

N° d'ordre : 5062



· THÈSE ·

présentée pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Louis Pasteur - Strasbourg I

École doctorale : Mathématiques, Sciences de l'Information et de l'Ingénieur
Discipline : Électronique, Électrotechnique, Automatique
Spécialité : Traitement d'Images et Vision par Ordinateur

Recalage non rigide d'images cérébrales 3D avec contrainte de conservation de la topologie

Soutenue publiquement
le 10 mars 2006
par

Vincent NOBLET

Membres du jury :

M. Christian	BARILLOT	Rapporteur externe	IRISA, Rennes
M. Patrick	CLARYSSE	Rapporteur externe	CREATIS, Lyon
M. Ernest	HIRSCH	Rapporteur interne	LSIIT, Strasbourg
M. Christian	HEINRICH	Examineur	LSIIT, Strasbourg
M. Fabrice	HEITZ	Directeur de thèse	LSIIT, Strasbourg
M. Jean-Paul	ARMSPACH	Directeur de thèse	IPB, Strasbourg

Équipes d'accueil

Laboratoires des Sciences de l'Image,
de l'Informatique et de la Télédétection
UMR CNRS-ULP 7005

Institut de Physique Biologique
UMR CNRS-ULP 7004

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Christian Barillot, Directeur de recherche à l'Institut de Recherche en Informatique et Systèmes Aléatoires (IRISA, Rennes), Monsieur Patrick Clarysse, Chargé de recherche au Centre de Recherche et d'Applications en Traitement de l'Image et du Signal (CREATIS, Lyon), et Monsieur Ernest Hirsch, Professeur à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg (ENSPS, Strasbourg), d'avoir accepté de rapporter ce travail de thèse.

Je tiens ensuite à remercier mes deux directeurs de thèse, Monsieur Fabrice Heitz, Professeur à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg (ENSPS, Strasbourg) et Monsieur Jean-Paul Armspach, Ingénieur de recherche à l'Institut de Physique Biologique (IPB, Strasbourg) pour leur encadrement, leur complémentarité, et le cadre de travail privilégié qu'ils ont su m'offrir.

Un énorme merci à Christian Heinrich, Maître de conférence à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg (ENSPS, Strasbourg), qui a encadré et guidé ce travail. Je le remercie pour ce qu'il m'a apporté sur le plan scientifique, pour la qualité de ses conseils, pour toutes les heures passées à la relecture attentive de mes différentes productions écrites, pour sa disponibilité et sa bonne humeur.

Ce travail de recherche a été mené en étroite collaboration entre le Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT, Strasbourg) et l'Institut de Physique Biologique (IPB, Strasbourg) dans le cadre d'un projet multi-laboratoires sur le thème de l'« Imagerie et Robotique Médicale et Chirurgicale ». J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur Fabrice Heitz, directeur du LSIIT et Monsieur Daniel Grucker, directeur de l'IPB, pour leur accueil dans leur laboratoire respectif.

Je remercie aussi toutes les personnes que j'ai pu côtoyer au sein du LSIIT et de l'IPB, qu'elles soient titulaires, stagiaires ou doctorants. Je tenais tout particulièrement à remercier Aicha Beya Far, Marcel Bosc, Stéphanie Bricq, Matthieu Brucher, Sylvain Faisan, Farid Flitti, Redouane Khemmar, Nicolas Passat, Mathieu Tobie et Torbjørn Vik avec qui j'ai pu échanger de nombreuses discussions, scientifiques ou non, et qui ont contribué à la bonne ambiance générale de l'équipe.

Je tiens enfin à remercier mes parents, ma sœur, ma famille et mes amis de leur soutien pendant toutes ces années.

Table des matières

Introduction générale	1
I Présentation générale du problème	5
Introduction	7
1 L'imagerie cérébrale par résonance magnétique	9
1.1 Le cerveau	10
1.2 L'imagerie par résonance magnétique	16
2 État de l'art sur le recalage	23
2.1 Problématique générale	25
2.2 Approches denses <i>vs.</i> approches géométriques	27
2.3 Critère de similarité	31
2.4 Espace de recherche	35
2.5 Estimation du modèle de déformation	48
Conclusion partielle	53
II Méthodologie	55
Introduction	57
3 Modèle de déformation	59
3.1 Définition du modèle de déformation	59
3.2 Choix de la fonction d'échelle	60
3.3 Propriétés du modèle de déformation	61
3.4 Approche multiéchelle	63
4 Conservation de la topologie	65
4.1 Problématique générale	66
4.2 État de l'art des méthodes garantissant la conservation de la topologie . .	68
4.3 Recalage sous contraintes topologiques	73
4.4 Contributions de la conservation de la topologie	91

5	Fonction de coût	97
5.1	Terme d'attache aux données	98
5.2	Terme relatif au modèle de déformation	105
6	Normalisation d'intensité	111
6.1	Approches existantes	112
6.2	Normalisation d'intensité : cas monomodal	115
6.3	Normalisation d'intensité : extension multimodale	121
7	Méthodes d'optimisation et mise en œuvre du recalage	129
7.1	Estimation des paramètres du modèle de déformation	129
7.2	Mise en œuvre du recalage	134
7.3	Récapitulatif de l'algorithme final	137
	Conclusion partielle	139
III	Validation	141
	Introduction	143
8	Méthodes de validation du recalage	145
8.1	État de l'art des méthodes de validation	146
8.2	Cadre de validation proposé	149
9	Résultats	157
9.1	Influence des paramètres de la méthode de recalage proposée	158
9.2	Normalisation des intensités	165
9.3	Comparaison entre différentes méthodes de recalage	168
10	Discussion	175
10.1	Cadre de validation	175
10.2	Caractérisation de la méthode de recalage proposée	178
10.3	Normalisation des intensités	180
10.4	Comparaison des méthodes de recalage	181
	Conclusion partielle	183
	Conclusion générale et perspectives	185
IV	Annexes	191
A	Linéarité du jacobien par rapport aux paramètres du modèle	193
B	Concavité et convexité de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$	195

C	Expressions analytiques du gradient et du hessien de la fonction de coût	197
C.1	Critère de similarité non symétrisé (équation 5.2)	197
C.2	Critère de similarité symétrisé (équation 5.6)	198
C.3	Énergie de membrane élastique (équation 5.8)	199
D	Publications	201
	Bibliographie	202

Introduction générale

L'imagerie médicale joue désormais un rôle central dans les neurosciences, tant en recherche fondamentale que dans l'aide au diagnostic ou à la décision thérapeutique. La quantité croissante de données, souvent volumiques, mise à la disposition du praticien, a motivé la conception de nouvelles méthodes automatiques pour l'analyse et l'interprétation des images.

Une des problématiques majeures est de pouvoir analyser et traiter plusieurs images dans un référentiel commun. Ce problème, connu sous le nom de recalage, requiert l'estimation d'une transformation géométrique permettant la superposition spatiale des caractéristiques correspondantes entre les images. Pour des images d'un même patient acquises avec des modalités d'imagerie différentes, il s'agit de déterminer une transformation géométrique simple caractérisée par un faible nombre de paramètres (par exemple rigide ou affine). Le cadre de ce travail concerne le recalage d'images tridimensionnelles de patients différents, nécessitant l'estimation de transformations ayant un nombre beaucoup plus important de degrés de liberté, typiquement jusqu'à plusieurs centaines de milliers, pour la mise en correspondance non rigide de structures anatomiques cérébrales. L'objectif est ainsi de déterminer un champ de déformation qui, à chaque point d'une image source, associe les coordonnées dans le référentiel d'une image cible, du point correspondant à la même réalité anatomique. Nous considérons ici une représentation paramétrique multiéchelle du champ de déformation dans une base de fonctions B-splines.

Une propriété souhaitable d'une méthode de recalage non rigide est de préserver l'intégrité des structures sujettes à déformation. Cette propriété, dénommée conservation de la topologie, nécessite de restreindre l'espace de recherche des transformations aux seules solutions physiquement acceptables. Ce problème a déjà largement été abordé dans la littérature mais souvent au prix de coûts calculatoires prohibitifs dans le cas de modèles de déformation fluide ou de manière non mathématiquement rigoureuse en imposant cette propriété uniquement sur la grille discrète de l'image. Une des contributions majeures de cette thèse est de garantir cette propriété dans le cas 3D sur le domaine continu sous-jacent de l'image, tout en gardant des temps de calcul raisonnables.

Les applications d'une méthode de recalage non rigide sont nombreuses, le recalage constituant une étape indispensable dans de nombreuses procédures de traitement d'images médicales. Deux contextes d'application peuvent être distingués : le recalage intra-individu qui traite des séquences temporelles d'images provenant d'un même individu, et le recalage inter-individu qui fait la mise en correspondance entre des individus différents ou entre un individu et un modèle de référence (atlas). Les applications du recalage intra-individu sont notamment la détection et le suivi d'évolution de lésions et la mesure d'atrophie ou d'hypertrophie de certaines structures anatomiques. Les ap-

plications du recalage inter-individu sont principalement la construction et l'utilisation d'atlas probabilistes, par exemple pour la segmentation automatique par transport d'un modèle *a priori* ou pour l'analyse statistique de variations anatomiques ou fonctionnelles, normales ou pathologiques, au sein d'un groupe d'individus.

Ce travail de recherche a été mené en étroite collaboration entre le Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (UMR CNRS-ULP 7005) et l'Institut de Physique Biologique (UMR CNRS-ULP 7004) dans le cadre d'un projet multi-laboratoires sur le thème de l'« Imagerie et Robotique Médicale et Chirurgicale » (Équipe Projet Multi-Laboratoire N°9 du CNRS). Il s'inscrit dans la continuité des travaux menés par Olivier Musse [Musse 00] qui portaient sur la préservation de la topologie dans le cas du recalage d'images bidimensionnelles. Ce travail comporte trois contributions nouvelles par rapport à la thèse d'Olivier Musse. La première contribution de ce travail est l'extension de la contrainte de conservation de la topologie au cas 3D, tout en gardant des temps de calcul raisonnables, compatibles avec une application en routine clinique. L'estimation des paramètres revient dès lors à résoudre un problème d'optimisation sous contraintes imposant la positivité du jacobien de la transformation : il s'agit de déterminer les extrema globaux (minimum et maximum) du jacobien pour un jeu donné de paramètres de la transformation. Dans le cas 3D, contrairement au cas 2D, le jacobien a une forme polynomiale non triviale. Nous avons eu recours à des techniques issues de l'analyse par intervalles pour déterminer ces extrema. La seconde contribution de ce travail concerne l'amélioration de la méthode de recalage. Les points abordés sont le choix du critère de similarité et sa symétrisation, la régularisation du champ de déformation, et la normalisation des intensités entre les deux images. Différents critères de similarité basés sur la différence d'intensité entre les images ont été étudiés. Ces critères présentant l'inconvénient de ne pas accorder un rôle symétrique aux deux images, le résultat du recalage dépend du choix arbitraire d'une image de référence. Une version symétrisée du critère a alors été introduite. Concernant la régularisation, le choix d'une énergie de type membrane élastique a été fait. Par ailleurs, une méthode originale de normalisation des intensités a été proposée, basée sur l'estimation d'un mélange de gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint des deux images. Cette méthode, dans un premier temps conçue pour lever des difficultés rencontrées dans le cadre du recalage d'images monomodales, a permis d'étendre la méthode au cas d'images IRM de pondérations différentes. La troisième contribution de ce travail est la validation de la méthode. Nous avons évalué de façon approfondie l'influence des différents paramètres et nous avons effectué des comparaisons avec d'autres méthodes.

Le mémoire de thèse se divise en trois parties. La première partie est consacrée à la présentation générale du problème de recalage d'images cérébrales. Nous proposons tout d'abord une description succincte de l'anatomie cérébrale afin de présenter le contenu des images, de comprendre les motivations qui conduisent à recaler des images cérébrales et d'émettre certaines hypothèses sur la nature de la transformation à estimer. Nous introduisons ensuite brièvement l'imagerie par résonance magnétique (IRM), dans le but d'appréhender le sens physique de l'image, de comprendre sa formation et de caractériser son contenu en terme de bruit et d'artefacts. Enfin, nous dressons un état de l'art des différentes méthodes de recalage proposées dans la littérature. Celui-ci s'articule autour de quatre critères permettant de caractériser une méthode de recalage, à savoir l'infor-

mation utilisée pour guider le recalage, le critère de similarité permettant de comparer l'information extraite des images, le modèle de déformation et la méthode permettant d'estimer les paramètres du modèle de déformation.

Dans la seconde partie, nous présentons l'ensemble des développements méthodologiques relatifs à l'algorithme de recalage proposé. Dans un premier temps, nous décrivons le modèle de déformation exprimé selon une approche multiéchelle dans une base de fonctions B-splines. Ensuite nous abordons le problème de la conservation de la topologie. Un état de l'art des solutions existantes est proposé. Puis nous détaillons les différentes méthodes que nous avons mises en œuvre pour résoudre le problème de l'estimation des paramètres de la transformation sous la contrainte de positivité du jacobien. Nous décrivons notamment les différentes techniques issues de l'analyse par intervalles que nous avons utilisées pour rechercher les optima globaux du jacobien. Ensuite, nous évoquons certains aspects liés à la fonction de coût à optimiser pour l'estimation des paramètres de la transformation. Elle est composée d'un terme quantifiant la ressemblance entre les images et d'un terme pénalisant les comportements irréguliers du champ de déformation. Le choix de différents critères de similarité est discuté et le problème de la symétrisation de ce critère par rapport au rôle joué par les deux images est abordé. Une régularisation de type membrane élastique a été choisie. Nous abordons ensuite le problème de la normalisation des intensités. Après un bref état de l'art, nous présentons une méthode originale basée sur l'estimation d'un mélange de gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint des deux images. Cette méthode, proposée dans un premier temps dans le cas monomodal, permet aussi d'étendre le recalage à des images IRM de pondérations différentes. Enfin, nous proposons un récapitulatif de l'algorithme de recalage en détaillant les différents éléments complémentaires (prétraitements, méthode d'optimisation, réduction du nombre de paramètres,...) nécessaires à la mise en pratique efficace de la méthode.

La troisième partie est consacrée à la validation de la méthode de recalage. Après un état de l'art des méthodes de validation existantes, nous décrivons le cadre de validation que nous avons proposé, basé sur l'utilisation de champs de déformation synthétiques, sur la construction d'un cerveau moyen, sur la validation de la segmentation automatique par transport d'atlas, sur la mise en correspondance de certains amers ponctuels et sur la cohérence des champs de déformation estimés. Les résultats obtenus grâce à l'ensemble de ces critères sont présentés, permettant ainsi d'évaluer l'influence des différents paramètres de la méthode (influence de la résolution finale, des contraintes sur le jacobien, du terme de régularisation, du choix du critère de similarité, de la symétrisation du critère, de la méthode de normalisation des intensités) et de comparer cet algorithme avec une méthode de recalage de référence, à savoir l'algorithme des démons proposé par Thirion [Thirion 98] tel qu'il est implanté au sein de la bibliothèque de traitement d'images médicales ITK¹.

L'ensemble des méthodes développées a été intégré au sein d'une plate-forme logicielle dédiée aux traitements d'images médicales : *Medimax*. La méthode que nous avons proposée pourra donc être utilisée avec avantage pour de nombreuses applications en analyse d'images médicales, notamment pour la construction et l'utilisation d'atlas ainsi que pour la détection et le suivi d'évolution de lésions qui font l'objet de travaux de

¹<http://www.itk.org>.

recherche dans l'équipe. Elle a en particulier déjà été utilisée dans les travaux de thèse menés par Torbjørn Vik [Vik 04, Vik 05] et Nicolas Passat [Passat 05a, Passat 05b].

Première partie

Présentation générale du problème

Introduction

Cette première partie présente de manière générale l'ensemble des concepts relatifs au recalage d'images cérébrales. Le recalage est un outil fondamental en traitement d'images. L'objectif est de déterminer une transformation spatiale entre deux images permettant de mettre en correspondance des caractéristiques équivalentes. Ses applications ne se limitent évidemment pas à l'imagerie médicale et concernent aussi d'autres domaines comme l'imagerie satellitaire et la vision par ordinateur (stéréoscopie, reconnaissance de forme, estimation du mouvement). Néanmoins, étant données les spécificités liées au domaine applicatif de l'imagerie par résonance magnétique (IRM) cérébrale, nous proposons un premier chapitre présentant une description de l'anatomie cérébrale ainsi qu'une introduction à l'imagerie par résonance magnétique. La partie consacrée à la description anatomique du cerveau a pour but de présenter le contenu des images, de comprendre les motivations qui conduisent à recaler des images de cerveau et d'émettre certaines hypothèses sur la nature de la transformation à estimer. L'introduction à l'IRM permet d'appréhender le sens physique sous-jacent à l'image, de comprendre sa formation et de caractériser son contenu en termes de bruit et d'artefacts. Dans un second chapitre, un état de l'art des différentes méthodes de recalage proposées dans la littérature est dressé. Il s'articule autour de quatre critères permettant de caractériser une méthode de recalage, à savoir l'information utilisée pour guider le recalage, le critère de similarité pour comparer l'information extraite des images, le modèle de déformation et la méthode permettant d'estimer le modèle de déformation. Cette partie a pour vocation de donner au lecteur une vue d'ensemble des méthodes existantes afin de pouvoir mieux situer les contributions que nous avons apportées.

Chapitre 1

L'imagerie cérébrale par résonance magnétique

1.1	Le cerveau	10
1.1.1	Description	10
1.1.2	Variabilité morphologique interindividuelle	12
1.1.3	Sur la légitimité de recalibrer des images de cerveaux	12
1.1.4	Les modalités d'observation du cerveau	15
1.2	L'imagerie par résonance magnétique	16
1.2.1	Principes physiques de la résonance magnétique nucléaire	16
1.2.2	Formation des images	19
1.2.3	Pondération des images	19
1.2.4	Caractérisation des images IRM	20

Ce premier chapitre est consacré à la description des images médicales sur lesquelles a porté ce travail de thèse. La description proposée est faite tant du point de vue du contenu des images que des différentes caractéristiques liées au processus d'acquisition. Il s'avère en effet très important, en particulier dans le domaine du traitement d'images médicales, de prendre conscience à la fois du sens physique des images lié aux techniques d'acquisition, et des considérations anatomiques liées à la structure étudiée. Ces deux aspects permettent d'introduire des hypothèses justifiées du point de vue de la physique et de l'anatomie lors de la conception d'algorithmes. Cette prise de conscience s'insère aussi dans un contexte de collaboration pluridisciplinaire avec le monde médical, afin de pouvoir mieux comprendre les attentes des médecins.

Dans une première partie, nous décrivons brièvement l'anatomie cérébrale afin de rendre compte du contenu des images. L'étude de la variabilité morphologique interindividuelle y est abordée, en particulier au travers du processus de morphogenèse cérébrale qui nous permet d'émettre des hypothèses quant à la nature de la déformation à estimer. Différentes modalités d'observation du cerveau sont ensuite présentées. La seconde partie de ce chapitre est consacrée à l'imagerie par résonance magnétique (IRM). Nous y décrivons dans un premier temps les principes physiques de la résonance magnétique nucléaire, puis la formation des images et les différents contrastes possibles. Enfin une

description des différentes caractéristiques (nature du bruit et artefacts) des images IRM est présentée.

1.1 Le cerveau

1.1.1 Description

Bien que représentant seulement 2% du poids total du corps humain (soit environ 1,4 kilogrammes), le cerveau gère directement ou indirectement 98 % de ses fonctions. Il est responsable des fonctions humaines les plus complexes comme la pensée, la résolution de problèmes, les émotions, la conscience et les comportements sociaux, et régit les fonctions essentielles du corps comme la respiration, le processus d'alimentation, le sommeil, les mouvements et les cinq sens.

En dépit de son extrême complexité, le cerveau n'est composé que de deux types de cellules : les *neurones* et les *cellules gliales*. Les *neurones* sont des cellules nerveuses capables de recevoir et de transmettre l'information. Ils sont constitués d'un *corps cellulaire*, de plusieurs prolongements afférents appelés dendrites et d'un prolongement efférent appelé *axone*. Chaque neurone peut posséder jusqu'à 10 000 connexions avec d'autres neurones, ce qui conduit à un nombre très élevé de réseaux interconnectés. Les *cellules gliales* sont quant à elles des cellules de soutien qui contribuent à assurer le bon fonctionnement des neurones, sans participer directement au transfert de l'information. Le cerveau contient plus de 100 000 milliards de neurones et encore davantage de cellules gliales.

D'un point de vue macroscopique, deux principaux types de tissus peuvent être distingués : la *substance blanche* et la *substance grise*. La *substance blanche* est principalement formée par les axones des neurones et la *substance grise* correspond à des agglomérations de corps cellulaires neuronaux. Les cellules gliales sont à la fois présentes dans la substance blanche et dans la substance grise.

D'un point de vue anatomique, l'*encéphale* est composé de trois structures principales : le *cerveau*, le *cervelet* et le *tronc cérébral* (figure 1.1-a). Le *tronc cérébral*, situé à la base du cerveau, forme le lien entre le *cortex cérébral*, la *substance blanche* et la *moelle épinière*. Il reçoit les informations transmises venant du corps entier via la *moelle épinière*, et gère le niveau de vigilance ainsi que les fonctions végétatives du corps (respiration, rythme cardiaque, tension artérielle). Le *cervelet* est un centre nerveux régulateur de la fonction motrice qui permet un contrôle précis de la posture et des mouvements. Le *cerveau* est constitué quant à lui de deux *hémisphères* (gauche et droit), qui sont constitués chacun de quatre lobes : le *lobe frontal* (intervient dans la pensée, la conceptualisation, la planification, l'appréciation consciente des émotions), le *lobe pariétal* (intervient pour les gestes, l'orientation et la reconnaissance spatiales, le calcul), le *lobe occipital* (principalement le siège de la vision) et le *lobe temporal* (dédié à l'interprétation des sons, du langage et de la mémoire). La surface externe du cerveau, appelée *cortex*, est constituée de nombreux renflements et plis nommés respectivement *scissures* (ou *sulci*, ou encore *sillons*) et *circonvolutions* (ou *gyri*). Ces circonvolutions sont si serrées que seulement environ 30% du cortex est en fait visible à partir de la surface extérieure. Le cortex joue un rôle important dans la fusion des informations provenant des différentes zones du cerveau. Il nous permet ainsi de percevoir, d'interpréter et de réagir de façon adéquate

à l'environnement dans lequel nous sommes.

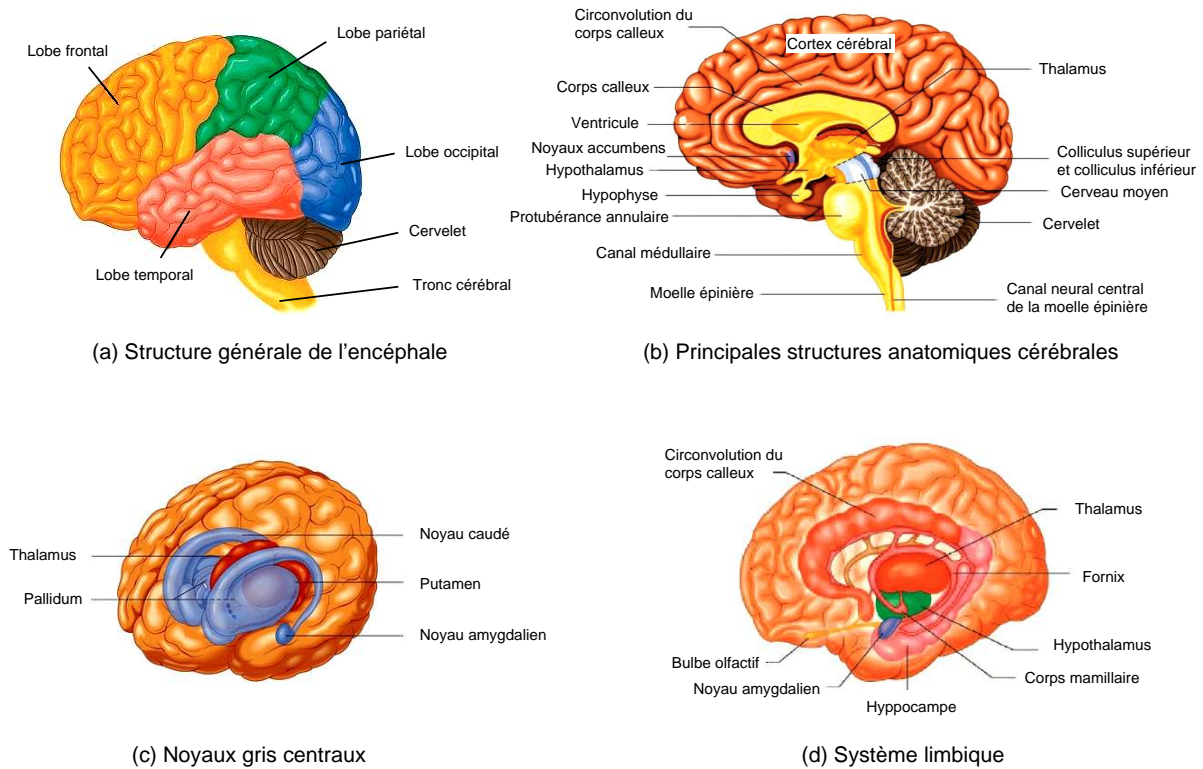


FIG. 1.1 – Anatomie cérébrale (illustrations modifiées d'après <http://www.abieducation.com>).

Parmi les autres régions importantes de l'encéphale (figure 1.1-b), on compte notamment le *corps calleux*, le *thalamus*, l'*hypothalamus* et les autres *noyaux gris centraux*, les *ventricules* et le *système limbique*. Le *corps calleux*, composé d'environ deux cents millions de fibres nerveuses à conduction rapide, assure la liaison interhémisphérique. Les *noyaux gris centraux* (figure 1.1-c) sont composés du *noyau caudé*, du *putamen* et du *pallidum*, et participent au contrôle de la motricité. Le *thalamus* maintient un réseau étendu de connexions avec le cortex et avec de nombreuses autres parties de l'encéphale, notamment les noyaux gris centraux, l'hypothalamus et le tronc cérébral. Il joue le rôle de relais qui trie les informations avant de les acheminer à la partie du cerveau chargée de les traiter. L'*hypothalamus* contrôle le corps en dirigeant l'*hypophyse* et le *système nerveux autonome*. Ainsi, il régule et dirige les comportements fondamentaux nécessaires à la survie, à savoir l'alimentation, le sommeil, la reproduction, la régulation de la température et les émotions. Les *ventricules* sont des cavités remplies de *liquide céphalorachidien* (LCR) sécrété par leur paroi. Le *système limbique* (figure 1.1-d) n'est quant à lui pas une structure, mais un réseau de voies nerveuses intégrant certaines structures situées en profondeur dans les lobes temporaux. Il est le siège des émotions, des désirs, des besoins et de la survie. Il est composé entre autres de l'*hypothalamus*, de l'*hippocampe* qui permet la mémorisation à long terme, et de l'*amygdale* qui enregistre et génère la peur.

L'encéphale étant une structure assez fragile, il est protégé par trois lignes de défense. La première ligne est constituée du crâne qui procure une protection osseuse contre les chocs extérieurs. La seconde ligne de défense est constituée de trois fines membranes qui

entourent le cerveau et la moelle épinière : les *méninges* (ou *barrière hématoencéphalique*). Elles protègent l'intégrité de la structure physique du cerveau, amortissent les chocs et contrôlent le transport de toutes les substances vers l'intérieur et l'extérieur du cerveau. Enfin la troisième ligne de défense est le *liquide céphalorachidien* (LCR) qui se trouve dans les ventricules du cerveau et entre les méninges. Il permet d'amortir les chocs et joue le rôle de médium liquide permettant le transport des différentes substances acheminées vers le cerveau ou sécrétées par ce dernier.

1.1.2 Variabilité morphologique interindividuelle

Dans la section précédente, nous avons décrit l'anatomie du cerveau ainsi que les différentes fonctions associées à chacune des structures. Ces différentes structures sont présentes chez tous les individus sains mais diffèrent grandement d'un individu à l'autre par leur taille et leur forme. Ces différences au sein d'une population constituent la variabilité morphologique interindividuelle. Cependant, l'état actuel des connaissances sur la nature de cette variabilité est relativement restreint. Une raison de cet état de fait est que l'étude anatomique du cerveau a été pendant longtemps appréhendée uniquement par le biais de dissections *post mortem*, posant un certain nombre de limitations (possibilité d'étude sur un cerveau uniquement suivant une direction de coupe, problème de déformation lié au dessèchement du cerveau et à l'extraction de la boîte crânienne, difficulté d'obtenir un nombre important de cerveaux sains). L'avènement des techniques d'imagerie *in vivo* a permis de lever ces limitations et a ouvert la voie à de nouvelles perspectives de recherche dans ce domaine, notamment au travers de la construction d'atlas électroniques anatomiques et fonctionnels. Plusieurs études ont ainsi été menées pour étudier la variabilité de certaines structures anatomiques au sein d'une population d'individus sains, tant du point de vue de la forme que du volume des structures [Blatter 95, Allen 02]. Ainsi, des différences ont été mises en évidence sur le volume global du cerveau suivant le sexe et l'âge ainsi que sur le volume de certaines structures cérébrales (ventricules, corps calleux, lobes cérébraux). Des résultats ont aussi montré que les deux hémisphères cérébraux ne sont pas symétriques. Enfin, des travaux se sont portés sur la variabilité corticale. Bien que les circonvolutions et sillons principaux (fissure longitudinale, fissure transverse, sillon central, sillon latéral, sillon pariéto-occipital, gyrus précentral et gyrus postcentral) soient relativement stables au sein d'une population, il n'en est pas de même pour les circonvolutions et sillons secondaires qui ne sont parfois pas présents chez un individu donné, et qui présentent des formes et des localisations très différentes au sein d'une population. Pour une discussion sur la variabilité corticale et sur la modélisation du cortex, le lecteur pourra se référer à [Mangin 95].

1.1.3 Sur la légitimité de recalcr des images de cerveaux

Le recalage non rigide d'images cérébrales apparaît comme un outil fondamental pour l'étude de la variabilité morphologique interindividuelle. Il s'agit d'estimer une transformation qui associe à chaque point d'une image le point dans l'autre image correspondant à la même réalité anatomique. Cette transformation caractérise complètement la variabilité morphologique entre les deux images. Une hypothèse classiquement faite est de supposer l'existence d'une fonction permettant de mettre en correspondance les points des deux images de manière bijective. Cette propriété, connue aussi sous le nom de conser-

vation de la topologie, a motivé la contribution présentée au chapitre 4. Cette propriété permet de garantir en particulier que l'intégrité des structures déformées est préservée, c'est-à-dire qu'il n'y a ni déchirement ni apparition de trous lors de la déformation. Elle permet aussi à des structures connexes de préserver leur relation d'adjacence. Nous proposons ici une brève discussion sur la légitimité de cette hypothèse. Pour ce faire, nous allons considérer les différentes étapes du développement embryonnaire de l'encéphale. Le point de départ de la description que nous proposons commence à partir de la quatrième semaine, dès que le *tube neural* est formé (figure 1.2-a). L'objectif de cette description est de montrer que l'ensemble des étapes du développement de l'encéphale, du tube neural jusqu'à sa maturation adulte, peut être vu comme un ensemble de déformations conservant la topologie (*i.e.*, sans déchirement ni apparition de trou et conservant les relations d'adjacence).

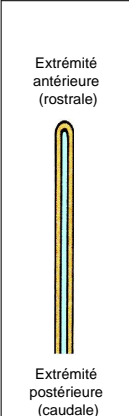
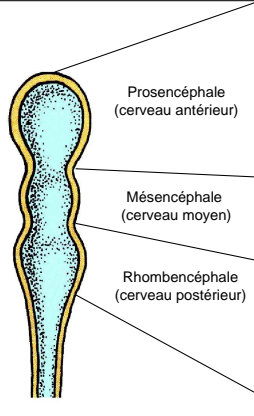
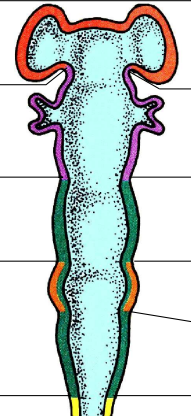
(a) Tube neural	(b) Vésicules cérébrales primaires	(c) Vésicules cérébrales secondaires	(d) Structures de l'encéphale adulte	(e) Cavités de l'encéphale adulte
 <p>Extrémité antérieure (rostrale)</p> <p>Extrémité postérieure (caudale)</p>	 <p>Prosencéphale (cervain antérieur)</p> <p>Mésencéphale (cervain moyen)</p> <p>Rhombencéphale (cervain postérieur)</p>	 <p>Télencéphale</p> <p>Diencéphale</p> <p>Mésencéphale</p> <p>Métencéphale</p> <p>Myélocéphale</p>	<p>Cerveau : hémisphères cérébraux (cortex, substance blanche, noyaux gris centraux)</p>	Ventricules latéraux, partie supérieure du troisième ventricule
			<p>Diencéphale (thalamus, hypothalamus, épithalamus)</p>	Majeure partie du troisième ventricule
			<p>Tronc cérébral : mésencéphale</p>	Aqueduc du mésencéphale
			<p>Tronc cérébral : pont</p> <p>Cervelet</p>	Quatrième ventricule
			<p>Tronc cérébral : bulbe rachidien</p> <p>Moelle épinière</p>	

FIG. 1.2 – Développement embryonnaire de l'encéphale humain (illustration modifiée d'après [Marieb 93]).

Dès que le tube neural est formé, il se différencie rapidement et donne naissance aux différents organes du système nerveux central, la partie *antérieure* (ou *rostrale*) étant à l'origine de l'encéphale et la partie *postérieure* (ou *caudale*) de la moelle épinière. Des constriction apparaissent et délimitent trois vésicules cérébrales primaires (figure 1.2-b) : le *prosencéphale* (ou *cervain antérieur*), le *mésencéphale* (ou *cervain moyen*) et le *rhombencéphale* (ou *cervain postérieur*). À la cinquième semaine, cinq régions appelées vésicules cérébrales secondaires apparaissent (figure 1.2-c). Le prosencéphale se divise en *télencéphale* et en *diencéphale*. Le mésencéphale ne subit aucune division. Le rhombencéphale se divise pour former le *métencéphale* et le *myélocéphale*. L'évolution de ces cinq régions conduit à la formation des principales structures de l'encéphale adulte (figure 1.2-d). Le télencéphale voit l'émergence de deux renflements se projetant vers l'avant qui sont à l'origine des deux hémisphères cérébraux. Le diencéphale donne naissance à l'hypothalamus, au thalamus et à l'épithalamus. Le métencéphale est à l'origine du pont et du cervelet et le myélocéphale du bulbe rachidien. Pour ce qui est de la cavité centrale du tube neural, elle s'élargit à quatre endroits pour former les ventricules cérébraux (figure 1.2-e).

La position relative des différentes parties de l'encéphale se modifie également au cours de son développement. La croissance étant entravée par les parois de la boîte

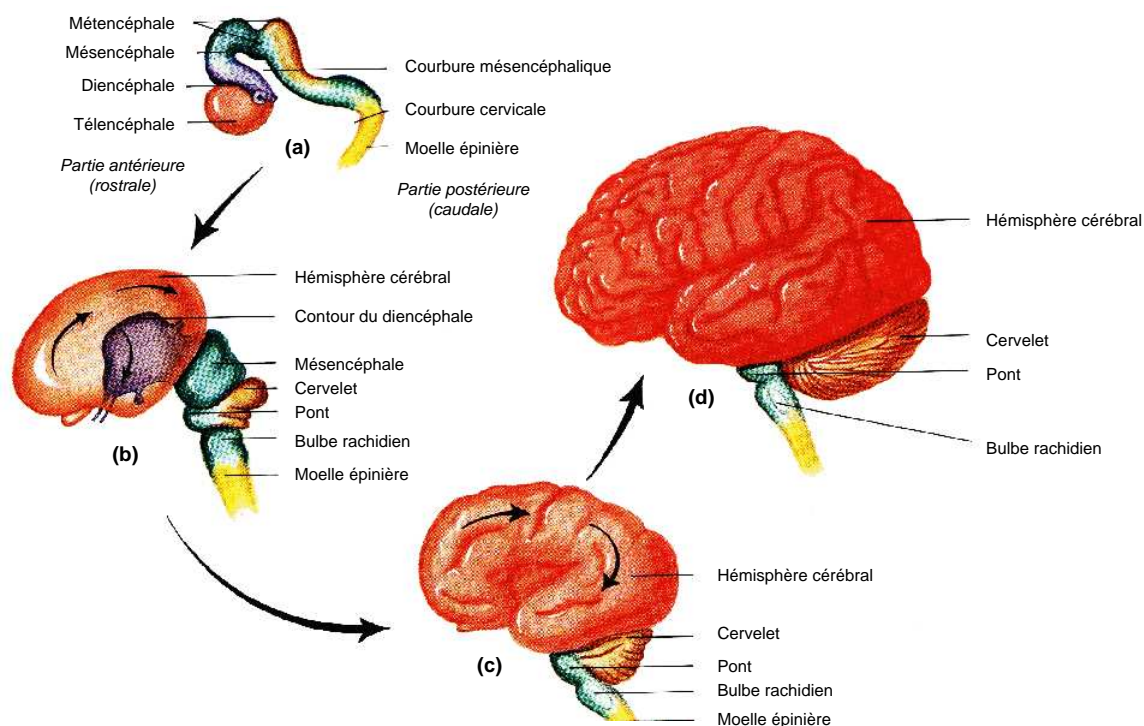


FIG. 1.3 – Conséquence du manque d'espace au sein de la boîte crânienne sur le développement de l'encéphale (illustration modifiée d'après [Marieb 93]) : (a) la formation des deux grandes courbures à la cinquième semaine du développement repousse le télencéphale et le diencephale vers le tronc cérébral. Développement des hémisphères cérébraux à (b) 13 semaines ; (c) 26 semaines ; (d) la naissance. À l'origine, la surface du cerveau est lisse ; les circonvolutions apparaissent au cours du développement. Les hémisphères cérébraux se développent en direction postéro-latérale et finissent par recouvrir complètement le diencephale et la partie supérieure du tronc cérébral.

crânienne, on observe l'apparition de deux courbures : la *courbure mésencéphalique* et la *courbure cervicale* (figure 1.3-a). Le manque d'espace au sein de la boîte crânienne a aussi pour conséquence d'arrêter la projection des *hémisphères cérébraux* vers l'avant et de les forcer à croître vers l'arrière et les côtés en fer à cheval (figure 1.3-b), jusqu'à ce qu'ils enveloppent presque complètement le diencephale et le mésencéphale (figure 1.3-c). À mesure que se poursuit la croissance des hémisphères cérébraux, leur surface se froisse et se plisse pour former des *scissures* et des *circonvolutions* (figure 1.3-d).

Nous venons de décrire le processus de formation de l'encéphale qui est identique pour tous les individus, exception faite de certains cas pathologiques. Dès lors, toutes les structures cérébrales sont présentes chez l'ensemble d'une population d'individus sains, et les relations d'adjacences entre ces structures, de par leur formation, sont les mêmes. Seules leur taille et leur forme varient. Nous pouvons donc considérer comme pertinente l'hypothèse d'estimer une transformation satisfaisant à la propriété de conservation de la topologie. Cette hypothèse est valable aussi pour la mise en correspondance des zones corticales, même si le cortex présente une topologie relativement complexe au premier abord (le nombre de sillons n'est pas forcément identique chez l'ensemble des individus, leur position est très variable et ils présentent parfois des discontinuités plus ou moins marquées). Cependant il semble bien qu'il soit topologiquement équivalent à une sphère¹ puisqu'il est le résultat du froissement et du plissement des hémisphères cérébraux, ce qui accrédite l'hypothèse de conservation de la topologie.

1.1.4 Les modalités d'observation du cerveau

Différentes techniques d'observation du cerveau ont vu le jour au courant du XX^e siècle, permettant de répondre aux limitations de la dissection *post mortem* qui était jusqu'alors le seul moyen d'étude du cerveau. Parmi les différentes techniques d'observation, nous pouvons distinguer celles apportant une information anatomique de celles apportant une information fonctionnelle.

Concernant l'imagerie des structures anatomiques, deux techniques sont principalement utilisées : le scanner X et l'imagerie par résonance magnétique (IRM). Le scanner X met en évidence une différence d'absorption de rayons X au travers des tissus et peut être utilisé avec un produit de contraste. Cette modalité d'imagerie offre une bonne résolution spatiale (de l'ordre du millimètre), mais souffre d'un contraste peu marqué entre les tissus cérébraux. L'imagerie par résonance magnétique utilise des propriétés physiques particulières des noyaux (en particulier celui de l'hydrogène) en présence d'un champ magnétique. Cette technique, qui a le grand avantage de ne pas utiliser de rayons ionisants, permet une résolution spatiale millimétrique et, selon les variantes utilisées, offre des contrastes très marqués entre les différents tissus. Outre l'imagerie anatomique, l'IRM permet aussi de visualiser l'arbre vasculaire cérébral, avec ou sans injection de produit de contraste, grâce à l'angiographie par résonance magnétique (ARM). Cette technique utilise le fait que le sang est en mouvement pour en augmenter le contraste par rapport aux tissus cérébraux. L'IRM permet aussi d'identifier les caractéristiques structurales et l'organisation géométrique des tissus neuronaux grâce à l'imagerie de diffusion qui permet de caractériser la manière dont les molécules d'eau diffusent au sein du

¹L'hypothèse d'équivalence topologique du cortex avec une sphère est aussi formulée dans [Mangin 95].

cerveau. Il est même possible d'analyser les propriétés biochimiques des différents tissus grâce à la spectroscopie par résonance magnétique.

Concernant les modalités d'observation fonctionnelle, nous pouvons distinguer deux principales catégories : celles caractérisant un processus métabolique cérébral, en général grâce à l'utilisation d'un traceur, et celles mettant en évidence l'activité neuronale. Parmi les différentes techniques d'imagerie caractérisant le métabolisme cérébral, nous pouvons citer la tomographie par émission de positons (TEP) et la tomographie par émission monophotonique (TEMP). Toutes les deux utilisent un traceur radioactif pour marquer une molécule intervenant dans le processus métabolique à étudier. La résolution spatiale de ces méthodes est relativement faible, de l'ordre de 3 à 6 mm. Concernant les méthodes permettant de caractériser l'activité neuronale, nous pouvons citer l'électroencéphalographie (EEG), la magnétoencéphalographie (MEG) et l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle (IRMf). L'EEG et la MEG sont basées sur la mesure ponctuelle de signaux respectivement électriques et magnétiques à l'aide d'électrodes. L'IRMf mesure quant à elle les variations locales du taux d'oxygénation sanguin liées à l'activité neuronale.

Le cadre de travail de ce mémoire se limite à la mise en correspondance de zones anatomiques cérébrales observées grâce à l'IRM. La partie suivante est donc consacrée à une description plus détaillée de cette modalité d'imagerie.

1.2 L'imagerie par résonance magnétique

Cette partie est consacrée à une description succincte de l'imagerie par résonance magnétique (IRM). Dans un premier temps nous expliquons les fondements physiques de la résonance magnétique nucléaire (RMN), puis nous évoquons la formation des images et les différents contrastes possibles. Enfin, nous caractérisons le contenu des images IRM de par la nature du bruit et les artefacts qui peuvent être rencontrés. Le lecteur désireux d'obtenir plus de détails concernant les différents points abordés dans cette partie pourra se référer à [Desgrez 94] ainsi qu'au site internet proposée par Joseph P. Hornak à l'adresse suivante : <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/>.

1.2.1 Principes physiques de la résonance magnétique nucléaire

La résonance magnétique nucléaire (RMN) est une propriété physique caractéristique des noyaux atomiques. Placés dans un champ magnétique \vec{B}_0 , les noyaux atomiques, caractérisés par un moment magnétique $\vec{\mu}$, s'orientent par rapport à l'axe du champ \vec{B}_0 et précessent autour de celui-ci avec une fréquence caractéristique $f_0 = \gamma B_0$ (fréquence de Larmor), γ étant le rapport gyromagnétique du noyau considéré (figure 1.4-a).

Le noyau d'hydrogène, abondamment présent dans le corps humain sous forme de molécules d'eau, est caractérisé par un spin pouvant être dans deux états d'énergie possibles : l'état $+\frac{1}{2}$ (ou *spin up*) et l'état $-\frac{1}{2}$ (ou *spin down*). Les spins dans l'état $+\frac{1}{2}$ s'alignent suivant la même direction que le champ principal \vec{B}_0 et les spins dans l'état $-\frac{1}{2}$ s'alignent dans le sens opposé. L'état d'énergie $+\frac{1}{2}$ étant légèrement plus stable, le nombre de spins orientés suivant la direction du champ \vec{B}_0 est légèrement plus important. Dès lors, la somme de toutes les aimantations élémentaires $\vec{\mu}$ est non nulle. L'aimantation résultante, notée \vec{M}_0 , est donc dirigée suivant l'axe du champ magnétique et sa valeur est

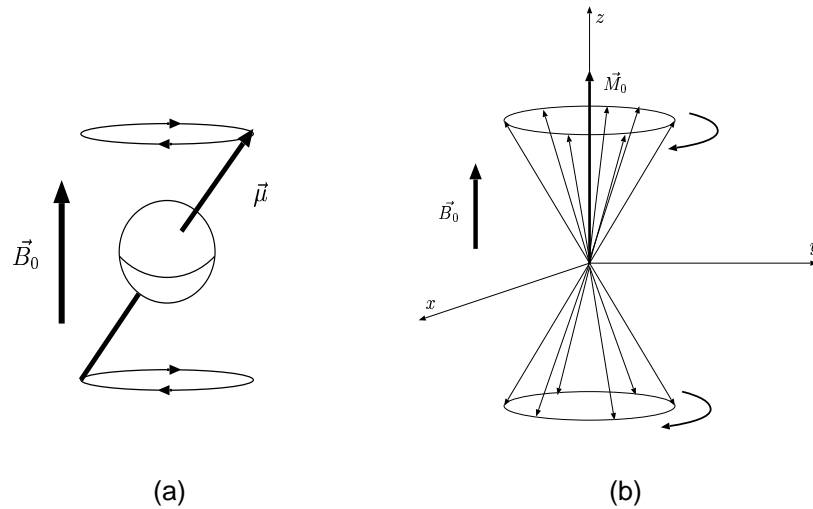


FIG. 1.4 – Mouvement de précession en présence d'un champ magnétique \vec{B}_0 (a) du spin d'un noyau et (b) d'un groupe de spins.

naturellement proportionnelle au nombre de noyaux d'hydrogène. Les déphasages entre les mouvements de précession des différentes aimantations élémentaires $\vec{\mu}$ sont distribués uniformément, de telle sorte que la composante transversale de l'aimantation résultante est nulle (figure 1.4-b).

L'application d'un champ magnétique \vec{B}_1 (appelé impulsion radiofréquence) modulé à la fréquence de Larmor du noyau étudié et orienté perpendiculairement au champ \vec{B}_0 , a pour conséquence de synchroniser les mouvements de précession de l'ensemble des spins². Il apparaît dès lors une composante transversale de l'aimantation \vec{M}_0 , notée \vec{M}_{xy} . Le vecteur aimantation \vec{M}_0 tend à basculer dans le plan transverse avec un certain angle α , la valeur de cet angle étant liée à l'énergie du champ \vec{B}_1 . La composante transversale \vec{M}_{xy} précesse de manière synchrone avec le champ \vec{B}_1 (figure 1.5).

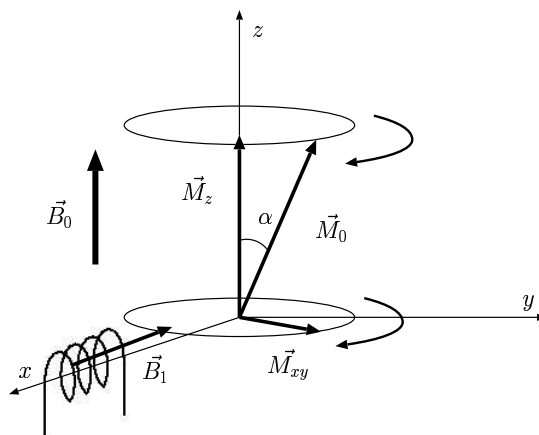


FIG. 1.5 – Basculement de l'aimantation \vec{M}_0 sous l'effet d'une impulsion radiofréquence \vec{B}_1 .

²Si le champ \vec{B}_1 n'a pas une fréquence égale ou très proche de la fréquence de Larmor du noyau considéré, les spins restent alignés avec le champ \vec{B}_0 .

L'intérêt de la RMN réside justement dans l'observation du retour à l'équilibre des spins après avoir subi l'action d'une impulsion radiofréquence. Ce retour à l'équilibre est caractérisé par deux processus de relaxation (figure 1.6). Le premier processus de relaxation concerne le déphasage des spins entre eux ayant pour conséquence de faire tendre la composante transversale \vec{M}_{xy} de l'aimantation vers 0 (figure 1.6-c). Il est caractérisé par un temps de relaxation transversale noté T_2 . Le deuxième processus de relaxation est caractérisé par le basculement de l'orientation des spins qui tendent à nouveau à s'aligner suivant la direction du champ principal \vec{B}_0 . Ce changement d'orientation contribue à l'augmentation de la composante longitudinale \vec{M}_z de l'aimantation (figure 1.6-b). Ce processus est caractérisé par un temps de relaxation longitudinale noté T_1 . Les temps de relaxation T_1 et T_2 sont des caractéristiques liées aux propriétés physiques des objets étudiés.

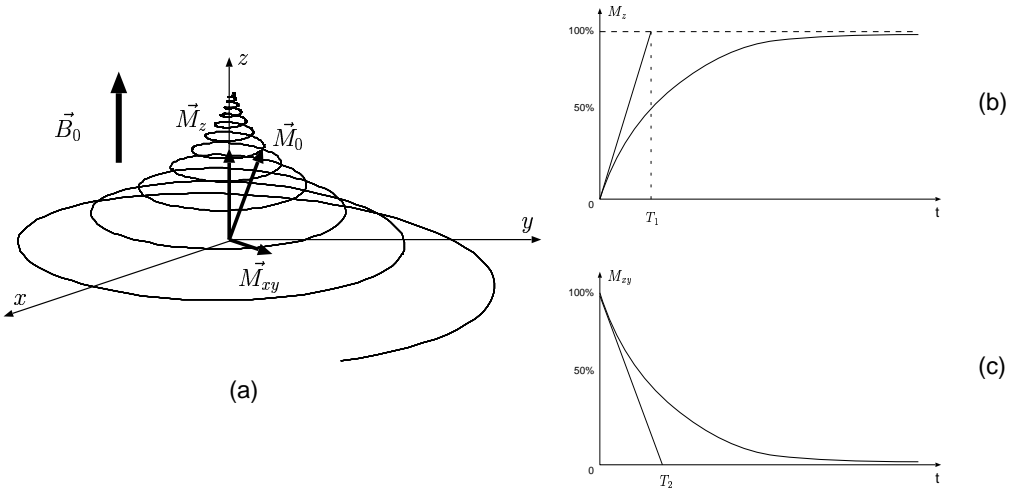


FIG. 1.6 – Retour à l'état d'équilibre des spins : illustration de l'évolution (a) de l'aimantation \vec{M}_0 , (b) de la valeur de l'aimantation longitudinale \vec{M}_z et (c) de la valeur de l'aimantation transversale \vec{M}_{xy} .

En pratique, l'acquisition du signal RMN se déroule de la manière suivante (figure 1.7) : l'échantillon à étudier est placé dans un champ magnétique \vec{B}_0 , induisant un état d'équilibre des spins dont l'aimantation résultante est colinéaire à \vec{B}_0 . Une impulsion radiofréquence (RF) \vec{B}_1 à la fréquence de résonance du noyau étudié perturbe cet équilibre. À l'arrêt de l'impulsion RF, le système retourne à son état d'équilibre initial. Lors du retour à l'équilibre, seule la composante transversale \vec{M}_{xy} de l'aimantation est mesurée grâce à une antenne réceptrice. Le signal acquis est appelé signal de précession libre ou FID (*Free Induction Decay*). Sa transformée de Fourier est une raie centrée autour de la fréquence de résonance du noyau étudié. Ce signal caractérise trois grandeurs physiques de la matière à savoir la densité de protons, le temps de relaxation longitudinale T_1 et le temps de relaxation transversale T_2 . La densité de protons conditionne l'amplitude maximale du FID. Le temps de relaxation T_2 caractérise la décroissance exponentielle de l'enveloppe du FID. L'information sur le temps de relaxation T_1 n'est pas directement visible sur l'évolution de l'aimantation transversale, mais peut être mis en évidence par une série d'impulsions RF rapprochées dans le temps de telle manière que l'aimantation résultante n'ait pas le temps d'atteindre sa position d'équilibre entre deux impulsions

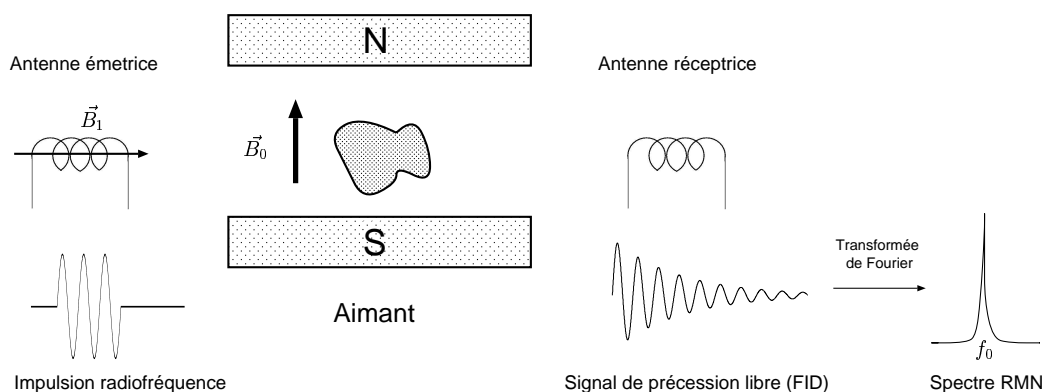


FIG. 1.7 – Principe d’une mesure RMN : l’échantillon est placé dans le champ magnétique \vec{B}_0 . Une impulsion radiofréquence \vec{B}_1 à la fréquence de résonance du noyau étudié vient exciter l’échantillon. Une antenne réceptrice permet ensuite d’acquérir le signal RMN, appelé signal de précession libre ou FID (*Free Induction Decay*), dont la transformée de Fourier est une raie centrée autour de la fréquence de résonance du noyau étudié.

(séquence saturation-récupération).

1.2.2 Formation des images

Nous avons vu précédemment que, dans un champ homogène, tous les noyaux résonnent à la même fréquence. Il n’y a donc aucune possibilité de discrimination spatiale entre des signaux provenant de deux points distincts de l’échantillon. Pour discriminer spatialement le signal des différents points de l’échantillon, l’idée suivante est utilisée : comme la fréquence de résonance dépend de la valeur du champ magnétique, il suffit que le point que l’on veut enregistrer à un moment donné subisse un champ magnétique différent des autres. Pour ce faire, des gradients de champ sont utilisés dans les trois directions de l’espace. Un exemple facile à comprendre est celui de la sélection de tranche. À la place d’utiliser un champ principal \vec{B}_0 constant suivant l’axe z , on considère un champ variant linéairement en fonction de z . Dès lors, chaque tranche de l’échantillon, correspondant à un plan $z = z_0$, est caractérisée par une fréquence de résonance différente. Pour obtenir le signal d’une seule coupe, il suffit d’exciter avec une impulsion RF ayant la fréquence de résonance correspondante. L’encodage des différents points d’un plan donné est un peu plus complexe mais repose aussi sur l’utilisation de gradients de champ suivant les deux autres directions (gradient de phase et gradient de lecture). Il existe une multitude de séquences d’acquisition permettant le codage de l’image (GE3D, EPI, RARE, FLAIR). Chaque séquence est caractérisée par une évolution temporelle et séquentielle bien définie des gradients de champ suivant chacune des directions.

1.2.3 Pondération des images

Nous avons également vu que le signal RMN dépend de trois caractéristiques physiques, à savoir la densité de protons (notée ρ), le temps de relaxation longitudinale T_1 et le temps de relaxation transversale T_2 . Il est possible de caractériser plus particulièrement la variation de l’une de ces grandeurs physiques dans l’image en jouant sur deux paramètres de l’acquisition : le temps d’acquisition (T_e) et le temps de répétition

(T_r). Le temps d'acquisition est la durée qui sépare l'impulsion RF de l'acquisition du signal RMN. Le temps de répétition correspond à la durée entre deux impulsions RF. Il est possible de modéliser l'influence de ces différents paramètres sur l'intensité S du signal RMN de la manière suivante :

$$S \propto \rho (1 - e^{-\frac{T_r}{T_1}}) e^{-\frac{T_e}{T_2}}. \quad (1.1)$$

En réalité, la complexité des séquences d'acquisition des images induit une relation entre le signal S et les paramètres T_1 , T_2 et ρ beaucoup plus complexe que celle décrite par l'équation 1.1, mais le principe évoqué précédemment reste valable. La figure 1.8 illustre différentes pondérations³ possibles dans l'acquisition des images. On remarque que les contrastes entre les différents tissus cérébraux (substance blanche, substance grise et liquide céphalorachidien) sont très différents en fonction de la pondération choisie.

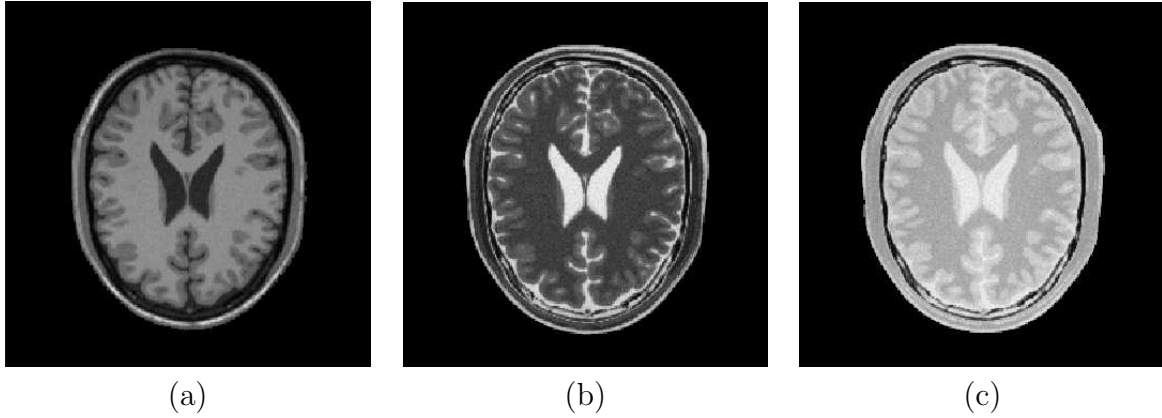


FIG. 1.8 – Différentes modalités d'images cérébrales IRM (images issues de <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb>) [Kwan 96, Collins 98] : (a) pondération T_1 ; (b) pondération T_2 ; (c) pondération en densité de protons.

1.2.4 Caractérisation des images IRM

Dans cette partie, nous allons évoquer certaines caractéristiques des images IRM qui sont étroitement liées au processus d'acquisition de l'image. Nous évoquons dans un premier temps différentes modélisations possibles du bruit dans les images, puis nous décrivons les principaux artefacts rencontrés. La prise en compte de ces deux aspects est essentielle lors de la conception d'algorithmes de traitement d'images afin d'assurer leur robustesse.

Différents modèles sont utilisés pour décrire le bruit dans les images IRM en fonction de l'intensité du signal. Dans les zones où il n'y a pas de signal, le bruit peut être modélisé par une loi de Rayleigh. Sur le reste de l'image, un modèle de bruit ricien s'avère plus adapté. Cependant en pratique, un modèle de bruit gaussien est généralement utilisé, ce qui est en particulier valable dans les régions où le rapport signal à bruit n'est pas trop faible [Gudbjartsson 95].

³On parle de pondération car en fonction des paramètres de l'acquisition il est possible d'accentuer l'importance de l'effet d'un des paramètres physiques parmi la densité de protons, le temps de relaxation longitudinale ou transversale, mais le signal RMN ne s'affranchit pas des autres grandeurs.

Plusieurs types d'artefacts, différents par leur nature et leur origine, peuvent être observés dans les images IRM. Une catégorie d'artefacts se manifeste par exemple par des distorsions géométriques dans l'image (figure 1.9-b₁ et 1.9-b₂). Les causes de ces distorsions sont principalement liées aux inhomogénéités du champ principal \vec{B}_0 et à des problèmes de linéarité des gradients de champ. Certains prétraitements ont été proposés pour corriger ces artefacts dans l'image en utilisant par exemple des méthodes de recalage non rigide [Kybic 00]. D'autres types d'artefacts se manifestent par des variations lentes de l'intensité dans l'image (figure 1.9-c). Elles sont liées aux inhomogénéités du champ principal \vec{B}_0 et du champ radiofréquence \vec{B}_1 (inhomogénéité RF). De nombreuses méthodes ont aussi été proposées pour corriger ces variations spatiales d'intensités dans l'image [Sled 98, Styner 00, Arnold 01, Luo 05]. Enfin, parmi les autres catégories d'ar-

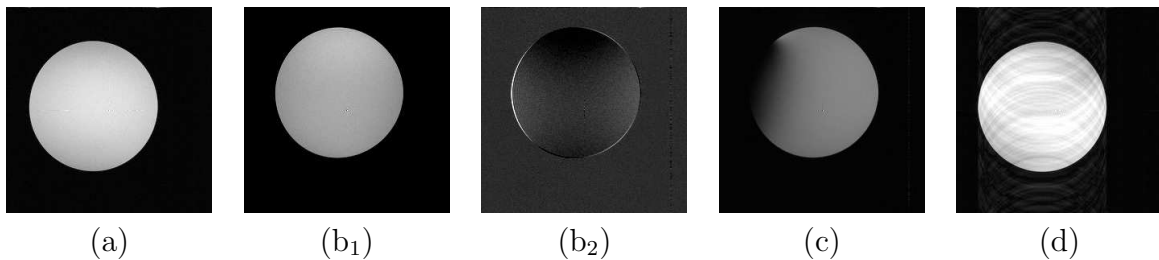


FIG. 1.9 – Différents types d'artefacts présents dans les images IRM (images issues de <http://bic.beckman.uiuc.edu/mriartgallery>) : (a) image de référence ; (b₁) distorsion géométrique liée aux inhomogénéités du champ \vec{B}_0 ; (b₂) soustraction de (b₁) avec l'image de référence afin de mettre en évidence les distorsions géométriques ; (c) distorsion du profil d'intensité liée aux inhomogénéités du champ radiofréquence \vec{B}_1 ; (d) artefact de mouvement.

tefacts, on pourra citer ceux liés aux mouvements (figure 1.9-d) (mouvement du patient, mouvement respiratoire, mouvement cardiaque, flux sanguin), les problèmes de repliement spectral, les problèmes d'oscillations de Gibbs, etc. Pour une liste plus complète de l'ensemble des artefacts observés dans les images IRM, le lecteur pourra se référer à [Jezzard 00] ou à l'adresse suivante : <http://www.mritutor.org/mritutor/artifact.htm>.

Chapitre 2

État de l'art sur le recalage

2.1	Problématique générale	25
2.1.1	Formalisation du problème et notations	25
2.1.2	Passage au domaine discret	26
2.2	Approches denses vs. approches géométriques	27
2.2.1	Les méthodes géométriques	27
2.2.2	Les méthodes denses	30
2.2.3	Les approches mixtes	30
2.3	Critère de similarité	31
2.3.1	Distances entre primitives géométriques	31
2.3.2	Critères de similarité denses	32
2.4	Espace de recherche	35
2.4.1	Modèles de déformation	35
2.4.2	Contrainte sur le modèle de déformation	40
2.5	Estimation du modèle de déformation	48
2.5.1	Méthodes d'optimisation	49
2.5.2	Approches hiérarchiques	50

Le recalage d'images joue un rôle central dans l'analyse et l'interprétation des images médicales. Un intérêt croissant a été porté à ce domaine de recherche durant ces 20 dernières années, se manifestant par une augmentation régulière du nombre de publications annuelles sur le sujet. L'éditorial du numéro spécial recalage de novembre 2003 de la revue *IEEE Transactions on Medical Imaging* [Pluim 03a] met en évidence ce phénomène grâce au dénombrement des publications référencées dans *Pubmed* et dans la base *ISI Web of Science* répondant au critère de recherche « image AND registration ». Ce dénombrement ne prétend évidemment pas être exact, mais il reflète la tendance générale de l'évolution du nombre de publications (cf. figure 2.1).

Faire un état de l'art des différentes méthodes de recalage s'avère donc délicat étant donné le nombre de publications sur le sujet. Cependant, nombre d'auteurs se sont attelés à cette lourde tâche. On citera par exemple Brown [Brown 92], Glasbey et Mardia [Glasbey 98] ou plus récemment Zitova et Flusser [Zitova 03]. Des états de l'art spécifiques au domaine de l'imagerie médicale ont par ailleurs été proposés par Maintz et

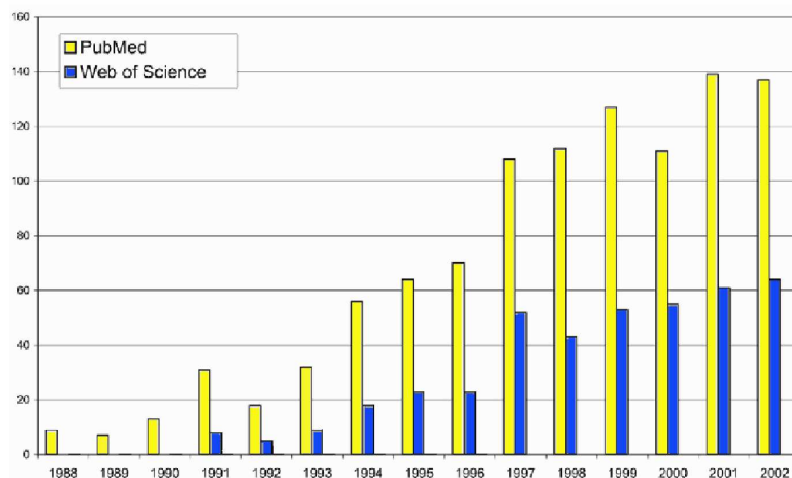


FIG. 2.1 – Dénombrement des publications parues chaque année dans des journaux et répondant aux critères de recherche « image AND registration » dans *Pubmed* et dans la base *ISI Web of Science*, la recherche dans la base *ISI Web of Science* ayant été conduite en ajoutant le terme « medical » ou « clinical » (illustration modifiée d'après [Pluim 03a]).

Viergever [Maintz 98], Lester et Arridge [Lester 99], Barillot [Barillot 99], Hill et coll. [Hill 01], Makela et coll. [Makela 02], Hutton et Braun [Braun 03] et Crum et coll. [Crum 04b]. De nombreux ouvrages consacrés totalement ou partiellement au recalage d'images médicales sont aussi parus [Toga 99, Bankman 00, Hajnal 01]. Il est donc bien entendu que le présent état de l'art n'a en aucun cas pour vocation d'être exhaustif. Il s'agit ici de donner au lecteur une vue d'ensemble des différentes méthodes proposées dans la littérature afin de mettre en évidence les problématiques relatives au recalage d'images médicales et de pouvoir par la suite situer les contributions que nous avons apportées par rapport aux méthodes existantes.

Le recalage d'images pourrait se résumer par le déplacement ou la déformation d'une image afin qu'elle ressemble le plus possible à une autre. Dès lors, un certain nombre de questions viennent à l'esprit : quelles informations utiliser pour guider le recalage ? Comment définir la ressemblance entre deux images ? Comment déformer une image ? Comment trouver la meilleure déformation ? Ces questions mènent aux quatre critères caractérisant une méthode de recalage [Brown 92, Barillot 99] :

- **les attributs** : ce sont les caractéristiques, extraites des images, qui permettent de guider le recalage. On distingue les attributs extrinsèques (par exemple des marqueurs externes fixés sur le patient) et les attributs intrinsèques (information issue de l'image, comme par exemple les niveaux de gris ou des primitives géométriques extraites) ;
- **le critère de similarité** : il définit une certaine distance entre les attributs des images afin de quantifier la notion de ressemblance ;
- **le modèle de déformation** : il conditionne la manière dont l'image est géométriquement modifiée. Il peut être global ou local et est caractérisé par un certain nombre de degrés de liberté ;
- **la stratégie d'optimisation** : c'est la méthode qui permet de déterminer la

meilleure transformation au sens d'un certain critère de similarité dans l'espace de recherche défini par le modèle de déformation.

Dans un premier temps, nous présentons la problématique générale du recalage. Nous discutons ensuite les différents choix d'attributs possibles en distinguant les méthodes géométriques et les méthodes denses. Nous présentons dans une troisième partie différents critères de similarité. Une quatrième partie est consacrée aux modèles de déformation, puis nous présentons enfin différentes stratégies d'optimisation.

2.1 Problématique générale

2.1.1 Formalisation du problème et notations

Dans cette partie, nous allons poser le problème du recalage de manière plus formelle en introduisant les différentes notations utilisées tout au long de ce document et en décrivant le principe général de la procédure de recalage (figure 2.2).

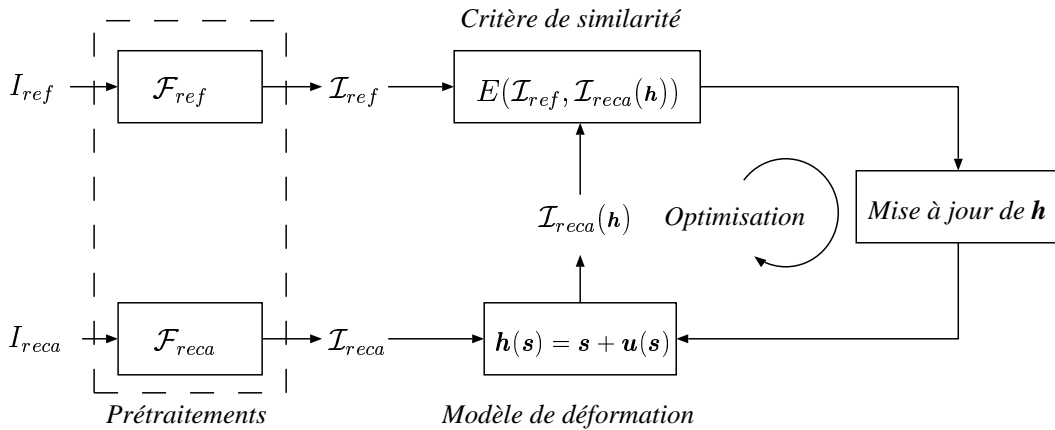


FIG. 2.2 – Principe général du recalage de l'image I_{reca} sur I_{ref} : les images \mathcal{I}_{reca} et \mathcal{I}_{ref} sont construites grâce aux fonctions \mathcal{F}_{reca} et \mathcal{F}_{ref} par extraction des attributs des images I_{reca} et I_{ref} . \mathcal{I}_{reca} est déformée grâce à une transformation h . Un critère de similarité E permet de quantifier la ressemblance entre l'image de référence et l'image déformée. La phase d'optimisation consiste à déterminer la transformation optimale qui minimise E .

Considérons le recalage d'une image $I_{reca} : \Omega_{reca} \rightarrow \mathbb{R}$ sur une image de référence $I_{ref} : \Omega_{ref} \rightarrow \mathbb{R}$. Les supports Ω_{reca} et Ω_{ref} des images sont des sous-ensembles de \mathbb{R}^d ($d=2$ dans le cas d'images 2D, 3 dans le cas d'images 3D ou 2D+t et 4 dans le cas d'images 3D+t). s désigne un point du domaine Ω_{ref} . Le problème de mise en correspondance des deux images consiste en l'estimation d'une transformation $h : \Omega_{ref} \rightarrow \Omega_{reca}$ qui à chaque point s de l'image de référence I_{ref} associe les coordonnées $h(s) = s + u(s)$ dans l'image I_{reca} , u représentant le champ de déformation. La transformation h est recherchée parmi un ensemble \mathcal{H} de transformations, définissant l'espace de recherche des transformations.

Une étape préliminaire à l'estimation de la transformation est l'extraction à partir des images brutes I_{reca} et I_{ref} des informations pertinentes (*i.e.*, les attributs) permettant de guider le recalage. \mathcal{I}_{reca} et \mathcal{I}_{ref} sont donc construites respectivement à partir de I_{reca} et I_{ref} en utilisant les fonctions \mathcal{F}_{reca} et \mathcal{F}_{ref} . Ces fonctions peuvent regrouper une chaîne de

traitements incluant par exemple l'extraction de primitives géométriques, la suppression d'inhomogénéités de champ, la réduction du bruit, la segmentation du crâne, l'application d'une certaine transformation sur les intensités, l'extraction de certaines caractéristiques différentielles de l'image, etc.

Une fois les informations extraites, il s'agit de définir une fonction d'énergie E permettant d'associer à un couple $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})$ et \mathcal{I}_{ref} une valeur permettant de quantifier leur proximité ou bien leur ressemblance. Cette fonction E , appelée aussi critère de similarité, devrait théoriquement être minimale (ou maximale) lorsque l'image de référence et l'image à recalage sont en parfaite correspondance.

La phase d'optimisation consiste enfin à trouver la transformation optimale $\hat{\mathbf{h}}$ qui minimise (ou maximise) la fonction d'énergie E sur l'espace de recherche \mathcal{H} . Le problème d'optimisation peut ainsi être formulé de la manière suivante :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h} \in \mathcal{H}} E(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})). \quad (2.1)$$

2.1.2 Passage au domaine discret

Le problème de recalage tel qu'il a été présenté a entièrement été formulé dans le domaine continu. Or, en pratique, la représentation utilisée des images est discrète. Les points de la grille de l'image déformée ne correspondent pas nécessairement avec les points de la grille de l'image de référence. Dès lors se pose le problème de l'évaluation des valeurs d'une image pour des coordonnées non entières. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des méthodes d'interpolation. Le choix de la méthode d'interpolation est sujet à un compromis entre qualité et temps de calcul. Pour un état de l'art des différentes méthodes d'interpolation utilisées en imagerie médicale, le lecteur pourra se référer à [Lehmann 99, Thévenaz 00].

Concernant le modèle de déformation, il est important de souligner ici que, dans le formalisme présenté précédemment, la transformation \mathbf{h} correspond en réalité à l'inverse de la déformation à appliquer à \mathcal{I}_{reca} pour obtenir l'image déformée. En effet, l'utilisation de la transformation directe, notée \mathbf{f} , consisterait à associer à chaque point de l'image \mathcal{I}_{reca} ses nouvelles coordonnées (figure 2.3-a). Dès lors l'image déformée $\mathcal{I}_{déformée}$ serait construite suivant la relation : $\mathcal{I}_{déformée}(\mathbf{f}(\mathbf{s})) = \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{s})$. En utilisant la transformation inverse \mathbf{h} , on associe à chaque point de l'image déformée les coordonnées du point correspondant dans l'image $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{s})$. L'image déformée est donc construite grâce à la relation $\mathcal{I}_{déformée}(\mathbf{s}) = \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}(\mathbf{s}))$. Ces deux approches, équivalentes dans le cas continu sous réserve que la relation $\mathbf{f} \circ \mathbf{h} = \mathbf{h} \circ \mathbf{f} = \mathbf{Id}$ soit vérifiée, diffèrent significativement lors du passage au domaine discret. En effet, pour comparer les images \mathcal{I}_{ref} et $\mathcal{I}_{déformée}$, il est souhaitable qu'elles aient la même grille d'échantillonnage. En utilisant la transformation directe, pour obtenir les valeurs de $\mathcal{I}_{déformée}$ en chaque point de la grille régulière, il est nécessaire de recourir à une méthode d'interpolation sur des échantillons ayant une répartition spatiale non régulière (figure 2.3-a) tandis qu'en utilisant la transformation inverse, l'interpolation est faite sur les échantillons placés sur la grille régulière de \mathcal{I}_{reca} (figure 2.3-b). En pratique, la seconde méthode utilisant la transformation inverse est privilégiée étant donné que les méthodes d'interpolation à partir d'échantillons répartis sur une grille régulière sont beaucoup plus efficaces en termes de coût calculatoire et de qualité d'interpolation.

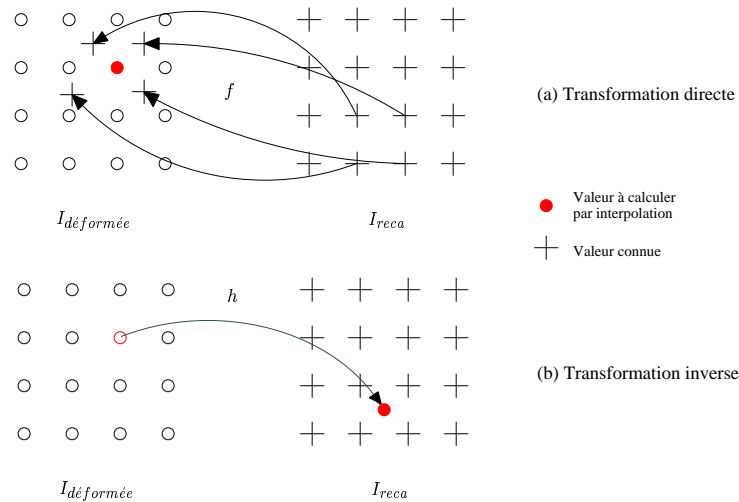


FIG. 2.3 – Différence entre l’approche par transformation directe et par transformation inverse : la transformation directe nécessite une interpolation à partir d’échantillons ayant une répartition spatiale irrégulière tandis que la transformation inverse nécessite une interpolation à partir d’échantillons placés sur une grille régulière.

