THÈSE DE DOCTORAT
(mention sciences)
présentée à l'Université Louis Pasteur - Strasbourg I

par **Lambotte Sophie**

École et Observatoire des Sciences de la Terre
Institut de Physique du Globe de Strasbourg

en vue de l'obtention du titre de
Docteur de l'Université Louis Pasteur
Spécialité : Géophysique Interne

Vibrations propres basse fréquence et déformation de marée. Impact des hétérogénéités locales et contribution à l'étude de la source des grands séismes.

Soutenue le 26 juin 2007, devant le jury composé de :

Valérie Maupin .... Rapporteur externe
Pascal Bernard .... Rapporteur externe
Jean-Jacques Lévêque .... Rapporteur interne
Hiroo Kanamori .... Examinateur
Rudolf Widmer-Schnidrig .... Invité
Luis Rivera .... Directeur de thèse
Jacques Hinderer .... Co-directeur de thèse

Résumé

L'enregistrement d'un signal par un instrument contient toujours du bruit en plus du signal étudié. Cette thèse porte sur l'étude à la fois d'une partie du bruit et des signaux eux-mêmes à longue période.

Dans un premier temps, ce travail s'est attaché à étudier plusieurs effets perturbateurs sur les données sismologiques et gravimétriques dans la bande de fréquences des marées terrestres. Comme les sismomètres horizontaux sont sensibles à la fois à l'accélération et à l'inclinaison du sol à longue période, les composantes horizontales sont souvent plus bruitées que les verticales ; ceci est notamment dû aux effets locaux tels que la topographie, la géologie locale et particulièrement les effets de cavité (quand les instruments sont installés dans des tunnels ou des cavités). La plupart de ces effets locaux, et en particulier l'effet de cavité, se traduisent par un couplage entre le champ de déformation et l'inclinaison. Cette première partie de l'étude s'est donc intéressée à l'analyse des composantes horizontales et verticales dans le but de trouver une combinaison minimale des différents observables (inclinaisons, déplacements horizontaux et verticaux, déformations, gravité) nécessaire pour expliquer les enregistrements sismologiques, et à considérer la stabilité des résultats d'une telle analyse à long terme. 4 observables suffisent à reconstruire les perturbations observées. On obtient ainsi, pour chaque station et chaque instrument, un jeu de 4 coefficients stables dans le temps. Le produit de ces coefficients par les observables correspondants contient un mélange de toutes les perturbations entraînant un couplage entre l'inclinaison et le champ de déformation, il est donc nécessaire pour interpréter ces coefficients de connaître un minimum la géométrie de la cavité et/ou de la topographie. Une fois déterminés, ces coefficients offrent l'avantage de pouvoir être utilisés de façon systématique pour réduire les effets locaux dans les données.

Plus on considère des fréquences élevées, plus l'effet inertiel prédomine, et plus la contribution relative de ces effets locaux diminue. Une question se pose alors : jusqu'à quelles fréquences ces effets locaux sont-ils observables ? Pour répondre à cette question, on s'est intéressé à l'étude de ces effets sur les modes propres de la Terre. Ces modes propres de la Terre sont, entre autres, excités par les séismes, et clairement observables pour des séismes de magnitude supérieure à 6. Le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004 (M_w de 9.1-9.3) est une opportunité exceptionnelle pour étudier ces effets de cavité sur les modes, car les modes les plus graves sont clairement visibles sur les composantes horizontales avec un rapport signal sur bruit très satisfaisant. Cependant, plus on considère des fréquences élevées, et plus l'effet des structures 3D de la Terre devient significatif. Il est donc nécessaire de les prendre en compte dans l'étude des effets de cavité sur les modes porpres.

Enfin, ce travail a permis de montrer ce que peuvent apporter les modes propres de la

Terre les plus graves à l'étude de la source des séismes de très forte magnitude ($M_w > 8$). Les modes propres de la Terre les plus graves ont été observés pour la première fois après le séisme du Chili en 1960 ; et il a été notamment observé l'éclatement de ces modes, lié, entre autres, à la rotation et à l'ellipticité de la Terre. Ce sont ces modes propres fortement éclatés qui sont particulièrement intéressants dans cette étude, on parle dans ce cas de multiplets éclatés en singlets. La phase des singlets des multiplets les plus graves (tels que ${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, ou ${}_1S_0$) permet de contraindre une image globale de la rupture (la longueur, la durée, et par conséquent la vitesse moyenne de rupture), ceci pour des séismes de forte magnitude ($M_w > 8$). Ces phases ont été obtenues à l'aide de 2 méthodes : un ajustement non linéaire des spectres des données et la méthode de « singlet stripping »(méthode largement utilisée dans l'étude de la structure 3D de la Terre). L'analyse de la phase des modes propres les plus graves a été effectuée plus particulièrement pour le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004, exceptionnel de par son extension à la fois spatiale et temporelle. Pour cet évènement, on trouve une longueur de rupture de 1250 ±100km, une durée de source de 550 ± 50s et par conséquent une vitesse moyenne de rupture de 2.3 ± 0.3 km/s.

Mots Clefs : Effets locaux, marées terrestres, oscillations libres de la Terre, pression atmosphérique, Sumatra, cinématique de la source, phases des singlets.

Abstract

Low frequency free oscillations and tides. Local heterogeneity effects and contribution to the source study of large earthquakes.

Instrument recordings of a signal always contain noise in addition to the studied signal. This thesis focuses on both the study of some noises and some signals at long periods.

First, several disturbing effects observed on seismic and gravimetric data have been studied in the frequency range of the Earth tides. As horizontal seismometers are sensitive both to the acceleration and the tilt of the ground, the horizontal components are often noiser than the vertical ones at long periods ; in particular, this is due to local effects such as topography, local geology or cavity effects (when instruments are installed in tunnels or cavities). Most of these local effects, and in particular the cavity effect, imply a strain-tilt coupling. The first part of this work has been devoted to the analysis of the horizontal and vertical components in order to find a minimal set of the different observables (tilts, horizontal and vertical displacements, strains, gravity) necessary to explain seismic recordings, and to consider the stability in time of the results of such an analysis. 4 observables are sufficient to reconstruct the observed perturbations. Thus for each station and each instrument, we obtain a set of 4 coefficients stable in time. The product of these coefficients by the corresponding observables contains a mixing of all the perturbations implying strain-tilt coupling. To explain these coefficients, it is necessary to know the cavity geometry, and/or the topography. Once these coefficients have been determined, they can be used systematically to reduce the local effects in data.

As the frequency increases, the inertial effect becomes more and more dominant relatively to the local effects. Thus to determine up to which frequencies these local effects are observable, we have studied them considering the Earth free oscillations. These free oscillations are, among others, excited by earthquakes, and are clearly observable for earthquakes with magnitude larger than 6. The 2004 Sumatra event (M_w de 9.1-9.3) has been a great opportunuity to study these local effects in the normal mode data, as the gravest normal modes are clearly observable on the horizontal components with a sufficiently good signal to noise ratio. However, higher the frequency considered is, and higher the significance of the 3D structure effects is. Thus it is necessary to take into account the effects of these 3D structures in the study of the local effects in the Earth free oscillation data.

Finally, in this work, we have shown what the Earth free oscillations can provide useful information to the source study of very large earthquakes ($M_w > 8$). The Earth gravest normal modes have been observed for the first time after the Chilean earthquake in 1960, and in particular the splitting of these modes due, among other, to the rotation and to the

ellipticity of the Earth has been well observed. It is these split modes which are particurlarly interesting in this study ; they are called multiplets split in singlets.

The phase of the gravest multiplet singlets (such as ${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, or ${}_1S_0$) allow us to constrain an overall picture of the rupture (length, duration, and consequently mean rupture velocity) for earthquakes of large magnitude ($M_w > 8$). These phases have been obtained using 2 methods : individual non linear spectral fitting, and singlet stripping (method largely used to the study of the 3D structure of the Earth). The analysis of the phase of the gravest free ascillations has been particularly performed for the 2004 Sumatra event, exceptional by its spatial and temporal extension. For this event, we have found a rupture length of 1250 ±100 km, a source duration of 550 ± 50 s and consequently a mean rupture velocity of 2.3 ± 0.3 km/s.

Keywords : Local effects, Earth tides, Earth free oscillations, atmospheric pressure, Sumatra, source kinematics, singlet phases.

Remerciements

Je voudrais remercier ici toutes les personnes qui ont permis la réalisation de ce travail et de son aboutissement.

Je souhaite tout particulièrement remercier mes deux directeurs de thèse : Luis Rivera et Jacques Hinderer, pour la disponibilité, la confiance et la patiente qu'ils m'ont accordées pendant ces années de thèse, ainsi que pour leurs encouragements, et leur soutien. Je remercie aussi toutes les personnes de l'équipe de sismologie et de dynamique globale qui ont participé de près ou de loin à ce travail de thèse, et en particulier : Jean-Paul Boy qui m'a fourni des calculs de surcharges océaniques pour quelques stations proches de la mer, Hilaire Legros et Jean-Jacques Lévêque pour les discussions instructives que j'ai pu avoir avec eux, Jean-Yves Thoré pour son active participation dans l'expérience que j'ai effectué à BFO (ainsi que Jean-Jacques Lévêque), Alessia Maggy pour le temps qu'elle m'a accordé à la relecture de mon anglais pour les différents articles que j'ai pu faire sur mon travail.

Je remercie tous les membres du Jury : Valérie Maupin, Pascal Bernard, Hiroo Kanamori, Jean-Jacques Lévêque et Rudolf Widmer-Schnidrig, pour avoir considérer avec intérêt mon travail et pour avoir pris le temps de le juger.

Je souhaite aussi remercier toutes les personnes de BFO, et en particulier Zürn Walter et Ruedi Widmer, pour les discutions toujours très riches, leur enthousiasme envers mon travail et de m'avoir permis de faire une expérience avec une dizaine d'instruments installés dans leur mine, au risque de perturber les autres instruments de la mine. Expérience qui n'a malheureusement pas eu de fin heureuse, car elle a été foudroyée à plusieurs reprises. Je souhaite aussi les remercier pour l'accueil toujours chaleureux que j'ai eu à chaque fois que je suis allée à BFO, et pour les données qu'ils ont mis à ma disposition.

Je remercie aussi L. Hakhverdian pour m'avoir fourni des informations sur la géométrie de la station de Garni en Arménie et la tendance principale de la topographie autour de la station ; et Dr. Y. Izutani et Dr. Y. Ishikawa pour des informations similaires pour la station de Matsushiro au Japon. Ces données m'ont permis d'avoir une idée des effets locaux auxquelles on pouvait s'attendre, et essayer d'expliquer qualitative les résultats obtenus dans cette étude.

Je souhaite aussi remercier ma colocataire de Bureau, Audrey, et tous les thésards et amis avec qui j'ai partagé ces années de thèses et en particulier, Sophie et Laurent, Mickael et Valérie, Samir, Jean et Sana. Et je souhaite plein de courage et de réussite à ceux qui n'ont pas encore terminé leur thèse.

Je souhaite remercier toute ma famille, qui m'a toujours soutenue et encouragée dans les choix que j'ai pu faire, et pendant toutes mes études. Je la remercie aussi pour sa présence toujours très chaleureuse et très importante, dans toutes les étapes que j'ai pu traverser, et en particulier celle-ci. Je voudrais aussi ici souhaité bon courage à mon petit frère Guillaume, qui est lui aussi en train de préparer une thèse, et je lui souhaite plein de réussite pour la fin de sa thèse, ainsi qu'à Melanie.

Enfin, je souhaite remercier Hamid, mon mari, pour sa patience et son soutien pendant ces années de thèse, et en particulier pendant les derniers mois de rédaction. Je le remercie de m'avoir supporté et soutenu pendant tous les moments difficiles de ces $3^{1/2}$ années de thèse. Je sais qu'il aurait aimé pouvoir lui aussi faire une thèse ; à défaut de pouvoir réaliser son rêve, je lui dédie celle-ci.

Table des matières

Introduction générale

L'enregistrement d'un signal par un instrument contient toujours du bruit en plus du signal que l'on cherche à étudier. Il est important de caractériser à la fois le signal lui-même mais aussi le bruit afin d'en réduire les effets, et ainsi de mieux caractériser le signal que l'on cherche à étudier. En caractérisant le bruit, d'une certaine façon, on transforme ce bruit en signal. Dans cette étude, on s'est intéressé aussi bien aux bruits qu'aux signaux eux mêmes.
A longue période, les enregistrements des sismomètres horizontaux sont beaucoup plus bruités que ceux des capteurs verticaux ; ceci est notamment lié au fait que ce sont des capteurs inertiels et qu'ils enregistrent donc en plus de l'accélération du sol, son inclinaison et les changements de la verticale locale. Un bruit important à longue période est notamment dû aux variations de la pression atmosphérique. Cette différence de bruit à longue période entre sismomètres horizontaux et verticaux est à l'origine de la faible utilisation des composantes horizontales. Il semble donc intéressant de caractériser une partie de ces bruits pour permettre une meilleure utilisation de ces composantes à longue période.
A longue période, le signal est souvent plus prédictible qu'à plus courte période, et les théories pouvant expliquer ces signaux sont souvent plus simples et bien connues, ce qui est le cas des marées terrestres et des oscillations libres de la Terre. On peut alors chercher à caractériser les différences observées entre observations et théorie. Une partie de ce travail a consisté à caractériser un certain nombre d'anomalies entre observations et théorie de l'ordre de 5-10% et parfois plus.
Ce travail se place dans un cadre observationnel, c'est-à-dire que l'on va chercher à caractériser ce qu'on observe à longue période notamment avec les sismomètres.

Dans un premier temps, ce travail s'est attaché à étudier plusieurs effets perturbateurs sur les données sismologiques et gravimétriques dans la bande de fréquences des marées terrestres, et notamment des effets locaux (liés entre autres à la topographie, la structure géologique locale, la géométrie de la pièce dans laquelle l'instrument est installé) et des perturbations engendrées par les variations de la pression atmosphérique.
Les marées terrestres ont été largement étudiées avec des instruments tels que les gravimètres, les extensomètres ou les inclinomètres ; mais elles peuvent aussi être correctement enregistrées par les sismomètres large-bande modernes (tels que les STS-1). Ceci est d'autant plus vrai que les instruments sont installés proprement, sur du matériau stable, et qu'ils sont isolés au mieux des perturbations environnementales.
Comme les sismomètres sont des instruments inertiels, ils sont non seulement sensibles à l'accélération du sol mais aussi à toute variation associée à la gravité. En particulier, les sismomètres horizontaux répondent à la fois à l'accélération du sol et à l'inclinaison de celui-ci ;

par conséquent à longue période, les composantes horizontales sont souvent plus bruitées que les verticales ; ceci est notamment dû aux perturbations de pression atmosphérique et aux effets locaux tels que la topographie, la géologie locale et particulièrement les effets de cavité (quand les instruments sont installés dans des tunnels ou des cavités, ce qui est souvent le cas). La plupart de ces effets locaux, et en particulier l'effet de cavité, se traduisent par un couplage entre le champ de déformation et l'inclinaison. Tous ces effets sont locaux, systématiques et peuvent engendrer des perturbations importantes. A plus courte période, l'effet inertiel prédomine, et l'importance relative de ces effets locaux diminue.
Les observations des composantes verticales, généralement moins bruités que les composantes horizontales, sont en bon accord avec les marées terrestres théoriques calculées en utilisant un modèle élastique avec une surcharge océanique, notamment lorsque des données de pression atmosphérique sont disponibles et prises en compte. Lorsqu'il y a à la fois un sismomètre STS-1 et un gravimètre dans les stations considérées, la composante verticale du sismomètre est aussi en très bon accord avec les données gravimétriques.
Au contraire, les composantes horizontales présentent souvent des différences notables avec les prédictions théoriques et entre instruments d'une même station ; ceci est notamment dû aux effets locaux décrits précédemment. Dans la première partie de l'étude, on s'est donc plus particulièrement intéressé à l'analyse de ces composantes dans le but de trouver une combinaison minimale des différents observables (inclinaisons, déplacements horizontaux et verticaux, déformations, gravité) nécessaire pour expliquer les enregistrements sismologiques, et à considérer la stabilité des résultats d'une telle analyse à long terme.
Une autre perturbation significative à longue période est l'effet de la pression atmosphérique sur les instruments ; ces perturbations sont présentes sur une très large gamme de fréquences et sont inévitables sur les données. On regardera aussi dans cette première partie, ces effets sur les sismomètres verticaux et horizontaux.

Dans un deuxième temps, ce travail s'est intéressé à montrer ce que peuvent apporter les modes propres de la Terre les plus graves à l'étude de la source de séismes de très forte magnitude ($M_w > 8$). Le séisme de Sumatra du 24 décembre 2004 ayant excité les oscillations libres de la Terre avec un rapport signal sur bruit sans précédent, on s'est intéressé dans cette deuxième partie à voir ce que peuvent apporter ces modes propres à l'étude de la source d'un tel séisme, exceptionnel de par son extension à la fois spatiale et temporelle, et plus généralement de séismes de magnitude supérieure à 8. Les modes propres de la Terre les plus graves ont été observés pour la première fois après le séisme du Chili en 1960 ; et il a été notamment observé l'éclatement de ces modes, lié, entre autres, à la rotation et à l'ellipticité terrestre. Ce sont ces modes propres fortement éclatés qui sont particulièrement intéressants dans cette partie de l'étude, on parle dans ce cas de multiplets éclatés en singlets.

Chaque mode propre est caractérisé par une fréquence centrale, une amplitude, un facteur de qualité et une phase. Les fréquences et facteurs de qualité dépendent de la structure interne de la Terre, et sont donc largement utilisés pour contraindre les modèles 3D de Terre. Quant à elles, les amplitudes et les phases contiennent des informations sur la cinématique de la source : le mécanisme au foyer du séisme, le moment sismique, la durée et la longueur de la rupture. Les amplitudes sont largement utilisées dans la détermination des paramètres de sources des séismes de magnitude supérieure à 5, mais les phases sont rarement explicitement utilisées. Or la phase des singlets des multiplets les plus graves (tels que ${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, ou ${}_1S_0$) permet de contraindre une image globale de la rupture (la longueur, la durée, et par conséquence la vitesse moyenne de rupture), ceci pour des séismes de forte magnitude ($M_w > 8$).

Dans la dernière partie, cette étude s'est aussi attachée à estimer l'importance des effets locaux, observés sur les marées terrestres (notamment les effets de cavité), à plus haute fréquence. En effet, plus on considère des fréquences élevées, plus l'effet inertiel domine, et plus la contribution de ces effets locaux diminue. Dans la bande de fréquences adjacente à celles des marées se trouve celle des oscillations libres. Ces modes propres de la Terre sont, entre autres, excités par les séismes, et clairement observables pour des séismes de magnitude supérieure à 6. Les modes propres les plus graves (tels que ${}_0S_2$, ${}_0S_3$, etc) ne sont observables que pour des séismes de très forte magnitude, lorsque l'excitation de ces modes est suffisante pour sortir du niveau du bruit d'origine atmosphérique. Le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004 est une opportunité exceptionnelle pour étudier ces effets de cavité sur les modes ; en effet, ce séisme a une magnitude M_w de 9.1-9.3, et les modes les plus graves sont clairement visibles sur les composantes horizontales avec un rapport signal sur bruit très satisfaisant. Cependant, plus on considère des fréquences élevées, et plus l'effet des structures 3D de la Terre devient significatif. Il est donc nécessaire de les prendre en compte dans l'étude des effets de cavité sur les modes. Pour cela, on détermine des coefficients linéairement reliés à l'expansion en harmoniques sphériques de la structure 3D de la Terre, appelés coefficients de structure. Ces coefficients rentrent explicitement dans la construction des sismogrammes synthétiques, et ils sont communs aux composantes verticales et aux composantes horizontales. Par conséquent, les composantes verticales, n'étant pratiquement pas perturbées par ces effets locaux, sont utilisés pour déterminer ces coefficients par une inversion non linéaire itérative. Les coefficients de structures ainsi obtenus sont ensuite utilisés pour construire les sismogrammes synthétiques des composantes horizontales afin de les comparer avec les données et ainsi estimer un éventuel effet de cavité.

Première partie

Effets locaux et marées terrestres

1 Introduction

Il est bien connu qu'à longue période les sismomètres horizontaux sont beaucoup plus bruités que les composantes verticales (voir par exemple Stutzmann *et al.*, 1990; Berger *et al.*, 2004). La figure 1 montre très bien cette différence de niveau de bruit entre composantes horizontales (courbes rouge et verte) et composante verticale (courbe bleue) pour la station de UNM (Mexico) à longue période (partie droite de la figure). Ces différences de niveaux de bruit sont notamment dues au fait que les sismomètres horizontaux sont sensibles à la fois à l'accélération du sol mais aussi au tilt. A longue période, le niveau de bruit est notamment dominé par les perturbations atmosphériques (Sorells, 1971; Sorells *et al.*, 1971; Müller et Zürn, 1983). Cette différence de niveau de bruit entre composantes verticales et horizontales est à l'origine de la faible utilisation des composantes horizontales à longue période. Il est donc important de pouvoir réduire les perturbations pour une meilleure étude de ces composantes.

Dans cette étude, on s'intéressera à plusieurs de ces perturbations pour les périodes des marées terrestres (diurne et semi-diurne). Il est possible de retrouver des signaux des marées terrestres de bonne qualité à partir des enregistrements digitaux des sismomètres modernes large-bande (Pillet *et al.*, 1994). Ceci est spécialement vrai lorsque les instruments sont proprement installés sur un sol stable, et bien isolés des perturbations environnementales. La composante verticale est généralement moins bruitée que l'horizontale et les signaux des marées prédits par la théorie pour un modèle de Terre élastique avec une surcharge océanique sont en très bon accord avec les observations correspondantes. Au contraire, les composantes horizontales peuvent présenter des écarts importants par rapport aux prédictions théoriques et entre instruments proches. L'explication bien connue de ces différences se trouve dans les effets locaux tels que la topographie, la géologie locale, et l'effet de cavité quand un capteur est installé dans un tunnel (voir par exemple King et Bilham, 1973; Baker et Lennon, 1973; Lecolazet et Wittlinger, 1974; King *et al.*, 1976; Harrison, 1976).

Dans cette étude, on utilise des séries temporelles (de longueur supérieure à un mois et au maximum de 6 mois) de données de plusieurs stations sismologiques permanentes large-bande et de gravimètres supraconducteurs du réseau GGP. Les enregistrements sismologiques verticaux reproduisent de façon précise les enregistrements des gravimètres co-localisés et les prédictions théoriques dans la bande des fréquences diurnes et semi-diurnes, spécialement quand des données de pression atmosphérique sont disponibles et incluses dans l'analyse. On a aussi analysé des enregistrements de sismomètres horizontaux dans le but d'examiner la contribution dans les données des différents observables géophysiques suivants : inclinaisons, déformations, gravité. Une attention particulière a été apportée au problème de trouver un jeu minimal d'observables nécessaire pour "prédire"

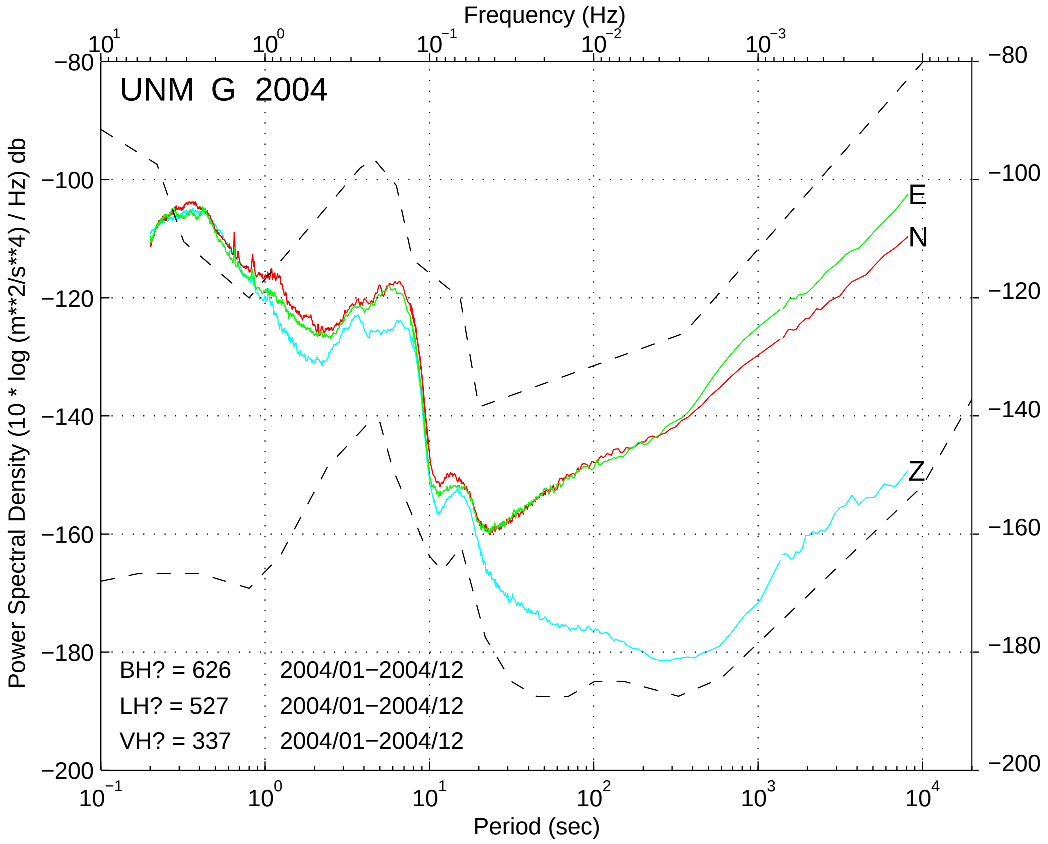


Fig. 1 – Exemple de courbes de niveau de bruit à la station UNM (Mexico) pour des périodes de 0.2 à 8000 s pour l'année 2004 (http ://geoscope.ipgp.jussieu.fr/). La courbe bleue correspond à la composante verticale, la rouge à la composante NS et la verte à la composante EW. Les niveaux de bruit minimum NLNM (New Low Noise Model) et maximum NHNM (New High Noise Model) sont présentés en tirets (d'après Peterson, 1993). Les instruments sont des sismomètres STS-1.

les enregistrements sismologiques et à la stabilité à long terme (années) du résultat d'une telle analyse. Les perturbations dans les données engendrées par la pression atmosphérique ont été aussi étudiées.

Dans ce chapitre consacré aux effets locaux (cavité, topographie, géologie locale, ...) notamment sur les instruments horizontaux, on utilisera le terme anglo-saxon "tilt" utilisé dans la littérature pour désigner l'inclinaison par rapport à la direction définie par la gravité locale, telle qu'elle est mesurée par exemple avec des inclinomètres classiques ou des sismomètres horizontaux.

2 Marées terrestres

Les marées terrestres sont des déformations induites par le champ newtonien des astres du système solaire qui varie dans le temps, et principalement par la Lune et le Soleil dans le cas de la Terre. La force génératrice des marées résulte d'une différence d'attraction gravitationnelle exercée par les astres perturbateurs (Lune et Soleil) entre le point d'observation et le centre de masse de la Terre (par exemple Melchior, 1966; Wilhelm et Zürn, 1984). Et plus précisément, la force génératrice des marées correspond à la différence entre l'attraction gravitationnelle de l'astre au point d'observation et l'accélération centrifuge (accélération du centre de masse de la Terre) due au mouvement de la Terre autour du barycentre du système formé par les deux astres, comme l'illustre la figure 2. Si la Terre est considérée sphérique, cette accélération centrifuge est égale à l'attraction gravitationnelle au centre de masse de la Terre, ce qui n'est plus le cas si on considère le caractère asphérique de la Terre. Cette force génératrice des marées tend à déformer la Terre en un ellipsoïde prolate aligné avec l'axe Terre-Lune (comme l'illustre la figure 2, et on aura de même une déformation ellipsoïdale alignée avec l'axe Terre-Soleil, et la déformation totale sera principalement la combinaison de ces deux déformations). Comme la Terre tourne autour de son axe de rotation, les marées sont principalement diurnes et semi-diurnes. L'attraction newtonienne par la Lune et le Soleil entraîne à la fois des marées océaniques, des marées atmosphériques et des marées terrestres. Les marées terrestres sont de l'ordre de quelques dizaines de centimètres en terme de déplacement, et peuvent atteindre 50 cm en déplacement vertical et 15 cm en déplacements horizontaux ; les variations de gravité liées aux marées terrestres sont de l'ordre de quelques centaines de microgals.

On s'intéressera seulement aux marées terrestres et indirectement aux marées océaniques par la surcharge qu'elles engendrent sur le fond océanique et qui s'ajoute aux marées terrestres. Les effets indirects des océans (attraction gravitationnelle par les masses d'eau et la surcharge induite) ne peuvent pas être dissociés du phénomène principal dans les me-

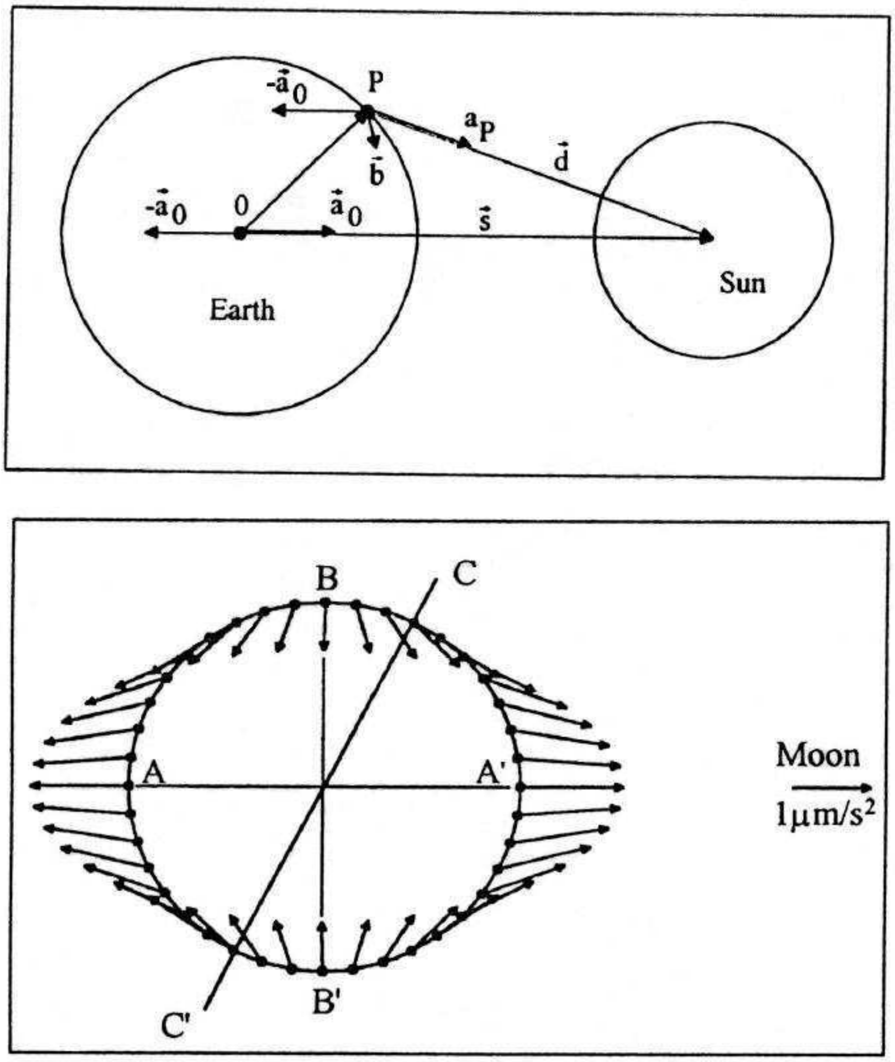


Fig. 2 – Principe de bases des marées terrestres induites par un astre (par exemple le Soleil ou la Lune). *Haut* : Représentation de l'accélération gravitationnelle $\vec{a}_P$, de l'accélération centrifuge $\vec{a}_0$ par rapport au barycentre du système Terre-astre et de l'accélération de marées $\vec{b}$. *Bas* : Représentation des accélérations de marées induite par la Lune à la surface de la Terre. L'axe CC' est l'axe de rotation de la Terre. Les marées sont symétriques autour de l'axe AA', et par rapport à l'axe BB' et un axe perpendiculaire à ces deux axes. Les accélérations sont maximales dans la direction définie par les centres de masse des 2 corps.

sures car les périodes en jeu sont identiques. Les effets océaniques induits sur les signaux verticaux peuvent atteindre 20% près des côtes.

