

Bien entendu, cette thèse n'aurait pu aboutir sans l'encadrement au jour le jour de M. Christian Jammes. Merci, Christian, pour ton soutien, tes conseils, ton expérience, mais aussi ta confiance et ton optimisme. Ce fut un plaisir de travailler avec toi, mais aussi de discuter musique, économie et politique... J'ai beaucoup appris, au cours de ces trois années, et tu n'y es pas pour rien.

Merci aussi à tous les agents du LPE et du LDCI, mes deux laboratoires d'accueil, pour l'ambiance de travail, détendue et studieuse. Merci à Patrick Blaise et Jean-Pascal Hudelot d'avoir accepté de me donner un peu de leur temps pour répondre à mes questions de néophite. Merci à Frédéric Mellier et à Georges Imel de m'avoir éclairé sur le fonctionnement des programmes expérimentaux. Merci à Nadyne, notre secrétaire émérite, pour son aide et sa bonne humeur. Merci à Christophe Destouches pour ses remarques et son soutien lors de la rédaction de ce mémoire. Merci aussi à Ludovic Oriol pour ses conseils avisés et nos discussions à batons rompus sur les sujets les plus divers.

Je n'oublie pas non plus Jacques Di Salvo, Christophe Doderlein et Marie-Claire Allet, du Laboratoire de Propulsion Nucléaire. Sans leur expertise et leur aide active, je me serais certainement perdu dans le dédale des codes de calcul déterministes.

Enfin, je remercie mes parents, mon frère et Anne, pour leur soutien inconditionnel et pour m'avoir supporté stoïquement durant ces mois de rédaction.

Résumé

L'estimation des paramètres intégraux des réacteurs est particulièrement délicate dans le cas des cœurs fortement sous-critiques. En effet, les méthodes neutroniques standard ont été qualifiées pour des niveaux de réactivité proches de zéro et nécessitent souvent une référence à un état critique. Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la recherche sur les ADS (Accelerated Driven Systems), systèmes pour lesquels le coefficient de multiplication serait plutôt de l'ordre de 0.95, et s'articule autour du développement du système X-MODE. Il s'agit d'un système de mesure polyvalent dédié à la réalisation des mesures de neutronique expérimentale. La première partie est consacrée à la qualification du système d'acquisition. Celui-ci est capable de traiter des signaux logiques, notamment en mode datation, ainsi que des signaux analogiques. La seconde partie de la thèse présente une étude statistique systèmatique des méthodes d'analyse des transitoires de puissance. En effet, il existe de nombreuses méthodes, dont certaines méconnues, pour analyser ces mesures standard en neutronique. On s'attache à estimer les caractéristiques des différents estimateurs de la réactivité, à comparer les méthodes entre elles, ainsi qu'à fournir des recommandations d'utilisation. Enfin, les résultats de l'étude précédente sont utilisés pour analyser et discuter les résultats des mesures dynamiques de la première phase du programme TRADE. Au cours de ce programme, trois configurations sous-critiques ont été étudiées en appliquant différentes méthodes. Il ressort que la mesure de source de neutrons pulsée constitue une mesure de la réactivité beaucoup plus précise que les transitoires de puissance.

Abstract

It is difficult to estimate integral reactor parameters, especially reactivity, in deeply subcritical cores. Indeed the standard neutronic methods have been designed for near critical reactivity levels and they often need a critical reference. This thesis takes part in the research on ADS (Accelerated Driven Systems), for which the multiplication coefficient would be about 0.95. The first part of the thesis deals with the development of the X-MODE system. It is a flexible measurement system dedicated to experiments in neutronics. X-MODE is capable of acquiring logical signals particularly in time-stamping mode as well as analogical signals. The second part of the thesis presents a statistical study of the methods used to analyse flux transients. Indeed a lot of methods exist to analyse flux transients and some are little known. Means to estimate caracteristics of reactivity estimators are provided, methods compared and recommandations made. Finally, the dynamic measurements of the TRADE program are analysed and discussed. During this program, three subcritical configurations were explored. It appears that pulsed neutron source experiments give reactivity estimations that are much more precise than those obtained from flux transients.

Table des Matières

Introduction	générale	1
--------------	----------	---

otations5

Chapitre 1

Elément	Eléments de neutronique	
1.1	Définition des grandeurs d'intérêt en neutronique	10
1.1.1	Sections efficaces	
1.1.2	Neutrons retardés et précurseurs	10
1.1.3	Coefficient de multiplication neutronique	11
1.1.4	Réactivité	11
1.1.5	Durée de vie et temps de génération	12
1.2	Obtention des équations de la cinétique ponctuelle	12
1.2.1	Approche heuristique	12
1.2.2	Calcul à partir de l'équation du transport	14
1.2.3	Résolution analytique des équations de la cinétique point	19
1.3	La mesure en neutronique expérimentale	24
1.3.1	L'efficacité de détection	24
1.3.2	Sources d'incertitude	25

Chapitre 2 Etat de l'art des méthodes d'analyse des transitoires de puissance... 29

2.1	Méthode du saut prompt	
2.1.1	Formulation de l'estimateur du saut prompt	
2.1.2	Variante des trois points	
2.1.3	Influence des effets spatiaux	
2.2	Méthode d'intégration du flux	
2.2.1	Formulation de l'estimateur IF	

2.2.2 2.2.3	Estimation des incertitudes Corrections de la méthode IF	.34 .35
2.3	Inversion des équations de la cinétique	.36
2.3.1 2.3.2	Formulation de l'équation inverse Méthode standard	.36
2.3.3 2.3.4	Ajustement de la source Méthode des trois groupes	.38 .38
2.4	Ajustement non linéaire du flux	.40
2.4.1 2.4.2	Description de l'algorithme des moindres carrés Méthode Carpenter	.41 .43
2.5	Conclusion	.44

Partie II	
Etude d'un système de mesure neutronic	ue45

Chapitre 3 Présentation du 1

Présenta	ation du projet X-MODE	
3.1	Cadre du développement du projet	
3.1.1 3.1.2	Définition générale d'un système de mesure Objectifs du projet X–MODE	
3.2	Caractéristiques du système d'acquisition	

Chapitre 4 Fonctionne

Fonctio	onnement du mode logique	55
4.1	Module de déclenchement	55
4.2	Utilisation du module datation	
4.2.1	Fonctionnement détaillé	
4.2.2	Mesure de source de neutrons pulsée	
4.2.3	Mesures de bruit neutronique	
4.2.4	Qualification et performances du mode datation	64
4.3	Utilisation du mode de comptage MCS	
4.3.1	Fonctionnement détaillé	
4.3.2	Qualification et performances du mode MCS	

Chapitro Fonctio	e 5 nnement du mode analogique	
5.1	Module échantillonnage	71
5.1.1 5.1.2 5.1.3	Fonctionnement détaillé Calibration et performances de l'échantillonnage Mesure de fluctuations	
5.2	Utilisation du mode PHA	
5.2.1 5.2.2 5.2.3	Fonctionnement détaillé Comparaison de trois algorithmes PHA Performances du mode PHA	

Chapitre 6 Optimisation des méthodes d'analyse des transitoires de puissance 97

6.1	Position du problème et définitions	98
6.1.1 6.1.2 6.1.3	Notations Principe de l'estimation Sources d'incertitudes et de biais	98 .100 .101
6.2	Méthodologie de l'étude	.102
6.2.1 6.2.2	Simulation Caractérisation des estimateurs	.102 .104
6.3	Etude paramétrique et caractérisation des méthodes	.106
6.3.1 6.3.2 6.3.3	Performances de la méthode du saut prompt (SP) Performances de la méthode d'intégration du flux (IF) Inversion des équations de la cinétique (IC)	.107 .108 .113
6.3.4	Ajustement non linéaire du flux (AF)	.127

Chapitre 7

Influence des paramètres des groupes de neutrons retardés137

7.1	Mesure des paramètres des groupes de neutrons retardés	138
7.1.1	Généralités	138
7.1.2	Modélisation de la source de neutrons retardés	140
7.1.3	Méthodologie de mesure	143
7.1.4	Comparaison de quelques jeux de paramètres pour l'uranium 235	144
7.2	Simulation des paramètres des neutrons retardés	146
7.2.1	Objectifs et méthodologie	146

7.2.2	Construction des données nucléaires des précurseurs	.147
7.2.3	Construction des jeux de paramètres de neutrons retardés	.150
7.3	Estimation de la réactivité avec les données nucléaires ajustées	.152
7.3.1	Influence du modèle d'ajustement	.153
7.3.2	Application à l'analyse de données expérimentales	.155
7.4	Conclusion	.162

Chapitre 8 Influence des effets spatiaux sur l'estimation de la réactivité......163

8.1	Position du problème1	64
8.1.1 8.1.2 8.1.3 8.1.4	Modélisation des effets spatiaux sur la réponse du détecteur	64 65 66 67
8.2	Modélisation du cœur TRADE SC01	67
8.2.1 8.2.2	Présentation du schéma de calcul	.67 .70
8.3	Analyse des transitoires simulés avec le code CRONOS21	.74
8.3.1 8.3.2 8.3.3	Estimation de la réactivité avec les méthodes standard1 Correction des effets spatiaux avec la méthode Carpenter1 Limites de la méthode Carpenter1	.74 .75 .77

Partie IV Mesures réalisées dans le cadre du programme TRADE...... 183

Chapitre 9 Cadre et objectifs du programme TRADE

Cadre e	t objectifs du programme TRADE	
9.1	Généralités sur les ADS	
9.1.1 9.1.2	Contexte de la recherche sur les ADS Principe des systèmes ADS	
9.1.3	Eléments de conception d'un réacteur ADS	
9.2	Objectifs du programme TRADE	194
9.2.1 9.2.2	Le programme MUSE-4 Le programme TRADE	

Chapitre 2 Analyse d	10 les mesures réalisées dans le cadre de TRADE	199
10.1	Principe expérimental de la campagne de mesures	200
10.1.1 10.1.2 10.1.3	Configurations du cœur TRIGA Détails de l'instrumentation Mesures neutroniques dynamiques	200 202 204
10.2	Analyse et comparaison des résultats des transitoires de puissance	205
10.2.1 10.2.2 10.2.3 10.2.4	Objectifs de l'analyse Méthodologie Présentation des résultats Discussion	205 205 208 213
Conclusio	on générale	217
Bibliogra	phie	223
Liste des	figures	223
Liste des	tableaux	233
Glossaire		237

App 243		
Annexes	Annexes	243

Annexe A

Calcul de la matrice de covariance des paramètres ajustés (méthode AF)		
A.1	Principaux résultats de la théorie des moindres carrés linéaires	245
A.2	Calcul de la matrice de covariance des paramètres ajustés	246
A.3	Sensibilités des paramètres estimés par rapport aux comptages	247

Annexe B Calcul de la variance de la réactivité en fonction du temps		
(méthoo	de IC)	249
B.1	Calcul par propagation des erreurs	249
B.1.1	Calcul de la dérivée de S _d	
B.1.2	Calcul de la dérivée de ρ	
B.1.3	Variance du vecteur réactivité	
B.2	Calcul direct de la variance	
B.3	Comparaison des approches	251

Annexe C

Influence des paramètres des neutrons retardés sur l'estimation de la réactivité		
C.1	Données nucléaires des précurseurs de neutrons retardés	s issues de JEFF 3.1 253
C.2	Résultats complets des modèles d'ajustement	

Annexe D

Démonstration de la formulation de la méthode Carpenter261

D.1	Cadre de la démonstration	261
D.2	Démonstration	262
D.2.1 D.2.2	Résolution des équations des précurseurs de neutrons retardés Calcul de <i>n</i> (<i>t</i>)	262 262
D.3	Application à la simulation de transitoires	263
D.3.1 D.3.2	Cas instantané Cas linéaire	263 265

Annexe E

Code source utilisé pour la simulation de transitoires avec CRONOS2	
	7

Annexe F

Principe et fonctionnement des chambres à fission277		
F.1	Généralités sur les chambres à ionisation	277
F.1.1	Principe	277
F.1.2	Recombinaison et migration des charges	
F.1.3	Plage de fonctionnement	
F.1.4	Temps de collection des charges	279

F.2	Chambres à fission	.280
F.2.1	Principe	.280
F.2.2	Schéma d'une chambre à fission	.280
F.2.3	Modes de fonctionnement	.281
F.2.4	Caractéristiques principales	.282
F.2.5	Quelques avantages et inconvénients des chambres à fissions	.284

Annexe G

Résultats complets de la campagne de mesures dynamiques du		
program	IIC I RADE	. 203
G.1	Configuration de référence (REF)	285
G.2	Configuration SC0	286
G.3	Configuration SC2	289
G.4	Configuration SC3	291

Introduction générale

Au sein de la recherche sur le traitement des déchets nucléaires à vie longue, l'étude des systèmes hybrides ou systèmes ADS (Accelerated Driven Systems) tient une place particulièrement importante. En effet, les ADS constituent une voie innovante en matière de transmutation des isotopes lourds, responsables de la majeure partie de la radiotoxicité à long terme produite par le parc des centrales actuelles.

Le principe des systèmes ADS a été proposé en 1993 par le prix Nobel Carlo Rubbia. Leur concept repose sur le couplage d'un massif sous-critique à une intense source externe de neutrons. Celle-ci est fournie par la réaction de spallation entre un faisceau de protons de haute énergie et une cible métallique. Le coefficient de multiplication du massif pourrait être de l'ordre de 0.95 à 0.97. Ainsi, le pilotage du flux neutronique repose sur l'accélérateur, tandis que la sous-criticité du massif fournit une large marge de sûreté permettant d'introduire dans le combustible une part importante d'isotopes à incinérer. En effet, ces derniers réduisant la fraction de neutrons retardés, ils limitent la marge de sûreté et rendent difficile le pilotage d'un réacteur conventionnel.

La réalisation de tels systèmes soulève de nombreux problèmes technologiques dans les domaines de la physique des accélérateurs, de la thermohydraulique ou de la physique des matériaux. De même, dans le domaine de la neutronique expérimentale, des problèmes de mesure spécifiques apparaissent.

L'objectif principal de la neutronique expérimentale est la mesure des grandeurs intégrales caractéristiques de l'état du cœur. La réactivité, bien sûr, mais aussi la fraction de neutrons retardés, le temps de génération ou le temps de décroissance moyen des précurseurs de neutrons retardés sont des grandeurs fondamentales pour la sûreté et la conduite des réacteurs. Il s'avère que les méthodes neutroniques standard pour la mesure de ces grandeurs sont des méthodes relatives nécessitant une référence pour un état critique du réacteur. Or, par conception, un système hybride n'est pas prévu pour disposer d'une référence critique. Par ailleurs, ces méthodes neutroniques, parmi lesquelles les mesures dynamiques et notamment les transitoires de puissance, sont qualifiées pour des niveaux de sous-criticité faibles. Elles s'avèrent donc parfois délicates à mettre en œuvre pour des cœurs fortement sous-critiques.

Afin d'étudier et de surmonter ces problèmes, le CEA participe, en partenariat avec l'union européenne, à la réalisation de programmes expérimentaux dédiés à l'étude de la faisabilité du couplage entre un accélérateur et un massif sous-critique, d'une part, et à l'exploration des méthodes de mesures neutroniques, d'autre part. C'est dans ce cadre que le programme MUSE s'est déroulé jusqu'en 2004 sur la maquette critique MASURCA du CEA de Cadarache. Ce programme a démontré la faisabilité du pilotage d'un massif sous-critique en spectre rapide grâce à un accélérateur de deutons.

Le programme TRADE, dont la première phase s'est déroulé au centre de l'ENEA (Italie), avait pour objectif de constituer la dernière étape avant la construction d'un démonstrateur du concept ADS. Malheureusement, des problèmes de financement ont mis un terme à ce programme. Les mesures réalisés lors de la première phase, sur lesquelles repose la partie expérimentale de ce travail de thèse, ont néanmoins permis de faire progresser la connaissance de plusieurs méthodes de mesure de la réactivité.

Au cours du programme MUSE, le nombre important de mesures à réaliser, ainsi que le regain d'intérêt pour certaines expériences d'usage peu courant, a mis à jour la nécessité de disposer d'un nouveau système de mesure, polyvalent et flexible, dédié aux mesures neutroniques. Un projet de développement a donc démarré, avec pour but de maîtriser le processus d'acquisition des signaux depuis le détecteur jusqu'à l'estimation de la grandeur physique d'intérêt. Ce projet a abouti en 2003 à la livraison d'un prototype de système d'acquisition, baptisé X-MODE.

Le principal objectif du système X-MODE est d'être adaptable à un grand nombre d'expériences neutroniques. Il dispose pour cela de deux cartes d'acquisition, chacune dédiée à un mode d'acquisition spécifique : logique ou analogique. Ces cartes peuvent fonctionner séparément ou de manière synchrone.

La carte logique réalise l'ensemble des fonctions nécessaires à l'acquisition de signaux au format TTL. En particulier, elle dispose du mode « datation », mode nécessaire à la réalisation des mesures de corrélation neutroniques. Ce mode d'acquisition est, de manière plus générale, extrèmement riche, puisque l'intégralité de l'information issu du détecteur est enregistrée au cours de la mesure.

La carte analogique permet d'acquérir des signaux pour le suivi du flux, notamment en mode « fluctuations » des chambres à fission. Elle permet aussi de mesurer le spectre de fission des chambres à fission (mode PHA).

Ce travail de thèse s'articule autour de la qualification et de l'application du système d'acquisition X-MODE aux mesures neutroniques dynamiques et, notamment, aux transitoires de puissance.

La première partie est consacrée à la présentation du cadre théorique nécessaire à l'application des mesures neutroniques. Partant du formalisme de la théorie du transport, qui permet d'obtenir les définitions des grandeurs neutroniques d'intérêt, on introduit au chapitre 1 le modèle du réacteur « point ». En effet, toutes les méthodes de mesure reposent sur ce modèle simplificateur. La démonstration s'attache à présenter l'enchaînement des hypothèses aboutissant au système des équations de la cinétique ponctuelle.

Cette mise au point théorique nous permet ensuite d'établir l'état de l'art des méthodes d'analyse des transitoires de puissance (chapitre 2). Il s'articule autour de quatre méthodes principales d'estimation de la réactivité, à savoir la méthode du saut prompt, la méthode d'intégration du flux, la méthode d'inversion des équations de la cinétique et la méthode d'ajustement du flux. Les estimateurs statistiques de ces méthodes sont démontrés et plusieurs variantes sont présentées et discutées.

La seconde partie traite de la qualification et de l'utilisation du système d'acquisition X-MODE. Après une présentation générale du système (chapitre 3), on s'intéresse aux deux cartes d'acquisition du système.

La carte logique, tout d'abord, est détaillée au chapitre 4. Le fonctionnement de chaque mode d'acquisition est présenté et illustré à l'aide des résultats de mesures réalisées dans le cadre du programme TRADE. On discute aussi les moyens de valider les caractéristiques du système ainsi que ses limites.

La carte analogique est présentée au chapitre 5. Son fonctionnement est basé sur le mode d'échantillonnage des signaux, dont on s'attache à décrire la validation et la calibration. Puis, on s'intéresse au mode d'analyse de l'amplitude des impulsions (mode PHA). Ce mode étant encore en développement, les performances de l'algorithme actuel sont comparées à celles d'algorithmes plus évolués (algorithme Jordanov). Le fonctionnement des algorithmes est testé sur des signaux simulés ainsi que sur des signaux mesurés.

La troisième partie de la thèse concerne une étude approfondie des méthodes d'analyse des transitoires de puissance. Au chapitre 6, les méthodes standard, introduites précédemment, font l'objet d'une analyse statistique systématique. En particulier, l'étude s'attache à proposer une méthodologie permettant de calculer les caractéristiques des estimateurs de la réactivité (incertitudes, biais, convergence, etc). L'objectif de l'étude est donc double : d'une part accéder à une meilleure connaissance du fonctionnement des méthodes (sensibilité aux paramètres d'entrée et aux sources d'incertitude) et, d'autre part, de proposer une méthodologie permettant d'utiliser ces méthodes de manière optimale.

L'étude précédente aboutit, entre autres, à la conclusion que les données nucléaires (i.e. les paramètres des groupes de neutrons retardés) jouent un rôle prépondérant dans l'estimation de la réactivité. Notamment, la prise en compte de leur incertitude sur l'estimation de la réactivité est délicate car il s'avère que l'on connaît peu les caractéristiques des données nucléaires (biais et incertitude). L'étude du chapitre 7 a donc pour objectif de mettre en évidence l'influence de ces paramètres sur l'estimation de la réactivité. Pour ce faire, on utilise les données des précurseurs de neutrons retardés issues de la bibliothèque JEFF-3.1 pour construire plusieurs jeux de paramètres des groupes de neutrons retardés. Ces jeux sont ensuite testés sur des transitoires simulés et expérimentaux.

Enfin, pour clore l'étude des méthodes d'analyse des transitoires de puissance, on s'intéresse aux limites du modèle du réacteur « point » (chapitre 8). En effet, on sait que lors d'une perturbation du réacteur, des effets énergétiques et spatiaux peuvent entacher l'estimation d'un biais lié à la position du détecteur dans le cœur. A l'aide du schéma de calcul basé sur les codes de calcul déterministes APPOLO2 et CRONOS2, on applique les méthodes d'estimation de la réactivité à des transitoires représentatifs d'une configuration étudiée lors du programme TRADE. Le biais sur l'estimation mis en évidence lors de cette étude est cohérent avec le biais observé expérimentalement. On s'intéresse aussi une méthode permettant de corriger les effets spatiaux et on détermine ses limites d'utilisation.

Fort d'une meilleure compréhension du fonctionnement des méthodes d'analyse des transitoires de puissance, on aborde, dans la dernière partie de la thèse, les mesures dynamiques réalisées dans le cadre de la première phase du programme TRADE. Le

chapitre 9 présente de manière synthétique le cadre de la recherche sur les systèmes ADS et les enjeux du programme TRADE.

Finalement, au chapitre 10, on présente les mesures neutroniques dynamiques réalisées lors de la campagne de mesures de novembre 2005. Lors de cette campagne, trois configurations sous-critiques ont été explorées. Parmi les mesures réalisées, trois types de transitoires ont été testés. La méthodologie d'analyse est présentée et les résultats des expériences sont comparées. L'analyse des mesures met clairement en évidence l'intérêt de disposer de plusieurs méthodes d'analyse des transitoires de puissance en fonction de l'expérience envisagée.

Notations

Notations relatives aux grandeurs neutroniques				
$\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right)$	Densité angulaire de flux neutronique			
$\phi(\vec{r}, E, t)$	Densité de flux neutronique			
N_{g}	Nombre de groupes de neutrons retardés			
F	Opérateur de production de neutrons par fission			
\mathbf{F}_p	Opérateur de production de neutrons prompts			
\mathbf{F}_{d}	Opérateur de production de neutrons retardés. \mathbf{F}_d se divise encore			
	en N_g operateurs \mathbf{F}_{dk} correspondant aux groupes de neutrons			
м	Opérateur de disparition des neutrons			
$S_d(\vec{r}, E, t)$	Source de neutrons retardés			
$C_{k}(\vec{r},E,t)$	Concentration des précurseurs du groupe k de neutrons retardés			
λ_k	Constante de décroissance du groupe k de neutrons retardés			
$S(\vec{r}, E, t)$	Source externe de neutrons indépendante du processus de fission			
$\chi_p(E)$	Spectre en énergie des neutrons prompts			
$\chi_{dk}(E)$	Spectre en énergie du groupe k de neutrons retardés			
$v_p(E)$	Nombre de neutrons prompts émis par fission			
$\nu_{dk}(E)$	Nombre de neutrons retardés émis par fission			
$\Sigma_f(\vec{r}, E, t)$	Section efficace de fission			
$\Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E, t)$ Section efficace de transfert				
$D(\vec{r}, E)$	Coefficient de diffusion des neutrons			
p(t)	Amplitude du flux neutronique			
$\psi(\vec{r}, E, t)$	Distribution spatiale et énergétique du flux neutronique			
$ ho_{s}$	Réactivité statique			
ho(t)	Réactivité dynamique			
$\beta(t)$	Fraction totale de neutrons retardés			
$eta_k(t)$	Fraction du groupe k de neutrons retardés			
$\Lambda(t)$	Temps de génération des neutrons			
$\Sigma_d(E,t)$	Section efficace du processus de détection			
$ au_d$	Temps de décroissance moyen des précurseurs :			
	$ au_{_d} = \sum_i rac{eta_i}{eta} \lambda_i$			
$k_{\scriptscriptstyle e\!f\!f}$	Coefficient de multiplication effectif			

Notations relatives aux transitoires de puissance		
n(t)	Taux de comptage en fonction du temps	
$ ho_{\scriptscriptstyle 0}$	Réactivité initiale	
$ ho_{ m l}$	Réactivité finale	
$ ho_{ m s}$	Réactivité exprimée en dollars	
t_0	Instant du début du transitoire (ou début de la perturbation)	
T_c	Durée de la perturbation	
t_1	Instant du début de la plage d'ajustement (pour les méthodes IC et AF).	
t_f	Instant de fin du transitoire	
Т	Durée du transitoire $T = t_f - t_0$	
T_P	Durée de la plage d'ajustement $T_P = t_f - t_1$	
δt	Largeur des canaux de mesure des comptages. δt correspond aussi au pas de	
	discrétisation temporelle des équations.	
n_0	Taux de comptage initial (avant la perturbation)	
n_{pj}	Taux de comptage à l'issue de la perturbation (par exemple, à la fin de la	
	chute de barre)	
	Taux de comptage final (à l'issue du transitoire). C'est le taux de comptage	
n_{∞}	asymptotique de $n(t)$.	

Partie I

Neutronique et transitoires de puissance

Sommaire		
Chapitre 1 Eléments	de neutronique	9
1.1	Définition des grandeurs d'intérêt en neutronique	10
1.2	Obtention des équations de la cinétique ponctuelle	12
1.3	La mesure en neutronique expérimentale	24
Chapitre 2 Etat de l'a	rt des méthodes d'analyse des transitoires de puissance	29
2.1	Méthode du saut prompt	
2.2	Méthode d'intégration du flux	
2.3	Inversion des équations de la cinétique	
2.4	Ajustement non linéaire du flux	40
2.5	Conclusion	44

Chapitre 1

Eléments de neutronique

La neutronique est l'étude du cheminement des neutrons dans la matière et des réactions survenant entre les neutrons et les noyaux du milieu qu'ils traversent. Si l'on s'intéresse à un milieu fissile, et en particulier au cœur d'un réacteur nucléaire, la neutronique est la science qui permet d'expliquer, de prévoir et de contrôler l'évolution de la population des neutrons au sein du milieu multiplicateur. De ce point de vue, la neutronique permet de faire le lien entre l'échelle microscopique, à laquelle se produisent les réactions nucléaires, et l'échelle macroscopique, celle du réacteur.

La conduite des réacteurs nucléaires est basée sur une gestion des neutrons. La criticité, c'est-à-dire le maintien de la réaction nucléaire en chaîne, est atteinte lorsque la production et la disparition des neutrons sont parfaitement équilibrées. Pour ce faire, la neutronique fournit des grandeurs macroscopiques permettant de décrire l'évolution global du système ainsi que ces caractéristiques intrinsèques.

Les grandeurs neutroniques d'intérêt pour la conduite des réacteurs nucléaires, comme la réactivité, sont des paramètres intégraux caractérisant l'état global du système. Or, la définition des grandeurs intégrales est conventionnelle. Généralement, ces grandeurs intégrales ne sont donc pas mesurables. Des hypothèses fortes sur l'état du réacteur sont nécessaires pour que la mesure permettent de les estimer. L'objet de ce chapitre est de fournir les éléments neutroniques nécessaires à l'obtention des définitions classiques des grandeurs intégrales.

Dans le même temps, on introduit le modèle du réacteur « point ». En effet, ce modèle est à la base de la neutronique expérimentale. Partant de l'équation du transport, on montre ici comment on obtient les équations de la cinétique espace-temps, puis les équations de la cinétique ponctuelle. On considère les hypothèses qui les soutendent ainsi que les approximations nécessaires à leur application à la mesure.

1.1 Définition des grandeurs d'intérêt en neutronique

1.1.1 Sections efficaces

Une grandeur physique fondamentale pour décrire le champ neutronique dans un réacteur est la probabilité d'interaction. La section efficace de réaction, homogène à une surface, est proportionnelle à cette probabilité. Considérons un flux de particules d'intensité *I* irradiant une cible comportant N_0 noyaux par cm². La section efficace de réaction σ est proportionnelle au nombre de réactions par unité de temps *R*.

$$\sigma = \frac{R}{N_0 \cdot I} \tag{1.1}$$

Si N est maintenant le nombre de noyau par cm³, on définit la section efficace macroscopique par la relation suivante :

$$\Sigma = N\sigma \tag{1.2}$$

Ainsi, en posant Σ_f la section efficace de fission et Σ_a la section efficace d'absorption, la probabilité qu'un neutron, interagissant avec un noyau, produise une fission est simplement donnée par le rapport :

$$\frac{\Sigma_f}{\Sigma_f + \Sigma_a}$$

Par la suite, on va s'intéresser à la population neutronique évoluant au sein d'un réacteur. On note n la densité volumique de cette population. Si la vitesse des neutrons vaut v, la définition du flux neutronique ϕ est la suivante :

$$\phi = v \cdot n \tag{1.3}$$

Le taux de réactions des neutrons avec les noyaux composant les matériaux du cœur s'exprime donc par :

$$R = \Sigma \phi \tag{1.4}$$

1.1.2 Neutrons retardés et précurseurs

La population neutronique se divise en deux groupes : les neutrons prompts et les neutrons retardés. Les premiers sont produits instantanément au moment de la fission alors que les seconds sont produits lors de la désexcitation d'un produit de fission instable, appelé précurseur de neutrons retardés. La fraction totale des neutrons retardés dans la population est notée β .

Pour simplifier la description du système physique, il est usuel de diviser les précurseurs de neutrons retardés en plusieurs familles. On note N_g le nombre de groupes de neutrons retardés. L'évolution des concentrations C_k des groupes de précurseurs est liée à leur constante de décroissance λ_k et à leur fraction β_k . Les fractions de neutrons retardés sont bien sûr liées à la fraction totale par la relation suivante :

$$\sum_{k=1}^{N_g} \beta_k = \beta \tag{1.5}$$

Plutôt que les fractions β_k , on utilise aussi couramment les abondances relatives α_k des groupes de neutrons retardés. Celles-ci sont donc normalisées à 1.

$$\alpha_k = \frac{\beta_k}{\beta}$$

1.1.3 Coefficient de multiplication neutronique

Le coefficient de multiplication k est utile pour décrire la réaction en chaîne qui a lieu dans un réacteur nucléaire est. Très simplement, celui-ci peut être considéré comme le rapport du nombre de neutrons d'une génération à celui de la génération précédente. Le coefficient de multiplication associé à un milieu fissile de dimensions infinies est noté k_{∞} . Le coefficient mesuré dans un réacteur réel est qualifié d'« effectif » et il est noté k_{eff} .

Ainsi, si l'on condidère un milieu contenant initialement n_0 neutrons, le nombre de neutrons dans le milieu prendra successivement les valeurs suivantes : $n_0 k_{eff}$, puis $n_0 k_{eff}^2$, pu

Considérons maintenant un état stationnaire pour lequel $k_{eff} < 1$. Il n'est possible d'atteindre un tel état que si une source de neutrons fournit en permancence n_0 neutrons dans le milieu. Puisque l'état est stationnaire, toutes les générations de neutrons sont présentent à tout instant dans le milieu. La population neutronique est reliée alors au coefficient de multiplication comme suit :

$$n = n_0 \sum_{i=0}^{\infty} k_{eff}^i = \frac{n_0}{1 - k_{eff}}$$

L'amplification du nombre de neutrons due à la fission vaut donc :

$$\frac{n - n_0}{n_0} = \frac{k_{eff}}{1 - k_{eff}}$$
(1.6)

1.1.4 Réactivité

On préfère décrire cette amplification grâce à un paramètre ρ , appelé réactivité. Elle est reliée au coefficient de multiplication par l'expression suivante :

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \tag{1.7}$$

Tout comme le coefficient de multiplication, la réactivité est une grandeur sans dimension. Elle s'exprime en pcm (parties pour cent mille) ou en dollar. Le dollar permet d'exprimer la réactivité en nombre de fractions de neutrons retardés : 1 correspond à β pcm.

La fraction de neutrons retardés est une échelle de réactivité pertinente car le rapport ρ/β apparaît naturellement dans les équations de la cinétique. Comme on le vera, on distingue ainsi deux régimes cinétiques. Tant que la réactivité est inférieure à 1 \$, le comportement cinétique du réacteur est dominé par les neutrons retardés. Dans ce cas, l'évolution du flux

est lente et maîtrisable. Au contraire, si la réactivité est supérieure au dollar, l'évolution cinétique est dominée par les neutrons prompts et le flux s'accroît extrêmemement rapidement.

1.1.5 Durée de vie et temps de génération

Avant de s'intéresser aux équations régissant le comportement cinétique de la population des neutrons dans un réacteur, il reste à introduire un dernier paramètre neutronique : le temps de génération.

Si *l* est la durée de vie moyenne d'un neutron dans le cœur, la durée moyenne effective τ entre la production et l'absorption d'un neutron doit tenir compte de la durée moyenne de décroissance des précurseurs de neutrons retardés τ_d :

$$\tau = (1 - \beta)l + \tau_d \tag{1.8}$$

Notons que la durée moyenne de décroissance des précurseurs de neutrons retardés s'exprime en fonction des paramètres λ_k et β_k :

$$\tau_d = \sum_{k=1}^{N_g} \frac{\beta_k}{\beta \lambda_k} \tag{1.9}$$

Le temps de génération est défini en fonction de la durée de vie moyenne *l* par la formule suivante :

$$\Lambda = \frac{l}{k_{eff}} = l(1 - \rho) \tag{1.10}$$

1.2 Obtention des équations de la cinétique ponctuelle

1.2.1 Approche heuristique

Les grandeurs neutroniques introduites précédemment nous permettent maintenant de réaliser un bilan approximatif de la population neutronique d'un milieu multiplicateur pour aboutir à une formulation « intuitive » des équations de la cinétique ponctuelle.

L'évolution dn de la population neutronique au cours d'un intervalle de temps dt résulte de la différence entre le nombre de neutrons produits par fission et le nombre de neutrons absorbés. Puisque le temps de vie moyen des neutrons vaut l, le nombre de neutrons absorbés pendant dt vaut :

$$dn_a = \frac{n}{l}dt$$

Par ailleurs, le décompte des neutrons produits pendant un temps dt doit tenir compte des neutrons prompts produits instantanément (dn_p) , d'une part, et des neutrons retardés résultant de la décroissance des précurseurs (dn_d) , d'autre part. Il faut éventuellement ajouter les neutrons produits par une source externe S supposée indépendante du processus de fission (dn_s) .

$$dn_{p} = k_{eff} (1 - \beta) \frac{n}{l} dt$$
$$dn_{d} = \sum_{k=1}^{N_{g}} \lambda_{k} C_{k} dt$$
$$dn_{s} = S dt$$

On a donc :

$$dn = dn_p + dn_d + dn_s - dn_a$$

Finalement, on aboutit à l'équation suivante :

$$\frac{dn}{dt} = k_{eff} \left(1 - \beta\right) \frac{n}{l} + \sum_{k=1}^{N_g} \lambda_k C_k + S - \frac{n}{l}$$
(1.11)

Pour compléter la description du système, il est nécessaire de connaître l'évolution des concentrations des précurseurs de neutrons retardés. Un simple bilan fournit :

$$\frac{dC_k}{dt} = \frac{k_{eff}\beta_k}{l}n - \lambda_k C_k \tag{1.12}$$

Finalement, en exprimant les équations précédentes en fonction de ρ et Λ plutôt que k_{eff} et l, on aboutit à la forme classique du système des équations de la cinétique ponctuelle.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n + \sum_{k=1}^{N_g} \lambda_k C_k + S \tag{1.13}$$

$$\frac{dC_k}{dt} = \frac{\beta_k}{\Lambda} n - \lambda_k C_k \tag{1.14}$$

Les équations précédentes dépendent donc de trois paramètres neutroniques : la réactivité, la fraction de neutrons retardés et le temps de génération. Comme on va le voir, seuls deux paramètres sont en fait réellement nécessaires à la description du système.

L'équation 1.13 montre que l'évolution de la population neutronique *n* présente deux temps caractéristiques. Le premier, très court, correspond à l'évolution des neutrons prompts. Dans le cas d'un réacteur à spectre thermique, le temps de génération vaut typiquement $80 \ \mu s$ et la fraction de neutrons retardés vaut environ 700 pcm.

On définit la constante de décroissance prompte, notée α_p , comme suit :

$$\alpha_p = \frac{\rho - \beta}{\Lambda}$$

Avec les valeurs précédentes et dans le cas d'une réactivité de -1 \$, α_p est environ égale à 175 s⁻¹, soit un temps caractéristique de 5.7 ms.

Le second temps caractéristique correspond à la durée moyenne de décroissance des neutrons prompts. Avec les valeurs standards pour un spectre thermique [1], τ_d vaut 13.03 s.

La réponse à un échelon de réactivité présente donc deux phases caractéristiques. La première est appelée « saut prompt » et dure quelques dizaines de millisecondes. Elle correspond à la mise à l'équilibre rapide des neutrons prompts. La seconde correspond à la lente mise à l'équilibre des neutrons retardés et dure plusieurs minutes. Suivant l'expérience

neutronique envisagée, l'une ou l'autre de ces deux phases est mesurée pour remonter aux paramètres cinétiques.

1.2.2 Calcul à partir de l'équation du transport

L'équation du transport, ou équation de Boltzman, est obtenue à partir d'un bilan neutronique élémentaire. L'espace des phases est un espace à 7 dimensions dans lequel la quantité d'intérêt est la densité angulaire $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$. Le lecteur trouvera la démonstration de ce bilan neutronique dans plusieurs livres de référence [2-4].

Pour écrire l'équation du transport sous une forme synthétique, on définit plusieurs opérateurs agissant sur le flux neutronique. Tout d'abord, on note **M** l'opérateur de disparition des neutrons. Par ailleurs, on décompose l'opérateur **F** de production des neutrons en deux opérateurs décrivant la production des neutrons prompts et des neutrons retardés. L'opérateur de production de neutrons retardés \mathbf{F}_d se divise encore en N_g opérateurs correspondant aux groupes de neutrons retardés. On a donc l'équation suivante :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_d = \mathbf{F}_p + \sum_{k=1}^{N_g} \mathbf{F}_{dk}$$
(1.15)

Pour plus de généralité, on considére une source externe *s* indépendante du processus de fission. L'équation du transport s'écrit :

$$\frac{1}{\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) = \left(\mathbf{F} - \mathbf{F}_{d} - \mathbf{M}\right)\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) + s_{d}\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) + s\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) \quad (1.16)$$

Les notations utilisées ici sont précisées en page 5. Avec ces notations, les opérateurs agissant sur le flux se définissent comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{p}\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) &= \chi_{p}\left(E\right)\int_{0}^{\infty} v_{p}\left(E'\right)\Sigma_{f}\left(\vec{r},E',t\right)\frac{1}{4\pi}\int_{0}^{4\pi}\Phi\left(\vec{r},E',t,\vec{\Omega}\right)d\vec{\Omega}dE' \\ \mathbf{F}_{dk}\cdot\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) &= \chi_{dk}\left(E\right)\int_{0}^{\infty} v_{dk}\left(E'\right)\Sigma_{f}\left(\vec{r},E',t\right)\frac{1}{4\pi}\int_{0}^{4\pi}\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E',t\right)d\vec{\Omega}dE' \\ \mathbf{M}\cdot\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) &= \vec{\Omega}\cdot\vec{\nabla}\Phi + \Sigma_{t}\Phi - \int_{0}^{\infty}\Sigma_{s}\left(\vec{r},\vec{\Omega}'\rightarrow\vec{\Omega},E'\rightarrow E,t\right)\Phi\left(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t\right)dE' \\ s_{d}\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) &= \sum_{k=1}^{N_{g}}\lambda_{k}c_{k}\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) \end{aligned}$$

La description du système est complétée par N_g équations décrivant l'évolution des concentrations des groupes de précurseurs de neutrons retardés :

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} = -\lambda_k c_k \left(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t \right) + \mathbf{F}_{dk} \Phi \left(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t \right)$$
(1.17)

1.2.2.1 Factorisation du flux

Afin d'obtenir les équations de la cinétique, qui sont des équations intégrées sur l'ensemble de l'espace des phases, la première opération à réaliser est une intégration sur la variable angulaire. On pose pour cela :

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \int_{0}^{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\vec{\Omega}$$
(1.18)

Afin de ne pas alourdir la démonstration, on garde les mêmes notations que précédemment pour la source de neutrons retardés et la source externe. On obtient l'équation suivante, dite équation de continuité :

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\phi}{\partial t}(\vec{r},E,t) = (\mathbf{F} - \mathbf{F}_d - \mathbf{M})\phi(\vec{r},E,t) + s_d(\vec{r},E,t) + s(\vec{r},E,t)$$
(1.19)

L'obtention des équations de la cinétique ponctuelle nécessite ensuite de factoriser le flux neutronique ϕ sous la forme d'un terme d'amplitude et d'un terme de distribution spatiale et énergétique. Moyennant quelques hypothèses supplémentaires, l'objectif est de traiter indépendamment le terme d'amplitude et la distribution spatiale et énergétique du flux.

$$\phi(\vec{r}, E, t) = p(t)\psi(\vec{r}, E, t)$$
(1.20)

En introduisant cette décomposition dans l'équation 1.16, puis en multipliant par une fonction de pondération $w(\vec{r}, E)$ et en intégrant sur les variables \vec{r} et E, on trouve :

$$\left\langle w, v^{-1}\psi \right\rangle \frac{dn}{dt} + \left\langle w, v^{-1}\frac{d\psi}{dt} \right\rangle n = \left\langle w, \left(\mathbf{F} - \mathbf{F}_d - \mathbf{M}\right)\psi \right\rangle n + \left\langle w, S_d \right\rangle + \left\langle w, S \right\rangle$$
(1.21)

Par ailleurs, il est utile d'introduire la source externe réduite S(t), la source de neutrons retardés réduite $S_d(t)$ ainsi qu'une fonction $\xi_{\psi}(t)$:

$$S(t) = \frac{\langle w, s \rangle}{\langle w, v^{-1} \psi \rangle}$$

$$S_{d}(t) = \frac{\langle w, s_{d} \rangle}{\langle w, v^{-1} \psi \rangle} = \sum_{k=1}^{N_{g}} \lambda_{k} \frac{\langle w, \chi_{dk} c_{k} \rangle}{\langle w, v^{-1} \psi \rangle} = \sum_{k=1}^{N_{g}} \lambda_{k} C_{k}(t)$$

$$\xi_{\psi}(t) = \frac{\langle w, v^{-1} \frac{d\psi}{dt} \rangle}{\langle w, v^{-1} \psi \rangle}$$

L'équation 1.21 s'écrit maintenant plus simplement :

$$\frac{dp}{dt} = \left[\frac{\left\langle w, \left(\mathbf{F} - \mathbf{F}_{d} - \mathbf{M}\right)\psi\right\rangle}{\left\langle w, v^{-1}\psi\right\rangle} - \xi_{\psi}\left(t\right)\right]p\left(t\right) + S_{d}\left(t\right) + S\left(t\right)$$
(1.22)

Finalement, on obtient finalement l'équation suivante :

$$\frac{dp}{dt} = \left\lfloor \frac{\rho}{\Lambda} (t) - \frac{\beta}{\Lambda} (t) - \xi_{\psi} (t) \right\rfloor p(t) + S_d(t) + S(t)$$
(1.23)

Dans cette équation, deux paramètres neutroniques apparaissent naturellement :

$$\frac{\rho}{\Lambda}(t) = \frac{\left\langle w, (\mathbf{F} - \mathbf{M})\psi \right\rangle}{\left\langle w, v^{-1}\psi \right\rangle}$$
(1.24)

$$\frac{\beta}{\Lambda}(t) = \sum_{k=1}^{N_g} \frac{\beta_k}{\Lambda}(t) = \sum_{k=1}^{N_g} \frac{\langle w, \mathbf{F}_{dk} \psi \rangle}{\langle w, v^{-1} \psi \rangle}$$
(1.25)

En appliquant les même étapes que précédemment aux équations 1.17, on obtient les équations suivantes :

$$\frac{\partial C_{k}}{\partial t} = \frac{\beta_{k}}{\Lambda}(t) p(t) - \left(\lambda_{k} + \xi_{\psi}(t)\right) C_{k}(t)$$
(1.26)

1.2.2.2 Choix de la contrainte de normalisation

Jusqu'à présent, aucune approximation n'a réduit la généralité de l'équation du transport. Au contraire, l'introduction d'une fonction arbitraire w a entraîné l'apparition d'une inconnue supplémentaire. Afin de rendre la décomposition du flux ϕ unique, il faut donc introduire une contrainte de normalisation supplémentaire (équation 1.27). On voit que, de cette manière, la fonction $\xi_{\psi}(t)$ s'annule.

$$\left\langle w, v^{-1}\psi\right\rangle = K \tag{1.27}$$

1.2.2.3 Equations de la cinétique espace-temps

Les développements précédents nous permettent maintenant d'écrire les équations générales de la cinétique espace-temps. Dans ce cadre, le système d'équations décrivant l'évolution de l'amplitude du flux est complété par une équation donnant l'évolution de la distribution énergétique et spatiale que l'on obtient simplement en introduisant la décomposition du flux dans l'équation de continuité.

$$\frac{dp}{dt} = \left[\frac{\rho}{\Lambda}(t) - \frac{\beta}{\Lambda}(t)\right] p(t) + \sum_{k=1}^{N_g} \lambda_k C_k(t) + S(t)$$
(1.28)

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = \frac{\beta_k}{\Lambda} (t) p(t) - \lambda_k C_k(t)$$
(1.29)

$$\frac{1}{v} \left(\frac{1}{p(t)} \frac{dp}{dt} \psi(\vec{r}, E, t) + \frac{d\psi}{dt}(\vec{r}, E, t) \right) = (\mathbf{F}_{p} - \mathbf{M}) \psi(\vec{r}, E, t) + \frac{1}{p(t)} S_{d}(\vec{r}, E, t) + \frac{1}{p(t)} S(\vec{r}, E, t)$$
(1.30)

En plus des deux paramètres neutroniques nécessaires à la description des équations cinétiques (équations 1.24 et 1.25), il est usuel d'en faire apparaître un troisième, le temps de génération, en utilisant une fonction scalaire arbitraire F(t). Le choix de cette fonction apparaîtra naturellement au paragraphe suivant.

$$F(t) = \langle w, \mathbf{F}\psi \rangle \tag{1.31}$$

Le temps de génération est donc défini comme suit :

$$\Lambda(t) = \frac{\langle w, v^{-1}\psi \rangle}{F(t)}$$
(1.32)

Les définitions de la réactivité et de la fraction de neutrons retardés s'en déduisent très simplement :

$$\rho(t) = \frac{\langle w, (\mathbf{F} - \mathbf{M})\psi \rangle}{F(t)}$$
(1.33)

$$\beta(t) = \frac{\langle w, \mathbf{F}_d \psi \rangle}{F(t)} \tag{1.34}$$

Les trois paramètres cinétiques $\rho(t)$, $\beta(t)$ et $\Lambda(t)$ sont fondamentaux pour la connaissance du comportement cinétique d'un réacteur. Notons que, du fait de l'introduction arbitraire du temps de génération, les trois paramètres ne sont pas indépendants les uns des autres.

Ceci implique qu'il est impossible d'utiliser les équations de cinétique pour les mesurer séparément : seuls leurs rapports sont accessibles à l'expérience.

Par ailleurs, il apparaît que la définition des grandeurs intégrales est dépendante de la fonction de pondération choisie. Comme on va le voir, le choix de cette fonction dépend de l'état initial du réacteur.

1.2.2.4 Equations de la cinétique ponctuelle

Les équations de la cinétique espace-temps sont couplées. Pour éliminer ce couplage et pouvoir traiter uniquement le terme d'amplitude, il est nécessaire de supposer que le terme de distribution spatiale est constant.

$$\psi(\vec{r}, E, t) = \psi_0(\vec{r}, E) \tag{1.35}$$

De cette manière, l'équation 1.30 est redondante et peut être éliminée du système. Celui-ci se résume alors à N_g + 1 équations couplées. Ce sont les équations de la cinétique ponctuelle.

Bien que le terme de distribution spatiale soit maintenant indépendant du temps, notons que les paramètres neutroniques sont, eux, toujours dépendants du temps puisqu'ils sont fonctions des opérateurs F et M.

1.2.2.5 Définitions des grandeurs neutroniques intégrales

Trois grandeurs neutroniques intégrales apparaissent dans les équations de la cinétique point : la réactivité, la fraction totale de neutrons retardés et le temps de génération. Comme on l'a vu, leur définition est purement conventionnelle car elle dépend d'une fonction de pondération arbitraire w. Le choix de cette fonction de pondération dépend de l'état initial du réacteur (critique ou sous-critique) mais aussi d'un souci de cohérence de la définition de la réactivité avec celle adoptée pour la réactivité statique.

Réacteur initialement critique

Pour un réacteur initialement critique, la réactivité statique peut être définie à partir de l'équation du transport à laquelle on applique la théorie des perturbations [4]. Avec le formalisme précédent, en notant ϕ_0 le flux neutronique de l'état initial, on montre que la

réactivité statique de l'état initial s'exprime :

$$\rho_{s0} = \frac{\left\langle \phi_0^*, (\mathbf{F} - \mathbf{M}) \phi_0 \right\rangle}{\left\langle \phi_0^*, \mathbf{F} \phi_0 \right\rangle}$$
(1.36)

Par analogie, la réactivité dynamique s'exprime donc :

$$\rho(t) = \frac{\left\langle \phi_0^*, (\mathbf{F} - \mathbf{M}) \phi \right\rangle}{\left\langle \phi_0^*, \mathbf{F} \phi \right\rangle}$$
(1.37)

Pour être cohérent avec la définition de la réactivité dynamique, qui découle elle-même de celle de la réactivité statique, il faut donc prendre comme fonction de poids le flux adjoint initial. On obtient l'expression suivante :

$$\rho(t) = \frac{\left\langle \phi_0^*, (\mathbf{F} - \mathbf{M}) \psi_0 \right\rangle}{\left\langle \phi_0^*, \mathbf{F} \psi_0 \right\rangle}$$
(1.38)

On montre par ailleurs que cette fonction de poids permet de minimiser l'erreur introduite par l'approximation sur la distribution du flux ψ [4].

Réacteur initialement sous-critique

Dans le cas où le réacteur est initialement sous-critique, le problème est plus complexe. Le système est stable grâce à la présence d'une source externe $S(\vec{r}, E, t)$ inconnue et arbitraire. Le flux initial n'est alors pas défini de manière unique puisque la solution de l'équation du transport dépend de la source externe.

$$\left(\mathbf{M}_{0} - \mathbf{F}_{0}\right)\phi_{0} = S_{0}\left(\vec{r}, E\right)$$
(1.39)

Pour résoudre ce problème, on utilise le modèle du « réacteur critique associé » dont le flux neutronique est la solution du problème homogène associé (i.e. les opérateurs **F** et **M** sont les mêmes).

$$\left(\mathbf{M}_{0}-\lambda_{0}\mathbf{F}_{0}\right)\boldsymbol{\phi}_{\lambda0}=0\tag{1.40}$$

La solution du problème homogène associé $\phi_{\lambda 0}$ n'est pas égal à ϕ_0 . De plus, seul ϕ_0 a un sens physique. En revanche, la définition de $\phi_{\lambda 0}$ est unique, de même que celle de son adjoint. C'est donc cette fonction que l'on utilise comme fonction de poids dans le cas d'un réacteur initialement sous-critique. Ceci mène à la définition suivante de la réactivité.

$$\rho(t) = \frac{\left\langle \phi_{\lambda 0}^{*}, (\mathbf{F} - \mathbf{M})\psi_{0} \right\rangle}{\left\langle \phi_{\lambda 0}^{*}, \mathbf{F}\psi_{0} \right\rangle}$$
(1.41)

1.2.2.6 Modèle du réacteur « point »

En plus de l'hypothèse selon laquelle la distribution du flux est indépendante du temps, le modèle du réacteur ponctuel ou réacteur « point » introduit deux hypothèses supplémentaires :

- la fonction F(t) est prise à sa valeur initiale F_0 ,
- l'opérateur \mathbf{F}_d est égal à sa valeur initiale \mathbf{F}_{d0} .

Ces hypothèses ont pour conséquence principale de rendre indépendants du temps les paramètres β et Λ . En effet, en reprenant les définitions de ces paramètres (dans le cas où le réacteur est initialement critique), on trouve :

$$\Lambda = \frac{\left\langle \phi_0^*, v^{-1} \psi_0 \right\rangle}{F_0} \tag{1.42}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\left\langle \boldsymbol{\phi}_{0}^{*}, \mathbf{F}_{d0} \boldsymbol{\psi}_{0} \right\rangle}{F_{0}} \tag{1.43}$$

On obtient finalement les équations de la cinétique ponctuelle simplifiées dans le cadre du modèle du réacteur « point ». Par la suite, et sauf indication contraire, dans un souci de simplicité, l'expression « équations de la cinétique » désignera ce système d'équations simplifiées dans lesquelles seules la réactivité et la source sont des fonctions du temps.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} p(t) + \sum_{k=1}^{N_g} \lambda_k C_k(t) + S(t)$$
(1.44)

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = \frac{\beta_k}{\Lambda} p(t) - \lambda_k C_k(t)$$
(1.45)

1.2.3 Résolution analytique des équations de la cinétique point

Bien que nettement plus simple que l'équation du transport, le système des équations de la cinétique ponctuelle n'en reste pas moins difficile à résoudre analytiquement dans un cas général. Seul le cas d'un échelon de réactivité (ou de source) se prête bien à une résolution analytique. Cependant, des formes approchées du flux peuvent être trouvées dans le cas d'une rampe de réactivité [4].

1.2.3.1 Expression analytique de la source de neutrons retardés

Pour obtenir une expression analytique de la source de neutrons retardés, il faut considérer que les paramètres neutroniques ρ , Λ et β sont constants dans le temps. Dans ce cas, on peut résoudre analytiquement les équations 1.29 par la méthode dite de « variation de la constante ». La résolution de l'équation homogène donne :

$$C_k(t) = A_k e^{-\lambda_k}$$

En considérant maintenant A_k comme une fonction du temps, en réinjectant la solution homogène dans 1.29, on trouve une solution particulière de l'équation vérifiant :

$$\frac{dA_k}{dt}e^{-\lambda_k t} = \frac{\beta_k}{\Lambda}p(t)$$

On obtient pour A_k l'expression suivante :

$$A_{k}(t) = \frac{\beta_{k}}{\Lambda} \int_{0}^{t} p(t) e^{-\lambda_{k}t} dt$$

La concentration des précurseurs du groupe k s'écrit donc :

$$C_{k}(t) = C_{k}(0)e^{-\lambda_{k}t} + \frac{\beta_{k}}{\Lambda}\int_{0}^{t}p(t)e^{-\lambda_{k}t}dt \qquad (1.46)$$

Si l'état initial est stable, les dérivées de l'amplitude du flux et des concentrations des précurseurs sont nulles. Cela donne la condition initiale suivante :

$$C_k(0) = \frac{p(0)\beta_k}{\lambda_k \Lambda}$$

Finalement, la source de neutrons retardés s'exprime :

$$S_{d}(t) = \sum_{k=1}^{N_{g}} \frac{p(0)\beta_{k}}{\Lambda} e^{-\lambda_{k}t} + \frac{\lambda_{k}\beta_{k}}{\Lambda} \int_{0}^{t} p(t')e^{-\lambda_{k}(t-t')}dt'$$
(1.47)

En substituant l'expression de la source de neutrons retardés dans l'équation 1.28, on obtient la forme intégro-différentielle des équations de la cinétique point.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} p(t) + \sum_{k=1}^{N_g} \frac{p(0)\beta_k}{\Lambda} e^{-\lambda_k t} + \frac{\lambda_k \beta_k}{\Lambda} \int_0^t p(t') e^{-\lambda_k (t-t')} dt' + S(t)$$
(1.48)

1.2.3.2 Résolution analytique dans le cas d'une variation indicielle de la réactivité

La manière la plus simple de résoudre analytiquement les équations de la cinétique est d'utiliser la transformée de Laplace [5]. Rappelons que la transformée de Laplace $\hat{x}(s)$ d'une fonction x(t) s'écrit :

$$\hat{x}(s) = \int_{0}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

On considère ici le cas d'un échelon de réactivité et de source externe. La forme de ces deux fonctions est donc celle d'une fonction de Heaviside H(t):

$$\rho(t) = \rho \cdot \mathbf{H}(t)$$
$$S(t) = S \cdot \mathbf{H}(t)$$

En appliquant la transformée de Laplace (opérateur TL) à l'équation 1.28, on obtient l'équation suivante :

$$s \cdot \hat{p}(s) - p(0) = \frac{1}{\Lambda} TL[\rho(t)p(t)] - \frac{\beta}{\Lambda} \hat{p}(s) + \hat{S}_{d}(s) + \hat{S}(s)$$
(1.49)

Remarquons tout d'abord que :

$$TL[\rho(t)p(t)] = \rho \cdot \hat{p}(s)$$

Puis, en appliquant la même méthode aux équations 1.29, on peut exprimer la transformée de Laplace de la source de neutrons retardés :

$$\hat{S}_{d}\left(s\right) = \sum_{k=1}^{N_{g}} \frac{\beta_{k}}{\Lambda} \frac{p\left(0\right) + \lambda_{k} \hat{p}\left(s\right)}{s + \lambda_{k}} = \sum_{k=1}^{N_{g}} \frac{\beta_{k}}{\Lambda} \frac{\lambda_{k} \hat{p}\left(s\right)}{s + \lambda_{k}} + \frac{\hat{g}_{d}\left(s\right)}{\Lambda}$$
(1.50)

Finalement, en remplaçant la valeur de \hat{S}_d , on obtient :

$$\hat{p}(s) = \left(\Lambda p(0) + \hat{g}_d(s) + \frac{\Lambda S}{s}\right) \hat{G}_\rho(s)$$
(1.51)

Dans cette précédente, \hat{G}_{ρ} est définie par :

$$\hat{G}_{\rho} = \frac{1}{\nu \left(\Lambda + \sum_{k=1}^{N_g} \frac{\beta_k}{s + \lambda_k}\right) - \rho}$$
(1.52)

L'équation 1.51 fait apparaître la contribution de trois termes que l'on va résoudre séparément. Le premier terme correspond aux neutrons prompts, le second correspond aux neutrons retardés et le dernier correspond à la source externe :

$$\hat{p}(s) = \hat{p}_{p}(s) + \hat{p}_{d}(s) + \hat{p}_{s}(s)$$
 (1.53)

Contribution des neutrons prompts

Le dénominateur de la fraction rationnelle \hat{G}_{ρ} est d'ordre N_g + 1. Sa décomposition en éléments simples s'écrit donc de la manière suivante :

$$\hat{G}_{\rho} = \sum_{k=0}^{N_g} \frac{R_k}{s - a_k}$$
(1.54)

où $(a_k)_{k=0.N_g}$ est la liste des pôles de cette fonction. Ceux-ci correspondent aux zéros de l'équation de Nordheim ou « inhour equation » [3] :

$$s\left(\Lambda + \sum_{k=1}^{N_s} \frac{\beta_k}{s + \lambda_k}\right) - \rho = 0 \tag{1.55}$$

Un simple calcul algébrique fournit l'expression des résidus en fonction des paramètres des groupes de neutrons retardés et des pôles a_k .

$$R_{k} = \frac{1}{\Lambda + \sum_{k=1}^{N_{g}} \frac{\lambda_{k} \beta_{k}}{\left(a_{k} + \lambda_{k}\right)^{2}}}$$
(1.56)

Contribution des neutrons retardés

Pour obtenir cette contribution, on procède comme précédemment en décomposant la fraction rationnelle en éléments simples. Les pôles de \hat{g}_d étant différents des pôles de \hat{G}_{ρ} , la décomposition est la suivante :

$$\hat{p}_{d}(s) = \sum_{k=0}^{N_{g}} \frac{R_{d,k}}{s - a_{k}}$$
(1.57)

On montre que les résidus valent :

$$R_{dk} = \frac{R_k}{\Lambda} \sum_{k=1}^{N_g} \frac{\beta_k}{a_k + \lambda_k}$$
(1.58)

Contribution de la source externe

On obtient la contribution de la source externe en décomposant tout d'abord la fonction \hat{p}_s comme suit :

$$\hat{p}_{s}(s) = S\Lambda \hat{G}_{\rho}(s) - \frac{S\Lambda}{\rho s}$$
(1.59)

Puis, on obtient facilement :

$$\hat{p}_{s}\left(s\right) = S\Lambda \sum_{k=0}^{N_{s}} \frac{R_{k}}{s - a_{k}} - \frac{S\Lambda}{\rho s}$$
(1.60)

Evolution du flux neutronique en fonction du temps

En ajoutant les trois termes obtenus précédemment puis en appliquant la transformée de Laplace inverse, on obtient finalement l'expression du flux neutronique en réponse à un échelon de réactivité et de source.

$$p(t) = \frac{\Lambda S}{-\rho} + \sum_{k=0}^{N_g} \left[p(0) R_k \left(\Lambda + \sum_{k=1}^{N_g} \frac{\beta_k}{a_k + \lambda_k} \right) + S\Lambda \frac{R_k}{a_k} \right] e^{a_k t}$$
(1.61)

Remarquons que le premier terme correspond au flux asymptotique que l'on note p_{∞} :

$$p_{\infty} = \frac{S\Lambda}{-\rho} \tag{1.62}$$

Une analyse de cette équation montre que le flux peut se décomposer en deux fonctions, l'une décroissante p_1 et l'autre croissante p_2 . La figure 1.1 montre l'évolution de ces fonctions ainsi que la forme globale de l'amplitude du flux neutronique donnée par l'équation 1.61.

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t)$$
(1.63)

avec :

$$p_{1}(t) = p(0) \sum_{k=0}^{N_{g}} R_{k} \left(\Lambda + \sum_{k=1}^{N_{g}} \frac{\beta_{k}}{a_{k} + \lambda_{k}} \right) e^{a_{k}t}$$
$$p_{2}(t) = p_{\infty} \left(1 - \sum_{k=0}^{N_{g}} \frac{R_{k}}{a_{k}} \rho e^{a_{k}t} \right)$$

1.2.3.3 Résolution numérique des équations

Les méthodes numériques permettent de résoudre des problèmes mettant en jeu une variation plus complexe des paramètres, telle qu'une variation linéaire de la réactivité pendant la perturbation. Elles s'appuient sur la discrétisation temporelle des équations, représentées sous une forme matricielle :

$$\frac{dX}{dt} = F(t)X(t) + Q(t)$$
(1.64)


FIG. 1.1 – Réponse du flux neutronique à un échelon de réactivité et de source dans le cadre des équations de la cinétique point

Dans l'équation précédente, les notations sont les suivantes :

$$X(t) = \begin{bmatrix} p(t) & C_{1}(t) & \cdots & C_{N_{g}}(t) \end{bmatrix}^{T}$$

$$Q(t) = \begin{bmatrix} S(t) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^{T}$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} & \lambda_{1} & \cdots & \lambda_{N_{g}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\beta_{1}(t)}{\Lambda(t)} & -\lambda_{1} & 0$$

$$\vdots & \ddots \\ \frac{\beta_{N_{g}}(t)}{\Lambda(t)} & 0 & -\lambda_{N_{g}} \end{bmatrix}$$

Deux méthodes de discrétisation temporelle sont principalement utilisées : la méthode d'Euler et la méthode de Runge-Kutta. Cette dernière est la plus stable pour un pas de discrétisation donné. En effet, lorsque le pas de discrétisation est faible et que les variations des paramètres d'entrée sont importantes ou discontinues, des oscillations peuvent apparaître sur la courbe du flux jusqu'à éventuellement entraîner une divergence de la solution calculée [5].

Des transitoires simulant une variation instantanée ou linéaire de la réactivité sont utilisés par la suite, notamment au chapitre 6. Ces transitoires sont issus soit de la résolution analytique présentée au paragraphe précédent, soit d'une résolution numérique en utilisant l'algorithme Runge Kutta à l'ordre 4.

1.3 La mesure en neutronique expérimentale

1.3.1 L'efficacité de détection

Un détecteur placé dans, ou à proximité, du système neutronique mesure un taux de comptage n(t). Les détecteurs utilisés en neutronique expérimentale sont généralement les chambres à fission. Le lecteur peut se reporter à l'annexe F pour plus de détails sur ce type de détecteur.

On modélise généralement le processus de détection en considérant une section efficace de détection Σ_d . En utilisant le même formalisme que précédemment, le taux de comptage s'exprime donc :

$$n(t) = \left\langle \Sigma_d(E, t), \phi(\vec{r}, E, t) \right\rangle \tag{1.65}$$

La section efficace ainsi définie dépend de l'énergie et du temps. D'une part, la sensibilité du détecteur n'est généralement pas constante sur l'ensemble du spectre neutronique. D'autre part, elle dépend aussi du temps car, dans le cas de flux neutroniques intenses, il faut prendre en compte l'usure du détecteur au cours de la mesure. Dans un cadre général, le taux de comptage dépend donc du flux neutronique dans son ensemble.

En utilisant à nouveau la décomposition du flux en une fonction d'amplitude multipliée par une distribution spatiale et énergétique constante, le taux de comptage s'exprime :

$$n(t) = \left\langle \Sigma_d(E,t), \psi_0(\vec{r},E) \right\rangle p(t) \tag{1.66}$$

Finalement, en notant $\varepsilon(t)$ le premier facteur du membre de droite, on aboutit à une formulation classique du taux de comptage en fonction de la population neutronique :

$$n(t) = \varepsilon(t) p(t) \tag{1.67}$$

Avec ce formalisme, le taux de comptage mesuré en un point du réacteur est proportionnel à la population totale des neutrons dans le cœur. Comme on va le voir, la simplification précédente n'est pas suffisante pour assurer la résolution pratique des équations de la cinétique point à partir des taux de comptages mesurés.

En effet, en réécrivant le système des équations de la cinétique pour faire apparaître le taux de comptage *n*, on obtient les équations suivantes :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{n(t)}{\varepsilon(t)}\right) = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} \frac{n(t)}{\varepsilon(t)} + \sum_{k=1}^{N_g} \lambda_k C_k(t) + S(t)$$
(1.68)

$$\frac{dC_k}{dt} = \frac{\beta_k}{\Lambda} \frac{n(t)}{\varepsilon(t)} - \lambda_k C_k(t)$$
(1.69)

On voit que, dans le cas général, il n'est pas équivalent de résoudre les équations de la cinétique avec la variable p ou la variable n. L'efficacité introduit dans le système une inconnue supplémentaire généralement méconnue. Pour résoudre ce problème, il faut supposer en outre que l'efficacité est indépendante du temps. Dans ce cas, on peut introduire des variables « apparentes » définies par :

$$\tilde{S}(t) = \varepsilon \cdot S(t)$$

$$\tilde{S}_{d}(t) = \varepsilon \cdot S_{d}(t)$$
$$\tilde{C}_{k}(t) = \varepsilon \cdot C_{k}(t)$$

Finalement, en reportant ces variables dans le système d'équations et en éliminant le facteur ε , on obtient un système présentant la même forme que le système initial que l'on peut résoudre sans connaître l'efficacité de détection.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} n(t) + \sum_{k=1}^{N_g} \lambda_k \tilde{C}_k(t) + \tilde{S}(t)$$
(1.70)

$$\frac{d\tilde{C}_{k}}{dt} = \frac{\beta_{k}(t)}{\Lambda(t)} n(t) - \lambda_{k}\tilde{C}_{k}(t)$$
(1.71)

1.3.2 Sources d'incertitude

On discute ici des deux sources d'incertitude entachant principalement l'estimation des grandeurs neutroniques intégrales, à savoir les comptages et les données nucléaires. On se place ici dans le cadre de l'analyse des transitoires de puissance puisque ce sujet nous occupera longuement dans les prochains chapitres. Néanmoins, les remarques sont assez générales pour s'appliquer à d'autres expériences de neutronique et la bibliographie proposée traite des incertitudes de manière générale.

1.3.2.1 Incertitude sur les comptages

On traite généralement l'incertitude due aux comptages en supposant que ceux-ci sont indépendants et poissoniens. Dans ce cas, l'application de la formule de propagation des erreurs est généralement suffisante pour aboutir à une estimation précise de l'incertitude.

En réalité, on sait que la statistique des comptages n'est pas poissonienne. Des corrélations existent entre les neutrons issus d'une même chaîne de fission. La validité de l'hypothèse des comptages poissoniens dépend principalement du type de réacteur. En effet, les comptages d'un réacteur à flux rapide présenteront des corrélations plus importantes que ceux d'un réacteur thermique, car le processus de thermalisation des neutrons élimine la majeure partie des corrélations entre les neutrons. L'efficacité du détecteur entre aussi en jeu puisque la probabilité de détection d'une paire de neutrons corrélés est proportionnelle à ε^2 [6]. Le rapport entre les évènements corrélés et non corrélés varie comme ε : un détecteur très sensible fournira donc des comptages présentant une statistique plus éloignée d'une statistique de Poisson.

Dans le cas où les corrélations des comptages ne sont pas négligeables, plusieurs travaux introduisent le bruit de pile dans le calcul de l'incertitude. Ces études utilisent le cadre de la méthode du « saut prompt » (cf. chapitre 2) car l'estimateur de la réactivité donné par cette méthode est extrêmement simple.

Marseguerra propose, par exemple, d'exprimer les paramètres statistiques des comptages (moyennes, variances et covariances) en utilisant la théorie des processus stochastiques [7]. En partant de l'équation de Kolmogorov, on peut obtenir des formules dépendant des données nucléaires du système. Une sous-estimation de l'incertitude sur la réactivité pouvant aller jusqu'à un facteur 2 a été mise en évidence. Il faut noter que les formules des

moments sont relativement complexes et que les données nucléaires y intervenant introduisent sans doute une forte incertitude sur les résultats.

Bennett estime la probabilité de détecter deux neutrons issus de la même chaîne de fission dans un intervalle de temps donné à partir de la fonction de transfert du système [6, 8].

1.3.2.2 Incertitude sur les paramètres des groupes de neutrons retardés

Les données nucléaires de base (i.e. les paramètres des groupes de neutrons retardés) sont estimées expérimentalement en mesurant la décroissance des neutrons retardés émis par un échantillon de matière fissile après irradiation (cf. chapitre 7). La précision de la mesure dépend de nombreux facteurs tels que l'estimation du taux de fission dans l'échantillon, l'étalonnage du détecteur utilisé, les corrections à apporter aux comptages (temps mort, auto-absorption, taille de l'échantillon) ou le temps de transport entre l'irradiation et la mesure de comptage (qui limite la prise en compte des précurseurs à vie courte). Une expérience relativement récente met en évidence la difficulté d'obtenir un résultat avec une erreur inférieure à environ 4 % sur la fraction totale de neutrons retardés [9].

Tuttle a regroupé, comparé et combiné de nombreuses expériences réalisées sur différents isotopes (du ²³²Th au ²⁴²Pu) afin de déterminer les meilleurs paramètres disponibles et leur associer une incertitude statistique [1]. Ces incertitudes varient de 3 % à 15 % suivant le groupe de neutrons retardés considéré. Globalement, plus le temps de décroissance du groupe de précurseurs est court et plus l'incertitude est élevée.

Bien évidemment, pour prendre en compte précisément l'incertitude introduite par les données nucléaires, il est nécessaire de connaître les corrélations existant entre les paramètres. Or, la matrice de covariance n'est généralement pas connue, ceci pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, expérimentalement, plusieurs expériences sont réalisées pour mesurer les différents paramètres des groupes de neutrons retardés. Ainsi, on utilise un temps d'irradiation court pour mesurer les paramètres des groupes à longue durée de vie et un temps d'irradiation long pour mettre en évidence les groupes à faible temps de demi-vie. D'autre part, en pratique, il est courant que tout ou partie des paramètres nucléaires utilisés soient issus d'un code de calcul. En effet, dans le cas de combustibles atypiques, les paramètres nucléaires ne sont généralement pas disponibles dans la littérature. Or, la matrice de covariance des paramètres calculés, et parfois même leur incertitude, n'est pas fournie par le code.

Synetos [9] et plus récemment Loaiza [10] ont attiré l'attention sur le fait que les paramètres des groupes de neutrons retardés sont parfois fortement corrélés entre eux. Dans le cas des données à 6 groupes, ceci est notamment vrai pour les groupes 2, 3 et 4. Ceci implique que l'incertitude due aux paramètres des neutrons retardés ne peut être correctement estimée sans connaître la matrice de covariance, ce qui n'est généralement pas le cas.

Cette forte corrélation est due à plusieurs facteurs. D'une part, l'ajustement non linéaire de 12 paramètres introduit nécessairement des corrélations, pertinentes ou non, entre ces paramètres. D'autre part, la loi de fermeture (la somme des abondances relatives vaut 1) est une source incontournable de corrélations. Enfin, le choix du nombre de groupes – qui n'est peut-être pas le plus judicieux – est lui-même une source de corrélations. En effet, il faut rappeler que le nombre de groupes est un choix phénoménologique fait par Keepin du fait que de meilleurs ajustements étaient obtenus avec 6 exponentielles [11]. Néanmoins, d'autres auteurs ont publié des données neutroniques pour 5, 7 voire 8 groupes de neutrons.

Récemment, des recherches sont menées avec pour objet de réduire l'incertitude sur les paramètres de neutrons retardés en réalisant deux améliorations dans la modélisation des groupes de neutrons retardés [12, 13]. Tout d'abord, on considère qu'il serait intéressant de fixer les constantes de décroissance des groupes de neutrons retardés plutôt que de les ajuster. Ceci est possible car les précurseurs dominant la décroissance des neutrons retardés sont maintenant bien connus. Ensuite, le nombre de groupes doit être choisi de telle sorte qu'il reflète mieux la répartition de ces précurseurs dominants. C'est ainsi que la bibliothèque JEFF-3.1 propose un jeu de paramètres à 8 groupes au lieu de 6 [14].

Dans le cas de l'estimation de la réactivité par transitoire de puissance, on peut considérer que l'incertitude due aux neutrons retardés est prépondérante lorsque la réactivité à estimée est faible (inférieure à 1 ou 2 \$). Dans ce cas, cette incertitude est de l'ordre de 2.5 à 3.5 %. En revanche, lorsque la réactivité est plus basse, la statistique sur les comptages se dégrade et l'incertitude due aux comptages devient prépondérante.

Chapitre 2

Etat de l'art des méthodes d'analyse des transitoires de puissance

Pour les réacteurs expérimentaux, les transitoires de puissance constituent une mesure de référence de la réactivité d'un état sous-critique. Ils sont aussi largement utilisés pour mesurer le poids en réactivité des barres de contrôle.

A partir d'un état de flux stable (critique ou sous-critique), une perturbation des caractéristiques du cœur induit un transitoire du flux neutronique qui mène à l'établissement d'un nouvel état stable du réacteur, généralement sous-critique. Contrôlé par l'évolution de la source de neutrons retardés, la forme du transitoire est caractéristique de la réactivité de l'état final.

La perturbation à l'origine du transitoire peut être de deux sortes : une modification de la réactivité (retrait ou insertion d'un dispositif absorbant) ou une modification de la source effective (retrait ou insertion d'une source externe de neutrons).

Un inconvénient important des transitoires de puissance est, justement, le caractère perturbatif de ces mesures. Les mesures de chute de barre, en particulier, sont généralement couplées à des mesures MSM (Multiplication de Source Modifiée). Il s'agit du calcul d'un facteur correctif, appelé facteur MSM, permettant la correction des effets spatiaux dus à l'insertion de la barre.