2.2 Approches denses vs. approches géométriques

Le choix des attributs utilisés pour guider le recalage est crucial. Il est largement conditionné par la nature des images à traiter. Deux approches se distinguent : les méthodes géométriques et les méthodes denses (qualifiées aussi de méthodes iconiques). Les méthodes géométriques consistent à extraire (manuellement ou automatiquement) des primitives géométriques de l’image (points, courbes ou surfaces) et à les mettre en correspondance. Les approches denses utilisent l’ensemble de l’information portée par les niveaux de gris de l’image, soit directement en comparant les intensités, soit en comparant les valeurs de l’image ayant subi un traitement (par exemple des caractéristiques différentielles de l’image ou sa transformée de Fourier). Par ailleurs, des méthodes hybrides combinant ces différentes approches ont aussi été proposées.

2.2.1 Les méthodes géométriques

Les méthodes géométriques sont basées sur l’extraction dans les images de sous-ensembles de points homologues (primitives) qu’il s’agit ensuite de mettre en correspondance. Le choix des primitives doit être guidé par un certain nombre de propriétés [Zitova 03] : détection facile et précise, répartition sur l’ensemble de l’image, robustesse au bruit, aux artefacts et aux différents changements liés à l’acquisition. Trois types de primitives géométriques peuvent être distingués : les points, les courbes et les surfaces.

2.2.1.1 Points

L’une des premières idées, assez naturelle, pour guider le recalage est l’utilisation de points caractéristiques, appelés aussi amers (*landmarks*). L’objectif est d’estimer une transformation, soit permettant d’apparier exactement les points homologues, la déformation étant ensuite étendue à l’ensemble du domaine, soit minimisant un certain

critère faisant intervenir une distance géométrique entre les points homologues. Les travaux précurseurs dans ce domaine ont été proposés par Bookstein [Bookstein 89]. D'autres méthodes ont par la suite été proposées [Evans 91, Hill 91, Rohr 96, Ganser 04]. Deux types d'amers peuvent être distingués : les amers extrinsèques et intrinsèques. Les amers extrinsèques sont des marqueurs externes (cadre stéréotaxique, vis ou marqueurs externes collés sur la peau) visibles dans la modalité d'imagerie. Les amers intrinsèques sont déterminés à partir de l'image, soit manuellement par un expert, soit automatiquement ou semi-automatiquement en utilisant certaines propriétés locales portées par les niveaux de gris.

Cependant, la plupart des méthodes géométriques reposent sur une extraction manuelle, souvent délicate, des amers. Afin de concevoir des algorithmes de recalage non supervisés, des méthodes d'extraction automatique ont été proposées, basées sur la détection d'optimum de certains opérateurs différentiels [Thirion 94, Rohr 97, Rohr 99a]. Amit propose une méthode de détection automatique combinant à la fois les caractéristiques de chaque amer (caractéristiques issues de divers opérateurs locaux) ainsi que l'information issue d'un graphe permettant d'intégrer des contraintes géométriques sur la relation spatiale entre les différents amers [Amit 97]. Des méthodes spécialement dédiées à l'identification automatique dans les images IRM de certains points présentant une stabilité anatomique remarquable, à savoir la commissure antérieure (CA) et la commissure postérieure (CP) ont aussi été proposées [Verard 97]. D'autres approches utilisent des modèles déformables pour segmenter certaines structures [Frantz 00, Alker 01]. Le modèle paramétrique de la surface issu de la segmentation est ensuite utilisé pour détecter des points caractéristiques de la surface (par exemple des points selle). Une approche similaire consiste à estimer un modèle paramétrique 3D du profil d'intensité pour effectuer la détection de points extrémité ou de points selle [Wörz 05].

2.2.1.2 Courbes

L'utilisation de courbes comme primitives géométriques est très intéressante dans le contexte du recalage d'images cérébrales, en particulier pour la mise en correspondance des sillons corticaux puisqu'ils peuvent être modélisés par une représentation filaire. La méthode la plus répandue repose sur l'extraction de lignes de crête [Bakircioglu 98, Guéziec 94, Guéziec 97, Subsol 95, Subsol 96, Subsol 97, Subsol 98, Subsol 99, Pennec 00]. Les lignes de crête sont définies comme les lieux dont la courbure principale est localement maximale dans la direction principale associée. Leur extraction est faite soit à partir des caractéristiques différentielles portées par les niveaux de gris (algorithme des *marching lines* [Thirion 96]), soit en effectuant au préalable une modélisation paramétrique de la surface [Guéziec 97]. D'autres méthodes ayant pour objectif d'extraire des primitives linéiques de l'image utilisent des outils de morphologie mathématique [Collins 99, Royackkers 99]. Mangin propose l'introduction de contraintes topologiques pour la segmentation des sillons corticaux et l'utilisation d'un cadre markovien pour effectuer leur étiquetage grâce à un modèle structurel générique de la topographie corticale [Mangin 95]. Néanmoins, l'extraction précise ainsi que l'étiquetage de ces primitives restant un problème ardu, de nombreuses équipes continuent à recourir à des méthodes manuelles ou semi-automatiques basées sur une définition interactive de lignes ou de points d'initialisation à la surface du cerveau grâce à un rendu surfacique 3D du cortex [Ganser 04, Rangarajan 99, Thompson 97].

2.2.1.3 Surfaces

Les primitives sans doute les plus couramment utilisées dans le contexte du recalage d'images médicales sont les surfaces. Elles sont obtenues par la segmentation¹ de certaines structures anatomiques. De nombreuses méthodes ont été proposées pour segmenter automatiquement certaines structures (cerveau, ventricules). Les modèles déformables et les ensembles de niveaux (*level set*) apparaissent être les méthodes privilégiées dans ce domaine [Davatzikos 96, Davatzikos 97, Thompson 97, Thompson 99]. La popularité des modèles déformables est principalement liée à la possibilité d'introduire facilement des connaissances *a priori*, par exemple en utilisant un modèle moyen et une base de déformations propres associée [Cootes 95, Nikou 99, Fleute 99], ou bien en considérant une énergie de rappel à partir d'une forme de base [Montagnat 99]. D'autres méthodes utilisent par ailleurs des techniques telles que la ligne de partage des eaux [Cuisenaire 96], des détecteurs de contours [Rizzo 97] ou des opérateurs de morphologie mathématique [Hunter 99].

2.2.1.4 Avantages et limites des méthodes géométriques

Le principal avantage des approches géométriques est la manipulation d'une représentation compacte de l'image, ayant pour conséquence une charge calculatoire beaucoup plus faible que dans le cas des méthodes denses. De plus, les primitives utilisées portent une information de haut niveau, souvent plus discriminante que l'information d'intensité et basée sur des considérations anatomiques. Ces méthodes permettent enfin de s'affranchir des problèmes liés à l'acquisition de l'image² (artefacts, mise en correspondance d'intensité).

L'inconvénient majeur de ces approches est lié à l'imprécision relative à l'extraction des primitives. Certains travaux tentent de modéliser cette erreur pour la prendre en compte dans l'estimation du modèle de déformations [Rohr 01]. Une autre limite concerne la précision du recalage qui n'est garantie que dans le voisinage des primitives. À noter aussi que le choix optimal des primitives pour guider le recalage demeure une question ouverte. Enfin, les points d'une même primitive courbe ou surfacique donnée sont indiscernables. Leur mise en correspondance s'avère donc complètement arbitraire, le choix étant généralement fait d'estimer la transformation la plus lisse possible au sens d'un certain critère de régularité, ce qui ne correspond pas forcément à une réalité anatomique. Pour remédier à ce problème, Rohr et coll. proposent d'associer à chaque point de la primitive une signature contenant des informations sur l'orientation et la courbure de la primitive en ce point [Rohr 99b]. Enfin un inconvénient majeur tient au fait que l'extraction des primitives est souvent manuelle ou semi-automatique, même si plusieurs équipes travaillent sur la conception de méthodes d'identification automatiques.

¹La segmentation des structures anatomiques donne un résultat volumique. Néanmoins, seules les interfaces entre régions apportent une information pour le recalage. C'est pour cette raison qu'il s'agit bien de primitives surfaciques.

²Néanmoins ces problèmes peuvent intervenir lors de l'extraction des primitives.

2.2.2 Les méthodes denses

2.2.2.1 Description

Contrairement aux méthodes géométriques, les méthodes denses n'utilisent pas une étape préliminaire de réduction des données. Elles utilisent l'information portée par l'ensemble des voxels de l'image, soit en comparant directement les niveaux de gris des images, soit en associant à chaque voxel une valeur déterminée à partir des niveaux de gris et en comparant ces ensembles de valeurs. Il est par exemple possible de considérer des mesures différentielles de l'image [Van den Elsen 95, Maintz 96, Pluim 00]. D'autres approches, reposant sur une segmentation sous-jacente de l'image, associent à chaque voxel des probabilités d'appartenance à chacune des classes [D'Agostino 03] ou bien des moments géométriques invariants [Shen 02]. Dans ces approches, il n'y a plus seulement une valeur associée à chaque voxel, mais un vecteur de valeurs, nommé parfois vecteur d'attributs [Shen 02, Xue 04]. Enfin d'autres approches consistent à utiliser un espace de représentation différent de l'image, par exemple l'espace de Fourier où l'information de phase peut être utilisée [Mellor 05], ou bien un espace correspondant à une décomposition de l'image en ondelettes [Xue 04].

2.2.2.2 Avantages et limites des approches denses

L'avantage principal des méthodes denses est d'utiliser toute l'information portée par l'image. De plus, elles sont pour la plupart complètement automatiques.

Néanmoins, ces méthodes souffrent de plusieurs inconvénients. Le premier est lié au coût calculatoire important dû au fait de devoir considérer chacun des voxels de l'image. Des approches hiérarchiques par construction de pyramides d'images ont été proposées pour diminuer les temps de calculs (cf. section 2.5.2). Un autre problème est lié au fait que la relation entre les intensités des deux images n'est pas forcément triviale, en particulier dans le cas d'images multimodales. Certaines approches tentent de modéliser explicitement la relation entre les intensités par exemple par une transformation affine (normalisation par moyenne et écart-type ou par régression linéaire) ou par une transformation polynomiale [Guimond 01]. Un état de l'art plus complet relatif aux différentes méthodes de normalisation d'intensité est présenté dans le chapitre 6. D'autres approches prennent en compte une relation implicite sur les intensités par le choix d'un certain critère de similarité (cf. section 2.3.2). Il est à souligner aussi que les méthodes iconiques sont sensibles au bruit et aux artefacts de l'image nécessitant parfois le recours à des pré-traitements (filtrage de l'image, correction des inhomogénéités de champ). Enfin, un dernier point négatif concerne le problème d'optimisation correspondant qui est bien plus difficile à résoudre que dans le cas des méthodes géométriques à cause de la présence de nombreux minima locaux d'énergie (cf. section 2.5).

2.2.3 Les approches mixtes

Par approches mixtes, nous entendons toutes les méthodes reposant sur la combinaison de plusieurs types d'information différents. L'idée est d'améliorer la robustesse de l'algorithme de recalage en combinant les avantages liés à chaque type d'information utilisé. Trois cas peuvent être distingués : la combinaison de primitives géométriques de

natures différentes, la combinaison de différentes informations issues des niveaux de gris et la combinaison des approches géométriques et iconiques.

Concernant la combinaison de primitives géométriques de natures différentes, on pourra se référer à [Yuille 92] pour la combinaison de points et de courbes, à [Hsu 99] pour la combinaison de courbes et de surfaces et à [Maurer 98] pour la combinaison de différents types de surfaces.

Concernant les exemples de combinaison de différentes informations iconiques, on peut citer Plum et coll. qui utilisent à la fois le gradient de l'image et l'information des niveaux de gris [Plum 00] ainsi que Shen et coll. qui proposent d'associer à chaque voxel un vecteur d'attributs composé de l'intensité du voxel en question, de différents moments géométriques invariants caractéristiques du voisinage du voxel et d'une information issue de la segmentation en trois classes de l'image (soit les probabilités d'appartenance à chacune des classes dans le cas d'une segmentation floue, soit une étiquette associée au type de frontière entre classes dans le cas d'une segmentation dure) [Shen 02].

Enfin, concernant l'utilisation de certaines primitives géométriques pour contraindre des méthodes iconiques, on peut citer [Johnson 02, Sorzano 05] pour la contrainte par des d'amers ponctuels, et [Collins 96, Cachier 01, Cachier 03, Hellier 01a, Hellier 03b] pour la contrainte par des primitives courbes (sillons corticaux). Liu et coll. proposent par ailleurs une méthode hybride de recalage volumique et surfacique pour la mise en correspondance des zones corticales [Liu 04].

2.3 Critère de similarité

Une fois définie l'information à utiliser pour guider le recalage, il s'agit de lui associer un critère de similarité permettant de définir une certaine distance entre deux images. Ce critère doit être caractérisé par une valeur minimale (ou maximale selon le cas) dès lors que la ressemblance entre les images est la plus forte. Nous évoquerons dans un premier temps les différents critères de similarité utilisés pour mesurer une distance entre des primitives géométriques, puis nous examinerons différentes catégories de critères de similarité denses.

2.3.1 Distances entre primitives géométriques

Différents critères ont été proposés dans la littérature pour mesurer des distances entre primitives géométriques. On distinguera le cas des distances entre des points appariés³ identifiés dans les deux images et le cas des distances entre des ensembles de points (courbes ou surfaces).

Pour mesurer la distance entre des points correspondants, la norme euclidienne est classiquement utilisée. Grâce à ses propriétés analytiques, elle permet, dans le cas du recalage rigide ou affine, de conduire à une solution analytique pour l'estimation des paramètres de la transformation (méthode de Procrustes [Arun 87]).

Pour mesurer la distance entre deux courbes ou deux surfaces, plusieurs approches sont possibles. Une première idée utilisée dans l'algorithme ICP (*Iterative Closest Point*)

³Dans le présent état de l'art, nous passons sous silence les différentes méthodes permettant d'apparier des points extraits dans deux images. Le lecteur intéressé pourra se référer à [Chui 03] pour une classification des différentes méthodes, proposées dans le contexte de l'imagerie médicale.

[Besl 92] consiste à se ramener au problème précédent de mesure de distance entre points correspondants. Cet algorithme est composé de deux étapes répétées successivement. La première étape consiste à associer à chaque point de la primitive à recaler le point de la primitive de référence le plus proche. La seconde étape consiste ensuite à estimer analytiquement la transformation grâce à la méthode de Procrustes.

Une autre idée pour construire une distance entre deux ensembles de points est de considérer la moyenne du carré de la distance de chaque point de la primitive à recaler par rapport au point le plus proche de la primitive de référence dans la direction du centroïde de cette dernière (distance utilisée dans l'algorithme *Head and Hat* proposé par Pelizzari et coll. [Pelizzari 89]).

Une autre approche consiste à utiliser les cartes de distance. Une carte de distance est obtenue en fixant à zéro les voxels correspondant à des contours de l'objet de l'image de référence, puis en calculant par propagation, la distance associée à chaque voxel du point de contour le plus proche. L'utilisation des cartes de distance permet de calculer de manière très efficace la distance entre deux contours : il suffit de faire la moyenne des valeurs de la carte de distance qui sont superposées avec les contours de l'image à déformer. Une distance couramment utilisée pour la construction de cartes de distance du fait de son efficacité et de sa rapidité est la distance de chanfrein [Borgefors 88]. Elle constitue une bonne approximation de la distance euclidienne en étant plus rapide à calculer.

Enfin, une autre mesure utilisée pour caractériser la distance entre deux ensembles de points est la distance de Hausdorff. En considérant une distance $d(x, y)$ (par exemple la distance euclidienne) entre deux points x et y , x appartenant à l'ensemble de points Γ_1 et y appartenant à l'ensemble de points Γ_2 , la distance de Hausdorff entre les deux ensembles Γ_1 et Γ_2 est définie de la manière suivante :

$$d_H(\Gamma_1, \Gamma_2) = \max(\sup_{x \in \Gamma_1} \inf_{y \in \Gamma_2} d(x, y), \sup_{y \in \Gamma_2} \inf_{x \in \Gamma_1} d(x, y)). \quad (2.2)$$

Pour plus de détails concernant les distances utilisées pour le recalage de primitives géométriques, le lecteur pourra se référer à l'état de l'art proposé dans [Velkamp 99].

2.3.2 Critères de similarité denses

Les critères de similarité denses permettent de comparer toute l'information portée par les niveaux de gris de l'image. Chaque critère fait une hypothèse sur la relation qui lie les valeurs à comparer. Parmi les hypothèses faites sur la relation entre les intensités (ou toutes autres valeurs portant une information sur l'image), on peut distinguer la relation identité, la relation affine, et de manière plus générale la relation fonctionnelle. Une approche encore plus générale consiste à considérer les images comme des réalisations de variables aléatoires et à quantifier une certaine dépendance entre elles en termes de distance entre distributions par exemple [Pluim 03b, Pluim 04]. Le choix du critère est donc guidé par les modalités des images à recaler, et fait l'objet d'un compromis entre le temps de calcul, la robustesse et la généralité de la relation qu'il permet d'appréhender. Les critères permettant d'appréhender des relations très générales et complexes sont souvent plus coûteux à calculer et leur optimisation est plus délicate (vitesse de convergence faible, présence de nombreux minima locaux d'énergie). D'autres approches consistent

à estimer de manière explicite cette relation lors d'une étape de normalisation des intensités. Ces approches seront discutées dans le chapitre 6. Pour plus d'informations concernant les différents critères denses proposés dans la littérature, le lecteur pourra se référer à [Hill 00, Sarrut 00].

Relation identité. La première idée pour le recalage d'images monomodales est de faire l'hypothèse que les intensités des voxels qui se correspondent dans les deux images sont égales à un bruit blanc gaussien près. Les approches reposant sur cette hypothèse minimisent généralement des critères basés sur la différence entre les intensités des images. Le critère le plus couramment utilisé en recalage monomodal est la norme \mathcal{L}_2 (ou critère des moindres carrés) donnée par la relation :

$$\mathcal{L}_2(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = \int_{\Omega} (\mathcal{I}_{ref}(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}(\mathbf{s})))^2 d\mathbf{s}, \quad (2.3)$$

avec Ω l'intersection entre le support Ω_{ref} de \mathcal{I}_{ref} et l'image du support Ω_{reca} de \mathcal{I}_{reca} par la transformation \mathbf{h} , *i.e.*, $\Omega = \{\mathbf{s} \mid \mathbf{s} \in \Omega_{ref} \text{ et } \mathbf{h}(\mathbf{s}) \in \Omega_{reca}\}$. Ce critère a cependant l'inconvénient d'être très sensible aux valeurs aberrantes. D'autres fonctions, comme la norme \mathcal{L}_1 (différence absolue des intensités) ou les fonctions dites robustes [Rousseeuw 87], basées sur la différence inter-images, offrent une moins grande sensibilité aux valeurs aberrantes.

Relation affine. En pratique, l'hypothèse de relation identité est rarement vérifiée, même dans le cas monomodal. La valeur des intensités dans l'image n'ayant pas de signification physique intrinsèque directe (*i.e.*, la valeur des intensités dépend de l'instrument de mesure), il est nécessaire de prendre en compte une remise à l'échelle des intensités grâce à une relation affine du type $j = \alpha i + \beta$. Le coefficient de corrélation linéaire permet justement d'appréhender cette relation [Hill 00]. Son expression est la suivante :

$$\rho(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = \frac{1}{\sigma_{\mathcal{I}_{ref}} \sigma_{\mathcal{I}_{reca}^{\mathbf{h}}}} \int_{\Omega} (\mathcal{I}_{ref}(\mathbf{s}) - \mu_{\mathcal{I}_{ref}}) (\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}(\mathbf{s})) - \mu_{\mathcal{I}_{reca}^{\mathbf{h}}}) d\mathbf{s}, \quad (2.4)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{\mathcal{I}_{ref}} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \mathcal{I}_{ref}(\mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad \mu_{\mathcal{I}_{reca}^{\mathbf{h}}} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}(\mathbf{s})) d\mathbf{s}, \\ \sigma_{\mathcal{I}_{ref}} = \sqrt{\frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} (\mathcal{I}_{ref}(\mathbf{s}) - \mu_{\mathcal{I}_{ref}})^2 d\mathbf{s}}, \quad \sigma_{\mathcal{I}_{reca}^{\mathbf{h}}} = \sqrt{\frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} (\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}(\mathbf{s})) - \mu_{\mathcal{I}_{reca}^{\mathbf{h}}})^2 d\mathbf{s}}. \end{array} \right.$$

Ce critère peut aussi être formulé de la manière suivante :

$$\rho^2(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = \frac{Cov(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}))}{Var(\mathcal{I}_{ref})Var(\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}))}. \quad (2.5)$$

Ainsi, ce critère, qui a une valeur comprise entre -1 et 1 , mesure l'existence ou non d'une relation linéaire entre les intensités des images \mathcal{I}_{ref} et $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})$. Une valeur nulle de ce critère signifie que les deux images sont des réalisations de variables aléatoires non corrélées, par conséquent sans recalage sous-jacent. Il s'agit donc au cours du recalage de maximiser ce critère. Ce critère ayant l'inconvénient d'être très sensible aux valeurs aberrantes, une version robuste a été proposée [Kim 04].

Relation fonctionnelle. Bien que donnant généralement de bons résultats pour le recalage d'images monomodales, l'hypothèse de relation affine n'est plus du tout adaptée quand il s'agit d'images de modalités différentes. Une hypothèse plus générale qui peut alors être faite dans ce cas est celle d'une relation fonctionnelle du type $j = f(i)$. L'hypothèse d'une relation fonctionnelle suppose qu'à chaque intensité d'une image donnée peut être associée une unique valeur dans la seconde image. Parmi les critères satisfaisant cette hypothèse, on citera le critère de Woods [Woods 93] et le rapport de corrélation introduit dans le cadre du recalage par Roche [Roche 98, Roche 00b, Roche 01].

Le critère de Woods, proposé pour le recalage multimodal IRM/PET, est basé sur la mesure pour une valeur d'intensité donnée dans une image de la dispersion des intensités des voxels correspondants dans l'autre image. L'hypothèse est faite que cette dispersion est faible pour l'ensemble des intensités lorsque les images sont recalées. Il s'agit dès lors de minimiser le critère suivant :

$$Woods(\mathcal{I}_{ref}|\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = \sum_j p_j \frac{\sigma_{\mathcal{I}_{ref}|j}}{\mu_{\mathcal{I}_{ref}|j}}, \quad (2.6)$$

avec $\mu_{\mathcal{I}_{ref}|j}$ et $\sigma_{\mathcal{I}_{ref}|j}$ respectivement la moyenne et l'écart-type des intensités observées dans l'image \mathcal{I}_{ref} correspondant aux voxels de l'image $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})$ ayant l'intensité j et p_j la fréquence des voxels dans l'image $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})$ ayant une intensité j . La normalisation par la moyenne permet de rendre le critère invariant si l'on modifie l'image \mathcal{I}_{ref} par un facteur multiplicatif.

Le rapport de corrélation utilise la même idée que le critère de Woods. En utilisant les mêmes notations que précédemment, son expression est la suivante :

$$\eta(\mathcal{I}_{ref}|\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = 1 - \frac{1}{\sigma_{\mathcal{I}_{ref}}^2} \sum_j p_j \sigma_{\mathcal{I}_{ref}|j}^2. \quad (2.7)$$

Les différences avec le critère de Woods sont que les variances sont considérées et non les écarts-types, et que la normalisation est faite globalement par la variance de l'image et non pour chacun des termes par une moyenne. Notons que ces deux critères ont la particularité de ne pas avoir une expression symétrique par rapport aux deux images. Cela est directement lié à la notion de relation fonctionnelle qui n'est pas symétrique. En effet, l'existence d'une fonction de \mathcal{I}_{ref} vers \mathcal{I}_{reca} ne garantit pas l'existence d'une fonction de \mathcal{I}_{reca} vers \mathcal{I}_{ref} . Ainsi, Lau et coll. proposent de recourir à une version symétrisée du rapport de corrélation [Lau 01] :

$$\eta^{sym}(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = \eta(\mathcal{I}_{ref}|\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) + \eta(\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})|\mathcal{I}_{ref}). \quad (2.8)$$

Relation de dépendance. Il est possible de considérer une relation encore moins restrictive que la relation fonctionnelle en introduisant la notion de dépendance. Les images sont considérées comme des réalisations de variables aléatoires dont il s'agit de caractériser la dépendance. L'outil utilisé pour mettre en évidence cette dépendance est l'histogramme conjoint. Les critères utilisés sont basés sur la mesure de la dispersion des échantillons de l'histogramme avec pour idée que plus la dispersion est faible, plus forte est la dépendance entre les deux images (et donc meilleur est le recalage). Une autre approche consiste à considérer la distance entre la distribution conjointe des images et la distribution conjointe qu'auraient celles-ci sous l'hypothèse d'indépendance. Dès lors

tout un ensemble de fonctions permettant de mesurer la distance entre deux distributions existe (voir [Sarrut 00] pour une énumération de plusieurs distances possibles). Parmi toutes ces mesures, l'information mutuelle est celle qui a connu le plus grand succès pour le recalage d'images médicales multimodales [Pluim 03b]. Son expression est donnée par :

$$IM(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})) = \sum_i \sum_j p_{i,j} \log \frac{p_{i,j}}{p_i p_j}, \quad (2.9)$$

avec p_i et p_j respectivement la probabilité d'un voxel de l'image \mathcal{I}_{ref} d'avoir une intensité i et d'un voxel de l'image $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})$ d'avoir une intensité j , et $p_{i,j}$ la probabilité d'un voxel d'avoir une intensité i dans \mathcal{I}_{ref} et j dans $\mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h})$. Une interprétation intuitive possible de ce critère est de considérer qu'il mesure l'aptitude d'une image à expliquer correctement l'autre. Le cas le plus défavorable est celui de deux images indépendantes (information mutuelle nulle) et le cas idéal est celui pour lequel les deux images sont parfaitement recalées (information mutuelle maximum). Ces critères issus de la théorie de l'information ont montré leur efficacité pour le recalage multimodal. Néanmoins, ils sont complexes à optimiser car ils présentent en général un paysage énergétique très chahuté (présence de minima locaux d'énergie, convergence vers des solutions aberrantes) et requièrent un coût calculatoire élevé, ce qui a principalement limité leurs applications pour des transformations ayant un faible nombre de degrés de liberté (rigide et affine). D'autres critiques peuvent par ailleurs être formulées [Hill 00], notamment de perdre l'information spatiale lors du calcul du critère, d'être peu robuste dès lors que le nombre de voxels considérés est faible et de pouvoir être mis en défaut sur un bon nombre de cas synthétiques (voir [Roche 98] pour un exemple synthétique mettant en défaut l'information mutuelle).

2.4 Espace de recherche

Une fois défini le type d'information à utiliser pour guider le recalage et le critère de similarité quantifiant la ressemblance entre deux images, il s'agit de définir un modèle de déformation. Le choix du modèle de déformation est lui aussi très important et est guidé par l'application sous-jacente et les informations *a priori* disponibles sur la nature de la déformation entre les images.

Nous allons dans un premier temps présenter différents modèles de déformation possibles, caractérisé chacun par un certain nombre de degrés de liberté (DDL). Nous ferons la distinction entre les modèles linéaires et non linéaires, ainsi qu'entre les modèles globaux et locaux. Dans un second temps, nous présenterons les différentes contraintes qui peuvent être introduites sur le modèle de déformation. Parmi ces contraintes, nous évoquerons les contraintes de régularité et de conservation de la topologie. Nous décrirons aussi les approches consistant à considérer le modèle de déformation à estimer comme la solution d'une équation aux dérivées partielles. Enfin nous présenterons la formulation bayésienne qui offre un cadre probabiliste permettant d'introduire des connaissances *a priori* sur le modèle de déformation.

2.4.1 Modèles de déformation

Parmi les différents modèles de déformation proposés dans la littérature, nous distinguerons les modèles linéaires qui regroupent les transformations rigide, métrique, affine

et projective, et les modèles non linéaires qui ont un nombre de degrés de liberté beaucoup plus important. Une distinction peut aussi être faite entre les modèles globaux pour lesquels toute l'image est prise en compte lors de l'estimation de chacun des paramètres de la transformation, et les modèles locaux pour lesquels un ensemble de paramètres n'affectant chacun qu'une certaine région de l'image peuvent être estimés indépendamment. Une illustration de la classification de ces différents modèles est donnée figure 2.4.

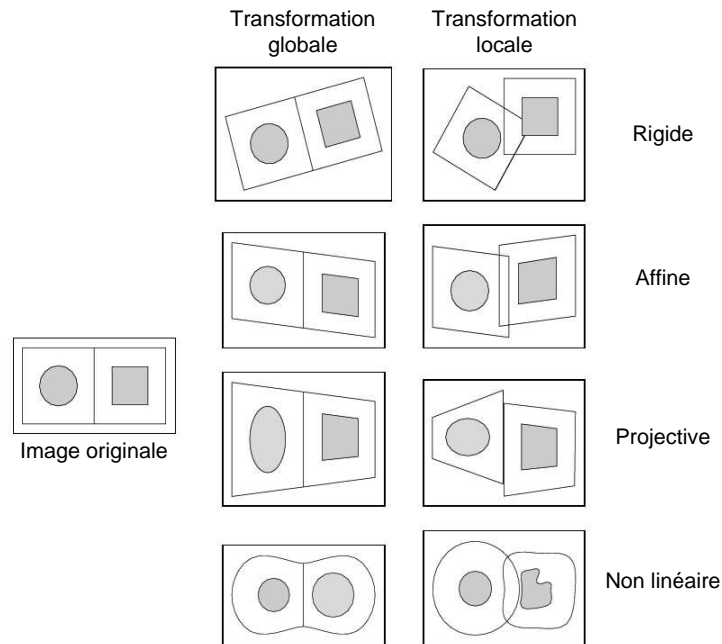


FIG. 2.4 – Exemples synthétiques illustrant l'effet de différents types de transformations (cas 2D) [Maintz 98].

2.4.1.1 Modèles linéaires globaux

Transformation rigide. La transformation rigide consiste en l'estimation de translations et de rotations afin de repositionner un objet supposé rigide. Ce type de transformation conserve les distances, les angles et le parallélisme. Le nombre de DDL est de 3 en 2D et de 6 en 3D. Ce modèle est principalement utilisé dans le contexte de l'imagerie médicale pour recalibrer des images d'un même individu acquises à des instants différents ou pour différentes modalités d'imagerie.

Transformation métrique. La transformation métrique consiste en l'estimation d'un facteur d'échelle isotrope en plus des translations et des rotations. Ce type de transformation conserve les angles, le parallélisme et le rapport des longueurs. Le nombre de DDL est de 4 en 2D et de 7 en 3D. Ce modèle peut être utilisé dans le contexte de l'imagerie médicale pour le recalibrage d'images d'un même individu provenant de modalités différentes pour lesquelles la résolution n'est pas la même. Cependant il est peu utilisé étant donné que les facteurs d'échelle à estimer en pratique sont généralement anisotropes.

Transformation affine. La transformation affine autorise, en plus des rotations et des translations, de prendre en compte un facteur d'échelle anisotrope et de modéliser des cisaillements (*shear* ou *skew*). Ce type de transformation conserve le parallélisme. Le nombre de DDL est de 6 en 2D et de 12 en 3D. Ce modèle est généralement utilisé dans le contexte de l'imagerie médicale pour le recalage inter-individu, bien que son faible nombre de DDL ne lui permette pas d'appréhender avec précision la variabilité anatomique inter-individuelle.

Transformation projective. La transformation projective est utilisée principalement pour prendre en compte les effets de perspective dans l'image. Elle ne garantit plus le parallélisme mais impose que l'image d'une droite est une droite. Ce type de transformation est utilisé dans le contexte de l'imagerie médicale pour le recalage d'images 3D sur des images 2D.

Les transformations rigide, métrique, affine et projective sont dites linéaires car elles peuvent être formulées en considérant les coordonnées homogènes, grâce à un produit matriciel, de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & b_0 \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

où (x, y, z) et (x', y', z') sont respectivement les coordonnées initiales et les coordonnées transformées. La variable w vaut 1 si les coordonnées du point sont réelles et 0 si le point est projeté à l'infini (dans le cas d'une transformation projective).

2.4.1.2 Modèles linéaires locaux

Une méthode classique en recalage d'images médicales et utilisant un modèle linéaire par morceaux est la normalisation dans le référentiel de Talairach [Talairach 88]. Cette méthode de référence dans le domaine clinique et dans le domaine des neurosciences est basée sur la définition de deux points présentant une stabilité anatomique remarquable, à savoir la commissure antérieure (CA) et la commissure postérieure (CP). Ces deux points sont définis comme l'intersection du plan inter-hémisphérique (plan de symétrie sagittale du cerveau) avec les commissures. D'après les observations faites par Talairach et Tournoux [Talairach 88], les dimensions du cerveau et la localisation des principales structures anatomiques sont globalement proportionnelles à la distance entre ces deux points. La normalisation dans le repère de Talairach consiste à diviser le cerveau en 12 volumes élémentaires (cf. figure 2.5) sur chacun desquels est appliquée une transformation affine. Cette méthode s'avère relativement précise pour les structures avoisinant les points CA et CP mais est peu adaptée pour le recalage des zones corticales.

Plusieurs autres types de modèles linéaires par morceaux ont été proposés dans la littérature. Ashburner et coll. proposent de considérer un maillage triangulaire de l'image dans le cas 2D [Ashburner 99a] et tétragonal dans le cas 3D [Ashburner 00a], chaque sommet du maillage correspondant aux centres des pixels/voxels de l'image. La transformation est donc supposée affine sur chacun de ces triangles (resp. tétraèdres), les paramètres de chacune de ces transformations étant calculés de manière à mettre en correspondance

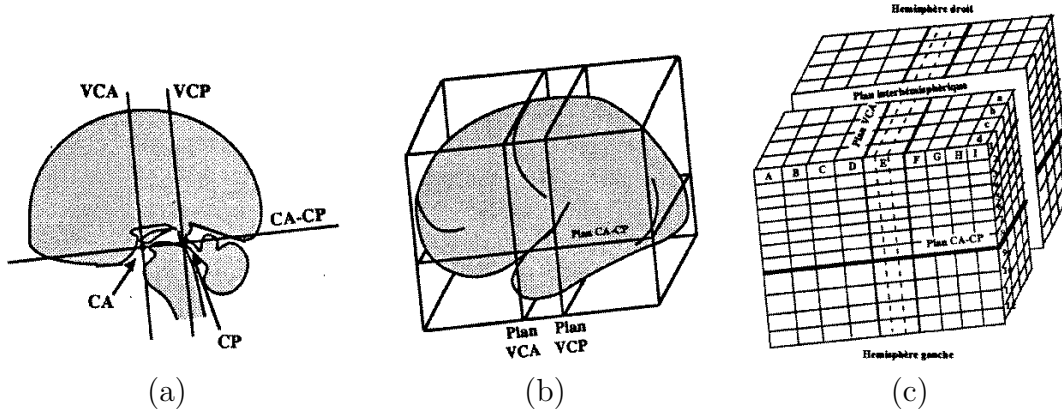


FIG. 2.5 – Définition du référentiel de Talairach : (a) repérage des commissures antérieure (CA) et postérieure (CP) dans le plan inter-hémisphérique (VCA et VCP sont les droites du plan inter-hémisphérique, perpendiculaires à la droite CA-CP, et passant respectivement par CA et CP) ; (b) découpage du cerveau en 12 volumes élémentaires ; (c) définition des coordonnées associées au référentiel de Talairach.

les sommets des triangles (resp. tétraèdres) avec les points correspondants dans l'autre image. Kochunov propose d'utiliser une décomposition de l'image en oct-arbre et estime pour chaque cube issu de la partition de l'image une translation et un facteur d'échelle [Kochunov 99]. Hellier et coll. proposent de considérer, sur une partition de l'image, des transformations localement affines, rigides ou simplement des translations, le choix de la transformation étant fait en fonction du nombre de voxels du volume élémentaire considéré [Hellier 00, Hellier 01b]. Arsigny et coll. proposent l'utilisation de transformations polyrigides et polyaffines [Arsigny 03, Arsigny 05]. Le modèle de déformation est défini comme une somme de N transformations rigides et/ou affines notées T_i , dont chacune est caractérisée par une certaine zone d'influence de nature gaussienne caractérisée par un point d'ancrage de coordonnées a_i , une distance typique σ_i ainsi qu'un facteur de pondération p_i . La déformation globale s'exprime dès lors de la manière suivante :

$$T(\mathbf{s}) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i G_{a_i, \sigma_i}(\mathbf{s}) T_i(\mathbf{s})}{\sum_{i=1}^N p_i G_{a_i, \sigma_i}(\mathbf{s})}, \quad (2.11)$$

G_{a_i, σ_i} représentant une gaussienne de moyenne a_i et d'écart-type σ_i . Ce type de modèle est particulièrement adapté à l'imagerie biologique pour le recalage de coupes histologiques par exemple.

2.4.1.3 Modèles non linéaires

Les modèles linéaires n'autorisant qu'un faible nombre de DDL, ils sont peu adaptés pour appréhender la variabilité anatomique inter-individuelle. Dans le contexte du recalage cérébral inter-patient, il est donc nécessaire d'avoir recours à des transformations ayant un grand nombre de DDL, capables de modifier la forme globale des structures. De tels modèles sont qualifiés de modèles non rigides ou de modèles déformables.

Polynômes. Une extension assez naturelle des modèles linéaires est l'utilisation d'une représentation polynomiale du champ de déformation. Pour un modèle du second ordre (30 DDL), l'expression des coordonnées transformées est donnée par :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \cdots & a_{09} \\ a_{10} & a_{11} & \cdots & a_{19} \\ a_{20} & a_{21} & \cdots & a_{29} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} [x^2 \ y^2 \ z^2 \ xy \ xz \ yz \ x \ y \ z \ 1]^t. \quad (2.12)$$

Le modèle peut être étendu à des polynômes d'ordre 3 (60 DDL), 4 (105 DDL), voire 5 (168 DDL) [Woods 98]. Les modèles d'ordre supérieur ne sont plus adaptés étant donné certains artefacts indésirables liés à des phénomènes d'oscillation. Un inconvénient des modèles polynomiaux est lié à leur domaine d'application qui est global à l'image, les rendant par conséquent peu adaptés pour la prise en compte de variations locales de forme.

Base de fonctions. Au lieu d'utiliser une combinaison linéaire de monômes pour décrire le champ de déformation, il est possible d'étendre le modèle en utilisant une combinaison linéaire d'une famille de fonctions θ_i :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00} & \cdots & a_{0n} \\ a_{10} & \cdots & a_{1n} \\ a_{20} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1(x, y, z) \\ \vdots \\ \theta_n(x, y, z) \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Des choix possibles pour θ_i peuvent être faits parmi des bases de fonctions trigonométriques [Ashburner 99b], des bases d'ondelettes [Amit 94] ou des bases de fonctions B-splines [Szeliski 97, Kybic 00, Musse 00, Musse 03, Kybic 03, Sorzano 05]. Dans le cas d'une représentation du champ de déformation par des fonctions trigonométriques, chaque θ_i est porteur d'une information fréquentielle (plus i est grand, plus le comportement est haute fréquence). En tronquant à n le nombre total de fonctions, il est possible de contrôler le comportement fréquentiel du champ de déformation estimé. D'une manière similaire grâce à l'approche hiérarchique permise par les bases d'ondelettes et les bases de fonctions d'échelle, il est possible de contrôler le comportement du champ de déformation en tronquant la décomposition à une certaine résolution (voir chapitre 3). À noter que si le support des fonctions est compact, le modèle de déformation n'est plus global mais local.

Base de fonctions radiales (*Radial Basis Functions* ou **RBF).** Principalement utilisées pour le recalage géométrique, les fonctions radiales permettent, à partir de plusieurs points mis en correspondance, d'interpoler le champ de déformation pour qu'il soit défini sur l'ensemble du volume. Étant donnés n points de coordonnées (x_i, y_i, z_i) et une fonction radiale g , l'expression de la transformation correspondante définie sur l'ensemble du volume est donnée par :

$$\begin{cases} x' = P_x^m(x, y, z) + \sum_{i=1}^n \alpha_{i;x} g(r_i(x, y, z)) \\ y' = P_y^m(x, y, z) + \sum_{i=1}^n \alpha_{i;y} g(r_i(x, y, z)) \\ z' = P_z^m(x, y, z) + \sum_{i=1}^n \alpha_{i;z} g(r_i(x, y, z)) \end{cases} \quad (2.14)$$

avec $P_x^m(x, y, z)$, $P_y^m(x, y, z)$ et $P_z^m(x, y, z)$ des formes polynomiales d'ordre m donnant le comportement global de la transformation, $(\alpha_{i;x}, \alpha_{i;y}, \alpha_{i;z})$ les coefficients caractérisant le comportement local de la transformation et $r_i(x, y, z)$ la distance euclidienne du point (x, y, z) au i^{eme} point, de coordonnées (x_i, y_i, z_i) . Ces fonctions sont qualifiées de *radiales* car elles ne privilégient aucune direction. Plusieurs fonctions reportées dans la littérature sont présentées, à titre d'exemple, dans le tableau 2.1. Les fonctions parmi les plus

Fonction radiale	$g(r_i)$
Linéaire	r_i
<i>Thin-Plate Spline</i> (TPS)	$r_i^2 \log r_i^2$ (2D)
Spline cubique	$\ r_i\ ^3$
Multiquadrique (MQ)	$(r_i^2 + \delta)^\mu$
Multiquadrique inverse	$(r_i^2 + \delta)^{-\mu}$
Gaussien	$e^{r_i^2/\sigma}$
<i>Shifted-LOG</i>	$\log(r_i^2 + \delta)^{\frac{3}{2}}$

TAB. 2.1 – Différentes fonctions radiales

utilisées en recalage géométrique sont les *Thin-Plate Splines* (TPS) introduites dans le contexte de l'imagerie médicale par Bookstein [Bookstein 89]. Leur expression rend compte de la déformation d'une plaque mince dont plusieurs points sont contraints.

L'un des inconvénients majeur de ce modèle est lié au fait que le support des fonctions radiales n'est pas borné. Dès lors chaque point de contrôle a une influence sur l'ensemble du champ de déformation.

Free Form Deformations (FFD). Les *Free Form Deformations* (FFD), très populaires en synthèse d'image pour la déformation d'objets [Sederberg 86], ont aussi été utilisés en recalage d'images médicales [Rueckert 99, Schnabel 01, Rohlfing 03]. Cette approche consiste à considérer une grille régulière de points de contrôle sous-jacente à l'image, l'image étant déformée en agissant sur chacun de ces points de contrôle. Une fonction interpolante (par exemple une fonction B-spline d'ordre 3) assure au champ de déformation d'être lisse, continu et de classe \mathcal{C}^2 . L'avantage principal des FFD réside dans leur aptitude à estimer des déformations très localisées, leur permettant ainsi d'appréhender convenablement les variations locales de forme.

2.4.2 Contrainte sur le modèle de déformation

Plus le nombre de degrés de liberté d'un modèle de déformation est grand, plus ce modèle est capable d'estimer finement les différences morphologiques entre les images. Cependant, dès lors que le nombre de DDL est très important, l'information portée par l'image n'est plus suffisante pour estimer correctement l'ensemble des paramètres. Le problème d'estimation est dit mal posé au sens de Hadamard⁴. Afin de garantir l'existence d'une solution unique et réaliste, il est donc nécessaire d'introduire des contraintes

⁴Un problème est dit bien posé au sens de Hadamard s'il possède une solution unique dépendant continûment des données.

supplémentaires sur la transformation. La bijectivité et la régularité du champ de déformation sont des exemples de contraintes couramment utilisées dans le contexte du recalage d'images cérébrales, la régularité imposant au champ de déformation estimé d'être lisse et la bijectivité garantissant la conservation de la topologie, *i.e.*, la préservation de l'intégrité des structures déformées (la notion de conservation de la topologie est abordée en détail au chapitre 4). Une autre approche pour contraindre le modèle de déformation est de le considérer comme étant solution d'une équation aux dérivées partielles. Enfin la formulation bayésienne du problème de recalage permet d'offrir un cadre probabiliste permettant d'introduire des connaissances *a priori* sur le modèle de déformation.

2.4.2.1 Régularisation

La notion de régularisation abordée dans cette section concerne principalement les méthodes de recalage denses basées sur la minimisation d'une fonction de coût. Pour les méthodes géométriques, la notion de régularisation est portée implicitement par les fonctions d'interpolation utilisées (par exemple les *Thin-Plate Splines* qui rendent compte de la déformation d'une plaque mince dont plusieurs points sont contraints).

La régularisation peut porter, soit sur le champ de déformation, soit sur l'incrément du champ de déformation (*i.e.*, le champ de vitesse) estimé à chaque itération. Le premier cas correspond à l'estimation de la transformation dans un cadre lagrangien (c'est le cas des modèles élastiques) tandis que le second correspond à l'estimation de la transformation dans un cadre eulérien (c'est le cas des modèles fluides) (cf. figure 2.6). La régularisation sur le champ de vitesse autorise l'estimation de plus grandes déformations que la régularisation sur le champ de déformation qui impose une contrainte plus forte.

Parmi les différentes méthodes de régularisation, qui peuvent être appliquées aussi bien sur le champ de déformation que sur le champ de vitesse, deux catégories peuvent principalement être distinguées [Cachier 03] : les approches compétitives et les approches itératives.

Approches compétitives. Les approches compétitives consistent à ajouter au terme $E_{\text{Similarité}}$ d'attache aux données un terme $E_{\text{Régularisation}}$ de régularisation qui pénalise les variations brusques du champ de déformation. La solution obtenue lors de la minimisation de la somme $E_{\text{Similarité}} + \alpha E_{\text{Régularisation}}$ permet de satisfaire un compromis entre l'attache aux données et la régularité de la solution, le coefficient α de pondération permettant de privilégier l'un ou l'autre des comportements. Le terme de régularisation permet ainsi d'empêcher l'estimation de petites déformations non réalistes qui n'occasionneraient qu'une faible décroissance du critère de similarité. Différentes énergies de régularisation ont été proposées dans la littérature, avec pour la plupart une interprétation liée à la mécanique des matériaux ou des fluides. Cependant, tous ces termes de régularisation issus de la mécanique des matériaux sont difficilement justifiables d'un point de vue biologique. Il est donc difficile de prétendre que l'un ou l'autre est plus adapté au recalage d'images cérébrales.

Considérons une transformation $\mathbf{h} : \Omega \rightarrow \Omega$ définie pour tout $\mathbf{s} \in \Omega$ par :

$$\mathbf{h} : \mathbf{s} = [x; y; z]^t \mapsto [x + u_x(\mathbf{s}); y + u_y(\mathbf{s}); z + u_z(\mathbf{s})]^t. \quad (2.15)$$

Parmi les différents termes de régularisation, il est possible de considérer l'énergie de

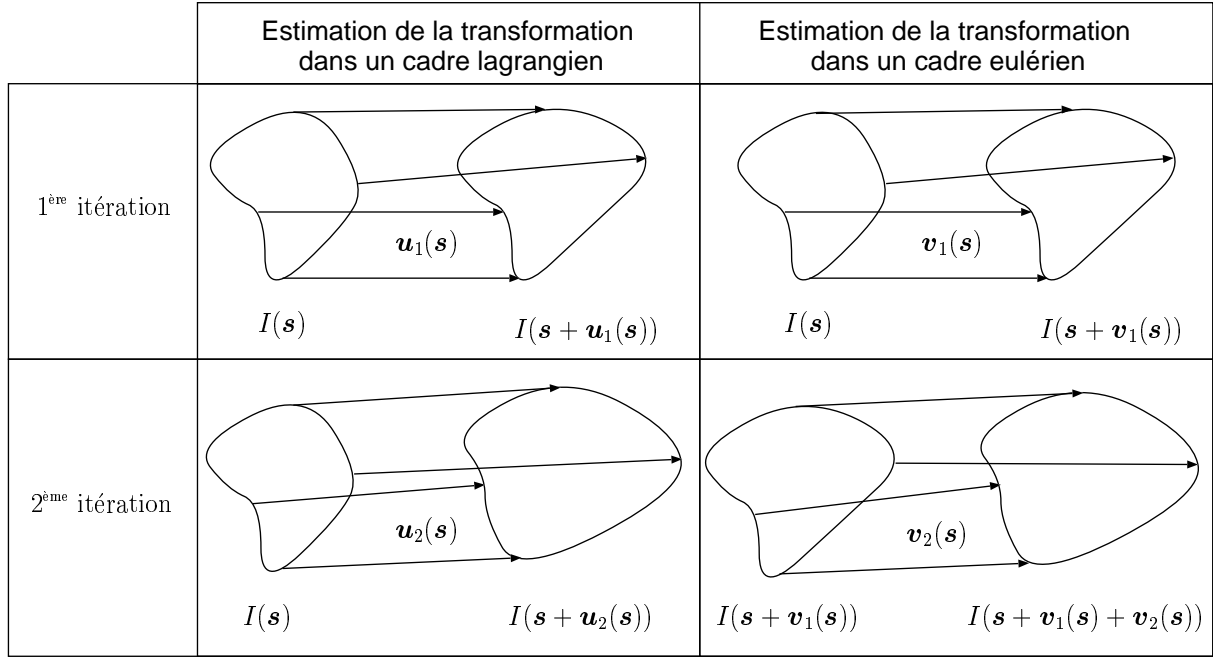


FIG. 2.6 – Illustration de la différence entre l'estimation d'une transformation dans un cadre lagrangien et dans un cadre eulérien : dans le cadre lagrangien, la régularisation porte sur le champ de déformation \mathbf{u} tandis que dans le cadre eulérien, la régularisation porte sur le champ de vitesse \mathbf{v} (on suppose ici que $\delta t = 1$ entre deux itérations).

membrane [Horn 81, Amit 91, Gee 97] dont l'expression est donnée par :

$$E_{\text{Membrane}} = \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j}(\mathbf{s}) \right)^2 d\mathbf{s}. \quad (2.16)$$

Une autre approche consiste à considérer l'énergie d'une plaque mince [Bookstein 89, Amit 94, Ashburner 99b, Rueckert 99, Rohlfing 03] :

$$E_{\text{Plaque mince}} = \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \sum_{k \in \{x,y,z\}} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial j \partial k}(\mathbf{s}) \right)^2 d\mathbf{s}. \quad (2.17)$$

Enfin, un autre terme de régularisation couramment utilisé est l'énergie élastique linéaire [Miller 93] :

$$E_{\text{Élastique}} = \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \int_{\Omega} \lambda \left(\frac{\partial u_i}{\partial i}(\mathbf{s}) \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial j}(\mathbf{s}) \right) + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial j}(\mathbf{s}) + \frac{\partial u_j}{\partial i}(\mathbf{s}) \right)^2 d\mathbf{s}, \quad (2.18)$$

où λ et μ correspondent aux constantes de Lamé caractérisant les propriétés élastiques d'un matériau. Contrairement à la plupart des énergies de régularisation qui ont un effet indépendant suivant chacune des coordonnées, *i.e.*, sont de la forme $E(\mathbf{u}) = e(u_x) + e(u_y) + e(u_z)$, l'énergie élastique linéaire permet de rendre compte d'un couplage entre

les déformations suivant les différentes coordonnées. Ce type de couplage apparaît comme nécessaire pour pouvoir appréhender des déformations réalistes car, dans un matériau, la contrainte suivant un axe a aussi des conséquences sur la position des points suivant les autres axes [Cachier 04].

Cachier et Ayache proposent de déterminer l'ensemble des énergies de régularisation possibles ayant une forme différentielle quadratique isotropique du premier ordre et du second ordre [Cachier 04]. Une forme différentielle quadratique est une somme de produits de deux dérivées partielles du champ de déformation. La propriété d'isotropie signifie que l'énergie doit être invariante par rotation et par symétrie miroir. Cachier et Ayache ont ainsi démontré que toutes les formes différentielles quadratiques isotropiques du premier ordre peuvent s'écrire sous la forme :

$$q(\mathbf{u}) = a_1 \operatorname{tr}(\nabla \mathbf{u}^t \nabla \mathbf{u}) + a_2 \operatorname{tr}(\nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) + a_3 \operatorname{tr}^2(\nabla \mathbf{u}), \quad (2.19)$$

avec

$$\begin{cases} \operatorname{tr}(\nabla \mathbf{u}^t \nabla \mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial i} \right), \\ \operatorname{tr}(\nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} \right), \\ \operatorname{tr}^2(\nabla \mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial j} \right), \end{cases} \quad (2.20)$$

et les a_i étant des coefficients réels. De la même façon, toutes les formes différentielles quadratiques isotropiques du second ordre peuvent s'écrire sous la forme :

$$q(\mathbf{u}) = a_1 Q_1(\mathbf{u}) + a_2 Q_2(\mathbf{u}) + a_3 Q_3(\mathbf{u}) + a_4 Q_4(\mathbf{u}) + a_5 Q_5(\mathbf{u}), \quad (2.21)$$

avec

$$\begin{cases} Q_1(\mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \sum_{k \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial i \partial j} \right) \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial i \partial j} \right), \\ Q_2(\mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \sum_{k \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial i \partial j} \right) \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial i \partial k} \right), \\ Q_3(\mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \sum_{k \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial i \partial i} \right) \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial k \partial k} \right), \\ Q_4(\mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \sum_{k \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial i \partial j} \right) \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial k \partial j} \right), \\ Q_5(\mathbf{u}) &= \sum_{i \in \{x,y,z\}} \sum_{j \in \{x,y,z\}} \sum_{k \in \{x,y,z\}} \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial i \partial i} \right) \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial k \partial j} \right), \end{cases} \quad (2.22)$$

et les a_i étant des coefficients réels. Toutes les énergies présentées dans les équations 2.16, 2.17, 2.18 sont ainsi des cas particuliers de formes différentielles quadratiques isotropiques du premier et second degré.

Hellier et coll. proposent par ailleurs le recours à des M-estimateurs pour la construction d'énergies de régularisation afin d'autoriser des changements locaux de topologie tout en préservant la régularité globale du champ de déformation [Hellier 00, Hellier 01b].

Approches par filtrage itératif. Les approches par filtrage itératif, qualifiées aussi par Cachier de méthodes *Pair-and-Smooth* (P&S) [Cachier 03], sont constituées de deux étapes. La première étape correspond à l'estimation des paramètres du modèle sans contrainte de régularisation sur le champ de déformation. La seconde étape consiste à rendre lisse le champ de déformation estimé, en général grâce à un filtrage. Ces deux étapes sont répétées successivement jusqu'à convergence des paramètres du modèle. Plusieurs types de filtrage ont été proposés afin de lisser le champ de déformation. Un filtrage gaussien est par exemple utilisé dans la méthode des démons [Thirion 98]. À noter que le filtrage gaussien peut être vu comme une régularisation élastique sur le champ [Cachier 04]. Bro-Nielsen et Gramkow proposent quant à eux un filtre permettant d'approcher une régularisation de type fluide en déterminant la réponse impulsionnelle de l'opérateur d'élasticité linéaire [Bro-Nielsen 96]. L'application d'un filtre médian sur le champ de déformation a par ailleurs aussi été proposée [Lau 01]. Dans [Cachier 04], Cachier et Ayache proposent des filtres de convolution à appliquer dans le domaine de Fourier qui permettent de rendre compte des formes différentielles quadratiques isotropiques du premier et second degré présentées dans les équations 2.19 et 2.21.

Cependant, ces méthodes ont pour inconvénient de ne pas tenir compte de l'information portée par l'image, ce qui est peu satisfaisant étant donné que le besoin de régularisation est plus important dans les régions contenant peu d'information (zone d'intensités homogènes par exemple). C'est pour cette raison que Stefanescu et coll. proposent d'associer en chaque point de l'image un indice local de confiance basé sur la norme du gradient de l'image, afin de moduler les caractéristiques du filtrage du champ de déformation en fonction de l'information portée par l'image [Stefanescu 04].

2.4.2.2 Conservation de la topologie

Une propriété souhaitable pour un champ de déformation est la préservation de l'intégrité des structures déformées. Cette propriété impose à la transformation d'être continue, bijective et à inverse continue (*i.e.*, d'être un homéomorphisme). Différentes méthodes ont vu le jour afin de garantir cette propriété. Le chapitre 4 de ce mémoire est entièrement consacré à ce problème. Un état de l'art détaillé des différentes méthodes proposées dans la littérature pour garantir la conservation de la topologie y est présenté.

2.4.2.3 Équations aux dérivées partielles

Une autre approche permettant d'introduire des contraintes sur le modèle de déformation est de considérer le problème de recalage comme un problème physique, soit de déformation mécanique (élastique ou fluide), soit de diffusion. Le champ de déformation à estimer est alors considéré comme la solution d'une équation aux dérivées partielles (EDP). La nature du modèle de déformation dépend de la méthode utilisée pour la résolution de l'EDP, soit par différences finies (*i.e.*, un modèle non-paramétrique, à chaque voxel est associé un vecteur de déplacement), soit par éléments finis (*i.e.*, une combinaison linéaire de fonctions). L'EDP porte une information triple. Elle conditionne d'une part la régularité du champ de déformation. D'autre part, elle prend en compte implicitement un certain critère de similarité au travers de la force utilisée pour faire évoluer le modèle.

Modèle élastique. L'idée de considérer le recalage comme un problème de déformation élastique a été introduite par Broit, Bajcsy et Kovačič [Broit 81, Bajcsy 82, Bajcsy 89]. Bien que l'hypothèse de déformation élastique soit difficilement justifiable biologiquement, cette approche est relativement séduisante car elle permet de garantir certaines propriétés aux champs de déformation, notamment de régularité et de conservation de la topologie. L'image à recaler est considérée comme un matériau élastique dont la déformation $\mathbf{u}(x, y, z)$ engendrée par une force extérieure $\mathbf{F}(x, y, z)$ est régie par l'équation de Navier :

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u}(x, y, z) + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \mathbf{u}(x, y, z)) + \mathbf{F}(x, y, z) = 0, \quad (2.23)$$

où λ et μ correspondent aux coefficients de Lamé. La force $\mathbf{F}(x, y, z)$ tend à mettre en correspondance des caractéristiques communes entre les deux images au sens d'une certaine distance $D(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{u}))$. Son expression est donnée par le gradient de la distance par rapport aux paramètres du champ de déformation : $\mathbf{F}(x, y, z) = \nabla D(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{u}))$. La distance utilisée peut être dense [Gee 93, Gee 97, Gee 99, Ferrant 99] ou entre primitives géométriques [Davatzikos 96, Davatzikos 97].

Le principal inconvénient de ces méthodes est lié à leur coût calculatoire élevé. Pour remédier à ce problème, Broit propose, sous l'hypothèse de petits déplacements, de linéariser l'équation 2.23, permettant ainsi une formulation du problème en termes de minimisation d'une fonctionnelle intégrant une énergie régularisante (cf. équation 2.18) [Broit 81]. Néanmoins, la linéarisation du problème souffre de deux inconvénients majeurs, le premier tenant au fait que la propriété de conservation de la topologie n'est dès lors plus garantie, le second étant lié à l'hypothèse de faibles déplacements qui empêche le modèle d'appréhender de grandes déformations.

Modèle fluide. Le modèle élastique étant mal adapté pour l'estimation de grandes déformations, le recours à un modèle fluide de déformation est proposé par Christensen et coll. [Christensen 96a, Christensen 96b, Christensen 97, Christensen 98, Miller 99]. L'idée est de considérer l'image non plus comme un matériau élastique dans un cadre lagrangien, mais comme un fluide dans un cadre eulérien. Le cadre eulérien consiste à manipuler non pas directement le champ de déformation $\mathbf{u}(x, y, z)$ comme c'est le cas dans le cadre lagrangien, mais le champ de vitesse $\mathbf{v}(x, y, z)$ avec pour relation de passage entre les deux référentiels :

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \frac{\partial \mathbf{u}(x, y, z, t)}{\partial t} + \mathbf{v}(x, y, z, t) \nabla \mathbf{u}(x, y, z, t). \quad (2.24)$$

Dès lors le comportement d'un fluide est modélisé par l'équation de Navier-Stokes :

$$\mu \nabla^2 \mathbf{v}(x, y, z) + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \mathbf{v}(x, y, z)) + \mathbf{F}(x, y, z) = 0, \quad (2.25)$$

qui est la même équation que pour le modèle élastique (équation 2.23) à la différence près que celle-ci porte sur le champ de vitesse et non sur le champ de déformation. Le champ de vitesse est estimé grâce à l'équation 2.25 puis le champ de déformation est déduit en utilisant l'équation 2.24. La résolution de ces EDP peut être faite grâce à des méthodes itératives de relaxation (SOR : *Successive over relaxation*) [Christensen 96b]. L'inconvénient majeur de ces approches est qu'elles sont encore plus coûteuses en temps de calcul que les méthodes élastiques.

Flot optique. Les méthodes de flot optique sont très utilisées en traitement d'images pour l'estimation du mouvement [Horn 81]. Ces méthodes reposent sur l'hypothèse que, dans une séquence d'images, l'intensité d'un même point reste constante au cours du temps. Autrement dit, l'intensité I d'un point M de coordonnées (x, y, z) ayant parcouru un déplacement $dM = (dx, dy, dz)$ pendant un laps de temps dt reste constante :

$$I(x, y, z, t) = I(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt). \quad (2.26)$$

Un développement de Taylor du membre de droite en négligeant les termes de degré supérieur au premier ordre permet d'obtenir l'expression suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0, \quad (2.27)$$

ce qui peut s'écrire sous la forme plus compacte :

$$\nabla I \cdot \mathbf{u} + \Delta_t I = 0, \quad (2.28)$$

$\Delta_t I$ représentant la différence temporelle entre les deux images, ∇I le gradient spatial de l'image et \mathbf{u} le déplacement effectué pendant le laps de temps dt . Considérons le cas de deux images $\mathcal{I}_{reca}(x, y, z)$ et $\mathcal{I}_{ref}(x, y, z)$, $\mathcal{I}_{reca}(x, y, z)$ étant l'image à recaler et $\mathcal{I}_{ref}(x, y, z)$ l'image de référence. Sous l'hypothèse de petits déplacements, l'équation 2.28 s'écrit :

$$\nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z) \cdot \mathbf{u}(x, y, z) = \mathcal{I}_{reca}(x, y, z) - \mathcal{I}_{ref}(x, y, z). \quad (2.29)$$

Dès lors, l'expression de la projection $\tilde{\mathbf{u}}(x, y, z)$ de $\mathbf{u}(x, y, z)$ suivant la direction du gradient de l'image est donnée par :

$$\tilde{\mathbf{u}}(x, y, z) = \frac{(\mathcal{I}_{ref}(x, y, z) - \mathcal{I}_{reca}(x, y, z)) \nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)}{\|\nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)\|^2}. \quad (2.30)$$

Cette expression devenant instable pour de faibles valeurs de $\nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)$, Thirion [Thirion 98] propose l'expression suivante :

$$\tilde{\mathbf{u}}(x, y, z) = \frac{(\mathcal{I}_{reca}(x, y, z) - \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)) \nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)}{\|\nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)\|^2 + (\mathcal{I}_{reca}(x, y, z) - \mathcal{I}_{ref}(x, y, z))^2}. \quad (2.31)$$

Grâce à l'équation 2.31, il est possible d'estimer itérativement la composante $\tilde{\mathbf{u}}$ du champ de déformation \mathbf{u} , suivant le gradient de l'image. Pour estimer le champ de déformation \mathbf{u} à partir de $\tilde{\mathbf{u}}$, *i.e.*, pour reconstruire la composante du champ de déformation perpendiculaire au gradient de l'image, il est nécessaire d'introduire un *a priori* de régularité. Une possibilité, proposée dans [Thirion 98], est d'avoir recours à un filtrage gaussien du champ de déformation après chaque itération.

Modèle de diffusion. La méthode du flot optique peut être considérée comme un cas particulier des modèles de diffusion, le plus connu des modèles appliqués au recalage déformable étant celui des démons [Thirion 98]. Les contours des objets de l'image de référence \mathcal{I}_{ref} sont considérés comme des membranes semi-perméables où sont placés des effecteurs appelés démons, caractérisés par une orientation allant de l'intérieur vers l'extérieur de l'objet. Les démons sont des opérateurs qui tendent à appliquer, sur un

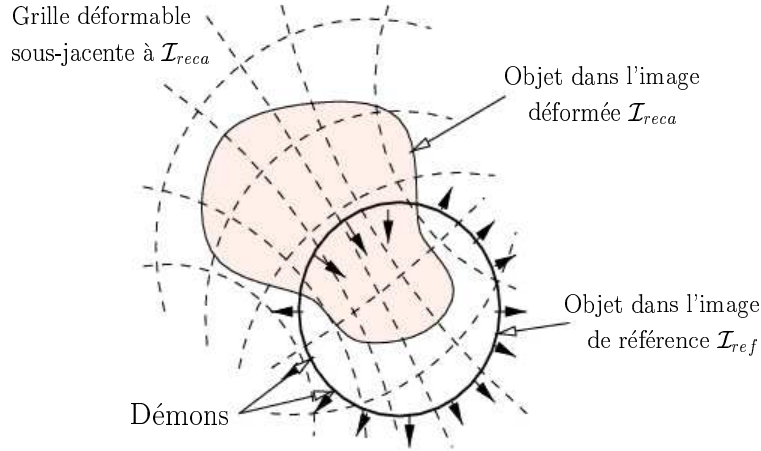


FIG. 2.7 – Illustration des modèles de diffusion : une image déformée \mathcal{I}_{reca} portée par une grille déformable sous-jacente est diffusée au travers des contours des objets de l'image de référence \mathcal{I}_{ref} sous l'action d'effecteurs appelés démons (illustration modifiée d'après [Thirion 98]).

point M de l'image à recaler \mathcal{I}_{reca} , une force \mathbf{F} dirigée vers l'intérieur de l'objet de l'image de référence si le point M a la même polarité que l'objet, vers l'extérieur dans le cas contraire (cf. figure 2.7). La notion de polarité est liée à la notion de similarité entre les images. Pour des images segmentées, la polarité est identique dans le cas où le point M a la même étiquette que l'objet. Pour des images en niveau de gris, l'information de polarité est portée par le gradient du profil d'intensité : le point M tend à aller dans la direction indiquée par le gradient qui indique une intensité semblable dans l'autre image. Les méthodes se différencient par la transformation utilisée, la localisation des démons et le calcul de la force associée. Dans le cas du flot optique, tout se passe comme si des démons étaient placés sur des contours de même intensité. La direction de la force est donnée par $\nabla \mathcal{I}_{ref}(x, y, z)$ et son sens par le signe de $(\mathcal{I}_{reca}(x, y, z) - \mathcal{I}_{ref}(x, y, z))$.

2.4.2.4 Formulation bayésienne

L'approche bayésienne offre un cadre probabiliste pour la formulation du problème de recalage, en particulier pour l'introduction d'*a priori* sur le modèle de déformation. Soient deux images \mathcal{I}_{ref} et \mathcal{I}_{reca} , et \mathbf{u} le champ de déformation, paramétré dans un espace de dimension finie, à estimer pour mettre les deux images en correspondance. Une manière de poser le problème d'estimation du champ de déformation est d'utiliser l'estimateur au sens du maximum *a posteriori* (MAP) [Gee 95] :

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{u} | \mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}). \quad (2.32)$$

Or, d'après la règle de Bayes :

$$p(\mathbf{u} | \mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}) = \frac{p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u}) p(\mathbf{u})}{p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca})} \propto p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u}) p(\mathbf{u}), \quad (2.33)$$

$p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u})$ représente la vraisemblance d'observer les images \mathcal{I}_{ref} et \mathcal{I}_{reca} et $p(\mathbf{u})$ représente l'*a priori* sur le champ de déformation \mathbf{u} . La vraisemblance $p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u})$, correspondant au terme d'attache aux données, permet de modéliser les propriétés physiques de l'acquisition. Par exemple, dans le cas du recalage d'images IRM monomodales, une hypothèse classique est de supposer que les intensités dans les images sont identiques à un bruit additif blanc gaussien de variance σ^2 près. La vraisemblance correspondante est alors donnée par l'expression :

$$p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u}) \propto \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \int_{\Omega} (\mathcal{I}_{ref}(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{s} + \mathbf{u}(\mathbf{s})))^2 d\mathbf{s} \right). \quad (2.34)$$

Il est possible d'estimer \mathbf{u} directement en maximisant $p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u})$ (estimateur au sens du maximum de vraisemblance), ce qui est équivalent dans le cas gaussien de l'équation 2.34 à minimiser l'erreur quadratique. L'estimation au sens du maximum de vraisemblance peut être vue comme un cas particulier de l'estimateur MAP en considérant que l'*a priori* sur \mathbf{u} est uniforme (*i.e.*, pas de contrainte sur le modèle de déformation). Roche et coll. proposent de retrouver, en utilisant la formulation du recalage au sens du maximum de vraisemblance, les principaux critères de similarité utilisés dans la littérature (coefficient de corrélation, rapport de corrélation et information mutuelle) en utilisant les différentes hypothèses faites sur la relation entre les intensités des images [Roche 00a].

L'intérêt majeur de l'approche bayésienne réside principalement dans l'*a priori* qu'il est possible d'introduire sur le champ de déformation grâce au terme $p(\mathbf{u})$. Il permet de modéliser à la fois les contraintes standard de régularité vues précédemment et d'introduire des connaissances *a priori* issues d'atlas probabilistes portant une information sur la variabilité morphologique au sein d'une population.

Il est possible de faire le lien entre la formulation bayésienne proposée ci-dessus et la formulation du problème de recalage en terme de minimisation d'une fonction de coût combinant un terme d'attache aux données et un terme de régularisation en considérant les différentes probabilités comme des distributions de Gibbs. Dès lors, l'expression de la vraisemblance et de l'*a priori* peut se faire de la manière suivante :

$$p(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca} | \mathbf{u}) \propto \exp^{-H_1(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}, \mathbf{u})} \quad \text{et} \quad p(\mathbf{u}) \propto \exp^{-H_2(\mathbf{u})} \quad (2.35)$$

avec $H_1(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}, \mathbf{u})$ et $H_2(\mathbf{u})$ les potentiels de Gibbs associés. Dès lors, le problème d'estimation du champ de déplacement \mathbf{u} au sens du MAP revient à maximiser la quantité $\exp^{-H_1(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}, \mathbf{u})} \cdot \exp^{-H_2(\mathbf{u})} = \exp^{-H_1(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}, \mathbf{u}) - H_2(\mathbf{u})}$, ce qui revient à minimiser $H_1(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}, \mathbf{u}) + H_2(\mathbf{u})$, le premier terme correspondant à l'attache aux données et le second terme à la contrainte de régularisation.

Bien que la formulation bayésienne soit souvent utilisée dans les articles pour présenter le cadre théorique des méthodes de recalage, son implantation en pratique se fait la plupart du temps dans un cadre classique en termes de minimisation d'une fonctionnelle d'énergie.

2.5 Estimation du modèle de déformation

Recaler une image \mathcal{I}_{reca} sur une image de référence \mathcal{I}_{ref} revient à résoudre le problème d'optimisation consistant à rechercher la transformation $\hat{\mathbf{h}} \in \mathcal{H}$, \mathcal{H} étant l'espace de

recherche des transformations, qui minimise une certaine fonctionnelle E :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h} \in \mathcal{H}} E(\mathcal{I}_{ref}, \mathcal{I}_{reca}(\mathbf{h}), \mathbf{h}). \quad (2.36)$$

Dans une première partie, nous proposons une classification des différentes méthodes permettant de résoudre ce problème d'optimisation. Ensuite dans une seconde partie, nous décrivons différentes approches hiérarchiques permettant d'améliorer l'efficacité des méthodes d'optimisation.

2.5.1 Méthodes d'optimisation

Quatre catégories de méthodes d'optimisation peuvent être distinguées. La première catégorie regroupe les problèmes d'optimisation admettant une solution explicite. Ensuite viennent les méthodes dites d'ordre 0 qui reposent simplement sur l'évaluation de la fonctionnelle d'énergie en un certain nombre de points, par opposition aux méthodes d'ordre supérieur qui utilisent des informations supplémentaires sur le critère à optimiser comme le gradient ou le hessien. Enfin la dernière catégorie comprend les méthodes dites stochastiques. La plupart des méthodes présentées dans cette partie sont décrites dans [Press 92, Rao 96].

Résolution explicite. Les problèmes de recalage admettant une solution explicite sont relativement peu nombreux et se limitent principalement aux méthodes géométriques mettant en jeu des énergies quadratiques. Par exemple, l'estimation d'une transformation rigide ou affine entre deux images à partir d'amers ponctuels en minimisant la somme du carré des erreurs sur l'ensemble des points admet une solution analytique (problème de Procrustes). De même, le problème de recalage non rigide reposant sur la mise en correspondance stricte d'amers ponctuels revient à un problème d'interpolation d'un champ de vecteur dense.

Méthodes d'ordre 0. La méthode d'ordre 0 la plus simple est la recherche exhaustive. Elle consiste à échantillonner à intervalle régulier l'ensemble de l'espace des paramètres et de retenir la solution optimale. Bien qu'elle permette d'accéder au minimum global avec une précision définie par le pas d'échantillonnage, elle est en pratique rarement utilisée car trop coûteuse en temps de calcul. D'autres méthodes effectuent une recherche itérative du minimum en utilisant l'information des échantillons déjà évalués pour proposer un nouveau candidat. Les plus populaires de ces méthodes sont celle de Powell [Powell 64] et celle du simplexe [Nelder 65]. Ces méthodes itératives ne permettent cependant pas de garantir la convergence vers un minimum global.

Méthodes d'ordre supérieur. Afin d'augmenter la vitesse de convergence vers le minimum, certains algorithmes utilisent des caractéristiques différentielles (gradient et/ou hessien) du critère. Les méthodes de descente de gradient et du gradient conjugué utilisent l'information portée par le gradient. Les méthodes dites de Newton utilisent quant à elles l'information portée par le hessien. Cependant, le calcul du hessien pouvant s'avérer délicat, des méthodes ont recours à une approximation du hessien à partir du gradient comme par exemple la méthode de quasi-Newton. Les méthodes basées sur le hessien du critère sont très efficaces pour une initialisation proche de la solution, mais s'avèrent mal

adaptées dans le cas contraire. Inversement, les méthodes par descente de gradient sont plus adaptées pour des initialisations lointaines tandis que leur vitesse de convergence au voisinage du minimum est faible. L'algorithme de Levenberg-Marquardt [Marquardt 63] propose de combiner les avantages de ces deux types de méthodes en faisant évoluer au cours de la phase d'optimisation un paramètre de pondération autorisant l'algorithme à avoir tantôt un comportement proche de l'algorithme de descente de gradient, tantôt un comportement similaire à l'algorithme de Newton. Il est à noter cependant qu'aucune de ces méthodes ne permet de garantir la convergence vers un minimum global.

Méthodes non déterministes. Le recuit simulé [Kirkpatrick 83] et les algorithmes génétiques [Goldberg 89] sont les principales méthodes d'optimisation, utilisées dans le cadre du recalage, permettant de garantir théoriquement la convergence vers un minimum global. L'usage de ces méthodes s'est principalement restreint au cadre du recalage rigide et affine étant donnée leur faible vitesse de convergence. On notera cependant les travaux de Rouet et coll., qui proposent l'utilisation des algorithmes génétiques pour le recalage élastique d'images multimodales [Rouet 00] et ceux de Richard, qui propose l'utilisation du recuit simulé pour le recalage d'images mammographiques [Richard 05]. D'autres méthodes reposent sur une stratégie d'optimisation avec plusieurs initialisations aléatoires [Jenkinson 01] ou bien sur l'utilisation d'un gradient stochastique, dont les composantes sont perturbées aléatoirement par l'ajout d'un bruit [Salomon 05].

2.5.2 Approches hiérarchiques

Parmi les différentes méthodes d'optimisation que nous venons de présenter, peu d'entre elles permettent de garantir une convergence vers un minimum global. Or, la fonctionnelle E ayant généralement un comportement fortement multimodal, elle présente de nombreux minima locaux vers lesquels ces différentes méthodes sont susceptibles de converger. Pour éviter, dans une certaine mesure, ce problème de convergence vers des minima locaux d'énergie, il est possible d'avoir recours à des approches hiérarchiques. Les approches hiérarchiques consistent à décomposer un problème d'optimisation en une succession de problèmes d'optimisation de complexité croissante. La solution obtenue à l'un des problèmes est utilisée comme initialisation pour le problème de complexité supérieure. Ces approches ont pour but d'améliorer la vitesse de convergence, d'éviter les minima locaux d'énergie et de rendre plus robuste l'algorithme d'optimisation. Un état de l'art des différentes approches hiérarchiques est proposé dans [Kovačič 99] et [Lester 99]. Une classification des différentes approches hiérarchiques peut être faite suivant qu'elles augmentent la **complexité des données**, la **complexité de la déformation** ou la **complexité du modèle** [Lester 99].

Par augmentation de la **complexité du modèle**, on entend l'utilisation successive de modèles différents ayant un nombre de degrés de liberté de plus en plus important. Un exemple pourrait être d'effectuer dans un premier temps un recalage rigide, puis un recalage affine, puis un recalage dans une base de fonctions sinusoidales et enfin d'utiliser un recalage non linéaire du type *free-form deformations*.

L'augmentation de la **complexité de la déformation** consiste, pour un modèle de déformations donné, à augmenter progressivement le nombre de DDL. Dans le cas de l'utilisation d'une base de fonctions polynomiales, il s'agit d'augmenter successivement l'ordre maximal des polynômes. Dans le cas d'une base d'ondelettes, il s'agit de diminuer

la taille de leur support. Enfin, pour les méthodes de type *free-form deformation* ou bien les méthodes basées sur des équations aux dérivées partielles, il s'agit d'augmenter progressivement le nombre de points de contrôle de la grille sous-jacente à l'image sur laquelle est estimée le champ de déformation.