La force génératrice des marées peut s'écrire sous la forme du gradient d'un potentiel de marée. Ce potentiel de marée pour un astre perturbateur (le potentiel total s'écrivant comme la somme des perturbations des différents astres étant donné que les perturbations sont petites) peut s'écrire comme un développement en harmoniques sphériques de la façon suivante :

$$V = G\frac{M}{\rho}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{r}{\rho}\right)^{n} P_n(cos\psi) \tag{1}$$

où r est la position du point d'observation par rapport au centre de la Terre, ρ la distance du corps générateur des marées au centre de masse de la Terre, G la constante gravitationnelle, M la masse du corps générateur des marées, P_n le polynôme de Legendre de degré n, et ψ l'angle zénithal géocentrique du corps générateur des marées par rapport au point d'observation. Dans le cas de la Terre, ce potentiel est principalement dominé par le degré $n = 2$ (environ 98%) (Melchior, 1966) avec :

$$V_2 = G\frac{M}{2}\frac{r^2}{\rho^3}(3\cos^2\psi - 1) \tag{2}$$

On a donc un potentiel qui est proportionnel à la masse de l'astre perturbateur et inversement proportionnel au cube de sa distance par rapport à la Terre. Ainsi, bien que la masse du Soleil soit très grande devant celle de la Lune, l'effet de la Lune est le double de celui du Soleil (pour le degré 2, $(M_S/\rho_L^3)/(M_L/\rho_S^3) = 0.459237$, où M_S et M_L sont respectivement la masse du Soleil et celle de la Lune, et ρ_S et ρ_L sont les distances moyennes Terre-Soleil, et Terre-Lune).
Or le terme $\cos\psi$ peut s'écrire de la façon suivante en introduisant la latitude du point d'observation ϕ, la déclinaison de l'astre δ et l'angle horaire de l'astre H :

$$\cos\psi = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H \tag{3}$$

En introduisant cette expression dans le potentiel de degré 2, on obtient l'expression suivante (développement de Laplace) :

$$V_2 = G\frac{3M}{4}\frac{r^2}{\rho^3}(\cos^2\phi\cos^2\delta\cos 2H + \sin 2\phi\sin 2\delta\cos H + 3(\sin^2\phi - 1/3)(\sin^2\delta - 1/3)) \tag{4}$$

Cette expression permet de séparer les marées en 3 familles : le premier terme est un terme sectoriel qui correspond aux marées semi-diurnes, le second terme est un terme tesseral correspondant aux marées diurnes et le troisième terme est un terme zonal correspondant aux marées longues périodes (périodes supérieures à la journée).

Dans cette expression, les termes r/ρ, δ et H varient avec le temps, et donc ce développement n'est pas suffisant pour séparer toutes les variations temporelles et pour exprimer le potentiel sous la forme d'une somme d'ondes purement sinusoïdales. Ce développement complet et purement harmonique a été effectué pour la première fois par Doodson (Doodson, 1954). Le développement en harmoniques sphériques du potentiel pour les degrés 2 et 3 s'écrit sous la forme :

$$V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=2}^{3} \sum_{m=0}^{n} V_n^m(r,\theta,\lambda) \tag{5}$$

avec :

$$V_n^m(r,\theta,\lambda) = \sum_k V_n^{mk}(r) G_n^m(\theta) \left| \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right. (m\lambda - \Phi_k) \tag{6}$$

où n est le degré du potentiel et m est l'ordre azimutal ($m = 0$ correspond aux ondes de marées longues périodes, $m = 1$ aux ondes diurnes, et $m = 2$ aux ondes semi-diurnes), (r, θ, λ) sont les coordonnées du point d'observation (avec θ est la colatitude, λ la longitude et r est la distance au centre de la Terre), k est un indice pour toutes les ondes d'une même famille (diurne, semi-diurne, ou longue période), $G_n^m(\theta)$ est la fonction géodésique (elle est une fonction des polynômes de Legendre ; quelques exemples de cette fonction sont donnés dans la table 2 pour $n = 2$), Φ_k est une phase qui dépend des éléments orbitaux du Soleil et de la Lune (le temps solaire, la longitude moyenne de la Lune et du Soleil, la longitude du périgée de l'orbite lunaire, la longitude du noeud ascendant de la Lune et la longitude du périhélie). C'est cette phase Φ_k qui contient la variation temporelle du potentiel de marée.

Due à la rotation de la Terre, on observe principalement des marées semi-diurnes (figure 2). Les ondes semi-diurnes principales sont : M_2 onde lunaire principale dont la période est 12h25, et qui correspond à la composante lunaire due à un astre fictif de la taille de la Lune évoluant selon une orbite circulaire dans le plan équatorial à une vitesse égale à la vitesse moyenne de la Lune réelle ; et S_2 onde solaire principale dont la période est 12h (la moitié d'un jour sidéral). Le fait que les corps perturbateurs ne soient pas dans le plan de l'équateur terrestre introduit des variations diurnes des marées. Ainsi la déclinaison de la Lune et du Soleil, génère des ondes diurnes dont les principales sont : K_1 onde lunisolaire déclinationnelle dont la période est 23h56m (et qui possède un équivalent semi-diurne : K_2 onde lunisolaire déclinationnelle de période 11h58m), O_1 onde lunaire (25h46), P_1 onde solaire (24h04).
Les différentes perturbations d'orbite créent des doublets symétriques par rapport aux ondes principales. Les ondes principales sont encadrées par plusieurs composantes à variation elliptique. L'ellipticité de l'orbite lunaire génère de part et d'autre de O_1 : Q_1 elliptique majeure (26h52m), ρ_1 elliptique mineure (24h51m). Les ondes elliptiques de M_2 sont : N_2 elliptique majeure (12h39m) (lié à la variation de la distance entre la Terre et la Lune), L_2

elliptique mineure (12h11m).
Le mouvement orbital de la Lune donne naissance à des termes de période 13,66 jours (M_f, onde déclinationnelle lunaire semi-mensuelle) et de 27.55 jours (M_m, onde lunaire moyenne mensuelle). De la même façon, dû au mouvement orbital de la Terre autour du Soleil, on observe des ondes de période 6 mois (S_{sa}, onde déclinationnelle solaire semi-annuelle, liée à la variation de déclinaison du Soleil) et de 365.26 jours (S_a, onde solaire annuelle, due aux variations de la longitude moyenne du Soleil par rapport à son périgée).
Le tableau 1 présente un résumé de ces quelques ondes principales de marées liées à la Lune et au Soleil.

La force de marée est le gradient du potentiel de marée. Comme on le verra par la suite, la composante verticale a la même distribution géographique (en θ et en λ) que le potentiel puisqu'elle s'obtient par une dérivation en r. Les composantes horizontales NS et EW s'obtiennent respectivement par les dérivations $\frac{\partial}{r\partial\theta}$ et $\frac{\partial}{r\sin\theta\partial\lambda}$ du potentiel de marée. Les amplitudes de quelques ondes principales de ces composantes de la force de marée en fonction de la latitude sont présentées par les figures 3 et 4. Pour la composante verticale, les ondes diurnes sont maximales aux moyennes latitudes et sont antisymétriques par rapport à l'équateur, et les ondes semi-diurnes sont minimales aux pôles, maximales à l'équateur et sont symétriques par rapport à l'équateur. Et les ondes longues périodes sont maximales aux pôles. Pour les composantes horizontales, il n'y a pas d'ondes longues périodes pour la composante EW ; les ondes diurnes sont nulles à 45° et maximales à l'équateur et aux pôles pour la composante NS, et nulles à l'équateur et maximales aux pôles pour la composante EW ; et les ondes semi-diurnes sont nulles aux pôles pour les 2 composantes, nulles à l'équateur et maximales à 45° pour la composante NS, et maximales à l'équateur pour la composante EW.

Le potentiel de marée étant petit devant le potentiel newtonien de la Terre, les déformations élastiques qu'il génère relèvent d'une théorie linéaire. Pour une Terre sphérique, élastique et dans une théorie statique (qui est suffisante pour la considération des marées terrestres, mais qui devient insuffisante dans le cas des marées océaniques pour lesquelles il est nécessaire d'introduire des effets dynamiques), les marées terrestres peuvent être représentées par les nombres de Love h et k, et le nombre de Shida l. Et les observations des marées (tilt, gravité, et déformations) s'écrivent comme une simple combinaison de ces nombres de Love, comme on le verra plus tard.

symbole	origine	période
	ondes longues périodes	
S_a	onde solaire moyenne annuelle	365,26 j
M_m	onde lunaire moyenne mensuelle	27,55 j
S_{sa}	onde déclinationnelle solaire semi-annuelle	
M_f	onde déclinationnelle lunaire semi-mensuelle	13.66 j
	ondes diurnes	
O_1	onde lunaire diurne principale	25 h 49 min
P_1	onde solaire diurne principale	24 h 04 min
K_1	onde déclinationnelle luni-solaire	23 h 56 min 11s
Q_1	onde lunaire elliptique majeure	26 h 52 min
ρ_1	onde lunaire elliptique mineure	24 h 51 min
	ondes semi-diurnes	
M_2	onde lunaire semi-diurne principale	12 h 25 min
S_2	onde solaire semi-diurne principale	12 h
K_2	onde déclinationnelle luni-solaire	11 h 58 min
N_2	onde lunaire elliptique majeure	12 h 39 min
L_2	onde lunaire elliptique mineure	12 h 11 min

TAB. 1 – Caractéristiques de quelques ondes principales de marée dues à la Lune et au Soleil.

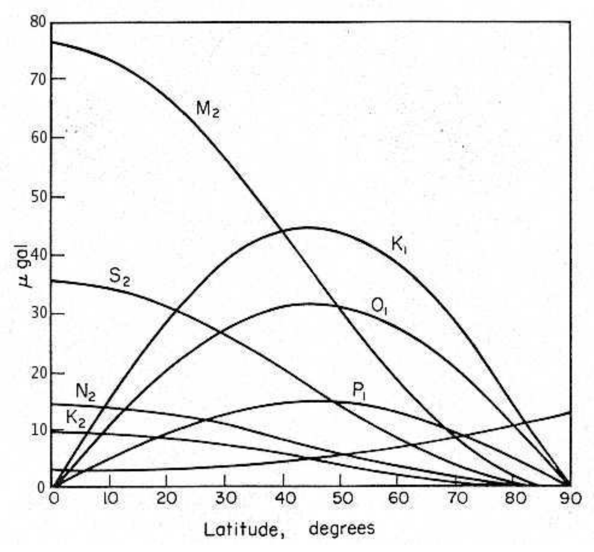
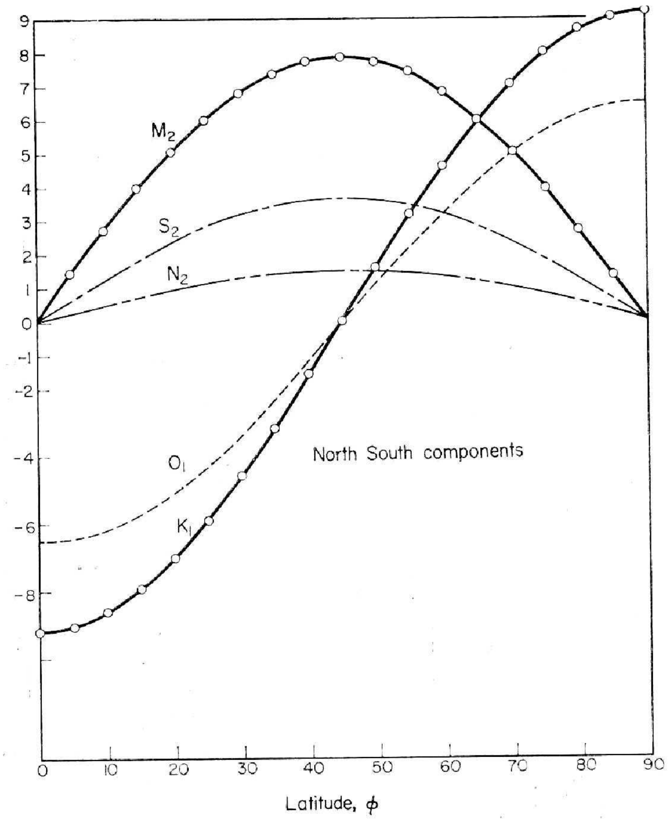


FIG. 3 – Variation de l'amplitude de quelques ondes principales de marées avec la latitude pour la composante verticale de la force de marée (Melchior, 1966). La composante verticale a la même variation géographique (en θ et λ) que le potentiel de marée.



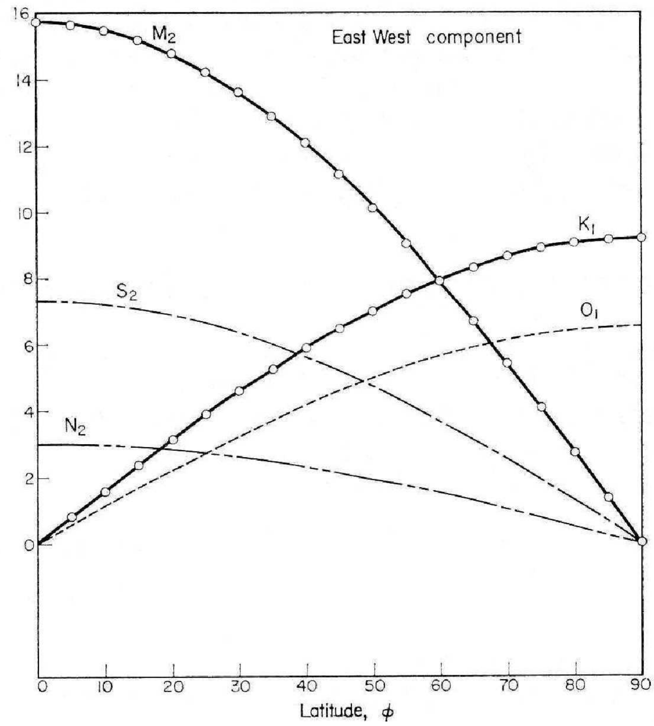


FIG. 4 – Variation de l'amplitude de quelques ondes principales de marées avec la latitude pour les composantes EW et NS de la force de marée (Melchior, 1966). Les unités sont des milli-secondes d'arc (mseca).

3 Effet de cavité et autres effets perturbateurs

A longue période, comme les sismomètres horizontaux sont non seulement sensibles à l'accélération mais aussi au tilt du sol, les composantes horizontales sont généralement plus bruitées que les verticales, et notamment plus perturbées par les effets de cavité (King et Bilham, 1973; Harrison, 1976) qui impliquent un couplage entre le champ de déformation et le tilt. Ces effets peuvent être réduits par un choix judicieux de l'emplacement où les instruments sont installés. D'autres effets perturbateurs sont aussi présents dans les données comme les effets liés à la topographie (Harrison, 1976; Emter et Zürn, 1985) et ceux liés aux hétérogénéités géologiques (Berger et Beaumont, 1976; Kohl et Levine, 1995), qui impliquent aussi un couplage tilt-déformation. Ces effets sont souvent moins faciles à éviter. Toutes ces perturbations impliquent un couplage tilt-déformation pour les instruments horizontaux tels que les sismomètres et les inclinomètres, et se traduisent par un couplage déformation observée - déformation appliquée à la cavité (ici, déformation due aux marées terrestres) dans le cas des extensomètres. Tous ces effets sont locaux, mais s'ils sont présents, ils sont systématiques et peuvent produire des perturbations significatives dans les données.
A ces différentes perturbations s'ajoutent aussi des perturbations d'origines atmosphériques, hydrologiques et océaniques (principalement pour les stations proches de la mer). Pour les composantes verticales, la principale cause de déviation par rapport à la théorie est liée à la surcharge océanique.
Ces effets locaux sont à l'origine de différences importantes des paramètres des ondes de marées estimés à partir d'enregistrements d'inclinomètres et d'extensomètres (par exemple Sato et Harrison, 1990; King et Bilham, 1973; King *et al.*, 1976; Itsueli *et al.*, 1975; Emter et Zürn, 1985).

3.1 Effet de cavité

Les instruments géophysiques sont souvent installés dans des tunnels ou cavités pour avoir un environnement stable avec le moins de bruit possible et une bonne stabilité thermique. Cependant, les calculs théoriques sont faits en utilisant un demi-espace ou une Terre sphérique, et la présence d'une cavité dans le milieu modifie les conditions aux frontières et le champ local de déformations. Ces modifications impliquent des perturbations des enregistrements des instruments, qui sont communément appelées "effets de cavité". Par exemple, King et Bilham (1973) a montré qu'en présence des déformations régionales, une cavité de section circulaire est déformée en une ellipse (voir aussi Lecolazet et Wittlinger, 1974) ; des travaux similaires ont été faits sur des cavités de forme ellipsoïdale par Eshelby (1957), et Harrison (1976). En plus de l'inclinaison régionale, 2 inclinomètres installés de

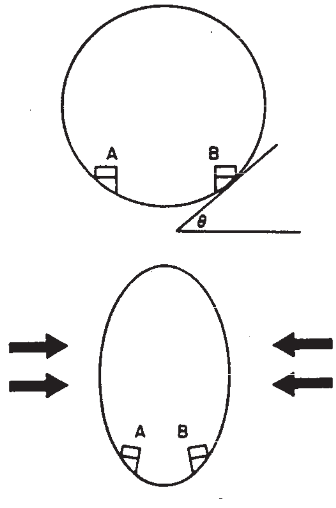


FIG. 5 – Deux inclinomètres (ou deux sismomètres horizontaux) installés de part et d'autre d'un tunnel de section circulaire vont enregistrer des inclinaisons anormales dues à la déformation de la section du tunnel. La déformation se traduit par un couplage tilt-déformation (d'après Harrison (1976)).

chaque coté d'une cavité vont subir une inclinaison additionnelle de signe opposé comme l'a montré Harrison (1976) et comme l'illustre la figure 5 ; ceci est aussi vrai pour 2 sismomètres horizontaux. Par conséquence, l'effet de cavité implique un couplage entre tilt et déformation, et le terme généralement utilisé dans la littérature est "strain-induced tilt" (Harrison, 1976). Ainsi, des différences significatives de plusieurs dizaines de % peuvent être observées entre des instruments mêmes co-localisés (à quelques dizaines de mètres de distance).

Pour se faire une idée de la façon dont se déforme une cavité, on considère le cas simple d'une cavité sphérique dans un espace élastique infini soumis à une déformation à l'infini. Soit $\sigma_{ik}^{(0)}$ le champ de contraintes uniformes qu'il y aurait en l'absence de cavité, $u^{(1)}$ le déplacement dû à la présence de la cavité qui disparaît à l'infini. On place l'origine au centre de la cavité, et donc r représente la distance au centre. Landau et Lifchitz (1967) ont montré que le déplacement lié à la cavité s'écrit :

$$u_i^{(1)} = A\sigma_{ik}^{(0)} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{r}\right) + B\sigma_{kl}^{(0)} \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_k \partial x_l} \left(\frac{1}{r}\right) + C\sigma_{kl}^{(0)} \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_k \partial x_l} (r) \tag{7}$$

avec $A = -4C(1-\nu)$, $B = \frac{CR^2}{5}$, $C = \frac{5R^2(1+\nu)}{2E(7-5\nu)}$, ν coefficient de Poisson, et R rayon de la cavité.

Si on se place sur la frontière de la cavité $r = R$, on trouve que le déplacement est de la forme :

$$u_i^{(1)} = R\left(D_k\sigma_{ik}^{(0)} + F_{ikl}\sigma_{kl}^{(0)}\right) \tag{8}$$

où D_k et F_{ikl} sont indépendants de la distance. Or comme les contraintes sont des combinaisons linéaires des déformations (loi de Hooke), le déplacement sur la frontière de la cavité est proportionnel au rayon de la cavité et à une combinaison linéaire des déformations qu'il y aurait en absence de cavité. Les contraintes sur la frontière de la cavité sont de la forme :

$$\begin{aligned}\sigma_{ik} &= \frac{15}{7-5\nu}\left((1-\nu)(\sigma_{ik}^{(0)} - \sigma_{il}^{(0)}n_ln_k - \sigma_{kl}^{(0)}n_ln_i)\right) \\ &+ \frac{15}{7-5\nu}\left(\sigma_{lm}^{(0)}n_ln_mn_in_k - \nu\sigma_{lm}^{(0)}n_ln_m\delta_{ik} + \frac{5\nu-1}{10}\sigma_{ll}^{(0)}(\delta_{ik} - n_in_k)\right)\end{aligned} \tag{9}$$

On notera que les contraintes à la frontière de la cavité ne dépendent pas du rayon de la cavité. Comme le tilt lié à la cavité est une combinaison linéaire des déformations, et que les déformations et les contraintes sont reliés par une relation linéaire, le tilt va lui aussi être indépendant du rayon de la cavité. On peut passer au cas du demi-espace en considérant la contrainte σ_{zz} nulle à l'infini, et en considérant les conditions de frontière à la surface libre. Pour une cavité de forme ellipsoïdale (Eshelby, 1957; Harrison, 1976), le tilt dépend du rapport de forme de la cavité. En d'autres termes, le tilt dû à la présence de la cavité dépend de sa forme et non pas de sa taille.

Comme on a rarement des cas simples de géométrie, on peut estimer ces effets de cavité en utilisant une méthode par éléments finis. Harrison (1976) a regardé le cas d'une cavité de section carrée, il met en évidence le fait qu'une petite irrégularité dans la surface plane d'un tunnel de section carrée peut localement engendrer des tilts importants. Pour des tunnels de longueur finie, les déformations dépendent du rapport diamètre (ou facteur de forme) sur la longueur du tunnel. Les effets perturbateurs sont les moins importants au centre du tunnel et loin des extrémités du tunnel (Harrison, 1976; Itsueli *et al.*, 1975). Et on peut donc réduire ces effets de cavité en plaçant judicieusement les instruments ; ceci n'est pas le cas pour les effets liés à la topographie ou à la géologie locale.

3.2 Effet de la topographie

La topographie locale de la station est rarement plate, et ceci introduit des perturbations appelées "effets de topographie", qui impliquent elles aussi un couplage tilt-déformation. Ces effets sont souvent estimés en utilisant les éléments finis ou toute autre méthode numérique afin de pouvoir prendre en compte la forme complexe de la topographie, et peuvent être importants en terme de tilt ou de déformation (Harrison, 1976; Emter et Zürn, 1985).

En utilisant un problème 2D en élasticité plane pour une topographie de forme arbitraire mais avec des petites pentes (basé sur les travaux de McTigue et Mei (1981); McTigue et Stein (1984) sur l'effet d'une surface libre irrégulière sur le champs de contraintes), Meertens et Wahr (1986) ont montré que si on soumet une topographie à un champ de déformation à l'infini (dans notre cas celui de la marée terrestre), pour le tilt, le couplage entre champ de déformation et inclinaison se fait au travers de la valeur de la pente locale de la topographie ; plus la pente de la topographie est importante et plus le couplage est important. Ceci est aussi vrai pour les déformations cisaillantes. Et donc pour ces variables, l'effet est maximum là où la pente est maximale, et cet effet est limité à la zone de topographie. Pour le déplacement vertical à la surface de la topographie, le couplage avec le champ de déformation est lié à l'élévation du point (c'est-à-dire à son altitude), et il est donc aussi limité à la topographie. Pour les déplacements horizontaux et les déformations horizontales, l'effet est un peu plus étendu spatialement, et n'est pas limité à la topographie.
En utilisant une topographie 2D simple sinusoïdale, ces auteurs ont montré que la déformation horizontale axiale est diminuée au sommet de la topographie et amplifiée au pied de la topographie. Des résultats similaires ont été trouvés par Harrison (1976) par modélisation par différences finies en considérant des topographies différentes (vallée à fond plat bordée par des rides, vallée en forme de V, plateau, colline,...), cet auteur trouve toujours une diminution des déformations sur les flancs des vallées, sur les flancs ou aux sommets des topographies, et une amplification dans la vallée ou au pied de la topographie, avec une extension spatiale plus grande que la topographie, jusqu'à une longueur d'onde (de la topographie) au delà de l'extension horizontale de la topographie. Sato et Harrison (1990) ont trouvé des résultats similaires concernant la topographie à la station Esashi, avec en plus une amplification des déformations au niveau de l'entrée du tunnel dans lequel sont installés les instruments.
Ces effets ne peuvent souvent pas être réduits lors de l'installation des instruments, contrairement aux effets de cavités qui peuvent être réduits en plaçant les instruments loin des parois de la cavité, ou au centre du tunnel et loin de ses extrémités. La topographie peut avoir un effet allant jusqu'à 50% des marées terrestres, mais dans la plupart des cas, l'effet de topographie est de l'ordre de 10-25% comme pour les effets liés à la géologie locale (Berger et Beaumont, 1976).

3.3 Les effets dus aux inhomogénéités du milieu

La présence d'inhomogénéités (fractures, filon,...) induit aussi une modification du champ local de déformation et donc du tilt. La variation latérale des propriétés élastiques va aussi avoir un effet. Par exemple, près d'une interface entre 2 types de roches de propriétés élastiques très différentes, les effets peuvent être importants (Berger et Beaumont, 1976). Ces effets sont souvent plus difficiles à quantifier, du fait d'une mauvaise connaissance de ces inhomogénéités et des propriétés élastiques de la croûte autour de la station. Ces effets sont généralement pris en compte par des méthodes numériques en intégrant, par exemple, les données sismiques et/ou géologiques disponibles dans les environs de la station (Sato et Harrison, 1990).

3.4 Les effets dus à la présence des océans

Comme on l'a déjà précisé, dans le contexte de cette étude, le mot tilt est associé à des mesures d'inclinaison par rapport à la direction définie par la gravité locale, tel qu'elle est mesurée par exemple avec des inclinomètres classiques ou des sismomètres horizontaux. Pour ce qui est de l'effet des océans, le tilt mesuré peut avoir deux origines :

- le tilt dû à la déformation de la surface de la Terre sous la surcharge océanique.
- le tilt lié au changement de direction du vecteur de gravité dû à l'attraction gravitationnelle directe des marées océaniques.

L'effet de la surcharge océanique est important sur les tilts pour les stations proches de la mer ; le tilt peut alors être supérieur au tilt dû à la marée solide. L'effet est moins important sur la gravité que sur les tilts, cet effet est en général pris en compte en utilisant des modèles de surcharges océaniques (par exemple FES99, NAO99, ...). Les sources d'erreurs de la prise en compte de l'effet océanique par ces modèles de déformation due à la charge océanique peuvent être liées au manque de détails de la topographie du plancher océanique et des courants, la limitation de la taille de la grille utilisée pour approximer la côte pour le calcul.

De plus, les propriétés élastiques de la croûte et du manteau supérieur dans la zone étudiée déterminent le comportement de la croûte sous l'effet de la surcharge, et donc la connaissance insuffisante de ces propriétés peut aussi introduire une imprécision supplémentaire. On peut utiliser ces surcharges océaniques pour l'étude de ces propriétés (Beaumont et Lambert, 1972; Baker, 1980), mais ceci n'est pas l'objet de notre étude.

3.5 Les perturbations atmosphériques et hydrologiques

3.5.1 Les perturbations atmosphériques

Aux longues périodes, les perturbations atmosphériques sont relativement importantes. Les perturbations sont de plusieurs types : la surcharge atmosphérique (qui comprend l'attraction gravitationnelle des masses d'air, la flexure du sol et la redistribution de masses à l'intérieur de la Terre due à cette flexure) et le vent. Des variations de pression ou des vents engendrent des déformations à la surface de la Terre, et par là-même peuvent engendrer des tilts importants.

L'attraction gravitationnelle par les masses d'air est le principal effet sur les capteurs verticaux ; des contributions complémentaires sont dues au déplacement vertical lié à la surcharge atmosphérique, et à la variation de la gravité due à la redistribution des masses dans la Terre sous l'effet de la surcharge atmosphérique (voir par exemple Müller et Zürn, 1983; Rabbel et Zschau, 1985; Neumann et Zürn, 1999). Ces contributions complémentaires sont de signe opposé à l'effet de l'attraction gravitationnelle.

Une mesure de la pression à l'aide d'un baromètre peut permettre une première correction de l'effet de la pression sur les données, comme on le verra par la suite. Une simple admittance entre 3 et 4 $nm/s^2/hPa$ est suffisante pour réduire une majeure partie de ces effets (Crossley *et al.*, 1995) ; une admittance variant légèrement avec la fréquence peut améliorer un peu la réduction de ces effets dans les données des capteurs verticaux. Ces corrections sont d'autant plus efficaces que les effets de pression sont importants.

Pour les sismomètres STS-1 horizontaux, une simple admittance n'est plus suffisante pour réduire de façon significative les effets de la pression atmosphérique ; sauf dans quelques cas, une admittance peut permettre de réduire une partie de l'effet de la pression atmosphérique (par exemple Beauduin *et al.* (1996)). Weise *et al.* (1999) ont comparé l'effet de la pression locale et des gradients de la pression (en utilisant 2 stations en Finlande séparés de 500km), et ils ont observés une meilleure corrélation avec la pression locale, expliquant ceci par la proximité de l'océan. Dans les régions côtières, il y a une complication supplémentaire dans la surcharge élastique due à l'interaction entre l'atmosphère et les océans qui est reliée à l'hypothèse IBO (Inverted Barometric Ocean) (Wunsch et Stammer, 1997).
Zürn *et al.* (2007) ont utilisé la pression atmosphérique locale pour corriger une partie des perturbations de pression sur les données horizontales de la station BFO (Allemagne). Ils utilisent deux modèles simples pour l'atmosphère : un modèle avec une surcharge atmosphérique homogène qui varie dans le temps (qui implique une simple admittance entre pression et accélération horizontale) et un modèle d'un front d'onde plan vertical qui se propage (ce qui implique une admittance entre le tilt et la transformée de Hilbert de la pression locale). L'efficacité d'une telle correction dépend des périodes temporelles considérées, mais une première correction de pression peut être ainsi réalisée comme on le verra plus tard.
Pour faire une correction de ces effets de façon satisfaisante, il faudra avoir un champ de pression précis autour de la station, par exemple en installant un réseau de baromètres autour de la station pour permettre le calcul d'une surcharge atmosphérique.

Des études utilisant une modélisation par éléments finis, ont étés faites pour essayer de comprendre les mécanismes de transfert des perturbations de pression atmosphérique sur les instruments horizontaux (extensomètres et sismomètres). Une bonne compréhension de ces mécanismes de transfert et de leur importance permettrait une meilleure correction de ces effets. Kroner *et al.* (2005) ont montré, entres autres, l'effet important de la topographie dans le transfert des perturbations de la pression atmosphérique aux instruments.