Dans ce chapitre, on détaille le fonctionnement des quatres principales méthodes d'analyse des transitoires de puissance ainsi que quelques unes de leurs variantes. Ces méthodes sont les suivantes :

- la méthode du saut prompt (SP),
- la méthode d'intégration du flux (IF),
- la méthode d'inversion des équations de la cinétique (IC),
- et la méthode d'ajustement non linéaire du flux (AF).

Rappelons que les équations développées dans ce chapitre sont établies dans le cadre de la cinétique point en considérant une efficacité de détection constante. Avec ces hypothèses,

les équations établies en fonction de la population totale des neutrons sont applicables directement aux taux de comptages.

2.1 Méthode du saut prompt

La méthode du saut prompt (SP) est la méthode la plus simple pour estimer le niveau de réactivité d'un transitoire de puissance. Elle fournit un estimateur qui ne dépend que de trois taux de comptages : le taux de comptage initial n_0 , le taux de comptage à l'issue de la perturbation n_{pj} et le taux de comptage assymptotique n_{∞} . Cet estimateur présente donc l'avantage d'être indépendant des données nucléaires.

L'hypothèse permettant d'aboutir à l'estimateur du saut prompt à partir des équations de la cinétique est assez restrictive. Il s'agit de l'hypothèse CDS (Constant Delayed neutron Source) : en négligeant la variation des neutrons retardés, on considère que le flux de neutrons prompts est stable à l'issue de la perturbation. Des développements théoriques de l'approximation du saut prompt, basés sur la méthode des perturbations (à l'ordre n), ont été menés [15], mais n'apportent pas d'amélioration concrète car la méthode SP est intrinsèquement limitée par la statistique des comptages.

2.1.1 Formulation de l'estimateur du saut prompt

L'approximation CDS implique que l'on néglige la variation de la source de neutrons retardés, qui reste égale à sa valeur initiale :

$$S_d\left(0\right) = \frac{n_0\beta}{\Lambda} \tag{2.1}$$

Le système des équations de la cinétique point (équations 1.44 et 1.45) se simplifie donc pour donner :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \frac{\beta n_0}{\Lambda} + S$$
(2.2)

Or, la source S est donnée par la formule de multiplication de source :

$$S = \frac{-n_{\infty}\rho}{\Lambda} \tag{2.3}$$

Finalement, en supposant que le flux neutronique est stable à l'issue de la perturbation (i.e. la dérivée du flux est nulle), on obtient l'estimateur T_{SP} de la réactivité (en dollars) par la méthode du saut prompt :

$$T_{SP} = \frac{n_{pj} - n_0}{n_{pj} - n_\infty}$$
(2.4)

Le principal avantage de la formule précédente est qu'elle ne nécessite aucune connaissance des données nucléaires relatives aux neutrons retardés : elle est uniquement basée sur la connaissance de trois taux de comptages.

La formule de propagation des erreurs permet d'exprimer simplement l'écart-type de l'estimateur. Si on néglige les termes liés à l'incertitude sur n_0 et n_{∞} devant celui lié à n_{pj} , on peut exprimer cette incertitude comme suit :

$$\sigma_{T_{SP}} = \frac{|T_{SP} - 1|}{|n_{pj} - n_{\infty}|} \sigma_{n_{pj}}$$

$$(2.5)$$

Les performances de la méthode SP sont donc directement liées à l'estimation du taux de comptage n_{pj} . En effet, on estime les taux de comptages initial et final sur des plages de comptages stables avant et après le transitoire. Leur estimation est donc arbitrairement précise : pour diminuer l'incertitude de l'estimation, il suffit d'augmenter la plage de comptages. En revanche, la mesure de n_{pj} est délicate et se trouve entachée d'incertitude.

De plus, on observe généralement un biais important dû à la durée non nulle de la perturbation. En effet, on voit sur la figure 2.1 que la courbe « théorique » n'est pas superposée à la courbe correspondant à une perturbation caractéristique d'un cas réel (une variation linéaire de la réactivité pendant 0.5 s).

Comme il est décrit dans [7], le taux de comptage n_{pj} peut être estimé en réalisant un ajustement non linéaire, de type polynomial par exemple, sur une plage de données postérieure à la perturbation. Une estimation de n_{pj} est obtenue en extrapolant la courbe jusqu'au temps t_0 . Cette méthode permet effectivement de réduire l'incertitude sur le taux n_{pj} , mais elle ne règle pas le problème du biais introduit par la durée de la perturbation.



FIG. 2.1 – Biais introduit par une variation linéaire de la réactivité.

2.1.2 Variante des trois points

La méthode des trois points consiste à remplacer l'estimateur n_{pj} par la moyenne n_1 du taux de comptage sur une certaine plage de temps après la perturbation (figure 2.2). L'équation explicite 2.4 devient alors une équation implicite :

$$T_{SP} = f\left(n_0, n_1, n_\infty\right) \tag{2.6}$$

Pour résoudre l'équation précédente, il faut résoudre numériquement le système des équations de la cinétique pour un couple de valeurs de réactivité et de source donné. On en déduit les valeurs théoriques des paramètres n_0 , n_1 et n_∞ . Par itération, on obtient des valeurs qui égalent les valeurs expérimentales, à une certaine erreur près. A ce moment, les paramètres de la simulation correspondent à la solution du problème. Cette procédure se rapproche d'un ajustement non linéaire dans lequel on ajusterait une courbe composée de trois points.

L'intérêt de la méthode des trois points est que la plage sur laquelle on calcule la moyenne n_1 du flux peut être optimisée pour réduire la variance de l'estimateur de la réactivité [6]. Malheureusement, les contraintes sur cette plage sont contradictoires :

- Elle doit être la plus large possible pour diminuer l'incertitude sur n_1 .
- Elle doit débuter suffisamment loin du saut prompt pour que l'erreur sur le flux due à la durée non nulle de la perturbation influe peu sur la valeur de n_1 .
- Elle doit être proche de la fin de la perturbation et relativement courte pour que n_1 soit suffisant différent de n_{∞} .



FIG. 2.2 – Méthode des trois points, variante de la méthode SP

2.1.3 Influence des effets spatiaux

Kussmaul [16] a mis en évidence le fait que la méthode du saut prompt est particulièrement sensible aux effets spatiaux et énergétiques. En effet les harmoniques promptes sont les principales contributrices aux perturbations spatiales [17]. La position du détecteur ainsi que l'emplacement de la perturbation (la position de la barre d'absorbant, par exemple) sont à l'origine d'écarts entre les estimations de la réactivité. Ceci se vérifie même pour des états proches de l'état critique. Par comparaison, l'évolution lente due aux neutrons retardés est moins sensible aux effets spatiaux. Les méthodes présentées par la suite seront donc plus stables vis-à-vis de ce critère.

Pour corriger les divergences de mesure entre les détecteurs, Kussmaul propose une variante de la méthode du saut prompt basée sur la normalisation du transitoire par rapport à une valeur du taux de comptage mesuré à un instant t postérieur à la fin de la

perturbation. Cette variante introduit donc l'évolution des neutrons retardés dans la méthode du saut prompt et, de ce fait, nécessite la connaissance des données nucléaires de base.

2.2 Méthode d'intégration du flux

La méthode d'intégration du flux (IF) a été proposée en 1960 par Hogan [18]. Elle est aussi connue sous le nom de « méthode du source jerk » car elle a été principalement utilisée pour analyser des expériences de retrait de source. Cependant, elle reste valable quelque soit le type de transitoire considéré.

La méthode IF repose sur les hypothèses suivantes :

- les états initial et final sont stables,
- la perturbation induisant le transitoire est instantanée.

Si cette première hypothèse ne pose pas de problème (elle n'implique que des précautions expérimentales), la seconde est rarement parfaitement valide. Ceci entraîne un biais dans l'estimation qu'il convient de quantifier et de prendre en compte dans l'évaluation de la qualité des résultats.

2.2.1 Formulation de l'estimateur IF

La première hypothèse implique que les dérivées des concentrations des précurseurs de neutrons retardés soient nulles avant et après le transitoire. Les conditions initiales et finales sont donc fixées par les équations 2.7 et 2.8.

$$C_i(0) = \frac{\beta_i}{\lambda_i} \frac{n_0}{\Lambda}$$
(2.7)

$$C_i(t \to \infty) = \frac{\beta_i}{\lambda_i} \frac{n_\infty}{\Lambda}$$
(2.8)

En intégrant les équations de la cinétique point entre 0 et l'infini puis en les combinant, on obtient l'équation intégrale suivante :

$$\rho_{\$} \int_{0}^{\infty} n(t) dt = \frac{\Lambda}{\beta} (n_{\infty} - n_{0}) + \tau_{d} (n_{\infty} - n_{0}) - \frac{\Lambda}{\beta} \int_{0}^{\infty} S(t) dt$$
(2.9)

Notons que le premier terme du membre de droite est négligeable devant le second. En effet, dans le cas d'un réacteur thermique, Λ/β vaut environ 10^{-3} alors que le temps de décroissance moyen τ_d est de l'ordre de grandeur de 10. Quant au troisième terme, il nécessiterait pour le calculer la connaissance du terme source en fonction du temps. On le remplace donc par une valeur approchée en considérant que S(t) est constante après la variation de réactivité. La valeur de *S* est donnée par la formule de multiplication de source (équation 2.3).

Finalement, on obtient l'estimateur de la réactivité (en dollar) par la méthode IF :

$$T_{IF} = \frac{\tau_d \left(n_{\infty} - n_0 \right)}{\int\limits_0^\infty \left(n(t) - n_{\infty} \right) dt}$$
(2.10)

2.2.2 Estimation des incertitudes

Il est utile d'introduire tout d'abord les notations suivantes :

$$\Delta n = n_{\infty} - n_0 \tag{2.11}$$

$$I = \int_{0}^{\infty} \left(n\left(t\right) - n_{\infty} \right) dt \tag{2.12}$$

En appliquant la formule de propagation des erreurs à l'équation 2.10, on obtient la formule 2.13. On note que, dans le cas où les plages de comptages utilisées pour calculer I et n_{∞} se recoupent, un terme de covariance doit être pris en compte.

$$\frac{\sigma_{\rho_{s}}^{2}}{\rho_{s}^{2}} = \frac{\sigma_{n_{0}}^{2} + \sigma_{n_{\infty}}^{2}}{\Delta n^{2}} + \frac{\sigma_{I}^{2}}{I^{2}} + \frac{\operatorname{cov}(I,\Delta n)}{I\Delta n} + \frac{\sigma_{\tau_{d}}^{2}}{\tau_{d}^{2}}$$
(2.13)

Rappelons que, par définition, le terme de covariance s'exprime :

$$\operatorname{cov}(I,\Delta n) = \operatorname{E}[I\Delta n] - \operatorname{E}[I]\operatorname{E}[\Delta n]$$
(2.14)

Si l'on mesure n_{∞} sur une plage de N canaux (de largeur δt) et que I est calculé sur une plage de N canaux, en séparant l'intégrale en deux parties, un calcul analytique simple permet de montrer qu'il vaut :

$$\operatorname{cov}(I,\Delta n) = (N' - N)\delta t \sigma_{n_{\infty}}^{2}$$
(2.15)

Notons que le premier terme de l'équation 2.13 peut être diminué arbitrairement en prenant soin de disposer de périodes de temps suffisamment longues avant et après le transitoire. En pratique, même pour des taux de comptages faibles, il suffit de plages de 30 s pour que l'influence de ce terme soit inférieur à 0.1 %.

Le dernier terme de l'équation 2.13 correspond à l'incertitude induite par les données nucléaires de base. Il se calcule lui aussi grâce à la formule de propagation des erreurs. Rappelons que le temps de décroissance moyen τ_d s'exprime :

$$\tau_d = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{\alpha_i}{\lambda_i} \tag{2.16}$$

Le vecteur jacobien de τ_d par rapport aux données nucléaires s'exprime donc comme suit :

$$J_{\tau_{d}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{d}}{\partial \alpha_{1}} & \frac{\partial \tau_{d}}{\partial \lambda_{1}} & \cdots & \frac{\partial \tau_{d}}{\partial \alpha_{N_{g}}} & \frac{\partial \tau_{d}}{\partial \lambda_{N_{g}}} \end{bmatrix}^{T}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_{1}} & \frac{-\alpha_{1}}{\lambda_{1}^{2}} & \cdots & \frac{1}{\lambda_{N_{g}}} & \frac{-\alpha_{N_{g}}}{\lambda_{N_{g}}^{2}} \end{bmatrix}^{T}$$
(2.17)

On en déduit la variance du temps de décroissance moyen.

$$\sigma_{\tau_d}^2 = J_{\tau_d}^T V J_{\tau_d} \tag{2.18}$$

Avec les valeurs proposées par Tuttle dans le cas thermique, on trouve $\tau_d = 13.03 \pm 0.51$ s (*cf.* chapitre 7), ce qui induit une incertitude d'environ 3.5 % sur la réactivité estimée.

2.2.3 Corrections de la méthode IF

Comme on le verra, la principale limite de la méthode IF (dans le cadre de la cinétique point) est le biais introduit dans le calcul de l'intégrale des comptages par la durée non nulle de la perturbation (*cf.* chapitre 6). Il a donc été proposé un facteur correctif prenant en compte une variation quadratique de la réactivité durant la perturbation [19]. Sous l'hypothèse que le biais est faible (inférieur à 10 %, d'après l'auteur), l'estimateur corrigé T_{IF}^* est donné par la formule 2.19.

$$T_{IF}^{*} = T_{IF} \left[1 + \frac{dt}{\tau_d} \left(\frac{T_{IF} + 1}{\sqrt{T_{IF}}} \arctan\left(\sqrt{T_{IF}}\right) - 1 \right) \right]$$
(2.19)



FIG. 2.3 - Cœur du réacteur XTC (Berkeley National Laboratory). Source : Lewis, 1984.

Dans le cadre des équations de la cinétique modale, Lewis [20] a proposé une généralisation de la méthode IF permettant de prendre en compte la distribution spatiale de la source effective. En effet, dans le cas d'un cœur très découplé (tel que celui de la figure 2.3), la réactivité mesurée lors d'un retrait de source est une fonction dépendant fortement des positions respectives de la source et du détecteur.

Lewis montre qu'en utilisant une source distribuée comme le mode fondamental de fission, la réactivité mesurée en tout point du réacteur correspond à celle du mode fondamental. Pour ce faire, l'auteur propose de procéder itérativement en déplaçant une source ponctuelle dans chaque élément combustible du cœur. A chaque itération, on réalise un retrait de source. La somme des réponses ainsi obtenues pour chaque détecteur permet de s'affranchir de la localisation de la source par rapport au détecteur.

La méthode proposée par Lewis a été appliquée à ce cœur fortement découplé, ce qui a conduit à une amélioration de la précision de la mesure d'un facteur 10.

2.3 Inversion des équations de la cinétique

La méthode d'inversion des équations de la cinétique (IC) est la méthode la plus répandue pour l'analyse des transitoires de flux, comme en témoigne l'abondante littérature [21-26] et les nombreuses variantes et améliorations de la méthode [27-29]. Au sein du CEA et du SPEX en particulier, la méthode IC a fait l'objet de plusieurs études théoriques et pratiques dont les références [30-33].

La méthode IC s'applique à deux cas de figures distincts. Le premier concerne le suivi en ligne de la réactivité autour de l'état critique d'un réacteur en puissance. La source effective est dans ce cas négligeable et l'inversion des équations donnant la réactivité en fonction du temps ne pose pas de problème particulier. C'est le mode de fonctionnement des réactimètres [34].

Le second cas est celui qui nous intéresse ici : il concerne l'analyse des transitoires de puissance. Dans ce cas, l'état final du réacteur est sous-critique et il faut généralement prendre en compte une source effective dans les équations de la cinétique point. Le processus d'estimation du couple réactivité et source est alors plus complexe et, comme on le verra, c'est l'estimation de la source effective qui induit la majeure partie de l'incertitude.

2.3.1 Formulation de l'équation inverse

L'équation de la cinétique inverse s'obtient simplement à partir de la première équation de la cinétique point en exprimant la réactivité en fonction des autres termes. Connaissant le flux n(t), la source de neutrons retardés $S_d(t)$ est calculée par une méthode numérique ou analytique.

$$\rho(t) = \beta - \Lambda \frac{S_d(t)}{n(t)} - \Lambda \frac{S(t)}{n(t)} + \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{dn}{dt}$$
(2.20)

Dans cette équation, le terme dérivé dn/dt est la plupart du temps négligeable devant les autres termes. Cependant, on verra au chapitre 6 que le supprimer peut entraîner un biais dans l'estimation de la réactivité.

Les deux fonctions $\rho(t)$ et S(t) étant inconnues, il faut faire l'hypothèse supplémentaire que ces deux grandeurs sont constantes après la perturbation. Dans ce cadre, plusieurs méthodes ont été développées pour estimer le couple réactivité et source effective.

2.3.2 Méthode standard

La méthode la plus répandue pour estimer la réactivité et la source à partir de l'équation 2.20 est basée sur un ajustement linéaire de la réactivité en fonction du temps. En effet, sachant que la réactivité et le terme source sont constants après la perturbation, on détermine par itération la valeur de la source correspondant à une réactivité stable sur une certaine plage de comptage. Le critère d'arrêt de la recherche correspond généralement à l'annulation de la pente de l'ajustement linéaire.

La figure 2.4 présente l'analyse d'un transitoire correspondant à une réactivité de -1 \$ (courbe du haut). La courbe du milieu correspond à la réactivité calculée avant l'estimation de la source (i.e. pour une valeur nulle de la source effective). On observe une remontée de la réactivité au niveau initial qui s'explique par le fait qu'une source nulle implique soit un taux de comptage nul, soit une réactivité nulle (formule de multiplication de source). La dernière courbe correspond à la réactivité calculée avec la valeur estimée de la source. La plage de comptage en rouge correspond à la plage d'ajustement du terme source.

L'équation 2.20 est indéfinie lorsque n(t) est nul. Dans le cas où le taux de comptage tend vers une valeur proche de 0, il faut donc éliminer les canaux sans comptage pour pouvoir appliquer la méthode IC. Ceci entraîne une modification de l'information présente dans le transitoire qui conduit à un biais de l'estimation.

Par ailleurs, la fonction $\rho(t)$ calculée par la méthode IC peut être particulièrement bruitée dans le cas où les taux de comptages en fin de transitoire sont faibles. Pourtant, la majeure partie de l'incertitude provenant de l'étape d'estimation de la source, on observe que l'incertitude statistique est la plus faible quand le taux de comptage final est faible, toutes choses égales par ailleurs. C'est donc dans le cas où la courbe de la réactivité est la plus bruitée que l'estimation est la meilleure du point de vue de l'incertitude. Nous reviendrons sur ce résultat paradoxal au chapitre 6.



FIG. 2.4 – Estimation de la réactivité après ajustement de la valeur de la source effective par la méthode IC

2.3.3 Ajustement de la source

De manière à éviter les problèmes rencontrés par la méthode standard lorsque les comptages sont proches de zéro, certains travaux proposent d'exprimer la source effective S(t) en fonction du temps [27]. On considère alors la réactivité comme un paramètre du terme de source. En effet, après intégration sur une plage de temps Δt postérieure à la perturbation, on obtient la formule 2.21.

$$S(t) = n(t + \Delta t) - n(t) + S_d(t + \Delta t) - S_d(t) - \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \int_{t}^{t + \Delta t} n(t) dt \qquad (2.21)$$

De la même manière que précédemment, on obtient la réactivité par un processus itératif en ajustant la fonction S(t) avec une fonction donnée par l'équation 2.22. Le critère d'arrêt est atteint lorsque le paramètre *b* est nul à une quantité *c* près.

$$S(t) = a + b \cdot f(t, \rho, n(t))$$

$$(2.22)$$

Pour l'ajustement, on peut utiliser pour la fonction f(t) = t, mais l'auteur préconise plutôt d'utiliser une somme de quatre exponentielles dont les temps caractéristiques correspondent aux constantes de décroissance des quatre groupes de précurseurs dont les temps de demi-vie sont les plus élevés. Ceci permet d'approcher l'intégrale du flux en facteur de la réactivité dans l'équation 2.21.

D'après Yang, comparée à un algorithme standard, l'incertitude statistique (due aux comptages) est plus faible de 0.5 à 1.5 points pour des réactivités comprises entre -4000 et -50 pcm [27].

2.3.4 Méthode des trois groupes

Dans cette variante, le couple de paramètres (ρ, S) est estimé simultanément à partir d'un ajustement linéaire. En effet, on peut réécrire l'équation de la cinétique sous la forme suivante [28] :

$$S_d(t) = \frac{\beta - \rho}{\Lambda} n(t) - S - \frac{dn}{dt}$$
(2.23)

Dans l'équation précédente, notons que l'on peut négliger le terme dn/dt dès que le saut prompt est terminé. Dans ce cas, l'équation 2.23 est celle d'une droite dont la pente est reliée à la réactivité et dont l'ordonnée à l'origine est proportionnelle à la source effective. La méthode la plus simple consiste alors à réaliser un ajustement linéaire des moindres carrés pour estimer le couple de paramètres (ρ ,S).

Les auteurs déconseillent pourtant d'utiliser cette technique d'ajustement. En effet l'utilisation du critère des moindres carrés pour réaliser un ajustement linéaire de la forme $y(t) = a + b \cdot x(t)$ implique de faire l'hypothèse que l'incertitude sur les valeurs de x est négligeable devant celles de y. Dans notre cas, les fonctions $S_d(t)$ et n(t) sont toutes deux significativement bruitées. L'application du critère des moindres carrés conduit donc à un résultat non optimal.

Les auteurs proposent donc d'utiliser la méthode des « trois groupes » [35]. Cette méthode consiste à diviser les séries temporelles $S_d(t)$ et n(t) en trois groupes de durées égales.

 $(S_{d_1}; n_1)$ et $(S_{d_3}; n_3)$ sont les valeurs moyennes de $S_d(t)$ et n(t) pour les premier et troisième groupes. $(S_{d_2}; n_2)$ correspond aux valeurs moyennes sur l'ensemble des points.

On calcule alors la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite grâce aux formules suivantes :

$$\frac{\beta - \rho}{\Lambda} = \frac{S_{d3} - S_{d1}}{n_3 - n_1}$$
(2.24)

$$S = \frac{\beta - \rho}{\Lambda} n_2 - S_{d2} \tag{2.25}$$

La figure 2.5 montre la relation entre S(t) et n(t) sur l'ensemble d'un transitoire. Cette relation met en évidence le domaine « utile » à la méthode sur lequel la relation entre les deux grandeurs est linéaire. Outre les quelques points correspondant au saut prompt, deux domaines « indéfinis » apparaissent lorsque les taux de comptages sont stables (en noir sur la courbe). Sur ces domaines, il n'existe pas de relation entre la source et le taux de comptage. Ceci démontre qu'il est généralement inutile d'inclure une plage importante de comptages stables dans l'analyse du transitoire. Seule la partie décroissante (en rouge sur la figure 2.6) est réellement porteuse d'information. Cette remarque met en évidence le caractère indéterminé des équations de la cinétique point lorsque le taux de comptage est stable. En particulier, dans le cas de la méthode IC, la plage d'ajustement de la source (en rouge sur la figure 2.4) ne doit pas être trop longue.

L'intérêt de la méthode des trois groupes est de s'affranchir de la répartition non uniforme des points [28]. En effet, avec un ajustement linéaire classique, la portion de droite correspondant aux faibles taux de comptages prendrait un poids beaucoup plus important que la portion correspondant aux taux de comptages élevés. Or, c'est justement cette partie de la courbe qui contient le plus d'information.



FIG. 2.5 – Représentation de la relation linéaire (en rouge) entre la source de neutrons retardés et le taux de comptage.



FIG. 2.6 – Représentation sur un transitoire du domaine utile à l'estimation de la réactivité (en rouge)

2.4 Ajustement non linéaire du flux

La méthode d'ajustement du flux (AF) repose sur une modélisation du transitoire basée sur les équations de la cinétique point. Cette méthode offre une grande liberté dans le choix du modèle. Celui-ci est principalement défini par les paramètres à ajuster et l'hypothèse sur la forme de la réactivité au cours du temps. Grâce à une résolution numérique ou analytique du modèle, il est possible de simuler le transitoire de flux en fonction des paramètres recherchés. En utilisant un critère de minimisation tel que celui des moindres carrés et un algorithme d'optimisation (par exemple celui de Newton-Raphson), on aboutit à une estimation des paramètres.

Dans le cas où les hypothèses statistiques nécessaires à la minimisation sont vérifiées (généralement la normalité des résidus), l'estimateur de la méthode d'ajustement bénéficie de la propriété fondamentale d'être optimal. Cela signifie que le résultat de l'ajustement est un estimateur de variance minimum [36]. Dans le cas d'une minimisation des moindres carrés (reposant donc sur l'hypothèses des résidus gaussiens), le résultat possède la propriété supplémentaire d'être asymptotiquement sans biais.

On va considérer l'utilisation de la méthode d'ajustement dans deux cas de figures. Tout d'abord, en restant dans le cadre standard de la cinétique point, on montre le fonctionnement de la méthode dans le cas d'une minimisation des moindres carrés.

Dans un second temps, on introduit l'algorithme de la méthode Carpenter [23]. Basée sur la même méthode d'ajustement, cette méthode utilise un modèle cinétique modifié pour

prendre en compte une variation de l'efficacité du détecteur, c'est-à-dire prendre en compte une partie des effets spatiaux pouvant survenir au cours de la mesure.

2.4.1 Description de l'algorithme des moindres carrés

On considère le modèle 2.26 permettant de calculer le taux de comptage en fonction du temps, étant donné le vecteur θ des paramètres à estimer (de dimension q). On appelle aussi n le vecteur des données expérimentales (de dimension N), dont les composantes n_i sont les points de mesure de la fonction n(t). Le vecteur e des erreurs est défini par l'équation 2.27.

$$\hat{n} = f\left(t,\theta\right) \tag{2.26}$$

$$e = \hat{n} - n \tag{2.27}$$

Appliquer la minimisation des moindres carrés impose de supposer que le bruit contenu dans les données expérimentales est centré et gaussien, c'est-à-dire que le vecteur e suit une loi multinormale centrée. La matrice de covariance de e correspond donc à la matrice de covariance des mesures n. On utilise l'inverse W de cette matrice de covariance que l'on appelle matrice de pondération.

Le critère des moindres carrés Q est la somme des erreurs au carré. Il est aussi appelé χ^2 (chi-deux) car la valeur minimum de Q suit une loi de χ^2 à N - q degrés de liberté. Il s'écrit :

$$Q = e^{T} W e = \sum_{i=1}^{N} w_{i} \left(\hat{n}_{i} - n_{i} \right)^{2}$$
(2.28)

Dans le cas où la fonction f est linéaire par rapport aux paramètres θ , le modèle s'écrit en fonction d'une matrice X dépendant du modèle.

$$\hat{n} = X\theta \tag{2.29}$$

La méthode des moindres carrés est exacte et l'estimateur des moindres carrés s'exprime :

$$\tilde{\theta} = \left(X^T W X\right)^{-1} W Y \tag{2.30}$$

On sait que la variance des paramètres estimés vaut dans ce cas :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] = \left(\boldsymbol{X}^{T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\right)^{-1} \tag{2.31}$$

Dans notre cas, la fonction f n'est pas linéaire, mais le critère des moindres carrés 2.28 reste valable, dans le cadre de l'hypothèse gaussienne. Il faut alors utiliser une méthode d'optimisation itérative pour obtenir l'estimation des paramètres. Pour ce faire, on peut utiliser l'algorithme de Newton-Raphson. Celui-ci est décrit simplement dans [37].

La convergence vers $\tilde{\theta}$, l'estimation de θ minimisant Q, est obtenue par la formule itérative suivante :

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \alpha H(\theta_k)^{-1} G(\theta_k)$$
(2.32)

Dans l'équation 2.32, α est un paramètre fixe de l'algorithme, $H(\theta_k)$ est la matrice des dérivées secondes de Q par rapport à θ (matrice Hessienne) et $G(\theta_k)$ est le vecteur des dérivées premières (gradient) calculées au point θ_k :

$$H_{i,j}(\theta_k) = \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\Big|_{\theta = \theta_k}$$
(2.33)

$$G_{i}\left(\theta_{k}\right) = \frac{\partial Q}{\partial \theta_{i}}\Big|_{\theta=\theta_{k}}$$

$$(2.34)$$

Comme on le montre en annexe A, une approximation de la variance des paramètres $\tilde{\theta}$ peut être calculée en linéarisant le problème autour de $\tilde{\theta}$. En effet, on peut écrire :

$$\hat{Y} \simeq \left(\theta - \tilde{\theta}\right) \frac{\partial f}{\partial \theta}\Big|_{\theta = \tilde{\theta}} + f\left(\tilde{\theta}\right)$$
(2.35)

Après un changement de variable, on se ramène donc à un problème linéaire dont la solution est la même que pour le problème initial. En posant J la matrice jacobienne de f par rapport à θ calculée en $\tilde{\theta}$, l'utilisation de la formule des moindres carrés linéaires amène donc :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] = \left(\boldsymbol{J}^{T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{J}\right)^{-1} \tag{2.36}$$

La figure 2.7 montre l'application de la méthode AF à un transitoire de -1 \$. Dans la première figure (haut), la courbe rouge correspond au taux de comptage calculé avec les paramètres ajustés. Dans la deuxième figure (bas), les résidus sont les composantes du vecteur *e* normalisés par le nombre de degrés de liberté. Les lignes rouges représentent la moyenne et l'écart type des résidus.



FIG. 2.7 – Résultat de l'ajustement d'un transitoire simulé pour un réactivité de -1 \$ en utilisant la méthode AF

2.4.2 Méthode Carpenter

La méthode proposée par Carpenter est basée, comme précédemment, sur une technique d'ajustement des équations de la cinétique point [23, 38]. Son originalité repose sur l'introduction de l'efficacité du détecteur dans le modèle d'ajustement. On rappelle que l'on peut exprimer le taux de comptage comme le produit du flux neutronique n(t) et d'une fonction $\varepsilon(t)$ décrivant la réponse du détecteur (chapitre 1):

$$R(t) = \varepsilon(t)n(t) \tag{2.37}$$

Dans le cadre standard de la cinétique point, on considère que l'efficacité ε est constante tout au long de l'expérience. Dans ce cas, le facteur ε se simplifie et l'on peut résoudre le système cinétique avec le taux de comptage en lieu et place du flux neutronique. La méthode Carpenter permet de se libérer de cette hypothèse en considérant que les grandeurs ε , Λ et β évoluent dans le temps.

Pour ce faire, comme dans le cas de la réactivité et de la source, il est tout de même nécessaire de supposer une évolution particulière pour ces grandeurs. On suppose donc qu'ils présentent une variation instantanée au moment de la perturbation, passant respectivement de ε_0 , Λ_0 , β_0 à ε_1 , Λ_1 , β_1 .

Avec ce formalisme, Carpenter exprime le taux de comptage mesuré en fonction de trois paramètres A, B et C. Le modèle d'ajustement \hat{R} est explicite :

$$\hat{R}(t) = A + B \cdot f(t) + C \cdot g(t)$$
(2.38)

Dans l'équation précédente, les fonctions f et g sont calculables analytiquement si l'on connaît les données nucléaires de base et le taux de comptage mesuré R(t) (équations 2.39 et 2.40).

$$f(t) = \sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i e^{-\lambda_i t}$$
(2.39)

$$g(t) = \sum_{i=1}^{N_d} \alpha_i \lambda_i \int_0^t e^{-\lambda_i(t-u)} R(u) du$$
(2.40)

Les paramètres à estimer sont reliés aux paramètres neutroniques par les formules 2.41 à 2.43 (*cf.* annexe D). En particulier, l'estimation de *C* fournit directement une estimation de la réactivité, et ce quelque soit l'évolution des paramètres ε , Λ et β .

$$A = \frac{\Lambda_1}{\beta_1} \frac{\varepsilon_1 S}{1 - \rho_s} \tag{2.41}$$

$$B = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_0} \frac{\beta_0}{\beta_1} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \frac{R_0}{1 - \rho_{\$}}$$
(2.42)

$$C = \frac{1}{1 - \rho_{\rm s}} \tag{2.43}$$

La figure 2.8 montre l'accord entre un transitoire simulé et le taux de comptage donné par la formule 2.38. La formule de Carpenter ne reproduit pas le saut prompt car elle nécessite que l'on néglige l'évolution des neutrons prompts. Sur les 5 premières secondes suivant le saut prompt, dans le cas présenté ici, l'écart entre la formule de Carpenter et le transitoire simulé est inférieur à 1 %.



FIG. 2.8 – Comparaison entre un transitoire simulé et la reconstruction du taux de comptage fourni par la formule Carpenter

Comme on le verra, ce biais se répercute intégralement sur l'estimation de la réactivité. De plus, la méthode proposée par Carpenter présente l'inconvénient d'introduire une corrélation entre la courbe d'ajustement et les données ajustées. Ceci nous amènera à développer une variante de la méthode Carpenter, que l'on appellera Carpenter modifiée basée sur un ajustement non linéaire. En effet, en introduisant un troisième paramètre à ajuster dans les équations de la cinétique point, il est possible d'obtenir un meilleur accord que celui de la figure 2.8 entre courbe simulée et courbe ajustée.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est limité à une présentation factuelle des diverses méthodes utilisées pour l'analyse des transitoires de puissance. Il apparaît que de nombreuses méthodes et variantes sont disponibles, présentant des qualités et des inconvénients spécifiques.

Dans les prochains chapitres seront abordés plusieurs points permettant d'éclairer le fonctionnement, les caractéristiques et les limitations des principales méthode présentées ici. Tout d'abord, une étude caractérisant les estimateurs statistiques de ces méthodes est réalisée au chapitre 6. On s'intéresse principalement aux techniques permettant de calculer le biais et l'incertitude des estimateurs. Puis, au chapitre 7, on étudie l'influence des paramètres des neutrons retardés. En effet, peu d'information est généralement disponible sur ces données, pourtant essentielles à l'estimation des grandeurs intégrales. Enfin, on étudie au chapitre 8 l'influence des effets spatiaux dans un cadre réaliste, grâce à des transitoires simulés avec le code CRONOS2. L'intérêt et les limites de la méthode Carpenter modifiée y sont mises en évidence.

Partie II

Etude d'un système de mesure neutronique

Chapitre 3 Présentation du projet X-MODE		
3.1	Cadre du développement du projet	4
3.2	Caractéristiques du système d'acquisition	5
Chapitre 4		_
Fonctionn	ement du mode logique	
4.1	Module de déclenchement	5
4.2	Utilisation du module datation	5
4.3	Utilisation du mode de comptage MCS	6
Chapitre 5		
Fonctionn	ement du mode analogique	7
F 4	Module áchantillonnage	7
5.1		

Chapitre 3

Présentation du projet X-MODE

L'instrumentation dédiée aux réacteurs nucléaires est soumise à des contraintes particulières imposées par l'environnement très agressif dans lequel elle est plongée. Les détecteurs, par exemple, doivent souvent être résistants à la pression, à la corrosion ou à l'irradiation par des flux neutroniques et gammas intenses. Ceci impose généralement d'utiliser des détecteurs gazeux : compteurs au bore, à l'hélium ou chambres à fission.

Une contrainte supplémentaire est la grande dynamique des flux neutroniques à mesurer (une dizaine de décades). De ce point de vue, les chambres à fission posèdent un atout majeur puisqu'elles disposent de trois modes de fonctionnement suivant l'intensité du flux : impulsion, fluctuation et courant. Le lecteur peut se reporter à l'annexe F pour plus de détails sur le fonctionnement des chambres à fission.

Comparée à l'instrumentation des réacteurs de puissance, l'instrumentation utilisée sur les réacteurs expérimentaux est, à plusieurs titres, une instrumentation spécifique. Tout d'abord, les détecteurs utilisés sont souvent atypiques. Il peut par exemple s'agir de chambres à fission de très petite taille (miniatures voire subminiatures) utilisées pour réaliser des mesures en cœur peu perturbatives. Le matériau fissile déposé dans la chambre est souvent de l'uranium 235, mais des chambres dites « spéciales » sont réalisées au SPEX avec différents dépôts : neptunium 237, plutonium 242, etc. En effet, pour caractériser le spectre neutronique, on utilise souvent des réactions à seuil (mesures d'indices de spectre).

La partie conditionnement du signal, si elle n'est pas dédiée aux mesures nucléaires, se doit d'être flexible. Comme on l'a vu, de nombreuses mesures sont couramment réalisées et utilisent des signaux de types très différents. Par ailleurs, le Laboratoire des Programmes Expérimentaux (LPE) du SPEX réalise aussi des mesures de spectrométrie gamma pour lesquelles le conditionnement est réalisé par des DSP (Digital Signal Processor).

Le mode le plus couramment utilisé sur les réacteurs à puissance nulle est le mode « impulsion » des chambres à fission. Les signaux sont alors conditionnés avec des préamplificateurs de charge dans le cas de mesure de spectre de fission ou avec des préamplificateurs de courant dans le cas des mesures de comptage ou de datation.

Enfin, concernant le dernier étage de la mesure, les systèmes d'acquisition sont assez

variables. Diverses cartes d'acquisition (datation, comptage, MCS) sont utilisées et les données sont stockées classiquement sur un ordinateur muni d'un logiciel de contrôle de l'acquisition.

Dans ce chapitre, on décrit en détails l'instrumentation X-MODE et on montre qu'elle permet de réaliser la plupart des mesures neutroniques pour les réacteurs expérimentaux. X-MODE est un système de mesure qui vise à intégrer au maximum l'ensemble des besoins auquels répondent les diverses instrumentations citées précédemment. Il a été développé dans le cadre du programme TRADE, au cours duquel de nombreuses méthodes de mesure de la réactivité d'un système sous-critique ont été réalisées et comparées.

3.1 Cadre de développement

3.1.1 Définition générale d'un système de mesure

On entend par « système de mesure » l'ensemble des appareils et des étapes menant à l'estimation d'une grandeur physique (figure 3.1). On distinguera la « chaîne de mesure », qui regroupe uniquement la partie électronique du système de mesure. Classiquement, ce dernier comprend les éléments suivants :

- le détecteur associé à son pré-amplificateur,
- l'étage de conditionnement du signal,
- le système d'acquisition,
- la réduction des données,
- l'analyse des données et des résultats.

Les différentes étapes entre la détection du phénomène physique que l'on souhaite mesurer et l'estimation de la grandeur de mesure, sont dictées par la « méthodologie de mesure ». On entend par là l'ensemble des choix, qui se doivent d'être cohérents les uns avec les autres, concernant notamment l'étalonnage, l'implémentation des traitements en ligne ou le modèle physique d'interprétation des données.

Il est utile pour la suite de rappeler la définition des principaux éléments d'un système de mesure.

<u>Détecteur</u>

Appareil permettant la mesure d'une grandeur physique. Le détecteur est constitué du capteur, de son alimentation, et éventuellement de ses paramètres de calibration.

<u>Capteur</u>

Un capteur est le composant d'un détecteur qui transforme la mesure d'une grandeur physique en la mesure d'une grandeur électrique, en général une tension ou un courant.

Conditionnement du signal

L'étage de conditionnement du signal se situe entre le détecteur et l'étage de traitement numérique et de stockage. Fortement dépendant du signal utile, il regroupe de nombreuses fonctionnalités parmi les lesquelles :

- l'alimentation et isolement du détecteur,



FIG. 3.1 – Schéma général d'un système de mesure

- le déclenchement (trigger) du reste de la chaîne (par exemple grâce à un discriminateur d'impulsions),
- le filtrage : filtrage du bruit et/ou filtrage anti-repliement de spectre,
- la conversion analogique-numérique.

Système d'acquisition

La fonction principale de l'étage d'acquisition des données est de traiter le signal conditionné afin de le rendre utilisable pour la mesure. Cela peut comprendre les fonctions suivantes :

- numérisation du signal,
- traitement du signal (filtrage, analyse spectrale),
- datation et/ou comptage d'impulsion,
- analyse multi-canal,
- stockage des données.

Réduction des données

L'étape de réduction des données comprend l'ensemble des méthodes mathématiques à appliquer aux données pour aboutir à l'estimation d'une grandeur physique. Les méthodes utilisées peuvent être des méthodes de traitement du signal (analyse spectrale, analyse des corrélation, moyenne, variance, etc.) et/ou l'utilisation de modèles physiques pour l'ajustement des données.

Méthodologie de la mesure

Il s'agit de l'ensemble des méthodes permettant de prévoir et de mettre en œuvre la mesure en fonction du paramètre que l'on souhaite estimer et de l'incertitude désirée. La méthodologie de mesure est dictée par les réponses apportées aux questions suivantes :

- quelle mesure physique effectuer ?
- combien d'expériences sont nécessaires, et de quelle durée ?
- quels sont les paramètres qui influent sur le résultat ?
- quels sont les paramètres à maintenir constants et ceux à laisser libres de fluctuer ?
- quelles sont les incertitudes à prendre en compte et comment les modéliser ?

3.1.2 Objectifs du projet X-MODE

Le développement du projet X-MODE a débuté au SPEX en 2002 et s'est déroulé tout au long de la thèse suivant trois phases distinctes. Après la phase de définition et de conception, une phase de qualification a permis de tester les fonctionnalités du système en conditions réelles. Enfin, la phase d'adaptation a conduit à l'implémentation des algorithmes nécessaires à la réalisation et à l'analyse des mesures neutroniques.

X-MODE a été initialement développé pour répondre aux besoins d'instrumentation du programme TRADE (cf. chapitre 9). Le grand nombre d'expériences planifiées, d'une part, et la diversité des systèmes d'acquisition nécessaires à leur réalisation, d'autre part, ont mis en évidence l'intérêt de disposer d'un système de mesure polyvalent. L'intercomparaison des mesures est en effet grandement simplifiée lorsqu'elles sont réalisées avec le même système.

Par ailleurs, dans le cadre de la recherche sur les ADS, des études seront réalisées sur un réacteur fonctionnant en puissance. Il sera donc nécessaire de suivre le taux de comptage sur une large gamme de flux (de 0 à plus de 10¹⁰ n.cm⁻².s⁻¹). Pour ce faire, le système de mesure doit être capable d'exploiter les trois modes de fonctionnement des chambres à

fission. Ceci suppose de disposer d'un système capable d'acquérir et de traiter simultanément des signaux de nature logique et analogique.

Le projet X-MODE a donc été développé pour répondre à différents besoins dans le domaine des mesures neutroniques, notamment celui de disposer d'une instrumentation « multi-usage » sur une large gamme de flux.

Il a aussi été l'occasion de s'assurer de la maîtrise des différentes étapes d'un système de mesure. En effet, les systèmes de conditionnement du signal et d'acquisition sont parfois peu adaptés à l'usage que l'on en fait en neutronique expérimentale. Les problèmes de recalage des signaux, de compatibilité entre les différents systèmes sont nombreux. Par ailleurs, le développement de nouveaux types de détecteurs de neutrons [39], présentant de nouvelles fonctionnalités, nécessite l'amélioration de l'instrumentation utilisée sur les réacteurs expérimentaux.

Enfin, l'objectif de fournir aux expérimentateurs un système de mesure complet, incluant les algorithmes d'analyse des mesures (en ligne ou hors ligne), nous a poussé à mieux définir des protocoles d'analyse et fixer les méthodes d'estimation des incertitudes. De cette manière, l'incertitude de reproductibilité (celle due à l'intervention de l'utilisateur) est réduite au minimum.

La figure 3.2 présente le système d'acquisition X-MODE relié à une baie d'instrumentation au format NIM (amplificateurs et haute tension). Le système se compose de trois parties : un ordinateur de contrôle à distance, un boîtier de connexion et une plateforme d'acquisition au format Compact-PCI. Cette dernière partie du système réalise l'acquisition proprement dite.



FIG. 3.2 – Le système d'acquisition X-MODE (droite) relié à la baie de conditionnement du signal (gauche)

3.2 Caractéristiques du système d'acquisition

La nécessité de traiter des signaux de type logique (format TTL) ainsi que de type analogique a conduit à l'utilisation de deux cartes d'acquisition, chacune dédiée à l'un des deux types de signaux. Elles sont insérées dans une plateforme d'acquisition au format Compact-PCI et dialoguent, par l'intermédiaire du bus de données le processeur (figure 3.3). L'évolutivité du système est assuré par l'utilisation de contrôleurs FPGA qui réalisent l'acquisition proprement dite et le traitement en ligne des signaux. Le contrôle de la plateforme d'acquisition s'effectue grâce à un logiciel de pilotage situé sur un ordinateur de contrôle relié à la plateforme par liaison éthernet.



FIG. 3.3 - Schéma du système d'acquisition

Le système d'acquisition a été développé pour réaliser les fonctionnalités regroupées dans le tableau 3.1.

с. т.	C' A 1 '	
Signaux Logiques	Signaux Analogiques	Generateur de signaux IIL
Datation	Echantillonnage	Signaux périodiques ou aléatoires
Comptage	FFT	
MCS	РНА	

TAB. 3.1 - Principales fonctionnalités du système d'acquisition

Les cartes d'acquisition fonctionnent actuellement séparément, mais il serait possible de synchroniser leur fonctionnement par le biais du logiciel de commande. Les horloges (une par carte d'acquisition) qui cadencent le traitement en ligne des signaux fonctionnent à une fréquence de 80 MHz. Cette fréquence est connue avec une précision de 10 ppm.

La carte d'aquisition logique autorise trois modes de fonctionnement. Le premier, le mode datation (ou time-stamping en anglais) consiste en l'enregistrement des temps de détection des impulsions issues du détecteur. Capable de traiter simultanément 32 voies d'entrée pour un taux de comptage maximum de 10 MHz, sa résolution maximale est de 25 ns (soit deux coups d'horloge). Il s'agit du mode de fonctionnement le plus intéressant pour l'interprétation des données puisque l'ensemble de l'information disponible est enregistré. Malheureusement, le volume des données mis en jeu rend leur traitement beaucoup plus lourd.

Comme on le verra par la suite, ce mode est principalement utilisé pour les mesures de bruit neutronique (mesures de corrélations), mais il peut aussi apporter des informations importantes pour d'autres mesures dynamiques comme les transitoires de puissance (chapitre 6) ou les mesures par source de neutrons pulsée (chapitre 4).

Le mode MCS (MultiChannel Scaler) permet de faire l'histogramme du nombre d'impulsions détectées en fonction du temps. Il ne nécessite pas l'enregistrement des données brutes mais donne accès à l'évolution temporelle du taux de comptage. Ce mode de traitement des signaux est largement répandu en neutronique expérimentale pour le suivi du flux neutronique. Travaillant sur des impulsions de courte durée (grâce à un conditionnement du signal en mode collection de courant), il présente peu de temps mort.

Enfin, le mode comptage permet de faire fonctionner le système en simple compteur d'impulsions. Ce mode permet de tester le système avec des compteurs du commerce, mais, de manière plus générale, il est utile pour contrôler rapidement en début d'expérience les taux de comptages des différents détecteurs.

La carte d'acquisition analogique permet au système deux modes de fonctionnement. Le premier réalise l'échantillonnage des signaux analogiques. La gamme des signaux d'entrée s'étend de -0.5 V à +0.5 V et les réglages de l'acquisition (tension de décalage et gains) sont variables. Ce mode est basé sur un sur-échantillonnage des signaux à 20 MHz suivi d'un filtrage anti-repliement assurant la conservation de l'intégrité des fréquences. Par ailleurs, le logiciel de contrôle permet le calcul en ligne de la transformée de Fourier des signaux, ce qui facilite l'analyse et la réduction du bruit des signaux. Comme on le verra, le mode échantillonnage est utilisé pour le suivi du flux neutronique en mode courant ou pour des mesures de bruit neutronique en mode fluctuations.

Enfin, le mode PHA (Pulse Height Analyser) réalise la mesure de l'amplitude des impulsions. Il est basé sur le mode échantillonnage auquel on a ajouté le traitement en ligne des données nécessaire au calcul l'amplitude des impulsions. La carte d'acquisition réalise en ligne l'histogramme de l'amplitude des impulsions. Ce mode d'acquisition est utilisé pour la mesure de spectres de fission.

Dans les prochains chapitres, on va détailler le fonctionnement de chaque mode d'acquisition et discuter l'intérêt et les performances du système. On illustrera notre propos par des exemples de mesures neutroniques tirant partie des différents modes d'acquisition.

Chapitre 4

Fonctionnement du mode logique

La carte logique du système X-MODE regroupe trois modules : un module de déclenchement, un module de datation et un module de comptage (MCS). On décrit dans ce chapitre le fonctionnement de ces trois modules et on donne des exemples concrets d'expériences couramment réalisées avec chacun des modes. On se consacre plus particulièrement à l'utilisation du module de datation, qui est le mode d'acquisition le plus fructueux.

Le mode datation est un mode d'acquisition des signaux logiques au cours duquel le temps lu sur l'horloge interne est associé à chaque impulsion. Il s'agit donc d'un mode où l'ensemble de l'information disponible sur le système est enregistré. Tous les types d'analyse de données sont donc permis *a posteriori* : reconstruction des taux de comptages, calcul des corrélations, synchronisation, etc.

Très prisée en physique nucléaire et subatomique, la datation des impulsions est utilisée en neutronique depuis les années 50 pour l'étude des corrélations entre neutrons. Il s'agit des techniques dites de « bruit neutronique » pour lesquelles on ne s'intéresse plus simplement à la moyenne du signal (les taux de comptages) mais aussi aux moments d'ordres supérieurs. Ces techniques sont remises au goût du jour avec les programmes de recherche sur les ADS (cf. chapitre 9). En effet, il n'est pas prévu pour ces systèmes de pouvoir atteindre l'état critique, or de nombreuses procédures classiques pour la mesure de la réactivité nécessitent de passer par un état critique de référence. Les techniques de bruit neutronique, qui présentent aussi l'intérêt d'être des mesures non perturbatives, pourraient ainsi offrir une solution à cette contrainte.

4.1 Module de déclenchement

Le module de déclenchement est un moyen puissant de sélection des données en entrée de la carte logique. Il est particulièrement utile en mode datation pour limiter au strict minimum le volume des données à stocker. Un schéma bloc est présenté sur la figure 4.1. Son fonctionnement est relativement simple : le logiciel de contrôle permet de choisir le rôle de chacune des 32 voies d'entrée, numérotées de V0 à V31, entre « voie de déclenchement » et « voie de mesure ». Ce choix est un booléen noté CD_{Vi} . L'expérimentateur choisit ensuite le niveau de déclenchement pour chacune des voies sélectionnées (N_{Vi}) . Finalement, le système autorise le traitement des voies de mesure lorsque le OU logique des niveaux des voies de déclenchement vaut 1. Par exemple, si on a sélectionné pour le déclenchement les voies V0 et V1 et, respectivement, les niveaux de déclenchement sera donnée quand la relation logique V0 + NON V1 = 1 sera vérifée. Notons que lorsqu'aucune voie n'est choisie pour le déclenchement, l'autorisation de déclenchement est toujours positionnée à 1.



FIG. 4.1 - Schéma-bloc du module de déclenchement

En parallèle, les signaux sont préparés au traitement. De manière à dater les évènements avec précision, le système permet de choisir pour chaque voie d'entrée s'il doit dater le front montant ($F_{Vi} = 0$) ou le front descendant ($F_{Vi} = 1$) des signaux logiques. On verra au paragraphe suivant que la détection des fronts est réalisée par des modules particuliers. Or, ces modules de détection de fronts ont été programmés pour détecter les fronts montants. C'est pourquoi on réalise au préalable l'opération V_i OUX F_{Vi} . Celle-ci correspond à une inversion du signal dans le cas où $F_{Vi} = 1$.

Enfin, si l'autorisation de traitement a été donnée, on sélectionne les signaux à traiter (ceux pour lesquels le niveau CT_{vi} vaut 1). En sortie du module de déclenchement, les 32 signaux S0 à S31 sont prêts à être traités soit par le module de datation, soit par le module MCS.

4.2 Module de datation

4.2.1 Fonctionnement détaillé

Le module de datation est le module de base de la carte logique. Cadencé par une horloge fonctionnant à 80 MHz (soit une période de 12.5 ns), il réalise l'association d'une « date », c'est-à-dire un nombre de coups d'horloge, à chaque évènement. On appelle ici « évènement » le changement de niveau d'au moins une des voies d'entrée sélectionnées pour le traitement. La résolution du système est inversement proportionnelle à la période d'échantillonnage T_e de la datation. Il s'agit d'un multiple de la période de l'horloge dont la valeur minimale (la plus généralement utilisée) vaut 25 ns.

La figure 4.2 présente un schéma synthétique du module datation. Chaque voie de signal Si issue du module de déclenchement est tout d'abord traitée par un circuit de détection de front (DF). Celui-ci réalise la différence entre Si(t) et Si(t+ τ) décalée d'un temps $\tau < T_e$. La différence Ei est donc non nulle si le signal a changé de niveau pendant de la période en cours. Les données Ei sont transmises à un circuit de transfert sous condition.

Parallèlement, un compteur d'impulsions d'horloge (date) décompte le temps. Le système permet deux types de fonctionnement : soit le compteur est remis à zéro à chaque évènement (RAZ), soit il décompte le temps depuis le début de l'acquisition. Dans le premier cas, on parle de datation en temps « relatif » et dans le second de datation en temps « absolu ».

S'il existe au moins une voie Ei non nulle, le signal d'autorisation (en sortie du OU logique) passe à 1 et permet le transfert des données, c'est-à-dire la transmission de la date et de l'évènement à l'une des deux mémoires tampons. Les données sont encodées au format 32 bits (4 octets pour la date et 1 bit par voie de mesure).

Les mémoires tampons ont deux utilités. D'une part, elles permettent une transmission alternée des données sur le bus. Ainsi, lorsque l'une des deux est en cours de transmission, l'autre continue à se remplir et le système ne perd pas de données. D'autre part, ces mémoires permettent de réaliser en ligne une estimation du taux de comptage. Habituellement, le volume des données à traiter ne permet pas de libérer suffisamment de ressources système pour effectuer simultanément un suivi du taux de comptage. Celui-ci est pourtant très utile pour le suivi en ligne de l'expérience. Or, dans notre cas, on a accès simplement au temps de remplissage Δt des mémoires. Il suffit donc de diviser le nombre d'évènements présents dans le buffer par le temps de remplissage pour avoir une estimation du taux de comptage. En pratique, il faut en plus faire la moyenne sur une dizaine d'estimations pour en diminuer l'incertitude.

A taux de comptage fixé, par exemple égal à 10^6 coups par seconde, le débit du mode datation est de 8 Mo/s. Une minute d'acquisition engendre donc environ 500 Mo de données. Le débit maximum du bus fixe la limite du système à 80 Mo/s soit 10 millions d'évènements par seconde.

Une amélioration substantielle du taux de comptage maximum pourrait être obtenue en ajustant le format des données en fonction des conditions de la mesure. En effet, il est rare d'enregistrer simultanément 32 voies de mesure. Dans le cas de 2 voies de mesure, seuls 2 bits de données sont nécessaires. Par ailleurs, dans le cas de la datation en temps relatif, le codage du temps nécessite rarement la gamme permise par les 32 bits alloués. Un codage sur 25 ou 26 bits permettrait là aussi une réduction du volume des données. Finalement, une augmentation du taux de comptage maximum d'un facteur 2 pourrait être atteinte.



FIG. 4.2 – Schéma du module de datation

Au cours du programme TRADE, le module datation de datation a été utilisé pour plusieurs expériences. On a choisi d'en présenter deux dans les paragraphes suivants : une mesure de source de neutron pulsée et une mesure de bruit neutronique.

4.2.2 Mesure de source de neutrons pulsée

4.2.2.1 Principe de la mesure

La mesure de source de neutrons pulsée (PNS) a pour objet l'estimation de la réactivité d'un niveau sous-critique. C'est une méthode peu perturbative comparée, par exemple, à un transitoire de puissance.
Le principe de la mesure de PNS est le suivant : par l'intermédiaire d'un générateur pulsé de neutrons, on introduit des bouffées de neutrons à une fréquence de l'ordre de quelques dizaines de hertz dans le massif sous-critique. Ces bouffées induisent des « minitransitoires » de flux dans le cœur qui sont enregistrés et additionnés jusqu'à atteindre une statistique suffisante. Le spectre temporel ainsi obtenu est composé d'une partie décroissante correspondant à l'évolution des neutrons prompts, ainsi que d'une partie constante correspondant aux neutrons retardés (cf. figure 4.3, paragraphe suivant).

Le plateau en fin de spectre résulte de l'accumulation des neutrons retardés au cours de la mesure. Il faut donc attendre le temps nécessaire à la stabilisation des neutrons retardés avant de commencer la mesure, soit environ 15 minutes.

Le principal attrait de la PNS comparée aux mesures de transitoires de puissance est qu'elle ne nécessite pas la connaissance des paramètres des groupes de neutrons retardés. Ainsi, l'incertitude des résultats correspond principalement à l'incertitude statistique, qui peut être arbitrairement réduite en augmentant la durée de la mesure ainsi que la fréquence du générateur. Par ailleurs, on note que la PNS est aussi moins sensible aux effets spatiaux et énergétiques qui peuvent survenir dans un massif sous-critique [40].

Le système d'acquisition minimal nécessaire pour réaliser des mesures par source de neutron pulsée est une simple carte de comptage MCS permettant de définir la largeur de canaux à une valeur suffisamment faible, typiquement quelques µs. Il faut en outre que le logiciel de pilotage permette l'accumulation en ligne des transitoires. L'accumulation doit bien sûr être synchronisée au générateur d'impulsions par l'intermédiaire d'un signal de déclenchement. Dans ce cas, on obtient en fin de mesure directement le spectre temporel cumulé.

Si on fait l'acquisition d'une mesure de PNS en mode datation, on a accès à plusieurs informations supplémentaires. Tout d'abord, il est parfois utile de suivre le fonctionnement du générateur de neutrons : une bonne stabilité, notamment en fréquence, est nécessaire à la mesure. Par ailleurs, certaines méthodes d'analyse utilisent un estimateur dont il faut vérifier la convergence. Dans ce cas, un spectre temporel intégré est inutilisable : il faut pouvoir sélectionner la part des données à analyser.

4.2.2.2 Méthodes d'analyse des résultats

Ajustement exponentiel

Dans le cadre de la cinétique point, on montre que l'évolution de la population des neutrons prompts en réponse à une excitation de type Dirac est une décroissance exponentielle dont la constante de temps α_p est proportionnelle à la réactivité. Ce résultat dérive des équations de la cinétique point en considérant les concentrations des précurseurs de neutrons retardés constantes dans le temps. Il est donc possible d'estimer la réactivité, connaissant β et Λ , par un ajustement des moindres carrés du spectre temporel. La constante de décroissance des neutrons prompts s'exprime :

$$\alpha_p = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \tag{4.1}$$

Il est préférable d'exprimer cette équation en faisant apparaître la grandeur d'intérêt, c'est-àdire la réactivité en dollar.

$$\rho_{\$} = 1 - \frac{\alpha_p}{\alpha_c} \tag{4.2}$$

Dans l'équation précédente, la grandeur α_c correspond à la constante de décroissance prompte pour un état critique du réacteur (réactivité nulle).

Cette méthode a l'avantage de la simplicité mais présente deux inconvénients majeurs : tout d'abord elle nécessite la connaissance soit des paramètres β et Λ , soit de leur rapport α_c , ce qui introduit une incertitude supplémentaire sur les résultats. De plus, comme on le voit sur la figure 4.3, le modèle de décroissance exponentielle n'est en fait pas valable sur le début de la courbe. Cette partie du spectre est due aux neutrons provenant du réflecteur. Fortement thermalisés, ceux-ci possèdent un temps de génération différent de celui des neutrons du cœur. Se pose donc le problème du choix des bornes d'ajustement, choix qui introduit une nouvelle part d'incertitude.

Dans l'exemple de la figure 4.3, la valeur de la constante de décroissance prompte est estimée par la méthode de l'ajustement à 202.3 s⁻¹. Cela correspond à une réactivité de $-0.59 \pm 2.5 \ 10^{-4}$ \$ avec les valeurs suivantes : $\beta = 700$ pcm et $\Lambda = 55$ µs.

Méthode des aires

En utilisant le formalisme de l'équation de Nordheim, on montre que la réactivité en dollars est reliée aux aires prompte et retardée du spectre temporel (figure 4.4). Celles-ci sont respectivement notées A_p et A_d [40] :

$$\rho_{\$} = -\frac{A_p}{A_d} \sum_{i} \frac{\beta_i / \beta}{\left(1 - \frac{\lambda_i}{a_0}\right)^2} \simeq -\frac{A_p}{A_d}$$
(4.3)

Dans cette équation, a_0 est la première valeur propre de l'équation de Nordheim. Les autres notations sont standards.

Dans le cas de l'exemple précédent, on obtient une réactivité de $-0.34 \pm 5 \, 10^4$ \$. Cette réactivité n'est pas tout à fait comparable à celle obtenue par la méthode d'ajustement.

En pratique, l'approximation consistant à négliger le terme dû aux neutrons retardés s'avère très bonne. Finalement, la méthode des aires donne des résultats moins dispersés et moins influencés par les effets spatiaux que la méthode d'ajustement.

4.2.3 Mesures de bruit neutronique

Les mesures de bruit neutronique sont des méthodes non perturbatives basées sur l'analyse des fluctuations intrinsèques de la population neutronique. Alors que les techniques vues précédemment n'utilisent que la moyenne des comptages mesurés, les méthodes de bruit neutronique s'intéressent aux moments d'ordre supérieurs, notamment aux variances et covariances du signal. Dans le domaine temporel, deux techniques sont principalement utilisées, il s'agit des méthodes Feynman- α et Rossi- α .



FIG. 4.3 – Ajustement exponentiel du spectre temporel



FIG. 4.4 – Estimation de la réactivité par la méthode des aires

4.2.3.1 Principe des mesures

Le cadre théorique des méthodes de bruit neutronique dans le domaine temporel est celui de l'équation stochastique du transport. En étudiant le processus de création et disparition des neutrons d'un point de vue stochastique, et non plus déterministe, on met en évidence une relation entre les variances des grandeurs physiques telles que les comptages, les concentrations des précurseurs ou le nombre de neutrons par fission. On présente ici deux méthodes standards basées sur la théorie du bruit neutronique : les méthodes Feynman- α et Rossi- α [41].

<u>Méthode Feynman-α</u>

La méthode Feynman- α mesure le rapport $Y_m(T)$ entre la variance des comptages et leur moyenne. Dans le cas où les neutrons sont parfaitement thermalisés, les comptages sont complètement décorrélés et cette grandeur vaut 1. En fait, une partie des neutrons issus d'une même chaine de fission sont corrélés et $Y_m(T)$, inférieur à 1, tend vers 1 quand T tend vers l'infini. En posant $\langle C \rangle_T$ la moyenne des comptages mesurés pendant une durée T, $Y_m(T)$ s'exprime comme suit.

$$Y_m(T) = \frac{\langle C^2 \rangle_T - \langle C \rangle_T^2}{\langle C \rangle_T}$$
(4.4)

L'ajustement entre $Y_m(T)$ et le modèle Y(T) donné par la théorie permet d'estimer la constante de décroissance des neutrons prompts. Ce modèle est généralement obtenu en négligeant le processus d'émission retardée, mais des facteurs correctifs permettent, si besoin, de le prendre en compte :

$$Y(T) = \frac{\varepsilon D}{\alpha_p^2 \Lambda^2} \left(1 - \frac{1 - e^{-\alpha_p t}}{\alpha_p t} \right)$$
(4.5)

Dans cette équation, α_p correspond à la constante de décroissance prompte définie par la formule 4.1.

<u>Méthode Rossi-a</u>

La méthode Rossi- α peut être vue comme la version intégrale de la méthode Feynman- α . Il s'agit de mesurer la corrélation temporelle entre les neutrons détectés, c'est-à-dire la probabilité conditionnelle $p(t_1|t_2)$ qu'un neutron soit détecté à l'instant t_2 sachant qu'un neutron a été détecté à l'instant t_1 . La théorie permet de montrer que la fonction de d'auto-corrélation du signal $C_{11}(T)$ vérifie :

$$C_{11}(T) = \varepsilon F\left(\delta(T) + \frac{\varepsilon D}{2\alpha_p \Lambda^2} e^{-\alpha_p T}\right)$$
(4.6)

Dans l'équation précédente, on a noté $T = t_2 - t_1$, ε l'efficacité de détection et F le taux de fission intégral. Les autres notations sont standards.

De manière à annuler le terme d'auto-corrélation $\delta(t)$, on utilise aussi fréquemment la fonction d'inter-corrélation entre deux détecteurs :

$$C_{12}(T) = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 FD}{2\alpha_p \Lambda^2} e^{-\alpha_p T}$$
(4.7)

En pratique, on mesure la fonction d'auto- ou d'inter- corrélation comme indiqué sur la figure 4.5. Il existe deux algorithmes pour mesurer les intervalles de temps entre paires de neutrons. Le premier algorithme (type 1) est le plus efficace : il mesure autant d'intervalles de temps que de couples de neutrons (dans la limite de la longueur L de l'histogramme). Par contre, il est difficilement programmable en ligne car le temps de calcul est important. Pour un calcul en ligne, on utilise plutôt le second algorithme (type 2), plus simple à implémenter. Dans ce cas, pour chaque durée L, on prend comme référence la première impulsion, à partir de laquelle sont calculés les intervalles de temps. Dès qu'une durée L s'est écoulée, l'impulsion suivante devient la nouvelle référence temporelle.



FIG. 4.5 – Schéma de fonctionnement de deux algorithmes de calcul des corrélations neutroniques.

Limite des techniques de bruit neutronique

Les techniques précédentes bénéficient largement de l'utilisation du mode datation. En effet, nombre de problèmes délicats tels les diverses pertes de comptages entachant la mesure sont évités lorsque l'intégralité des données est enregistrée [31]. Le mode datation permet ainsi de tester et de comparer *a posteriori* plusieurs algorithmes de traitement des données pour le calcul des grandeurs $Y_m(T)$ et $C_{ij}(T)$.

La principale limite des méthodes Feynman- α et Rossi- α est le temps de mesure nécessaire pour obtenir un signal exploitable. En effet, le rapport signal à bruit (i.e. le rapport entre les

neutrons corrélés et les autres) est faible car la partie utile du signal est proportionnelle au carré de l'efficacité de détection. Il est donc nécessaire de réaliser les mesures avec des chambres très sensibles, donc de grande taille, ce qui limite le caractère non perturbatif de ces méthodes. De même, on note que l'amplitude est inversement proportionnelle à Λ^2 . Il est donc très difficile d'utiliser ces techniques dans un spectre thermique, pour lequel le temps de génération est grand.

La mesure Rossi- α réalisée dans le cadre du programme trade illustre parfaitement ces difficultés. En effet, une mesure en mode datation (d'une durée de 4 heures) analysée en utilisant l'algorithme de type 2 a permis d'obtenir la courbe présentée sur la figure 4.6. Il s'agit de la fonction $C_{12}(T)$ à laquelle on a soustrait une constante correspondant aux corrélations fortuites. On constate que, malgré la durée de mesure importante, cette courbe est assez bruitée. On obtient donc, dans ce cas, à une estimation imprécise de la constante de décroissance prompte, dont l'incertitude est environ 50 fois supérieure à celle obtenue par une mesure de PNS.



FIG. 4.6 – Méthode Rossi-a

4.2.4 Qualification et performances du mode datation

4.2.4.1 Objectif de la qualification

L'objectif de la qualification est à la fois de vérifier les diverses performances inscrites au cahier des charges et de fixer des protocoles permettant de s'assurer du bon fonctionnement du système.

La réalisation de l'ensemble des tests présentés dans ce paragraphe à intervalle régulier permet en outre de vérifier que les performances du système ne se dégradent pas avec le temps (précision de l'horloge, dégradation des composants électroniques, sensibilité à la température, etc). Les tests sur le bon fonctionnement général du système ne peuvent bien sûr pas être exhaustifs. En effet, on ne peut vérifier les résultats pour l'ensemble des configurations d'utilisation. Il s'agit donc de spécifier des cas réalistes d'utilisation et de vérifier l'intégrité des données dans ces cas particuliers. Par intégrité des données, on entend la validation des points suivants :

- le système ne subit aucune perte d'évènement : ni perte individuelle, ni perte de buffer (pas de saturation de l'acquisition),
- la précision du taux de comptage mesuré par datation est suffisante, i.e. négligeable comparée à l'incertitude statistique,
- les résultats des comptages en « temps relatif » sont identiques à ceux obtenus en « temps absolu ».

Parmi les performances à tester, certaines ont été spécifiées dans le cahier des charges (leur valeur est donnée entre parenthèses), d'autres sont inconnues et doivent être estimées expérimentalement :

- Résolution maximale (25 ns)
- Incertitude ($\pm 25 \text{ ns}$)
- Précision de la datation
- Taux de comptage maximal (10 MHz)
- Taux de comptage poissonien maximal

La résolution R de la datation est définie par l'intervalle de temps minimal permettant de séparer deux évènements l'un de l'autre (figure 4.7). L'incertitude I traduit le fait qu'un évènement arrivant au début ou à la fin d'une période d'échantillonnage peut être compté dans la période précédente ou suivante. Enfin, la précision P est reliée à l'exactitude de la mesure du temps. En effet, la fréquence de l'horloge (dont la fluctuation est négligeable) n'est connue qu'avec une précision d'environ 10 ppm. On exprimera donc cette précision comme un facteur correctif sans dimension de la mesure du temps. On vérifiera que son influence sur la mesure est négligeable.



FIG. 4.7 – Représentation des paramètres mesurant la qualité de l'acquisition du temps de détection des impulsions par le module datation

Notons que la résolution du système est très inférieure à la résolution intrinsèque des détecteurs généralement utilisés. En effet, la durée des impulsions issues d'une chambre à fission est de l'ordre de 100 ns. Il apparaît donc clairement que la qualité de la datation

effectuée par le système n'est pas le facteur limitant de la mesure. Les limites de la datation, tant du point de vue de la résolution que de la précision, sont imposées par le détecteur.

4.2.4.2 Modes opératoires et résultats

L'instrumentation utilisée

Pour effectuer les tests élémentaires du système, l'instrumentation à notre disposition est un générateur de signaux (TTi TG1010a). Ce dernier peut générer des signaux logiques (au format TTL) périodiques avec une fréquence ajustable jusqu'à 10 MHz. Il permet aussi la programmation de rampes de fréquence. Sa précision en fréquence, fournie par le constructeur, est inférieure à 0.1 mHz. Pour des fréquences supérieures à 1 kHz, la précision atteinte sur les périodes est inférieure à la nanoseconde.

Pour valider le comptage, on utilise un compteur d'impulsions TTL (de marque Ortec). Son seuil de discrimination est fixé à la mi-hauteur des impulsions, soit 2.5 V.

Par ailleurs, on dispose aussi d'un oscilloscope numérique (de marque LeCroy). Celui-ci est utilisé comme référence pour la mesure des intervalles de temps. L'enregistrement puis l'analyse de la trace des signaux fournis par le générateur permet de valider les performances de l'acquisition en mode datation.

A titre d'exemple, l'analyse des signaux carrés fournis par le générateur pour différentes fréquences permet de mettre en évidence la précision minimum de celui-ci (tableau 4.1). Cette précision, toujours inférieure à 25 ns, est suffisante pour nos besoins. La résolution de l'échantillonnage correspond à la résolution de l'acquisition avec l'oscilloscope (elle dépend de la largeur de la fenêtre d'enregistrement).

Fréquence	Résolution de l'échantillonnage	Période moyenne	Ecart-type des périodes
10 kHz	20 ns	100 µs	< 15.7 ns
100 kHz	2 ns	10 µs	< 5.3 ns
1 MHz	0.2 ns	1 µs	< 0.6 ns
10 MHz	0.2 ns	100 ns	< 0.5 ns

TAB. 4.1 – Précision du générateur d'impulsions

Mesure des taux de comptage maximum et vérification de l'absence de perte d'évènements

Comme on l'a vu, le taux de comptage maximum est imposé par la capacité du bus de données (cf. § 4.2.1). La fréquence du bus étant de 80 Mo/s, le taux de comptage maximum accessible vaut donc 10 MHz. La mesure de ce taux de comptage maximum est aisée : il suffit de faire varier la fréquence de signaux périodiques jusqu'à la valeur limite de 10 MHz.

La validation de l'intégrité des données nécessite deux acquisitions : l'une en mode « temps relatif », et l'autre en mode « temps absolu ». On vérifie tout d'abord sur les deux acquisitions que la période moyenne des évènements est cohérente avec la fréquence du signal. Par ailleurs, on calcule le taux de comptage des évènements, qui doit aussi être cohérent avec leur fréquence.

Il est important de noter que la limite de 10 MHz n'est rigoureusement valable que pour des signaux périodiques. Dans le cas de signaux aléatoires, il faut s'assurer que les fluctuations maximales du taux de comptage ne dépassent pas le seuil de 10 MHz, ce qui correspond à un taux de comptage moyen légèrement inférieur.

En pratique, dans le cas de signaux poissoniens, cette limite est peu restrictive puisque les fluctuations varient comme la racine carré du taux de comptage, et sont rapidement négligeables devant le taux de comptage moyen. Ainsi, pour un taux de comptage de 9 MHz, l'écart-type du signal vaut 3000. Même en prenant une marge de 100 écart-types, les fluctuations maximales sont nettement inférieures à 10 MHz.

Résolution de la datation

La résolution théorique de la datation est simplement donnée par la période d'échantillonnage T_e . Pour la mesurer, il faut s'assurer que pour un signal de fréquence $1/T_e$, les intervalles de temps mesurés sont bien tous égaux à une période d'échantillonnage et que le taux de comptage est cohérent.

On peut aussi procéder en faisant l'histogramme des intervalles de temps inter-évènements d'un signal aléatoire. En prenant, par exemple, celui issu d'une chambre à fission (figure 4.8), on vérifie que le premier canal de l'histogramme correspond à une seule période T_e .

Par ailleurs, cet histogramme permet d'obtenir des informations sur le signal mesuré et, notamment, sur la largeur moyenne des impulsions. Comme on l'a précisé précédemment, celle-ci est de l'ordre de 100 ns.



FIG. 4.8 – Histogramme des intervalles de temps pour un signal poissonien

Estimation de la précision de la datation

On peut estimer la précision de la datation en utilisant le générateur d'impulsions comme référence temporelle. Dans le cas, par exemple, d'un signal périodique à 1 MHz, il suffit de

sommer les intervalles de temps des 10⁶ premières impulsions (soit 1 s) pour mesurer l'écart entre l'horloge du générateur et celle du système. En réalisant plusieurs fois l'opération, on vérifie que cet écart est constant.

On mesure ainsi un écart de $+6.47 \,\mu$ s. Cette mesure est tout à fait cohérente avec la précision de l'horloge (10 ppm). En prenant toujours comme référence l'horloge du générateur d'impulsion, on estime la fréquence de l'horloge à 80 MHz - 520 Hz.

Mesure de l'incertitude en fonction de la période d'échantillonnage

L'incertitude de la datation, c'est-à-dire l'écart-type de la distribution des périodes mesurées, varie en fonction de la résolution choisie. En effet, en supposant que la fréquence du signal de test soit parfaitement fixée, la dispersion de l'histogramme des périodes dépend de la largeur ses canaux. Ceci étant, on utilise généralement le système à sa résolution maximum (25 ns), ce qui correspond aussi à une précision maximum.

On se place toujours dans le cas d'un signal périodique de fréquence 1 MHz. La précision de sa période a été mesurée à 0.6 ns. Après avoir réalisé plusieurs acquisitions de datation avec une période d'échantillonnage variant de 25 ns à 500 ns, on mesure la moyenne et l'écart-type des périodes mesurées lors de chaque acquisition (tableau 4.2). Le très grand nombre de périodes mesurées permet une excellente précision sur les caractéristiques statistiques. La dispersion correspond à la fraction des périodes erronées (l'erreur étant de \pm 1).

Finalement, la valeur retenue pour l'incertitude de la datation est 3 ns.