Enfin, deux approches sont possibles pour l'augmentation de la **complexité des données**. La première consiste à augmenter progressivement la taille de l'image en construisant une pyramide d'images sous-échantillonnées, le recalage étant effectué en premier lieu sur les images de faible résolution. La solution obtenue est ensuite utilisée comme initialisation au recalage conduit sur les images de résolution supérieure. Différents types de pyramides d'images peuvent être construits : les pyramides gaussiennes [Burt 81], les pyramides par moyennage local, et les pyramides par décomposition sur une base d'ondelettes [Mallat 89] ou sur une base de splines [Unser 91]. La seconde approche consiste à utiliser des espaces d'échelle (*scale-space*) soit en utilisant un filtrage gaussien [Lindeberg 94], soit en utilisant des opérateurs de morphologie mathématique (fermeture) [Jackway 96]. Ainsi, une succession d'images caractérisées par une complexité décroissante de détails est construite. Le recalage est effectué dans un premier temps sur des images ayant peu de détails, puis le résultat obtenu sert d'initialisation au recalage conduit sur l'image ayant un niveau de détails supérieur.

Pour conclure, il est important ici de souligner l'importance toute particulière de la méthode d'optimisation dans la conception d'un algorithme de recalage. Souvent peu détaillée dans la littérature, l'implantation d'une méthode d'optimisation nécessite un certain savoir-faire quant au choix de la méthode, aux réglages de certains paramètres et au choix des critères d'arrêt. Elle joue un rôle crucial sur le temps de calcul nécessaire pour effectuer le recalage ainsi que sur la qualité de la solution obtenue.

Conclusion partielle

Cette partie a été l'occasion de présenter le cadre général du problème de recalage d'images cérébrales IRM. Nous avons dans un premier temps présenté le contexte particulier de l'imagerie par résonance magnétique nucléaire cérébrale. La description anatomique du cerveau nous a permis d'entrevoir les raisons pour lesquelles il est nécessaire de recaler des cerveaux et nous a aussi permis d'émettre certaines hypothèses quant à la nature de la déformation à estimer. Celle-ci se devra d'avoir un nombre suffisamment important de degrés de liberté pour pouvoir appréhender l'importante variabilité morphologique interindividuelle tout en préservant l'intégrité des structures déformées (propriété de conservation de la topologie). L'introduction à l'imagerie par résonance magnétique nucléaire nous a sensibilisé au sens physique sous-jacent des images et nous a permis de prendre conscience des différentes difficultés propres au traitement des images IRM (nature du bruit, artefact, multimodalité).

Dans un second temps, un état de l'art des différentes méthodes de recalage a été présenté, mettant en évidence le nombre important des travaux déjà réalisés dans ce domaine. Au travers de cette étude bibliographique, nous avons pu présenter les concepts fondamentaux relatifs aux méthodes de recalage. Nous avons présenté les différents choix possibles d'information à utiliser pour guider le recalage en faisant la distinction entre les méthodes géométriques et les méthodes denses. Puis nous avons énuméré différents types de critères de similarité permettant de comparer les caractéristiques portées par les images. Nous avons ensuite proposé une classification des différents modèles de déformation possibles selon qu'ils sont linéaires ou non et que leur domaine d'application est global ou local. Nous avons aussi abordé les différentes contraintes qu'il est possible d'introduire sur le modèle de déformation : contraintes de régularité, conservation de la topologie, contraintes liées à un modèle physique sous-jacent ou connaissances *a priori* sur le modèle de déformation. Enfin nous avons présenté différentes stratégies permettant d'estimer le modèle de déformation du point de vue des méthodes d'optimisation et des approches hiérarchiques.

Dans ce travail de thèse, nous avons considéré le modèle de déformation proposé par Musse [Musse 00] et basé sur une représentation paramétrique multiéchelle dans une base de fonctions B-splines. Cette approche a l'avantage, sur les autres méthodes proposées dans la littérature, de profiter du cadre théorique de l'analyse multirésolution, qui permet au modèle considéré de pouvoir représenter tous les champs de déformation à énergie finie. Cependant, ce modèle ne permet pas, de manière intrinsèque, de préserver l'intégrité des structures déformées. Nous présentons dans la section 4.2 un état de l'art des approches proposées dans la littérature pour garantir cette propriété. Il apparaît deux principales limitations dans les approches existantes : soit elles ne permettent pas de garantir la propriété de conservation de la topologie sur le domaine continu sous-jacent, soit elles

contraignent de façon trop forte le modèle de déformation, empêchant ainsi l'estimation de fortes contractions. La méthode proposée par Musse a permis d'apporter une solution, dans le cas du recalage d'images bidimensionnelles, qui s'affranchit de ces limitations. Le principal objectif de cette thèse est de proposer une extension de cette méthode au cas des images 3D, tout en s'efforçant de conserver des temps de calcul raisonnables.

Deuxième partie

Méthodologie

Introduction

Cette partie est consacrée à la description de l'ensemble des développements et des contributions méthodologiques apportés par ce travail de thèse dans le domaine du recalage non rigide d'images cérébrales. Dans un premier temps, nous décrivons au chapitre 3 le modèle de déformation proposé par Musse [Musse 00] et basé sur une représentation paramétrique multiéchelle dans une base de fonctions B-splines. Ce modèle autorise un grand nombre de degrés de liberté et permet d'appréhender d'importantes déformations non linéaires. Cependant, il ne garantit pas de manière intrinsèque que l'intégrité des structures déformées soit préservée. Pour ce faire, il s'agit d'imposer à la transformation d'être continue, inversible et à inverse continue, ce qui nécessite d'imposer à son jacobien d'avoir des valeurs strictement positives. Ce problème, dit de conservation de la topologie, a déjà été abordé et résolu par Musse [Musse 00] dans le cas 2D. Le chapitre 4 est dédié à l'extension non triviale de cette propriété au cas 3D. Le chapitre 5 est consacré à la fonction de coût utilisée pour l'estimation des paramètres du modèle de déformation. Le cadre d'application de la méthode que nous avons proposée se limitant au recalage d'images de même modalité, les critères de similarité considérés sont basés sur la différence d'intensité entre les images. Ces critères n'accordant pas un rôle symétrique aux deux images, une version symétrisée est introduite. Outre le terme quantifiant la ressemblance entre les images, la fonction de coût est composée d'un terme relatif à l'*a priori* sur le modèle de déformation, permettant notamment d'introduire des hypothèses quant à sa régularité. Les critères de similarité considérés n'étant pertinents que sous l'hypothèse, en pratique rarement vérifiée, que les intensités de voxels correspondants soient les mêmes dans les deux images, nous proposons au chapitre 6 une procédure originale de normalisation des intensités basée sur l'histogramme conjoint des images. Une extension de cette procédure pour des images IRM de pondérations différentes est proposée. Enfin, dans le chapitre 7, nous décrivons les différents éléments permettant la mise en pratique de la méthode de recalage que nous avons proposée en abordant notamment la méthode d'optimisation retenue pour l'estimation des paramètres du modèle de déformation ainsi que certains détails permettant une implantation efficace de la méthode.

Chapitre 3

Modèle de déformation

3.1	Définition du modèle de déformation	59
3.2	Choix de la fonction d'échelle	60
3.3	Propriétés du modèle de déformation	61
3.3.1	Invariance des bords de l'image	61
3.3.2	Continuité et dérivabilité	61
3.4	Approche multiéchelle	63
3.4.1	Motivations	63
3.4.2	Mise en pratique	64

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle de déformation, introduit par Musse et coll. [Musse 00], que nous avons utilisé pour ce travail de thèse. Une représentation paramétrique multiéchelle du modèle de déformation dans une base de fonctions B-splines est considérée. Nous présentons dans un premier temps l'expression du modèle de déformation. Nous discutons ensuite le choix de la fonction d'échelle et les propriétés analytiques du modèle de déformation. Enfin, une dernière partie est consacrée plus particulièrement à l'approche multiéchelle, présentant les motivations d'une telle approche et la mise en pratique dans le cas du modèle de déformation que nous avons utilisé.

3.1 Définition du modèle de déformation

Considérons l'espace \mathcal{H} de Hilbert des transformations d'énergie finie de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 . Soit $\mathbf{h} \in \mathcal{H}$ la transformation à estimer et \mathbf{u} le champ de déformation correspondant tel que $\mathbf{h}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} + \mathbf{u}(\mathbf{s})$, $\mathbf{s} \triangleq [x, y, z]^t$ étant un point de \mathbb{R}^3 . Notons h_x , h_y et h_z les trois composantes de la transformation \mathbf{h} et u_x , u_y et u_z les trois composantes du champ de déformation \mathbf{u} . Nous considérons la décomposition du champ de déplacement \mathbf{u} sur un ensemble de sous-espaces emboîtés $V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset V_l \subset V_{l+1} \subset \dots \subset \mathcal{H}$, permettant ainsi de définir une approximation multirésolution de \mathbf{u} [Mallat 89, Mallat 98]. Cette décomposition permet de représenter de façon exacte tout champ \mathbf{u} d'énergie finie dès lors que la résolution l tend vers l'infini. Les espaces V_l sont générés à partir d'une fonction d'échelle ϕ . Dans le cas 1D, les bases des espaces V_l sont formées par l'ensemble

des fonctions ϕ_i^l obtenues par translation et contraction de ϕ :

$$\phi_i^l(x) = 2^{l/2} \phi(2^l x - i). \quad (3.1)$$

L'extension au cas 3D est faite grâce à une hypothèse de séparabilité, les espaces V_l étant engendrés par produit tensoriel des espaces unidimensionnels correspondants. Ainsi, l'expression des fonctions $\phi_{i,j,k}^l$ formant une base de V_l est donnée par :

$$\phi_{i,j,k}^l(x, y, z) = \phi_i^l(x) \phi_j^l(y) \phi_k^l(z) = 2^{3l/2} \phi(2^l x - i) \phi(2^l y - j) \phi(2^l z - k). \quad (3.2)$$

Dès lors, à la résolution l (*i.e.*, sur l'espace V_l), le champ de déformation \mathbf{u} est défini par le vecteur de paramètres $\mathbf{a}^l \triangleq \{a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l\}$ suivant l'expression :

$$\mathbf{u}^l(x, y, z) = \begin{bmatrix} u_x^l(x, y, z) \\ u_y^l(x, y, z) \\ u_z^l(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i,j,k} a_{x;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \\ \sum_{i,j,k} a_{y;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \\ \sum_{i,j,k} a_{z;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

3.2 Choix de la fonction d'échelle

Pour définir une analyse multirésolution, une fonction d'échelle ϕ doit satisfaire aux trois propriétés suivantes (cas 1D) [Mallat 98] :

- i. l'ensemble $\{\phi(2^l x - i) | i \in \mathbb{Z}\}$ forme une base de Riesz¹ de V_l ;
- ii. $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx \neq 0$ (condition de stabilité minimale);
- iii. $\exists \{\alpha_i\}$ tel que $\phi(x) = \sqrt{2} \sum_i \alpha_i \phi(2x - i)$ (équation de *dilatation* ou de *raffinement*).

La propriété (i) permet de garantir l'unicité de la décomposition d'une fonction $f \in \mathcal{H}$ dans la base V_l . La propriété (ii) permet d'appréhender l'approximation de signaux à moyenne non nulle. La propriété (iii) permet enfin de garantir que les espaces $\{V_l\}_{l=1 \dots N}$ sont emboîtés.

Dans le cadre du modèle de déformation que nous avons utilisé, nous avons fait le choix de considérer des fonctions d'échelle ϕ de type B-spline. Une fonction B-spline ϕ_d de degré d est une fonction polynomiale dont l'expression est définie par la relation de récurrence suivante (figure 3.1) :

$$\begin{aligned} \phi_0(x) &= \begin{cases} 1 & \text{pour } x \in [-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}], \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \\ \phi_{d+1}(x) &= \phi_d(x) * \phi_0(x). \end{aligned} \quad (3.4)$$

¹Soit V un espace hilbertien. L'ensemble $\{f_n\}$, $f_n \in V$, forme une base de Riesz de V si tout élément $f \in V$ peut s'écrire de manière unique comme une combinaison linéaire de f_n , *i.e.*, $f = \sum_n c_n f_n$, et qu'il existe deux réelles positifs A et B tels que $A\|f\|^2 \leq \sum_n |c_n|^2 \leq B\|f\|^2$, la norme sur V étant définie par $\|f\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx$.

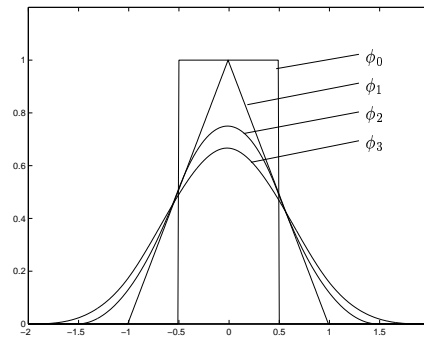


FIG. 3.1 – Représentation des fonctions B-splines ϕ_0 , ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3 .

On peut montrer que de telles fonctions vérifient effectivement les trois propriétés caractérisant une fonction d'échelle. Les principales raisons ayant motivé le choix des fonctions B-splines sont liées à la compacité de leur support et à leurs propriétés de continuité et de différentiabilité. En effet, la compacité du support est une condition essentielle pour permettre à un modèle de déformation de prendre en compte des déformations spatialement très localisées et les propriétés de continuité et de différentiabilité sont des conditions nécessaires pour imposer au modèle la propriété de conservation de la topologie (cf. chapitre 4).

En pratique pour l'implantation des algorithmes que nous avons proposés, nous avons fait le choix d'utiliser des fonctions B-splines de degré 1. Ce choix a été motivé par leur propriété de continuité et de dérivabilité par morceaux, par la compacité de leur support, et par la simplicité de leur expression qui conduit à des temps de calcul faibles et à une implantation aisée tout en autorisant des résultats satisfaisants. L'implantation de la méthode pour des fonctions B-splines de degré supérieur est discutée dans la section 4.3.3.4.

Une illustration de la déformation induite par un modèle spline de degré 1 est présentée figure 3.2 dans le cas 1D.

3.3 Propriétés du modèle de déformation

3.3.1 Invariance des bords de l'image

L'expression du champ de déformation présentée dans l'équation 3.3 est définie sur \mathbb{R}^3 . Cependant, le support Ω de l'image étant fini, seule la restriction du champ de déformation à Ω est considérée. Déformer sur $\mathbb{R}^3 \setminus \Omega$ étant sans intérêt, nous faisons le choix d'imposer au champ de déplacement de laisser les bords de l'image invariants, *i.e.*, d'imposer qu'il soit nul sur la frontière du domaine Ω . Afin de garantir cette propriété, seules les fonctions splines ayant leur support entièrement contenu dans Ω sont considérées (cf figure 3.3).

3.3.2 Continuité et dérivabilité

Un des avantages des modèles de déformation paramétriques par rapport à des modèles non paramétriques qui associent à chaque voxel de l'image un vecteur de déplace-

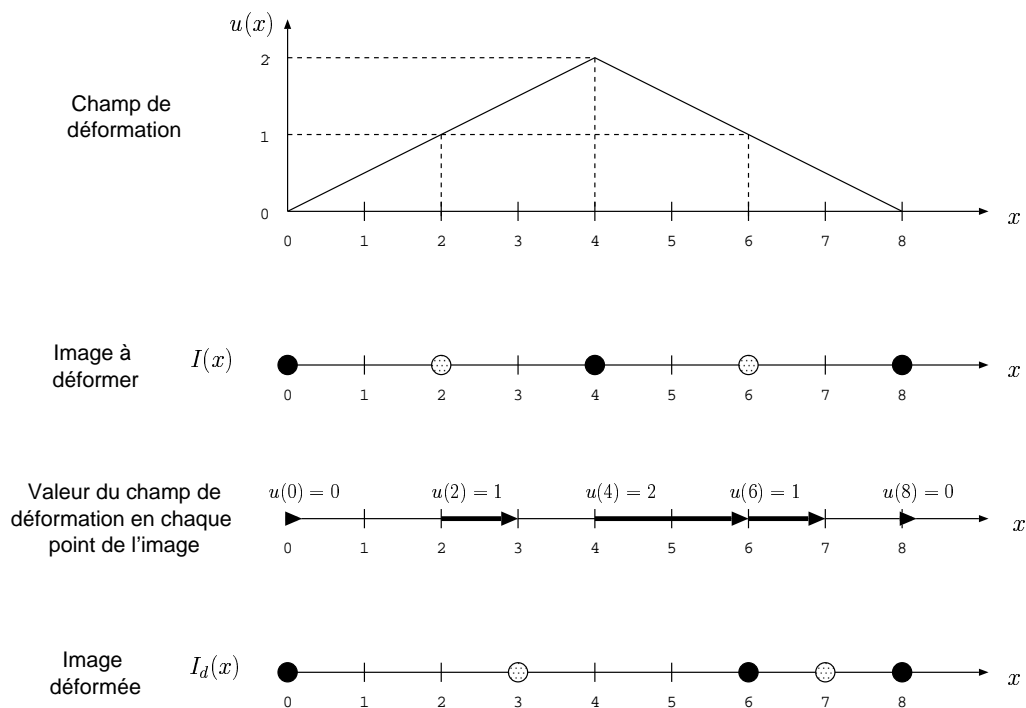


FIG. 3.2 – Illustration de la déformation induite par un modèle spline de degré 1 dans le cas 1D : $I_d(x + u(x)) = I(x)$.

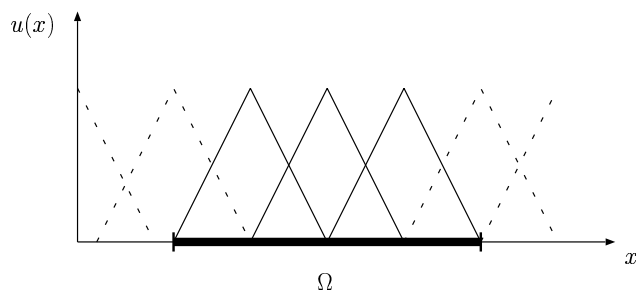


FIG. 3.3 – Condition d'invariance des bords du domaine Ω pour un modèle spline de degré 1 dans le cas 1D : seules les fonctions splines (représentées en trait plein) ayant leur support entièrement contenu dans Ω sont considérées.

ment est de pouvoir considérer les notions de continuité et de dérivabilité. Ces propriétés sont très importantes dans le cadre du recalage, notamment pour pouvoir garantir la propriété de conservation de la topologie (cf. chapitre 4). Le modèle de déformation décrit équation 3.3 hérite de l'ensemble des propriétés analytiques de la fonction d'échelle ϕ puisqu'il est défini comme la combinaison linéaire de fonctions de base issues de la contraction et de la translation de la fonction d'échelle ϕ . Par conséquent le choix d'une fonction d'échelle ϕ de classe C^n permet d'assurer à la transformation \mathbf{h} d'être aussi de classe C^n . Par ailleurs, l'expression analytique du champ de déformation permet de calculer de manière explicite les différentes caractéristiques différentielles du modèle, contrairement aux méthodes non paramétriques qui nécessitent le recours à des approximations de ces grandeurs différentielles, notamment par des filtres de convolution.

3.4 Approche multiéchelle

3.4.1 Motivations

L'analyse multirésolution est en général utilisée pour créer une série d'approximations d'un signal original f afin d'effectuer l'analyse ou le traitement sur les approximations de complexité croissante. Ainsi, une séquence de sous-espaces V_l est construite et la projection f_l du signal f sur chacun des sous-espaces est calculée de telle sorte que :

$$f_l = \arg \min_{g \in V_l} \|g - f\|. \quad (3.5)$$

L'ensemble des sous-espaces V_l est construit afin que la propriété suivante soit vérifiée :

$$\lim_{l \rightarrow +\infty} f_l = f. \quad (3.6)$$

Dans le cas du recalage, la problématique est un peu différente car f n'est pas connu. Au lieu d'estimer f directement, l'approche multiéchelle consiste à estimer des projections de f sur un ensemble de sous-espaces emboîtés V_l . La solution estimée sur l'espace V_l est ensuite utilisée comme initialisation pour l'estimation conduite sur l'espace V_{l+1} . À mesure que la résolution augmente, l'estimée devient de plus en plus proche de f (propriété (3.6)). Le choix d'utiliser une approche multiéchelle permet donc d'augmenter progressivement la complexité du modèle de déformation (*i.e.*, le nombre de paramètres) au cours du recalage. Pour une fonction d'échelle de support b_ϕ , à l'échelle l et dans le cas 3D, le nombre de paramètres N_{param} est donné par la relation :

$$N_{param} = 3(2^l - b_\phi + 1)^3. \quad (3.7)$$

Le tableau 3.1 présente, dans le cas d'une fonction spline de degré 1, l'évolution du nombre de paramètres en fonction de l'échelle (cas 3D). Estimer directement les 750 141 paramètres correspondant à la résolution $l = 6$ présenterait un fort risque de converger vers un minimum local de la fonction de coût et occasionnerait une charge calculatoire importante. L'approche multiéchelle permet d'accélérer la vitesse de convergence des paramètres et d'éviter l'estimation d'un jeu de paramètres correspondant à un minimum local de la fonction de coût.

l	1	2	3	4	5	6
N_{param}	3	81	1 029	10 125	89 373	750 141

TAB. 3.1 – Évolution du nombre N_{param} de paramètres du modèle en fonction de l'échelle l dans le cas 3D pour une fonction d'échelle spline de degré 1 (support $b_\phi = 2$).

3.4.2 Mise en pratique

Une propriété importante héritée de l'analyse multirésolution est le principe de causalité (*i.e.*, $V_l \subset V_{l+1}$). Cette propriété garantit que la solution obtenue à la résolution l peut être directement décomposée sur la base de l'espace V_{l+1} sans aucune approximation ni interpolation. Cette opération, nommée *transition d'échelle*, est effectuée directement sur le tableau des paramètres $\mathbf{a}^l = \{\mathbf{a}_x^l, \mathbf{a}_y^l, \mathbf{a}_z^l\}$ grâce à une simple opération de convolution avec un filtre \mathbf{H} (appelé filtre miroir conjugué [Mallat 89]) :

$$\begin{cases} \mathbf{a}_x^{l+1} &= (\uparrow_2 \mathbf{a}_x^l) * \mathbf{H}, \\ \mathbf{a}_y^{l+1} &= (\uparrow_2 \mathbf{a}_y^l) * \mathbf{H}, \\ \mathbf{a}_z^{l+1} &= (\uparrow_2 \mathbf{a}_z^l) * \mathbf{H}, \end{cases} \quad (3.8)$$

l'opérateur \uparrow_2 consistant à doubler la taille du tableau en insérant des zéros entre deux coordonnées. Les coefficients du filtre \mathbf{H} sont donnés par les α_i de l'équation de dilatation (cf. propriété (iii) de la section 3.2). Une illustration de la transition d'échelle pour un modèle spline de degré 1 est présentée figure 3.4 dans le cas 1D. Le filtre miroir utilisé dans ce contexte est donné par $\mathbf{H} = [1/2 \ 1 \ 1/2]$.

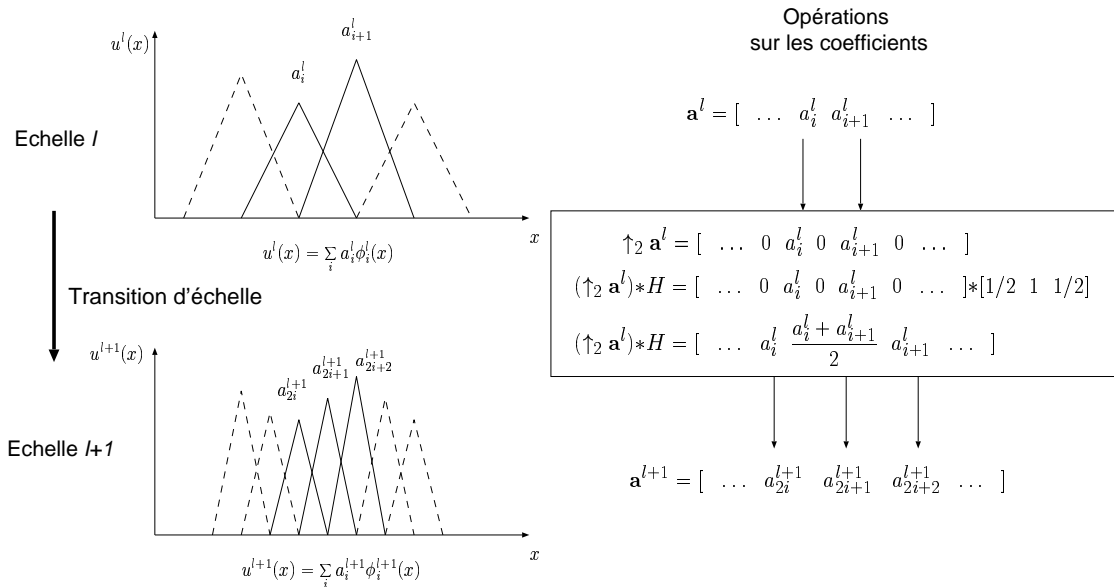


FIG. 3.4 – Illustration de la transition d'échelle pour un modèle spline de degré 1 dans le cas 1D.

Chapitre 4

Conservation de la topologie

4.1	Problématique générale	66
4.1.1	Équivalence topologique	66
4.1.2	Conditions pour l’obtention d’un homéomorphisme	66
4.1.3	Notion de topologie dans le cas discret	67
4.2	État de l’art des méthodes garantissant la conservation de la topologie	68
4.2.1	Modèles de déformation conservant la topologie	69
4.2.2	Fonctions de coût et contraintes imposant la positivité du jacobien	71
4.2.3	Correction <i>a posteriori</i> du champ de déformation	72
4.3	Recalage sous contraintes topologiques	73
4.3.1	Position générale du problème	74
4.3.2	Expression et propriétés du jacobien	74
4.3.3	Résolution du problème d’optimisation sous contraintes dans le cas 3D	77
4.4	Contributions de la conservation de la topologie	91

Comme nous l’avons déjà précisé précédemment, le problème de recalage consiste en l’estimation d’une transformation associant à chaque point d’une image source les coordonnées dans le référentiel d’une image cible du point correspondant à la même réalité anatomique. Une propriété souhaitable pour une telle transformation est de préserver l’intégrité des structures déformées. En d’autres termes, la transformation ne doit ni déchirer une structure anatomique, ni faire apparaître de trous dans l’image déformée. Cette propriété, connue sous le nom de *conservation de la topologie*, permet de garantir que des structures connectées restent connectées et que les relations de voisinage et d’adjacence soient conservées. Afin de satisfaire cette propriété, la transformation recherchée doit vérifier plusieurs conditions, à savoir être bijective (*i.e.*, inversible), continue et à inverse continue. Une telle transformation est qualifiée d’*homéomorphisme*. Il est légitime d’un point de vue biologique d’imposer de telles contraintes sur le modèle de déformation étant donné que la topologie des structures anatomiques cérébrales est identique sur l’ensemble des individus (cas non pathologique) (cf. section 1.1.3).

Dans ce chapitre, nous définissons dans un premier temps la problématique générale et les différents concepts relatifs à la conservation de la topologie. Puis, nous dressons un état de l'art des différentes approches existantes permettant de garantir cette propriété. Ensuite, nous présentons la méthodologie que nous avons proposée pour imposer au modèle de déformation que nous avons utilisé, exprimé dans une base de fonctions B-splines, de préserver la topologie dans le cas 3D. Nous illustrons enfin de manière qualitative différentes contributions apportées par la contrainte de conservation de la topologie.

4.1 Problématique générale

Cette première section a pour vocation d'introduire et de préciser certains concepts fondamentaux relatifs à la conservation de la topologie. Dans un premier temps, nous explicitons la notion d'équivalence topologique, puis nous introduisons les différentes contraintes permettant d'imposer à une transformation de préserver la topologie. Enfin, nous soulevons le problème lié à la nature discrète des images en introduisant la différence entre la notion de topologie dans le domaine continu et dans le domaine discret.

4.1.1 Équivalence topologique

Par définition, deux objets X et Y sont dits *topologiquement équivalents* ou *homéomorphes* s'il existe un homéomorphisme h , *i.e.*, une transformation continue, bijective et à inverse continue, permettant de transformer X en Y . De manière imagée et intuitive, cela est équivalent à pouvoir passer aussi bien de X à Y que de Y à X grâce à une série de déformations continues sans qu'il y ait de déchirement. Par exemple, un disque et un carré sont topologiquement équivalents. En revanche, aucun de ces deux objets n'est homéomorphe à une couronne, car il est impossible de faire apparaître un trou sans qu'il y ait de déchirement (figure 4.1). Donc, imposer à une transformation de préserver la topologie revient à assurer qu'elle soit un homéomorphisme.

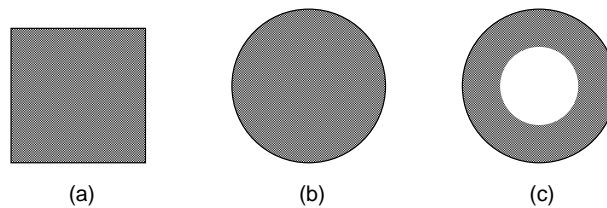


FIG. 4.1 – Exemples illustrant la notion d'équivalence topologique : (a) et (b) sont topologiquement équivalents (ou homéomorphes) tandis que ni (a) ni (b) ne sont topologiquement équivalents à (c).

4.1.2 Conditions pour l'obtention d'un homéomorphisme

Afin d'imposer à une application $h : \Omega \rightarrow \Omega$ d'être un homéomorphisme (Ω étant un fermé borné), les conditions suivantes doivent être satisfaites [Musse 00] :

- i.* h continue sur Ω ;

- ii.* stricte positivité du jacobien de \mathbf{h} sur Ω (condition d'injectivité locale) ;
- iii.* $\mathbf{h}(\delta\Omega) = \delta\Omega$ (condition d'invariance de la frontière $\delta\Omega$ de Ω sous l'effet de \mathbf{h}).

La condition (*i*) implique que les relations de voisinage et d'adjacence sont conservées par la transformation \mathbf{h} . La condition (*ii*) permet d'assurer à la transformation d'être localement injective, c'est-à-dire qu'à chaque point de l'image source est associé un unique point dans l'image cible (*one-to-one property*). La condition (*iii*) imposant l'invariance des bords du domaine permet à une transformation localement injective de garantir qu'elle est globalement injective [Buck 78].

Rappelons ici la définition du jacobien d'une transformation \mathbf{h} . Il est défini comme le déterminant de la matrice des dérivées partielles par rapport aux variables spatiales. Dans le cas 3D, son expression est la suivante :

$$J_{\mathbf{h}}(x, y, z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial h_x(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial h_x(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial h_x(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_y(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial h_y(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial h_y(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_z(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial h_z(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial h_z(x, y, z)}{\partial z} \end{vmatrix}, \quad (4.1)$$

h_x , h_y et h_z étant respectivement les composantes suivant x , y et z de \mathbf{h} . Le jacobien correspond en quelque sorte à la généralisation de la notion de dérivée pour des fonctions à plusieurs variables. D'un point de vue physique, sa valeur représente la variation locale de volume induite par la transformation. Une transformation ayant une valeur de jacobien égale à 1 est une transformation qui conserve les volumes. Une valeur de jacobien supérieure à 1 correspond à une dilatation et une valeur inférieure à 1 correspond à une contraction. Le cas où le jacobien est nul signifie que l'image d'une région est envoyée sur un unique point : ce cas correspond bien au cas limite à partir duquel la bijectivité de la transformation n'est plus vérifiée, justifiant ainsi de manière intuitive la contrainte sur la positivité du jacobien.

4.1.3 Notion de topologie dans le cas discret

Les notions de conservation de topologie et d'homéomorphisme sont définies pour des applications définies sur des supports continus. Ces notions ne sont pas directement généralisables pour des transformations définies sur un espace discret, la notion de continuité n'étant dans ce cas plus pertinente. Afin d'étendre ces notions à des champs de déformation discrets, il est possible de considérer une transformation sous-jacente continue en ayant recours à des fonctions interpolantes [Karacali 04]. Par ailleurs, certains auteurs étendent directement cette notion au cas discret en calculant des approximations du jacobien par des filtres de convolution. Cette approche n'est pas rigoureuse d'un point de vue mathématique, mais permet néanmoins d'introduire des contraintes sur le modèle de déformation.

Si l'extension de la notion d'homéomorphisme au cas discret n'est pas pertinente, la notion d'équivalence topologique entre des objets discrets est quant à elle bien définie. Assurer à la transformation d'être un homéomorphisme ne suffit cependant pas pour garantir que l'objet déformé, après discrétisation, soit topologiquement équivalent (au sens discret) à l'objet initial. Ceci est lié au fait qu'un objet continu peut changer de

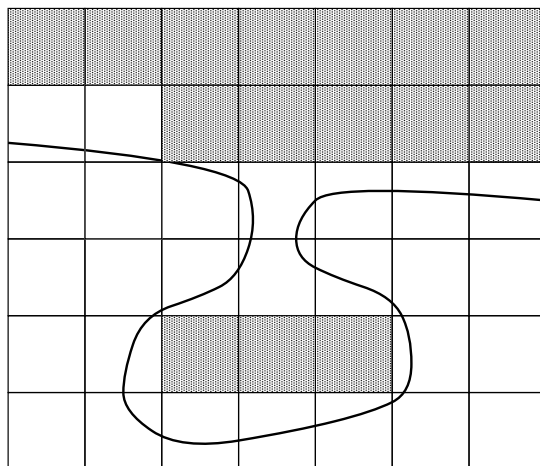


FIG. 4.2 – Changement de topologie d’un objet après discrétisation. Cet exemple synthétique pourrait être représentatif de ce qui peut être observé lors de la discrétisation d’une image cérébrale au niveau du cortex, à l’interface entre le liquide céphalorachidien et la substance grise.

topologie lors de la discrétisation (cf. figure 4.2). Ainsi par exemple, une carte de segmentation déformée peut être amenée à changer de topologie (au sens discret) bien que la transformation continue sous-jacente conserve la topologie (au sens continu).

Il faut garder à l’esprit que l’hypothèse de conservation de la topologie des structures anatomiques cérébrales est vérifiée biologiquement dans le cas continu (cf. section 1.1.3). Il est donc tout à fait possible que deux structures topologiquement équivalentes chez deux patients conduisent, après acquisition de l’image, à deux objets dont la topologie discrète est différente, à cause des problèmes de discrétisation et de volume partiel. Dès lors, vouloir imposer à la transformation de préserver la topologie discrète des objets ne permettrait pas dans ce cas précis de recalibrer parfaitement les deux images. C’est pour cette raison que la notion de topologie discrète n’est pas très pertinente dans le contexte qui nous intéresse puisque la réalité physique des structures dont nous souhaitons préserver l’intégrité est continue.

4.2 État de l’art des méthodes garantissant la conservation de la topologie

Nous proposons une classification suivant trois catégories des méthodes de recalage permettant de garantir la conservation de la topologie. La première catégorie concerne les méthodes dont le modèle de déformation conserve par nature même la topologie. La deuxième catégorie regroupe les méthodes qui, au cours de la phase d’optimisation, imposent la positivité du jacobien. Enfin, la dernière catégorie est constituée des méthodes qui corrigent *a posteriori* le champ de déformation pour garantir qu’il préserve la topologie.

4.2.1 Modèles de déformation conservant la topologie

4.2.1.1 Composition de difféomorphismes élémentaires

Une propriété intéressante des difféomorphismes¹ est la suivante : si $f : I \rightarrow J$ et $g : J \rightarrow K$ sont deux difféomorphismes, alors leur composition $g \circ f : I \rightarrow K$ est aussi un difféomorphisme. Il est donc possible de construire une classe importante de difféomorphismes par composition de difféomorphismes élémentaires ($f_{global} = f_n \circ f_{n-1} \circ \dots \circ f_1 \circ f_0$) [Cootes 04]. Un exemple de classe de fonctions difféomorphiques à support borné, définies sur la boule unité et déplaçant le centre de la boule d'un vecteur \mathbf{a} , est le suivant [Cootes 04] :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}; \mathbf{a}) = \begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{a} g(\|\mathbf{x}\|) & \text{si } \|\mathbf{x}\| < 1, \\ \mathbf{x} & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.2)$$

$g(r)$ étant une fonction continue satisfaisant les conditions $g(0) = 1$, $g(1) = 0$ et $g'(0) = g'(1) = 0$ et le vecteur \mathbf{a} devant être contraint de vérifier la condition $\|\mathbf{a}\| < 1/d_{max}$, avec $d_{max} = \max_{0 < r < 1} |g'(r)|$. Il est ainsi possible de construire un modèle de déformation conservant la topologie, exprimé comme la combinaison de plusieurs fonctions f_i de ce type, chaque f_i ayant un support caractérisé par un centre et un rayon différents.

4.2.1.2 Modèle élastique et fluide

L'utilisation de modèles de déformation élastiques [Broit 81, Bajcsy 82, Bajcsy 89, Gee 99] permet en théorie d'assurer la conservation de la topologie. En modélisant le comportement physique d'un matériau élastique, la transformation est contrainte de déformer continûment les objets sous l'effet de forces extérieures sans provoquer de rupture. Cependant, la mise en œuvre des modèles élastiques fait perdre cette propriété de conservation de la topologie à cause de la linéarisation du problème qui est généralement faite. Le modèle fluide proposé par Christensen [Christensen 95, Christensen 96a] permet lui aussi en théorie de préserver la topologie. Néanmoins, la résolution pratique des équations aux dérivées partielles (EDP) sur un domaine discret fait perdre cette propriété. Christensen et coll. proposent de contrôler la valeur du jacobien en chacun des points de la grille discrète sur laquelle est conduite la résolution de l'EDP. Dès que la valeur du jacobien descend en dessous d'un seuil critique fixé à 0,5, une nouvelle grille échantillonnée plus finement est proposée et l'algorithme est réinitialisé en prenant comme conditions initiales la déformation estimée avant le rééchantillonnage. Une approche similaire est utilisée dans [Thompson 97, Thompson 99]. Cependant, une telle approche ne permet pas de garantir de façon théorique la préservation de la topologie sur le domaine continu sous-jacent.

4.2.1.3 Théorie des équations différentielles ordinaires

L'idée utilisée dans [Christensen 96b, Christensen 97, Miller 99, Joshi 00] est de construire un difféomorphisme $\phi : \Omega = [0; 1]^3 \rightarrow \Omega$, en considérant ϕ comme la solution d'une

¹Un difféomorphisme est un homéomorphisme dont la dérivée est continue.

équation différentielle ordinaire (ODE : *Ordinary Differential Equation*) du type :

$$\begin{cases} \forall x \in \Omega, \forall t \in [0; 1], & \frac{d\phi(x, t)}{dt} = v(\phi(x, t), t), \\ & \phi(x, 0) = x, \end{cases} \quad (4.3)$$

$\phi(x, 1)$ représentant la transformation finale à estimer permettant la mise en correspondance optimale des images. D'après le théorème d'existence et d'unicité des solutions des équations différentielles ordinaires [Boothby 86], si $v(x, t)$ est un champ de vecteur suffisamment régulier (*i.e.*, continûment différentiable suivant les variables d'espace et de temps), alors il existe une solution unique pour $\phi(x, t)$, complètement déterminée par $v(x, t)$ et par la condition initiale $\phi(x, 0) = x$ et pour tout $t \in [0, 1]$, $\phi(x, t)$ est nécessairement un difféomorphisme. Afin de garantir la régularité du champ de vitesse $v(x, t)$, il faut s'assurer que l'énergie quadratique associée soit bornée [Dupuis 98] :

$$E(v) = \int_{\Omega} \int_0^1 \|Lv(x, t)\|^2 dt dx < \infty, \quad (4.4)$$

où L est un opérateur différentiel à coefficients constants, par exemple $L = -a\nabla^2 - b\nabla\nabla + c$ [Miller 99, Joshi 00]. Dès lors, le problème de recalage est posé comme la minimisation d'une contrainte de régularité sur le champ de vitesse et d'un critère de similarité $D(I_1, I_2 \circ \phi)$ entre les images I_1 et $I_2 \circ \phi$. La transformation $\hat{\phi}(x, 1)$ estimée est donnée par la relation :

$$\hat{\phi}(x, 1) = x + \int_0^1 \hat{v}(\hat{\phi}(x, t), t) dt, \quad (4.5)$$

où

$$\hat{v}(\hat{\phi}(x, t), t) = \arg \min_{v(x, t)} \int_{\Omega} \int_0^1 \|Lv(x, t)\|^2 dt dx + D(I_1, I_2 \circ \phi(x, t)). \quad (4.6)$$

Cette approche utilisant les propriétés des équations différentielles ordinaires est à la base de nombreux autres travaux [Trounev 98, Grenander 98, Miller 01, Arsigny 03, Marsland 04, Glaunes 04, Miller 04, Arsigny 05].

4.2.1.4 Modèle de déformation brownien

Nielsen et coll. proposent de modéliser la transformation recherchée comme la combinaison d'une séquence de transformations infinitésimales [Nielsen 02, Nielsen 04]. Chaque transformation infinitésimale est considérée comme une variable aléatoire supposée indépendante des autres, ce qui a motivé l'appellation de « modèle brownien² de déformation ». Sous cette hypothèse d'indépendance, il est possible de déterminer, dans le cas 2D, l'expression de la distribution des valeurs possibles du jacobien de la transformation résultante. L'expression de cette distribution montre que, dans le cadre d'un modèle de déformation brownien, le jacobien est strictement positif (avec une probabilité de 1), prouvant le caractère homéomorphe de la transformation ainsi construite.

²Le terme de modèle de déformation brownien a été choisi par analogie avec le mouvement brownien décrit par une somme de déplacements élémentaires aléatoires et indépendants.

4.2.2 Fonctions de coût et contraintes imposant la positivité du jacobien

4.2.2.1 Pénalisation des faibles valeurs du jacobien

Ashburner et coll. proposent, dans un cadre bayésien, de pénaliser les faibles valeurs du jacobien dans le cas 2D [Ashburner 99a] et 3D [Ashburner 00a]. Le modèle de déformation utilisé est affine par morceaux sur un maillage triangulaire dans le cas 2D et tétraogonal dans le cas 3D. Sur chaque maille est défini un potentiel de Gibbs local donné par l'expression $\sum_{i=1}^d \log(s_{ii})^2$, d correspondant à la dimension du problème ($d = 2$ dans le cas 2D et $d = 3$ dans le cas 3D) et les s_{ii} correspondant aux valeurs singulières de la matrice jacobienne. Cependant, la probabilité d'estimer une transformation ayant un jacobien négatif étant par cette approche non nulle, une contrainte supplémentaire est ajoutée afin de vérifier *a posteriori* que les valeurs du jacobien soient strictement positives. D'autres termes pénalisant les faibles valeurs du jacobien ont par ailleurs été proposés. Par exemple, Rao et coll. proposent le terme de pénalisation suivant [Rao 04] :

$$\begin{cases} \frac{|J(x, y, z)|^2}{\gamma^2} + \frac{\gamma^2}{|J(x, y, z)|^2} - 2 & \text{si } |J(x, y, z)| \leq \gamma, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.7)$$

le terme $\frac{|J(x, y, z)|^2}{\gamma^2}$ intervenant pour des raisons de symétrie afin de ne pas privilégier les dilatations par rapport aux contractions lors de l'estimation du champ de déformation. Ce terme permet de pénaliser les valeurs du jacobien dès que celles-ci descendent en dessous d'un seuil γ . Un autre exemple de terme de pénalisation utilisé dans [Rohlfing 03] est :

$$E_{\text{Jacobien}} = \int_{\Omega} |\log(J(\mathbf{s}))| d\mathbf{s}. \quad (4.8)$$

Ces approches par pénalisation des faibles valeurs du jacobien ont deux inconvénients majeurs. Le premier inconvénient est lié au fait que les valeurs du jacobien ne sont évaluées que sur la grille discrète de l'image, ce qui ne permet pas de garantir de façon rigoureuse la conservation de la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l'image. Le second inconvénient est qu'il est ainsi difficile d'appréhender des déformations caractérisées par des faibles valeurs du jacobien (*i.e.*, de fortes contractions).

4.2.2.2 Conditions sur l'espace admissible des paramètres

Choi et coll. proposent de résoudre le problème d'optimisation sous contraintes correspondant en déterminant le déplacement maximal autorisé pour chacun des points de la grille de déformation dans le cas d'un modèle *Free-Form Deformations* utilisant des fonctions interpolantes B-splines de degré 3 [Choi 00]. Ces conditions ont été obtenues à partir de considérations géométriques dans le cas 2D et 3D, afin de garantir l'injectivité locale de la transformation. Soient δ_x et δ_y le déplacement maximal suivant x et y subi par les points de contrôle correspondant à une fonction B-spline donnée (cas 2D). Deux conditions suffisantes sur δ_x et δ_y permettent de garantir l'injectivité locale de la transformation :

$$\text{Condition 1 :} \quad \delta_x < \frac{1}{K_2} \quad \text{et} \quad \delta_y < \frac{1}{K_2},$$

$$\text{Condition 2 :} \quad \delta_x^2 + \delta_y^2 < \left(\frac{1}{A_2}\right)^2.$$

Les valeurs des deux constantes K_2 et A_2 ont été calculées numériquement ($1/K_2 \simeq 0,488664767$ et $(1/A_2)^2 \simeq 0,392380757$). Des conditions analogues ont été déterminées dans le cas 3D avec des valeurs différentes pour ces constantes. Cependant, ces conditions sont suffisantes mais non nécessaires pour garantir l'injectivité et il est difficile de quantifier dans quelle mesure le modèle est trop contraint.

Dans [Rohde 03], des conditions sur les valeurs des paramètres du modèle de déformation sont aussi proposées afin de garantir la positivité du jacobien. Le modèle de déformation considéré est exprimé à l'aide de fonctions radiales symétriques, mais les conditions proposées restent valables pour toute transformation $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ définie sur Ω , pouvant s'écrire comme la somme de N champs de déformation \mathbf{v}_i :

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{v}_1(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_2(\mathbf{x}) + \cdots + \mathbf{v}_N(\mathbf{x}). \quad (4.9)$$

En supposant que la transformation $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ préserve la topologie, Rohde et coll. déterminent des conditions suffisantes à satisfaire pour un champ de déplacement $\mathbf{v}_{N+1}(\mathbf{x})$ afin qu'il puisse être ajouté à $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ sans faire perdre la propriété de conservation de la topologie. La matrice jacobienne $J(\mathbf{T})$ de la transformation $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ peut s'exprimer de la manière suivante :

$$J(\mathbf{T}) = \mathbf{I} + \boldsymbol{\alpha}_1(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\alpha}_2(\mathbf{x}) + \cdots + \boldsymbol{\alpha}_N(\mathbf{x}), \quad (4.10)$$

avec \mathbf{I} la matrice identité et $\boldsymbol{\alpha}_i(\mathbf{x})$ le jacobien du champ de déplacement $\mathbf{v}_i(\mathbf{x})$. La condition à imposer au champ de déplacement \mathbf{v}_{N+1} est la suivante :

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, \quad \|\boldsymbol{\alpha}_{N+1}(\mathbf{x})\|_\infty < \frac{1}{3} \left(1 - 3 \left\| \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\alpha}_i(\mathbf{x}) \right\|_\infty \right). \quad (4.11)$$

Cette équation permet, grâce au calcul de $\left\| \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\alpha}_i(\mathbf{x}) \right\|_\infty$, de déduire des conditions sur les coefficients du champ de déformation \mathbf{v}_{N+1} . De même que pour la méthode proposée par Choi et coll., la condition (4.11) est une condition suffisante mais non nécessaire pour garantir la positivité du jacobien. Il est là aussi assez difficile de quantifier dans quelle mesure le modèle est trop contraint.

4.2.3 Correction *a posteriori* du champ de déformation

Une autre approche consiste dans un premier temps à estimer un champ de déformation sans imposer qu'il préserve la topologie, puis à faire une correction *a posteriori* sur le champ estimé pour qu'il satisfasse cette propriété, ces deux étapes pouvant être effectuées de manière itérative au cours du recalage.

Kochunov propose par exemple d'effectuer un filtrage gaussien sur le champ de déformation final en choisissant les paramètres du filtre de sorte que chacune des composantes du gradient du champ de déformation filtré soit bornée par 0,3 [Kochunov 99]. Cette condition sur le gradient du champ de déformation permet de garantir la positivité des valeurs de son jacobien. Cette condition étant suffisante mais non nécessaire pour

garantir la positivité du jacobien, elle a pour conséquence d'imposer une contrainte trop forte sur le modèle de déformation.

Une autre approche consiste à estimer conjointement la transformation directe et la transformation inverse et de garantir que leur combinaison est bien égale à l'identité. Cette approche, inspirée par les travaux de Burr [Burr 81], a été utilisée dans [Thirion 98, Dawant 99]. Soient \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 deux images à recalcer. Il s'agit d'estimer à chaque itération la transformation $T_{1 \rightarrow 2}$ issue du recalage de l'image \mathcal{I}_1 sur l'image \mathcal{I}_2 et la transformation $T_{2 \rightarrow 1}$ issue du recalage de l'image \mathcal{I}_2 sur l'image \mathcal{I}_1 . Ensuite, la transformation résiduelle $R = T_{2 \rightarrow 1} \circ T_{1 \rightarrow 2}$ est distribuée uniformément entre $T_{2 \rightarrow 1}$ et $T_{1 \rightarrow 2}$ afin d'obtenir $R \simeq Id$. Ainsi, les transformations $T_{1 \rightarrow 2}$ et $T_{2 \rightarrow 1}$ sont inversibles et préservent donc la topologie.

Karacali et Davatzikos proposent, à partir d'un champ de déformation ne préservant pas la topologie, de déterminer le champ de déformation le plus « proche » vérifiant cette hypothèse [Karacali 04]. Pour ce faire, ils considèrent la transformation continue obtenue à partir du champ de déformation défini sur la grille discrète de l'image par interpolation linéaire. La transformation continue ainsi construite correspond au modèle de déformation que nous avons utilisé en considérant des fonctions B-spline de degré 1 et les vecteurs de déplacement définis en chaque point de la grille discrète de l'image comme paramètres du modèle. Dans le cas 2D, ils montrent qu'il suffit de garantir la positivité du jacobien aux quatre coins du maillage carré de la grille discrète où est défini le champ de déformation pour garantir la topologie sur l'ensemble du domaine continu à l'intérieur du maillage. Dans le cas 3D, ils montrent qu'il suffit d'imposer la positivité de 64 termes, dont huit correspondent à la valeur du jacobien évalué en chacun des sommets du cube. Une approximation proposée est d'imposer uniquement aux valeurs du jacobien évaluées aux huit sommets du cube d'être supérieures à un seuil positif. Ensuite, il s'agit à partir d'un champ de déformation $\mathbf{h}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} + \mathbf{u}(\mathbf{s})$ de construire un champ de déformation $\mathbf{h}_{topo}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} + \mathbf{u}_{topo}(\mathbf{s})$ préservant la topologie. Pour ce faire, la transformation $\mathbf{h}_\alpha(\mathbf{s}) = \mathbf{s} + \alpha \mathbf{u}(\mathbf{s})$ est considérée. Le cas $\alpha = 1$ correspond à la transformation initiale $\mathbf{h}(\mathbf{s})$ caractérisée par des valeurs du jacobien non nécessairement positives. Le cas $\alpha = 0$ correspond à la transformation identité caractérisée par une valeur unité du jacobien sur l'ensemble du domaine. Karacali et Davatzikos proposent donc d'estimer le plus grand α possible tel que \mathbf{h}_α soit caractérisé par des valeurs strictement positives du jacobien sur l'ensemble du domaine. Cependant, la solution ainsi estimée n'est sans doute pas optimale étant donné que l'information portée par les images n'est pas prise en compte lors de l'estimation du coefficient α . De plus, il serait sans doute plus pertinent de considérer une valeur de α qui varie spatialement et qui soit différente suivant chacune des composantes du champ de déformation.

4.3 Recalage sous contraintes topologiques

Cette section est consacrée à la description de la méthode que nous proposons pour garantir au modèle de déformation que nous avons utilisé, exprimé dans une base de fonctions B-splines, de préserver la topologie dans le cas 3D. Nous rappelons brièvement dans un premier temps la nature du problème à résoudre, puis nous décrivons la manière d'obtenir l'expression analytique du jacobien et nous présentons certaines de ses propriétés. Enfin, nous décrivons les méthodes utilisées pour résoudre le problème d'optimisation sous contraintes correspondant.

4.3.1 Position générale du problème

Nous avons vu section 4.1.2 que pour garantir la conservation de la topologie, la transformation \mathbf{h} doit satisfaire les trois conditions suivantes :

- i.* être continue ;
- ii.* laisser les bords de l'image invariants ;
- iii.* avoir un jacobien strictement positif.

Concernant la condition (*i*), nous avons vu section 3.3 que le modèle de déformation hérite des propriétés de continuité et de dérivabilité de la fonction d'échelle. Afin d'assurer la continuité du modèle de déformation, il suffit d'avoir recours à des fonctions d'échelle de degré supérieur ou égal à 1. Concernant la condition (*ii*), nous avons vu dans cette même section que pour garantir l'invariance des bords de l'image, il suffit de ne considérer que les fonctions splines dont le support est entièrement contenu dans le domaine Ω de l'image. Concernant enfin la condition (*iii*), nous nous plaçons dans le cadre plus général qui consiste à imposer aux valeurs du jacobien d'être comprises entre deux bornes J_{min} et J_{max} fixées par l'utilisateur, le cas particulier de la conservation de la topologie étant obtenu pour $J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$.

Considérons une fonctionnelle d'énergie E admettant un minimum dès lors que les images sont recalées de façon optimale. L'estimation des paramètres \mathbf{a}^l du modèle de déformation à l'échelle l requiert la résolution du problème d'optimisation sous contraintes suivant :

$$\hat{\mathbf{a}}^l = \arg \min_{\forall (x,y,z) \in \Omega, J_{min} < J_{\mathbf{h}}(x,y,z,\mathbf{a}^l) < J_{max}} E(\mathbf{a}^l). \quad (4.12)$$

Contrairement à bon nombre de méthodes proposées dans la littérature, nous proposons de garantir que la contrainte sur le jacobien soit vérifiée sur le domaine continu sous-jacent de l'image et non simplement en chaque point de la grille discrète de l'image.

4.3.2 Expression et propriétés du jacobien

Rappelons ici l'expression générale du jacobien dans le cas 3D pour le modèle de déformation que nous avons utilisé à l'échelle l :

$$J_{\mathbf{h}}(x, y, z, \mathbf{a}^l) = \begin{vmatrix} \frac{\partial h_x^l(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial h_x^l(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial h_x^l(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_y^l(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial h_y^l(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial h_y^l(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_z^l(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial h_z^l(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial h_z^l(x, y, z)}{\partial z} \end{vmatrix}, \quad (4.13)$$

avec

$$\mathbf{h}^l(x, y, z) = \begin{bmatrix} h_x^l(x, y, z) \\ h_y^l(x, y, z) \\ h_z^l(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + u_x^l(x, y, z) \\ y + u_y^l(x, y, z) \\ z + u_z^l(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \sum_{i,j,k} a_{x;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \\ y + \sum_{i,j,k} a_{y;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \\ z + \sum_{i,j,k} a_{z;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

4.3.2.1 Linéarité par rapport aux paramètres

Une propriété intéressante est que pour tout point (x, y, z) du support $\Omega_{i,j,k}^l$ de la fonction de base $\phi_{i,j,k}^l$, l'expression du jacobien $J_{\mathbf{h}}(x, y, z, \mathbf{a}^l)$ est linéaire par rapport aux paramètres $a_{x;i,j,k}^l$, $a_{y;i,j,k}^l$ et $a_{z;i,j,k}^l$, les autres paramètres $\mathbf{a}^l \setminus \{a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l\}$ étant fixés (cf. annexe A pour la démonstration) :

$$\forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l, \quad J_{\mathbf{h}}(x, y, z, \mathbf{a}^l) = \mu_0 + \mu_x a_{x;i,j,k}^l + \mu_y a_{y;i,j,k}^l + \mu_z a_{z;i,j,k}^l. \quad (4.15)$$

Cette propriété est vérifiée pour n'importe quelle fonction d'échelle ϕ que ce soit dans le cas 2D ou 3D.

4.3.2.2 Expression du jacobien pour des splines de degré 1 (cas 2D)

Dans le cas 2D, pour une fonction d'échelle de degré 1, on peut montrer [Musse 00] que l'expression du jacobien est linéaire par rapport aux coordonnées spatiales sur chaque partie $S_{k,m}^l = [\frac{k}{2^l}; \frac{k+1}{2^l}] \times [\frac{m}{2^l}; \frac{m+1}{2^l}]$ de Ω :

$$\forall (x, y) \in S_{k,m}^l, \quad J_{\mathbf{h}}(x, y, \mathbf{a}^l) = \lambda x + \mu y + \nu. \quad (4.16)$$

Dès lors, il apparaît de façon immédiate que les optima de $J_{\mathbf{h}}$ sont nécessairement atteints en l'un des quatre sommets de $S_{k,m}^l$. Ainsi, pour garantir au jacobien d'être compris entre J_{min} et J_{max} sur l'ensemble du domaine continu Ω , il suffit de garantir cette contrainte en chaque sommet de chaque $S_{k,m}^l \subset \Omega$. La résolution du problème d'optimisation présenté dans l'équation 4.12 revient donc à résoudre un problème d'optimisation sous un nombre fini de contraintes linéaires par rapport aux paramètres (d'après la propriété de linéarité du jacobien par rapport aux paramètres). Une méthode permettant de résoudre ce problème est présentée dans [Musse 00].

4.3.2.3 Expression du jacobien pour des splines de degré 1 (cas 3D)

Dans le cas 3D, l'expression du jacobien correspondant à un modèle de déformation exprimé avec des fonctions B-splines de degré 1 est plus complexe. Soit $\Omega_{i,j,k}^l$ le support de la fonction de base $\phi_{i,j,k}^l$, avec (cf. figure 4.3) :

$$\Omega_{i,j,k}^l = \left[\frac{i-1}{2^l}; \frac{i+1}{2^l} \right] \times \left[\frac{j-1}{2^l}; \frac{j+1}{2^l} \right] \times \left[\frac{k-1}{2^l}; \frac{k+1}{2^l} \right] = \bigcup_{p,q,r} S_{p,q,r}^l, \quad (4.17)$$

et

$$\begin{cases} S_{p,q,r}^l = \left[\frac{p}{2^l}; \frac{p+1}{2^l} \right] \times \left[\frac{q}{2^l}; \frac{q+1}{2^l} \right] \times \left[\frac{r}{2^l}; \frac{r+1}{2^l} \right], \\ p \in \{i-1; i\}; q \in \{j-1; j\}; r \in \{k-1; k\}. \end{cases} \quad (4.18)$$

Seules les fonctions de base $\phi_{p,q,r}^l, \phi_{p,q,r+1}^l, \dots, \phi_{p+1,q+1,r+1}^l$ ont un effet sur le sous-bloc $S_{p,q,r}^l$. Dès lors, le calcul du jacobien sur un sous-bloc $S_{p,q,r}^l$ ne nécessite de considérer que les indices $i \in \{p; p+1\}, j \in \{q; q+1\}$ et $k \in \{r; r+1\}$ dans l'expression 4.14 du

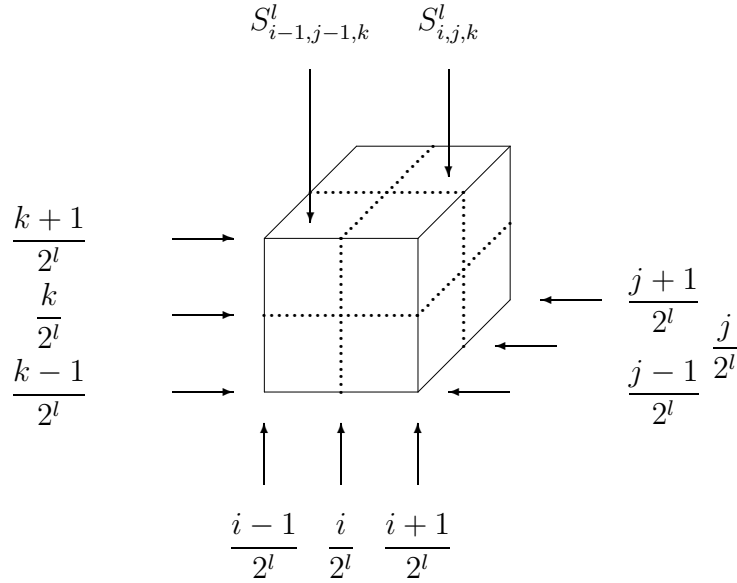


FIG. 4.3 – Boîte $\Omega_{i,j,k}^l$ avec les sous-boîtes $S_{p,q,r}^l$ correspondantes.

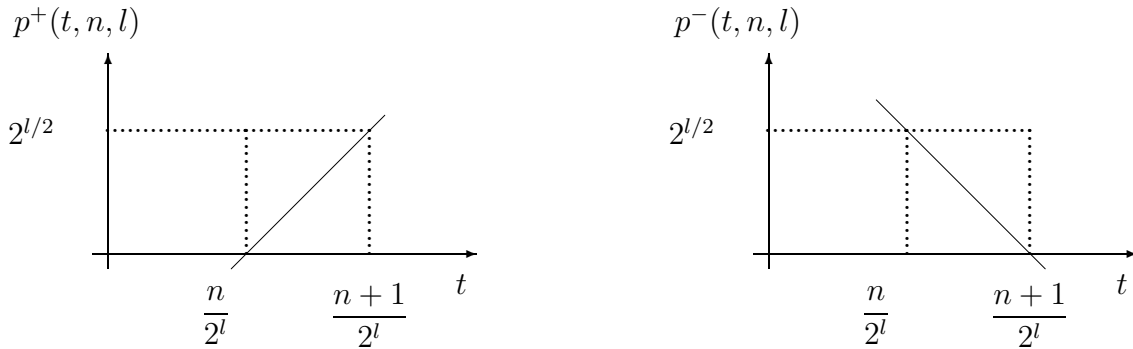


FIG. 4.4 – Fonctions affines élémentaires $p^-(t, n, l)$ et $p^+(t, n, l)$ permettant d'exprimer les fonctions de base $\phi_{i,j,k}^l$ dans le cas des splines de degré 1.

modèle de déformation . Soient $p^+(t, n, l)$ et $p^-(t, n, l)$ les fonctions affines élémentaires permettant de décrire les fonctions de base $\phi_{i,j,k}^l$ (cf. figure 4.4) :

$$\begin{cases} p^+(t, n, l) \triangleq 2^{l/2} (2^l t - n), \\ p^-(t, n, l) \triangleq -2^{l/2} (2^l t - (n + 1)). \end{cases} \quad (4.19)$$

D'après l'équation 4.14, l'expression de la composante $u_x^l(x, y, z)$ du champ de déformation sur $S_{p,q,r}^l$ peut s'exprimer en fonction de $p^+(t, n, l)$ et $p^-(t, n, l)$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned} u_x^l(x, y, z) = & a_{x;p,q,r}^l p^-(x, p, l) p^-(y, q, l) p^-(z, r, l) \\ & + a_{x;p,q,r+1}^l p^-(x, p, l) p^-(y, q, l) p^+(z, r, l) \\ & \vdots \\ & + a_{x;p+1,q+1,r+1}^l p^+(x, p, l) p^+(y, q, l) p^+(z, r, l). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Des expressions similaires sont obtenues pour u_y^l et u_z^l . À partir des équations 4.13, 4.19 et 4.20 et grâce à un logiciel de calcul formel³, nous avons pu obtenir l'expression suivante du jacobien définie sur chaque $S_{p,q,r}^l$:

$$\begin{aligned} J_{\mathbf{h}}(x, y, z, \mathbf{a}^l) &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 xy + \alpha_7 xz + \alpha_8 y^2 \\ &+ \alpha_9 yz + \alpha_{10} z^2 + \alpha_{11} x^2y + \alpha_{12} x^2z + \alpha_{13} xy^2 + \alpha_{14} xyz \\ &+ \alpha_{15} xz^2 + \alpha_{16} y^2z + \alpha_{17} yz^2 + \alpha_{18} x^2yz + \alpha_{19} xy^2z + \alpha_{20} xyz^2, \end{aligned} \quad (4.21)$$

les α_i étant des formes polynomiales⁴ dépendant des paramètres \mathbf{a}^l intervenant sur le bloc $S_{p,q,r}^l$. Contrairement au cas 2D, il n'existe pas de solution analytique simple pour déterminer les optima globaux d'une telle forme polynomiale. C'est pourquoi nous avons proposé le recours à des techniques issues de l'analyse par intervalles pour déterminer les optima globaux de cette forme polynomiale non triviale.

4.3.3 Résolution du problème d'optimisation sous contraintes dans le cas 3D

4.3.3.1 Formulation du problème

Pour appréhender la résolution du problème d'optimisation décrit par l'équation 4.12, nous considérons le cas où l'estimation des paramètres est réalisée par une technique de descente de gradient sur chacun des blocs $\Omega_{i,j,k}^l$. Les paramètres $\{a_{x;i,j,k}^l; a_{y;i,j,k}^l; a_{z;i,j,k}^l\}$ sont ainsi mis à jour conjointement en calculant une direction de descente $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$, définie comme l'opposé du gradient de la fonctionnelle d'énergie E par rapport aux paramètres, et en estimant le pas de descente optimal $\hat{\delta}$:

$$\begin{bmatrix} a_x^l \\ a_y^l \\ a_z^l \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} a_x^l \\ a_y^l \\ a_z^l \end{bmatrix} + \hat{\delta} \mathbf{d} \quad \text{avec} \quad \mathbf{d} = - \begin{bmatrix} \partial E / \partial a_x^l \\ \partial E / \partial a_y^l \\ \partial E / \partial a_z^l \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Considérons, pour un pas δ fixé, $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$ respectivement la borne inférieure et la borne supérieure du jacobien sur le sous-bloc $S_{p,q,r}^l$:

$$\begin{cases} J_m(\delta) \triangleq \inf_{(x,y,z) \in S_{p,q,r}^l} J(x, y, z, \delta), \\ J_M(\delta) \triangleq \sup_{(x,y,z) \in S_{p,q,r}^l} J(x, y, z, \delta). \end{cases} \quad (4.23)$$

Un pas δ admissible doit satisfaire la condition suivante :

$$J_{min} \leq J_m(\delta) \leq J_M(\delta) \leq J_{max}, \quad (4.24)$$

³Le logiciel de calcul formel utilisé est MuPAD disponible à l'adresse : <http://www.mupad.de>.

⁴L'expression de chacun des α_i est composée de plus d'une centaine de monômes. Leurs expressions ne figurent pas dans ce mémoire car elles auraient nécessité plus d'une dizaine de pages. Le lecteur désireux de retrouver l'expression analytique du jacobien dispose de l'ensemble des éléments nécessaires pour la calculer à l'aide d'un logiciel de calcul formel. Des vérifications de l'expression obtenue peuvent ensuite être faites en calculant des valeurs particulières du jacobien, notamment les valeurs limites aux sommets des $S_{p,q,r}^l$ qui sont calculables à la main.

avec J_{min} et J_{max} correspondant aux deux bornes définies par l'utilisateur. Une propriété du jacobien, conséquence immédiate de la propriété de linéarité par rapport aux paramètres du modèle (cf. équation 4.15), est d'être linéaire par rapport à δ :

$$\forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l, \quad J(x, y, z, \delta) = A(x, y, z) + B(x, y, z) \delta. \quad (4.25)$$

En tout point (x, y, z) de $\Omega_{i,j,k}^l$, le jacobien est donc une fonction affine de δ . Une conséquence intéressante est la propriété de concavité et de convexité dont héritent respectivement $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$ en tant que borne inférieure et borne supérieure d'un ensemble de fonctions affines (cf. Annexe B pour la démonstration de cette propriété). $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$ étant respectivement concave et convexe et $J_m(0)$ et $J_M(0)$ satisfaisant tous deux à la condition (4.24) puisqu'ils sont issus d'une précédente étape d'optimisation garantissant justement cette condition, nous pouvons conclure que l'ensemble des valeurs admissibles de δ (*i.e.*, satisfaisant à la condition (4.24)) est convexe. Il existe donc une borne supérieure δ^+ de cet ensemble telle que la condition (4.24) soit vérifiée pour tout $\delta \in [0; \delta^+]$. Cette borne supérieure étant définie pour chacun des sous-blocs $S_{p,q,r}^l$,

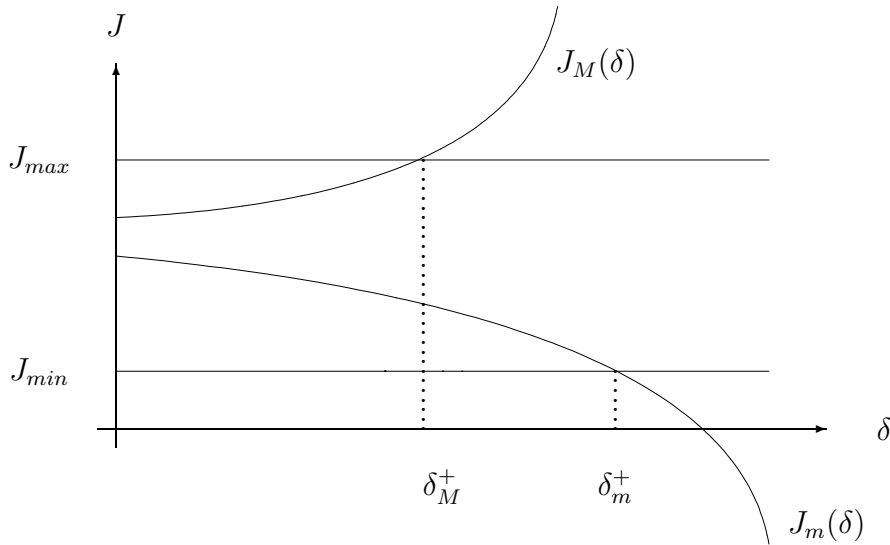


FIG. 4.5 – La borne δ^+ , définie comme la valeur maximale telle que la condition (4.24) soit vérifiée pour tout $\delta \in [0, \delta^+]$, est calculée comme le minimum de $\{\delta_m^+; \delta_M^+\}$.

nous disposons d'un ensemble de huit δ^+ pour un bloc $\Omega_{i,j,k}^l$ donné, la valeur effective de δ^+ étant alors obtenue en prenant le minimum de ces huit valeurs.

Maintenant que nous avons posé le problème et caractérisé l'espace admissible des paramètres, il s'agit de résoudre les deux points suivants :

- déterminer pour un δ donné la valeur de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$;
- déterminer la borne supérieure δ^+ telle que :

$$\delta^+ = \sup \left\{ \delta \mid \forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l \quad J_{min} \leq J(x, y, z, \delta) \leq J_{max} \right\}. \quad (4.26)$$

Les deux prochains paragraphes sont consacrés, dans cet ordre, à la résolution de ces deux problèmes.

4.3.3.2 Recherche d'optima globaux d'une forme polynomiale par des techniques issues de l'analyse par intervalles

Cette section est consacrée à la description des méthodes mises en oeuvre pour la recherche des optima globaux du jacobien sur chaque sous-bloc $S_{p,q,r}^l$. L'expression du jacobien étant une forme polynomiale non triviale (équation 4.21) ne présentant pas de bonnes propriétés notamment de convexité, la résolution de ce problème d'optimisation s'avère délicate en raison de l'existence possible d'optima locaux. Afin de résoudre ce problème d'optimisation globale dans \mathbb{R}^3 , nous avons eu recours à des techniques issues de l'analyse par intervalles [Hansen 92, Jaulin 01]. L'analyse par intervalles permet de concevoir des algorithmes pour la résolution de problèmes d'optimisation globale et de systèmes d'équations ou d'inéquations. L'idée fondamentale est de déterminer un encadrement à une précision donnée de la solution, sans chercher à en estimer la valeur exacte. Les principaux outils utilisés sont des opérations élémentaires sur les intervalles et les boîtes⁵. Des exemples d'opérations élémentaires sont l'union, l'intersection, l'addition, le produit, l'inverse, les fonctions d'inclusion et les contracteurs. L'analyse par intervalles est particulièrement adaptée pour la résolution de problèmes de faible dimensionnalité (typiquement jusqu'à 10), la charge calculatoire augmentant rapidement avec le nombre de variables. Nous présentons dans la suite deux outils élémentaires de l'analyse par intervalles que nous avons utilisés, à savoir les fonctions d'inclusion et les contracteurs. Nous décrivons ensuite l'algorithme d'optimisation globale que nous avons utilisé dans le contexte particulier d'une fonction de coût polynomiale, qui correspond ici au jacobien de la transformation. Pour plus de détails concernant l'analyse par intervalles, le lecteur pourra se référer à [Hansen 92, Jaulin 01].

Fonctions d'inclusion. Une fonction d'inclusion permet de définir un encadrement des valeurs que peut prendre une fonction sur une boîte donnée. Nous utilisons les fonctions d'inclusion pour fournir un encadrement des valeurs du jacobien. Soit $[\mathbf{x}] \subset \mathbb{R}^n$ une boîte du type $[\mathbf{x}] = [x_1^-; x_1^+] \times [x_2^-; x_2^+] \times \dots \times [x_n^-; x_n^+]$. Soit f une fonction de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} . La fonction intervalle $[f]$ de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} est une *fonction d'inclusion* pour f si :

$$\forall [\mathbf{x}] \subset \mathbb{R}^n, \quad f([\mathbf{x}]) \subset [f]([\mathbf{x}]). \quad (4.27)$$

En d'autres termes, une fonction d'inclusion $[f]$ est une fonction retournant pour chaque $[\mathbf{x}]$ une boîte contenant l'image de $[\mathbf{x}]$ par f . Une propriété que doit vérifier une fonction d'inclusion est d'être convergente, c'est-à-dire que si $[\mathbf{x}]$ tend à se réduire à un point, $[f]([\mathbf{x}])$ doit aussi tendre vers un point.

Considérons une forme polynomiale $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$:

$$f(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_i a_i \left(\prod_j x_j^{n_{ij}} \right). \quad (4.28)$$

Moyennant le changement de variable $\tilde{\mathbf{x}} \triangleq \mathbf{x} - \mathbf{x}^-$ conduisant à la nouvelle fonction \tilde{f} ,

⁵Les boîtes sont des intervalles de \mathbb{R}^n .

il est possible de définir la fonction d'inclusion suivante de f sur $[\mathbf{x}]$:

$$[f]([\mathbf{x}]) = [\tilde{f}]([\tilde{\mathbf{x}}]) = \left[\tilde{a}_0 + \sum_i \mathbb{I}_{(\tilde{a}_i < 0)} \tilde{a}_i \prod_j (\tilde{x}_j^+)^{n_{ij}} ; \tilde{a}_0 + \sum_i \mathbb{I}_{(\tilde{a}_i > 0)} \tilde{a}_i \prod_j (\tilde{x}_j^+)^{n_{ij}} \right], \quad (4.29)$$

où $\mathbb{I}_{(\text{prédicat})}$ est la fonction indicatrice valant 1 si *prédicat* est vrai et 0 sinon. De nombreuses autres fonctions d'inclusion sont possibles [Jaulin 01].

Exemple du calcul de la fonction d'inclusion de l'équation 4.29 dans le cas d'un polynôme à une variable (cf. figure 4.6) :

Considérons le polynôme $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 5$ sur l'intervalle $[x] = [-1; 1]$. La première étape nécessaire au calcul de la fonction d'inclusion sur cet intervalle consiste à effectuer le changement de variable suivant : $\tilde{x} = x - (-1) = x + 1$. Ainsi, nous obtenons le nouveau polynôme \tilde{f} défini sur $[\tilde{x}] = [0; 2]$ tel que :

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\tilde{x}) &= f(x)|_{x=\tilde{x}-1} \\ \Leftrightarrow \tilde{f}(\tilde{x}) &= (\tilde{x} - 1)^3 - 4(\tilde{x} - 1)^2 - (\tilde{x} - 1) + 5 \\ \Leftrightarrow \tilde{f}(\tilde{x}) &= \tilde{x}^3 - 7\tilde{x}^2 + 10\tilde{x} + 1 \end{aligned}$$

D'après l'équation 4.29 :

$$[f]([-1; 1]) = [\tilde{f}]([0; 2]) = [-7 \times 2^2 + 1; 2^3 + 10 \times 2 + 1] = [-27; 29].$$

L'intervalle fourni par la fonction d'inclusion est en fait calculé en évaluant le polynôme $\tilde{f}(\tilde{x})$ pour la valeur la plus grande de l'intervalle $[\tilde{x}]$, à savoir 2, en ne considérant que les monômes précédés d'un coefficient négatif pour le calcul de la borne inférieure de l'intervalle et que les monômes précédés d'un coefficient positif pour le calcul de la borne supérieure de l'intervalle.