3.5.2 Les perturbations d'origine hydrologique

D'autres perturbations peuvent être causées par des phénomènes hydrologiques (e.g. Weise *et al.*, 1999; Zadro et Braitenberg, 1999; Harnisch et Harnisch, 2002). Ces perturbations induites par les effets hydrologiques sur les instruments sont complexes. Ils sont liés entre autres aux effets induits par les précipitations, par les variations de niveaux des nappes d'eaux souterraines, et par l'humidité présente dans le sol. Les relations qui existent entre ces différents paramètres sont complexes, et la plupart du temps non linéaires ; de plus ces phénomènes dépendent fortement des propriétés des roches et de l'hydrologie locale. A ceci s'ajoutent des variations hydrologiques plus globales et saisonnières. Ces perturbations ont donc une large gamme de fréquences de quelques heures à plusieurs années. Ces perturbations ne sont pas considérées dans cette étude, mais peuvent probablement expliquer une partie des signaux présents dans les résidus obtenus dans l'étude qui suit. Seul l'effet de la pression atmosphérique sera considéré dans cette étude.

4 Rappels théoriques

Le programme de traitement de données de la marée terrestre Eterna (Wenzel, 1996) est utilisé pour calculer les signaux synthétiques dus aux marées terrestres pour un modèle de Terre élastique, à symétrie sphérique, sans rotation (SNREI) en considérant un problème quasi-statique. Le potentiel des marées, la gravité, les inclinaisons, les déplacements horizontaux et verticaux, et les différentes composantes de la déformation sont calculés en utilisant le catalogue des marées de Hartman et Wenzel (1995a,b) et un jeu de paramètres pour les marées (estimés ou observés) pour chaque onde de marée considérée. La figure 6 montre un exemple de ces signaux synthétiques calculés avec Eterna ; tous ces signaux ne sont clairement pas indépendants temporellement.

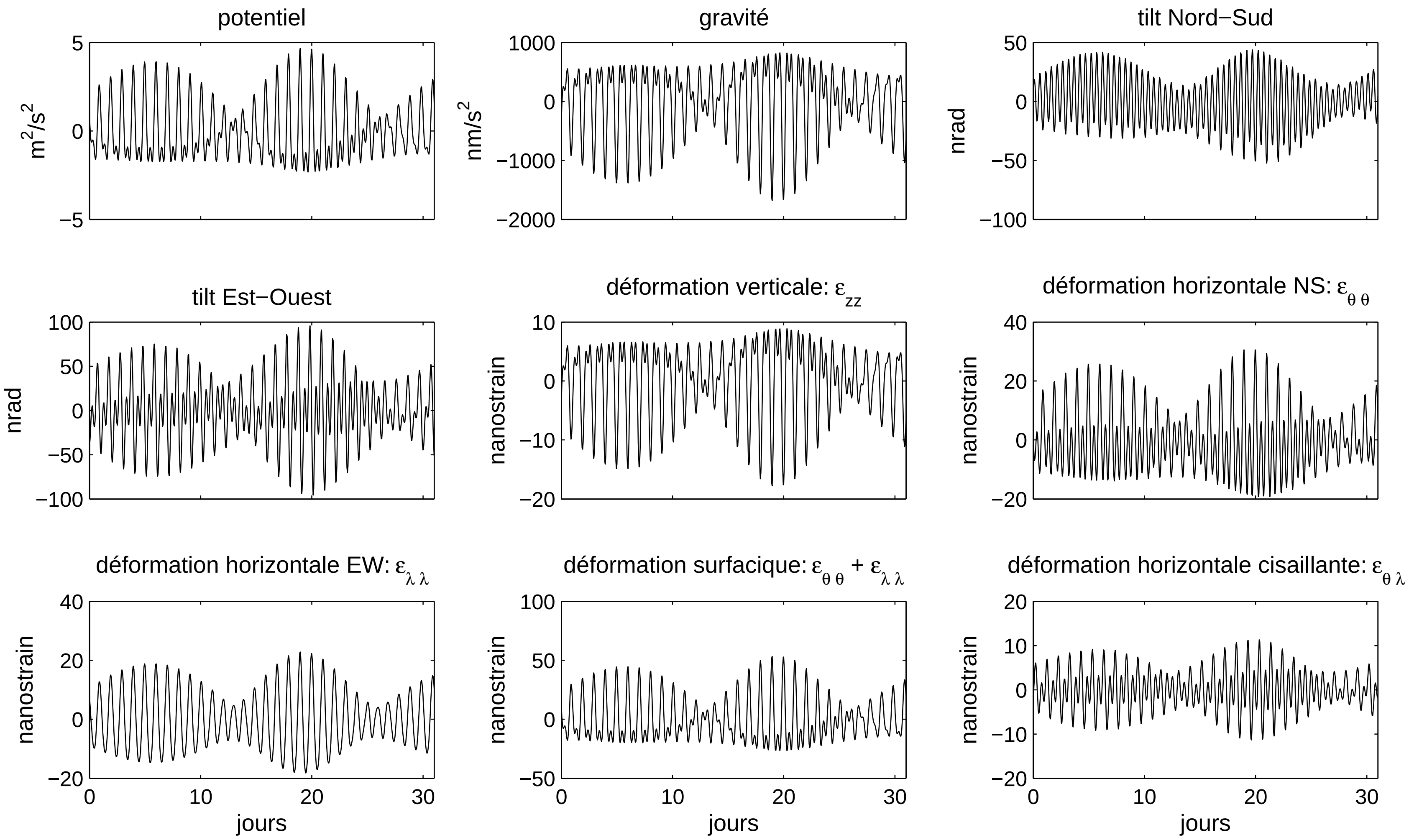


FIG. 6 – Signaux synthétiques de la marée terrestre obtenus avec Eterna à la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne), pour le mois de janvier 2000.

On cherche à déterminer parmi ces signaux ceux qui sont indépendants temporellement (c'est-à-dire ceux qui ne peuvent pas s'écrire comme une combinaison linéaire des autres signaux).

On a vu dans l'équation (5) que le potentiel de marée V peut s'exprimer comme un développement en harmoniques sphériques. Dans le cas de la Terre, ce potentiel est principalement dominé par le degré $n = 2$ (environ 98%) (Melchior, 1966). En effet, si on regarde l'expression du potentiel de marée donnée par l'équation (1), le terme de degré $n + 1$ est plus petit que le terme de degré n par un facteur r/ρ. Donc, à la surface terrestre, un terme lunaire de degré 3 est environ 62 fois plus petit qu'un terme de degré 2 et un terme solaire est environ 25 000 fois plus petit qu'un terme de degré 2 ; les termes de degrés supérieurs sont négligeables, et on les négligera dans cette étude.

Pour un degré n fixé, les signaux observables de marée peuvent s'écrire à partir des nombres de Love-Shida h_n, k_n et l_n (Melchior, 1966; Wilhelm et Zürn, 1984) ; en effet, les inclinaisons, les déformations et la gravité sont proportionnelles à de simples combinaisons linéaires de ces nombres (dans les expressions suivantes, θ et λ sont respectivement la colatitude et la longitude du point d'observation, et $g(r)$ est la gravité à distance r du centre de la Terre) :

– déplacement radial :

$$u_n(r,\theta,\lambda) = \frac{h_n(r)}{g(r)} V_n(r,\theta,\lambda)$$

– déplacements horizontaux :

$$v_n(r,\theta,\lambda) = \frac{l_n(r)}{g(r)} \frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \theta} \qquad \text{dans la direction NS}$$

$$w_n(r,\theta,\lambda) = \frac{l_n(r)}{g(r)\sin(\theta)} \frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \lambda} \qquad \text{dans la direction EW}$$

– gravité :

$$g_n(r,\theta,\lambda) = \delta_n(r) \frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r}$$

$$\text{où} \quad \delta_n(r) = 1 + \frac{2}{n} h_n(r) - \frac{n+1}{n} k_n(r) \quad \text{est le facteur gravimétrique}$$

– inclinaison NS :

$$a_{NS}(r,\theta,\lambda) = \gamma_n(r) \frac{1}{rg(r)} \frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \theta}$$

$$\text{où} \quad \gamma_n(r) = 1 + k_n(r) - h_n(r) \quad \text{est le facteur d'inclinaison}$$

– inclinaison EW :

$$a_{EW}(r,\theta,\lambda) = \gamma_n(r)\frac{1}{rg(r)\sin(\theta)}\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda}$$

– déformations :

$$\varepsilon_{rr}(r,\theta,\lambda) = \left\{\frac{dh_n(r)}{dr} + h_n(r)\left(\frac{n}{r} - \frac{1}{g}\frac{dg(r)}{dr}\right)\right\}\frac{1}{g(r)}V_n(r,\theta,\lambda)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}(r,\theta,\lambda) = \frac{1}{r}\left\{\frac{h_n(r)}{g(r)}V_n(r,\theta,\lambda) + \frac{l_n(r)}{g(r)}\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta^2}\right\}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\lambda\lambda}(r,\theta,\lambda) &= \frac{1}{r}\left\{\frac{l_n(r)}{g(r)\sin(\theta)}\left(\cos(\theta)\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin(\theta)}\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda^2}\right)\right\}\\ &+\frac{1}{r}\frac{h_n(r)}{g(r)}V_n(r,\theta,\lambda)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{r\theta}(r,\theta,\lambda) &= \frac{1}{2}\left\{h_n(r) + r\frac{dl_n(r)}{dr} - l_n(r)\left(1 + \frac{r}{g(r)}\frac{dg(r)}{dr}\right)\right\}\frac{1}{rg(r)}\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta}\\ &+\frac{1}{2}\frac{l_n(r)}{g(r)}\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r\partial\theta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{r\lambda}(r,\theta,\lambda) &= \frac{1}{2}\left\{h_n(r) + r\frac{dl_n(r)}{dr} - l_n(r)\left(1 + \frac{r}{g(r)}\frac{dg(r)}{dr}\right)\right\}\frac{1}{rg(r)\sin(\theta)}\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda}\\ &+\frac{1}{2}\frac{l_n(r)}{g(r)}\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r\partial\lambda}\end{aligned}$$

$$\varepsilon_{\theta\lambda}(r,\theta,\lambda) = \frac{l_n(r)}{rg(r)}\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\lambda}\left(\frac{V_n(r,\theta,\lambda)}{\sin(\theta)}\right)$$

Dans ces expressions, V_n est une fonction de r, θ, λ et des éléments orbitaux des corps générateurs des marées (principalement Lune et Soleil). Les variations temporelles sont dues aux variations des éléments orbitaux du corps perturbateur, et sont incluses dans le potentiel de marée $V_n(r,\theta,\lambda)$. En d'autres termes, la variable temps est "cachée" dans le potentiel V_n, et ses dérivées spatiales. Par conséquence, comme on cherche les signaux indépendants temporellement, il faut étudier l'indépendance des 10 termes suivants : $V_n(r,\theta,\lambda)$, $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r}$, $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta}$, $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda}$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r^2}$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta^2}$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda^2}$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r\partial\theta}$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r\partial\lambda}$, et $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta\partial\lambda}$.

Comme le montrent ces expressions, les termes $a_{NS}(r,\theta,\lambda)$ et $v_n(r,\theta,\lambda)$ ont la même variation temporelle car ils sont tous les deux proportionnels à $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\theta}$. La même remarque

peut être faite pour les termes $a_{EW}(r,\theta,\lambda)$ et $w_n(r,\theta,\lambda)$ qui sont tous les deux proportionnels à $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \lambda}$.
De plus, à l'intérieur de la Terre, le potentiel de marée peut être exprimé de la façon suivante : $V_n(r,\theta,\lambda) = \left(\frac{r}{R}\right)^n f_n(\theta,\lambda)$, où R est le rayon terrestre.
Ceci implique que $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r} = \frac{n}{r} V_n(r,\theta,\lambda)$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r \partial \theta} = \frac{n}{r} \frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \theta}$, $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r \partial \lambda} = \frac{n}{r} \frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \lambda}$, et $\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial r^2} = \frac{n(n-1)}{r^2} V_n(r,\theta,\lambda)$. Par conséquent les termes $V_n(r,\theta,\lambda)$, $g_n(r,\theta,\lambda)$, $u_n(r,\theta,\lambda)$ et $\varepsilon_{rr}(r,\theta,\lambda)$ ont tous la même variation temporelle. Le terme $\varepsilon_{r\theta}(r,\theta,\lambda)$ est proportionnel à $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \theta}$ et a donc la même variation que $a_{NS}(r,\theta,\lambda)$ et $v_n(r,\theta,\lambda)$; et le terme $\varepsilon_{r\lambda}(r,\theta,\lambda)$ est proportionnel à $\frac{\partial V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial \lambda}$ et a la même variation temporelle que $a_{EW}(r,\theta,\lambda)$ et $w_n(r,\theta,\lambda)$.

Dans le cas d'un modèle de Terre élastique et isotrope, les contraintes et les déformations peuvent être reliées par la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\lambda\lambda})\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \tag{10}$$

De plus, à la surface de la Terre, les conditions de frontières $\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{r\lambda} = 0$ sont vérifiés. Ce qui implique d'après la loi de Hooke :

$$\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{r\lambda} = 0 \; et \; \varepsilon_{rr} = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \left(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\lambda\lambda}\right) \tag{11}$$

En conclusion, parmi ces 12 observables, on trouve 5 groupes de variables indépendantes temporellement (comme mentionné plus haut, ceci est vrai pour le degré 2 des marées). On peut sélectionner par exemple :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{NS}, v_n, \varepsilon_{r\theta} \\ a_{EW}, w_n, \varepsilon_{r\lambda} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{\lambda\lambda} \\ \varepsilon_{\theta\lambda} \end{array} \right. \qquad \text{ou} \qquad \left\{ \begin{array}{l} V_n, g_n, \varepsilon_{rr}, u_n \\ a_{NS}, v_n, \varepsilon_{r\theta} \\ a_{EW}, w_n, \varepsilon_{r\lambda} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{\theta\lambda} \end{array} \right.$$

Par la suite, il sera utilisé principalement des sismomètres, et on notera donc a_Z l'accélération verticale (ou gravité) au lieu de g_n. Le choix des groupes est arbitraire, mais leur nombre sera toujours le même. Dans la suite de cette étude, on utilise un signal représentatif par groupe pour construire une base. Le choix de cette base dépend de ce que l'on cherche à étudier ; on utilisera les 2 bases suivantes : A : (a_{NS}, a_{EW}, a_Z, $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) et B : (a_{NS}, a_{EW}, $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, $\varepsilon_{\theta\lambda}$). Ces 2 bases ne sont pas orthogonales ; on aurait pu les rendre orthogonales par une procédure de Schmidt, mais on a préféré conserver des signaux ayant une signification physique.

5 Données et résultats

5.1 Instruments et données

Les données utilisées dans cette étude proviennent à la fois de sismomètres large-bande (STS-1), de gravimètres supraconducteurs et d'inclinomètres. Les données de pression atmosphérique sont aussi utilisées lorsqu'elles sont disponibles. Les gravimètres et les inclinomètres sont largement utilisés pour étudier les marées. Cependant bien que les marées terrestres soient hors de leur bande de périodes d'utilisation traditionnelle, les sismomètres large-bande peuvent aussi être sensibles aux périodes des marées terrestres comme l'a montré Pillet *et al.* (1994). Ces auteurs ont utilisé le canal POS (qui représente la sortie de position de la masse et qui est directement proportionnelle à l'accélération du sol à longue période) pour comparer les sismomètres STS-1 verticaux et les gravimètres dans les bandes diurnes et semi-diurnes. Les marées terrestres sont correctement enregistrées par les sismomètres ; mais une fois les marées enlevées du signal, les résidus sont 10 fois plus importants comparés á ceux des gravimètres. On retrouvera cette différence de résidus entre les sismomètres et les gravimètres dans cette étude et notamment dans la partie concernant les effets de pression atmosphérique.
La figure 7 montre une comparaison des données de la composante verticale d'un STS-1 (en utilisant la sortie VBB, proportionnelle à la vitesse) et celles d'un gravimètre supraconducteur à Matsushiro (MAJO au Japon) ; les 2 signaux se superposent presque parfaitement, la différence des deux signaux est fortement corrélée à la pression atmosphérique comme le montre la figure 7b (voir aussi Freybourger *et al.* (1997)).
Dans cette étude, on utilise la sortie VBB des sismomètres STS-1 et non la sortie POS. En plus de l'accélération du sol, les sismomètres horizontaux enregistrent aussi le tilt dans sa direction de sensibilité ; et ceci est plus particulièrement vrai à longues périodes, où la composante inertielle devient insignifiante (Rodgers, 1968). La figure 8 montre la superposition des données d'un inclinomètre et d'un STS-1 horizontal à la station de BFO (Black Forest Observatory, Allemagne) après avoir corrigé des réponses instrumentales. Les données des 2 instruments sont en bon accord, spécialement pour la composante EW ; les différences d'amplitude pour la composante NS sont dues à un effet de cavité différent entre les deux instruments comme on le verra par la suite.

Comme les composantes horizontales des sismomètres sont sensibles à la fois à l'accélération du sol et au tilt, elles sont souvent plus bruitées que les composantes verticales. Par conséquent, les marées sont souvent moins bien retrouvées sur les composantes horizontales que sur les verticales. Ceci explique pourquoi pour une des stations étudiées (MAJO), une des composantes a un nombre réduit de séries étudiées, car les séries trop bruitées ont été supprimées.

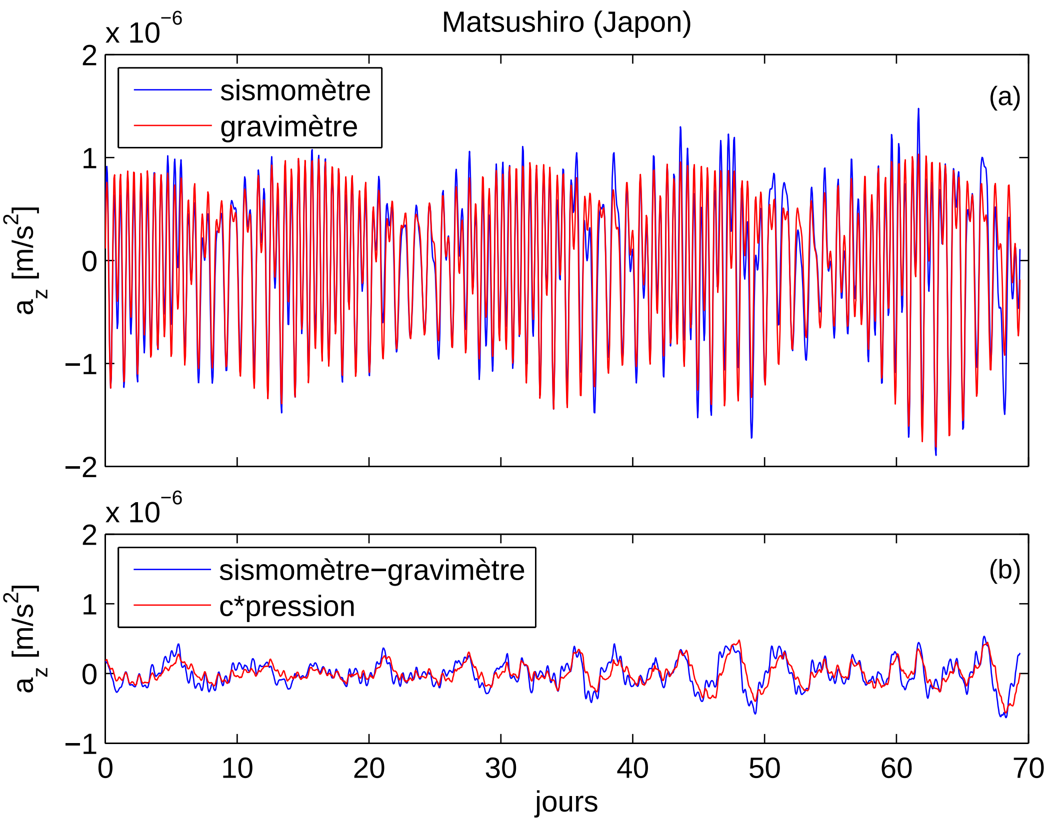


FIG. 7 – (a) Comparaison des enregistrements d'un sismomètre STS-1 vertical et d'un gravimètre supraconducteur à Matsushiro (Japon). (b) Différence entre les deux enregistrements comparée à la pression atmosphérique locale.

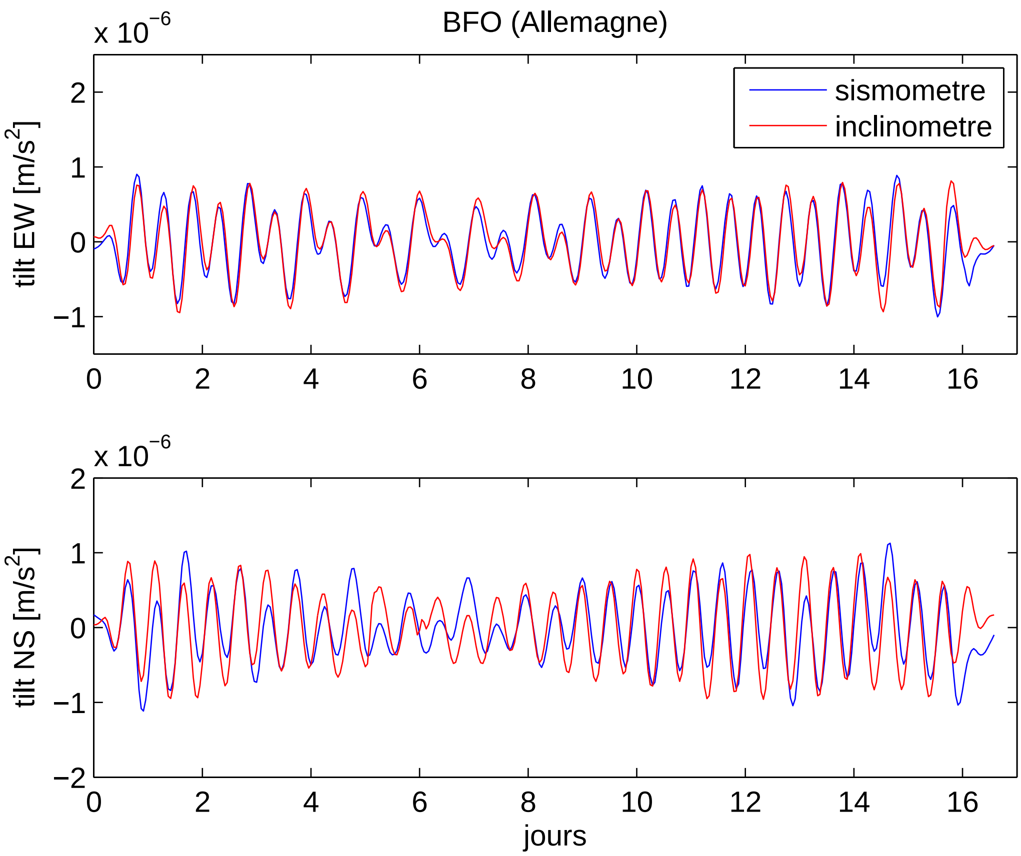


Fig. 8 – Comparaison des enregistrements de sismomètres STS-1 horizontaux et d'inclinomètres à BFO (Black Forest Observatory, Allemagne) : (a) composante EW, (b) composante NS.

Comme les sismomètres ne sont généralement pas utilisés pour étudier les marées, une des difficultés majeures pour cette étude est de trouver de longues séries temporelles continues, d'une durée d'au moins 1 mois sans interruption. On a aussi besoin de stations avec un niveau de bruit suffisamment faible à longue période et si possible des stations où il y a à la fois des sismomètres STS-1 et un baromètre pour pouvoir faire des corrections de pression atmosphérique. Certaines stations présentent une composante diurne supplémentaire liée à la température rendant l'étude des marées impossibles ; ces stations ont été exclues de cette étude.

Dans cette étude, on a finalement considéré les données des stations suivantes : BFO (Black Forest Observatory, Allemagne), GNI (Garni, Arménie) et MAJO (Matsushiro, Japon). On filtre les données des gravimètres, sismomètres et des inclinomètres avec un filtre passe-bande entre 3 heures et 7 jours. Avant filtrage, la moyenne des signaux est enlevée et une fenêtre de Hanning est appliquée. Les plus gros séismes sont éliminés des séries temporelles utilisées.

5.1.1 Gravimètre supraconducteur

Les instruments utilisés sont des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP (Global Geodynamics Project, http ://www.eas.slu.edu/GGP/ggphome.html). Cet instrument a une faible dérive instrumentale (quelques dizaines de nm/s^2 par an) et une grande précision (de l'ordre de 10^{-2} nm/s^2) ; il utilise une sphère supraconductrice en lévitation dans un champ magnétique stable crée par deux bobines à induction, plutôt qu'un ressort mécanique comme pour les gravimètres classiques. Les mouvements verticaux de la sphère, induits par des variations de la gravité, sont détectés par des mesures capacitives et sont compensés par l'injection d'un courant dans une bobine d'asservissement ; ce courant est proportionnel aux variations de la pesanteur. L'état de supraconduction (pas de perte par effet Joule) est maintenu en plongeant l'ensemble dans un bain d'hélium liquide à une température de 4.2 K. Le gravimètre supraconducteur couvre une très large gamme de fréquences allant de quelques minutes à plusieurs années, permettant ainsi l'étude, entre autres, du mouvement du pôle, des marées, des modes propres de la Terre, de l'interaction Terre-océan-atmosphère.
La réponse est plate en accélération et est définie par une constante (facteur de conversion entre le voltage et les variations de gravité en microgals) et un déphasage déterminé par étalonnage.
Différentes études ont été faites sur le niveau de bruit de ces instruments dans les bandes diurnes, semi-diurnes, subsismiques et dans la bande des modes propres, et plusieurs en comparaison avec les sismomètres large-bande et notamment les STS-1 (Banka et Crossley,

1999; Rosat *et al.*, 2002; Widmer-Schnidrig, 2003). Ces études montrent que les gravimètres supraconducteurs ont un meilleur niveau de bruit que les sismomètres dans les bandes diurnes, semi-diurnes et subsismiques (1-6h), et ils sont compétitifs avec les sismomètres STS-1 dans la bande des modes propres, principalement pour des fréquences inférieures à 1 mHz. Pour des périodes supérieures à 1 mHz, les gravimètres supraconducteurs présentent un niveau de bruit supérieur aux sismomètres les moins bruités.

5.1.2 Sismomètre STS-1

Ce sismomètre (Wielandt et Streckeisen, 1982; Wielandt et Steim, 1986) est un capteur large bande avec un système d'asservissement qui permet de maintenir la masse proche de sa position d'équilibre par une force de contre-réaction. Il a une fréquence propre de 360 s. L'étude de Berger *et al.* (2004) sur le niveau de bruit sismique (sur une année de données de 118 stations des réseaux sismologiques globaux) a montré que les sismomètres les moins bruités à longues périodes (supérieures à 100 s) sont les STS-1, comparés aux autres sismomètres, et notamment comparés aux STS-2 et aux sismomètres large bande de puits. D'autres études ont aussi montré la qualité de ces instruments à longue période (par exemple Beauduin *et al.*, 1996; Freybourger *et al.*, 1997).

Comme on utilise la sortie VBB du STS-1, la réponse en vitesse est plate pour des fréquences au dessus de la fréquence propre (1/360 Hz) et proportionnelle au carré de la fréquence en dessous ; et la réponse en accélération est proportionnelle à la fréquence à des périodes supérieures à 360 s (voir Figure 9), et donc aux périodes auxquelles on s'intéresse ici. Par conséquence, pour retrouver l'accélération vraie, il suffit simplement d'intégrer les données brutes et de normaliser par la constante appropriée calculée à partir de la réponse instrumentale. Il est cependant important de retenir que la résolution diminue avec la fréquence.

Un système linéaire invariant dans le temps (tel qu'un sismomètre) a une réponse qui peut être décrite par les pôles et les zéros de la transformée de Laplace de sa réponse impulsionnelle. La transformée de Laplace d'une fonction $f(t)$ est définie par :

$$f(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \tag{12}$$

Soit $x(t)$ le signal d'entrée du système linéaire ; le signal de sortie $y(t)$ du système s'écrit sous la forme suivante :

$$y(t) = x(t) * h(t) \tag{13}$$

où $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du système, et $*$ représente la convolution. Si on prend la transformée de Laplace de cette relation, on peut écrire la fonction de transfert dans le

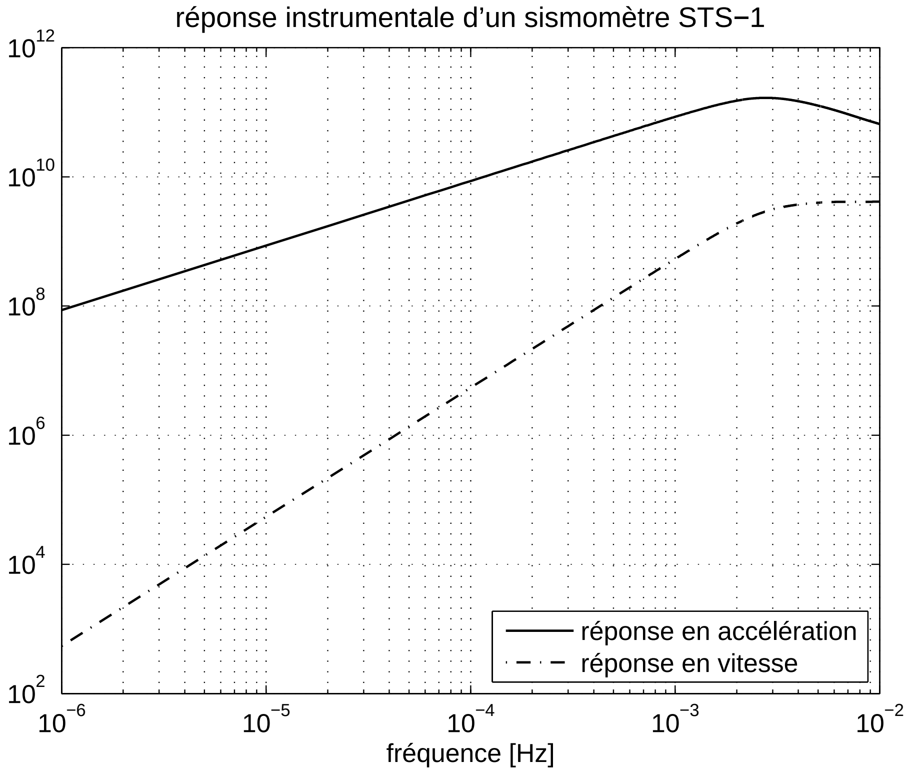


FIG. 9 – Exemple de réponse instrumentale d'un sismomètre STS-1 en accélération (trait plein) et en vitesse (pointillé). Les unités sont respectivement des digits/m/s^2 et des digits/m/s. La fréquence propre du sismomètre est de 360 s.

domaine de Laplace :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \tag{14}$$

les fonctions $Y(s)$ et $X(s)$ étant des polynômes de s, on peut les factoriser, on a alors une fonction de transfert de la forme :

$$H(s) = K\frac{\Pi_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\Pi_{j=1}^{n}(s - p_j)} \tag{15}$$

où K est une constante, z_i sont les zéros et p_j sont les pôles. Comme la réponse est causale, les pôles sont tels que $Re(p_j) < 0$ (où Re représente la partie réelle). Comme les coefficients des 2 polynômes sont réels, les pôles et zéros sont soit réels, soit par paires de complexes conjuguées.
Pour le sismomètre STS-1, la réponse en accélération à longue période (période des marées, c'est-à-dire ω tendant vers 0) est de la forme :

$$H(s) = Cs \tag{16}$$

où C est une constante calculée à partir des pôles et des zéros, et de la constante de gain :

$$C = K\frac{\Pi_{i=1}^{m} z_i}{\Pi_{j=1}^{n} p_j} \tag{17}$$

Donc en pratique à très longues périodes, pour avoir l'accélération, il suffit simplement d'intégrer le signal VBB et de le diviser par cette constante C.