Résolution (ns)	Ecart-type (ns)	Dispersion (%)
25	2.95	1.4
50	4.2	0.7
100	5.9	0.3
200	8.3	0.2
500	13.1	0.1

TAB. 4.2 – Caractéristiques statistiques pour un signal périodique (1 MHz) en fonction de la résolution

4.3 Module de comptage MCS

4.3.1 Fonctionnement détaillé

Le module de comptage MCS réalise, en fonction du temps, le comptage des évènements sur un intervalle de temps (ou canal) de largeur paramétrable. L'un des intérêts du module MCS est la transmission en ligne des comptages au logiciel de pilotage pour le traitement et l'enregistrement. Ni le temps de mesure ni la largeur de canal n'est donc imposé par la capacité de la carte d'acquisition. Le module MCS autorise deux modes de fonctionnement (figure 4.9). Dans le premier mode, appelé « MCS continu », les comptages sont enregistrés au cours de l'acquisition, sans traitement supplémentaire. Dans le second mode, appelé « MCS cumulé », une sommation des comptages est déclenchée à chaque évènement survenant sur une voie de déclenchement S_0 (ce traitement est réalisé par le logiciel pilotant l'acquisition). Ce second mode est particulièrement intéressant dans le cas de mesures de source de neutron pulsée (PNS).

Le fonctionnement du module est basé sur un compteur de temps qui décompte les coups d'horloge. Un comparateur fournit un signal valant 1 lorsque le temps décompté est égal à la largeur de canal choisie par l'utilisateur.

En parallèle, les signaux d'entrée issus du module de déclenchement ($S_0 a S_{31}$) sont, comme pour le module de datation, tout d'abord traités par des circuits de détection de front (DF). Les évènements survenant sur les voies standard ($S_1 a S_{31}$) sont ensuite transmis à un compteur d'évènements qui compte les évènements voie par voie.

L'autorisation de transfert est un signal qui déclenche l'envoie des données vers les mémoires de transfert (buffers). Dans le cas du MCS continu, l'option Mode vaut 0. La voie de déclenchement est donc inutilisée et l'autorisation de transfert dépend uniquement du décompte du temps. Dans le cas du MCS cumulé, par contre, l'option Mode vaut 1 et l'autorisation de transfert peut être fournie par un évènement survenant sur la voie de déclenchement. Lorsque les données ont été transférée, les compteurs de temps et d'évènements sont réinitialisés via l'entrée RAZ.



FIG. 4.9 – Schéma du module MCS

4.3.2 Qualification et performances du mode MCS

La qualification du mode MCS est particulièrement simple. Il suffit d'utiliser un générateur d'impulsions périodique (tel que celui décrit au paragraphe 4.2.4) et de vérifier que le taux de comptage obtenu correspond à la fréquence du signal. Par la même occasion, on vérifie qu'aucune donnée n'est perdue et ce quelque soit le taux de comptage.

Comme le mode datation, le fonctionnement du mode MCS est limité par la capacité du bus de données. La différence principale réside dans le fait que cette limitation ne pèse pas sur le taux de comptage des signaux d'entrée mais sur la largeur des canaux du spectre MCS.

En effet, les 32 voies de données étant chacune codées sur 64 bits (8 octets), 256 octets sont à transférer sur le bus à chaque fin de canal. Ceci limite donc la largeur minimale à $4 \mu s$.

Chapitre 5

Fonctionnement du mode analogique

Au contraire du mode numérique, le mode analogique présente l'intérêt de fonctionner dans les trois modes des chambres à fission. En mode « impulsion », avec un conditionnement du signal basé sur un pré-amplificateur de charge, on réalise une mesure en mode PHA (Pulse Height Analyser). En mode « fluctuation » ou « courant », on numérise le signal pour en mesurer, respectivement, sa variance (mode Campbell) ou sa moyenne.

Après avoir détaillé le fonctionnement de la carte d'acquisition analogique, on traite dans ce chapitre des principales applications de ce mode. Dans un premier temps, on s'intéresse au fonctionnement et à la calibration du module d'échantillonnage. Celui-ci est utilisé pour le suivi du flux (en mode courant) ou pour appliquer les techniques de bruit neutronique (en mode fluctuation).

On s'intéresse ensuite au module PHA. Celui-ci implémente un algorithme de traitement du signal mesurant l'amplitude des impulsions. En se basant sur la simulation de signaux d'impulsions, on analyse plusieurs algorithmes de traitement. Finalement, on compare les performances de l'algorithme actuellement implémenté avec ceux d'algorithmes plus sophistiqués.

5.1 Module échantillonnage

5.1.1 Fonctionnement détaillé

La carte analogique réalise l'échantillonnage synchrone et en parallèle de 8 signaux d'entrée, notés de V₁ à V₈. La figure 5.1 montre, pour une voie, les différentes étapes de ce traitement. La gamme des signaux s'étend de -0.5 à 0.5 V : c'est la gamme de fonctionnement des convertisseurs analogique-numérique (CAN). Après une étape de filtrage anti-repliement, ceux-ci échantillonnent les signaux à 20 MHz sur 16 bits (14 bits efficaces). Cela revient à prendre un échantillon toutes les 50 ns et avec une précision de 6.1 10⁻⁵ V. En effet, le bit de poids le plus faible (en anglais « least significant bit » ou LSB), qui correspond au quantum d'échantillonnage, vaut $q = 1/2^{14}$.

Les échantillons sont ensuite décimés de manière à atteindre la fréquence d'échantillonnage requise, réglable entre 1 kHz et 10 MHz. Enfin, un offset et un gain ajustables sont appliqués aux signaux numériques. Le dernier étage réalise la mise en forme des données de l'ensemble des voies et le transfert sur le bus d'échange à destination du logiciel de contrôle.



FIG. 5.1 – Schéma du module d'échantillonnage

5.1.2 Calibration et performances de l'échantillonnage

5.1.2.1 Calibration du gain et de l'offset

Etant donné que les CANs fournissent les échantillons des signaux d'entrée sous la forme d'un nombre de LSB, il est nécessaire de procéder à une calibration de l'échantillonnage pour pouvoir convertir ces nombres de bits en tension. Par ailleurs, tous les CANs ne possèdent pas le même offset ni la même dynamique (gain). La calibration doit donc être réalisée pour chacune des voies.

Une manière simple de procéder est d'appliquer en entrée de l'échantillonnage un signal de forme connue pour ensuite ajuster les échantillons à un modèle prenant en paramètre un

gain et un offset. Cette méthode permet d'utiliser un grand nombre d'échantillons et ainsi d'estimer les deux paramètres avec une incertitude minimum.

Dans le cas d'un signal sinusoïdal V de fréquence F, le modèle que l'on ajuste aux échantillons est le suivant :

$$V = G\sin(2\pi F + \varphi) + O \tag{5.1}$$

Trois paramètres sont ainsi ajustés : le gain G (en V⁻¹), l'offset O et la phase φ . Si A est l'amplitude de la sinusoïde, on obtient le gain g (en V) et l'offset o (en V) par la transformation suivante :

$$\begin{cases} g = \frac{A}{G} \\ o = gO \end{cases}$$

Par la même occasion, l'ajustement fournit une estimation du bruit moyen de la mesure par l'intermédiaire de l'écart quadratique (RMSE) entre les échantillons et le modèle. Comme on le verra au paragraphe suivant, le bruit enregistré en l'absence de signal en entrée de la carte est légèrement inférieur à la valeur du RMSE. Ceci est dû au fait que dans le second cas, le bruit est mesuré localement autour d'une valeur nulle. Au contraire, dans le cas de l'ajustement, l'écart quadratique fournit une moyenne du bruit sur toute la dynamique du convertisseur. Il s'agit donc d'une valeur enveloppe particulièrement intéressante car elle est représentative de l'ensemble de la gamme de fonctionnement et prend en compte tous les types d'incertitude.

Le tableau 5.1 donne les résultats de calibration des huit voies de la carte analogique. Les incertitudes sur le gain et l'offset valent respectivement 1.5 10⁻¹¹ V et 2 10⁻⁴ mV. Elles sont donc négligeables devant le bruit de mesure. On constate une dispersion significative dans les valeurs du gain et de l'offset des différents convertisseurs. La variabilité des valeurs de gain provient des différences de dynamique (gamme accessible des signaux). Cela est aussi valable pour le bruit de mesure qui peut varier d'un facteur 3.

Voie	Gain $\times 10^{-5}$ (V)	Gamme (V)	Offset (mV)	RMSE (mV)
1	1.82	1.19	32.3	1.98
2	1.97	1.29	34.3	1.44
3	1.78	1.17	31.7	1.27
4	2.06	1.35	29.1	0.62
5	2.09	1.37	44.9	1.61
6	2.05	1.34	34.7	0.99
7	2.1	1.38	28.2	1.51
8	2.96	1.28	32.8	0.86

TAB. 5.1 – Valeurs de gain, gamme accessible, offset et RMSE pour la calibration des 8 voies de la carte analogique

5.1.2.2 Analyse du bruit de mesure

Le bruit du signal numérique obtenu en sortie de l'échantillonnage possède deux composantes indépendantes. La première est due aux perturbations électro-magnétiques qui dégradent le signal en entrée de la carte analogique. La seconde source de bruit provient

du convertisseur analogique-numérique lui-même, dont le fonctionnement n'est bien sûr pas idéal.

Les perturbations électro-magnétiques influent sur le signal (ou sur la masse du système) au cours de son cheminement jusqu'à la carte d'échantillonnage. Il s'agit typiquement de la fréquence à 50 hertz due à l'alimentation du secteur. Il faut aussi considérer les perturbations induites par le fonctionnement des différents composants du système luimême qui générent et rayonnent des fréquences parasites. Comme on le verra, l'alimentation à découpage du système entraîne une raie à environ 300 kHz particulièrement visible dans le spectre du bruit.

La seconde composante du bruit est due au processus de quantification. En effet, même dans le cas d'un convertisseur idéal, un bruit minimum est introduit du fait de la perte d'information. Par ailleurs, le caractère discontinu de la quantification implique que ce bruit n'est pas blanc mais constitué d'une fréquence fondamentale et de ses harmoniques. On peut exprimer l'écart-type de ce bruit en fonction du quantum de quantification q [42].

$$\sigma_{quant} = \frac{q}{\sqrt{12}} \tag{5.2}$$

Dans notre cas, l'incertitude théorique vaut 1.8 10⁻⁵ V, ce qui est très inférieur à l'incertitude observée. En effet, le fonctionnement du convertisseur n'est pas parfait et de nombreuses erreurs et non linéarités entachent la quantification.

Dans ce paragraphe, notre objectif n'est pas de qualifier finement le fonctionnement des convertisseurs utilisés dans la carte analogique mais plutôt de tester de manière globale le signal de sortie afin de vérifier que le bruit résiduel, dont l'écart type vaut environ 2 mV, n'est pas gênant pour nos applications.

Pour ce faire, on va s'intéresser tout d'abord au bruit moyen mesuré à vide ainsi qu'au rapport signal à bruit. Puis, on mettra en évidence les fréquences parasites présentes sur la densité spectrale de puissance du bruit pour vérifier que celles-ci sont négligeables pour nos applications.

Bruit moyen de mesure et rapport signal à bruit

Une mesure « à vide » du signal acquis, c'est-à-dire sans aucun signal en entrée du système, donne le niveau moyen du bruit autour du point zéro. Comme on l'a vu précédemment, cette mesure ne prend pas en compte le bruit dynamique dû aux erreurs de non linéarité du convertisseur. La différence entre le bruit à vide et l'erreur de calibration donne donc une estimation du bruit introduit par la non linéarité des convertisseurs.

On se place dans le cas d'une acquisition réalisée à 1 MHz et pour une impédance d'entrée de 1 Mohms. Le rapport signal à bruit est calculé pour des impulsions d'amplitude 300 mV (tableau 5.2).

Les résultats montrent que le niveau moyen de bruit est légèrement supérieur à 1 mV. En comparant ces résultats à ceux du tableau 5.1, on constate que le bruit introduit par la non linéarité des CANs est de l'ordre de 0.1 mV. Le bruit intrinsèque aux convertisseurs est donc négligeable devant les autres sources de bruit.

Voie	Ecart-type (LSB)	Ecart-type (mV)	S/B
1	112.4	2.04	150
2	67.9	1.34	220
3	67.8	1.21	250
4	19.2	0.40	750
5	76.1	1.59	190
6	42.0	0.86	350
7	59.3	1.23	240
8	37.8	0.74	400

TAB. 5.2 – Bruit moyen de mesure en LSB et mV pour les 8 voies du système.

Analyse fréquentielle du bruit

A partir des mesures présentées précédemment, il est intéressant d'analyser le spectre du bruit. Pour ce faire, on calcule la densité spectrale de puissance $\gamma(\nu)$ du signal n(t). On rappelle que celle-ci est reliée à la transformée de Fourier $\hat{x}(\nu)$ par la formule 5.3.

$$\gamma(\nu) = \frac{\left|\hat{x}(\nu)\right|^2}{T}$$
(5.3)

Dans l'équation précédente, T est la durée de la mesure. Notons que la densité $\gamma(\nu)$ s'exprime en V².Hz⁻¹.

La principale propriété de la densité spectrale est que son intégrale est égale à la variance du signal, c'est-à-dire, dans notre cas, au carré du bruit :

$$\sigma^{2} = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\nu) d\nu \tag{5.4}$$

L'intégrale d'un pic de la densité fournit donc la part de bruit imputable à ce pic. De manière à pouvoir exprimer la densité en décibels, on va utiliser la densité normalisée $\gamma_n = \gamma \, \delta v$ (en V²), où δv est la résolution fréquentielle du spectre. La densité normalisée en décibels s'exprime donc par rapport à la pleine échelle (1 V) :

$$\gamma_{dB} = 10\log_{10}\left(\gamma_n^2\right) \tag{5.5}$$

La figure 5.2 montre le spectre du bruit mesuré sur la voie 4. Le second axe, au centre de la figure correspond à un zoom sur les basses fréquences (entre 0 et 20 kHz). Du fait du faible bruit présent sur cette voie, les fréquences parasites sont très bien résolues. On observe un pic important à haute fréquence (320 kHz) et de nombreux pics de taille variable à basse fréquence (de 0 à 50 kHz). Il s'avère que les pics présents à basses fréquences sont en grande majorité des harmoniques d'un pic principal à 584 Hz.

L'origine des fréquences parasites est difficile à identifier. Malgré tout, il semble que le pic à haute fréquence soit dû à l'alimentation à découpage. En effet, la fréquence de fonctionnement de celle-ci est cohérente avec celle de ce pic. De plus, l'amplitude du pic varie peu d'une voie à l'autre. L'amplitude des pics à basse fréquence, au contraire, est très variable d'une voie à l'autre, ce qui suggère qu'ils soient dus au convertisseurs eux-mêmes. Quoiqu'il en soit, c'est le fond constant du spectre qui est responsable de 90 % de la puissance moyenne du bruit.

Le calcul de la densité spectrale en décibels montre que le niveau du bruit est satisfaisant sur l'ensemble de la gamme de fréquences (figure 5.3). Pour la voie V_4 , le niveau du bruit blanc est de l'ordre de -110 dB et aucune fréquence ne dépasse -80 dB. Même dans le cas d'une voie présentant un bruit moyen plus élevé (la voie 1), la puissance introduite par les pics parasites est négligeable devant la puissance du signal. C'est ce que montre la figure 5.4 dans le cas d'une sinusoïde de fréquence 10 kHz et d'amplitude 0.6 V.



FIG. 5.2 – Densité spectrale de puissance normalisée (en V^2) du bruit mesuré sur la voie V_4



FIG. 5.3 – Densité spectrale de puissance (en dB) du bruit mesuré sur la voie V₄



FIG. 5.4 – Densité spectrale de puissance (en décibels) d'une sinusoïde d'amplitude 0.6 V et de fréquence 10 kHz mesurée sur la voie V_1

5.1.3 Mesure de fluctuations

Les mesures de fluctuations sont le pendant fréquentiel des mesures de corrélations neutroniques (Feynman- α , Rossi- α) puisqu'il s'agit de mesures de densités spectrales de puissance. On mesure ainsi la réponse du système neutronique, c'est-à-dire sa fonction de transfert. La théorie de la cinétique point permet en effet de montrer qu'un massif multiplicateur se comporte, du point de vue du signal neutronique, comme un filtre passebas. Ainsi, la fréquence de coupure de ce filtre peut être reliée à la constante de décroissance prompte.

5.1.3.1 Définition de la densité spectrale de puissance

La densité spectrale de puissance (ou « spectre ») correspond à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation. On utilise aussi la densité spectrale d'interaction (ou « inter-spectre ») qui est la transformée de la fonction d'inter-corrélation. On note $G_i(\omega)$ le spectre de la voie *i* et $G_{12}(\omega)$ l'inter-spectre des voies 1 et 2. La théorie donne les équations 5.6 et 5.7.

$$G_{i}(\omega) = \varepsilon_{i}F\left(1 + \frac{\varepsilon_{i}D}{\Lambda^{2}}\frac{1}{\alpha_{p}^{2} + \omega^{2}}\right) = \varepsilon_{i}F\left(1 + Q_{i}(\omega)\right)$$
(5.6)

$$G_{12}(\omega) = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 FD}{\Lambda^2} \frac{1}{\alpha_p^2 + \omega^2} = F \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \sqrt{Q_1(\omega) Q_2(\omega)}$$
(5.7)

Dans les équations précédentes, D est le facteur de Diven et F est le taux de fission intégral. Les autres notations ont été introduites précédemment. On a aussi posé :

$$Q_i(\omega) = \frac{D}{\Lambda^2} \frac{\varepsilon_i}{\alpha_p^2 + \omega^2}$$
(5.8)

La fonction de transfert du réacteur correspond donc à un filtre passe-bas du premier ordre pour lequel la fréquence de coupure est la constante de décroissance des neutrons prompts.

Dans le cas où la fonction de transfert de l'électronique $h_i(\omega)$ (cables et amplification pour la voie *i*) n'est pas constante, le résultat de la mesure est le produit de la fonction de transfert recherchée et de celle de l'électronique. En pratique, on mesure donc $|h(\omega)|G(\omega)$ et $h_1^*(\omega)h_2(\omega)G_{12}(\omega)$. Pour s'affranchir des fonctions de transfert de l'électronique, on introduit la fonction de cohérence :

$$\Gamma_{12}(\omega) = \frac{G_{12}(\omega)}{\sqrt{G_1(\omega)G_2(\omega)}}$$
(5.9)

Dans l'expression précédente, les modules des fonctions de transfert de l'électronique se simplifient pour donner une fonction correspondant à un filtre passe-bas du deuxième ordre :

$$\Gamma_{12}\left(\omega\right)^{2} = \frac{Q_{1}(\omega)Q_{2}(\omega)}{\left(1+Q_{1}(\omega)\right)\left(1+Q_{2}(\omega)\right)}$$
(5.10)

On a dans ce cas deux fréquences de coupure $\omega_{c,i}$ qui vérifient :

$$\omega_{c,i}^2 = \alpha_p^2 + \frac{\varepsilon_i D}{\Lambda^2}$$
(5.11)

5.1.3.2 Méthodologie de la mesure

La détermination de la constante de décroissance prompte α_p peut être réalisée simplement en ajustant le spectre ou l'inter-spectre avec la fonction correspondante. Il faut donc supposer que la fonction de transfert de l'électronique est constante. Cela se justifie quand la fréquence de coupure est faible devant celle de l'électronique. En effet, l'électronique se comporte généralement comme un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure supérieure au kHz [43]. Pour un réacteur thermique, ou si le niveau de sous-criticité est faible, la fréquence de coupure est donc suffisamment basse (quelques dizaines de hertz) pour que l'on puisse raisonnablement supposer le gain de l'électronique constant.

La figure 5.5 illustre cette méthode d'ajustement dans le cas d'une mesure de fluctuations réalisée pour la configuration REF du cœur TRADE en critique. Comme on l'a vu, la constante de décroissance prompte α_c ainsi mesuré correspond donc au rapport β/Λ . La mesure a durée environ 2 heures. Comme on peut le constater, la courbe obtenue est relativement bruitée et l'incertitude sur la constante de décroissance est significativement supérieure à celle obtenue par la méthode PNS (chapitre 4).

Plutôt que d'estimer la fréquence de coupure, il est parfois plus intéressant d'estimer la constante prompte grâce à la valeur du plateau de la fonction de transfert. En effet, à partir de la formule 5.7, en normalisant celle-ci par les niveaux moyen $R_i = \varepsilon_i F$, on obtient à fréquence nulle l'équations suivante :

$$\frac{G_{12}(0)}{R_1 R_2} = \frac{D}{F \beta^2 \left(1 - \rho_{\rm s}\right)^2} \tag{5.12}$$

L'équation 5.12 permet d'obtenir le carré de la réactivité, ce qui permet de diminuer l'incertitude de l'estimation. Le terme $D/F\beta^2$ est obtenu en réalisant la même mesure pour un état de réactivité connue, par exemple un état critique. Dans le cas des ADS, il est impossible d'atteindre un état critique, ce terme doit donc être obtenu par le calcul.



FIG. 5.5 – Interspectre mesuré pour la configuration REF du cœur TRADE

5.1.3.3 Limites des méthodes de fluctuations

On retrouve ici à peu près les mêmes limites que celles évoquées pour les méthodes de bruit neutronique dans le domaine temporel. L'efficacité de détection est le facteur limitant de la méthode. Plusieurs heures de mesure sont généralement nécessaires à la mesure.

Ceci est vrai en particulier dans le cas des réacteurs thermiques pour lesquels le rapport signal à bruit est très défavorable. On note aussi que la fréquence de coupure est parfois tellement basse que la mesure du plateau devient délicate.

Il faut ajouter quelques inconvénients spécifiques au mode fluctuation, notamment la nécessité soit de connaître la fonction de transfert de l'électronique, soit de se placer dans des conditions telles qu'elle peut être supposée constante. Par ailleurs, en mode courant, l'étage de conditionnement du signal devient une étape sensible de la mesure. Il doit être configuré et calibré avec précaution sous peine de fausser les mesures.

5.2 Module PHA

Le mode PHA (Pulse Heigh Analysis) est utilisé en neutronique pour des mesures précises de comptage, généralement dans un état stationnaire. En mesurant le spectre de fission du détecteur, les neutrons détectés sont discriminés du rayonnement parasite. En comparaison aux mesures de comptage réalisées en mode MCS, l'intérêt du mode PHA est que son réglage est un réglage absolu : il ne dépend pas de l'électronique mais seulement du détecteur lui-même. Pour cela, une procédure d'étalonnage est réalisée dans un spectre neutronique connu pour lequel on détermine le seuil de coupure αR (figure 5.6). R est appelé canal de référence. Il correspond au canal de la partie supérieure du spectre de fission dont la hauteur est égale à la moitie du maximum du spectre. α vaut typiquement entre 0.2 et 0.5 [44].



FIG. 5.6 - Dépouillement d'un spectre de fission

L'inconvénient majeur des mesures PHA est la nécessité de corriger celles-ci du temps mort. En effet, la mesure de la charge déposée ne peut se faire que si l'intégralité des charges sont intégrées par le pré-amplificateur. Il faut typiquement 50 à 100 µs pour intégrer le signal d'origine ionique (car les ions sont moins mobiles que les électrons), ce qui entraîne un taux d'empilement non négligeable dès que le taux de comptage dépasse quelques milliers d'évènements par seconde.

Le module PHA du système X-MODE est encore en cours d'amélioration. En effet, l'algorithme implémenté dans le FPGA réalisant la mesure de l'amplitude des impulsions n'est pas l'algorithme optimal. En particulier, il ne permet pas de réaliser des mesures à des taux de comptages supérieurs à quelques milliers de coups par seconde. Comme on va le voir, d'autres algorithmes sont plus performants et pourraient être implémentés.

5.2.1 Fonctionnement détaillé

Le module PHA est basé sur le module de ré-échantillonnage, qu'il utilise à sa fréquence maximum de 20 MHz. L'algorithme réalisant en continu la mesure de l'amplitude des impulsions est de type « moyenneur-différenciateur » (cf. § 5.2.2.2). La figure 5.7 présente un schéma synoptique du module PHA.

Les échantillons fournis par le module d'échantillonnage sont tout d'abord temporairement stockés dans une mémoire de taille paramétrable. Un circuit leur applique ensuite un filtre de type « moyenne glissante » sur N_1 points pour réduire le bruit du signal. Puis, une différenciation à N_2 points est appliquée. Enfin, le signal est comparé à un seuil *s* déterminant l'amplitude minimale à enregistrer.

Le paramètre N_1 est à choisir en fonction du bruit présent sur le signal : il doit être suffisamment grand pour réduire efficacement le bruit du signal mais relativement petit pour ne pas biaiser l'estimation de l'amplitude.

Le paramètre N_2 dépend du temps montée T_c des impulsions et va donc influer, conjointement avec le taux de comptage, sur l'empilement des impulsions.



FIG. 5.7 – Schéma du module PHA

5.2.2 Comparaison de trois algorithmes PHA

5.2.2.1 Généralités sur la mesure de l'amplitude des impulsions

Il existe de nombreux algorithmes permettant de mesurer l'amplitude d'impulsions de forme exponentielle. Quelques uns sont détaillés dans la référence [45]. Le principe de base est relativement simple : étant donné une valeur de seuil et connaissant le temps de montée T_c des impulsions (ou temps de collection des charges), une simple différenciation du signal $S(t) - S(t - T_c)$ fournit un signal permettant une estimation de l'amplitude. Un traitement plus précis devra toutefois prendre en compte les deux phénomènes principaux entachant la mesure : la décroissance exponentielle et le défaut balistique [46].

Ces deux phénomènes ont pour origine le temps de collection des charges. En effet, quand les dernières charges ont été collectées, les premières ont déjà commencé à décroître, ce qui occasionne un défaut d'amplitude appelé « défaut balistique ». Ce défaut dépend à la fois du lieu d'interaction dans le détecteur, de la géométrie de ce dernier et de la quantité de charges déposées. De ce fait, on mesure une amplitude inférieure à l'amplitude qui serait atteinte si toutes les charges étaient créées en même temps et au même endroit dans le détecteur.

De même, pour ne pas biaiser la mesure, il faut tenir compte de la décroissance de l'impulsion précédent celle dont on mesure l'amplitude. Ces deux erreurs s'ajoutant, on mesure une amplitude trop faible et avec une plus grande dispersion (figure 5.8).



FIG. 5.8 – Erreurs entachant la mesure de l'amplitude des impulsions

Une méthode répandue pour pallier à ces défauts est la mise en forme trapézoidale des impulsions. Elle permet de s'affranchir de la décroissance exponentielle et réalise une excellente récupération du défaut balistique. De plus, la largeur des trapèze étant nettement inférieure à la largeur initiale de l'impulsion, l'empilement est fortement réduit. De nombreux auteurs préconisent donc cette méthode qui allie une mesure précise et un filtrage du bruit proche de l'optimal [47].

En effet, on considère généralement que la mesure est soumise à deux types de bruit. Le premier est représenté par une source de courant placée en série avec le détecteur. Il peut s'agir par exemple du bruit thermique. Le second est représenté par une source de courant en parallèle du signal. Le courant de fuite du détecteur est une exemple de bruit « parallèle » [46]. Compte tenu de ces deux sources de bruit et de leur spectre respectif, on peut montrer que le rapport signal à bruit est maximum lorsque les impulsions sont mise sous forme de « cusp » [48]. Il s'agit d'une fonction présentant un pic étroit au niveau du maximum de l'impulsion. En pratique, outre le fait que le cusp est, en théorie, de largeur infinie, il est difficile de mesurer l'amplitude des impulsions sur un pic étroit. On lui préfère donc une mise en forme triangulaire ou trapézoidale.

5.2.2.2 Algorithme moyenneur-différenciateur (MD)

L'algorithme moyenneur-différenciateur est l'algorithme le plus simple pour mesurer l'amplitude des impulsions (figure 5.9). Bien que peu sophistiqué, il peut donner de bons résultats dans le cas où le taux de comptage est faible. Dans ce cas, l'influence de la décroissance exponentielle est négligeable car les impulsions sont suffisamment éloignées les unes des autres. Par contre, l'algorithme MD ne permet pas de corriger le défaut balistique.



FIG. 5.9 - Schéma de fonctionnement de l'algorithme M-D

La figure 5.10 présente le schéma logique minimal permettant d'implémenter l'algorithme MD. L'implémentation est relativement simple car elle ne nécessite que des opérations élémentaires (addition et soustraction) qui demandent peu de ressources.



FIG. 5.10 – Schéma-bloc pour l'algorithme M-D

La fonction de transfert du filtre MD est symétrique (figure 5.11). Lorsqu'on l'applique à une impulsion de type exponentielle, on obtient une mise en forme bipolaire avec une queue relativement longue. Cette seconde partie de l'impulsion est responsable du problème d'empilement que l'on va rencontrer avec cet algorithme.



FIG. 5.11 – Réponses du filtre MD

5.2.2.3 Algorithme MD corrigé (MDC)

En théorie, la correction de la décroissance exponentielle est relativement simple (figure 5.12). Connaissant le temps de décroissance τ des impulsions, il suffit de multiplier le signal différé par un facteur exponentiel dépendant de l'intervalle de temps N_2T_e :

(5.13)



FIG. 5.12 – Schéma de fonctionnement de l'algorithme MDC

L'implémentation « en ligne » de l'algorithme MDC ressemble à celle de l'algorithme MD, à la différence de la multiplication par le facteur M (figure 5.13). Ce facteur doit être réglable, au moins lors de la calibration. De plus, il est *a priori* non entier, ce qui peut poser des problèmes de gestion des ressources (les calculs en flottant prennent plus de ressources que les calculs en entiers).



FIG. 5.13 – Schéma-bloc de l'algorithme MDC

La réponse impulsionnelle du filtre MDC n'est plus symétrique (figure 5.14). De ce fait, la réponse à une impulsion exponentielle ne présente plus de rébond négative. La mise en forme se rapproche nettement d'une mise en forme trapézoidale.



FIG. 5.14 - Réponses du filtre MDC

5.2.2.4 Algorithme Jordanov

L'algorithme proposé par T. Jordanov et G. Knoll réalise la mise en forme trapézoidale exacte d'une impulsion exponentielle [47, 49]. Son implémentation, plus complexe, réside en une double différenciation du signal d'entrée avant correction de la décroissance (multiplication par un facteur a) et intégration. Comme on va le voir, l'algorithme Jordanov permet de s'affranchir de l'influence de la décroisance exponentielle au moment où le taux de variation est relativement faible. De plus, la seconde intégration permet de corriger le défaut balistique.

L'algorithme Jordanov a été mis en place dans les cartes TNT développées par l'Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien (IPHC) [50]. Il s'agit de cartes d'acquisition (2 ou 4 voies) au format NIM dédiées à la datation et à la mesure de l'amplitude simultanées d'impulsions issues de détecteurs cristallins.

Le schéma synoptique de l'algorithme est donné sur la figure 5.15. Schématiquement, il s'agit d'une double différenciation (à N_1 point puis à N_2 points) suivi d'une double intégration. Comme précédemment, N_1 correspond à la largeur de la moyenne glissant alors que N_2 définit la largeur du plateau de la mise en forme trapézoidale. Notons que l'inversion entre différenciation et intégration permet d'éviter la saturation du signal au cours du déroulement de l'algorithme.



Branche de correction

FIG. 5.15 – Schéma-bloc de l'algorithme Jordanov

On montre assez simplement que l'on peut obtenir un plateau du trapèze parfaitement plat si le facteur α est égal à la valeur de la constante de décroissance des impulsions (en nombre de périodes d'échantillonnage) :

$$\alpha = \frac{\tau}{T_e} \tag{5.14}$$

La figure 5.16 montre les étapes de l'obtention de la réponse impulsionnelle et de la réponse à un signal exponentiel (aux points A, B, C, D, F et G). On voit que l'étape décisive s'effectue entre les points D et F : le signal D vient apporter la correction exacte au signal C, lui-même mis à l'échelle, pour fournir le signal F.



FIG. 5.16 - Réponses du filtre Jordanov à un Dirac et un signal exponentiel

5.2.2.5 Temps mort et rapport signal à bruit

Les algorithmes présentés précédemment ont pour fonction de mettre les signaux en forme avant de procéder à la mesure. Celle-ci s'effectue donc dans un deuxième temps,. Elle repose sur la discrimination des trapèzes (ou pseudo-trapèzes, dans le cas de l'algorithme MD) grâce à un discriminateur à fraction constante (CFD).

La mesure de l'amplitude proprement dite doit ensuite être effectuée au meilleur emplacement sur le trapèze. Dans le cas des deux premiers algorithmes, il faut mesurer l'amplitude au début du plateau, à l'endroit où le signal est le plus élevé. En revanche, dans le cas de l'algorithme Jordanov, il est préférable de mesurer l'amplitude sur la fin du plateau. En effet, celui-ci n'est parfaitement plat que dans le cas où le temps de montée des impulsions est nul (aucun déficit balistique). En pratique, le temps de montée des impulsions est non nul et le plateau est légèrement croissant. La meilleure mesure est donc à effectuer en fin de plateau, après recouvrement du déficit balistique.

Du point de vue du rapport signal à bruit, les trois algorithmes précédents sont parfaitement équivalents. En effet, lorsque la mesure est réalisée de manière optimale, il dépend uniquement de la plage d'intégration sur N_1 points et du bruit σ_e du signal d'entrée. Le bruit σ_s du signal mesuré sur le plateau vaut donc :

$$\sigma_s = \sigma_e \sqrt{\frac{2}{N_1}} \tag{5.15}$$

Le temps mort dépend de la largeur des trapèzes, qui est nettement inférieur à la largeur des impulsions initiales. On peut considérer qu'il correspond au mieux à la partie montante suivie du plateau du trapèze, soit N_2 points. Pour l'algorithme MD, le temps mort est en fait beaucoup plus long, du fait du rebond négatif qui suit le pseudo-trapèze.

5.2.2.6 Performances des algorithmes appliqués à des signaux simulés

Les signaux simulés correspondent à un train d'impulsions d'amplitude variable et de constante de décroissance τ . La distribution des temps d'arrivée t_i des impulsions est une loi de Poisson. Le temps de montée a été pris en compte en supposant que la forme de l'impulsion résulte d'une décroissance exponentielle convoluée par une porte de largeur T_c égale au temps de collection des charges (figure 5.17). Le signal correspondant à une impulsion *i* s'exprime donc :

FIG. 5.17 – Forme des impulsions simulées

Pour illustrer les performances des algorithmes sur un train d'impulsions simulées, on se place dans le cas d'un taux de comptage égal à 50 000 cps. Le temps de montée vaut 500 ns et la constante de décroissance 10 μ s. Le signal est échantillonné à la fréquence de 10 MHz et la durée de la mesure est d'une seconde. Par ailleurs, le spectre en amplitude correspond à une loi normale centrée sur 1 et d'écart type 0.01. Enfin, on a ajouté au signal un bruit gaussien dont l'écart type est de 0.01. La figure 5.18 présente une fraction du signal obtenu, ainsi que la mise en forme réalisée par les trois algorithmes.

Les paramètres de mise en forme des signaux N_1 et N_2 , nécessaires à l'utilisation des algorithmes, ont été pris respectivement à 5 et 20 points (soit des temps équivalents de 500 ns et 2 µs). D'après les formules précédentes, on s'attend donc à obtenir un écart-type de 0.012 sur le pic principal ainsi qu'à observer un pic d'empilement intégrant 9.5 % de l'ensemble des impulsions.

Les résultats sont donnés sur la figure 5.19. Comme prévu, l'algorithme Jordanov donne de très bons résultats. La précision, ainsi que le taux d'empilement observé (9.8 %) sont toutà-fait en accord avec ceux attendus. Par ailleurs, on note que l'algorithme MD corrigé fournit aussi de bons résultats : l'écart-type du pic principal correspond bien à celui attendu, même si l'amplitude moyenne des impulsions est sous-estimée. Par contre, l'algorithme MD, le plus simple, n'est pas adéquat dans le cas simulé : le taux de comptage est beaucoup trop élevé et l'absence de correction de la décroissance exponentielle entraîne une dispersion importante du spectre.



FIG. 5.18 - Signal simulé pour tester les algorithmes MD, MDC et Jordanov



FIG. 5.19 - Spectres obtenus avec les algorithmes MD, MD corrigé et Jordanov

5.2.3 Performances du module PHA

L'algorithme PHA du système X-MODE implémente l'algorithme M-D. On s'attend donc à de bons résultats lorsque le taux de comptage est faible et à des résultats détériorés lorsqu'il est supérieur à environ 1000 cps.

Afin d'évaluer les performances du mode PHA, on va comparer les spectres obtenus à ceux d'une chaîne de spectrométrie gamma du SPEX, d'une part, et à ceux calculés en reconstituant le spectre grâce à l'algorithme Jordanov d'autre part. On utilisera une trace de signal numérisé par le système en mode échantillonnage.

5.2.3.1 Spectre d'une source de césium 137

Les mesures sont réalisées ici à l'aide d'une source de sésium 137 d'environ 35 kBq irradiant un détecteur au germanium (de type GC-1518 de marque Canberra). Le césium présente en effet un pic gamma à 661 keV qui va nous permettre de mesurer et comparer la résolution des différents spectres. Dans le cas présent, le taux de comptage est de l'ordre de 600 cps. Le temps de montée des impulsions est d'environ 400 ns et leur constante de décroissance a été mesurée à 45.85 µs.

Habituellement, les signaux sont traités par une chaîne de spectrométrie parfaitement calibrée utilisant un DSP-2060 associé au logiciel de traitement Génie-2000, tous deux de marque Canberra. Le spectre DSP sera donc notre référence [51]. Il réalise une mise en forme trapézoidale des impulsions similaire à celle de l'algorithme Jordanov.

La différence de résolution que l'on pourra observer provient vraisemblablement d'une fréquence d'échantillonnage plus élevée que celle atteignable avec le système X-MODE (de l'ordre de 100 MHz, non documenté). Les paramètres de réglages du DSP sont les suivants :

- temps de montée des trapèzes : 1.2 μs,
- largeur du plateau : 0.8 μs.

Les mesures avec le système X-MODE sont réalisées en branchant le signal issu du préamplificateur (qui est associé au détecteur) sur une des voies analogiques. La voie utilisée dans notre cas est la voie 3, dont le bruit de mesure a été évalué à 1.3 mV (*cf.* $\int 5.1.2.2$). En mode échantillonnage, les signaux sont numérisés à la fréquence maximale (10 MHz). L'algorithme Jordanov est ensuite appliqué au signal numérisé avec les paramètres suivants : N₁ = 100 (soit 10 µs) et N₂ = 200 (soit 20 µs). L'écart type attendu du pic Césium est donc de 0.13 mV.

La figure 5.20 montre quelques impulsions issues du détecteur et échantillonnées par le système ainsi que la mise en forme trapézoidale de l'algorithme Jordanov.



FIG. 5.20 – Impulsions brutes issues du détecteur et impulsions mises en forme trapézoidale par l'algorithme Jordanov

La figure 5.21 montre la superposition des spectres obtenus par le DSP-2060, l'algorithme Jordanov et le mode PHA. On constate que les spectres DSP et Jordanov sont parfaitement superposables : ils ont le même écart type qui vaut dans ce cas 0.35 mV. Ceci correspond à une résolution en énergie¹ de 1.7 keV. L'écart type est donc plus élevé que celui calculé à partir du bruit de mesure. On peut en conclure que, dans ce cas, la largeur du pic est due principalement à la résolution du détecteur et n'est pas élargie par le bruit de l'électronique.

¹ La résolution correspond à la largeur à mi-hauteur du pic

Le spectre PHA (figure 5.22) présente la même forme que les spectres précédents mais avec une résolution beaucoup plus faible. L'écart type du pic principal vaut 1.8 mV (soit une résolution de 8.7 keV), ce qui est cohérent avec le bruit de mesure. Le rapport entre le maximum du pic photoélectrique et le fond Compton est d'environ 15 alors qu'il est d'environ 60 pour le spectre DSP. La forme du pic est parfaitement gaussienne, ce qui valide le fonctionnement de l'algorithme MD. Une meilleure résolution pourrait être atteinte si l'on augmentait le paramètre N₁ de l'algorithme (fixé à 10), ce qui n'est pas possible dans le cas de notre prototype.



FIG. 5.21 - Comparaison entre les spectres reconstitués et le spectre DSP-2060



FIG. 5.22 – Spectre en énergie du césium mesuré par le système X-MODE en mode PHA

5.2.3.2 Spectre d'une source de Cobalt 60

La même expérience que précédemment est réalisée avec une source de cobalt 60 dont le spectre présente deux pics photoélectriques à 1173 keV et 1333 keV. L'activité de la source est de 422 kBq, le taux de comptage est donc maintenant de l'ordre de 11500 cps. Les impulsions présentent la même forme que précédemment : le temps de montée est de 400 ns et la constante de décroissance vaut 45.85 μ s.

De manière à séparer correctement les impulsions qui s'empilent, on applique l'algorithme Jordanov avec les paramètres suivants : $N_1 = 20$ et $N_2 = 40$. L'écart type du pic photoélectrique attendue est donc maintenant de 0.3 mV.

Dans le cas présent, on constate que le spectre obtenu grâce à l'algorithme Jordanov est de qualité inférieure au spectre de référence (figure 5.23). En effet, le taux de comptage obligeant à réduire la largeur de la mise en forme trapézoidale, la limite de résolution imposé par le détecteur n'est plus atteinte ici. On observe donc que l'écart type des pics photoélectriques vaut 0.35 mV. Il est donc largement dominé par le bruit électronique de mesure. Au contraire, le DSP-2060 travaille sur un signal numérisé à plus forte fréquence, ce qui lui permet d'obtenir une largeur de pic de 0.16 mV (soit une résolution de 2.4 keV), qui correspond vraissemblablement à la limite de résolution du détecteur à cette énergie.

Comme prévu, le spectre issu du mode PHA présente une résolution dégradée comparée à celle observée dans le cas de la source de césium (figure 5.24). En effet, l'écart type mesuré sur le second pic photoélectrique vaut 1.9 mV (soit une résolution de 28.3 keV). De plus, la forme du pic n'est plus gaussienne mais présente une trainée caractéristique du coté des faibles amplitudes.



FIG. 5.23 – Spectres en énergie d'une source de cobalt 60 (zoom sur les deux pics photoélectriques) obtenus avec le mode PHA, le DSP-2060 et l'algorithme Jordanov



FIG. 5.24 – Spectre en énergie d'une source de cobalt 60 obtenu avec le mode PHA du système X-MODE
Partie III

Etude et simulation des transitoires de puissance

Sommaire

8.3

Chapitre 6 Optimisatio	on des méthodes d'analyse des transitoires de puissance	97
6.1	Position du problème et définitions	
6.2	Méthodologie de l'étude	
6.3	Etude paramétrique et caractérisation des méthodes	106
Chapitre 7 Influence d	es paramètres des groupes de neutrons retardés	137
7.1	Mesure des paramètres des groupes de neutrons retardés	
7.2	Simulation des paramètres des neutrons retardés	146
7.3	Estimation de la réactivité avec les données nucléaires ajustées	152
7.4	Conclusion	162
Chapitre 8 Influence d	es effets spatiaux sur l'estimation de la réactivité	163
8.1	Position du problème	164
8.2	Modélisation du cœur TRADE SCO	167

Analyse des transitoires simulés avec le code CRONOS2......174

Chapitre 6

Optimisation des méthodes d'analyse des transitoires de puissance

Les transitoires de puissances font partie des expériences les plus couramment réalisées sur les réacteurs expérimentaux. Suivant le cas, la perturbation introduite dans le cœur peut prendre la forme d'une modification de la réactivité (insertion ou extraction d'un dispositif absorbant) ou d'une modification de la source effective (insertion ou extraction d'une source externe). L'analyse de l'évolution de la population neutronique jusqu'à stabilisation permet de déduire la valeur de la réactivité à l'état final et, par exemple, le poids en réactivité d'un dispositif.

Dans la première partie de cette thèse, on a recensé plusieurs méthodes et variantes de méthodes utilisées pour l'analyse des transitoires de puissance. On s'intéresse maintenant plus particulièrement aux quatre méthodes standard dont le chapitre 2 a donné une première approche :

- la méthode du saut prompt (SP),
- la méthode d'intégration du flux (IF),
- la méthode d'inversion des équations de la cinétique (IC),
- la méthode de l'ajustement non linéaire du flux (AF).

L'étude présentée ici s'appuie sur la simulation de transitoires de puissance. On utilise pour cela l'algorithme analytique de résolution des équations de la cinétique détaillé au chapitre 1 [5]. La dernière partie de la thèse (partie IV), consacrée aux mesures dynamiques réalisées dans le cadre du programme TRADE, nous permettra de valider en conditions réelles les conclusions présentées dans ce chapitre.

Si l'on considère chaque méthode comme un estimateur statistique, il est nécessaire de s'intéresser à ses caractéristiques propres : son écart type, bien sûr, mais aussi son biais, sa sensibilité à différents paramètres d'entrée, sa convergence ou son optimalité. On s'intéresse donc ici à la caractérisation des méthodes. On s'attache aussi à déterminer le domaine d'utilisation de chaque méthode et à formuler des recommandations d'utilisation appropriées.

6.1 **Position du problème et définitions**

Il existe, on l'a vu, un grand nombre de méthodes d'analyse des transitoires de puissance. Certaines sont peu précises et donc de moins en moins utilisées (la méthode SP, par exemple). D'autres n'ont été historiquement utilisées que pour un type particulier d'expérience (la méthode IF n'est souvent appliquée qu'aux retraits de source). Enfin, comme on le verra, la plus répandue (la méthode IC) pose un problème particulier pour le calcul de l'incertitude.

L'objectif de ce chapitre est donc de fournir une étude systématique et comparée des performances statistiques des principales méthodes. Pour ce faire, il est nécessaire de préciser les nombreux paramètres entrant en jeu dans l'utilisation de ces méthodes. En effet, les « paramètres du réacteur » diffèrent des « paramètres de la mesure » et des « paramètres d'analyse ». Ces derniers, dont l'influence n'est pas négligeable, sont généralement laissés à la discrétion de l'expérimentateur, ce qui détériore la reproductibilité des mesures : dans bien des cas, deux expérimentateurs aboutiront à deux résultats différents. L'étude s'attachera donc à identifier et quantifier l'influence de ces paramètres en terme d'incertitude, de biais et de sensibilité, de manière à fournir des recommandations d'utilisation.

Par ailleurs, il apparaît que les conditions d'utilisation des méthodes et, notamment, l'estimation de l'incertitude et du biais des résultats sont mal connues. Bien souvent, la méthode de calcul de ces grandeurs n'est pas précisée dans la littérature. Or, le calcul de l'incertitude, et *a fortiori* du biais, se révèle ardue pour certaines méthodes. Il sera donc nécessaire de valider les méthodes d'estimation des grandeurs caractéristiques de la qualité des résultats.

Précisons que l'étude se restreint aux mesures de transitoires pour lesquels la réactivité et la source effective des états initial et final sont stables. Rentrent dans cette catégorie les expériences de chute ou extraction de barre, de retrait ou d'insertion de source. En revanche, on ne traitera pas ici du suivi de la réactivité « en ligne », expérience pour laquelle seule la méthode IC peut être utilisée, dans le cas où la source effective peut être négligée.

Enfin, il faut préciser que les limites de l'étude sont imposées par l'hypothèse principale des méthodes citées précédemment : le cadre de la cinétique point. Les conclusions et recommandations à venir sont donc limitées au seul régime de validité des équations de la cinétique point. En particulier, les effets spatiaux et énergétiques susceptibles d'influencer un transitoire, et donc de perturber son analyse, ne seront pas pris en compte.

6.1.1 Notations

Dans la suite, on utilisera les notations classées dans les tableaux 6.1 à 6.3.

n(t)	Taux de comptage en fonction du temps
$S_{d}\left(t ight)$	Source de neutrons retardés en fonction du temps
$C_{i}(t)$	Concentration des précurseurs du i ^{ème} groupe
$\rho(t)$	Réactivité en fonction du temps
$ ho_0$	Réactivité initiale
$ ho_1$	Réactivité finale
$ ho_{ m s}$	Réactivité exprimée en dollars
β	Fraction totale des précurseurs de neutrons retardés
eta_i	Fraction du <i>i</i> ^{ème} groupe de précurseurs
Λ	Temps de génération des neutrons
λ_i	Constante de décroissance pour le <i>i</i> ^{ème} groupe de précurseurs
$ au_d$	Temps de décroissance moyen des précurseurs :
	$ au_{d} = \sum_{i} rac{eta_{i}}{eta} \lambda_{i}$

TAB. 6.1 – Notations relatives aux grandeurs neutroniques

TAB. 6.2 - Notations relatives aux paramètres des transitoires

t	Début du transitoire (ou début de la parturbation)
ι_0	Debut du transitoire (ou debut de la perturbation)
T_c	Durée de la perturbation
t_1	Début de la plage d'ajustement (pour les méthodes IC et AF).
t_f	Fin du transitoire
Т	Durée du transitoire $T = t_f - t_0$
T_P	Durée de la plage d'ajustement
δt	Largeur des canaux de mesure des comptages. δt correspond aussi au pas
	de discrétisation temporelle des équations.
n_0	Taux de comptage initial (avant la perturbation)
n_{pj}	Taux de comptage à l'issue de la perturbation (par exemple, à la fin de la
	chute de barre)
n_{∞}	Taux de comptage final (à l'issue du transitoire). C'est le taux de comptage
	asymptotique de $n(t)$.

TAB. 6.3 – Notations relatives à un estimateur R d'une grandeur ρ

\overline{R}	Espérance de l'estimateur
$\sigma_{\scriptscriptstyle R}^{\scriptscriptstyle 2}$	Variance de l'estimateur.
$\sigma_{\scriptscriptstyle R}$	Ecart type de l'estimateur
$B_{\scriptscriptstyle R}$	Biais de l'estimateur : $B_R = \rho - \overline{R}$
$(r_i)_{i=1n}$	Ensemble de N réalisations de l'estimateur.
$\langle r_i \rangle_{i=1n}$	(ou \overline{r}) Moyenne d'ensemble des réalisations de l'estimateur
σ_r^2	Variance de l'estimation associée à la réalisation r
B_r	Biais de l'estimation associé à la réalisation r
$\sigma_{\scriptscriptstyle R-C}$	Ecart type de l'estimation due à l'incertitude statistique sur les comptages
$\sigma_{\scriptscriptstyle R-DB}$	Ecart type de l'estimation due à l'incertitude sur les données nucléaires
$\sigma^{\scriptscriptstyle{[M]}}_{\scriptscriptstyle{R}}$	Ecart type de l'estimation calculé par une méthode M

6.1.2 Principe de l'estimation

Quelle que soit la méthode envisagée, l'analyse des transitoires est constituée de trois étapes :

- 1. mise en forme des données de mesure et choix des paramètres d'analyse,
- 2. calcul des résultats de la méthode par un algorithme numérique,
- 3. estimation de l'incertitude et du biais entachant les résultats.

La qualité des résultats dépend de nombreux paramètres introduits à différents niveaux de la méthode. Ces paramètres étant pour la plupart incertains, on peut les considérer comme des variables aléatoires. Le résultat de l'analyse peut donc être vu comme un estimateur statistique de la grandeur physique recherchée. Il est intéressant de caractériser cet estimateur par différentes valeurs statistiques telles que son écart type, son biais mais aussi sa convergence ou sa sensibilité aux paramètres d'entrée.

On peut classer les paramètres d'entrée en variables aléatoires ou en variables certaines. Parmi les variables aléatoires, on comptera : les données mesurées, les données nucléaires de base (β_i , λ_i), mais aussi certains paramètres choisis par l'utilisateur tels que l'instant t_0 . On pourra caractériser l'influence d'une variable aléatoire par la part de l'incertitude qui lui est imputable ou par la sensibilité de l'estimateur à cette variable, ces deux grandeurs étant liées.

Parmi les variables certaines, on trouve par exemple les instants de début et de fin de la mesure, mais aussi la largeur des canaux de mesure (δt). Ceci implique que l'on suppose que l'incertitude due au système d'acquisition est négligeable. On pourra caractériser l'influence d'une variable certaine par la sensibilité de l'estimateur à cette variable et éventuellement par le biais introduit.



FIG. 6.1 - Schéma du processus d'estimation

Le processus d'estimation est schématisé par la figure 6.1. L'algorithme de calcul, représenté par la fonction f, fait partie de l'estimation des paramètres recherchés. La

fonction f peut être une fonction explicite (méthodes SP et IF) : dans ce cas, on pourra utiliser sa forme analytique pour caractériser l'estimation. La fonction f peut aussi être implicite (méthodes IC et AF) : dans ce cas, la caractérisation de l'estimation pourra passer soit par des méthodes numériques exploitant l'algorithme de calcul, soit par la simulation (méthode Monte Carlo).

6.1.3 Sources d'incertitudes et de biais

Les paramètres d'entrée aléatoires peuvent avoir une influence sur l'incertitude de l'estimation, mais aussi sur le biais. En revanche, les paramètres certains n'ont d'influence que sur le biais.

On dispose de plusieurs méthodes pour estimer l'importance des sources d'incertitude. On peut les calculer analytiquement, utiliser un calcul de sensibilité ou simplement procéder par simulation Monte Carlo à partir de données expérimentales ou simulées.

Les sources de biais sont plus difficiles à estimer. Dans le cas de l'analyse des transitoires de puissance, la source principale de biais est la durée de la perturbation T_c . Il s'agit d'un biais de modélisation. En effet, la plupart des méthodes (mise à part la méthode IC) font l'hypothèse d'une perturbation instantanée. A titre d'exemple, le biais mis en évidence sur la figure 6.2 est celui réalisé sur le taux de comptage n_{pj} à l'issue du saut prompt (celui-ci est nécessaire à la méthode SP). La réactivité portée sur la figure est ici la réactivité « vraie » utilisée pour simuler les transitoires.



FIG. 6.2 – Biais introduit par une variation linéaire de la réactivité sur l'estimation du taux de comptage à l'issue du saut prompt

L'hypothèse d'une perturbation instantanée n'est jamais totalement vérifiée et dans certains cas, on ne dispose pas d'une mesure en temps réel de la durée de cette perturbation (par l'intermédiaire des instants de début et de fin de la chute d'une barre, par exemple). Il convient d'ajouter à l'estimation une estimation du biais introduit par cette hypothèse simplificatrice. On pourra procéder par comparaison des résultats de deux modèles de résolution des équations de la cinétique ou bien par simulation Monte Carlo. Comme on le verra, l'estimation du biais est souvent imprécise ou elle-même biaisée.

6.2 Méthodologie de l'étude

Le principe de l'étude repose sur la simulation des transitoires de puissance et du bruit de mesure dans diverses configurations des paramètres d'entrée. Ces simulations seront tout d'abord utilisées afin d'établir les performances de l'estimation des méthodes (incertitude et biais) en fonction des paramètres d'entrée. En effet, une méthode Monte Carlo permet d'accéder à la distribution de probabilité des estimateurs et d'en déduire leurs caractéristiques. Une appellera « valeurs de référence » les valeurs d'incertitude et de biais obtenues de cette manière. Notons que le calcul des valeurs de référence nécessite de connaître les paramètres de la simulation (notamment la réactivité du transitoire), elle ne sont donc pas accessibles en conditions réelles.

En parallèle, on s'intéressera aux moyens d'estimer les caractéristiques du résultats des méthodes en conditions réelles, c'est-à-dire directement à partir d'un transitoire, sans connaître les paramètres d'entrée. Pour ce faire, on utilisera différentes techniques, en fonction de la méthode considérée. En particulier, on aura recours à une méthode de rééchantillonnage, c'est-à-dire une méthode Monte Carlo basée sur la re-simulation du bruit de mesure afin d'estimer l'incertitude. Les valeurs de biais et d'incertitude obtenues de cette manière seront appelées « valeurs estimées ». On validera les méthodes de calcul des valeurs estimées en comparant les résultats aux valeurs de référence.

La figure 6.3 présente un schéma synoptique de la méthodologie que l'on utilise pour valider les méthodes de calcul des caractéristiques de l'estimation de la réactivité. Les notations seront explicitées dans la suite du paragraphe.

6.2.1 Simulation

Les transitoires simulés sont calculés à l'aide d'un algorithme de résolution des équations de la cinétique ponctuelle utilisant la méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4 [5]. Les paramètres nécessaires à l'utilisation de l'algorithme sont les suivants :

- le pas de la discrétisation temporelle δt ,
- les données nucléaires de base *DB* (sauf indication contraire, on utilisera les valeurs proposées par Tuttle pour l'uranium 235 en spectre thermique, *cf.* chapitre 7),
- la réactivité en fonction du temps $\rho(t)$ ou la réactivité finale ρ_1
- la source effective de neutrons en fonction du temps S(t) ou les taux de comptages initial et final n_0 et n_{∞} .

L'algorithme fournit en sortie le taux de comptage en fonction du temps n(t), la source de neutrons retardés $S_d(t)$ et les concentrations des précurseurs $C_i(t)$. Si besoin, le bruit de mesure est simulé en ajoutant une variable aléatoire suivant une loi de Poisson au taux de comptage. On considère par la suite deux types de simulations.



FIG. 6.3 – Schéma des méthodes de calcul des caractéristiques d'un estimateur R

6.2.1.1 Simulations basées sur un transitoire expérimental

On appelle transitoire « expérimental » un transitoire issu soit directement de mesures, soit d'une simulation reproduisant un transitoire avec son bruit de mesure. Dans le second cas, on se place dans les conditions d'analyse d'un transitoire mesuré : on considère que l'on ne connaît pas les paramètres vrais du transitoires et on cherche à les estimer. De même, on calcule les grandeurs caractéristiques de l'estimation (incertitude, biais, etc) à partir du transitoire expérimental en appliquant des techniques présentées par la suite telles que le rééchantillonnage ou le calcul des sensibilités. Les résultats de ces simulations seront qualifiés d'« estimés ».

6.2.1.2 Simulations basées sur un transitoire simulé

Le second type de simulation est basé directement sur une courbe simulée et permettra de valider les résultats de la première méthode. Dans ce cas, on réalise une simulation Monte Carlo à partir du transitoire simulé et, connaissant les valeurs vraies des paramètres du transitoire, on accède à une mesure des grandeurs recherchées (espérance, écart type, biais) dont la précision dépend du nombre de simulations Monte Carlo. Les résultats de ces simulations seront qualifiés de « référence ».

6.2.2 Caractérisation des estimateurs

6.2.2.1 Estimation de l'incertitude

Une valeur précise de l'incertitude est bien sûr une donnée primordiale pour l'analyse des résultats. Si l'on souhaite minimiser cette incertitude, on dispose de deux voies d'action complémentaires :

- *a priori* (i.e. avant la mesure), on réalise une étude de l'incertitude en fonction des données de la mesure (durée, largeur des canaux de comptages, etc.) de manière à minimiser l'incertitude statistique,
- *a posteriori* (i.e. après la mesure), on détermine la meilleure méthode pour traiter les données et on ajuste les paramètres de traitement de manière à minimiser l'incertitude due à l'analyse.

Pour pouvoir tirer le meilleur parti d'une estimation de l'incertitude, il faut avoir à disposition une méthode d'estimation rapide permettant les études paramétriques proposées. Trois cas se présentent, comme on le verra par la suite :

- l'incertitude est exprimable analytiquement,
- l'incertitude est calculable rapidement à partir du transitoire expérimental,
- l'incertitude est calculable uniquement en utilisant une méthode statistique.

Dans le premier cas, on peut identifier directement dans la formule analytique les paramètres à optimiser pour la mesure et l'analyse. C'est le cas pour la méthode IF. Dans le second cas, l'incertitude est calculable à partir d'un transitoire expérimental (mesuré ou simulé). C'est-à-dire que la méthode fournit directement l'incertitude associée au résultat. Une étude complémentaire reposant sur la simulation est possible pour apprécier l'influence des différents paramètres. C'est le cas rencontré pour la méthode AF.

Finalement, quand ces deux voies ne sont pas accessibles, l'incertitude ne peut se mesurer que par simulation Monte Carlo *a posteriori*. Cette technique est aussi appelé « rééchantillonnage » lorsqu'elle consiste à re-simuler le bruit de mesure (la distribution poissonienne des comptages). C'est le cas de la méthode IC et, bien que l'optimisation des paramètres reste possible, le temps de calcul sera un facteur limitant.

6.2.2.2 Calcul des sensibilités

Le calcul des sensibilités est une étape importante dans l'étude de l'influence des paramètres d'entrée d'une méthode. En effet, celles-ci sont utiles pour estimer soit l'incertitude soit le biais dû à un paramètre.

La sensibilité d'une estimation e par rapport à un paramètre p s'exprime simplement par la dérivée partielle de e par rapport à p:

$$S_{e,p} = \frac{\partial e}{\partial p} \tag{6.1}$$

A moins qu'une formule analytique soit calculable, on estimera les sensibilités par différences finies :

$$S_{e,p} \simeq \frac{e(p+\delta p) - e(p)}{\delta p}$$
(6.2)

Les sensibilités sont utilisées dans la formule de propagation des erreurs. L'incertitude sur e induite par la variabilité de p s'exprime :

$$\sigma_{e-p} = \left| S_{e,p} \right| \sigma_p \tag{6.3}$$

Dans le cas où e et p sont des vecteurs, $S_{e,p}$ est alors une matrice appelée jacobienne. La matrice de covariance de e en fonction de celle de p est donnée par la formule matricielle suivante :

$$\mathbf{V}[\boldsymbol{e}] = S_{\boldsymbol{e},\boldsymbol{p}}^{t} \, \mathbf{V}[\boldsymbol{p}] S_{\boldsymbol{e},\boldsymbol{p}} \tag{6.4}$$

6.2.2.3 Estimation du biais

Au même titre que l'incertitude, une estimation du biais est nécessaire pour apprécier la qualité des résultats d'une méthode. Comme on le verra, son estimation est plus ardue, moins précise et doit généralement s'appuyer sur la simulation. Par ailleurs, on constate couramment une corrélation négative entre incertitude et biais : la diminution de l'un entraînant l'augmentation de l'autre. Un optimum devra donc être trouvé entre ces deux grandeurs.

Le biais « de référence » B se calcule simplement par simulation Monte Carlo :

$$B = \rho - \left\langle r_i \right\rangle_{i=1..p} \tag{6.5}$$

Deux méthodes sont testées et comparées au biais de référence. L'une est basée sur une estimation par intervalle, l'autre sur une estimation ponctuelle.

Calcul du biais par simulations Monte Carlo (MC)

On réalise une simulation Monte Carlo telle que décrite au paragraphe 6.2.1, appliquée à un transitoire simulé à partir de la réalisation r_e de l'estimateur pour le transitoire expérimental (transitoire re-simulé, figure 6.1). Cette méthode permet de reproduire le bruit observé expérimentalement et donc prendra en compte le biais induit par les variables aléatoires (les

comptages) et par les variables certaines. Si besoin, l'accord entre la courbe expérimentale et la courbe simulée est évalué par l'erreur quadratique moyenne RMSE (Root Mean Squarred Error):

$$RMSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{n_i - \hat{n}_i}{\hat{n}_i}}$$
(6.6)

Dans cette équation, n_i est le $i^{\text{ème}}$ point de la courbe expérimentale des comptages, \hat{n}_i est le $i^{\text{ème}}$ point de la courbe simulée et N est le nombre de points du transitoire. Le biais est ensuite estimé en réalisant p fois la méthode et en calculant l'écart entre la moyenne des p réalisations de l'estimateur et la valeur simulée.

$$B_{r_e}^{[\text{MC}]} = r_e - \left\langle r_i \right\rangle_{i=1..p} \tag{6.7}$$

Cette méthode donne un résultat entaché d'une erreur dépendant, entre autres, du nombre de simulations effectuées. On parle donc d'estimation « par intervalle ».

On peut trouver deux limites à cette méthode. Tout d'abord, elle sera d'autant moins fiable que le biais sera grand. En effet, on estime en réalité le biais au point r_e du résultat de la méthode, et non au point de la valeur vraie du paramètre estimé. On doit donc faire l'hypothèse que ces deux valeurs sont proches. Deuxièmement, il faut choisir le nombre pde simulations à réaliser de telle sorte que la moyenne d'ensemble $\langle r_i \rangle$ soit correctement estimée. Dans les cas où l'incertitude sur les estimations r_i est grande, le temps de calcul nécessaire peut être limitant.

Calcul du biais par une méthode déterministe (D)

La seconde méthode qui sera testée consiste à réaliser une nouvelle estimation r_s pour le transitoire simulé sans lui ajouter de bruit. Le biais se calcule alors comme suit :

$$B_{r_e}^{[D]} = r_e - r_s \tag{6.8}$$

Il s'agit de réaliser une unique estimation supplémentaire. On parle donc d'estimation « ponctuelle ».

Cette méthode est économe en temps de calcul, mais elle demande à être validée car elle ne prend pas en compte le biais éventuellement introduit sur l'estimation par les comptages. En effet, comme on le verra pour les méthodes IC et AF (elles utilisent toutes deux un ajustement des moindres carrés), l'hypothèse d'incertitude gaussienne pour les comptages est parfois mise en défaut, ce qui entraîne un biais sur l'estimation.

6.3 Etude paramétrique et caractérisation des méthodes

Dans cette section, les méthodes présentées précédemment sont abordées séparément. On discute les paramètres les plus influents sur les résultats, leur influence étant quantifiée par la simulation. Enfin, pour chaque méthode, on propose des recommandations à destination des expérimentateurs.

6.3.1 Performances de la méthode du saut prompt (SP)

La formule de l'estimateur de la réactivité par la méthode du saut prompt est la suivante :

$$T_{SP} = \frac{n_{pj} - n_0}{n_{pj} - n_\infty}$$
(6.9)

6.3.1.1 Calcul de l'incertitude

La formulation exacte de l'incertitude de la méthode SP est complexe. On utilise ici une formulation simplifiée mettant plus clairement en évidence l'origine de l'incertitude. En effet, on peut généralement négliger les incertitudes sur n_0 et n_{∞} devant celle sur n_{pj} , ce qui permet d'obtenir une formulation simplifiée de l'écart type de l'estimateur T_{SP} de la méthode SP :

$$\boldsymbol{\sigma}_{T_{SP}} = \frac{|T_{SP} - 1|}{|\boldsymbol{n}_{pj} - \boldsymbol{n}_{\infty}|} \boldsymbol{\sigma}_{n_{pj}}$$
(6.10)

Cette formule montre donc que l'incertitude de la méthode est proportionnelle à l'incertitude sur le taux de comptage n_{pj} . Or, l'estimation de ce taux de comptage est particulièrement sensible. En effet, dans le cas des taux de comptages n_0 et n_{∞} , on peut obtenir une estimation arbitrairement précise en augmentant la durée des plages de mesure. Cela n'est pas possible pour l'estimation de n_{pj} qui doit se faire sur peu de points ou par l'intermédiaire d'un ajustement. Dans le cas le moins favorable, l'incertitude absolue sur n_{pj} vaut donc $n_{pj}^{1/2}$.

6.3.1.2 Performances globales

La difficulté de l'estimation du taux de comptage n_{pj} entraîne de piètres performances qui se caractérisent par une forte incertitude et/ou un biais important. Le tableau 6.4 montre en effet que, même lorsque l'anti-réactivité est faible, les résultats présentent une forte incertitude et un biais résiduel de l'ordre de 4 %. La figure 6.4 illustre les résultats de ce tableau et montre l'écart grandissant entre la réactivité estimée et la réactivité vraie à mesure que l'anti-réactivité augmente, le biais pouvant atteindre 11 % à -10 \$.

Ces remarques conduisent à ne recommander l'utilisation de la méthode SP que pour des estimations grossières de la réactivité. Une estimation précise de la réactivité requiert l'utilisation d'une autre méthode.

ho (\$)	$\overline{ ho}$ (\$)	$\sigma_{ ho}$ (%)	$B_ ho~(^0\!\!/\!\mathrm{o})$
-0.1	-0.104	9.5	-4.2
-0.5	-0.522	3	-4.3
-1	-1.059	2.5	-5.9
-2	-2.154	2.3	-7.7
-3	-3.265	2.3	-8.8
-5	-5.488	2.6	-9.8
-10	-11.1	3.2	-11

TAB. 6.4 - Résultats de l'estimation en fonction de la réactivité simulée



FIG. 6.4 - Résultats de la méthode SP en fonction de la réactivité

6.3.2 Performances de la méthode d'intégration du flux (IF)

On rappelle que la démonstration de l'estimateur de la réactivité T_{IF} par la méthode IF est donnée au chapitre 1. Il s'exprime :

$$T_{IF} = \frac{\tau_d \left(n_0 - n_\infty \right)}{\int\limits_{t_0}^{\infty} \left(n(t) - n_\infty \right) dt} = \frac{\tau_d \Delta n}{I}$$
(6.11)

On s'intéresse tout d'abord à l'estimation de l'incertitude et du biais avant d'étudier les paramètres influents les résultats.

6.3.2.1 Estimation de l'incertitude

Dans le cas où les fenêtres temporelles utilisées pour mesurer I et n_{∞} ne se recouvrent pas, l'application de la formule de propagation des erreurs donne la formule de la variance correspondante :

$$\frac{\sigma_{T_{IF}}^2}{T_{IF}^2} = \frac{\sigma_{n_0}^2 + \sigma_{n_\infty}^2}{\Delta n^2} + \frac{\sigma_{I}^2}{I^2} + \frac{\sigma_{\tau_d}^2}{\tau_d^2}$$
(6.12)

Dans cette formule, n_0 et n_∞ sont les estimateurs des flux initial et final. Ils sont obtenus simplement en moyennant le taux de comptage sur deux fenêtres temporelles où le flux est stable avant et après le transitoire. Les écarts types σ_{n_0} et σ_{n_∞} peuvent donc être diminués arbitrairement en augmentant la durée de ces fenêtres. L'intégrale *I* est calculée sur une plage de durée *T* entre l'instant t_0 du début du transitoire et l'instant t_f correspondant à la fin du transitoire. La figure 6.5 montre le très bon accord entre le calcul analytique de la variance et le calcul de référence en fonction de la réactivité du transitoire simulé.



FIG. 6.5 – Validation de la formule de calcul de l'incertitude due aux comptages pour la méthode IF

6.3.2.2 Estimation du biais

La principale source de biais de la méthode IF provient de l'erreur sur la mesure de l'intégrale des taux de comptages. En effet, *I* est généralement surestimée, ce qui entraîne une sous-estimation de la réactivité. Cette erreur provient soit de la durée non nulle de la chute de la réactivité, soit d'une largeur des canaux de mesure trop élevée (figure 6.6).



FIG. 6.6 – Biais dans le calcul de l'intégrale du taux de comptage

L'estimation du biais par les méthodes Monte Carlo et Déterministe (équations 6.7 et 6.8) donne les même résultats (représentés par la courbe rouge de la figure 6.7). On observe une bonne cohérence avec les valeurs de référence pour de faibles biais, inférieurs à 0.2 \$ en valeurs absolues. Au-delà, l'estimation montre une forte tendance à sous-estimer le biais.

Ce phénomène s'explique par le fait que l'estimation du biais fournit un résultat au point de la réactivité estimée par la méthode IF. La simulation du transitoire utilisé pour calculer le biais est donc faite à partir d'une réactivité en moyenne surestimée, à laquelle correspond un biais plus faible. Ce phénomène est négligeable lorsque le biais et l'incertitude sont faibles mais devient important lorsqu'ils augmentent.



FIG. 6.7 - Validation de l'estimation du biais pour la méthode IF

6.3.2.3 Paramètres influents

On peut dresser une liste exhaustive des paramètres influant sur les résultats de la méthode IF (tableau 6.5).

TAB. 6.5 – Liste des paramètres influant sur les résultats de la méthode IF

Paramètre	Description	Influence sur
n_0	Estimation du taux de comptage initial	incertitude
n_{∞}	Estimation du taux de comptage final	incertitude
$ au_{d}$	Temps de décroissance moyen des précurseurs	incertitude
t_0	Instant du début du transitoire	incertitude
T_c	Durée de la perturbation induisant le transitoire	biais
t_f	Instant de fin du transitoire	biais
dt	Discrétisation temporelle	biais

Bien que tous aient été étudiés au cours du travail de thèse, on ne présente ici que les deux paramètres prépondérants car ils illustrent bien les limites de la méthode. Il s'agit des paramètres T_c et t_0 .

Durée de la perturbation

L'influence de ce paramètre sur le biais de la méthode a été évoquée précédemment. Une étude paramétrique confirme l'idée qu'il entraîne un biais d'autant plus important que l'anti-réactivité est forte. Le tableau 6.6 montre que, même pour une anti-réactivité faible (-0.5 \$), le biais pour une valeur typique de T_c (0.5 s) est supérieur à 1 %.

TAB. 6.6 – Evolution du biais des résultats de la méthode IF en fonction de la durée de la perturbation

T_c (s)	$ar{ ho}$ (\$)	$B_ ho~(^0\!\!/\!\mathrm{o})$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho}$ (%)
0	-0.498	0.36	0.6
0.1	-0.498	0.44	0.6
0.5	-0.494	1.12	0.6
1	-0.490	2.04	0.6

Choix du début du transitoire

Dans le cas où l'on ne dispose pas du suivi de la perturbation en fonction du temps (le suivi de la cote de la barre durant la chute, par exemple), c'est à l'utilisateur de déterminer, généralement visuellement, l'instant t_0 auquel le transitoire débute. Ce choix, s'il n'est pas fait dans les meilleures conditions, génère un surcroît d'incertitude.

L'instant t=0 du début de la mesure étant indépendant de t_0 , on peut considérer que l'erreur commise sur t_0 suit une loi uniforme de largeur δt , où δt est la largeur des canaux de mesure. Cette erreur se répercute sur le calcul de l'intégrale des taux de comptages et finalement sur l'estimation de la réactivité. Comme on considère cette incertitude indépendante de celle due aux comptages, il convient de l'ajouter quadratiquement à l'incertitude calculée précédemment.

Un moyen possible de calculer l'incertitude due à t_0 est l'utilisation de la sensibilité $S_{\rho t_0}$. On montre aisément, en différenciant l'équation 6.11, que cette sensibilité s'exprime :

$$S_{\rho,t_0} = \frac{\rho_{\$} n_0}{I}$$
(6.13)

Si, par ailleurs, t_0 suit une loi uniforme de largeur δt , son incertitude vaut $\delta t/\sqrt{12}$, et donc, on obtient finalement :

$$\sigma_{\rho-t_0} = \frac{\rho_{\rm s} n_0}{I} \frac{\delta t}{\sqrt{12}} \tag{6.14}$$

Les deux exemples du tableau 6.7 illustrent ce calcul pour un pas de temps typique (0.5 s). Dans le cas d'une anti-réactivité faible (-0.5 \$), on obtient une incertitude de 0.5 %, négligeable devant l'incertitude statistique. En revanche, dans le cas d'une réactivité de -5 \$, l'incertitude due au paramètre t_0 devient prépondérante.

	Cas 1	Cas 2
$ ho_{ m s}$	-0.5 \$	-5 \$
n_0	50 000 cps	5 000 cps
n_{∞}	1 000 cps	100 cps
δt	0.5 s	0.5 s
${S}_{\scriptscriptstyle ho,t_0}$	-0.019 \$.s ⁻¹	-1.77 \$.s ⁻¹
$\sigma_{\scriptscriptstyle \rho - t_0}$	0.5 %	5.1 %
$\sigma_{\scriptscriptstyle ho-C}$	3.4 %	3.2 %

TAB. 6.7 – Incertitude sur la réactivité due au choix du début du transitoire

6.3.2.4 Performances globales et recommandations

Domaine d'utilisation

Deux types d'erreurs entachant les résultats ont été étudiées :

- le biais, dont l'estimation n'est valide que pour de faibles valeurs,
- l'incertitude, dont l'expression analytique a été validée sur une large gamme de réactivité (entre 0 et -10 \$).

La figure 6.8 présente l'estimation de la réactivité par la méthode IF en fonction du niveau de sous-criticité simulé. On note que les barres d'erreur des résultats sont nettement inférieures à l'écart entre l'estimation et la réactivité simulée.