La figure 4.6 met en évidence que l'encadrement fourni par la fonction d'inclusion de l'équation 4.29 n'est pas très précis. Néanmoins, nous avons choisi cette fonction d'inclusion pour sa simplicité et sa rapidité de calcul. Afin d'augmenter la précision de l'encadrement, il est possible de considérer d'autres fonctions d'inclusion et de prendre l'intersection de l'ensemble des intervalles obtenus. Par exemple, nous pouvons considérer le polynôme \tilde{f}^* défini sur $[\tilde{x}] = [0; 2]$ tel que :

$$\begin{aligned} \tilde{f}^*(\tilde{x}) &= f(x)|_{x=1-\tilde{x}} \\ \Leftrightarrow \tilde{f}^*(\tilde{x}) &= (1 - \tilde{x})^3 - 4(1 - \tilde{x})^2 - (1 - \tilde{x}) + 5 \\ \Leftrightarrow \tilde{f}^*(\tilde{x}) &= -\tilde{x}^3 - \tilde{x}^2 + 6\tilde{x} + 1 \end{aligned}$$

D'après l'équation 4.29 :

$$[f]([-1; 1]) = [\tilde{f}^*]([0; 2]) = [-2^3 - 2^2 + 1; 6 \times 2 + 1] = [-11; 13].$$

Contracteurs. Un contracteur est une procédure permettant de remplacer une boîte $[\mathbf{x}]$ par une boîte $[\hat{\mathbf{x}}]$ de plus petite taille tel qu'aucun point de $[\mathbf{x}] \setminus [\hat{\mathbf{x}}]$ ne soit solution du problème. Nous avons donc recours aux contracteurs pour déterminer, à partir d'une

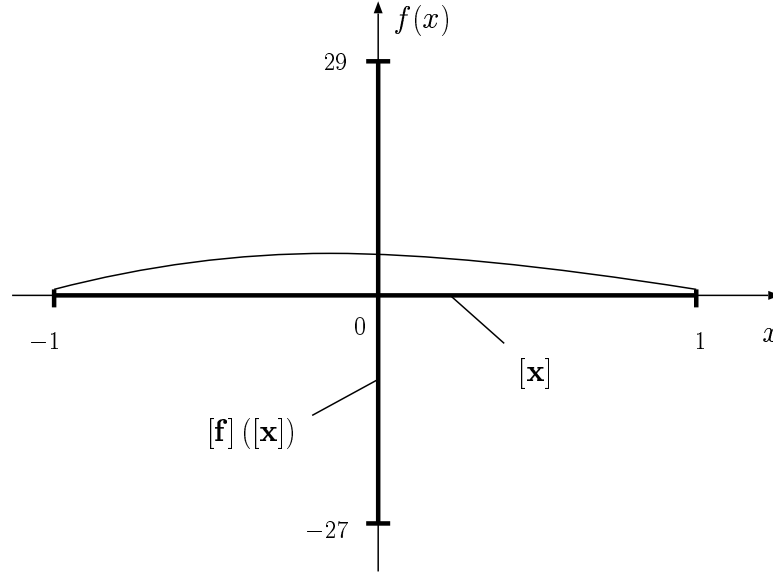


FIG. 4.6 – Exemple illustrant le calcul de la fonction d’inclusion de l’équation 4.29 pour le polynôme $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 5$ défini pour $x \in [-1; 1]$.

boîte $[\mathbf{x}]$, une boîte $[\hat{\mathbf{x}}]$ de plus petite taille tel qu’aucun point de $[\mathbf{x}] \setminus [\hat{\mathbf{x}}]$ ne puisse correspondre à une valeur minimum du jacobien sur $[\mathbf{x}]$.

Dans le cas particulier des splines de degré 1, les composantes du gradient du jacobien sont des fonctions affines des variables spatiales (cf. équation 4.21). Ainsi, l’expression du gradient suivant x peut s’écrire sous la forme :

$$\frac{\partial J}{\partial x} = a x + b, \quad (4.30)$$

avec a et b des polynômes dépendant des variables y et z . Il est possible, grâce à la fonction d’inclusion de l’équation 4.29, de déterminer des intervalles $[a_m, a_M]$ et $[b_m, b_M]$ permettant d’encadrer respectivement les polynômes a et b . Le gradient peut donc être encadré de la manière suivante (cf. figure 4.7) :

$$\begin{cases} a_M x + b_m \leq \partial J / \partial x \leq a_m x + b_M & \text{si } x < 0, \\ a_m x + b_m \leq \partial J / \partial x \leq a_M x + b_M & \text{si } x \geq 0. \end{cases} \quad (4.31)$$

Dans le cas particulier de la figure 4.7, il est possible de déterminer \hat{x}^- tel que pour tout $x \in [x^-; \hat{x}^-[$, le gradient $\partial J / \partial x$ soit strictement négatif. Ainsi, étant donné qu’aucun optimum ne peut être atteint sur la boîte $[x^-, \hat{x}^-[\times [y^-, y^+] \times [z^-, z^+]$, x^- peut être mis à jour avec la valeur de \hat{x}^- . De même, x^+ peut être mis à jour avec une valeur de \hat{x}^+ déterminée de telle sorte que pour tout $x \in]\hat{x}^+; x^+]$ le gradient $\partial J / \partial x$ soit strictement positif. Cette procédure est répétée plusieurs fois⁶ sur chacune des variables x , y et z .

Procédure d’optimisation globale. Nous considérons uniquement le cas de la recherche du minimum global du jacobien J , le cas du maximum étant traité de manière similaire. L’idée générale de l’algorithme d’optimisation globale [Jaulin 01, “OPTIMIZE”

⁶Dans implantation que nous avons réalisée, 10 fois pour chacune des variables.

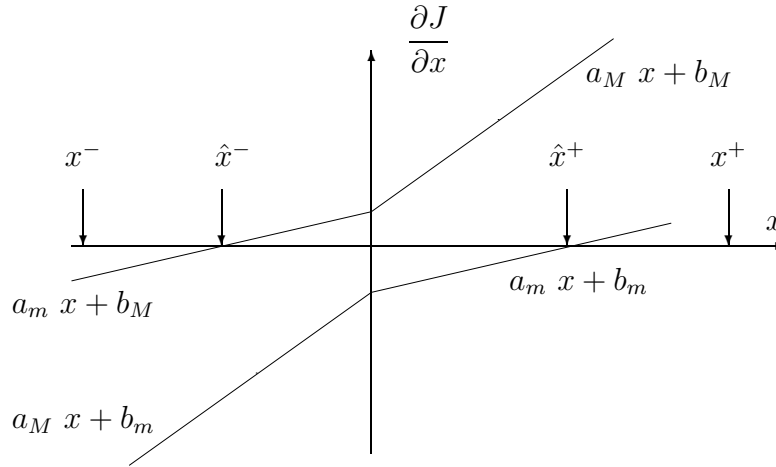


FIG. 4.7 – Encadrement du gradient du jacobien.

algorithm, p. 119] est de subdiviser successivement le domaine en boîtes de taille de plus en plus petite et de ne conserver que les boîtes susceptibles de contenir le minimum global.

Le principe de la méthode est décrit dans l'algorithme 1. Deux listes \mathcal{Q} et \mathcal{L} de boîtes sont manipulées. \mathcal{Q} est la liste courante contenant les boîtes à traiter. \mathcal{L} est une liste de petites boîtes, chacune d'entre elles étant susceptible de contenir le minimum global du jacobien. \hat{c}^- et \hat{c}^+ sont respectivement une borne inférieure et une borne supérieure de la valeur \hat{c} du minimum global. L'algorithme repose sur l'utilisation de quatre procédures :

- *rechercher un minimum local de J sur $[\mathbf{x}]$* : l'algorithme d'optimisation locale retenu est de type Gauss-Seidel. La minimisation est effectuée successivement suivant chacune des variables jusqu'à convergence. Cette procédure est facile et rapide puisque le jacobien est un polynôme quadratique en chacune des variables, la valeur du minimum suivant une variable pouvant être obtenue de manière analytique ;
- *subdiviser $[\mathbf{x}]$ en plusieurs sous-boîtes* : le minimum local sur $[\mathbf{x}]$ atteint pour $\tilde{\mathbf{x}}$ est encadré dans une sous-boîte de taille $SIZE_MIN$ ⁷. $[\mathbf{x}]$ est alors subdivisée au maximum en 27 sous-boîtes suivant les hyperplans définis par les faces de cette sous-boîte (cf. figure 4.8) ;
- *contracter une boîte* : se référer au contracteur décrit au paragraphe précédent ;
- *calculer la fonction d'inclusion* : cf. équation 4.29.

Seul un type de fonction d'inclusion a été utilisé dans l'algorithme 1 car il est plus efficace de calculer approximativement et rapidement des bornes sur le jacobien et de subdiviser plus souvent les boîtes, plutôt que de passer plus de temps à calculer des bornes précises et de considérer moins de sous-boîtes. À noter que la réduction de la taille des boîtes (*i.e.*, la contraction) s'avère très importante au regard du temps de calcul.

⁷ $SIZE_MIN$ est un paramètre permettant de contrôler la taille minimum en dessous de laquelle une boîte n'est plus subdivisée, ayant ainsi une conséquence directe sur la précision de la solution estimée. Dans l'implantation que nous avons réalisée, $SIZE_MIN$ est fixé à 1/100 de la taille d'un sous-bloc $S_{p,q,r}^l$.

Alg. 1 Encadrement du minimum global \hat{c} du jacobien J sur $S_{p,q,r}^l$

But : Trouver un encadrement $[\hat{c}^-; \hat{c}^+]$ de la valeur du minimum global \hat{c} .

Initialisation : $\mathcal{Q} \leftarrow S_{p,q,r}^l$, \mathcal{L} vide, $\hat{c}^- = \hat{c}^+ = +\infty$

Méthode :

/* Traitement de la liste \mathcal{Q} */

Répéter

Retirer une boîte $[\mathbf{x}]$ de \mathcal{Q}

Rechercher $\tilde{\mathbf{x}}$ tel que $J(\tilde{\mathbf{x}})$ soit un minimum local de J sur $[\mathbf{x}]$

$\hat{c}^+ \leftarrow \inf \{\hat{c}^+, J(\tilde{\mathbf{x}})\}$

Subdiviser $[\mathbf{x}]$ en plusieurs sous-boîtes

Pour chaque sous-boîte

Contracter la boîte ;

Calculer la fonction d'inclusion $[J^-; J^+]$ sur la boîte

Ne plus considérer la boîte si $J^- > \hat{c}^+$

Si la taille de la boîte est inférieure à *SIZE_MIN*

Ajouter la boîte à la liste \mathcal{L}

Sinon

Ajouter la boîte à la liste \mathcal{Q}

Fin Si

Fin pour

Jusqu'à ce que \mathcal{Q} soit vide

/* Traitement de la liste \mathcal{L} */

Pour chaque boîte de \mathcal{L}

Calculer la fonction d'inclusion $[J^-; J^+]$ sur la boîte

$\hat{c}^- \leftarrow \inf \{J^-, \hat{c}^-\}$

$\hat{c}^+ \leftarrow \inf \{J(P), \hat{c}^+\}$ /* P correspondant au milieu de la boîte */

Fin pour

Sortie : $[\hat{c}^-, \hat{c}^+]$ encadrant \hat{c} et le point P retenu tel que $J(P) = \hat{c}^+$.

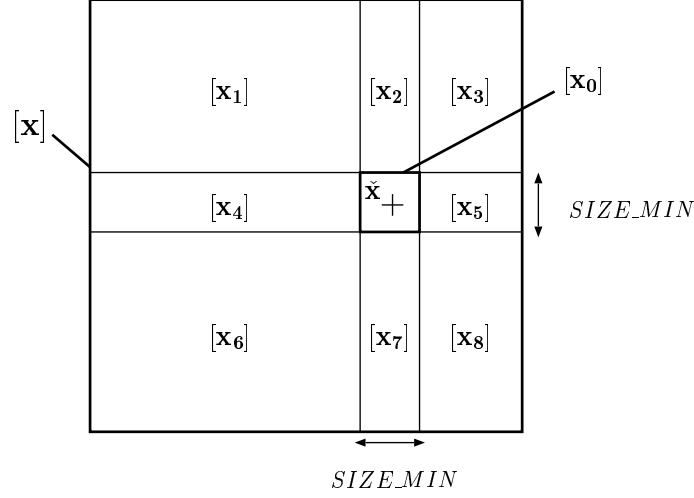


FIG. 4.8 – Exemple dans le cas 2D illustrant la procédure de subdivision d’une boîte en plusieurs sous-boîtes : à partir d’un minimum local $\tilde{\mathbf{x}}$ sur $[\mathbf{x}]$, une première boîte $[\mathbf{x}_0]$ de taille $SIZE_MIN$ est construite de sorte que $\tilde{\mathbf{x}}$ soit en son centre, permettant ainsi de définir au maximum huit autres sous-boîtes $[\mathbf{x}_i] \subset [\mathbf{x}]$ à partir des hyperplans définis par les côtés de $[\mathbf{x}_0]$.

4.3.3.3 Détermination de l’espace admissible des paramètres

Le but de cette section est de décrire l’algorithme permettant la détermination du pas maximal admissible δ^+ le long de la direction de descente \mathbf{d} tout en gardant la charge calculatoire la plus faible possible. Rappelons la définition de δ^+ :

$$\begin{aligned} \delta^+ &= \sup \left\{ \delta \mid \forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l \quad J_{min} \leq J(x, y, z, \delta) \leq J_{max} \right\} \\ &= \sup \left\{ \delta \mid \forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l \quad J_{min} \leq J_m(\delta) \leq J_M(\delta) \leq J_{max} \right\}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Nous ne cherchons pas à déterminer la valeur exacte⁸ de δ^+ , mais plutôt à en fournir un encadrement entre deux bornes δ_i^+ et δ_s^+ telles que $\delta^+ \in [\delta_i^+; \delta_s^+]$ et suffisamment proches l’une de l’autre. Rappelons que l’algorithme 1 d’optimisation globale permet de déterminer, pour une valeur de δ fixée, un encadrement de la valeur minimale $J_m(\delta)$ du jacobien et un encadrement de la valeur maximale $J_M(\delta)$ du jacobien sur un bloc $\Omega_{i,j,k}^l$:

$$\begin{cases} J_m(\delta) \in [J_m^-(\delta); J_m^+(\delta)], \\ J_M(\delta) \in [J_M^-(\delta); J_M^+(\delta)]. \end{cases} \quad (4.33)$$

Il s’agit donc de déterminer δ_i^+ et δ_s^+ telles que ces deux valeurs soient les plus proches possibles et qu’elles vérifient (cf. figure 4.9) :

$$\begin{cases} J_m^-(\delta_i^+) > J_{min} & \text{et} & J_M^+(\delta_i^+) < J_{max}, \\ J_m^+(\delta_s^+) < J_{min} & \text{ou} & J_M^-(\delta_s^+) > J_{max}. \end{cases} \quad (4.34)$$

δ_i^+ est ainsi défini de telle sorte qu’il soit *certain* que pour tout δ plus petit que δ_i^+ la condition $J_{min} < J_m(\delta) < J_M(\delta) < J_{max}$ soit vérifiée. De même, δ_s^+ est défini de telle

⁸Pour pouvoir rechercher une valeur exacte de δ^+ , il faudrait être capable de calculer la valeur exacte de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$. Or, l’algorithme 1 d’optimisation globale permet d’accéder uniquement à un encadrement de ces valeurs. Voilà pourquoi nous ne pouvons rechercher qu’un encadrement de la valeur de δ^+ .

sorte qu'il soit *certain* que pour tout δ plus grand que δ_s^+ cette condition ne soit plus vérifiée. Il est facile de se rendre compte en observant la figure 4.9 que la précision de

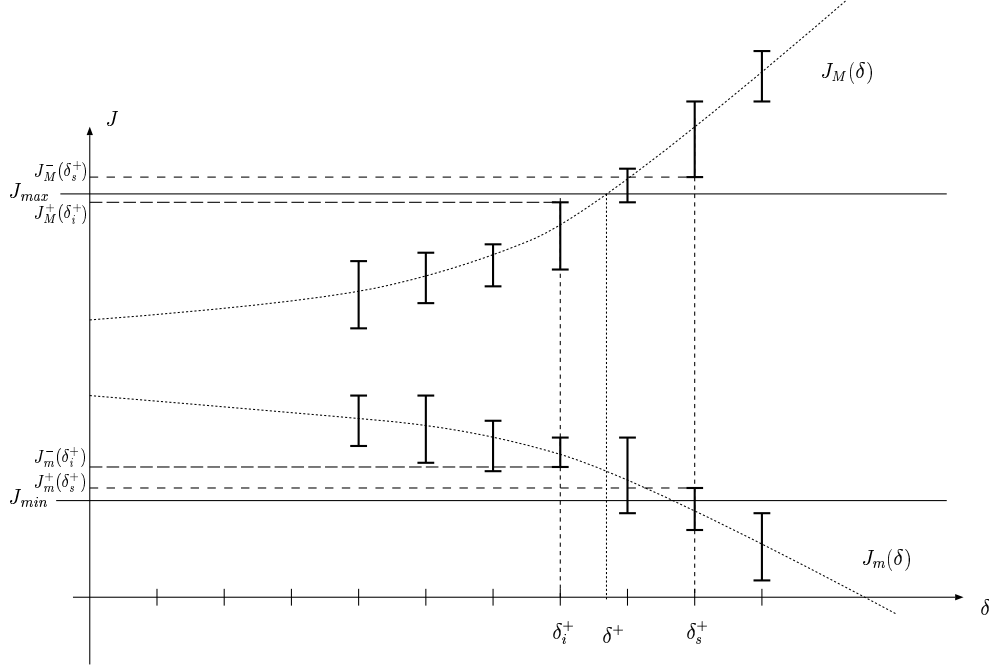


FIG. 4.9 – Recherche de δ_i^+ et δ_s^+ les plus proches possibles vérifiant les conditions $\{J_m^-(\delta_i^+) > J_{min} \text{ et } J_m^+(\delta_i^+) < J_{max}\}$ et $\{J_m^+(\delta_s^+) < J_{min} \text{ ou } J_M^-(\delta_s^+) > J_{max}\}$.

l'encadrement de la valeur δ^+ est étroitement liée à la précision de l'encadrement fourni pour $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$ par l'algorithme d'optimisation globale.

L'algorithme d'optimisation globale étant relativement coûteux en temps de calcul, il s'agit de déterminer de manière efficace les deux bornes δ_i^+ et δ_s^+ en minimisant le nombre d'encadrements de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$. L'algorithme que nous avons proposé est composé de deux étapes : une étape d'initialisation permettant de donner rapidement une borne supérieure pertinente de δ^+ afin de limiter l'espace de recherche, et une étape de raffinement permettant d'estimer efficacement l'encadrement $[\delta_i^+; \delta_s^+]$ de δ^+ .

Initialisation. Le but de la phase d'initialisation est de donner rapidement une borne supérieure δ_s^+ pertinente de δ^+ . Pour ce faire, nous considérons un certain nombre de points particuliers⁹ de $\Omega_{i,j,k}^l$. En chacun de ces points, le jacobien est une fonction affine de δ (d'après la propriété de linéarité du jacobien par rapport aux paramètres). Notons Q un point particulier de $\Omega_{i,j,k}^l$ et $J_Q(\delta) = \alpha\delta + \beta$ l'expression¹⁰ du jacobien en ce point. Un candidat potentiel pour δ_s^+ est donné par :

$$\delta_s^+ = \arg_{\delta \geq 0} (J_Q(\delta) = J_{min} \text{ ou } J_Q(\delta) = J_{max}). \quad (4.35)$$

Il est possible qu'aucune valeur de δ ne satisfasse cette condition, par exemple dans le cas où $J_{max} = +\infty$ et où le jacobien $J_Q(\delta)$ a une pente positive. Il est facile de se convaincre

⁹Dans l'implantation que nous avons réalisée, les points particuliers de $\Omega_{i,j,k}^l$ que nous avons choisis sont les huit sommets de chacun des huit sous-blocs $S_{p,q,r}^l$.

¹⁰À noter que $J_Q(\delta)$ peut ne pas être défini de manière unique si Q appartient à la frontière entre plusieurs sous-blocs $S_{p,q,r}^l$ différents.

qu'un tel δ_s^+ est bien un majorant de δ^+ . En effet, par définition de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$, on a :

$$J_m(\delta_s^+) \leq J_Q(\delta_s^+) \leq J_M(\delta_s^+). \quad (4.36)$$

Or d'après l'équation 4.35 :

$$J_Q(\delta_s^+) = J_{min} \quad \text{ou} \quad J_Q(\delta_s^+) = J_{max}, \quad (4.37)$$

donc,

$$J_m(\delta_s^+) \leq J_{min} \quad \text{ou} \quad J_M(\delta_s^+) \geq J_{max}. \quad (4.38)$$

Par conséquent, $\delta_s^+ \notin [0; \delta^+[$ par définition de δ^+ (équation 4.32) et comme δ_s^+ est positif (4.35) il est forcément supérieur ou égal à δ^+ .

Plusieurs valeurs de δ_s^+ sont ainsi définies pour différents points particuliers de $\Omega_{i,j,k}^l$, la valeur finale retenue étant le minimum de toutes ces valeurs (cf. figure 4.10). Le pas δ_s^+ retenu est caractérisé par un sous-bloc $S_{u,v,w}^l$ sur lequel cette valeur a été obtenue et par une valeur J_{ini} qui vaut soit J_{min} ou J_{max} suivant que δ_s^+ a été déterminé comme intersection avec l'une ou l'autre de ces valeurs. Le détail de la méthode permettant d'initialiser δ_s^+ est décrit dans l'algorithme 2.

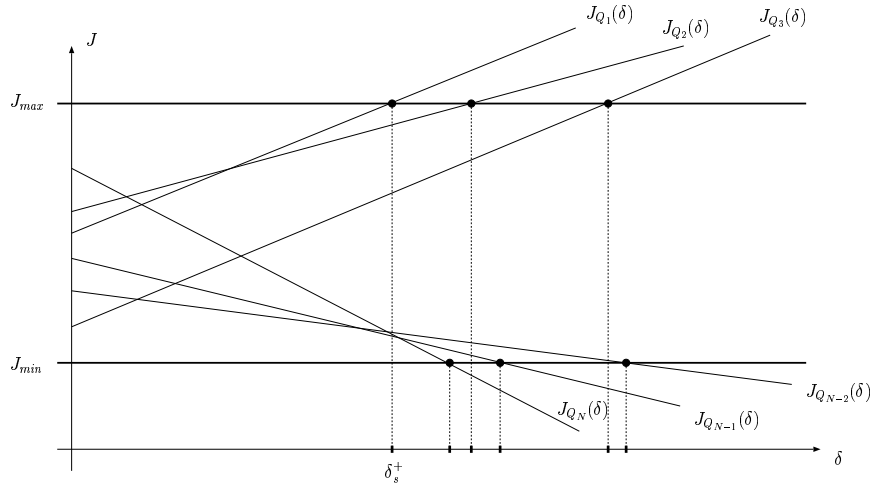


FIG. 4.10 – Initialisation de δ_s^+ : le jacobien étant une fonction affine de δ en un point donné de $\Omega_{i,j,k}^l$, son expression est considérée en N points différents de $\Omega_{i,j,k}^l$ et pour chaque point, une valeur candidate de δ_s^+ est obtenue en déterminant la valeur de δ pour laquelle le jacobien vaut J_{min} ou J_{max} . La valeur finale retenue pour l'initialisation de δ_s^+ est le minimum de toutes ces valeurs.

Raffinement. L'algorithme de raffinement consiste à mettre à jour δ_i^+ et δ_s^+ de sorte que l'encadrement de δ^+ soit le plus fin possible. Les valeurs initiales de δ_i^+ et δ_s^+ sont respectivement 0 et celle fournie par l'étape d'initialisation. La difficulté est de proposer de manière efficace différentes valeurs de δ pour atteindre au plus vite la convergence de δ_i^+ et δ_s^+ . Notons que pour certaines valeurs de δ , il se peut qu'aucune des valeurs δ_i^+ et δ_s^+ ne soit mise à jour. De plus, les conditions de l'équation 4.34 doivent à chaque fois être vérifiées sur chacun des huit sous-blocs $S_{p,q,r}^l$. Ainsi, nous proposons un algorithme de raffinement permettant de proposer de manière efficace de nouvelles valeurs pour δ_i^+

Alg. 2 Initialisation de δ_s^+

But : Trouver une initialisation pertinente pour une borne supérieure de δ^+

Initialisation : $\delta_s^+ = +\infty$

Méthode :

Boucle sur $S_{p,q,r}^l \subset \Omega_{i,j,k}^l$

Boucle sur les sommets Q de $S_{p,q,r}^l$

$$\hat{\delta}_s^+ = \arg_{\delta \geq 0} (J_Q(\delta) = J_{min})$$

Si ($\hat{\delta}_s^+$ existe et $\hat{\delta}_s^+ < \delta_s^+$)

$$\delta_s^+ \leftarrow \hat{\delta}_s^+$$

$$S_{u,v,w}^l \leftarrow S_{p,q,r}^l$$

$$J_{ini} \leftarrow J_{min}$$

Fin Si

$$\hat{\delta}_s^+ = \arg_{\delta \geq 0} (J_Q(\delta) = J_{max})$$

Si ($\hat{\delta}_s^+$ existe et $\hat{\delta}_s^+ < \delta_s^+$)

$$\delta_s^+ \leftarrow \hat{\delta}_s^+$$

$$S_{u,v,w}^l \leftarrow S_{p,q,r}^l$$

$$J_{ini} \leftarrow J_{max}$$

Fin Si

Fin boucle

Fin boucle

Sortie : δ_s^+ , J_{ini} et $S_{u,v,w}^l$ dans leur affectation courante.

et δ_s^+ , en utilisant certaines propriétés liées à la concavité et à la convexité de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$ tout en limitant le nombre de recours à l'algorithme d'optimisation globale sur chacun des sous-blocs.

Alg. 3 Raffinement de l'encadrement $[\delta_i^+; \delta_s^+]$ de δ^+

But : Trouver un encadrement $[\delta_i^+; \delta_s^+]$ de δ^+

Initialisation : $\delta_i^+ = +\infty$ et $\{\delta_s^+; S_{u,v,w}^l; J_{ini}\}$ issus de la phase d'initialisation

Méthode :

Sur $S_{u,v,w}^l$, faire une proposition $(\hat{\delta}_i^+; \hat{\delta}_s^+)$ à partir de $(0; \delta_s^+)$ par rapport à J_{ini}

$$\delta_s^+ \leftarrow \inf\{\delta_s^+; \hat{\delta}_s^+\}$$

$$\delta_i^+ \leftarrow \inf\{\delta_i^+; \hat{\delta}_i^+\}$$

Boucle sur $S_{p,q,r}^l \subset \{\Omega_{i,j,k}^l \setminus S_{u,v,w}^l\}$

Si $(J_m^-(\delta_s^+) < J_{min})$

Faire une proposition $(\hat{\delta}_i^+; \hat{\delta}_s^+)$ à partir de $(0; \delta_s^+)$ par rapport à J_{min}

$$\delta_s^+ \leftarrow \inf\{\delta_s^+; \hat{\delta}_s^+\}$$

$$\delta_i^+ \leftarrow \inf\{\delta_i^+; \hat{\delta}_i^+\}$$

Fin Si

Si $(J_M^+(\delta_s^+) > J_{max})$

Faire une proposition $(\hat{\delta}_i^+; \hat{\delta}_s^+)$ à partir de $(0; \delta_s^+)$ par rapport à J_{max}

$$\delta_s^+ \leftarrow \inf\{\delta_s^+; \hat{\delta}_s^+\}$$

$$\delta_i^+ \leftarrow \inf\{\delta_i^+; \hat{\delta}_i^+\}$$

Fin Si

Fin boucle

Sortie : δ_i^+ et δ_s^+ dans leur valeur courante.

Remarque : la mise à jour de δ_i^+ est effectuée en considérant $\inf\{\delta_i^+; \hat{\delta}_i^+\}$ afin de garantir que toutes les valeurs de $[0; \delta_i^+]$ conviennent.

La méthode que nous proposons est décrite dans l'algorithme 3. Une attention toute particulière est accordée au sous-bloc $S_{u,v,w}^l$ pour lequel a été obtenue l'initialisation de δ_s^+ car la probabilité est forte pour que les autres sous-blocs vérifient les conditions par rapport aux bornes J_{min} et J_{max} , permettant ainsi d'éviter de faire sur ces sous-blocs une proposition pour $(\delta_i^+; \delta_s^+)$ qui peut s'avérer coûteuse en temps de calcul.

L'algorithme repose sur une fonction permettant de proposer un nouveau couple $(\hat{\delta}_i^+; \hat{\delta}_s^+)$ à partir d'une certaine initialisation $(\delta_i^+; \delta_s^+)$ par rapport à une des bornes J_{min} ou J_{max} . Cette procédure est décrite figure 4.11 dans le cas où la recherche se fait par rapport à J_{min} (le cas par rapport à J_{max} étant similaire). Un nouveau candidat potentiel pour $\hat{\delta}_i^+$ est obtenu par l'intersection entre J_{min} et la droite passant par les points $(\delta_i^+; J_m^-(\delta_i^+))$ et $(\delta_s^+; J_m^-(\delta_s^+))$. Ainsi, $J_m(\hat{\delta}_i^+)$ est forcément plus grand que J_{min} du

fait de la propriété de concavité de $J_m(\delta)$. Cependant, la valeur de $\hat{\delta}_i^+$ n'est retenue que si $J_m^-(\hat{\delta}_i^+) \geq J_{min}$, ce qui n'est pas forcément le cas du fait de la précision sur l'encadrement de $J_m(\delta)$. Concernant la proposition d'un nouveau candidat potentiel pour $\hat{\delta}_s^+$, le point $P(\delta_s^+)$ fourni par l'algorithme d'optimisation global et ayant mené à l'estimation de la borne supérieure $J_m^+(\delta_s^+)$ ($J_{P(\delta_s^+)}(\delta_s^+) = J_m^+(\delta_s^+)$) est considéré. L'expression du jacobien $J_{P(\delta_s^+)}(\delta)$ au point $P(\delta_s^+)$ est une fonction affine de δ (d'après la propriété de linéarité du jacobien par rapport aux paramètres). $\hat{\delta}_s^+$ est choisi de telle sorte que $J_{P(\delta_s^+)}(\hat{\delta}_s^+) = J_{min}$. La valeur correspondante de $J_m(\hat{\delta}_s^+)$ est forcément inférieure ou égale à J_{min} puisque $J_m(\delta)$ est défini comme une borne inférieure des valeurs du jacobien. La valeur de $\hat{\delta}_s^+$ n'est effectivement retenue que si $J_m^+(\hat{\delta}_s^+) \leq J_{min}$. Ce schéma de proposition de $\hat{\delta}_i^+$ et $\hat{\delta}_s^+$ est répété de manière itérative jusqu'à convergence de ces deux valeurs.

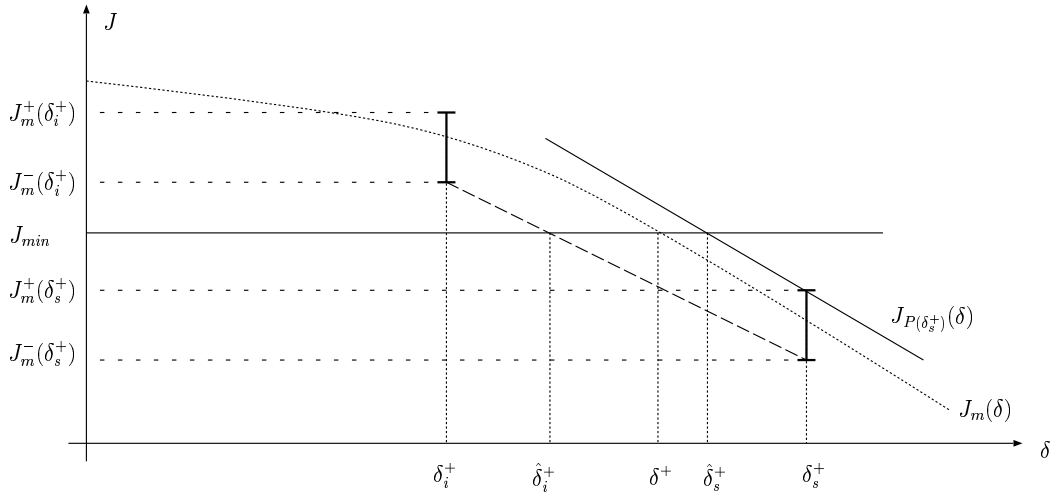


FIG. 4.11 – Proposition de $\hat{\delta}_i^+$ et $\hat{\delta}_s^+$ à partir de δ_i^+ et δ_s^+ . $\hat{\delta}_i^+$ est déterminé comme l'intersection entre J_{min} et la droite passant par les points $(\delta_i^+; J_m^-(\delta_i^+))$ et $(\delta_s^+; J_m^-(\delta_s^+))$. $\hat{\delta}_s^+$ est déterminé de telle sorte que $J_{P(\delta_s^+)}(\hat{\delta}_s^+) = J_{min}$. Cette procédure est répétée jusqu'à convergence des valeurs de $\hat{\delta}_i^+$ et $\hat{\delta}_s^+$.

Nous venons de décrire l'algorithme permettant de fournir un intervalle $[\delta_i^+; \delta_s^+]$ encadrant δ^+ . Seul la borne inférieure δ_i^+ est par la suite considérée lors de la phase d'optimisation pour la valeur effective de δ^+ car elle permet de garantir de façon certaine que :

$$\forall \delta \in [0; \delta_i^+], \forall [x, y, z]^t \in \Omega_{i,j,k}^l \quad J_{min} \leq J(x, y, z, \delta) \leq J_{max}. \quad (4.39)$$

4.3.3.4 Extension à des splines de degré supérieur

L'ensemble des méthodes permettant d'imposer la conservation de la topologie a été décrit dans les sections précédentes dans le cas de fonctions B-splines de degré 1. L'extension à des fonctions B-splines de degré supérieur ne pose aucun problème méthodologique. Néanmoins, l'implantation (qui n'a pas été réalisée dans le cadre de ce travail de thèse) s'avérerait plus complexe et les temps de calcul ne seraient sans doute plus compatibles avec des applications en routine clinique. Nous allons, pour illustrer la discussion sur l'extension de la méthodologie à des splines de degré supérieur, considérer le cas des splines de degré 2.

Notons $\phi_2 = \phi_0 * \phi_0 * \phi_0$ la fonction B-spline de degré 2, ϕ_0 étant la fonction rectangle (cf. 3.2). ϕ_2 est une fonction polynomiale par morceaux qui peut être décrite par trois polynômes p^{-1} , p^0 et p^{+1} du second degré, jouant des rôles similaires à ceux joués par p^{-} et p^{+} dans le cas des splines de degré 1. Dès lors, le support $\Omega_{i,j,k}^l$ de la fonction $\phi_{i,j,k}^l$ se divise en $3 \times 3 \times 3 = 27$ sous-blocs $S_{p,q,r}^l$. Nous constatons ici la première cause de l'augmentation de la complexité calculatoire de la méthode lors du passage à des splines de degré supérieur. Pour une fonction de base donnée, au lieu de considérer l'expression du jacobien sur huit sous-blocs $S_{p,q,r}^l$ dans le cas de splines de degré 1, il faut désormais en considérer 27 pour des splines de degré 2.

Concernant la propriété de linéarité du jacobien par rapport aux paramètres de la transformation, nous avons vu (cf. 4.3.2.1) qu'elle est vérifiée quel que soit le degré de la spline considérée. C'est en partie cette propriété qui permet de garantir l'extension de l'approche que nous avons proposée à des splines de degré supérieur car elle assure la concavité et la convexité de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$.

Concernant la détermination de l'expression analytique du jacobien, elle peut être entreprise de manière similaire au cas des splines de degré 1 en considérant les expressions de p^{-1} , p^0 et p^{+1} à la place de p^{-} et p^{+} . Néanmoins, son expression est beaucoup plus complexe. Concernant la dépendance par rapport aux variables spatiales, l'expression n'est plus quadratique par rapport à chacune des variables (cf. équation 4.21), mais relève d'un polynôme d'ordre 3. Les expressions des coefficients du polynôme (*i.e.*, les α_i de l'équation 4.21) sont aussi beaucoup plus complexes. Pour des splines de degré 1, chaque coefficient α_i dépend de huit triplets de paramètres $\{a_{x;i,j,k}^l; a_{y;i,j,k}^l; a_{z;i,j,k}^l\}$. Pour des splines de degré 2, les expressions des coefficients α_i dépendent de 27 triplets de paramètres. Une première conséquence de la complexification de l'expression du jacobien est l'augmentation du temps de calcul nécessaire pour son évaluation en un point de l'espace et pour un jeu de paramètres donné. La deuxième conséquence intervient lors de la procédure de recherche d'un minimum local du jacobien utilisée dans l'algorithme d'optimisation globale. La procédure retenue pour des splines de degré 1 étant de type Gauss-Seidel, le minimum suivant chacune des variables est obtenu analytiquement étant donné la forme quadratique du jacobien par rapport à chacune des variables de l'espace. Dans le cas de splines de degré supérieur, il est nécessaire d'avoir recours à des techniques classiques de minimisation de ligne, entraînant une charge calculatoire supplémentaire. Enfin, le troisième point concerne le contracteur utilisé lors de l'algorithme d'optimisation globale. Le contracteur présenté dans le cas des splines de degré 1 utilise la propriété de linéarité du gradient du jacobien par rapport aux variables d'espace. Dans le cas de splines de degré 2, le gradient a une forme quadratique par rapport à chacune des variables, nécessitant de proposer une nouvelle stratégie, plus complexe, pour la contraction des boîtes. De plus, le couplage entre les variables est plus important car davantage de triplets interviennent sur un $S_{p,q,r}^l$ donné, rendant ainsi l'optimisation plus longue.

En conclusion, cette discussion tend à montrer qu'il n'existe pas de problème méthodologique empêchant l'extension de la méthode de conservation de la topologie pour des splines de degré supérieur. Cependant, l'implantation pratique serait plus complexe et la charge calculatoire beaucoup plus importante, tandis que l'amélioration attendue sur la qualité du recalage ne serait sans doute pas significative (conformément à ce que Musse a pu constater dans la méthode initiale, en comparant l'influence du choix des fonctions B-splines de degré 1 et de degré 2 [Musse 00]).

4.4 Contributions de la conservation de la topologie

Dans cette section, nous illustrons de manière qualitative la contribution de la conservation de la topologie. Des résultats quantitatifs sont présentés dans la troisième partie de ce document consacrée à la validation. Il est important de préciser ici que la simple inspection visuelle des images est trompeuse pour l'évaluation de la qualité du résultat d'un recalage. En effet, les niveaux de gris de deux images recalées peuvent sembler très similaires tandis que le comportement du champ de déformation sous-jacent peut être complètement irréaliste. La contribution de la contrainte de conservation de la topologie est principalement visible en analysant le comportement du champ de déformation.

La figure 4.12 présente le résultat du recalage non rigide de deux images 3D de patients différents avec et sans contrainte de conservation de la topologie. Visuellement, les résultats obtenus avec ou sans contrainte sur le jacobien sont très proches. Pour mettre en évidence la contribution de la conservation de la topologie, les deux champs de déformation correspondants sont appliqués à une grille synthétique régulière placée dans le plan interhémisphérique (figure 4.13). Le champ de déformation obtenu sans la contrainte de conservation de la topologie conduit à une impression visuelle de déchirement (cf. remarque à la fin de la section) de certaines parties de la grille (figure 4.13-b), illustrant ainsi la violation de la topologie. La topologie est principalement rompue dans les zones autour de la bouche, à cause des artefacts liés à la respiration, et au niveau du cou à cause du manque d'information dans cette région dans l'une des images. Imposer la contrainte de positivité du jacobien tend à régulariser le champ de déformation obtenu et préserve l'intégrité de la grille déformée (figure 4.13-c). Une autre illustration de la contribution de la contrainte de conservation de la topologie est mise en évidence lors de la segmentation automatique par transport d'atlas (figure 4.14). La segmentation automatique par transport d'atlas consiste à recalcr une image de référence à laquelle est associée une carte de segmentation (atlas) vers un patient. La carte de segmentation est alors déformée à l'aide du champ de déformation ainsi estimé afin de déduire une segmentation des structures anatomiques du patient. Le cas présenté figure 4.14 concerne la segmentation automatique du cerveau. On observe l'apparition de trous et de déchirements dans le masque du cerveau déformé avec la transformation ne garantissant pas la positivité du jacobien (figure 4.14-b). Un autre exemple est présenté figure 4.15 dans le cas de la segmentation automatique de ventricules, mettant en évidence un déchirement des ventricules transportés avec le champ de déformation ne préservant pas la topologie.

Remarque. Nous avons montré dans ce chapitre que la contrainte de conservation de la topologie permet de préserver l'intégrité des structures déformées et ainsi d'empêcher le déchirement des structures. Cependant, parler de déchirement dans le contexte du modèle de déformation que nous avons utilisé est un abus de langage. En effet, le modèle de déformation étant continu, il est impossible de faire apparaître un trou ou de briser la continuité d'un objet déformé, même si la contrainte de conservation de la topologie n'est pas imposée. Les déchirements observés dans les figures 4.13, 4.14 et 4.15 ne sont que des impressions visuelles de déchirement qui correspondent en réalité à des phénomènes de repliement. La figure 4.16 présente ce phénomène sur un exemple synthétique 1D.

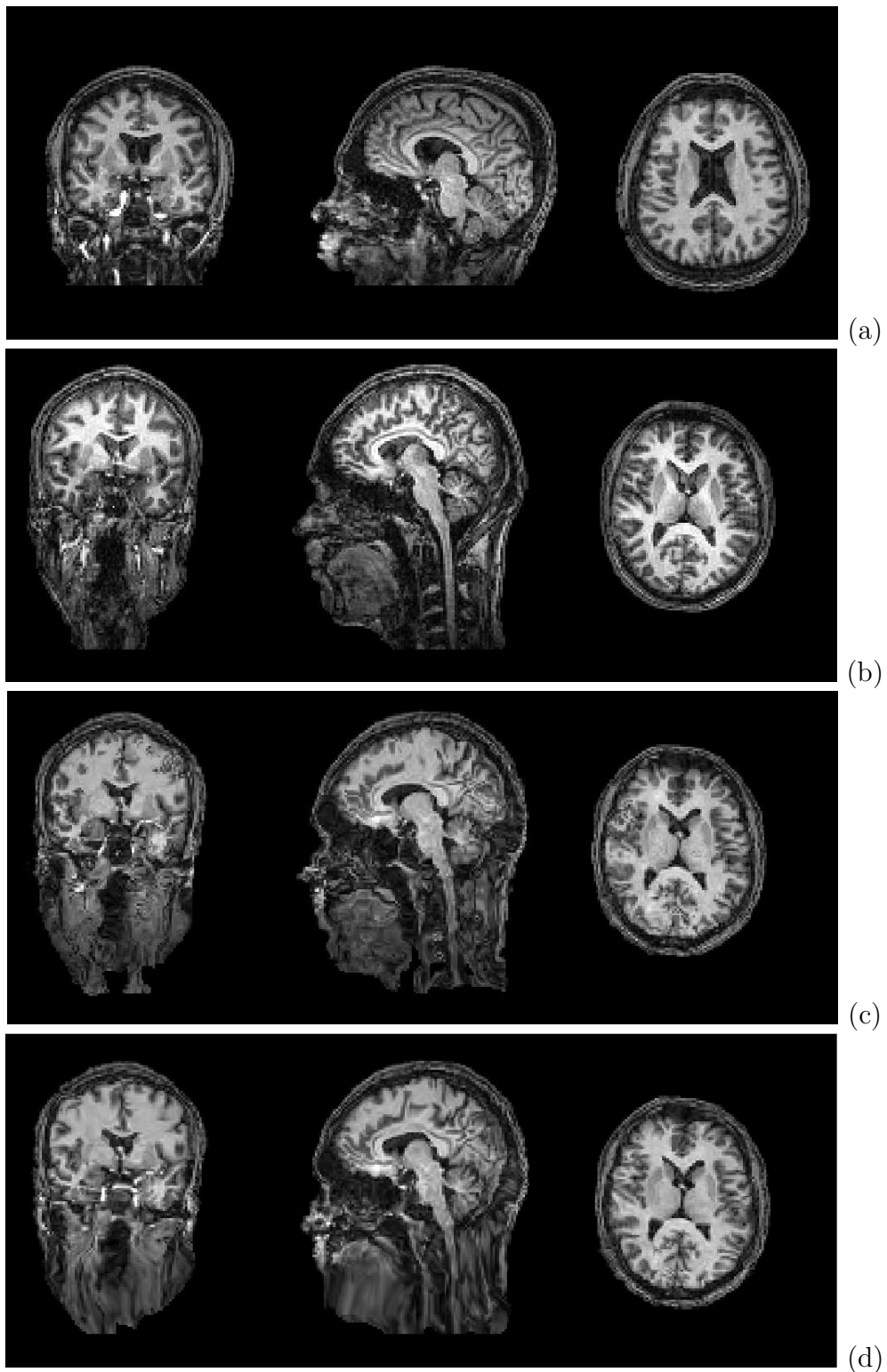


FIG. 4.12 – Recalage non rigide d'images IRM 3D de deux patients différents : (a) image source ; (b) image cible ; (c) résultat du recalage non rigide de (a) sur (b) sans contrainte de conservation de la topologie ; (d) résultat du recalage non rigide de (a) sur (b) avec contrainte de positivité du jacobien.

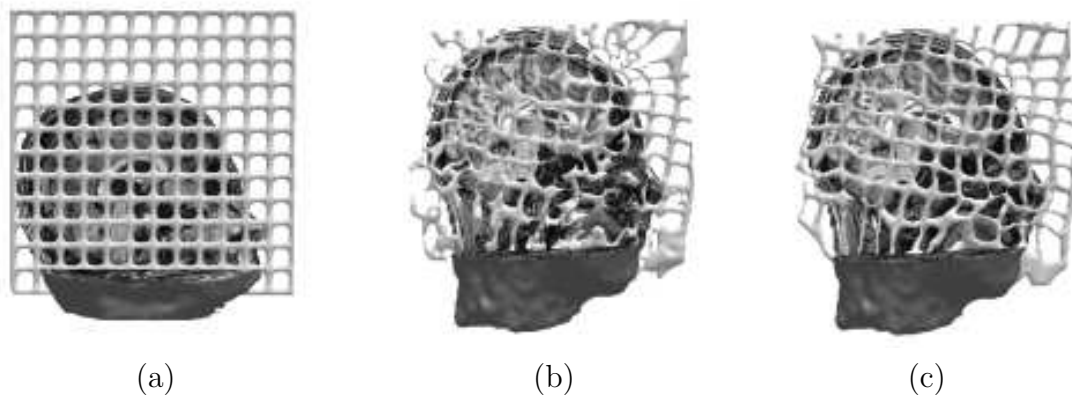


FIG. 4.13 – Visualisation du champ de déformation sur une grille régulière placée dans le plan interhémisphérique : (a) image source ; (b) grille déformée avec la transformation estimée sans la contrainte de conservation de la topologie ; (c) grille déformée avec la transformation estimée avec la contrainte de positivité du jacobien.

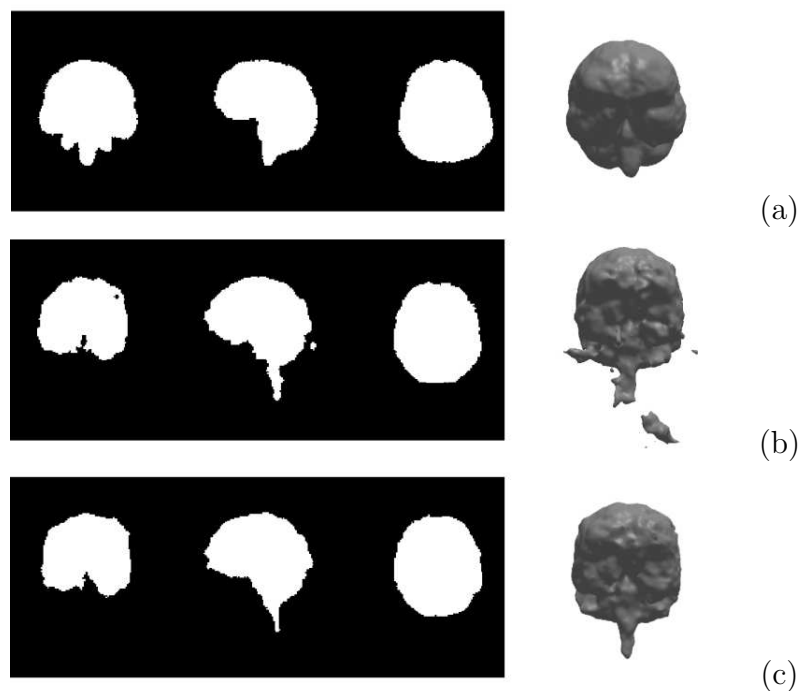


FIG. 4.14 – Application à la segmentation automatique du cerveau par transport d'atlas : (a) masque du cerveau de l'image de référence (atlas) ; (b) masque du cerveau déformé avec la transformation estimée sans la contrainte de conservation de la topologie ; (c) masque du cerveau déformé avec la transformation estimée avec la contrainte de positivité du jacobien.

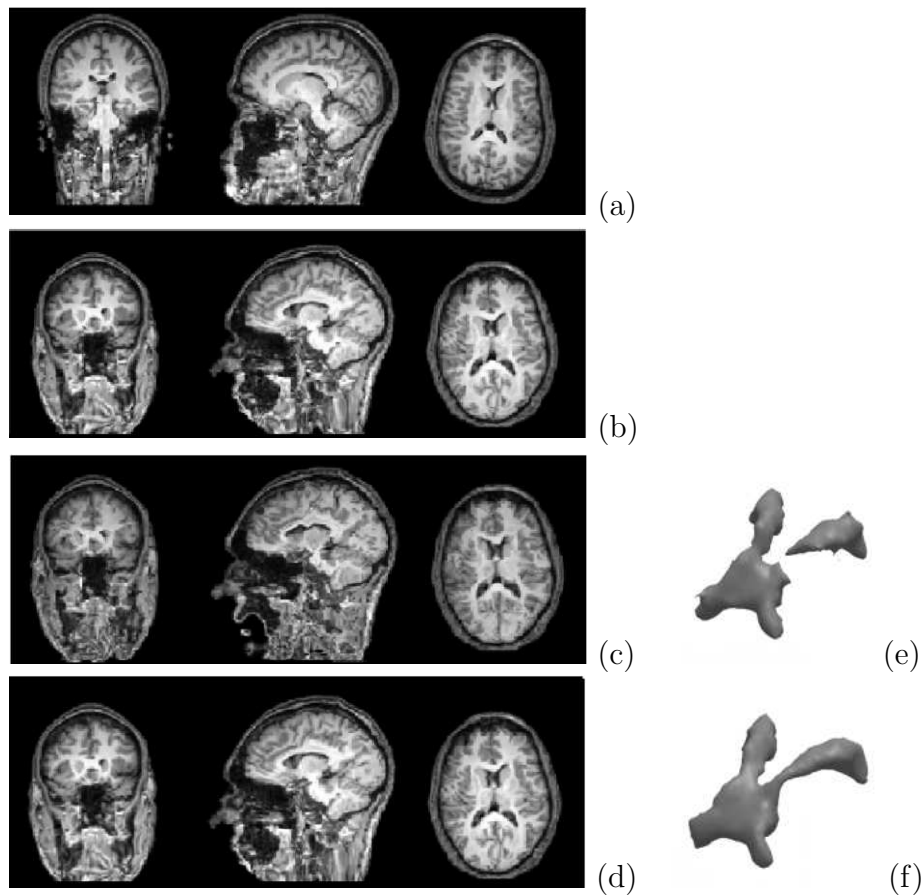


FIG. 4.15 – Recalage non rigide entre deux patients différents avec application à la segmentation automatique de ventricules par transport d’atlas : (a) image source ; (b) image cible ; (c) résultat du recalage non rigide de (a) sur (b) sans la contrainte de conservation de la topologie ; (d) résultat du recalage non rigide de (a) sur (b) avec la contrainte de positivité du jacobien ; (e) segmentation du ventricule par transport d’atlas avec la transformation estimée sans la contrainte de conservation de la topologie ; (f) segmentation du ventricule par transport d’atlas avec la transformation estimée avec la contrainte de positivité du jacobien.

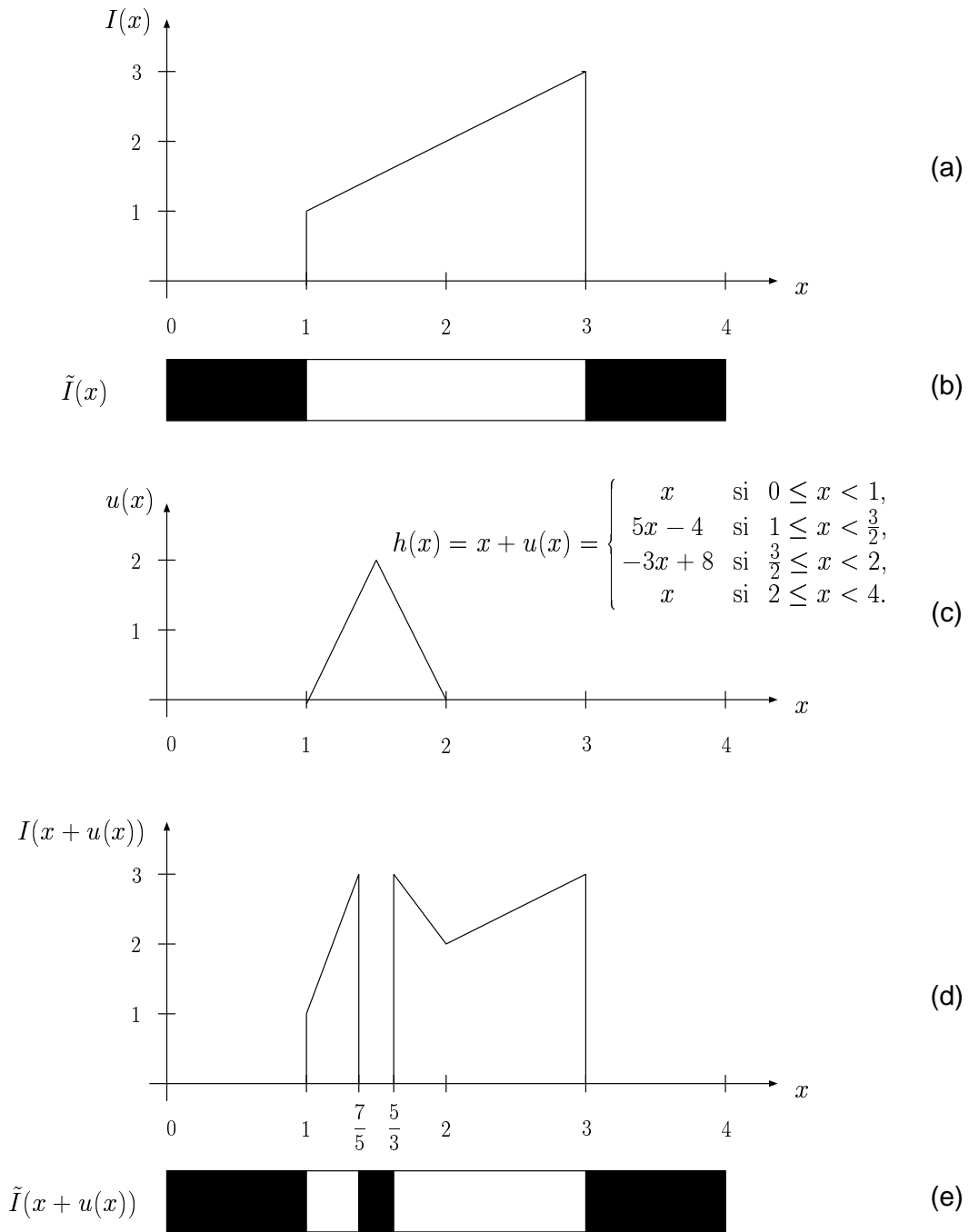


FIG. 4.16 – Exemple illustrant l'impression visuelle de déchirement qui peut être provoquée par un phénomène de repliement : (a) profil des intensités de l'image de référence $I(x)$; (b) carte de segmentation de référence $\tilde{I}(x)$; (c) champ de déformation ne préservant pas la topologie; (d) profil des intensités de l'image déformée $I(x + u(x))$; (e) carte de segmentation déformée $\tilde{I}(x + u(x))$. Le phénomène de repliement lié à la non conservation de la topologie du champ de déformation est mis en évidence sur le profil des intensités de l'image (d). Cependant, l'examen de l'image binaire déformée (e) peut donner l'impression visuelle d'un déchirement.

Chapitre 5

Fonction de coût

5.1	Terme d'attache aux données	98
5.1.1	Critères de similarité	98
5.1.2	Symétrisation du critère de similarité	99
5.2	Terme relatif au modèle de déformation	105
5.2.1	Régularisation	105
5.2.2	Contraintes sur les valeurs du jacobien	107

Ce chapitre est consacré à la fonctionnelle d'énergie E utilisée pour l'estimation des paramètres du modèle de déformation. La qualité du recalage est liée à la fois à la ressemblance (similarité) entre les images et au comportement du champ de déformation estimé. C'est pourquoi, d'une manière générale, une fonction de coût est construite comme le compromis entre un terme d'attache aux données, quantifiant la similarité entre les images, et un terme relatif au modèle de déformation, notamment par l'introduction de contraintes de régularité ou d'*a priori* issus par exemple d'un atlas anatomique probabiliste. Dans une première partie, nous décrivons les différents critères de similarité que nous avons utilisés. Ces critères n'accordant pas un rôle symétrique aux deux images, nous en proposons une version symétrisée. La contribution de la symétrisation du critère est ensuite illustrée qualitativement sur des exemples synthétiques et réels. La seconde partie de ce chapitre est consacrée au terme relatif au modèle de déformation. Nous présentons l'énergie de membrane élastique que nous avons utilisée pour introduire un *a priori* de régularité sur le modèle de déformation. Nous introduisons ensuite un terme interdisant aux valeurs du jacobien de la transformation, évaluées sur la grille discrète de l'image, d'être négatives. Cette méthode est une alternative simple et rapide à la méthode décrite au chapitre précédent pour garantir la propriété de conservation de la topologie, mais qui ne permet cependant pas de garantir la positivité du jacobien sur le domaine continu sous-jacent de l'image.

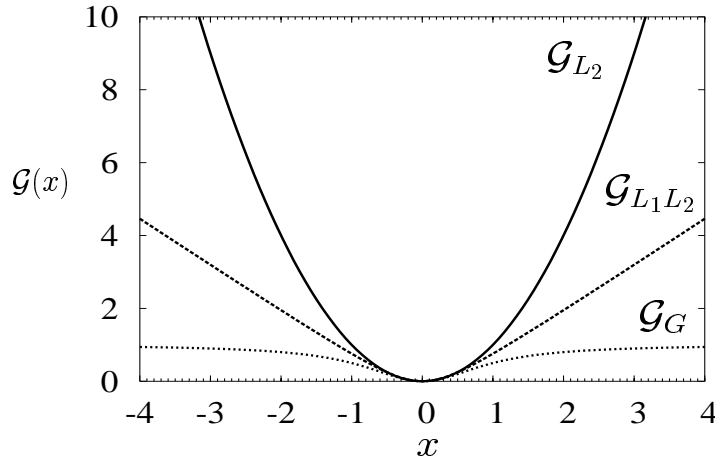


FIG. 5.1 – Représentation des différentes fonctions de coût.

5.1 Terme d'attache aux données

5.1.1 Critères de similarité

Le cadre d'application de la méthode que nous avons proposée est le recalage d'images IRM monomodales. Une hypothèse couramment faite est de supposer que les intensités des deux images sont identiques à un bruit additif gaussien près. Dès lors, une approche classique pour estimer les paramètres de la transformation est de minimiser la somme des différences au carré entre les intensités des deux images (critère des moindres carrés) :

$$E_{\text{Similarité}}(\mathbf{h}) = \int_{\Omega} |\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))|^2 d\mathbf{s}. \quad (5.1)$$

Un des inconvénients majeurs du critère des moindres carrés est son importante sensibilité aux valeurs aberrantes (*outliers*). D'autres fonctions de coût, issues de la théorie des statistiques robustes [Rousseeuw 87], présentent une sensibilité moindre. De manière plus générale, nous allons considérer le critère de similarité suivant :

$$E_{\text{Similarité}}(\mathbf{h}) = \int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) d\mathbf{s}, \quad (5.2)$$

avec \mathcal{G} une fonction de coût parmi les suivantes (cf. figure 5.1) :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{L_2}(x) &= x^2 && (L_2), \\ \mathcal{G}_{L_1 L_2}(x) &= \sqrt{1 + \left(\frac{x}{\varepsilon}\right)^2} && (L_1 L_2), \\ \mathcal{G}_G(x) &= \frac{\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}{1 + \left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} && (\text{Geman et McClure}) [\text{Geman 87}]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Pour $\mathcal{G}_{L_1 L_2}(x)$, ε est choisi arbitrairement petit afin d'obtenir le même comportement que la norme L_1 tout en conservant la propriété de dérivabilité en l'origine. Pour $\mathcal{G}_G(x)$,

σ est déterminé grâce à un estimateur robuste de l'écart-type des résidus utilisant la médiane [Rousseeuw 87] :

$$\sigma = 1.4826 \text{ med } [\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))]. \quad (5.4)$$

Une comparaison de l'influence de ces différents critères de similarité est présentée dans la troisième partie du mémoire consacrée à la validation.

5.1.2 Symétrisation du critère de similarité

5.1.2.1 Position du problème

Un des inconvénients majeurs de la plupart des critères de similarité, notamment de ceux dont l'expression est de la forme de l'équation 5.2, est de ne pas accorder un rôle symétrique aux deux images. En effet, il est nécessaire de faire le choix arbitraire d'une image de référence et d'une image à déformer. Ainsi, il est peu probable que le résultat du recalage d'une image \mathcal{I}_1 sur une image \mathcal{I}_2 corresponde exactement à l'inverse de la transformation obtenue lors du recalage de \mathcal{I}_2 sur \mathcal{I}_1 , ce qui devrait pourtant être le cas idéalement.

Le problème de la symétrie du recalage a déjà été abordé dans la littérature par plusieurs auteurs. Cachier met en évidence les différentes causes responsables du caractère non symétrique de la plupart des méthodes de recalage [Cachier 00, Cachier 02]. Une des causes est liée aux fonctions de coût utilisées qui sont généralement non symétriques. Par conséquent, il propose un certain nombre de critères de similarité et de régularisation invariants par inversion. Ashburner soulève aussi le problème de la symétrie des méthodes de recalage mais la symétrisation proposée ne concerne que les *a priori* formulés dans un cadre bayésien sur le modèle de déformation et non le critère de similarité [Ashburner 00a]. Thirion impose quant à lui la symétrie du recalage en estimant à la fois la transformation directe $T_{1 \rightarrow 2}$ (de l'image \mathcal{I}_1 vers l'image \mathcal{I}_2) et la transformation inverse $T_{2 \rightarrow 1}$ (de l'image \mathcal{I}_2 vers l'image \mathcal{I}_1). Il calcule ainsi la transformation résiduelle $R = T_{2 \rightarrow 1} \circ T_{1 \rightarrow 2}$, puis la redistribue de manière équivalente entre $T_{1 \rightarrow 2}$ et $T_{2 \rightarrow 1}$ afin d'obtenir $R \simeq Id$ [Thirion 98]. Par ailleurs, Christensen et Johnson proposent d'estimer conjointement la transformation directe et la transformation inverse en les contraignant à chaque itération d'être l'inverse l'une de l'autre [Christensen 99, Christensen 01, Johnson 02].

Notons que la notion de symétrisation du recalage est étroitement liée à la notion de conservation de la topologie. En effet, imposer que le recalage soit symétrique et donc que les transformations directe et inverse soient l'inverse l'une de l'autre, permet de garantir à la transformation d'être inversible et donc, sous réserve que les transformations soient continues et laissent les bords de l'image invariants, de préserver la topologie.

5.1.2.2 Critère de similarité symétrisé

Nous proposons d'introduire une version symétrisée pour n'importe quelle fonction de coût \mathcal{G} basée sur la différence entre les intensités des images (équation 5.2), de telle sorte que les deux images jouent des rôles symétriques :

$$E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \, d\mathbf{s} + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{s})) - \mathcal{I}_1(\mathbf{s})) \, d\mathbf{s}. \quad (5.5)$$

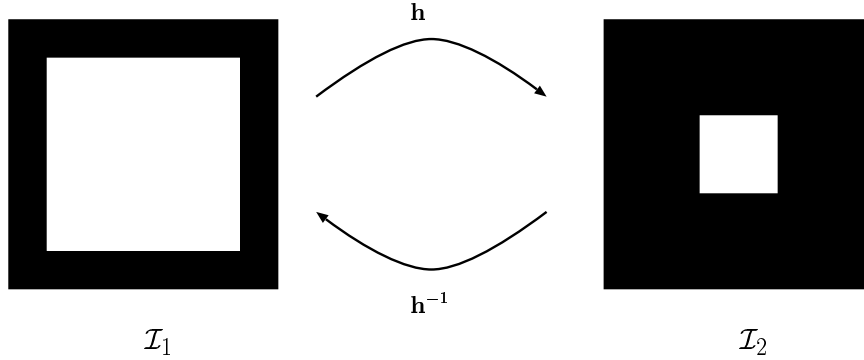


FIG. 5.2 – Illustration du problème de la symétrisation lors du recalage de deux cubes de tailles différentes. Soient \mathbf{h} la transformation associant à chaque point de \mathcal{I}_1 le point correspondant dans \mathcal{I}_2 et \mathbf{h}^{-1} la transformation inverse. Lorsque le critère de similarité est calculé en intégrant sur \mathcal{I}_1 (*i.e.*, $\int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{s})) - \mathcal{I}_1(\mathbf{s})) d\mathbf{s}$), une grande importance est accordée à la zone blanche de l’image, tandis que si le critère de similarité est calculé en intégrant sur \mathcal{I}_2 (*i.e.*, $\int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) d\mathbf{s}$), une plus grande importance est accordée à la zone noire de l’image, illustrant ainsi le problème lié au caractère non symétrique de la fonction de coût.

Grâce au changement de variable $\mathbf{t} = \mathbf{h}^{-1}(\mathbf{s})$ dans la seconde intégrale, et sachant que $d\mathbf{s} = |J_{\mathbf{h}}(\mathbf{t})| d\mathbf{t}$, où $J_{\mathbf{h}}$ correspond au jacobien de la transformation \mathbf{h} , nous obtenons l’expression suivante :

$$E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (1 + |J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})|) \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) d\mathbf{s}. \quad (5.6)$$

On notera que l’expression ainsi obtenue ne nécessite pas le calcul de la transformation inverse de \mathbf{h} . Au premier abord, il ne semble pas évident que cette expression accorde effectivement un rôle symétrique aux deux images. Il est cependant possible de fournir une interprétation intuitive permettant de comprendre pourquoi le terme $(1 + |J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})|)$ contribue à rendre symétrique le critère de l’équation 5.2. Considérons le recalage des deux images \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 présentées figure 5.2, mettant en jeu deux cubes de tailles différentes. Soient \mathbf{h} la transformation associant à chaque point de \mathcal{I}_1 le point correspondant dans \mathcal{I}_2 et \mathbf{h}^{-1} la transformation inverse. Selon que le critère de similarité de l’équation 5.2 est intégré suivant \mathcal{I}_1 (*i.e.*, $\int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{s})) - \mathcal{I}_1(\mathbf{s})) d\mathbf{s}$), ou suivant \mathcal{I}_2 (*i.e.*, $\int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) d\mathbf{s}$), l’importance accordée à la zone blanche ou à la zone noire n’est pas la même, une plus grande importance étant accordée à la zone blanche lorsque le critère est intégré suivant l’image \mathcal{I}_1 . Ce phénomène est lié à la différence de volume entre les deux cubes. Or, cette information de variation de volume est portée par la valeur du jacobien de la transformation \mathbf{h} . Soit v un volume élémentaire de \mathcal{I}_1 . L’image de v par \mathbf{h} est caractérisée par un volume $v|J(v)|$ dans \mathcal{I}_2 . Dès lors, pour chaque volume élémentaire v , la contribution dans le critère symétrisé est $(v + v|J(v)|)/2 = v(1 + |J(v)|)/2$ correspondant à la moyenne du volume élémentaire considéré dans les deux images. Ainsi, cela permet d’accorder une contribution identique de chaque zone de l’image quel que soit le choix de l’image suivant laquelle le critère symétrisé de l’équation 5.6 est intégré.

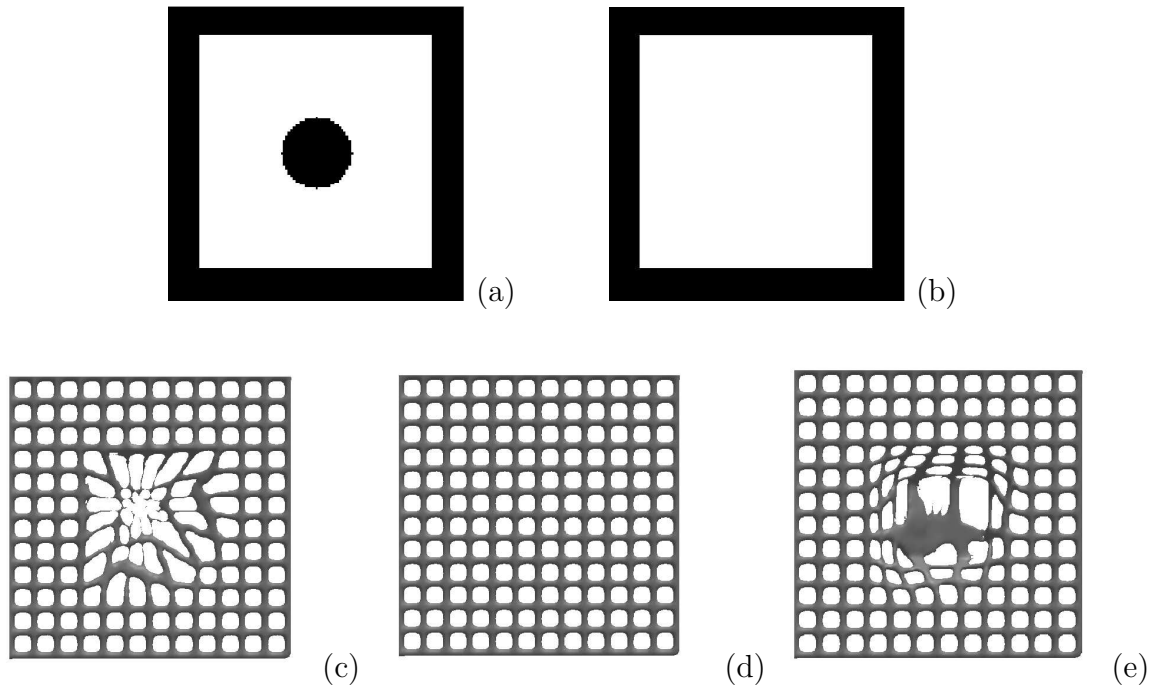


FIG. 5.3 – Exemple synthétique 3D illustrant la contribution de la symétrisation du critère de similarité : (a) cube plein présentant un trou sphérique ; (b) cube plein ; (c) transformation issue du recalage de (a) sur (b) appliquée à une grille synthétique régulière (les mêmes résultats sont observés avec le critère symétrique ou non symétrique) ; (d) transformation issue du recalage de (b) sur (a) en utilisant le critère de similarité non symétrique ; (e) transformation issue du recalage de (b) sur (a) en utilisant le critère de similarité symétrisé.

5.1.2.3 Contribution de la symétrisation du critère de similarité

La contribution de la symétrisation du critère de similarité est illustrée de manière qualitative grâce à un exemple synthétique et à un exemple de détection de tumeur. L'ensemble des simulations a été effectué en utilisant le critère des moindres carrés (\mathcal{G}_{L_2}). Des résultats quantitatifs sur la contribution de la symétrisation sont présentés dans la troisième partie du mémoire consacrée à la validation.

Exemple synthétique. La contribution du critère de similarité symétrisé est illustrée dans un premier temps sur un cas synthétique (figure 5.3) mettant en jeu un cube plein (figure 5.3-b) et un cube présentant un trou sphérique (figure 5.3-a). L'objectif est d'illustrer l'influence de la symétrisation du critère de similarité sur le comportement d'une méthode de recalage préservant la topologie, face à deux images ayant une topologie différente. Considérons tout d'abord le recalage de la figure 5.3-a sur la figure 5.3-b. Quelle que soit la fonction de coût utilisée (symétrique ou non), l'algorithme de recalage tend à faire disparaître le trou en le contractant jusqu'à devenir un point. Ce phénomène est illustré figure 5.3-c au travers du comportement du champ de déformation appliqué à une grille synthétique régulière. Cette contraction importante conduit à des valeurs très élevées du jacobien de la transformation. Cette affirmation peut sembler en contradiction avec l'interprétation physique que nous avons donnée précédemment du jacobien,

à savoir qu'une valeur du jacobien supérieure à 1 correspond à une dilatation, et une valeur inférieure à 1 correspond à une contraction. Cette apparente contradiction est liée au formalisme choisi dans le cadre de ce travail pour déformer une image. Ainsi, la transformation estimée lors du recalage de l'image $\mathcal{I}_{\text{source}}$ sur l'image $\mathcal{I}_{\text{cible}}$ correspond au champ de déformation qui à chaque point de $\mathcal{I}_{\text{cible}}$ associe les coordonnées du point correspondant dans le référentiel de $\mathcal{I}_{\text{source}}$. L'image déformée est donc obtenue par la relation : $\mathcal{I}_{\text{déformée}}(\mathbf{s}) = \mathcal{I}_{\text{source}}(\mathbf{h}(\mathbf{s}))$. Par conséquent, dans le cas du recalage de la figure 5.3-a sur la figure 5.3-b, la transformation \mathbf{h} associe à la petite région (idéalement un point) issue de la contraction du trou, l'ensemble du trou de l'image de la figure 5.3-a, correspondant ainsi effectivement à une dilatation et justifiant ainsi les faibles valeurs du jacobien.

Considérons maintenant le cas du recalage de la figure 5.3-b sur la figure 5.3-a. L'utilisation du critère non symétrisé conduit à l'estimation de la transformation identité (figure 5.3-d). Ce résultat tient au fait que, la transformation étant contrainte de préserver la topologie, il n'est pas possible de faire apparaître un trou et donc il n'y a aucun moyen de faire décroître la valeur du critère. Ce résultat n'est clairement pas satisfaisant puisque les recalages de la figure 5.3-a sur la figure 5.3-b et de la figure 5.3-b sur la figure 5.3-a ne conduisent pas à l'estimation de champs de déformation correspondant à l'inverse l'un de l'autre. L'utilisation du critère de similarité symétrisé (équation 5.6) permet de résoudre ce problème. En effet, lors du recalage de la figure 5.3-b sur la figure 5.3-a avec le critère de similarité symétrisé, la transformation résultante tend à envoyer le moins de points possibles dans la région de l'image correspondant au trou. Ainsi, une pondération plus faible est accordée à cette région lors du calcul du critère de similarité grâce à l'influence du terme $(1 + |J_{\mathbf{h}}|)$. Ce phénomène est illustré figure 5.3-e qui met en évidence une dilatation du champ de déformation dans la région correspondant au trou, conduisant à de fortes valeurs du jacobien. La transformation ainsi estimée correspond bien (du moins elle s'en rapproche¹) à l'inverse de la transformation représentée figure 5.3-c.

En conclusion, l'utilisation d'une fonction de coût symétrique permet d'appréhender aussi bien l'apparition de nouvelles structures que la disparition de structures existantes. Bien qu'il n'y ait aucune différence sur l'image déformée, les conséquences de la symétrisation sont visibles sur le champ de déformation estimé, en particulier sur les valeurs du jacobien qui deviennent très petites dans les régions correspondant à l'apparition de nouvelles structures et très grandes dans les régions correspondant à la disparition de structures existantes.

Exemple d'application à la détection de tumeur. L'intérêt de la symétrisation du critère de similarité est illustré dans ce paragraphe sur un exemple simple de détection de tumeur (ou plus généralement de lésion). Une inclusion sombre représentant une tumeur a été introduite dans une image IRM 3D réelle d'un patient sain (figure 5.4-b). Cette image est ensuite recalée avec celle d'un autre patient sain (figure 5.4-a). Nous avons bien conscience que l'expérience présentée n'est pas représentative d'un cas clinique réaliste, la modélisation de la tumeur par une simple inclusion étant manifestement simpliste. Le but est simplement de construire un cas où la topologie des images à recalcr est différente en utilisant des images IRM réelles.

¹La transformation estimée ne correspond pas exactement à la transformation inverse étant donné que le problème considéré est fortement mal posé.

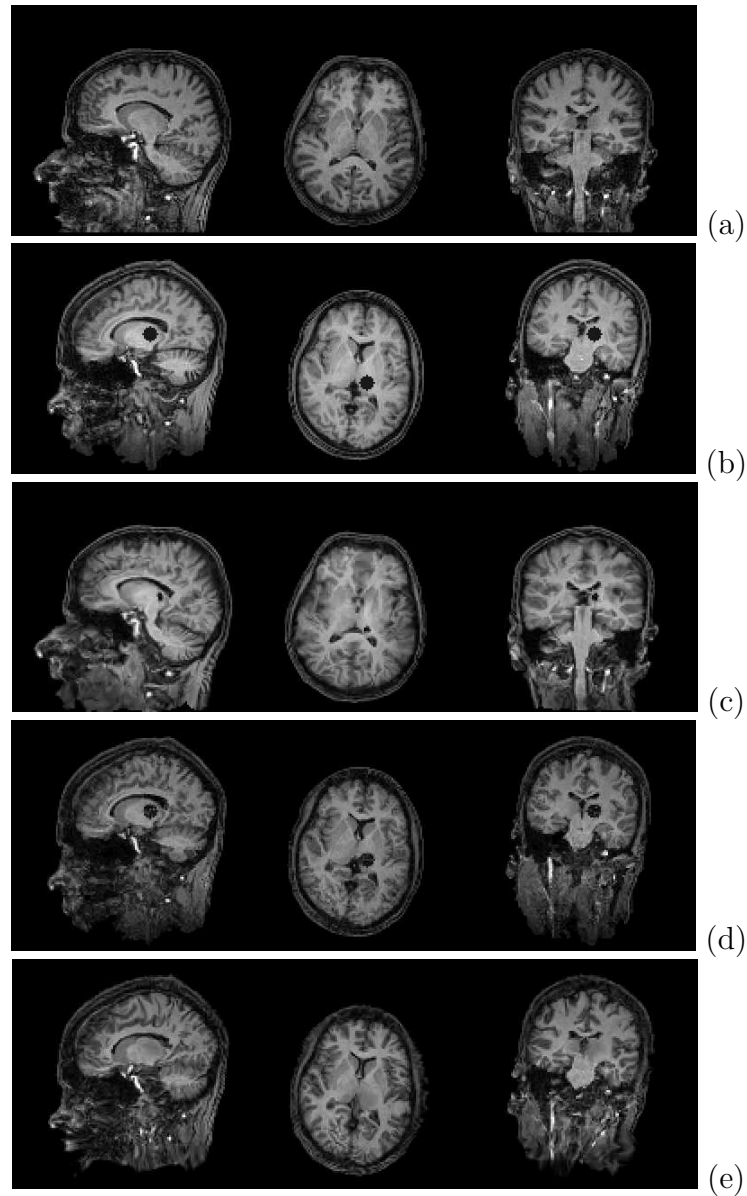


FIG. 5.4 – Recalage de deux images de cerveaux non topologiquement équivalents : (a) cerveau d'un patient sain ; (b) cerveau d'un patient présentant une tumeur simulée ; (c) résultat du recalage de (b) sur (a) avec un critère de similarité symétrique et en imposant à la transformation de préserver la topologie ; (d) résultat du recalage de (a) sur (b) avec un critère de similarité symétrique mais sans imposer à la transformation de préserver la topologie ; (e) résultat du recalage de (a) sur (b) en imposant à la transformation de préserver la topologie (résultat visuellement similaire avec le critère symétrique ou non symétrique).