5.1.3 Inclinomètre

Par définition, les inclinomètres et les sismomètres horizontaux enregistrent la même chose, c'est-à-dire à la fois l'accélération du sol et le tilt dans leur direction de sensibilité. Tout capteur horizontal qui utilise g pour définir la verticale est incapable de distinguer entre l'accélération horizontale du sol et la contribution de g liée au tilt. Quand le sismomètre subit un tilt de $\delta\psi$, l'effet induit est équivalent à une accélération apparente de $g \sin \delta\psi$, comme le montre la figure 10.

Le tilt est généralement exprimé en radians ou en secondes d'arc ; par la suite, les enregistrements des inclinomètres sont convertis en accélération horizontale pour comparaison avec les sismomètres horizontaux, en multipliant par la valeur de la gravité locale g (car les tilts enregistrés sont petits). A la station de BFO, les inclinomètres NS et EW sont des pendules du types ASKANIA (inclinomètre de puits).

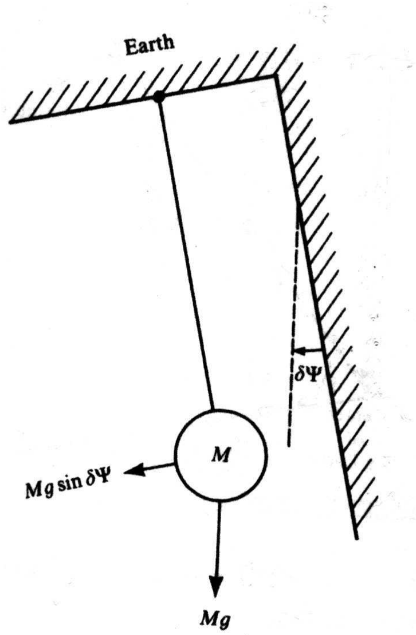


FIG. 10 – Effet induit par le tilt d'un capteur horizontal. Un tilt d'angle $\delta\psi$ est équivalent à une accélération horizontale de $g \sin \delta\psi$ (figure extraite de Aki et Richards (1980).

5.2 Analyse des données

On a vu que, si les effets locaux sont présents, ils sont systématiques et impliquent un fort couplage entre les différents observables du champ de déformation élastique. Pour mettre en évidence ce couplage, on a modélisé chaque observable (c'est-à-dire l'accélération verticale, et les inclinaisons EW et NS) comme une combinaison linéaire des signaux synthétiques qui sont indépendants temporellement :

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i b_i(t) \tag{18}$$

où n est le nombre d'éléments de la base (c'est-à-dire base A ou B), y est une série temporelle des données, b_i sont les éléments de la base et c_i sont les coefficients recherchés.

Dans la section 4, on a trouvé 5 groupes de signaux qui sont théoriquement indépendants dans le temps. Dans cette section, on se propose de tester cette indépendance numériquement. Si on considère les signaux b_1, b_2, $\ldots$, b_p représentés par leurs séries temporelles, ils sont indépendants temporellement si la relation suivante est vérifiée :

$$Bc = 0 \iff c = 0 \tag{19}$$

où les colonnes de B sont les séries temporelles discrètes des données et c est un vecteur de coefficients. Ceci revient à chercher la non-singularité de B^tB (c'est-à-dire $det(B^tB) \neq 0$, voir annexes).

La figure 11 montre les valeurs propres de cette matrice pour différentes combinaisons des signaux synthétiques de marée terrestre à la station BFO calculés avec Eterna. Il peut être noté que pour une base de 5 signaux synthétiques, il y a une très petite valeur propre. De plus, quand les signaux sont filtrés entre 3 heures et 7 jours (par conséquent enlevant l'onde de marée de période 13.66 jours), la petite valeur propre devient presque nulle. Dans ce cas, on trouve 4 groupes de signaux temporellement indépendants ; comme précédemment, on peut choisir un signal par groupe pour construire une base ; par exemple, les bases A et B sont réduites à : A : $(a_{NS}, a_{EW}, a_z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ et B : $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$. Sur la base B, l'inclinaison NS et la gravité peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire des 2 déformations horizontales $\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, excepté pour une composante longue période (environ 13.66 jours), plus grande pour l'inclinaison NS que pour la gravité. On peut faire la même remarque si on décompose les 2 déformations horizontales sur la base A. Par conséquent, ces bases expliquent les signaux synthétiques à l'exception d'une composante longue période (plus grande que 13.66 jours), mais les sismomètres STS-1 sont trop bruités à ces périodes et limités en résolution pour permettre son observation.

Ce comportement observé à BFO est pratiquement similaire à celui d'autres stations ; on a toujours une petite valeur propre pour une base à 5 éléments, les autres valeurs propres pouvant avoir des valeurs différentes en fonction de la latitude de la station (pas de dépendance en longitude). La figure 12 montre la variation de ces valeurs propres en fonction de la latitude (de 80°N à 80°S par pas de 20°, sauf à l'équateur où on a considéré deux points de part et d'autres (±2°)) ; on a un comportement similaire à ce que l'on a observé à BFO, sauf lorsqu'on s'approche des pôles et de l'équateur. Ceci est lié à une différence de la variation des ondes diurnes, semi-diurnes et longues périodes et de la variation de leurs importances respectives en fonction de la latitude.

Comme le montre la figure 3, au niveau de l'équateur, le potentiel de marée (qui a la même variation géographique que la composante verticale de la force de marée) ne contient pas d'ondes de marées diurnes, mais des ondes semi-diurnes à leur maximum, bien plus importantes que les ondes longue période. Or le potentiel de marées s'écrit de façon générale sous la forme :

$$V_n^m(r,\theta,\lambda) = \sum_k V_n^{mk}(r) G_n^m(\theta) \left| \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right. (m\lambda - \Phi_k) \tag{20}$$

où la somme sur k prend en compte les différentes ondes semi-diurnes ($m = 2$), diurnes ($m = 1$) ou longues périodes ($m = 0$) ; pour $m = 0$ ou 2, c'est un cosinus qui rentre dans les expressions et pour $m = 1$ c'est un sinus. Les expressions de $G_n^m(\theta)$ et de ces dérivées

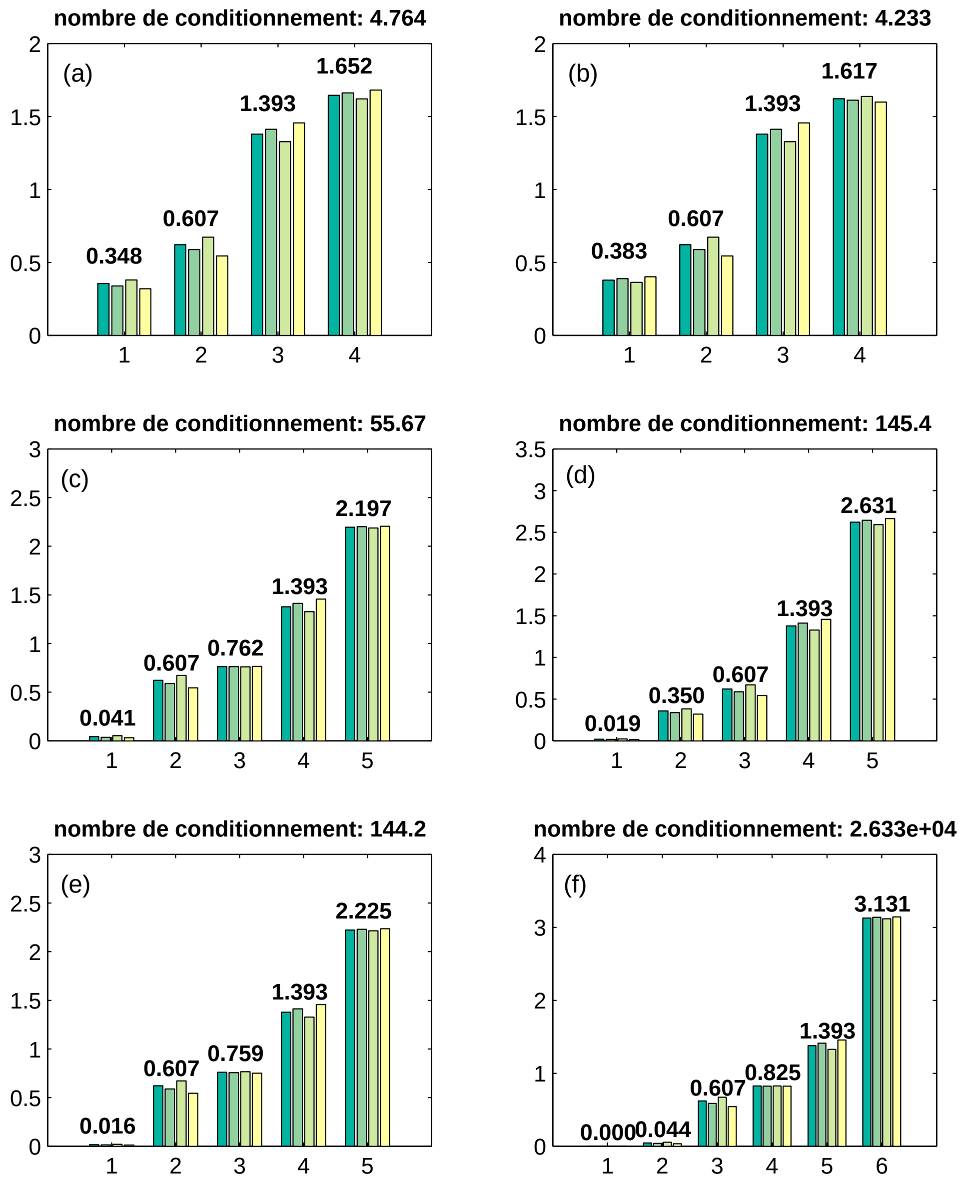


FIG. 11 – Valeurs propres de la matrice B^tB pour différentes combinaisons des signaux synthétiques des marées terrestres calculés avec Eterna : (a) $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (b) $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (c) $(a_{NS}, a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (d) $(a_Z, a_{NS}, a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (e) $(a_Z, a_{NS}, a_{EW}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (f) $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$. Chaque couleur correspond à une période différente de longueur de 1 ou 2 mois entre 1999 et 2002 pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne).

	$G_n^m(\theta)$	$\frac{dG_n^m(\theta)}{d\theta}$	$\frac{d^2G_n^m(\theta)}{d\theta^2}$
m = 0	$(1-3\cos^2\theta)/2$	$3\sin(2\theta)/2$	$3\cos(2\theta)$
m = 1	$\sin(2\theta)$	$2\cos(2\theta)$	$-4\sin(2\theta)$
m = 2	$\sin^2\theta$	$\sin(2\theta)$	$2\cos(2\theta)$

TAB. 2 – Expressions de la fonction géodésique $G_n^m(\theta)$ et de ses dérivées première et seconde pour $n = 2$, et $0 \leq m \geq n$.

pour $n = 2$ sont données dans le tableau 2. On peut remarquer qu'à l'équateur ($\theta = \pi/2$), le potentiel de marées, ses dérivées par rapport à λ et sa dérivée seconde par rapport à θ ne contiennent que des ondes semi-diurnes et longues périodes et que sa dérivée première par rapport à θ ainsi que sa dérivée seconde par rapport à θ *et* λ ne contiennent que des ondes diurnes. Si on se trouve à l'équateur, $\frac{\partial^2 V_n}{\partial\lambda^2}$, qui ne comprend pratiquement que des ondes semi-diurnes, est proportionnel à V_n car la dérivée seconde d'un cosinus est un cosinus. De plus, le potentiel de marée vérifie :

$$\triangle V_n = 0 \iff \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2 V_n}{\partial\lambda^2} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{\partial V_n}{\partial\theta} + \frac{\partial^2 V_n}{\partial\theta^2} = -n(n+1)V_n \tag{21}$$

Or comme à l'équateur $\cos\theta = 0$, et que $\frac{\partial^2 V_n}{\partial\lambda^2}$ est proportionnel à V_n, $\frac{\partial^2 V_n}{\partial\theta^2}$ est aussi proportionnel à V_n. Il s'ensuit que l'on a seulement 4 éléments indépendants temporellement à l'équateur (V_n, $\frac{\partial V_n}{\partial\theta}$, $\frac{\partial V_n}{\partial\lambda}$ et $\frac{\partial^2 V_n}{\partial\theta\lambda}$) ; mais dans ce cas, si on regarde les expressions des déformations horizontales, on voit qu'on ne peut plus utiliser à la fois $\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ pour construire une base, car elles ont toutes les deux la même variation temporelle que le potentiel de marée. Ceci explique donc pourquoi dans le panneau (b) de la figure 12, on a une petite valeur propre proche de l'équateur (correspond aux 2 valeurs propres centrales (±2°S)), et on doit dans ce cas remplacer la base $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ par $(a_{EW}, a_{NS}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\theta\lambda})$.

Pour les autres latitudes, le passage de 5 à 4 éléments dans la base s'explique par le fait que, dans les différentes expressions, un des termes est petit. En effet, dans l'expression de la déformation $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, le terme $\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda^2}$ est petit devant les autres termes ; on peut vérifier ceci en prenant comme éléments de la base a_Z qui est proportionnel à V_n, a_{NS} qui est proportionnel à $\frac{\partial V_n}{\partial\theta}$ et la déformation $\varepsilon_{\lambda\lambda}$; or, dans ce cas, si on cherche à vérifier la non-singularité de B^tB, on trouve une valeur propre petite comme le montre la figure 13. La déformation $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ s'exprime donc pratiquement comme une combinaison linéaire de V_n et $\frac{\partial V_n}{\partial\theta}$. Ceci explique pourquoi on trouve que le tilt NS a_{NS} s'exprime comme une combinaison linéaire des deux déformations $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ et $\varepsilon_{\theta\theta}$. La figure 13 montre aussi que ce terme $\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2 V_n(r,\theta,\lambda)}{\partial\lambda^2}$ a une influence croissante en allant de l'équateur aux pôles tout en restant faible, et donc, avec une base à 4 éléments, on aura des résidus plus importants aux pôles que proche de l'équateur et donc un 5[e] élément de base est peut être plus approprié pour les stations proches des pôles.

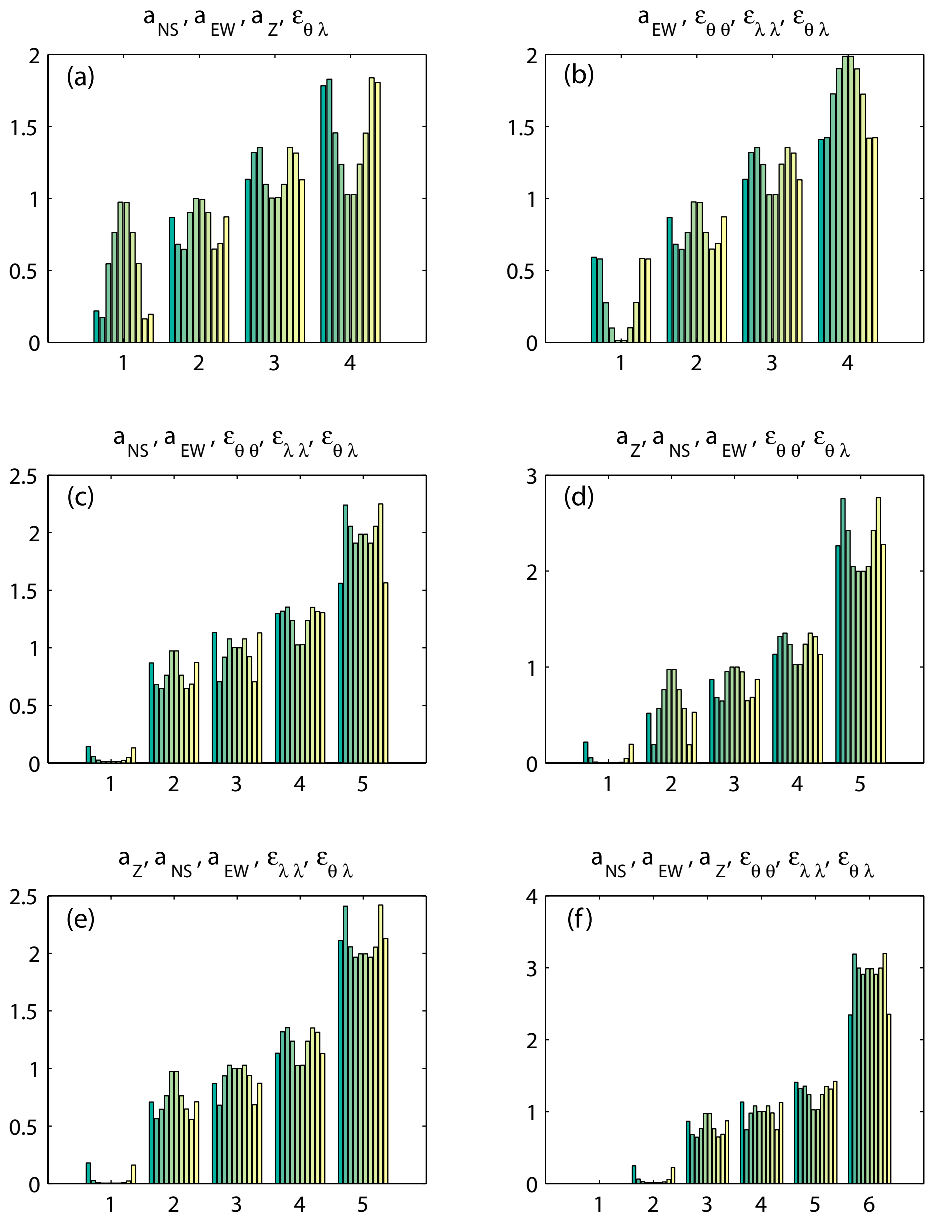
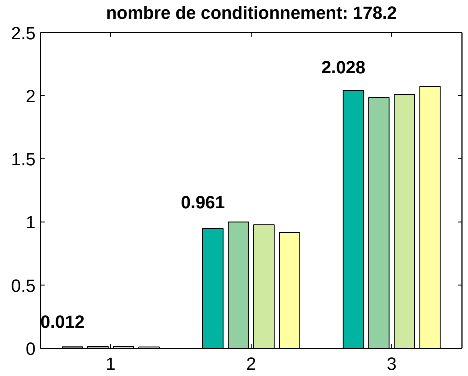


FIG. 12 – Variation en fonction de la latitude des valeurs propres de la matrice B^tB pour différentes combinaisons des signaux synthétiques calculés avec Eterna : (a) $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (b) $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (c) $(a_{NS}, a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (d) $(a_Z, a_{NS}, a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (e) $(a_Z, a_{NS}, a_{EW}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$, (f) $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$. Chaque couleur correspond à une latitude différente comprise entre 80°N et 80°S avec un pas de 20°, au niveau de l'équateur deux points ont été considérés (2°N et 2°S).



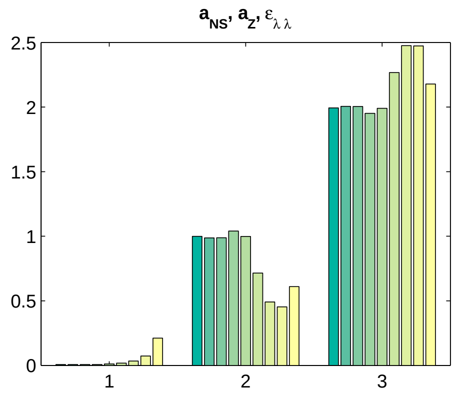


FIG. 13 – Valeurs propres de la matrice B^tB pour la combinaison des signaux synthétiques d'Eterna suivante : $(a_{NS}, a_Z, \varepsilon_{\lambda\lambda})$, pour la station BFO (figure de gauche, chaque couleur correspondant à une période différente de 1 ou 2 mois entre 1999 et 2002), et pour des stations situées à une longitude de 60°E et à une latitude variant de 2 à 82 par pas de 10° (figure de droite).

Par la suite, comme on ne considérera ni de station proche de l'équateur ni proche des pôles, on utilisera une base à 4 éléments. Finalement on décompose les données sur les bases suivantes : A : $(a_{NS}, a_{EW}, a_z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ ou B : $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$. Les deux bases donnent le même niveau de résidus après décomposition, comme le montre la figure 14 qui représente les résidus de décomposition des données de marée terrestre (en bleu : décomposition sur la base A et en rouge : décomposition sur la base B). La différence observée entre les deux résidus de la composante NS provient du fait que, pour cette composante, la décomposition sur la base B ne permet pas d'expliquer une petite composante longue période (de l'ordre de 15 jours), comme on le verra par la suite. Cependant les niveaux de résidus de la décomposition sur les deux bases sont comparables, et on peut donc utiliser indifféremment l'une ou l'autre des bases, en fonction de ce que l'on cherche à étudier.

On cherche 4 coefficients qui caractérisent un instrument dans une station à un emplacement donné. En effet, ces coefficients peuvent être différents pour 2 instruments proches installés dans la même station à cause des effets de cavité, de topographie ou des effets géologiques (Baker et Lennon, 1973; Baker, 1980; Emter et Zürn, 1985). Ces coefficients peuvent être utilisés pour enlever ces effets des données, principalement pour les composantes horizontales qui sont plus sensibles au tilt.
Les coefficients sont trouvés par un critère de moindres carrés en minimisant :

$$\int \left(y(t) - \sum_i c_i b_i(t) \right)^2 dt \tag{22}$$

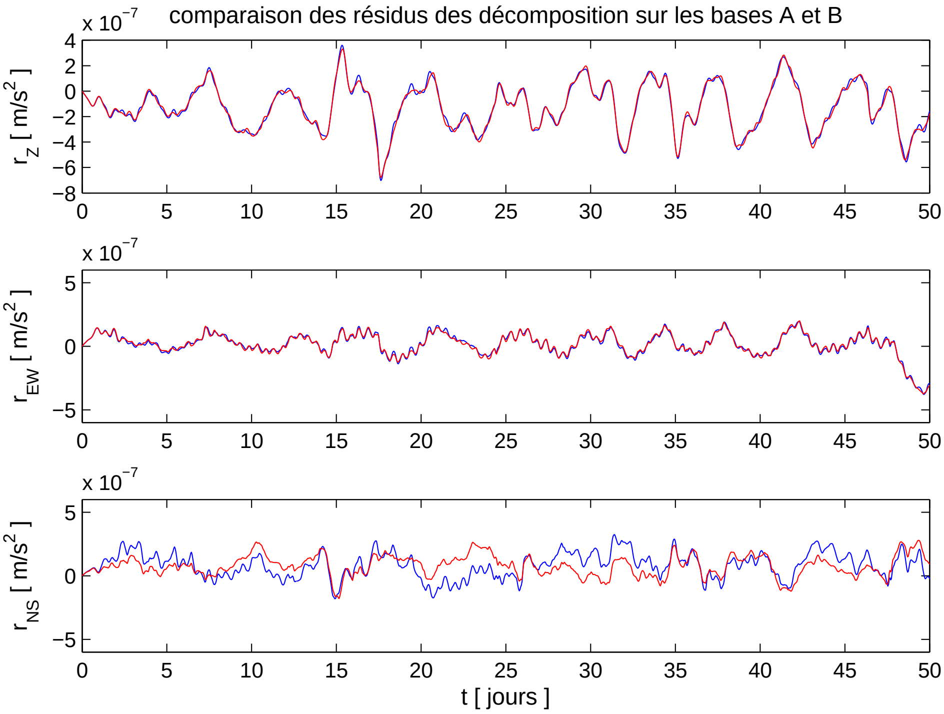


FIG. 14 – Comparaison des résidus de la décomposition des 3 composantes (verticale (*haut*), EW (*centre*), NS (*bas*)) du sismomètre STS-1 à la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne) sur les bases : A : $(a_{NS}, a_{EW}, a_z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ (courbe bleue) et B : $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ (courbe rouge).

Comme on utilise des séries temporelles discrètes, la solution à ce problème peut s'écrire de la façon suivante (problème surdéterminé sans information a priori) :

$$c = (B^t B)^{-1} B^t y \tag{23}$$

où c est un vecteur de coefficients inconnus, B est une matrice dont les colonnes sont les séries temporelles discrètes des signaux constituant la base, et y est la série temporelle discrète de la composante des données que l'on cherche à étudier.
Les signaux de la base n'ont pas la même unité et pas nécessairement l'unité des données. Par conséquent pour une meilleure comparaison des coefficients, on a choisi de les normaliser ; pour cela, on calcule les différentes séries temporelles nécessaires pour reconstruire les données et leur importance (norme quadratique) dans le signal total :

$$c_i^N = \frac{\left(\sum_j (B(j,i) \cdot c_i)^2\right)^{1/2}}{\left(\sum_j (\sum_k B(j,k) \cdot c_k)^2\right)^{1/2}} \tag{24}$$

où l'indice j représente chaque échantillon de la série temporelle discrète. Comme la base n'est pas orthogonale, la somme des coefficients trouvés n'est pas nécessairement 1 ; mais dans tous les cas, elle est de l'ordre de l'unité.

La figure 15 montre la décomposition des signaux synthétiques sur les bases A et B pour des périodes d'une longueur de 2 mois sur 3 années entre 2000 et 2002. Pour les signaux présents explicitement dans la base, les coefficients sont stables sur toute la période et ont une valeur de 1, ce qui correspond tout à fait à ce à quoi on s'attend. Pour les signaux non présents explicitement dans la base, on a une petite variation des coefficients de la décomposition sur toute la période concernée. Ces petites variations résultent du passage de 5 à 4 éléments dans la base. L'existence d'une petite valeur propre si on considère 5 éléments dans la base ne permet pas une inversion fiable pour l'obtention des coefficients ; cependant en considérant seulement 4 éléments dans la base, il y a une petite portion de signal qui ne peut pas être expliquée par les éléments de la base pour les signaux qui ne sont pas explicitement dans la base (ce qui est, par exemple, le cas pour le tilt NS ou la composante verticale si on utilise la base B : $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la décomposition. Cette figure montre aussi les petites variations des coefficients obtenus par décomposition auxquelles on peut s'attendre en fonction de la présence explicite (ou non) de la composante étudiée dans la base utilisée.

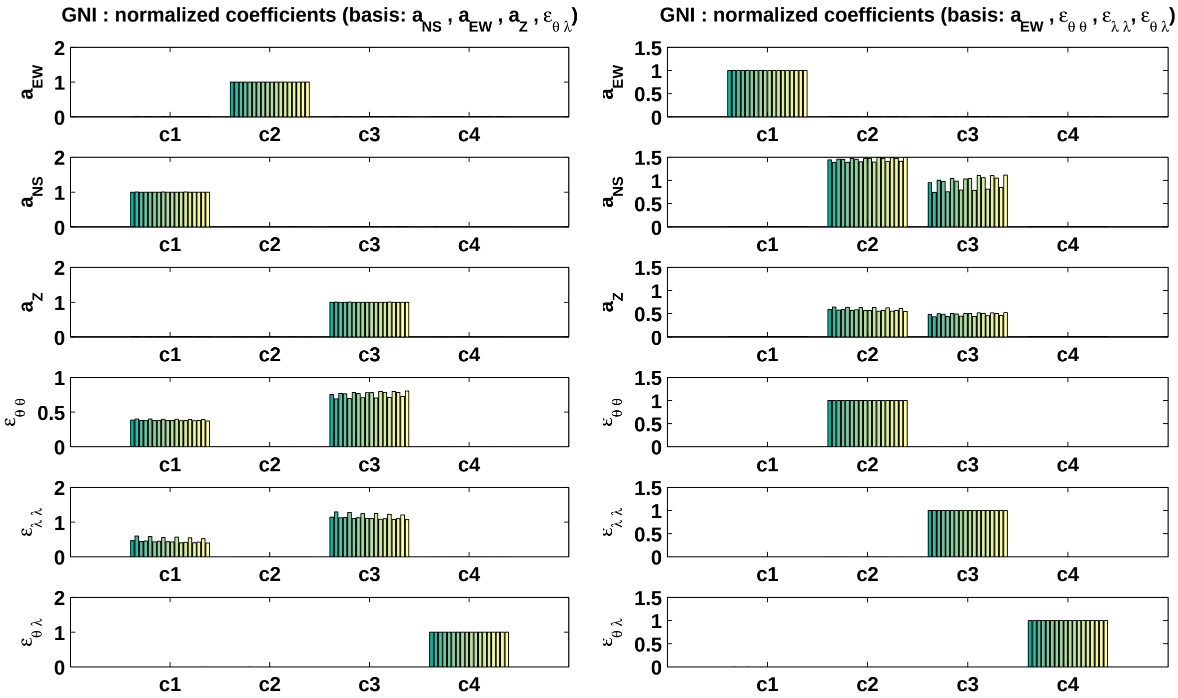


FIG. 15 – Décomposition des signaux synthétiques (tilt NS, tilt EW et accélération verticale) pour la station GNI (Garni, Arménie) sur les bases A et B pour des périodes de 2 mois entre 2000 et 2002.

5.3 Résultats et interprétations

De haut en bas, les figures 16, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 27, 28, et 29 représentent les données (courbe bleue) avec le résidu de la décomposition (courbe rouge), et la contribution de chaque composante de la base à la reconstruction des données. Les valeurs des coefficients c_1, c_2, c_3 et c_4 indiquées dans le coin inférieur droit du panneau correspondant sont les coefficients normalisés obtenus par la décomposition. Les inclinaisons sont multipliées par g et exprimées en m/s^2. Le choix de la base est indiqué en haut de chaque figure.

5.3.1 Station GNI (Garni, Arménie)

Pour cette station, il n'y a pas de donnée de pression atmosphérique disponible, et donc seulement les données des STS-1 sont utilisées. Cette station est un bon exemple pour comprendre le principe de la méthode. S'il n'y a pas d'effets perturbateurs (tels que les effets de cavité, de topographie, de structures géologiques ou n'importe quel mécanisme impliquant un couplage tilt-déformation), chaque composante est essentiellement équivalente au signal synthétique correspondant. Les effets perturbateurs impliquant un couplage entre tilt et déformation sont introduits comme une combinaison linéaire des autres éléments de la base dans la reconstruction des données. Par exemple, on choisit la base A : $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$. Dans un cas idéal, le tilt NS doit être décomposée seulement sur le premier élément de la base avec un coefficient unitaire, le tilt EW sur le deuxième élément de la base, et l'accélération verticale seulement sur le troisième élément, et rien sur le dernier élément de la base. Pour la station de Garni, c'est pratiquement le cas, comme le montre la figure 16.