Les résultats montrent donc que le facteur limitant de la méthode est le biais. Celui-ci atteint rapidement 5 % voire 10 % quand la réactivité est inférieure à -3 \$. Si l'on se fixe une valeur limite de 1 % pour le biais, la méthode IF n'est pas recommandée dans les cas suivants :

- réactivité inférieure à -3 \$,
- durée de la perturbation non négligeable (supérieure ou égale à 0.5 s),
- pas de discrétisation temporelle supérieur ou égal à 0.1 s.

Quand ces conditions sont respectées, l'incertitude statistique de la méthode ne dépasse pas l'incertitude due aux données de base, soit environ 3.5 %. Finalement, l'incertitude totale est inférieure à 5 %.

Recommandations d'utilisation

D'après les conclusions précédentes, on peut formuler plusieurs recommandations d'utilisation de la méthode IF.

- 1. La méthode IF travaillant uniquement sur des sommes de taux de comptage, le pas de discrétisation temporelle est arbitraire. Il est donc recommandé de le choisir aussi faible que possible, de manière à limiter le biais.
- 2. Le temps t_0 doit être choisi avec précaution pour ne pas biaiser le calcul de l'intégrale des taux de comptages. Là encore, un pas de temps fin permet un choix plus précis. On propose au paragraphe 6.3.4.4 un estimateur sans biais de t_0 .
- 3. Les plages temporelles, nécessaires au calcul des taux de comptages initial et final, peuvent être ajustées de manière à ce que l'incertitude sur leur valeur soit négligeable.

4. Enfin, la plage d'intégration doit être choisie égale ou légèrement supérieure à la durée du transitoire. Le critère adopté dans notre algorithme identifie la fin du transitoire lorsque l'amplitude de la chute des comptages est égale à 99.9 % de l'amplitude totale.



FIG. 6.8 - Performances de la méthode IF en fonction de la réactivité

6.3.3 Inversion des équations de la cinétique (IC)

La méthode basée sur l'inversion des équations de la cinétique est la plus répandue pour l'analyse des transitoires de puissance, en particulier au SPEx. Pour autant, les conditions précises d'utilisation de cette méthode, et notamment l'estimation de son incertitude, sont mal connues et souvent laissées à la discrétion de l'expérimentateur.

6.3.3.1 Description de l'algorithme

La spécificité de la méthode IC est de s'exécuter en deux étapes. La première consiste en l'inversion proprement dite des équations de la cinétique pour obtenir la réactivité en fonction du temps. Ceci n'est possible, *a priori*, qu'en omettant le terme de source effective. Quant à la source de neutrons retardés $S_d(t)$, elle est calculée à partir des taux de comptages mesurés. La réactivité « sans source » s'exprime donc :

$$\rho_{ss}(t) = \beta - \Lambda \frac{S_d(t)}{n(t)} + \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{dn}{dt}$$
(6.15)

De nombreux travaux discutent de la réalisation de cette première étape, notamment en ce qui concerne la meilleure définition de la réactivité en fonction des canaux de mesure [24]. Comme on le verra au paragraphe 6.3.3.3, la méthode de calcul de la source de neutrons retardés ainsi que celle du terme dérivé ont une influence non négligeable sur les résultats. La technique de propagation des erreurs s'applique aisément à la formule 6.15, ce qui permet d'obtenir la variance des points de la réactivité en fonction du temps. Le calcul de ces variances est nécessaire pour l'étape suivante.

La seconde étape concerne l'estimation du terme de source effective qui mène à l'estimation finale de la réactivité. Supposée constante, ainsi que la réactivité finale, la source effective est généralement déterminée par un algorithme itératif dont le critère d'arrêt est la pente nulle du vecteur réactivité sur une certaine plage de temps. Cette pente est obtenue par un ajustement linéaire, pondéré ou non. La pondération de l'ajustement par la variance du vecteur réactivité permet de diminuer notablement l'incertitude de la méthode (d'un facteur 2 environ) [52]. Finalement, la réactivité estimée est obtenue soit par l'ordonnée à l'origine de l'ajustement linéaire, soit par moyenne des points de la réactivité sur la plage de temps considérée.

C'est au cours de cette seconde étape que se fait sentir l'influence des paramètres d'entrée sur les résultats (niveau des comptages, introduction de biais, choix de la plage d'estimation de la source, etc). Ainsi, la plus grande partie de l'incertitude des résultats provient de l'incertitude sur l'estimation de la source effective. Par ailleurs, la propagation des erreurs fonctionne difficilement sur cette partie de l'algorithme et donne des résultats peu fiables.

6.3.3.2 Estimation de l'incertitude

Le calcul analytique de l'incertitude pour la méthode IC n'est pas simple. Cela est dû aux conditions d'utilisation de l'ajustement linéaire pour l'estimation de la source effective. En effet, deux hypothèses fondamentales à l'utilisation des moindres carrés ne sont pas vérifiées.

Tout d'abord, le vecteur de la réactivité que l'on cherche à ajuster ne suit pas une loi gaussienne. En effet, la distribution des points de la fonction $\rho_{ss}(t)$ correspond à l'inverse d'une loi de poisson. Cette distribution est très dissymétrique lorsque les comptages sont faibles. De plus, le modèle que l'on applique (la dépendance linéaire de la réactivité en fonction du temps) n'est pas valide, sauf aux alentours de la solution recherchée.

On peut conclure de ces remarques que, dans le cas de la méthode IC, les deux propriétés les plus importantes des estimateurs des moindres carrés – à savoir la précision et l'optimalité – ne sont pas vérifiées *a priori*. On s'attend donc à observer des cas où l'estimation de la réactivité est biaisée (défaut de précision) et où sa variance n'est pas minimale (estimateur sous-optimal).

Quoiqu'il en soit, on propose ici une formule de calcul de l'incertitude de la réactivité due aux comptages. Pour ce faire, on s'intéresse tout d'abord à la variance de la réactivité en fonction du temps (équation 6.15). Puis, on propage cette variance au résultat final en linéarisant le problème.

Calcul de la variance de la réactivité en fonction du temps

En annexe B, deux formules de calcul de la variance du vecteur de la réactivité en fonction du temps sont démontrées. On utilise dans la suite la variance calculée avec la formule suivante, car elle se calcule simplement par récurrence :

$$\mathbf{V}\left[\rho_{s}\left(t\right)\right] = \frac{\left(\rho_{s}\left(t\right)-1\right)^{2}}{n\left(t\right)} + \frac{\mathbf{V}\left[S_{d}\left(t\right)\right]}{n\left(t\right)^{2}}$$
(6.16)

En effet, la variance de la source de neutrons retardés s'exprime comme la somme des variances des concentrations des groupes de neutrons retardés :

$$\mathbf{V}\left[S_{d}\left(t\right)\right] = \sum_{i} \lambda_{i}^{2} \mathbf{V}\left[C_{i}\left(t\right)\right]$$
(6.17)

Enfin, le terme V[$C_i(t = k\delta t)$] est calculé par récurrence :

$$\mathbf{V}\left[C_{i}\left(k\delta t\right)\right] = \left(\frac{\beta_{i}\delta t}{\Lambda}\right)^{2} \sum_{j=0}^{k} e^{-2j\lambda_{i}\delta t} n\left(k-j\right) + e^{-2k\lambda_{i}\delta t} \mathbf{V}\left[C_{i}\left(0\right)\right]$$
(6.18)
avec
$$\mathbf{V}\left[C_{i}\left(0\right)\right] = \left(\frac{\beta_{i}}{\lambda_{i}\Lambda}\right)^{2} \sigma_{n_{0}}^{2}$$

Les formules précédentes, illustrées par la figure 6.9 dans le cas d'une réactivité de -1 \$, permettent d'obtenir une bonne approximation de l'incertitude de la réactivité en fonction du temps. L'écart entre l'incertitude de référence et le calcul analytique est inférieur à 5 %. Le lecteur peut se reporter à l'annexe B pour une étude plus détaillée.



FIG. 6.9 – Incertitude du vecteur réactivité en fonction du temps. dans le cas d'une réactivité de -1 \$

Calcul de l'incertitude par linéarisation du problème

On modélise le calcul de la pente *a* de la réactivité en fonction du temps par une fonction *f* dépendant du paramètre recherché *S* et du vecteur $\rho_{ss}(t)$ de la réactivité « sans source » :

$$a = f\left(\rho_{ss}\left(t\right), S\right) \tag{6.19}$$

A l'issue de l'ajustement, on obtient une estimation \tilde{S} du terme source et la pente $\tilde{a} = f(\rho_s, \tilde{S})$ est nulle à ε près (ε est choisi de l'ordre de 10⁻¹⁵). En appliquant la formule de propagation des erreurs au problème linéarisé aux alentours de \tilde{a} , on exprime simplement la variance de la source en fonction de la variance de la pente :

$$\mathbf{V}[a] = \left(\frac{\partial a}{\partial S}\right)_{S=\tilde{S}}^{2} \mathbf{V}[\tilde{S}]$$
(6.20)

Le terme dérivé peut se calculer par différences finies. Pour connaître une estimation de la variance du terme source ajustée, il suffit maintenant de connaître la variance de la pente.

Or, on peut calculer l'incertitude associée aux paramètres $P = [a b]^T$ (respectivement la pente et l'ordonnée à l'origine) du fit linéaire après ajustement. On utilise la théorie des moindres carrés. Le modèle utilisé est le modèle linéaire simple $\rho = AP$, avec $A = [\vec{t} \ 1]$ et $P = [a b]^T$.

La variance de P est donnée par :

$$\mathbf{V}[P] = \left(A^{t} \mathbf{V}[\rho(t)]^{-1} A\right)^{-1}$$
(6.21)

On a donc une estimation de la variance de la source par la formule suivante :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{S}\right] = \frac{\mathbf{V}\left[a\right]}{\left(\frac{\partial a}{\partial S}\right)_{S=\tilde{S}}^{2}}$$
(6.22)

On remonte à l'incertitude sur la réactivité estimée en considérant la formule de multiplication de source (équation 6.23). Celle-ci implique que les incertitudes relatives sur la réactivité et la source doivent être égales.

$$\rho_{\rm S} = \frac{\Lambda S}{\beta n_{\infty}} \tag{6.23}$$

Dans l'équation ci-dessus, on peut négliger l'incertitude sur le taux de comptage final si l'on considère que la plage utilisée pour son estimation est suffisamment grande.

Finalement, à partir des équations 6.23, 6.22, on obtient :

$$\mathbf{V}[\rho_{\$}] = \left(\frac{\Lambda}{\beta n_{\infty}}\right)^{2} \frac{\mathbf{V}[a]}{\left(\frac{\partial a}{\partial S}\right)_{S=\tilde{S}}^{2}}$$
(6.24)

Validation des calculs

Le tableau 6.8 donne les résultats du calcul de l'incertitude de la réactivité et de la source grâce aux formules précédentes en fonction du niveau de sous-criticité, notées $\sigma_{\rho_s}^{[A]}$ et $\sigma_s^{[A]}$. On donne aussi, pour comparaison, les valeurs de références ($\bar{\rho}_s$, σ_{ρ_s} , \bar{S} et σ_s).

$ ho_{\$}$	$\overline{ ho}_{\$}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{\scriptscriptstyle{\S}}}}$ (\$)	$\sigma^{\scriptscriptstyle{[A]}}_{\scriptscriptstyle{ ho_{\!\scriptscriptstyle{S}}}}$ (\$)	S (cps)	\overline{S} (cps)	σ_{s} (cps)	$\sigma^{[\mathrm{A}]}_{\scriptscriptstyle S}$ (cps)
-0.1	-0.1	1.67 10-4	2.47 10 ⁻³	875	778.8	6.2	30
-0.5	-0.5	7.42 10-4	2.97 10 ⁻³	4375	4241.2	11.5	26
-1	-1	1.95 10 ⁻³	4.9 10 ⁻³	8750	8582	24	42
-3	-3.001	1.17 10 ⁻²	1.76 10 ⁻²	26250	25898	117	153
-5	-5.008	$3.08 \ 10^{-2}$	4 10 ⁻²	43750	43292	293	351
-7	-7.001	5.92 10 ⁻²	$6.8 \ 10^{-2}$	61250	60557	548	597

TAB. 6.8 – Validation du calcul de l'incertitude due aux comptages

Les résultats montre que le calcul analytique surestime fortement les incertitudes lorsque la réactivité est faible. Cependant, il permet de rendre compte de l'évolution non linéaire de l'incertitude en fonction de la réactivité simulée (figure 6.10).



FIG. 6.10 – Comparaison entre l'incertitude de référence et l'incertitude calculée en fonction de la réactivité

Par ailleurs, le modèle de calcul rend assez bien compte de l'augmentation de l'incertitude de l'estimation quand la durée de mesure augmente, tous les autres paramètres étant constants par ailleurs (figure 6.11).

On note deux grandes incohérences entre le calcul analytique et le calcul de référence. Tout d'abord, pour de faibles anti-réactivités (inférieures à environ 3 \$), l'incertitude sur la source est particulièrement mal estimée, ce qui entraîne une erreur d'un facteur 2 à 3 sur l'incertitude de la réactivité. Par ailleurs, alors que les incertitudes sur la réactivité et la source sont en général parfaitement corrélées, lorsque la durée de mesure devient inférieure à la durée du transitoire (T_p inférieur à 400 s dans le cas présent), les incertitudes ne présentent plus la même évolution. De ce fait, le passage de l'incertitude de la source à l'incertitude de la réactivité n'est plus correct.



FIG. 6.11 – Comparaison entre l'incertitude de référence et de l'incertitude calculée en fonction de la durée du transitoire

Compte tenu des remarques précédentes, la méthode présentée ici constitue un premier pas vers une estimation ponctuelle de l'incertitude mais ne saurait remplacer une estimation plus sûre basée sur le ré-échantillonnage. Partant des résultats présents, le lien entre l'incertitude sur la source et l'incertitude sur la réactivité devra être mieux pris en compte.

Estimation de l'incertitude par ré-échantillonnage

On compare ici deux méthodes de ré-échantillonnage du bruit de mesure. Il s'agit de méthodes Monte Carlo basées sur le tirage aléatoire des comptages suivant une loi de Poisson. La première, notée ré-échantillonnage indirect, s'appuie sur une courbe simulée à laquelle on ajoute du bruit poissonien. La seconde, notée « ré-échantillonnage direct », procède en ajoutant du bruit directement sur la courbe expérimentale.

La figure 6.12 montre les incertitudes estimées par ré-échantillonnage direct et indirect en fonction du taux de comptage final, dans le cas d'un transitoire de -5 \$. Les barres d'erreur indiquent la précision de l'estimation de l'incertitude (à un écart type).

En terme de précision de l'estimation de l'incertitude, on constate que, lorsque le taux de comptage final est élevé (supérieur à 500 cps), les deux méthodes fournissent une estimation proche en moyenne de la valeur de référence. En revanche, lorsque le taux de comptage final est inférieur à 500 cps, la méthode du ré-échantillonnage directe surestime l'incertitude. La méthode indirecte reste précise jusqu'à un taux de comptage de 50 cps (soit

5 coups par canal dans le cas simulé), mais échoue à estimer correctement l'incertitude lorsque le taux de comptage final est très proche de zéro.



FIG. 6.12 – Comparaison de deux méthodes de ré-échantillonnage en fonction du taux de comptage final dans le cas d'un transitoire de -5 \$

Le ré-échantillonnage pose donc deux problèmes majeurs. Tout d'abord, comme on vient de le voir, aucune méthode ne permet d'estimer correctement l'incertitude lorsque le taux de comptage final est faible. Deuxièmement, dans le cas où l'incertitude est forte, les deux méthodes fournissent un résultat particulièrement imprécis. Dans l'exemple présent, l'incertitude sur l'estimation atteint 30 % pour un taux de comptage de 1000 cps.

Incertitude due aux données nucléaires de base

Contrairement à l'incertitude due aux comptages, le calcul de l'incertitude due aux données nucléaires de base (DB) ne pose pas de problème. Un simple calcul de sensibilité par rapport aux données nucléaires permet d'obtenir une estimation précise de cette incertitude ($cf. \int 6.2.2.2$). La figure 6.13 montre l'excellent accord entre l'incertitude calculée et l'incertitude de référence.

6.3.3.3 Estimation du biais

Dans ce paragraphe, on discute les deux sources de biais entachant les résultats :

- les approximations numériques (biais d'origine déterministe),
- l'incertitude sur les comptages (biais d'origine aléatoire).



FIG. 6.13 – Validation du calcul de l'incertitude due aux données nucléaires dans le cas d'un transitoire de -5 \$

Biais d'origine déterministe

Que l'on considère un calcul numérique analytique (c'est-à-dire en utilisant la formule analytique de la source de neutrons retardés) ou un calcul numérique par discrétisation des équations, le calcul des termes de l'équation inverse est entaché d'une erreur (généralement faible) provenant du pas temporel des taux de comptages. Le terme dérivé dn/dt, par exemple, étant calculé par différences finies, sa précision est d'autant plus grande que le pas temporel est fin.

L'erreur sur la réactivité est donc la plus forte dans les instants suivant le saut prompt car la dérivée du taux de comptage est alors non négligeable. La figure 6.14 montre la réactivité en fonction du temps, calculée analytiquement ou par discrétisation numérique, dans le cas d'une chute instantanée de la réactivité (haut) ou linéaire (bas). Le pas temporel est de 0.5 s et la réactivité simulée vaut -0.5 \$.

Dans les deux cas de figures, la simulation montre que les premières secondes suivant le saut prompt présentent une erreur importante sur le calcul de la réactivité : il faut un certain temps aux algorithmes pour converger vers la valeur vraie. L'erreur de mesure et le temps de convergence sont différents suivant l'algorithme et le cas considéré.

Le calcul analytique surestime la réactivité et converge lentement vers la valeur vraie. En revanche, le calcul par discrétisation sous-estime la réactivité et converge rapidement. Notons que, dans le cas réaliste d'une chute linéaire de la réactivité, les erreur de calcul sont plus faibles que dans le cas d'une chute instantanée.

En tout état de cause, il est recommandé d'utiliser le calcul par différenciation en omettant les 10 à 20 premières secondes du transitoire afin de limiter le biais sur l'estimation finale de la réactivité.



FIG. 6.14 – Erreur sur la réactivité pour un calcul numérique discrétisé ou pour un calcul analytique

Biais d'origine aléatoire

La seconde source de biais est due à l'incertitude sur les comptages dans le cas où le taux de comptage final est faible (inférieur à environ 50 cps). La figure 6.15 montre la réactivité en fonction du temps correspondant à un taux de comptage final de 5 cps. On observe une forte dispersion des points de la réactivité.



FIG. 6.15 - Réactivité en fonction du temps pour un taux de comptage final de 5 cps

La dispersion des points à un instant donné suit une loi de probabilité correspondant approximativement à l'inverse d'une loi de Poisson (figure 6.16). Cette distribution devient très dissymétrique dans le cas où les comptages sont faibles et ne peut plus être supposée gaussienne. De ce fait, l'algorithme d'estimation de la source, qui est basé sur un ajustement linéaire (supposant des erreurs gaussiennes), fournit un résultat biaisé. L'estimation de ce biais, de par son origine aléatoire, ne peut être réalisée que par simulation Monte Carlo.



FIG. 6.16 – Distribution de la réactivité en fonction du temps dans le cas d'un taux de comptage final de 5 cps comparée à une distribution normale de même variance

Validation de l'estimation du biais

La validation de l'estimation du biais (d'origine déterministe et aléatoire) est réalisée à partir des résultats présentés au paragraphe 6.3.3.4, où l'on étudie l'influence du taux de comptage final sur les résultats. En effet, on obtient les biais les plus importants quand le taux de comptage final tend vers 0.

On vérifie (figure 6.17) que les méthodes de ré-échantillonnage (direct et indirect) permettent d'estimer correctement le biais lorsque celui-ci reste faible (dans notre cas inférieur à 2 %). L'incertitude de cette estimation est cependant nettement supérieure au biais lui-même.

Pour des biais plus élevés, le ré-échantillonnage fournit en moyenne des résultats surestimés. Ceci est particulièrement vrai pour le re-échantillonnage indirect puisque l'état à partir duquel est réalisé le ré-échantillonnage est en moyenne plus pénalisant que l'état initial (le biais est positif donc l'antiréactivité est surestimée).

6.3.3.4 Paramètres influents

A ce stade, nous avons testé plusieurs techniques permettant de calculer les paramètres indispensables pour l'appréciation des résultats de la méthode IC. Nous avons aussi une meilleure compréhension de l'algorithme de calcul et de ses limites. On s'intéresse maintenant aux paramètres qui influent le plus sur la qualité des résultats.



FIG. 6.17 – Comparaison du biais calculé par ré-échantillonnage et du biais mesuré en fonction du taux de comptage final

La méthode IC se caractérise par le fait que la plupart des paramètres d'entrée ont une influence conjointe sur les résultats, en terme de biais et d'incertitude. En effet, l'influence de l'un est souvent diminuée ou au contraire augmentée par un ou plusieurs autres paramètres. Ainsi, le choix de la largeur des canaux de mesure va modifier l'influence de la plage d'ajustement, de même que le niveau final des comptages.

Le tableau 6.9 présente une liste des paramètres d'entrée principaux de la méthode ainsi que leur influence sur les résultats. Par souci de concision, seuls les deux premiers sont étudiés plus en détails dans la suite. Le lecteur peut se reporter à la référence [52] pour une étude exhaustive.

Paramètre	Description	Influence sur
n_{∞}	Taux de comptage final	biais et incertitude
T_p	Durée de la plage d'ajustement	biais et incertitude
t_1	Début de la plage d'ajustement de la source effective	biais et incertitude
δt	Discrétisation temporelle	biais et incertitude

TAB. 6.9 – Liste des paramètres influant sur les résultats de la méthode IC

Influence du taux de comptage final

Au vu des paragraphes 6.3.3.2 et 6.3.3.3, on s'attend à ce que le taux de comptage final ait, toutes choses égales par ailleurs, une forte influence sur le biais. En réalité, c'est le nombre de coups par canal qui est le paramètre influent. Pour mettre en évidence son influence, on se place ici dans un cas pénalisant en utilisant une discrétisation temporelle fine ($\partial t = 0.1$ s). Bien évidemment, dans le cas de mesures réelles, l'influence d'un niveau final très faible serait limitée par l'utilisation d'une largeur de canal plus élevée. Les simulations ont été réalisées pour une réactivité de -5 \$ et un taux de comptage initial de 5000 cps. On peut tirer deux enseignements principaux des résultats de la simulation (tableau 6.10). Tout d'abord, comme prévu, on observe un biais très important lorsque le taux de comptage est inférieur à 50 cps, ce qui correspond ici à 5 coups par canal. Cette valeur fournit une limite forte de la validité de la méthode lorsque les comptages sont très faibles.

Par ailleurs, comme on l'a vu, l'incertitude de référence décroît très nettement avec le taux de comptage final (figure 6.12). En fait, on constate que l'incertitude est proportionnelle au taux de comptage final. Ce comportement n'apparaît pas directement dans la formule analytique proposée précédemment (équation 6.24). Malgré tout, cette formule permet de reproduire l'évolution de l'incertitude de référence (quatrième colonne du tableau). Seul le point correspondant à 5 cps est mal calculé.

n_{∞} (cps)	$ar{ ho}_{\$}$	$\sigma_{ ho_{ m s}- m C}~(\%)$	$\sigma^{\mathrm{[A]}}_{\scriptscriptstyle{ ho_{\mathrm{S}}} ext{-C}}$ (%)	$B_{ ho_{\$}}$ (%)
1000	-5.011	6.37	7.5	-0.2
500	-5.023	4.22	4.6	-0.45
300	-4.992	3.17	3.5	0.15
100	-4.957	2.62	2.1	0.85
50	-5.038	2.13	1.6	-0.76
5	-6.454	1.39	20.1	-29

TAB. 6.10 – Résultats en fonction du taux de comptage final

Influence de la plage d'ajustement

L'expérience montre que le choix de la plage de taux de comptages utilisée pour la détermination de la source est une étape critique de la méthode IC. En effet, les résultats – et particulièrement l'incertitude des résultats – sont très sensibles à l'instant de début (t_1) et à la durée (T_p) de la plage d'ajustement. Ceci est d'autant plus vrai que le bruit associé au vecteur de la réactivité en fonction du temps présente une distribution dissymétrique $(cf. \int 6.3.3.3)$. Les simulations ont été réalisées pour un niveau de réactivité de -5 \$.

Les tableaux 6.11 et 6.12 donnent l'évolution des incertitudes et du biais de l'estimation en fonction du début et de la durée de la plage d'ajustement.

t_{1} (s)	$\overline{ ho}_{\$}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{ m s}- m C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{s}-DB}}$ (%)	$B_{ m ho_{s}}~(^{0}\!$
0	-4.925	1.4	3.1	-1.5
1	-4.996	1.5	3.3	-0.08
2	-4.987	1.46	3.5	-0.25
5	-4.998	1.72	3.8	-0.05
10	-4.985	1.8	4.3	-0.29
20	-5.001	2.42	5.2	0.02
50	-5.017	4.89	6.7	0.33
100	-5.081	13.53	8.4	1.62

TAB. 6.11 – Influence du début de la plage d'ajustement ($T_p = 700$ s)

Les résultats montrent que t_1 est le paramètre le plus influent. Il influe sur le biais d'origine déterministe mais aussi fortement sur l'incertitude due aux comptages ainsi que sur celle due aux données nucléaires. En effet, les premières secondes du transitoire sont celles pour

lesquelles l'incertitude sur le vecteur réactivité est la plus faible. C'est donc dans cette partie que le transitoire contient le plus d'information.

Dans les cas d'une forte incertitude statistique, une étude de la plage d'ajustement semble donc nécessaire pour limiter l'incertitude du résultat et maîtriser le biais. Il faut noter que, contrairement à ce que l'on pourrait croire, augmenter la durée de la mesure n'améliore pas l'incertitude, voire la dégrade, sans que cela ait d'influence sur le biais. Ceci est d'autant plus vrai que le taux de comptage final est faible.

T_P (s)	$\overline{ ho}_{s}$	$\sigma_{ ho_{ m s-C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{s}-DB}}$ (%)	$B_{ ho_{5}}$ (%)
100	-4.996	1.37	2.14	-0.08
300	-4.988	1.23	3	-0.25
500	-4.999	1.38	3.3	-0.02
700	-4.988	1.6	3.43	-0.24
900	-4.989	1.5	3.47	-0.2
1300	-4.997	1.72	3.54	-0.05
1800	-4.992	1.8	3.56	-0.16

TAB. 6.12 – Influence de la durée de la plage d'ajustement ($t_1 = 1$ s)

6.3.3.5 Conclusion et recommandations

Différents aspects de la méthode d'inversion des équations de la cinétique ont été détaillés précédemment. Notamment, les cas limites d'utilisation ont été testés et l'influence des paramètres principaux sur le biais et l'incertitude a été mise en évidence. On peut maintenant apporter des propositions pour améliorer l'analyse des transitoires par cette méthode en terme de limitation du domaine d'utilisation et de recommandations aux utilisateurs.

Domaine d'utilisation

Comme on l'a vu, le facteur limitant de la méthode est le taux de comptage final ou, plus exactement, le nombre de coups par canal de mesure à l'issue du transitoire. Notons N ce paramètre. Il dépend directement de la source effective et de la largeur des canaux de mesure. Un soin tout particulier devra être apporté aux transitoires pour lesquels N est inférieur à environ 20. Cette valeur correspond en effet à la limite au dessous de laquelle il n'est plus possible de faire l'approximation que l'incertitude des comptages est gaussienne. En effet, le vecteur réactivité présente alors une distribution très dissymétrique.

En terme de niveau de réactivité mesurable, dans les cas où le taux de comptage final est suffisamment élevé, il n'y a pas de limite d'utilisation à la méthode IC. Celle-ci montre de bons résultats même à des niveaux de sous-criticité très bas, pour autant que la statistique des comptages soit suffisante.

Par ailleurs, l'incertitude sur les données de base est relativement constante sur l'ensemble de la gamme de réactivité. Elle vaut de 2.5 à 3.5 %. On a montré au paragraphe 6.3.3.2 qu'elle peut être calculée précisément sans avoir recours à une méthode de ré-échantillonnage. Le ré-échantillonnage doit donc être appliqué uniquement à l'estimation de l'incertitude statistique due aux comptages.

Cependant, dans les cas où un biais ne peut être évité, il convient d'être prudent dans l'utilisation du ré-échantillonnage. On a vu qu'il pouvait fournir des estimations biaisées. De manière générale, il faut savoir que l'estimation par ré-échantillonnage est imprécise.

Recommandations à l'utilisateur

Le facteur limitant de la méthode impose de distinguer deux cas d'analyse. Le premier concerne les transitoires pour lesquels il est possible d'obtenir N supérieur à environ 20 en ajustant les autres paramètres (tels que δt par exemple). Le second concerne les transitoires pour lesquels il n'est pas possible d'atteindre cette valeur.

• Cas n°1 : plus de 20 coups par canal

Discrétisation

Si possible, il est recommandé de diminuer le paramètre ∂ jusqu'à obtenir la valeur limite pour *N*, ceci de manière à augmenter la précision des calculs numériques. De plus, on a vue que l'incertitude décroît quand le taux de comptage final diminue (cf. § 6.3.3.4).

Plage d'ajustement

Si T_{trans} est la durée effective du transitoire (correspondant à 99 % de l'amplitude par exemple), la fin de la plage d'ajustement devrait être choisie de manière à avoir une durée de mesure *T* telle que $T \simeq 2T_{trans}$. Par ailleurs, on recommande de choisir le début de la plage d'ajustement à une dizaine de secondes après la fin de la perturbation, de manière à limiter le biais d'origine déterministe. Une étude de l'influence du temps de début de la plage d'ajustement est tout de même recommandée. Dans le cas où T_{trans} est faible (pour des réactivités basses), typiquement inférieur à 300 s, on peut diminuer le temps t_1 jusqu'à 1 s. Le biais déterministe introduit devra alors être évalué et éventuellement corrigé.

• Cas n°2 : moins de 20 coups par canal

Discrétisation

Si possible, augmenter le paramètre δi jusqu'à 2 s ou plus par canal, de manière à allonger la durée « utile » de la mesure (i.e. les canaux de plus de 20 coups).

Plage d'ajustement

La plage d'ajustement devrait débuter à une ou deux secondes après la fin de la perturbation. Une étude de l'influence du temps de début de la plage d'ajustement est nécessaire pour vérifier que le biais introduit par le calcul numérique n'est pas pénalisant (typiquement, inférieur à 1 ou 2 %). La fin de la plage d'ajustement devrait ensuite être choisie de manière à ce que le comptage du dernier canal soit supérieur à la valeur limite de 20 coups.

Le lecteur intéressé pourra trouver une illustration de l'impact de ces recommandations dans la référence [52]. On y montre qu'il est possible d'obtenir une réduction de l'incertitude de 1 à 2 % ainsi qu'une réduction du biais d'un facteur 2.

6.3.3.6 Perspectives

Cette étude n'est bien sûr pas exhaustive et il reste plusieurs aspects de la méthode qui méritent encore d'être étudiés.

Tout d'abord, le ré-échantillonnage tel qu'il a été utilisé ici n'est pas une méthode précise d'estimation de l'incertitude. En effet, les deux techniques possibles de ré-échantillonnage ont montré leur limite :

- La méthode « directe », consistant à ré-échantillonner le transitoire expérimental, conduit à une surestimation de l'incertitude.
- La méthode « indirecte », basée sur un transitoire simulé, conduit, dans les cas où le biais de l'estimation n'est pas négligeable, à une estimation imprécise.

Il est donc primordial de pouvoir calculer numériquement l'incertitude due aux comptages. Le paragraphe 6.3.3.2 propose une méthode qui a montré sa cohérence et dont il faut améliorer la précision.

Par ailleurs, concernant le facteur limitant de la méthode *N*, une nouvelle approche mériterait d'être étudiée : il s'agit d'une largeur de canal variable en fonction du temps. Numériquement, rien n'empêche d'utiliser une discrétisation temporelle variable dans la résolution des équations du problème. Cette méthode pourrait permettre de tirer parti d'une discrétisation fine quand l'incertitude statistique le permet (lors des premières secondes du transitoire) ainsi que d'une discrétisation plus large en fin de transitoire de manière à augmenter le nombre de coups par canal.

6.3.4 Ajustement non linéaire du flux (AF)

Dans la méthode d'ajustement du flux, l'estimation d'un ou plusieurs paramètres du transitoire (généralement la réactivité et le taux de comptage final) est basée sur la minimisation d'une fonctionnelle (ou « fonction de coût ») combinant un modèle de calcul du flux et les comptages mesurés. Cette méthode d'ajustement offre une grande liberté d'utilisation puisque l'on peut choisir le modèle et la fonction de coût en fonction du type de transitoire à analyser.

La description du cadre mathématique est détaillée au paragraphe chapitre 1. Pour rappel, on considère un modèle analytique ou numérique permettant de calculer le taux de comptage \hat{n} à partir du vecteur de temps *t*, d'un ensemble de paramètres connus *P* et étant donné le vecteur des paramètres à estimer θ :

$$\hat{n} = f\left(t, P, \theta\right) \tag{6.25}$$

6.3.4.1 Choix du modèle

Le choix du modèle dépend de la perturbation qui induit le transitoire. On suppose généralement que cette perturbation est instantanée, ce qui permet d'utiliser un modèle analytique, dont le calcul est rapide. C'est l'hypothèse que l'on fera ici et l'on évaluera l'impact de cette approximation sur les résultats. On utilise donc un modèle « instantané » ajustant la réactivité et le taux de comptage final. Notons qu'il est important d'estimer simultanément ces deux paramètres car ils sont corrélés (équation 1.23).

Il faut tout de même garder à l'esprit que, moyennant quelques informations supplémentaires sur le type de perturbation (le temps de chute de la barre, la forme de la perturbation, etc), d'autres modèles peuvent être utilisés. Ainsi, dans le cas où l'hypothèse d'une perturbation instantanée est mise en défaut, en résolvant numériquement les équations de la cinétique point, on peut utiliser un modèle supposant une variation linéaire – voire quadratique – de la réactivité durant perturbation.

6.3.4.2 Choix de la fonction de coût

Concernant la fonctionnelle à minimiser, la solution la plus simple est d'utiliser le cadre des moindres carrés. Si N est le nombre de points et p le nombre de paramètres ajustés, la fonction de coût Q s'exprime alors :

$$Q = \frac{1}{N - p} \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{n}_i - n_i \right)^2$$
(6.26)

Sous l'hypothèse de normalité des résidus, le cadre des moindres carrés permet de bénéficier du fait que Q suit une loi du χ^2 à N-p degrés de libertés. Sa moyenne et son écart-type sont donc connus. Par ailleurs, les estimateurs des moindres carrés possèdent des propriétés intéressantes puisqu'ils sont optimaux et sans biais. Rappelons qu'un estimateur optimal est un estimateur de variance minimale : si un tel estimateur existe, on sait qu'il est le résultat de la méthode des moindres carrés.

Dans les paragraphes suivants, on présente donc les performances de cet algorithme. La théorie statistique soutenant cet estimateur étant parfaitement connue, on en tire partie pour calculer précisément une partie des caractéristiques de l'estimation.

Dans le cas où l'hypothèse de normalité n'est plus valide, il est judicieux d'utiliser un algorithme alternatif basé sur la méthode du maximum de vraisemblance (*cf.* $\int 6.3.4.6$). Il faut alors introduire explicitement la distribution poissonnienne des comptages dans la fonction de coût. Bien que celle-ci ne bénéficie plus des propriétés des moindres carrés, on montre que cet estimateur est particulièrement efficace dans le cas particulier d'une faible statistique de comptage.

6.3.4.3 Estimation des incertitudes

La théorie des moindres carrés permet de calculer aisément l'incertitude des résultats dépendant des comptages mesurés. En effet, en linéarisant le problème, on montre en annexe A que l'on peut exprimer la matrice de covariance des paramètres estimés par la formule suivante :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] = \left[J\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right)^{T}\mathbf{V}\left[\boldsymbol{Y}_{e}\right]^{-1}J\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right)\right]^{-1}$$
(6.27)

Dans l'équation précédente, $V[Y_e]$ est la matrice de covariance des comptages mesurés et $J(\tilde{\theta})$ est la matrice jacobienne du problème calculée en $\tilde{\theta}$:

$$J\left(\tilde{\theta}\right) = \frac{\partial f}{\partial \theta}\Big|_{\theta = \tilde{\theta}}$$

$$6.28$$

Ce calcul a été largement validé lors de l'étude et la figure 6.18 montre l'excellent accord entre le calcul de référence et le calcul analytique dans le cas où la réactivité varie de 0 à -7 \$.



FIG. 6.18 – Validation du calcul de l'incertitude due aux comptages pour la méthode d'ajustement du flux

L'incertitude due aux données de base est obtenue par un calcul de propagation des erreurs à partir du calcul des sensibilités par différences finies (cf. § 6.2.2.2). Comme la précédente, cette source d'incertitude est bien maîtrisée (figure 6.19).



FIG. 6.19 – Validation du calcul de l'incertitude due aux données nucléaires pour la méthode d'ajustement du flux

6.3.4.4 Estimation du biais

Comme la méthode IC, la méthode AF est sensible à deux sources de biais : l'une est d'origine déterministe et l'autre est d'origine aléatoire.

Biais d'origine déterministe

Le biais d'origine déterministe provient de l'inexactitude du modèle choisi pour l'ajustement. On rencontre alors deux cas possibles : soit cet écart est modélisable par un autre modèle, soit il ne l'est pas. Dans la première hypothèse, on peut estimer le biais engendré par l'inexactitude de l'ajustement. C'est typiquement le cas si l'on choisit le modèle « instantané ». En effet, comme le montre la figure 6.2 (paragraphe 6.1.3), il existe un léger écart entre le taux de comptage théorique et le taux de comptage réel. L'estimation du biais se fait simplement en simulant un transitoire avec le modèle « linéaire » (cf. $\int 6.3.4.1$) qu'on l'analyse ensuite avec le modèle initial. Comme le montre la figure 6.20, cette méthode donne des résultats satisfaisants.

Il est donc possible de corriger la méthode d'une partie de son biais déterministe. Dans la suite, on donnera donc non seulement la moyenne des résultats de simulation mais aussi cette moyenne corrigée de cette partie du biais.

Malheureusement, le biais déterministe n'est pas toujours modélisable. C'est par exemple le cas lorsque l'on fait une erreur dans la détermination du début du transitoire. Notre modèle suppose que t_0 est connu avec précision, mais il s'agit généralement d'un paramètre choisi par l'utilisateur. Dans le cas où la largeur des canaux de mesure est importante, le biais introduit par un choix visuel peut être non négligeable.



FIG. 6.20 - Calcul du biais d'origine déterministe en fonction de la réactivité

La figure 6.21 montre deux courbes de suivi des taux de comptages lors d'un transitoire expérimental, la première avec un pas de 50 ms et la seconde avec un pas de 2 s. Dans le
premier cas, on identifie le début du transitoire (noté t_0) avec une bonne précision, le biais est donc négligeable. Dans le second cas, par contre, trois choix sont possibles :

- T_1 marque le début de la diminution du taux de comptage,
- T_2 marque le maximum de la dérivée du taux de comptage,
- T_3 marque la fin de la perturbation.



FIG. 6.21 – Origine du biais dû au choix du début du transitoire

Comme on peut le constater, T_1 est le choix le plus biaisé, mais T_2 et T_3 sont aussi des choix biaisés, respectivement de $-\Delta t/2$ et $\Delta t/2$. Dans le cas où le choix de t_0 ne peut pas se faire sur une courbe suffisamment fine, on propose donc d'adopter l'estimateur T_0 suivant :

$$T_0 = T_2 + \frac{\Delta t}{2} \tag{6.29}$$

En effet, on peut démontrer que t_0 est toujours inclus dans le canal ou la dérivée est maximum (entre T_2 et T_3). Si on peut supposer que l'estimateur de T_0 suit une loi uniforme centrée sur t_0 et de largeur Δt , alors :

$$E[T_0] = t_0$$
$$\sigma_{T_0} = \frac{\Delta t}{\sqrt{12}}$$

Biais d'origine statistique

Dans le cas de l'algorithme des moindres carrés, la seconde source de biais, d'origine aléatoire, provient des comptages lorsque ceux-ci sont faibles (inférieurs à environ 20 coups par canal). L'hypothèse faite sur la loi normale centrée des résidus n'est alors plus valide. Les propriétés de l'ajustement des moindres carrés sont dégradées : le critère d'optimalité (la variance minimale) peut ne plus être vérifié et l'on peut obtenir un résultat biaisé. Comme pour la méthode IC, le biais d'origine aléatoire peut être estimé par rééchantillonnage (*d*. paragraphe suivant).

6.3.4.5 Paramètres influents

Les paramètres les plus influents sur l'incertitude et le biais sont, comme on l'a observé pour la méthode IC, le taux de comptage final et la plage d'ajustement.

Influence du taux de comptage final

Dans le cas où les comptages sont inférieurs à environ 20 coups par canal de mesure, un biais d'origine statistique apparaît (tableau 6.13). Lorsque l'on utilise l'algorithme des moindres carrés, il faut donc se garder d'inclure dans la plage d'ajustement les canaux de mesure contenant moins de 20 coups.

n_{∞} (cps)	$\overline{ ho}_{ extsf{s}}$	$\overline{ ho}_{\$} + B^{\text{[D]}}_{ ho_{\$}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{ m S}- m C}}$ (%)
1000	-4.946	-4.994	2.9
500	-4.951	-4.999	2.1
300	-4.957	-5.002	1.7
100	-4.956	-4.997	1.3
50	-4.962	-5.001	1.2
5	-5.122	-5.157	1.0

TAB. 6.13 – Influence du niveau final sur les performances de la méthode AF

On note que l'incertitude due aux comptages diminue avec le taux de comptage final. Cela découle directement de la formule 6.27 qui montre que l'incertitude des paramètres est directement proportionnelle à l'incertitude sur les comptages.

Influence de la plage d'ajustement

Le tableau 6.14 montre l'évolution de la qualité de l'estimation en fonction du début de la plage d'ajustement (t_1) dans le cas d'un transitoire induit par une variation de -5 \$. On constate que le biais d'origine déterministe décroît au fur et à mesure que t_1 augmente. En parallèle, les deux sources d'incertitudes augmentent fortement.

TAB. 6.14 – Influence du début de la plage d'ajustement (T_p = 700 s)

t_1 (s)	$\overline{ ho}_{\$}$	$\overline{ ho}_{\$} + B^{\text{[D]}}_{ ho_{\$}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ hoscher}}$ (%)	$\sigma_{ ho_{ m s-DB}}$ (%)	$B_{ ho_{s}}$ (%)
1	-4.956	-4.996	0.88	2.66	0.89
2	-4.962	-4.997	0.87	2.34	0.76
5	-4.97	-4.997	0.97	3.26	0.59
10	-4.98	-5.001	1.19	3.54	0.4
20	-4.975	-4.991	1.35	4.72	0.51
50	-5.019	-5.011	2.72	6.66	0.05

Le tableau 6.15 présente l'évolution des mêmes variables en fonction de la durée de la plage d'ajustement. Dans ce cas, le biais varie peu mais l'incertitude due aux données de base augmente avec la durée de la plage d'ajustement.

Les résultats sont simulaires à ceux obtenus dans le cas de la méthode IC (cf. § 6.3.3.4). Il apparaît que l'ajustement doit débuter aussi tôt que possible après la perturbation car l'information sur la réactivité est concentrée en début de transitoire. Par ailleurs, on peut introduire une durée optimale de la plage d'ajustement correspondant à environ 2 fois la durée du transitoire. Dans le cas présent, cette durée vaut 700 s.

T_P (s)	$\overline{ ho}_{\$}$	$\overline{ ho}_{s} + B^{\text{[D]}}_{ ho_{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{ m s}- m C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{s}- m DB}}$ (%)	$B_{ ho_{ m S}}$ (%)
100	-4.947	-4.996	1.4	1.96	1.1
200	-4.955	-4.993	1.0	2.48	0.9
500	-4.957	-4.993	0.9	2.72	0.8
700	-4.965	-5.000	0.9	2.86	0.7
900	-4.967	-5.002	0.8	2.88	0.7
1300	-4.956	-4.991	1.0	2.58	0.9
1800	-4.958	-4.992	0.9	2.94	0.8

TAB. 6.15 – Influence de la durée de la plage d'ajustement ($t_1 = 700$ s)

6.3.4.6 Algorithme alternatif

La méthode du maximum de vraisemblance est à la base de la théorie de l'estimation. En particulier, dans le cas où les erreurs de mesure sont normales, cette méthode conduit à l'estimateur des moindres carrés. Supposant que les mesures sont indépendantes, il s'agit de maximiser la vraisemblance L, c'est-à-dire la densité de probabilité conjointe des mesures. En général, on préfère minimiser l'opposé de la log-vraisemblance $-\ln(L)$.

Dans le cas général (non gaussien), les estimateurs ML (pour Maximum Likelyhood) ont la propriétés d'être optimaux. En revanche, ils peuvent être biaisés. Il nous faut donc vérifier que cela n'est pas le cas ici.

Expression de la fonction de coût

Dans le cas où les comptages $(n_i)_{i=1..N}$ suivent des lois de poisson de paramètres $(\lambda_i)_{i=1..N}$, la vraisemblance s'écrit :

$$L = \prod_{i=1}^{N} \frac{e^{-\lambda_i}}{n_i!} \lambda_i^{n_i}$$
(6.30)

Si l'on prend pour λ_i la valeur \hat{n}_i fournie par le modèle, après quelques lignes d'algèbre, on montre que la fonction de coût (i.e. la log-vraisemblance) vaut :

$$Q = -\ln(L) = \sum_{i=1}^{N} \hat{n}_{i} - n_{i} \ln(\hat{n}_{i})$$
(6.31)

La minimisation de Q par rapport aux paramètres à ajuster fournit donc l'estimateur du maximum de vraisemblance du problème. Cette nouvelle fonction de coût ne possède pas les mêmes propriétés que celle des moindres carrés (équation 6.26). En particulier, sa distribution théorique est inconnue.

Variance des paramètres

Contrairement au cas des moindres carrés, il n'est pas possible d'obtenir une formule analytique pour le calcul de la variance des paramètres estimés. Cependant, on sait que la variance de l'estimateur ML s'exprime en fonction de la log-vraisemblance.

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\theta}\right] = -E\left[\frac{d^2\ln(L)}{d\theta^2}\right]^{-1}$$
(6.32)

Le calcul de l'espérance étant *a priori* impossible, une estimation de la variance est fournie par la dérivée seconde de la log-vraisemblance estimée en $\tilde{\theta}$:

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\theta}\right] \simeq -\left(\frac{d^2 \ln\left(L\right)}{d\theta^2}\right)_{\theta=\tilde{\theta}}^{-1} \tag{6.33}$$

En remplaçant *L* par sa valeur (équation 6.31), on obtient :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] \simeq \left[\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{n_{i}}{\hat{n}_{i}} - 1\right) \frac{d^{2}\hat{n}_{i}}{d\theta^{2}} + \frac{n_{i}}{\hat{n}_{i}^{2}} \left(\frac{d\hat{n}_{i}}{d\theta}\right)^{2}\right]^{-1}$$
(6.34)

Comparaison avec l'algorithme des moindres carrés

On s'intéresse à 4 cas particuliers pour comparer les résultats de l'algorithme ML avec ceux des moindres carrés. Ces cas particuliers sont des transitoires simulés avec une perturbation instantanée et correspondant à des réactivités de -1 et -5 \$. Le taux de comptage initial est constant (5000 cps) et le taux de comptage final vaut 0 ou 100 cps.

L'objectif est double : d'une part, montrer que les résultats sont semblables dans les cas 1 et 3, et d'autre part, montrer que l'algorithme ML est plus performant, notamment sans biais, dans les cas 2 et 4.

Les résultats sont regroupés dans le tableau 6.16. Les valeurs de biais et d'incertitudes sont données en pourcents. Les valeurs de taux de comptages sont données en cps.

TAB. 6.16 – Résultats comparés des algorithmes ML et moindres carrés dans 4 cas de figures

				Algorithme ML			Moindres carrés			
	$ ho_{ m s}$	n_0	n_{∞}	$\overline{ ho}_{ m s}$	$\sigma_{_{ ho-C}}$	$B_{ ho}$	$\overline{ ho}_{ m s}$	$\sigma_{_{ ho-C}}$	B_{ρ}	
Cas 1	-1	5000	100	-1	0.15	0	-1	0.15	0	
Cas 2	-1	5000	0	-1	0.12	0	-0.996	0.12	0.4	
Cas 3	-5	5000	100	-5	0.2	0	-5	0.2	0	
Cas 4	-5	5000	0	-5	1.4	0	-4.943	1.4	1.1	

Il apparaît tout d'abord que l'incertitude des deux algorithmes sont parfaitement semblables. On peut en conclure que, dans les deux cas, les algorithmes fournissent un résultat optimal.

Une deuxième conclusion d'importance peut être tirée de ces simulations : l'algorithme ML permet effectivement de s'affranchir du biais d'origine aléatoire observé précédemment

(cf. § 6.3.4.4). Les valeurs de biais nulles dans le tableau correspondent à des biais inférieurs à 0.001

6.3.4.7 Conclusion et recommandations

Recommandations à l'utilisateur

Outre le choix du modèle d'ajustement et de la fonction de coût qui sont déterminants pour les résultats, l'expérimentateur appliquant la méthode AF doit principalement prêter attention à deux paramètres.

Tout d'abord, comme on l'a vu au paragraphe 6.3.4.4, le choix de l'instant initial t_0 peut induire un biais sur l'estimation. Il est donc recommandé de déterminer t_0 grâce à l'estimateur proposé et avec une largeur de canal faible (typiquement 0.1 s).

D'autre part, il convient d'optimiser la plage d'ajustement. L'instant de début (t_1) doit être choisi proche de la fin de la perturbation. Quant à la durée de l'ajustement, elle devrait être prise égale à environ deux fois la durée effective du transitoire (i.e. la durée au cours de laquelle l'amplitude du flux à décrue de 99 %).

<u>Intérêt de la méthode AF</u>

Contrairement à la méthode IC, l'étude précédente n'a pas fait apparaître de facteur limitant le domaine d'utilisation de la méthode AF. En effet, pour peu que l'on utilise une fonction de coût prenant en compte la distribution poissonienne des comptages, le biais d'origine aléatoire disparaît. Par ailleurs, rappelons que, moyennant un temps de calcul plus important, on peut utiliser un modèle d'ajustement plus élaboré que le modèle supposant une perturbation instantanée.

La méthode AF est donc une méthode flexible que l'on peut adapter au transitoire à analyser. A ce caractère s'ajoute une propriété issue de la théorie du maximum de vraisemblance : la variance des paramètres ajustés est minimale. De plus, cette variance s'estime directement à partir des résultats de la méthode. Dans le cas des moindres carrés, elle nécessite simplement le calcul d'une dérivée première (équation 6.27). Dans le cas de l'algorithme ML, il faut calculer les dérivés première et seconde de la fonction de coût (équation 6.34).

Enfin, un dernier avantage de la méthode AF est la possibilité d'analyser les résidus de l'ajustement. Dans le cas des moindres carrés, ceux-ci doivent suivre une distribution normale centrée et le résultat de la fonction de coût est distribué suivant une loi du χ^2 . Dans le cas de l'estimateur ML, bien que la distribution des résidus soit inconnue, ceux-ci doivent tout de même être de moyenne nulle (par construction). Les résidus peuvent donc fournir un supplément d'information sur la qualité de l'ajustement, même si dans certains cas, comme on le verra au chapitre suivant, cette information est imprécise.

Chapitre 7

Influence des paramètres des groupes de neutrons retardés

Le phénomène d'émission des neutrons retardés par une fraction des produits de fission est à la base de la maîtrise indutrielle du processus de fission. La fraction totale de neutrons retardés β est donc un paramètre de la plus haute importance pour le contrôle des réacteurs. De même, la connaissance du comportement cinétique de la population de neutrons retardés, gouvernée par les temps de décroissance et les concentrations des précurseurs de neutrons retardés, conditionne la qualité des mesures dynamiques de la réactivité.

On a vu au chapitre précédent que, dans bien des cas, l'incertitude due aux données nucléaires est prépondérante devant les autres sources d'incertitudes. A l'aide d'une matrice de covariance standard, calculée à partir de mesures, on peut l'estimer entre 3 % et 5 %. Or, lorsque le combustible utilisé n'est pas un combustible standard, il est fréquent que tout ou partie des données nucléaires ne soient pas issues de mesures mais plutôt de codes de calcul. L'incertitude finale sur la réactivité est alors difficilement accessible.

De même, comme on va le voir, le spectre neutronique est particulièrement influent sur les résultats. Dans le cas où les paramètres utilisés sont issus d'une expérience ou d'un calcul pour un spectre neutronique ne correspondant pas au spectre réel, on s'attend à produire un résultat fortement biaisé.

Historiquement, pour résoudre des problèmes de temps de calcul et par manque de connaissance sur les précurseurs de neutrons retardés, ces derniers ont été regroupés et leurs données nucléaires agrégées en 6 groupes, soit 12 paramètres. On sait que le nombre de groupes est arbitraire et, pour l'uranium 235 notamment, les données de référence sont toujours celles mesurées par Keepin en 1957.

Or, depuis cette date, la connaissance des données cinétiques et des rendements de fission des précurseurs de neutrons retardés a fortement progressé. De plus, on dispose de modèles théoriques permettant de pallier aux mesures, quand celles-ci font défaut. Certes, les différents modèles présentent encore des divergences parfois importantes et les mesures, notamment celles des rendements de fission cumulés, sont souvent imprécises. Malgré tout, on verra que l'incertitude globale sur la réactivité déterminée avec les données nucléaires est du même ordre de grandeur – bien que plus élevée – que celle obtenue en utilisant les groupes de neutrons retardés.

Les bibliothèques de données, telles que ENDF-BVI ou JEFF-3.1, permettent d'identifier environ 270 précurseurs de neutrons retardés et fournissent une estimation de leurs données cinétiques ainsi que des rendements de fission cumulés pour plusieurs énergies de neutrons incidents. Il est donc possible, à partir de ces données et grâce à la simulation, de tester les modèles théoriques utilisés pour déterminer les paramètres des groupes de neutrons retardés et de quantifier l'incertitude et le biais qui leur sont associés. Pour ce faire, après avoir rappelé quelques notions importantes sur la mesure de ces paramètres, on va procéder en trois étapes.

Dans un premier temps, on étudiera l'influence du modèle utilisé pour déterminer les paramètres des groupes de neutrons retardés sur la qualité des résultats de l'estimation de la réactivité. Plusieurs jeux de données construits avec différents modèles d'ajustement seront comparés. On mettra ainsi en évidence le compromis entre le nombre de paramètres à ajuster et l'incertitude des résultats.

Dans un second temps, partant des données physiques des précurseurs pour différents spectres neutroniques, on mettra en évidence le biais introduit par le choix d'un jeu de paramètres incohérent avec le transitoire analysé. Une analyse de sensibilité permettra de montrer qu'une très large partie de l'incertitude sur les résultats est due à l'incertitude sur les rendements de fission de quelques précurseurs.

Enfin, on appliquera les jeux de données simulés à un cas réel. L'analyse d'un transitoire mesuré lors d'un retrait de source dans le cadre du programme TRADE permettra de tester la validité de nos jeux de données. On verra que, lors de l'analyse d'un transitoire expérimental, il est difficile d'identifier à partir des résultats un biais provenant des données nucléaires.

7.1 Mesure des paramètres des groupes de neutrons retardés

7.1.1 Généralités

Le processus d'émission des neutrons retardés est connu depuis les années 1940. Les produits de fission issus de la scission du noyau fissile sont généralement créés dans un état excité et instable. Riches en neutrons, ils décroissent ensuite par émission β^- . Or, il se produit parfois pour certains isotopes que l'énergie d'excitation soit supérieure à l'énergie de séparation d'un neutron. Ces isotopes, appelés précurseurs de neutrons retardés, décroissent donc en émettant un neutron en plus d'un électron :

$$Y_A^Z \rightarrow X_{A-1}^{Z+1} + e^- + n$$

Pour un combustible donné, chaque précurseur i est caractérisé par sa constante de décroissance l_i et par sa fraction de neutrons retardés b_i . La première donnée dépend de

l'isotope considéré alors que la seconde dépend du combustible et du spectre des neutrons incidents. On utilise aussi l'abondance relative a_i .

Dans la suite, on fera la distinction entre les paramètres l_i , b_i et a_i correspondant aux N_p précurseurs de neutrons retardés et les paramètres λ_i , β_i et α_i correspondant aux N_g groupes de précurseurs.

La bibliothèque ENDF-BVI recense 271 précurseurs de neutrons retardés. Ayant éliminé les précurseurs dont la probabilité d'émission neutronique est négligeable, la bibliothèque JEFF-3.1 en recense 140.

7.1.1.1 Modélisation physique du processus

Au niveau microscopique, on définit la fraction de neutrons retardés d'un isotope *i* comme le rapport entre le nombre moyen \overline{v}_{d_i} de neutrons retardés et le nombre moyen \overline{v} de neutrons par fission. Si \overline{v}_p est le nombre moyen de neutrons prompts par fission, b_i s'exprime comme suit :

$$b_i = \frac{\overline{v}_{d_i}}{\overline{v}} = \frac{\overline{v}_{d_i}}{\overline{v}_p + \sum_i \overline{v}_{d_i}}$$
(7.1)

Par ailleurs, \overline{v}_{d_i} est le produit du rendement de fission cumulé Y_{c_i} et de la probabilité d'émission neutronique P_{n_i} pour l'isotope *i* :

$$\overline{V}_{d_i} = Y_{c_i} P_{n_i} \tag{7.2}$$

Finalement, la fraction totale de neutrons retardés est égale à la somme des fractions des précurseurs :

$$\beta = \sum_{i=1}^{N_p} b_i \tag{7.3}$$

Dans la définition précédente, les effets spatiaux et énergétiques n'ont pas été pris en compte. En particulier, le nombre moyen de neutrons retardés dépend de l'énergie des neutrons incidents. De même, il faut tenir compte du fait que l'énergie des neutrons retardés (environ 400 keV en moyenne) est différente de celle des neutrons prompts (environ 2 MeV). Enfin, la fraction de neutrons retardés, tout comme la réactivité, résulte d'une moyenne sur l'ensemble du réacteur : c'est un paramètre intégral et macroscopique.

En prenant ces considérations spatiales et énergétiques en compte, on introduit le caractère « effectif » du paramètre β . La fraction effective de neutrons retardés se définit finalement par l'équation 7.4.

$$\beta_{eff} = \frac{\sum_{i} \int_{V} \left[\int v_{d_i}(E) \Sigma_{f_i}(E, \vec{r}) \phi(E, \vec{r}) dE \int \chi_{d_i}(E') \phi^*(E', \vec{r}) dE' \right] d\vec{r}}{\sum_{i} \int_{V} \left[\int v_i(E) \Sigma_{f_i}(E, \vec{r}) \phi(E, \vec{r}) dE \int \chi_i(E') \phi^*(E', \vec{r}) dE' \right] d\vec{r}}$$
(7.4)

Cette équation provient directement de l'expression de la fraction de neutrons retardés donnée par la théorie du transport (équation 1.43, chapitre 1). Les notations sont définies en page 5.

7.1.1.2 Modèles mathématiques de calcul des données nucléaires

Quand les mesures font défaut, notamment pour les isotopes entrant peu dans la constitution des combustibles, des modèles semi-empiriques permettent de pallier le manque de mesures.

Au niveau microscopique, i.e. celui des précurseurs de neutrons retardés, les modèles concernent le calcul de la probabilité d'émission neutronique P_n et du temps de demi-vie $T_{1/2}$. Le modèle le plus utilisé est celui de Kratz et Hermann [53].

Au niveau macroscopique, les modèles développés permettent de calculer le rendement total en neutron retardés en fonction de l'énergie du neutron incident. Le modèle de Lendel donne par exemple une expression de $v_d(E)$ en fonction du nombre de protons et du nombre de masses du noyau fissile [54].

Le lecteur pourra se reporter à la référence [55] pour plus d'informations concernant ces modèles semi-empiriques.

7.1.2 Modélisation de la source de neutrons retardés

Les isotopes précurseurs de neutrons retardés sont dispersés parmi tous les produits de fission (*cf.* figure 7.4) et leur proportion est inférieure à 1 %. Il y a donc une probabilité très faible que deux noyaux précurseurs fassent partie de la même chaîne de décroissance radioactive. Ceci permet de supposer que leurs concentrations évoluent indépendamment les unes des autres.

Si la taille du matériau est faible, on peut en outre négliger l'effet de multiplication des neutrons en son sein et décrire le flux de neutrons par une somme d'exponentielles indépendantes. Dans le cas d'un temps d'irradiation infini, la source de neutrons retardés, notées Y(t), s'écrit donc :

$$Y(t) = Y(0) \sum_{i=1}^{N_p} a_i e^{-l_i t}$$
(7.5)

7.1.2.1 Correction du temps d'irradiation

En pratique, on doit prendre en compte un facteur correctif dépendant du temps d'irradiation T. Dans le cas d'une irradiation constante, Y(t) s'exprime :

$$Y(t) = K \sum_{i=1}^{N_p} \left(1 - e^{-l_i T} \right) a_i e^{-l_i t}$$
(7.6)

Le facteur de proportionnalité K est fonction, entre autres, de l'intensité du flux de particules incidentes, de l'efficacité du détecteur, de la composition du matériau irradié et de la fraction totale de neutrons retardés.

Pour un temps d'irradiation très grand devant le temps de demi-vie maximum des précurseurs, toutes les populations de précurseurs sont stables et l'importance d'un précurseur donné dans la courbe de décroissance est égale à son abondance relative :

$$Y(t) = K \sum_{i=1}^{N_p} a_i e^{-l_i t}$$
(7.7)

A l'inverse, pour un temps d'irradiation court devant le temps de demi-vie minimum des précurseurs, le facteur correctif se simplifie et la source de neutrons est donnée par l'équation 7.8. Dans ce cas, l'amplitude des précurseurs est pondérée par la constante de décroissance. Les précurseurs à courte durée de vie sont donc mis en évidence.

$$Y(t) = K' \sum_{i=1}^{N_p} a_i l_i e^{-l_i t}$$
(7.8)

D'un point de vue pratique, lors de la mesure des paramètres α_i et λ_i des groupes de neutrons retardés, il est possible d'ajuster le temps d'irradiation pour mettre en valeur certains groupes. Un même jeu de paramètres provient donc de plusieurs mesures. La mesure des premiers groupes de neutrons retardés (vie courte) provient d'une courbe correspondant à un temps d'irradiation court, tandis que les derniers groupes (vie longue) sont issus d'une courbe correspondant à un temps d'irradiation long [56].

7.1.2.2 Modèles d'ajustement

L'ajustement de la courbe de décroissance de la source de neutrons retardés permet d'estimer les paramètres des groupes. Si on se place dans le cas d'une irradiation courte, le modèle physique utilisé pour l'ajustement est donc :

$$Y(t) = K \sum_{i=1}^{N_g} \alpha_i \lambda_i e^{-\lambda_i t}$$
(7.9)

Suivant le nombre de groupes et le nombre de paramètres libres, on peut utiliser plusieurs modèles mathématiques pour ajuster les comptages mesurés. Historiquement, les premières mesures effectuées par Keepin ont donné les meilleurs résultats, en terme de qualité d'ajustement et d'incertitude, avec un modèle à 6 groupes [11]. Par ailleurs, on sait que Keepin a fait le choix d'ajuster tous les paramètres du modèles – soit 12 paramètres – car les précurseurs dominants la source de neutrons retardés étaient à l'époque mal identifiés.

On connaît maintenant assez précisément les rendements de fission et surtout les constantes de décroissance de quelques 270 précurseurs. Cela permet de réaliser des calculs par sommation – i.e. à partir des données des précurseurs – en utilisant la simulation pour déterminer les paramètres des groupes, sans passer directement par la mesure. Ainsi, les bibliothèques ENDF-BVI et JEFF-2.2 proposent un jeu de données à 6 groupes issu d'un calcul par sommation [57].

La figure 7.1 présente le rendement des produits de fission en fonction de leur temps de demi-vie dans le cas d'un spectre neutronique thermique. Cette représentation permet de visualiser les différents groupes de neutrons. Les limites des groupes, représentées par des lignes en pointillés, correspondent aux données à 6 groupes de Tuttle. On constate que la plupart des précurseurs ont un rendement extrèmement faible. Seule une quinzaine de précurseurs, appelé précurseurs dominants, sont identifiables.



FIG. 7.1 – Rendements des précurseurs de neutrons retardés en fonction du temps de demi-vie pour un spectre thermique. Source : JEFF-3.1

Pourtant, on peut montrer qu'une quarantaine de précurseurs est nécessaire à un calcul précis du temps de décroissance moyen [58]. En effet, la figure 7.2 donne le biais observé (en %) sur le temps de décroissance moyen en fonction du nombre de précurseurs pris en compte (entre parenthèse). L'écart à la valeur calculée avec l'ensemble des précurseurs augmente quand le nombre de précurseurs pris en compte diminue. Finalement, un biais relativement faible (0.1 %) correspondant à 37 précurseurs.



FIG. 7.2 – Evolution du calcul du temps de décroissance moyen en fonction du nombre de précurseurs pris en compte (données : JEFF-3.1)

Certains groupes comptent seulement un ou deux précurseurs (groupes 1 et 2). C'est pourquoi, certains auteurs ont récemment mis en évidence l'intérêt d'augmenter le nombre de groupes à 7 voire 8 groupes de manière à obtenir un découpage temporel plus cohérent avec les précurseurs dominants et ainsi diminuer les corrélations entre les paramètres ajustés [10, 14].

Les précuseurs dominants étant généralement les mêmes d'un système fissile à l'autre, il apparaît intéressant de fixer la valeur des constantes de décroissance à une combinaison de celles des précurseurs dominants [13]. Dans le cas du premier groupe, par exemple, qui compte pour seul précurseur le brome 87, il est évident que la constante α_1 doit être égale à la constante de décroissance du ⁸⁷Br. Une telle réduction du nombre de paramètres permet, d'une part, de réduire l'incertitude de l'estimation tout en gardant une qualité d'ajustement satisfaisante et, d'autre part, d'utiliser des jeux de paramètres plus cohérents d'un système fissile à l'autre. Enfin, il faut noter que dans le cas où toutes les constantes de décroissance sont fixées, le modèle d'ajustement se simplifie en un modèle linéaire. L'ajustement ne nécessite alors plus l'utilisation d'algorithmes de résolution itératifs qui sont généralement très sensibles aux conditions expérimentales et aux valeurs de départ des paramètres.

Les améliorations décrites précédemment ont été jugées suffisamment importantes pour que la bibliothèque JEFF-3.1 propose maintenant un jeu de données à 8 groupes. Ce jeu de paraètres n'est pas issu de mesure et sa construction est décrite dans la référence [14]. Etant donné que la plupart des mesures originales ne sont pas accessibles dans la littérature, et en attendant un nouveau programme de mesure, les auteurs proposent une méthode pour transformer les données existantes à 6 groupes en données à 8 groupes. Cette méthode est basée sur la simulation de transitoires avec les paramètres initiaux. Ces transitoires sont ensuite ajustées avec le nouveau modèle. Les constantes de décroissance des groupes ont été fixées aux valeurs proposées par Piksaikin [59]. Celles-ci sont issues de la moyenne des constantes de décroissance des principaux précurseurs des groupes, pondérées par leur abondance.

7.1.3 Méthodologie de mesure

Expérimentalement, on mesure la source de neutrons retardés émise par un combustible X irradié par un flux de particules p grâce à un dispositif schématisé par la figure 7.3. L'irradiation est généralement réalisée par des neutrons, mais on peut aussi utiliser des photons si l'on s'intéresse à la photo-fission.



FIG. 7.3 – Schéma de principe de la mesure de la source de neutrons retardés émise par un matériau fissile soumis à une irradiation

Le spectre en énergie des particules incidentes doit être connu avec précision puisque les rendements de fission, et donc les fractions de neutrons retardés, y sont particulièrement sensibles. Suivant l'expérience envisagée et notamment le spectre en énergie souhaité, le flux incident peut être obtenu par un générateur de neutrons pulsé (spectre de fusion) ou par un massif combustible (spectre thermique ou rapide). Dans ce dernier cas, le materiau irradié est généralement retiré du massif par un système pneumatique. Le temps de transfert entre la zone d'irradiation et la zone de comptage est alors un paramètre important de l'expérience. Il doit être le plus court possible pour ne pas perdre l'information de la décroissance des précurseurs à durée de vie courte.

7.1.4 Comparaison de quelques jeux de paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235

L'uranium 235 est un des premiers isotopes dont on a mesuré expérimentalement les paramètres des neutrons retardés. En 1957, Keepin a réalisé leur estimation sur l'expérience GODIVA [11]. Puis, ces valeurs ont été sélectionnées par Tuttle en 1975 et sont encore de nos jours les valeurs expérimentales de référence.

Les tableaux suivants donnent les constantes de décroissance et les fractions de neutrons retardés (dont la somme a été normalisée à 700 pcm) proposées par Tuttle (tableau 7.1), Loaiza (tableau 7.2) et Spriggs (tableau 7.3). Ces trois jeux de données, bien que correspondant respectivement à 6, 7 et 8 groupes de neutrons retardés, donnent sensiblement les mêmes résultats. En effet, tous trois sont issus des mêmes valeurs expérimentales à 6 groupes proposées par Keepin. Les deux derniers jeux ont été obtenus par l'intermédiaire d'une transformation conservant certaines propriétés intégrales des paramètres [14].

Groupe	Constante de décroissance (s)	Fraction de neutrons retardés (pcm)
1	0.0124	23.1
2	0.0305	153.3
3	0.1114	137.2
4	0.3013	276.5
5	1.1362	80.5
6	3.0135	29.4

TAB. 7.1 – Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectre thermique) proposés par Tuttle (1975)

TAB. 7.2 – Paramètres	des groupes de r	neutrons re	etardés pour	l'uranium 235	(spectre
	thermique) prop	osés par L	.oaiza (2000)		

Croups	Constante de	Fraction de neutrons			
Groupe	Constante de décroissance (s) F 0.0124 0.0283 0.0423 0.118 0.301 1.28 3.48 3.48	retardés (pcm)			
1	0.0124	22.47			
2	0.0283	113.12			
3	0.0423	52.64			
4	0.118	127.05			
5	0.301	277.83			
6	1.28	87.99			
7	3.48	18.9			

Groupe	Constante de	Fraction de neutrons
Oloupe	décroissance (s)	retardés (pcm)
1	0.0125	22.95
2	0.0283	107.73
3	0.0425	63.94
4	0.1330	137.82
5	0.2925	231.56
6	0.6665	63.17
7	1.6348	56.81
8	3.5546	16.02

TAB. 7.3 – Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectre thermique) proposés par Spriggs (2002)

Ainsi, le tableau 7.4 montre que les temps de décroissance moyens τ_d calculés à partir de ces trois jeux de données sont pratiquement égaux.

TAB. 7.4 – Comparaison des temps de décroissance moyen pour quelques jeux de paramètres des groupes de neutrons retardés

Jeu de données	Temps de décroissance moyen (s)
Tuttle	13.02 ± 0.51
Loaiza	13.03 ± 0.33
Spriggs	13.02 ± 0.52
Brady & England	11.39

Au contraire, les paramètres proposés par Brady et England (tableau 7.5), dont les valeurs pour un spectre rapide ont été reprises dans la bibliothèque ENDF-BVI, ont été obtenus par un calcul par sommation. On constate que le temps de décroissance moyen est nettement différent de celui mesuré expérimentalement. On s'attend donc à ce que les résultats obtenus avec ce jeu de données s'écarte d'environ 10 % de ceux obtenus avec les jeux précédents.

TAB. 7.5 – Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectre rapide) proposés par Brady & England (1989)

Groupe	Constante de décroissance (s)	Fraction de neutrons retardés (pcm)
1	0.0133	26.6
2	0.0325	134.26
3	0.1219	114.66
4	0.3169	240.17
5	0.9886	122.08
6	2.9544	62.3

Enfin, il faut noter que, si les incertitudes sur les paramètres estimés sont généralement données dans la littérature (*d*. tableau 7.6 pour les incertitudes des paramètres Tuttle), la matrice de covariance, indispensable pour estimer correctement l'incertitude des résultats, est souvent inconnue. Au CEA, et au SPEX en particulier, la matrice de covariance proposée par Loaiza [10] est la plus souvent utilisée (tableau 7.7). Elle est issue d'expériences réalisées sur l'installation GODIVA dans le cas de la mesure des paramètres de l'uranium 235 et du neptunium 237 pour un spectre rapide [60].

Abor	ndances	Constantes de			
relatives (%)		décroissance (%)			
α_1	15.4	λ_1	14.3		
α_{2}	9.4	λ_{2}	8.6		
α_{3}	2.5	λ_{3}	3.9		
$\alpha_{\scriptscriptstyle 4}$	12.7	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	3.5		
α_{5}	3.2	λ_{5}	3.7		
α_{6}	10.5	λ_6	2.4		

TAB. 7.6 – Incertitudes sur les paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectre thermique) proposés par Tuttle

Il s'agit d'une matrice 12×12 (6 groupes de paramètres) qui présente de nombreux coefficients très proches de 1 (les coefficients supérieurs à 0.6 sont représentés en bleu et ceux supérieurs à 0.8 en rouge). Ceux-ci sont regroupés au centre de la matrice (groupes 2 à 5). Les coefficients les plus élevés sont observés entre les paramètres au sein d'un même groupe ou entre les paramètres de groupes adjacents. Expérimentalement, l'utilisation de cette matrice permet une réduction de l'incertitude due aux paramètres des groupes de neutrons. C'est pourquoi, doutant de la précision des calculs de covariance, on préfère généralement proposer une incertitude majorante en négligeant les corrélations entre les paramètres.

TAB. 7.7 – Matrice de corrélation proposée par Loaiza

	α_1	λ_1	α_{2}	λ_{2}	α_3	λ_3	$\alpha_{\scriptscriptstyle 4}$	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	α_{5}	λ_5	α_{6}	λ_6
α_1	1	0.53	0.13	0.09	0.5	0.33	-0.33	0.49	-0.1	0.4	-0.2	0.03
λ_1	0.53	1	0.18	-0.16	-0.04	0.05	-0.11	-0.02	0.3	0.05	-0.4	0.13
α_{2}	0.13	0.18	1	0.67	0.23	0.72	-0.66	0.34	-0.4	0.17	-0.3	-0.1
λ_{2}	0.09	-0.16	0.67	1	0.36	0.88	-0.8	0.57	-0.4	0.05	-0.2	0.13
α_{3}	0.5	-0.04	0.23	0.36	1	0.63	-0.68	0.93	-0.6	0.76	-0.2	0.45
λ_3	0.33	0.05	0.72	0.88	0.63	1	-0.98	0.82	-0.5	0.36	-0.4	0.28
$\alpha_{\scriptscriptstyle 4}$	-0.33	-0.11	-0.66	-0.8	-0.68	-0.98	1	-0.85	0.49	-0.4	0.51	-0.3
λ_4	0.49	-0.02	0.34	0.57	0.93	0.82	-0.85	1	0.51	0.64	-0.3	0.47
α_{5}	-0.05	0.3	-0.36	-0.35	-0.63	-0.45	0.49	0.51	1	-0.5	0.28	0.09
λ_5	0.4	0.05	0.17	0.05	0.76	0.36	-0.39	0.64	-0.5	1	-0.4	0.49
α_{6}	-0.19	-0.4	-0.26	-0.22	-0.17	-0.44	0.51	-0.29	0.28	-0.4	1	-0.3
λ_6	0.03	0.13	-0.08	0.13	0.45	0.28	-0.31	0.47	0.09	0.49	-0.3	1

7.2 Simulation des paramètres des neutrons retardés

7.2.1 Objectifs et méthodologie

En pratique, il est difficile d'apprécier la qualité des paramètres des groupes de neutrons retardés, et ce pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les données elles-mêmes sont mal connues : qu'elles soient issues de mesures ou d'un calcul par sommation, la matrice de covariance pertinente pour le jeu de données utilisé est généralement inconnue.