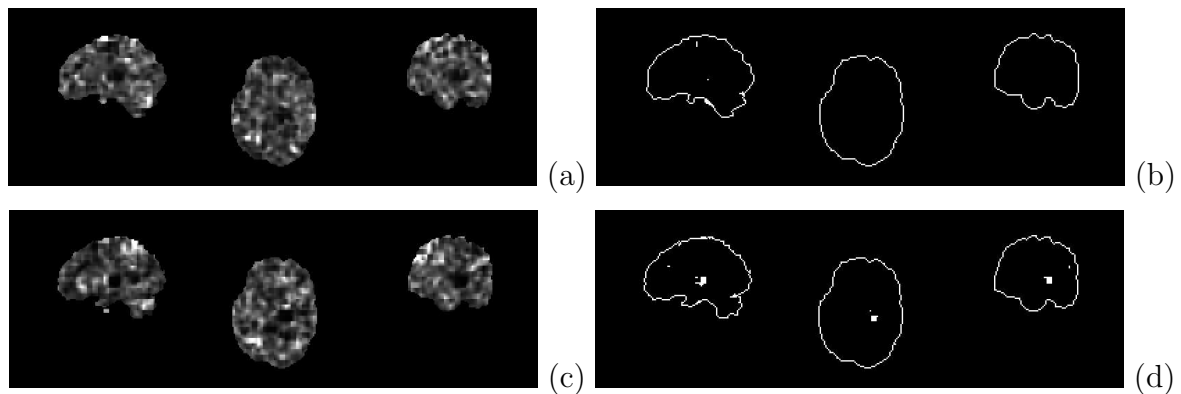


FIG. 5.5 – Cartes des valeurs du jacobien calculées à partir de transformations issues du recalage de deux images de cerveaux non topologiquement équivalents (cf. figure 5.4) : (a) carte des valeurs du jacobien correspondant au recalage de la figure 5.4-a sur la figure 5.4-b en imposant à la transformation de préserver la topologie et en utilisant un critère de similarité non symétrique ; (b) carte seuillée des valeurs du jacobien (a) : la tumeur n'est pas détectée ; (c) carte des valeurs du jacobien correspondant au recalage de la figure 5.4-a sur la figure 5.4-b en imposant à la transformation de préserver la topologie et en utilisant un critère de similarité symétrique ; (d) carte seuillée des valeurs du jacobien (c) : la tumeur est détectée.

Lors du recalage de la figure 5.4-b sur la figure 5.4-a avec un critère de similarité symétrique et en imposant à la transformation de préserver la topologie, la transformation estimée tend à mettre en correspondance l'ensemble des structures cérébrales équivalentes et à faire disparaître la tumeur en la contractant en une petite région (idéalement un point) (figure 5.4-c). Cette forte contraction est caractérisée par des valeurs élevées du jacobien. Ainsi, détecter une tumeur (ou une lésion) revient à rechercher les valeurs anormalement grandes du jacobien. Considérons maintenant le cas du recalage de la figure 5.4-a sur la figure 5.4-b. Sans la contrainte de conservation de la topologie, la transformation tend à faire apparaître une nouvelle structure qui est mise en correspondance avec la tumeur, cette nouvelle structure provenant dans l'exemple que nous présentons du ventricule (figure 5.4-d). Dans le cas où la transformation est contrainte à conserver la topologie, rien de particulier n'est observé visuellement dans l'image déformée (figure 5.4-e). Par contre, une différence notable est observée sur les valeurs du jacobien de la transformation suivant que le critère de similarité utilisé est symétrique ou non. Avec le critère symétrique, des valeurs anormalement faibles du jacobien sont observées, permettant ainsi de détecter la tumeur par un simple seuillage de la carte des valeurs du jacobien (figure 5.5-d). Par contre, avec le critère non symétrique, aucune valeur anormalement petite n'est observée, et donc la tumeur n'est pas détectée en seuillant la carte du jacobien avec le même seuil que celui utilisé pour détecter la tumeur dans le cas symétrique (figure 5.5-b).

En conclusion, la détection de tumeur peut être effectuée en recalant deux images, quel que soit le choix de l'image de référence, par une méthode préservant la topologie et en utilisant un critère de similarité symétrique, grâce à la recherche des valeurs anormalement grandes ou petites du jacobien de la transformation estimée.

5.2 Terme relatif au modèle de déformation

5.2.1 Régularisation

5.2.1.1 Énergie de membrane élastique

Le recalage non rigide est connu pour être un problème mal posé. Ce constat est d'autant plus vrai lorsque le nombre de degrés de liberté de la transformation augmente. Pour régulariser le problème, il est possible d'introduire des *a priori* sur le modèle de déformation. En général, des hypothèses sont faites sur la régularité du champ de déformation à estimer. Pour ce faire, il est possible, par l'ajout d'un terme supplémentaire dans la fonction de coût, de pénaliser les comportements irréguliers du champ de déformation, ce qui permet d'éviter l'estimation de petites déformations parasites qui ne réduisent le critère de similarité que d'une faible quantité. La fonction de coût considérée pour l'estimation du modèle de déformation s'écrit dès lors de la manière suivante :

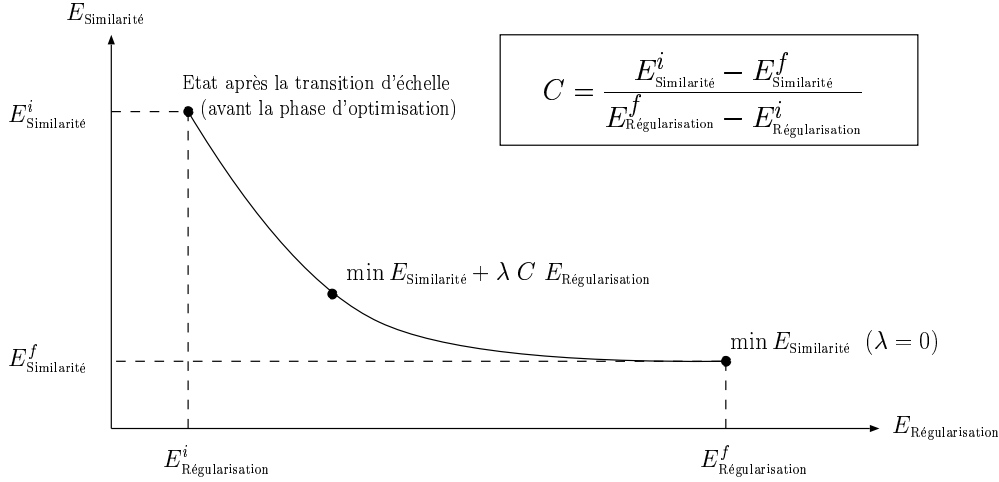
$$E = E_{\text{Similarité}} + \lambda C E_{\text{Régularisation}}, \quad (5.7)$$

λ étant un facteur pondérant l'influence du terme de régularisation et C un facteur de normalisation calculé pour chaque niveau de résolution de sorte que $E_{\text{Similarité}}$ et $E_{\text{Régularisation}}$ soient comparables. Parmi les différents critères de régularisation proposés dans la littérature, nous avons choisi l'énergie de membrane élastique [Gee 97] :

$$\begin{aligned} E_{\text{Régularisation}}(\mathbf{h}) = & \int_{\Omega} \left(\frac{\partial u_x(\mathbf{s})}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x(\mathbf{s})}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x(\mathbf{s})}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y(\mathbf{s})}{\partial x} \right)^2 \\ & + \left(\frac{\partial u_y(\mathbf{s})}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y(\mathbf{s})}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z(\mathbf{s})}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z(\mathbf{s})}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z(\mathbf{s})}{\partial z} \right)^2 d\mathbf{s}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Motiver le choix d'un terme de régularisation plutôt qu'un autre dans le contexte du recalage d'images cérébrales est difficile car les différents termes de régularisation proposés dans la littérature sont souvent liés à des considérations mécaniques qui n'ont en général aucune justification biologique. Cependant, étant donné que, dans le cas de fonctions B-splines de degré 1, le modèle de déformation que nous avons considéré est affine par morceaux, nous avons privilégié le recours à un terme de régularisation basé uniquement sur les dérivées du premier ordre (ceci écarte, par exemple, l'énergie de plaque mince (équation 2.17)).

Une attention toute particulière est portée au calcul de la constante de normalisation C . Cette constante est en effet très importante car elle a pour but de rendre comparable $E_{\text{Similarité}}$ et $E_{\text{Régularisation}}$ étant donné que ces deux fonctions n'ont pas la même dynamique et ne sont pas homogènes, le premier terme étant lié à la valeur des intensités dans l'image, et le second aux paramètres du modèle de déformation. Il s'agit de clairement distinguer son rôle par rapport à celui du coefficient λ . λ est un coefficient défini par l'utilisateur qui conditionne directement le degré de régularité attendu pour le modèle de déformation. Le choix de λ ne doit pas dépendre des caractéristiques des images considérées. Par contre, le facteur C prend justement en compte les caractéristiques des images et permet ainsi de rendre le problème d'optimisation moins sensible à ces dernières.

FIG. 5.6 – Calcul du facteur de normalisation C à l'échelle l .

Pour une échelle l donnée, considérons $E_{\text{Similarité}}^i$ et $E_{\text{Régularisation}}^i$ respectivement la valeur du critère de similarité et de l'énergie de régularisation juste après la transition d'échelle (avant d'entamer la phase d'optimisation). Soit $E_{\text{Similarité}}^f$ le critère de similarité obtenu après avoir effectué la phase d'optimisation à cette échelle, sans imposer aucune contrainte de régularisation (*i.e.*, avec $\lambda = 0$) (cf. figure 5.6). Les paramètres obtenus lors de cette étape d'optimisation sans contrainte de régularité sont caractérisés par une certaine énergie de régularisation notée $E_{\text{Régularisation}}^f$. $E_{\text{Similarité}}^f$ correspond à la valeur minimale du critère de similarité qu'il est possible d'atteindre à l'échelle l puisqu'elle est issue d'une phase d'optimisation sans régularisation. Donc, $E_{\text{Similarité}}^i - E_{\text{Similarité}}^f$ correspond à la dynamique maximale de variation du critère pour cette échelle. Par ailleurs, $E_{\text{Régularisation}}$ augmente lors de l'optimisation conduite à l'échelle l puisque le changement d'échelle autorise des comportements plus haute fréquence du champ de déformation. Donc $E_{\text{Régularisation}}^f - E_{\text{Régularisation}}^i$ correspond à la dynamique maximale pour l'énergie de régularisation à cette échelle. Dès lors, afin que $E_{\text{Similarité}}$ et $CE_{\text{Régularisation}}$ aient des dynamiques comparables, nous avons choisi l'expression suivante pour le facteur de normalisation C :

$$C = \frac{E_{\text{Similarité}}^i - E_{\text{Similarité}}^f}{E_{\text{Régularisation}}^f - E_{\text{Régularisation}}^i}. \quad (5.9)$$

5.2.1.2 Contribution de la régularisation

La contribution de la régularisation par l'énergie de membrane élastique est illustrée sur un cas synthétique figure 5.7. Une étude quantitative de la contribution de la régularisation ainsi que de l'influence du paramètre λ est présentée dans la troisième partie de ce document consacrée à la validation. L'exemple synthétique présenté figure 5.7 met en jeu d'une part deux cubes imbriqués (figure 5.7-a) et d'autre part un cube dans lequel est incluse une sphère (figure 5.7-b). Les images ont été engendrées à partir de ces objets codés sur deux niveaux gris auxquels un bruit gaussien a été ajouté. La figure 5.7-c présente le résultat obtenu lors du recalage de la figure 5.7-a sur la figure 5.7-b sans régularisation ($\lambda = 0$) et la figure 5.7-d présente le résultat du recalage avec régularisation ($\lambda = 1$). Visuellement, peu de différences sont observées entre les deux résultats. Dans

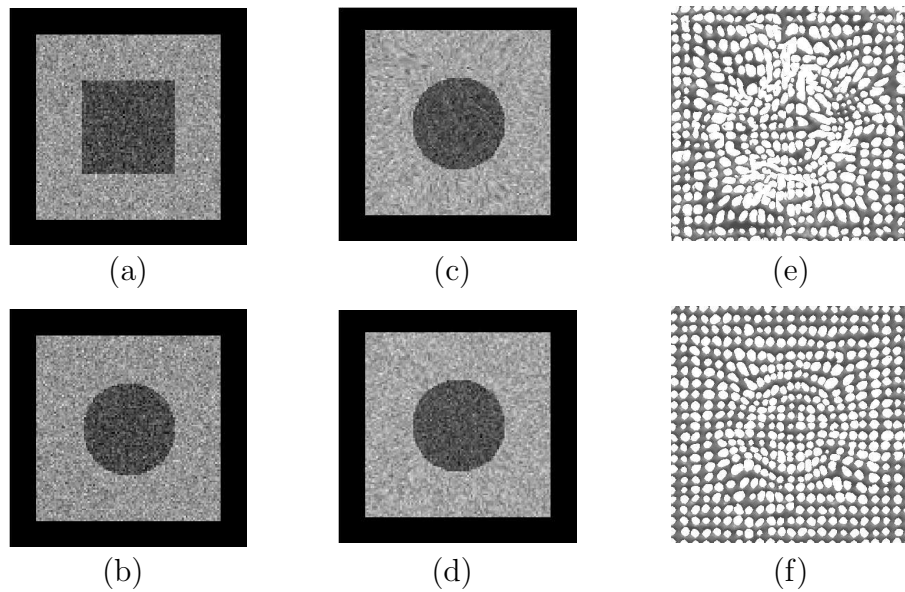


FIG. 5.7 – Exemple synthétique 3D illustrant la contribution du terme de régularisation : (a) image source; (b) image cible; (c) résultat du recalage de (a) sur (b) sans régularisation ($\lambda = 0$); (d) résultat du recalage de (a) sur (b) avec régularisation ($\lambda = 1$); (e) transformation issue du recalage de (a) sur (b) sans régularisation appliquée à une grille synthétique régulière; (f) transformation issue du recalage de (a) sur (b) avec régularisation appliquée à une grille synthétique régulière.

les deux cas, le cube intérieur est parfaitement recalé sur la sphère. Par contre, une différence flagrante est observée sur le comportement du champ de déformation estimé. Sans régularisation, la transformation a un comportement très chahuté (figure 5.7-e). Elle recale du bruit avec du bruit afin de faire décroître au maximum le critère de similarité, conduisant ainsi à l'estimation de petites déformations non pertinentes. Avec l'énergie de membrane élastique, le champ de déformation est beaucoup plus régulier (figure 5.7-f), car cette énergie permet d'être moins sensible à l'effet du bruit. Notons que l'ajout du terme de régularisation n'a pas empêché de parfaitement recalé le cube sur la sphère. Considérer un terme de régularisation dans la fonction de coût permet de lisser le champ de déformation principalement dans les zones homogènes, où l'information n'est pas suffisante pour estimer de manière pertinente les paramètres du modèle. Cela n'empêche pas la transformation de recalé correctement les zones de fort gradient, caractéristiques de l'interface entre différentes structures. C'est justement pour cette raison que nous avons privilégié ce type d'approche plutôt que des approches par filtrage itératif du champ de déformation, comme par exemple celle utilisée dans l'algorithme des démons [Thirion 98], qui ont un effet constant sur toute l'image, quelle que soit l'information portée par les niveaux de gris, et qui peuvent ainsi empêcher de recalé correctement certaines structures.

5.2.2 Contraintes sur les valeurs du jacobien

5.2.2.1 Puits de potentiel

Nous proposons de considérer un terme *a priori* supplémentaire sur le modèle de déformation permettant d'imposer aux valeurs du jacobien d'être comprises entre deux

bornes J_{min} et J_{max} définies par l'utilisateur en considérant le terme suivant définissant un puits de potentiel :

$$\begin{cases} E_J(\mathbf{s}) = 0 & \text{si } J_{min} < J(\mathbf{s}) < J_{max}, \\ E_J(\mathbf{s}) = +\infty & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.10)$$

\mathbf{s} correspondant aux différents points de la grille discrète de l'image. Cette approche peut être considérée comme une alternative² à la méthode présentée au chapitre 4 permettant d'imposer à la transformation de préserver la topologie. Cependant, une différence majeure entre ces deux approches est que la méthode présentée au chapitre précédent permet de garantir la condition $J_{min} < J(\mathbf{s}) < J_{max}$ sur le domaine continu sous-jacent de l'image tandis que le terme proposé par l'équation 5.10 ne permet de garantir cette condition que sur la grille discrète de l'image. Ceci peut être particulièrement gênant lorsqu'une transformation est estimée sur des images de faible résolution, puis appliquée à des images de résolutions supérieures, les valeurs du jacobien pouvant devenir négatives lors du passage à une grille d'échantillonnage plus fine.

5.2.2.2 Contribution des contraintes sur les valeurs du jacobien

La figure 5.8 propose une comparaison sur des images IRM réelles entre la méthode présentée au chapitre précédent permettant de garantir la conservation de la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l'image et la méthode considérant le terme supplémentaire introduit dans l'équation 5.10. La simple inspection visuelle des niveaux de gris des images résultats présentées figure 5.8-c et figure 5.8-d ne permet pas de mettre en évidence de différence significative entre les deux méthodes. L'examen du comportement des champs de déformation correspondants (figure 5.8-e et figure 5.8-f) ne permet pas non plus de faire apparaître de différence flagrante, même si le champ de déformation obtenu en considérant le terme de l'équation 5.10 semble légèrement moins régulier. Le contrôle de la valeur du jacobien en chacun des points de la grille discrète de l'image montre évidemment pour les deux méthodes l'absence de valeurs négatives. Par contre, l'évaluation du jacobien entre les sites de la grille discrète de l'image fait apparaître 0,53% de valeurs négatives³ en considérant le terme de l'équation 5.10, tandis qu'aucune valeur négative n'est bien entendu observée dans le cas de la conservation de la topologie sur le domaine continu de l'image présentée au chapitre 4. Une différence significative est toutefois observée sur les temps CPU correspondants. Pour des images 128^3 , l'approche reposant sur le terme de l'équation 5.10 est quatre fois plus rapide pour un recalage jusqu'à la résolution $l = 5$ et presque jusqu'à dix fois plus rapide pour un recalage à la résolution $l = 6$. Une comparaison quantitative de ces deux approches est présentée dans la troisième partie de ce document consacrée à la validation.

²Ce terme est bien entendu inutile dans le cas où la conservation de la topologie est garantie grâce à la méthode présentée au chapitre 4.

³A titre de comparaison, la méthode de recalage sans contrainte de conservation de la topologie conduit à 28% de valeurs du jacobien négatives, et le fait d'introduire le terme de régularisation par membrane élastique fait chuter ce pourcentage à 4,4%.

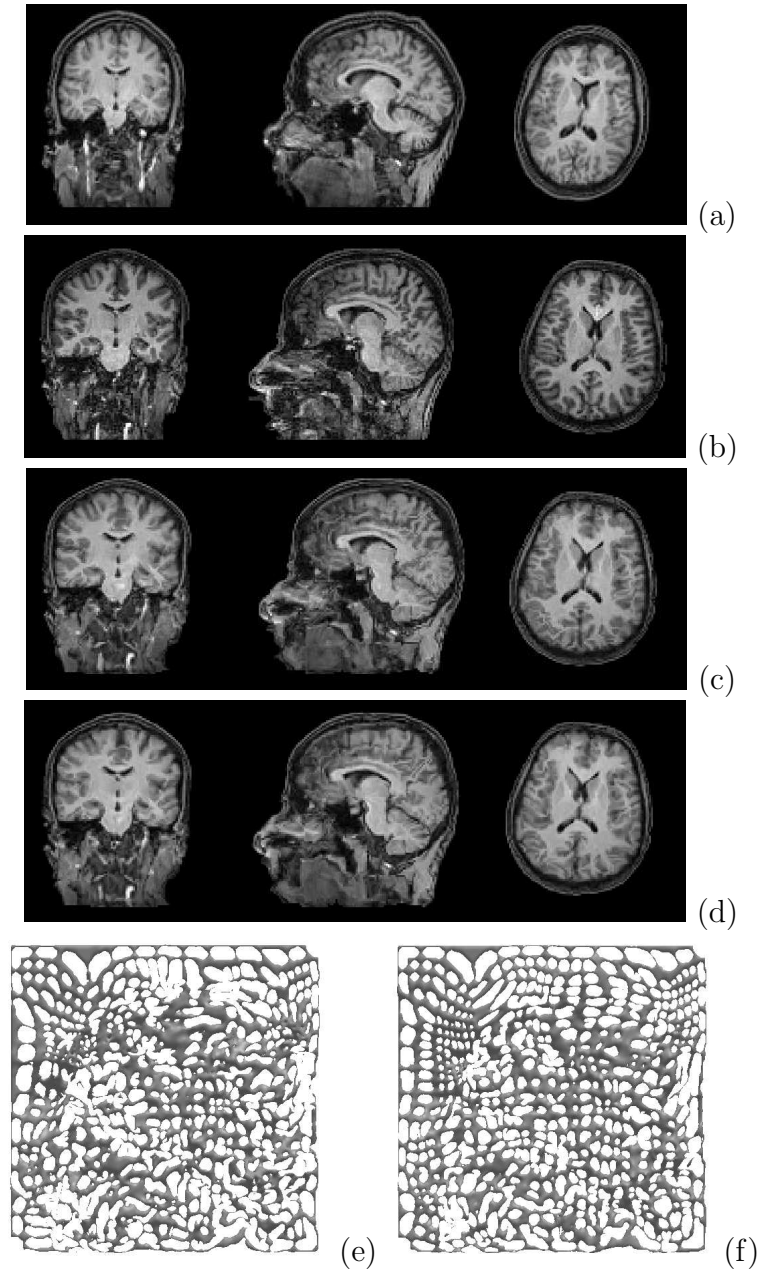


FIG. 5.8 – Comparaison entre la méthode de conservation de la topologie décrite au chapitre 4 et la méthode utilisant le terme de l'équation 5.10 : (a) image source ; (b) image cible ; (c) résultat du recalage en considérant le terme de l'équation 5.10 ; (d) résultat du recalage avec la méthode préservant la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l'image ; (e) transformation issue du recalage de (a) sur (b) en considérant le terme de l'équation 5.10 et appliquée à une grille synthétique régulière ; (f) transformation issue du recalage de (a) sur (b) avec méthode préservant la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l'image et appliquée à une grille synthétique régulière.

Chapitre 6

Normalisation d'intensité

6.1	Approches existantes	112
6.1.1	Approches basées sur les histogrammes des images	112
6.1.2	Approches basées sur l'histogramme conjoint	114
6.1.3	Approches estimant une relation spatialement non stationnaire entre les intensités	114
6.2	Normalisation d'intensité : cas monomodal	115
6.2.1	Influence des erreurs de recalage sur l'histogramme conjoint	115
6.2.2	Élimination des échantillons de l'histogramme conjoint correspondant à des voxels mal recalés	116
6.2.3	Estimation de la transformation sur les intensités	117
6.2.4	Contributions de la normalisation d'intensité	119
6.2.5	Discussion	121
6.3	Normalisation d'intensité : extension multimodale	121
6.3.1	Méthodologie	121
6.3.2	Contribution au recalage d'images multimodales	125
6.3.3	Discussion	125

Dans le chapitre précédent, nous avons fait l'hypothèse lors du choix du critère de similarité que des points qui se correspondent dans les deux images ont la même intensité. Or cette hypothèse, en théorie valable pour des images monomodales, est en pratique rarement vérifiée, en particulier pour des images provenant d'appareils d'acquisition différents. Dès lors, deux alternatives sont possibles : soit estimer explicitement une transformation sur les intensités, soit utiliser des critères de similarité faisant des hypothèses moins restrictives sur la relation entre les intensités (cf. section 2.3.2). Nous avons choisi la première approche car elle permet de contrôler de manière explicite les hypothèses faites sur la relation entre les intensités. De plus, cela permet de continuer d'avoir recours, pour l'estimation des paramètres du modèle de déformation, à des critères basés sur la différence des intensités qui, de par leurs bonnes propriétés analytiques, s'avèrent plus efficaces à optimiser que des critères plus généraux tels que par exemple l'information mutuelle. Concernant le choix de la transformation sur les intensités, une simple mise à l'échelle par une normalisation par moyenne et écart-type est peu satisfaisante car la relation entre les intensités de deux images peut être non

linéaire, en particulier pour des images provenant de systèmes d'acquisition différents. On s'intéressera donc à la mise en correspondance non linéaire des intensités. Il est important de ne pas confondre le problème de normalisation d'intensité dans le sens où nous l'entendons ici, à savoir la détermination de la fonction permettant de mettre à jour les intensités d'une image pour qu'elles soient comparables à celles d'une autre image, avec le problème de correction des inhomogénéités de champs qui est déjà largement abordé dans la littérature [Wells 94, Sled 98, Nestares 00, Styner 00, Arnold 01].

Nous proposons dans un premier temps un état de l'art des différentes méthodes de mise en correspondance des intensités proposées dans la littérature. Puis, nous décrivons la méthode que nous avons proposée, basée sur l'estimation d'un mélange de gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint des deux images. Dans une troisième partie, nous proposons une extension de cette méthode au cas d'images IRM de pondérations différentes, proposant ainsi une alternative aux différentes méthodes de recalage multimodal proposées dans la littérature, principalement basées sur des critères de similarité issus de la théorie de l'information comme notamment l'information mutuelle.

6.1 Approches existantes

Nous proposons une classification suivant trois catégories des différentes méthodes de normalisation des intensités proposées dans la littérature. La première catégorie de méthodes utilise uniquement l'information portée par les histogrammes des deux images, la seconde a recours à l'histogramme conjoint entre les deux images et enfin la troisième utilise l'ensemble de l'information portée par l'image, permettant ainsi l'estimation d'une fonction de mise en correspondance des intensités spatialement non stationnaire.

6.1.1 Approches basées sur les histogrammes des images

Une première idée est d'effectuer une simple mise à l'échelle des intensités par une normalisation par moyenne et écart-type. En notant \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 les images à normaliser, μ_1 , μ_2 , σ_1 et σ_2 leurs moyennes et écarts-types respectifs, l'expression de la fonction f permettant de modifier les intensités j de l'image \mathcal{I}_2 est donnée par :

$$f(j) = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}(j - \mu_2) + \mu_1. \quad (6.1)$$

Une étape préliminaire souhaitable consiste à éliminer l'ensemble des voxels du fond de l'image pour ne pas biaiser l'estimation des différentes caractéristiques μ_1 , μ_2 , σ_1 et σ_2 . La méthode de normalisation par moyenne et écart-type s'avère cependant en pratique généralement insuffisante.

Une hypothèse plus satisfaisante est de considérer la distribution des intensités dans l'image comme un mélange de lois gaussiennes, chaque loi gaussienne représentant la distribution des intensités pour un type de tissu. Ainsi, Nestares et coll. proposent d'estimer à partir de l'histogramme de chacune des images un mélange de deux lois gaussiennes g_1 et g_2 , l'une modélisant la substance blanche et l'autre la substance grise [Nestares 00]. L'estimation des paramètres du mélange des deux lois gaussiennes est faite grâce à l'algorithme du simplexe en utilisant la fonction de coût robuste suivante afin de limiter

l'influence des voxels du fond de l'image :

$$E(\mu_1, \sigma_1, \alpha_1, \mu_2, \sigma_2, \alpha_2) = \sum_u \frac{1}{1 + (h(u) - g_1(u) - g_2(u))^2}, \quad (6.2)$$

avec $h(u)$ l'histogramme de l'image et g_i une loi gaussienne définie par :

$$g_i(u) = \frac{\alpha_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(u - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right). \quad (6.3)$$

La transformation sur les intensités est ensuite faite de sorte que la moyenne et la variance des distributions gaussiennes soient égales dans les deux images. Il s'agit donc en quelque sorte d'une normalisation par moyenne et écart-type appliquée à chacun des tissus du cerveau, la segmentation étant faite de manière implicite par l'estimation du mélange de lois gaussiennes. Suivant une idée similaire, Hellier propose l'estimation d'un mélange de cinq lois gaussiennes correspondant au fond de l'image, à la substance blanche, à la substance grise, au liquide céphalorachidien et à un mélange de muscles et de graisse [Hellier 03a]. L'estimation du mélange de gaussiennes est faite à partir de l'histogramme de chacune des images au sens du maximum de vraisemblance en utilisant l'algorithme *Expectation-Maximization* (EM). La fonction reliant les intensités est modélisée par un polynôme dont les coefficients sont estimés au sens des moindres carrés de sorte que les moyennes des distributions de chacun des tissus se correspondent dans les deux images. Christensen propose quant à lui d'utiliser les dérivés seconde, quatrième et sixième des histogrammes des deux images pour déterminer l'intensité correspondant au centre du pic représentatif de la matière blanche sur l'histogramme de chacune des images, cette valeur caractéristique étant ensuite utilisée pour déterminer un facteur d'échelle permettant de normaliser l'intensité entre les images [Christensen 03]. Ces trois approches [Nestares 00, Hellier 03a, Christensen 03] ont en commun de reposer sur des considérations anatomiques par le biais d'une segmentation implicite de l'image.

D'autres méthodes ont pour objectif d'estimer une transformation sur les intensités de telle sorte que les histogrammes des deux images soient les plus ressemblants possibles, sans tenir compte de réelles considérations anatomiques. Dans [Wang 98], un facteur d'échelle est estimé de sorte que les histogrammes des deux images soient les plus proches possibles au sens du critère des moindres carrés. Dans [Nyul 99], des points caractéristiques sont extraits de chacun des histogrammes (intensité minimum et maximum, percentiles) et sont mis en correspondance entre les deux histogrammes par une transformation affine par morceaux sur les intensités.

Les approches que nous venons de présenter ont pour avantage majeur de ne pas être sensibles aux erreurs de recalage car elles utilisent uniquement l'information portée par l'histogramme de chacune des images. Par contre, le domaine d'application de ces méthodes se limite essentiellement au cas d'images monomodales puisque l'information portée par les histogrammes des images n'est pas assez riche pour appréhender le cas des images multimodales dans lequel il peut être nécessaire d'estimer une fonction de mise en correspondance des intensités qui, à une valeur d'intensité donnée dans une image, associe plusieurs valeurs dans l'autre image en fonction du tissu d'appartenance.

6.1.2 Approches basées sur l'histogramme conjoint

Un moyen d'accéder à une information plus riche que celle obtenue grâce aux histogrammes des deux images est de considérer leur histogramme conjoint. L'histogramme conjoint est une matrice 2D qui à chaque élément h_{ij} associe le nombre de voxels ayant une intensité i dans \mathcal{I}_1 et j dans \mathcal{I}_2 . Cette représentation est particulièrement adaptée dès lors que les deux images sont parfaitement recalées puisqu'elle décrit complètement la relation entre les intensités des deux images. Bosc et coll. proposent, dans le cas de la normalisation d'intensité de séquences temporelles d'images recalées d'un même patient, d'estimer une fonction f reliant les intensités à partir de l'histogramme conjoint [Bosc 03]. Le modèle retenu pour f est une fonction spline par morceaux dont les paramètres sont estimés de telle sorte que, à chaque intensité i de \mathcal{I}_1 , la fonction f associe l'intensité correspondante la plus probable observée dans \mathcal{I}_2 .

Guimond et coll. proposent quant à eux d'avoir recours à l'histogramme conjoint pour l'estimation d'une fonction permettant de mettre à jour les intensités des images au cours du processus de recalage [Guimond 01]. La méthode proposée permet d'appréhender aussi bien le cas des images monomodales, grâce à l'estimation d'une fonction polynomiale, que le cas des images multimodales, grâce à l'estimation de deux fonctions, faisant ainsi l'hypothèse qu'à une valeur d'intensité donnée dans une image ne peuvent être associées que deux intensités différentes dans l'autre image. L'allure de l'histogramme conjoint étant grandement influencée par les erreurs de recalage (cf. section 6.2.1), l'estimation des coefficients des polynômes est faite par des méthodes d'optimisation robustes (LTS : *least trimmed squares* et RLS : *reweighted least squares*).

6.1.3 Approches estimant une relation spatialement non stationnaire entre les intensités

Une troisième catégorie d'approche requiert l'utilisation de l'ensemble de l'information portée par l'image pour l'estimation d'une fonction non stationnaire reliant les intensités, c'est-à-dire dont l'expression dépend des variables d'espace. Dans [Friston 95], la transformation $f_x\{\cdot\}$ sur les intensités s'exprime de manière générale comme une fonction non linéaire et spatialement non stationnaire $\gamma_x(\cdot)$ convoluée par un filtre $c(x)$:

$$f_x\{\cdot\} = c(x) * \gamma_x(\cdot). \quad (6.4)$$

La fonction $\gamma_x(\cdot)$ est exprimée comme une combinaison linéaire de fonctions de base relativement régulières dont les coefficients sont estimés au sens du critère des moindres carrés. Periaswamy et Farid proposent de considérer une partition de l'image et d'estimer sur chacune des régions composant cette partition une transformation localement affine sur les intensités [Periaswamy 03]. Enfin, Gupta et Prince proposent, dans le cadre de l'équation du flot optique, de ne pas faire l'hypothèse classique de conservation de l'intensité mais de modéliser une variation affine de l'intensité [Gupta 95].

Ces différentes approches ont le grand avantage de pouvoir répondre à la fois au problème de normalisation des intensités entre deux images et au problème relatif aux inhomogénéités de champ puisque la correction faite sur les intensités varie spatialement. Cependant, le risque de ces méthodes offrant un grand nombre de degrés de liberté sur la fonction reliant les intensités est de compenser non seulement les différences d'intensité liées aux différents problèmes d'acquisition de l'image, mais aussi les différences liées à

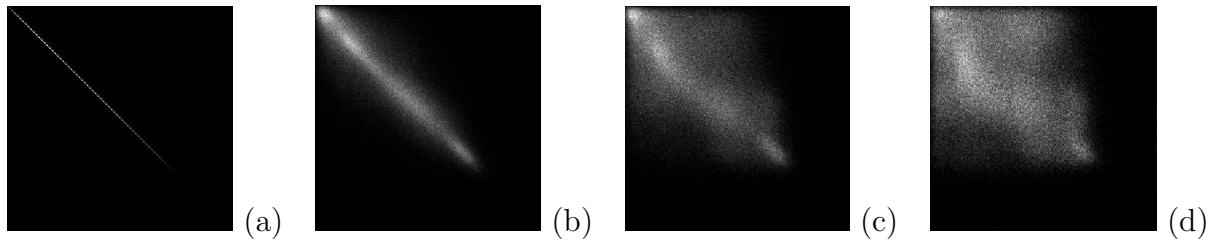


FIG. 6.1 – Influence des erreurs de recalage sur l'histogramme conjoint : (a) histogramme conjoint de deux images identiques parfaitement recalées ; (b) histogramme conjoint de deux images identiques translattées de 1 voxel suivant l'axe longitudinal ; (c) histogramme conjoint de deux images identiques translattées de 5 voxels suivant l'axe longitudinal ; (d) histogramme conjoint de deux images identiques translattées de 10 voxels suivant l'axe longitudinal.

la mauvaise mise en correspondance spatiale, empêchant ainsi l'estimation correcte du modèle de déformation.

6.2 Normalisation d'intensité : cas monomodal

Dans cette section, nous présentons une méthode originale de normalisation des intensités. Cette méthode est basée sur l'estimation d'un mélange de lois gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint. Cependant, comme nous l'avons souligné dans la section précédente, les méthodes ayant recours à l'histogramme conjoint sont très sensibles aux erreurs de recalage. Dans un premier temps, l'influence des erreurs de recalage sur l'allure de l'histogramme conjoint est illustrée. Ensuite, nous présentons un critère permettant d'éliminer les échantillons de l'histogramme conjoint ayant une forte probabilité de correspondre à des voxels mal recalés. Puis, nous détaillons la procédure permettant de déterminer la fonction de mise en correspondance des intensités grâce à l'estimation d'un mélange de lois gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint. Enfin, la contribution de la méthode est illustrée de manière qualitative et une discussion est proposée.

6.2.1 Influence des erreurs de recalage sur l'histogramme conjoint

L'influence des erreurs de recalage sur l'histogramme conjoint est un point très peu abordé dans la littérature. Le seul consensus est de dire que plus la dispersion des échantillons de l'histogramme conjoint est grande, moins le recalage est bon. Cette affirmation est à l'origine de nombreux critères de similarité statistiques quantifiant la dispersion des échantillons dans l'histogramme conjoint pour guider le recalage comme par exemple le critère de Woods ou le rapport de corrélation introduit par Roche. Cependant, l'étude qualitative ou quantitative de cette dispersion est mal connue. Il est intéressant de constater l'effet d'une erreur de translation sur l'allure de l'histogramme conjoint (cf. figure 6.1). Dès lors, il est facile de comprendre la difficulté d'estimer la relation entre les intensités de deux images directement à partir de leur histogramme conjoint. C'est pour cette raison que nous proposons d'effectuer un traitement préliminaire consistant à

éliminer les échantillons de l'histogramme conjoint ayant une forte probabilité de ne pas correspondre à des voxels bien recalés.

6.2.2 Élimination des échantillons de l'histogramme conjoint correspondant à des voxels mal recalés

Soient \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 deux images et $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction à estimer permettant de mettre en correspondance les intensités de l'image \mathcal{I}_2 avec celles de l'image \mathcal{I}_1 . Une première étape permettant d'éliminer les voxels correspondant au fond de l'image est effectuée. Cette étape est réalisée par un seuillage des voxels de faible intensité [Otsu 79] et par des opérations permettant, d'une part de récupérer la plus grande composante connexe de l'image segmentée, et d'autre part de remplir les trous présents dans le masque de segmentation. L'histogramme conjoint des deux images est ensuite calculé sur les N voxels de la zone de recouvrement entre les masques de segmentation des deux images. Soit $\{h_{ij}\}_{(i,j) \in [1,L] \times [1,M]}$ l'histogramme conjoint de \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 , h_{ij} correspondant au nombre de voxels ayant l'intensité i dans \mathcal{I}_1 et j dans \mathcal{I}_2 , L et M étant le nombre de niveaux de gris respectivement dans \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 . Soient $p_{ij} = \frac{h_{ij}}{N}$ la probabilité conjointe et $p_{i\bullet} = \sum_{j=1}^M p_{ij}$ et $p_{\bullet j} = \sum_{i=1}^L p_{ij}$ les probabilités marginales. Soit \mathcal{H}_0 l'hypothèse statistique suivante : \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 sont des réalisations de deux vecteurs aléatoires *indépendants* (par conséquent sans recalage sous-jacent). Sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 , le taux d'occupation h_{ij} du site (i, j) de l'histogramme conjoint suit une distribution binomiale : chacun des N voxels a une probabilité $p_{i\bullet}p_{\bullet j}$ d'être affecté au site h_{ij} et une probabilité $1 - p_{i\bullet}p_{\bullet j}$ d'être affecté ailleurs. Seuls les h_{ij} permettant de rejeter l'hypothèse \mathcal{H}_0 avec un seuil α (typiquement $\alpha = 0,05$) sont considérés. Les h_{ij} considérés pour l'estimation de la fonction de mise en correspondance des intensités doivent ainsi vérifier la condition suivante :

$$h_{ij} > \tilde{h}_{ij}^{haut}, \quad (6.5)$$

où \tilde{h}_{ij}^{haut} est défini par la relation $P_{h_{ij}^{\mathcal{H}_0}}(h_{ij} > \tilde{h}_{ij}^{haut}) = \alpha$, h_{ij} suivant sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 une distribution binomiale $\mathcal{B}(N, p_{i\bullet}p_{\bullet j})$ (cf. figure 6.2). On notera que les échantillons vérifiant la condition $h_{ij} < \tilde{h}_{ij}^{bas}$ qui permettraient aussi de rejeter l'hypothèse \mathcal{H}_0 avec un seuil α ne sont pas considérés car des faibles valeurs de h_{ij} ne peuvent pas correspondre à des voxels bien recalés.

Cependant, la condition (6.5) n'est pas toujours suffisante pour éliminer l'ensemble des échantillons correspondant à des voxels mal recalés. C'est pour cette raison que nous proposons une condition supplémentaire sur les échantillons restants. L'hypothèse considérée est que, dans le cas d'images monomodales, pour une intensité donnée dans une image, l'ensemble des intensités correspondantes dans l'autre image suit une distribution gaussienne. Ainsi, nous estimons à partir des échantillons restants pour chaque intensité i_0 de \mathcal{I}_1 (respectivement j_0 de \mathcal{I}_2) la valeur moyenne $\mu_{i_0\bullet}$ (respectivement $\mu_{\bullet j_0}$) et l'écart-type $\sigma_{i_0\bullet}$ (respectivement $\sigma_{\bullet j_0}$) des intensités correspondantes observées dans \mathcal{I}_2 (respectivement \mathcal{I}_1) grâce aux estimateurs robustes suivant [Rousseeuw 87] :

$$\begin{aligned} \mu_{i_0\bullet} &= \operatorname{med}_{i=i_0} j, \quad \sigma_{i_0\bullet} = 1.4826 \operatorname{med}_{i=i_0} |j - \mu_{i_0\bullet}|, \\ \mu_{\bullet j_0} &= \operatorname{med}_{j=j_0} i, \quad \sigma_{\bullet j_0} = 1.4826 \operatorname{med}_{j=j_0} |i - \mu_{\bullet j_0}|. \end{aligned} \quad (6.6)$$

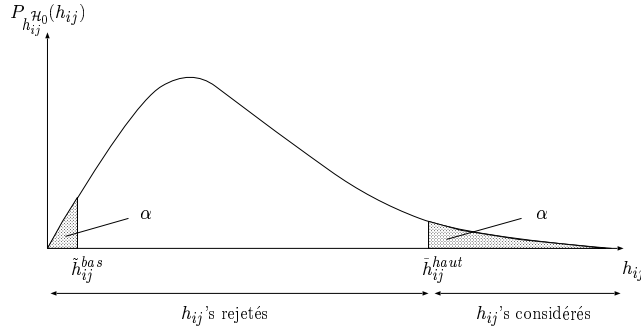


FIG. 6.2 – Définition des seuils \tilde{h}_{ij}^{bas} et \tilde{h}_{ij}^{haut} entre lesquels les échantillons h_{ij} permettent de rejeter l'hypothèse \mathcal{H}_0 avec un seuil α , h_{ij} suivant une loi binomiale. Les échantillons vérifiant la condition $h_{ij} < \tilde{h}_{ij}^{bas}$ ne sont pas considérés car de faibles valeurs de h_{ij} ne peuvent pas correspondre à des voxels bien recalés.

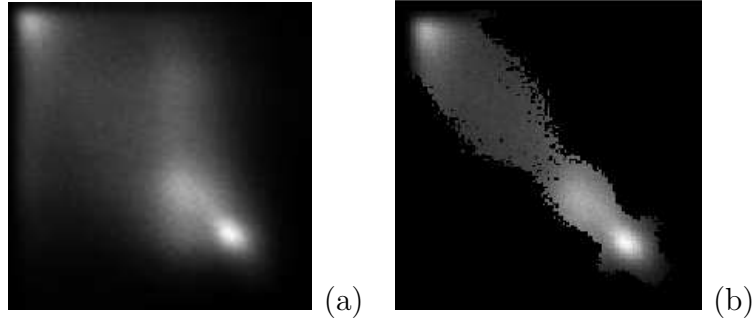


FIG. 6.3 – Élimination des échantillons ayant une forte probabilité de correspondre à des voxels mal recalés de l'histogramme conjoint de deux images réelles après un recalage affine : (a) histogramme brut ; (b) histogramme dont seuls les échantillons vérifiant les conditions (6.5) et (6.7) sont considérés.

Seuls les $h_{i_0 j_0}$ vérifiant la condition suivante sur les indices i_0 et j_0 sont considérés :

$$\begin{cases} \mu_{\bullet j_0} - z_\alpha \sigma_{\bullet j_0} < i_0 < \mu_{\bullet j_0} + z_\alpha \sigma_{\bullet j_0}, \\ \mu_{i_0 \bullet} - z_\alpha \sigma_{i_0 \bullet} < j_0 < \mu_{i_0 \bullet} + z_\alpha \sigma_{i_0 \bullet}. \end{cases} \quad (6.7)$$

avec z_α défini par $P_X(X \geq z_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$, $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ (typiquement $\alpha = 0,05$).

La figure 6.3 illustre l'effet des conditions (6.5) et (6.7) sur l'histogramme conjoint de deux images réelles après un recalage affine.

6.2.3 Estimation de la transformation sur les intensités

L'estimation de la transformation sur les intensités est faite en deux étapes. La première étape consiste à estimer un mélange de lois gaussiennes à partir des échantillons h_{ij} de l'histogramme conjoint vérifiant les conditions (6.5) et (6.7). La seconde étape concerne l'estimation à proprement parler de la transformation sur les intensités à partir de la représentation paramétrique de l'histogramme conjoint obtenue lors de l'estimation du mélange de lois gaussiennes.

Suivant l'hypothèse que les échantillons h_{ij} de l'histogramme conjoint suivent une distribution décrite par un mélange de K lois gaussiennes, la probabilité d'observer un

voxel $\mathbf{x} = [i \ j]^t$ ayant une intensité i dans \mathcal{I}_1 et j dans \mathcal{I}_2 est donnée par :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}) &= \sum_{k=1}^K \alpha_k p(\mathbf{x}|C_k), \\ p(\mathbf{x}) &= \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{2\pi|\boldsymbol{\Sigma}_k|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)^t \boldsymbol{\Sigma}_k^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)\right), \end{aligned} \quad (6.8)$$

où $p(\mathbf{x}|C_k)$ désigne la probabilité d'observer \mathbf{x} sachant qu'il appartient à la classe C_k , α_k est la probabilité *a priori* d'appartenance à la classe C_k et $\boldsymbol{\mu}_k$ et $\boldsymbol{\Sigma}_k$ sont respectivement la moyenne et la covariance de la loi gaussienne représentative de la classe C_k . Il s'agit dès lors d'estimer l'ensemble des paramètres $\boldsymbol{\Theta} = (\alpha_1, \boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1, \dots, \alpha_k, \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k, \dots, \alpha_K, \boldsymbol{\mu}_K, \boldsymbol{\Sigma}_K)$ du modèle de mélange de lois gaussiennes. Nous avons fait le choix d'estimer ces paramètres au sens du maximum de vraisemblance grâce à l'algorithme *Expectation-Maximization* (EM) [Dempster 77]. L'estimation des paramètres est ainsi conduite de manière itérative jusqu'à convergence grâce aux relations suivantes [Bilmes 97] :

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_k^{iter+1} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N p(C_k|\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\Theta}^{iter}), \\ \boldsymbol{\mu}_k^{iter+1} &= \frac{\sum_{t=1}^N \mathbf{x}_t p(C_k|\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\Theta}^{iter})}{\sum_{t=1}^N p(C_k|\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\Theta}^{iter})}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_k^{iter+1} &= \frac{\sum_{t=1}^N (\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\mu}_k^{iter+1})(\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\mu}_k^{iter+1})^t p(C_k|\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\Theta}^{iter})}{\sum_{t=1}^N p(C_k|\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\Theta}^{iter})}, \end{aligned} \right. \quad (6.9)$$

avec :

$$p(C_k|\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\Theta}^{iter}) = \frac{\alpha_k^{iter} p(\mathbf{x}_t|C_k, \boldsymbol{\Theta}^{iter})}{\sum_{k=1}^K \alpha_k^{iter} p(\mathbf{x}_t|C_k, \boldsymbol{\Theta}^{iter})}. \quad (6.10)$$

L'initialisation utilisée pour l'estimation des paramètres $\boldsymbol{\Theta}$ est obtenue par l'algorithme des K-moyennes [Duda 01].

Le choix du nombre K de lois gaussiennes ne semble pas être crucial. De manière générale, il semble préférable de surestimer ce nombre, typiquement $K = 10$. Au-delà, les résultats ne sont plus significativement différents. Le fait de surestimer ce nombre permet, en présence d'échantillons aberrants (*outliers*), de prendre en compte ces échantillons par une ou plusieurs lois gaussiennes, permettant ainsi d'éviter de biaiser l'estimation des paramètres des lois gaussiennes représentatives d'échantillons bien recalés. Les lois gaussiennes modélisant les échantillons aberrants sont généralement caractérisées par une faible probabilité d'appartenance, puisque le nombre d'échantillons aberrants est censé être faible par rapport au nombre d'échantillons correspondant à des voxels bien recalés. Ainsi, leur impact sur la représentation paramétrique finale est moindre. L'impact aurait

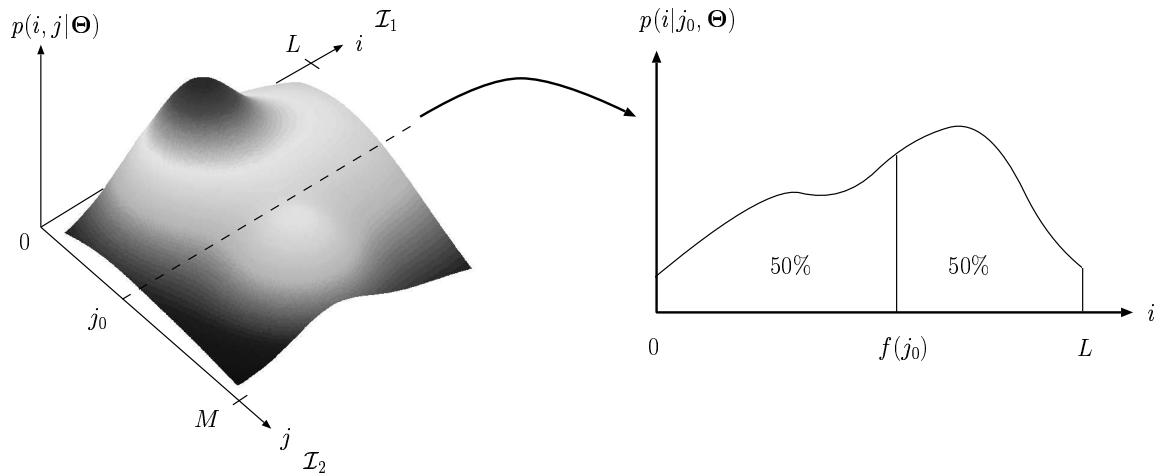


FIG. 6.4 – Détermination de la fonction f de mise à jour des intensités : elle est définie pour chaque intensité j_0 de \mathcal{I}_2 comme la valeur médiane i observée dans \mathcal{I}_1 selon le modèle de mélange de lois gaussiennes.

par contre été beaucoup plus important si les échantillons aberrants avaient été pris en compte dans l'estimation des lois gaussiennes représentatives d'échantillons bien recalés dont les paramètres auraient ainsi été biaisés.

La fonction f , permettant de mettre à jour les intensités, est ensuite déterminée à partir du modèle de mélange de lois gaussiennes estimé. Elle est définie pour chaque intensité j_0 de \mathcal{I}_2 comme la valeur médiane i observée dans \mathcal{I}_1 selon le modèle de mélange de lois gaussiennes (cf. figure 6.4) :

$$\forall j_0 \in [0, M], \int_0^{f(j_0)} p(i | j_0, \Theta) di = \frac{1}{2} \int_0^L p(i | j_0, \Theta) di. \quad (6.11)$$

Cette fonction est calculée plusieurs fois au cours du processus de recalage pour mettre à jour les intensités de l'image de référence \mathcal{I}_2 .

6.2.4 Contributions de la normalisation d'intensité

La contribution de la méthode de normalisation d'intensité que nous venons de décrire est illustrée qualitativement sur un exemple de segmentation automatique par transport d'atlas de la substance blanche, de la substance grise et du liquide céphalorachidien (figure 6.5). La comparaison a été réalisée en utilisant au cours du recalage, soit la méthode que nous avons proposée avec $K = 10$ lois gaussiennes (10-JHGM), soit une normalisation par moyenne et écart-type (MS). Les résultats montrent que l'utilisation de la normalisation par moyenne et écart-type conduit à sous-estimer la substance blanche et à surestimer la substance grise et le liquide céphalorachidien. Des conclusions similaires ont déjà été mises en évidence auparavant dans la littérature [Crivello 02] mais n'ont pas été reliées à des problèmes de normalisation des intensités. L'utilisation de la méthode 10-JHGM conduit manifestement à de meilleurs résultats de segmentation. Des résultats quantitatifs sur la contribution de la méthode que nous avons proposée par rapport à trois autres méthodes de normalisation d'intensité sont présentés dans la troisième partie de ce document, consacrée à la validation.

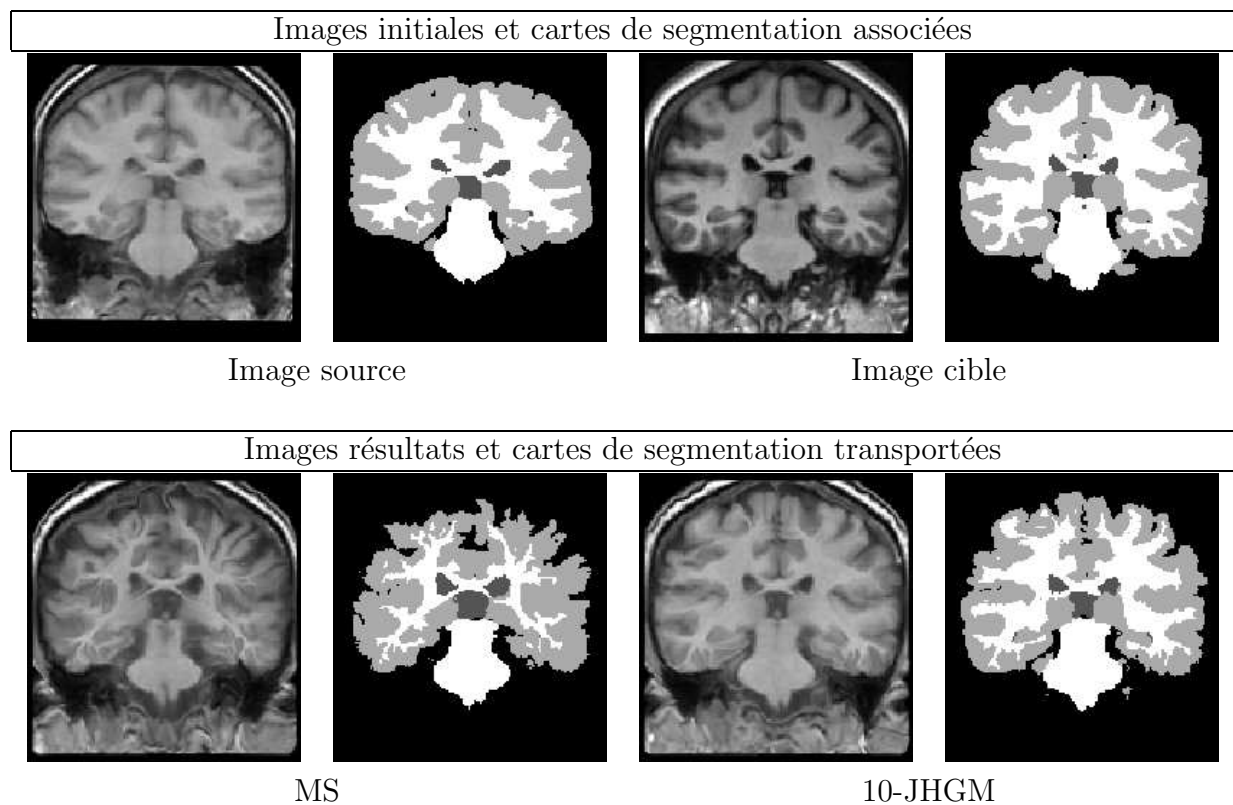


FIG. 6.5 – Illustration de la contribution de la méthode de normalisation des intensités que nous avons proposée (10-JHGM) par rapport à la normalisation par moyenne et écart-type (MS) au travers d'un exemple de segmentation automatique par transport d'atlas de la substance blanche, de la substance grise et du liquide céphalorachidien. En utilisant la normalisation par moyenne et écart-type, la substance blanche est sous-estimée tandis que la substance grise et le liquide céphalorachidien sont surestimés (les cartes de segmentation transportées sont à comparer avec la carte de segmentation de l'image cible).

6.2.5 Discussion

Nous tenons enfin à discuter la légitimité du choix de la représentation de l'histogramme conjoint par un mélange de lois gaussiennes. Cette représentation revient en fait à considérer une segmentation implicite des structures anatomiques des deux images. Dans la méthode proposée par Hellier [Hellier 03a], la segmentation est faite indépendamment sur chacune des images en estimant un mélange de lois gaussiennes sur chacun des histogrammes. Dans la méthode que nous avons proposée, la segmentation est faite conjointement sur les deux images en ne considérant que les échantillons de l'histogramme conjoint correspondant à des voxels bien recalés grâce aux critères proposés dans la section 6.2.2. Ainsi, la segmentation n'est définie que sur les voxels supposés bien recalés. La segmentation considérée est implicite car en pratique aucune étiquette spécifique n'est affecté à chaque voxel pour le calcul de la fonction reliant les intensités, seules les probabilités d'appartenance à chacune des classes sont considérées. De plus, le nombre des classes étant en général surestimé par rapport au nombre réel de tissus anatomiques, la segmentation obtenue n'a pas forcément une véritable signification anatomique, un tissu pouvant être segmenté en plusieurs classes distinctes.

Il est aussi important de souligner que la fonction reliant les intensités est mise à jour plusieurs fois au cours du processus du recalage, l'estimation devenant de plus en plus fine à mesure que les images sont mieux recalées. En effet, un plus grand nombre d'échantillons de l'histogramme conjoint sont considérés à mesure que les images sont mieux recalées, augmentant ainsi la précision de la segmentation implicite obtenue lors de l'estimation du mélange de lois gaussiennes.

6.3 Normalisation d'intensité : extension multimodale

Une hypothèse forte faite dans la procédure de normalisation des intensités présentée précédemment est qu'à chaque intensité d'une image est associée une unique intensité dans l'autre image. Cette hypothèse de relation fonctionnelle entre les intensités n'est plus vérifiée dans le cas d'images multimodales où deux voxels ayant la même intensité dans une modalité peuvent être associés à des voxels ayant des intensités différentes dans l'autre modalité. Nous proposons donc d'étendre la méthode de normalisation des intensités présentée dans la section précédente au cas d'images IRM de pondérations différentes en considérant une segmentation explicite de chacune des images et en estimant une fonction de mise en correspondance affine des intensités sur chacun des tissus.

6.3.1 Méthodologie

La procédure de normalisation des intensités proposée dans le cas d'images multimodales est composée des étapes suivantes (cf. figure 6.6) :

- calcul de l'histogramme conjoint ;

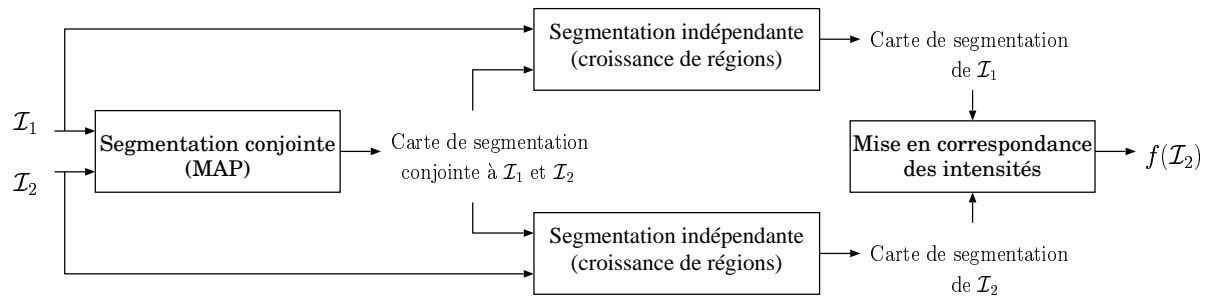


FIG. 6.6 – Principe général de la procédure de normalisation des intensités dans le cas d'images IRM de pondérations différentes.

- élimination des échantillons de l'histogramme conjoint ayant une forte probabilité de correspondre à des voxels mal recalés grâce à la condition (6.5)¹ ;
- estimation d'un mélange de K lois gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint selon la méthode décrite section 6.2.3 ;
- segmentation explicite des deux images en K classes au sens du maximum *a posteriori* (MAP) en utilisant le modèle de mélange de lois gaussiennes : seuls les voxels considérés comme bien recalés au sens du critère (6.5) sont affectés d'une étiquette ;
- étiquetage des voxels non considérés à l'étape précédente par un algorithme de croissance de régions appliqué à chacune des images en utilisant comme initialisation la segmentation conjointe obtenue à l'étape précédente ;
- mise à jour des intensités de l'image de référence grâce à des fonctions affines définies sur chacune des classes grâce à leurs caractéristiques (moyenne, écart-type et covariance).

Nous décrivons dans un premier temps les méthodes permettant d'obtenir la segmentation explicite des deux images, puis nous présentons la procédure de mise à jour des intensités.

6.3.1.1 Segmentation explicite des images

La segmentation des images est faite en deux étapes. La première étape consiste en une segmentation conjointe des deux images uniquement sur les voxels supposés bien recalés. La seconde étape consiste à poursuivre la segmentation de manière indépendante sur chacune des images sur l'ensemble des voxels n'ayant pas été considérés à l'étape précédente. Nous noterons dans la suite $\mathcal{L}_{\mathcal{I}_1}$ et $\mathcal{L}_{\mathcal{I}_2}$ les cartes de segmentation correspondant respectivement à \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 .

Segmentation conjointe. La segmentation conjointe est effectuée grâce à l'estimation d'un mélange de K lois gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint dont seuls les échantillons vérifiant la condition (6.5) sont considérés (cf. section 6.2.3). Ensuite, à chaque voxel supposé bien recalé, ayant une intensité i dans \mathcal{I}_1 et j dans \mathcal{I}_2 , est associée

¹La condition (6.7) n'est valable que dans le cas des images monomodales car elle fait l'hypothèse d'une relation fonctionnelle entre les intensités.

la classe C maximisant la probabilité *a posteriori* :

$$\begin{aligned} C &= \arg \max_{C_k \in \{C_1, \dots, C_K\}} p(C_k | i, j), \\ C &= \arg \max_{C_k \in \{C_1, \dots, C_K\}} p(i, j | C_k) p(C_k). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Le résultat obtenu est une carte de segmentation conjointe aux deux images dont seuls les voxels supposés bien recalés sont affectés d'une étiquette.

Segmentation indépendante. Il s'agit dans un second temps d'affecter une étiquette à tous les voxels qui n'ont pas été considérés lors de l'étape précédente de segmentation. Ces voxels étant supposés mal recalés, il n'est pas possible de tirer parti de l'information des deux images simultanément pour déterminer leur étiquette. Par conséquent, leur classification est conduite de manière indépendante sur chacune des images. Dans ce but, nous avons proposé le recours à un algorithme de croissance de régions. Ainsi, il est possible d'étendre la segmentation obtenue à l'étape précédente en tirant parti de l'information de voisinage spatial.

Le principe de la méthode de segmentation par croissance de régions, décrit dans l'algorithme 4, est le suivant. Pour chaque voxel \mathbf{s} non étiqueté et ayant au moins un voxel étiqueté dans son voisinage $\mathcal{V}(\mathbf{s})$, une valeur potentielle d'étiquette est obtenue en considérant l'étiquette du voxel dans le voisinage $\mathcal{V}(\mathbf{s})$ ayant l'intensité la plus proche. Si la différence entre l'intensité du voxel \mathbf{s} considéré et la moyenne de classe correspondant à l'étiquette candidate est inférieure à un certain seuil d'agrégation, alors l'étiquette est effectivement assignée au voxel, sinon le voxel \mathbf{s} sera à nouveau considéré ultérieurement. La valeur du seuil d'agrégation considéré est proportionnelle à l'écart-type de la classe candidate et est augmentée progressivement au cours de l'algorithme, permettant ainsi d'éviter à un voxel ayant un unique voisin étiqueté d'être automatiquement affecté de cette même étiquette. Dans l'implantation que nous avons réalisée, le voisinage $\mathcal{V}(\mathbf{s})$ considéré est celui des six plus proches voisins.

6.3.1.2 Mise à jour des intensités

Une fois les deux images \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 segmentées, il s'agit de déterminer la fonction permettant de mettre à jour les intensités de \mathcal{I}_2 . Nous faisons l'hypothèse d'une relation affine entre les intensités des tissus se correspondant dans les deux images. À partir de la segmentation des deux images, nous pouvons calculer les intensités moyennes $\mu_{1;k}$ et $\mu_{2;k}$ et les écarts-types $\sigma_{1;k}$ et $\sigma_{2;k}$ de chacun des tissus dans chacune des images. Par ailleurs, la covariance $cov_{12;k}$ entre les intensités de chacune des classes est calculée sur les voxels correspondants ayant été affectés de la même étiquette dans les deux images :

$$cov_{12;k} = \frac{\sum_{\mathbf{s}} (\mathcal{I}_1(\mathbf{s}) - \mu_{1;k}) (\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mu_{2;k}) \delta_{(\mathcal{L}_{\mathcal{I}_1}(\mathbf{s}),k)} \delta_{(\mathcal{L}_{\mathcal{I}_2}(\mathbf{s}),k)}}{\sum_{\mathbf{s}} \delta_{(\mathcal{L}_{\mathcal{I}_1}(\mathbf{s}),k)} \delta_{(\mathcal{L}_{\mathcal{I}_2}(\mathbf{s}),k)}}, \quad (6.13)$$

$\delta_{(i,j)}$ étant le symbole de Kronecker, valant 1 si $i = j$ et 0 sinon. Ainsi, l'intensité de chaque voxel de \mathcal{I}_2 appartenant à la classe k est mis à jour par une fonction f_k définie

Alg. 4 Algorithme de segmentation par croissance de régions

But : Associer une étiquette aux voxels de \mathcal{I} non considérés lors de la segmentation conjointe.

Initialisation :

le résultat de l'étape de segmentation conjointe en K classes : $\mathcal{L}_{\mathcal{I}}(\mathbf{s})$

les paramètres de chacune des K classes : $\{\mu_k, \sigma_k\}$

Méthode :

$seuil \leftarrow 0$

Répéter

$seuil \leftarrow seuil + incr$ /* $incr$ est fixé à 0,25 dans l'implantation réalisée */

Répéter

Pour tous les voxels \mathbf{s} affectés d'aucune étiquette

/* Soit $\mathcal{V}(\mathbf{s})$ l'ensemble des voxels étiquetés dans le voisinage de \mathbf{s} */

Si ($Card\{\mathcal{V}(\mathbf{s})\} > 0$)

$label \leftarrow \{\mathcal{L}_{\mathcal{I}}(\mathbf{u}) \mid \mathbf{u} = \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathcal{V}(\mathbf{s})} (\mathcal{I}(\mathbf{s}) - \mathcal{I}(\mathbf{u}))\}$

Si ($|I(\mathbf{s}) - \mu_{label}| < seuil \cdot \sigma_{label}$)

$\mathcal{L}_{\mathcal{I}}(\mathbf{s}) = label$

Fin Si

Fin Si

Fin Pour

Jusqu'à ce qu'aucune étiquette ne soit plus mise à jour

Jusqu'à ce que tous les voxels soient étiquetés

Sortie : Carte de segmentation $\mathcal{L}_{\mathcal{I}}$ de \mathcal{I} définie pour l'ensemble des voxels de \mathcal{I}

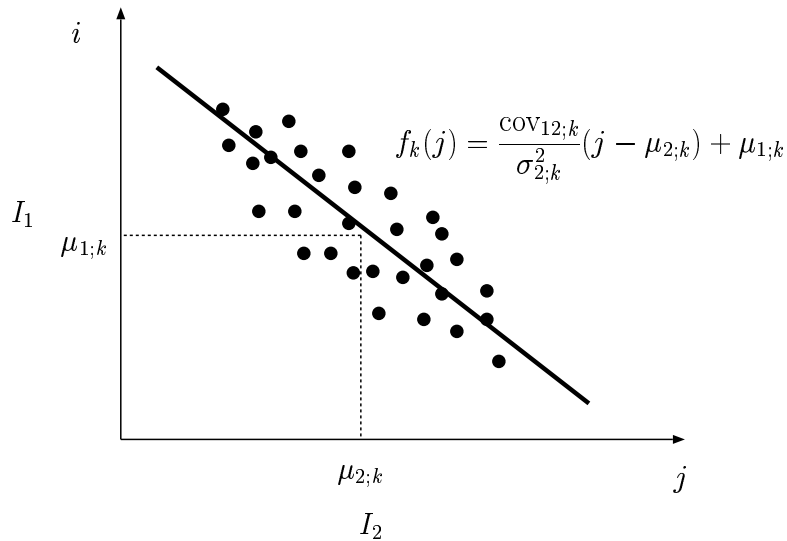


FIG. 6.7 – Mise à jour des intensités dans le cas multimodal : à partir de tous les voxels en correspondance de \mathcal{I}_1 et \mathcal{I}_2 affectés de la même étiquette k , une fonction affine f_k est estimée par régression linéaire au sens des moindres carrés. La fonction f_k est ensuite utilisée pour mettre à jour les intensités j des voxels de \mathcal{I}_2 affectés de l'étiquette k .

par (cf. figure 6.7) :

$$\begin{aligned}
 f_k(\mathcal{I}_2(\mathbf{s})) &= \arg \max_i p(i | \mathcal{I}_2(\mathbf{s}), C_k), \\
 &= \frac{\text{COV}_{12;k}}{\sigma_{2;k}^2} (\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mu_{2;k}) + \mu_{1;k}.
 \end{aligned}
 \tag{6.14}$$

6.3.2 Contribution au recalage d'images multimodales

La contribution de la méthode de normalisation des intensités proposée dans le cas d'images IRM de pondérations différentes est illustrée figure 6.8 par le recalage d'images réelles de modalité T_1 et T_2 . L'inspection visuelle du résultat montre que la plupart des structures anatomiques sont mises en correspondance correctement. Cependant, en examinant de manière plus précise le liquide céphalorachidien, qui apparaît en intensité sombre dans la modalité T_1 et en intensité claire dans la modalité T_2 , on observe qu'il tend à être sous-estimé lors du recalage. En effet, les ventricules de l'image recalée sont plus petits que ceux de l'image de référence et l'espace entre le cerveau et la boîte crânienne de l'image recalée est plus faible que celui dans l'image de référence.

Une évaluation quantitative de la contribution de cette méthode de mise en correspondance des intensités est proposée dans la troisième partie de ce document consacrée à la validation sur des images IRM simulées pondérées T_1 , T_2 et densité de protons.

6.3.3 Discussion

La méthode que nous venons de proposer pour le recalage d'images multimodales est basée sur une segmentation explicite des images. Au travers de cette approche, nous mettons en évidence que les problèmes de recalage et de segmentation sont étroitement

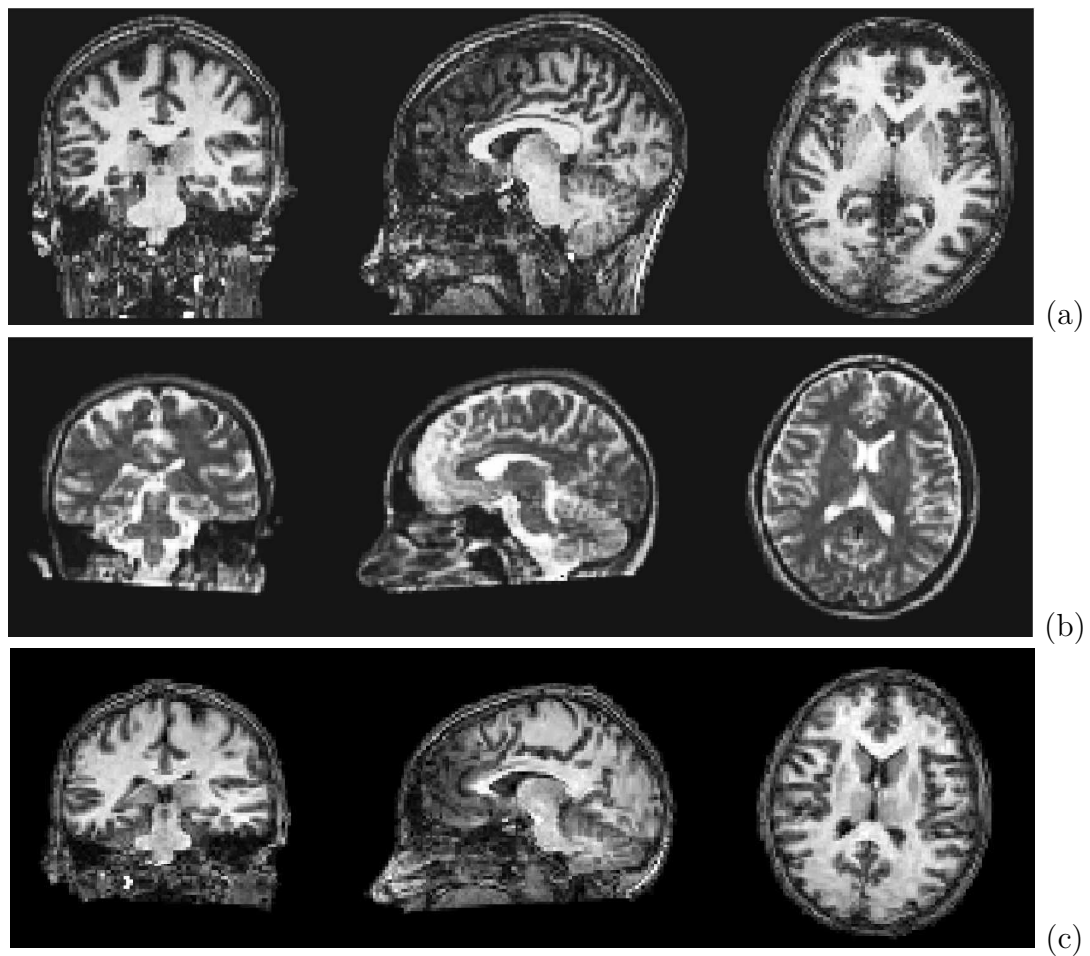


FIG. 6.8 – Exemple de recalage d'images multimodales réelles : (a) image source (T_1); (b) image cible (T_2); (c) image résultat issue du recalage de (a) sur (b).

liés. L'étape de segmentation est utilisée pour guider le recalage. Le recalage permet ensuite d'affiner la segmentation car, étant effectuée conjointement sur les images, elle devient de plus en plus précise à mesure que les images sont mieux recalées. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature pour aborder conjointement le problème du recalage et de la segmentation, afin de tirer parti de la coopération des méthodes dédiées à la résolution de chacun de ces problèmes. Yezzi et coll. proposent une formulation variationnelle permettant d'effectuer conjointement une segmentation du crâne grâce à des contours actifs et un recalage affine [Yezzi 03]. De nombreux autres travaux privilégient une formulation bayésienne du problème de recalage et de segmentation conjointe [Wyatt 03, Xiaohua 04, Xiaohua 05, Ashburner 05]. Cependant, la mise en pratique de ces méthodes revient en général à estimer successivement de manière itérative le recalage puis la segmentation, conduisant à des approches similaires à celle que nous avons proposée et qui ne permettent de garantir la convergence que vers un minimum local. Il serait donc intéressant de proposer une résolution conjointe de ce problème, sans découpler l'estimation de la segmentation de celle du recalage.

Chapitre 7

Méthodes d'optimisation et mise en œuvre du recalage

7.1	Estimation des paramètres du modèle de déformation . . .	129
7.1.1	Optimisation hiérarchique par bloc	130
7.1.2	Méthodes d'optimisation	132
7.2	Mise en œuvre du recalage	134
7.2.1	Prétraitements	134
7.2.2	Réduction du nombre de paramètres	135
7.2.3	Interpolation	135
7.3	Récapitulatif de l'algorithme final	137

Ce chapitre a pour but de faire le lien entre les chapitres de la seconde partie de ce mémoire afin de décrire les différents éléments nécessaires à l'implantation de la méthode de recalage que nous avons proposée. Dans un premier temps, nous décrivons les méthodes d'optimisation permettant l'estimation des paramètres du modèle de déformation décrit dans le chapitre 3 pour la fonction de coût présentée dans le chapitre 5. Les paramètres sont estimés de telle sorte que la contrainte de conservation de la topologie, introduite au chapitre 4, soit respectée. Dans un second temps, nous décrivons certains détails permettant une implantation efficace de la méthode de recalage (prétraitements, réduction du nombre de paramètres, méthode d'interpolation). Nous présentons enfin un récapitulatif de l'algorithme de recalage.