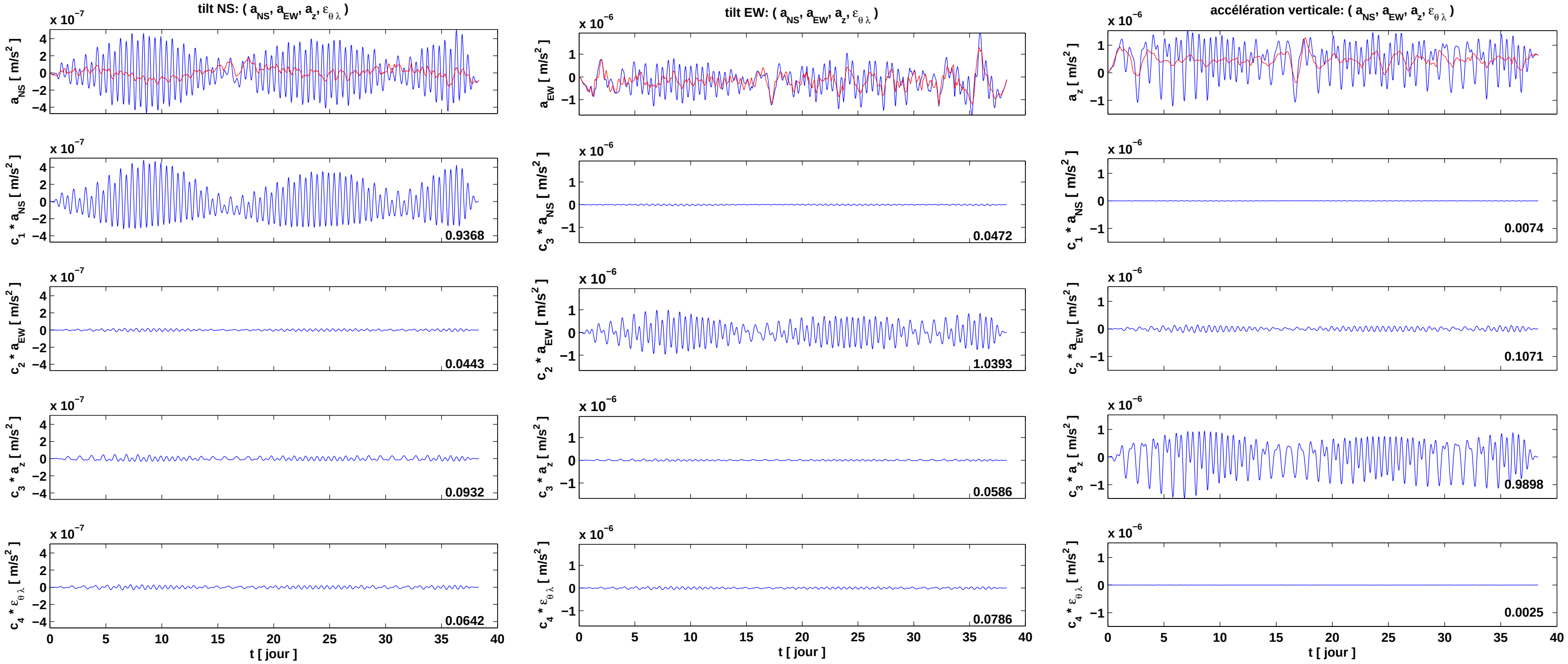


Fig. 16 – Décomposition des 3 composantes du sismomètre STS-1 (de gauche à droite : tilt NS, tilt EW et accélération verticale) sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station GNI (Garni, Arménie). Le premier panneau de chaque figure montre les données (en bleu) et le résidu de la décomposition (en rouge), les autres panneaux montrent la contribution de chaque signal de la base dans la reconstruction des données.

Cinq périodes d'une durée de 1 à 2 mois ont été étudiées entre 1999 et 2001 ; la figure 17 montre les coefficients obtenus par la décomposition sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$. En conclusion, il y a peu d'effets perturbateurs (effet de cavité ou topographique, inhomogénéités, ...), ou les perturbations ont des effets opposés et s'annulent. L'interprétation de ces coefficients n'est pas facile quand la géométrie de la station, la position de l'instrument, la topographie et la géologie locale ne sont pas connues ou sont complexes. Dans le cas de Garni, les sismomètres STS-1 sont installés au centre d'une petite pièce le long d'un tunnel de 200 m de long (Mori *et al.*, 1994) comme le montre la figure 18 ; comme les instruments sont installés au centre de la pièce, peu d'effets de cavité sont attendus (Harrison, 1976), et cela semble cohérent avec nos observations. Cependant la géométrie du tunnel est complexe (existence de plusieurs tunnels, d'autres petites pièces à coté de celle contenant les sismomètres) et la pièce, dans laquelle sont installés les sismomètres, est proche de l'extrémité du tunnel principal, il est donc difficile d'estimer l'effet de cavité réel. De plus, l'observatoire de Garni est sur le flanc Nord d'une étroite vallée d'orientation EW avec une forte topographie, il est donc aussi difficile d'avoir une idée de l'effet réel de la topographie sans calculs numériques. Cependant, nos observations montrent que ces perturbations sont petites, ou agissent dans des sens opposés et donc s'annulent. Etant donné l'importance de la topographie autour de la station, il semble plus probable que les effets perturbateurs se compensent plutôt que l'inexistence d'effets perturbateurs. Mais cette station a l'avantage de bien illustrer le principe de la méthode utilisée ici. De plus, on peut remarquer que la composante EW est plus bruitée que les deux autres composantes. Ceci est peut-être dû à des perturbations liées à la variation de la pression atmosphérique ou à un couplage entre pression atmosphérique et topographie, mais sans données de pression, il est difficile de conclure.

5.3.2 Station MAJO (Matsushiro, Japon)

La station de Matsushiro est à seulement 50 km de l'océan et est donc un bon exemple pour voir l'effet de la surcharge océanique. Cette station comprend des sismomètres STS-1, un gravimètre supraconducteur, des extensomètres et des données de pression atmosphérique. Cette station a un bon rapport signal sur bruit et de longues séries temporelles continues (entre 1 et 6 mois). Cependant, la composante NS est souvent plus bruitée que les deux autres composantes ; donc pour toutes les périodes étudiées, seules 2 séries sont conservées pour cette composante NS, contre 7 séries pour les composantes verticale et EW. Pour cette station, on a aussi utilisé la base A : $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$, comme pour la station de Garni.

Comme on l'a mentionné plus haut, pour les stations proches des côtes, il y a une importante perturbation liée à la surcharge océanique. Les océans sont à l'origine de plusieurs effets : l'attraction des masses océaniques génère une déviation de la verticale, la surcharge

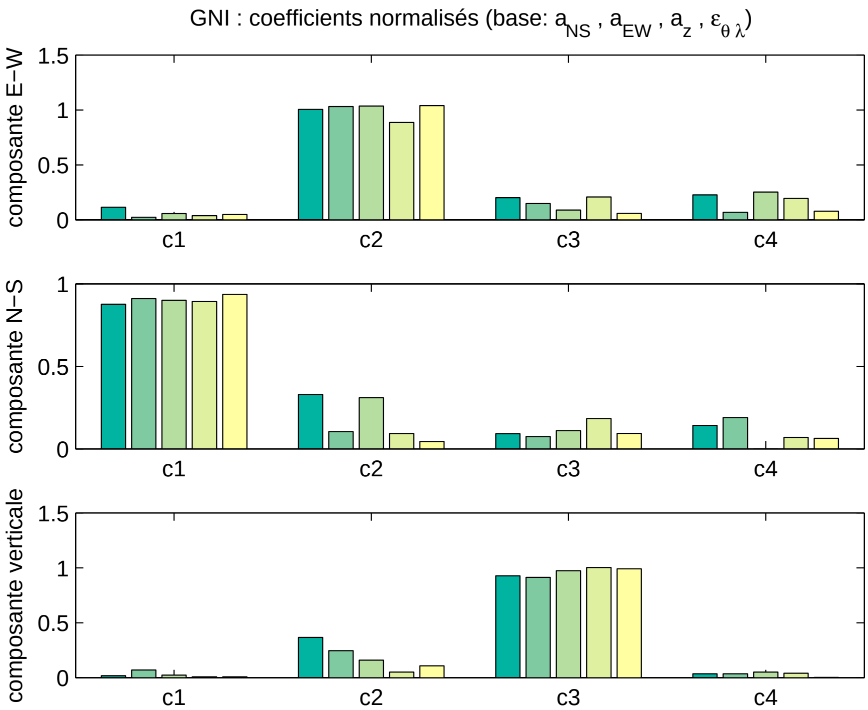


FIG. 17 – Coefficients normalisés obtenus par la décomposition des données de GNI sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$. L'échelle de couleur correspond à différentes périodes (de durée entre 1 et 2 mois) entre 1999 et 2001.

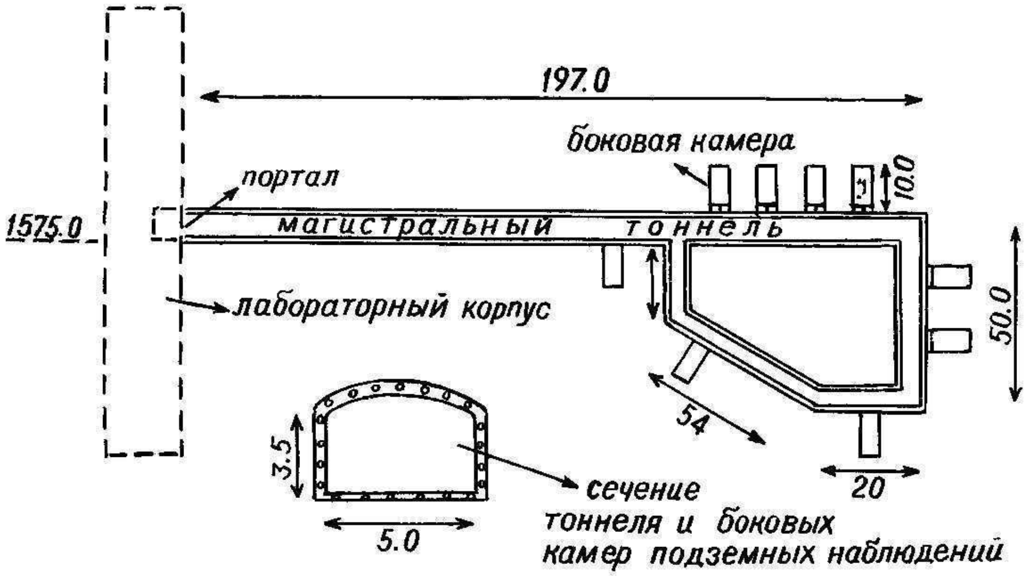


Fig. 18 – Configuration des tunnels de l'observatoire sismologique de la station GNI. Les sismomètres sont situés au centre de la pièce indiquée par un J. Le plafond de cette pièce est à 67 m de profondeur en dessous de la surface du sol. Les longueurs indiquées sont en mètre. L'altitude de la station est de 1575 m (communication personnelle de Dr. Akhverdian).

des masses d'eau cause une flexure de la croûte terrestre, et cette déformation crée une variation de la gravité. La surcharge océanique due aux marées est plus importante sur les composantes horizontales que sur la verticale. En effet pour les stations proches de la côte, les effets de la surcharge océanique sur les composantes horizontales peuvent être plusieurs fois supérieurs aux marées terrestres elles-mêmes, (Beaumont et Lambert, 1972; Baker, 1980; Weise *et al.*, 1999).
Cependant, comme la surcharge océanique a les mêmes périodes que la marée terrestre, la plus grande partie du signal lié à la surcharge océanique sera décomposée sur la base. Dans ce cas, les coefficients ne peuvent pas être interprétés en terme d'effets de cavité, de topographie ou de géologie, car l'effet de la surcharge océanique est aussi contenu dans ces coefficients. Les coefficients obtenus avec ou sans correction de l'effet de la surcharge océanique sont très différents (voir les figures 21, 22 et 23). En effet, le signal dû à la surcharge océanique est artificiellement décomposé sur l'inclinaison EW et la gravité dans le cas des composante EW et verticale. Le calcul des surcharges océaniques inclinométriques nécessite un modèle précis de la côte en raison de la sensibilité aux propriétés élastiques de la croûte et de la géométrie de la côte. Dans cette étude, on utilise le modèle de surcharge océanique liée aux marées appelé NA099b (Matsumoto *et al.*, 2000) pour corriger les données de ces effets ; le choix du modèle de surcharge océanique provient d'une étude récente sur la validation des modèles océaniques sur les gravimètres supraconducteurs du réseau GGP (Global Geodynamic Project) (Boy *et al.*, 2003), mais le choix du modèle océanique a seulement une faible influence sur la valeur des coefficients obtenus par décomposition ; d'autres modèles donne des résidus de décomposition comparables.
Cependant, si on compare les résidus (courbes rouges) des figures 21, et 22, on remarque que le résidu de la décomposition est plus petit lorsque les données sont corrigées de la surcharge océanique avant décomposition. Il y a donc une petite partie du signal de la surcharge océanique que l'on ne décompose pas sur la base ; et il est donc préférable d'enlever la surcharge océanique avant de décomposer, afin d'avoir le moins de résidus possible.

La figure 23 montre les coefficients obtenus pour MAJO. Pour l'accélération verticale, la composante sur le tilt EW a été réduite par la correction de la surcharge océanique ; comme les composantes verticales sont peu affectées par les effets de couplage tilt-déformation, les résidus sur la composante EW doivent être probablement dus à des erreurs de modélisation de la surcharge océanique. Pour les composantes horizontales, après correction de la surcharge océanique, il n'y a pratiquement pas d'effets locaux sur la composante EW, mais il y a un petit effet (cavité et topographie) sur la composante NS. Pour la composante NS, le coefficient sur la composante a_Z et la réduction du coefficient sur la composante a_{NS} (ainsi que les deux petits coefficients pour la composante EW sur ces mêmes deux éléments de base) s'expliquent par une petite contribution des déformations horizontales $\varepsilon_{\theta\theta}$ et/ou $\varepsilon_{\lambda\lambda}$), car ces deux déformations se décomposent sur ces deux éléments de base. Comme

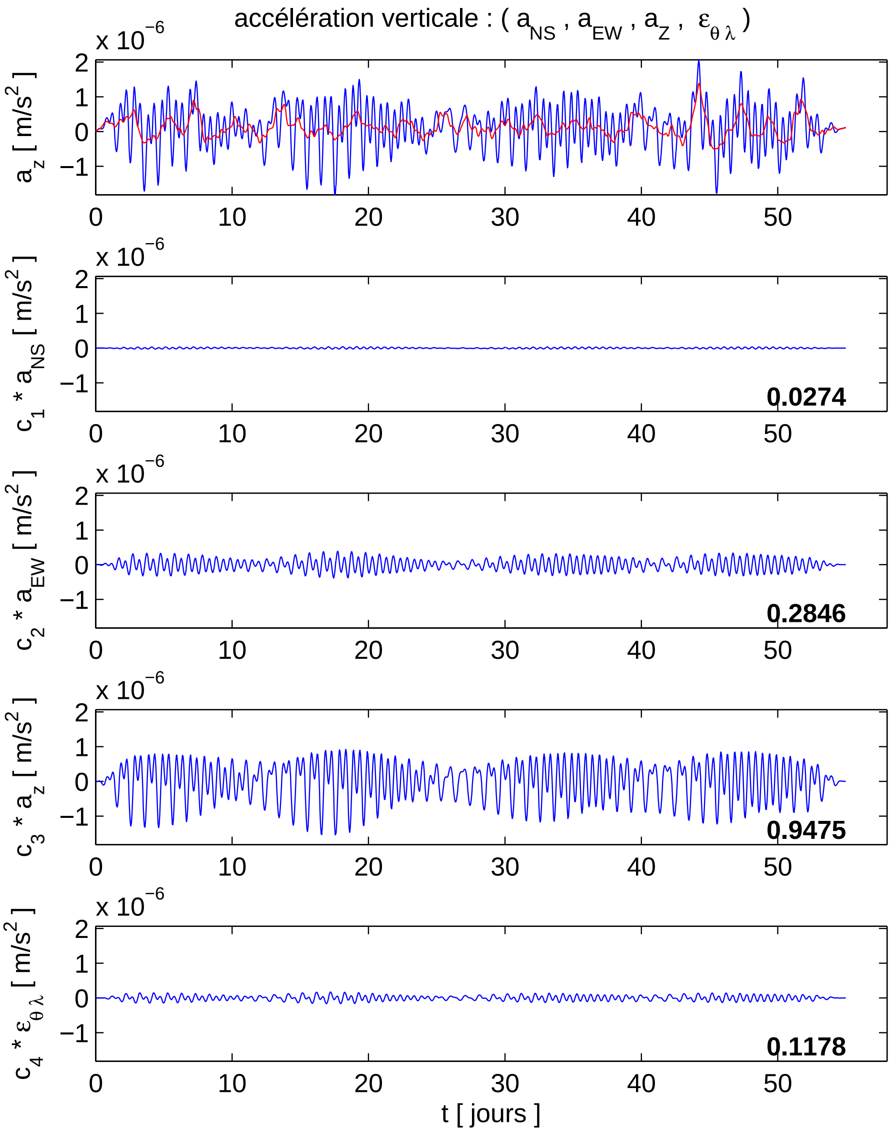


FIG. 19 – Décomposition des données du STS-1 vertical sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station MAJO (Matsushiro, Japon) sans prendre en compte la surcharge océanique.

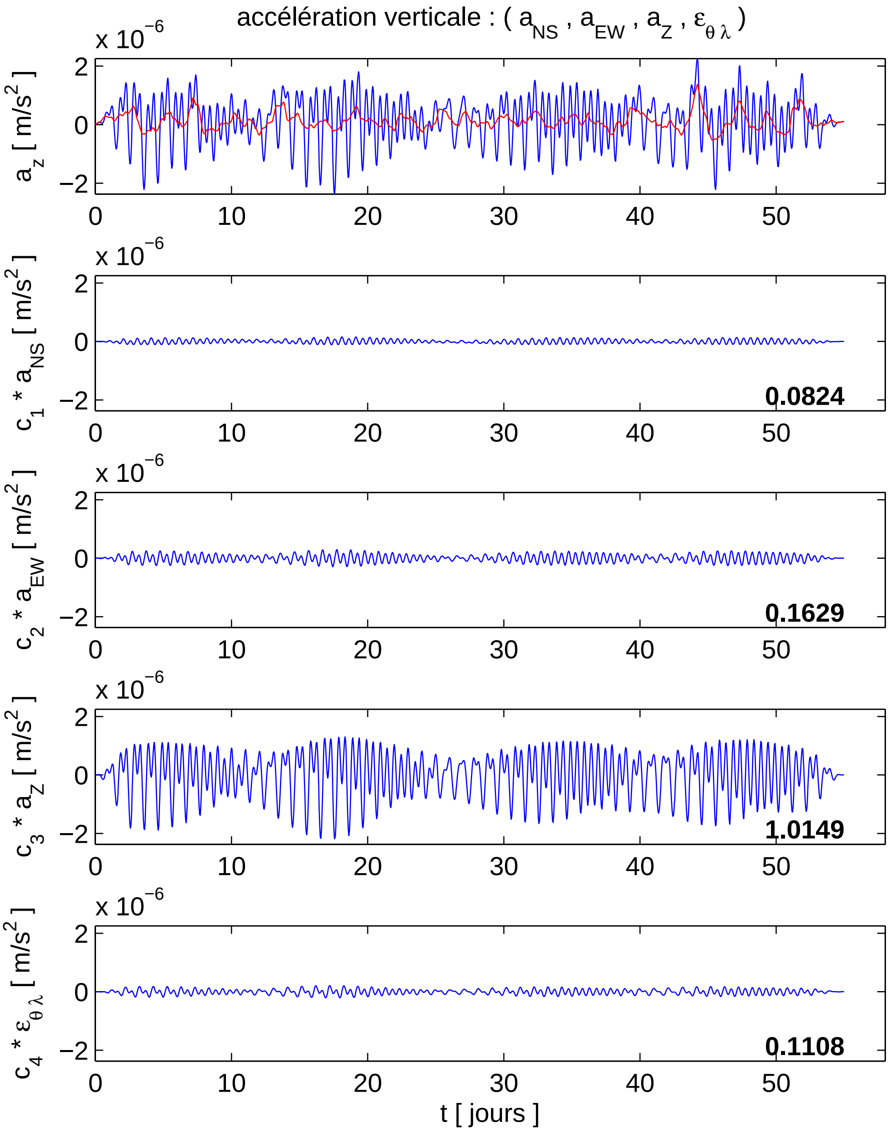


FIG. 20 – Décomposition des données du STS-1 vertical sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station MAJO (Matsushiro, Japon) avec prise en compte de la surcharge. La surcharge océanique à été calculée en utilisant le modèle océanique NAO99.

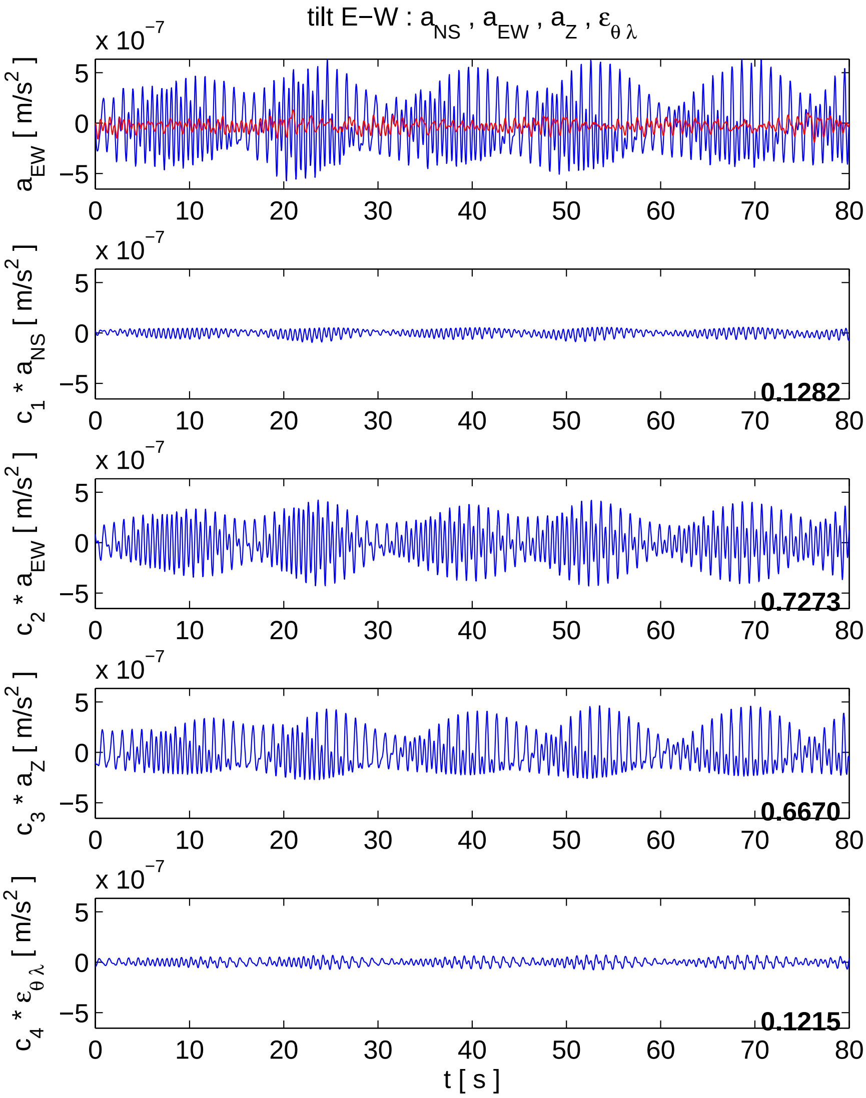


FIG. 21 – Décomposition des données du STS-1 EW sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station MAJO (Matsushiro, Japon) sans prendre en compte la surcharge océanique.

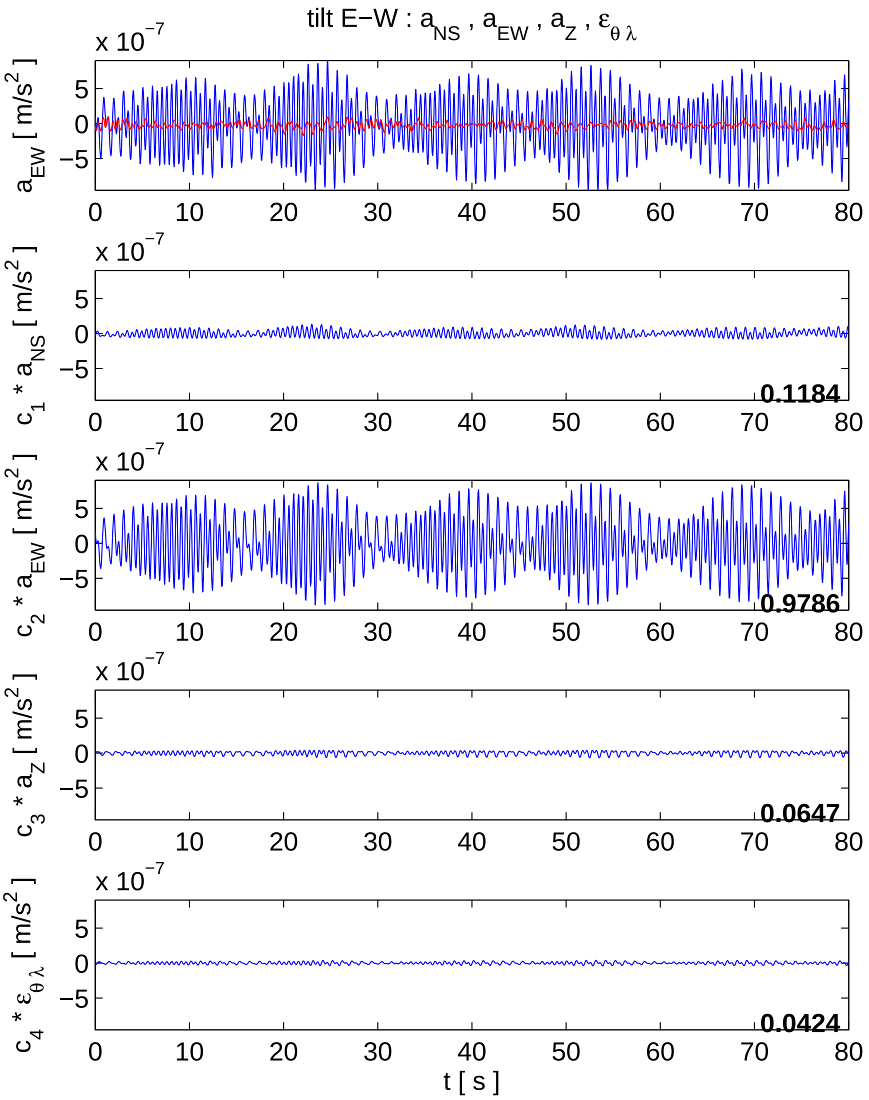


FIG. 22 – Décomposition des données du STS-1 EW sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station MAJO (Matsushiro, Japon) avec prise en compte de la surcharge. La surcharge océanique à été calculée en utilisant le modèle océanique NAO99.

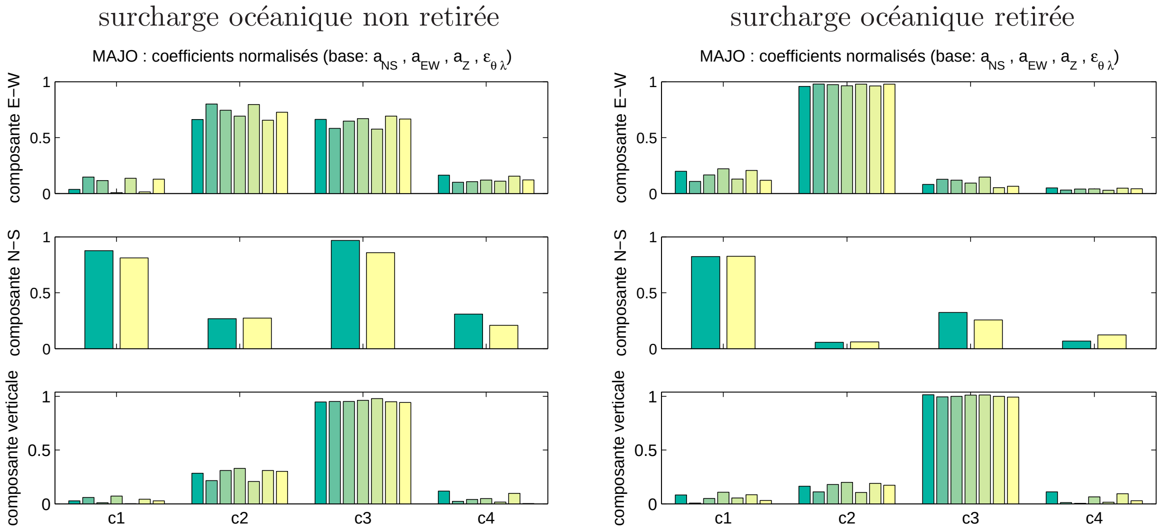


FIG. 23 – Coefficients normalisés obtenus par décomposition des données de MAJO sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ avec et sans surcharge océanique. Chaque couleur correspond à une période différente entre 2000 et 2003.

les instruments sont installés au centre d'une pièce dans un tunnel, peu d'effets de cavité sont attendus, cependant l'observatoire de MAJO est un ensemble complexe de tunnels parallèles reliés les uns aux autres (comme le montre la figure 24), il est donc difficile de connaître l'effet réel de cet ensemble de tunnels. La figure 24 montre aussi la complexité de la topographie autour de la station de MAJO, la station de MAJO est dans une petite extension EW d'un massif avec une extension générale plutôt NS. L'effet observé sur la composante NS est donc peut-être lié à un effet de topographie, et plus probablement à un couplage entre topographie et cavité. La figure 23 montre que la correction de la surcharge océanique est nécessaire pour avoir des coefficients significatifs en termes d'effets de topographie et de cavité. 7 périodes entre 2000 et 2002 ont été étudiées, et la figure montre les coefficients obtenus avec et sans correction de surcharge océanique. On peut noter la stabilité de ces coefficients sur toute la période étudiée ; quelques uns varient de façon significative, mais ont une faible contribution dans la reconstruction des données, et ceci doit être probablement dû à du bruit dans le signal.

En conclusion, ces coefficients sont représentatifs d'une station et d'un instrument à une localisation particulière. Ils expliquent non seulement les effets de cavité, mais aussi toutes les perturbations qui résultent d'un couplage tilt-déformation, et aussi en partie la surcharge océanique, (ceci est dû au fait que la surcharge océanique a les mêmes périodes que les marées terrestres). Par conséquence, ces coefficients sont une solution intéressante

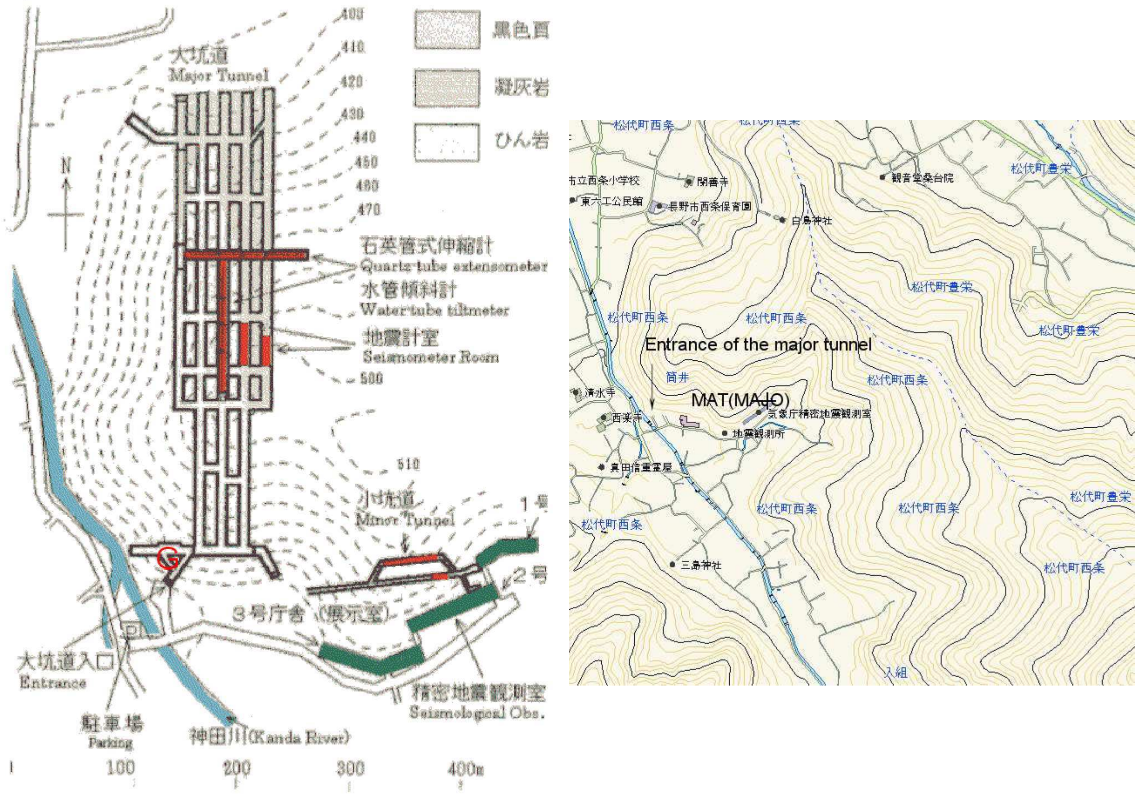


Fig. 24 – Détail de l'implantation de l'observatoire de Matsushiro. *Gauche* : configuration des tunnels dans lesquels sont installés les instruments ; le gravimètre est installé à côté de l'entrée, et est indiqué par un G rouge. Les sismomètres sont installés dans les parties indiquées en rouge dans les 2 tunnels les plus à l'est. *Droite* : topographie autour de la station. L'emplacement de l'entrée est indiqué par une petite flèche noire (communication personnelle de Dr. Yuzo Ishikawa).

pour prendre en compte ces perturbations présentes dans les données, sans avoir à calculer ces différents effets, ce qui est souvent une tâche difficile nécessitant de lourds calculs numériques (Berger et Beaumont, 1976; Emter et Zürn, 1985; Sato et Harrison, 1990), et la connaissance de la topographie, des structures géologiques, des propriétés élastiques, et de la forme de la cavité.