D'autre part, les paramètres utilisés couramment au SPEX sont rarement ceux de la littérature. En effet, dans le cas de combustibles spéciaux, des codes de calculs sont utilisés pour estimer tout ou partie des paramètres. Il est classique, par exemple, de prendre les constantes de décroissance mesurées par Tuttle associées à des abondances relatives calculées par le code APOLLO2.

Enfin, il est difficile de connaître *a priori* l'influence du modèle mathématique, et en particulier du nombre de groupes, sur l'estimation de la réactivité. En effet, comme on l'a vu, les jeux de paramètres dont le nombre de groupes est supérieur à 6 ont été obtenus à partir du jeu de paramètres de Tuttle. D'autre part, si on peut s'attendre à ce qu'un moins grand nombre de paramètres ajustés (en fixant les constantes de décroissance) apporte une amélioration sur l'incertitude, celle-ci pourrait s'accompagner d'un biais plus important. Il est donc intéressant d'estimer ce biais sur l'estimation de la réactivité et de le relier, si possible, au biais d'ajustement.

Pour répondre à ces questions, on se propose de construire plusieurs jeux de paramètres grâce à un calcul par sommation, tel que celui réalisé par Brady et England [57], à partir des données microscopiques de la bibliothèque JEFF-3.1. La construction de ces jeux de données est présentée dans ce paragraphe. Les jeux sont ensuite comparés puis utilisés pour estimer la réactivité correspondant à des transitoires simulés à l'aide des données nucléaires des précurseurs.

7.2.2 Construction des données nucléaires des précurseurs

7.2.2.1 Calcul des grandeurs physiques

La bibliothèque JEFF-3.1 fournit pour chaque isotope le temps de demi-vie $T_{1/2}$, la probabilité d'émission neutronique P_n (si l'isotope est émetteur de neutrons) et le rendement de fission cumulé Y_c . On peut donc calculer la constante de décroissance et l'abondance relative de chaque précurseur *i* grâce aux formules suivantes :

$$l_i = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}(i)}$$
(7.10)

$$a_{i} = \frac{P_{n_{i}}Y_{c_{i}}}{\sum_{j=1}^{N_{p}}P_{n_{j}}Y_{c_{j}}}$$
(7.11)

Les paramètres précédents, calculés pour trois énergies de neutrons incidents (thermique, rapide et 14 MeV), sont donnés en annexe C. Leur variance s'expriment naturellement :

$$\mathbf{V}[l_{i}] = \left(\frac{\ln(2)}{T_{1/2}(i)^{2}}\right)^{2} \mathbf{V}[T_{1/2}(i)]$$
(7.12)

$$\mathbf{V}[a_{i}] = \frac{P_{n_{i}}^{2} \mathbf{V}[Y_{c_{i}}] + Y_{c_{i}}^{2} \mathbf{V}[P_{n_{i}}]}{\left(\sum_{j=1}^{N_{p}} P_{n_{i}} Y_{c_{i}}\right)^{2}}$$
(7.13)

7.2.2.2 Comparaison des spectres de fission pour différentes énergie des neutrons

La figure 7.4 montre la forte influence du spectre neutronique sur le spectre de fission. Les énergies incidentes correspondent à un spectre thermique centré sur 25 meV, à un spectre rapide d'énergie moyenne 400 keV et à un spectre monoénergétique à 14 MeV (réaction de fusion entre le deutérium et le tritium). A mesure que l'énergie des neutrons augmente, le spectre s'élargit et le creux séparant les deux bosses se résorbe.



FIG. 7.4 – Rendements des produits de fission en fonction de l'énergie des neutrons (thermique, rapide et 14 MeV pour le spectre de fusion) et précurseurs de neutrons retardés (spectre thermique)

Par ailleurs, les précurseurs de neutrons retardés sont répartis sur tout le spectre. On a représenté sur la figure 7.4 les précurseurs dans le cas du spectre thermique. Les précurseurs dominants sont majoritairement situés sur les deux bosses du spectre, là où les rendrements de fission sont peu modifiés. Ceci va limiter l'influence du spectre neutronique sur les paramètres des groupes de neutrons retardés. Néanmoins, on montre dans les prochains paragraphes que malgré le fait que les abondances des précurseurs dominants soient peu modifiées, l'influence du spectre neutronique sur l'estimation de la réactivité atteint 10 à 15 %.

Ceci est dû au fait que, comme on l'a vu, les précurseurs influençant significativement les calculs sont plus nombreux que les précurseurs dominants (ils sont environ 40). Il s'agit des précurseurs dont l'abondance est supérieure au seuil représenté par une ligne pointillée.

7.2.2.3 Abondances relatives des précurseurs en fonction de l'énergie des neutrons

Les précurseurs dominants restent les mêmes quel que soit le spectre neutronique. Seuls les rendements varient avec ce dernier (figure 7.5). Il est à noter que l'incertitude sur les

rendements varie aussi de manière significative. En moyenne, elle est d'autant plus grande que le spectre est dur (i.e. d'énergie moyenne élevée).



FIG. 7.5 – Abondances relatives des précurseurs en fonction du temps de demi-vie pour les spectres thermique, rapide et fusion

Le tableau 7.8 donne les temps de décroissance moyens calculés à partir des données nucléaires des précurseurs. Compte tenu de leur incertitude, les temps de décroissance thermique et rapide sont tout à fait cohérents avec ceux des paramètres Tuttle. Malgré tout, on observe un écart d'environ 2 %, dans le cas thermique. On s'attend donc à observer un écart du même ordre de grandeur sur l'estimation de la réactivité.

TAB. 7.8 – Temps de décroissance moyen calculés à partir des données précurseurs issues de la bibliothèque JEFF-3.1 et des données Tuttle

Spectre neutronique	JEFF-3.1	Tuttle
Thermique	13.31 ± 0.61	13.02 ± 0.51
Rapide	12.09 ± 0.53	12.75 ± 0.52
Fusion	11.82 ± 1.31	_

7.2.3 Construction des jeux de paramètres de neutrons retardés

7.2.3.1 Simulations de la source de neutrons retardés pour plusieurs spectres neutroniques

Pour simuler la courbe de décroissance de la source de neutrons retardés qui servira de base à l'ajustement des modèles, on choisit de se placer dans le cas d'un temps d'irradiation infini (cf. $\int 7.1.2$). D'après l'équation 7.7, la source de neutrons retardés s'exprime comme suit :

$$S_{d}(t) = K\beta \sum_{i=1}^{N_{p}} a_{i} e^{-l_{i}t}$$
(7.14)

Du point de vue de la « visibilité » des différents groupes de neutrons, on s'attend donc à ce que l'incertitude sur les groupes à forte constante soit plus élevée que ce que l'on peut atteindre expérimentalement. En effet, on utilise expérimentalement un temps d'irradiation faible pour mesurer les groupes de neutrons à vie courte et un temps d'irradiation long pour mesurer ceux à vie longue.

On simule donc trois courbes, notées S_{d-th} , S_{d-rap} et S_{d-fus} , correspondant aux spectres thermique, rapide et fusion (figure 7.6). La discrétisation temporelle vaut 0.1 s sur 300 s, soit 3000 points. On a choisit $K = 10^7$ de manière à obtenir des incertitudes raisonnables – de l'ordre de grandeur de celles de Tuttle – sur les paramètres estimés. β a été choisi égal à 700 pcm, qui est une valeur standard pour un réacteur thermique.



FIG. 7.6 – Sources de neutrons retardés simulées à partir des données nucléaires des précurseurs de neutrons retardés issues de JEFF-3.1 pour trois énergies de neutrons incidents

7.2.3.2 Ajustement des sources de neutrons retardés et création des jeux de paramètres

Comme on l'a vu, on peut utiliser de nombreux modèles mathématiques pour l'ajustement de la source de neutrons retardés. De manière à limiter le volume de calculs, on en a choisi 7 pour le spectre thermique et 3 pour chacun des deux autres spectres. Ainsi, pour le spectre thermique, on s'intéresse à l'influence du nombre de groupes (6, 7 ou 8 groupes) ainsi qu'à celle du nombre de paramètres libres. Pour les spectres rapide et fusion, on fixe le nombre de groupes à 6.

Concernant le nombre de paramètres à ajuster, il faut noter que l'on ajuste uniquement les paramètres α_i et λ_i . La contante K est donc supposée connue et le niveau final de la source est supposé nul. On considère donc des modèles où tous les paramètres sont libres (2 N_g paramètres libres), des modèles où sont fixés les deux paramètres du premier groupe (2 $N_g - 2$ paramètres libres) et des modèles pour lesquels toutes les constantes de décroissance sont fixées (N_g paramètres libres). Le tableau 7.9 présente les 13 modèles envisagés, dont les jeux de données sont référencés de J₁ à J₁₃.

Les ajustements sont réalisés en utilisant une méthode du type « moindres carrés pondérés ». Les modèles non linéaires utilisent une méthode d'optimisation de type « Levenberg-Marquard ». Pour les modèles linéaires (N_g paramètres libres), on utilise les formules classiques de la théorie des moindres carrés linéaires [36]. Signalons que les ajustements sont réalisés sur des courbes simulées sans bruit. Ceci implique que les résultats des ajustements sont obtenus avec une incertitude nulle : l'incertitude fournie avec les résultats correspond à celle que l'on aurait eu expérimentalement. Elle est calculée en supposant que les points de la courbe simulée sont des comptages suivant une distribution poissonienne.

Test des modèles d'ajustement

Avant d'appliquer les modèles d'ajustement présentés précédemment, il est apparu nécessaire de vérifier leur bon fonctionnement sur des courbes simulées dont les paramètres sont connus.

Avec la même méthode que précédemment, on simule une source de neutrons à 6 exponentielles dont les paramètres sont les valeurs standard pour l'uranium 235 (valeurs de Tuttle). Deux modèles sont testés : le premier (J_1) possédant 6 groupes et 12 paramètres et le second (J_3) possédant 6 groupes et 6 paramètres.

Les tests montrent que la méthode fonctionne correctement : les paramètres estimés sont parfaitement égaux aux paramètres utilisés pour la simulation. La qualité de l'ajustement est excellente puisque les valeurs *RMSE* sont de l'ordre de 10⁻¹¹.

Résultats des ajustements

Le lecteur pourra trouver en annexe C les résultats détaillés de l'ajustement des 13 modèles. Le tableau 7.9 donne une vision synthétique de ces résultats : pour chaque jeu de données, la valeur *RMSE* permet d'estimer la qualité de l'ajustement du modèle et la valeur de l'incertitude maximum donne une idée de la précision des résultats.

Comme prévu, les modèles possédant le plus de paramètres donnent les meilleurs ajustements de la source de neutron retardés. Ainsi le jeu J_6 (8 groupes, 14 paramètres) présente la valeur *RMSE* la plus faible. En revanche, les modèles avec peu de paramètres (constantes de décroissance fixées) donnent des résultats plus précis. Par exemple, le jeu J_3 (6 groupes, 6 paramètres) donne une incertitude maximum de 2.7 % seulement.

Il apparaît que les conditions de l'étude sont particulièrement défavorables à certains modèles qui présentent des incertitudes très élevées. Ainsi, les modèles ajustant beaucoup de paramètres (plus de 12) nécessiteraient visiblement un nombre de degrés de liberté plus important et une meilleure statistique (i.e. des comptages plus élevés). Rappelons que cela n'entache pas la comparaison des modèles puisque les résultats sont issus de simulations. Les incertitudes sont données à titre indicatif.

On constate que la valeur *RMSE* est une fonction décroissante du nombre de paramètres ajustés : plus ce nombre est élevé et plus *RMSE* est faible. De plus, l'écart entre les valeurs *RMSE* peut être important. Ainsi, il y a un facteur environ 100 entre les jeux J_3 et J_6 . Il est donc intéressant de savoir si ce paramètre peut être relié à la qualité de l'estimation de la réactivité et si les jeux à faible *RMSE* donnent significativement de meilleures estimations.

Spectre	Nombre de groupes	Nombre de paramètres	Paramètres fixés	Nom du jeu de données	RMSE	Incertitude maximum (%)
		12	Aucun	J ₁	$2.05\ 10^{-2}$	$\beta_6:45.5$
	6	10	α_1, λ_1	J_2	4.54 10 ⁻²	$\beta_6: 26.2$
		6	λ_i	J_3	2.3 10-1	$\beta_5: 2.7$
The r mique	7	12	$lpha_1, \lambda_1$	J_4	$1.13\ 10^{-2}$	$\beta_7: 63.2$
		7	λ_i	J_5	1.7 10-1	$\beta_4:8$
	8	14	α_1, λ_1	J_6	$2.7 \ 10^{-3}$	$\beta_8:213$
		8	λ_i	J_7	$8.7 \ 10^{-2}$	$\beta_8:8$
		12	Aucun	J ₈	$2 10^{-2}$	$\beta_6: 31.5$
Rapide	6	10	α_1, λ_1	J ₉	$3.3 \ 10^{-2}$	$\beta_6: 15.7$
		6	λ_i	J ₁₀	2.3 10-1	$\beta_5: 2.7$
Fusion		12	Aucun	J ₁₁	$3.1 \ 10^{-2}$	$\beta_6: 31.8$
	6	10	α_1, λ_1	J ₁₂	$3.3 \ 10^{-2}$	$\lambda_5: 18.8$
		6	λ_i	J ₁₃	$2.3 \ 10^{-1}$	$\beta_5: 2.1$

TAB. 7.9 – Qualité des modèles d'ajustement

7.3 Estimation de la réactivité avec les données nucléaires ajustées

Dans ce paragraphe, on s'attache à relier les résultats de l'ajustement des jeux de données à la qualité de l'estimation de la réactivité en utilisant différentes méthodes d'estimation (*cf.* chapitre 6). A partir de transitoires simulés avec les données précurseurs en spectre thermique, on s'intéresse dans un premier temps à l'influence du modèle d'ajustement (jeux de données J₁ à J₇). Puis, en utilisant un transitoire expérimental obtenu dans le cadre du

programme TRADE, on discute le biais introduit par le spectre neutronique et les moyens de le détecter.

7.3.1 Influence du modèle d'ajustement

On utilise pour cette étude un transitoire de puissance simulé en utilisant les données nucléaires des précurseurs pour le spectre thermique. La discrétisation temporelle vaut 0.1 s et le transitoire s'étend sur 1000 s, pour un niveau de réactivité de -1 \$. Comme précédemment, on travaille sur une courbe sans bruit. Les valeurs de réactivité et de biais obtenues sont donc des valeurs certaines. Les incertitudes founies sont calculées par propagation des erreurs connaissant les matrices de covariances des jeux de données.

Les tableaux 7.10 à 7.12 donnent les résultats de l'estimation de la réactivité avec les méthodes IF, IC et AF pour les jeux de données J_1 à J_7 . On donne le biais de l'estimation, l'incertitude sans covariance (i.e. la matrice de covariance est prise diagonale) et l'incertitude en tenant compte des covariances. Dans le cas de la méthode IF, le biais a été corrigé du biais intrinsèque de la méthode (de l'ordre de 1 %).

Nom	Biais corrigé (%)	Incertitude sans covariance (%)	Incertitude avec covariance (%)
Tuttle	2.4	3.8	2.8
J ₁	0.45	6.5	0.4
J_2	0.3	2.8	1.85
J ₃	0.45	0.65	0.4
J_4	0.1	11.4	1.9
J_5	0.37	1.9	0.4
J ₆	0.1	33	1.9
J_7	~0	1	0.7

TAB. 7.10 – Résultats de l'estimation de la réactivité par la méthode IF avec les jeux de données thermiques

TAB. 7.11 – Résultats de l'estimation de la réactivité par la méthode IC avec les jeux de données thermiques

Nom	Biais (%)	Incertitude sans covariance (%)	Incertitude avec covariance (%)
Tuttle	3.85	4.8	3
J_1	0.4	9.2	0.6
J_2	0.34	3.6	2.6
J ₃	0.8	0.8	0.55
J ₄	5 10-4	10.7	2.7
J_5	0.5	1.4	0.6
J ₆	-0.04	31	3.2
J_7	-0.16	1.3	1.12

Il apparaît que le biais varie entre environ 0 et 1 %. L'incertitude majorante (obtenue en prenant une matrice de covariance diagonale) évolue entre 0.6 et 33 %. On a reporté aussi les résultats obtenus avec les paramètres Tuttle. Ces derniers présentent systématiquement

un biais important (entre 2.2 et 3.85 %) provenant du fait que le temps de décroissance moyen est plus élevé que celui des données des précurseurs (l'écart est d'environ 2.3 %).

Nom	Biais (%)	Incertitude sans covariance (%)	Incertitude avec covariance (%)
Tuttle	2.2	3.5	2.4
J ₁	0.12	6.1	0.3
J_2	0.09	2.8	1.5
J_3	-0.09	0.6	0.3
J_4	3 10-4	10.9	1.5
J_5	-0.03	1.4	0.3
J ₆	-0.01	31.6	1.6
J_7	0.03	0.8	0.6

TAB. 7.12 – Résultats de l'estimation de la réactivité par la méthode AF avec les jeux de données thermiques

Les résultats montrent que le biais dû aux paramètres des neutrons retardés n'est pas directement lié à la valeur *RMSE* de l'ajustement des jeux de données (figure 7.7) : des jeux de données présentant un *RMSE* faible peuvent donner une estimation relativement biaisée et inversement. Ainsi, le jeu J_7 (8 groupes, 8 paramètres), qui présente une valeur *RMSE* moyenne, induit un biais faible pour les trois méthodes.



FIG. 7.7 – Biais sur l'estimation de la réactivité pour les méthodes IF, IC et AF en fonction de la valeur *RMSE* des jeux de données

Par ailleurs, on voit que les méthodes sont différemment sensibles aux paramètres des neutrons retardés. En effet, dans la plupart des cas, la méthode AF présente un biais sur la réactivité plus faible que les autres méthodes. L'écart peut atteindre environ 0.7 points (jeu J_3).

Il semble donc, d'après l'étude présente, que le critère généralement utilisé pour apprécier la qualité d'un ajustement, la valeur *RMSE*, ne soit pas, à lui seul, optimal dans le cas du choix

du modèle d'ajustement des paramètres des neutrons retardés. De plus, avec des données identiques, on obtient des incertitudes finales très différentes. Il y a un optimum à déterminer entre le biais et l'incertitude introduits par les paramètres des neutrons retardés. Les jeux représentés en bleu dans les tableaux sont ceux qui présentent un bon compromis entre biais et incertitude. Notons que ces jeux correspondent aux modèles pour lesquels les constantes de décroissance sont fixées (J₃, J₅ et J₇).

Finalement, parmi les 3 jeux de données mis en évidence, le jeu de données correspondant à 8 groupes et 8 paramètres ajustés (J_7) donne des résultats très satisfaisants. En effet, quelle que soit la méthode d'analyse considérée, il allie une faible incertitude (environ 1 %) et un biais négligeable (inférieur à 0.2 %).

Par ailleurs, la matrice de corrélation du jeu de données J_7 présente de plus faibles coefficients que celle des jeux de données comportant plus de paramètres ajustés car toutes les corrélations entre les paramètres λ_i et les autres sont nulles [58]. Ceci entraîne que les incertitudes calculées avec et sans les covariances sont proches. Ainsi, dans le cas où la matrice de covariance est inconnue, l'incertitude calculée sans covariance surestime de peu l'incertitude réelle.

7.3.2 Application à l'analyse de données expérimentales

Dans cette dernière étape, on utilise les jeux de données construits précédemment pour l'analyse d'un transitoire expérimental mesuré dans le cadre du programme TRADE.

L'objectif est, d'une part, de vérifier la cohérence de ces jeux de données en testant la qualité des ajustements et en comparant les résultats avec ceux obtenus avec les paramètres de référence (Tuttle, 1975). Comme on l'a observé au paragraphe précédent, on s'attend à un écart d'environ 2 % dû au temps de décroissance moyen des précurseurs.

D'autre part, on souhaite mettre en évidence et quantifier le biais introduit sur l'estimation par un jeu de paramètres incohérent. On va donc se placer dans le cas où le spectre neutronique ne correspond pas à celui du transitoire. Comme on va le voir, un biais de 10 à 15 % est ainsi introduit sur l'estimation. Il est donc intéressant de tester notre capacité à détecter ce biais *a posteriori*, c'est-à-dire à partir des résultats des méthodes.

7.3.2.1 Influence du spectre neutronique sur l'estimation de la réactivité

Avant d'appliquer nos jeux de données à un transitoire expérimental, on cherche ici à quantifier le biais introduit par le spectre neutronique sur l'estimation de la réactivité, indépendamment des modèles d'ajustement des paramètres des neutrons retardés. En travaillant sur trois transitoires simulés comme précédemment à partir des données précuseurs, on estime la réactivité en utilisant pour chaque transitoire les trois jeux de données précuseurs.

Les résultats, en terme de biais, sont identiques pour toutes les méthodes d'analyse de la réactivité. Le tableau 7.13 présente les valeurs du biais observées pour la méthode d'inversion de la cinétique.

On y observe, comme prévu, que le biais est nul lorsque l'on analyse un transitoire simulé avec le bon jeu de données. En revanche, le biais est très important lorsque le spectre du transitoire et celui du jeu de données ne sont pas cohérents : l'écart est d'environ 10 % entre les spectres thermique et rapide et de 4 % entre les spectres rapide et fusion.

Тав. 7.13	– Biais (en %)	sur l'estimation	de la réacti	vité des tra	ansitoires t	hermique,	rapide
	et fusion avec	les jeux de dons	nées précurs	seurs pour	les trois sp	pectres	

			Transitoire	
_		Thermique	Rapide	Fusion
es	Thermique	-0.04	-10.2	-14.2
onné	Rapide	10.7	-0.1	-3.9
Ď	Fusion	12.3	3.2	-0.1

Si on s'intéresse maintenant à l'incertitude de l'estimation (tableau 7.14), il est intéressant de constater qu'elle ne dépend que des jeux de données : elle est quasiment constante quel que soit le transitoire analysé. Par ailleurs, cette incertitude est relativement forte, de l'ordre de 5 % au minimum. Comme on le verra grâce à une analyse de sensibilité, elle provient principalement de l'incertitude sur les rendements de fission cumulés de quelques précurseurs. Cela montre que, de manière générale, l'aggrégation des données nucléaires en groupes permet non seulement de réduire le nombre d'équations à résoudre mais permet aussi d'obtenir des jeux de données avec une incertitude plus faible.

TAB. 7.14 – Incertitude (en %) sur l'estimation de la réactivité des transitoires thermique, rapide et fusion avec les jeux de données précurseurs pour les trois spectres

			Transitoire	
		Thermique	Rapide	Fusion
es	Thermique	5.3	5	5.2
onné	Rapide	4.7	4.5	4.6
Ď	Fusion	9.1	8.5	8.8

Etude de sensibilité

Une analyse de sensibilité (conduite comme indiqué au chapitre 6) permet de remonter à la part de la variance de la réactivité due aux paramètres de chaque précurseur. Les figures 7.8 et 7.9 montrent respectivement les parts d'incertitudes dues aux constantes de décroissance et aux fractions des précurseurs.

On constate que l'incertitude sur les constantes de décroissance est négligeable devant celle sur les fractions. Concernant cette dernière, on voit que seuls trois ou quatre précurseurs participent à plus de 50 % de la variance. Cela apparaît clairement pour les données correspondant au spectre de fusion : la fraction de neutrons retardés de l'iode 137 induit à elle seule 55 % de la variance de la réactivité estimée. On retrouve aussi, pour les données thermiques, l'influence de quelques uns des précurseurs dominants tels que ¹³⁷I, ⁸⁷Br, ⁹⁴Rb et ⁹⁰Br.

Par ailleurs, l'incertitude sur les fractions de neutrons retardés provient principalement de l'incertitude sur les rendements de fission cumulés. Pour établir cela, on s'intéresse à la figure 7.10. On y constate que cette incertitude vaut en moyenne 35 % quel que soit le spectre. Pour le spectre de fusion, les incertitudes sur les fractions des précurseurs peuvent atteindre 50 % et sont en moyenne supérieures à celles des deux autres spectres. C'est pourquoi l'incertitude sur la réactivité obtenue avec ce jeu de données est la plus élevée.



FIG. 7.8 – Part de la variance (en %) due aux constantes de décroissance des précurseurs de neutrons retardés pour les spectres thermique, rapide et de fusion.



FIG. 7.9 – Part de la variance (en %) due aux fractions des précurseurs de neutrons retardés pour les spectres thermique, rapide et de fusion

En revanche, il apparaît que les incertitudes sur les précurseurs dominants cités précédemment sont parmi les plus faibles, généralement inférieures à 20 %. Seule l'iode 137, dans le cas du spectre de fusion, présente une réactivité supérieure à 30 %. Ceci explique la forte part de l'incertitude sur la réactivité due à ce précurseur.

Ainsi, il semble qu'une meilleure connaissance des rendements de fission cumulés des précurseurs identifiés comme dominants permettrait de diminuer d'un facteur au moins 2 l'incertitude finale sur la réactivité. Cela la ramènerait à un niveau inférieur à celui obtenu en utilisant les jeux de données standard sous forme de groupes de neutrons. Cependant, cette amélioration de leur incertitude pourrait s'avérer délicate, puisque ceux-ci sont déjà parmi les précurseurs les mieux connus.



FIG. 7.10 – Incertitude (en %) sur la fraction des précurseurs de neutrons retardés pour les trois spectres thermique, rapide et de fusion (données JEFF-3.1)

7.3.2.2 Analye d'un transitoire expérimental

Le transitoire choisi pour cette étude a été mesuré lors d'un retrait de source pour la configuration SC0 du cœur TRADE (*cf.* partie IV). Il s'étend sur environ 800 s et le pas de discrétisation temporelle vaut 1 s. Les taux de comptages initial et final valent respectivement 3800 cps et 30 cps. La réactivité est estimée avec la méthode AF de manière à pouvoir analyser le vecteur des résidus qu'elle fournit et lui appliquer des tests statistiques.

La figure 7.11 montre le résultat de la méthode AF en utilisant les paramètres Tuttle (pour plus de clarté, on a choisi de ne pas tracer le saut prompt). L'analyse en utilisant les données Tuttle ou JEFF-3.1 donnent les mêmes résultats.

La même analyse que précédemment est réalisée avec les neuf jeux de données à 6 groupes (trois pour chaque spectre thermique, rapide et de fusion). Le tableau 7.15 donne pour chaque jeu de données la réactivité estimée, l'incertitude due aux paramètres, la valeur *RMSE* de l'ajustement et l'écart à la valeur obtenue avec les paramètres Tuttle. Rappelons que

l'incertitude due aux paramètres est fournie à titre indicatif et qu'elle ne correspond pas réellement à l'incertitude sur les paramètres puisque ceux-ci ont été ajustés sur une courbe simulée.



FIG. 7.11 – Ajustement d'un transitoire expérimental avec la méthode AF en utilisant les paramètres Tuttle

Тав. 7.	15 – Résultats de l'	'estimation de la	a réactivité av	ec les données	Tuttle, JEFF-3.1	et les
	jeux de données à	à 6 groupes pot	ir les spectres	thermique, rap	oide et fusion	

Jeu de données	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{ m S}- m DB}$ (%)	RMSE	Ecart (%)
Tuttle	-0.5052	3.5	1.110	-
JEFF-3.1	-0.5054	-	1.109	0
J ₁	-0.5163	6.05	1.118	2.2
J ₂	-0.5164	2.4	1.117	2.22
J_3	-0.51652	0.6	1.129	2.24
J_8	-0.46697	6.01	1.095	7.56
J_9	-0.46088	2.75	1.102	8.77
J_{10}	-0.46661	0.63	1.107	7.6
J ₁₁	-0.45475	5.3	1.243	10
J ₁₂	-0.44553	2.2	1.158	11.8
J ₁₃	-0.45427	0.65	1.230	10.8

Les résultats montrent clairement que la valeur *RMSE* ne permet pas, là non plus, de décider du meilleur jeu de données. En effet, les valeurs *RMSE* des jeux thermiques et rapides sont très proches les unes des autres (entre 1.1 et 1.13). De plus, on constate que la plus basse *RMSE* correspond au jeu rapide à 6 groupes et 10 paramètres (J_9). Seules les valeurs *RMSE* des jeux de données correspondant au spectre de fusion sont sensiblement supérieures aux autres.

Cet état de fait provient de la distribution de probabilité de l'erreur quadratique moyenne *RMSE*. Rappelons que la variable (N - p)RMSE (où N est le nombre de points de mesure et p le nombre de paramètres ajustés) suit une loi du χ^2 à N - p degrés de libertés. On en déduit que la variance de la variable *RMSE* vaut :

$$\sigma_{RMSE}^2 = \frac{2}{N-p}$$

Dans notre cas, *N* vaut 800, *p* vaut 2 et l'écart-type de la distribution des *RMSE* vaut environ 5 10^{-2} . Il apparaît donc que les écarts entre les *RMSE* des différents jeux de données ne sont donc pas significatifs, à deux exceptions près (J₁₁ et J₁₃). Ceci explique que les valeurs *RMSE* puissent être sensiblement égales, bien que les réactivités estimées soient très différentes (figure 7.12).



Ces remarques nous amènent donc à tenter de rejeter les jeux de données incohérents en utilisant plus d'information que celle, intégrée, de la valeur *RMSE*. Pour ce faire, on a appliqué plusieurs tests d'hypothèses standard aux résidus fournis par la méthode AF (tableau 7.16). Pour plus d'information sur ces tests d'hypothèse, le lecteur peut se reporter aux références [61-63].

La figure 7.13 montre les résidus des jeux de données J_1 (thermique), J_9 (rapide) et J_{13} (fusion). Seul le jeu J_{13} se distingue des deux premiers par une légère tendance durant les 100 premières secondes. Les tests statistiques présentés précédemment confirment ce résultat : seuls les jeux de données correspondant au spectre de fusion peuvent être rejetés, au niveau de confiance 95 %, par les tests Randomness et T-test. Les autres tests se montrent incapables de différencier les jeux de données entre eux. Diminuer le niveau de confiance ne permet pas de réaliser cette distinction : en deçà d'un certain seuil, tous les jeux de données sont rejetés.

Test d'hypothèse	Description
Lillie	Test de la distribution normale des résidus en utilisant la
	densité de probabilité.
Kolmogorov-Smirnov	Test de la distribution normale des résidus en utilisant la
	densité de probabilit cumulée.
Jarque-Béra	Test de la distribution normale des résidus en utilisant les
	moments d'ordre 3 et 4.
Randomness	Test de l'évolution aléatoire des résidus.
Wilcoxon	Test d'hypothèse sur la nullité de la médiane des résidus.
T-test	Test d'hypothèse sur la nullité de la moyenne des résidus.

TAB. 7.16 – Liste des tests d'hypothèse appliqués aux résidus des jeux de données



FIG. 7.13 – Résidus observés pour les jeux de données J_1 (haut), J_9 (milieu) et J_{13} (bas)

Il apparaît donc que, dans le cas testé pour cette étude, un éventuel biais introduit par les paramètres des groupes de neutrons retardés est particulièrement difficile à identifier *a posteriori*. La valeur *RMSE* traditionnellement utilisée pour apprécier la qualité d'une méthode d'ajustement échoue à différencier clairement les jeux de paramètres. Seul un biais supérieur à environ 10 % entraine une tendance dans les résidus détectable par deux tests d'hypothèses. Ainsi, un biais de l'ordre de 8 à 9 % induit, par exemple, par l'utilisation d'un jeu de données correspondant à un spectre rapide pour analyser un transitoire en spectre thermique, passe totalement inaperçu.

7.4 Conclusion

La conclusion de ce chapitre est double. Tout d'abord, après avoir construit par un calcul par sommation plusieurs jeux de paramètres de neutrons retardés, on a montré que le lien entre la qualité de l'ajustement des jeux de données et la qualité de l'estimation de la réactivité n'est pas direct. Concrètement, le jeu de données possédant le meilleur ajustement (i.e. la plus faible *RMSE*) ne founit pas nécessairement la réactivité la moins biaisée. De plus, comme on pouvait s'y attendre, le modèle d'ajustement a une forte influence sur l'incertitude des paramètres estimés et plus généralement sur leur matrice de covariance. Dans le cas étudié ici, il apparaît que le modèle à 8 groupes et 8 paramètres (les constantes de décroissance étant fixées) donnent les résultats les plus satisfaisants. Par ailleurs, cette première partie de l'étude a montré l'importance de connaître la matrice de covariance des paramètres des groupes de neutrons retardés. Dans tous les cas testés, l'incertitude estimée sans prendre en compte les covariances surestime l'incertitude réelle de l'estimation.

Notons que les paramètres jeux de données étudiés présentent des différences significatives avec les paramètres standard à 6 groupes. Pourtant, ils fournissent des résultats parfaitement cohérents. Ainsi, les temps de décroissance moyens et les résultats de l'estimation de la réactivité sont identiques, à l'incertitude près, aux valeurs obtenues en utilisant les paramètres de Tuttle.

Dans un deuxième temps, on a étudié l'influence d'un biais dans les paramètres des neutrons retardés sur l'estimation de la réactivité. Pour simuler ce biais, on a analysé un transitoire thermique avec des paramètres obtenus avec un autre spectre neutronique. La simulation montre que le biais introduit sur la réactivité varie de 10 % (pour le spectre rapide) à 15 % (pour le spectre de fusion). Expérimentalement, en analysant un transitoire mesuré dans le cadre du programme TRADE, on observe un biais de 8 % (pour le spectre rapide) à 12 % (pour le spectre de fusion).

Puis, à partir des résultats de l'analyse, on a montré que l'identification de ce biais est ardue. En effet, dans le cas de la méthode AF, l'effet sur les résidus est faible. C'est pourquoi, la valeur *RMSE* se révèle là aussi inadéquate pour rejeter les estimations biaisées. Seuls deux tests d'hypothèse permettent de rejeter les réactivités les plus biaisées, estimées avec des paramètres correspondant au spectre de fusion. Il faut donc conclure que, dans le cas choisi pour l'étude, un biais de l'ordre de 8 % induit par les données nucléaires de base peut se glisser dans l'estimation de la réactivité sans qu'il soit détectable *a posteriori*.

Chapitre 8

Influence des effets spatiaux sur l'estimation de la réactivité

L'analyse des transitoires de puissance repose sur les équations de la cinétique point. On a vu précédemment que l'hypothèse fondamentale permettant d'obtenir ces équations est la décomposition du flux neutronique en deux parties, l'une dépendant uniquement du temps et l'autre dépendant uniquement des variables d'espace et d'énergie. Cette seconde partie du flux est parfois appelée « facteur de forme ».

Cette hypothèse fondamentale et simplificatrice est pourtant parfois mise en défaut et l'on observe expérimentalement que la réactivité est une fonction de la position du détecteur dans le cœur. Dans le cas d'une chute de barre, plus le détecteur est proche de la barre et plus l'anti-réactivité mesurée est surestimée. Ceci est d'autant plus vrai que la perturbation induisant le transitoire est forte et que le réacteur est sous-critique. Le biais ainsi mis en évidence sur la mesure de la réactivité a pour origine les « effets spatiaux et énergétiques », c'est-à-dire la modification au cours de l'expérience de la partie du flux dépendant des variables d'espace et d'énergie.

Ces effets ont été observés au cours du programme TRADE, notamment lors de la mesure du niveau de réactivité de la configuration SCO (*cf.* partie IV), pour laquelle une dispersion d'environ 21 % a été observée en fonction de la position des détecteurs. C'est donc dans ce cadre que l'on s'intéresse ici à l'influence des effets spatiaux sur l'analyse des transitoires puissance. Pour ce faire, des transitoires de puissance sont simulés grâce à un schéma de calcul reposant sur le code CRONOS2.

L'étude procède en deux étapes. Dans un premier temps, le schéma de calcul est décrit et on montre qu'il permet de reproduire qualitativement les observations expérimentales. En modélisant les effets spatiaux par une variation de l'efficacité de détection, il apparaît que l'évolution de cette efficacité peut être approchée par une variation instantanée.

Cette dernière remarque valide le cadre d'utilisation de la méthode Carpenter (cf. chapitre 2) et, dans un deuxième temps, on montre que l'utilisation de cette méthode permet d'estimer la réactivité en s'affranchissant d'une grande partie des effets spatiaux. Enfin, on discute le domaine d'utilisation de la méthode Carpenter dans des cas pratiques.

8.1 **Position du problème**

8.1.1 Modélisation des effets spatiaux sur la réponse du détecteur

Comme on l'a vu au chapitre 1, il est classique de décomposer le flux neutronique en une fonction d'amplitude dépendant du temps multipliée par une fonction correspondant à la distribution spatiale et énergétique du flux indépendante du temps :

$$\phi(\vec{r}, E, t) = p(t)\psi_0(\vec{r}, E) \tag{8.1}$$

Expérimentalement, dans le cas d'un transitoire de puissance, on observe que le facteur de forme ψ peut effectivement évoluer avec le temps lorsque la perturbation est importante.

$$\phi(\vec{r}, E, t) = p(t)\psi(\vec{r}, E, t) \tag{8.2}$$

On peut modéliser les effets spatiaux et énergétiques (la modification du facteur ψ au cours de l'expérience) comme une variation de l'efficacité de détection. En effet, en utilisant le formalisme opérationnel du chapitre 1, la mesure d'un taux de comptage n(t) par un détecteur de section efficace Σ_d s'exprime :

$$n(t) = \left\langle \Sigma_d(E,t), \phi(\vec{r}, E, t) \right\rangle \tag{8.3}$$

On rappelle que le produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$ correspond à une intégrale sur les variables d'espace et d'énergie. On obtient donc :

$$n(t) = \left\langle \Sigma_d, \psi \right\rangle \cdot p(t) \tag{8.4}$$

Si l'on définit l'efficacité de détection ε comme le rapport entre le comptage mesuré et la population totale de neutrons dans le cœur, on trouve que ε s'exprime :

$$\mathcal{E}(t) = \left\langle \Sigma_d, \psi \right\rangle \tag{8.5}$$

Notons que, par définition, le facteur de forme est normalisé à 1, c'est-à-dire que l'égalité suivante est vérifiée :

$$\left\langle \psi, \psi \right\rangle = 1 \tag{8.6}$$

Le facteur ε traduit le passage d'une mesure locale *n* à une grandeur intégrale *p*. Dans le cas où le facteur de forme ne varie pas au cours de l'expérience, l'efficacité de détection est constante. Résoudre les équations de la cinétique point avec l'une ou l'autre des variables *n* ou *p* est alors indifférent. Dans le cas contraire, ε est une fonction du temps qui dépend du détecteur et de sa position.

C'est pourquoi, dans le cas où la perturbation induisant le transitoire est importante, les méthodes standard d'estimation de la réactivité présentent des résultats fortement dépendants de l'emplacement du détecteur dans le cœur. En particulier, la distance entre le détecteur et l'endroit de la perturbation influe sur le résultat.

Concrètement, dans le cas de l'insertion d'une barre d'absorbant notamment, on peut identifier deux effets de type « énergétiques et spatiaux » induisant une variation de la fonction ε . Tout d'abord, Σ_d étant une fonction de l'énergie, une modification du spectre neutronique induit nécessairement une variation de l'efficacité de détection. Cette variation du spectre se produit localement, aux alentours de la position de la barre insérée, et se

traduit généralement par une diminution de section efficace Σ_d .

D'autre part, l'insertion de la barre de contrôle a pour effet de créer une dépression dans le facteur de forme située autour de la barre. ψ étant normalisé à 1, cette dépression est compensée par une augmentation dans la région du cœur opposée à la barre. Ceci entraîne une diminution de la fonction ε pour les détecteurs proches de la barre de contrôle et, en conséquence, une augmentation de ε pour les détecteurs qui en sont éloignés.

On s'intéresse dans ce chapitre à ce second effet, qui est un effet purement spatial. Bien que le spectre neutronique soit effectivement susceptible de varier, on considère que la réponse du détecteur reste constante.

Par ailleurs, les transitoires de puissance étant des mesures relatives, le paramètre pertinent pour décrire l'influence des effets spatiaux est le rapport entre l'efficacité suivant et précédent la perturbation. On introduit donc le facteur $r_k(t)$ défini comme le rapport des flux normalisés à la puissance (ϕ/P).

$$r_k(t) = \frac{\phi(k,t)/P(t)}{\phi(k,0)/P(0)}$$
(8.7)

8.1.2 Configuration SC0 du cœur trade

En anticipant sur les résultats présentés dans la partie IV, on montre ici l'influence des effets énergétiques et spatiaux lors d'une mesure de chute de barre réalisée dans le cadre du programme TRADE.



FIG. 8.1 - Configuration SC0 du coeur TRADE

La configuration du cœur est donnée par la figure 8.1. Il s'agit d'un réacteur de type TRIGA, muni de 127 emplacements combustibles, disposés en anneaux, et de quatre barres d'absorbants (trois barre de contrôle et une barre de régulation). Afin d'obtenir une configuration sous-critique représentative de la configuration d'un système ADS, les deux anneaux centraux ne contiennent pas de combustible et sont utilisés pour simuler la source de neutrons. On utilise notamment une source externe américium-béryllium (S), un générateur de neutrons pulsé (DT) et un système fast-rabbit (FR) pour les retraits de source (cf. chapitre 10 pour plus d'information).

Cette configuration du cœur est la première configuration sous-critique, notée SCO. La barre de régulation (REG) est basse. Les autres barres de contrôles sont en position haute. Quatre chambres à fission (notées A, B, C et D) sont placées dans l'anneau extérieur du cœur. Les positions A et D, d'une part, B et C, d'autre part, sont donc symétriques par rapport à la barre de régulation.

8.1.3 Mise en évidence des effets spatiaux dans le cœur TRADE

Les résultats de l'analyse d'un transitoire induit par une chute de la barre de régulation, obtenus avec la méthode d'ajustement, sont donnés sur la figure 8.2. Pour comparaison, on donne aussi les résultats d'un retrait de source réalisé pour la même configuration (barre de régulation basse) avec une source de californium Pour ces deux expériences, le niveau de réactivité final est donc le même.



FIG. 8.2 – Dispersion de la réactivité mesurée en fonction de la position du détecteur pour deux transitoires réalisés dans la configuration SC0

On constate que ces deux mesures donnent des résultats très différents. Dans le cas de la chute de barre, il apparaît un écart d'environ 24 % entre la réactivité estimée avec les détecteurs proches de la barre (A et D) et celle estimée avec les détecteurs éloignés (B et C). Au contraire, dans le cas du retrait de source, les quatre mesures de réactivité sont
compatibles, à l'incertitude statistique près. On distingue tout de même une légère influence de la position du détecteur : le détecteur A, plus proche du retrait de source (FR) produit une réactivité plus basse que le détecteur C, qui est plus éloigné.

Dans les deux cas, on constate l'influence de la position du détecteur sur le résultat des mesures, et en particulier de la distance entre le détecteur et la perturbation. De plus, l'importance de la dispersion des résultats dépend de l'importance de la perturbation (la chute de barre est plus perturbatrice que le retrait de source).

8.1.4 Méthodologie de l'étude

L'objectif de l'étude est de tester l'inflence des effets spatiaux sur les méthodes standard d'analyse des transitoires de puissance et de montrer l'intérêt de la méthode Carpenter pour corriger le biais de l'estimation. De manière à disposer de transitoires qui ne soient plus limités par le cadre de la cinétique point, un schéma de calcul simple à été développé à partir des codes de calcul APOLLO2 et CRONOS2.

On a choisi de simuler des transitoires de puissance représentatifs de la configuration SC0 du programme TRADE afin de retrouver, au moins qualitativement, les résultats présentés au paragraphe précédent. Ces mesures expérimentales permettront de valider certaines conclusions tirées des simulations. Les transitoires simulés sont donc induits par la barre de régulation (REG). Pour des raisons de simplicité, le temps de chute de la barre a été choisi nul.

8.2 Modélisation du cœur TRADE SC0

8.2.1 Présentation du schéma de calcul

La modélisation de la configuration SC0 est réalisée avec les codes de calcul APOLLO2 [64] et CRONOS2 [66]. Dans un premier temps, on présente le schéma de calcul, c'est-à-dire l'enchaînement des étapes nécéssaires à l'obtention des transitoires. Puis, on discute le maillage utilisé pour décrire le cœur ainsi que les différents milieux modélisés.

8.2.1.1 Etapes du schéma de calcul

Le schéma de calcul utilisé est représenté de manière simplifiée sur la figure 8.3. Précisons que notre objectif n'est pas ici de qualifier précisément ce schéma de calcul mais de vérifier qu'il fournit des résultats qualitativement comparables à ceux observés expérimentalement.

La première étape du schéma est l'utilisation du code APOLLO2 pour la création des sections macroscopiques nécessaires au calcul cinétique. Ces données nucléaires sont regroupées dans un fichier, appelé SAPHYB, que l'on fournit en entrée du code CRONOS2.

APOLLO2 est un code modulaire résolvant, dans notre cas, l'équation du transport multigroupe à 2 dimensions par la méthode des caractéristiques [64]. Il prend en entrée une description fine de la géométrie du cœur ainsi que les données nucléaires nécessaires au calcul, telles que les sections efficaces microscopiques. Cette étape a été réalisée pour nous par le Service de Physique des Réacteur et du Cycle (SPRC) [65].



FIG. 8.3 – Représentation du schéma de calcul utilisé pour la simulation de transitoires de puissance avec les codes APOLLO2 et CRONOS2

Les données d'intérêt fournies par APOLLO2 sont les suivantes :

- les paramètres des groupes de neutrons retardés (λ_i , β_i),
- la description des milieux physiques (fichier SAPHYB).

La seconde étape est l'utilisation du code CRONOS2 pour réaliser le calcul cinétique. On a choisi pour cela de réaliser un calcul à valeurs propres pour résoudre l'équation de la diffusion à 6 groupes d'énergie par la méthode des éléments finis mixtes duaux [66]. Les données d'intérêt fournies par CRONOS2 sont les suivantes :

- le coefficient de multiplication effectif final k_1 ,
- le flux neutronique initial et final en tout point du cœur,
- le flux neutronique en fonction du temps en certains points du cœur,
- la puissance intégrée (sur l'ensemble de la zone de calcul) en fonction du temps.

Le calcul CRONOS2 se déroule en trois étapes (le code source est inclu en annexe E). Tout d'abord, un premier calcul stationnaire (module MINOS) fournit les matrices de fission, de disparition et de diffusion, ainsi que le flux initial et le coefficient de multiplication initial k_0 . L'état initial n'étant pas critique, on réalise un second calcul stationnaire après avoir divisé la matrice de fission par k_0 . Les transitoires calculés débutent donc sur un un état critique (stable), indépendamment de la géométrie du cœur.

La seconde étape correspond au calcul cinétique proprement dit, qui procède par itération. A chaque itération, on modifie si besoin la géométrie (positionnement axial du milieu absorbant) et on calcule le flux neutronique (module MINOCINE). On stocke la valeur du flux en plusieurs points du cœur, simulant ainsi des détecteurs parfaits, c'est-à-dire mesurant directement le flux neutronique sans introduire aucune perturbation.

Enfin, à l'issue du transitoire, on réalise de nouveau deux calculs stationnaires. Le premier fournit la matrice de fission de l'état final. Après avoir divisé cette matrice par le coefficient k_0 , le second calcul stationnaire fournit un flux final et un coefficient de multiplication final k_1 cohérents avec l'état initial critique.

8.2.1.2 Description du maillage et des milieux physiques

La description fine du cœur nécessaire au calcul 2D par APOLLO2 comprend les données géométriques (dimensions du casier, positions des assemblages, etc) ainsi que la composition physique (matériau combustible, matériau composant les assemblages, etc). La composition fortement hétérogène du cœur nécessite donc un maillage très fin qu'il n'est pas possible d'utiliser dans un calcul cinétique à 3 dimensions.

Pour faciliter le calcul cinétique, il est donc nécessaire de simplifier la composition physique du cœur en homogénéisant certaines régions d'intérêt. Cinq milieux homogènes permettant une description minimale du cœur ont été choisis (figure 8.4) :

- 1. le réflecteur,
- 2. la zone combustible,
- 3. la source externe,
- 4. la barre d'absorbant,
- 5. le détecteur.



FIG. 8.4 – Découpage du cœur trade en 5 milieux physiques d'intérêt.

Dans le cas de la région combustible, par exemple, les sections efficaces prennent en compte l'uranium des éléments combustibles mais aussi l'acier composant l'assemblage ainsi que le modérateur (de l'eau) qui entoure les assemblages. Dans le cas de la région n°3 (la source externe positionnée au centre du cœur), on a défini une région comprenant une partie du combustible environnant car celui-ci est influencée localement par la présence de la source. La même méthode a été appliquée aux régions 4 et 5.

Dans un même souci de simplification du calcul 3D, APOLLO2 réalise une réduction de la description en énergie des sections efficaces en condensant une discrétisation à 172 groupes d'énergie en une discrétisation à 6 groupes. Le fichier SAPHYB en sortie du code APOLLO2 comprend donc des sections efficaces condensées et moyennées sur l'ensemble des régions précédentes.

8.2.2 Résultats de la simulation des transitoires de puissance

Pour des raisons de symétrie évidentes, le schéma de calcul précédent n'a été appliqué qu'à une seule moitié du cœur TRADE. Les dimensions de cette moitié du cœur sont les suivantes : $51.4 \text{ cm} \times 25.7 \text{ cm} \times 38.1 \text{ cm}$ et les dimensions du réflecteur sont : $70 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} \times 71.1 \text{ cm}$.

Pour obtenir une description fine du transitoire, trois pas de temps différents ont été choisis : 1 ms pendant 30 ms (durant le saut prompt), puis 10 ms pendant 2 s et enfin 0.1 s pour le reste du transitoire qui se déroule au total sur 300 s. Par ailleurs, on a choisi de simuler une chute de barre instantanée.

Les données nucléaires, issues des bibliothèques (λ_i) et du calcul (β_i, Λ) , sont données dans le tableau 8.1. Elles ont été obtenues par une procédure CRONOS2 réalisant le calcul des paramètres cinétiques tels que définis au chapitre 1.

λ_1	2.95 s	β_1	98.8 pcm
λ_2	0.989 s	β_2	55.6 pcm
λ_3	0.316 s	β_3	260.6 pcm
λ_4	0.122 s	β_4	118.0 pcm
λ_5	0.032 s	β_5	121.1 pcm
λ_6	0.013 s	eta_6	27.5 pcm
Λ	55 µs	β	681.6 pcm

TAB. 8.1 – Données nucléaires calculées par le code CRONOS2

8.2.2.1 Effet de l'insertion de la barre de régulation

Le coefficient de multiplication final k_1 calculé par le code vaut 0.98815, ce qui correspond à une réactivité de -1199.2 pcm (soit -1.759 \$).

Les nappes de flux thermique initiale et finale sont représentées sur la figure 8.5 (l'unité de flux est arbitraire). On constate tout d'abord que le flux est fortement piqué au centre du cœur, à l'endroit de la source environnée d'eau. Ce résultat est cohérent avec le fait que le flux thermique est le plus élevé dans les régions fortement modérées. Enfin, il apparaît que la présence d'un milieu modélisant le détecteur (région 5) n'introduit pas de perturbation sensible sur la nappe de flux.



FIG. 8.5 – Nappe de flux thermique avec la barre de régulation haute (figure du haut) et basse (figure du bas)

En utilisant ces deux nappes de flux ainsi que les puissances intégrées intiale et finale, il est possible de calculer les rapports d'efficacité asymptotiques $r_k(t \rightarrow \infty)$ (équation 8.7). Une représentation de cette grandeur en chaque maille de la zone de calcul est donnée sur la figure 8.6.

Comme prévu, il apparaît clairement que l'insertion de la barre introduit une forte perturbation locale aux alentours de l'absorbant (région bleu) : la valeur minimum de r_k est de l'ordre de 0.3. Dans cette zone, une estimation de l'anti-réactivité fournit une valeur

fortement surestimée (la réactivité sera trop basse). En réaction, la partie opposée à la barre de contrôle subit une influence inverse (région rouge sombre) : dans cette partie du cœur, la l'anti-réactivité est sous-estimée (la valeur maximum de r_k vaut 1.15).



FIG. 8.6 – Rapports d'efficacité asymptotiques $r_k(t \rightarrow \infty)$ en chaque maille *k* du coeur TRADE-SCO et position des emplacements de suivi du flux (numérotés de 1 à 7)

8.2.2.2 Transitoires observés en 7 mailles du cœur

Sept emplacements dans le cœur ont été choisis pour le suivi du flux en fonction du temps. Numérotés de 1 à 7, ils sont représentés sur la figure 8.6. Ils simulent des détecteurs virtuels et idéaux. En effet, on ne prend pas en compte dans cette étude l'influence de la sensibilité du détecteur, que l'on supposera donc constante.

Les détecteurs 2 et 6 correspondent respectivement aux détecteurs A et B (figure 8.1).

La figure 8.7 montre, en relatif, les saut prompts des transitoires relevés par les 7 détecteurs virtuels. Un examen attentif des positions des courbes montrent que les détecteurs les plus proches de la barre mesurent un flux relatif plus faible que ceux situés loin de la barre. Les premiers amèneront donc bien à une sous-estimation de la réactivité et les seconds à une surestimation de la réactivité.

En effet, les détecteurs 6 et 7, proches l'un de l'autre et éloignés de la barre, présentent des transitoires surestimés. Viennent ensuite les détecteurs 3 et 5 qui, bien que distants l'un de l'autre correspondent à des rapports r_k très proches. Enfin, les détecteurs 1, 2 et 4, bien que proches les uns des autres donnent des résultats sensiblement différents car ils sont dans une région ou le facteur r_k varie beaucoup.

La même conclusion peut être tirée de la figure 8.8 qui montre l'évolution des rapports d'efficacité r_k pour les 7 détecteurs considérés. Deux groupes de détecteurs se forment suivant qu'ils vont surestimer ($r_k > 1$) ou sous-estimer ($r_k < 1$) la réactivité.

Par ailleurs, il apparaît sur la figure 8.8 que les rappors r_k sont quasiment constants dès que sont passés les premiers millisecondes du transitoire. Durant celles-ci, le calcul montre une phase de stabilisation du flux local rapporté à la puissance intégrée. La durée de cette phase de stabilisation varie d'un détecteur à l'autre.



FIG. 8.7 – Sauts prompts mesurés par les 7 détecteurs placés dans le cœur trade REF



FIG. 8.8 – Evolution des rapports d'efficacité r_k en fonction du temps pour les 7 positions de détecteurs

Si l'on considère que la phase de stabilisation dure jusqu'à ce que r_k ait atteint 95 % de sa valeur asymptotique, les durées de stabilisation mesurées ainsi que les valeurs asymptotiques sont données dans le tableau 8.2.

Ces résultats montrent clairement que le rapport d'efficacité peut être considéré constant dès que les premières secondes du transitoires sont passées.

TAB.	8.2 – Valeurs	asymptotiques	et durées	de stabilisation	des	fonctions	$r_k(t)$	pour l	es 7
			déte	cteurs					

Détecteur	Durée de stabilisation (ms)	Valeur asymptotique
Dettettui	Duice de stabilisation (115)	valeur asymptotique
1	10	0.82
2	210	0.88
3	40	1.03
4	1200	0.92
5	40	1.05
6	30	1.12
7	20	1.12

8.3 Analyse des transitoires simulés avec le code CRONOS2

8.3.1 Estimation de la réactivité avec les méthodes standard

Les performances de trois méthodes standard d'estimation de la réactivité ont été présentées précédemment (chapitre 6) : il s'agit des méthodes IF, IC et AF. L'analyse des transitoires calculés avec ces trois méthodes donne des résultats sensiblement identiques et, notamment, ceux-ci présentent la même dispersion. On ne donne donc que les résultats de la méthode AF dans le tableau 8.3.

Transitoire	Réactivité (\$)
Puissance intégrée	-1.674
Détecteur 1	-2.032
Détecteur 2	-1.893
Détecteur 3	-1.626
Détecteur 4	-1.815
Détecteur 5	-1.588
Détecteur 6	-1.494
Détecteur 7	-1.499

TAB. 8.3 - Estimation de la réactivité des transitoires calculés avec la méthode AF

Les résultats précédents montrent une forte dispersion des réactivités estimées (0.2 \$, soit 12 %). En particulier, les détecteurs 2 et 6 présentent un écart de 0.4 \$, soit 23 %. Cet écart est très cohérent avec celui mesuré expérimentalement (cf. $\int 8.1.3$). On peut donc considérer que les transitoires simulés sont qualitativement cohérents avec les transitoires mesurés.

8.3.2 Correction des effets spatiaux avec la méthode Carpenter

Le principe de la méthode Carpenter a été détaillé au chapitre 2. Il s'agit d'une méthode d'ajustement des taux de comptages en utilisant trois paramètres au lieu des deux utilisés habituellement. Dans la formulation de Carpenter, ces trois paramètres font intervenir un facteur noté ε qui correspond au rapport d'efficacité r_k défini précédemment. On va donc vérifier que le facteur ε estimé par cette méthode correspond au rapport d'efficacité asymptotique. Dans un premier temps, on ne s'intéresse pas à l'incertitude de la méthode. Celle-ci sera examinée à partir de transitoires simulés dans le cadre de la cinétique point.

8.3.2.1 Description de l'algorithme

L'algorithme implémentant la méthode Carpenter utilisé ici, que l'on appelera Carpenter modifiée (CM) est légèrement différent de celui proposé par Carpenter [38]. En effet, celuici possède deux inconvénients majeurs.

D'une part, l'algorithme proposé par Carpenter repose sur une résolution analytique des équations de la cinétique qui impose de négliger l'évolution des neutrons prompts. Le saut prompt n'est donc pas décrit par la fonction de trois paramètres utilisés pour ajuster le transitoire. Or, comme on le verra prochainement, la méthode Carpenter nécessite d'utiliser toute l'information présente dans les premières secondes, y compris le saut prompt.

D'autre part, la formule proposée par Carpenter repose sur le calcul de 2 fonctions explicites f et g à partir des taux de comptages mesurés expérimentalement. Outre le fait que, dans ce cas, le modèle est nécessairement corrélé avec les données à ajuster, l'utilisation des comptages introduit une incertitude dans le modèle lui-même. Or, les techniques d'ajustement sont toutes fondées sur l'indépendance entre le modèle et les données, d'une part, et sur la précision supposée parfaite du modèle. Quand ces conditions ne sont pas remplies, les propriétés de l'ajustement peuvent être dégradées.

C'est pourquoi, on préfère utiliser un ajustement basé sur une fonction implicite calculant le flux à partir des trois paramètres ρ , n_{∞} et ε . On utilise pour cela le même algorithme que celui de la méthode AF. Celui-ci permet de calculer le flux neutronique à partir des paramètres ρ , n_{∞} en supposant que l'efficacité reste constante au cours de la mesure. En multipliant le flux obtenu par une fonction $\varepsilon(t)$ ayant la même forme que celle supposée pour la réactivité $\rho(t)$ (généralement un saut instantané), on obtient un flux neutronique prenant en compte la variation de l'efficacité.

On montre en annexe D que, moyennant certaines hypothèses sur la forme de la fonction $\varepsilon(t)$, le flux ainsi calculé est égal à celui obtenu en résolvant les équations de la cinétique tenant compte de l'efficacité. Si *f* est la fonction implicite calculant le taux de comptage n(t), le modèle d'ajustement calculant le taux de comptage $\hat{n}(t)$ est donc le suivant :

$$\hat{n}(t) = \varepsilon(t) f(\rho, n_{\infty}, t)$$
(8.8)

8.3.2.2 Résultats

Les résultats la méthode CM sont présentés dans le tableau 8.4. Pour chaque transitoire, on donne la réactivité estimée ainsi que le facteur *ɛ*. Celui-ci est directement comparable aux rapports d'efficacité asymptotiques calculés précédemment.

Il apparaît que la dispersion des réactivité estimées est fortement réduite. Elle vaut maintenant 0.8 % au lieu de 12 % précédemment. Quant à l'écart entre les détecteurs 2 et 6, il vaut maintenant 1.7 %, au lieu de 23 %.

Les facteurs ε estimés par la méthode sont très proches des rapports d'efficacité déduis des nappes de flux (figure 8.9). La méthode CM permet donc bien d'estimer et de corriger l'influence des effets spatiaux sur l'estimation de la réactivité.

Transitoire	Réactivité (\$)	Efficacité
Puissance intégrée	-1.674	1
Détecteur 1	-1.694	0.83
Détecteur 2	-1.691	0.891
Détecteur 3	-1.675	1.03
Détecteur 4	-1.688	0.928
Détecteur 5	-1.673	1.054
Détecteur 6	-1.662	1.116
Détecteur 7	-1.664	1.11

TAB. 8.4 – Réactivités estimées par la méthode CM

Le transitoire de la puissance intégrée est le seul transitoire pour lequel des résultats des méthodes AF et CI sont égaux. Ceci prouve que si l'on pouvait instrumenter un réacteur de manière à obtenir une mesure du flux représentative de la nappe de flux, on pourrait estimer la réactivité indépendamment des effets spatiaux.



FIG. 8.9 – Comparaison des résultats de l'estimation de la réactivité (axe de gauche) et des rapports d'efficacités (axe de droite)

En fait, on observe que la réactivité estimée par la méthode Carpenter modifiée (tenant compte des effets spatiaux) est à peu près égale à celle obtenue par la méthode AF multipliée par le rapport d'efficacité assymptotique $r_k(t \rightarrow \infty)$.

$$\rho^{[CM]} \simeq r_k \left(t \to \infty \right) \rho^{[AF]} \tag{8.9}$$

La dispersion résiduelle des résultats (0.8 %) s'explique par la phase de stabilisation des rapports d'efficacité discutée précédemment (tableau 8.2).

8.3.3 Limites de la méthode Carpenter

Une étude simulaire à celles présentées au chapitre 6 a été appliquée à la méthode Carpenter modifiée. Comme on pouvait s'y attendre, les résultats de cette étude sont qualitativement les mêmes que ceux décrits pour la méthode AF, puisque l'algorithme de base est le même. Néanmoins, le domaine d'utilisation de la méthode est nettement restreint. En effet, il y a un coût élevé, en terme d'incertitude de l'estimation, lié à l'introduction d'un troisième paramètre dans l'ajustement. On retrouve donc ici le choix nécessaire entre biais et incertitude : un résultat biaisé est souvent plus sûr qu'un résultat précis, et inversement.

On présente ici les quelques résultats fondamentaux mettant en évidence les limitations de la méthode CM. Puis on applique la méthode aux mesures présentées au paragraphe 8.1.3 pour discuter l'augmentation de l'incertitude observée.

8.3.3.1 Calcul de l'incertitude et du biais

Les formules de calcul de l'incertitude et du biais, données dans le cadre de la méthode AF sont applicables à la méthode Carpenter. Notons tout de même que pour appliquer le calcul de l'incertitude due aux données nucléaires par propagation des erreurs, le calcul des sensibilités demande ici plus d'attention. En effet, l'incertitude étant plus élevée, les sensibilités doivent être évaluées par différences finies avec un incrément plus faible (typiquement 0.1 % au lieu de 1 %).

La différence principale entre les résultats de la méthode AF et ceux de la méthode Carpenter est la forte corrélation observée entre les paramètres ajustés. Comme on l'a vu (équation 8.9), la réactivité est liée au facteur ε par la relation suivante :

$$\rho(\varepsilon) \simeq \rho(\varepsilon = 1) \cdot \varepsilon \tag{8.10}$$

Ceci se traduit par le fait que ces deux paramètres s'ajustent principalement sur le début du transitoire. De ce fait, comme le montre la figure 8.10, la courbe de sensibilité $(dn/d\rho)$ de la réactivité est l'opposée de celle de l'efficacité (la corrélation est négative). Les courbes ont été obtenues dans le cas d'un transitoire correspondant à -0.5 \$. On observe que les sensibilités varient principalement sur environ 600 s, ce qui correspond à la durée du transitoire. Les sensibilités sont constantes sur la partie stable du transitoire (entre 800 et 1800 s).

8.3.3.2 Performances de la méthode en fonction du niveau de réactivité

On se place ici dans le cas où la statistique des comptages ne limite pas l'utilisation de la méthode. On choisit donc un taux de comptage initial élevé (50000 cps) ainsi qu'une grande amplitude du transitoire (le taux de comptage final est de 1000 cps). Par ailleurs, la durée de la perturbation est prise égale à 0.5 s.

La simulation montre que les résultats sont très sensibles à la plage d'ajustement, et particulièrement au début de la plage. Les remarques faites au paragraphe précédent impliquent que la majeure partie de l'incertitude est due aux toutes première secondes du transitoire. C'est pourquoi, il est primordial d'utiliser au maximum l'information contenue dans ces premières secondes. On propose donc de débuter l'ajustement dés le début de la perturbation, en incluant le saut prompt dans la plage d'ajustement. L'expérience montre que le gain en terme d'incertitude est nettement supérieur au biais introduit par l'ajustement du saut prompt.



FIG. 8.10 - Sensibilités des comptages par rapport à la réactivité et à l'efficacité

Le tableau 8.5 montre les résultats de la méthode Carpenter en fonction de la réactivité simulée dans deux cas de figures. Dans le premier cas, la plage d'ajustement débute 0.5 s après la fin de la perturbation (soit 1 s après le début du transitoire). Dans le second cas, la plage d'ajustement débute en même temps que le transitoire. Les résultats correspondent à une simulation Monte Carlo. On donne dans chaque cas la réactivité moyenne, l'incertitude due aux comptages et l'incertitude due aux données nucléaires.

TAB. 8.5 – Résultats de la méthode Carpenter en fonction de la réactivité (2 cas de figures)

Réactivité	Cas 1	(sans le saut	prompt) Cas 2 (avec le saut p		prompt)	
simulée	simulée $\bar{\rho}_{s}$		$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{\$}-DB}$ (%)	$\overline{ ho}_{ extsf{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ hos-C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ hos-DB}}$ (%)
-0.1 \$	-0.1	0.1	4.2	-0.1	0.1	4.5
-0.5 \$	-0.504	0.3	7.6	-0.512	0.3	7.2
-1 \$	-1.019	0.7	11	-1.089	0.7	8.6
-3 \$	-3.199	3.6	25.3	-3.444	1	4.6
-5 \$	-5.517	8.7	38.1	-5.295	1.3	3.5
-7 \$	-7.939	15.7	50.9	-6.981	1.3	3

Le cas n°1 montre la dégradation importante de la qualité des résultats avec l'anti-réactivité. En particulier, l'incertitude due aux données nucléaires augmente fortement avec l'antiréactivité. De ce point de vue, la méthode Carpenter présente un comportement inverse de celui de la méthode AF, pour laquelle cette incertitude a tendance à décroître (en valeur relative) avec l'anti-réactivité. L'équation 8.10 permet de montrer que l'incertitude due aux données nucléaires s'exprime comme suit :

$$\frac{\sigma_{\rho-DB}^2}{\rho^2} \simeq \frac{\sigma_{\rho(\varepsilon=1)-DB}^2}{\rho^2} + \sigma_{\varepsilon-DB}^2 \simeq \sigma_{\varepsilon-DB}^2$$

Dans l'équation précédente, le premier terme correspond à l'incertitude due aux données nucléaires dans le cas de la méthode AF. C'est donc le second terme qui est responsable de l'augmentation de cette incertitude. Ceci s'explique par le fait que le paramètre ε se trouve en facteur des fractions de neutrons retardés dans les équations de la cinétique. Il compense donc directement la variation de ces paramètres neutroniques.

Dans le cas n°2, au contraire, il apparaît que l'incertitude statistique augmente lentement avec l'anti-réactivité. Quant à l'incertitude due aux données nucléaires, elle présente un comportement simulaire au cas n°1 jusqu'à environ -1 \$ puis elle décroît jusqu'à un niveau comparable à celui observé dans le cas de la méthode AF (figure 8.11). Ce comportement montre l'existence de deux phénomènes en compétition : d'une part, l'augmentation expliquée précédemment, qui reste valable, et d'autre part, l'augmentation de l'influence du saut prompt sur l'estimation. En effet, le saut prompt est, au premier ordre, indépendant des données nucléaires : il dépend seulement de la réactivité. Or, avec l'augmentation de l'anti-réactivité, et donc la diminution de l'information contenue dans le transitoire, son influence sur l'estimation de la réactivité augmente, allant jusqu'à diminuer significativement les incertitudes.



FIG. 8.11 – Comparaison des incertitude due aux données nucléaires obtenues avec les méthode AF et Carpenter (2 cas de figures)

8.3.3.3 Influence de la statistique des comptages

Pour montrer l'influence de la statistique des comptages sur la qualité de l'estimation de la réactivité par la méthode CM, on considère un transitoire menant à un niveau final de -3 \$ dont on fait varier le taux de comptage initial en partant du cas précédent très favorable (50000 cps) jusqu'à un cas très défavorable de 200 cps. Le pas de discrétisation a été choisi égal à 0.5 s et le nombre de points du transitoire est de 800.

Le tableau 8.6 donne la valeur des incertitudes « de référence » de la méthode CM et, pour comparaison, celles de la méthode AF. Il apparaît que la méthode CM est particulièrement sensible à la statistique des comptages. En effet, il y a un facteur environ 3 entre les incertitudes des deux méthodes. En revanche, la méthode CM n'est pas plus sensible que la méthode AF à l'amplitude du transitoire car l'augmentation, en relatif, est la même.

	Métho	ode AF	Méthode CM		
n_0 (cps)	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{\$}-DB}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{s}-C}}$ (%)	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-DB}$ (%)	
50000	0.5	2.8	1.4	5.4	
20000	0.8	2.8	2.2	5.5	
10000	1.1	2.8	3.2	5.5	
5000	1.5	2.8	4.5	5.5	
1000	3.4	2.8	10	5.3	
200	4.8	2.8	14.2	5.6	

TAB. 8.6 – Résultats de la méthode Carpenter en fonction du taux de comptage initial pour un niveau de réactivité de -3 \$

8.3.3.4 Application de la méthode à deux transitoires expérimentaux

On montre ici l'intérêt de la méthode Carpenter pour corriger les effets spatiaux observés sur deux transitoires mesurés dans le cadre du programme TRADE. Le premier a été présenté au paragraphe 8.2 et concerne la configuration SCO. Le second est, comme pour le premier, un transitoire induit par la barre de régulation dans la configuration REF (*cf.* chapitre 10).

Les tableaux 8.7 et 8.8 donnent les résultats des deux transitoires, pour les quatre détecteurs, en utilisant la méthode AF. Comme on l'a vu, l'écart entre les détecteurs proches de la barre et ceux plus éloignés est de 21 % pour la configuration SCO. Cet écart passe à 6 % pour la configuration REF. Ceci tend à prouver que les effets spatiaux sont d'autant plus importants que le niveau de réactivité considéré est sous-critique.

L'application de la méthode Carpenter implicite, telle que décrite précédemment, permet de réduire la dispersion des mesures pour les deux configurations à respectivement 2 % et 0.4 % (tableaux 8.9 et 8.10). La dispersion des résultats est maintenant incluse dans l'incertitude statistique, qui vaut respectivement maintenant environ 8 % et 0.4 %.

Les deux configurations mettent en évidences les limites de l'application de la méthode Carpenter liées à l'augmentation des incertitudes. Dans le cas de la configuration REF, l'incertitude statistique est faible, ce qui permet d'obtenir des estimations très proches. En revanche, l'incertitude due aux données nucléaires est très élevée pour ce niveau de réactivité. Dans le cas de la configuration SC0, le niveau de réactivité correspond à une incertitude due aux données nucléaires relativement modérée mais à une incertitude statistique élevée.

TAB. 8.7 – Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode AF pour la configuration REF

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{s}}-c}$ (%)	$\sigma_{ ho_{s-DB}}$ (%)
А	-0.4269	0.15	3.1
В	-0.4003	0.14	3.1
С	-0.3994	0.13	3.1
D	-0.4248	0.13	3.1

TAB. 8.8 – Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode AF pour la configuration SC0

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{s}}-c}$ (%)	$\sigma_{ ho_{s-DB}}$ (%)
А	-1.649	2.19	2.1
В	-1.298	2.03	2.2
С	-1.285	2.72	2.2
D	-1.588	1.86	2.2

L'amélioration des résultats, en terme de biais, se fait donc au prix d'une forte augmentation des incertitudes. L'incertitude statistique progresse d'un facteur 3.5 dans le cas de la configuration REF et d'un facteur 5 dans le cas de SCO. L'incertitude due aux données nucléaires progresse d'un facteur 2 pour les deux configurations. Ces valeurs sont tout à fait cohérentes avec celles observées par la simulation.

TAB. 8.9 – Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode CM pour la configuration REF

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-\mathrm{C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{\$}-DB}$ (%)	Е	$\sigma_{\scriptscriptstylearepsilon}$ (%)
А	-0.4153	0.43	6.5	0.9767	0.34
В	-0.4117	0.4	6.4	1.0242	0.32
С	-0.4123	0.38	6.5	1.0274	0.3
D	-0.4123	0.38	6.5	0.975	0.3

TAB. 8.10 – Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode CM pour la configuration SC0

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{s}-C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{\$}-DB}}$ (%)	Е	$\sigma_{\scriptscriptstylearepsilon}$ (%)
А	-1.4192	7.8	4.6	0.9152	4.2
В	-1.3924	7.1	4.5	1.0377	3.8
С	-1.4372	9.5	4.7	1.0698	5.3
D	-1.3588	6.7	4.3	0.9096	3.6

Pour la configuration SCO, l'incertitude totale maximum (détecteur C) est supérieure à 10 %. Si l'on considère cette valeur comme la valeur limite au-delà de laquelle l'utilisation de la méthode ne présente plus d'intérêt, -1.5 \$ peut donc être considéré, dans notre cas, comme le plus faible niveau de réactivité mesurable avec la méthode Carpenter modifiée. Comme on le verra, on ne pourra pas appliquer la méthode CM aux configurations plus sous-critiques.

Cette limite dépend fortement de la statistique des comptages, qui est l'incertitude prépondérante lorsque la réactivité diminue. Le domaine d'utilisation de la méthode dépend donc des conditions expérimentales. Néanmoins, il semble que la méthode Carpenter soit limitée à la mesure de faibles réactivités.

8.3.3.5 Recommandations d'utilisation

Les différentes simulations présentées dans ce chapitre montrent clairement l'intérêt de la méthode Carpenter pour corriger la dispersion des mesures due aux effets spatiaux et énergétiques. Malheureusement, cette correction a un coût important : l'augmentation significative des incertitudes.

C'est pourquoi le domaine d'utilisation de la méthode Carpenter est assez restreint. Les simulations permettent de le situer la valeur limite de la réactivité mesurable à environ -2 \$ lorsque la statistique de comptage est favorable (le taux de comptage initial est supérieur à 5000 cps). Lorsque la statistique des comptages est défavorable (le taux de comptage initial est inférieur à 5000 cps), la méthode Carpenter sera difficilement applicable à des transitoires correspondant à un niveau de réactivité inférieur à -1 \$.

Dans tous les cas de figures, la méthode Carpenter apporte un surcroît d'incertitude. Le facteur d'augmentation de l'incertitude statistique dépend de la statistique des comptages. Il vaut environ 3 lorsque le taux de comptage initial est de 5000 cps. L'incertitude due aux données de base est environ multipliée par 2.

Pour limiter l'augmentation des incertitudes, il est fortement recommandé d'utiliser l'information contenu dans le saut prompt en fixant le début de la plage d'ajustement au début de la perturbation. Si la durée de la perturbation n'est pas négligeable, il en résulte un biais généralement négligeable devant l'incertitude statistique. On peut néanmoins corriger ce biais, qui est d'origine déterministe, avec l'une des méthodes proposées précédemment (cf. chapitre 6).