7.1 Estimation des paramètres du modèle de déformation

Rappelons que l'estimation de la transformation permettant la mise en correspondance spatiale entre deux images revient à la résolution du problème d'optimisation sous contraintes suivant :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\forall (x,y,z) \in \Omega, J_{min} < J_{\mathbf{h}}(x,y,z) < J_{max}} E(\mathcal{I}_1(\mathbf{h}), \mathcal{I}_2, \mathbf{h}), \quad (7.1)$$

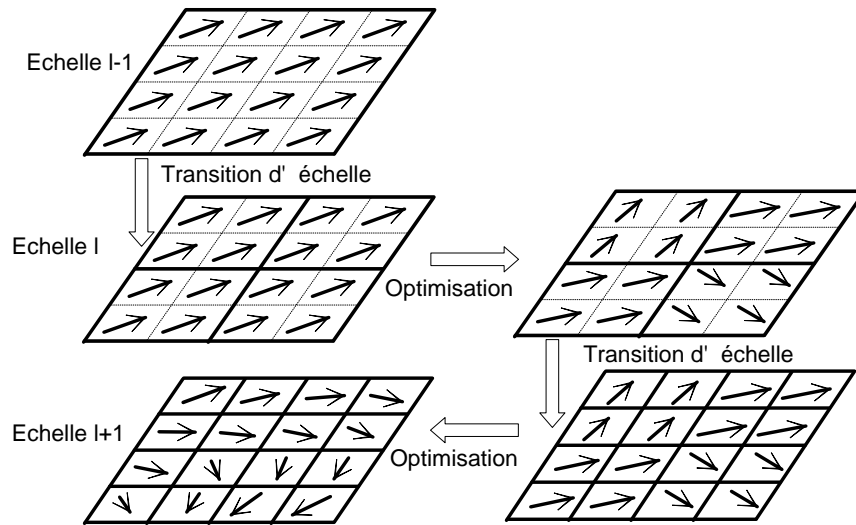


FIG. 7.1 – Illustration dans le cas 2D de l’algorithme d’optimisation hiérarchique en considérant des fonctions B-splines de degré 0 (base de Haar).

avec $\hat{\mathbf{h}}$ la transformation recherchée et E une fonction de coût représentative de la similarité des images et du comportement du champ de déformation. Au chapitre 4, nous avons présenté les éléments nécessaires à la résolution de ce problème d’optimisation sous contraintes. Dans cette section, nous décrivons les méthodes d’optimisation que nous avons utilisées et la manière dont nous avons intégré les contraintes détaillées au chapitre 4. Une première partie est consacrée à l’estimation hiérarchique par bloc des paramètres. Puis nous décrivons et comparons les deux méthodes d’optimisation que nous avons mises en œuvre, à savoir la méthode par descente de gradient et la méthode de Levenberg-Marquardt. Une brève discussion sur le choix des critères d’arrêt utilisés dans ces algorithmes d’optimisation est enfin proposée.

7.1.1 Optimisation hiérarchique par bloc

Optimisation hiérarchique. L’idée principale de l’optimisation hiérarchique est de ne pas estimer directement la transformation $\mathbf{h} \in \mathcal{H}$, mais d’estimer une succession de transformations \mathbf{h}^l de complexité croissante définies sur des sous-espaces emboîtés $V_0 \subset \dots \subset V_l \subset \dots \subset \mathcal{H}$ de sorte que \mathbf{h}^l converge vers \mathbf{h} lorsque l’échelle l tend vers l’infini (cf. section 3.4). La figure 7.1 permet d’illustrer le principe d’optimisation hiérarchique dans le cas 2D de fonctions B-splines de degré 0 (base de Haar). Les paramètres du modèle de déformation à l’échelle l sont déduits des paramètres estimés à l’échelle $l - 1$ par une étape de transition d’échelle (cf. section 3.4). Ainsi, la transformation obtenue à l’échelle l est exactement égale à celle de l’échelle $l - 1$, mais exprimée avec des fonctions de base ayant un support deux fois plus compact. Les paramètres à l’échelle l sont ensuite mis à jour afin de minimiser la fonction de coût E tout en vérifiant les conditions sur le jacobien. La transformation obtenue à la fin de l’étape d’optimisation est ensuite utilisée pour déterminer les paramètres de la transformation à l’échelle $l + 1$ qui serviront d’initialisation à une nouvelle phase d’optimisation conduite à cette échelle.

Optimisation par bloc. Pour l'estimation des paramètres à une échelle donnée, nous avons recours à une stratégie du type Gauss-Seidel : chaque fonction de base $\phi_{i,j,k}^l$ est considérée tour à tour et le jeu de paramètres associé $\{a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l\}$ est mis à jour conjointement. La dénomination d'optimisation par bloc fait référence aux supports des fonctions de base. Nous avons privilégié cette approche par bloc plutôt qu'une estimation conjointe de l'ensemble des paramètres principalement pour deux raisons. La première raison tient à la résolution du problème d'optimisation sous contraintes présenté dans l'équation 7.1 qui peut s'avérer particulièrement inefficace dans le cas d'une optimisation conjointe de l'ensemble des paramètres. En effet, il est possible que quelques paramètres proches de la frontière de l'espace admissible des paramètres empêchent l'estimation correcte des autres paramètres. Par exemple, dans une stratégie d'optimisation par descente de gradient sur l'ensemble des paramètres, le pas maximum admissible δ^+ est calculé comme la borne inférieure de tous les δ^+ calculés pour chacun des jeux de paramètres $\{a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l\}$ (cf. section 4.3.3 pour la définition et la procédure d'estimation de δ^+). Donc, si un seul δ^+ est nul, l'estimation de l'ensemble des autres paramètres s'avère impossible¹. Par ailleurs, l'optimisation par bloc s'est montrée plus efficace en terme de vitesse de convergence des paramètres. La seconde raison pour laquelle l'approche par bloc a été privilégiée repose sur des considérations liées à la gestion de l'espace mémoire. Les méthodes d'optimisation que nous décrivons dans la suite nécessitent le calcul du gradient et du hessien du critère E par rapport aux paramètres. Dans le cas d'une optimisation conjointe de l'ensemble des paramètres, la matrice hessienne considérée serait de taille $nb_{param} \times nb_{param}$, ce qui, dans le cas du modèle de déformation que nous avons utilisé, à la résolution $l = 5$, représente une matrice de pratiquement 8 milliards d'éléments ! Dans le cas de l'optimisation par bloc, les matrices hessiennes manipulées sont seulement de taille 3×3 .

Cependant, l'approche par bloc présente une sensibilité plus grande aux minima locaux d'énergie par rapport à l'approche d'estimation conjointe des paramètres, le résultat obtenu pouvant dépendre de l'ordre dans lequel sont considérés les différents blocs. Ainsi, le parcours des blocs dans l'ordre lexicographique s'est avéré dans certains cas conduire à une solution sous-optimale. Pour minimiser l'influence de l'ordre dans lequel sont considérés les blocs, nous utilisons la propriété suivante :

$$(|i - i'| > b_\phi^l \text{ et } |j - j'| > b_\phi^l \text{ et } |k - k'| > b_\phi^l) \Rightarrow (\Omega_{i,j,k}^l \cap \Omega_{i',j',k'}^l = \emptyset), \quad (7.2)$$

b_ϕ correspondant à la taille du support de la fonction d'échelle ϕ^l . Cela signifie qu'un grand nombre de blocs peuvent être mis à jour conjointement de manière indépendante du fait que les supports des fonctions de bases sont disjoints. Nous proposons donc le parcours suivant pour considérer les blocs :

Pour $i_0 = 0, \dots, b_\phi^l; j_0 = 0, \dots, b_\phi^l; k_0 = 0, \dots, b_\phi^l$
Pour $i = i_0, \dots, I; j = j_0, \dots, J; k = k_0, \dots, K$ par pas de b_ϕ^l
 Optimisation locale sur $\Omega_{i,j,k}^l$
Fin Pour
Fin Pour

¹Il pourrait bien sûr être imaginé pour contourner ce problème de ne mettre à jour conjointement que les paramètres caractérisés par un δ^+ supérieur à un certain seuil. Mais globalement, le nombre d'itérations nécessaires pour arriver jusqu'à convergence de l'ensemble des paramètres serait beaucoup plus grand que dans le cas de l'optimisation par bloc.

Cette technique s'apparente à des techniques de coloriage utilisées dans la remise à jour des sites dans le cas de modèles markoviens. Elle se prête assez naturellement à une implantation parallèle [Salomon 05].

7.1.2 Méthodes d'optimisation

Nous présentons dans cette section les méthodes d'optimisation auxquelles nous avons eu recours pour l'estimation des paramètres du modèle de déformation. Nous avons choisi de recourir à des approches déterministes étant donnée la dimensionnalité importante du problème considéré. De plus, nous profitons des propriétés du modèle paramétrique de déformation et des fonctions de coût considérées qui permettent d'accéder à des expressions analytiques explicites des caractéristiques différentielles du critère. Ainsi, nous avons implanté et comparé deux méthodes d'optimisation, à savoir l'algorithme de descente de gradient et la méthode de Levenberg-Marquardt [Marquardt 63, Press 92, Rao 96].

7.1.2.1 Algorithme de descente de gradient

L'algorithme de descente de gradient consiste, pour un jeu de paramètres $[a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l]^t$, à calculer une direction de descente \mathbf{d} et un pas optimal $\hat{\delta}$ suivant cette direction de telle sorte que les paramètres mis à jour sont obtenus par la relation :

$$[\hat{a}_{x;i,j,k}^l, \hat{a}_{y;i,j,k}^l, \hat{a}_{z;i,j,k}^l]^t = [a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l]^t + \hat{\delta} \mathbf{d}. \quad (7.3)$$

La direction de descente utilisée dans le cas de l'algorithme classique de descente de gradient correspond à l'opposé du gradient du critère par rapport au jeu de paramètres considéré :

$$\mathbf{d} = - \left[\frac{\partial E}{\partial a_{x;i,j,k}^l}, \frac{\partial E}{\partial a_{y;i,j,k}^l}, \frac{\partial E}{\partial a_{z;i,j,k}^l} \right]^t \quad (7.4)$$

L'annexe C présente les expressions explicites du gradient pour les différents critères considérés au chapitre 5. Concernant la contrainte sur les valeurs du jacobien, nous avons vu au chapitre 4 que l'ensemble des pas δ admissibles est contenu dans l'intervalle $[0; \delta^+]$, la procédure permettant d'estimer la borne supérieure admissible δ^+ étant décrite section 4.3.3.3. L'estimation du pas optimal $\hat{\delta} \in [0; \delta^+]$ est faite grâce à une procédure de minimisation de ligne du type recherche par section du nombre d'or [Press 92].

Cependant, la méthode d'optimisation par descente de gradient présente plusieurs inconvénients. D'une part, la procédure de minimisation de ligne peut s'avérer coûteuse en temps de calcul et la détermination du pas maximum admissible δ^+ requiert une charge calculatoire importante. D'autre part, la méthode d'optimisation par descente de gradient est connue pour avoir une vitesse de convergence faible lorsqu'on est proche de la solution. Ainsi, nous avons envisagé le recours à une autre méthode d'optimisation, utilisant l'information complémentaire portée par le hessien du critère pour proposer directement un pas optimal, permettant ainsi d'éviter la procédure de minimisation de ligne. Nous avons choisi d'utiliser la méthode de Levenberg-Marquardt [Marquardt 63].

7.1.2.2 Méthode de Levenberg-Marquardt

La méthode de Levenberg-Marquardt [Marquardt 63] est un algorithme d'optimisation utilisant à la fois l'information portée par le gradient et le hessien du critère. À chaque itération, un jeu de paramètres est proposé, ne nécessitant donc pas le recours à une procédure de minimisation de ligne. Cette méthode est construite comme un compromis entre l'algorithme de descente de gradient et la méthode de Newton, bénéficiant ainsi de la vitesse de convergence rapide de l'algorithme de descente de gradient, loin de la solution, et de la vitesse de convergence rapide, proche de l'optimum, de la méthode de Newton. Soient ∇E et \mathbf{H} respectivement le gradient et le hessien de la fonction de coût E et \mathbf{H}_α tel que $\mathbf{H}_\alpha = \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}$ (\mathbf{I} étant la matrice identité et α un réel positif). Les paramètres sont mis à jour grâce à la relation suivante :

$$[\hat{a}_{x;i,j,k}^l, \hat{a}_{y;i,j,k}^l, \hat{a}_{z;i,j,k}^l]^t = [a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l]^t - \mathbf{H}_\alpha^{-1} \nabla E. \quad (7.5)$$

Le paramètre α conditionne le comportement de l'algorithme : si α est petit, l'algorithme tend vers le comportement de la méthode de Newton et si α est grand, l'algorithme tend vers le comportement de l'algorithme de descente de gradient. La valeur α est choisie de manière à garantir que \mathbf{H}_α soit une matrice définie positive et est mise à jour régulièrement au cours de la phase d'optimisation en fonction des variations du critère. Les expressions analytiques du hessien des fonctions de coût considérées au chapitre 5 sont présentées dans l'annexe C.

7.1.2.3 Comparaison entre les deux méthodes d'optimisation

Nous proposons de comparer les deux méthodes d'optimisation présentées précédemment au regard de leur capacité à minimiser le critère de similarité et du temps de calcul. Nous considérons le recalage d'une image 128^3 sur la même image déformée grâce à un champ de déformation synthétique préservant la topologie (cf. section 8.2.1). Le recalage est effectué au sens du critère des moindres carrés (\mathcal{G}_{L_2}) sans régularisation. Le tableau 7.1 présente pour les deux méthodes d'optimisation l'évolution de la valeur du critère de similarité obtenue après la phase d'optimisation à chaque échelle, ainsi que les temps CPU cumulés correspondant. Au vu des résultats, l'algorithme de Levenberg-Marquardt s'avère plus efficace à faire décroître le critère de similarité que l'algorithme de descente de gradient et est plus performant en temps de calcul à partir de la résolution 4. En effet, cette méthode est connue pour avoir une vitesse de convergence des paramètres plus rapide, mais cet effet n'est pas perceptible jusqu'à la résolution 4 du fait du surcroît calculatoire occasionné par le calcul du hessien du critère, qui nécessite notamment le calcul du hessien de l'image. De manière générale, nous avons privilégié l'utilisation de la méthode de Levenberg-Marquardt par rapport à la méthode de descente de gradient car aux échelles où sont généralement conduits les recalages, elle s'avère plus efficace. Ainsi, l'ensemble des résultats présentés dans ce mémoire a été obtenu par cette méthode.

7.1.2.4 Choix des critères d'arrêt

Le choix des critères d'arrêt utilisés lors de la procédure d'optimisation est très important. Il fait l'objet d'un compromis entre précision de la solution recherchée et nombre d'itérations pour y parvenir. En général, les méthodes d'optimisation reposent sur des

Échelle	Descente de gradient		Levenberg-Marquardt	
	$E_{\text{Similarité}}$	Temps CPU cumulé	$E_{\text{Similarité}}$	Temps CPU cumulé
1	$2,178 \cdot 10^6$	6s	$2,044 \cdot 10^6$	9s
2	$1,447 \cdot 10^6$	47s	$1,247 \cdot 10^6$	1 min 22s
3	$0,956 \cdot 10^6$	1 min 45s	$0,803 \cdot 10^6$	3 min 3s
4	$0,608 \cdot 10^6$	3 min 26s	$0,488 \cdot 10^6$	4 min 38s
5	$0,423 \cdot 10^6$	10 min 55s	$0,345 \cdot 10^6$	8 min 21s

TAB. 7.1 – Comparaison de l'algorithme de descente de gradient et de la méthode de Levenberg-Marquardt au regard de la capacité à faire décroître le critère de similarité (\mathcal{G}_{L_2}) et du temps CPU.

critères d'arrêt basés sur la variation de la fonction de coût. Cependant, ce type de critère ne s'avère pas toujours adapté dans le contexte du recalage. En effet, dans certains cas la valeur de la fonction de coût peut varier très peu tandis que la variation sur les paramètres du modèle de déformation s'avère importante. Il est donc préférable de considérer des critères d'arrêt sur la variation des paramètres du modèle afin de contrôler leur précision. De plus, dans le contexte de l'optimisation hiérarchique, il suffit que la solution obtenue à l'échelle l soit assez précise pour rester dans le bassin d'attraction de la solution optimale lors du passage à l'échelle $l + 1$. Par conséquent, nous avons fait le choix de critères d'arrêt testant si la variation des paramètres à l'échelle l est inférieure à un seuil proportionnel à la variation maximale autorisée des paramètres à l'échelle $l + 1$. Plus particulièrement, la variation des paramètres entre deux optimisations locales successives est examinée pour chaque bloc $\Omega_{i,j,k}^l$. Si les variations suivant les trois coordonnées sont inférieures à un seuil donné, le bloc n'est plus considéré pour une nouvelle phase d'optimisation locale. Par contre, si le bloc considéré ne satisfait pas cette condition, il est reconsidéré pour une nouvelle phase d'optimisation locale, ainsi que les différents blocs voisins ayant une influence sur ce dernier.

7.2 Mise en œuvre du recalage

Nous présentons dans cette partie un certain nombre de détails qui ont jusqu'à présent été passés sous silence, et qui sont nécessaires à la mise en œuvre efficace des méthodes que nous avons proposées. Nous détaillons dans un premier temps les différents prétraitements nécessaires. Nous évoquons ensuite la possibilité de réduire le nombre de paramètres à estimer afin d'alléger la charge calculatoire. Enfin, nous discutons le choix de la méthode d'interpolation pour l'évaluation des valeurs de l'image en dehors de la grille discrète.

7.2.1 Prétraitements

L'algorithme de recalage non rigide que nous avons proposé requiert un certain nombre de prétraitements qui ont pour but d'améliorer la qualité de la solution estimée et d'alléger la charge calculatoire.

Le premier point concerne l'initialisation. Il est nécessaire d'effectuer au préalable un recalage affine des images car le modèle de déformation que nous avons utilisé est

échelle	1	2	3	4	5
N_{param} avant réduction	3	81	1 029	10 125	89 373
N_{param} après réduction	3	81	909	5 361	33 648
réduction	0 %	0 %	11,66 %	47,05 %	62,35 %

TAB. 7.2 – Réduction du nombre des paramètres lors du recalage de deux images réelles 128^3 en ne considérant pas les fonctions de base dont le support est entièrement contenu dans le fond des deux images.

mal adapté pour l'estimation de translations et de rotations. Un simple recalage rigide peut s'avérer suffisant, néanmoins, un modèle affine permet d'appréhender les variations globales de forme entre les deux images et fournit ainsi une meilleure initialisation. L'estimation de la transformation affine est faite de manière hiérarchique en estimant successivement une transformation rigide (6 paramètres), rigide zoom (9 paramètres) et affine (12 paramètres). Le critère de similarité considéré est l'information mutuelle [Maes 97] qui est l'un des critères les plus robustes pour le recalage rigide d'images cérébrales [Holden 00]. L'optimisation des paramètres est réalisée grâce à la méthode du simplexe [Nelder 65].

Un second prétraitement souhaitable, mais non nécessaire, consiste en l'élimination des voxels correspondant au fond de l'image. Cela permet d'une part de réduire le nombre de paramètres à estimer (cf. section 7.2.2) et d'autre part d'améliorer les performances de l'algorithme de normalisation des intensités (cf. chapitre 6). Cette étape de segmentation du crâne par rapport au fond de l'image est réalisée par un seuillage des voxels de faible intensité [Otsu 79] et par des opérations permettant, d'une part de récupérer la plus grande composante connexe de l'image segmentée, et d'autre part de remplir les trous présents dans le masque de segmentation.

7.2.2 Réduction du nombre de paramètres

L'estimation des paramètres du modèle de déformation n'est pas pertinente sur l'ensemble de l'image, en particulier pour les régions correspondant au fond de l'image. Les voxels du fond ayant été identifiés par une étape préliminaire de segmentation, il est possible, lors de la phase d'optimisation, de ne pas considérer les paramètres des fonctions de base dont le support est entièrement contenu dans le fond des deux images. Étant donné le nombre important de voxels qui correspondent au fond de l'image (parfois plus de la moitié des voxels de l'image), la réduction du nombre des paramètres est importante, autorisant un allègement appréciable de la charge calculatoire (cf. tableau 7.2.2).

7.2.3 Interpolation

Lors du calcul du critère de similarité, il est nécessaire d'évaluer la valeur de $\mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))$. La valeur de $\mathbf{h}(\mathbf{s})$ ne correspondant pas obligatoirement à un point de la grille discrète de l'image \mathcal{I}_1 , il est donc nécessaire d'avoir recours à une méthode d'interpolation. Le choix de la méthode d'interpolation est guidé par le compromis entre le coût calculatoire et la qualité de l'interpolation. Dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé l'interpolation linéaire qui s'avère meilleure que l'interpolation par plus proche voisin tout en gardant un coût calculatoire acceptable. Cependant, il est à noter que pour reconstruire l'image

déformée finale à partir de la transformation estimée, nous avons recours à des méthodes plus sophistiquées, notamment l'interpolation par sinus cardinal et l'interpolation par fonctions B-splines [Lehmann 99, Thévenaz 00].

7.3 Récapitulatif de l'algorithme final

Un récapitulatif de l'algorithme de recalage est présenté dans l'algorithme 5.

Alg. 5 Récapitulatif de l'algorithme de recalage

But : Déterminer les paramètres \mathbf{a}^l de la transformation \mathbf{h} permettant la mise en correspondance spatiale de l'image \mathcal{I}_1 avec l'image \mathcal{I}_2

Entrée : image \mathcal{I}_1 et image \mathcal{I}_2

Paramètres (définis par l'utilisateur) :

l'échelle finale : l_{fin}

les deux bornes sur les valeurs du jacobien : J_{min} et J_{max}

le facteur de pondération du terme de régularisation : λ

Schéma algorithmique :

Recalage affine de \mathcal{I}_1 sur \mathcal{I}_2

Segmentation du crâne dans les deux images

Boucle sur les échelles $l = 1$ jusqu'à l_{fin}

Calcul de la fonction f de mise à jour des intensités

Calcul de la constante de normalisation C

Calcul des \mathbf{a}^l à partir des $\hat{\mathbf{a}}^{l-1}$ /* transition d'échelle */

Répéter

Boucle sur les blocs $\Omega_{i,j,k}^l$

/* Optimisation par la méthode de Levenberg-Marquardt */

$$\hat{\mathbf{a}}_{i,j,k}^l = \arg \min_{J_{\mathbf{h}}(\mathbf{a}^l) < J_{max}} E_{\text{Similarité}}(\mathcal{I}_1(\mathbf{h}), f(\mathcal{I}_2)) + \lambda C E_{\text{Régularisation}}(\mathbf{h})$$

Fin boucle

Jusqu'à convergence des $\hat{\mathbf{a}}^l$

Fin boucle

Sortie : la transformation $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{a}}^l)$ mettant spatialement en correspondance \mathcal{I}_1 avec \mathcal{I}_2

Conclusion partielle

Cette partie a été l'occasion de présenter l'ensemble des développements et des contributions méthodologiques de ce travail de thèse, dans le domaine du recalage non rigide d'images cérébrales. Ces différentes contributions ont permis d'apporter plusieurs améliorations par rapport à la méthode initialement proposée par Musse [Musse 00]. Ces améliorations concernent quatre aspects de la méthode de recalage :

- **le modèle de déformation** : nous avons eu recours au même modèle de déformation que celui proposé par Musse [Musse 00], basé sur une représentation paramétrique multiéchelle dans une base de fonctions B-splines. Le problème de conservation de la topologie n'ayant été résolu dans [Musse 00] que pour des splines de degré 1 et dans le cas 2D, nous avons proposé une extension non triviale de cette propriété au cas 3D valable² pour des fonctions B-splines de degré supérieur ou égal à 1. De plus, nous avons introduit une contrainte de régularité sur le champ de déformation grâce à l'énergie de membrane élastique ;
- **le critère de similarité** : seul le critère des moindres carrés a été considéré dans [Musse 00]. Nous avons considéré d'autres critères moins sensibles aux valeurs aberrantes, à savoir la norme L_1L_2 et la fonction de coût robuste proposée par Geman et McClure. De plus, nous avons proposé une version symétrisée de l'ensemble de ces critères ;
- **la normalisation des intensités** : une simple mise à l'échelle des intensités par une normalisation par moyenne et écart-type a été mise en œuvre dans [Musse 00]. Nous avons mis en évidence les limites de cette approche et nous avons proposé une méthode originale de normalisation des intensités basée sur l'estimation d'un mélange de lois gaussiennes à partir de l'histogramme conjoint. Une extension de cette méthode, basée sur une segmentation explicite des images, a par ailleurs été proposée pour appréhender des images IRM de pondérations différentes ;
- **la méthode d'optimisation** : dans [Musse 00], une procédure d'optimisation hiérarchique mettant à jour conjointement l'ensemble des paramètres du modèle par la méthode de Quasi-Newton³ a été proposée. Au-delà d'une certaine échelle, une autre méthode, reposant sur l'hypothèse de petits déplacements et permettant une mise à jour locale des paramètres, est privilégiée. L'hypothèse de petites

²Cependant, seule l'implantation pour des splines de degré 1 a été effectivement réalisée.

³L'algorithme de Quasi-Newton est une méthode d'optimisation du type méthode de Newton mais qui utilise une approximation de la matrice hessienne calculée à partir des valeurs du gradient du critère.

déformations permet de supposer la linéarité de l'image par rapport aux paramètres et ainsi d'obtenir une solution analytique au sens des moindres carrés pour leur estimation. Nous avons fait le choix de conserver l'approche hiérarchique pour l'estimation des paramètres mais en privilégiant une procédure d'optimisation par bloc utilisant la méthode de Levenberg-Marquardt. Cette approche a l'avantage d'une part de profiter de l'information portée par le hessien du critère pour améliorer la vitesse de convergence de l'algorithme et mieux faire décroître la fonction de coût et d'autre part de s'affranchir de l'hypothèse des faibles déplacements, même lorsque le nombre de degrés de liberté est très grand, grâce à l'approche par bloc.

L'influence des différentes contributions méthodologiques proposées dans cette partie a jusqu'à présent été mise en évidence de manière qualitative. Afin de permettre une évaluation quantitative de l'impact de ces différentes contributions, nous avons mis en place un cadre de validation. Nous pensons que ce dernier point représente une des contributions importantes de ce travail de thèse. Elle fait l'objet de la troisième partie de ce mémoire.

Troisième partie

Validation

Introduction

Cette troisième partie est consacrée à la validation et à l'évaluation des performances de la méthode de recalage non rigide que nous avons proposée. La validation joue un rôle primordial dans le domaine du traitement d'images et en particulier dans le domaine de l'imagerie médicale du fait de l'application potentielle en routine clinique. Il est nécessaire de pouvoir évaluer l'efficacité et la robustesse des méthodes sur une importante base d'images en utilisant différents critères. Cependant, l'évaluation et la comparaison des méthodes, en particulier dans le contexte du recalage non rigide, sont des problèmes délicats, principalement du fait de l'absence de vérité terrain. Ainsi, la conception de critères de validation apparaît comme un domaine de recherche à part entière.

Nous proposons dans un premier chapitre un bref état de l'art des critères permettant la validation des méthodes de recalage non rigide, puis nous décrivons le cadre de validation que nous avons mis en place. Un second chapitre est consacré à l'étude de l'influence des différents paramètres de la méthode de recalage présentée dans la deuxième partie de ce document, à l'évaluation des différentes contributions méthodologiques que nous avons proposées et à la comparaison que nous avons entreprise avec d'autres méthodes de recalage. Enfin, un dernier chapitre propose une discussion sur la validation conduite et sur les différents résultats obtenus.

Chapitre 8

Méthodes de validation du recalage

8.1	État de l’art des méthodes de validation	146
8.1.1	Validation par inspection visuelle	146
8.1.2	Validation sur champs de déformation synthétiques	146
8.1.3	Validation par construction d’un cerveau moyen	147
8.1.4	Évaluation de la mise en correspondance de primitives	147
8.1.5	Validation de certaines propriétés du recalage	147
8.1.6	Validation dans un autre espace de représentation des images	148
8.1.7	Évaluation de la segmentation automatique par transport d’atlas	148
8.1.8	Impact du recalage sur une chaîne de traitements	149
8.1.9	Influence de la base d’images	149
8.2	Cadre de validation proposé	149
8.2.1	Validation sur champs de déformation synthétiques	150
8.2.2	Validation sur la base <i>Internet Brain Segmentation Repository</i> (IBSR)	151
8.2.3	Évaluation de la mise en correspondance de points caractéristiques	154

L’évaluation et la comparaison des méthodes de recalage non rigide sont des problèmes délicats du fait de l’absence de vérité terrain. Il est en effet difficile pour des experts de trouver un consensus sur ce que devrait être la transformation permettant la meilleure mise en correspondance de deux images, rendant ainsi discutable l’existence d’une solution optimale unique. La notion d’optimalité du recalage semble être étroitement liée à l’application qui en est faite [Crum 03]. Les propriétés attendues diffèrent selon que l’application est la segmentation automatique de structures anatomiques par transport d’atlas, la normalisation spatiale d’une base d’images dans un référentiel commun dans l’objectif d’une étude de groupe en imagerie fonctionnelle ou l’étude de différences morphologiques entre populations en utilisant l’information portée par l’intensité des voxels (VBM : *Voxel-Based Morphometry* [Ashburner 00b]) ou par les champs de déformation (TBM : *Tensor-Based Morphometry* et DBM : *Deformation-Based Morphometry* [Ashburner 98, Chung 01]). Ainsi, de nombreuses méthodes de validation ont été proposées dans la littérature [West 97, Woods 00, Jannin 02, Hellier 03c]. Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps un état de l’art des différentes méthodes de

validation proposées dans le contexte du recalage. Puis, nous décrivons le cadre de validation que nous avons mis en place pour l'évaluation des contributions méthodologiques présentées dans la deuxième partie de ce document.

8.1 État de l'art des méthodes de validation

Les méthodes proposées dans la littérature pour l'évaluation et la validation des algorithmes de recalage sont nombreuses et variées, allant de la simple inspection visuelle des résultats à l'étude de l'influence sur le résultat final d'une chaîne de traitements. Nous proposons de faire un rapide tour d'horizon de ces différentes approches.

8.1.1 Validation par inspection visuelle

La première approche, la plus simple et la plus naturelle pour évaluer la qualité d'une méthode de recalage, est l'inspection visuelle des résultats. Dans le contexte du recalage rigide, l'inspection visuelle permet de détecter des erreurs de l'ordre de 2 mm [Fitzpatrick 98]. Dans le contexte du recalage non rigide, il est beaucoup plus difficile d'estimer la qualité intrinsèque d'une solution. L'inspection visuelle peut cependant être utilisée pour comparer qualitativement différentes méthodes de recalage [Rueckert 99, Denton 99]. Ainsi, en laissant la possibilité à un expert de juger qualitativement si un résultat est meilleur qu'un autre, il est possible de construire un classement entre différentes méthodes de recalage. Cependant, l'inspection visuelle n'est pas suffisante pour apprécier la pertinence du résultat obtenu par une méthode de recalage. En effet, l'image recalée peut avoir des niveaux de gris très similaires à ceux de l'image de référence tandis que le champ de déformation estimé a un comportement complètement irréaliste.

8.1.2 Validation sur champs de déformation synthétiques

Une seconde approche consiste à créer une « vérité terrain » en utilisant des champs de déformation synthétiques appliqués à des images réelles. L'idée est d'effectuer le recalage entre l'image déformée par le champ de déformation synthétique et l'image d'origine, puis de comparer la transformation estimée avec le champ de déformation synthétique. Ainsi, il est possible de vérifier la convergence de la méthode d'optimisation vers le minimum souhaité et de quantifier la précision de la solution estimée. Cependant, il est difficile de construire des champs de déformation synthétiques représentatifs de la variabilité anatomique interindividuelle puisque celle-ci reste à ce jour encore mal connue. Schnabel et coll. proposent de simuler des déformations biomécaniques réalistes de différents tissus en utilisant une modélisation par éléments finis [Schnabel 03]. Cette méthode est utilisée pour valider des techniques de recalage non rigide utilisées lors d'opérations chirurgicales pour compenser les déformations mécaniques des tissus. Cependant, rien ne laisse à penser que ce type de déformations soit représentatif de la variabilité morphologique interindividuelle. Un autre inconvénient majeur de la validation par champs de déformation synthétiques est de ne pas prendre en compte les différences d'intensités dans les images liées aux problèmes d'acquisition. La validation sur champs de déformation synthétiques apparaît donc comme un test nécessaire permettant de mettre en évidence

la bonne convergence d'un algorithme de recalage, mais n'est pas suffisante pour garantir le bon comportement de la méthode face à des images réelles.

8.1.3 Validation par construction d'un cerveau moyen

Une troisième approche consiste en la création d'un cerveau moyen à partir d'une base d'images recalées sur une image de référence [Hellier 03c, Musse 03]. Le cerveau moyen est calculé pour chaque voxel comme l'intensité moyenne des voxels correspondants dans les images recalées. L'image moyenne construite est d'autant plus nette que le modèle de déformation est capable d'appréhender correctement l'importante variabilité anatomique interindividuelle, permettant ainsi de comparer différentes méthodes de recalage. Cependant, ce critère de validation n'utilise que l'information portée par les niveaux de gris de l'image et ne repose donc sur aucune considération anatomique. Cette méthode permet ainsi d'évaluer la capacité d'une méthode de recalage à faire décroître la valeur d'un critère de similarité sans pour autant juger de la pertinence du champ de déformation estimé.

8.1.4 Évaluation de la mise en correspondance de primitives

Une autre approche consiste à identifier des primitives géométriques (points ou lignes) dans les images et à évaluer la qualité de leur mise en correspondance, la pertinence de la validation dépendant grandement de la précision avec laquelle les primitives ont été identifiées. Plusieurs validations ont été proposées dans la littérature grâce à l'identification de points caractéristiques anatomiques [Grachev 99, Salmond 02, Ardekani 04]. L'étude de Grachev et coll. se distingue tout particulièrement des autres par le nombre important d'amers considérés, à savoir 128 dans chaque hémisphère. Hellier et coll. proposent de quantifier la qualité de la mise en correspondance de certains sillons corticaux par différentes méthodes de recalage [Hellier 03c]. Le choix des primitives retenues pour la validation doit être guidé par trois principes [Grachev 99] : *(i)* large distribution dans l'ensemble du cerveau, *(ii)* caractérisation de la topographie corticale de chaque individu et *(iii)* identification aisée et précise par un expert.

8.1.5 Validation de certaines propriétés du recalage

Un autre critère d'évaluation consiste à vérifier certaines propriétés de la méthode de recalage, notamment la symétrie, la transitivité, la conservation de la topologie ou la sensibilité à l'initialisation. Ces approches ont l'avantage de ne pas nécessiter de vérité terrain mais elles ne permettent pas d'évaluer directement la qualité du recalage. Elles doivent donc être utilisées en complément d'autres méthodes de validation.

Une propriété souhaitable pour une méthode de recalage est la propriété de symétrie. Il s'agit de vérifier que la transformation $T_{A \rightarrow B}$ estimée lors du recalage d'une image A sur une image B et la transformation $T_{B \rightarrow A}$ estimée lors du recalage de B sur A sont bien inverses l'une de l'autre. Ainsi, un critère d'évaluation consiste à mesurer la distance entre $T_{A \rightarrow B} \circ T_{B \rightarrow A}$ ou $T_{B \rightarrow A} \circ T_{A \rightarrow B}$ et la transformation identité. Suivant une idée similaire, il est possible d'évaluer la propriété de transitivité du recalage. En considérant trois images A , B et C , il s'agit de calculer la distance entre $T_{A \rightarrow B} \circ T_{B \rightarrow C}$ et $T_{A \rightarrow C}$. Une variante de cette méthode, proposée dans [Jenkinson 01], consiste à considérer un

champ de déformation synthétique S , à estimer la transformation $T_{A \rightarrow B}$ issue du recalage d'une image A sur B et la transformation $T_{A(S) \rightarrow B}$ issue du recalage de l'image déformée $A(S)$ sur B , puis à calculer la distance entre $T_{A(S) \rightarrow B}$ et $S^{-1} \circ T_{A \rightarrow B}$. Cette méthode permet de quantifier la sensibilité d'une méthode de recalage à différentes initialisations (*i.e.*, différents champs de déformation synthétiques S) et d'évaluer la capacité de la méthode d'optimisation à converger vers la même solution. Enfin, une autre propriété souhaitable est la conservation de la topologie qui peut être testée en vérifiant si les valeurs du jacobien de la transformation sont positives sur l'ensemble du domaine de l'image [Hellier 03c].

8.1.6 Validation dans un autre espace de représentation des images

L'idée est de construire un critère pour évaluer la performance du recalage qui ne soit pas directement basé sur la valeur des intensités de l'image mais qui utilise une autre représentation de l'image. Une première idée est de considérer certaines caractéristiques différentielles de l'image. Par exemple, Hellier et coll. considèrent la corrélation entre les résultats obtenus par l'application de l'opérateur L_{vv} sur chacune des images [Hellier 03c]. L'opérateur L_{vv} , proposé par Florack et coll. [Florack 92], est défini par l'expression suivante :

$$L_{vv}(x, y, z) = -\frac{1}{2\|w\|^2} [(I_x^2(I_{yy} + I_{zz}) - 2I_y I_z I_{yz}) + (I_y^2(I_{xx} + I_{zz}) - 2I_x I_z I_{xz}) + (I_z^2(I_{xx} + I_{yy}) - 2I_x I_y I_{xy})], \quad (8.1)$$

où

$$I_{x^i y^j z^k} = \frac{\partial^u (I(x, y, z))}{\partial^i x \partial^j y \partial^k z} \text{ avec } u = i + j + k, \quad (8.2)$$

et

$$\|w\|^2 = I_x^2 + I_y^2 + I_z^2. \quad (8.3)$$

Cet opérateur différentiel permet de caractériser la topologie corticale, les sillons étant caractérisés par des valeurs positives de cet opérateur et les circonvolutions par des valeurs négatives. Une autre idée est de considérer une représentation des images dans l'espace des ondelettes et de construire de nouveaux critères définis dans cet espace pour évaluer la qualité du recalage [Dinov 02a, Dinov 02b].

8.1.7 Évaluation de la segmentation automatique par transport d'atlas

Une application du recalage non rigide est la segmentation automatique de structures anatomiques par transport d'atlas. Il s'agit de recaler une image de référence à laquelle est associée une carte de segmentation (atlas) sur une image cible à segmenter. Grâce à la transformation ainsi estimée, il est possible de transporter la carte de segmentation de l'image de référence pour en déduire une segmentation de l'image cible. Évaluer la qualité de la segmentation ainsi obtenue est un moyen de quantifier les performances de la méthode de recalage utilisée [Dawant 99, Hartmann 99, Crivello 02, Musse 03, Hellier 03c, Robbins 04, Crum 04a]. Cette méthode de validation nécessite de disposer

d'une segmentation de différentes structures anatomiques réalisée par un expert, c'est-à-dire d'une vérité terrain. La pertinence de la validation dépend grandement de la qualité de la segmentation réalisée par l'expert. En général, une telle validation est conduite sur une base d'images segmentées en recalant l'ensemble des images sur une image de référence et en comparant les cartes de segmentation transportées avec la carte de segmentation associée à l'image de référence. Les résultats d'une telle évaluation dépendant grandement de la qualité de la segmentation de l'image de référence, une alternative est d'utiliser un critère mesurant la variabilité des étiquettes associées à un voxel donné pour l'ensemble des cartes transportées [Robbins 04].

8.1.8 Impact du recalage sur une chaîne de traitements

Le recalage est un outil essentiel qui intervient dans de nombreuses chaînes de traitements d'images. La qualité du recalage a en général une influence directe sur la qualité du résultat final de la chaîne de traitements. Pour comparer différentes méthodes de recalage, il est donc possible d'évaluer leur influence sur le résultat obtenu en sortie d'une chaîne de traitements (la segmentation automatique est un cas particulier de cette approche). Ainsi, Vik et coll. comparent l'influence de différentes méthodes de recalage sur la création d'un atlas de perfusion cérébrale [Vik 05]. L'impact du recalage sur des études de groupe en imagerie fonctionnelle IRMf [Ardekani 04] et TEP [Kjems 99, Crivello 02] a par ailleurs aussi été étudié.

8.1.9 Influence de la base d'images

La comparaison de différentes méthodes de recalage au vu des résultats fournis dans la littérature est difficile. En effet, les bases d'images utilisées sont souvent propres à chaque unité de recherche et sont rarement mises à la disposition de l'ensemble de la communauté scientifique. L'utilisation de bases d'images différentes conduit souvent à des résultats différents, voire même à des conclusions différentes. De plus, bon nombre de méthodes n'étant pas disponibles et les méthodes étant de plus en plus difficiles à réimplanter, il est pratiquement impossible d'effectuer une comparaison objective entre plusieurs méthodes. Face à ce constat, des études ont été menées pour valider un ensemble de méthodes de recalage sur une base commune d'images, dans le cas du recalage rigide pour des images CT, IRM et TEP (base de Vanderbilt) [West 97] et dans le cas du recalage non rigide sur une base de 18 images IRM [Hellier 03c].

8.2 Cadre de validation proposé

Nous présentons dans cette section le cadre de validation que nous avons mis en place. Il repose sur l'utilisation de champs de déformation synthétiques, sur la construction d'un cerveau moyen, sur la validation de la segmentation automatique par transport d'atlas, et sur l'évaluation de la mise en correspondance de points caractéristiques.

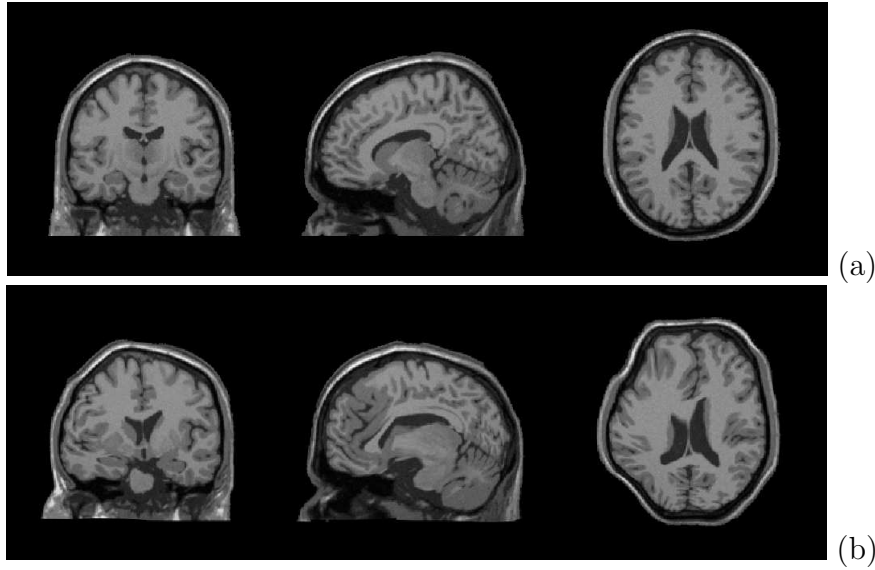


FIG. 8.1 – Exemple d’une image déformée par une composition de transformations sinusoïdales par bloc préservant la topologie. L’image déformée (b) est recalée sur l’image de référence (a).

8.2.1 Validation sur champs de déformation synthétiques

Afin d’évaluer les propriétés de convergence, la précision et la capacité de la méthode que nous avons proposée à appréhender d’importantes déformations non linéaires, nous avons eu recours à des champs de déformation synthétiques. Plusieurs transformations sinusoïdales par bloc et préservant la topologie ont été générées aléatoirement et appliquées à l’image simulée de Brainweb¹ [Kwan 96, Collins 98] (image T₁, niveau de bruit : 3%, niveau d’artefact radiofréquence : 20%). Les images déformées sont recalées sur l’image originale (cf. figure 8.1 pour un exemple d’image déformée) et la transformation estimée est comparée à l’inverse du champ de déformation synthétique correspondant en considérant l’histogramme de la norme des déplacements résiduels calculés uniquement sur le masque du cerveau.

Pour la génération aléatoire des champs de déformation sinusoidaux par bloc (préservant la topologie), nous avons utilisé la procédure suivante. Tout d’abord, nous générons aléatoirement une série de sous-boîtes Ω_i , $i \in [1..N]$ définissant une partition de l’image Ω . Pour générer cette partition, nous tirons aléatoirement un point de l’image définissant ainsi huit sous-boîtes. Ensuite, pour chaque sous-boîte, nous réitérons cette opération jusqu’à ce que la taille de chacune des sous-boîtes soit inférieure à une taille définie par l’utilisateur. Sur chaque sous-boîte $\Omega_i = [x_m^i, x_M^i] \times [y_m^i, y_M^i] \times [z_m^i, z_M^i]$, nous considérons la transformation \mathbf{h}_i telle que :

$$\mathbf{h}_i(x, y, z) = \begin{bmatrix} x + a_x^i \sin\left(\pi \frac{x - x_m^i}{x_M^i - x_m^i}\right) \sin\left(\pi \frac{y - y_m^i}{y_M^i - y_m^i}\right) \sin\left(\pi \frac{z - z_m^i}{z_M^i - z_m^i}\right) \\ y + a_y^i \sin\left(\pi \frac{x - x_m^i}{x_M^i - x_m^i}\right) \sin\left(\pi \frac{y - y_m^i}{y_M^i - y_m^i}\right) \sin\left(\pi \frac{z - z_m^i}{z_M^i - z_m^i}\right) \\ z + a_z^i \sin\left(\pi \frac{x - x_m^i}{x_M^i - x_m^i}\right) \sin\left(\pi \frac{y - y_m^i}{y_M^i - y_m^i}\right) \sin\left(\pi \frac{z - z_m^i}{z_M^i - z_m^i}\right) \end{bmatrix}. \quad (8.4)$$

¹<http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>

Une telle transformation laisse les bords de Ω_i invariants, si bien qu'imposer la conservation de la topologie sur l'ensemble du domaine Ω revient à garantir la bijectivité de toutes les transformations \mathbf{h}_i sur chaque Ω_i . Une condition suffisante permettant de garantir à la transformation \mathbf{h}_i d'être bijective sur Ω_i , *i.e.*, d'avoir un jacobien strictement positif, est donnée par la contrainte suivante sur les paramètres $[a_x^i; a_y^i; a_z^i]$:

$$\frac{|a_x^i|}{x_M^i - x_m^i} + \frac{|a_y^i|}{y_M^i - y_m^i} + \frac{|a_z^i|}{z_M^i - z_m^i} < \frac{1}{\pi}. \quad (8.5)$$

Les paramètres $[a_x^i; a_y^i; a_z^i]$ sont donc générés aléatoirement en imposant qu'ils vérifient la condition (8.5), et la transformation \mathbf{h} est définie sur Ω par l'ensemble des transformations \mathbf{h}_i :

$$\forall \Omega_i \subset \Omega, \quad \forall \mathbf{s} \in \Omega_i, \quad \mathbf{h}(\mathbf{s}) = \mathbf{h}_i(\mathbf{s}). \quad (8.6)$$

Étant donné que de nombreux points de l'image sont laissés invariants par \mathbf{h} puisque nous avons imposé que les bords de chaque Ω_i soient invariants, nous générons une seconde transformation \mathbf{h}' définie sur une autre partition de l'image tirée aléatoirement, et nous considérons la transformation $\mathbf{h}_{\text{simulée}} = \mathbf{h} \circ \mathbf{h}'$. Nous calculons numériquement la transformation inverse $\mathbf{h}_{\text{simulée}}^{-1}$ de $\mathbf{h}_{\text{simulée}}$ qui est utilisée comme vérité terrain à comparer avec la transformation estimée lors du recalage de l'image déformée sur l'image de référence. L'inversion est effectuée en estimant pour chaque point un intervalle contenant son antécédent et en réduisant de manière itérative cet intervalle afin d'atteindre la précision² désirée.

8.2.2 Validation sur la base *Internet Brain Segmentation Repository* (IBSR)

Une autre étape de validation a été réalisée en utilisant une base d'images mise à disposition sur *Internet Brain Segmentation Repository*³ (IBSR). La base d'images que nous avons utilisée est composée de 18 images cérébrales IRM 3D ($256 \times 128 \times 256$, $1\text{mm} \times 1.5\text{mm} \times 1\text{mm}$), accompagnées chacune d'une carte de segmentation de 34 structures anatomiques et d'une carte de segmentation en 3 classes (substance blanche, substance grise et liquide céphalorachidien) (figure 8.2). Deux méthodes de validation ont été conduites sur cette base d'images, à savoir la construction d'un cerveau moyen et l'évaluation de la segmentation automatique par transport d'atlas.

8.2.2.1 Construction d'un cerveau moyen

Toutes les images de la base IBSR sont recalées sur une image de référence choisie arbitrairement. Une image moyenne est construite à partir de l'ensemble des images recalées ayant subi une normalisation d'intensité par moyenne et écart-type par rapport à l'image de référence. Nous avons choisi d'utiliser cette méthode de normalisation des intensités plutôt que celle présentée section 6.2 afin de ne pas avantager la méthode de recalage que nous avons proposée.

Soient $(\mathcal{I}_i)_{i=1 \dots N}$ les N images de la base et \mathcal{I}_j l'image arbitrairement choisie comme référence parmi ces N images. Soit \mathbf{h}_i la transformation estimée lors du recalage de \mathcal{I}_i sur

²La précision retenue dans l'implantation que nous avons réalisée est de l'ordre de 0,01 voxel.

³<http://www.cma.mgh.harvard.edu/ibsr/index.html>

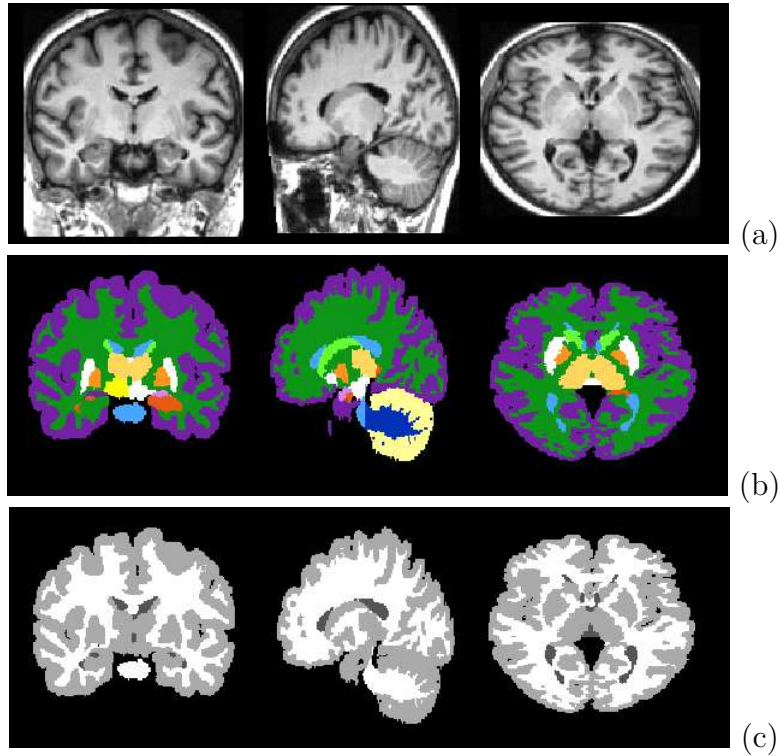


FIG. 8.2 – Exemple d’images issues de la base IBSR : (a) image IRM ; (b) carte de segmentation de 34 structures anatomiques ; (c) carte de segmentation en 3 classes (substance blanche, substance grise et liquide céphalorachidien).

\mathcal{I}_j . Soient μ_i , μ_j et σ_i , σ_j respectivement les moyennes et les écarts-types des intensités des images recalées $\mathcal{I}_i(\mathbf{h}_i)$ et de l’image de référence \mathcal{I}_j , calculés en ne considérant pas les voxels du fond des images. L’image moyenne $\mathcal{I}_{moyenne}$ est définie par la relation suivante :

$$\mathcal{I}_{moyenne}(\mathbf{s}) = \frac{1}{N} \left(\mathcal{I}_j(\mathbf{s}) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_i} (\mathcal{I}_i(\mathbf{h}_i(\mathbf{s})) - \mu_i) + \mu_j \right) \right). \quad (8.7)$$

L’image moyenne est comparée à l’image de référence en utilisant comme critère de similarité l’information mutuelle et la corrélation calculées sur le masque du cerveau uniquement. Nous avons choisi ces critères de similarité plutôt que le critère des moindres des carrés afin de ne pas favoriser la méthode que nous avons proposée, dont l’estimation des paramètres minimise justement ce critère.

8.2.2.2 Validation de la segmentation par transport d’atlas

Les champs de déformation estimés lors du recalage de l’ensemble de la base d’images sur l’image choisie arbitrairement comme référence sont utilisés pour transporter les cartes de segmentation en 34 structures anatomiques et en 3 classes. Les cartes de segmentation transportées sont comparées avec les cartes de segmentation de l’image de référence en utilisant trois critères inspirés des caractéristiques COR (Caractéristiques Opérationnelles des Récepteurs) utilisés en théorie statistique de la détection [Metz 78].

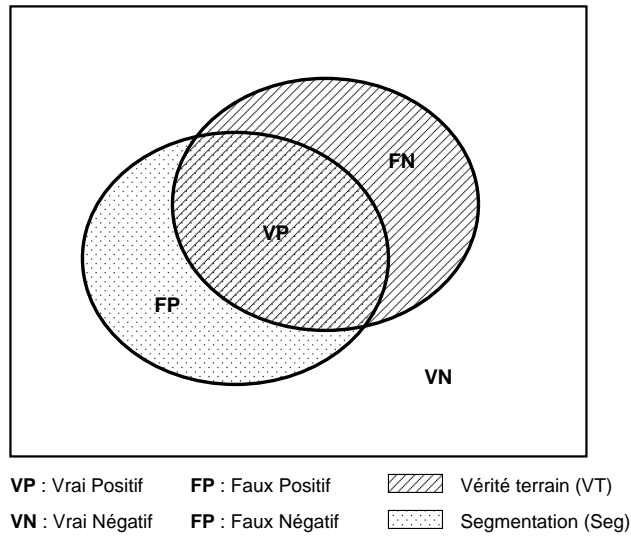


FIG. 8.3 – Définition des différentes notations utilisées pour évaluer la qualité de la segmentation.

Ces critères sont la sensibilité (SE), la spécificité (SP) et un indice de superposition (KI). Soit VT la vérité terrain correspondant à la segmentation pour un tissu donné de l'image de référence et Seg la segmentation estimée pour ce même tissu par transport d'atlas. Soit VT^c et Seg^c leur complément. En notant $\#A$ le cardinal de l'ensemble A (*i.e.*, le nombre de voxels composant l'ensemble A), nous pouvons introduire les notations suivantes (cf. figure 8.3) :

$$\begin{aligned}
 VP &\triangleq \#(VT \cap Seg) & : & \text{vrai positif (nombre de bonnes détections),} \\
 FP &\triangleq \#(VT^c \cap Seg) & : & \text{faux positif (nombre de fausses alarmes),} \\
 VN &\triangleq \#(VT^c \cap Seg^c) & : & \text{vrai négatif,} \\
 FN &\triangleq \#(VT \cap Seg^c) & : & \text{faux négatif (nombre de non détections).}
 \end{aligned}$$

Ainsi, les indicateurs SE, SP et KI sont définis comme suit [Metz 78, Dawant 99, Musse 03] :

$$\begin{aligned}
 SE &\triangleq \frac{VP}{VP + FN}, \\
 SP &\triangleq \frac{VN}{VN + FP}, \\
 KI &\triangleq \frac{2 VP}{2 VP + FN + FP}.
 \end{aligned}$$

La sensibilité SE représente le taux de structure bien segmentée. Elle est aussi appelée *taux de vrais positifs*. La spécificité SP peut aussi être définie comme 1-TFP, TFP étant le *taux de faux positifs*. L'indice de superposition KI représente le taux de superposition entre la structure segmentée et la vérité terrain.

8.2.3 Évaluation de la mise en correspondance de points caractéristiques

Pour évaluer la précision de la mise en correspondance d'amers ponctuels, nous avons utilisé une base de quatre images (IRM-T₁, 256³, 1mm × 1mm × 1mm) créée au sein de l'équipe sur lesquelles 31 points caractéristiques anatomiques ont été identifiés par deux experts, chaque expert ayant effectué par trois fois cette tâche. Ces 31 amers ont été sélectionnés parmi les 128 points proposés dans [Grachev 99] suivant les critères suivants : (i) distribution sur l'ensemble du cerveau et (ii) identification simple et précise par un expert. Seuls 17 amers ont été effectivement retenus pour la validation sur des critères de faible variabilité intra- et inter-opérateur. La liste des 31 amers choisis et des 17 retenus est présentée dans le tableau 8.1 et les identifiants associés dans [Grachev 99] sont donnés. Le protocole permettant la définition des amers est présenté figure 8.4 et est décrit en détail dans [Grachev 99]. Ce protocole repose sur la détermination de plusieurs plans. Tout d'abord, il s'agit de déterminer le plan interhémisphérique qui correspond au plan de symétrie du cerveau. Dans ce plan, deux points caractéristiques sont identifiés : la commissure antérieure (CA) et la commissure postérieure (CP). Ces deux points permettent de définir d'une part le plan axial CA-CP perpendiculaire au plan interhémisphérique et passant par les deux points CA et CP et d'autre part le plan coronal CA perpendiculaire à la fois au plan interhémisphérique et au plan axial CA-CP et passant par le point CA. Le plan axial CC est défini comme un plan parallèle au plan axial CA-CP passant par l'angle du genou du corps calleux (point 80). Enfin, le plan sagittal latéral est défini à partir de la coupe axiale CA-CP comme un plan parallèle au plan interhémisphérique passant à distance égale entre l'extrémité postérieure de l'insula et le bord du cerveau.

Les variabilités intra- et inter-opérateur ont été calculées de la même manière que l'erreur de localisation des marqueurs fiduciaires (*fiducial localization error* : FLE) proposée dans [Fitzpatrick 98]. Pour un amer défini N fois⁴ et ayant pour coordonnées \mathbf{p}_i lors de la i ^{ème} définition, le FLE est défini comme suit :

$$\text{FLE}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{p}_i - \langle \mathbf{p} \rangle\|^2, \quad (8.8)$$

où $\langle \mathbf{p} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i$ sont les coordonnées moyennes de cet amer. Les variabilités intra- et inter-opérateur ont été calculées comme la racine carrée du FLE moyen sur l'ensemble des 17 amers et des quatre images. La variabilité intra-opérateur observée pour le premier expert est de 1,73 mm et pour le second expert de 1,19 mm. La variabilité inter-opérateur observée entre les deux experts est de 1,49 mm. Pour la validation, nous avons considéré les coordonnées médianes de chaque amer sur les $N = 6$ définitions qui ont été faites sur chacune des images. Chaque image est choisie tour à tour comme image de référence et les 12 recalages possibles sont effectués. Pour chaque recalage, l'erreur quadratique moyenne commise (*fiducial registration error* : FRE) sur l'ensemble des amers est calculée suivant

⁴Dans la validation que nous avons conduite, $N = 3$ pour la variabilité intra-opérateur et $N = 6$ pour la variabilité inter-opérateur.

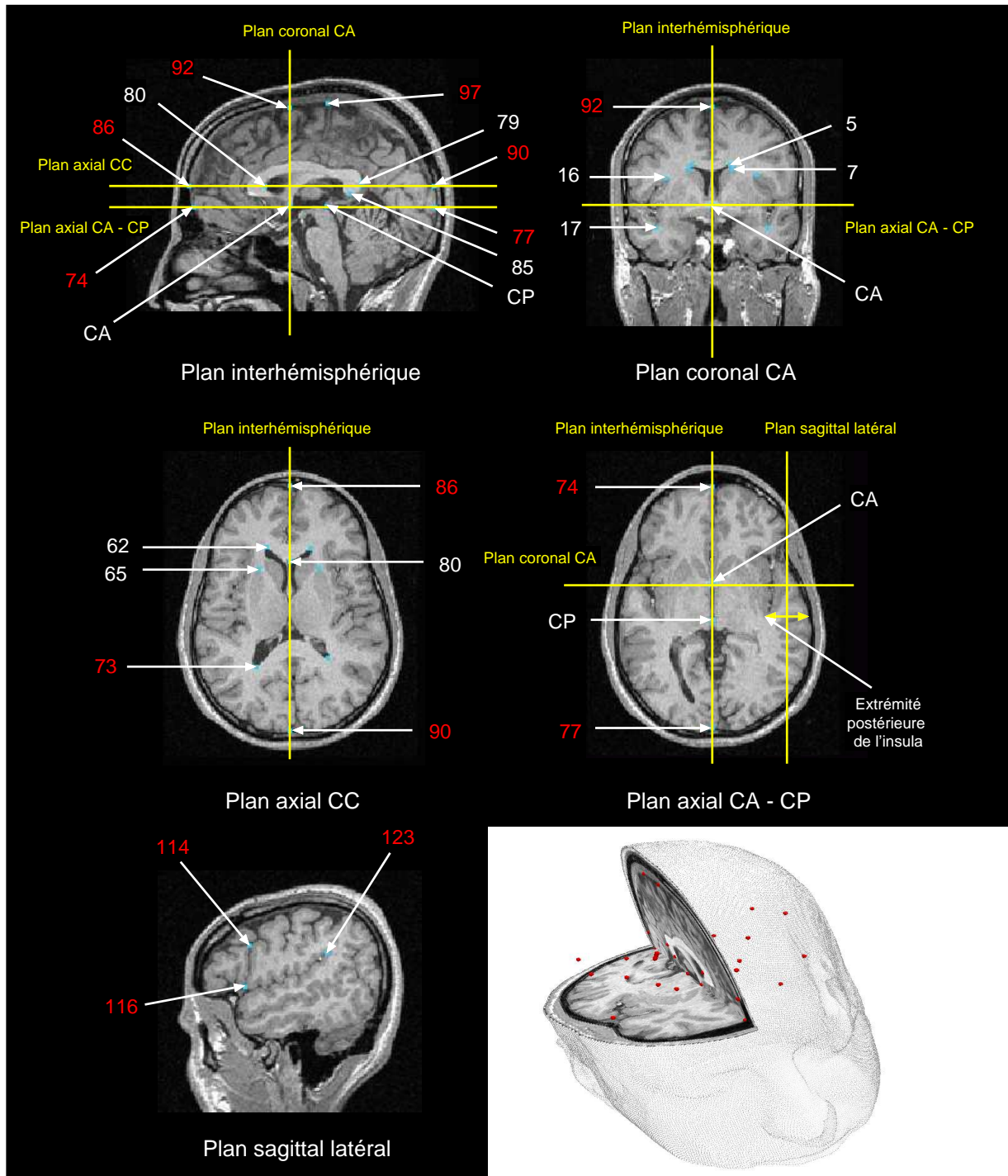


FIG. 8.4 – Définition des 31 amers. Les amers numérotés en rouge n'ont finalement pas été retenus pour la validation en raison d'une variabilité intra- et inter-opérateur trop grande.

Description anatomique	Localisation	Identifiant dans [Grachev 99]	Retenu pour la validation
Commissure antérieure (CA)	plan interhémisphérique	4	oui
Commissure postérieure (CP)	plan interhémisphérique	21	oui
Ventricule latéral supérieur (G+D)	plan coronal CA	5	oui
Noyau caudé supérieur (G+D)	plan coronal CA	7	oui
Insula supérieure (G+D)	plan coronal CA	16	oui
Insula inférieure (G+D)	plan coronal CA	17	oui
Ventricule latéral antérieur (G+D)	plan axial CC	62	oui
Putamen antérieur (G+D)	plan axial CC	65	oui
Corps calleux postérieur	plan interhémisphérique	79	oui
Angle du genou du corps calleux	plan interhémisphérique	80	oui
Extrémité postérieure du splenium du corps calleux	plan interhémisphérique	85	oui
Intersection antérieure du cerveau	ligne CA-CP	74	non
Intersection antérieure du cerveau	ligne CC	86	non
Intersection postérieure du cerveau	ligne CC	90	non
Intersection postérieure du cerveau	ligne CA-CP	77	non
Intersection supérieure du cerveau	ligne verticale CA	92	non
Intersection supérieure du cerveau	ligne verticale CP	97	non
Ventricule latéral postérieur (G+D)	plan axial CC	73	non
Intersection fissure frontale inférieure et fissure précentrale (G+D)	plan sagittal latéral	114	non
Intersection fissure précentrale et fissure sylvienne (G+D)	plan sagittal latéral	116	non
Ramus postérieur ascendant de la fissure sylvienne (G+D)	plan sagittal latéral	123	non

TAB. 8.1 – Liste des amers (G+D indique que les amers sont définis dans les deux hémisphères).

la définition proposée dans [Fitzpatrick 98] :

$$\text{FRE}^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \| \mathbf{x}_i - (\mathbf{y}_i + \mathbf{u}(\mathbf{y}_i)) \|^2, \quad (8.9)$$

\mathbf{x}_i et \mathbf{y}_i étant les coordonnées du $i^{\text{ème}}$ amer dans chacune des deux images, \mathbf{u} le champ de déformation estimé et L le nombre d'amers considérés. L'erreur quadratique moyenne est ensuite calculée pour l'ensemble des 12 recalages possibles.

Enfin, la cohérence des champs de déformation estimés lors des 12 recalages est évaluée. En considérant la transformation $\mathbf{h}_{A \rightarrow B}$ estimée lors du recalage de A sur B et $\mathbf{h}_{B \rightarrow A}$ correspondant à la transformation estimée lors du recalage de B sur A , l'erreur quadratique moyenne est calculée entre $\mathbf{h}_{A \rightarrow B} \circ \mathbf{h}_{B \rightarrow A}$ et l'identité pour chacun des 17 amers.

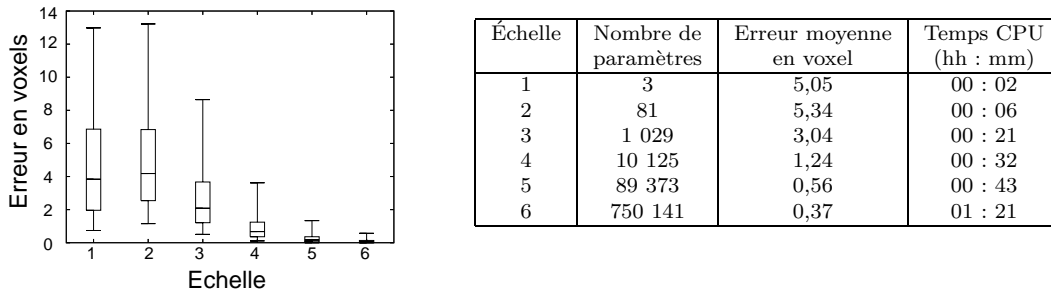
Chapitre 9

Résultats

9.1	Influence des paramètres de la méthode de recalage proposée	158
9.1.1	Échelle finale	158
9.1.2	Conservation de la topologie	159
9.1.3	Bornes sur le jacobien	161
9.1.4	Régularisation	162
9.1.5	Critère de similarité et symétrisation	163
9.2	Normalisation des intensités	165
9.2.1	Cas des images monomodales	165
9.2.2	Extension aux images multimodales	168
9.3	Comparaison entre différentes méthodes de recalage	168
9.3.1	Influence des paramètres de l’algorithme des démons	169
9.3.2	Comparaison des différentes méthodes de recalage	172

Nous avons décrit au chapitre précédent le cadre de validation mis en place pour l’évaluation des méthodes de recalage non rigide. Nous présentons dans ce chapitre les résultats de l’évaluation quantitative des différentes contributions méthodologiques que nous avons présentées dans la seconde partie de ce mémoire. Dans un premier temps, nous étudions l’influence des réglages de paramètres, dont le choix est laissé à l’utilisateur, de la méthode de recalage que nous avons proposée. Ensuite, les performances de la procédure de normalisation des intensités présentée section 6.2 sont évaluées grâce à une comparaison avec trois autres méthodes existantes. L’extension de cette méthode au cas des images multimodales décrite section 6.3 est par ailleurs aussi validée. Enfin, nous proposons de comparer les performances de la méthode proposée avec trois autres méthodes, à savoir une méthode de recalage affine, l’algorithme des démons [Thirion 98] implanté dans ITK¹ et la méthode proposée et implantée par Musse et coll. [Musse 00] qui a servi de point de départ à ce travail de thèse. Nous nous contenterons dans ce chapitre d’une analyse des résultats. Une discussion plus approfondie sur les différentes conclusions obtenues est proposée dans le chapitre suivant.

¹ITK est une bibliothèque *open-source* de traitement d’images principalement dédiée au recalage et à la segmentation des images médicales. Elle est disponible à l’adresse <http://www.itk.org>.



TAB. 9.1 – Distribution du champ de déplacement résiduel après recalage en fonction de l'échelle (*gauche*), erreurs moyennes et temps CPU correspondants sur une station de travail de type PC cadencée à 2,8 GHz (*droite*). Les résultats sont obtenus sur des images 256^3 pour 10 champs de déformation synthétiques générés aléatoirement (cf. section 8.2.1).

9.1 Influence des paramètres de la méthode de recalage proposée

Nous proposons d'étudier dans cette section l'influence des différents paramètres de la méthode de recalage développée. Dans un premier temps, nous caractérisons l'effet du choix de l'échelle finale l_{fin} . Puis, nous mettons en évidence la contribution de la conservation de la topologie présentée chapitre 4, que nous comparons avec la méthode décrite section 5.2.2 consistant à pénaliser les valeurs du jacobien évaluées sur la grille discrète de l'image par un terme supplémentaire dans la fonction de coût. Ensuite, nous examinons l'influence des bornes J_{min} et J_{max} permettant de contraindre les valeurs du jacobien. Puis, nous caractérisons l'influence du facteur λ pondérant le terme de régularisation. Enfin, nous proposons de comparer les différents critères de similarité introduits section 5.1.1 et d'évaluer l'influence de leur symétrisation.

9.1.1 Échelle finale

Nous proposons d'étudier l'influence du choix de l'échelle finale l_{fin} à laquelle est conduite le recalage. Rappelons que l'échelle est directement reliée au nombre de degrés de liberté (DDL) du modèle de déformation. Le nombre de paramètres correspondant à l'échelle l est de $3(2^l - 1)^3$. Les simulations présentées dans cette section ont été conduites en utilisant la norme L_2 , la procédure de normalisation des intensités décrite section 6.2 (sauf pour la validation sur champs de déformation synthétiques où aucune mise à jour des intensités n'est nécessaire), en imposant à la transformation de préserver la topologie ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$) et sans considérer le terme de régularisation ($\lambda = 0$).

Des simulations utilisant les champs de déformation synthétiques ont permis de caractériser l'évolution de la précision du recalage et du temps CPU en fonction de l'échelle (tableau 9.1). Les résultats montrent qu'un recalage mené jusqu'à l'échelle $l_{fin} = 6$ sur des images 256^3 permet d'atteindre une précision sous-voxel pour 97% des voxels. Une précision similaire est par ailleurs obtenue sans imposer la contrainte de conservation de la topologie. Les simulations concernant l'évaluation de la segmentation automatique par transport d'atlas (tableau 9.2) montrent sans grande surprise que la qualité de la

Échelle	Superposition (KI)	Superposition (KI)
	Segmentation en 3 classes	Segmentation en 34 structures
1	0,578 +/- 0,124	0,543 +/- 0,194
2	0,567 +/- 0,109	0,505 +/- 0,207
3	0,645 +/- 0,075	0,619 +/- 0,167
4	0,711 +/- 0,062	0,672 +/- 0,151
5	0,760 +/- 0,070	0,713 +/- 0,154
6	0,802 +/- 0,048	0,765 +/- 0,107

TAB. 9.2 – Influence de l'échelle sur la segmentation automatique par transport d'atlas (l'indice KI moyen est calculé pour toutes les structures et sur l'ensemble des images de la base IBSR).

Échelle	1	2	3	4	5	6
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	5,73	5,23	4,78	4,44	4,88	4,98

TAB. 9.3 – Influence de l'échelle sur la mise en correspondance d'amers ponctuels (l'erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

segmentation s'améliore, à la fois pour la segmentation en 34 structures et la segmentation en 3 classes, lorsque l'échelle augmente (sauf entre les échelles 1 et 2). Grâce au nombre de DDL croissant, le modèle de déformation est capable de mieux appréhender la variabilité anatomique interindividuelle et ainsi d'autoriser une segmentation plus précise. Enfin, les simulations menées sur la mise en correspondance d'amers ponctuels mettent en évidence que la précision augmente avec l'échelle jusqu'à l'échelle 4, puis se détériore pour des échelles supérieures (tableau 9.3). Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que la transformation, ayant un grand nombre de DDL et n'étant pas régularisée, tend à recalculer des voxels ayant des intensités les plus similaires possibles au détriment de la réalité anatomique sous-jacente. Cette hypothèse est confirmée par les résultats présentés dans le tableau 9.10 qui met en évidence la contribution de la contrainte de régularisation sur la mise en correspondance des amers ponctuels. L'introduction de la contrainte de régularisation permet ainsi d'atteindre une erreur quadratique moyenne de 3,36 mm pour un recalage conduit jusqu'à l'échelle 6.

9.1.2 Conservation de la topologie

Cette section a pour but de mettre en évidence la contribution de la contrainte de conservation de la topologie. Nous référençons dans la suite par B la méthode de recalage que nous avons proposée sans imposer la contrainte de conservation de la topologie ($J_{min} = -\infty$ et $J_{max} = +\infty$), B_{topo} la méthode préservant la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l'image ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$) (cf. chapitre 4), et $B_{topodiscrète}$ la méthode consistant à pénaliser les valeurs du jacobien sur la grille discrète par un terme supplémentaire dans la fonction de coût ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$) (cf. section 5.2.2).

Les résultats obtenus sur la construction d'un cerveau moyen (tableau 9.4) illustrent la supériorité de la méthode B . Cette conclusion est sans surprise puisque, le modèle de déformation de la méthode B n'étant sujet à aucune contrainte, il est capable de faire décroître plus efficacement la valeur du critère de similarité. Notons aussi que $B_{topodiscrète}$

Méthode	IM	Corrélation
B	0,4940	0,9759
B_{topo}	0,4308	0,9068
$B_{topodiscrète}$	0,4469	0,9345

TAB. 9.4 – Influence de la contrainte de conservation de la topologie sur la construction d’un cerveau moyen (l’information mutuelle et la corrélation sont calculées entre l’image moyenne et l’image de référence sur le masque du cerveau uniquement).

obtient des résultats légèrement meilleurs, suivant ce critère, que B_{topo} , illustrant ainsi que la contrainte permettant d’imposer la conservation de la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l’image est plus forte que la contrainte imposant la positivité du jacobien sur la grille discrète de l’image.

Les résultats obtenus sur la segmentation automatique par transport d’atlas (tableau 9.5) mènent à des conclusions différentes selon que la segmentation en 3 classes ou en 34 structures anatomiques est considérée. Pour la segmentation en 3 classes, les meilleurs résultats sont obtenus pour la méthode B puis pour la méthode $B_{topodiscrète}$. Ainsi, la méthode B conduit à des résultats significativement meilleurs que la méthode B_{topo} (ANOVA^{2,3} en considérant comme facteurs indépendants la classe et l’indice de segmentation : $F = 3,9; p = 0,049$). Pour la segmentation en 34 structures, le classement des méthodes est exactement l’inverse, B_{topo} donnant les meilleurs résultats et $B_{topodiscrète}$ menant à des résultats pratiquement similaires. Ainsi, la méthode préservant la topologie conduit à des résultats significativement meilleurs que la méthode B (ANOVA en considérant comme facteurs indépendants la classe et l’indice de segmentation : $F = 59,9; p < 0,0001$).

L’explication de cette contradiction pourrait être la suivante. Pour la segmentation en 3 classes, les frontières entre les classes sont bien définies, *i.e.*, caractérisées par de forts gradients. Par conséquent, minimiser au mieux le critère de similarité conduit à une mise en correspondance précise des frontières, expliquant pourquoi les meilleurs résultats sont obtenus pour la méthode B. Au contraire, pour la segmentation en 34 structures, les frontières entre les différentes classes sont moins contrastées et caractérisées par un faible rapport signal à bruit. Ainsi, minimiser au mieux le critère de similarité conduit à l’estimation de déformations non pertinentes qui tendent à recaler du bruit sur du bruit et qui ne permettent pas une mise en correspondance précise des interfaces entre structures. Contraindre le jacobien empêche la transformation d’avoir des comportements irréalistes et rend ainsi son estimation moins sensible au bruit. Ceci pourrait expliquer pourquoi B_{topo} et $B_{topodiscrète}$ conduisent à des résultats significativement meilleurs que B dans ce cas.

L’étude de l’influence de la conservation de la topologie sur la précision de la mise en correspondance d’amers ponctuels conduit à des conclusions similaires à celle de la segmentation en 34 structures anatomiques (tableau 9.6) mettant de même en évidence la supériorité de la méthode B_{topo} . En l’absence de contraintes sur le modèle de déformation, la transformation estimée tend à mettre en correspondance des voxels ayant des intensités

²ANalysis Of VAriance.

³Les traitements statistiques du type ANOVA ont été réalisés avec le logiciel Statistica Edition ’99 - version 5.5 (<http://www.statsoft.com>).

Méthode	Superposition (KI)	
	Segmentation en 3 classes	Segmentation en 34 structures
B	0,817 +/- 0,061	0,727 +/- 0,152
B _{topo}	0,802 +/- 0,048	0,765 +/- 0,107
B _{topodiscrète}	0,813 +/- 0,049	0,766 +/- 0,115

TAB. 9.5 – Influence de la contrainte de conservation de la topologie sur la segmentation automatique par transport d’atlas (l’indice KI moyen est calculé pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR).