5.3.3 Station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne)

Cette station a un très faible niveau de bruit et a l'avantage d'abriter plusieurs instruments (sismomètres, gravimètre (e.g. Richter *et al.*, 1995; Widmer-Schnidrig, 2003), inclinomètres (e.g. Zürn *et al.*, 1999, 2000), extensomètres (Widmer *et al.*, 1992b)). Dans ce cas, la base B : $(a_{EW}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{\lambda\lambda}, \epsilon_{\theta\lambda})$ est utilisée pour avoir explicitement les 3 déformations horizontales afin d'étudier le couplage tilt-déformation. Pour la composante NS, il serait plus facile d'utiliser explicitement a_{NS} dans la base ; mais comme on l'a vu dans la section 5.2, a_{NS} peut s'écrire comme une combinaison linéaire de $\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, à l'exception d'une composante long terme (environ 13.66 jours). En conséquence, la base $(a_{NS}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{\lambda\lambda}, \epsilon_{\theta\lambda})$ ne peut pas être utilisée ; la base A : $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ a explicitement le tilt NS mais elle ne permet pas la discrimination entre la contribution de $\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ dans le terme d'effet de cavité ou de topographie. Donc la même base B est utilisée pour les 2 composantes horizontales.

La décomposition des données des sismomètres horizontaux, et de celles des inclinomètres montre très bien les effets de cavité (Figures 26, 27, 28 et 29). En effet, les sismomètres et les inclinomètres ne sont pas installés dans la même pièce, et en supposant que l'effet de topographie ne varie pas de façon significative entre les différents capteurs (ce qui semble raisonnable, voir Emter et Zürn (1985)), les différences entre les deux capteurs sont principalement dues aux effets de cavité.

Si on compare les coefficients non normalisés du tableau 3, on peut remarquer l'important effet de la déformation horizontale $\varepsilon_{\theta\theta}$ sur le sismomètre. Ceci montre un couplage entre tilt et déformation. On peut aussi remarquer des différences entre le sismomètre et l'inclinomètre comme le montrent le tableau 3 et les figures 26, 27, 28, et 29. Ces différences sont plus importantes pour les composantes NS, sur lesquelles il y a un clair effet de cavité. Pour le sismomètre, ceci peut s'expliquer par le fait que le sismomètre est installé contre le mur Sud d'une cavité rectangulaire (voir figure 30) ; c'est pourquoi il y a un fort couplage entre la déformation dans la direction NS ($\varepsilon_{\theta\theta}$) et la composante NS du sismomètre. L'inclinomètre NS est plus perturbé avec une composante de déformation cisaillante horizontale ; ceci est peut-être dû à une forme différente de cavité. Emter et Zürn (1985) ont aussi trouvé un effet de cavité significatif sur leur inclinomètre NS en utilisant des calculs

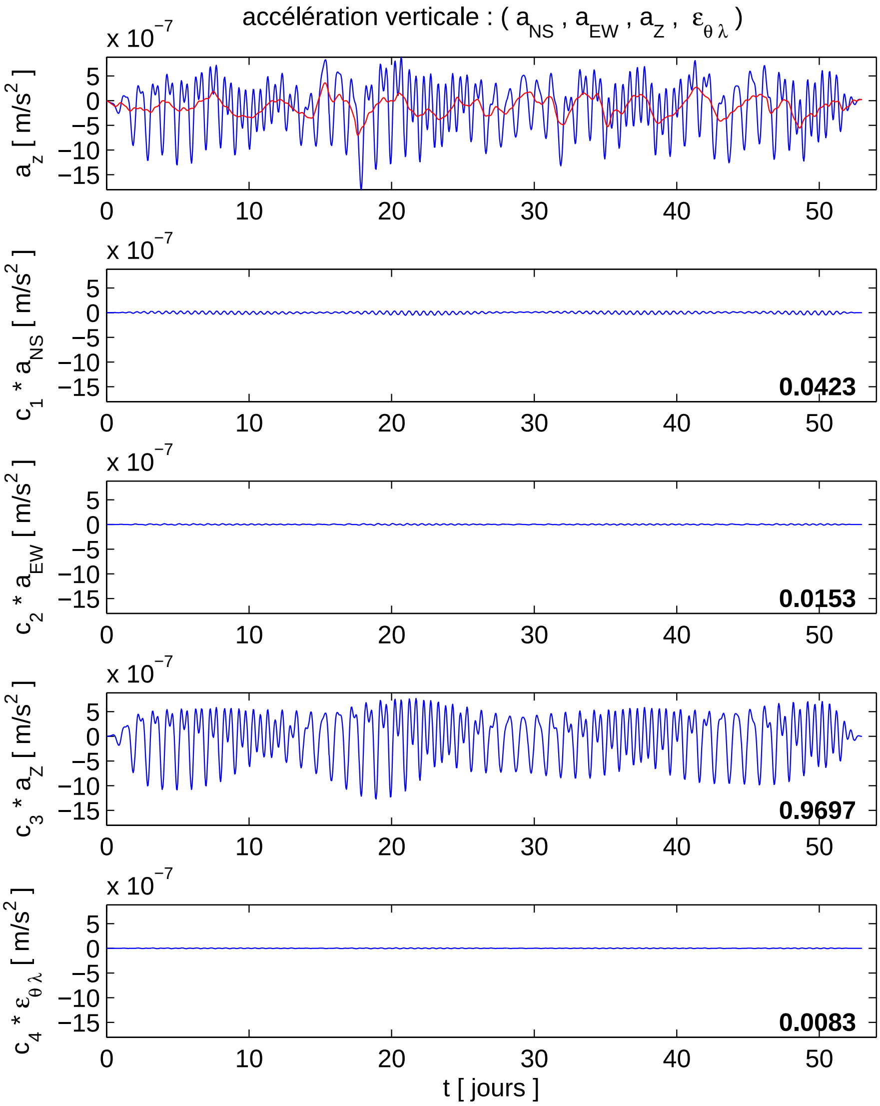


Fig. 25 – Décomposition des données de la composante verticale du sismomètre STS-1 sur la base $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). Le panneau supérieur représente les données (bleu) et le résidu de la décomposition (rouge), les autres panneaux montrent les contributions de chaque élément de la base dans la reconstruction des données.

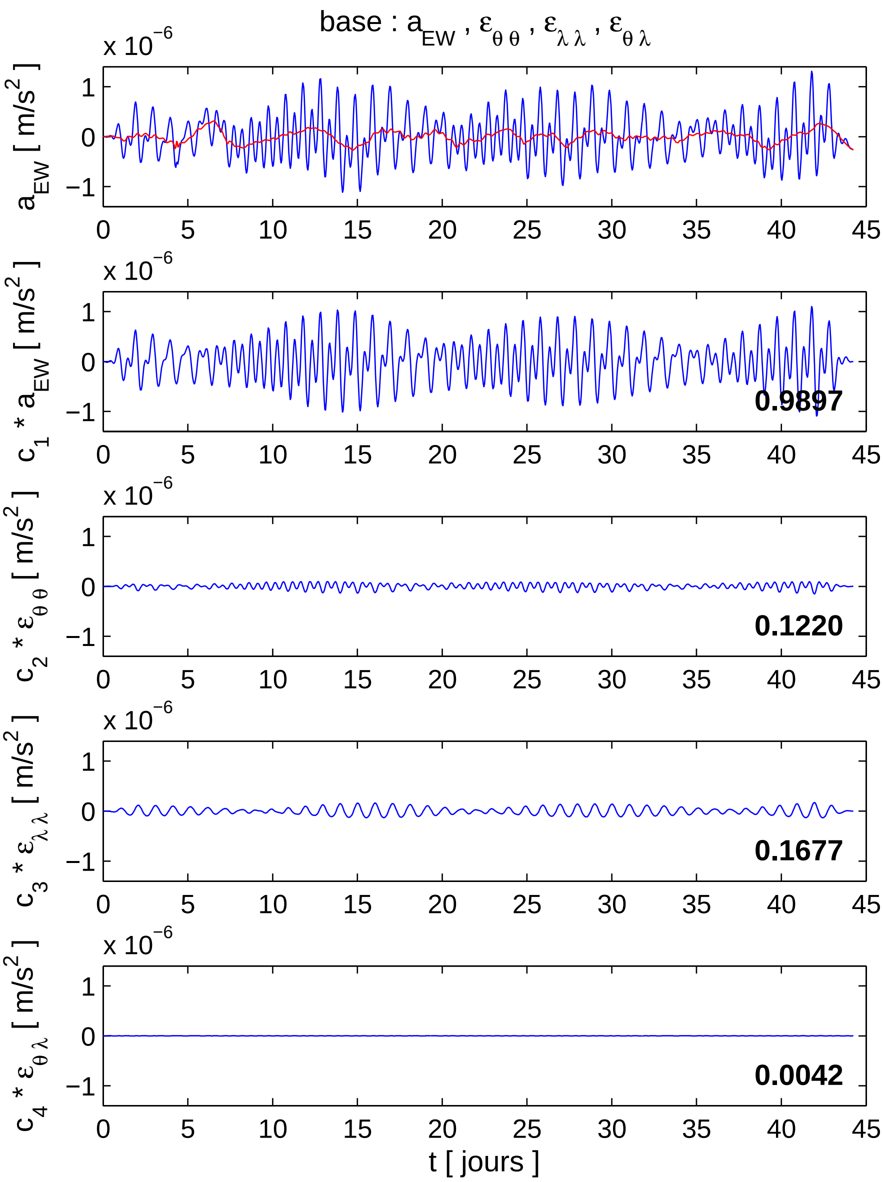


Fig. 26 – Décomposition des données de la composante EW du sismomètre STS-1 sur la base $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). Le panneau supérieur représente les données (bleu) et le résidu de la décomposition (rouge), les autres panneaux montrent les contributions de chaque élément de la base dans la reconstruction des données.

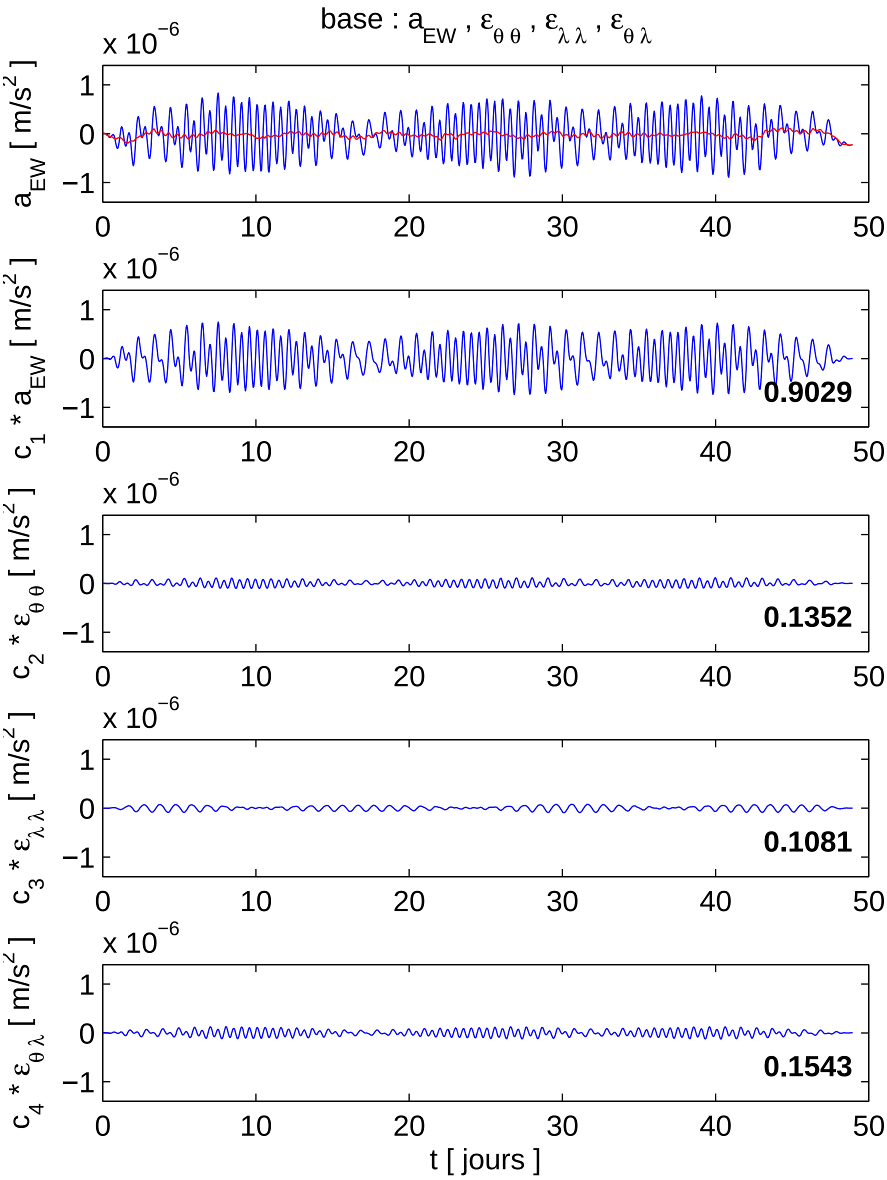


FIG. 27 – Décomposition des données de la composante EW de l'inclinomètre sur la base ($a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). Le panneau supérieur représente les données (bleu) et le résidu de la décomposition (rouge), les autres panneaux montrent les contributions de chaque élément de la base dans la reconstruction des données.

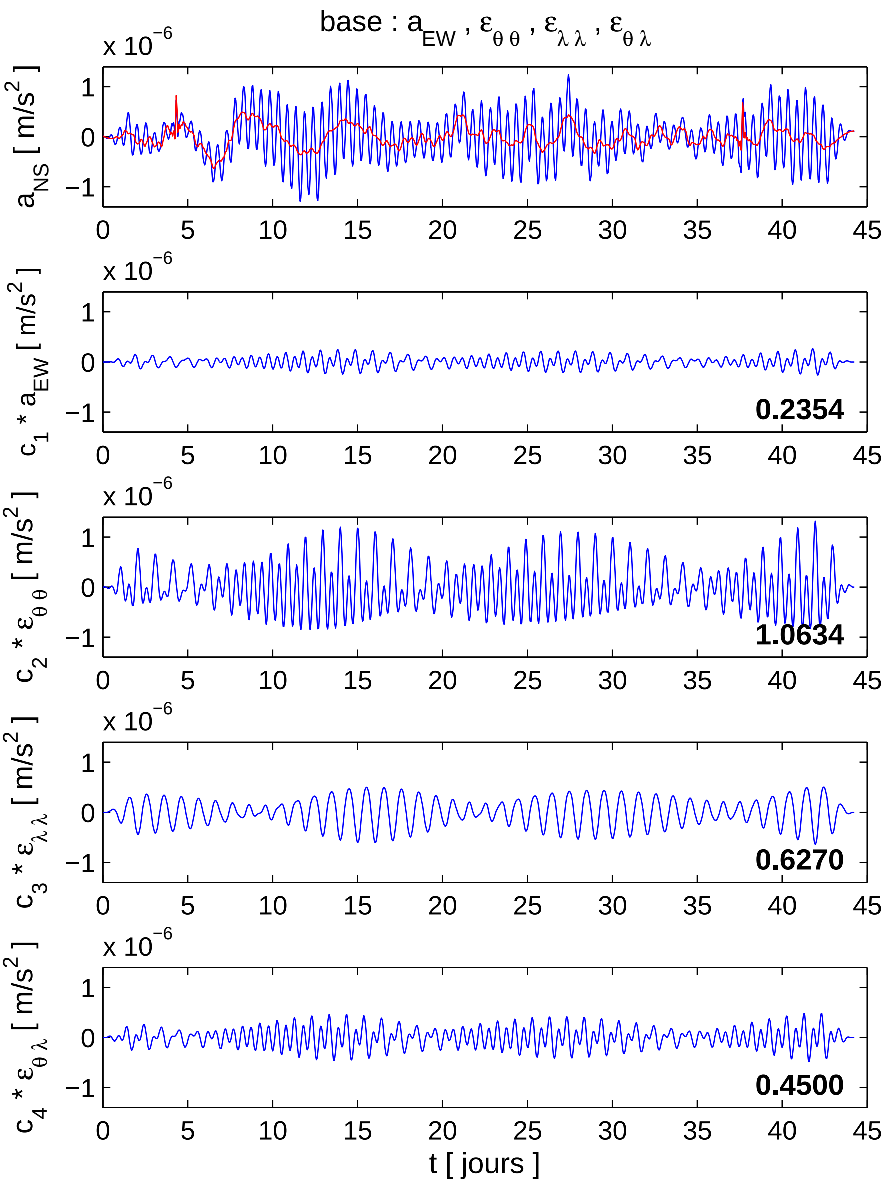


FIG. 28 – Décomposition des données de la composante NS du sismomètre STS-1 sur la base $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). Le panneau supérieur représente les données (bleu) et le résidu de la décomposition (rouge), les autres panneaux montrent les contributions de chaque élément de la base dans la reconstruction des données.

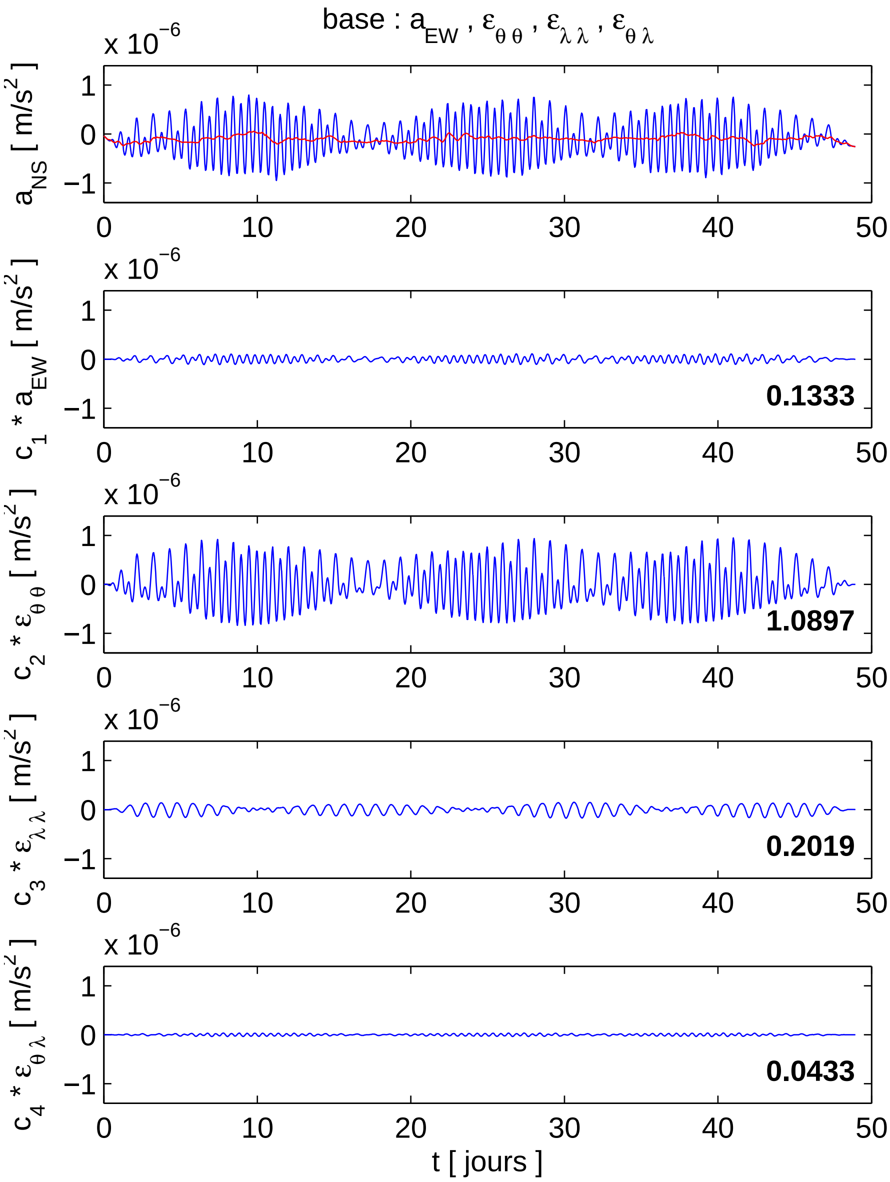


Fig. 29 – Décomposition des données de la composante NS de l'inclinomètre sur la base $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). Le panneau supérieur représente les données (bleu) et le résidu de la décomposition (rouge), les autres panneaux montrent les contributions de chaque élément de la base dans la reconstruction des données.

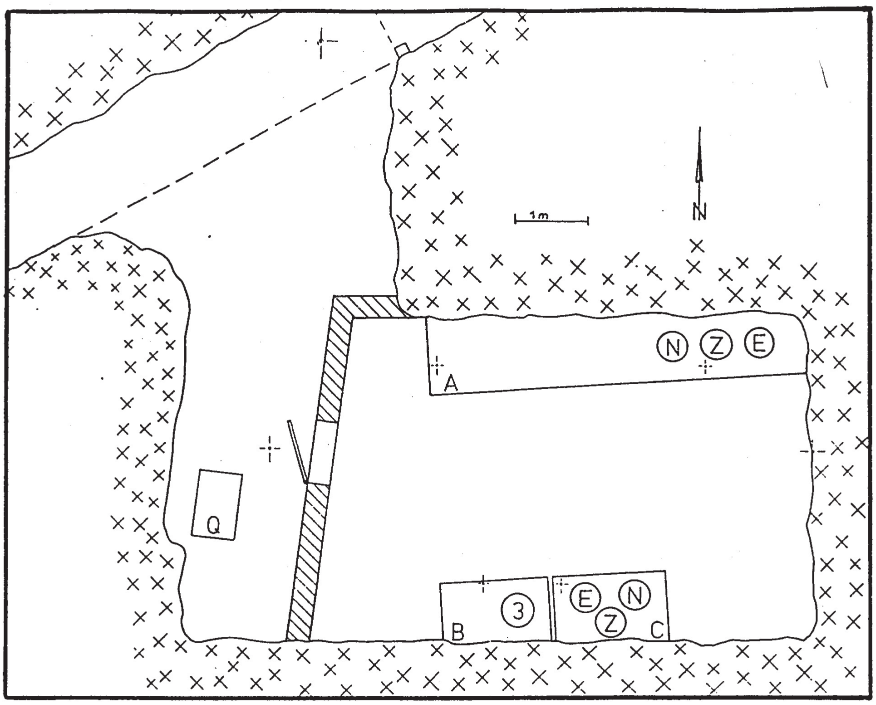


FIG. 30 – Configuration de la pièce où sont installés les sismomètres à la station BFO (Zürn et Emter, 1995). Les sismomètres STS-1 (NS, EW, Z) sont localisés sur le pilier C contre le mur sud de la pièce. Sur le pilier A sont installés les sismomètres STS-0 (prototype du sismomètre STS-1), et sur le pilier B est installé un sismomètre STS-2 3 composantes. Sur le pilier Q est installé un système d'acquisition.

par éléments finis.

La composante verticale est moins perturbée, et est principalement composée des variations de la gravité théorique. En général, cette composante est faiblement affectée par les effets de cavité et de topographie.

La figure 31 montre que les coefficients obtenus par la décomposition pour les données de BFO pour différentes périodes entre 2000 et 2003 avec des longueurs de séries comprises entre 1 et 2 mois. Comme pour MAJO, les coefficients sont stables dans le temps, et ils peuvent être utilisés de façon systématique pour corriger les données de tous les effets perturbateurs impliquant un couplage entre tilt et déformation.
Les enregistrements des marées sont aussi contaminés par d'autres signaux météorologiques ou hydrologiques tels que la température et le niveau des nappes d'eau (par exemple, Weise *et al.* (1999); Zadro et Braitenberg (1999) pour les enregistrements inclinométriques). Cet

Décomposition sur la base $(a_{EW}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{\lambda\lambda}, \epsilon_{\theta\lambda})$					
pour les données (coefficients normalisés)					
Composante	Instrument	a_{EW}	$\epsilon_{\theta\theta}$	$\epsilon_{\lambda\lambda}$	$\epsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}	STS-1	0.9029	0.1352	0.1081	0.1543
	inclinomètre	0.9897	0.1220	0.1677	0.0042
a_{NS}	STS-1	0.1333	1.0897	0.2019	0.0433
	inclinomètre	0.2354	1.0634	0.6270	0.4500
pour les données (coefficients non normalisés)					
Composante	Instrument	a_{EW}	$\epsilon_{\theta\theta}$	$\epsilon_{\lambda\lambda}$	$\epsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}	STS-1	1.0377	-0.5080	0.5725	1.4709
	inclinomètre	1.2070	-0.5056	0.7901	0.0421
a_{NS}	STS-1	-0.1525	-4.2311	1.0625	-0.4778
	inclinomètre	-0.2888	-4.4344	2.9726	-4.5163
pour les signaux synthétiques (coefficients non normalisés)					
Composante		a_{EW}	$\epsilon_{\theta\theta}$	$\epsilon_{\lambda\lambda}$	$\epsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}		1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
a_{NS}		0.0005	-2.4369	1.1730	-0.0062
pour les signaux synthétiques (coefficients normalisés)					
Composante		a_{EW}	$\epsilon_{\theta\theta}$	$\epsilon_{\lambda\lambda}$	$\epsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}		1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
a_{NS}		0.0008	1.1804	0.4149	0.0013

TAB. 3 – Coefficients obtenus par décomposition des données des STS-1 et des signaux synthétiques sur la base $(a_{EW}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{\lambda\lambda}, \epsilon_{\theta\lambda})$, pour la station de BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). Les coefficients de décomposition sur les déformations horizontales sont divisés par g pour une meilleure comparaison avec ceux sur les tilts.

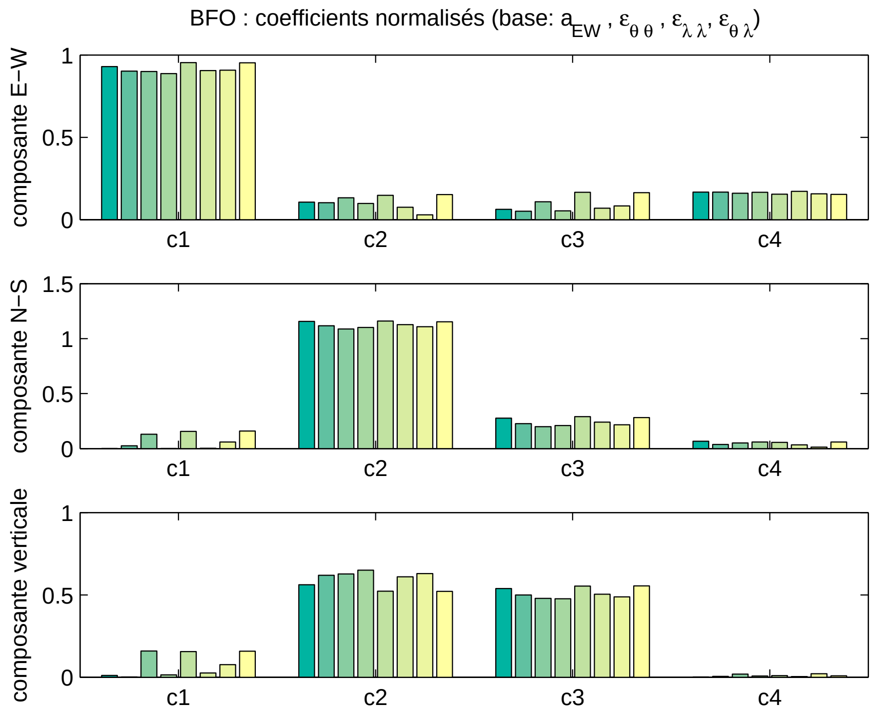


Fig. 31 – Coefficients normalisés obtenus par la décomposition des données de BFO sur la base $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$. L'échelle de couleur correspond à différentes périodes (de 1 ou 2 mois) entre 2000 et 2003. Dans cette base, la composante verticale se décompose sur les 2 déformations horizontales ($\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$) à parts égales, ce qui est pratiquement le cas.

aspect n'est pas étudié ici, mais peut expliquer en partie les signaux résiduels obtenus par la décomposition des données sur les bases. Les signaux de marées sont aussi perturbés par la présence de la topographie, et ceci complique l'interprétation des coefficients trouvés. Les effets de cavité peuvent être réduits par une bonne installation (loin des extrémités du tunnels ou au centre de la pièce (Harrison, 1976)). Cependant les effets topographiques ne peuvent pas être évités facilement. La présence de la topographie perturbe le champ de déformation (e.g. Harrison, 1976; Meertens et Wahr, 1986; Sato et Harrison, 1990).

5.4 Effet de la pression atmosphérique

Le signal résiduel de la décomposition des données de BFO (figures 26, 27, 28 et 29) contient une partie des perturbations induites par la pression atmosphérique. Pour étudier ces effets de pression, on a calculé la fonction de cohérence entre la pression et le résidu de la décomposition.

La cohérence entre deux signaux x et y est définie comme suit :

$$C_{xy}(f) = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f)P_{yy}(f)} \tag{25}$$

où P_{xx} et P_{yy} sont les densités spectrales de puissance des signaux x et y respectivement, et P_{xy} est la densité spectrale de puissance de l'intercorrélation entre les signaux x et y. La densité spectrale de puissance de l'intercorrélation entre les signaux x et y est définie comme la transformée de Fourier de l'intercorrélation :

$$P_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{xy}(\tau)e^{-i2\pi f\tau}d\tau \tag{26}$$

où $p_{xx}(\tau)$ est l'intercorrélation entre le signal x et y :

$$p_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt \tag{27}$$

Les densités spectrales de puissance des signaux x (P_{xx}) et y (P_{yy}) sont obtenues de façon similaire en considérant respectivement l'autocorrélation des signaux x ou y au lieu de l'intercorrélation entre les signaux x et y.