Partie IV

Mesures réalisées dans le cadre du programme TRADE

Sommaire		
Chapitre 9 Cadre et ob	jectifs du programme TRADE	185
9.1	Généralités sur les ADS	
9.2	Objectifs du programme TRADE	194
Chapitre 10 Analyse des	s mesures réalisées dans le cadre TRADE	199
10.1	Principe expérimental de la campagne de mesures	
10.2	Analyse et comparaison des résultats des transitoires de puissa	nce205

Chapitre 9

Cadre et objectifs du programme TRADE

Compte tenu d'une très probable augmentation de la demande énergétique mondiale dans les prochaines décennies, l'étude des voies de retraitement des déchets nucléaires est un enjeu majeur pour le développement de l'industrie nucléaire. La France, notamment depuis la loi de 1991 (dite loi Bataille) sur le traitement des déchets nucléaires, explore, en partenariat avec l'Europe, trois voies privilégiées de recherche :

- 1. la recherche de solutions permettant la séparation et la transmutation des éléments radioactifs à vie longue présents dans les déchets,
- 2. l'étude des possibilités de stockage réversible ou irréversible dans les formations géologiques profondes, notamment grâce à la réalisation de laboratoires souterrains,
- 3. l'étude de procédés de conditionnement et d'entreposage de longue durée en surface de ces déchets.

On peut considérer deux types de déchets nucléaires : les déchets de forte activité et les déchets de faible activité. Les premiers sont produits au cœur des réacteurs électronucléaires et concernent le combustible usé ainsi que les éléments du réacteur qui se sont activés sous l'effet du flux neutronique. Ces déchets induisent la majeure partie de la radiotoxicité mais réprésente un faible volume. En revanche, les déchets de faible activité sont produits par contamination durant le fonctionnement des réacteurs (maintenance) ou durant les phases de retraitement du combustible. Bien que peu dangereux, ils représentent un volume important.

La dangerosité des déchets radioactifs est mesurée par leur radiotoxicité. Il s'agit du produit de l'activité du matériau (le nombre de désintégrations par seconde) et de l'énergie déposée par le rayonnement émis. On classe généralement les déchets radioactifs en deux catégories : les déchets à vie courte (quelques centaines d'années) et les déchets à vie longue (plusieurs dizaines de milliers d'année). Ces derniers, bien que produits en faible quantité dans les centrales actuelles, sont responsables de la majeure partie de la radiotoxicité.

Le programme TRADE, ainsi que le travail de thèse, s'inscrivent dans le cadre du premier axe de recherche proposé par la loi Bataille, et en particulier la transmutation des déchets nucléaires à vie longue. Ceux-ci sont constituées principalement des actinides mineurs (américium, neptunium et curium) et de quelques produits de fission (iode, technitium). Suivant le cycle du combustible envisagé, le plutonium peut aussi faire partie des déchets nucléaires à vie longue.

Comme on le verra au cours de ce chapitre, la spécificité des isotopes à incinérer – en particulier leur faible fraction de neutrons retardés – rend leur introduction dans un réacteur critique délicate. C'est pourquoi le concept des systèmes hybrides (ou Accelerated Driven System en anglais) sur l'utilisation d'un cœur sous-critique dont la puissance est soutenue par une intense source externe de neutrons. Celle-ci serait fournie par réaction de spallation entre un faisceau de protons de haute énergie (environ 1 GeV) et une cible de plomb.

Dans le cadre de la recherche européenne (programme EUROTRANS), le CEA participe à l'étude des ADS. Ainsi, l'objectif du programme MUSE, qui s'est déroulé sur la maquette critique MASURCA de 2000 à 2004, était de réaliser le couplage à puissance nulle entre un massif sous-critique en spectre rapide et une source externe fournie par un accélérateur pulsé. Afin d'étudier le problème de la mesure directe de la réactivité, de nombreuses expériences ont été réalisées dans diverses configurations du cœur.

Le programme TRADE (TRiga Accelerated Driven Experiment) constitue une étape supplémentaire vers la construction d'un démonstrateur ADS. Le couplage entre le cœur et l'accélérateur doit maintenant être étudié en puissance. En effet, le combustible à incinérer a pour effet de fortement modifier les contre-réactions thermiques.

Dans ce chapitre, les éléments physiques de base soutenant le principe de fonctionnement des ADS sont tout d'abord développés. Puis, les objectifs généraux des programmes MUSE et TRADE sont discutés.

9.1 Généralités sur les ADS

9.1.1 Contexte de la recherche sur les ADS

La plupart des experts prévoient une forte augmentation de la demande énergétique mondiale dans les prochaines décennies. Celle-ci sera principalement due à l'accroissement de la population et du niveau de vie des pays dits « émergents » tels que la Chine. On constate sur la figure 9.1 une forte augmentation de la part de la consommation des pays en voie de développement. Celle-ci est partiellement corrélée à l'augmentation de la population mondiale. Comme il semble clair que l'ensemble de la population ne pourra pas vivre et consommer aux standards européens : l'équivalent de plusieurs planètes nous seraient alors nécessaires. Il est donc souhaitable que la production d'énergie soit maîtrisée dans le cadre d'un développement dit « durable ».

La figure 9.2 montre ainsi une prévision de l'évolution des différentes filières de production d'énergie dans le cas d'un développement durable. S'il l'on note une forte croissance de la part des énergies renouvelables, les énergies dites fossiles restent majoritaire en 2050. Dans ce scénario, il revient aussi à l'énergie nucléaire un rôle non négligeable. Son atout majeur est bien sûr sa forte productivité mais surtout sa faible émission de dioxyde de carbone.

Pour autant, le nucléaire n'est pas une énergie « propre » : 2 500 tonnes de déchets radioactifs sont produits chaque année par les 145 réacteurs européens. Parmi ces déchets il

faut compter 3.5 tonnes d'actinides mineurs (neptunium, americium et curium), 3 tonnes de produits de fission à vie longue, ainsi que 25 tonnes de plutonium [67].



FIG. 9.1 – Prévision de l'évolution de la consommation électrique mondiale et de la population mondiale. Source : Energy Information Administration [68]



FIG. 9.2 – Evolution des sources d'énergie mondiales pour un scénario de développement durable. Source : International Energy Agency [69]

Dans le cadre de la loi Bataille, la France, en partenariat avec l'Europe, mène des recherches dans le but de réduire la radiotoxicité des déchets à vie longue que sont les éléments transuraniens ainsi que quelques produits de fission tels que l'iode ou le technicium. En effet, ceux-ci sont responsables de la majeure partie de la radiotoxicité du combustible irradié.

Les transuraniens sont principalement produits par capture radiative sur l'uranium 238, qui constitue l'élément majoritaire du combustible. A titre d'exemple, la succession des trois réactions de capture neutroniques suivantes aboutit à la création d'un noyau d'américium 241 :

$$^{238}\text{U+n} \longrightarrow ^{239}\text{U} \xrightarrow{\beta^{-}(23.5 \text{ min})} ^{239}\text{Np} \xrightarrow{\beta^{-}(2.4 \text{ j})} ^{239}\text{Pu}$$

$$^{239}\text{Pu+n} \longrightarrow ^{240}\text{Pu}$$

$$^{240}\text{Pu+n} \longrightarrow ^{241}\text{Pu} \xrightarrow{\beta^{-}(14.35 \text{ a})} ^{241}\text{Am}$$

Le meilleur moyen pour mettre en œuvre la transmutation, c'est-à-dire faire fissionner les isotopes à vie longue pour produire des produits de fission à vie courte, est d'utiliser des neutrons rapides. L'introduction des transuraniens dans un réacteur classique est pénalisante à plus d'un titre. Il a donc été proposé d'utiliser un nouveau type de réacteur fonctionnant en régime sous-critique et commandé par une intense source externe de neutrons : c'est le concept de systèmes hybrides ou Accelerated Driven Systems (ADS) en anglais.

Rappelons que la radiotoxicité r est le produit de l'activité A (i.e. le nombre de désintégrations radioactives par seconde) par la dose effective e. Celle-ci correspond aux dommages réels subit par le corps humain sous irradiation d'un certain type de particules ionisantes.

$$r = Ae \tag{9.1}$$

L'impact de la transmutation dépend bien sûr du combustible irradié, et donc du cycle du combustible et du retraitement éventuellement effectué pour recycler le plutonium dans du combustible MOX. De manière générale, la radiotoxicité est très fortement réduite grâce à la transmutation (figure 9.3). Ainsi, le temps mis par le combustible irradié pour que sa radiotoxicité rejoigne celle du minerai d'uranium passe de plus d'un million d'années à environ 700 ans.

9.1.2 Principe des systèmes ADS

S'il est clair que le meilleur moyen de transmuter ou « incinérer » des déchets nucléaires est de les faire fissionner, les détails concrets comme le type de spectre, de réacteur ou de combustible restent à déterminer. En effet, la transmutation peut avoir lieu dans n'importe quel type de réacteur. En revanche, son efficacité ainsi que le volume de déchets qu'il est possible d'introduire dans le cœur sont très diverses suivant les solutions envisagées. Deux voies principales sont accessibles *a priori* : soit introduire les déchets dans le cœurstible des réacteurs électro-nucléaires existant (en spectre rapide ou thermique) ; soit développer des réacteurs dédiés à la transmutation.

La première voie est pénalisante pour la sûreté et la conduite des réacteurs à plusieurs points de vue. D'une part, l'introduction d'isotopes trans-uraniens dans le combustible d'un réacteur a tendance à diminuer la fraction de neutrons retardés du réacteur (tableau 9.1). En

diminuant ainsi la principale marge de sûreté, on rend la conduite du réacteur beaucoup plus difficile. Ainsi, on estime que l'on pourrait introduire 1 à 2 % d'actinides mineurs dans le combustible d'un réacteur à eau pressurisée (REP) et 2 à 5 % dans le combustible d'un réacteur à neutrons rapides (RNR).



FIG. 9.3 – Radiotoxicité (relative au minerai d'Uranium) avant et après transmutation. Source : The european technical working group on ADS [67]

Isotope	eta (pcm)
²³⁵ U	640
²³⁸ U	1480
²³⁹ Pu	200
²⁴¹ Pu	540
²⁴¹ Am	130
²⁴³ Am	240
²⁴² Cm	40

TAB. 9.1 - Fraction de neutrons retardés pour différents isotopes

D'autre part, pour obtenir une bonne efficacité de transmutation, il est évidemment souhaitable de diminuer la réaction de capture radiative au profit de la fission. De ce point de vue, seul un spectre neutronique rapide permet de travailler dans un régime où la section efficace de fission est supérieure à celle de la capture (figure 9.4). Les réacteurs actuellement en fonctionnement, qui travaillent en régime thermique, seraient donc *a priori* peu efficaces.

Enfin, il existe un autre problème limitant l'introduction d'actinides mineurs dans un réacteur thermique. Il faut en effet rappeler que la capture de l'uranium 238 joue un rôle important pour la sureté d'un réacteur. En effet, grâce à l'effet Doppler, l'uranium 238 introduit une contre-réaction négative à l'augmentation de la puissance. Celle-ci

s'accompagne d'une augmentation de la température qui a pour effet d'élargir les résonances de capture radiative de l'uranium 238, ce qui défavorise le processus de fission et réduit la puissance. Comme le montre la figure 9.4, l'américium présente une section efficace de capture très supérieure à celle de l'uranium mais son domaine de résonnance se situe nettement plus bas en énergie. La compétition entre la capture de l'américium et celle de l'uranium entraîne donc une diminution de l'effet Doppler.



FIG. 9.4 – Sections efficaces de capture radiative de l'uranium 238 et de l'américium 241. Source : JEFF-3.1

La seconde voie accessible à la transmutation est celle de la construction de systèmes dédiés à l'incinération des déchets nucléaires à vie longue. De nombreuses recherches ont explorées cette voie depuis qu'elle a été proposée en 1993 par Carlo Rubbia. L'idée de base est d'utiliser un massif sous-critique comme un système multiplicatif de neutrons. La souscriticité assure une conduite sécurisée et la possibilité d'introduire un fort pourcentage de déchets. Il est alors nécessaire de disposer d'une source intense de neutrons pour maintenir la puissance du système. Or, la réaction nucléaire la plus génératrice de neutrons est la réaction de spallation.

Il s'agit d'une réaction entre les nucléons d'un noyau lourd et un proton de haute énergie (de quelques centaines de MeV jusqu'à quelques GeV). A de telles énergies, le proton pénètre profondément dans le noyau pour « percuter » les nucléons entraînant une « cascade intra-nucléaire » qui mène à l'émission de particules secondaire très énergétiques (figure 9.5). Celles-ci peuvent alors induire d'autres réactions de spallation avec les noyaux alentours. Le noyau initial est laissé dans un état très excité dont il se désexcite en émettant un grand nombre de particules, dont plusieurs neutrons. Finalement, un proton de 1 GeV peut induire l'émission de 25 et 30 neutrons.



FIG. 9.5 – Schéma de la réaction de spallation

9.1.3 Eléments de conception d'un réacteur ADS

De nombreux programmes de recherche européens concourent à l'amélioration de la connaissance et de la technologie nécessaire au développement d'un système ADS. Quelques uns de ces projets sont cités dans ce paragraphe et le lecteur pourra se reporter à [67] pour une information plus complète.

La figure 9.6 propose une vue schématique d'un système couplé à un accélérateur. Vu l'énergie requise pour les protons incidents, ce dernier devrait un accélérateur de type linéaire (LINAC). La cible de spallation qui constitue le cœur du réacteur est entourée d'élements combustible. Le spectre neutronique du système étant rapide, la cuve doit contenir un caloporteur non modérateur.

9.1.3.1 La source de neutrons

Plus la source de neutrons fournie par la réaction de spallation sera intense, plus la transmutation des déchets sera efficace. L'accélérateur doit fournir des protons d'énergie comprise entre 600 et 1000 MeV pour un courant de quelques dizaines de mA. Deux types d'accélérateurs peuvent fournir des protons dans cette gamme d'énergie : les cyclotrons ou les LINACs. Bien que présentant un certain intérêt, notamment du point de vue financier, les cyclotrons sont actuellement limités à un courant de 5 mA. Les LINACs, au contraire, peuvent atteindre quelques 100 mA sans limitation intrinsèque d'énergie.



FIG. 9.6 – Schéma de principe d'un ADS

Par ailleurs, pour des raisons évidentes de productivité, la durée utile de fonctionnement de l'accélérateur doit être la plus grande possible. Les accélérateurs actuels sont loin de remplir cette dernière condition. Le concept actuellement retenu met donc l'accent sur la fiabilité, notamment en doublant l'étage d'injection [70]. En effet, la source de protons en entrée de l'accélérateur ainsi que le premier étage d'accélération sont les éléments les plus sensibles d'un LINAC. Dans ce cadre, le projet IPHI (Injecteur de Protons Haute Intensité) a pour but le développement d'une nouvelle génération d'injecteurs à fort courant de protons (100 mA accéléré jusqu'à 3 MeV) [58].

Concernant la cible de spallation, on a vu que le matériau la constituant doit être lourd et dense de manière à développer une grande efficacité de spallation. L'eutectique plombbismuth constitue un bon candidat pour le matériau de la cible car il possède un bon coefficient de transfert thermique.

Il est prévu de confiner la cible au centre du cœur pour éviter toute contamination du caloporteur. Il existe des contraintes supplémentaires telles que la nécessité d'évacuer au mieux la chaleur ainsi qu'un point d'ébullition suffisamment élevé. Le principal matériau envisagé est un eutectic de plomb et bismuth fondus car il présente une bonne efficacité de réaction ainsi que point d'ébullition à 1943 K. L'étude de la réaction de spallation dans une cible de plomb et bismuth fondu est réalisée dans le cadre du projet MEGAPIE sur le centre de PSI en Suisse [71].

Deux scénarios de cible sont à l'étude. Le premier considère une cible fine, de forme conique et d'épaisseur constante (environ 1 mm). La figure 9.7 présente la géométrie d'une telle cible. De cette manière, les protons incidents traversent une distance constante, supérieure à leur libre parcours dans le métal. Dans ce scénario, le transfert thermique est faible et il faut utiliser un système de convection forcée pour refroidir la cible.

Le second scénario considère une cible dont le cône est creusé dans un cylindre. Dans cette configuration, les protons incidents traversent une épaisseur de matériau variable. En



revanche, la surface d'échange thermique est plus grande que dans le scénario précédent et le refroidissement peut être assuré par convection naturelle.

FIG. 9.7 – Schéma de la cible de spallation

9.1.3.2 Le combustible et le cœur

La constitution du cœur est encore loin d'être clairement définie. Celui-ci devrait contenir une grande part de plutonium et d'actinides mineurs. Les combustibles à base d'oxydes d'uranium, utilisés dans les REP, pourraient être délaissés au profit de combustibles nitrés qui présentent un meilleur transfert thermique. Dans un premier temps, un réacteur démonstrateur pourrait utiliser du combustible MOX enrichit à 28% en plutonium [70].

Le niveau de sous-criticité, quant à lui, dépendra principalement des caractéristiques de l'accélérateur. En effet, un niveau très sous-critique fournit une large marge de sécurité mais une faible efficacité. Or, celle-ci est directement proportionnelle à la source externe, en vertue de la formule de multiplication de source :

$$n = S\Lambda \frac{k_{eff}}{1 - k_{eff}} \tag{9.2}$$

Actuellement, un coefficient de multiplication k_{eff} d'environ 0.97 est envisagé.

9.1.3.3 Le caloporteur

Le caloporteur doit présenter de bonnes propriétés thermiques sans modérer le flux neutronique. Les candidats envisageables sont donc les mêmes que pour les réacteurs critiques rapides. Le choix se porte donc vers les caloporteurs métalliques, tels que le sodium liquide, ou vers les gaz, comme l'hélium sous pression. Les métaux liquides permettent de travailler à pression ambiante mais entraînent des problèmes de corrosion importants. Le sodium présentent de très bonnes propriétés thermiques mais, comme on le sait, est extrèmement réactif à l'eau. L'eutectique plombbismuth constitue un bon candidat, tout comme c'était le cas pour la cible..

Les réacteurs à gaz doivent travailler sous très fortes pression pour obtenir un bon transfert thermique. Les réacteurs refroidis à l'hélium permettent d'obtenir les spectres les plus durs.

9.2 Objectifs du programme TRADE

TRADE fait suite au programme MUSE-4 qui s'est déroulé de 2000 à 2004 sur le réacteur MASURCA. On va donc tout d'abord présenter ce programme ainsi que ces principaux résultats avant de discuter des objectifs du programme TRADE.

9.2.1 Le programme MUSE-4

9.2.1.1 Objectifs

La quatrième phase des expériences MUSE, le programme MUSE-4, s'est déroulée sur la maquette critique MASURCA de 2000 à 2004. MUSE-4 a rempli trois objectifs principaux [72] :

- la mise en place d'un massif sous-critique rapide couplé à un accélérateur simulant une source de spallation,
- la caractérisation du fonctionnement d'un tel système à puissance nulle ainsi que la validation des codes de calcul,
- l'étude et la comparaison de techniques de mesure du niveau de sous-criticité.

Le cœur étudié est représentatif d'un réacteur à combustible MOX refroidi au sodium. La figure 9.8 montre la géométrie du cœur ainsi que celle des assemblages du combustible et du réflecteur. Des aiguilles de sodium sont insérées au sein des assemblages, à part égale avec les aiguilles de combustible.

Au sein de ce massif s'insère le tube-guide de l'accélérateur jusqu'à une cible de plomb. Celui-ci conduit un faisceau de deutérons $(^{2}H^{+})$ jusqu'à une cible de deutérium ou de tritium, produisant ainsi des neutrons par réaction de fusion. Ceux-ci interagissent enfin avec le noyaux de plomb par réaction (n,2n), simulant au sein du cœur une partie du dispositif de spallation.

Partant d'une configuration critique « de référence » (pour le calcul de la réactivité par les méthodes standard), trois niveaux sous-critiques ont été explorés : $k_{eff} \approx 0.99$, $k_{eff} \approx 0.97$ et $k_{eff} \approx 0.956$. De nombreuses mesures neutroniques classiques ont été réalisées : traverses de flux, indices de spectres, transitoires de puissance, bruit neutronique, source de neutrons pulsée. Par ailleurs, plusieurs méthodes ont été développées ou adaptées pour tirer partie de la source pulsée de neutrons, comme la méthode de variation de source.



FIG. 9.8 - Configuration de référence du programme MUSE-4

9.2.1.2 Principaux résultats

Les principaux résultats concernent les recommandations pour la mesure du niveau de sous-criticité d'un système ADS. Il apparaît qu'aucune mesure neutronique ne permet de mesurer la réactivité en ligne. Le meilleur indicateur de cette grandeur (et le plus facilement accessible) est en effet l'intensité I du courant produit par l'accélérateur. Celui-ci étant proportionnel à la source externe de neutrons, qui est elle-même reliée à la réactivité ρ et au flux n par la formule de multiplication de source.

$$\rho = -c\frac{I}{n} \tag{9.3}$$

La constante de proporionnalité dépend de l'efficacité de la source externe ainsi que des paramètres neutroniques du système. Cette méthode doit donc être calibrée grâce à des résultats de calcul ainsi que des mesures neutroniques absolues.

De telles mesures neutroniques devraient être réalisées à intervalles réguliers ainsi qu'au chargement et au démarrage du réacteur. Toutes les méthodes envisagées souffrent du niveau de sous-criticité qui met fortement en défaut le modèle de la cinétique point. Cependant, les méthodes basées sur la PNS semblent les plus appropriées. La méthode des aires, notamment, ainsi que la méthode dite du k_p sont vraissemblablement moins sensibles à ces limites.

Les méthodes plus classiques de transitoires de puissance sont *a priori* disqualifiées car elles nécessitent une configuration critique de référence (afin de déterminer le poids de l'absorbant), ce qui ne sera sans doute pas possible pour un réacteur ADS. Par ailleurs, il est tout à fait possible qu'un ADS soit dépourvu de barre de contrôle. En effet, le pilotage du réacteur pourrait être assuré uniquement en réglant l'intensité de la source de neutrons, via l'intensité du courant de l'accélérateur.

Enfin, les méthodes de bruit neutronique se sont montrées la plupart du temps inappropriées soit pour des raisons de temps de mesure en l'absence de source externe, soit pour des raisons de difficultés d'analyse dans le cas contraire. Ces méthodes ne sont de toutes manières inutilisable sur un réacteur en puissance.

9.2.2 Le programme TRADE

Les caractéristiques générales du cœur TRIGA utilisé pour la première phase de TRADE (figure 9.9), ainsi que l'instrumentation utilisée, seront détaillées au chapitre suivant. On discute dans ce paragraphe des objectifs généraux du programme. Le lecteur pourra trouver une vue synthétique des premiers résultats de TRADE dans les références [73, 74].



FIG. 9.9 – Vue du cœur triga depuis le haut de la piscine

9.2.2.1 Principaux objectifs

Le programme TRADE (renommé RACE-T) devait fournir la dernière étape de la recherche sur les ADS avant la construction d'un réacteur démonstrateur [75]. En effet, partant des conclusions de MUSE, l'objectif principal de TRADE était l'étude du fonctionnement en puissance du couplage entre l'accélérateur et le massif sous-critique. En effet, les contreréactions thermiques constituent un point déterminant du fonctionnement d'un réacteur et plus encore dans le cas d'un ADS. Comme on l'a vu, la particularité du combustible entraîne une modification importante de ces contre-réactions.

Malheureusement, des problèmes budgétaires ont mis prématurément un terme au programme. Seule la première phase s'est donc déroulée au centre de l'ENEA à Casaccia (Italie). Réalisée à puissance nulle, cette phase avait pour objectif de déterminer et de caractériser les configurations d'intérêt.

Trois configurations sous-critiques ont donc été choisies de manière à permettre une comparaison directe avec les résultats de MUSE. Leurs coefficients de multiplication valent respectivement 0.995, 0.977 et 0.957.

Cette première phase du programme a été l'occasion, notamment, d'approfondir les techniques de mesure de la réactivité pour des niveaux très sous-critiques, ainsi que les différentes méthodes d'analyse des résultats.

9.2.2.2 Principaux résultats de l'analyse des mesures dynamiques

De nombreuses mesures dynamiques ont été réalisées et comparées, notamment des mesures neutroniques dynamiques. Ainsi, des mesures de source de neutrons pulsées ont été réalisées à l'aide d'un générateur de neutrons du commerce.

De plus, plusieurs types de transitoires de puissance ont été analysés : des chutes de barre, des retraits de source (à l'aide d'une source de californium), ainsi que des retraits de source induits par l'arrêt du générateur de neutrons.

Les résultats de la première phase du programme TRADE viennent confirmer certains résultats du programme MUSE. Ainsi, il semblent que les mesures de source de neutrons pulsée soient des mesures indispensables pour estimer la réactivité de niveaux très souscritiques. En effet, les résultats de mesures sont précis et leur précision ne dépend pas du niveau de sous-criticité (comme c'est le cas pour toutes les autres mesures) mais principalement de l'intensité de la source pulsée.

Parmi les transitoires étudiées, il apparaît que les chutes de barre ne sont pas des mesures applicables car elles sont trop perturbatrices et présentent une très faible statistique de comptage. Les retraits de la source de californium, en revanche, sont intéressants pour estimer la réactivité de niveaux faiblement sous-critiques. Dans le cas du cœur TRADE, l'incertitude des résultats vient limiter le domaine d'application de ces mesures à environ -3 \$. Enfin, les transitoires induits par l'arrêt du générateur constituent une technique de mesure originale et précise. En effet, ces transitoires bénéficient de l'intensité de la source de neutrons retardés et pourraient être des mesures complémentaires aux mesures de PNS en fournissant des informations sur la population des neutrons retardés.

Le chapitre suivant présente en détails la méthodologie d'analyse des différents types de transitoires de puissance. L'analyse des résultats bénéficie des études présentées lors des chapitres précédents et met en évidence l'intérêt de disposer de plusieurs méthodes d'analyse en fonction du transitoire considéré.

Chapitre 10

Analyse des mesures réalisées dans le cadre de TRADE

La première phase du programme TRADE (notée TRADE-IA) a tout d'abord consisté à rechercher les configurations sous-critiques d'intérêt. En effet, pour simplifier la comparaison des résultats avec ceux du programme MUSE-4, il était nécessaire que les niveaux sous-critiques soient comparables. Les configurations SC0, SC2 et SC3 correspondent respectivement à des réactivités de -0.5 \$, -3.5 \$ et -6.3 \$.

L'exploration des configurations d'intérêt a ensuite été réalisée grâce à des mesures de traverses de flux (radiales et axiales) destinées à la validation des schémas de calcul neutroniques.

Enfin, comme pour le programme MUSE, l'étude des trois configurations sous-critiques s'est poursuivie avec la réalisation de nombreuses expériences neutroniques ayant pour but la mesure des paramètres intégraux, notamment la réactivité.

Parmi ces mesures neutroniques, on s'intéresse dans ce chapitre aux différentes mesures de transitoires de puissance qui ont été réalisées lors de la dernière campagne de mesures en novembre 2005. A la lumière des chapitres précédents, on détaille la méthodologie utilisée pour analyser ces transitoires et on montre notamment l'intérêt de disposer de plusieurs méthodes d'analyse. Enfin, on conclut sur la mesure de la réactivité grâce aux transitoires de puissance.

10.1 Principe expérimental de la campagne de mesures

10.1.1 Configurations du cœur TRIGA

10.1.1.1 Généralités

Les réacteurs de type TRIGA sont des réacteurs thermiques à eau légère de conception américaine [76]. Avec 65 installations recensées dans le monde, dont 35 aux Etats-Unis, ces réacteurs sont très répandus. Ils sont principalement utilisés pour la recherche et l'enseignement car ils sont simples à piloter et d'utilisation très sûre.

Leur sûreté intrinsèque provient du combustible utilisé dans les TRIGA : l'uranium zirconium hybride (UZrH). Ce combustible, en modérant les neutrons au sein des assemblages combustibles permet une contre-réaction thermique qui empèche toute divergence incontrôlée de la puissance.

Les TRIGA sont conçus pour fonctionner jusqu'à une puissance d'environ 1 MW, ce qui correspond à un flux neutronique de $1.1 \ 10^{13} \text{ n.cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Pour le démarrage du cœur, une source externe de neutron est utilisée. Il s'agit d'une source américium-béryllium (²⁴¹Am-Be) d'une activité d'environ 5 Ci ($1.1 \ 10^7 \text{ n.s}^{-1}$).

Le cœur est constitué d'un cylindre comportant 127 emplacements arrangés en 7 anneaux concentriques repérés de A (au centre) à G (en périphérie) et d'un réflecteur de graphite (figure 10.1). Le diamètre du cœur est de 56 cm et sa hauteur vaut 72 cm. Il est situé au fond d'une piscine d'environ 7 m de profondeur. Le poids en réactivité d'un élément combustible a été estimé à environ 1.3 \$ pour l'état de référence [77].

Le contrôle du cœur s'effectue grâce à quatre barres d'absorbant, dont trois barres de contrôle (SR, SH1 et SH2) et une barre de pilotage (REG). L'absorbant est constitué de graphite boré. Les barres de contrôle sont de type « suiveur » (figure 10.2). Leur poids en réactivité vaut environ -3 \$. Celui de la barre de pilotage est d'environ -1 \$.



FIG. 10.1 – Schéma d'un réacteur TRIGA en coupe axiale (gauche) et radiale (droite)



FIG. 10.2 – Schéma des barres d'absorbant et des éléments combustible du coeur TRIGA.

10.1.1.2 Données nucléaires

Les données nucléaires utilisées pour l'analyse des transitoires de puissance (tableau 10.1) ont été obtenues grâce à une procédure calculant les paramètres neutroniques Λ , β_i et β en théorie de la diffusion grâce à leur formule analytique (chapitre 9). Les valeurs des constantes des groupes de précurseurs de neutrons retardés sont issues de la bibliothèque ENDF-BVI.

Notons que la constante de décroissance prompte obtenue avec ces valeurs calculées ($\alpha_c = 140.5 \text{ s}^{-1}$) est cohérente avec la valeur mesurée (132 s⁻¹).

β_1 (pcm)	27.5	λ_1 (s)	1.3310^{-2}
$\beta_2 (\text{pcm})$	121.1	λ_2 (s)	$3.25 \ 10^{-2}$
β_3 (pcm)	118.0	λ_3 (s)	1.22 10 ⁻¹
$\beta_4 (\text{pcm})$	260.6	λ_4 (s)	3.16 10 ⁻¹
$\beta_5 (\text{pcm})$	55.6	λ_5 (s)	9.89 10 ⁻¹
$\beta_6 (\text{pcm})$	98.8	λ_6 (s)	2.95
β (pcm)	681.6	Λ (µs)	48.5

TAB. 10.1 – Paramètres neutroniques utilisés pour l'analyse des transitoires de puissance

10.1.1.3 Configurations explorées

A partir d'une configuration de référence, pour laquelle on atteint l'état critique grâce à la barre de pilotage, on a choisi trois configurations sous-critiques. Notées SC0, SC2 et SC3, leurs coefficients de multiplication ont été estimé respectivement à 0.997, 0.977 et 0.957. Elles ont été choisies de manière à offrir une comparaison directe avec les résultats du programme MUSE4 [75].

On passe d'une configuration à l'autre en retirant progressivement les éléments de combustible de l'anneau B puis C (figure 10.3). Les schémas des configurations souscritiques ainsi que les taux de combustion des éléments combustibles sont disponibles en annexe G.



FIG. 10.3 – Schéma de la configuration de référence REF

10.1.2 Détails de l'instrumentation

10.1.2.1 Chambres à fission

Deux types de chambres à fission ont été utilisées lors des mesures. Il s'agit, d'une part, de chambres du commerce à l'uranium 235 (enrichi à 92 %) d'un diamètre de 4 cm [78]. Ces chambres ont été insérées en lieu et place de quatre éléments combustibles de l'anneau G (emplacements référencés de A à D, figure 10.3). En fonction de la sensibilité souhaitée, des chambres de type CFUM-18 (dépôt de 128 mg) ou CFUM-28 (dépôt de 13 mg) ont été utilisées (tableau 10.3).

D'autre part, des chambres miniatures (diamètre 1.5 mm), fabriquées par le CEA, ont été insérées dans trois emplacements spéciaux entre les éléments combustibles. Ces emplacements se situent entre les éléments G07, G08 et F07, entre les éléments G18, G19 et F17, et entre les éléments G25, G26 et F22. De part leur petite taille et leur faible masse d'uranium les chambres miniatures sont de faible sensibilité (tableau 10.2). Elles ont principalement servi à réaliser les mesures de traverses de flux en configuration REF.

N° de la chambre	Masse 235 (µg)
331	143
1847	90
2092	40

TAB. 10.2 – Masse de dépôt d'uranium pour les chambres miniatures
N° Série	Туре	Sensibilité $(c.s^{-1}/n.cm^2.s^{-1})$
106	CFUM-18	1.06×10^{-1}
107		1.04×10^{-1}
108		1.06×10^{-1}
109		1.08×10^{-1}
110		1.06×10^{-2}
111		1.05×10^{-2}
112	CEUM 28	1.07×10^{-2}
113		1.09×10^{-2}
114]	1.06×10^{-2}
115	-	1.09×10^{-2}

TAB. 10.3 – Sensibilités des chambres à fission CFUM utilisées lors de la campagne de mesures

10.1.2.2 Système Fast Rabbit (FR)

Les mesures de retrait de source ont été réalisées avec une source de californium 252 dont l'activité est d'environ 0.4 Ci. L'extraction rapide de la source était assurée par un dispositif Fast Rabbit conçu par le laboratoire de physique corpusculaire du CRNS (LPC-Caen) pour l'irradiation en cœur de matériaux [79]. Il s'agit d'un dispositif pneumatique muni, à son extrémité, de deux cannes insérées dans l'emplacement combustible B02 (noté FR sur la figure 10.3). Grâce à un système de pompes, un objet de petite taille (de diamètre inférieur au centimètre) est envoyé dans le coeur ou retiré du cœur en moins de 3 s. Le temps de parcours de la source au sein du cœur a été estimé à environ 200 ms.

10.1.2.3 Générateur de neutrons pulsé (DT)

Le générateur de neutron pulsé utilisé pour les mesures de PNS fournit des impulsions de neutrons d'énergie 14.1 MeV grâce à la réaction de fusion entre le deutérium et le tritium [80]. Les deutons sont générés par une source d'ions puis, soumis à une différence de potentiel, sont accélérés en direction d'une cible pourvue d'un dépôt trité.

Ce générateur est placé au centre du cœur (emplacement A01). La fréquence de fonctionnement est réglable entre 1 et 150 Hz. Il fournit 10^8 n.s^{-1} à fréquence maximum. Enfin, la durée d'une impulsion est inférieure à 1 μ s.

10.1.2.4 Electronique

Deux chaînes de mesures ont été utilisées pour les mesures neutroniques. La première, dédiée aux mesures de comptages (MSA, traverses de flux), utilise un pré-amplificateur de charge (Canberra PA-2006) relié à un amplificateur (Canberra 2026) et à un discriminateur (Canberra SCA-2030). Le système d'acquisition est constitué du module de traitement (Canberra MP2) relié à un ordinateur (logiciel d'acquisition Génie-2000).

La seconde chaîne de mesure a été utilisée pour les mesures dynamiques présentées dans ce chapitre (transitoires, PNS, etc). Elle est basée sur le système d'acquisition X-MODE fonctionnant en mode datation (cf. chapitre 4). Le conditionnement du signal est assuré par des modules ADS-7820 [81]. Ceux-ci réalisent l'étage de pré-amplification (en mode courant), suivi de l'étage de mise en forme et d'amplification. Enfin, le discriminateur intégré fournit en sortie des impulsions au format TTL.

La calibration des modules de conditionnement des signaux est telle que décrite en annexe F. Elle repose sur l'établissement de deux courbes d'étalonnage. La première consiste à déterminer le plateau de fonctionnement en faisant varier la tension d'alimentation du détecteur. De cette manière, le signal fourni par la chambre à fission dépend peu des fluctuations de la haute tension. La seconde courbe d'étalonnage permet de déterminer le seuil de discrimination optimal.

10.1.3 Mesures neutroniques dynamiques

Les mesures neutroniques discutées dans ce chapitre sont des mesures dynamiques (transitoires de puissance et source de neutrons pulsée) réalisées lors de la dernière campagne de mesure en novembre 2005 [82].

On s'intéresse plus particulièrement à l'analyse des transitoires de puissance, dont les résultats seront comparés aux résultats des mesures de PNS. En effet, il apparaît que cellesci sont plus précises et moins affectées par les effets spatiaux et énergétiques. L'analyse des mesures de PNS, basée sur la méthode des aires (*cf.* chapitre 4), est décrite en détails dans la référence [40].

Trois types de transitoires ont donc été réalisés : des transitoires induits par la barre de régulation (notés RD), des transitoires induits par un retrait de source grâce au système Fast-Rabbit (notés SJ-Cf) et des transitoires induits par l'arrêt du générateur de neutrons pulsé (notés SJ-Gen).

Ce dernier type de transitoire est original et, comme on le verra, pose des problèmes d'analyse particuliers. Son intérêt est de fournir des résultats beaucoup plus précis que les autres transitoires grâce à une meilleure statistique des comptages. De plus, il permet de simuler un retrait de source dont le temps de retrait est négligeable en comparaison de celui de la source de californium.

Une liste de ces mesures est donnée dans le tableau 10.4.

TAB. 10.4 – Liste des mesures	dynamiques réalisée	s lors de la dernière	campagne de
	mesures		

Configuration	Réactivité (\$)	PNS	RD	SJ-Cf	SJ-Gen
SC0 (BH)	-0.52	1	-	3	1
SC0 (BB)	-1.4	1	3	3	1
SC2 (BH)	-3.5	1	-	7	1
SC2 (BB)	-4.2	1	7	7	1
SC3 (BH)	-6.3	1	-	10	1
SC3 (BB)	-7	1	10	10	1

10.2 Analyse et comparaison des résultats des transitoires de puissance

10.2.1 Objectifs de l'analyse

La présentation et l'analyse des résultats de la première phase de TRADE ont donné lieu à plusieurs publications traitant de la comparaison entre les différentes méthodes de mesure de la réactivité [40, 73, 74, 83].

L'objectif de ce paragraphe est d'offrir, à la lumière des recommandations et conclusions proposées lors des chapitres précédents, une présentation détaillée et commentée des mesures. Pour chaque type de mesure et chaque configuration sous-critique, on s'attache donc à discuter la méthodologie adoptée ainsi qu'à mettre en lumière les points suivants :

- le choix de la méthode d'analyse,
- la source d'incertitude prépondérante,
- l'influence des effets spatiaux et les corrections applicables.

10.2.2 Méthodologie

10.2.2.1 Choix de la méthode d'analyse

Chutes de barre et retraits de source

Les deux principales méthodes ont été testées pour l'analyse des transitoires induits par un retrait de la source de californium ou par une chute de la barre de régulation. Il s'agit de la méthode d'inversion des équations de la cinétique et de la méthode d'ajustement du flux (notées IC et AF, voir chapitre 6). Il apparaît que, dans le cas de transitoires présentant une statistique de comptage faible, le meilleur estimateur de la réactivité est donné par la méthode AF [84].

On a choisi pour cette étude les transitoires de la configuration SC2 car, la statistique des comptages étant relativement faible, ceux-ci sont délicats à traiter. En effet, comme le montre la figure 10.4, le taux de comptage est d'environ 500 cps lorsque la barre de régulation est haute et d'environ 400 cps lorsqu'elle est basse. Dans les deux cas, le taux de comptage final est de 20 cps et la dynamique du transitoire, inférieure à 100 cps, se déroule sur une centaine de secondes.

Dans ce cas très défavorable, il apparaît que les résultats de la méthode IC présentent une incertitude totale supérieure à celle de la méthode AF : 6.6 % contre 4.3 % (les données complètes sont fournies dans la référence [84]). De plus, les résultats de la méthode IC sont moins cohérents avec les résultats données par les mesures de PNS. Ils sont globalement inférieurs à ceux de la méthode AF, et ce d'autant plus que la statistique des comptages est faible. Ceci met en évidence un biais d'origine statistique pouvant entacher les estimations de la méthode IC.

Pour des raisons de cohérence entre les résultats des différentes configurations, tous les transitoires de type RD et SJ-Cf sont donc analysés avec la méthode AF.



FIG. 10.4 – Retraits de source mesurés barre de régulation basse et haute pour la configuration SC2

Arrêts de source pulsée

L'analyse des transitoires induits par l'arrêt du générateur d'impulsions (SJ-Gen) pose des problèmes différents de ceux évoqués précédemment. En effet, grâce à l'intense source de neutrons du générateur, la statistique des comptages, ainsi que l'amplitude des transitoires est nettement améliorée. En revanche, l'instabilité du générateur de neutrons (en terme de nombre de neutrons générés par impulsion) rend l'état initial non stationnaire. Comme on le voit sur la figure 10.5, celui-ci est perturbé par des variations nettement supérieures au bruit poissonien. Les méthodes basées sur l'hypothèse d'un état initial stationnaire sont donc difficilement applicables.



FIG. 10.5 – Transitoires induits par l'arrêt du générateur de neutrons (barre haute et barre basse) pour la configuration SC0

La figure 10.6 montre l'évolution de la réactivité estimée en fonction de la largeur de la plage de comptage utilisée pour estimer le taux de comptage initial pour les méthodes IC (haut) et AF (bas). Bien que la forme des courbes soit identique, leur amplitude est très différente.

L'instabilité de l'état initial influence fortement le résultat de la méthode AF et augmente l'incertitude de l'estimation. De plus, même dans le cas d'une plage d'estimation de longue durée, le fait que les dérivées du flux et des concentrations des précurseurs soit non nulles au moment de l'arrêt du générateur entraîne un biais d'environ 0.15 \$.

La méthode IC ne présente pas ces inconvénients car le calcul de la source de neutrons retardés à partir des comptages mesurés permet de prendre en compte l'évolution des dérivées du flux et des précurseurs. De plus, les résultats sont très peu dépendants de la durée de la plage de calcul du taux de comptage initial.

Les remarques précédentes justifient le choix de la méthode IC pour l'analyse des transitoires SJ-Gen.



FIG. 10.6 – Evolution de la réactivité en fonction de la durée de la plage d'estimation du taux de comptage initial pour les méthodes IC et AF

Détermination des paramètres d'analyse

Quelle que soit la méthode envisagée, les paramètres d'analyse (début du transitoire, largeur des canaux, durée de la plage d'ajustement, etc) ont été déterminés suivant les recommandations faites au chapitre 6. Celles-ci recouvrent les points suivants :

- détermination de l'instant t_0 de début du transitoire à partir de comptages mesurés avec une discrétisation temporelle fine (100 ms),

- choix de la largeur des canaux de manière à obtenir un transitoire dont le nombre de coups par canal est toujours supérieure à environ 20,
- détermination de l'instant t_1 du début de la plage d'ajustement grâce à une étude de l'influence de ce paramètre sur les résultats,
- choix de la durée de la plage d'ajustement tel que celle-ci correspond à environ deux fois la durée effective du transitoire.

L'étude de l'influence de l'instant t_1 est réalisée à partir d'un transitoire simulé, de manière à ce que l'on puisse évaluer correctement le biais et l'incertitude en fonction de ce paramètre. La réactivité simulée est prise égale à celle donnée par la mesure de PNS pour l'état considéré.

Dans le cas, par exemple, d'un retrait de source dans la configuration SC2, on obtient une courbe représentée sur la figure 10.7. Il convient de choisir sur cette courbe un point tel que le biais d'origine déterministe soit négligeable et l'incertitude minimale. Dans le cas de la figure 10.7, on choisit le second point, correspondant $t_1 = 3$ s.



FIG. 10.7 – Détermination de l'instant du début de la plage d'ajustement dans le cas d'un retrait de source pour la configuration SC2 analysé avec la méthode AF

10.2.3 Présentation des résultats

Dans cette section, les résultats de l'estimation de la réactivité sont présentés de manière synthétique. Les résultats complets, incluant les différentes sources d'incertitudes, sont fournis en annexe G.

Pour chaque configuration et sous-configuration (barre de régulation haute ou basse), on compare les résultats des différentes expériences en fonction du détecteur. On indique poru cela l'incertitude d'origine statistique (à un écart type, soit un degré de confiance de 67 %). Les résultats des mesures de PNS sont donnés pour information, bien que la comparaison de ces résultats avec ceux des autres mesures doive tenir compte de l'incertitude due aux données nucléaires.

De manière à améliorer l'estimation de la réactivité pour certaines méthodes, on a réalisé plusieurs mesures de la réactivité ρ_i auxquelles sont associées des incertitudes $\sigma_{\rho-C}$ (comptages) et $\sigma_{\rho-DB}$ (données nucléaires). L'estimation de la réactivité est alors donnée par la moyenne ρ_e des *N* réactivités.

$$\rho_e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \rho_i \tag{10.1}$$

L'incertitude statistique de la moyenne est donc donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{\rho_e-C} = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^{N} \sigma_{\rho_i-C}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$
(10.2)

En revanche, l'incertitude due aux données nucléaires ne bénéficie pas de l'opération de moyenne. La meilleure estimation de cette incertitude est donc simplement la moyenne des *N* incertitudes.

$$\sigma_{\rho_e - DB} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sigma_{\rho_i - DB}$$
(10.3)

10.2.3.1 Configuration SC0

Les mesures de PNS donnent un niveau de sous-criticité d'environ -0.48 \$ (-1.37 \$ barre basse) pour la première configuration sous-critique. En tenant compte de l'incertitude due aux données nucléaires, toutes les autres mesures fournissent des estimations cohérentes avec ce résultat. La figure 10.8 donne une vue synthétique des résultats des différentes méthodes en fonction du détecteur pour les deux sous-configurations (barre haute et barre basse).

La méthode SJ-Gen fournit les résultats les plus proches des résultats des mesures PNS. De plus, la dispersion des estimations entre les détecteurs est du même ordre de grandeur que les incertitudes statistiques (0.5 % barre haute et 1 % barre basse). Ceci montre que, grâce à la position centrale du générateur de neutrons, aucun effet spatial n'est détectable sur cette mesure.

Au contraire, l'analyse des retraits de source (SJ-Cf) montrent l'influence des effets spatiaux pour les deux sous-configurations. En effet, la dispersion des résultats est cinq fois supérieure à l'incertitude statistique (1.1 % contre 0.2 % barre haute). La répartition des résultats est parfaitement cohérente avec la géométrie de la configuration des mesures (figure 10.3) : les détecteurs B et D étant à la même distance du dispositif de retrait de source (FR), les réactivités estimées sont cohérentes. Le détecteur A étant le plus proche de la source, il mesure une amplitude de transitoire plus importante et fournit donc un résultats surestimant l'anti-réactivité. L'inverse est vrai pour le détecteur C.

Le même phénomène est observé pour les mesures de chute de barre (RD), à ceci près que la mesure est beaucoup plus perturbative. La dispersion est ici environ 10 fois supérieure à l'incertitude. Ce résultat a été discuté au chapitre 8, où l'on a montré que les conditions de mesure permettent, là aussi, d'expliquer la distribution des résultats en fonction du détecteur.

Le niveau relativement faible de l'incertitude statistique pour les deux sous-configurations permet d'appliquer la méthode Carpenter modifiée (CM) pour corriger les écarts dus à la position des détecteurs. Dans tous les cas, on observe que la dispersion des résultats est ramenée à un niveau cohérent avec l'incertitude statistique. Celle-ci passe ainsi de 1.1 % à 0.2 % dans le cas des mesures SJ-Cf (barre haute) et de 2.9 % à 1.3 % dans le cas SJ-Cf (barre basse). Dans le cas des chutes de barre, la dispersion passe de 13.4 % à 4.4 %.



FIG. 10.8 – Résultats pour la configuration SC0 avec la barre de régulation haute (figure du haut) et la barre de régulation basse (figure du bas)

10.2.3.2 Configuration SC2

La configuration SC2 correspond à un niveau de sous-criticité d'environ -3.47 \$ lorsque la barre de régulation est haute et d'environ -4.47 \$ lorsqu'elle est barre basse (figure 10.9).

Bien que la statistique des comptages soit nettement moins favorable que pour la configuration SC0, le nombre de mesures (7 pour les expériences SJ-Cf) permet de conserver une incertitude finale faible, de l'ordre de 2 à 2.5 %. De plus, l'incertitude due aux données nucléaires diminue (en relatif) jusqu'à un niveau d'environ 2 %. Finalement, l'incertitude totale sur l'estimation de la réactivité par les transitoires de puissance est du même ordre de grandeur que dans le cas SC0 (3.5 %).

La statistique des comptages rend cependant impossible l'analyse des chutes de barre. En effet, l'amplitude des transitoires est dans ce cas particulièrement faible (de l'ordre de 50 cps, saut prompt inclus). En revanche, les transitoires SJ-Cf, bien que partant d'un taux de comptage plus faible, présentent une amplitude acceptable (figure 10.10).

Les estimations données par les mesures SJ-Cf montrent une nette influence des effets spatiaux. La dispersion des mesures atteint ici 6.7 % (BH) voire 10 % (BB). L'influence de la position des détecteurs s'accroît donc fortement à mesure que le niveau de sous-criticité diminue.



FIG. 10.9 – Résultats pour la configuration SC2 avec la barre de régulation haute (haut) et basse (bas)



FIG. 10.10 – Transitoires RD et SJ-Cf pour la configuration SC2 (barre basse)

Enfin, notons que la mesure SJ-Gen montre ici tout son intérêt. D'une part, elle fournit des estimations de faible dispersion parfaitement cohérentes avec les mesures PNS. D'autre part, son incertitude statistique est faible. En effet, elle est du même ordre de grandeur que celle correspondant à la moyenne de 7 transitoires SJ-Cf, voire inférieure dans le cas où la barre est basse.

10.2.3.3 Configuration SC3

La dernière configuration sous-critique correspond à un niveau de réactivité d'environ -6.16 \$ (-7.26 \$, barre basse). Pour cette configuration, outre les résultats des mesures PNS, seule les mesures SJ-Gen fournissent une estimation précise de la réactivité (figure 10.11).

En effet, les transitoires par chute de barre présentent comme précédemment une amplitude trop faible pour être analysés. De même, la dynamique utile des transitoires SJ-Cf est ici très faible (de l'ordre de 30 cps), ce qui entraîne une incertitude statistique de l'ordre de 15 à 20 %. Après avoir moyenné 10 mesures, l'incertitude finale est de l'ordre de 7 %, soit 3.5 fois plus que l'incertitude due aux données nucléaires.



FIG. 10.11 – Résultats pour la configuration SC3 avec barre de régulation haute (figure du haut) et basse (figure du bas)

Au contraire, l'incertitude des mesures SJ-Gen n'augmente pas, voire diminue en comparaison avec celle de la configuration SCO. Ceci est dû à deux phénomènes. Tout d'abord, l'incertitude due aux données nucléaires diminue en valeur relative à mesure que le niveau de sous-criticité baisse.

D'autre part, les mesures de PNS des différentes configurations n'ont pas été réalisées avec la même fréquence du générateur. En effet, une analyse correcte des mesures PNS nécessite que la largeur de l'histogramme des comptages soit grande lorsque la constante de décroissance prompte est plus faible (la réactivité plus élevée). Ceci implique que pour la configuration SC0, la fréquence du générateur est basse. Ainsi, de 17 Hz pour SC0, on passe à 30 Hz pour SC2 et à 50 Hz pour SC3.

Ceci explique que l'amplitude du transitoire SC3 soit plus élevée que celle du transitoire SC2, bien que le taux de comptage final soit plus faible, et que les résultats soient aussi précis (figure 10.12). La possibilité de régler le niveau de la source et l'amplitude du transitoire est un avantage important des transitoires SJ-Gen.



FIG. 10.12 - Transitoires SJ-PNS (barre basse) pour les configurations SC0, SC2 et SC3

10.2.4 Discussion

10.2.4.1 Comparatif des résultats

Les résultats, pour le détecteur A, des mesures présentées précédemment sont regroupés dans le tableau 10.5. L'incertitude indiquée est ici l'incertitude totale, correspondant à la somme quadratique de l'incertitude statistique et de celle due aux données nucléaires.

Trois conclusions s'imposent d'emblée. Tout d'abord, les résultats donnés par les mesures de PNS apparaissent beaucoup plus précis et fiables que ceux donnés par les transitoires de puissance. Ceci vient, d'une part, du fait que la PNS est indépendante des données nucléaires et, d'autre part, que l'incertitude statistique dépend peu du niveau sous-critique mais principalement de l'intensité de la source et de la durée de la mesure.

Deuxièmement, parmi les méthodes basées sur les transitoires de puissance, la méthode SJ-Gen s'avère particulièrement intéressante. En effet, elle bénéficie du fait que la source de neutrons induite par le générateur est beaucoup plus intense que celle induite par la source de californium. De plus, cette source est réglable, ce qui permet d'obtenir des résultats aussi précis, voire plus précis, lorsque la réactivité est basse que lorsqu'elle est haute. De ce point de vue, cette méthode surclasse des méthodes plus traditionnelles basées sur un retrait de source ou une chute de barre.

Configuration	PNS	SJ-Gen	SJ-Cf (AF)	SJ-Cf (MC)	RD (AF)	RD (MC)
SCO (BU)	-0.483	-0.475	-0.503	-0.501		
3C0 (BH)	0.4 %	3.9 %	3.5 %	3.5 %	—	—
SCO (BB)	-1.390	-1.401	-1.411	-1.390	-1.642	-1.487
SC0 (DD)	0.3 %	3.8 %	3 %	4.6 %	4.8 %	7.3 %
SC2/BU	-3.522	-3.502	-3.760			
3C2 (BH)	0.2 %	2.8 %	3 %	_	—	—
SC2 (BB)	-4.591	-4.320	-4.921			
3C2 (DD)	0.3 %	2.8 %	3.3 %	_	—	_
SC2 (DII)	-6.218	-6.298	-6.795			
SCS (BH)	0.5 %	2.8 %	5.5 %	_	_	—
SC2(DD)	-7.481	-7.352	-7.444			
SC3 (DD)	0.3 %	3 %	7.6 %	_	_	_

TAB. 10.5 – Résultats des mesures de la campagne TRADE-IA pour le détecteur A

Enfin, il s'avère que, dans le cas du cœur TRADE, la méthode de chute de barre n'est pas une méthode praticable. Outre son caractère perturbatif, l'amplitude des chutes de barre diminue rapidement avec le niveau sous-critique. Ceci s'explique par le fait que, d'après la formule de multiplication de source, l'amplitude du transitoire d'une chute de barre varie comme :

$$\Delta n \prec S\Delta\left(\frac{1}{\rho}\right) \tag{10.4}$$

Au contraire, celui d'un retrait de source varie comme :

$$\Delta n \prec \frac{\Delta S}{\rho} \tag{10.5}$$

10.2.4.2 Perspective sur la méthode SJ-Gen

Il est intéressant de noter que la technique SJ-Gen est tout à fait complémentaire avec la mesure de PNS. En effet, s'il s'avère que l'incertitude ne permet pas d'obtenir une estimation de la réactivité aussi précise que celle donnée par la PNS, une information sur les neutrons retardés est disponible. Cette information s'est revélée fiable puisque toutes les mesures SJ-Gen sont cohérentes avec les mesures de PNS. La réactivité étant connue, cette information peut être utilisée pour mesurer d'autres paramètres neutroniques.

Un paramètre neutronique est très simplement accessible grâce à l'une des méthodes d'analyse des transitoires de puissance, connaissant la réactivité en dollars. En effet, la méthode IF donne une mesure de la réactivité proportionnelle au temps de décroissance moyen des neutrons retardés (équation 2.10).

Cependant, cette méthode repose sur l'hypothèse d'un état initial stationnaire, ce qui n'est pas le cas avec le générateur de neutrons utilisé pour ces mesures. Il convient donc d'utiliser un autre générateur de neutrons, plus stable, ou de déterminer un facteur correctif permettant corriger les résultats de la méthode IF.

10.2.4.3 Conclusion sur le programme TRADE et l'utilisation des transitoires de puissance

Au cours de la campagne de mesures, dont les résultats sont présentés dans ce chapitre, la réactivité des trois configurations d'intérêt a été estimée avec précision. Parmi les méthodes qui ont été étudiées et appliquées aux mesures, il s'avère que la méthode de source de neutrons pulsé donne des résultats particulièrement précis.

Dans le cadre de l'estimation de la réactivité des ADS, il semble donc que la PNS soit une technique de mesure incontournable. Les résultats présentés ici confirment donc les conclusions du programme MUSE [72]. En effet, il semble que peu de mesure permettent de mesurer des niveaux de réactivité fortement sous-critiques, tels que ceux envisagés pour le fonctionnement des ADS.

Les méthodes standard des transitoires de puissance offrent ainsi peu d'intérêt car elles sont rapidement limitées par la faible statistique de comptage.

En revanche, l'analyse du transitoire induit par l'arrêt du générateur de neutrons s'avère fructueuse. En effet, cette technique bénéficie des deux avantages principaux de la méthode de neutrons pulsée : l'intensité de la source de neutrons et la possibilité d'ajuster simplement cette source en fonction du niveau de sous-criticité.

Comme on l'a vu, cette technique de mesure fournit des résultats entachés d'une incertitude plus importante que celle de la PNS, notamment car il faut tenir compte de l'incertitude due aux paramètres des groupes de neutrons retardés. Cependant, utilisée conjointement à la PNS, elle pourrait permettre d'estimer d'autres paramètres intégraux que la réactivité.

Conclusion générale

Ce travail de thèse est basé sur le développement du système de mesure X-MODE et son utilisation pour la réalisation de mesures neutroniques dynamiques, notamment dans le cadre des programmes de recherche sur les ADS. L'objectif principal étant d'obtenir une caractérisation précise de la mesure, il convient de maîtriser chaque étape menant de la détection du signal à l'estimation de la grandeur d'intérêt. En particulier, on s'est intéressé aux deux derniers étages du système de mesure : l'acquisition des signaux et les méthodes d'analyse des mesures.

Qualification du système d'acquisition et perspectives de développement

Le système d'acquisition X-MODE a été testé et qualifié dans chaque mode de fonctionnement. La carte logique, notamment, correspond parfaitement au cahier des charges. En particulier, le mode datation permet de réaliser des acquisitions extrêmement riches en information : grâce à un temps mort inférieur à celui des détecteurs, l'intégralité de l'information est ainsi enregristrée. Ce mode a été particulièrement utilisé lors des campagnes de mesures du programme TRADE pour les mesures neutroniques dynamiques : Source de Neutrons Pulsée (PNS) et transitoires de puissance.

Par ailleurs, le fonctionnement de la carte d'acquisition analogique a été validé. On s'est attaché à détailler les étapes importantes de la calibration de l'acquisition. Des caractéristiques précises sur la mesure ont été obtenues. On a montré notamment que le niveau de bruit est cohérent avec les mesures à réaliser en mode échantillonnage et en mode analyseur multicanal (Pulse Height Analyser ou PHA). Ce niveau de bruit varie entre 0.4 et 2 mV selon la voie considérée. Cela correspond, dans le cas de la mesure de l'amplitude d'impulsions de 300 mV, à un rapport signal à bruit variant entre 150 et 750.

Bien que ses performances soient limitées, le mode PHA actuellement implémenté dans le système fonctionne conformément à ce qui est attendu. Les spectres en amplitude réalisés à faible taux de comptage présentent notamment un écart type cohérent avec le bruit de mesure. Cependant, cet algorithme est loin d'être optimal. On a montré que l'algorithme de Jordanov, bien que plus complexe et donc plus difficile à implémenter, présente des résultats aussi précis que ceux obtenus avec une chaîne de spectrométrie du SPEx.

Ceci nous amène à envisager quelques perspectives de développement pour une nouvelle version du système d'acquisition X-MODE. En ce qui concerne l'amélioration du mode PHA, deux voies sont accessibles. La première consiste à implémenter l'algorithme Jordanov dans le FPGA de la carte analogique, comme cela a été réalisé pour les cartes

TNT développées par l'Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien (IPHC). Ceci soulève des problèmes de programmation et de gestion de mémoire. En revanche, une fois implanté au cœur de la carte, l'algorithme sera en mesure de traiter l'intégralité des signaux en temps réel. La seconde voie concerne le développement d'une application externe au système d'acquisition récupérant les données transitant sur le réseau pour réaliser le calcul de l'algorithme Jordanov. L'inconvénient de cette méthode est que les calculs ne se font pas en temps réel mais en différé avec un temps mort dépendant du temps de calcul.

Le suivi du flux neutronique sur une large gamme de taux de comptages (10 décades) constitue également une perspective de développement du système. Pour ce faire, il est nécessaire de faire fonctionner les deux cartes d'acquisition conjointement afin de tirer partie des trois modes de fonctionnement des chambres à fission. Deux étapes sont nécessaires à la réalisation de ce projet : l'adaptation d'un système de conditionnement du signal fournissant des signaux logiques et analogiques en parallèle et le développement d'un logiciel analysant les signaux issus des deux cartes d'acquisition.

Etude des méthodes d'analyse des transitoires de puissance

La seconde partie du travail de thèse a concerné l'étude statistique systématique des principales méthodes d'analyse des transitoires de puissance pour l'estimation de la réactivité. Parmi les méthodes et variantes présentées dans la thèse, il convient de retenir les résultats et recommandations concernant les quatre méthodes suivantes :

- la méthode d'Intégration du Flux (IF),
- la méthode d'Inversion des équations de la Cinétique (IC),
- la méthode d'Ajustement du Flux (AF),
- la méthode Carpenter Modifiée (CM).

Le fonctionnement des trois premières méthodes a été étudié dans le cadre du modèle de réacteur « point ». On s'est attaché à proposer des moyens de fournir les caractéristiques de l'estimation de la réactivité (biais et incertitudes) et à déterminer la sensibilité des estimateurs aux paramètres d'entrée. On a fixé les limites d'utilisation de chaque méthode et on a proposé des recommandations permettant de s'assurer de la qualité des résultats.

Parmi les paramètres d'entrée importants, notons l'influence de la durée de la perturbation sur les méthodes IF et AF, ainsi que la nécessité de choisir précisément l'instant du début du transitoire. La méthode IC, quant à elle, est particulièrement sensible au taux de comptage final. On a montré que, toute chose égale par ailleurs, celui-ci doit être faible pour obtenir des résultats de faible incertitude. Pour autant, il ne doit pas être inférieur à environ 20 coups par canal de mesure, sous peine d'introduire un biais sur l'estimation.

Il s'avère que les méthodes précédentes fournissent des résultats de qualité différente. De manière générale, on a montré que la méthode IF fournit des résultats entachés d'un biais plus important que les autres méthodes, de l'ordre de 1 à 2 %. Par ailleurs, il apparaît que la méthode AF fournit les résultats les plus précis. Quand cela est possible, on recommande donc l'utilisation de cette méthode.

Néanmoins, il est clair que ces trois méthodes d'analyse sont complémentaires. Suivant l'expérience envisagée, il est nécessaire de choisir l'une ou l'autre des méthodes. Ainsi, l'avantage de la méthode IF est de faire intervenir explicitement l'estimateur de la réactivité en fonction du temps de décroissance moyen des précurseurs de neutrons retardés. Par ailleurs, la méthode IC est la seule méthode d'analyse des transitoires de puissance ne nécessitant pas de connaître la forme de la perturbation. Enfin, on utilisera la méthode AF lorsque la statistique de comptage est faible et que l'estimateur le plus précis est nécessaire.

L'étude systématique des méthodes a permis de montrer le rôle prépondérant des paramètres des groupes de neutrons retardés sur l'estimation de la réactivité. En effet, dans les cas où la statistique des comptages est satisfaisante, l'incertitude due aux données nucléaires est prépondérante. Or, on connaît peu de choses sur la qualité de ces paramètres et l'influence du nombre de groupes de neutrons sur l'estimation de la réactivité.

Une étude basée sur la simulation de plusieurs jeux de paramètres à partir des données nucléaires de la bibliothèque JEFF-3.1 a donc été menée, avec pour objectif de mettre en évidence l'influence du modèle mathématique sur l'estimation. Elle a abouti à trois conclusions principales.

Tout d'abord, il a été montré qu'aucun lien direct ne relie la qualité de l'ajustement du modèle d'estimation des paramètres à la qualité de l'estimation de la réactivité. Ainsi, des modèles fournissant un bon ajustement peuvent donner un estimation biaisée de la réactivité, et inversement. En revanche, les modèles prenant en compte de nombreux paramètres fournissent, comme on s'y attendait, des résultats moins précis que les modèles avec peu de paramètres.

Deuxièmement, dans le cadre fixé par la simulation, il s'avère que le jeu de données à 8 groupes et 8 paramètres (les constantes de décroissance étant fixées) obtient les meilleurs résultats, en termes de biais et d'incertitude. A titre d'exemple, dans le cadre des simulations réalisées, l'incertitude sur la réactivité est de l'ordre de 1 % contre environ 6 % pour le jeu de données simulé avec le modèle standard (6 groupes et 12 paramètres).

Biais et effets spatiaux

L'étude précédente a montré que certains jeux de données fournissent des estimations de réactivité biaisées. On s'est donc intéressé à la détection d'un biais induit sur l'estimation de la réactivité par un jeu de paramètres incohérent avec le transitoire de puissance considéré. On a choisi pour cela un transitoire expérimental mesuré pour la première configuration sous-critique du programme TRADE. Des biais de 8 à 12 % ont été mis en évidence lors de l'analyse avec des jeux de données en spectre rapide (400 keV) et fusion (14 MeV). Parmi les tests statistiques utilisés afin de détecter ces biais, seuls deux ont permis de mettre en évidence les biais supérieurs à 10 %, les autres passant inaperçus. La limite de 10 % dépend de la statistique du transitoire mesuré : avec une meilleure statistique de comptage, le niveau de biais détectable est susceptible de diminuer. Cependant, il ressort de cette étude qu'il est délicat de détecter *a posteriori* une incohérence dans les données nucléaires.

Expérimentalement, une limite forte à l'estimation précise de la réactivité est la validité du modèle sur lequel repose les méthodes d'analyse des transitoires de puissance, à savoir le modèle du réacteur « point ». Pour mettre en évidence cette limite, on a utilisé un schéma de calcul basé sur les codes APPOLO2 et CRONOS2. La configuration du cœur simulé correspond à celle de la première configuration sous-critique du programme TRADE (SCO). En effet, lors d'une chute de barre réalisée pour cette configuration, il a été observé expérimentalement un écart d'environ 20 % dans les estimations de la réactivité en fonction

de la distance entre le détecteur et la barre d'absorbant. Le schéma de calcul a permis de calculer des transitoires de puissance reproduisant un écart de réactivité similaire.

Afin de corriger l'influence de la position du détecteur, on a développé et testé la méthode Carpenter modifiée, qui est une variante de la méthode de proposé par Carpenter. Dans le cas de transitoires expérimentaux, cette méthode a montré sa capacité à réduire la dispersion des mesures. Dans le cas des transitoires simulés, on observe que la réactivité donnée par la méthode CM est proche de la réactivité calculée à partir de la puissance intégrée sur l'ensemble du cœur.

Résultats des mesures dynamiques réalisées dans le cadre de TRADE

Afin d'explorer les niveaux de sous-criticité des trois configurations sous-critiques d'intérêt du programme TRADE, on a réalisé plusieurs expériences dynamiques, parmi lesquelles des expériences de PNS et trois types de transitoires de puissance, à savoir des chutes de la barre de régulation (RD), des retraits de source (SJ) et des transitoires induits par l'arrêt du générateur de neutrons (SJ-Gen).

Les résultats des estimations de la réactivité montrent, tout d'abord, que la PNS est une méthode incontournable pour la mesure des niveaux de réactivité très sous-critiques. Elle offre à la fois des résultats précis, indépendants des données nucléaires et peu influencés par les effets spatiaux et énergétiques.

Les résultats des transitoires, bien que plus dispersés, sont parfaitement cohérents avec les résultats des mesures de PNS. L'analyse de ces transitoires a largement bénéficié des conclusions des études précédentes et met en évidence l'intérêt de disposer de plusieurs méthodes d'analyse. En effet, les transitoires RD et SJ ont été analysés avec la méthode AF car elle fournit des résultats plus précis. En revanche, les transitoires SJ-Gen, qui présentent un état initial particulièrement instable, ont été analysés avec la méthode IC car celle-ci fournit des résultats dépendant peu de l'état initial.

Les transitoires SJ-Gen constituent des mesures originales et complémentaires des mesures de source de neutrons pulsée. En effet, connaissant la réactivité, mesurée précisément grâce à la PNS, ils peuvent être utilisés pour obtenir une estimation des autres grandeurs intégrales caractéristiques du transioires, tels que la constante de décroissance moyenne (grâce à la méthode IF). Il convient pour cela de réaliser les mesures avec un générateur de neutrons stable ou de développer une méthode permettant de corriger la méthode IF de l'instabilité de l'état initial.

Perspectives

L'obtention d'incertitudes précises et exhaustives sur l'estimation des grandeurs intégrales est un travail délicat. De nombreux paramètres entrent en jeu et influencent de manière conjointe la qualité des résultats. Dans le cas de la méthode d'inversion des équations de la cinétique par exemple, il ressort de l'étude que l'incertitude statistique est difficile à estimer précisément. Afin de remplacer les techniques de ré-échantillonnage, trop imprécises, il a été proposé un estimateur de l'incertitude qui ne nécessite pas de recourir à la simulation. Bien que cet estimateur soit perfectible, il fournit des résultats cohérents avec les observations. De manière plus générale, dans le cadre de l'interprétation des mesures neutroniques, l'analyse se heurte fréquemment à l'intervention de paramètres calculés et dont on connaît peu de chose. Citons les paramètres des groupes de neutrons retardés pour les transitoires de puissance, le taux intégral de fission et le facteur de Diven pour les mesures de bruit neutronique, ainsi que les facteurs MSM dans le cas des mesures statiques. Des efforts semblent nécessaires pour calculer les variances et covariances des paramètres calculés et pour prendre en compte ces incertitudes au sein des méthodes de mesure.

Enfin, il est prévu que le développement du système X-MODE se poursuive dans le cadre de son utilisation sur les réacteurs expérimentaux du CEA, ainsi que dans le cadre du futur programme de recherche GUINEVERE (Generator of Uninterrupted Intense NEutrons at the lead VEnus Reactor). Celui-ci sera dirigé par le StudieCentrum voor Kernenergie (Belgique) et fera suite aux programmes MUSE et TRADE. L'objectif de GUINEVERE est double. D'une part, le massif sous-critique étudié sera représentatif des conditions de fonctionnement d'un ADS refroidi au plomb, ce qui n'était que partiellement le cas pour MUSE. D'autre part, il permettra d'étudier précisément la relation entre le courant issu de l'accélérateur et la réactivité du massif. Ce programme devrait débuter au cours de l'année 2008.

Bibliographie

- [1] R. J. Tuttle, "Delayed neutron Data for reactor-physics analysis". Nucl. Sci. Eng 56 (1975) 37.
- [2] P. Reuss, J. Bussac, Traité de Neutronique, Hermann, 1985.
- [3] K. O. Ott, R. J. Neuhold, Introductory Nuclear Reactor Dynamics, American Nuclear Society, 1985.
- [4] D. Rozon, Introduction à la cinétique des réacteurs nucléaires, Editions de l'Ecole Polytechnique de Montréal, 1992.
- [5] C. Jammes, "Réponses temporelles à différentes excitations d'un système neutronique ponctuel : notion de fonction de transfert et développement de scripts Matlab". 2004.
- [6] E. F. Bennett, "Methods and errors in subcriticality measurements by rod drop flux profile analysis". Argonne National Laboratory, 1976.
- [7] M. Marseguerra, V. Sangiust, "The role of covariance matrix in the analysis of rod drop or rod jerk experiments". Ann. Nucl En. **12** (1985) 81.
- [8] E. F. Bennett, I. K. Olson, "Noise effect in Rod Drop Analysis". Applied Physics Annual Report (1970)
- [9] S. Synetos, J. G. Williams, "Delayed neutron yield and decay constants for thermal neutron-induced fission of U235". Nucl. En. 22 (1983) 267.
- [10] D. J. Loaiza, "Dominant delayed neutron precursors to model reactivity predictions for multiple fissioning nuclides". Nucl. Sci. Eng 134 (2000) 22.
- [11] G. R. Keepin *et al.*, "Delayed neutrons from fissionable isotopes of uranium, plutonium and thorium". Physical Review **107** (1957)
- [12] J. L. Rowlands, "Delayed neutron data in 8 time groups". 2003.
- [13] G. D. Spriggs, J. M. Campbell, "A summary of measured delayed neutron group parameters". Progress in Nuclear Energy **41** (2002) 145.
- [14] G. D. Spriggs *et al.*, "An 8-group delayed neutron model based on a consistent set of half-lives". Prog. Nucl. En **41** (2002)
- T. Blenski, "The application of the higher-order prompt-jump approximation to the numerical solutions of the reactor kinetics equations". Atomkernenergie **31** (1978) 232.
- [16] G. Kussmaul, "Prompt-jump correction of inverse kinetics rod-drop measurements". Nuclear Science and Engineering 40 (1970) 494.
- [17] T. Gozani, "Subcritical reactivity determinations Comparison of experimental methods". Trans. Am. Nucl. Soc. 9 (1966) 236.
- [18] W. S. Hogan, "Negative reactivity measurements". Nuclear Science and Engineering 8 (1960) 518.
- [19] O. A. Elovskii, "Correction for time of fall in negative-reactivity determination by rod-drop". Atomnaya Energiya **40** (1976) 418.

- [20] T. A. Lewis, "An improved method of measuring shutdown reactivity with the source jerk technique". Nuclear Energy **23** (1984) 133.
- [21] C. E. Cohn, "Simulation studies of subcriticality measurement by rod drop". Trans. Am. Nucl. Soc. **15** (1972) 522.
- [22] C. E. Cohn, "Experience with subcriticality determination by rod drop in the FTR-3 critical experiment". Trans. Am. Nucl. Soc. **14** (1971) 29.
- [23] S. G. Carpenter, R. W. Goin, "Rod drop measurements of subcriticality". Applied Physics division annual report (1969)
- [24] L. Anselmi *et al.*, "Aspects in the use of the inverse neutron kinetics technique". Nuclear Instrumentation and Methods **98** (1972) 485.
- [25] S. Tamura, "Signal fluctuation and neutron source in inverse kinetics method for reactivity measurement in the sub-critical domain". Journal of Nuclear Science and Technology **40** (2003) 153.
- [26] G. Perret *et al.*, "Determination of Reactivity by a Revised Rod-drop Technique in the MUSE-4 Programme Comparison with Dynamic Measurements". Seventh Information Exchange Meeting on Actinide and Fission Product Partitioning and Transmutation, 2002.
- [27] C. Y. Yang, R. W. Albrecht, "Subcriticality determination by a novel inverse kinetics technique". Trans. Am. Nucl. Soc. **16** (1973) 297.
- [28] J. E. Hoogenboom, A. R. V. d. Sluijs, "Neutron source strength determination for on-line reactivity measurements". Ann. Nucl En. **15** (1988) 553.
- [29] A. Kitano *et al.*, "Memorial-index-based inverse kinetics method for continuous measurement of reactivity and source strength". Journal of Nuclear Science and Technology **37** (2000) 53.
- [30] J.-F. Lebrat, "Etudes des incertitudes statistiques et systématiques sur les mesures de réactivite à Masurca." 1997.
- [31] G. Perret, "Amélioration et développement des méthodes de détermination de la réactivité Maitrise des incertitudes asociées". 2003.
- [32] J. P. West, J. C. Gauthier, "Validation de la méthode "chute de barre" pour SPX1". 1984.
- [33] J. P. West, J. C. Gauthier, "Les méthodes de pesée par chute de barre". 1983.
- [34] L. Oriol, O. Bouvy, "Analyse des essais FPT4 par suivi de la réactivité vue par les chambres à fission". 2000.
- [35] M. S. Bartlett, "Fitting a Straight Line When Both Variables are Subject to Error". Biometrics **5** (1949) 207.
- [36] P. Tassi, Méthodes statistiques, Ed. Economica, 1992.
- [37] J. Debord, "Régression non linéaire". http://www.unilim.fr/pages_perso/jean.debord/math/regnlin/regnlin.htm.
- [38] S. G. Carpenter, "Measurement of control rod worth Using ZPPR". Proc. Special Meeting on Control Rod Measurements Techniques., Cadarache, France, 1976.
- [39] S. Andriamonje *et al.*, "New neutron detector based on micromegas technology for ADS projects". Nuclear Instrumentation and Methods (A) **562** (2006) 755.
- [40] C. Jammes, B. Geslot, "Advantage of the area-ratio pulsed neutron source technique for ADS reactivity calibration ". Nuclear Instrumentation and Methods (A) To be published (2006)
- [41] R. E. Uhrig, Random Noise Techniques in Nuclear reactor systems, Ronald, 1970.
- [42] M. Bellanger, Traitement numérique du signal, 6è edition, Ed. Dunod, 1998.
- [43] G. Perret, "Compte rendu d'étalonnage de la chaine beta effectif". 2003.
- [44] J.-P. Hudelot, "Developpement, amélioration et calibration des mesures de taux de réaction neutroniques : élaboration d'un base de techniques standards". 1998.
- [45] S. Lukic, "Mesure de sections efficaces de réaction (n,xn) par spectrométrie gamma

prompte auprès d'un faisceau à très haut flux instantané". 2004.