Méthode	B	B _{topo}	B _{topodiscrète}
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	7,78	4,98	5,36

TAB. 9.6 – Influence de la contrainte de conservation de la topologie sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

les plus similaires possibles au détriment de la réalité anatomique sous-jacente.

9.1.3 Bornes sur le jacobien

Dans cette section, nous étudions l’influence des bornes J_{min} et J_{max} entre lesquelles sont contraintes les valeurs du jacobien sur le domaine continu sous-jacent de l’image par la méthode présentée au chapitre 4. Rappelons que la valeur du jacobien est représentative de la variation locale de volume induite par la transformation. Contraindre les valeurs du jacobien revient à réduire l’espace de recherche des paramètres de la transformation. Des valeurs cohérentes pour les bornes sur le jacobien doivent vérifier $J_{min} = 1/J_{max}$ afin de ne favoriser ni la contraction, ni la dilatation. Les simulations présentées dans cette section ont été conduites jusqu’à l’échelle $l_{fin} = 6$ sans régularisation ($\lambda = 0$), en utilisant la norme L_2 et la méthode de normalisation des intensités décrite section 6.2.

L’étude de l’influence des bornes contraignant le jacobien sur la segmentation automatique par transport d’atlas montre sans grande surprise que la qualité de la segmentation se détériore à mesure que le jacobien est contraint dans un intervalle de plus en plus petit (tableau 9.7). Lorsque les bornes sur le jacobien tendent vers 1, l’espace de recherche des transformations tend à se réduire à la transformation identité, empêchant ainsi l’estimation de grandes déformations.

Les conclusions obtenues en examinant l’évolution de la qualité de la mise en correspondance d’amers ponctuels en fonction des bornes sur le jacobien sont différentes. Les meilleurs résultats sont obtenus pour des valeurs du jacobien contraintes entre 0,5 et 2 (tableau 9.8). Une contrainte plus forte empêche la transformation d’appréhender la variabilité anatomique interindividuelle. Une contrainte moins forte autorise la transformation à mettre en correspondance des voxels ayant des intensités les plus similaires possibles, au détriment de la réalité anatomique sous-jacente de l’image.

J_{min}	J_{max}	Superposition (KI)	Superposition (KI)
		Segmentation en 3 classes	Segmentation en 34 structures
0	∞	0,802 +/- 0,048	0,765 +/- 0,107
0,1	10	0,787 +/- 0,061	0,740 +/- 0,141
0,2	5	0,779 +/- 0,058	0,740 +/- 0,138
0,4	2,5	0,743 +/- 0,054	0,716 +/- 0,145
0,5	2	0,725 +/- 0,056	0,710 +/- 0,142
0,8	1,25	0,659 +/- 0,067	0,656 +/- 0,151

TAB. 9.7 – Influence des bornes contraignant le jacobien sur la segmentation automatique par transport d’atlas (l’indice KI moyen est calculé pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR).

J_{min}	J_{max}	$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)
0	∞	4,98
0,1	10	4,62
0,2	5	4,15
0,4	2,5	3,66
0,5	2	3,65
0,8	1,25	4,25

TAB. 9.8 – Influence des bornes contraignant le jacobien sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

9.1.4 Régularisation

Nous étudions dans cette section l’influence du facteur λ pondérant le terme de régularisation. Les simulations présentées dans cette section ont été conduites jusqu’à l’échelle $l_{fin} = 6$ en contraignant la transformation à préserver la topologie ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$), en utilisant la norme L_2 et la méthode de normalisation des intensités décrite section 6.2.

Les résultats obtenus sur la segmentation automatique par transport d’atlas montrent qu’une valeur de λ entre 0,5 et 1 permet d’améliorer la qualité de la segmentation en 3 classes et en 34 structures. Au delà de la valeur $\lambda = 1$, la qualité de la segmentation se détériore. Des conclusions similaires sont obtenues en examinant la précision de la mise en correspondance d’amers ponctuels qui s’améliore à mesure que la valeur de λ croît jusqu’à atteindre des performances optimales pour $\lambda = 1$. Pour des valeurs supérieures de λ , une dégradation des résultats est observée. L’interprétation de ces résultats est similaire à celle donnée lors de l’étude de l’influence des bornes sur le jacobien, à savoir que si le modèle de déformation est trop régularisé, la transformation n’est pas capable d’appréhender la variabilité anatomique interindividuelle, et si le modèle de déformation n’est pas assez régularisé, il tend à mettre en correspondance des voxels ayant des intensités les plus similaires possibles, au détriment de la réalité anatomique sous-jacente de l’image.

λ	Superposition (KI)	Superposition (KI)
	Segmentation en 3 classes	Segmentation en 34 structures
0	0,802 +/- 0,048	0,765 +/- 0,107
0,5	0,813 +/- 0,063	0,775 +/- 0,126
1	0,809 +/- 0,059	0,777 +/- 0,116
5	0,747 +/- 0,040	0,738 +/- 0,113
10	0,701 +/- 0,045	0,701 +/- 0,129

TAB. 9.9 – Influence du facteur λ pondérant le terme de régularisation sur la segmentation automatique par transport d’atlas (l’indice KI moyen est calculé pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR).

λ	0	0,5	1	5	10
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	4,98	3,46	3,36	3,45	3,87

TAB. 9.10 – Influence du facteur λ pondérant le terme de régularisation sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

9.1.5 Critère de similarité et symétrisation

Nous proposons une comparaison des trois critères de similarité présentés section 5.1.1, à savoir la norme L_2 , la norme L_1L_2 et la fonction de coût proposée par Geman et McClure (notée G). Nous étudions aussi l’influence de la symétrisation de ces critères, les versions symétrisées étant notées respectivement dans la suite L_2^{sym} , $L_1L_2^{sym}$ et G^{sym} . Les simulations présentées dans cette section ont été conduites jusqu’à l’échelle $l_{fin} = 6$ en imposant à la transformation de préserver la topologie ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$), sans régularisation ($\lambda = 0$) et en utilisant la procédure de normalisation des intensités présentée section 6.2.

L’influence du critère de similarité sur la construction d’un cerveau moyen n’est pas flagrante (tableau 9.11). La norme L_1L_2 donne des résultats légèrement meilleurs que les normes L_2 et G . L’utilisation d’un critère symétrisé semble par ailleurs améliorer sensiblement les résultats, excepté pour la norme L_2 . Concernant l’influence du critère de similarité sur la segmentation automatique par transport d’atlas, de meilleurs résultats sont

Critère de similarité	IM	Corrélation
L_2	0,4308	0,9068
L_2^{sym}	0,4287	0,9000
L_1L_2	0,4355	0,9137
$L_1L_2^{sym}$	0,4373	0,9186
G	0,4310	0,9010
G^{sym}	0,4376	0,9185

TAB. 9.11 – Influence du critère de similarité sur la construction d’un cerveau moyen (l’information mutuelle et la corrélation sont calculées entre l’image moyenne et l’image de référence sur le masque du cerveau uniquement).

Critère de similarité	Indice de segmentation	LCR	MG	MB
L_2	SE	0,849 +/- 0,045	0,857 +/- 0,032	0,733 +/- 0,071
	SP	1,000 +/- 0,000	0,979 +/- 0,012	0,996 +/- 0,001
	KI	0,826 +/- 0,036	0,785 +/- 0,054	0,796 +/- 0,045
L_2^{sym}	SE	0,853 +/- 0,044	0,846 +/- 0,031	0,698 +/- 0,091
	SP	1,000 +/- 0,000	0,981 +/- 0,009	0,996 +/- 0,001
	KI	0,812 +/- 0,035	0,787 +/- 0,043	0,777 +/- 0,055
L_1L_2	SE	0,838 +/- 0,045	0,866 +/- 0,030	0,754 +/- 0,068
	SP	1,000 +/- 0,000	0,981 +/- 0,010	0,996 +/- 0,001
	KI	0,827 +/- 0,030	0,800 +/- 0,049	0,813 +/- 0,040
$L_1L_2^{sym}$	SE	0,851 +/- 0,044	0,867 +/- 0,030	0,737 +/- 0,081
	SP	1,000 +/- 0,000	0,980 +/- 0,011	0,997 +/- 0,001
	KI	0,826 +/- 0,033	0,797 +/- 0,051	0,805 +/- 0,049
G	SE	0,793 +/- 0,078	0,862 +/- 0,030	0,760 +/- 0,066
	SP	1,000 +/- 0,000	0,982 +/- 0,010	0,996 +/- 0,001
	KI	0,798 +/- 0,053	0,803 +/- 0,048	0,810 +/- 0,043
G^{sym}	SE	0,843 +/- 0,050	0,868 +/- 0,025	0,756 +/- 0,074
	SP	1,000 +/- 0,000	0,981 +/- 0,010	0,996 +/- 0,002
	KI	0,831 +/- 0,032	0,799 +/- 0,051	0,807 +/- 0,046

TAB. 9.12 – Influence du critère de similarité sur la segmentation automatique par transport d’atlas en 3 classes (la moyenne de chaque indice de segmentation est calculée pour chaque type de tissu sur l’ensemble des images de la base IBSR).

Critère de similarité	SE	SP	KI
L_2	0,773 +/- 0,130	0,999 +/- 0,002	0,765 +/- 0,107
L_2^{sym}	0,756 +/- 0,135	0,999 +/- 0,002	0,753 +/- 0,109
L_1L_2	0,786 +/- 0,127	0,999 +/- 0,002	0,778 +/- 0,105
$L_1L_2^{sym}$	0,783 +/- 0,12	0,999 +/- 0,002	0,774 +/- 0,099
G	0,781 +/- 0,128	0,999 +/- 0,002	0,776 +/- 0,104
G^{sym}	0,776 +/- 0,129	0,999 +/- 0,002	0,766 +/- 0,111

TAB. 9.13 – Influence du critère de similarité sur la segmentation automatique par transport d’atlas en 34 structures anatomiques (la moyenne de chaque indice de segmentation est calculée pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR).

obtenus pour les normes L_1L_2 et G . Cependant, la différence observée n’est significative que pour la segmentation en 34 structures (tableau 9.13, ANOVA en considérant comme facteurs indépendants la classe et l’indice de segmentation : $F = 5,9; p = 0,0028$), et pas pour la segmentation en 3 classes (tableau 9.12, ANOVA en considérant comme facteurs indépendants la classe et l’indice de segmentation : $F = 1,56; p = 0,21$). Concernant la symétrisation du critère, elle conduit à des résultats légèrement moins bons à la fois sur la segmentation en 3 classes et en 34 structures. Le critère de similarité a par contre une influence significative sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (tableau 9.14, ANOVA en considérant comme facteur indépendant l’étiquette de chaque amer : $F = 7,57; p = 0,0054$), la norme L_1L_2 permettant d’obtenir les meilleurs résultats. Une amélioration de la mise en correspondance des amers est aussi observée en ayant recours aux versions symétrisées des critères de similarité. Le critère de similarité a aussi un impact sur la cohérence des champs de déformation estimés (tableau 9.15). Comme nous pouvions l’espérer, les versions symétrisées des critères conduisent effectivement à l’estimation de champs de déformation plus cohérents. Par ailleurs, l’utilisation de critères de similarité robustes (L_1L_2 et G) conduit aussi à l’estimation de champs de déformation

Critère de similarité	L_2	L_2^{sym}	L_1L_2	$L_1L_2^{sym}$	G	G^{sym}
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	4,98	4,65	4,26	4,09	4,43	4,17

TAB. 9.14 – Influence du critère de similarité sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

Critère de similarité	non symétrisé	symétrisé
	$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)
L_2	6,07	5,34
L_1L_2	4,15	3,52
G	4,78	4,20

TAB. 9.15 – Influence du critère de similarité sur la cohérence des champs de déformation estimés (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

plus cohérents qu’en ayant recours à la norme L_2 . Ces critères étant moins sensibles aux valeurs aberrantes, ils permettent ainsi d’éviter l’estimation de déformations irréalistes.

9.2 Normalisation des intensités

9.2.1 Cas des images monomodales

Nous proposons dans cette section d’évaluer les performances de la procédure de normalisation des intensités que nous avons décrite section 6.2 en considérant l’estimation d’un mélange de 10 lois gaussiennes à partir de l’histogramme conjoint. Cette méthode est référencée dans la suite par 10-JHGM. Dans ce but, nous proposons une comparaison avec trois autres méthodes de normalisation des intensités afin de mettre en évidence l’influence sur la segmentation automatique par transport d’atlas. Les trois méthodes utilisées pour comparaison sont les suivantes :

- la normalisation par moyenne et écart-type (référencée dans la suite par MS) en calculant les caractéristiques des images uniquement sur le masque du crâne afin de s’affranchir de l’influence des voxels du fond ;
- une méthode inspirée de celle proposée dans [Nyul 99] qui consiste à identifier N quantiles dans les histogrammes de chacune des images et à les mettre en correspondance par une transformation linéaire par morceaux. Nous avons utilisé l’implantation faite dans ITK et choisi $N = 7$ quantiles conformément à la valeur suggérée dans [Ibanez 03]. Cette méthode est référencée dans la suite par 7-QL ;
- une méthode inspirée de celle proposée dans [Hellier 03a] qui consiste à estimer un mélange de K lois gaussiennes à partir des histogrammes de chacune des images. Une fonction non linéaire sur les intensités est ensuite estimée de sorte à rendre identiques les représentations paramétriques des histogrammes des deux images. Comme suggéré dans [Hellier 03a], nous avons choisi $K = 5$ lois gaussiennes. Cette méthode est référencée dans la suite par 5-HGM.

Pour comparer l’influence de ces méthodes, nous avons utilisé la méthode de recalage présentée dans la deuxième partie de ce document conduite jusqu’à l’échelle $l_{fin} = 6$

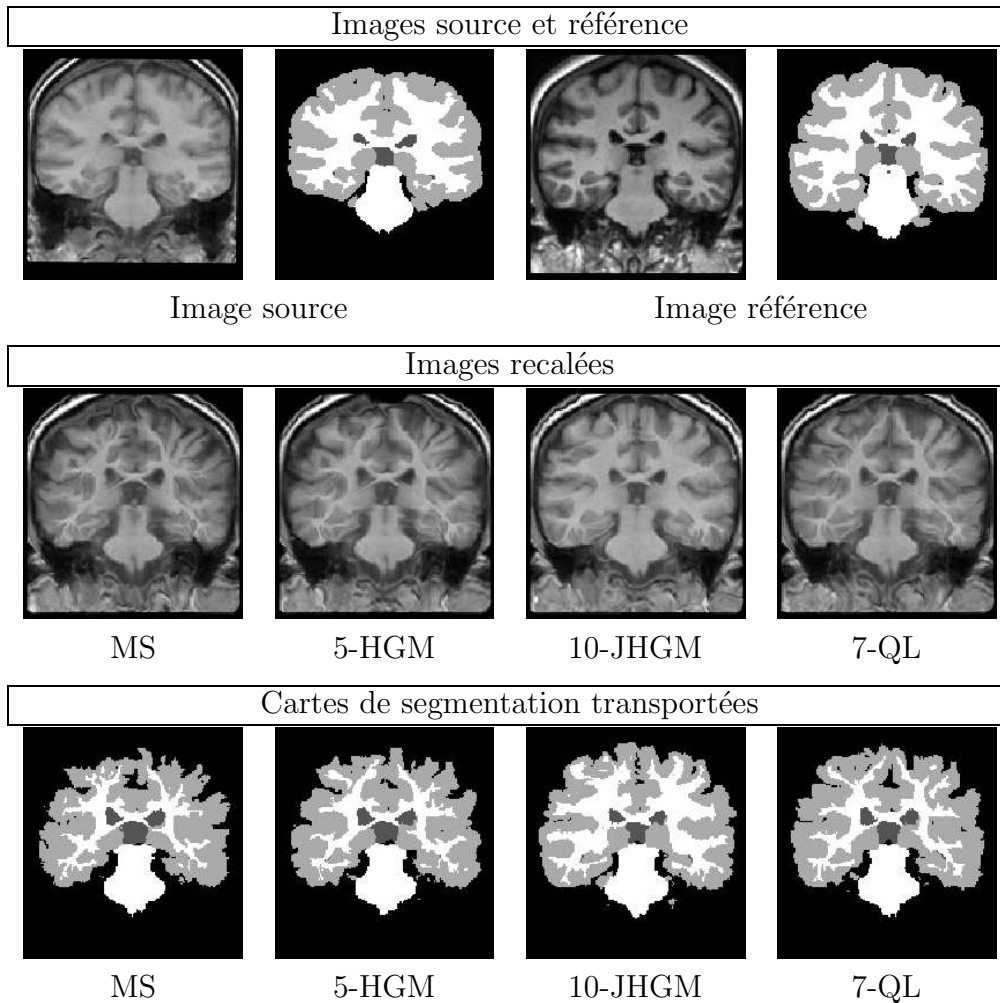


FIG. 9.1 – Résultats obtenus lors du recalage de l'image source sur l'image référence en utilisant quatre méthodes différentes de normalisation des intensités. Excepté pour la méthode 10-JHGM, la substance blanche tend à être sous-estimée et la substance grise tend à être surestimée (les cartes de segmentation transportées sont à comparer avec la carte de segmentation de l'image de référence). Les résultats présentés correspondent au cas de la base IBSR ayant le plus mis en défaut l'ensemble des méthodes.

en imposant la contrainte de conservation de la topologie ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$), sans régularisation ($\lambda = 0$) et en utilisant la norme L_2 . La mise à jour des intensités est réalisée pour chaque échelle avant la phase d'optimisation.

L'inspection visuelle des résultats obtenus avec les quatre méthodes de normalisation d'intensité (figure 9.1) conduit au constat suivant : la substance blanche tend à être sous-estimée et la substance grise surestimée pour l'ensemble des méthodes sauf pour la méthode que nous avons proposée (10-JHGM). Ce phénomène a déjà été mis en évidence dans [Crivello 02] où le constat est fait que les méthodes de segmentation automatique par transport d'atlas pèchent par sous-estimation la matière blanche. Cependant, le lien n'a pas été fait jusqu'à présent avec des problèmes de normalisation des intensités. Ce constat sur la sous-estimation de la substance blanche (*i.e.*, mauvais indice de sensibilité) est confirmé quantitativement par les résultats présentés dans le tableau 9.16. En effet, la méthode 10-JHGM conduit à des résultats significativement meilleurs que les

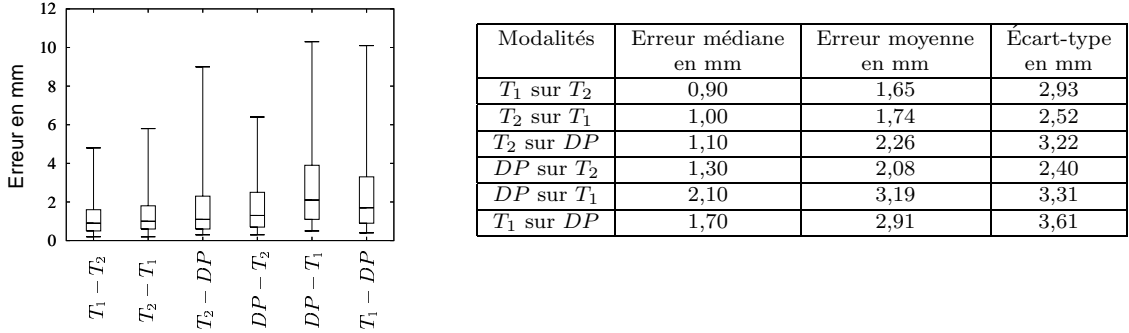
Méthode	Indice de segmentation	LCR	MG	MB
MS	SE	0,858 +/- 0,058	0,752 +/- 0,085	0,544 +/- 0,207
	SP	1,000 +/- 0,000	0,978 +/- 0,009	0,997 +/- 0,001
	KI	0,754 +/- 0,071	0,716 +/- 0,090	0,653 +/- 0,168
5-HGM	SE	0,870 +/- 0,047	0,749 +/- 0,076	0,522 +/- 0,197
	SP	0,999 +/- 0,001	0,978 +/- 0,008	0,998 +/- 0,001
	KI	0,750 +/- 0,069	0,712 +/- 0,085	0,640 +/- 0,162
10-JHGM	SE	0,851 +/- 0,046	0,856 +/- 0,033	0,742 +/- 0,063
	SP	1,000 +/- 0,000	0,980 +/- 0,012	0,996 +/- 0,001
	KI	0,833 +/- 0,022	0,788 +/- 0,054	0,802 +/- 0,037
7-QL	SE	0,860 +/- 0,049	0,796 +/- 0,051	0,575 +/- 0,215
	SP	1,000 +/- 0,000	0,979 +/- 0,009	0,997 +/- 0,002
	KI	0,781 +/- 0,058	0,747 +/- 0,073	0,672 +/- 0,157

TAB. 9.16 – Influence de la méthode de normalisation des intensités sur la segmentation automatique en 3 classes par transport d’atlas (la moyenne de chaque indice de segmentation pour chaque type de tissu est calculée sur l’ensemble des images de la base IBSR exceptée une image pour laquelle la méthode 5-HGM a conduit à l’estimation d’une solution aberrante).

Méthode	SE	SP	KI
MS	0,679 +/- 0,198	0,999 +/- 0,002	0,670 +/- 0,161
5-HGM	0,686 +/- 0,194	0,999 +/- 0,003	0,673 +/- 0,159
10-JHGM	0,774 +/- 0,127	0,999 +/- 0,002	0,769 +/- 0,105
7-QL	0,715 +/- 0,184	0,999 +/- 0,002	0,699 +/- 0,150

TAB. 9.17 – Influence de la méthode de normalisation des intensités sur la segmentation automatique en 34 structures anatomiques par transport d’atlas (la moyenne de chaque indice de segmentation est calculée pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR exceptée une image pour laquelle la méthode 5-HGM a conduit à l’estimation d’une solution aberrante).

trois autres méthodes en considérant l’indice de sensibilité pour la segmentation de la substance blanche (ANOVA : $F = 4, 8; p = 0, 004$). De manière générale, des résultats significativement meilleurs sont obtenus avec la méthode 10-JHGM pour la segmentation en 3 classes (tableau 9.16, ANOVA en considérant comme facteurs indépendants les tissus et l’indice de segmentation : $F = 19, 3; p < 0, 0001$) et pour la segmentation en 34 structures anatomiques (tableau 9.17, ANOVA en considérant comme facteurs indépendants les tissus et l’indice de segmentation : $F = 113, 9; p < 0, 0001$). En considérant en particulier l’indice de superposition KI qui est le plus sélectif, la méthode 10-JHGM se montre significativement meilleure pour la segmentation du liquide céphalorachidien (ANOVA : $F = 2, 81; p = 0, 041$), de la substance grise (ANOVA : $F = 11, 6; p < 0, 0001$) et de la substance blanche (ANOVA : $F = 9, 1; p < 0, 0001$). Concernant les autres méthodes, des résultats similaires sont obtenus pour la méthode 5-HGM et MS tandis que la méthode 7-QL donne des résultats significativement meilleurs que ces deux méthodes.



TAB. 9.18 – Distribution du champ de déplacement résiduel après recalage en fonction des modalités impliquées. Les résultats sont obtenus pour chaque couple de modalités sur des images 256^3 pour 10 champs de déformation synthétiques générés aléatoirement (cf. section 8.2.1).

9.2.2 Extension aux images multimodales

Dans cette section, nous souhaitons évaluer les performances de l'extension multimodale de la méthode de normalisation des intensités que nous avons présentée section 6.3. Pour ce faire, nous avons eu recours à trois images simulées de Brainweb (niveau de bruit : 3%, niveau d'artefact : 20 %) pondérées en T_1 , T_2 et densité de protons (DP) afin de conduire une validation sur champs de déformation synthétiques. Les recalages ont été effectués avec la méthode que nous avons proposée jusqu'à la résolution $l_{fin} = 6$ en imposant la contrainte de conservation de la topologie ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$), sans régularisation ($\lambda = 0$) et en utilisant la norme L_2 . La mise à jour des intensités est réalisée pour chaque échelle avant la phase d'optimisation.

Les résultats obtenus pour toutes les combinaisons possibles de recalage entre modalités différentes, calculés pour chaque cas pour dix champs de déformation synthétiques générés aléatoirement, sont présentés dans le tableau 9.18. Ces résultats sont manifestement moins bons que ceux obtenus section 9.1.1 pour des champs synthétiques ne faisant intervenir qu'une seule image et ne nécessitant donc pas de normalisation des intensités. Il apparaît aussi une différence sur la précision atteinte en fonction des modalités mises en jeu, le recalage $T_1 - T_2$ donnant des résultats meilleurs que $T_1 - DP$. Enfin, on remarque la différence notable entre la valeur de l'erreur moyenne et de l'erreur médiane, conséquence de l'existence d'importantes erreurs qui n'ont pas pu être prises en compte par le recalage.

9.3 Comparaison entre différentes méthodes de recalage

Dans cette section, nous proposons de comparer les performances des méthodes que nous avons proposées avec trois autres méthodes de recalage. La première méthode que nous avons choisie pour comparaison est une méthode de recalage affine à 12 paramètres (référéncée dans la suite par A) utilisant l'information mutuelle ([Maes 97], équation 1) comme critère de similarité et la méthode du simplexe pour l'optimisation car ce type de recalage est actuellement largement utilisé dans le domaine des neurosciences pour

conduire des études de groupe en imagerie fonctionnelle. La seconde méthode, référencée dans la suite par D, est l'algorithme des démons proposé par Thirion [Thirion 98]. Le choix s'est porté sur cette méthode du fait de sa popularité dans la communauté de traitement d'images médicales et des très bons résultats qu'elle a obtenus dans le cadre de la validation menée par Hellier et coll. [Hellier 03c]. Nous avons choisi d'utiliser l'implantation faite de cette méthode dans la bibliothèque de traitement d'images ITK qui tend actuellement à s'imposer comme une des bibliothèques de référence dans le domaine du traitement d'images médicales. Afin de proposer une comparaison équitable avec la méthode de recalage que nous avons développée, nous effectuons dans un premier temps une étude sur l'influence des différents paramètres de la méthode des démons (nombre d'itérations, paramètre de régularisation, méthode de normalisation des intensités) conduite de manière similaire à celle menée pour la méthode que nous avons proposée (cf. section 9.1). Enfin, la troisième méthode choisie pour comparaison et référencée dans la suite par M est celle développée par Musse [Musse 00]. Rappelons que cette méthode a servi de point de départ à ce travail de thèse. Une synthèse de l'ensemble des contributions que nous avons apportées par rapport à la méthode initiale proposée par Musse est présentée dans la conclusion partielle de la deuxième partie de ce document (page 139). L'ensemble des recalages effectués avec la méthode M a été conduit jusqu'à l'échelle $l_{fin} = 6$.

Parmi les différentes variantes possibles de la méthode que nous proposons (cf. section 9.1), nous avons choisi celle ayant obtenu les meilleurs résultats pour la construction d'un cerveau moyen et pour la segmentation automatique en 3 classes, à savoir la méthode, référencée dans la suite par B, sans contrainte de conservation de la topologie ($J_{min} = -\infty$ et $J_{max} = +\infty$) et sans régularisation ($\lambda = 0$) et celle ayant obtenu les meilleurs résultats pour la segmentation en 34 structures et la mise en correspondance d'amers ponctuels, à savoir la méthode, référencée dans la suite par $B_{topo}^{\lambda=1}$, préservant la topologie ($J_{min} = 0$ et $J_{max} = +\infty$) et régularisée grâce à l'énergie de membrane élastique ($\lambda = 1$). L'ensemble des recalages effectués pour ces deux méthodes ont été conduits jusqu'à la résolution $l_{fin} = 6$ en utilisant la norme L_2 et la procédure de normalisation des intensités présentée section 6.2.

9.3.1 Influence des paramètres de l'algorithme des démons

9.3.1.1 Paramètre de régularisation

La régularité de la transformation estimée par l'algorithme des démons est assurée grâce à un filtrage gaussien du champ de déformation après chaque itération. Le paramètre σ , correspondant à l'écart-type du filtre gaussien utilisé, permet de contrôler le degré de régularité de la transformation : plus σ est grand, plus le champ de déformation estimé est lisse. Pour étudier l'influence du paramètre σ , des simulations ont été conduites avec l'algorithme des démons implanté dans ITK en utilisant une approche multirésolution (pyramide gaussienne à 4 niveaux de résolution) et en effectuant 100 itérations par niveau de résolution. Ce nombre de 100 itérations par niveau de résolution peut sembler exagérément grand, mais nous voulions être sûr d'obtenir les meilleures performances possibles, sans nous soucier de la charge calculatoire. Les résultats présentés dans cette section ont été obtenus en utilisant la méthode de mise en correspondance des intensités décrite section 6.2. Des simulations effectuées avec la méthode de normalisation

σ	0	0,5	1	2	5	10
Erreur moyenne (en voxels)	26,65	1,63	0,41	1,01	3,60	4,47

TAB. 9.19 – Erreur résiduelle moyenne pour l’algorithme des démons (pyramide gaussienne à 4 niveaux de résolution, 100 itérations par niveau de résolution) en fonction de l’écart-type σ du filtre gaussien. Les résultats sont obtenus sur des images 256^3 pour 10 champs de déformation synthétiques générés aléatoirement (cf. section 8.2.1).

σ	Superposition (KI)	Superposition (KI)
	Segmentation en 3 classes	Segmentation en 34 structures
0,5	0,780 +/- 0,076	0,704 +/- 0,173
1	0,814 +/- 0,039	0,778 +/- 0,105
2	0,756 +/- 0,045	0,759 +/- 0,107

TAB. 9.20 – Influence de l’écart-type σ du filtre gaussien sur la segmentation automatique par transport d’atlas (l’indice KI moyen est calculé pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR).

d’intensité proposée dans ITK (7-QL) ont conduit à des conclusions similaires.

Les résultats de l’évaluation sur champs de déformation synthétiques (tableau 9.19) montrent que les meilleures performances sont obtenues pour $\sigma = 1$. Pour des valeurs supérieures de σ , le champ de déformation est trop régularisé et pour des valeurs inférieures le champ de déformation devient non pertinent, en particulier pour $\sigma = 0$ qui conduit à l’estimation d’une transformation complètement aberrante (le problème devient mal posé). La valeur $\sigma = 1$ conduit aussi aux meilleures performances pour la segmentation automatique par transport d’atlas (tableau 9.20) et pour la mise en correspondance d’amers (tableau 9.21). Ainsi, nous utilisons le réglage $\sigma = 1$ pour l’ensemble des simulations présentées dans la suite du document qui ont été menées avec l’algorithme des démons.

9.3.1.2 Nombre d’itérations

Nous proposons d’étudier l’influence du nombre d’itérations, par niveau de résolution, sur la précision du recalage et sur la charge calculatoire correspondante grâce à l’évaluation sur champs de déformation synthétiques (tableau 9.22). Conformément à ce qui était attendu, le temps CPU augmente linéairement avec le nombre d’itérations. Pour 100 itérations par niveau de résolution, 95% des voxels sont recalés avec une précision sous-voxel, correspondant à une précision comparable à celle de la méthode que nous avons proposée conduite jusqu’à l’échelle $l_{fin} = 6$. Au-delà de ce nombre d’itérations par niveau de résolution, l’amélioration de la précision n’est plus très importante. Nous choisissons

σ	0,5	1	2
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	5,90	3,47	3,56

TAB. 9.21 – Influence de l’écart-type σ du filtre gaussien sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

Nombre d'itérations	Erreur moyenne (en voxels)	Temps CPU (hh : mm)
10	1,27	00 : 20
20	0,78	00 : 35
50	0,48	01 : 20
100	0,41	02 : 34
200	0,38	04 : 57

TAB. 9.22 – Influence du nombre d'itérations par niveau de résolution de l'algorithme des démons (pyramide gaussienne à 4 niveaux de résolution, $\sigma = 1$) sur l'erreur moyenne et le temps CPU correspondant sur une station de travail de type PC cadencée à 2,8 GHz. Les résultats sont obtenus sur des images 256^3 pour 10 champs de déformation synthétiques générés aléatoirement (cf. section 8.2.1).

Méthodes	Superposition (KI)	Superposition (KI)
	Segmentation en 3 classes	Segmentation en 34 structures
10-JHGM	0,814 +/- 0,039	0,778 +/- 0,105
7-QL	0,760 +/- 0,085	0,754 +/- 0,105

TAB. 9.23 – Influence de la méthode de mise en correspondance des intensités utilisée dans l'algorithme des démons (pyramide gaussienne à 4 niveaux de résolution, 100 itérations par niveau de résolution, $\sigma = 1$) sur la segmentation automatique par transport d'atlas (l'indice KI moyen est calculé pour toutes les structures et sur l'ensemble des images de la base IBSR).

ainsi d'utiliser cette valeur de 100 itérations par niveau de résolution pour l'ensemble des simulations présentées dans la suite du document.

9.3.1.3 Méthode de normalisation des intensités

Une hypothèse faite dans la méthode des démons est que l'intensité de deux voxels correspondants est identique. Pour que cette hypothèse soit vérifiée, il est nécessaire d'avoir recours au préalable à une étape de normalisation des intensités. Dans la méthode originelle proposée par Thirion [Thirion 98], aucune solution au problème de normalisation des intensités n'est indiquée. Dans l'implantation des démons faite dans ITK, une normalisation des intensités par la méthode 7-QL est suggérée [Ibanez 03]. Ce choix est cependant sous optimal puisque l'utilisation de la méthode de normalisation des intensités que nous avons proposée section 6.2 permet d'améliorer significativement les résultats dans le cadre de l'algorithme des démons pour la segmentation automatique par transport d'atlas (tableau 9.23) et pour la mise en correspondance d'amers ponctuels (tableau 9.24). Ainsi, toutes les simulations concernant la méthode D qui sont présentées dans la suite utilisent la procédure de mise en correspondance des intensités présentée section 6.2 .

Méthodes	10-JHGM	7-QL
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	3,47	3,66

TAB. 9.24 – Influence de la méthode de mise en correspondance des intensités utilisée dans l’algorithme des démons (pyramide gaussienne à 4 niveaux de résolution, 100 itérations par niveau de résolution, $\sigma = 1$) sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

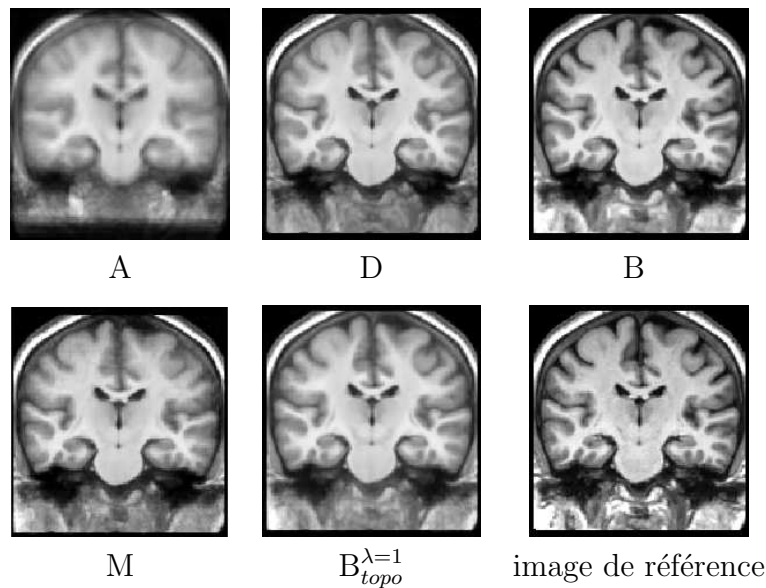


FIG. 9.2 – Cerveaux moyens construits avec différentes méthodes de recalage.

9.3.2 Comparaison des différentes méthodes de recalage

9.3.2.1 Construction d’un cerveau moyen

Nous proposons d’étudier l’influence de la méthode de recalage sur la construction d’un cerveau moyen. La première remarque qui peut être faite est que plus le nombre de DDL de la transformation est grand, plus l’image moyenne est nette (figure 9.2) et plus la ressemblance entre l’image moyenne et l’image de référence est grande (tableau 9.25), illustrant la contribution des méthodes de recalage déformable par rapport au recalage affine. Les meilleurs résultats sont obtenus pour la méthode B du fait qu’aucune contrainte sur le jacobien ni aucune régularisation n’empêche la transformation de faire décroître au maximum le critère de similarité. Bien que la méthode M ne soit pas non plus sujette à des contraintes sur le jacobien ni à aucune régularisation, elle ne permet pas d’obtenir des résultats comparables. Ce constat est principalement lié aux stratégies différentes d’optimisation entre ces deux méthodes, la mise à jour conjointe de l’ensemble des paramètres du modèle utilisée dans la méthode M étant moins efficace pour faire décroître le critère de similarité que la stratégie d’optimisation par bloc utilisée pour la méthode B. Les résultats obtenus par M, D et $B_{topo}^{\lambda=1}$ sont similaires.

Méthode	IM	Corrélation
A	0,3577	0,5559
B	0,4940	0,9759
$B_{topo}^{\lambda=1}$	0,4324	0,9146
D	0,4300	0,8984
M	0,4210	0,8840

TAB. 9.25 – Influence de la méthode de recalage sur la construction d’un cerveau moyen (l’information mutuelle et la corrélation sont calculées entre l’image moyenne et l’image de référence sur le masque du cerveau uniquement).

Méthode	Indice de segmentation	LCR	MG	MB
A	SE	0,567 +/- 0,137	0,714 +/- 0,055	0,636 +/- 0,037
	SP	0,999 +/- 0,000	0,974 +/- 0,009	0,988 +/- 0,002
	KI	0,518 +/- 0,084	0,667 +/- 0,028	0,653 +/- 0,026
B	SE	0,874 +/- 0,043	0,848 +/- 0,047	0,760 +/- 0,081
	SP	1,000 +/- 0,000	0,982 +/- 0,011	0,997 +/- 0,002
	KI	0,828 +/- 0,052	0,798 +/- 0,069	0,824 +/- 0,060
$B_{topo}^{\lambda=1}$	SE	0,824 +/- 0,083	0,872 +/- 0,027	0,772 +/- 0,064
	SP	1,000 +/- 0,000	0,977 +/- 0,017	0,995 +/- 0,002
	KI	0,825 +/- 0,042	0,787 +/- 0,080	0,815 +/- 0,045
D	SE	0,817 +/- 0,078	0,864 +/- 0,029	0,767 +/- 0,055
	SP	1,000 +/- 0,000	0,983 +/- 0,008	0,995 +/- 0,001
	KI	0,821 +/- 0,038	0,809 +/- 0,041	0,813 +/- 0,041
M	SE	0,791 +/- 0,095	0,792 +/- 0,051	0,691 +/- 0,148
	SP	1,000 +/- 0,000	0,980 +/- 0,009	0,994 +/- 0,003
	KI	0,759 +/- 0,076	0,751 +/- 0,065	0,744 +/- 0,102

TAB. 9.26 – Influence de la méthode de recalage sur la segmentation automatique par transport d’atlas en 3 classes (la moyenne de chaque indice de segmentation pour chaque type de tissu est calculée sur l’ensemble des images de la base IBSR).

9.3.2.2 Segmentation automatique par transport d’atlas

Nous proposons d’étudier l’influence de la méthode de recalage sur la segmentation automatique par transport d’atlas en 3 classes (tableau 9.26) et en 34 structures anatomiques (tableau 9.27). Une première remarque concerne l’apport évident des méthodes de recalage déformable par rapport au recalage affine, qui présente un nombre de DDL insuffisant pour appréhender la variabilité morphologique interindividuelle. Concernant la comparaison des méthodes déformables, les conclusions diffèrent selon que la segmentation en 3 classes ou en 34 structures anatomiques est considérée. Les meilleurs résultats pour la segmentation en 3 classes sont obtenus par la méthode B. Les méthodes $B_{topo}^{\lambda=1}$ et D conduisent à des performances similaires et la méthode M conduit à des résultats significativement moins bons. Par contre, pour la segmentation en 34 structures anatomiques, les moins bons résultats sont obtenus par la méthode B et par la méthode M. La méthode $B_{topo}^{\lambda=1}$ conduit à de meilleurs résultats que les démons.

Méthode	SE	SP	KI
A	0,638 +/- 0,170	0,999 +/- 0,003	0,627 +/- 0,150
B	0,741 +/- 0,165	0,999 +/- 0,002	0,727 +/- 0,152
$B_{topo}^{\lambda=1}$	0,793 +/- 0,130	0,999 +/- 0,003	0,777 +/- 0,116
D	0,774 +/- 0,125	0,999 +/- 0,002	0,778 +/- 0,105
M	0,762 +/- 0,129	0,999 +/- 0,002	0,759 +/- 0,107

TAB. 9.27 – Influence de la méthode de recalage sur la segmentation automatique par transport d’atlas en 34 structures anatomiques (la moyenne de chaque indice de segmentation est calculée pour toutes les structures et sur l’ensemble des images de la base IBSR).

Méthode	A	B	$B_{topo}^{\lambda=1}$	D	M
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	6,18	7,78	3,36	3,47	5,93

TAB. 9.28 – Influence de la méthode de recalage sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

9.3.2.3 Mise en correspondance d’amers ponctuels

Nous proposons d’étudier l’influence de la méthode de recalage sur la mise en correspondance d’amers ponctuels (tableau 9.28) ainsi que sur la cohérence des champs de déformation estimés (tableau 9.29). Concernant la précision de la mise en correspondance d’amers, il faut souligner les résultats particulièrement décevants de la méthode B, qui sont encore moins bons que ceux obtenus pour le recalage affine. Ceci est lié au fait que la transformation n’étant ni contrainte et ni régularisée, elle tend à mettre en correspondance des voxels ayant des intensités similaires au détriment de la réalité anatomique sous-jacente. Bien que n’étant pas non plus régularisée, ni contrainte, la méthode M donne de meilleurs résultats, mais à peine meilleurs que le recalage affine. Cette différence observée avec la méthode B est en grande partie liée à la stratégie d’optimisation globale qui tend en quelque sorte à régulariser les paramètres du modèle de déformation. Les méthodes $B_{topo}^{\lambda=1}$ et D conduisent à des résultats significativement meilleurs que les autres méthodes, avec un léger avantage pour la méthode $B_{topo}^{\lambda=1}$. Les conclusions concernant la cohérence des champs de déformation estimés sont similaires. Les méthodes B et M donnent les résultats les moins bons et la méthode $B_{topo}^{\lambda=1}$ conduit à des résultats légèrement meilleurs que la méthode des démons.

Méthode	B	$B_{topo}^{\lambda=1}$	D	M
$\sqrt{\langle FRE^2 \rangle}$ (mm)	10,51	1,41	1,60	7,01

TAB. 9.29 – Influence de la méthode de recalage sur la cohérence des champs de déformation estimés (l’erreur quadratique moyenne est calculée pour les 17 amers et pour les 12 recalages possibles).

Chapitre 10

Discussion

10.1 Cadre de validation	175
10.1.1 Validation sur champs de déformation synthétiques	176
10.1.2 Construction d'un cerveau moyen	176
10.1.3 Validation de la segmentation par transport d'atlas	176
10.1.4 Évaluation de la mise en correspondance d'amers	177
10.2 Caractérisation de la méthode de recalage proposée	178
10.2.1 Réglage des paramètres	178
10.2.2 Conservation de la topologie	178
10.2.3 Fonction de coût	179
10.3 Normalisation des intensités	180
10.3.1 Cas des images monomodales	180
10.3.2 Cas des images multimodales	180
10.4 Comparaison des méthodes de recalage	181

Dans ce chapitre, nous proposons une discussion sur l'ensemble des résultats présentés au chapitre précédent. Dans un premier temps, nous analysons les avantages et les limites de chacune des méthodes qui composent le cadre de validation que nous avons mis en place, mettant ainsi en évidence la complémentarité de ces méthodes. Puis, nous proposons une synthèse sur l'influence des paramètres de la méthode de recalage présentée dans la deuxième partie de ce document. Nous analysons ensuite les performances des méthodes de normalisation des intensités que nous avons proposées dans le cas des images monomodales et multimodales. Enfin, nous discutons les résultats obtenus lors de la comparaison des différentes méthodes de recalage.

10.1 Cadre de validation

Les résultats obtenus avec les différentes méthodes de validation décrites section 8.2 sont parfois contradictoires, illustrant le fait qu'il n'existe pas de critère de validation universel. Chaque méthode de validation permet de caractériser certaines propriétés particulières des méthodes de recalage. Nous proposons dans cette section une discussion sur les avantages et les limites de chacune de ces méthodes afin de mettre en évidence leur complémentarité dans le cadre de validation que nous avons mis en place.

10.1.1 Validation sur champs de déformation synthétiques

La validation sur champs de déformation synthétiques permet d'évaluer l'aptitude d'un modèle de déformation à appréhender d'importantes déformations non linéaires et à converger vers la solution optimale. Elle permet par ailleurs de quantifier la précision de la solution estimée. Cependant, les champs de déformation synthétiques ne peuvent être considérés comme une vérité terrain à proprement parler puisqu'ils ne sont sans doute pas représentatifs de la variabilité morphologique interindividuelle, qui est à ce jour encore mal connue. Une autre limite de cette approche est de ne pas tenir compte des différents problèmes liés à l'acquisition des images, comme par exemple les problèmes de normalisation des intensités ou les inhomogénéités de champ. Ainsi, la validation sur champs de déformation synthétiques doit simplement être utilisée comme une étape préliminaire pour évaluer le potentiel d'une méthode de recalage, mais elle s'avère insuffisante pour prédire le comportement d'une méthode face à des images réelles.

L'utilisation, dans la cadre de la comparaison de méthodes de recalage, de champs de déformation synthétiques préservant la topologie semble à première vue ne pas être équitable puisque l'algorithme des démons n'impose pas cette condition, contrairement à la méthode que nous avons proposée. Cependant, les résultats obtenus par la méthode présentée dans la deuxième partie de ce document avec ou sans contrainte de conservation de la topologie sont similaires, mettant en évidence que ce type de champ de déformation ne privilégie pas les modèles de déformation préservant la topologie. Par contre, l'utilisation de champs de déformation synthétiques exprimés dans une base de fonctions B-splines aurait grandement favorisé la méthode que nous avons proposée. C'est pour cette raison que nous avons choisi d'avoir recours à des transformations synthétiques sinusoïdales par bloc.

10.1.2 Construction d'un cerveau moyen

La seconde méthode de validation que nous avons utilisée est la construction d'un cerveau moyen. Ce critère a l'avantage de porter sur des images réelles et ne requiert pas l'intervention d'un expert. L'image moyenne construite est simplement comparée avec l'image de référence au sens d'un certain critère de similarité. La principale limite de ce critère de validation est qu'il n'est basé que sur la valeur des intensités. Ainsi, il ne tient compte d'aucune considération liée à la réalité anatomique sous-jacente de l'image, ce qui ne lui permet pas d'évaluer la pertinence des champs de déformation estimés. Les meilleurs résultats au vu de ce critère sont donc obtenus pour des méthodes de recalage qui ne sont sujettes à aucune contrainte et qui sont donc capables de minimiser au mieux un critère de similarité. Par conséquent, cette approche est utile pour caractériser l'efficacité d'une méthode de recalage à minimiser un critère de similarité, mais est manifestement peu adaptée pour évaluer la pertinence des champs de déformation estimés.

10.1.3 Validation de la segmentation par transport d'atlas

La troisième approche utilisée dans le cadre de validation que nous avons mis en place est basée sur l'évaluation de la segmentation automatique par transport d'atlas. Contrairement à la construction d'un cerveau moyen, cette approche est basée sur des

considérations anatomiques, permettant ainsi d'évaluer la pertinence des transformations estimées. Cependant, les cartes de segmentation utilisées, soit définies par un expert, soit issues d'un algorithme de segmentation, ne peuvent être considérées comme des vérités terrain parfaites puisqu'elles sont sujettes à des erreurs. Une autre limite de cette approche est de ne pouvoir évaluer la pertinence du champ de déformation qu'aux frontières entre les structures. Ainsi, pour caractériser une méthode de recalage plus finement, une segmentation avec un plus grand nombre de structures de plus petite taille doit être utilisée. Ceci explique les différences de résultats observées selon que la segmentation en 3 classes ou en 34 structures anatomiques est considérée.

Certaines remarques peuvent aussi être faites sur les critères utilisés pour l'évaluation de la segmentation. Les critères de sensibilité (SE), de spécificité (SP) et de superposition (KI) présentés dans la section 8.2.2.2 sont connus pour donner de meilleurs résultats sur des structures de grande taille, ce qui pose un problème pour comparer la qualité de la segmentation de structures de tailles différentes. En effet, plus une structure a un volume important, plus le rapport entre les erreurs de segmentation commises à la frontière de la structure et le nombre total de voxels bien segmentés tend à diminuer. Pour ne pas être sensible à ce phénomène, l'utilisation de critères évaluant une distance entre les frontières des objets segmentés peut être privilégiée [Moretti 00]. Un second inconvénient, spécifique à l'évaluation à travers la segmentation par transport d'atlas, est que ces critères dépendent du choix arbitraire de l'image considérée comme vérité terrain, d'une part car la taille des structures varie dans chacune des images et donc se pose ainsi le problème soulevé précédemment, et d'autre part car la qualité de la segmentation de l'image choisie comme vérité terrain a une importance toute particulière sur les résultats obtenus. Pour contourner ce problème, une alternative est d'utiliser un critère mesurant la variabilité des étiquettes associées à un voxel donné pour l'ensemble des cartes transportées [Robbins 04].

10.1.4 Évaluation de la mise en correspondance d'amers

La dernière méthode de validation que nous avons utilisée évalue la précision de la mise en correspondance de certains points caractéristiques définis par un expert. Ce critère est certainement l'un des plus exigeants. En effet, si deux amers sont associés à des voxels ayant des intensités différentes dans les deux images, ils ont peu de chance d'être mis en correspondance parfaitement. Une des principales limites de cette approche concerne la sélection manuelle des points caractéristiques par des experts qui est sujette à une certaine variabilité intra- et inter-opérateur. Par ailleurs, il est aussi légitime de s'interroger sur la pertinence des points caractéristiques choisis et de leur invariance au sein d'une population. En effet, la définition¹ des points que nous avons retenus est étroitement liée au système de coordonnées défini par le plan interhémisphérique et par les commissures antérieure et postérieure. Par conséquent, évaluer la mise en correspondance de points dont la définition ne repose pas uniquement sur des considérations anatomiques, mais aussi sur des considérations géométriques, peut être sujet à controverse.

¹Cf. section 8.2.3 et [Grachev 99] pour le protocole permettant de définir les différents amers.

10.2 Caractérisation de la méthode de recalage proposée

10.2.1 Réglage des paramètres

La méthode de recalage décrite dans la seconde partie de ce document requiert le réglage de quatre paramètres par l'utilisateur : l'échelle finale l_{fin} , les deux bornes J_{min} et J_{max} contraignant les valeurs du jacobien ($J_{max} = 1/J_{min}$ pour un réglage cohérent) et le facteur λ pondérant l'influence du terme de régularisation. L'échelle finale conditionne le nombre de degrés de liberté du modèle de déformation, les bornes sur le jacobien définissent l'intervalle des variations de volume admissibles induites par la transformation et le facteur λ permet de contrôler la régularité de la solution estimée. Tous ces réglages permettent d'éviter l'estimation de transformations ayant des comportements irréalistes.

La plupart des méthodes de la littérature se contentent d'imposer la positivité du jacobien de la transformation, mais peu d'entre elles proposent de contraindre la valeur du jacobien entre deux bornes. De telles contraintes sur les valeurs du jacobien ne se substituent pas à une méthode de régularisation puisqu'elles ne permettent pas de garantir au champ de déformation estimé d'être lisse. Cependant, un des avantages de contraindre le jacobien par rapport à des techniques classiques de régularisation est lié à son interprétation physique, car les modèles de régularisation ne reposent en général sur aucune justification biologique. Par exemple, il est légitime de contraindre les valeurs du jacobien à être positives car cela permet de garantir à la transformation de préserver l'intégrité des structures déformées. Par ailleurs, contraindre les valeurs du jacobien entre deux bornes, par exemple 0,5 et 2, revient à faire l'hypothèse implicite que la variation locale de volume n'excède pas un facteur 2. Cette hypothèse étant vérifiée quel que soit le volume élémentaire considéré, cela revient à faire l'hypothèse que la variation de volume des différentes structures anatomiques au sein d'une population n'excède pas un facteur 2.

Concernant le choix des paramètres de la méthode que nous avons proposée, il n'est pas possible de définir un réglage optimal puisque le réglage est dépendant de l'application. Cependant, au vu des résultats obtenus, il semble préférable de poursuivre un recalage jusqu'à une grande échelle autorisant ainsi un grand nombre de degrés de liberté, en imposant au jacobien de la transformation à être positif et en considérant le terme de régularisation avec $\lambda = 1$ (ce qui correspond à attribuer un poids « égal » au terme d'attache aux données et au terme de régularisation dans le critère). Ce jeu de paramètres correspond à la méthode référencée par $B_{topo}^{\lambda=1}$ dans le chapitre précédent.

10.2.2 Conservation de la topologie

Les apports de la méthode décrite au chapitre 4, garantissant la propriété de conservation de la topologie, ont été mis en évidence sur la segmentation en 34 structures anatomiques par transport d'atlas, sur la mise en correspondance d'amers ponctuels et sur la cohérence des champs de déformation estimés. Cette contrainte permet ainsi d'estimer des transformations plus proches de la réalité anatomique des images. Il est

intéressant de comparer ces résultats avec ceux obtenus par l'approche présentée section 5.2.2, qui impose la positivité du jacobien uniquement sur la grille discrète de l'image. Les résultats obtenus par cette méthode sont d'une qualité pratiquement égale à ceux obtenus en imposant la conservation de la topologie sur le domaine continu sous-jacent de l'image, en bénéficiant par contre d'un coût calculatoire beaucoup moins important. Cette méthode apparaît donc comme une alternative intéressante à la méthode décrite au chapitre 4 en termes de rapidité, de facilité d'implantation et de qualité des résultats obtenus. Cependant, cette méthode ne garantissant pas la positivité du jacobien sur le domaine continu sous-jacent de l'image, il est possible d'observer des valeurs négatives du jacobien sur une transformation construite par rééchantillonnage de la transformation estimée ou par composition de la transformation estimée avec une autre transformation.

10.2.3 Fonction de coût

Les simulations présentées au chapitre précédent ont révélé des différences sur les résultats obtenus en fonction des critères de similarité considérés. Les meilleurs résultats ont généralement été obtenus en considérant la norme L_1L_2 et le critère proposé par Geman et McClure qui sont moins sensibles aux valeurs aberrantes (*outliers*) que la norme L_2 . À noter aussi la différence de comportement de la norme L_1L_2 par rapport à la norme L_2 pour les faibles différences, la première autorisant une meilleure mise en correspondance des structures peu contrastées.

L'intérêt de la symétrisation du critère de similarité a été mis en évidence sur la précision de la mise en correspondance d'amers ponctuels, mais pas sur la segmentation automatique par transport d'atlas, pour laquelle une légère dégradation des résultats est observée avec les critères symétrisés. Par contre, conformément à ce qui était attendu, elle permet d'améliorer significativement la cohérence des champs de déformation estimés. Par ailleurs, la contribution de la symétrisation pour la détection de zones pathologiques où l'hypothèse de préservation de la topologie est rompue a été mise en évidence section 5.1.2.3.

Il est cependant à noter que l'étude de l'influence de la fonction de coût a été réalisée en utilisant la méthode de recalage B_{topo} , c'est-à-dire sans régularisation. Une étude similaire menée avec la méthode $B_{topo}^{\lambda=1}$ n'aurait sans doute pas conduit aux mêmes conclusions. En effet, des simulations comparant la norme L_2 avec la norme $L_1L_2^{sym}$, en utilisant la méthode $B_{topo}^{\lambda=1}$, n'ont pas mis en évidence la supériorité de la norme $L_1L_2^{sym}$, qui a pourtant conduit aux meilleurs résultats lors de la comparaison conduite avec la méthode B_{topo} . Deux raisons peuvent expliquer ce constat : tout d'abord, le réglage $\lambda = 1$ a été déterminé à partir de simulations conduites avec la norme L_2 . Des simulations avec la norme $L_1L_2^{sym}$ auraient sans doute conduit à une valeur différente de λ . De plus, les intérêts mis en évidence dans la section 9.1.5 de l'utilisation des fonctions de coût L_1L_2 et G et de la symétrisation du critère sont un peu les mêmes que ceux mis en évidence pour la régularisation dans la section 9.1.4, à savoir une moins grande sensibilité au bruit et aux valeurs aberrantes ainsi qu'une meilleure cohérence des champs de déformation estimés. L'influence de la régularisation étant plus forte, elle tend à masquer l'influence de la fonction de coût.

10.3 Normalisation des intensités

10.3.1 Cas des images monomodales

Au vu des résultats présentés section 9.2.1, la méthode de normalisation des intensités joue un rôle crucial dans le processus de recalage. Une simple mise à l'échelle des intensités selon une normalisation par moyenne et écart-type s'est montrée insuffisante. La procédure originale de normalisation des intensités que nous avons proposée permet d'améliorer significativement la qualité du recalage. Ce rôle crucial joué par la méthode de normalisation d'intensité est lié à la nature des fonctions de coût considérées, basées sur la différence des intensités entre les images. D'autres critères de similarité issus de la théorie de l'information, comme par exemple l'information mutuelle, ne sont pas sensibles aux différences d'intensité entre les images et ne nécessitent donc pas le recours à une telle procédure de normalisation des intensités. Cependant, ces critères sont souvent plus difficiles à optimiser du fait de leur paysage énergétique complexe. De plus, ces approches souffrent, dans le contexte du recalage non rigide, d'un manque de robustesse, en particulier aux résolutions élevées où le nombre de voxels concernés pour l'estimation des paramètres est faible. Les fonctions de coût basées sur la différence des intensités sont quant à elles plus rapides à calculer et leurs bonnes propriétés analytiques, notamment de dérivabilité, autorisent le recours à des méthodes d'optimisation plus efficaces.

10.3.2 Cas des images multimodales

Généralement, le problème du recalage des images multimodales est appréhendé en utilisant des critères de similarité issus de la théorie de l'information [Pluim 03b]. L'extension, présentée section 6.3, aux images multimodales de la procédure de normalisation des intensités apparaît comme une alternative à ces approches, l'idée étant de modéliser de manière explicite la relation entre les intensités des deux images. La méthode proposée n'est qu'un premier pas pour montrer la faisabilité d'une telle approche. Cette faisabilité a été montrée section 6.3 pour le recalage d'images réelles T_1 et T_2 et dans la section 9.2.2 sur les images simulées de Brainweb (T_1 , T_2 et DP). Néanmoins, au vu des résultats obtenus, il apparaît que la méthode proposée pourrait faire l'objet d'améliorations futures. La précision atteinte lors des simulations sur champs de déformation synthétiques est en deçà de la précision obtenue dans le cas d'images monomodales. En particulier, des erreurs importantes de recalage persistent dans les régions où la fonction reliant les intensités n'a pu être correctement estimée. En effet, pour qu'une structure soit bien segmentée lors de la normalisation des intensités, il est nécessaire qu'elle ait une partie commune (*i.e.*, bien recalée) suffisamment importante dans les deux images, car les voxels mal recalés ne sont pas pris en compte lors de l'estimation du mélange de lois gaussiennes. Donc, pour de grandes déformations, il est parfois impossible de segmenter correctement, par la méthode que nous avons proposée, certaines structures dont tous les voxels sont considérés comme mal recalés. Une amélioration possible de la méthode serait d'introduire des classes supplémentaires afin d'essayer d'associer des structures, présentes dans les deux images, qui n'ont pu être segmentées conjointement.

Par ailleurs, il sera intéressant d'effectuer par la suite une comparaison de l'approche que nous avons proposée avec l'information mutuelle ou l'information mutuelle normalisée, qui sont jusqu'à présent les critères les plus couramment employés pour le recalage

non rigide d'images multimodales [Rueckert 99, Kybic 00, Hellier 00, Hellier 04], afin de pouvoir évaluer les bénéfices possibles de l'alternative que nous proposons.

10.4 Comparaison des méthodes de recalage

Nous avons comparé la méthode de recalage que nous avons proposée avec trois autres méthodes, à savoir une méthode de recalage affine, l'algorithme des démons [Thirion 98] et la méthode proposée par Musse [Musse 00]. La première remarque concerne la supériorité évidente des méthodes de recalage déformable par rapport au recalage affine qui n'autorise pas un nombre suffisant de degrés de liberté pour appréhender la variabilité anatomique interindividuelle. Le second point concerne les contributions méthodologiques que nous avons apportées qui conduisent à de bien meilleurs résultats que la méthode initiale proposée par Musse, notamment grâce à la stratégie d'optimisation différente, à la mise en place de la contrainte de conservation de la topologie, à l'utilisation d'un terme de régularisation et à l'introduction d'une procédure originale de normalisation des intensités.

Concernant la comparaison de la méthode que nous avons proposée avec l'algorithme des démons, trois principales différences méthodologiques peuvent être soulevées, permettant d'expliquer les différences dans les résultats observés. Tout d'abord, l'algorithme des démons tel qu'il est implanté dans ITK utilise un modèle de déformation non paramétrique, présentant par conséquent un nombre de DDL très grand². Le modèle de déformation que nous avons utilisé étant paramétrique, il présente en théorie un nombre de DDL plus faible. Cependant, il est possible d'accéder à un nombre de DDL similaire à celui des démons en conduisant les recalages jusqu'à la résolution de l'image initiale. La seconde différence est liée à la manière de contraindre la solution afin d'obtenir des champs « réalistes » (caractère mal posé du problème de recalage). Les démons utilisent une régularisation de type élastique par un filtrage gaussien du champ de déformation à chaque itération. Dans la méthode que nous avons proposée, nous imposons des contraintes sur la valeur du jacobien et nous pénalisons les comportements irréguliers du champ de déformation grâce à l'ajout dans la fonction de coût d'une énergie de régularisation. Nous avons privilégié cette approche car elle permet de prendre en compte l'information portée par l'image pour régulariser le champ de déformation, le besoin de régularisation étant plus fort dans les zones homogènes. La troisième différence concerne le critère de similarité utilisé, les démons reposant sur l'équation du flot optique et la méthode que nous avons proposée sur des critères basés sur la différence des intensités. L'équation du flot optique repose sur une hypothèse de petits déplacements, ce qui n'est pas le cas de la méthode développée ici. Notons aussi que l'implantation des démons proposée dans ITK est sous-optimale au regard de la procédure de normalisation des intensités utilisée, l'utilisation de la méthode présentée section 6.2 permettant d'améliorer significativement les résultats. Globalement, au vu des résultats présentés section 9.3, la méthode $B_{topo}^{\lambda=1}$ donne des résultats significativement meilleurs que les démons sur la segmentation automatique par transport d'atlas en 34 structures, sur la mise en correspondance d'amers ponctuels et sur la cohérence des champs de déformation estimés. Le principal inconvénient des démons est de ne pas garantir la propriété de conservation de

²Les modèles de déformation non paramétriques sont en théorie caractérisés par un nombre de DDL infini, mais en pratique, celui-ci est limité par la résolution des images

la topologie. Pour les champs de déformation estimés par la méthode des démons sur la base d'images IBSR, 3,6% des voxels sont en moyenne caractérisés par des valeurs négatives du jacobien. La résolution de ce point est un des atouts majeurs de la méthode que nous avons proposée car l'estimation de champs de déformation caractérisés par des valeurs singulières du jacobien peut s'avérer très gênant pour certaines applications, en particulier, par exemple, pour l'étude morphométrique basée sur les caractéristiques différentielles du champ (*tensor-based morphometry*).

Conclusion partielle

Nous avons présenté dans cette partie l'ensemble du cadre de validation que nous avons mis en place ainsi que les différents résultats que nous avons obtenus. Ces résultats ont permis de quantifier l'influence des différentes contributions méthodologiques détaillées dans la deuxième partie de ce document. Nous avons en particulier étudié l'influence des différents paramètres de la méthode de recalage que nous avons proposée. Nous avons par ailleurs mis en évidence l'impact du choix de la fonction de coût et de la symétrisation du critère de similarité. Nous avons aussi mis en évidence les contributions respectives de la conservation de la topologie et de la procédure de normalisation des intensités que nous avons proposée. Une comparaison avec d'autres méthodes de la littérature a permis de mettre en évidence que la méthode de recalage que nous avons proposée pouvait être utilisée avec avantage dans nombre d'applications. Nous tenons enfin à souligner le travail que représente la validation qui a été menée au travers de quelques chiffres : 25 images traitées, environ 900 recalages effectués, représentant un temps CPU cumulé de près de 4 mois répartis sur 4 stations de travail, et le stockage de plus de 80 GO de données générées, sans compter l'ensemble des fichiers temporaires créés.

Conclusion générale et perspectives

Bilan des contributions

Cette thèse a permis d'aborder différentes problématiques liées à la mise en correspondance non rigide d'images cérébrales. Ce travail de recherche s'inscrit dans la continuité des travaux menés par Olivier Musse [Musse 00], qui portaient d'une part sur la conception d'une méthode de recalage basée sur un modèle de déformation paramétrique multiéchelle exprimé dans une base de fonction B-splines, et d'autre part sur les contraintes permettant d'imposer à un tel modèle de déformation de préserver la topologie dans le cas d'images bidimensionnelles. La contribution principale apportée par ce travail de thèse concerne l'extension de la propriété de conservation de la topologie au cas d'images 3D en imposant au jacobien de la transformation d'être strictement positif sur le domaine continu sous-jacent de l'image, tout en gardant des temps de calcul raisonnables. Une seconde contribution concerne la conception d'une procédure de normalisation des intensités permettant d'améliorer significativement la qualité du recalage, dans le cas d'images monomodales, par rapport aux solutions proposées dans la littérature. Une extension de cette procédure a aussi été proposée afin d'appréhender le recalage d'images de modalités d'imagerie anatomique différentes.

D'autres contributions méthodologiques ont par ailleurs été mises en place par rapport à la méthode proposée par Musse. Ces contributions sont notamment l'utilisation de critères de similarité robustes, à savoir la norme L_1L_2 et la norme proposée par Geman et McClure, ainsi que la symétrisation de ces critères de similarité. D'autres contributions concernent la régularisation du modèle de déformation en considérant l'énergie de membrane élastique et la stratégie d'optimisation par bloc reposant sur la méthode de Levenberg-Marquardt. Ces différentes contributions ne sont pas intrinsèquement originales, mais ont permis d'améliorer significativement les performances de la méthode de recalage que nous avons développée.

Enfin, un apport important de ce travail a été la mise en place d'un cadre de validation qui nous a permis d'une part de quantifier l'influence des différentes contributions méthodologiques précédemment citées et d'autre part de comparer la méthode de recalage que nous avons proposée avec d'autres méthodes de recalage. Cette validation a montré que la méthode proposée pouvait être utilisée avec avantage pour de nombreuses applications en analyse d'images cérébrales. Elle a en particulier été utilisée par Torbjørn Vik [Vik 04, Vik 05] et Nicolas Passat [Passat 05a, Passat 05b] dans leurs travaux de thèse menés au sein de l'équipe.

Perspectives méthodologiques

Symétrisation du recalage

Dans la section 5.1.2, nous avons abordé le problème de la symétrisation du critère de similarité. Cependant, la symétrisation du critère de similarité n'est qu'une condition nécessaire, mais non suffisante, pour garantir que les transformations $\mathbf{h}_{1 \rightarrow 2}$ et $\mathbf{h}_{2 \rightarrow 1}$, estimées respectivement lors du recalage d'une image \mathcal{I}_1 sur une image \mathcal{I}_2 et lors du recalage de l'image \mathcal{I}_2 sur l'image \mathcal{I}_1 , soient l'inverse l'une de l'autre. Pour garantir cette propriété, il faudrait d'une part que le modèle de déformation considéré soit stable par inversion, c'est-à-dire que si \mathbf{h} appartient à l'espace des transformations \mathcal{H} considéré, alors \mathbf{h}^{-1} appartient aussi à \mathcal{H} . Dans le cas de la représentation paramétrique du modèle de déformation dans une base de fonctions B-splines, cette propriété n'est pas vérifiée, excepté lorsque l'échelle l tend vers l'infini. D'autre part, malgré l'approche multiéchelle, l'algorithme d'optimisation, que nous avons mis en place pour l'estimation des paramètres de la transformation, ne permet de garantir la convergence que vers un minimum local. Donc suivant l'image choisie comme référence, l'estimation des paramètres de la transformation peut conduire à des résultats différents. Enfin, la version symétrisée du critère de similarité que nous avons proposé équation 5.6 n'est légitime que si l'intégration du critère est faite sur le domaine continu de l'image. La discrétisation de ce critère ne garantit plus une parfaite symétrie en fonction des deux images, en particulier dans les zones de l'image où la transformation est caractérisée par de fortes valeurs du jacobien. Une perspective, pour estimer une transformation plus cohérente en accordant un rôle symétrique aux deux images, serait d'estimer conjointement les transformations $\mathbf{h}_{1 \rightarrow 2}$ et $\mathbf{h}_{2 \rightarrow 1}$ en considérant une fonction de coût du type :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{h}_{1 \rightarrow 2}, \mathbf{h}_{2 \rightarrow 1}) &= \int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}_{1 \rightarrow 2}(\mathbf{s}))) + \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{h}_{2 \rightarrow 1}(\mathbf{s})) - \mathcal{I}_1(\mathbf{s})) \\ &+ \lambda [E_{\text{Régularisation}}(\mathbf{h}_{1 \rightarrow 2}) + E_{\text{Régularisation}}(\mathbf{h}_{2 \rightarrow 1})] \\ &+ \mu [\|\mathbf{h}_{1 \rightarrow 2} \circ \mathbf{h}_{2 \rightarrow 1} - \mathbf{Id}\|^2 + \|\mathbf{h}_{2 \rightarrow 1} \circ \mathbf{h}_{1 \rightarrow 2} - \mathbf{Id}\|^2] ds. \end{aligned}$$

A priori non stationnaire sur le modèle de déformation

Dans la méthode de recalage que nous avons présentée, il est possible d'introduire deux types d'*a priori* sur le modèle de déformation : un *a priori* sur la régularité du champ de déformation grâce à l'énergie de membrane élastique et un *a priori* sur les variations de volume locales induites par la transformation en contrôlant les valeurs du jacobien. Ces *a priori* sont contrôlés respectivement par le facteur λ pondérant l'influence du terme de régularisation et par les deux bornes J_{min} et J_{max} . Une perspective possible serait de considérer des valeurs pour ces paramètres qui varient en fonction de la localisation dans l'image, le besoin de régularisation et la variation de volume admissible induite par la transformation pouvant dépendre des zones considérées de l'image. L'idée d'un facteur non stationnaire pondérant le terme de régularisation a déjà été proposée dans [Stefanescu 04], la valeur de ce facteur étant corrélée avec la valeur des gradients de l'image. Une perspective serait de recalculer les images par rapport à un atlas de référence auquel seraient associées des cartes caractérisant la distribution spatiale des valeurs du coefficient λ et des bornes J_{min} et J_{max} en fonction des structures anatomiques concernées. Il serait en particulier intéressant de caractériser les variations de

volume pour chaque structure au sein d'une population afin de déterminer des bornes J_{min} et J_{max} , anatomiquement pertinentes, sur le jacobien.

Extension aux images multimodales

Le cadre de ce travail de thèse s'est essentiellement limité au recalage d'images de même modalité. Une extension au recalage d'images de modalités d'imagerie anatomique différentes, basée sur une segmentation explicite des images, a été proposée section 6.3. La méthode proposée n'est cependant qu'une étape préliminaire permettant de montrer la faisabilité d'une telle approche. Il serait intéressant de proposer un cadre plus général permettant de recalibrer et de segmenter de manière conjointe les images, avec pour idée de faire coopérer les processus de segmentation et de recalage. Plusieurs approches ont déjà été proposées dans la littérature pour placer dans un cadre commun les processus de recalage et de segmentation [Wyatt 03, Xiaohua 04, Xiaohua 05, Ashburner 05]. Cependant, la résolution pratique revient en général toujours à estimer de manière alternée la segmentation et le recalage³, ce qui peut conduire à l'estimation d'une solution correspondant à un minimum local. Il serait ainsi intéressant de proposer une méthode estimant réellement de manière conjointe le recalage et la segmentation.

Prise en compte de primitives géométriques

Les méthodes de recalage basées sur la valeur des intensités des voxels de l'image ne semblent pas permettre de recalibrer de manière satisfaisante les sillons corticaux. En effet, Hellier et coll. ont montré que les méthodes de recalage déformable n'améliorent pas de façon significative la mise en correspondance des sillons corticaux par rapport à un simple recalage rigide [Hellier 03c]. Il semblerait donc intéressant de pouvoir extraire certains sillons corticaux principaux afin de les mettre en correspondance. Plusieurs travaux ont déjà été menés pour combiner l'information portée par les niveaux de gris de l'image avec des primitives géométriques [Collins 96, Cachier 01, Johnson 02, Cachier 03, Hellier 03b, Sorzano 05]. Cependant, il n'est pas simple de trouver un compromis efficace entre la mise en correspondance des primitives géométriques et la mise en correspondance des intensités qui permette de mettre en évidence le bénéfice de l'utilisation conjointe de ces deux approches. De plus, l'extraction automatique et précise des primitives géométriques demeure un problème délicat. Une perspective serait de faire coopérer le recalage et le processus d'extraction des primitives, afin d'améliorer la précision de la phase d'extraction à mesure que la qualité du recalage devient meilleure.

Critères de similarité vectoriels

Dans ce travail de thèse, nous avons uniquement considéré des critères basés sur les intensités des voxels. Cependant, cette information est relativement pauvre puisque de nombreux voxels de l'image ont des intensités similaires, rendant le problème de recalage mal posé. Une idée, déjà proposée dans [Shen 02], est d'associer à chaque voxel un vecteur d'attributs contenant plusieurs descripteurs de l'information portée par le voisinage du voxel. Ainsi, il serait possible d'associer à chaque voxel une signature qui permettrait de le différencier des autres voxels ayant des intensités similaires et donc de rendre bien posé

³C'est d'ailleurs aussi le cas dans la méthode que nous avons proposée section 6.3.

(ou du moins mieux posé) le problème de recalage. Cependant, le choix des descripteurs permettant de caractériser au mieux chaque voxel demeure une question ouverte. De plus, l'optimisation de telles fonctions de coût vectorielles peut s'avérer très délicate, car leur comportement est susceptible d'être fortement multimodal. Un autre problème concerne la pondération à accorder à chacun des descripteurs dans la fonction de coût.

Un cas particulier de l'utilisation de critères de similarité vectoriels est celui du recalage d'images dont plusieurs modalités d'observation sont à disposition. En règle générale, les recalages sont estimés à partir des images morphologiques (IRM- T_1), puis les transformations estimées sont appliquées aux autres modalités, les différentes modalités d'un même individu ayant été au préalable recalées sur l'image morphologique par un recalage rigide (ou affine afin de corriger les problèmes d'anisotropie liés à certaines modalités). Une perspective serait donc de prendre en compte l'information portée par les différentes modalités lors du recalage déformable entre différents individus.

Réduction du temps de calcul

Le recalage déformable d'images volumiques requiert une charge calculatoire très importante en raison du nombre élevé de paramètres à estimer et de la taille importante des images à traiter. Un effort tout particulier doit être fait afin de maintenir des temps de calcul compatibles avec une application en routine clinique. Pour alléger la charge calculatoire, il est possible, soit de diminuer le nombre de paramètres à estimer par des méthodes dites adaptatives⁴ [Hellier 01b, Rohde 03, Park 04], soit de paralléliser les algorithmes [Christensen 96a, Christensen 98, Stefanescu 04, Salomon 05]. La méthode que nous avons proposée pourrait bénéficier facilement et avantageusement de ces deux approches pour diminuer son coût calculatoire.

Perspectives applicatives

Segmentation par transport d'atlas

La segmentation automatique par transport d'atlas, telle qu'elle est habituellement effectuée, consiste à recalculer une image de référence, à laquelle est associée une carte de segmentation, sur l'image à segmenter, puis à transporter la carte de segmentation grâce à la transformation estimée. La qualité d'une telle segmentation dépend à la fois de la qualité de la mise en correspondance des deux images et de la qualité de la segmentation de l'image de référence. Afin de ne pas être sensible à la qualité de la segmentation de l'image de référence, il serait envisageable de recalculer directement une carte de segmentation de référence sur l'image à segmenter, au sens du maximum de vraisemblance par exemple. Un des avantages de cette approche est de permettre d'introduire des contraintes de topologie dans la segmentation : la transformation étant contrainte à préserver la topologie, la carte de segmentation estimée est forcément topologiquement équivalente (au problème de discrétisation près) à la carte de segmentation de référence. De plus, il serait aussi possible d'introduire des *a priori* sur les variations de volume de

⁴Les méthodes adaptatives consistent à conduire l'estimation du champ de déformation uniquement dans les régions de l'image où il est possible d'améliorer la mise en correspondance. Les critères, utilisés pour caractériser de telles régions, reposent, en général, sur l'information portée par le gradient du critère de similarité.

chacun des tissus en imposant des valeurs particulières de J_{min} et de J_{max} pour chaque classe.

Imagerie fonctionnelle

Une des applications du recalage concerne l'étude de groupe en imagerie fonctionnelle. L'objectif est de placer dans un référentiel commun un ensemble d'individus afin de pouvoir comparer les cartes d'activation associées. La démarche généralement utilisée consiste à recaler l'ensemble des images morphologiques sur une image morphologique de référence puis à transporter l'ensemble des cartes d'activation. Les inconvénients d'une telle approche ont été décrits dans [Mangin 04]. Ils sont notamment liés au fait que la variabilité fonctionnelle est beaucoup plus importante que la variabilité anatomique. Il serait donc intéressant de prendre en compte lors du recalage, outre l'information portée par l'image morphologique, l'information portée par les cartes d'activation afin de permettre une meilleure mise en correspondance des zones fonctionnelles.