Pour faire cette estimation, on utilise la méthode de Welch, le signal est divisé en n segments ayant un recouvrement que l'on a choisi ici de 50%. A chaque segment est appliqué une fenêtre de Hanning, et pour chaque segment on calcule le périodogramme. La densité spectrale de puissance correspond à la moyenne de tous ces périodogrammes. Lorsque

l'analyse est faite entre 3h et 7 jours, on prend des segments d'une durée de 7 jours ; lorsque l'analyse est entre 7 jours et 3 minutes, on utilise 2 longueurs de segments différentes pour prendre en compte la large gamme de fréquences : 7 jours et 1.5 jours.
Pour la composante verticale, on a trouvé une très bonne cohérence entre ce résidu et la pression pour des périodes entre 3h et 7 jours (comme le montre la figure 32). Comme mentionné précédemment dans la section 5.1, un filtrage entre 3h et 7 jours et un fenêtrage ont été appliqués aux données avant traitement ; donc sur les figures 32 et 34, les courbes n'ont plus de signification pour des fréquences en dessous de 10^{-6} Hz. De plus, pour les périodes de 24h, 12h et 8h, il y a des trous dans la cohérence et des pics dans l'admittance qui sont dus à des résidus des marées terrestres. On a aussi calculé la densité spectrale de puissance de plusieurs signaux, et une admittance en divisant la PSD de l'accélération par celle de la pression.
Pour le STS-1 de BFO, on trouve un facteur pour l'accélération verticale qui est 10 fois supérieur à celui pour les gravimètres à très longue période (supérieure à un jour) ; en moyenne on trouve une admittance de $c_p = -3.6 \times 10^{-8}$ $m/s^2/mbar$ pour le sismomètre STS-1, alors que pour les gravimètres, la valeur est typiquement de l'ordre de -3.5×10^{-9} $m/s^2/mbar$ (Crossley *et al.*, 1995). Pour confirmer ces observations, on a filtré les données entre 1 minute et 7 jours et calculé la cohérence et l'admittance pour une gamme de fréquences entre 10^{-6} et 10^{-2} Hz pour 2 jeux de sismomètre vertical et de gravimètre supraconducteur : le STS-1 vertical de BFO, et le gravimètre supraconducteur de J9 (Strasbourg) (qui sont à moins de 70 km l'un de l'autre), et le STS-1 vertical et le gravimètre supraconducteur de Matsushiro. Les résultats sont montrés sur la figure 32. Des résultats similaires ont été obtenus dans les deux cas : l'admittance pour le STS-1 vertical est 10 fois supérieure à celle obtenue pour les gravimètres pour des périodes supérieures à un jour, et l'admittance pour des périodes inférieures à 3 heures est similaire pour les deux types d'instruments et est proche de la valeur attendue de -3.5×10^{-9} $m/s^2/mbar$.
On peut remarquer aussi que, sur la figure 32, les différences d'admittance entre le gravimètre et le sismomètre résulte de la différence entre les PSD des deux instruments à longue période (car l'admittance est calculée comme un rapport spectral entre le spectre des données de l'instrument et celui de la pression qui est identique ou presque pour les deux instruments (comme le montre la cohérence entre la pression atmosphérique à BFO et celle de J9 (figure 33)), on observe les mêmes tendances sur le deuxième panneau et le dernier panneau de la figure, les courbes pour les deux instruments se séparent au même endroit. Il peut être aussi noté que la cohérence pour le sismomètre STS-1 à BFO est très élevée au niveau des deux plateaux de l'admittance et moins bonne entre les deux.

Pour confirmer ces observations, la même étude a été effectuée pour plusieurs stations où il y a la fois des données de pression et des STS-1, ainsi que pour un autre gravimètre supraconducteur. La figure 34 montre les résultats, et met en évidence la conclusion sui-

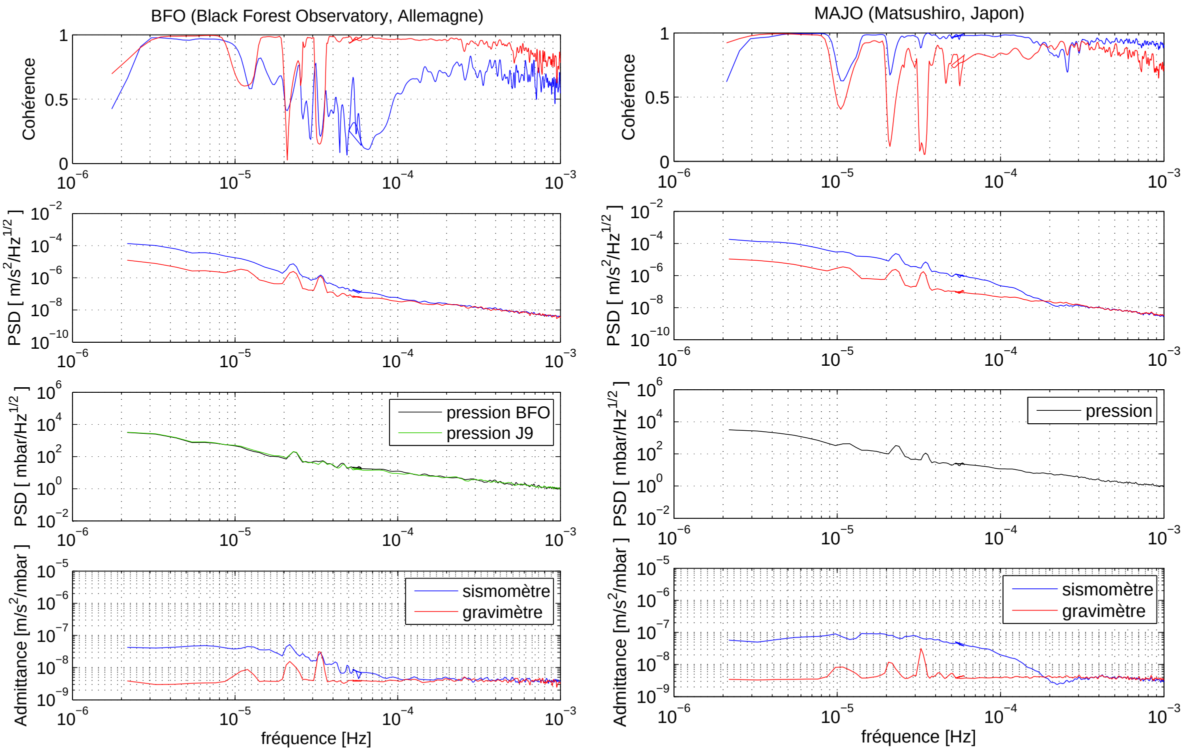


FIG. 32 – *Haut* : Cohérence entre la composante verticale du STS-1 ou le gravimètre supraconducteur et la pression atmosphérique. (bleu : sismomètre, rouge : gravimètre, noir : pression atmosphérique). *Milieu* : Densité spectrale de puissance pour la composante verticale du sismomètre, le gravimètre et la pression. *Bas* : Admittance entre le signal et la pression. Le panneau de gauche est une comparaison entre le sismomètre STS-1 vertical de BFO (Allemagne) et le gravimètre supraconducteur de J9 (Strasbourg, France). Le panneau de droite est une comparaison entre le STS-1 et le gravimètre supraconducteur à Matsushiro (Japon).

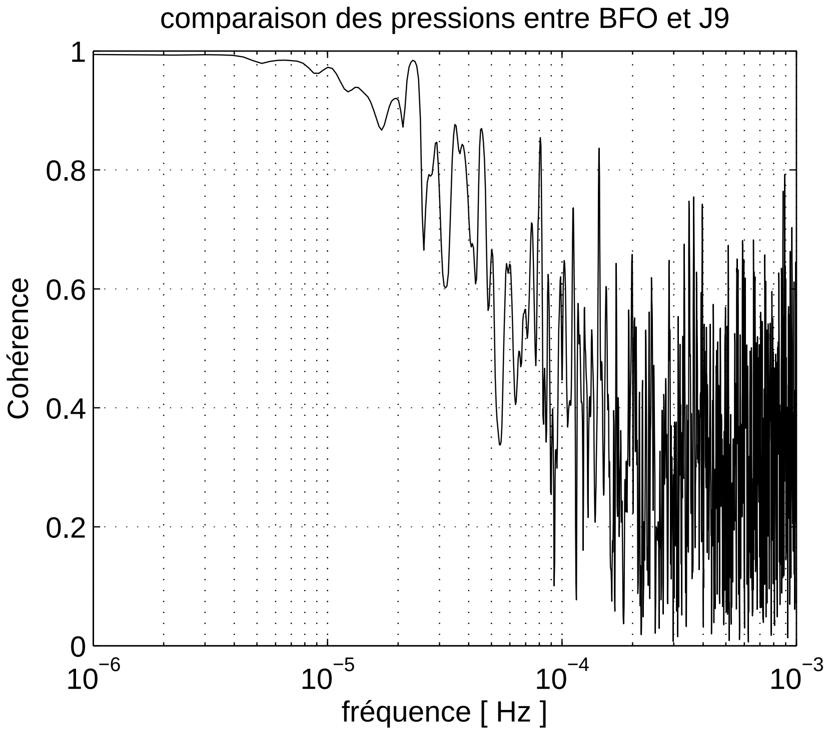


FIG. 33 – Cohérence entre la pression à la station BFO (Black Forest Observatory) et celle à la station J9 (Strasbourg). Les deux stations sont distantes d'environ 70 km. La cohérence est très bonne pour des périodes supérieures à la journée et se dégrade assez rapidement pour des périodes inférieures à la journée.

vante : les gravimètres supraconducteurs ont une admittance pratiquement constante sur toute la bande de fréquences de l'ordre de -3×10^{-9} $m/s^2/mbar$, et les sismomètres STS-1 ont la même admittance pour des périodes inférieures à 3 heures, mais ont un changement de comportement à plus longue période avec une admittance de plus de 10 fois supérieure à celle des gravimètres. De plus, il peut être noté que, dans le cas de la station BFO en considérant la figure dans le sens des fréquences décroissantes, l'admittance commence à augmenter pour des fréquences plus basses que pour les autres STS-1 (autour d'une période de 1 jour), ceci est dû au fait qu'il existe pour cette station un sas de pression qui diminue les effets de pression dans la mine, mais ce sas n'a plus d'effet pour des périodes au delà de 36 h, et joue le rôle d'un filtre passe-bas (Richter *et al.*, 1995). Il peut aussi être noté que pour la station MAJO, il y a une petite descente juste avant l'augmentation de l'admittance, qui est probablement liée à un bruit instrumental du sismomètre. Pour les stations AAK et BRVK, seule la partie de l'admittance pour des périodes supérieures à la journée est tracée car pour des périodes inférieures à la journée, la cohérence entre le résidu de la décomposition et la pression est mauvaise, et donc l'admittance n'a pas de sens.
Les observations de perturbations de pression sur les données peuvent être expliquées par un effet instrumental, en plus de l'effet de l'attraction gravitationnelle sur les sismomètres STS-1 (et les gravimètres) qui est lui bien connu. Mais les mécanismes à l'origine de cet effet instrumental ne sont toujours pas compris ; il semble être corrélé aux variations temporelles de la pression. Des observations un peu similaires ont déjà été faites par Freybourger *et al.* (1997) sans corréler la différence de niveau de bruit des 2 instruments à la pression. Après avoir retiré les marées terrestres, ils trouvent des résidus beaucoup plus importants pour les sismomètres que pour les gravimètres (environ 10 fois) ; ils n'ont pas comparé ces résidus avec la pression mais ils ont simplement suggéré une augmentation de la sensibilité du sismomètre STS-1 à la température comparé au gravimètre supraconducteur, qui est, par construction, bien isolé en température (capteur dans un bain d'hélium liquide gardé à une température constante au μK).

La valeur de l'admittance pour les gravimètre, de l'ordre de -3.5×10^{-9} $m/s^2/mbar$, correspond à une réalité physique ; un simple modèle d'atmosphère (une colonne d'air stationnaire au dessus de l'instrument) permet d'expliquer cette valeur. Cette variation de g est liée à l'attraction gravitationnelle par les masses d'air et à la surcharge atmosphérique (variation de g due à la redistribution des masses dans la Terre et déplacement vertical de l'instrument dans le champ de gravité). Warburton et Goodkind (1977) ont trouvé une valeur de $-3.7 \pm 0.2 \times 10^{-9}$ $m/s^2/mbar$ pour une Terre plate et une cellule atmosphérique dont la largeur est 10 fois la hauteur caractéristique de l'atmosphère ("scale height"). La courbure de la Terre influence aussi la valeur de cette admittance (Niebauer, 1988) ; en effet cette courbure a tendance à réduire légèrement la valeur de l'admittance par rapport au calcul pour une Terre plate. Merriam (1992) a trouvé une valeur de -3.5×10^{-9} $m/s^2/mbar$

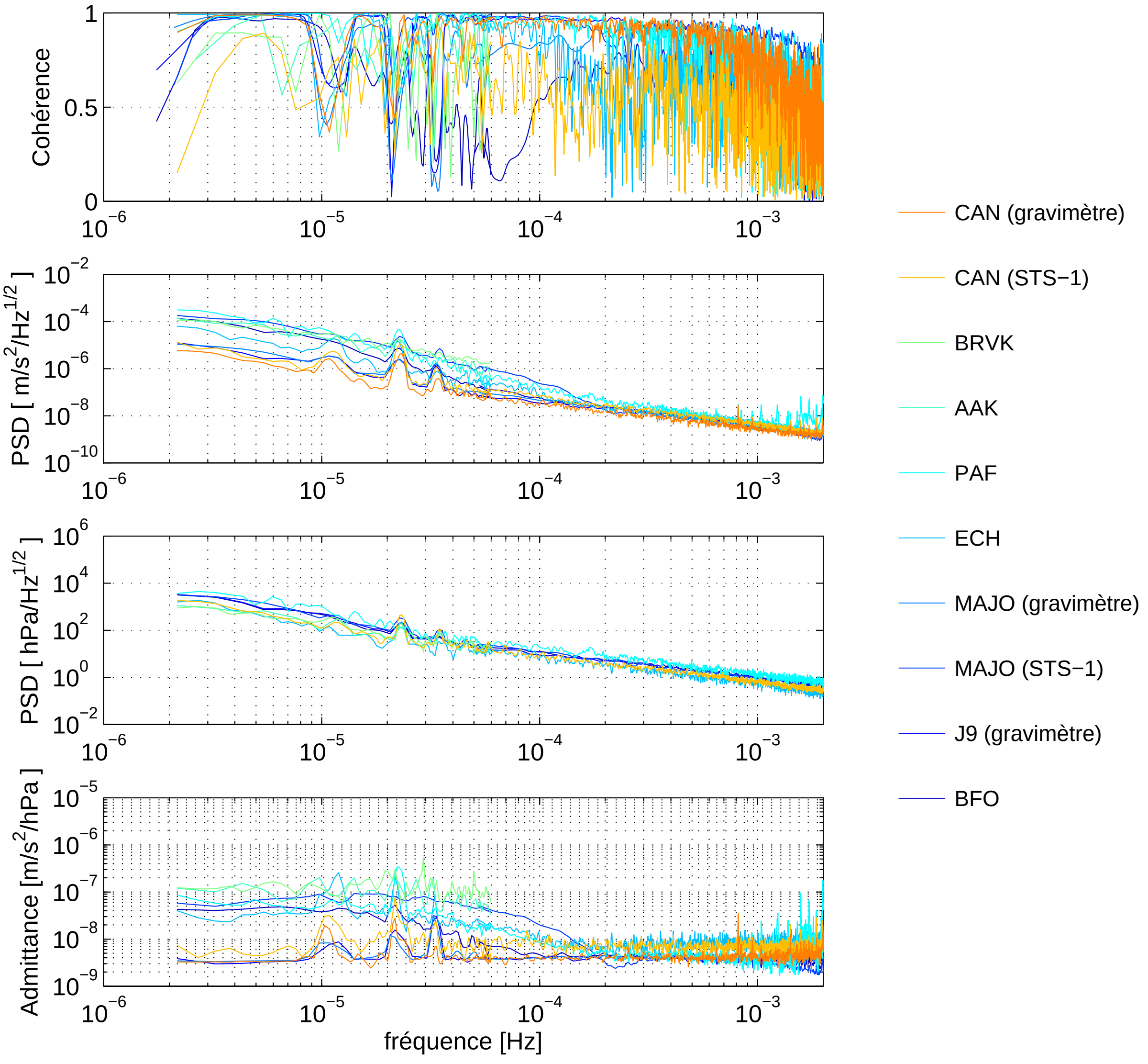


FIG. 34 – *Haut* : Cohérence entre la composante verticale de STS-1 et de gravimètres supraconducteurs et la pression atmosphérique. *Milieu* : Densité spectrale de puissance pour l'instrument considéré (sismomètre ou gravimètre) et la pression. *Bas* : Admittance entre le signal et la pression. Il est considéré ici 3 gravimètres supraconducteurs (Matsushiro (Japon), J9 (France) et Canberra (Australie) et 7 sismomètres STS-1 (BFO (Allemagne), ECH (France), PAF (Terres Australes), MAJO (Japon), CAN (Australie), AAK (Russie) et BRVK (Kazakstan)).

pour la cas d'une Terre sphérique et une atmosphère stratifiée verticalement.
La correction de pression sur les composantes verticales à l'aide d'une simple admittance est efficace à basse fréquence jusqu'à 1-2 mHz (Zürn et Widmer, 1995). Pour des fréquences supérieures à 2 mHz, la cohérence entre pression atmosphérique et signal diminue, ceci est probablement lié à l'importance croissante des effets dynamiques atmosphériques, à des phénomènes dynamiques atmosphériques plus complexes, et/ou à la diminution d'énergie dans le spectre de la pression atmosphérique. A plus longue période, à partir de données de gravimètres supraconducteurs, Boy *et al.* (1998) ont montré que la corrélation entre la pression atmosphérique locale et l'accélération verticale est bonne jusqu'à des périodes de 10 jours, et pour des périodes supérieures à dix jours, la corrélation diminue. Les auteurs expliquent ceci par un changement de mécanisme d'interaction entre la pression atmosphérique et la surface du sol ; ce n'est plus la pression locale qui intervient, mais plutôt une surcharge atmosphérique plus globale.

Pour ce qui est des composantes horizontales, le lien entre la pression locale mesurée et ces composantes est moins direct. Zürn et Neumann (2002) utilisent 2 modèles quasi-statiques simples pour explorer le cas de ces composantes (voir aussi Zürn *et al.*, 2007) : une surcharge homogène de pression qui varie dans le temps, et la propagation d'un front d'onde plan vertical sur un demi-espace élastique. Le premier modèle implique un couplage direct entre variation de pression et tilt sans déphasage (ou 180°) ; les corrections de pression se font au travers d'une simple admittance réelle, indépendante de la fréquence, mais dépendant de la position et de la direction de sensibilité du capteur ; et le deuxième modèle met en évidence une admittance avec la pression qui contient 3 termes : l'attraction gravitationnelle, le tilt et l'effet inertiel. Ces 3 termes sont en phase mais en quadrature avec le signal de pression. Le terme de tilt correspond à la transformée de Hilbert de la variation de pression. Aux périodes considérées ici, le terme inertiel est négligeable devant les 2 autres termes et le terme de tilt est toujours plus grand que le terme gravitationnel. La transformée de Hilbert du signal est relié au signal par un déphasage de 90°. La transformée de Hilbert d'un signal $x(t)$ est défini par :

$$H(x(t)) = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \tag{28}$$

et la transformée de Fourier de la transformée de Hilbert est reliée à la transformée de Fourier du signal $F(f)$ par :

$$H(f) = -i \ \mathrm{sign}(f) \ F(f) \tag{29}$$

où sign est la fonction signe (=1 si f est positif et -1 si f est négatif).

On va appliquer ces deux modèles aux composantes horizontales de MAJO et BFO ; on cherche donc 2 admittances : une avec la pression atmosphérique locale et l'autre avec sa transformée de Hilbert. Les figures 35 et 36 montrent les corrections de pression appliquées aux résidus des décompositions. Il peut être noté que pour ces deux stations, les résidus semblent mieux corrélés à la pression elle-même plutôt qu'à sa transformée de Hilbert pour les périodes considérées. L'efficacité des corrections de pression est très variable selon les composantes et les périodes de temps considérées comme le montrent les tableaux 4 et 5 et comme l'ont montré Zürn *et al.* (2007) dans leur étude. Par rapport à cette étude, les coefficients d des figures 35 et 36 ont un signe opposé aux coefficients donnés dans leur étude, mais ceci est lié à la convention de signe pour le tilt. On est dans notre cas à plus longue période par rapport à leur étude (filtrage des données entre 3h et 7 jours), et les résultats trouvés ici semblent en accord avec leurs valeurs obtenues dans leur cas appelé "long term value" pour lequel ils utilisent des fenêtres d'une longueur de 4 jours. On retrouve aussi la fluctuation du coefficient avec la transformée de Hilbert pour la composante NS autour de 0 (voir le tableau 4), comme dans Zürn *et al.* (2007) ; cependant, il semble qu'aux périodes considérées ici, l'admittance avec la pression locale semble plus stable qu'aux périodes considérées dans leur étude, mais ceci est peut être lié au nombre plus grand de séries considérées. Il peut aussi être noté que cette admittance avec la pression locale varie moins pour la composante EW que la composante NS ; ceci est lié au fait que la cohérence entre pression locale et signal est meilleure pour la composante EW que pour la composante NS (comme en témoigne la figure 35).
Pour la composante verticale, l'admittance avec la pression atmosphérique varie autour d'une valeur de $-3.63\ 10^{-8}$ m/s^2/hPa pour BFO, et d'une valeur de $-4.95\ 10^{-8}$ m/s^2/hPa pour MAJO ; cette variation peut probablement s'expliquer en partie par la variation de l'étendue spatiale des systèmes atmosphériques mis en jeu (voir par exemple Merriam, 1992). De plus, les valeurs un peu plus élevée pour la station MAJO sont probablement due à la présence des océans (effet supplémentaire dû à la variation du niveau de l'océan en réponse à surcharge atmosphérique sur les océans, (voir par exemple Rabbel et Zschau, 1985)).

De plus ces effets de pression sont influencés aussi par les effets de cavité ou de topographie, et donc on peut avoir des comportements différents entre capteurs d'une même station (Beauduin *et al.*, 1996). Pour les composantes horizontales, 2 admittances permettent de réduire plus ou moins efficacement les effets de pression sur les données, comme le montrent de façon plus approfondie Zürn *et al.* (2007). L'utilisation de gradients de pression permettrait probablement d'améliorer ces corrections de pression sur les composantes horizontales étant donné que ce sont ces gradients qui rentrent principalement en jeu dans le cas des composantes horizontales (e.g. Rabbel et Zschau, 1985). Mais ceci nécessiterait d'avoir un réseau de baromètres autour de la station.

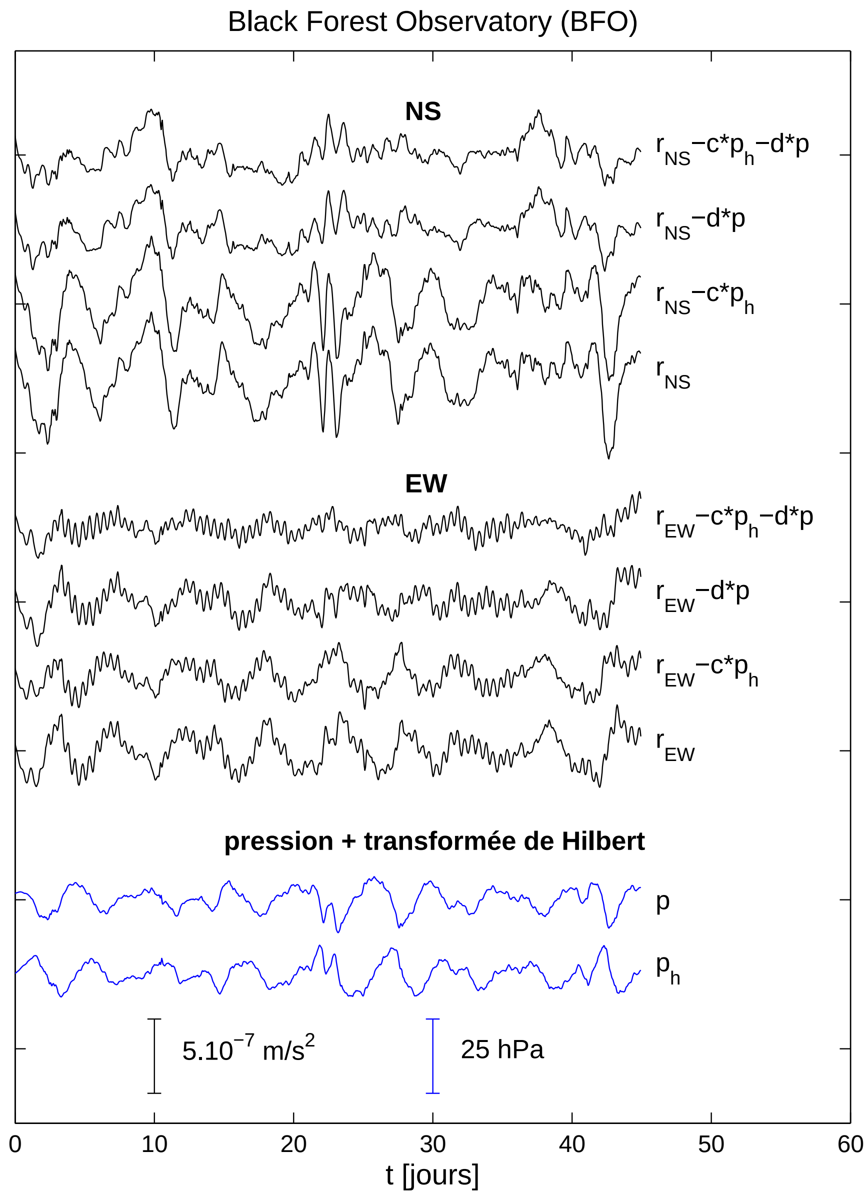


FIG. 35 – Correction de pression sur les résidus de la décomposition pour les composantes NS (haut) et EW (bas) pour la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne) pour une série temporelle d'une durée de 1.5 mois à partir du 18 septembre 2000. Pour chaque composante, les courbes représentent de bas en haut : le résidu (r_{EW} et et r_{NS}), le résidu moins la transformée de Hilbert de la pression (p_h) multiplié par une admittance ($c = -0.8373 \times 10^{-8}\ m/s^2/hPa$ pour la composante EW et $-0.4130 \times 10^{-8}\ m/s^2/hPa$ pour la composante NS), le résidu moins la pression multipliée par une admittance ($d = -0.9386 \times 10^{-8}\ m/s^2/hPa$ pour la composante EW et $1.8270 \times 10^{-8}\ m/s^2/hPa$ pour la composante NS), et le résidu corrigé de la pression et de sa transformée de Hilbert. Les courbes bleues correspondantes respectivement à la pression (p) et sa transformée de Hilbert (p_h).

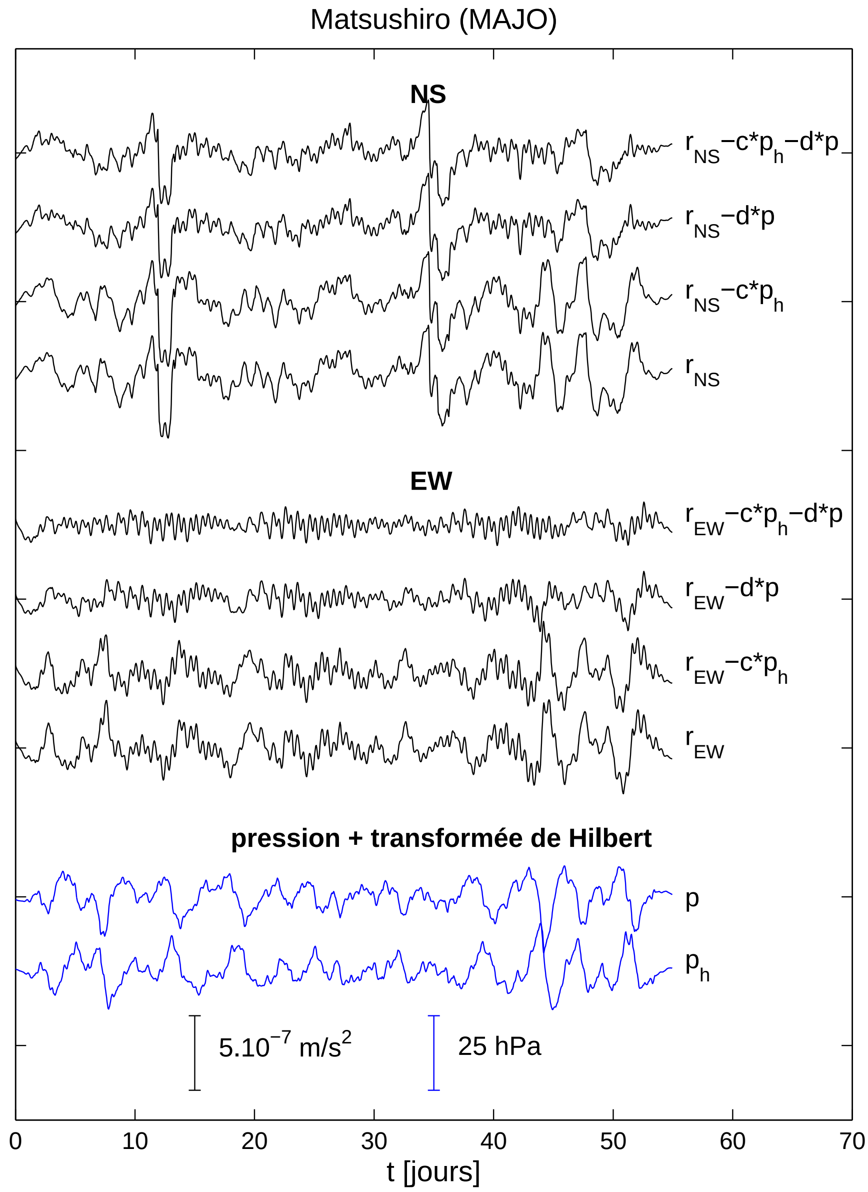


FIG. 36 – Correction de pression sur les résidus de la décomposition pour les composantes NS (haut) et EW (bas) pour la station MAJO (Matsushiro, Japon) pour une série temporelle d'une durée de presque 2 mois à partir du 1 février 2000. Pour chaque composante, les courbes représentent de bas en haut : le résidu (r_{EW} et et r_{NS}), le résidu moins la transformée de Hilbert de la pression (p_h) multiplié par une admittance ($c = -0.7620 \times 10^{-8}$ $m/s^2/hPa$ pour la composante EW et 0.2500×10^{-8} $m/s^2/hPa$ pour la composante NS), le résidu moins la pression multipliée par une admittance ($d = -1.7010 \times 10^{-8}$ $m/s^2/hPa$ pour la composante EW et -1.6270×10^{-8} $m/s^2/hPa$ pour la composante NS), et le résidu corrigé de la pression et de sa transformée de Hilbert. Les courbes bleues correspondantes respectivement à la pression (p) et sa transformée de Hilbert (p_h).

composante	début	d [10^{-8} $m/s^2/hPa$]	c [10^{-8} $m/s^2/hPa$]	R_1	R_2	R_t
EW	2000.262	-0.8523	-0.8470	0.3244	0.3217	0.6483
	2000.208	-1.1710	-0.9770	0.3810	0.2711	0.6523
	2000.136	-0.9160	-1.2270	0.2451	0.4386	0.6826
	2001.047	-0.9420	-1.0050	0.4292	0.3760	0.7980
	2002.319	-0.8570	-0.8552	0.3021	0.2988	0.6093
	2003.037	-1.0410	-0.7930	0.3299	0.1939	0.5225
	2003.301	-0.7870	-1.0340	0.2662	0.4648	0.7257
NS	2000.262	1.8880	-0.4070	0.6282	0.0302	0.6574
	2000.208	1.7320	-0.7360	0.1884	0.0348	0.2231
	2000.136	1.4790	-1.8110	0.1121	0.1681	0.2806
	2001.047	1.3740	-0.1000	0.5869	0.0024	0.5900
	2002.319	1.3290	0.0040	0.1861	0.0000	0.1861
	2003.037	1.5310	0.1590	0.3955	0.0045	0.3998
	2003.301	2.0009	0.3170	0.3119	0.0086	0.3198
Z	2000.262	-3.2010	–			
	2000.208	-3.6450	–			
	2000.136	-4.2222	–			
	2001.047	-3.5560	–			
	2002.319	-3.6560	–			
	2003.037	-3.3760	–			
	2003.301	-3.7420	–			

Tab. 4 – Admittances entre les composantes horizontales (et verticales) et la pression locale (d) ou sa transformée de Hilbert (c) et valeurs des réductions des résidus correspondantes (R1 pour la correction de la pression locale, R2 pour la correction de la transformée de Hilbert de la pression locale et R3 pour les corrections des 2 contributions), pour la station BFO.

composante	début	d [10^{-8} $m/s^2/hPa$]	c [10^{-8} $m/s^2/hPa$]	R_1	R_2	R_t
EW	2000.032	-1.7010	-0.7620	0.6431	0.1291	0.7715
	2000.107	-1.4190	-0.5120	0.4672	0.0605	0.5270
	2000.183	-1.6300	0.0810	0.3921	0.0009	0.3931
	2001.140	-1.6570	-0.3930	0.4578	0.0256	0.4834
NS	2000.032	-1.6270	0.2500	0.3939	0.0091	0.4031
	2000.107	-2.1111	0.0860	0.2426	0.0004	0.2430
Z	2000.032	-4.8590	–			
	2000.107	-4.0960	–			
	2000.183	-5.5260	–			
	2001.140	-5.2610	–			

Tab. 5 – Admittances entre les composantes horizontales (et verticales) et la pression locale (d) ou sa transformée de Hilbert (c) et valeurs des réductions des résidus correspondantes (R1 pour la correction de la pression locale, R2 pour la correction de la transformée de Hilbert de la pression locale et R3 pour les corrections des 2 contributions), pour la station MAJO.