- [46] G. F. Knoll, Radiation Detection an Measurement, Wiley, 1999.
- [47] V. T. Jordanov, G. F. Knoll, "Digital synthesis of pulse shapes in real-time for high resolution radiation spectroscopy". Nucl. Inst. Meth. A 345 (1994) 337.
- [48] V. Radeka, "Optimum signal-processing for pulse-amplitude spectrometry in the presence of high rate effects and noise". IEEE Trans. Nucl. Sci. **NS-15** (1968) 455.
- [49] V. T. Jordanov *et al.*, "Digital techniques for real-time pulse shaping in radiation measurements". Nucl. Inst. Meth. A **353** (1994) 261.
- [50] B. Gall, P. Médina, IPHC. 2006. Communication privée.
- [51] Canberra, Digital Signal Processor Mode 2060 Specifications.
- [52] B. Geslot, "Etude comparative des méthodes d'analyse des transitoires de puissance". 2005.
- [53] K. Kratz, G. Hermann, "Systematics of neutron emission probabilities from delayed neutron precursor". Z. Physik **263** (1973) 435.
- [54] A. Lendel, et al., "Determining delayed neutron yields by semiempirical formulas". Atomnaya Energiya **60** (1986) 215.
- [55] V. Zammit-Averlant, "Validation intégrale des estimations du paramètres Béta effectif pour les réacteurs MOX et incinérateurs". 1998.
- [56] M.-L. Giacri-Mauborgne, "Création d'une bibliothèque d'activation photo-nucléaire et mesure de spectres d'émission de neutrons retardés". 2005.
- [57] M. C. Brady, T. R. England, "Delayed neutron data and group parameters for 43 fissioning systems". Nucl. Sci. Eng **103** (1989) 129.
- [58] B. Geslot *et al.*, "Influence of the delayed neutron group parameters on reactivity estimation by rod drop analysis". A paraître dans Annals of Nuclear Energy (2006)
- [59] V. M. Piksaikin, S. G. Isaev, "Correlation properties of delayed neutrons from fast neutron induced fission". Progress report on delayed neutron measurement activities, Institute of Physics and Power Engineering, Obninsk, Russia, 1998.
- [60] D. J. Loaiza *et al.*, "Measurements of absolute delayed neutron yield and group constants in the fast fission of U235 and Np237". Nuclear Science and Engineering **128** (1998) 270.
- [61] P. Kauffmann, Statistique, Information Estimation Test, Dunod, 1994.
- [62] G. Saporta, Probabilités, Analyse de Données et Statistiques, Technip, 1990.
- [63] "Matlab Statistics Toolbox (V5.2) User's Guide". The Mathworks, 2006.
- [64] P. Bellier *et al.*, "APOLLO2.5 : Notice théorique ". 1999.
- [65] C. Doderlein (Laboratoire de Propulsion Nucléaire, CEA), 2006. Communication privée.
- [66] B. Akherraz *et al.*, "CRONOS2.5 : Le guide de l'utilisateur". 2002.
- [67] "A european roadmap for developing accelerator driven systems (ADS) for nuclear waste incineration". 2001.
- [68] "Internation Energy Outlook 2004". Energy Information Administration.
- [69] "Energy to 2050 Scenarios for a sustainable future". International Energy Agency.
- [70] "General synthesis report of XADS preliminary design studies and needed R&D". 2005.
- [71] "http://megapie.web.psi.ch".
- [72] F. Mellier, "The MUSE experiments for sub critical neutronics validation". 2005.
- [73] G. Imel *et al.*, "ADS Reactivity Measurements from MUSE to TRADE (and Where DoWe Go From Here?)". PHYSOR International Conference, Vancouver, Canada, 2006.
- [74] C. Jammes *et al.*, "Absolute Reactivity Calibration of Accelerator-Driven Systems after RACE-T Experiments". PHYSOR International Conference, Vancouver, Canada, 2006.

- [75] "TRADE feasibility report". 2002.
- [76] General Atomics, http://triga.ga.com.
- [77] H. Philibert *et al.*, "ASM experimental results in the TRADE clean core configuration". 2003.
- [78] Photonis, "Photonis neutron and gamma detectors". 2002.
- [79] G. Ban, et al., "Fast Rabbit measurements: determination of the neutron flux inside the TRIGA core at critical". 2004.
- [80] Russian Reseach Institute of Automatics, "VNIIA. Neutron Generator IHG-101-150 - Operating manual." The Russian Federation Ministry of Atomic Energy, 2003.
- [81] "ADS-7820 Notice Technique". Canberra.
- [82] C. Jammes, B. Geslot, "Experimental reactivity estimates of the three subcritical configurations of the zero-power RACE-T program". 2006.
- [83] C. Jammes *et al.*, "Comparison of reactivity estimation obtained from rod-drop and pulsed neutron source experiments". Ann. Nucl. Energy **32** (2005) 1131.
- [84] B. Geslot, C. Jammes, "Interest of the non linear fitting method for reactivity assessment using flux transient experiments". International Meeting PHYSOR 2006, Vancouver, Canada, 2006.
- [85] H. Fanet, "Electronique associée aux détecteurs de rayonnements". Technique de l'Ingénieur **BN2** (2002)

Liste des figures

Eléments de neutronique

Fig. 1.1 –	Réponse	du flux	neutroniqu	e à un	échelon	de	réactivité	et de	source	dans	le
cadre	e des équat	ions de l	la cinétique	point					•••••••••••	2	23

Etat de l'art des méthodes d'analyse des transitoires de puissance

FIG. 2.1 – Biais introduit par une variation linéaire de la réactivité.	31
FIG. 2.2 – Méthode des trois points, variante de la méthode SP	32
FIG. 2.3 - Cœur du réacteur XTC (Berkeley National Laboratory). Source : Lewis, 1	98435
FIG. 2.4 - Estimation de la réactivité après ajustement de la valeur de la source effective	ctive par
la méthode IC	
FIG. 2.5 - Représentation de la relation linéaire (en rouge) entre la source de r	neutrons
retardés et le taux de comptage.	
FIG. 2.6 - Représentation sur un transitoire du domaine utile à l'estimation de la r	éactivité
(en rouge)	40
FIG. 2.7 - Résultat de l'ajustement d'un transitoire simulé pour un réactivité de	-1 \$ en
utilisant la méthode AF	42
FIG. 2.8 - Comparaison entre un transitoire simulé et la reconstruction du	taux de
comptage fourni par la formule Carpenter	44

Présentation du projet X-MODE

FIG. 3.1 – Schéma général d'un système de mesure	49
FIG. 3.2 – Le système d'acquisition X-MODE (droite) relié à la baie de	conditionnement
du signal (gauche)	51
FIG. 3.3 – Schéma du système d'acquisition	

Fonctionnement du mode logique

FIG. 4.1 – Schéma-bloc du module de déclenchement	56
FIG. 4.2 – Schéma du module de datation	58
FIG. 4.3 – Ajustement exponentiel du spectre temporel	61
FIG. 4.4 – Estimation de la réactivité par la méthode des aires	61

FIG. 4.5 - Schéma de fonctionnement de deux algorithmes de calcul des	corrélations
neutroniques	63
FIG. 4.6 – Méthode Rossi-a	64
FIG. 4.7 - Représentation des paramètres mesurant la qualité de l'acquisition de	lu temps de
détection des impulsions par le module datation	65
FIG. 4.8 – Histogramme des intervalles de temps pour un signal poissonien	67
FIG. 4.9 – Schéma du module MCS	69

Fonctionnement du mode analogique

FIG. 5.1 – Schéma du module d'échantillonnage	72
FIG. 5.2 – Densité spectrale de puissance normalisée (en V ²) du bruit mesuré su	ur la voie V_4
	76
FIG. 5.3 – Densité spectrale de puissance (en dB) du bruit mesuré sur la voie V ₄	76
FIG. 5.4 – Densité spectrale de puissance (en décibels) d'une sinusoïde d'amplit	ude 0.6 V et
de fréquence 10 kHz mesurée sur la voie V ₁	77
FIG. 5.5 – Interspectre mesuré pour la configuration REF du cœur TRADE	79
FIG. 5.6 – Dépouillement d'un spectre de fission	
FIG. 5.7 – Schéma du module PHA	
FIG. 5.8 - Erreurs entachant la mesure de l'amplitude des impulsions	
FIG. 5.9 - Schéma de fonctionnement de l'algorithme M-D	
FIG. 5.10 – Schéma-bloc pour l'algorithme M-D	
FIG. 5.11 – Réponses du filtre MD	
FIG. 5.12 – Schéma de fonctionnement de l'algorithme MDC	
FIG. 5.13 – Schéma-bloc de l'algorithme MDC	
FIG. 5.14 – Réponses du filtre MDC	
FIG. 5.15 – Schéma-bloc de l'algorithme Jordanov	
FIG. 5.16 - Réponses du filtre Jordanov à un Dirac et un signal exponentiel	
FIG. 5.17 – Forme des impulsions simulées	
FIG. 5.18 - Signal simulé pour tester les algorithmes MD, MDC et Jordanov	
FIG. 5.19 - Spectres obtenus avec les algorithmes MD, MD corrigé et Jordanov	
FIG. 5.20 - Impulsions brutes issues du détecteur et impulsions mises	en forme
trapézoidale par l'algorithme Jordanov	
FIG. 5.21 – Comparaison entre les spectres reconstitués et le spectre DSP-2060.	91
FIG. 5.22 – Spectre en énergie du césium mesuré par le système X-MODE en	mode PHA
FIG. 5.23 – Spectres en énergie d'une source de cobalt 60 (zoom sur les	3 deux pics
photoélectriques) obtenus avec le mode PHA, le DSP-2060 et l'algorithm	ne Jordanov
FIG. 5.24 – Spectre en énergie d'une source de cobalt 60 obtenu avec le mo	de PHA du
systeme A-mODE	

Optimisation des méthodes d'analyse des transitoires de puissance

FIG. 6.1 – Schéma du processus d'estimation	100
FIG. 6.2 - Biais introduit par une variation linéaire de la réactivité sur l'estimation de	lu taux
de comptage à l'issue du saut prompt	101
FIG. 6.3 – Schéma des méthodes de calcul des caractéristiques d'un estimateur R	103
FIG. 6.4 – Résultats de la méthode SP en fonction de la réactivité	108

Fig.	6.5 – Validation de la formule de calcul de l'incertitude due aux comptages pour la méthode IF
Fig.	6.6 – Biais dans le calcul de l'intégrale du taux de comptage
FIG.	6.7 – Validation de l'estimation du biais pour la méthode IF
FIG.	6.8 – Performances de la méthode IF en fonction de la réactivité
FIG.	6.9 – Incertitude du vecteur réactivité en fonction du temps, dans le cas d'une
	réactivité de -1 \$
Fig.	6.10 – Comparaison entre l'incertitude de référence et l'incertitude calculée en
	fonction de la réactivité
Fig.	6.11 – Comparaison entre l'incertitude de référence et de l'incertitude calculée en
1101	fonction de la durée du transitoire
Fig.	6.12 – Comparaison de deux méthodes de ré-échantillonnage en fonction du taux de
1101	comptage final dans le cas d'un transitoire de -5 \$
Fig.	6.13 – Validation du calcul de l'incertitude due aux données nucléaires dans le cas d'un
1101	transitoire de -5 \$
Fig.	6.14 – Erreur sur la réactivité pour un calcul numérique discrétisé ou pour un calcul
	analytique
Fig.	6.15 – Réactivité en fonction du temps pour un taux de comptage final de 5 cps121
FIG.	6.16 – Distribution de la réactivité en fonction du temps dans le cas d'un taux de
1101	comptage final de 5 cps comparée à une distribution normale de même variance122
Fig	617 – Comparaison du biais calculé par ré-échantillonnage et du biais mesuré en
110.	fonction du taux de comptage final
Fig	618 – Validation du calcul de l'incertitude due aux comptages pour la méthode
110.	d'austement du flux
Fig	619 – Validation du calcul de l'incertitude due aux données nucléaires pour la
110.	méthode d'austement du flux
Fig	6 20 – Calcul du biais d'origine déterministe en fonction de la réactivité 130
FIG.	6 21 – Origine du biais d'origine deterministe en fonction de la feactivite
I 10.	0.21 Onglie du blais du au choix du debut du transitorie

Influence des paramètres des groupes de neutrons retardés

FIG.	7.1 - Rendements des précurseurs de neutrons retardés en fonction du temps de
	demi-vie pour un spectre thermique. Source : JEFF-3.1142
Fig.	7.2 - Evolution du calcul du temps de décroissance moyen en fonction du nombre de
	précurseurs pris en compte (données : JEFF-3.1)142
Fig.	7.3 - Schéma de principe de la mesure de la source de neutrons retardés émise par un
	matériau fissile soumis à une irradiation
Fig.	7.4 - Rendements des produits de fission en fonction de l'énergie des neutrons
	(thermique, rapide et 14 MeV pour le spectre de fusion) et précurseurs de neutrons
	retardés (spectre thermique)148
Fig.	7.5 - Abondances relatives des précurseurs en fonction du temps de demi-vie pour les
	spectres thermique, rapide et fusion149
Fig.	7.6 - Sources de neutrons retardés simulées à partir des données nucléaires des
	précurseurs de neutrons retardés issues de JEFF-3.1 pour trois énergies de neutrons
	incidents
Fig.	7.7 - Biais sur l'estimation de la réactivité pour les méthodes IF, IC et AF en fonction
	de la valeur RMSE des jeux de données154
Fig.	7.8 - Part de la variance (en %) due aux constantes de décroissance des précurseurs de
	neutrons retardés pour les spectres thermique, rapide et de fusion157
Fig.	7.9 - Part de la variance (en %) due aux fractions des précurseurs de neutrons retardés

	pour les spectres thermique, rapide et de fusion15	57
Fig.	7.10 – Incertitude (en %) sur la fraction des précurseurs de neutrons retardés pour le	es
	trois spectres thermique, rapide et de fusion (données JEFF-3.1)15	8
Fig.	7.11 – Ajustement d'un transitoire expérimental avec la méthode AF en utilisant le	es
	paramètres Tuttle15	59
Fig.	7.12 – Comparaison des estimation de la réactivité et des facteurs de qualité	60
Fig.	7.13 – Résidus observés pour les jeux de données J_1 (haut), J_9 (milieu) et J_{13} (bas) 16	51

Influence des effets spatiaux sur l'estimation de la réactivité

FIG. 8.1 – Configuration SC0 du coeur TRADE16	5
FIG. 8.2 – Dispersion de la réactivité mesurée en fonction de la position du détecteur pou	ır
deux transitoires réalisés dans la configuration SC016	6
FIG. 8.3 – Représentation du schéma de calcul utilisé pour la simulation de transitoires d	le
puissance avec les codes APOLLO2 et CRONOS216	8
FIG. 8.4 – Découpage du cœur trade en 5 milieux physiques d'intérêt16	9
FIG. 8.5 - Nappe de flux thermique avec la barre de régulation haute (figure du haut) e	et
basse (figure du bas)17	1
FIG. 8.6 – Rapports d'efficacité asymptotiques $r_k(t \rightarrow \infty)$ en chaque maille k du coeu	ır
TRADE-SC0 et position des emplacements de suivi du flux (numérotés de 1 à 7)17	2
FIG. 8.7 – Sauts prompts mesurés par les 7 détecteurs placés dans le cœur trade REF17	3
FIG. 8.8 – Evolution des rapports d'efficacité r_k en fonction du temps pour les 7 position	15
de détecteurs17	3
FIG. 8.9 – Comparaison des résultats de l'estimation de la réactivité (axe de gauche) et de	es
rapports d'efficacités (axe de droite)17	6
FIG. 8.10 – Sensibilités des comptages par rapport à la réactivité et à l'efficacité17	8
FIG. 8.11 – Comparaison des incertitude due aux données nucléaires obtenues avec le	es
méthode AF et Carpenter (2 cas de figures)17	9

Cadre et objectifs du programme TRADE

FIG. 9.1 – Prévision de l'évolution de la consommation électrique mo	ndiale et de la
population mondiale. Source : Energy Information Administration [68]187
FIG. 9.2 - Evolution des sources d'énergie mondiales pour un scénario de	développement
durable. Source : International Energy Agency [69]	
FIG. 9.3 - Radiotoxicité (relative au minerai d'Uranium) avant et après	transmutation.
Source : The european technical working group on ADS [67]	
FIG. 9.4 - Sections efficaces de capture radiative de l'uranium 238 et de l	'américium 241.
Source : JEFF-3.1	
FIG. 9.5 – Schéma de la réaction de spallation	
FIG. 9.6 – Schéma de principe d'un ADS	
FIG. 9.7 – Schéma de la cible de spallation	
FIG. 9.8 – Configuration de référence du programme MUSE-4	195
FIG. 9.9 – Vue du cœur triga depuis le haut de la piscine	

Analyse des mesures réalisées dans le cadre TRADE

FIG. 10.1 - Schéma d'un réacteur TRIGA en coupe axiale (gauche) et radiale (droite)200
FIG. 10.2 - Schéma des barres d'absorbant et des éléments combustible du coeur TRIGA
FIG. 10.3 – Schéma de la configuration de référence REF
FIG. 10.4 - Retraits de source mesurés barre de régulation basse et haute pour la
configuration SC2200
FIG. 10.5 - Transitoires induits par l'arrêt du générateur de neutrons (barre haute et barre
basse) pour la configuration SC0200
FIG. 10.6 - Evolution de la réactivité en fonction de la durée de la plage d'estimation du
taux de comptage initial pour les méthodes IC et AF207
FIG. 10.7 - Détermination de l'instant du début de la plage d'ajustement dans le cas d'un
retrait de source pour la configuration SC2 analysé avec la méthode AF208
FIG. 10.8 - Résultats pour la configuration SC0 avec la barre de régulation haute (figure du
haut) et la barre de régulation basse (figure du bas)210
FIG. 10.9 - Résultats pour la configuration SC2 avec la barre de régulation haute (haut) e
basse (bas)
FIG. 10.10 - Transitoires RD et SJ-Cf pour la configuration SC2 (barre basse)211
FIG. 10.11 - Résultats pour la configuration SC3 avec barre de régulation haute (figure du
haut) et basse (figure du bas)212
FIG. 10.12 - Transitoires SJ-PNS (barre basse) pour les configurations SC0, SC2 et SC3 213

Liste des tableaux

Présentation du projet X-MODE

Fonctionnement du mode logique

TAB. 4.1 – Précision du générateur d'impulsions	66
TAB. 4.2 – Caractéristiques statistiques pour un signal périodique (1 MHz)	en fonction de la
résolution	

Fonctionnement du mode analogique

TAB.	5.1 - Valeurs	de gain,	gamme	accessible,	offset	et RMSE	pour la	calibration	des 8
	voies de la car	te analogi	que						73
Тав.	5.2 – Bruit mo	oyen de m	nesure en	n LSB et mV	V pour	les 8 voies	s du systè	ème	75

Optimisation des méthodes d'analyse des transitoires de puissance

TAB. 6.1 – Notations relatives aux grandeurs neutroniques	
TAB. 6.2 – Notations relatives aux paramètres des transitoires	
TAB. 6.3 – Notations relatives à un estimateur R d'une grandeur ρ	
TAB. 6.4 – Résultats de l'estimation en fonction de la réactivité simulée	
TAB. 6.5 – Liste des paramètres influant sur les résultats de la méthode IF	
TAB. 6.6 – Evolution du biais des résultats de la méthode IF en fonction de l	a durée de la
perturbation	111
TAB. 6.7 – Incertitude sur la réactivité due au choix du début du transitoire	112
TAB. 6.8 – Validation du calcul de l'incertitude due aux comptages	117
TAB. 6.9 - Liste des paramètres influant sur les résultats de la méthode IC	
TAB. 6.10 – Résultats en fonction du taux de comptage final	
TAB. 6.11 – Influence du début de la plage d'ajustement ($T_p = 700$ s)	
TAB. 6.12 – Influence de la durée de la plage d'ajustement ($t_1 = 1$ s)	
TAB. 6.13 – Influence du niveau final sur les performances de la méthode AF	
TAB. 6.14 – Influence du début de la plage d'ajustement ($T_p = 700$ s)	
TAB. 6.15 – Influence de la durée de la plage d'ajustement ($t_1 = 700$ s)	

Тав. 6.16 –	Résultats	comparés	des	algorithmes	ML	et	moindres	carrés	dans	4 cas	de
figures.						•••••				••••••	134

Influence des paramètres des groupes de neutrons retardés

TAB. 7.1 – Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectr
thermique) proposés par Tuttle (1975)14
TAB. 7.2 - Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectr
thermique) proposés par Loaiza (2000)14
TAB. 7.3 – Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectr
thermique) proposés par Spriggs (2002)14
TAB. 7.4 – Comparaison des temps de décroissance moyen pour quelques jeux d
paramètres des groupes de neutrons retardés
TAB. 7.5 – Paramètres des groupes de neutrons retardés pour l'uranium 235 (spectr
rapide) proposés par Brady & England (1989)
TAB. 7.6 – Incertitudes sur les paramètres des groupes de neutrons retardés pou
l'uranium 235 (spectre thermique) proposés par Tuttle
TAB. 7.7 – Matrice de corrélation proposée par Loaiza
TAB. 7.8 – Temps de décroissance moyen calculés à partir des données précurseurs issue
de la bibliothèque JEFF-3.1 et des données Tuttle
TAB. 7.9 – Qualité des modèles d'ajustement
TAB. 7.10 - Résultats de l'estimation de la réactivité par la méthode IF avec les jeux d
données thermiques
TAB. 7.11 - Résultats de l'estimation de la réactivité par la méthode IC avec les jeux d
données thermiques
TAB. 7.12 - Résultats de l'estimation de la réactivité par la méthode AF avec les jeux d
données thermiques
TAB. 7.13 – Biais (en %) sur l'estimation de la réactivité des transitoires thermique, rapid
et fusion avec les jeux de données précurseurs pour les trois spectres
TAB. 7.14 – Incertitude (en %) sur l'estimation de la réactivité des transitoires thermique
rapide et fusion avec les jeux de données précurseurs pour les trois spectres
TAB. 7.15 – Résultats de l'estimation de la réactivité avec les données Tuttle, JEFF-3.1 et le
jeux de données à 6 groupes pour les spectres thermique, rapide et fusion
TAB. 7.16 – Liste des tests d'hypothèse appliqués aux résidus des jeux de données16

Influence des effets spatiaux sur l'estimation de la réactivité

TAB. 8.1 – Données nucléaires calculées par le code CRONOS2170
TAB. 8.2 – Valeurs asymptotiques et durées de stabilisation des fonctions $r_k(t)$ pour les 7
détecteurs174
TAB. 8.3 – Estimation de la réactivité des transitoires calculés avec la méthode AF174
TAB. 8.4 – Réactivités estimées par la méthode CM176
TAB. 8.5 - Résultats de la méthode Carpenter en fonction de la réactivité (2 cas de figures)
TAB. 8.6 - Résultats de la méthode Carpenter en fonction du taux de comptage initial pour
un niveau de réactivité de -3 \$180
TAB. 8.7 - Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode AF pour la
configuration REF181
TAB. 8.8 - Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode AF pour la

	configuration SC0	.181
TAB	8. 8.9 – Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode CM pou	ır la
	configuration REF.	.181
TAB	8. 8.10 – Résultats de l'analyse d'une chute de barre (REG) avec la méthode CM pou	ar la
	configuration SC0	.181

Cadre et objectifs du programme TRADE

Analyse des mesures réalisées dans le cadre DE TRADE

TAB. 10.1 – Paramètres neutroniques utilisés pour l'analyse des transitoires de	puissance201
TAB. 10.2 – Masse de dépôt d'uranium pour les chambres miniatures	
TAB. 10.3 - Sensibilités des chambres à fission CFUM utilisées lors de la	campagne de
mesures	
TAB. 10.4 – Liste des mesures dynamiques réalisées lors de la dernière	campagne de
mesures	204
TAB. 10.5 – Résultats des mesures de la campagne TRADE-IA pour le détecteur	: A214

Glossaire

Actinides mineurs : Les actinides mineurs sont des isotopes transuraniens produits par capture radiative lors de l'irradiation du combustible dans les centrales nucléaires. On considère particulièrement les isotopes de trois éléments, à savoir : l'américium, le neptunium et le curium.

ADS (Accelerated Driven System ou système hybride) : Le concept des ADS, proposé en 1996 par Carlo Rubbia, est dédié à la transmutation des déchets radioactifs à vie longue. Son principe repose sur le couplage d'un massif sous-critique à une source externe de neutrons, fournie par accélérateur de protons frappant une cible métallique. En effet, la réaction entre les protons de haute énergie (plusieurs centaines de MeV) et les noyaux de la cible (dite réaction de spallation) fournit une source intense de neutrons, permettant de générer et de contrôler le flux neutronique au sein du massif sous-critique. Le coefficient de multiplication de ce dernier serait de l'ordre de 0.95 à 0.97, ce qui permettrait de disposer d'une large marge de sécurité et autoriserait l'introduction dans le combustible d'une part importante de déchets à incinérer.

AF (méthode d'Ajustement du Flux) : C'est une méthode d'estimation de la réactivité à partir d'un transitoire de puissance, basé sur l'ajustement des comptages mesurés par un modèle de taux de comptage issu de la résolution des équations de la cinétique point.

Coefficient de multiplication k: C'est le rapport du nombre de neutrons d'une génération à celui de la génération précédente. Le coefficient de multiplication associé à un milieu fissile de dimensions infinies est noté k_{∞} . Le coefficient de multiplication correspondant à un réacteur réel est qualifié d'« effectif » et il est noté k_{eff} .

Constante de décroissance λ : C'est une caractéristique de l'évolution d'une population de noyaux radioactifs. Elle représente la probabilité de décroissance d'un noyau par unité de temps.

Datation (des impulsions) : Le mode datation est un mode d'acquisition des données dans lequel chaque impulsion issue du détecteur est comptée et datée. De cette manière, l'ensemble de l'information temporelle issue du détecteur est enregistrée. Ceci permet d'utiliser a posteriori le type de traitement à appliquer aux données : analyse des corrélations, suivi du taux de comptage, etc.

Déchets nucléaires : On peut considérer que les déchets nucléaires sont de deux types. Les déchets nucléaires produits par contamination (de manières indirecte) au cours du fonctionnement des centrales électronucléaires ou du retraitement des déchets radioactifs représentent un volume important mais une faible part de la radiotoxicité totale. Au contraire, les déchets radioactifs produits directement au sein des réacteurs (combustible irradiés, éléments de structure activés) représentent un volume relativement faible mais correspondent à la majeure partie de la radiotoxicité. Parmi ces déchets, on compte les déchets à vie courte (quelques centaines d'année) et les déchets à vie longue (plusieurs centaines de milliers d'années). Ces derniers comprennent quelques produits de fission (iode, technicium) ainsi que des éléments transuraniens (actinides mineurs). Notons que suivant le cycle du combustible envisagé, le plutonium est considéré soit comme un déchet, soit comme un matériau combustible qu'il convient de réutiliser après retraitement et séparation du reste du combustible irradié. Cette seconde option est, notamment, le cas de la France. Les déchets issus du retraitement sont appelés « déchets ultimes ».

Défaut balistique : Le défaut balistique est un biais entachant la mesure de l'amplitude des impulsions issues d'un détecteur à gaz. En effet, les charges étant créées dans des régions où le champ électrique est d'intensité variable, il en résulte que les charges n'ont pas toutes la même mobilité. Si le temps de collection des charges les plus lentes est supérieur à la constante de temps de l'électronique, il en résulte une perte d'amplitude des impulsions.

Densité spectrale de puissance (dsp) : Pour un signal, elle est égale au carré du module de la transformée de Fourier. On peut aussi définir la dsp par la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation du signal.

Dollar (\$) : Le dollar est une unité de mesure de la réactivité. C'est la réactivité rapporté à la fraction totale de neutrons retardés. Un dollar vaut donc β pcm.

IC (méthode d'Inversion des équations de la Cinétique) : Cette méthode d'analyse des transitoires de puissance pour l'estimation de la réactivité est basée sur l'expression de la réactivité en fonction de la source de neutrons retardés et d'un terme dépendant de la source externe, généralement inconnue. L'estimation de la source est réalisée en ajustant sa valeur de telle sorte que la réactivité soit constante sur une plage de temps postérieure à la perturbation qui induit le transitoire.

IF (méthode d'Intégration du Flux ou méthode « source jerk ») : Cette méthode permet d'estimer la réactivité correspondant à un transitoire de puissance à partir d'une formule analytique dépendant des taux de comptages initial et final, de l'intégrale des comptages au cours du transitoire et du temps de décroissance moyen des neutrons retardés.

FPGA (Field Programmable Gate Array) : Il s'agit de circuits logiques (ou réseau logiques) pouvant être reprogrammés après sa fabrication. Ils sont composés de cellules logiques élémentaires (portes ET, OU, etc) librement assemblables.

Fraction de neutrons retardés : C'est la part des neutrons retardés pour chaque neutron de fission. Elle est de l'ordre d'environ 700 pcm pour un réacteur thermique et d'environ 250 pcm pour un réacteur rapide. Si $\bar{\nu}_d$ est le nombre moyen de neutrons retardés par fission et $\bar{\nu}_p$ le nombre moyen de neutrons prompts par fission, elle s'exprime :

$$\beta = \frac{\overline{V}_d}{\overline{V}_d + \overline{V}_p}$$

L'équation précédente est une formule simplifiée car il n'est pas tenu compte des spectres en énergie des neutrons prompts et retardés. Pour prendre en compte cette dépendance, il faut utiliser la théorie du transport neutronique. La fraction de neutrons retardés ainsi
calculée est dite « effective » et notée β_{eff} . Avec les notations standard, elle s'exprime :

$$\beta_{eff} = \frac{\sum_{i} \int_{V} \left[\int v_{d_{i}}(E) \Sigma_{f_{i}}(E,\vec{r}) \phi(E,\vec{r}) dE \int \chi_{d_{i}}(E') \phi^{*}(E',\vec{r}) dE' \right] d\vec{r}}{\sum_{i} \int_{V} \left[\int v_{i}(E) \Sigma_{f_{i}}(E,\vec{r}) \phi(E,\vec{r}) dE \int \chi_{i}(E') \phi^{*}(E',\vec{r}) dE' \right] d\vec{r}}$$

MCS (Multichannel spectrum) : Le mode d'acquisition MCS consiste à enregistrer le nombre d'impulsions survenant dans des fenêtres temporelles consécutives (ou canaux) de durée fixée. Ceci permet de suivre l'évolution du taux de comptage en fonction du temps.

Mesure de bruit neutronique (ou bruit de pile) : Il s'agit d'expériences basées sur la mesure des corrélations existant entre les neutrons issues d'une même chaîne de fission. Du fait de ces corrélations, les fluctuations du taux de comptage ou du courant issu du détecteur ne sont pas complétement aléatoires. Ces corrélations sont mesurables en travaillant dans le domaine temporel (fonctions d'auto- et d'inter-corrélation) ou dans le domaine fréquentiel (densités spectrales de puissance).

Mesures neutroniques dynamiques : Ces expériences reposent sur une perturbation du réacteur dont le flux varie entre deux états stables. Elles regroupent notamment les transitoires de puissance, les mesures de source de neutrons pulsée et les mesures d'oscillation de source.

Mesures neutroniques statiques : Ces expériences reposent sur des mesures de taux de comptage pour un état stable du réacteur. Elles regroupent notamment des mesures de traverses de flux, les mesures MSA/MSM et les mesures d'indices de spectre.

Mode courant : Il s'agit du dernier mode de fonctionnement des chambres à fission. Dans ce mode, les fluctuations du signal sont trop faibles pour être mesurées et seule la valeur moyenne du signal est accessible. Celle-ci est proportionnelle au taux de comptage.

Mode fluctuation : Dans ce mode de fonctionnement des chambres à fission, le taux de comptage est suffisamment élevé pour que les impulsions s'empile et forme un courant fluctuant. Les théorèmes de Campbell prouvent que les deux premiers moments (moyenne et variance) de ce courant I sont proportionnels au taux de comptage R et à une puissance de la charge moyenne déposée dans le détecteur.

$$\overline{I} \prec \overline{Q} \cdot R$$
$$\sigma_I^2 \prec \overline{Q}^2 \cdot R$$

Mode impulsion : Il s'agit du mode de fonctionnement des chambres à fission lorsque le taux de comptage est faible (typiquement inférieur à 10⁵ cps). Dans ce cas, les particules détectées sont suffisamment espacées les unes des autres pour les impulsions puissent être traitées séparément.

Nappe de flux : La distribution radiale du flux neutronique, mesurée expérimentalement ou calculée par un code déterministe, est appelée nappe de flux.

pcm : Bien que la réactivité soit sans dimension, le pcm (pour cent mille) est l'unité standard de la réactivité.

PHA (Pulse Height Analyser) : Ce mode d'acquisition est basé sur un conditionnement du

signal utilisant un préamplificateur de charge. Ainsi, l'amplitude des impulsions est proportionnelle à la charge déposée dans le détecteur. De nombreux algorithmes de traitement permettent ensuite de mesurer l'amplitude des impulsions de manière à reconstituer une distribution proportionnelle au spectre en énergie des particules détectées.

PNS (Pulsed Neutron Source) : Cette méthode d'estimation de la réactivité est basée sur la perturbation du cœur induite par une source de neutrons pulsée. En mesurant la décroissance des neutrons entre chaque impulsions, on obtient un spectre donc l'évolution dépend principalement de la constante de décroissance prompte $(\rho - \beta)/\Lambda$. Plusieurs méthodes, telles que la méthode d'ajustement ou la méthode des aires, permettent d'en déduire la réactivité.

Radiotoxicité : La radiotoxicité r est le produit de l'activité A (le nombre de désintégrations radioactives par seconde) par la dose effective e. Celle-ci correspond aux dommages réels subits par le corps humain sous irradiation d'un certain type de particules ionisantes.

$$r = Ae$$

Réactivité (ρ) : Une manière simple de comprendre la réactivité est de considérer qu'elle dépend du coefficient de multiplication effectif :

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

En réalité, les définitions de la réactivité, issues de la théorie du transport, sont multiples. Avec les notations standard, la réactivité statique est donné par la formule suivante :

$$\boldsymbol{\rho}_{s0} = \frac{\left\langle \boldsymbol{\phi}_{0}^{*}, \left(\mathbf{F} - \mathbf{M}\right) \boldsymbol{\phi}_{0} \right\rangle}{\left\langle \boldsymbol{\phi}_{0}^{*}, \mathbf{F} \boldsymbol{\phi}_{0} \right\rangle}$$

Pour un réacteur critique, la réactivité dynamique vaut :

$$\rho(t) = \frac{\left\langle \phi_0^*, (\mathbf{F} - \mathbf{M}) \psi_0 \right\rangle}{\left\langle \phi_0^*, \mathbf{F} \psi_0 \right\rangle}$$

Enfin, lorsque le récteur est initialement sous-critique, la réactivité s'exprime :

$$\rho(t) = \frac{\left\langle \phi_{\lambda 0}^{*}, (\mathbf{F} - \mathbf{M}) \psi_{0} \right\rangle}{\left\langle \phi_{\lambda 0}^{*}, \mathbf{F} \psi_{0} \right\rangle}$$

Rendement de fission : Le rendement de fission d'un produit de fission est le nombre de noyaux de cet isotope créé par fission. Etant donné qu'une fission fournit deux produits de fission, la somme de rendements de fission est donc normalisée à 2.

Rendement de fission cumulé : Le rendement de fission cumulé d'un produit de fission est le nombre de noyaux de cet isotope apparaissant dans la chaîne de décroissance de l'ensemble des isotopes créés par la fission. Les rendements de fission cumulés sont nécessaires pour le calcul de la fraction totale de neutrons retardés.

Saut prompt (SP) : Lors d'une modification de la réactivité ou de la source externe du système, la partie prompte de la populatio neutronique s'ajuste aux nouvelles conditions avec une constante de temps très faible (valant $(\rho \cdot \beta)/\Lambda$), ce qui produit un « saut » dans le niveau de flux.

Source de neutrons retardés : C'est la somme des neutrons émis au cours du temps par les précurseurs de neutrons retardés. En utilisant le formalisme des groupes de neutrons, la source de neutrons retardés s'exprime en fonction des concentrations $C_i(t)$ des précurseurs et de leur constante de décroissance λ_i :

$$S_{d}(t) = \sum_{i} \lambda_{i} C_{i}(t)$$

Spallation : Il s'agit d'une réaction nucléaire entre les nucléons d'un noyau lourd et un proton de haute énergie (de quelques centaines de MeV jusqu'à quelques GeV). A de telles énergies, le proton pénètre profondément dans le noyau pour « percuter » les nucléons, entraînant une « cascade intra-nucléaire » qui mène à l'émission de particules secondaires très énergétiques. Celles-ci peuvent alors induire d'autres réaction de spallation avec les noyaux alentours. Le noyau initial est laissé dans un état très excité dont il se désexcite en émettant un grand nombre de particules, dont plusieurs neutrons. Finalement, un proton de 1 GeV peut induire par spallation l'émission de 25 à 30 neutrons.

Spectre de fission : On appelle spectre de fission la distribution des produits de fission en fonction de leur masse. Le spectre de fission d'une chambre à fission est mesurable, bien que de manière peu précis, grâce au mode PHA.

Spectre neutronique : Le spectre neutronique est la distribution en énergie des neutrons issus du processus de fission. Un spectre neutronique purement thermique est donné par l'équation de Maxwell : il s'agit d'une gaussienne centrée sur 25 meV. En pratique, même dans le cas d'un réacteur thermique, le spectre neutronique possède une partie rapide aux alentours de l'énergie initiale des neutrons de fission (400 keV).

Temps de décroissance moyen (des précurseurs de neutrons retardés) : Il s'agit de la moyenne pondéré des constantes de décroissance des groupes de neutrons retardés. τ_d vaut environ 13 s pour un réacteur à spectre thermique. Il est proportionnel à la réactivité du système moyen.

$$au_d = \sum_i rac{a_i}{\lambda_i}$$

Temps de demi-vie ($T_{1/2}$): Pour un isotope radioactif, il correspond à la durée nécessaire à la population des noyaux pour diminuer de moitié. Il est relié à la constante de décroissance λ par la relation suivante :

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

Temps de génération : Il s'agit de la durée moyenne entre deux générations de neutrons. Une formulation simplifiée permet d'exprimer le temps de génération en fonction du temps de vie moyen des neutrons *l* et du coefficient de multiplication k_{eff} .

$$\Lambda = \frac{l}{k_{eff}}$$

Une formulation plus rigoureuse est donnée par la théorie du transport. Avec les notations opérationnelles standard, il s'exprime :

$$\Lambda(t) = \frac{\left\langle \phi_0^*, v^{-1} \psi_0 \right\rangle}{\left\langle \phi_0^*, \mathbf{F} \psi_0 \right\rangle}$$

Transitoire de puissance (transitoire de flux) : Les transitoires de puissance sont des mesures neutroniques standard réalisées sur les réacteurs expérimentaux pour mesurer un niveau de réactivité ou le poids d'un barre d'absorbant. Une modification de la réactivité (retrait ou insertion d'absorbant) ou de la source (retrait ou insertion de source) produit une variation du flux. L'évolution du flux, contrôlée par les neutrons retardés, est liée au niveau de réactivité final.

Transmutation (ou incinération) : De manière générale, la transmutation est la transformation d'un élément X en un élément Y par l'intermédiaire d'une réaction nucléaire non conservatrice du nombre de protons. Les réactions nucléaires aboutissant à une transmutation sont, par exemple, les décroissance radioactives, la réaction de fission ou de fusion.

Dans le cadre du retraitement des déchets nucléaires à vie longue, la transmutation concerne la fission des noyaux lourds (produits par capture radiative durant l'irradiation du combustible) grâce à un flux neutronique de spectre rapide. Les produits de fission ainsi créés possèdent une une durée de vie, ainsi qu'une radiotoxicité, beaucoup plus faible.

TTL (Transitor-transistor logic) : TTL est une norme électronique définissant la forme des signaux transitant entre les composants d'un circuit. De manière simplifiée, les signaux TTL sont des signaux carrés dont le niveau bas est 0 V et le niveau haut vaut 5 V.

Annexes

Annexe A

Calcul de la matrice de covariance des paramètres ajustés (méthode AF)

On démontre dans cette annexe la formule utilisée pour calculer la matrice de covariance des paramètres ajustés par la méthode AF (généralement la réactivité et le taux de comptage final). On donne aussi la formule permettant de calculer la sensibilité des résultats par rapport aux comptages. En effet, cette sensibilité est difficilement calculable par différences finies car le nombre de comptages est généralement élevé.

La méthode s'appuie sur une linéarisation du problème, puis sur les résultats fondamentaux de la théorie des moindres carrés linéaires. Le cadre de cette théorie est rappelé dans le premier paragraphe.

A.1 Principaux résultats de la théorie des moindres carrés linéaires

On considère un modèle linéaire calculant une grandeur mesurable y en fonction de n variables $(x_i)_{i=1..n}$ et de p paramètres $(\theta_i)_{i=1..p}$. On définit X une matrice $n \ge p$ regroupant en ligne n valeurs des variables x. On définit aussi \hat{Y} un vecteur $n \ge 1$ de valeurs calculées par le modèle et Y un vecteur de mêmes dimensions comportant les $(y_i)_{i=1..n}$ grandeurs mesurées. On suppose connue la matrice de covariance V[Y] des mesures.

En utilisant le formalisme matriciel, le modèle linéaire s'ecrit :

$$\hat{Y} = X\theta$$

On considére les hypothèses suivantes :

- l'incertitude sur les variables x_i est négligeable devant celle sur les variables y_i ,
- les observations y_i sont indépendantes,
- les écarts au modèle $\varepsilon_i = \hat{y}_i y_i$ sont indépendants et suivent des lois normales centrées.

Sous ces hypothèses la théorie des moindres carrés permet d'établir les deux résultats suivants.

1. L'estimateur des moindres carrés pour les paramètres θ est :

$$\tilde{\theta} = \left(X^{t} \operatorname{V}[Y]^{-1} X\right)^{-1} X^{t} \operatorname{V}[Y]^{-1} Y$$

Cet estimateur est assymptotiquement sans biais et de variance minimale.

2. La variance des paramètres estimés s'exprime :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] = \left(X^{t} \mathbf{V}\left[Y\right]^{-1} X\right)^{-1}$$

A.2 Calcul de la matrice de covariance des paramètres ajustés

On va maintenant appliquer les formules précédentes à une linéarisation du problème d'ajustement. Soit Y_e un vecteur de longueur *n* contenant les taux de comptage mesurés pendant un transitoire de flux. Pour pouvoir estimer le vecteur des paramètres θ , on utilise un modèle *f*:

$$\hat{Y} = f\left(\theta \,\middle|\, P, n_0\right)$$

Dans cette équation :

 θ est le vecteur des paramètres à estimer, par exemple : (ρ, n_{∞}) $\hat{Y} = (\hat{y}_i)_{i=1.n}$ est le vecteur solution des équations de la cinétique ρ est la réactivité n_{∞} est le taux de comptage final à l'issue du transitoire n_0 est le taux de comptage initial avant le transitoire

P est un vecteur contenant les données nucléaires de base

On obtient les paramètres estimés $\tilde{\theta}$ donnés par un algorithme des moindres carrés non linéaires. $\tilde{\theta}$ est la réalisation d'une variable aléatoire $\tilde{\Theta}$ dont on sait calculer la matrice de covariance dans le cas d'un modèle linéaire. Les développements suivants ont donc pour but de linéariser notre problème non linéaire aux alentours de la réalisation $\tilde{\theta}$. Pour simplifier les notations, on notera $V[\tilde{\theta}]$ la variance de la variable $\tilde{\Theta}$ au point $\tilde{\theta}$.

La matrice jacobienne de la fonction f est nécessaire au calcul de la matrice de covariance. Elle est définie par :

$$J(\theta) = \left[\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial \theta_j}\right]_{i,j} = \frac{\partial f}{\partial \theta}$$

Pour pouvoir introduire simplement *J*, on réalise un développement limité de *f* au voisinage de $\tilde{\theta}$:

$$f(\theta) \simeq f\left(\tilde{\theta}\right) + \frac{\partial f}{\partial \theta}\Big|_{\tilde{\theta}} \left(\theta - \tilde{\theta}\right)$$

On peut alors introduire un modèle linéaire Z :

$$\hat{Z}(\theta) = f(\theta) - f(\tilde{\theta}) + J(\tilde{\theta})\tilde{\theta} = J(\tilde{\theta})\theta$$

Par définition, $\tilde{\theta}$ est aussi solution du problème linéaire. La variance de $\tilde{\theta}$ est donc donnée par la formule standard dans le cas linéaire :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] = \left[J\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right)^{T}\mathbf{V}\left[Z_{e}\right]^{-1}J\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right)\right]^{-1}$$

De plus, au premier ordre, la variance de $Z_e = Y_e(\theta) - \hat{Y}(\tilde{\theta}) + J(\tilde{\theta})\tilde{\theta}$ est égale à celle de Y_e . Donc on peut exprimer $V[\tilde{\theta}]$ par :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\theta}\right] = \left[J\left(\tilde{\theta}\right)^{T}\mathbf{V}\left[Y_{e}\right]^{-1}J\left(\tilde{\theta}\right)\right]^{-1}$$

A.3 Sensibilités des paramètres estimés par rapport aux comptages

Les sensibilités des paramètres par rapport aux comptages s'expriment :

$$S_{\tilde{\theta}, y_i} = \frac{\partial \theta}{\partial y_i}$$

Le vecteur des taux de comptages est une variable d'état du système des équations de la cinétique. On peut en tirer partie pour obtenir une formule simple donnant la sensibilité des paramètres par rapport aux comptages. En effet, la théorie des moindres carrés linéaires (que l'on peut appliquer au modèle linéarisé) fournit une formule donnant la valeur des paramètres estimés. Appliqué au modèle linéarisé $\hat{Z}(\theta) = J\theta$, on obtient :

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \left(\boldsymbol{J}^T \boldsymbol{\mathsf{V}} \left[\boldsymbol{Y}_e \right]^{-1} \boldsymbol{J} \right)^{-1} \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{\mathsf{V}} \left[\boldsymbol{Y}_e \right]^{-1} \boldsymbol{Y}_e$$

En dérivant par rapport à Ye, on trouve directement les sensibilités recherchées :

$$S_{\tilde{\theta}, y_i} = \left(J^T \mathbf{V} \left[Y_e\right]^{-1} J\right)^{-1} J^T \mathbf{V} \left[Y_e\right]^{-1}$$

A partir de cette formule, on peut retrouver la variance du vecteur $\tilde{\theta}$ en utilisant la formule de propagation des erreurs :

$$\mathbf{V}\left[\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right] = S_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}, y_i}^T \mathbf{V}\left[Y_e\right] S_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}, y_i}$$

Annexe B

Calcul de la variance de la réactivité en fonction du temps (méthode IC)

On propose dans cette annexe les démonstrations de deux méthodes de calcul de la variance du vecteur réactivité en fonction du temps intervenant dans la méthode IC.

B.1 Calcul par propagation des erreurs

Dans cette section, on considère connu le vecteur réactivité en fonction du temps $(\rho_i)_{i=1.n}$. Chaque échantillon de réactivité ρ_i dépend de l'ensemble des comptages $(n_j)_{j=1.n}$ précédents l'instant *i* du transitoire mesuré. Afin d'appliquer la formule de propagation des erreurs, on se propose de calculer la dérivée de l'échantillon à l'instant *i* en fonction du comptage à l'instant $j \le i$. Par définition, la matrice *J* est triangulaire supérieure.

$$J_{i,j=}\frac{\partial \rho_i}{\partial n_j}$$

Pour ce faire, on applique simplement l'opération dérivée à la formule cinétique inverse :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial n_j} = \frac{\Lambda}{\beta} \frac{-1}{n_i} \left(\frac{\partial S_{di}}{\partial n_j} + \frac{\partial S_i}{\partial n_j} - \frac{\partial \dot{n}_i}{\partial n_j} \right) + \frac{\Lambda}{\beta} \frac{S_{di} + S_i - \dot{n}_i}{n_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial n_j}$$

On se place dans les conditions suivantes :

- La source de neutrons effective est constante donc $\frac{\partial S_i}{\partial n_j} = 0$.
- Les comptages sont indépendants donc $\frac{\partial n_i}{\partial n_j} = 1$ si i = j et 0 autrement.
- Cette dernière hypothèse implique : $\frac{\partial \dot{n}_i}{\partial n_j} \approx \frac{1}{\delta t}$ si i = j et 0 autrement, (δt est le pas de discrétisation temporel).

B.1.1 Calcul de la dérivée de S_d

On utilise pour ce calcul la forme discrétisée de l'équation donnant la forme analytique de la source de neutrons retardés S_d .

$$S_{di} = \sum_{k=1}^{6} \left[\frac{n_0 \beta_k}{\Lambda} e^{-\lambda_k i dt} + \frac{\lambda_k \beta_k}{\Lambda} \sum_{l=0}^{i} n_l e^{-\lambda_k (l-i)\delta t} \delta t \right]$$

En différenciant les cas i = j et j < i, on montre que, quel que soit $j \le i$:

$$\frac{\partial S_{di}}{\partial n_j} = \sum_{k=1}^6 \frac{\lambda_k \beta_k}{\Lambda} e^{-\lambda_k (j-i)\delta t} \delta t$$

B.1.2 Calcul de la dérivée de ρ

- Cas j < i

$$\left. \frac{\partial \rho_i}{\partial n_j} \right|_{j < i} = \frac{-1}{n_i} \sum_{k=1}^6 \frac{\lambda_k \beta_k}{\beta} e^{-\lambda_k (i-j)\delta t} \delta t$$

- Cas i = jSachant que $\frac{\Lambda}{\beta} \frac{S_{di} + S_i - \dot{n}_i}{n_i^2} = \frac{1 - \rho_i}{n_i}$, on obtient : $\frac{\partial \rho_i}{\partial \rho_i} = \frac{-1}{2} \left(\rho_i - 1 + \sum_{k=1}^{6} \frac{\lambda_k \beta_k}{\delta t} + \frac{\Lambda}{2} - \frac{1}{2} \right)$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial n_i} = \frac{-1}{n_i} \left(\rho_i - 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k \beta_k}{\beta} \delta t - \frac{\Lambda}{\beta} \frac{1}{\delta t} \right)$$

B.1.3 Variance du vecteur réactivité

Finalement, on peut appliquer la formule de propagation des erreurs, connaissant la matrice de covariance des comptages. On prend généralement cette matrice diagonale avec pour éléments diagonaux les comptages eux-mêmes.

$$\mathbf{V}[\vec{\rho}] = J^t \, \mathbf{V}[\vec{n}] J$$

Si $V_{\vec{n}}$ est la diagonale de $V[\vec{n}]$, cette formule s'écrit aussi :

$$\mathbf{V}\left[\vec{\rho}\right] = \mathbf{V}_{\vec{n}}^{t} \times \left[J_{i,j}^{2}\right]$$

Enfin, si on néglige les termes non diagonaux de la matrice jacobienne, on obtient :

$$\mathbf{V}[\rho_i] = \frac{1}{n_i} \left(\rho_i - 1 + \sum_{k=1}^{6} \frac{\lambda_k \beta_k}{\beta} \delta t - \frac{\Lambda}{\beta} \frac{1}{\delta t}\right)^2$$

B.2 Calcul direct de la variance

Partons maintenant directement de la formule inverse à laquelle on applique l'opérateur variance, sachant que les comptages sont poissoniens.

$$\rho_{s}(t) = 1 - \frac{\Lambda}{\beta} \frac{S_{d}(t) + S(t) - \dot{n}(t)}{n(t)}$$

En négligeant toute corrélation entre le flux à l'instant t et les autres variables, on obtient :

$$\frac{\beta^2}{\Lambda^2} \mathbf{V} \Big[\rho_{\mathbf{s}}(t) \Big] = \frac{\left(S_d(t) + S(t) - \dot{n}(t) \right)^2}{n(t)^3} + \frac{\mathbf{V} \Big[S_d(t) \Big]}{n(t)^2} + \frac{\mathbf{V} \Big[S(t) \Big]}{n(t)^2} + \frac{\mathbf{V} \Big[\dot{n}(t) \Big]}{n(t)^2}$$

Numériquement, on observe que les deux derniers termes sont négligeables devant le premier terme. Par ailleurs, la variance de la source est un paramètre difficilement accessible. Quant à la variance de la dérivée du flux elle introduit beaucoup de bruit dans la formule alors que le terme dérivé est négligeable dès que la pertubation initiant le transitoire est passée. On obtient finalement :

$$\mathbf{V}\left[\rho_{\$}(t)\right] = \frac{\left(\rho_{\$}(t)-1\right)^{2}}{n(t)} + \frac{\mathbf{V}\left[S_{d}(t)\right]}{n(t)^{2}}$$

Il reste à calculer la variance de la source de neutron retardée. Ceci peut se faire par récurrence. En effet, les concentrations $C_i(k)$ des précurseurs à l'instant k s'expriment :

$$C_i(k) = e^{-\lambda_i dt} C_i(k-1) + \frac{\beta_i}{\Lambda} n(k) dt$$

On a donc, en négligeant toujours les corrélations :

$$\mathbf{V}\left[C_{i}(k)\right] = e^{-2\lambda_{i}dt}\mathbf{V}\left[C_{i}(k-1)\right] + \left(\frac{\beta_{i}dt}{\Lambda}\right)^{2}n(k)$$

Finalement, la variance des concentrations des précurseurs à l'instant k s'exprime :

$$\mathbf{V}\left[C_{i}\left(k\right)\right] = \left(\frac{\beta_{i}dt}{\Lambda}\right)^{2} \sum_{j=0}^{k} e^{-2j\lambda_{i}dt} n\left(k-j\right) + e^{-2k\lambda_{i}dt} \mathbf{V}\left[C_{i}\left(0\right)\right]$$

Avec la condition initiale :

$$\mathbf{V}[C_{i}(0)] = \left(\frac{\beta_{i}}{\lambda_{i}\Lambda}\right)^{2} \sigma_{n_{0}}^{2}$$

A partir des formules ci-dessus, on calcule la variance de la source de neutrons retardés :

$$V\left[S_{d}(t)\right] = \sum_{i} \lambda_{i}^{2} \mathbf{V}\left[C_{i}(t)\right]$$

B.3 Comparaison des approches

ľ

Afin de vérifier tout d'abord la validité de la formule donnant l'incertitude de la source de neutrons retardés (méthode 2), on a simulé 1000 transitoires et calculé la variable S_d en fonction du temps. Le niveau final du transitoire a été choisi de manière à ce que l'incertitude des comptages soit faible et donc que l'incertitude sur S_d soit mesurée précisément. La figure B.1 montre que l'écart entre calcul et mesure est inférieur à 1 % en moyenne. Ceci permet de vérifier notamment que les corrélations entre les concentrations des précurseurs à l'instant k et les concentrations aux instants précédents sont bien négligeables.

La même simulation a été réalisée pour la réactivité en fonction du temps (figure B.2). Quelle que soit la méthode utilisée, les résultats sont cohérents avec la simulation. On note tout de même que la première méthode sous-estime l'incertitude de 5 % en moyenne alors que la seconde méthode la surestime l'incertitude de 5 %.

L'écart entre les méthode proposées provient principalement de l'approximation faite sur le terme dérivé $\dot{n}(t)$. En effet, dans la seconde méthode, on néglige tout simplement la variance et les corrélations induites par ce terme. De même, dans la première méthode, l'approximation $\partial n_i / \partial n_j = \delta t^{-1}$ semble incorrecte.

Cependant, une approximation à 5 % de l'incertitude sur le vecteur réactivité est suffisante pour les calculs (notamment le calcul des pondérations, nécessaire à l'algorithme d'ajustement de la source dans la méthode IC). Dans la suite, on prendra l'incertitude calculée par la seconde méthode, puisqu'elle majore l'incertitude expérimentale.



FIG. B.1 – Validation de la formule de calcul de l'incertitude pour la source de neutrons retardés



FIG. B.2 - Comparaison de l'incertitude du vecteur réactivité calculée par deux approches

Annexe C

Influence des paramètres des neutrons retardés sur l'estimation de la réactivité

Spectre de fusion Spectre rapide Spectre thermique (14 MeV) N° (400 keV) P_n Isotope λ (s⁻¹) $\sigma[\lambda]$ (s⁻¹) $\sigma[P_n]$ $\sigma[a_i]$ $\sigma[a_i]$ a_i a_i $\sigma[a_i]$ a_i 1.0E-2 9.8E-10 3.5E-10 1.0E-7 1 Co69 3.05E+0 1.7E-1 01.5E-9 4.4E-10 4.2E-8 2 Ni75 1.16E+0 3.9E-1 1.6E-2 0 5.9E-9 2.0E-9 1.5E-8 8.5E-10 6.3E-9 2.6E-9 3 Cu75 5.66E-1 1.4E-3 3.5E-2 0 2.0E-6 6.8E-7 1.5E-6 5.8E-7 6.0E-6 2.5E-6 4 1.08E+0 1.0E-2 3.0E-2 1.1E-6 4.5E-7 2.7E-7 1.1E-7 5.6E-7 Cu76 0 2.3E-7 5 Cu79 3.69E+0 4.9E-1 5.5E-1 05.1E-7 1.8E-7 3.7E-8 1.6E-8 1.4E-7 5.7E-8 6.97E-1 6 Zn79 1.3E-2 1.3E-2 0 9.1E-6 3.0E-6 1.7E-6 7.3E-7 2.3E-6 9.3E-7 7 2.39E+0 7.5E-2 1.7E-6 5.8E-7 1.7E-7 7.1E-8 3.1E-7 Zn81 41E-1 0 1 3E-7 8 Ga79 2.43E-1 2.6E-4 8.9E-4 0 1.3E-5 1.9E-6 6.6E-6 2.0E-6 1.4E-5 5.2E-6 9 Ga81 5.70E-1 2.3E-3 1.2E-1 0 1.5E-3 2.7E-4 5.2E-4 2.1E-4 6.3E-4 2.5E-4 10Ga82 1.16E+0 3.9E-3 2.1E-1 02.1E-4 7.0E-5 8.8E-5 3.6E-5 7.8E-5 3.1E-5 6.0E-5 11 Ga83 2.25E+07.3E-3 37E-1 0 2.1E-5 15E-5 5.4E-6 3.0E-5 11E-5 7.0E-1 3.0E-6 12 Ga84 $8.15E \pm 0$ 96E-1 0 79E-6 17E-6 6.0E-7 3.8E-6 1.7E-6 13 Ge84 7.27E-1 1.1E-2 1.1E-1 0 1.3E-3 4.7E-4 5.3E-4 1.8E-4 4.7E-4 2.0E-4 1.28E+0 1.4E-1 2.9E-8 9.7E-9 14 Ge85 1.2E-1 0 7.6E-8 3.5E-9 7.0E-8 3.1E-8 15 As84 1.72E-1 1.3E-3 2.8E-3 0 2.3E-4 5.3E-5 2.8E-4 5.3E-5 2.1E-4 7.9E-5 16 As85 3.40E-1 3.3E-3 2.2E-1 3.0E-2 2.1E-2 6.9E-3 2.0E-2 5.9E-3 1.7E-2 7.2E-3 17 7.33E-1 6.2E-3 3.3E-1 0 1.0E-2 3.5E-3 78E-3 5.4E-3 2.3E-3 As86 2.6E-3 18 As87 1.14E+0 2.0E-1 1.5E-1 0 1.1E-3 3.9E-4 6.1E-4 2.2E-4 6.9E-4 2.7E-4 9.9E-3 19 Se88 4.53E-1 1.8E-2 0 2.3E-3 6.6E-4 1.4E-3 4.3E-4 1.2E-3 4.5E-4 20 Se89 1.69E+0 1.6E-1 7.8E-2 0 3.6E-3 1.3E-3 1.9E-3 6.6E-4 1.7E-3 6.2E-4 21 Se91 2.57E+0 4.8E-1 2.1E-1 0 9.8E-5 3.5E-5 3.5E-5 1.3E-5 1.1E-4 4.0E-5 22 1.24E-2 2.5E-2 1.4E-3 3.4E-2 1.9E-3 4.5E-2 Br87 4.5E-5 8.0E-4 3.6E-2 5.6E-3 23 Br88 4.20E-2 2.5E-4 6.7E-2 2.0E-3 8.3E-2 7.6E-3 9.0E-2 8.6E-3 7.8E-2 1.7E-2 24 Br89 1.59E-1 1.8E-3 1.4E-1 4.0E-3 1.3E-1 2.3E-2 1.3E-1 2.0E-2 1.2E-1 2.8E-2 25 Br90 3.65E-1 7.7E-3 2.5E-1 7.0E-3 8.1E-2 2.6E-2 8.8E-2 2.6E-2 6.4E-2 2.1E-2 26 Br91 1.29E+0 3.1E-2 2.0E-1 2.0E-2 2.1E-2 7.4E-3 1.9E-2 6.6E-3 2.1E-2 7.6E-3 27 3.3E-1 4.0E-3 Br92 2.02E+0 8.8E-2 0 4.5E-3 1.6E-3 1.4E-3 5.9E-3 2.4E-3 28 Br93 6.80E+0 6.7E-1 6.8E-1 0 8.9E-4 3.2E-4 6.4E-4 2.4E-4 24E-3 95E-4 29 Br94 9.90E+0 2.8E+0 7.0E-1 0 3.8E-5 1.4E-5 3.1E-5 1.1E-5 2.1E-4 9.2E-5 Kr94 3.30E+0 6.3E-2 1.1E-2 2.7E-4 5.9E-4 30 0 7.4E-4 2.1E-4 9.8E-4 4.3E-4 31 Kr95 2.64E-1 3.0E-4 2.9E-2 0 2.0E-4 7.2E-5 1.6E-4 5.7E-5 4.1E-4 1.5E-4

C.1 Données nucléaires des précurseurs de neutrons retardés issues de JEFF-3.1 et incertitudes associées

32	Kr96	8.66E+0	7.6E-1	3.7E-2	0	2.0E-5	7.4E-6	1.4E-5	5.3E-6	1.1E-4	5.0E-5
33	Kr97	1.10E+1	7.0E-1	3.4E-2	0	7.3E-7	2.6E-7	4.8E-7	1.7E-7	9.6E-6	3.5E-6
34	Kr98	1.51E+1	2.6E+0	7.0E-2	0	4.6E-8	1.6E-8	2.9E-8	1.1E-8	2.4E-6	1.2E-6
35	Kr99	1.73E+1	4.8E+0	1.1E-1	0	1.0E-9	3.7E-10	5.5E-10	2.0E-10	2.2E-7	7.7E-8
36	Rb93	1.20E-1	8.2E-4	1.4E-2	8.0E-4	3.4E-2	3.1E-3	3.5E-2	2.4E-3	4.3E-2	6.4E-3
37	Rb94	2.57E-1	6.6E-4	1.0E-1	2.0E-3	1.0E-1	2.2E-2	1.5E-1	2.1E-2	1.2E-1	3.9E-2
38	Rb95	1.82E+0	1.4E-2	8.6E-2	2.0E-3	3.8E-2	1.2E-2	5.4E-2	1.4E-2	6.6E-2	1.8E-2
39	Rb96	3.48E+0	5.3E-2	1.3E-1	4.0E-3	9.2E-3	2.4E-3	1.4E-2	3.7E-3	1.9E-2	6.9E-3
40	Rb97	4.08E+0	1.7E-2	2.5E-1	8.0E-3	4.3E-3	1.5E-3	5.9E-3	2.1E-3	1.9E-2	6.7E-3
41	Rb98	6.08E+0	2.7E-1	1.4E-1	0	9.3E-5	3.3E-5	1.6E-4	5.7E-5	7.7E-4	3.9E-4
42	Rb99	1.38E+1	1.9E-1	1.6E-1	0	1.5E-5	5.5E-6	2.1E-5	7.7E-6	4.3E-4	1.5E-4
43	Rb100	1.36E+1	2.1E+0	5.7E-2	0	1.5E-7	5.8E-8	2.6E-7	9.8E-8	1.1E-5	5.7E-6
44	Rb102	1.87E+1	2.5E+0	1.8E-1	0	1.2E-10	4.3E-11	1.6E-10	5.7E-11	2.2E-7	9.5E-8
45	Sr97	1.62E+0	1.9E-2	6.0E-4	0	6.9E-4	1.3E-4	6.6E-4	1.1E-4	8.1E-4	1.7E-4
46	Sr100	3.43E+0	5.1E-2	7.8E-3	0	7.7E-5	2.9E-5	1.1E-4	4.0E-5	5.0E-4	2.5E-4
47	Sr101	5.87E+0	1.5E-1	2.4E-2	0	1.5E-5	5.5E-6	2.2E-5	7.8E-6	2.4E-4	1.1E-4
48	Sr102	1.00E+1	8.7E-1	5.5E-2	0	1.8E-6	6.4E-7	2.4E-6	8.6E-7	1.1E-4	4.9E-5
49	Y98	1.17E+0	6.0E-2	2.7E-3	7.0E-4	2.0E-3	6.0E-4	2.3E-3	7.2E-4	2.8E-3	1.2E-3
50	Y98m	3.47E-1	3.5E-2	3.4E-2	9.5E-3	4.6E-2	1.4E-2	6.5E-2	2.0E-2	7.0E-2	2.9E-2
51	Y99	4.69E-1	1.6E-3	1.7E-2	4.0E-3	2.2E-2	6.3E-3	2.9E-2	7.4E-3	4.7E-2	1.2E-2
52	Y100	9.43E-1	9.0E-3	9.2E-3	0	1.9E-3	6.1E-4	3.7E-3	1.0E-3	4.6E-3	1.9E-3
53	Y102	2.31E+0	7.7E-2	4.9E-2	0	3.7E-4	1.3E-4	8.6E-4	3.1E-4	3.3E-3	1.4E-3
54	Y102m	1.93E+0	2.1E-1	4.9E-2	0	3.7E-4	1.3E-4	8.6E-4	3.1E-4	3.3E-3	1.4E-3
55	Y103	3.09E+0	2.6E-1	8.0E-2	0	1.1E-4	3.8E-5	2.6E-4	9.3E-5	3.6E-3	1.2E-3
56	Y104	5.33E+0	8.2E-1	8.8E-2	8.8E-4	3.7E-6	1.4E-6	1.4E-5	5.0E-6	5.0E-4	2.0E-4
57	Y105	4.62E+0	6.2E-1	2.0E-1	2.0E-3	1.6E-7	6.3E-8	7.7E-7	2.5E-7	1.4E-4	5.4E-5
58	Zr105	1.16E+0	3.9E-1	1.4E-2	1.4E-3	2.6E-5	1.1E-5	8.5E-5	2.9E-5	8.7E-4	3.3E-4
59	Zr106	7.70E-1	1.7E-1	1.5E-2	1.4E-4	4.0E-8	1.6E-8	3.4E-8	1.3E-8	3.6E-4	1.6E-4
60	Zr107	2.89E+0	4.8E-1	3.7E-2	3.7E-4	2.9E-8	1.2E-8	2.9E-8	1.3E-8	9.5E-5	4.0E-5
61	Nb104	1.41E-1	8.7E-3	6.0E-4	0	1.5E-4	2.6E-5	2.5E-4	4.1E-5	5.4E-4	1.3E-4
62	Nb104m	7.37E-1	3.1E-2	5.0E-4	0	1.0E-4	2.2E-5	1.7E-4	3.2E-5	2.6E-4	7.5E-5
63	Nb105	2.35E-1	4.8E-3	1.7E-2	0	1.6E-3	4.5E-4	4.1E-3	7.7E-4	1.2E-2	2.4E-3
64	Nb106	7.53E-1	3.3E-2	4.5E-2	0	6.5E-4	2.5E-4	9.0E-4	3.1E-4	1.7E-2	6.5E-3
65	Nb107	2.31E+0	6.9E-2	6.0E-2	0	3.5E-4	1.3E-4	5.0E-4	2.0E-4	1.0E-2	4.1E-3
66	Nb108	3.59E+0	3.2E-1	6.2E-2	0	1.6E-4	5.2E-5	1.9E-4	7.1E-5	8.1E-4	3.5E-4
67	Nb109	3.65E+0	1.2E+0	1.3E-1	1.3E-3	2.2E-5	8.2E-6	2.1E-5	9.0E-6	1.3E-4	4.8E-5
68	Nb110	4.08E+0	4.8E-1	4.0E-1	0	2.2E-6	8.5E-7	1.3E-6	5.5E-7	6.0E-6	2.6E-6
69	Mo109	1.39E+0	5.5E-1	5.3E-3	5.3E-5	3.5E-5	6.6E-6	4.2E-5	1.2E-5	4.2E-4	1.4E-4
70	Mo111	1.39E+0	5.5E-1	1.0E-2	1.0E-4	1.1E-6	3.9E-7	8.7E-7	3.2E-7	3.5E-6	1.2E-6
71	Mo112	6.93E-1	1.4E-1	2.1E-2	2.1E-4	7.3E-8	2.7E-8	5.2E-8	2.1E-8	1.4E-7	5.7E-8
72	Tc109	8.06E-1	3.7E-2	8.0E-4	0	1.4E-5	9.5E-7	2.0E-5	3.5E-6	6.8E-4	6.3E-5
73	Tc110	7.53E-1	2.5E-2	4.0E-4	0	4.6E-6	4.3E-7	5.6E-6	1.0E-6	9.9E-5	3.0E-5
74	Tc112	2.39E+0	1.6E-1	1.5E-2	0	8.6E-6	2.8E-6	1.3E-5	4.6E-6	4.3E-5	1.7E-5
75	Tc113	5.33E+0	1.6E+0	7.2E-2	7.2E-4	7.6E-6	2.8E-6	8.1E-6	3.1E-6	2.6E-5	1.0E-5
76	Tc114	3.47E+0	6.9E-1	6.5E-2	6.5E-4	4.5E-7	1.7E-7	3.8E-7	1.6E-7	2.1E-6	1.0E-6
77	Tc115	2.57E+0	4.8E-1	1.4E-1	1.4E-3	4.5E-8	1.7E-8	2.4E-8	9.5E-9	4.7E-7	1.7E-7
78	Tc116	5.78E+0	9.6E-1	1.2E-1	1.2E-3	3.6E-9	1.4E-9	1.3E-9	5.1E-10	5.3E-8	2.2E-8
79	Ru115	9.90E-1	2.8E-1	2.3E-3	2.3E-5	3.3E-7	1.2E-7	4.3E-7	1.7E-7	4.4E-6	1.6E-6
80	Ru116	4.08E-1	7.2E-2	1.1E-2	1.1E-4	4.3E-7	1.6E-7	4.2E-7	1.7E-7	5.4E-6	2.2E-6
81	Ru117	2.04E+0	4.2E-1	2.1E-2	2.1E-4	8.3E-8	3.2E-8	8.5E-8	3.8E-8	1.8E-6	7.5E-7
82	Ru118	9.90E-1	2.8E-1	4.1E-2	4.1E-4	1.7E-8	7.2E-9	1.2E-8	5.4E-9	5.2E-7	2.2E-7