Influence du recalage dans une chaîne de traitements

Le recalage est utilisé dans de nombreuses chaînes de traitements d'images. Il est la plupart du temps utilisé comme une simple boîte noire supposée estimer parfaitement la transformation permettant la mise en correspondance entre deux images. Cependant, il est évident que la solution obtenue est sujette à des erreurs. Il serait donc intéressant de pouvoir déterminer une incertitude sur la transformation estimée, dépendant de la localisation dans l'image, afin de la prendre en compte dans les différentes méthodes en aval dans la chaîne de traitements.

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Linéarité du jacobien par rapport aux paramètres du modèle

Le but de cette annexe est de montrer la linéarité en tout point (x, y, z) de $\Omega_{i,j,k}^l$ du jacobien de la transformation par rapport aux paramètres associés $a_{x;i,j,k}^l$, $a_{y;i,j,k}^l$ et $a_{z;i,j,k}^l$:

$$\forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l, \quad J(x, y, z, \mathbf{a}^l) = \mu_0 + \mu_x a_{x;i,j,k}^l + \mu_y a_{y;i,j,k}^l + \mu_z a_{z;i,j,k}^l. \quad (\text{A.1})$$

La démonstration proposée est valable quelle que soit la fonction d'échelle considérée. Considérons l'expression du champ de déformation sous la forme suivante :

$$\mathbf{u}^l(x, y, z) = \begin{bmatrix} u_x^l(x, y, z) \\ u_y^l(x, y, z) \\ u_z^l(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) + \tilde{u}_x^l(x, y, z) \\ a_{y;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) + \tilde{u}_y^l(x, y, z) \\ a_{z;i,j,k}^l \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) + \tilde{u}_z^l(x, y, z) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{u}_x^l(x, y, z) = \sum_{\substack{i',j',k' \\ (i',j',k') \neq (i,j,k)}} a_{x;i',j',k'}^l \phi_{i',j',k'}^l(x, y, z), \\ \tilde{u}_y^l(x, y, z) = \sum_{\substack{i',j',k' \\ (i',j',k') \neq (i,j,k)}} a_{y;i',j',k'}^l \phi_{i',j',k'}^l(x, y, z), \\ \tilde{u}_z^l(x, y, z) = \sum_{\substack{i',j',k' \\ (i',j',k') \neq (i,j,k)}} a_{z;i',j',k'}^l \phi_{i',j',k'}^l(x, y, z). \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

L'expression du jacobien est donnée par :

$$J = \begin{vmatrix} 1 + a_{x;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}_x^l}{\partial x} & a_{x;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{u}_x^l}{\partial y} & a_{x;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{u}_x^l}{\partial z} \\ a_{y;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}_y^l}{\partial x} & 1 + a_{y;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{u}_y^l}{\partial y} & a_{y;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{u}_y^l}{\partial z} \\ a_{z;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}_z^l}{\partial x} & a_{z;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{u}_z^l}{\partial y} & 1 + a_{z;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{u}_z^l}{\partial z} \end{vmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Moyennant une factorisation permettant de simplifier les calculs (le déterminant d'un produit étant égal au produit des déterminants), nous obtenons l'expression suivante définie sur $\Omega_{i,j,k}^l \setminus \partial\Omega_{i,j,k}^l$:

$$\begin{aligned}
 J &= \begin{vmatrix} a_{x;i,j,k}^l + \frac{1 + \frac{\partial \bar{u}_x^l}{\partial x}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x}} & a_{x;i,j,k}^l + \frac{\frac{\partial \bar{u}_x^l}{\partial y}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y}} & a_{x;i,j,k}^l + \frac{\frac{\partial \bar{u}_x^l}{\partial z}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z}} \\ a_{y;i,j,k}^l + \frac{\frac{\partial \bar{u}_y^l}{\partial x}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x}} & a_{y;i,j,k}^l + \frac{1 + \frac{\partial \bar{u}_y^l}{\partial y}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y}} & a_{y;i,j,k}^l + \frac{\frac{\partial \bar{u}_y^l}{\partial z}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z}} \\ a_{z;i,j,k}^l + \frac{\frac{\partial \bar{u}_z^l}{\partial x}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x}} & a_{z;i,j,k}^l + \frac{\frac{\partial \bar{u}_z^l}{\partial y}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y}} & a_{z;i,j,k}^l + \frac{1 + \frac{\partial \bar{u}_z^l}{\partial z}}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \end{vmatrix} \\
 J &= \begin{vmatrix} a_{x;i,j,k}^l + X_{11} & a_{x;i,j,k}^l + X_{12} & a_{x;i,j,k}^l + X_{13} \\ a_{y;i,j,k}^l + X_{21} & a_{y;i,j,k}^l + X_{22} & a_{y;i,j,k}^l + X_{23} \\ a_{z;i,j,k}^l + X_{31} & a_{z;i,j,k}^l + X_{32} & a_{z;i,j,k}^l + X_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} & \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} & \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \end{vmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

où les X_{ij} sont des expressions ne dépendant pas des paramètres $\{a_{x;i,j,k}^l, a_{y;i,j,k}^l, a_{z;i,j,k}^l\}$. En développant l'expression du déterminant, on obtient :

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \left[(a_{x;i,j,k}^l + X_{11}) \left((a_{y;i,j,k}^l + X_{22})(a_{z;i,j,k}^l + X_{33}) - (a_{y;i,j,k}^l + X_{23})(a_{z;i,j,k}^l + X_{32}) \right) \right. \\
 &\quad - (a_{x;i,j,k}^l + X_{12}) \left((a_{y;i,j,k}^l + X_{21})(a_{z;i,j,k}^l + X_{33}) - (a_{y;i,j,k}^l + X_{23})(a_{z;i,j,k}^l + X_{31}) \right) \\
 &\quad \left. + (a_{x;i,j,k}^l + X_{13}) \left((a_{y;i,j,k}^l + X_{21})(a_{z;i,j,k}^l + X_{32}) - (a_{y;i,j,k}^l + X_{22})(a_{z;i,j,k}^l + X_{31}) \right) \right].
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Le développement des grandes parenthèses fait apparaître la simplification des termes en $a_{y;i,j,k}^l a_{z;i,j,k}^l$:

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \left[(a_{x;i,j,k}^l + X_{11}) \left(a_{y;i,j,k}^l (X_{33} - X_{32}) + a_{z;i,j,k}^l (X_{22} - X_{23}) + (X_{21}X_{33} - X_{23}X_{32}) \right) \right. \\
 &\quad - (a_{x;i,j,k}^l + X_{12}) \left(a_{y;i,j,k}^l (X_{33} - X_{31}) + a_{z;i,j,k}^l (X_{21} - X_{23}) + (X_{21}X_{33} - X_{23}X_{31}) \right) \\
 &\quad \left. + (a_{x;i,j,k}^l + X_{13}) \left(a_{y;i,j,k}^l (X_{32} - X_{31}) + a_{z;i,j,k}^l (X_{21} - X_{22}) + (X_{21}X_{32} - X_{22}X_{31}) \right) \right].
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

Enfin le développement final et le regroupement des termes en $a_{x;i,j,k}^l$, $a_{y;i,j,k}^l$ et $a_{z;i,j,k}^l$ font apparaître la simplification des termes en $a_{x;i,j,k}^l a_{y;i,j,k}^l$ et $a_{x;i,j,k}^l a_{z;i,j,k}^l$:

$$\begin{aligned}
 J &= a_{x;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \left((X_{22}X_{33} - X_{23}X_{32}) - (X_{21}X_{33} - X_{23}X_{31}) + (X_{21}X_{32} - X_{22}X_{31}) \right) \\
 &\quad + a_{y;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \left(X_{11}(X_{33} - X_{32}) - X_{12}(X_{33} - X_{31}) + X_{13}(X_{32} - X_{31}) \right) \\
 &\quad + a_{z;i,j,k}^l \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \left(X_{11}(X_{22} - X_{23}) - X_{12}(X_{21} - X_{23}) + X_{13}(X_{21} - X_{22}) \right) \\
 &\quad + \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \left(X_{11}(X_{22}X_{23} - X_{23}X_{32}) - X_{12}(X_{21}X_{33} - X_{23}X_{31}) + X_{13}(X_{21}X_{32} - X_{22}X_{31}) \right).
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

Le résultat obtenu est aussi valable sur $\partial\Omega_{i,j,k}^l$ (les termes en $\frac{1}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x}}$, $\frac{1}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y}}$ et $\frac{1}{\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z}}$ que

l'on a fait apparaître dans les X_{ij} se simplifient avec le facteur $\frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z}$). Dès lors, on arrive à la conclusion suivante :

$$\forall (x, y, z) \in \Omega_{i,j,k}^l, \quad J(x, y, z, \mathbf{a}^l) = \mu_0 + \mu_x a_{x;i,j,k}^l + \mu_y a_{y;i,j,k}^l + \mu_z a_{z;i,j,k}^l. \quad (\text{CQFD}) \tag{A.9}$$

Annexe B

Concavité et convexité de $J_m(\delta)$ et $J_M(\delta)$

Il s'agit de démontrer une propriété, énoncée dans la section 4.3.3.1, qui affirme la concavité de $J_m(\delta)$ et la convexité de $J_M(\delta)$ en tant que borne inférieure et borne supérieure d'un ensemble de fonctions affines.

Rappelons tout d'abord la définition de la convexité et de la concavité.

Définition 1 Soit f une fonction définie sur un intervalle I convexe. On dit que f est convexe sur I lorsque :

$$\forall a, b \in I, \forall \lambda \in [0, 1], f(\lambda a + (1 - \lambda)b) \leq \lambda f(a) + (1 - \lambda)f(b). \quad (\text{B.1})$$

f est dite concave sur I lorsque :

$$\forall a, b \in I, \forall \lambda \in [0, 1], f(\lambda a + (1 - \lambda)b) \geq \lambda f(a) + (1 - \lambda)f(b). \quad (\text{B.2})$$

Considérons dans un premier temps $J_m(\delta)$, dont la définition est donnée par :

$$J_m(\delta) \triangleq \inf_{[x,y,z]^t \in S_{p,q,r}^l} J(x, y, z, \delta). \quad (\text{B.3})$$

Étant donnée la linéarité du jacobien par rapport à δ (voir section 4.3.3.1), il peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\forall (x, y, z) \in S_{p,q,r}^l, J(x, y, z, \delta) = A(x, y, z) + B(x, y, z) \delta. \quad (\text{B.4})$$

Considérons les deux propriétés suivantes de la borne inférieure :

Propriété 1

$$f : I \rightarrow \mathbb{R}, g : I \rightarrow \mathbb{R}, \quad \inf_{x \in I} \{f(x) + g(x)\} \geq \inf_{x \in I} \{f(x)\} + \inf_{x \in I} \{g(x)\}$$

Propriété 2

$$f : I \rightarrow \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}, \quad \inf_{x \in I} \{\lambda f(x)\} = \lambda \inf_{x \in I} \{f(x)\}$$

Il peut ainsi être déduit que, $\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \forall \lambda \in [0, 1]$:

$$\begin{aligned} J_m(\lambda a + (1 - \lambda)b) &= \inf \{A(x, y, z) + B(x, y, z)(\lambda a + (1 - \lambda)b)\} \\ J_m(\lambda a + (1 - \lambda)b) &= \inf \{\lambda A(x, y, z) + B(x, y, z)\lambda a + (1 - \lambda)A(x, y, z) + B(x, y, z)(1 - \lambda)b\} \\ J_m(\lambda a + (1 - \lambda)b) &\geq \inf \{\lambda A(x, y, z) + B(x, y, z)\lambda a\} + \inf \{(1 - \lambda)A(x, y, z) + B(x, y, z)(1 - \lambda)b\} \\ J_m(\lambda a + (1 - \lambda)b) &\geq \lambda \inf \{A(x, y, z) + B(x, y, z)a\} + (1 - \lambda) \inf \{A(x, y, z) + B(x, y, z)b\} \\ J_m(\lambda a + (1 - \lambda)b) &\geq \lambda J_m(a) + (1 - \lambda)J_m(b) \Rightarrow J_m(\delta) \text{ est concave.} \quad (\text{CQFD}) \end{aligned}$$

De même, en utilisant les propriétés suivantes de la borne supérieure :

Propriété 3

$$f : I \rightarrow \mathbb{R}, g : I \rightarrow \mathbb{R}, \quad \sup_{x \in I} \{f(x) + g(x)\} \leq \sup_{x \in I} \{f(x)\} + \sup_{x \in I} \{g(x)\}$$

Propriété 4

$$f : I \rightarrow \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}, \quad \sup_{x \in I} \{\lambda f(x)\} = \lambda \sup_{x \in I} \{f(x)\}$$

on montre que :

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \forall \lambda \in [0, 1], \quad J_M(\lambda a + (1 - \lambda)b) \leq \lambda J_M(a) + (1 - \lambda)J_M(b)$$

prouvant ainsi la convexité de $J_M(\delta)$.

Annexe C

Expressions analytiques du gradient et du hessien de la fonction de coût

Cette annexe est consacrée au calcul du gradient et de la matrice hessienne des différentes fonctions de coût présentées au chapitre 5. Les fonctions de coût considérées sont le critère de similarité non symétrisé (équation 5.2), le critère de similarité symétrisé (équation 5.6) et le terme de régularisation (équation 5.8). On rappelle ici la définition du gradient \mathbf{G} et du hessien \mathbf{H} relatif au critère E par rapport au jeu de paramètres $\{a_x^l, a_y^l, a_z^l\}$, noté dans la suite $\{a_x, a_y, a_z\}$ afin d'alléger les notations :

$$\mathbf{G} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial a_x} \\ \frac{\partial E}{\partial a_y} \\ \frac{\partial E}{\partial a_z} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial a_x^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial a_x \partial a_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial a_x \partial a_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial a_y \partial a_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial a_y^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial a_y \partial a_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial a_z \partial a_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial a_z \partial a_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial a_z^2} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.1})$$

Nous présentons uniquement les expressions de $\frac{\partial E}{\partial a_x}$, $\frac{\partial^2 E}{\partial a_x^2}$ et $\frac{\partial^2 E}{\partial a_y \partial a_x}$, les autres termes du gradient et du hessien se déduisant de façon immédiate de ces expressions.

C.1 Critère de similarité non symétrisé (équation 5.2)

L'expression du critère de similarité non symétrisé présenté dans l'équation 5.2 est donnée par :

$$E_{\text{Similarité}}(\mathbf{h}) = \int_{\Omega} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \, d\mathbf{s}, \quad (\text{C.2})$$

\mathcal{G} étant une fonction au moins de classe \mathcal{C}^2 . L'expression de la composante suivant a_x du gradient de $E_{\text{Similarité}}$ est donnée par :

$$\frac{\partial E_{\text{Similarité}}}{\partial a_x}(\mathbf{h}) = - \int_{\Omega} \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left. \frac{\partial h_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \, d\mathbf{s}, \quad (\text{C.3})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{G}'(v) = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial v} \Big|_v \quad \text{la dérivée de la fonction de coût,} \\ \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \quad \text{le gradient suivant } x \text{ de l'image } \mathcal{I}_1 \text{ calculé au point } \mathbf{h}(\mathbf{s}), \\ \frac{\partial h_x}{\partial a_x} \Big|_{\mathbf{s}} = \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \quad \text{la dérivée suivant } a_x \text{ du champ de déformation.} \end{array} \right.$$

En dérivant une seconde fois cette expression, par rapport à a_x ou à a_y , les deux expressions suivantes sont obtenues :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_{\text{Similarité}}}{\partial a_x^2}(\mathbf{h}) &= \int_{\Omega} \mathcal{G}''(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left(\frac{\partial h_x}{\partial a_x} \right)^2 \Big|_{\mathbf{s}} \left(\frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \right)^2 \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \\ &\quad - \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left(\frac{\partial h_x}{\partial a_x} \right)^2 \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial^2 \mathcal{I}_1}{\partial x^2} \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} d\mathbf{s}, \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_{\text{Similarité}}}{\partial a_y \partial a_x}(\mathbf{h}) &= \int_{\Omega} \mathcal{G}''(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \frac{\partial h_x}{\partial a_x} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial h_y}{\partial a_y} \Big|_{\mathbf{s}} \left(\frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial y} \right) \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \\ &\quad - \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \frac{\partial h_x}{\partial a_x} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial h_y}{\partial a_y} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial^2 \mathcal{I}_1}{\partial y \partial x} \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} d\mathbf{s}, \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{G}''(v) = \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial v^2} \Big|_v \quad \text{la dérivée seconde de la fonction de coût,} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{I}_1}{\partial x^2} \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \mathcal{I}_1}{\partial y \partial x} \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \quad \text{les composantes du hessien de l'image } \mathcal{I}_1 \text{ calculé au point } \mathbf{h}(\mathbf{s}), \\ \frac{\partial h_x}{\partial a_x} \Big|_{\mathbf{s}} = \frac{\partial h_y}{\partial a_y} \Big|_{\mathbf{s}} = \phi_{i,j,k}^l(x, y, z) \quad \text{les dérivées du champ de déformation.} \end{array} \right.$$

C.2 Critère de similarité symétrisé (équation 5.6)

L'expression du critère de similarité symétrisé présenté dans l'équation 5.6 est donnée par :

$$E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (1 + J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})) \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) d\mathbf{s}. \quad (\text{C.6})$$

L'expression de la composante suivant a_x du gradient de $E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}}{\partial a_x}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} -(1 + J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})) \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \frac{\partial h_x}{\partial a_x} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \Big|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \\ &\quad + \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x} \Big|_{\mathbf{s}} \mathcal{G}(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) d\mathbf{s}, \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

avec $\left. \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}}$ la dérivée du jacobien de la transformation par rapport au paramètre a_x . Étant donnée la linéarité du jacobien par rapport aux paramètres (*i.e.*, $J_{\mathbf{h}} = \alpha a_x + \beta$), la dérivée $\left. \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}}$ se calcule simplement en évaluant la valeur du jacobien pour deux valeurs différentes a_1 et a_2 de a_x (les autres paramètres étant fixés) :

$$\left. \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} = \frac{J_{\mathbf{h}}(a_x=a_2, \mathbf{s}) - J_{\mathbf{h}}(a_x=a_1, \mathbf{s})}{a_2 - a_1}. \quad (\text{C.8})$$

En dérivant une seconde fois cette expression, par rapport à a_x ou à a_y , les deux expressions suivantes sont obtenues :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}}{\partial a_x^2}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} (1 + J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})) \mathcal{G}''(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left(\left. \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \right)^2 \left(\left. \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \right)^2 \\ &\quad - (1 + J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})) \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left(\left. \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \right)^2 \left. \frac{\partial^2 \mathcal{I}_1}{\partial x^2} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \\ &\quad - 2 \left. \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left. \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} ds. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_{\text{Similarité}}^{\text{sym}}}{\partial a_y \partial a_x}(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} (1 + J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})) \mathcal{G}''(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left. \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial a_y} \right|_{\mathbf{s}} \left(\left. \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial y} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \right) \\ &\quad - (1 + J_{\mathbf{h}}(\mathbf{s})) \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left. \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial a_y} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial^2 \mathcal{I}_1}{\partial y \partial x} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \\ &\quad - \left. \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_y} \right|_{\mathbf{s}} \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left. \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial x} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} \\ &\quad - \left. \frac{\partial J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x} \right|_{\mathbf{s}} \mathcal{G}'(\mathcal{I}_2(\mathbf{s}) - \mathcal{I}_1(\mathbf{h}(\mathbf{s}))) \left. \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial a_y} \right|_{\mathbf{s}} \left. \frac{\partial \mathcal{I}_1}{\partial y} \right|_{\mathbf{h}(\mathbf{s})} ds, \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

sachant que $\left. \frac{\partial^2 J_{\mathbf{h}}}{\partial a_x^2} \right|_{\mathbf{s}}$ et $\left. \frac{\partial^2 J_{\mathbf{h}}}{\partial a_y \partial a_x} \right|_{\mathbf{s}}$ sont nulles car le jacobien est une fonction affine des paramètres a_x et a_y .

C.3 Énergie de membrane élastique (équation 5.8)

L'expression du terme de régularisation par énergie de membrane élastique présenté dans l'équation 5.8 est donnée par :

$$E_{\text{Régularisation}}(\mathbf{h}) = \int_{\Omega} \sum_{\substack{i \in \{x, y, z\} \\ j \in \{x, y, z\}}} \left(\left. \frac{\partial u_i}{\partial j} \right|_{\mathbf{s}} \right)^2 ds. \quad (\text{C.11})$$

L'expression de la composante suivant a_x du gradient de $E_{\text{Régularisation}}$ est donnée par :

$$\frac{\partial E_{\text{Régularisation}}}{\partial a_x}(\mathbf{h}) = 2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial x} \Big|_{\mathbf{s}} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial y} \Big|_{\mathbf{s}} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \Big|_{\mathbf{s}} \frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial z} \Big|_{\mathbf{s}} \right) d\mathbf{s}, \quad (\text{C.12})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial x} \Big|_{\mathbf{s}} = \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial x} \Big|_{\mathbf{s}} = 2^{3l/2} \frac{\partial \phi}{\partial x} (2^l x - i) \phi(2^l y - j) \phi(2^l z - k), \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial y} \Big|_{\mathbf{s}} = \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial y} \Big|_{\mathbf{s}} = 2^{3l/2} \phi(2^l x - i) \frac{\partial \phi}{\partial y} (2^l y - j) \phi(2^l z - k), \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial z} \Big|_{\mathbf{s}} = \frac{\partial \phi_{i,j,k}^l}{\partial z} \Big|_{\mathbf{s}} = 2^{3l/2} \phi(2^l x - i) \phi(2^l y - j) \frac{\partial \phi}{\partial z} (2^l z - k). \end{array} \right. \quad (\text{C.13})$$

En dérivant une seconde fois cette expression, par rapport à a_x ou à a_y , les deux expressions suivantes sont obtenues :

$$\frac{\partial^2 E_{\text{Régularisation}}}{\partial a_x^2}(\mathbf{h}) = 2 \int_{\Omega} \left(\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial x} \right)^2 \Big|_{\mathbf{s}} + \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial y} \right)^2 \Big|_{\mathbf{s}} + \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial a_x \partial z} \right)^2 \Big|_{\mathbf{s}} \right) d\mathbf{s}, \quad (\text{C.14})$$

et

$$\frac{\partial^2 E_{\text{Régularisation}}}{\partial a_y \partial a_x}(\mathbf{h}) = 0. \quad (\text{C.15})$$

Annexe D

Publications

Revue internationale

[1] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach. 3-D deformable image registration : a topology preservation scheme based on hierarchical deformation models and interval analysis optimization. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol 14, n°5, pp. 553–566, mai 2005.

[2] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach. Retrospective evaluation of a topology preserving non-rigid registration method. *Medical Image Analysis*, vol 10, n°3, pp. 366–384, juin 2006.

Conférences internationales avec comité de lecture et actes

[3] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach. A topology preserving method for 3-D non-rigid brain image registration. *6th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'03)*, Montréal, Canada, LNCS 2879, pp. 977–978, 2003.

[4] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach. A topology preserving non-rigid registration method using a symmetric similarity function - Application to 3-D brain images. *8th European Conference on Computer Vision (ECCV 2004)*, Prague, République tchèque, LNCS 3024, pp. 546–557, 2004.

Autres communications

[5] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach. Recalage non rigide avec conservation de la topologie et critère de similarité symétrique : applications aux images cérébrales 3-D. *Journées Sciences, Technologies et Imagerie pour la Médecine (JSTIM), FRGBM*, Nancy, mars 2005.

[6] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach. Recalage non rigide d'images cérébrales 3-D avec préservation de la topologie : méthodes et validation. *Journée du*

GDR ISIS, B : Formes : modèles et déformation, juin 2005.

[7] V. Noblet, J.N. Hyacinthe, G. Duhamel, E. Grillon, J.L. Leviel, P. Choquet, A. Ziegler, A. Constantinesco. Polarisation nucléaire du Xénon-129 : aspects théoriques, pratiques et applications en IRM à bas champ (0,1 T). *Imagerie pour les Sciences du Vivant et de la Médecine (IMVIE)*, Strasbourg, France, 2003, pp. 133.

[8] F. Heitz, J.-P. Armspach, C. Heinrich, V. Noblet. Traitement des images médicales : du voxel aux atlas numériques. *Imagerie pour les Sciences du Vivant et de la Médecine (IMVIE)*, Strasbourg, France, 2003, pp. 100–102.

Bibliographie

- [Alker 01] M. Alker, S. Frantz, K. Rohr & H.S. Stiehl. *Improving the Robustness in Extracting 3D Point Landmarks from 3D Medical Images Using Parametric Deformable Models*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-2208, pages 492–501, Utrecht, Pays-Bas, octobre 2001. Springer.
- [Allen 02] J.S. Allen, H. Damasio & T.J. Grabowski. *Normal neuroanatomical variation in the human brain : an MRI-volumetric study*. American journal of physical anthropology, vol. 118, pages 341–358, 2002.
- [Amit 91] Y. Amit, U. Grenander & M. Piccioni. *Structural image restoration through deformable template*. Journal of the American Statistical Association, vol. 86, no. 414, pages 376–387, juin 1991.
- [Amit 94] Y. Amit. *A Nonlinear Variational Problem for Image Matching*. SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 15, no. 1, pages 207–224, 1994.
- [Amit 97] Y. Amit. *Graphical shape templates for automatic anatomy detection with applications to MRI brain scans*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 16, no. 1, pages 28–40, février 1997.
- [Ardekani 04] B.A. Ardekani, A.H. Bachman, S.C. Strother, Y. Fujibayashi & Y. Yonekura. *Impact of inter-subject image registration on group analysis of fMRI data*. In International Workshop on Quantification in Biomedical Imaging with PET and MRI, 1265 of International Congress Series, pages 49–59, janvier 2004.
- [Arnold 01] J.B. Arnold, J.S. Liow, K.A. Schaper, J.J. Stern, J.G. Sled, D.W. Shattuck, A.J. Worth, M.S. Cohen, R.M. Leahy, J.C. Mazziotta & D.A. Rottenberg. *Qualitative and quantitative evaluation of six algorithms for correcting intensity nonuniformity effects*. NeuroImage, vol. 13, pages 931–94, 2001.
- [Arsigny 03] V. Arsigny, X. Pennec & N. Ayache. *Polyrigid and Polyaffine Transformations : A New Class of Diffeomorphisms for Locally Rigid or Affine Registration*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-2879, pages 829–837, Montréal, novembre 2003. Springer Verlag.
- [Arsigny 05] V. Arsigny, X. Pennec & N. Ayache. *Polyrigid and Polyaffine Transformations : a Novel Geometrical Tool to Deal with Non-Rigid Deformations - Application to the registration of histological slices*. Medical Image Analysis, vol. 9, no. 6, pages 507–523, décembre 2005.
- [Arun 87] K. S. Arun, T. Huang & S. D. Blostein. *Least-squares fitting of two 3-D point sets*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 6, no. 5, pages 698–700, 1987.

- [Ashburner 98] J. Ashburner, C. Hutton, R. Frackowiak, I. Johnsrude, C. Price & K. Friston. *Identifying global anatomical differences : deformation-based morphology*. Human Brain Mapping, vol. 6, pages 348–357, 1998.
- [Ashburner 99a] J. Ashburner, J. Andersson & K.J. Friston. *High-Dimensional Nonlinear Image Registration using Symmetric Priors*. NeuroImage, vol. 9, pages 619–628, 1999.
- [Ashburner 99b] J. Ashburner & K.J. Friston. *Nonlinear Spatial Normalization Using Basis Functions*. Human Brain Mapping, vol. 7, pages 254–266, 1999.
- [Ashburner 00a] J. Ashburner, J. Andersson & K. Friston. *Image registration using a symmetric prior - in three dimensions*. Human Brain Mapping, vol. 9, no. 4, pages 212–225, 2000.
- [Ashburner 00b] J. Ashburner & K.J. Friston. *Voxel-Based Morphometry – The Methods*. NeuroImage, vol. 11, pages 805–821, 2000.
- [Ashburner 05] J. Ashburner & K.J. Friston. *Unified segmentation*. NeuroImage, vol. 26, pages 839–851, 2005.
- [Bajcsy 82] R. Bajcsy & C.H. Broit. *Matching of Deformed Images*. In Proceedings of the 6th International Conference of Pattern Recognition, pages 351–353, 1982.
- [Bajcsy 89] R. Bajcsy & S. Kovačič. *Multiresolution elastic matching*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol. 46, pages 1–21, 1989.
- [Bakircioglu 98] M. Bakircioglu, U. Grenander, N. Khaneja & M.I. Miller. *Curve matching on brain surfaces using Frenet distances*. Human Brain Mapping, vol. 6, no. 5-6, pages 329–333, 1998.
- [Bankman 00] I. N. Bankman, éditeur. Handbook of medical imaging. Academic Press, 2000.
- [Barillot 99] C. Barillot. *Fusion de données et imagerie 3D en médecine*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Rennes I, 1999.
- [Besl 92] P.J. Besl & N.D. McKay. *A Method for Registration of 3-D Shapes*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14, no. 2, pages 239 – 256, février 1992.
- [Bilmes 97] J. Bilmes. *A Gentle Tutorial on the EM Algorithm and its Application to Parameter Estimation for Gaussian Mixture and Hidden Markov Models*. Rapport technique ICSI-TR-97-021, Université de Berkeley, 1997.
- [Blatter 95] D.D. Blatter, E.D. Bigler, S.D. Gale, S.C. Johnson, C.V. Anderson, B.M. Burnett, N. Parker, S. Kurth & S.D. Horn. *Quantitative volumetric analysis of brain MR : Normative database spanning 5 decades of life*. American journal of Neuroradiology, vol. 16, pages 241–251, février 1995.
- [Bookstein 89] F.L. Bookstein. *Principal warps : Thin-plate splines and the decomposition of deformations*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11, no. 6, pages 567–585, juin 1989.
- [Boothby 86] W. M. Boothby. An introduction to differentiable manifolds and riemannian geometry. Academic Press, 1986.

- [Borgefors 88] G. Borgefors. *Hierarchical chamfer matching : A parametric edge matching algorithm*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 10, pages 849–865, novembre 1988.
- [Bosc 03] M. Bosc, F. Heitz, J.-P. Armspach, I. Namer, D. Gounot & L. Rumbach. *Automatic change detection in multimodal serial MRI : application to multiple sclerosis lesion evolution*. NeuroImage, vol. 20, no. 2, pages 643–656, octobre 2003.
- [Braun 03] M. Braun & B.F. Hutton. *Software for image registration : Algorithms, accuracy, efficacy*. Seminar in nuclear medicine, vol. 33, no. 3, pages 180–192, juillet 2003.
- [Bro-Nielsen 96] M. Bro-Nielsen & C. Gramkow. *Fast Fluid Registration of Medical Images*. In Visualization in Biomedical Computing, LNCS-1131, pages 267–276, Hambourg, Allemagne, septembre 1996.
- [Broit 81] C. Broit. *Optimal Registration of Deformed Images*. Thèse de doctorat, Université de Pennsylvanie, 1981.
- [Brown 92] L.G. Brown. *A survey of image registration techniques*. ACM Computing Surveys, vol. 24, no. 4, pages 325–376, décembre 1992.
- [Buck 78] R.C. Buck. *Advanced calculus*. McGraw-Hill Book Company, 1978.
- [Burr 81] D. J. Burr. *A dynamic model for image registration*. Computer Graphics and Image Processing, vol. 15, pages 102–112, 1981.
- [Burt 81] P.J. Burt. *Fast filter transforms for image processing*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol. 16, pages 20–51, 1981.
- [Cachier 00] P. Cachier & D. Rey. *Symmetrization of the non-rigid registration problem using inversion-invariant energies : application to multiple sclerosis*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-1935, pages 472–481, Pittsburgh, Etats-Unis, octobre 2000.
- [Cachier 01] P. Cachier, J.-F. Mangin, X. Pennec, D. Rivière, D. Papadopoulos-Orfanos, J. Régis & N. Ayache. *Multisubject Non-rigid Registration of Brain MRI Using Intensity and Geometric Features*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-2208, pages 734–742, Utrecht, Pays-Bas, octobre 2001. Springer Verlag.
- [Cachier 02] P. Cachier. *Recalage non rigide d'images médicales volumiques - contribution aux approches iconiques et géométriques*. Thèse de doctorat, École Centrale, Paris, janvier 2002.
- [Cachier 03] P. Cachier, E. Bardinet, D. Dormont, X. Pennec & N. Ayache. *Iconic feature based nonrigid registration : the PASHA algorithm*. Computer Vision and Image Understanding, vol. 89, no. 2-3, pages 272–298, 2003.
- [Cachier 04] P. Cachier & N. Ayache. *Isotropic energies, filters and splines for vectorial regularization*. Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol. 20, no. 3, pages 251–265, mai 2004.
- [Choi 00] Y. Choi & S. Lee. *Injectivity conditions of 2D and 3D uniform cubic B-spline functions*. Graphical models, vol. 62, no. 6, pages 411–427, novembre 2000.

- [Christensen 95] G. E. Christensen, R. D. Rabbitt, M. I. Miller, S. C. Joshi, U. Grenander, T. A. Coogan & D. C. V. Essen. *Topological properties of smooth anatomic maps*. In Information Processing in Medical Imaging, pages 101–112. Kluwer Academic Publishers, juin 1995.
- [Christensen 96a] G.E. Christensen, M.I. Miller, M.W. Vannier & U. Grenander. *Individualizing neuro-anatomical atlases using a massively parallel computer*. IEEE Computer, pages 32–38, 1996.
- [Christensen 96b] G.E. Christensen, R.D. Rabbitt & I. Miller. *Deformable templates using large deformation kinematics*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 5, no. 10, pages 1435–1447, 1996.
- [Christensen 97] G.E. Christensen, S.C. Joshi & M.I. Miller. *Volumetric transformation of brain anatomy*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 16, no. 6, pages 864–877, 1997.
- [Christensen 98] G.E. Christensen. *MIMD Vs. SIMD Parallel Processing : A Case Study in 3D Medical Image Registration*. Parallel Computing, vol. 24, pages 1369–1383, 1998.
- [Christensen 99] G. E. Christensen. *Consistent Linear-Elastic Transformations for Image Matching*. In Information Processing in Medical Imaging, LNCS-1613, pages 224–237, Visegrad, Hongrie, 1999.
- [Christensen 01] G. Christensen & H. Johnson. *Consistent image registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 7, pages 568–582, 2001.
- [Christensen 03] J.D. Christensen. *Normalization of brain magnetic resonance images using histogram even-order derivative analysis*. NeuroImage, vol. 21, no. 7, pages 817–820, septembre 2003.
- [Chui 03] H. Chui & A. Rangarajan. *A new point matching algorithm for non-rigid registration*. Computer Vision and Image Understanding, vol. 89, pages 114–141, 2003.
- [Chung 01] M. Chung, K. Worsley, T. Paus, C. Cherif, D. Collins, J. Giedd, J. Rapoport & A. Evans. *A unified statistical approach to deformation-based morphometry*. NeuroImage, pages 595–606, 2001.
- [Collins 96] D. L. Collins, G. Le Goualher, R. Venugopal, A. Caramanos, A. C. Evans & C. Barillot. *Cortical Constraints for Non-Linear Cortical Registration*. In K. H. Höhne & R. Kikinis, éditeurs, Visualization in Biomedical Computing, LNCS-1131, pages 307–316, Berlin-Heidelberg, 1996. Springer-Verlag.
- [Collins 98] D.L. Collins, A.P. Zijdenbos, V. Kollokian, J.G. Sled, N.J. Kabani, C.J. Holmes & A.C. Evans. *Design and Construction of a Realistic Digital Brain Phantom*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 17, no. 3, pages 463–468, mars 1998.
- [Collins 99] L. Collins & A.C. Evans. *ANIMAL : Automatic Nonlinear Image Matching and Anatomical Labeling*. In A.W. Toga, éditeur, Brain Warping, chapitre 8, pages 133–142. Academic Press, 1999.
- [Cootes 95] T.F. Cootes, C. J. Taylor, D.H. Cooper & J. Graham. *Active Shape Models - Their Training and Application*. Computer Vision and Image Understanding, vol. 61, no. 1, pages 38–59, janvier 1995.

- [Cootes 04] T. F. Cootes, S. Marsland, C. J. Twining, K. Smith & C. J. Taylor. *Group-wise Diffeomorphic Non-rigid Registration for Automatic Model Building*. In European Conference on Computer Vision, LNCS-3024, pages 316–327, Prague, République tchèque, mai 2004.
- [Crivello 02] F. Crivello, T. Schormann, N. Tzourio-Mazoyer, P.E. Roland, K. Zilles & B.M. Mazoyer. *Comparison of spatial normalization procedures and their impact on functional maps*. Human Brain Mapping, vol. 16, no. 4, pages 228–50, août 2002.
- [Crum 03] W.R. Crum, L.D. Griffin, D.L. Hill & D.J. Hawkes. *Zen and the art of medical image registration : correspondence, homology, and quality*. NeuroImage, vol. 20, no. 3, pages 1425–37, novembre 2003.
- [Crum 04a] W. Crum, D. Rueckert, M. Jenkinson, D. Kennedy & S. Smith. *A Framework For Detailed Objective Comparison of Non-Rigid Registration Algorithms in Neuroimaging*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, pages 679–686, septembre 2004.
- [Crum 04b] W.R. Crum, T. Hartkens & D.L.G. Hill. *Non-rigid image registration : theory and practice*. British journal of radiology, vol. 77, no. spécial 2, pages S140–S153, 2004.
- [Cuisenaire 96] O. Cuisenaire, J.-P. Thiran & B. Macq. *Automatic registration of 3D MR images with a computerized brain atlas*. In SPIE Med. Imaging, 2710, pages 438–448, Newport Beach, février 1996.
- [D’Agostino 03] E. D’Agostino, F. Maes, D. Vandermeulen & P. Suetens. *An information theoretic approach for non-rigid image registration using voxel class probabilities*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-2879, pages 812–820, Montréal, Québec, Canada, novembre 2003.
- [Davatzikos 96] C. Davatzikos. *Spatial Normalization of 3D Brain Images Using Deformable Models*. Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 20, no. 4, pages 656–665, 1996.
- [Davatzikos 97] C. Davatzikos. *Spatial transformation and registration of brain images using elastically deformable models*. Computer Vision and Image Understanding, vol. 66, no. 2, pages 207–222, 1997.
- [Dawant 99] B.M. Dawant, S.L. Hartmann, J.-P. Thirion, F. Maes, D. Vandermeulen & P. Demaerel. *Automatic 3-D segmentation of internal structures of the head in MR images using a combination of similarity and free-from transformations : part I, methodology and validation on normal subjects*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, no. 10, pages 909–916, 1999.
- [Dempster 77] A.P. Dempster, N.M. Laird & D.B. Rubin. *Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm*. Journal of the Royal Statistical Society, B, vol. 39, no. 1, pages 1–38, 1977.
- [Denton 99] E.R. Denton, L.I. Sonoda, D. Rueckert, S. Rankin, C. Hayes, M.O. Leach, D.L. Hill & D.J. Hawkes. *Comparison and evaluation of rigid and nonrigid registration of breast MR images*. Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 23, pages 800–805, 1999.

- [Desgrez 94] A. Desgrez, J. Bittoun & J. Idy-Peretti. *Bases physiques de l'IRM*. Masson, 1994.
- [Dinov 02a] I. D. Dinov & D. L. Sumners. *Applications of Frequency Dependent Wavelet Shrinkage to Analyzing Quality of Image Registration*. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 62, pages 367–384, 2002.
- [Dinov 02b] I.D. Dinov, M.S. Mega, P.M. Thompson, R.P. Woods, D.L. Sumners, E.L. Sowell & A.W. Toga. *Quantitative comparison and analysis of brain image registration using frequency-adaptive wavelet shrinkage*. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, vol. 6, pages 73–85, 2002.
- [Duda 01] R. Duda, P. Hart & D. Stork. *Pattern classification*. Wiley Interscience, 2001.
- [Dupuis 98] P. Dupuis, U. Grenander & M.I. Miller. *Variational problems on flows of diffeomorphisms for image matching*. *Quarterly of applied mathematics*, vol. 56, no. 3, pages 587–600, septembre 1998.
- [Evans 91] A.C. Evans, W. Dai, D.L. Collins, P. Neelin & S. Marrett. *Warping of a Computerized 3D Atlas to Match Brain Image Volumes for Quantitative Neuroanatomical and Functional Analysis*. In *SPIE Med. Imaging*, 1445, pages 236–247, 1991.
- [Ferrant 99] M. Ferrant, C.R.G. Guttmann S.K. Warfield, R.V. Mulkern, F.A. Jolesz & R. Kikinis. *3D Image Matching Using a Finite Element Based Elastic Deformation Model*. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, LNCS-1679, pages 202–209, 1999.
- [Fitzpatrick 98] J.M. Fitzpatrick, D.L.G. Hill, Y. Shyr, J. West, C. Studholme & C.R. Maurer. *Visual assessment of the accuracy of retrospective registration of MR and CT images of the brain*. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 17, no. 4, pages 571–585, août 1998.
- [Fleute 99] M. Fleute & S. Lavallée. *Nonrigid 3-D/2-D Registration of Images Using Statistical Models*. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, LNCS-1679, pages 138–147, Cambridge, Grande Bretagne, septembre 1999. Springer.
- [Florack 92] L. Florack, B. Romeny, J. Koenderink & M. Viergever. *Scale and the differential structure of images*. *Image and Vision Computing*, vol. 10, no. 6, pages 376–388, 1992.
- [Frantz 00] S. Frantz, K. Rohr & H.S. Stiehl. *Localization of 3D Anatomical Point Landmarks in 3D Tomographic Images Using Deformable Models*. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, LNCS-1935, pages 492–501, Pittsburgh, Etats-Unis, octobre 2000. Springer.
- [Friston 95] K.J. Friston, J. Ashburner, C. Frith, J.B. Poline, J. D. Heather & R.S.J. Frackowiak. *Spatial Registration and Normalization of Images*. *Human Brain Mapping*, vol. 2, pages 165–189, 1995.
- [Ganser 04] K.A. Ganser, H. Dickhaus, R. Metzner & C.R. Wirtz. *A deformable digital brain atlas system according to Talairach and Tournoux*. *Medical Image Analysis*, vol. 8, no. 1, pages 3–22, mars 2004.

- [Gee 93] J.C. Gee, M. Reivich & R. Bajcsy. *Elastically Deforming 3D Atlas to Match Anatomical Brain Images*. Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 17, no. 2, pages 225–236, 1993.
- [Gee 95] J.C. Gee, B.L. Le Briquer, C. Barillot, D.R. Haynor & R. Bajcsy. *Bayesian Approach to the Brain Image Matching Problem*. In Medical Imaging : Image Processing, volume 2434, pages 154–156. SPIE Press, 1995.
- [Gee 97] J.C. Gee, D.R. Haynor, L. Le Briquer & R. Bajcsy. *Advances in elastic matching theory and its implementation*. In Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine and Medial Robotics and Computer-Assisted Surgery, LNCS-1205, pages 163–72, 1997.
- [Gee 99] J.C. Gee & R.K. Bajcsy. *Elastic matching : continuum mechanical and probabilistic analysis*. In A.W. Toga, éditeur, Brain Warping, chapitre 11. Academic Press, 1999.
- [Geman 87] S. Geman & D. E. McClure. *Statistical Methods for Tomographic Image Reconstruction*. Bulletin of the International Statistical Institute, vol. LII, no. 4, pages 5–21, 1987.
- [Glasbey 98] C.A. Glasbey & K.V. Mardia. *A review of image-warping methods*. Journal of applied statistics, vol. 25, no. 2, pages 155–17, avril 1998.
- [Glaunes 04] J. Glaunes, A. Trouvé & L. Younes. *Diffeomorphic matching of distributions : A new approach for unlabelled point-sets and sub-manifolds matching*. In Computer Vision and Pattern Recognition, pages 712–718, 2004.
- [Goldberg 89] D.E. Goldberg. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley, 1989.
- [Grachev 99] I.D. Grachev, D. Berdichevsky, S.L. Rauch, S. Heckers, D.N. Kennedy, V.S. Caviness & N.M. Alpert. *A Method for Assessing the Accuracy of Intersubject Registration of the Human Brain Using Anatomic Landmarks*. NeuroImage, vol. 9, pages 250–268, 1999.
- [Grenander 98] U. Grenander & M. Miller. *Computational anatomy : an emerging discipline*. Quarterly of Applied Mathematics, vol. 56, pages 617–694, 1998.
- [Gudbjartsson 95] H. Gudbjartsson & S. Patz. *The Rician distribution of noisy MRI data*. Magnetic Resonance in Medicine, vol. 34, no. 6, pages 910–914, décembre 1995.
- [Guimond 01] A. Guimond, A. Roche, N. Ayache & J. Meunier. *Three-dimensional multimodal brain warping using the demons algorithm and adaptive intensity corrections*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 1, pages 58–69, janvier 2001.
- [Gupta 95] S.N. Gupta & J.L. Prince. *On Variable Brightness Optical Flow for Tagged MRI*. In Information Processing in Medical Imaging, pages 323–334. Kluwer Academic Publishers, juin 1995.
- [Guéziec 94] A. Guéziec & N. Ayache. *Smoothing and matching of 3-d space curves*. International Journal of Computer Vision, vol. 12, no. 1, pages 79–104, janvier 1994.

- [Guéziec 97] A. Guéziec & N. Ayache. *Medical Image Registration Using Geometric Hashing*. IEEE Computational Science and Engineering Magazine, vol. 4, no. 4, pages 29–41, octobre 1997.
- [Hajnal 01] J.V. Hajnal, D.L.G. Hill & D.J. Hawkes. *Medical image registration*. CRC Press, 2001.
- [Hansen 92] E. Hansen. *Global optimization using interval analysis*. Marcel Dekker, 1992.
- [Hartmann 99] S.L. Hartmann, M.H. Parks, P.R. Martin & B.M. Dawant. *Automatic 3-D segmentation of internal structures of the head in MR images using a combination of similarity and free-form transformations : Part II, validation on severely atrophied brains*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, pages 917–26, 1999.
- [Hellier 00] P. Hellier. *Recalage non rigide en imagerie cérébrale : méthodes et validation*. Thèse de doctorat, Université de Rennes I, décembre 2000.
- [Hellier 01a] P. Hellier & C. Barillot. *Cooperation Between Local and Global Approaches to Register Brain Images*. In M.-F. Insana & R.-M. Leahy, éditeurs, *Information Processing in Medical Imaging*, LNCS-2082, pages 315–328, Davis, Californie, juin 2001.
- [Hellier 01b] P. Hellier, C. Barillot, E. Mémin & P. Pérez. *Hierarchical estimation of a dense deformation field for 3D robust registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 5, pages 388–402, mai 2001.
- [Hellier 03a] P. Hellier. *Consistent intensity correction of MR images*. In *International Conference on Image Processing*, pages 1109–1112, Barcelone, Espagne, septembre 2003.
- [Hellier 03b] P. Hellier & C. Barillot. *Coupling dense and landmark-based approaches for nonrigid registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, no. 2, pages 217–227, février 2003.
- [Hellier 03c] P. Hellier, C. Barillot, I. Corouge, B. Gibaud, G. Le Goualher, D.L. Collins, A. Evans, G. Malandain, N. Ayache, G.E. Christensen & H.J. Johnson. *Retrospective evaluation of intersubject brain registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, pages 1120–1130, 2003.
- [Hellier 04] P. Hellier & C. Barillot. *A hierarchical parametric algorithm for deformable multimodal image registration*. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 75, no. 2, pages 107–115, août 2004.
- [Hill 91] D.L. Hill, D.J. Hawkes, J.E. Crossman, M.J. Gleeson, T.C. Cox, E.E. Brace, A.J. Strong & P. Graves. *Registration of MR and CT Images For Skull Base Surgery Using Point-Like Anatomical Features*. *British Journal of Radiology*, vol. 64, no. 767, pages 1030–1035, novembre 1991.
- [Hill 00] D.L.G. Hill & D.Z. Hawkes. *Across-modality registration using intensity-based cost functions*. In I. N. Bankman, éditeur, *Handbook of medical imaging*, chapitre 34, pages 537 – 553. Academic Press, 2000.
- [Hill 01] D.L.G. Hill, P.G. Batchelor, M. Holden & D.J. Hawkes. *Medical image registration*. *Physics in medicine and biology*, vol. 46, no. 3, pages R1–R45, mars 2001.

- [Holden 00] M. Holden, D. L. G. Hill, E. R. E. Denton, J. M. Jarosz, T. C. S. Cox, T. Rohlfing, J. Goodey & D. J. Hawkes. *Voxel similarity measures for 3-D serial MR brain image registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, no. 2, pages 94–102, février 2000.
- [Horn 81] B. Horn & B. Schunck. *Determining optical flow*. Artificial Intelligence, vol. 17, pages 185–203, 1981.
- [Hsu 99] L. Hsu, M. H. Loew & J. Ostuni. *Automated Registration of Brain Images Using Edge and Surface Features*. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, vol. 18, no. 6, pages 40–47, novembre 1999.
- [Hunter 99] J. Hunter, J.L. Lancaster & P.T. Fox. *Surface-based spatial normalization using convex hulls*. In A.W. Toga, éditeur, Brain Warping, chapitre 15, pages 263–282. Academic Press, 1999.
- [Ibanez 03] L. Ibanez, W. Schroeder, L. Ng & J. Cates. *The ITK Software Guide : The Insight Segmentation and Registration Toolkit*. Kitware Inc., 2003.
- [Jackway 96] P. T. Jackway & M. Deriche. *Scale-Space Properties of the Multiscale Morphological Dilation-Erosion*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 18, no. 1, pages 38–51, 1996.
- [Jannin 02] P. Jannin, J.M. Fitzpatrick, D.J. Hawkes, X. Pennec, R. Shahidl & M.W. Vannier. *Validation of medical image processing in image-guided therapy*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 21, pages 1445–1449, 2002.
- [Jaulin 01] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit & E. Walter. *Applied interval analysis*. Springer, 2001.
- [Jenkinson 01] M. Jenkinson & S.M. Smith. *A Global Optimisation Method for Robust Affine Registration of Brain Images*. Medical Image Analysis, vol. 5, pages 143–156, 2001.
- [Jezzard 00] P. Jezzard. *Physical basis of spatial distortions in magnetic resonance images*. In I. Bankman, éditeur, Handbook of Medical Imaging, chapitre 31, pages 499–513. Academic Press, septembre 2000.
- [Johnson 02] H. Johnson & G. Christensen. *Consistent landmark and intensity-based image registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 21, no. 5, pages 450–461, mai 2002.
- [Joshi 00] S.C. Joshi & M.I. Miller. *Landmark matching via large deformation diffeomorphisms*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 9, no. 8, pages 1357–1370, août 2000.
- [Karacali 04] B. Karacali & C. Davatzikos. *Estimating topology preserving and smooth displacement fields*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 7, pages 868–880, juillet 2004.
- [Kim 04] J. Kim & J.A. Fessler. *Intensity-based image registration using robust correlation coefficients*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 11, pages 1430–1444, 2004.
- [Kirkpatrick 83] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt & M. P. Vecchi. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, vol. 220, no. 4598, pages 671–680, mai 1983.

- [Kjems 99] U. Kjems, S.C. Strother, J. Anderson, I. Law & L.K. Hansen. *Enhancing the multivariate signal of ^{15}O water PET studies with a new nonlinear neuroanatomical registration algorithm*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, pages 306–319, 1999.
- [Kochunov 99] P.V. Kochunov, J.L. Lancaster & P.T. Fox. *Accurate high-speed spatial normalization using an octree method*. Medical Image Analysis, vol. 10, no. 6, pages 724–737, décembre 1999.
- [Kovačić 99] S. Kovačić & R. Bajcsy. *Multiscale/multiresolution representations*. In A.W. Toga, éditeur, Brain Warping, chapitre 3, pages 45–65. Academic Press, 1999.
- [Kwan 96] R.K.-S. Kwan, A.C. Evans & G.B. Pike. *An Extensible MRI Simulator for Post-Processing Evaluation*. In Visualization in Biomedical Computing, LNCS-1131, pages 135–140, septembre 1996.
- [Kybic 00] J. Kybic, P. Thévenaz, A. Nirkko & M. Unser. *Unwarping of Unidirectionally Distorted EPI Images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, no. 2, pages 80–93, février 2000.
- [Kybic 03] J. Kybic & M. Unser. *Fast Parametric Elastic Image Registration*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 12, no. 11, pages 1427–1442, 2003.
- [Lau 01] Y. H. Lau, M. Braun & B.F. Hutton. *Non-rigid image registration using a median-filtered coarse-to-fine displacement field and a symmetric correlation ratio*. Physics in Medicine and Biology, vol. 46, no. 4, pages 1297–1319, 2001.
- [Lehmann 99] T.M. Lehmann, C. Gonner & K. Spitzer. *Survey : interpolation methods in medical image processing*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, no. 11, pages 1049–1075, novembre 1999.
- [Lester 99] H. Lester & S.R. Arridge. *A Survey of Hierarchical Non-Linear Medical Image Registration*. Pattern Recognition, vol. 32, no. 1, pages 129–149, janvier 1999.
- [Lindeberg 94] T. Lindeberg. *Scale-space theory in computer vision*. Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [Liu 04] T. Liu, D. Shen & C. Davatzikos. *Deformable registration of cortical structures via hybrid volumetric and surface warping*. NeuroImage, vol. 22, no. 4, pages 1790–1801, 2004.
- [Luo 05] J. Luo, Y. Zhu, P. Clarysse & I. Magnin. *Correction of Bias Field in MR Images Using Singularity Function Analysis*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 24, no. 8, pages 1067 – 1085, août 2005.
- [Maes 97] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal & P. Suetens. *Multimodality image registration by maximization of mutual information*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 16, no. 2, pages 187–198, avril 1997.
- [Maintz 96] J.B.A. Maintz, P.A. van den Elsen & M.A. Viergever. *Evaluation of ridge seeking operators for multimodality medical image matching*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 18, no. 4, pages 353–365, avril 1996.

- [Maintz 98] J.B.A. Maintz & M.A. Viergever. *A survey of medical image registration*. Medical Image Analysis, vol. 2, no. 1, pages 1–36, mars 1998.
- [Makela 02] T. Makela, P. Clarysse, O. Sipila, N. Pauna, Q.C. Pham, T. Katila & I.E. Magnin. *A review of cardiac image registration methods*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 21, no. 9, pages 1011–1021, septembre 2002.
- [Mallat 89] S.G. Mallat. *A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11, pages 674–693, 1989.
- [Mallat 98] S. Mallat. A wavelet tour of signal processing. Academic Press, 1998.
- [Mangin 95] J.-F. Mangin. *Mise en correspondance d'images médicales 3D multi-modalités multi-individus pour la corrélation anatomo-fonctionnelle cérébrale*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, 1995.
- [Mangin 04] J.-F. Mangin, D. Rivière, O. Coulon, C. Poupon, A. Cachia, Y. Cointepas, J.-B. Poline, D. Le Bihan, J. Régis & D. Papadopoulos-Orfanos. *Coordinate-based versus structural approaches to brain image analysis*. Artificial Intelligence in Medicine, vol. 30, pages 177–197, 2004.
- [Marieb 93] E.N. Marieb. Anatomie et physiologie humaines. De Boeck Université, 1993.
- [Marquardt 63] D. W. Marquardt. *An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters*. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 11, no. 2, pages 431–441, 1963.
- [Marsland 04] S. Marsland & C.J. Twining. *Constructing diffeomorphic representations for the groupwise analysis of nonrigid registrations of medical images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 8, pages 1006–1020, août 2004.
- [Maurer 98] C.R. Jr Maurer, R.J. Maciunas & J.M. Fitzpatrick. *Automated Registration of Brain Images Using Edge and Surface Features*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 17, no. 5, pages 753–761, octobre 1998.
- [Mellor 05] M. Mellor & M. Brady. *Phase mutual information as a similarity measure for registration*. Medical Image Analysis, vol. 9, no. 4, pages 330–343, 2005.
- [Metz 78] C.E. Metz. *Basic principles of ROC analysis*. Seminars in nuclear, vol. 8, pages 283–298, 1978.
- [Miller 93] M.I. Miller, G.E. Christensen, Y. Amit & U. Grenander. *Mathematical textbook of deformable neuroanatomies*. In Proceedings of the National Academy of Sciences, pages 11944–11948, décembre 1993.
- [Miller 99] M.I. Miller, S.C. Joshi & G.E. Christensen. *Large deformation fluid diffeomorphisms for landmark and image matching*. In A.W. Toga, éditeur, Brain Warping, chapitre 7, pages 115–131. Academic Press, 1999.
- [Miller 01] M. Miller & L. Younes. *Group Actions, Homeomorphisms, and Matching : A General Framework*. International Journal of Computer Vision, vol. 41, no. 1/2, pages 61–84, 2001.

- [Miller 04] M.I. Miller. *Computational anatomy : shape, growth, and atrophy comparison via diffeomorphisms*. NeuroImage, vol. 23, no. Suppl. 1, pages S19–S33, 2004.
- [Montagnat 99] J. Montagnat, H. Delingette & G. Malandain. *Cylindrical Echocardiographic Image Segmentation Based on 3D Deformable Models*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-1679, pages 168–175, Cambridge, Grande Bretagne, septembre 1999. Springer.
- [Moretti 00] B. Moretti, M.J. Fadili, S. Ruan, D. Bloyet & B. Mazoyer. *Phantom-Based Performance Evaluation - Application To Brain Segmentation From Magnetic Resonance Images*. Medical Image Analysis, vol. 4, no. 4, pages 303–316, juin 2000.
- [Musse 00] O. Musse. *Contribution à la mise en correspondance non rigide d'images médicales : une approche paramétrique hiérarchique sous contraintes topologiques. Application au recalage déformable du cerveau en imagerie IRM*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2000.
- [Musse 03] O. Musse, F. Heitz & J.-P. Armpach. *Fast Deformable Matching of 3-D Images over Multiscale Nested Subspaces. Application to atlas-based MRI segmentation*. Pattern Recognition, vol. 36, no. 8, pages 1881–1899, août 2003.
- [Nelder 65] J.A. Nelder & R. Mead. *A simplex method for function minimization*. The Computer Journal, vol. 7, no. 4, pages 308–313, 1965.
- [Nestares 00] O. Nestares & D.J. Heeger. *Robust multiresolution alignment of MRI brain volumes*. Magnetic Resonance in Medicine, vol. 43, pages 705–715, 2000.
- [Nielsen 02] M. Nielsen, P. Johansen, A. D. Jackson & B. Lautrup. *Brownian Warps : A Least Committed Prior for Non-rigid Registration*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-2489, pages 557 – 564, 2002.
- [Nielsen 04] M. Nielsen & P. Johansen. *A PDE solution of Brownian warping*. In European Conference on Computer Vision, LNCS-3024, pages 180–191, Prague, République tchèque, mai 2004.
- [Nikou 99] C. Nikou, F. Heitz & J.-P. Armpach. *A probabilistic deformable model for MR/SPECT brain image registration and segmentation*. In SPIE Med. Imaging, 3361, pages 20–26, San Diego, Californie, Etats-Unis, février 1999.
- [Nyul 99] L.G. Nyul & J.K. Udupa. *On standardizing the MR image intensity scale*. Magnetic Resonance in Medicine, vol. 42, no. 6, pages 1072–1081, décembre 1999.
- [Otsu 79] N. Otsu. *A threshold selection method from grey-level histograms*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 9, no. 1, pages 62–66, janvier 1979.
- [Park 04] H. Park, P. H. Bland, K. K. Brock & C. R. Meyer. *Adaptive registration using local information measures*. Medical Image Analysis, vol. 8, pages 465–473, 2004.
- [Passat 05a] N. Passat. *Contribution à la segmentation des réseaux vasculaires cérébraux obtenus en IRM*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2005.

- [Passat 05b] N. Passat, Ch. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armspach, C. Maillot & Ch. Jahn. *Region-growing segmentation of brain vessels : An atlas-based automatic approach*. Journal of Magnetic Resonance Imaging, vol. 21, no. 6, pages 715–725, juin 2005.
- [Pelizzari 89] C.A. Pelizzari, G.T.Y. Chen, D.R. Spelbring, R.R. Weichselbaum & C.-T. Chen. *Accurate three-dimensional registration of CT, PET, and/or MR images of brain*. Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 13, pages 20–26, 1989.
- [Pennec 00] X. Pennec, N. Ayache & J.-P. Thirion. *Landmark-based registration using features identified through differential geometry*. In I. Bankman, éditeur, Handbook of Medical Imaging, chapitre 31, pages 499–513. Academic Press, septembre 2000.
- [Periaswamy 03] S. Periaswamy & H. Farid. *Elastic registration in the presence of intensity variations*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, pages 865–874, 2003.
- [Pluim 00] J.P.W. Pluim, J.B.A. Maintz & M.A. Viergever. *Image registration by maximization of combined mutual information and gradient information*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, no. 8, pages 809–814, août 2000.
- [Pluim 03a] J.P.W. Pluim & J.M. Fitzpatrick. *Image registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, no. 11, pages 1341–1343, novembre 2003.
- [Pluim 03b] J.P.W. Pluim, J.B.A. Maintz & M. A. Viergever. *Mutual-information-based registration of medical images : a survey*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, no. 8, pages 986–1004, août 2003.
- [Pluim 04] J.P.W. Pluim, J.B.A. Maintz & M.A. Viergever. *f-information measures in medical image registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 12, pages 1508–1516, 2004.
- [Powell 64] M.J.D. Powell. *An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives*. The Computer Journal, vol. 7, no. 2, pages 155–162, 1964.
- [Press 92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling & B.P. Flannery. Numerical recipes in C. The art of scientific computing. Cambridge University Press, deuxième édition, 1992.
- [Rangarajan 99] A. Rangarajan, H. Chui & J.S. Duncan. *Rigid point feature registration using mutual information*. Medical Image Analysis, vol. 3, no. 4, pages 425–440, 1999.
- [Rao 96] S.S. Rao. Engineering optimization : theory and practice. Wiley-Interscience, troisième édition, 1996.
- [Rao 04] A. Rao, R. Chandrashekhara, G.I. Sanchez-Ortiz, R. Mohiaddin, P. Aljabar, J.V. Hajnal B.K. Puri & D. Rueckert. *Spatial transformation of motion and deformation fields using nonrigid registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 9, pages 1065–1076, 2004.
- [Richard 05] F. Richard. *A comparative study of markovian and variational image-matching techniques in application to mammograms*. Pattern Recognition Letters, vol. 26, no. 12, pages 1819–1829, 2005.

- [Rizzo 97] G. Rizzo, P. Scifo, M.C. Gilardi, V. Bettinardi, F. Grassi, S. Cerutti & F. Fazio. *Matching a computerized brain atlas to multimodal medical images*. NeuroImage, vol. 6, no. 1, pages 59–69, juillet 1997.
- [Robbins 04] S. Robbins, A. C. Evans, D. L. Collins & S. Whitesides. *Tuning and Comparing Spatial Normalization Methods*. Medical Image Analysis, vol. 8, no. 3, pages 311–323, 2004.
- [Roche 98] A. Roche, G. Malandain, X. Pennec & N. Ayache. *The Correlation Ratio as a New Similarity Measure for Multimodal Image Registration*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-1496, pages 1115–1124, Cambridge, Etats-Unis, octobre 1998. Springer Verlag.
- [Roche 00a] A. Roche, G. Malandain & N. Ayache. *Unifying Maximum Likelihood Approaches in Medical Image Registration*. International Journal of Imaging Systems and Technology : Special Issue on 3D Imaging, vol. 11, no. 1, pages 71–80, 2000.
- [Roche 00b] A. Roche, X. Pennec, M. Rudolph, D. P. Auer, G. Malandain, S. Ourselin, L. M. Auer & N. Ayache. *Generalized Correlation Ratio for Rigid Registration of 3D Ultrasound with MR Images*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-1935, pages 567–577, 2000.
- [Roche 01] A. Roche, X. Pennec, G. Malandain & N. Ayache. *Rigid Registration of 3D Ultrasound with MR Images : a New Approach Combining Intensity and Gradient Information*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 10, pages 1038–1049, octobre 2001.
- [Rohde 03] G.K. Rohde, A. Aldroubi & B.M. Dawant. *The adaptive bases algorithm for intensity-based nonrigid image registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, no. 11, pages 1470–1479, novembre 2003.
- [Rohlfing 03] T. Rohlfing, C. Maurer, D. Bluemke & M. Jacobs. *Volume-preserving non-rigid registration of MR breast images using free-form deformation with an incompressibility constraint*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, no. 6, pages 730–741, juin 2003.
- [Rohr 96] K. Rohr, H.S. Stiehl, R. Sprengel, W. Beil, T.M. Buzug, J. Weese & M.H. Kuhn. *Point-Based Elastic Registration of Medical Image Data Using Approximating Thin-Plate Splines*. In Visualization in Biomedical Computing, LNCS-1131, pages 297–306, septembre 1996.
- [Rohr 97] K. Rohr. *On 3D differential operators for detecting point landmarks*. Image and Vision Computing, vol. 15, no. 3, pages 219–233, mars 1997.
- [Rohr 99a] K. Rohr. *Extraction of 3D anatomical point landmarks based on invariance principles*. Pattern Recognition, vol. 32, no. 1, pages 3–15, janvier 1999.
- [Rohr 99b] K. Rohr, M. Fornefett & H. S. Stiehl. *Approximating Thin-Plate Splines for Elastic Registration : Integration of Landmark Errors and Orientation Attributes*. In Information Processing in Medical Imaging, LNCS-1613, pages 252–265, juin 1999.
- [Rohr 01] K. Rohr, H.S. Stiehl, R. Sprengel, T.M. Buzug, J. Weese & M.H. Kuhn. *Landmark-based elastic registration using approximating thin-plate splines*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 6, pages 526–534, juin 2001.

- [Rouet 00] J.-M. Rouet, J.-J. Jacq & Ch. Roux. *Genetic algorithms for a robust 3-D MR-CT registration*. IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine, vol. 4, no. 2, pages 126–136, 2000.
- [Rousseeuw 87] P.J. Rousseeuw & A.M. Leroy. *Robust regression and outlier detection*. Wiley Interscience, 1987.
- [Royackkers 99] N. Royackkers, M. Desvignes, H. Fawal & M. Revenu. *Detection and Statistical Analysis of Human Cortical Sulci*. NeuroImage, vol. 10, pages 625–641, 1999.
- [Rueckert 99] D. Rueckert, L.I. Sonoda, C. Hayes, D.L.G. Hill, M.O. Leach & D.J. Hawkes. *Non-rigid registration using free-form deformations : Application to breast MR images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, no. 8, pages 712–721, août 1999.
- [Salmond 02] C.H. Salmond, J. Ashburner, F. Vargha-Khadem, A. Connelly, D.G. Gadian & K.J. Friston. *The precision of anatomical normalization in the medial temporal lobe using spatial basis functions*. NeuroImage, vol. 17, pages 507–12, 2002.
- [Salomon 05] M. Salomon, F. Heitz, G.-R. Perrin & J.-P. Armspach. *A massively parallel approach to deformable matching of 3D medical images via stochastic differential equations*. Parallel Computing, vol. 31, no. 1, pages 45–71, janvier 2005.
- [Sarrut 00] D. Sarrut. *Recalage multimodal et plate-forme d'imagerie médicale à accès distant*. Thèse de doctorat, Université Lumière, Lyon, 2000.
- [Schnabel 01] J. A. Schnabel, D. Rueckert, M. Quist, J. M. Blackall, A. D. Castellano Smith, T. Hartkens, G. P. Penney, W. A. Hall, H. Liu, C. L. Truwit, F. A. Gerritsen, D. L. G. Hill & D. J. Hawkes. *A Generic Framework for Non-Rigid Registration Based on Non-Uniform Multi-Level Free-Form Deformations*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-2208, pages 573–581, Utrecht, Pays-Bas, octobre 2001. Springer Verlag.
- [Schnabel 03] J.A. Schnabel, C. Tanner, A. D. Castellano-Smith, A. Degenhard, M. O. Leach, D. R. Hose, D. L. G. Hill & D. J. Hawkes. *Validation of Non-Rigid Image Registration using Finite Element Methods : Application to Breast MR Images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, pages 238–247, 2003.
- [Sederberg 86] T.W. Sederberg & S.R. Parry. *Free-form deformation of solid geometric models*. In Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pages 151 – 160, 1986.
- [Shen 02] D. Shen & C. Davatzikos. *HAMMER : hierarchical attribute matching mechanism for elastic registration*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 21, no. 11, pages 1421–1439, novembre 2002.
- [Sled 98] J.G. Sled, A.P. Zijdenbos & A.C. Evans. *A nonparametric method for automatic correction of intensity nonuniformity in MRI data*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 17, pages 87–97, 1998.

- [Sorzano 05] C.Ó.S. Sorzano, P. Thévenaz & M. Unser. *Elastic Registration of Biological Images Using Vector-Spline Regularization*. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 52, no. 4, pages 652–663, April 2005.
- [Stefanescu 04] R. Stefanescu, X. Pennec & N. Ayache. *Grid Powered Nonlinear Image Registration with Locally Adaptive Regularization*. Medical Image Analysis, vol. 8, no. 3, pages 325–342, septembre 2004.
- [Styner 00] M. Styner, C. Brechbuhler, G. Szekely & G. Gerig. *Parametric estimate of intensity inhomogeneities applied to MRI*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, pages 153–165, 2000.
- [Subsol 95] G. Subsol. *Construction automatique d'atlas anatomiques morphométriques à partir d'images médicales tridimensionnelles*. Thèse de doctorat, École Centrale, Paris, 1995.
- [Subsol 96] G. Subsol, J.-P. Thirion & N. Ayache. *Construction automatique d'atlas anatomiques morphométriques à partir d'images médicales tridimensionnelles : application à un atlas du crâne*. Traitement du Signal, vol. 13, no. 6, pages 652–674, 1996.
- [Subsol 97] G. Subsol, N. Roberts, M. Doran, J.-P. Thirion & G.. Whitehouse. *Automatic analysis of cerebral atrophy*. Magnetic Resonance Imaging, vol. 15, no. 8, pages 917–927, 1997.
- [Subsol 98] G. Subsol, J.-P. Thirion & N. Ayache. *A scheme for automatically building three-dimensional morphometric anatomical atlases : application to a skull atlas*. Medical Image Analysis, vol. 2, no. 2, pages 37–60, 1998.
- [Subsol 99] G. Subsol. *Crest lines for curve-based warping*. In A.W. Toga, éditeur, Brain Warping, chapitre 14, pages 241–262. Academic Press, 1999.
- [Szeliski 97] R. Szeliski & J. Coughlan. *Spline-based image registration*. International Journal of Computer Vision, vol. 22, no. 3, pages 199–218, 1997.
- [Talairach 88] J. Talairach & P. Tournoux. *Co-planar stereotaxic atlas of the human brain. 3-dimensional proportional system : an approach to cerebral imaging*. Thieme Verlag, 1988.
- [Thirion 94] J.-P. Thirion. *Extremal Points : definition and application to 3D image registration*. In Computer Vision and Pattern Recognition, pages 587–592, juin 1994.
- [Thirion 96] J.-P. Thirion. *New Feature Points based on Geometric Invariants for 3D Image Registration*. International Journal of Computer Vision, vol. 18, no. 2, pages 121–137, mai 1996.
- [Thirion 98] J.-P. Thirion. *Image matching as a diffusion process : an analogy with Maxwell's demons*. Medical Image Analysis, vol. 2, no. 3, pages 243–260, 1998.
- [Thompson 97] P.M. Thompson, D. MacDonald, M.S. Mega, C.J. Holmes, A.C. Evans & A.W. Toga. *Detection and mapping of abnormal brain structure with a probabilistic atlas of cortical surfaces*. Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 21, no. 4, pages 567–581, 1997.

- [Thompson 99] P. Thompson & A.W. Toga. *Anatomically driven strategies for high-dimensional brain image warping and pathology detection*. In A.W. Toga, éditeur, *Brain Warping*, chapitre 18, pages 311–336. Academic Press, 1999.
- [Thévenaz 00] P. Thévenaz, T. Blu & M. Unser. *Image Interpolation and Resampling*. In I.N. Bankman, éditeur, *Handbook of Medical Imaging, Processing and Analysis*, chapitre 25, pages 393–420. Academic Press, San Diego, Californie, Etats-Unis, 2000.
- [Toga 99] A.W. Toga, éditeur. *Brain warping*. Academic Press, 1999.
- [Trouvé 98] A. Trouvé. *Diffeomorphisms groups and pattern matching in image analysis*. *International Journal of Computer Vision*, vol. 28, no. 3, pages 213–221, 1998.
- [Unser 91] M. Unser, A. Aldroubi & M. Eden. *Fast B-Spline Transforms for Continuous Image Representation and Interpolation*. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, no. 3, pages 277–285, mars 1991.
- [Van den Elsen 95] P.A. Van den Elsen, J.B.A. Maintz, E.-J.D. Pol & M.A. Viergever. *Automatic registration of CT and MR brain images using correlation of geometrical features*. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 14, no. 2, pages 384–396, 1995.
- [Veltkamp 99] R. Veltkamp & M. Hagedoorn. *State-of-the-art in shape matching*. Rapport technique UU-CS-1999-27, Utrecht, Pays-Bas, 1999.
- [Verard 97] L. Verard, P. Allain, J.M. Traverre, J.C. Baron & D. Bloyet. *Fully automatic identification of AC and PC landmarks on brain MRI using scene analysis*. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 16, no. 5, pages 610–616, octobre 1997.
- [Vik 04] T. Vik. *Modèles statistiques d'apparence non gaussiens. Application à la création d'un atlas probabiliste de perfusion cérébrale en imagerie médicale*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2004.
- [Vik 05] T. Vik, F. Heitz, I. Namer & J.-P. Armspach. *On the Modeling, Construction and Evaluation of a Probabilistic Atlas of Brain Perfusion*. *NeuroImage*, vol. 24, no. 4, pages 1088–1098, février 2005.
- [Wang 98] L. Wang, H.M. Lai, G.J. Baker, D.H. Miller & P.S. Tofts. *Correction for variation in MRI scanner sensitivity in brain studies with histogram matching*. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 39, pages 322–327, 1998.
- [Wells 94] W. M. Wells, W.E.L. Grimson, R. Kikinis & F.A. Jolesz. *Statistical intensity correction and segmentation of MRI data*. In *Visualization in Biomedical Computing*, octobre 1994.
- [West 97] J. West, J.M. Fitzpatrick, M.Y. Wang, B.M. Dawant, C.R. Maurer, R.M. Kessler, R.J. Maciunas, C. Barillot, D. Lemoine, A. Collignon, F. Maes, P. Suetens, D. Vandermeulen, P.A. van den Elsen, S. Napel, T. Sumana-weera, B. Harkness, P.F. Hemler, D.J. Hawkes, D.L.G. Hill, C. Studholme, J.B.A. Maintz, M.A. Viergever, G. Malandain, X. Pennec, M.E. Noz, G.Q. Maguire, M. Pollack, C.A. Pellizan, R.A. Robb, D. Hanson & R.P. Woods.

- Comparison and evaluation of retrospective intermodality brain image registration techniques.* Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 21, no. 4, pages 554–566, juillet 1997.
- [Woods 93] R.P. Woods, J.C. Mazziota & S.R. Cherry. *MRI-PET registration with automated algorithm.* Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 17, no. 4, pages 536–546, 1993.
- [Woods 98] R.P. Woods, S.T. Grafton, J.D.G. Watson, N.L. Sicotte & J.C. Mazziotta. *Automated image registration : 2. Intersubject validation of linear and non-linear models.* Journal of Computer Assisted Tomography, vol. 22, no. 1, pages 153–165, 1998.
- [Woods 00] R.P. Woods. *Validation of Registration Accuracy.* In I.N. Bankman, éditeur, Handbook of medical imaging. Processing and analysis, pages 491–497. Academic Press, 2000.
- [Wörz 05] S. Wörz & K. Rohr. *Localization of anatomical point landmarks in 3D medical images by fitting 3D parametric intensity models.* Medical Image Analysis, 2005. à paraître.
- [Wyatt 03] P.P. Wyatt & J.A. Noble. *MAP MRF joint segmentation and registration of medical images.* Medical Image Analysis, vol. 7, no. 4, pages 539–52, 2003.
- [Xiaohua 04] C. Xiaohua, M. Brady & D. Rueckert. *Simultaneous Segmentation and Registration for Medical Image.* In Ch. Barillot, D.R. Haynor & P. Hellier, éditeurs, Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, LNCS-3216, pages 663–670, Saint-Malo, France, 2004. Springer-Verlag.
- [Xiaohua 05] C. Xiaohua, M. Brady, J.L.-C. Lo & N Moore. *Simultaneous Segmentation and Registration of Contrast-Enhanced Breast MRI.* In Gary E. Christensen & Milan Sonka, éditeurs, Information Processing in Medical Imaging, LNCS-3565, pages 126–137, Glenwood Springs, Colorado, Etats-Unis, 2005. Springer-Verlag.
- [Xue 04] Z. Xue, D. Shen & C. Davatzikos. *Determining correspondence in 3-D MR brain images using attribute vectors as morphological signatures of voxels.* IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 10, pages 1276–1291, octobre 2004.
- [Yezzi 03] A. Yezzi, L. Zollei & T. Kapur. *A variational framework for integrating segmentation and registration through active contours.* Medical Image Analysis, vol. 7, no. 2, pages 171–85, juin 2003.
- [Yuille 92] A.L. Yuille, P.W. Hallinan & D.S. Cohen. *Feature Extraction from Faces Using Deformable Templates.* International Journal of Computer Vision, vol. 8, no. 2, pages 99–111, 1992.
- [Zitova 03] B. Zitova & J. Flusser. *Image registration methods : a survey.* Image and Vision Computing, vol. 21, no. 11, pages 977–1000, octobre 2003.