83	Ru119	3.65E+0	7.7E-1	4.4E-2	4.4E-4	1.2E-10	4.5E-11	3.9E-11	1.8E-11	3.2E-9	1.3E-9
84	Rh118	2.17E+0	4.1E-1	2.9E-2	2.9E-4	5.4E-6	2.2E-6	9.1E-6	3.9E-6	1.5E-4	6.1E-5
85	Rh120	4.08E+0	7.2E-1	5.9E-2	5.9E-4	3.5E-8	1.4E-8	2.8E-8	1.2E-8	1.2E-6	5.0E-7
86	Rh121	2.77E+0	5.5E-1	1.4E-1	1.4E-3	2.6E-9	9.4E-10	1.5E-9	6.9E-10	2.1E-7	7.9E-8
87	Pd121	1.16E+0	1.9E-1	2.7E-3	2.7E-5	6.3E-7	2.4E-7	1.1E-6	4.9E-7	1.8E-5	7.6E-6
88	Ag124	4.03E+0	1.2E-1	1.0E-3	0	2.3E-8	6.8E-9	1.5E-8	5.4E-9	1.4E-6	5.6E-7
89	Cd130	4.28E+0	1.8E-1	3.5E-2	0	1.7E-5	5.9E-6	7.1E-7	3.1E-7	8.8E-7	3.7E-7
90	Cd131	1.02E+1	4.5E-1	3.5E-2	0	1.2E-6	4.1E-7	2.5E-8	9.5E-9	6.5E-8	2.4E-8
91	Cd132	7.15E+0	7.4E-1	6.0E-1	0	7.2E-7	2.5E-7	7.4E-9	2.7E-9	4.0E-8	1.5E-8
92	In127m	1.89E-1	2.1E-3	6.9E-3	0	8.0E-6	3.0E-6	1.3E-5	5.8E-6	2.2E-4	7.6E-5
93	In131m	1.98E+0	2.8E-1	2.0E-2	0	1.6E-4	5.3E-5	1.9E-5	7.4E-6	1.4E-5	5.0E-6
94	In131n	2.17E+0	4.1E-1	2.0E-4	0	1.6E-6	5.3E-7	1.9E-7	7.4E-8	1.4E-7	5.0E-8
95	In133	4.20E+0	7.6E-2	8.5E-1	0	1.8E-4	5.4E-5	6.9E-6	2.2E-6	1.1E-5	3.6E-6
96	In134	4.95E+0	1.4E-1	6.9E-1	0	3.3E-6	1.2E-6	6.9E-8	2.5E-8	2.4E-7	8.6E-8
97	Sn134	6.60E-1	6.9E-3	1.7E-1	0	1.5E-3	5.7E-4	1.9E-4	6.8E-5	1.2E-4	4.2E-5
98	Sn135	1.31E+0	4.9E-2	2.1E-1	0	9.8E-5	3.5E-5	5.9E-6	2.2E-6	9.3E-6	3.9E-6
99	Sn136	2.77E+0	3.3E-1	3.0E-1	0	4.9E-6	1.7E-6	1.7E-7	6.2E-8	5.2E-7	1.9E-7
100	Sn137	3.65E+0	1.2E+0	5.8E-1	0	1.9E-7	6.8E-8	3.6E-9	1.3E-9	4.4E-8	1.8E-8
101	Sb134m	6.88E-2	3.4E-4	1.0E-3	0	3.6E-4	1.1E-4	2.0E-4	6.7E-5	7.8E-5	2.7E-5
102	Sb135	3.98E-1	6.9E-3	1.6E-1	1.2E-2	1.9E-2	6.6E-3	5.6E-3	2.1E-3	3.6E-3	1.5E-3
103	Sb136	7.51E-1	1.1E-2	1.7E-1	0	2.3E-3	8.1E-4	4.8E-4	1.8E-4	2.8E-4	1.0E-4
104	Sb137	1.54E+0	1.7E-1	4.9E-1	0	6.2E-4	2.2E-4	7.8E-5	2.8E-5	1.2E-4	5.0E-5
105	Te137	2.78E-1	5.6E-3	3.0E-2	0	9.7E-3	3.0E-3	2.8E-3	9.8E-4	1.6E-3	6.3E-4
106	Te138	4.95E-1	1.4E-1	6.3E-2	0	4.0E-3	1.5E-3	8.7E-4	3.2E-4	7.4E-4	3.1E-4
107	I137	2.83E-2	6.9E-5	6.5E-2	4.0E-3	1.6E-1	1.5E-2	1.2E-1	1.2E-2	1.0E-1	3.2E-2
108	I138	1.07E-1	1.0E-3	5.3E-2	3.0E-3	5.3E-2	1.2E-2	4.3E-2	1.0E-2	2.4E-2	9.0E-3
109	I139	3.01E-1	3.9E-3	9.8E-2	4.0E-3	4.0E-2	1.2E-2	2.5E-2	8.1E-3	1.6E-2	5.9E-3
110	I140	8.06E-1	3.7E-2	9.3E-2	0	7.6E-3	2.7E-3	3.7E-3	1.3E-3	2.5E-3	8.6E-4
111	I141	1.61E+0	7.5E-2	2.1E-1	0	2.9E-3	1.0E-3	9.7E-4	3.5E-4	1.3E-3	4.7E-4
112	I142	3.47E+0	0.0E+0	2.5E-1	0	2.5E-4	9.0E-5	6.7E-5	2.4E-5	1.6E-4	6.4E-5
113	1143	6.93E+0	0.0E+0	4.0E-1	0	2.3E-5	8.3E-6	4.0E-6	1.4E-6	2.9E-5	1.1E-5
114	1144	1.39E+1	0.0E+0	4.0E-1	0	4.6E-7	1.7E-7	6.2E-8	2.3E-8	1.0E-6	3.7E-7
115	Xe141	4.01E-1	2.3E-3	4.0E-4	0	4.3E-4	8.1E-5	2.2E-4	5.7E-5	1.3E-4	4.2E-5
116	Xe142	5.68E-1	9.3E-3	3.6E-3	0	1.3E-3	3.8E-4	5.2E-4	1./E-4	4.9E-4	1.9E-4
11/	Xe143	1.36E+0	1.6E-1	1.0E-2	0	5.3E-4	1.9E-4	1.8E-4	6.6E-5	2.1E-4	7.8E-5
118	Xe144	1./9E+0	3.2E-2	3.0E-2	0	1./E-4	6.2E-5	4.4E-5	1.6E-5	1.0E-4	3.5E-5
119	Xe145	3.69E+0	7.8E-2	5.0E-2	0	1.3E-5	4.5E-0	2.5E-0	9.1E-/	1.3E-5	5.5E-0
120	Xe146	4./5E+0	2.0E-1	6.9E-2	0	0.4E-/	2.2E-7	8.8E-8	3.2E-8	1.9E-0	/.0E-/
121	Xe14/	5.55E+0	5.5E+0	4.0E-2	0	4.8E-9	1./E-9	4.9E-10	1.8E-10	3.2E-8	1.2E-8
122	Cs145	3.8/E-1	1.5E-5	1.0E-2	0	1.8E-2	3.4E-3	1.6E-2	2.8E-3	1.4E-2	3./E-3
123	Cs144	0.9/E-I	2.8E-3	3.2E-2	0 9.0E 2	0.9E-3	1./E-3	0.0E-3	1.4E-3	4.2E-3	9.9E-4
124	Cs145	1.1/E+0	2.0E-2	1.4E-1	8.0E-3	0./E-3	3.0E-3	5.8E-3	2.1E-3	6.1E-3	3.2E-3
125	Cs140	2.15E+0	4.0E-2	1.4E-1 2.0E-1	0	8.0E-4	5.0E-4	5.0E-4	1.8E-4	1.1E-3	4.4E-4
120	Cs14/	3.08E+0	0.8E-2	2.9E-1	0	1.2E-4	4.1E-5	5.1E-5	1.9E-5	2.9E-4	1.0E-4 2.5E-6
12/	CS148 Bo149	4.75E±0	2.0E-1 3.1E-2	2.5E-1 4.0E 2	0	2./E-0	1.0E-0	1.1E-0 2.2E E	4.3E-/	0.0E-0 2.5E E	2.5E-0
128	Da148 Ba140	1.13E+U	5.1E-Z	4.0E-3	0	3.0E-3	2.1E-3	3.3E-5	1.2E-5 7.1E-7	5.5E-5	1.3E-3
129	La149	2.01E+U	4.1E-2	4.3E-3	0	J.0E-0	1.4E-0 2.9E 4	1.9E-0 0.0E 4	7.1E-/ 3.0E 4	J.4E-0	2.2E-0 3.5E 4
120	La149	0.00E-1	1.9E-2 8.0E-2	1.4E-Z	0	9.0E-4	2.8E-4	9.9E-4	9.0E-4	1.0E-3	5.5E-4
131	La150	1.50ET0	5.0E-2	2./E-2	6054	2.1E-4 2.1E-6	7.4E-3 7.8E-7	2.4E-4	0.7E-3	4.1E-4	1.0E-4 1.1E 5
132	Co152	2.40E+U	0.2E-1	6.0E-2	6.0E-4	2.1E-0	1.0E-/	2.3E-0	2.0E-/	4.7E-3	1.1E-3
133	Ce155	4.04E-1	ソ. ムビーム	0.4E-3	0.4E-3	0.4E-0	∠./E-0	0.7ビー0	∠.3E-0	4.4E-0	1.5E-5

C.1 : Données nucléaires des précurseurs de neutrons retardés issues de jeff-3.1 et incertitudes associées

134	Ce154	3.47E-1	6.9E-2	6.4E-3	6.4E-5	3.7E-7	1.7E-7	6.0E-7	2.3E-7	8.3E-6	3.5E-6
135	Pr156	1.39E+0	2.8E-1	2.7E-2	2.7E-4	7.6E-7	2.6E-7	1.6E-6	5.7E-7	3.3E-5	1.1E-5
136	Pr157	2.31E+0	4.6E-1	6.4E-2	6.4E-4	9.2E-8	3.4E-8	2.5E-7	1.1E-7	1.6E-5	6.8E-6
137	Nd158	9.90E-1	2.8E-1	1.0E-4	5.3E-6	2.2E-9	9.0E-10	9.3E-9	3.9E-9	2.2E-7	8.0E-8
138	Nd159	1.39E+0	2.8E-1	2.4E-3	2.4E-5	3.2E-9	1.2E-9	1.4E-8	6.1E-9	8.0E-7	2.9E-7
139	Nd160	2.31E+0	4.6E-1	9.5E-3	9.5E-5	3.4E-10	1.5E-10	1.6E-9	6.9E-10	6.7E-7	2.8E-7
140	Pm159	2.31E-1	4.6E-2	2.0E-4	1.9E-5	1.6E-8	5.2E-9	8.5E-8	2.8E-8	1.1E-6	2.2E-7
141	Pm160	3.47E-1	6.9E-2	2.7E-3	2.7E-5	1.4E-8	5.8E-9	1.0E-7	3.9E-8	3.7E-6	1.2E-6

C.2 Résultats complets des modèles d'ajustement

TAB. C.1 - Spectre thermique. Modèle 6 groupes - 12 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	36.9	18.68 %	λ_{1}	0.01399	6.90 %
β_2	155.4	2.64 %	λ_2	0.03338	4.36 %
β_3	161.3	11.94 %	λ_3	0.1367	8.43 %
eta_4	255.2	6.40 %	λ_4	0.3375	6.75 %
β_5	70.15	8.95 %	λ_5	1.254	16.51 %
eta_6	21	45.49 %	λ_{6}	3.325	16.96 %

TAB. C.2 - Spectre thermique. Modèle 6 groupes - 12 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	\mathbb{R}^2
1.251	2.046 10 ⁻²	1

TAB. C.3 - Spectre thermique. Modèle 6 groupes - 10 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	25.5	3.9 %	λ_1	0.01244	0.36 %
β_2	154.8	1.9 %	λ_2	0.0305	1 %
β_3	133.7	9.9 %	λ_3	0.1134	6.7 %
eta_4	279.6	3.3 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.3024	5.3 %
β_5	76.4	9 %	λ_{5}	1.026	14.7 %
$oldsymbol{eta}_{6}$	30	26.2 %	λ_6	2.94	10.5 %

TAB. C.4 - Spectre thermique. Modèle 6 groupes - 10 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	\mathbb{R}^2
6.155	4.5 10 ⁻²	1

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	21.1	2.5 %	λ_{1}	0.012444	0.4 %
β_2	148.7	0.7 %	λ_2	0.02828	0.2 %
β_{3}	186.4	0.8 %	λ_{3}	0.1195	0.7 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	260.7	0.7 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.36481	2.1 %
β_{5}	58.1	2.7 %	λ_{5}	1.1669144	2.2 %
$eta_{\scriptscriptstyle 6}$	24.5	2.6 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 6}$	3.48315	1.5 %

TAB. C.5 - Spectre thermique. Modèle 6 groupes - 6 paramètres. Résultats de l'estimation

TAB. C.6 – Spectre thermique. Modèle 6 groupes – 6 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	R^2
158.6	0.23	1

TAB. C.7 - Spectre thermique. Modèle 7 groupes - 12 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
$oldsymbol{eta}_1$	25.5	3.9 %	λ_{1}	0.01244	0.4 %
eta_2	133.1	19.1 %	λ_2	0.02917	4.5 %
eta_3	51.6	26.2 %	λ_3	0.05593	43.5 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	177.2	17.3 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.1594	19.1 %
eta_{5}	228.4	17.5 %	λ_{5}	0.3649	11.9 %
$oldsymbol{eta}_{6}$	67.6	10.3 %	λ_{6}	1.382	19.1 %
$oldsymbol{eta}_7$	16.7	63.2 %	λ_7	3.583	23 %

TAB. C.8 – Spectre thermique. Modèle 7 groupes – 12 paramètres. Qualité de l'ajustement

iique. mou	ele / groupes	12 parametre
SSE	RMSE	R^2
0.379	$1.1 \ 10^{-2}$	1

TAB. C.9 - Spectre thermique. Modèle 7 groupes - 7 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	20.6	2.7 %	λ_1	0.012444	0.4 %
β_2	150.4	0.9 %	λ_2	0.02828	0.2 %
β_{3}	106.3	5.4 %	λ_{3}	0.107298	2.4 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	93.1	8 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.158615	1.5 %
β_5	245.6	1.5 %	λ_{5}	0.36481	2.1 %
eta_{6}	63.3	2.8 %	λ_{6}	1.288378	2.7 %
$oldsymbol{eta}_{7}$	20.6	3.6 %	λ_7	3.48315	1.5 %

TAB. C.10 - Spectre thermique. Modèle 7 groupes - 7 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	\mathbb{R}^2
87.1	0.17	1

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	25.5	3.9 %	λ_1	0.01244	0.4 %
β_2	119.1	63.5 %	λ_{2}	0.02859	11 %
β_3	54.1	95.2 %	λ_3	0.04568	70.8 %
eta_4	144.3	59.6 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.1376	39.1 %
β_5	234.3	32.4 %	λ_5	0.3098	47.6 %
eta_6	57.6	184.5 %	λ_{6}	0.6532	172.3 %
$oldsymbol{eta}_7$	56.2	81.9 %	λ_{7}	1.732	66.4 %
β_{8}	8.9	213.5 %	λ_{8}	4.322	66.6 %

TAB. C.11 – Spectre thermique. Modèle 8 groupes – 14 paramètres. Résultats de l'estimation

TAB. C.12 - Spectre thermique. Modèle 8 groupes - 14 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	R^2
0.02111	$2.7 \ 10^{-3}$	1

TAB. C.13 – Spectre thermique. Modèle 8 groupes – 8 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
eta_1	26.2	2.8 %	λ_1	0.012444	0.4 %
$eta_{\scriptscriptstyle 2}$	103.4	3.9 %	λ_2	0.02828	0.2 %
eta_{3}	69	7.3 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 3}$	0.042	0.6 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	86.1	4.7 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.1195	0.7 %
$eta_{\scriptscriptstyle 5}$	270.4	1.5 %	λ_{5}	0.25653	0.3 %
$eta_{\scriptscriptstyle 6}$	95.7	3.6 %	λ_{6}	0.733489	0.8 %
$oldsymbol{eta}_{7}$	36.9	7.1 %	λ_{7}	1.81928	0.8 %
$eta_{\scriptscriptstyle 8}$	12.2	8 %	λ_{8}	4.079736	0.4 %

TAB. C.14 - Spectre thermique. Modèle 8 groupes - 8 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	R^2
22.9	8.7 10 ⁻²	1

TAB. C.15 – Spectre rapide. Modèle 6 groupes – 12 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
$eta_{\scriptscriptstyle 1}$	33.96	14.5 %	λ_{1}	0.014	4.8 %
eta_2	137.5	2.2 %	λ_2	0.035	4.6 %
eta_{3}	161.9	11.4 %	λ_{3}	0.14	7.8 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	271.1	6.3 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.331	6.6 %
eta_{5}	68.9	7.8 %	λ_{5}	1.324	10.6 %
$eta_{\scriptscriptstyle 6}$	26.54	31.5 %	λ_{6}	3.31	11.5 %

SSE	RMSE	\mathbf{R}^2
1.2	2 10 ⁻²	1

TAB. C.16 – Spectre rapide. Modèle 6 groupes – 12 paramètres. Qualité de l'ajustement

TAB. C.17 – Spectre rapide. Modèle 6 groupes – 10 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	23.6	3.9 %	λ_{1}	0.012444	0.4 %
β_2	139.3	2.6 %	λ_{2}	0.032	1.4 %
β_3	145.6	3.1 %	λ_3	0.127	3.9 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	288.4	1.5 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.314	2.3 %
β_5	69.8	6 %	λ_5	1.204	5.6 %
$oldsymbol{eta}_{6}$	31.5	15.7 %	λ_{6}	3.132	4 %

TAB. C.18 – Spectre rapide. Modèle 6 groupes – 10 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	\mathbb{R}^2
3.3	3.3 10 ⁻²	1

TAB. C.19 – Spectre rapide. Modèle 6 groupes – 6 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
$oldsymbol{eta}_1$	21.1	2.5 %	λ_{1}	0.012444	0.4 %
eta_2	148.7	0.7 %	λ_{2}	0.02828	0.2 %
eta_{3}	186.4	0.8 %	λ_{3}	0.1195	0.7 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	260.7	0.7 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.36481	2.1 %
eta_{5}	58.1	2.7 %	λ_{5}	1.1669144	2.2 %
$eta_{\scriptscriptstyle 6}$	24.5	2.6 %	λ_6	3.48315	1.5 %

TAB. C.20 - Spectre rapide. Modèle 6 groupes - 6 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	R^2
162.3	0.23	1

TAB. C.21 - Spectre fusion. Modèle 6 groupes - 12 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
$oldsymbol{eta}_1$	41.71	13.65	λ_{1}	0.0137	6.57
eta_2	119	2.88	λ_2	0.0353	4.37
$oldsymbol{eta}_3$	167.2	12.96	λ_3	0.1524	7.99
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	234.7	8.26	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.3639	5.75
eta_{5}	101.7	6.88	λ_5	1.566	14.37
$eta_{\scriptscriptstyle 6}$	35.72	31.77	λ_{6}	4.19	12.02

TAB. C.22 – Spectre fusion. Modèle 6 groupes – 12 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	R^2
2.9	3.1 10-2	1

TAB. C. 23 - Spectre fusion. Modèle 6 groupes - 10 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
β_1	23.63	3.9 %	λ_1	0.0124	0.4 %
β_2	99.81	2.6 %	λ_2	0.027	1.2 %
β_3	98.45	16.2 %	λ_3	0.0816	10.1 %
eta_4	300.9	4.1 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.271	5.7 %
β_5	110.6	5.7 %	λ_{5}	1.026	18.8 %
eta_{6}	64.66	15.6 %	λ_6	3.347	11.1 %

TAB. C.24 – Spectre fusion. Modèle 6 groupes – 10 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	\mathbb{R}^2
3.28	3.3 10-2	1

TAB. C.25 – Spectre fusion. Modèle 6 groupes – 6 paramètres. Résultats de l'estimation

Paramètre	Valeur	Incertitude	Paramètre	Valeur	Incertitude
eta_1	27.4	1.9 %	λ_{1}	0.012444	0.4 %
eta_{2}	109	0.9 %	λ_2	0.02828	0.2 %
eta_{3}	167	0.9 %	λ_{3}	0.1195	0.7 %
$eta_{\scriptscriptstyle 4}$	257	0.7 %	$\lambda_{\scriptscriptstyle 4}$	0.36481	2.1 %
eta_{5}	76.1	2.1 %	λ_5	1.1669144	2.2 %
$eta_{\scriptscriptstyle 6}$	63.3	1 %	λ_{6}	3.48315	1.5 %

TAB. C.26 - Spectre fusion. Modèle 6 groupes - 6 paramètres. Qualité de l'ajustement

SSE	RMSE	R^2
162.32	0.23	1

Annexe D

Démonstration de la formulation de la méthode Carpenter

D.1 Cadre de la démonstration

On démontre dans cette annexe la formulation théorique de la méthode Carpenter : n(t) = A + Bf(t) + Cg(t)

Dans l'équation précédente, les fonctions f et g sont définies par :

$$f(t) = \sum_{i=1}^{N_d} a_i e^{-\lambda_i t}$$
$$g(t) = \sum_{i=1}^{N_d} a_i \lambda_i \int_0^t e^{-\lambda_i (t-u)} n(u) du$$

Rappelons que l'on exprime le taux de comptage comme le produit de l'amplitude du flux neutronique p et d'une fonction d'efficacité ε :

$$n(t) = \varepsilon(t) p(t)$$

Dans la suite, l'indice 0 correspond à l'état initial et l'indice 1 à l'état final.

On se place dans le cas général où les paramètres β , Λ , ρ , S et ε varient au cours du transitoire sous l'hypothèse d'une perturbation instantanée du système et donc d'une variation indicielle de ces paramètres.

Dans ce cadre, les paramètres A, B et C s'expriment comme suit :

$$A = \frac{\Lambda_1}{\beta_1} \frac{\varepsilon_1 S_1}{1 - \rho_{\$1}}$$
$$B = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_0} \frac{\beta_0}{\beta_1} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \frac{n_0}{1 - \rho_{\$1}}$$
$$C = \frac{1}{1 - \rho_{\$1}}$$

Il est intéressant pour la suite de noter que A s'exprime aussi de la manière suivante :

$$A = \frac{-\rho_{\$1}\varepsilon_{1}p_{\infty}}{1-\rho_{\$1}} = \frac{-\rho_{\$1}n_{\infty}}{1-\rho_{\$1}}$$

D.2 Démonstration

On se place dans le cas d'une variation instantanée des paramètres neutroniques. L'instant initial est choisi égal à l'instant de la perturbation. Dans le cas de la réactivité, on a donc :

$$\rho(t \le 0) = \rho_0$$
$$\rho(t > 0) = \rho_1$$

D.2.1 Résolution des équations des précurseurs de neutrons retardés

Les conditions initales sur les concentrations des précurseurs sont les suivantes :

$$C_{i}(0) = \frac{\alpha_{i}\beta_{0}}{\Lambda_{0}\lambda_{i}}\frac{n_{0}}{\varepsilon_{0}}$$

On a donc la valeur initiale pour la source de neutrons retardés :

$$S_{d}(0) = \sum_{i=1}^{N_{d}} \frac{\alpha_{i}\beta_{0}}{\Lambda_{0}} \frac{n_{0}}{\varepsilon_{0}}$$

En résolvant classiquement les équations des concentrations des précurseurs par la méthode de variation de la constante, on obtient :

$$C_{i}(t) = C_{i}(0)e^{-\lambda_{i}t} + \int_{0}^{t} \frac{\alpha_{i}\beta_{1}}{\Lambda_{1}\varepsilon_{1}}n(u)e^{-\lambda_{i}(t-u)}du$$

Et donc pour la source de neutrons retardés :

$$S_{i}(t) = \sum_{i=1}^{N_{d}} \left[\frac{\alpha_{i}\beta_{0}}{\Lambda_{0}} \frac{n_{0}}{\varepsilon_{0}} e^{-\lambda_{i}t} + \frac{\lambda_{i}\alpha_{i}\beta_{1}}{\Lambda_{1}\varepsilon_{1}} \int_{0}^{t} n(u) e^{-\lambda_{i}(t-u)} du \right]$$

D.2.2 Calcul de n(t)

On résout l'équation suivante pour $t \ge 0$:

$$\begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{dn}{dt} = \frac{\rho_1 - \beta_1}{\Lambda_1} \frac{n(t)}{\varepsilon_1} + S_d(t) + S_1 \\ \frac{\rho_0}{\Lambda_0} \frac{n_0}{\varepsilon_0} + S_0 = 0 \end{cases}$$

En multipliant les deux membres de l'équation par $\varepsilon_1 \Lambda_1 / \beta_1$, on obtient :

$$\frac{dn}{dt}\frac{\Lambda_1}{\beta_1} = \left(\rho_{\$1} - 1\right)n\left(t\right) + \frac{\varepsilon_1\Lambda_1}{\beta_1}S_d\left(t\right) + \frac{\varepsilon_1\Lambda_1}{\beta_1}S_1$$

Soit, en remplaçant S_d par sa valeur :

$$\frac{dn}{dt}\frac{\Lambda_1}{\beta_1} = \left(\rho_{\$1} - 1\right)n(t) + \sum_{i=1}^{N_d} a_i \frac{\beta_0}{\beta_1}\frac{\Lambda_1}{\Lambda_0}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}n_0e^{-\lambda_i t} + \sum_{i=1}^{N_d} a_i\lambda_i\int_0^t n(u)e^{-\lambda_i(t-u)}du + \frac{\varepsilon_1\Lambda_1}{\beta_1}S_1$$

Finalement, en négligeant la dérivée de n, ce qui revient à négliger la contribution des neutrons prompts, puis en exprimant n(t) en fonction des autres membres de l'équation :

$$n(t) = \frac{\Lambda_1}{\beta_1} \frac{\varepsilon_1 S_1}{1 - \rho_{\$1}} + \frac{\beta_0}{\beta_1} \frac{\Lambda_1}{\Lambda_0} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \frac{n_0}{1 - \rho_{\$1}} \sum_{i=1}^{N_d} a_i e^{-\lambda_i t} + \frac{1}{1 - \rho_{\$1}} \sum_{i=1}^{N_d} a_i \lambda_i \int_0^t n(u) e^{-\lambda_i (t-u)} du$$

On identifie clairement dans cette formule les 3 paramètres A, B et C ainsi que les fonctions f(t) et g(t) qui sont donc indépendantes des paramètres A, β , ρ et S.

La figure D.1 montre l'accord entre un transitoire simulé et le taux de comptage reconstruit à partir de la formule précédente dans le cas où les paramètres neutroniques restend constant. L'écart entre les deux courbes s'explique par le fait que l'on a négligé la partie prompt du taux de comptage. La figure D.2 correspond au cas où l'efficacité varie au cours du transitoire.



FIG. D.1 – Comparaison entre la formulation du taux de comptage par la méthode Carpenter et le taux de comptage simulé dans le cas où l'efficacité est constante

D.3 Application à la simulation de transitoires

On se place dans le cas où seuls ρ , S et ε varient pendant le transitoire. On considère donc β et Λ constants.

D.3.1 Cas instantané

Dans le cas où la perturbation est instantanée, on montre simplement que la méthode de résolution du système des équations de la cinétique fonctionne pour n(t) comme pour p(t).



FIG. D.2 – Comparaison entre la formulation du taux de comptage par la méthode Carpenter et le taux de comptage simulé dans le cas où l'efficacité varie

En effet, le système d'équation est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_{1}} \frac{dn}{dt} = \frac{\rho_{1} - \beta}{\Lambda} \frac{n(t)}{\varepsilon_{1}} + \sum_{i=1}^{N_{g}} \lambda_{i} C_{i}(t) + S_{1} \\ \frac{dC_{i}}{dt} = \frac{\beta_{i}}{\Lambda} \frac{n(t)}{\varepsilon_{1}} - \lambda_{i} C_{i}(t) \\ n(0) = \frac{-\varepsilon(0) \Lambda S(0)}{\rho(0) - \beta} \\ C_{i}(0) = \frac{\beta_{i} n(0)}{\Lambda \lambda_{i} \varepsilon} \end{cases}$$

On voit qu'en multipliant les équations par ε_i , et en posant :

$$\tilde{C}_{i}(t) = \varepsilon_{1}C_{i}(t)$$
$$\tilde{S} = \varepsilon_{1}S_{1},$$

on obtient le même système d'équations.

Pour simuler un transitoire avec $\varepsilon < 1$, il suffit donc de simuler un transitoire pour $\varepsilon = 1$ et de multiplier la partie postérieure à la perturbtion par ε .

D.3.2 Cas linéaire

Dans le cas linéaire, l'efficacité vaut :

$$\begin{cases} \varepsilon_0, t \le 0\\ \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{T_c} t, \ 0 \le t \le T_c\\ \varepsilon_1, T_c \le t \end{cases}$$

Lorsque $t > T_c$, le système à résoudre est le même que dans le cas instantané. La conclusion du cas linéaire s'applique donc à cette partie du transitoire.

Lorsque $t < T_c$, le système d'équations peut facilement se mettre sous la forme suivante :

$$\left| \frac{dn}{dt} = \left(\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} + \frac{1}{\varepsilon(t)} \frac{d\varepsilon}{dt} \right) n(t) + \sum_{i=1}^{N_g} \lambda_i \tilde{C}_i(t) + \tilde{S}(t) \\
\frac{d\tilde{C}_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \left(\lambda_i - \frac{1}{\varepsilon(t)} \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \tilde{C}_i(t)$$

Dans la première équation, il est clair que le terme

$$\frac{1}{\varepsilon(t)}\frac{d\varepsilon}{dt}$$

est négligeable devant

$$\frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda}$$

En effet, dans le cas où ε varie de 0.1 pendant 0.5 s (valeurs classiques), le premier terme vaut au maximum -0.2 alors que le second terme est de l'ordre de -40.

Concernant les équations des précurseurs de neutrons retardés, remarquons que le terme dépendant de l'efficacité est négligeable pour les groupes 4 à 6 (dont les constantes de décroissance sont supérieures à 0.3 s^{-1}).

En revanche, pour les groupes 1 à 3 (groupes à décroissance lente), négliger le terme dépendant de ε entraîne un écart entre les concentrations réelles et les concentrations simulées. Néanmoins, cet écart est pondéré dans la source de neutrons retardés par les constantes de décroissance. Or, ces constantes sont faibles pour les groupes 1 à 3, ce qui permet de négliger l'influence de ces de calcul.

Finalement, moyennant une approximation du deuxième ordre, pour simuler un transitoire avec $\varepsilon < 1$, il suffit donc de simuler un transitoire pour $\varepsilon = 1$ et de le multiplier par la fonction ε .

Annexe E

Code source utilisé pour la simulation de transitoires avec CRONOS2

```
#!/bin/ksh
# @ output = trade_REF1_2.out
# @ error = $(Executable).$(Cluster).$(Process).err
# @ class = large_nol
# @ notification = complete
# @ environment = COPY_ALL
# @ checkpoint = no
# @ restart = yes
# @ requirements = (OpSys == "AIX43") && (Machine == "esterel1")
# @ queue
CLUSTER=`echo $LOADL_STEP_ID | awk -F'.' '{print$2}'`
export CLUSTER
set -vx
echo `uname -a`
echo `date`
# Repertoire de travail
echo STMPDIR
cd STMPDIR
rcp baobab4:/home/geslot/CRONOS/Resultat2.saph .
echo je suis dans `pwd`
# -------
                                                 _____
# Emplacement des bibliotheques et du binaire CRONOS2 2
/bin/ln -sf /home/prod/CRONOS2/CRONOS25/DATA/ieee32/cronos.procedures cronos.procedures
/bin/ln -sf /home/prod/CRONOS2/CRONOS25/DATA/ieee32/fem.polynome fem.polynome /bin/ln -sf /home/prod/CRONOS2/CRONOS25/cproc25/ieee32/cproc cproc
/bin/ln -sf /export/opt/CRONOS2/protection/protec_cronos253 protec
#/bin/ln -sf /home/prod/CRONOS2/CRONOS26/cproc26/ieee32/cproc cproc
#/bin/ln -sf /export/opt/CRONOS2/protection/protec_cronos26 protec
#
                                                _ _ _ _ _ _ _
# Paramètres pour ESOPE
echo "ESOPE=100000000,LTRK=4096,NTRK=4000" > PARAM
# ---
# Emplacement des bibliotheques CPROC_OSI
/bin/ln -sf /home/esterel/anubis/DEV/CPROC_OSI/V1.1/bin/cproc_osiris.V1.1 cproc_osi
# ---
       _____
ls -al
cat > fort.9 << EOF
                               Description du calcul
             * Début du code
debut = TEMPS_CP: ;
CODE: 'CRONOS'
MEMO = MEMOIRE: 1 ;
SYSTEME STATION = MOULINEX: ;
OPTION: 'ECHO' 0 ;
OPTION: 'STAT' 'NON' ;
WRITE: 'LISTING' 'CALCUL EFFECTUE SUR LA STATION' STATION
               'SYSTEME ' SYSTEME ;
* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *
                                         *****
```

```
* Indice d'impression
IMPR0 = 0;
* Nombre de groupes d'énergie
NGROUP = 6
               ;
* Paramètres du module MINOS pour le calcul du flux stationnaire
       = 0.000001 ;
 EPSF
                             EPSVP = 0.0000001 ;
                              ITEEXT =
 ITEINT =
                3
                          ;
                                            50
 IRENUM =
                0
                          ;
                              TCHE
                                      =
                                            1
                                                       ;
        =
 LIVO
                2
                          ;
                              SORB
                                      =
                                              1
                                                      ;
 SORP
                              DF
                                      =
                                             3
                5
                          ;
                                                      ;
OMEG = 2;
* Paramètres du module MINOCINE pour le calcul cinétique
* Pas temporels
DELTAT1 = 0.2;
DELTAT2 = 0.01 ;
DELTAT3 = 0.001 ;
* Indice de la chute de la barre
IDEB = 10 ;
TYPCIN = 'CINETIQUE'
                        ;
                       ;
TYPSCHE = 'INTEGRADIFF'
ITBAL = 7
                        ;
THETAF = 1
                      ;
THETAC = 0.5
                        ;
PRECF = 1.E-05
                        ;
* Paramètres géométriques
* Nombre de mailles en X, Y et Z
NX = 40;
NY = 20;
NZ = 19 ;
* Coordonnées des détecteurs
DX1 = 30 ;
DY1 = 5;
DZ1 = 10 ;
DX2 = 33;
DY2 = 11 ;
DZ2 = 10;
DX3 = 22 i
DY3 = 1;
DZ3 = 10;
DX4 = 33;
DY4 = 16 ;
DZ4 = 10;
DX5 = 22;
DY5 = 14;
DZ5 = 10 ;
DX6 = 10 ;
DY6 = 11 ;
DZ6 = 10;
DX7 = 10;
DY7 = 16;
DZ7 = 10 ;
* Indice de la position des détecteurs dans la table du flux
II = 1 + 1 + ( (DZ1 - 1) * NX * NY) + ( (DY1 - 1) * NX) + DX1 - 1 ;
I2 = 1 + 1 + ( (DZ2 - 1) * NX * NY) + ( (DY2 - 1) * NX) + DX2 - 1 ;
I3 = 1 + 1 + ( (DZ3 - 1) * NX * NY) + ( (DY3 - 1) * NX) + DX3 - 1 ;
I4 = 1 + 1 + ((DZ4 - 1) * NX * NY) + ((DY4 - 1) * NX) + DX4 - 1;
I5 = 1 + 1 + ((DZ5 - 1) * NX * NY) + ((DY5 - 1) * NX) + DX5 - 1;
IG = 1 + 1 + ( (DZG - 1) * NX * NY) + ( (DYG - 1) * NX) + DXG - 1 ;
I7 = 1 + 1 + ( (DZ7 - 1) * NX * NY) + ( (DY7 - 1) * NX) + DX7 - 1 ;
*---- CREATION DES COMPOSITIONS des milieux
*____
BLOC COMPO ;
 T_COMPO = TABLE 'COMPO' ;
* LISAPH : lecture des données issues d'APOLLO2
 M1 M2 M3 M4 M5 = LISAPH: 2 'Resultat2.saph' 5 'Refl' 'Source'
          'Barre' 'Detct' 'Coeur' 'TOTALE';
 T_COMPO.'REF' = M1 ;
  T_COMPO.'SOU' = M2 ;
  T_COMPO.'ABS' = M3 ;
```

```
T_COMPO.'DET' = M4 ;
  T\_COMPO.'COM' = M5 ;
FIN COMPO ;
* *
**---- PREPARATION DES DONNEES PHYSIQUES
BLOC PREPAP ;
* GEOX : Création de la géométrie physique : association des COMPO au maillage cartésien
     GEOP = GEOX: IMPRO
          'MAILX' 0. 1 9.3 3 10.7 4 12.5 5 17.8 10 21.2 13 25. 15
           27. 17 29. 19 39. 24 41. 26 45. 28 48.8 30 50.7 31 52.2 33
           55.1 35 57.5 37 59.3 38 60.7 39 70. 41
          'MAILY' 0. 1 4.1 2 6. 3 8. 5 10. 7 11.9 9 13.5 10 18. 12
          20.6 14 22.6 16 24.2 18 25.7 19 35. 21
            'MAILZ' 0. 1 16.5 5 54.6 15 71.1 20
*

      '1'
      1
      'REF'
      1
      20

      '2'
      3
      'REF'
      1
      5
      'COM'
      5
      15
      'REF'
      15
      20

      '3'
      3
      'REF'
      1
      5
      'COM'
      5
      15
      'ABS'
      15
      20

      '4'
      3
      'REF'
      1
      5
      'DET'
      5
      15
      'REF'
      15
      20

      '5'
      3
      'REF'
      1
      5
      'SOU'
      5
      15
      'SOU'
      15
      20

          'ASSEMBLAGE '
                            181
*
            'REGION'
                            '1'
                                    1 41 1 21
                                                                   3 39 1 3
4 38 3 7
                                                            '2'
                                                            '2'
                                                            '2'
                                                                     5 37
                                                                              7 10
                                                                      7 35 10 12
                                                            '2'
                                                            '2'
                                                                    10 33 12 14
                                                                    13 30 14 16
15 28 16 18
                                                            '2'
                                                            '2'
                                                                    19 26 18 19
                                                            '2'
                             '3'
                                      31 38 1 2
                            '4'
                                      31 37 9 10
                                      31 35 10 12
31 33 12 14
                             '4'
                             '4'
                            '5'
                                      17 24 1 7
                            '8';
*
* DOMAINE : Calcul de la numérotation des zones physiques
* sur lesquelles on fait le calcul
    DOMA = DOMAINE: IMPR0 GEOP 'MOITIE N' 'REGION' 1 41 1 21 ;
* INIE : Initialisation des paramètres d'état et des concentrations
* des isotopes pour chaque maille de calcul
     TCOMP = INIE: IMPRO GEOP DOMA T_COMPO ;
FIN PREPAP ;
*
*---- SECTIONS EFFICACES MACROSCOPIQUES
*___
BLOC SECDIF ;
* MACR : Calcul des sections efficaces macroscopiques
           MACRO = MACR: IMPRO TCOMP DOMA GEOP T_COMPO
                        'CALCUL' 'CINETIQUE' 'PUISSANCE' ;
FIN SECDIF ;
*---- PREPARATION DES DONNEES DE CALCUL
*____
                                                    _____
BLOC PREPAC ;
* MIELEM : Construction du maillage de calcul pour la méthode MINOS
     GEOC = MIELEM: IMPR0 DOMA
                  'MAILX' 1
                  'MAILY' 1
                  'MAILZ' 1
* Conditions aux limites : réflexion en Y min
                            'CDL' 0 0 4 0 0 0
* Conditions aux limites : flux nul
                             'CDL' 0 0 0 0 0 0
```

'FEMX' 1 3 'FEMY' 1 3 'FEMZ' 1 3 * MIFEM : Calcul des éléments finis de référence pour la méthode MINOS POLY = MIFEM: IMPRO GEOC ; * MINIF : Initialisation d'un flux pour la méthode MINOS FLUX = MINIF: IMPR0 NGROUP GEOC POLY ; FIN PREPAC ; *---- SORTIE DES PUISSANCES ET FACTEUR DE NORMALISATION BLOC SORTP ; * MIFLUXINT : Calcul du flux intégré à partir du flux issu de MINOS FLUXINT = MIFLUXINT: IMPR0 DOMA MACRO GEOC FLUX MIMDIS ; * PUISSANCE : Calcul de la puissance intégrée à partir du flux intégré PUISS FLUXINT = PUISSANCE: IMPR0 DOMA MACRO FLUXINT ; RN = facteur de normalisation RN = PIQUE: IMPRO PUISS 'REEL' 2 ; VC : volume combustible VC = PIQUE: IMPRO PUISS 'REEL' 4 ; Puissance = volume combustible / facteur de normalisation PUI = (VC / RN) ; FIN SORTP ; *----- CALCUL DES MATRICES ET DU FLUX STATIONNAIRE *____ BLOC CALCUL ; * MIMATS : Construction des matices de fission, disparition et scattering MIMFIS : matrice de fission et de spectre MIMFIS MIMDIS MIMSCA = MIMATS: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY ; * MIMATR : Construction des matrices impaires de disparition MIMATR = MIMATR: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY ; * * MIMAT : Construction des matrices pour un calcul à valeur propre par la méthode MINOS MIMAT = MIMAT: 0 DOMA MACRO GEOC POLY MIMDIS ; * MINOS : résolution de l'équation multigroupe de la diffusion ou du transport simplifié par la méthode des éléments finis FLUX : structure de type MIFLUX FLUX TAB_VP = MINOS: IMPRO GEOC FLUX POLY MIMAT MIMFIS MIMDIS MIMSCA 'KEFF' 1 ITEEXT EPSF EPSVP 'TCHE'; * VP = valeur propre associée au flux VP = PIQUE: IMPRO FLUX 'REEL' 1 ; VPO = VP ; * * * WRITE: 'LISCONS' ' VPO= ' VPO ; * * * * On multiplie MIMFIS par 1/VPO pour avoir les fissions d'un état critique MIMFIS = MIMFIS / VPO ; * MINOS : résolution de l'équation multigroupe de la diffusion ou du transport * simplifié par la méthode des éléments finis FLUX TAB_VP = MINOS: IMPR0 GEOC FLUX POLY MIMAT MIMFIS MIMDIS MIMSCA 'KEFF' 1 ITEEXT EPSF EPSVP 'TCHE'; * VP est maintenant très proche de 1 VP = PIQUE: IMPRO FLUX 'REEL' 1 ; WRITE: 'LISCONS' ' VP= ' VP ; * * * FIN CALCUL ;

```
BLOC CALCUL_FINAL ;
* MIMATS : Construction des matices de fission, disparition et scattering
   MIMFIS MIMDIS MIMSCA = MIMATS: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY ;
* MIMATR : Construction des matrices impaires de disparition
    MIMATR = MIMATR: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY ;
* MIMAT : Construction des matrices pour un calcul à valeur propre
* par la méthode MINOS
    MIMAT = MIMAT: 0 DOMA MACRO GEOC POLY MIMDIS ;
    FLUX TAB_VP = MINOS: 1 GEOC FLUX POLY MIMAT MIMFIS MIMDIS MIMSCA
                         'KEFF' 1 ITEEXT EPSF EPSVP
                                                         'TCHE';
*
        VP = valeur propre associée au flux
   VP = PIQUE: IMPRO FLUX 'REEL' 1 ;
***
   WRITE: 'LISCONS' ' VPF= ' VP ;
* * *
*
        On divise MIMFIS par VP0_INI pour avoir les fissions correspondant
*
        à l'état critique initial
   MIMFIS = MIMFIS / VPO ;
* MINOS : résolution de l'équation multigroupe de la diffusion ou du transport
* simplifié par la méthode des éléments finis
    FLUX TAB_VP = MINOS: IMPR0 GEOC FLUX POLY MIMAT MIMFIS MIMDIS MIMSCA
                       'KEFF' 1 ITEEXT EPSF EPSVP
                                                        'TCHE';
        VPF = valeur propre finale
        VPF = PIQUE: IMPRO FLUX 'REEL' 1 ;
* * *
        WRITE: 'LISCONS' ' VPF= ' VPF ;
* * *
FIN CALCUL_FINAL ;
*---- IMPRESSION DES FLUX
*____
          _____
BLOC GETFLUX ;
* Récupération des flux à 6 groupes
* maillon = Flux en mixte duale pour une harmonique et un groupe
* Maillon 5 : flux rapide - Maillon 10 : flux thermique
        CFLUX = TABLE: ;
    CFLUX = MYTAB: IMPRO FLUXINT 10 'FLOTTANT'
                                                                 ;
     CFLUX = MYTAB: IMPRO FLUXINT 5 'FLOTTANT'
*
     CFLUX_G2 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 6 'FLOTTANT'
     CFLUX_G3 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 7 'FLOTTANT'
                                                                    ;
     CFLUX G4 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 8 'FLOTTANT'
     CFLUX_G5 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 9 'FLOTTANT'
     CFLUX_G6 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 10 'FLOTTANT'
     I = 1 ;
    DIVI_MAX = (NX * NY * NZ) + 3;
        REPETER DIVI DIVI_MAX ;
                 CFLUX.I = CFLUX.I + CFLUX_G2.I + CFLUX_G3.I ;
                 CFLUX.I = CFLUX.I + CFLUX_G4.I + CFLUX_G5.I + CFLUX_G6.I ;
                 CFLUX.I = (CFLUX.I / RN) ;
                  I = I + 1 i
        FIN DIVI ;
*
    IMPS: CFLUX ;
* * *
FIN GETFLUX ;
     - RECUPERATION DES FLUX aux positions des détecteurs
BLOC GETDET ;
        CFLUX = TABLE: ;
    CFLUX = MYTAB: IMPRO FLUXINT 10 'FLOTTANT'
                                                                 ;
     CFLUX = MYTAB: IMPRO FLUXINT 5 'FLOTTANT'
                                                                 ;
     CFLUX_G2 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 6 'FLOTTANT'
     CFLUX_G3 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 7 'FLOTTANT'
*
                                                                    ;
     CFLUX_G4 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 8 'FLOTTANT'
                                                                    ;
    CFLUX_G5 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 9 'FLOTTANT'
                                                                    ;
    CFLUX_G6 = MYTAB: IMPR0 FLUXINT 10 'FLOTTANT'
    DIVI_MAX = NX * NY * NZ + 3;
    I = 1 ;
+
        REPETER DIVI DIVI_MAX ;
```

```
*
                  CFLUX.I = CFLUX.I + CFLUX_G2.I + CFLUX_G3.I ;
*
                  CFLUX.I = CFLUX.I + CFLUX_G4.I + CFLUX_G5.I + CFLUX_G6.I ;
                  CFLUX.I = (CFLUX.I / RN) ;
*
                  I = I + 1;
*
         FIN DIVI ;
         FLUXDET1 = (CFLUX.I1 / RN) ;
         FLUXDET2 = (CFLUX.12 / RN) ;
         FLUXDET3 = (CFLUX.I3 / RN) ;
         FLUXDET4 = (CFLUX.I4 / RN)
         FLUXDET5 = (CFLUX.15 / RN) ;
         FLUXDET6 = (CFLUX.16 / RN) ;
         FLUXDET7 = (CFLUX.I7 / RN) ;
FIN GETDET ;
*---- INITIALISATION DE LA CINETIQUE
*____
BLOC INICINETIC ;
* MINICINE : Construction des matrices de données cinétique pour la méthode
* MINOS (constantes de décroissance, fraction de neutrons retardés,
* vitesse des neutrons)
   SDCIN = MINICINE: IMPR0 GEOC DOMA MACRO
                                                ;
* MIPRECINE : Calcul de la concentration des précurseurs et de la source de
* neutrons retardés à partir des flux calculés par la méthode MINOS
   CLP = MIPRECCINE: IMPRO GEOC MIMFIS FLUX SDCIN ;
FIN INICINETIC ;
*---- INSERTION DE LA BARRE
*____
BLOC GEOMMOD ;
         SI (ITEMPS GT IDEB) ALORS;
                  P = 6;
         FINSI ;
* GEOX : Création de la géométrie physique : association des COMPO au maillage cartésien
    GEOP = GEOX: IMPR0
        'MAILX' 0. 1 9.3 3 10.7 4 12.5 5 17.8 10 21.2 13 25. 15
         27. 17 29. 19 39. 24 41. 26 45. 28 48.8 30 50.7 31 52.2 33
         55.1 35 57.5 37 59.3 38 60.7 39 70. 41
        'MAILY' 0. 1 4.1 2 6. 3 8. 5 10. 7 11.9 9 13.5 10 18. 12
        20.6 14 22.6 16 24.2 18 25.7 19 35. 21
         'MAILZ' 0. 1 16.5 5 54.6 15 71.1 20
+
                       '1' 1 'REF' 1 20
'2' 3 'REF' 1 5 'COM' 5 15 'REF' 15 20
        'ASSEMBLAGE'
                       '3' 3 'REF' 1 5 'COM' 5 P 'ABS' P 20
'4' 3 'REF' 1 5 'DET' 5 15 'REF' 15 20
                            3 'REF' 1 5 'SOU' 5 15 'SOU' 15 20
                       '5'
                       181
          'REGION'
                       '1'
                              1 41 1 21
                                                         3 39 1 3
4 38 3 7
                                                 '2'
                                                 '2'
                                                 '2'
                                                         5 37
                                                                7 10
                                                         7 35 10 12
                                                 '2'
                                                 '2'
                                                         10 33 12 14
                                                        13 30 14 16
15 28 16 18
                                                 '2'
                                                 '2'
                                                 '2'
                                                         19 26 18 19
                       '3'
                               31 38 1 2
                       '4'
                               31 37 9 10
                               3135101231331214
                       '4'
                       '4'
                               17 24 1 7
                       '5'
                       ' 8' ;
FIN GEOMMOD ;
44
*
```

```
BLOC GEOMCIN ;
* DOMAINE : Calcul de la numérotation des zones physiques
* sur lesquelles on fait le calcul
    DOMA = DOMAINE: IMPR0 GEOP ;
    DOMA = DOMAINE: IMPRO GEOP 'MOITIE N' 'REGION' 1 41 1 21 ;
* INIE : Initialisation des paramètres d'état et des concentrations
* des isotopes pour chaque maille de calcul
   TCOMP = INIE: IMPRO GEOP DOMA T_COMPO ;
* MACR : Calcul des sections efficaces macroscopiques
   MACRO = MACR: IMPRO TCOMP DOMA GEOP T COMPO ;
* MIFEM : Calcul des éléments finis de référence pour la méthode MINOS
   POLY = MIFEM: IMPRO GEOC ;
* MIMATS : Construction des matices de fission, disparition et scattering
   MIMFIS MIMDIS MIMSCA = MIMATS: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY ;
* MIMATR : Construction des matrices impaires de disparition
    MIMATR = MIMATR: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY ;
   MIMFIS = MIMFIS / VPO ;
FIN GEOMCIN ;
* CINETIQUE 3D
**____
BLOC CINETIC ;
* COEFCINE : Lecture de la valeur du pas de temps, du type et
* des paramètres du schéma d'approximation temporelle pour la
* résolution de la cinétique multigroupe
   CFCIN = COEFCINE: IMPRO SDCIN DELTAT TYPSCHE THETAF THETAC ;
   MIMFISP = MIMFIS ;
   MIMDISP = MIMDIS ;
   MIMSCAP = MIMSCA ;
   MIMATRP = MIMATR ;
   EXECUTER GEOMCIN ;
* MIMATCINE : construction des matrices intervenant dans un calcul à source
* ou un calcul cinétique sur un pas de temps Dt par la méthode MINOS
   MIMCIN MIMCINP = MIMATCINE: IMPR0 DOMA GEOC POLY
                                MIMFIS MIMDIS MIMSCA 'CINETIQUE'
                                SDCIN CFCIN MIMFISP MIMDISP MIMSCAP ;
* MIMAT : Construction des matrices pour un calcul à valeur propre
* par la méthode MINOS
   MIMAT = MIMAT: IMPRO DOMA MACRO GEOC POLY MIMDIS MIMCIN;
* MISOURCINE : calcul de la source intervenant dans un calcul de cinétique
* par la méthode MINOS
   MISOURCP = MISOURCINE: IMPRO GEOC MIMCINP FLUXI MCLPI SDCIN
                       CFCIN ;
*
   TF
         = TI + DELTAT ;
   FLUXF = FLUXI ;
* MINOCINE : résolution des équations de la cinétique en théorie multigroupe
        FLUXF : structure de type MIFLUX
    FLUXF PREC = MINOCINE: IMPR0 FLUXF MISOURCP
                           GEOC POLY MIMAT MIMCIN MIMSCA
                           1 100 PRECE
                                         'RBAL' TTBAL ;
* MIPRECINE : Calcul de la concentration des précurseurs et de la source de
 neutrons retardés à partir des flux calculés par la méthode MINOS
   MCLPF = MIPRECCINE: IMPR0 MCLPI GEOC MIMFISP MIMFIS FLUXI FLUXF
                          SDCIN CFCIN ;
   ΤI
       = TF
               •
    FLUXI = FLUXF ;
   MCLPI = MCLPF ;
        FLUX = FLUXF ;
        MIMDIS = MIMDISP ;
        EXECUTER SORTP ;
* * *
```

```
WRITE: 'LISCONS' ' RN = ' RN
                                                       VC = ' VC
                                                   .
                                                    ' PUI = ' PUI ;
* * *
FIN CINETIC ;
BLOC CALCUL COMPLET ;
*---- CALCUL STATIONNAIRE
  EXECUTER COMPO ;
  EXECUTER PREPAP ;
  EXECUTER SECDIF ;
  EXECUTER PREPAC ;
  EXECUTER CALCUL ;
  EXECUTER SORTP ;
  TI = 0.;
*
       lère valeur de la table T_PUI : puissance initiale
  T PUI.TI = PUI ;
*
        EXECUTER GETFLUX ;
        T_FINI = CFLUX ;
*_____
                                  _____
*---- CALCUL CINETIQUE
*___
* Initialisation
   ITEMPS = 0;
  EXECUTER INICINETIC ;
  MCLPI = CLP ;
  FLUXI = FLUX ;
  FLUXF = FLUX ;
  PFI
       = 1.
*
       P : position initiale de la barre
  P = 15 ;
  ITPSMAX = 0 ;
* Boucle sur le temps
  REPETER CALCINIQS 3000 ;
    ITEMPS = ITEMPS + 1 ;
*
    DELTAT = DELTAT1;
         SI ( ITEMPS GT IDEB ) ALORS ;
           DELTAT = DELTAT3 ;
         FINSI ;
         SI ( ITEMPS GT 30 ) ALORS ;
           DELTAT = DELTAT2 ;
         FINSI ;
         SI ( ITEMPS GT 49 ) ALORS ;
            DELTAT = DELTAT1 ;
         FINSI ;
* Modification de la géométrie
    EXECUTER GEOMMOD ;
*
 Calcul cinétique
    EXECUTER CINETIC ;
    T_PUI.TF = PUI ;
*
* Récupération des valeurs du flux
    EXECUTER GETDET ;
    T_DET1.TF = FLUXDET1 ;
    T_DET2.TF = FLUXDET2 ;
    T_DET3.TF = FLUXDET3 ;
    T_DET4.TF = FLUXDET4 ;
    T_DET5.TF = FLUXDET5 ;
    T_DET6.TF = FLUXDET6 ;
    T_DET7.TF = FLUXDET7 ;
*
* * *
    WRITE: 'LISCONS' '
                          TEMPS= ' TF
                      .
                         PABSOR1= ' P
                      ,
                            PUIS= ' PUI ;
```
```
* * *
       FIN CALCINIQS ;
+++
 WRITE: 'LISCONS' 'Calcul =' TYPCIN
'Methode =' TYPSCHE
                   'DELTAT =' DELTAT
                   'THETAF =' THETAF
'THETAC =' THETAC
                   'PRECF =' PRECF
                   'F.Rebal =' ITBAL
                                        ;
* * *
* Calcul stationnaire à l'isssue du transitoire
        EXECUTER CALCUL_FINAL ;
*
* Récupération de la puissance intégrée
       EXECUTER SORTP ;
* Récupération de la nappe de puissance
       EXECUTER GETFLUX ;
        T_FFIN = CFLUX ;
FIN CALCUL_COMPLET ;
***** CALCUL COMPLET
                                                         * * * * * * * * * * * *
                             ****
****
                        *****
* Initialisation des tables
  T_PUI = TABLE: ;
  T_DET1 = TABLE: ;
  T_DET2 = TABLE: ;
  T_DET3 = TABLE: ;
  T_DET4 = TABLE: ;
  T_DET5 = TABLE: ;
  T_DET6 = TABLE: ;
  T_DET7 = TABLE: ;
  T_FINI = TABLE: ;
  T_FFIN = TABLE: ;
* Lancement du calcul
EXECUTER CALCUL_COMPLET
                                       ;
* Impression des résultats
  IMPTAB: T_PUI ;
  IMPTAB: T_DET1 ;
  IMPTAB: T_DET2
                  ;
  IMPTAB: T DET3
                  ;
  IMPTAB: T_DET4
                  ;
  IMPTAB: T_DET5
  IMPTAB: T_DET6
                  ;
  IMPTAB: T_DET7
                  ;
  IMPTAB: T_FINI
                  ;
  IMPTAB: T_FFIN
                 ;
MEMO = MEMOIRE: 1 MEMO ;
EDTIME:
                       ;
ARRET: ;
EOF
# -
# Execution du calcul
# --
#
time /home/prod/CRONOS2/CRONOS25_PATCH3/CODE/AIX/cronos253
#
cd ..
rm -Rf $TMPDIR
```

Annexe F

Principe et fonctionnement des chambres à fission

F.1 Généralités sur les chambres à ionisation

F.1.1 Principe

Les chambres à ionisation font partie de la famille des détecteurs à gaz. Ils sont constitués d'un volume de gaz situé entre deux électrodes soumises à une différence de potentiel (une haute tension de quelques dizaines à quelques centaines de volts). L'arrivée d'une particule ionisante crée, le long de sa trajectoire dans le gaz, des particules secondaires ou porteurs de charge (ions et électrons). Celles-ci dérivent vers les électrodes sous l'influence du champ électrique. Le courant ainsi produit conduit à une décharge du condensateur. Le circuit d'alimentation connecté aux bornes du condensateur compense ensuite cette décharge. C'est la compensation en temps réel de cette décharge par le circuit d'alimentation qui constitue le signal (figure F.1).



FIG. F.1 - Schéma électrique équivalent d'une chambre à ionisation

L'énergie moyenne *w* nécessaire à la création d'une paire de particules secondaires (paire électron-ion) dépend d'un grand nombre de facteurs tels que le type de gaz utilisé, le type de particule incidente ou même l'énergie de la particule. On observe que *w* est de l'ordre de 25 à 35 eV. Le nombre N_0 de paires électron-ion créées est donc simplement proportionnel à l'énergie E_0 déposée dans le gaz. On peut donc écrire :

$$N_0 = \frac{E_0}{w}$$

F.1.2 Recombinaison et migration des charges

La migration des porteurs de charges intervient sous l'influence du champ électrique régnant dans la chambre. Du comportement de ces particules, et notamment de leur vitesse

de migration, dépend la forme du signal généré par le détecteur.

Si μ est la mobilité d'un porteur de charge, *E* le champ électrique et *P* la pression du gaz, la vitesse de migration est donnée par :

$$v = \frac{\mu E}{P}$$

Une particularité des détecteurs gazeux est que les deux types de porteurs de charges participent au signal généré. Or, la mobilité des électrons est environ 1000 fois supérieure à la mobilité des ions. Les impulsions mesurées aux bornes de la chambre d'ionisation présentent donc deux parties bien distinctes. La première, de durée très courte (quelques dizaines de nanosecondes), est due aux électrons alors que la seconde, qui dure quelques microsecondes, est imputable aux ions.

Par ailleurs, la vitesse des porteurs de charges a une influence sur d'éventuelles recombinaisons entre ces porteurs. Les recombinaisons, en éliminant une partie du signal, introduisent un biais entre l'énergie mesurée par le détecteur et l'énergie réelle de la particule incidente.

F.1.3 Plage de fonctionnement

Pour un flux de particules fixé, le courant mesuré aux bornes du détecteur dépend de la tension appliquée entre les électrodes de la chambre. Cette dépendance est illustrée par la figure F.2.

Dans la première plage, des recombinaisons existent entre les porteurs de charge le long de la colonne d'ionisation, et à plus fort taux de comptage, entre les différentes colonnes d'ionisation. Le nombre de ces recombinaisons diminue lorsque la tension augmente.

Dans la seconde plage, la tension est suffisamment élevée pour empècher les recombinaisons et permettre de récolter toutes les charges créées dans la chambre. C'est le domaine de fonctionnement des chambres à fission. On parle de fonctionnement en chambre à dérive.

Dans la plage 3, la tension devient suffisamment élevée pour que les électrons accélérés par le champ deviennent ionisants produisent des ionisations secondaires. Il y a donc multiplication des électrons dans la chambre. Le signal est toujours proportionnel à l'énergie déposé, c'est le domaine de fonctionnement des compteurs proportionnels.

Lorsque, à plus haute tension, les ions deviennent également ionisants, on arrive à un multiplication non linéaire (plage 4).

Enfin, dans la dernière plage, la tension est tellement forte que la multiplication ne s'arrête que lorsque le champ induit par les charges compense suffisamment le champ externe appliqué. L'amplitude du signal n'a plus aucune relation de proportionnalité avec l'énergie déposée. C'est le domaine de fonctionnement des compteurs Geiger.



FIG. F.2 – Plages de fonctionnement des chambres à ionisation : nombre d'électrons collectés en fonction de la tension d'alimentation

F.1.4 Temps de collection des charges

Du fait de la différence entre les mobilités, le temps t_+ de collection des ions est de l'ordre de la milliseconde alors que celui des électrons t_- est de l'ordre de 100 ns ou moins. Si la constante de temps τ de l'électronique est de l'ordre de t_+ , toutes les charges déposées dans la chambre sont recueillies. La tension V_{mes} mesurée aux bornes du condensateur vaut alors $N_0 e/C$. La tension mesurée est bien proportionnelle à l'énergie déposée dans la chambre. Néanmoins, le fonctionnement du détecteur est, dans ce cas, limité à des taux de comptages très faibles.

En pratique, on prend τ de l'ordre de t_{-} . Dans ce cas, on ne recueille que les électrons et on montre que la valeur de la tension vaut :

$$V_{mes} = N_0 \frac{e}{C} \frac{x}{d}$$

où x est la distance entre la particule et l'anode est d la distance entre les électrodes. Dans ce cas, la tension mesurée n'est plus directement proportionnelle à l'énergie déposée mais dépend du lieu de création des charges dans la chambre.

La figure F.3 illustre la forme des impulsions observée dans ces deux cas de fonctionnement.



FIG. F.3 - Forme schématique d'une impulsion en sortie du détecteur

On voit qu'en réduisant la durée de l'impulsion en sortie, on perd la proportionnalité entre l'énergie de la particule et l'amplitude de l'impulsion. Certaines chambres à ionisation dites « chambres à grille » permettent de résoudre ce problème.

F.2 Chambres à fission

F.2.1 Principe

Les chambres à fission sont des chambres à ionisation permettant de détecter les neutrons de manière indirecte. En réalisant un dépôt de matière fissile (généralement de l'uranium 235) sur l'une des électrodes de la chambre, un neutron pénétrant dans le détecteur peut donner lieu à une fission. Les deux produits de fission sont émis avec un angle d'environ 180°, de sorte que l'un des deux au moins entre dans le corps de la chambre pour produire un signal en ionisant le gaz.

Le principal avantage d'une chambre à fission, par rapport aux autres détecteurs de neutrons, est le grand dépôt d'énergie par neutron. Il est d'environ 100 MeV, comparé à quelques MeV dans le cas de la réaction de capture par le bore (compteurs proportionnels au bore). Cela permet une meilleure discrimination entre les neutrons et les autres particules susceptibles d'interagir dans le détecteur (gammas, alphas), car ces dernières déposent au maximum quelques centaines de keV dans le détecteur.

F.2.2 Schéma d'une chambre à fission

Une chambre à fission peut être représentée par le schéma général de la figure F.4.

De manière générale, le signal *s* récolté aux bornes de la chambre à fission dépend de l'ensemble des paramètres de conception de la chambre (tension de polarisation V, pression du gaz P, etc) ainsi que du taux de fission R_{f} .

$$s = R_f K \left(V_{HT}, P, \ldots \right)$$

La calibration du détecteur vise à déterminer le facteur de proportionnalité K. On suppose que la chambre à fission est utilisée dans la plage de dérive. Dans ce cas, le coefficient K ne dépend que faiblement de V_{HT} .

Si *N* est le nombre d'atomes fissiles dans le dépôt, σ la section efficace de fission et ϕ le flux neutronique, le taux de fission s'exprime comme suit :

$$R_f = N\sigma\phi$$

Le paramètre N étant connu, on voit que le signal mesuré par la chambre à fission fournit une mesure du flux neutronique connaissant la section efficace de fission, ou, inversement, une mesure de la section efficace connaissant le flux neutronique.

En pratique, la mesure du signal nécessite parfois quelques précautions. En effet, l'intensité du champ électrique présent dans la chambre induit un courant de fuite circulant à la surface de l'isolant entre l'anode et la cathode. Dans le cas des chambres à ionisation, il faut utiliser un dispositif particulier (un anneau de garde) afin de limiter l'influence de ce courant sur le signal. Dans le cas des chambres à fission, le signal étant d'intensité beaucoup plus forte que le courant de fuite, ce dispositif n'est généralement pas nécessaire.



FIG. F.4 – Schéma général d'une chambre à fission

F.2.3 Modes de fonctionnement

Un intérêt non négligeable des chambres à fission est leur capacité de fonctionner sous trois modes, en fonction de l'intensité du flux neutronique. Ceci permet de couvrir une gamme de flux neutronique de l'ordre de 12 décades avec le même détecteur (figure F.5).

Le premier mode, appelé « impulsion », est utilisé lorsque le taux de comptage est faible (inférieur à quelques centaines de milliers de coups par seconde). Dans ce mode de fonctionnement, les impulsions issues du détecteurs sont séparables les unes des autres (la durée de la partie électronique du signal est inférieure à 100 ns). Les impulsions peuvent alors être comptées, datées ou traitées pour mesurer leur amplitude.

Au-delà d'environ un million de fissions par seconde, les impulsions induites par les neutrons s'empilent et ne sont donc plus dénombrables. On s'intéresse alors aux propriétés statistiques du courant mesuré qui restent bien évidemment dépendantes du taux de fission. En effet, en considérant que le signal mesuré est un processus de Poisson filtré, on montre que la moyenne du signal ainsi que sa variance sont toutes deux proportionnelles au taux de fission (théorèmes de Campbell [85]). Le mode « fluctuation » consiste donc à mesurer la variance du signal et le mode « courant » consiste à mesurer la moyenne du signal.

Les modes les plus intéressants, du point de vue de la mesure du flux neutronique, sont les modes impulsion et fluctuation. En effet, ces deux modes permettent une bonne discrimination entre les impulsions dues aux neutrons et celles dues aux gammas. En mode impulsion, on utilise simplement un discrimateur qui détecte les impulsions de grande amplitudes, dues aux neutrons. En mode fluctuations, la discrimination se fait « naturellement » car la variance du signal est proportionnelle au carré de la charge déposée. Ainsi, les gammas déposant en moyenne peu d'énergie contribuent peu au signal mesuré.



FIG. F.5 - Modes de fonctionnement des chambres à fission en fonction du taux de fission

F.2.4 Caractéristiques principales

Efficacité théorique

L'efficacité théorique ε_{th} d'une chambre à fission peut se définir comme le rapport entre le taux de fission et le flux incident.

$$\varepsilon_{th} = N\sigma$$

En réalité, cette efficacité théorique n'est jamais atteinte car il faut tenir compte des facteurs correcteurs dus à la géométrie du détecteur et à l'auto-absorption des produits de fission dans le dépôt.

<u>Sensibilité</u>

L'efficacité théorique du détecteur n'est pas une information directement utilisable car elle dépend du spectre du flux neutronique considéré. En effet, la section efficace de fission est fortement dépendante de l'énergie des neutrons. Les fournisseurs de chambre à fission lui préfèrent donc la notion sensibilité thermique. Il s'agit du signal mesuré par unité de flux thermique (distribution de Maxwell).

La sensibilité s'exprime dans des unités différentes en fonction du mode de fonctionnement (impulsion, fluctuation ou courant). Dans le premier mode, elle s'exprime en coups par seconde et par unité de flux thermique (cps/nv^2). En mode fluctuation, elle s'exprime en A².Hz⁻¹/nv. Enfin, en mode courant, la sensibilité s'exprime en A/nv.

Caractéristique courant-tension

Comme on l'a vu, l'utilisation correcte d'une chambre à fission nécessite de se placer dans son régime de saturation. La détermination de la tension optimale n'est pas toujours simple, comme le montre la figure F.6. En effet, le flux neutronique augmentant, le plateau de saturation devient de moins en moins plat et les tensions V_1 et V_2 le délimitant approximativement se rapprochent. Le choix généralement admis pour la tension V_{HT} est donc le point d'inflexion de la courbe d'étalonnage (courbe courant-tension).

Notons que l'évolution des courbes en fonction du taux de comptage est principalement due à l'augmentation des recombinaisons en volume dans le gaz.

² 1 nv correspond à 1 n.cm⁻².s⁻¹



FIG. F.6 - Caractéristiques courant-tension pour trois flux d'intensité croissante

Temps de demi-vie de la chambre

Le fonctionnement d'une chambre à fission est basé sur l'utilisation d'un dépôt de produit fissile qui, de fait, disparaît au cours du temps. Or, si λ est la constante de décroissance des noyaux, la concentration en matière fissile décroît avec le temps d'exposition de la manière suivante :

$$\frac{dN}{dt} = -\sigma N\phi - \lambda N$$

Si λN est négligeable devant $\sigma N \phi$ et si ϕ constant, on obtient simplement : $N(t) = N_0 e^{-\sigma \phi t}$

On peut donc définir le temps de demi-vie du dépôt fissile par la relation suivante :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\phi \sigma}$$

Le tableau suivant donne ce temps de vie en fonction du flux.

ϕ (n.cm ⁻² .s ⁻¹)	235 U (σ_{th} = 586 b)
10^{6}	$32\ 10^6$ ans
10^{12}	31 ans
10^{14}	115 jours
10^{15}	11 jours

TAB. F.1 – Temps de demi-vie d'une chambre à fission à l'uranium 235

F.2.5 Quelques avantages et inconvénients des chambres à fissions.

Les principaux avantages :

- une bonne sensibilité due aux fortes sections efficaces de fission
- une bonne discrimination neutrons-gammas
- la possibilité d'utiliser la chambre sous les modes impulsions, fluctuations ou courant en fonction du flux
- un bon rapport signal sur bruit dû au fort dépôt d'énergie

Les principaux inconvénients des chambres à fission sont :

- une sensibilité qui décroît dans le temps avec la disparition de la matière fissile
- un bruit intrinsèque dû au caractère émetteur α des noyaux fissiles, ainsi qu'à l'émission β des produits de fission
- un courant de fuite à travers l'isolant qui dépend des conditions d'utilisation (notamment de la température)

Les caractéristiques principales des chambres à fission sont :

- la sensibilité exprimée en A/nv (ou n.cm⁻².s⁻¹) pour le mode courant, en A²Hz⁻¹/nv pour le mode fluctuation et en s⁻¹/nv pour le mode impulsions.
- la capacité du détecteur (de quelques dizaines à quelques centaines de pF)
- le temps de collection de charge (de 50 à 150 ns)

Annexe G

Résultats complets de la campagne de mesures dynamiques du programme TRADE

Dans cette annexe sont regroupés les résultats complets de la dernière campagne de mesures dynamiques du programme TRADE. Ces résultats sont discutés au chapitre 10.

On donne aussi le détail des configurations REF, SC0, SC2 et SC3 et les taux de combustion des assemblages combustibles de la configuration REF.

G.1 Configuration de référence (REF)



FIG. G.1 – Configuration de référence du cœur TRADE

Annexe G : Résultats complets de la campagne de mesures dynamiques du programme TRADE



FIG. G.2 – Taux de combustion des assemblages pour la configuration de référence du cœur TRADE

G.2 Configuration SC0



FIG. G.3 – Configuration SC0 du cœur TRADE

Résultats avec la barre de régulation haute

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{ m S}}$ (%)
А	-0.4827	0.44
В	-0.4807	0.48
С	-0.4779	0.44
D	-0.4777	0.46
Dispersion	0.5 %	

TAB. G.6 – Résultats de la mesure PNS

TAB. G.7 – Moyenne des 3 mesures SJ-Cf (méthode AF)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-DB}$ (%)
А	-0.5031	0.2	3.49
В	-0.4967	0.19	3.51
С	-0.4901	0.18	3.57
D	-0.4983	0.18	3.47
Dispersion	1.1 %		

TAB. G.8 – Moyenne des 3 mesures SJ-Cf (méthode Carpenter)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-DB}$ (%)
А	-0.5013	0.61	7.49
В	-0.5003	0.59	7.58
С	-0.4993	0.54	7.53
D	-0.4987	0.54	7.44
Dispersion	0.23 %		

TAB. G.9 – Résultats de la mesure SJ-Gen (méthode IC)

Détecteur	$ ho_{ ext{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-C}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ extsf{s}}-DB}$ (%)
А	-0.4754	0.47	3.9
В	-0.4790	0.42	3.9
С	-0.4813	0.37	3.9
D	-0.4791	0.41	3.9
Dispersion	0.51 %		

Résultats avec la barre de régulation basse

Тав. G.10 –	· Résultats	de la	mesure	PNS
-------------	-------------	-------	--------	-----

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}}$ (%)
А	-1.3903	0.27
В	-1.3615	0.20
С	-1.3717	0.33
D	-1.3682	0.15
Dispersion	0.	9 %

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-DB}$ (%)
А	-1.4110	0.71	2.9
В	-1.3560	0.65	2.9
С	-1.3140	0.83	3
D	-1.3697	0.67	2.8
Dispersion	2.9 %		

TAB. G.11 – Moyenne des 3 mesures SJ-Cf (méthode AF)

TAB. G.12 – Moyenne des 3 mesures SJ-Cf (méthode Carpenter)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{s-C}}$ (%)	$\sigma_{ ho_{ ext{S}}-DB}$ (%)
А	-1.39	1.7	4.3
В	-1.3673	1.6	4.2
С	-1.3691	1.9	4.6
D	-1.3480	1.6	4.0
Dispersion	1.3 %		

TAB. G.13 – Résultats de la mesure SJ-Gen (méthode IC)

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-DB}$ (%)
А	-1.4010	1.1	3.6
В	-1.3740	1.0	3.6
С	-1.3450	1.3	3.6
D	-1.3900	0.9	3.6
Dispersion	1.8 %		

TAB. G.14 - Moyenne des 3 mesures RD (méthode AF)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ extsf{S}}-DB}$ (%)
А	-1.6423	1.4	4.6
В	-1.3133	1.1	2.2
С	-1.2793	1.4	4.7
D	-1.6300	1.2	2.3
Dispersion	13.4 %		

TAB. G.15 - Moyenne des 3 mesures RD (méthode Carpenter)

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-DB}$ (%)
А	-1.4870	4.5	5.8
В	-1.4533	4.2	6.1
С	-1.3560	6.6	5.7
D	-1.4933	3.9	6.3
Dispersion	4.4 %		

G.3 Configuration SC2



FIG. G.4 – Configuration SC2 du cœur TRADE

Résultats avec la barre de régulation haute

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{ m S}}$ (%)
А	-3.5222	0.24
В	-3.4947	0.23
С	-3.4365	0.21
D	-3.4394	0.2
Dispersion	1.2 %	

TAB. G.16 – Résultats de la mesure PNS

TAB. G.17 - Moyenne des 7 mesures SJ-Cf (méthode AF)

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{ extsf{s-DB}}}$ (%)
А	-3.7597	1.9	2.3
В	-3.5445	1.8	2.2
С	-3.2071	1.2	2.2
D	-3.4126	1.7	2.1
Dispersion	6.7 %		

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{ ext{S}}-DB}$ (%)
А	-3.502	1.8	2.1
В	-3.527	1.7	2.1
С	-3.46	1.6	2.1
D	-3.426	1.5	2.1
Dispersion	1.3 %		

Annexe G : Résultats complets de la campagne de mesures dynamiques du programme TRADE

TAB. G.18 – Résultats de la mesure SJ-Gen (méthode IC)

Résultats avec la barre de régulation basse

TAB. G.19 – Résultats de la mesure PNS

Détecteur	$ ho_{ ext{s}}$	$\sigma_{ ho_{ m S}}$ (%)
А	-4.5958	0.34
В	-4.3983	0.3
С	-4.4267	0.38
D	-4.4735	0.29
Dispersion	1.9 %	

TAB. G.20 – Moyenne des 7 mesures SJ-Cf (méthode AF)

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{ extsf{S}}-DB}$ (%)
А	-4.9215	2.6	2.1
В	-4.2423	2.3	2.1
С	-3.8509	2.6	2.2
D	-4.3353	2.7	2.1
Dispersion	10.2 %		

TAB. G.21 – Résultats de la mesure SJ-Gen (méthode IC)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle{ ho_{s}-DB}}$ (%)
А	-4.320	2	2
В	-4.227	1.8	2
С	-4.213	2.2	2
D	-4.388	1.7	2
Dispersion	1.9 %		

G.4 Configuration SC3



FIG. G.5 – Configuration SC3 du cœur TRADE

Résultats avec la barre de régulation haute

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}}$ (%)
А	-6.2177	0.53
В	-6.2183	0.26
С	-6.1021	0.19
D	-6.1072	0.20
Dispersion	1.1 %	

TAB. G.22 – Résultats de la mesure PNS

TAB. G.23 – Moyenne des 10 n	mesures SJ-Cf (méthode	e AF)
------------------------------	------------------------	-------

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho ext{s-C}}$ (%)	$\sigma_{\scriptscriptstyle ho_{ m S}-DB}~(\%)$
А	-6.7948	5.1	2
В	-6.1490	5.1	2
С	-5.2257	2.9	2
D	-5.7210	5.2	2.1
Dispersion	11.1 %		

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-DB}$ (%)
А	-6.298	1.76	2.16
В	-6.409	1.72	2.17
С	-6.255	1.5	2.22
D	-6.145	1.5	2.18
Dispersion	1.7 %		

Annexe G : Résultats complets de la campagne de mesures dynamiques du programme TRADE

TAB. G.24 - Résultats de la mesure SJ-Gen (méthode IC)

Résultats avec la barre de régulation basse

TAB. G.25 – Résultats de la mesure PNS

Détecteur	$ ho_{\$}$	$\sigma_{ ho_{ m S}}$ (%)
А	-7.4811	0.31
В	-7.0893	0.27
С	-7.2671	0.36
D	-7.2277	0.46
Dispersion	2.2 %	

TAB. G.26 – Moyenne des 10 mesures SJ-Cf (méthode AF)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{s-C}}$ (%)	$\sigma_{ ho_{ extsf{S}}-DB}$ (%)
А	-7.4044	7.3	2
В	-7.4442	7.0	2
С	-5.5472	7.2	2
D	-6.7020	8.3	2
Dispersion	13.1 %		

TAB. G.27 – Résultats de la mesure SJ-Gen (méthode IC)

Détecteur	$ ho_{ extsf{s}}$	$\sigma_{ ho_{\mathrm{S}}-C}$ (%)	$\sigma_{ ho_{\mathtt{S}}-DB}$ (%)
А	-7.352	2.1	2.1
В	-6.743	1.7	2.1
С	-7.018	2.3	2.2
D	-7.129	1.8	2.1
Dispersion	3.6 %		