6 Conclusion

Pour conclure, à longue période (bande de fréquences des marées), les sismomètres, les gravimètres et les inclinomètres sont perturbés par différents effets locaux (présence d'une cavité, topographie, pression atmosphérique, etc) ; à plus courte période, l'effet inertiel proportionnel à ω^2 domine et ces effets locaux sont moins significatifs. Un certain nombre de ces perturbations impliquent un couplage tilt-déformation. Pour caractériser ces effets, on a trouvé une décomposition sur une base de signaux synthétiques calculés à l'aide du code de prédiction des signaux de marées appelé Eterna (par exemple : $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ ou $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$), qui produit 4 coefficients par signal, décrivant le couplage entre les différents observables.
Les résultats pour 3 stations ont été présentés : GNI (Garni, Arménie), BFO (Black Forest observatory, Allemagne) et MAJO (Matsushiro, Japon). GNI est un bon exemple pour illustrer la méthode ; s'il n'y a aucune perturbation, chaque composante doit être expliquée par le signal théorique correspondant. C'est pratiquement le cas pour GNI où il n'y a pas de perturbation ou des perturbations qui agissent en sens contraire. Pour les stations proches des océans, un important effet perturbateur est la surcharge océanique, qui est plus importante pour les composantes horizontales que pour la verticale. Le cas de la station MAJO au Japon (50 km de la mer) montre l'importance de la correction des données de l'effet de la surcharge océanique pour avoir des coefficients représentatifs en terme d'effets de cavité ou de topographie ; la surcharge océanique a la même période que les marées terrestres, et donc si aucune correction n'est effectuée, les coefficients de la décomposition comprennent aussi l'effet de la surcharge, et ne peuvent pas être interprétés en terme d'effets de cavité, de topographie ou géologiques.

Comme le montre l'étude des 2 sismomètres longues périodes aux stations de BFO et MAJO, les coefficients obtenus sont stables dans le temps ; par conséquent, ils peuvent être utilisés systématiquement pour réduire ces effets de couplage des données. Ces coefficients sont difficilement interprétables en terme d'effets de cavité ou de topographie quand la géométrie de la cavité ou de la topographie n'est pas connue ou est complexe. En effet, ces coefficients contiennent un mélange des tous les effets perturbateurs impliquant un couplage tilt-déformation, et l'utilisation de méthodes numériques (telles que les éléments finis) sont alors nécessaires pour les interpréter.

Les corrections de pression atmosphérique peuvent être faites en utilisant les données barométriques. Comme il est montré dans cette étude, les signaux résiduels de la décomposition sont bien corrélés avec la pression, principalement pour les composantes verticales ; le cas des composantes horizontales est moins clair, car elles dépendent des gradients de pression.

Un simple coefficient est suffisant pour faire une correction sur la composante verticale. Pour des périodes supérieures à un jour, on trouve une admittance entre la pression et les résidus d'environ 10 fois supérieure pour les sismomètres verticaux STS-1 que pour les gravimètres, environ $-35\ nm/s^2/mbar$; cette observation est probablement être due à un effet instrumental. On retrouve l'admittance bien connue d'environ $-3.5\ nm/s^2/mbar$ pour les sismomètres pour des périodes inférieures à 3 heures. Pour les composantes horizontales une première correction de pression peut être effectuée à l'aide d'une simple admittance avec la pression locale et/ou sa transformée de Hilbert ; l'efficacité de la correction dépend des périodes considérées et peut être influencée par les effets locaux (cavité, topographie, géologie locale).

Deuxième partie

Apport de la phase des oscillations libres de la Terre les plus graves à l'étude des grands séismes

7 Introduction

Le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004 est le séisme le plus important enregistré par les réseaux sismologiques globaux depuis le séisme du Chili en 1960 et celui d'Alaska en 1964. Depuis ces deux évènements, la qualité et la quantité des stations géophysiques ont considérablement augmenté ; le séisme de Sumatra a été remarquablement bien enregistré de part le monde, et ainsi il fournit une opportunité sans précédent pour l'étude de ces séismes de très forte magnitude. Ce séisme est à la fois important par la taille de sa rupture et par sa durée.

Ce séisme a eu lieu à la convergence de la plaque indo-australienne et de la plaque Eurasienne (qui comprend les micro-plaques Andaman et Sunda). Le mouvement relatif au niveau de cette frontière de plaque est orienté N10°E, oblique à la zone de subduction, et varie en vitesse d'environ 52 mm/an à 2°N (Prawirodirdjo *et al.*, 2000) à 40 mm/an dans la partie nord de la subduction (voir la figure 37). Dans cette région, le long de l'île de Sumatra, on a une partition du mouvement de la plaque indo-australienne (Fitch, 1972; McCaffrey *et al.*, 2000) entre les différentes structures : le mouvement est décomposé en une composante purement convergente perpendiculaire à la subduction qui est absorbée par la subduction elle-même et une composante décrochante dextre absorbée principalement par les failles de Sumatra et de Mentawai (faille sous marine entre la subduction et l'île de Sumatra) (Sieh et Natawidjaja, 2000). L'obliquité de la convergence augmente du Sud vers le Nord. Les deux structures sont à l'origine d'une activité sismique importante et régulière. Dans la partie Nord, dans le bassin Andaman, le mouvement est aussi contrôlé par de l'expansion arrière arc et un système de failles transformantes ; ceci peut expliquer la présence de répliques du séisme de 2004 ayant des mécanismes en décrochement ou en faille normale, localisées autour d'une longitude de 94°E et entre 7 et 10°N de latitude. Une partie de ces répliques en faille décrochante peut aussi être expliquée par le prolongement de la faille de Sumatra dans le bassin d'Andaman.
Un certain nombre de séismes importants sont connus dans le passé le long de cette zone de subduction : 2 séismes au Nord (de latitudes $10 - 12°N$) de magnitude M 7.9 et 7.7 respectivement en 1881 et 1941, et 3 gros séismes au Sud de l'épicentre du séisme de Sumatra en 1797 (M $\sim$ 8.4), en 1833 (M $\sim$ 9) et en 1861 (M $\sim$ 8.5) (e.g. Newcomb et McCann, 1987; Bilham *et al.*, 2005). Le seul séisme important connu au Nord de l'épicentre du séisme de 2004, est l'évènement de 1881 avec une magnitude estimée de 7.9. En plus de ces gros séismes, la sismicité avant le séisme de Sumatra a la particularité de se localiser dans la zone de subduction à des profondeurs supérieures à 35 km, et une absence de sismicité significative dans la zone de subduction entre 35km et le bord de la fosse (Lay *et al.*, 2005; Engdahl *et al.*, 2007), ceci est observable sur la figure 37, la plupart des petits cercles se localisent au delà de la ligne iso-profondeur de 50 km. Le séisme de Sumatra a

eu lieu dans cette zone d'absence de sismicité significative, et après le séisme de Sumatra, la sismicité est principalement localisée dans la zone de rupture du séisme (soit dans zone de subduction à des profondeurs inférieures à 35 km). Cette absence de sismicité dans la partie de la subduction de profondeur inférieure à 35 km, a été probablement un signe de la préparation du séisme lui-même, en ce sens qu'elle traduit probablement un blocage de cette partie de la subduction pendant toute cette période et donc une accumulation de contraintes.
Le séisme de Sumatra de 2004 a eu lieu sur une faille inverse peu profonde, avec un épicentre localisé à une latitude de 3.3°N et une longitude de 96°E, et il a une magnitude M_w comprise entre 9.0 et 9.3. Le séisme du 28 Mars 2005 de Nias a eu lieu juste au Sud de la rupture de 2004 avec une magnitude M_w de 8.6, et a rompu la même zone que l'évènement de 1881.

Il a été étudié avec une large gamme de données : ondes de volumes (Ni *et al.*, 2005; Lomax, 2005; Vallée, 2007; Ishii *et al.*, 2005), données longues périodes (Park *et al.*, 2005b; Stein et Okal, 2005; Ammon *et al.*, 2005), GPS (Vigny *et al.*, 2005; Banerjee *et al.*, 2005), données hydroacoustiques (Guilbert *et al.*, 2005; Tolstoy et Bohnenstiehl, 2005), infrasons, imagerie satellitaire, etc. La taille de cet événement est tel que le rapport signal sur bruit est très élevé, permettant l'observation et l'étude de certains effets difficilement observables avec les grands séismes précédents, et notamment les oscillations propres de la Terre les plus graves dont l'éclatement est parfaitement observable. Et c'est à ces modes propres auxquels on s'intéresse dans cette étude.
Les oscillations propres sont largement utilisés dans l'étude de la structure 3D de la Terre (par exemple Ritzwoller *et al.*, 1986; Woodhouse *et al.*, 1986; Smith et Masters, 1989; Widmer *et al.*, 1992a). Les oscillations libres avec des périodes entre 50 et 300s sont aussi utilisées pour étudier les paramètres de source des séismes modérés et larges (par exemple Dziewonski *et al.*, 1981). Les modes propres les plus graves peuvent aussi apporter des informations sur le mécanisme au foyer, le moment sismique (Abe, 1970; Geller et Stein, 1977; Kedar *et al.*, 1994; Stein et Okal, 2005), durée de la rupture (Park *et al.*, 2005a). La phase des ces oscillations libres est rarement explicitement utilisée, sauf pour les modes radiaux (voir Park *et al.*, 2005a). On montre dans cette partie comment on peut contraindre l'extension spatio-temporelle de la rupture en utilisant les phases des singlets des multiplets les plus graves (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$) excités par le séisme de Sumatra 2004.

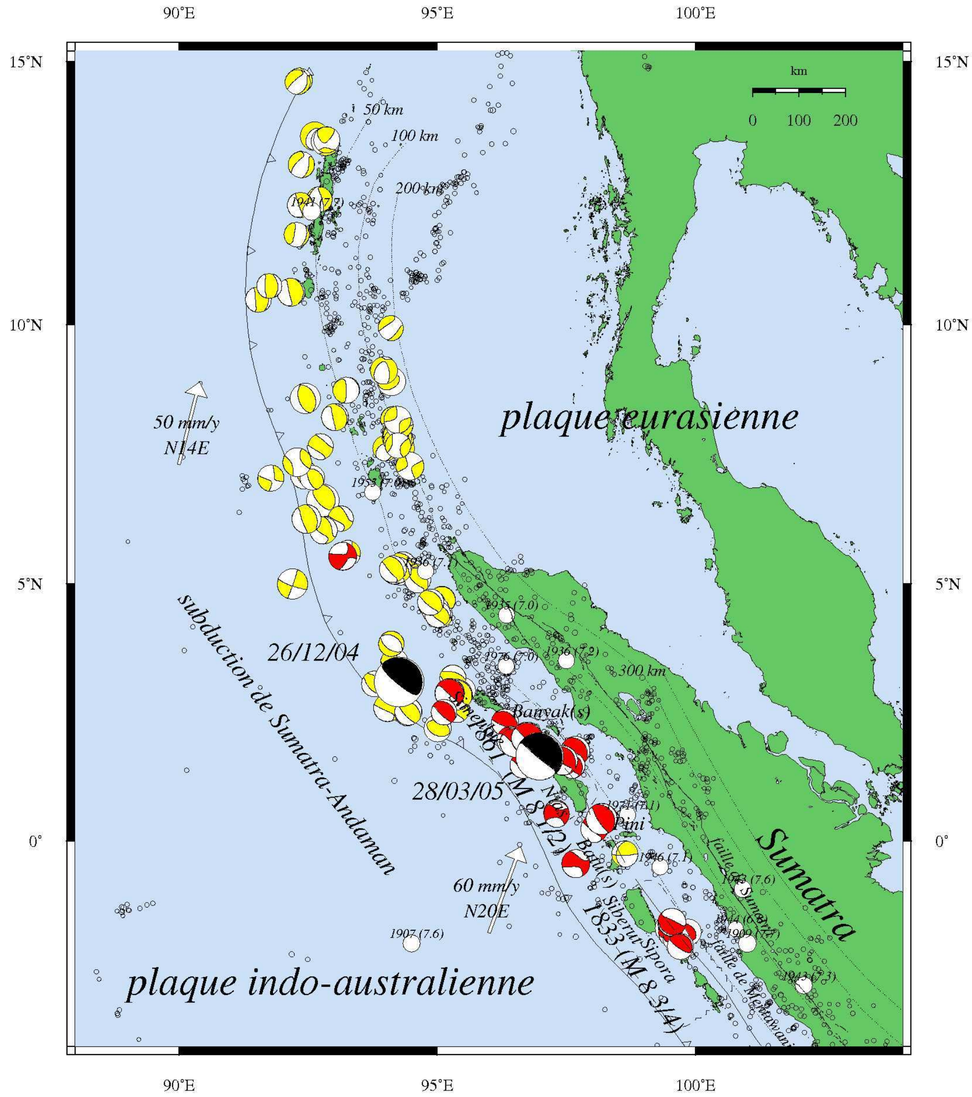


FIG. 37 – Contexte tectonique régional des séismes de Sumatra (26/12/04) et de Nias (28/03/05). Les sphères focales des 2 séismes principaux (Harvard CMT) sont indiquées en noir et blanc, les sphères focales jaunes correspondent aux évènements de magnitude M_w supérieure à 5 ayant eu lieu entre les 2 séismes, les sphères rouges aux évènements de la période après le deuxième séisme jusqu'au 31 décembre 2005. Les cercles blancs représentent les séismes historiques de magnitude M_w supérieure à 7 entre 1903 et 1985 (Newcomb et McCann, 1987). Les lignes pointillées sont des lignes iso-profondeurs de la zone de Benioff et les valeurs des profondeurs sont indiquées à l'extrémité la plus au Nord de ces lignes. Les petits cercles représentent la sismicité instrumentale entre 1964 et 1998 de magnitude $M_w \geq 5.5$ du catalogue relocalisé ISC (Engdahl *et al.*, 1998). Les contours de la subduction proviennent de l'étude de Gundmudsson et Sambridge (1998).

8 Quelques notions sur les modes

8.1 Généralités

Comme tout corps élastique de dimension finie, la Terre peut entrer en résonance dans son ensemble à un nombre infini de fréquences discrètes. Une des sources de ces oscillations libres sont les séismes majeurs ; typiquement on observe ces oscillations pour des séismes de magnitude supérieure à 6. Mais il existe d'autres sources d'excitation de ces oscillations ; en particulier il existe une source permanente qui est à l'origine du "hum" ou "murmure de la Terre" ; il a été observé la première fois par Nawa *et al.* (1998) et Suda *et al.* (1998) à partir des données des gravimètres supraconducteurs. Son origine est encore mal connue, et les principales hypothèses de l'origine de ce "hum" sont l'atmosphère (par exemple Kobayashi et Nishida, 1998; Nishida et Kobayashi, 1999; Tanimoto et Um, 1999; Nishida *et al.*, 2000), et les océans (Rhie et Romanowicz, 2004; Tanimoto, 2005; Webb, 2007). Ici, on ne considérera que le cas des oscillations libres excitées par les grands séismes.

Une analogie simple de ces oscillations libres peut être faite avec celles d'une corde fixée à ces deux extrémités et mise en vibrations (figure 38). La fréquence la plus basse correspond au mode fondamental ($n = 0$), les modes plus élevés sont appelés harmoniques ($n > 0$). Dans le cas de la corde, les caractéristiques de ces modes dépendent de sa longueur, de son diamètre et de sa composition ; pour la Terre, les caractéristiques des modes propres vont dépendre de la forme de la Terre, de ses propriétés élastiques et de sa structure interne.

Chaque oscillation libre est caractérisée par une fréquence propre, un facteur de qualité, une amplitude et une phase initiale. Sa fréquence propre et son facteur de qualité dépendent de la forme et de la structure interne de la Terre. Plus un mode a un facteur de qualité petit, et plus il sera rapidement amorti ; le facteur de qualité Q est défini tel que, par exemple, pour Q=10, l'amplitude des oscillations libres diminue d'un facteur $1/e^{\pi}$ au bout de 10 oscillations. Les modes considérés dans cette étude (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$, la nomenclature de ces modes est indiquée un peu plus bas) ont des facteurs de qualité entre 5500 et 300. Leur amplitude et leur phase initiale sont des fonctions de la source d'excitation, soit, dans le cas d'un séisme, de son mécanisme au foyer et de ses caractéristiques spatio-temporelles (localisation, dimensions spatiales, histoire de la rupture).

Il y a deux types de modes propres :
- **les modes sphéroïdaux** :
  Ils sont notés ${}_nS_l^m$ et sont liés aux harmoniques sphériques Y_l^m de degré d'harmonique l et d'ordre azimutal m ($-l \leq m \leq l$). n est le nombre d'harmonique ; $n = 0$ correspond au mode fondamental, $n = 1$ au premier harmonique, et ainsi de suite. Le degré d'harmonique l contrôle le nombre de noeuds en latitude dans le champs de

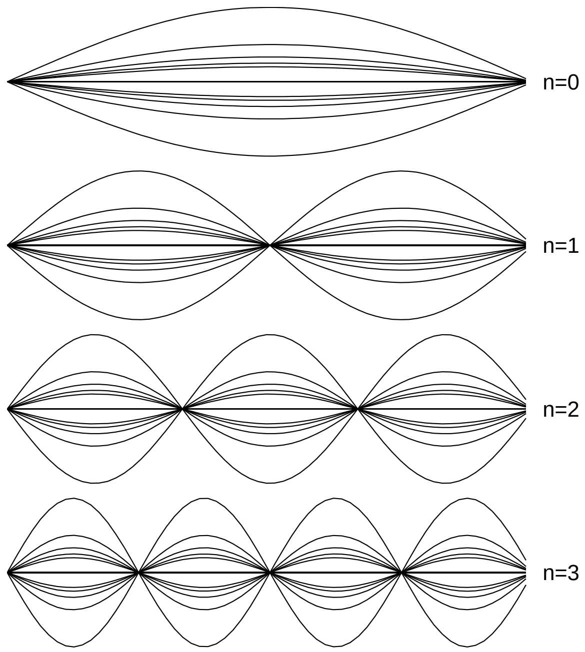


FIG. 38 – Quelques oscillations libres d'une corde fixée à ces deux extrémités, les caractéristiques de ces oscillations sont contrôlées notamment par sa longueur. Le mode $n = 0$ est le mode fondamental, il ne possède pas de noeud où le déplacement est nul ; les modes $n > 0$ sont des harmoniques, et ils possèdent chacun n noeuds.

déplacement pour le cas $m = 0$, le nombre de noeuds en latitude dans le cas $m \neq 0$ étant $n - m$; et l'ordre azimutal correspond au nombre de noeuds en longitude. Le champ de déplacement associé à ces modes est complexe ; il implique à la fois des déplacements radiaux et tangentiels, et il modifie donc la forme de la Terre et le champ gravitationnel de celle-ci, et donc ces modes sont observés par les gravimètres, et par les sismomètres horizontaux et verticaux.

En développant en harmoniques sphériques vectorielles le champ de déplacement, on peut écrire la fonction propre associée à ces modes sphéroïdaux sous la forme :

$$ {}_n\mathbf{s}_l^m(r,\theta,\phi) = \hat{\mathbf{r}}_n U_l(r) Y_l^m(\theta,\phi) +_n V_l(r) \nabla_s Y_l^m(\theta,\phi) \tag{30} $$

où ${}_nU_l(r)$ et ${}_nV_l(r)$ sont les fonctions propres radiales du mode considéré, Y_l^m l'harmonique sphérique de degré harmonique l et d'ordre azimutal m, r la position par rapport au centre de la Terre, θ et ϕ respectivement la colatitude et la longitude du point d'observation, $\hat{\mathbf{r}}$ est le vecteur unitaire dans la direction radiale et ∇_s est le gradient surfacique.

Le cas particulier $l = 0$ implique seulement des déplacements radiaux, et par conséquence ces modes sont aussi appelés modes radiaux. Le mode radial fondamental (généralement appelé mode de respiration de la Terre) a une période de l'ordre de 20.5 min. La figure 39 présente quelques uns de ces modes pour $m = 0$, dont le mode radial fondamental ${}_0S_0$, et le mode ${}_0S_2$ (appelé aussi mode "football", car la Terre prend la forme d'un ballon de football américain) de période de 53.9 minutes, qui est le mode de plus basse fréquence.

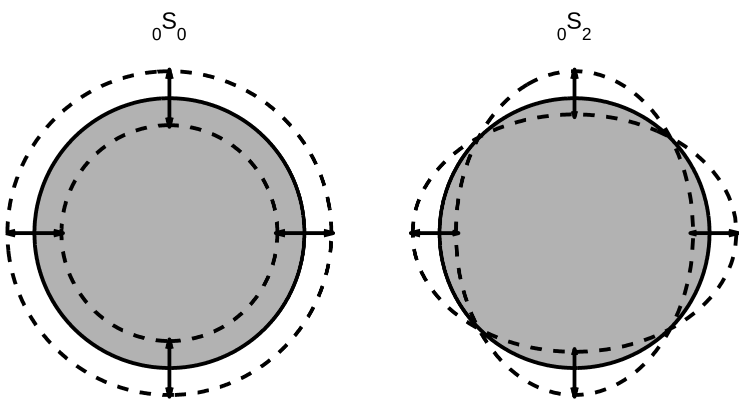


Fig. 39 – Exemples de modes sphéroïdaux fondamentaux pour m=0 : le mode radial fondamental ${}_0S_0$ de période de 20.5 minutes, et le mode ${}_0S_2$ de période de 53.9 minutes.

– **les modes toroïdaux** :
Ils sont notés ${}_nT_l^m$. Pour ces modes, l'index d'harmonique n correspond au nombre de noeuds selon le rayon, ainsi ${}_0T_2$ n'a pas de noeud selon le rayon, et ${}_1T_2$ en a un. Ces modes impliquent seulement des déplacements tangentiels et donc ne modifient ni la forme de la Terre, ni la distribution radiale de sa densité, ni son champ de gravité. Par conséquence, ces modes sont seulement observables avec les instruments horizontaux ; ceci n'est pas tout à fait vrai car un couplage entre modes sphéroïdaux et toroïdaux notamment lié à la rotation de la Terre permet aussi leur observation sur les composantes verticales (par exemple Zürn *et al.*, 2000).
De la même façon que pour les modes sphéroïdaux, en développant le champ de déplacement en harmoniques sphériques vectorielles, on peut écrire la fonction propre associée à ces modes toroïdaux sous la forme :

$$ {}_n\mathbf{s}_l^m(r,\theta,\phi) = {}_nW_l(r)[-\hat{\mathbf{r}} \times \nabla_s Y_l^m(\theta,\phi)] \tag{31} $$

où ${}_nW_l(r)$ la fonction propre du mode et Y_l^m l'harmonique sphérique de degré harmonique l et d'ordre azimutal m. Le champ de déplacement toroïdal est donc purement tangentiel ($\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{s}(r) = 0$), et sans déformation volumique (divergence nulle, $\nabla\cdot\mathbf{s}(r) = 0$) ; il n'y a donc aucune perturbation du champ de gravité ou de la distribution radiale de la densité. La figure 40 présente quelques un de ces modes, dont ${}_0T_2$ de période 43.8 minutes et ${}_0T_3$ de période 28.5 minutes.

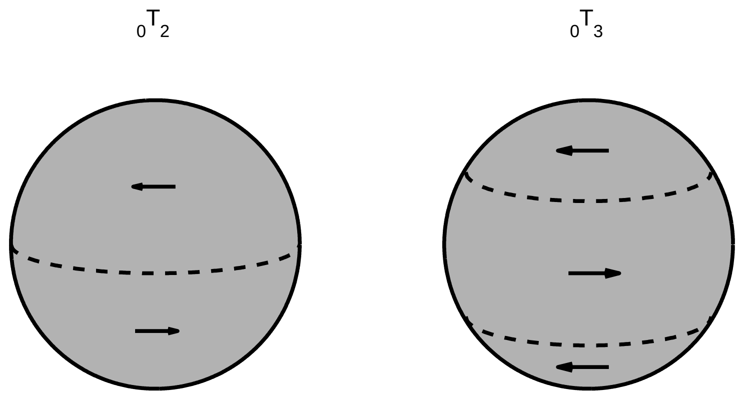


FIG. 40 – Exemples de modes toroïdaux fondamentaux pour m=0 : le mode ${}_0T_2$ de période de 43.8 minutes et le mode ${}_0T_3$ de période de 28.5 minutes.

Dans ce chapitre, Y_l^m représente l'harmonique sphérique complexe de degré l et d'ordre azimutal m $(-l \leq m \leq l)$ complètement normalisé (Edmonds, 1960) :

$$Y_l^m(\theta,\phi) = (-1)^m \left[\frac{2l+1}{4\pi}\right]^{1/2} \left[\frac{(l-m)!}{(l+m)!}\right]^{1/2} P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi} \tag{32}$$

où θ est la colatitude, ϕ la longitude et P_l^m les polynômes de Legendre.

Chaque fréquence propre d'une Terre sphérique sans rotation est dégénérée avec un espace associé de dimension $2l+1$. Le groupe constitué par les $2l+1$ oscillations ayant la même fréquence dégénérée est appelé multiplet et chaque oscillation de ce multiplet est appelée singlet. La source de cette dégénérescence provient de l'exacte symétrie sphérique du modèle de Terre utilisé. N'importe quelle déviation par rapport à cette symétrie, telle que la rotation de la Terre, l'ellipticité ou les hétérogénéités latérales, lève cette dégénérescence et entraîne un éclatement des multiplets en singlets distincts.

8.2 Equations caractérisant les modes propres pour un modèle de Terre SNREI

Considérant une Terre initialement en équilibre hydrostatique, comme les déformations sismiques sont de faible amplitude, les équations de l'élasto-gravité pour un champ de déplacement s harmonique peuvent être linéarisées. Cette théorie linéaire des oscillations libres de la Terre est traité de façon complète par différents auteurs, et notamment Dahlen et Tromp (1998) dont on suivra largement les notations ici.

Pour une Terre sphérique élastique isotrope sans rotation (SNREI modèle), les équations linéarisées au premier ordre pour le champ de déplacement s d'un mode propre s'écrivent de la façon suivante dans le domaine fréquentiel :

$$-\rho_0\omega^2\mathbf{s} = (\kappa + \frac{1}{3}\mu)\nabla(\nabla\cdot\mathbf{s}) + \mu\nabla^2\mathbf{s} + (\partial_r\kappa - \frac{2}{3}\partial_r\mu)(\nabla\cdot\mathbf{s})\hat{\mathbf{r}} \tag{33}$$

$$+ \; 2\partial_r\mu[\partial_r\mathbf{s} + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{r}}\times(\nabla\times\mathbf{s})] - 4\pi G\rho^2 s_r\hat{\mathbf{r}} - \rho\nabla\phi \tag{34}$$

$$- \; \rho g[\nabla s_r - (\nabla\cdot\mathbf{s} + 2r^{-1}s_r)\hat{\mathbf{r}}) \tag{35}$$

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\nabla(\rho\mathbf{s}) \tag{36}$$

où $\mathbf{s}$ est le champ de déplacement, κ et μ l'incompressibilité isentropique et la rigidité respectivement, ρ et g respectivement la densité non perturbée et la gravité non perturbée, ω la fréquence propre dégénérée, ϕ est la perturbation du potentiel gravitationnel. Ces équations sont accompagnées d'un certain nombre de conditions aux limites au niveau des discontinuités (interfaces internes et surface libre) : continuité de $\mathbf{s}$ aux interfaces (pour les interfaces fluide-solide, seul $\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{s}$ a besoin d'être continu), continuité du vecteur traction

$\mathbf{t}$ ($= \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{T}$ où $\hat{\mathbf{n}}$ est la normale de l'interface non perturbée, $\mathbf{T}$ le tenseur des contraintes) à toutes les interfaces déformées et annulation du vecteur traction en surface, continuité de ϕ à toutes les interfaces, continuité de la perturbation du potentiel $\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla\phi$ à toutes les interfaces, $\phi = 0$ à l'infini, et $\mathbf{s}$ et $\mathbf{t}$ sont réguliers à l'origine.
Il s'agit d'un problème aux valeurs propres de la forme $Hs = \omega^2 s$ avec H opérateur intégro-dérivateur hermitien auto-adjoint dans le cas d'un modèle SNREI de Terre. Pour le calcul des fonctions propres et des fréquences propres dégénérées des modes, ces équations linéarisées et ces conditions aux limites sont converties en un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre couplées (Takeuchi et Saito, 1972). Ceci peut être fait soit en utilisant une représentation classique en harmoniques sphériques des grandeurs scalaires et vectorielles, soit en utilisant une représentation d'un champ tensoriel par des harmoniques sphériques généralisées, ou soit en utilisant le principe de Rayleigh. Les fonctions propres et fréquences sont ensuite généralement calculées numériquement pour des modèles de Terre réalistes ; dans cette étude, on utilise le programme MINOS (Woodhouse, 1988) développé par F. Gilbert, G. Masters et J. Woodhouse pour le calcul des fonctions propres et des fréquences propres pour les modes étudiés. Le modèle de Terre utilisé est PREM (Dziewonski et Anderson, 1981), qui est un modèle de Terre élastique transversalement isotrope.
L'introduction de la rotation de la Terre dans le problème introduit un effet lié à la force de Coriolis et un effet lié à la force centrifuge ; l'introduction de ces effets se fait en effectuant le changement suivant dans l'équation (36) :

$$-\rho_0\omega^2 s \iff -\rho_0\omega^2 s + 2i\omega\rho_0\Omega \times s + \rho_0\Omega \times (\Omega \times s) \tag{37}$$

Le deuxième terme correspond à la force de Coriolis. Si on considère une oscillation de la forme $s = Se^{i\omega t}$, le rapport entre ce terme et le premier, est de l'ordre de $2\Omega/\omega$ (avec $\Omega = 11.6\mu Hz$, et $\omega = 1.9433 mHz$ pour le mode le plus grave ${}_0S_2$, ce rapport est de 0.012), plus la fréquence du mode augmente et plus l'effet de la rotation diminue. Ceci montre que l'effet de la force de Coriolis est important seulement pour les modes les plus graves et dans quelques cas de couplage entre modes, sinon dans la plupart des cas, il est négligeable. Le troisième terme correspond à l'effet de la force centrifuge, ce terme est en Ω^2 et par conséquent il peut souvent être négligé.

8.3 Eclatements des modes propres ("splitting")

Pour un modèle de Terre à symétrie sphérique élastique sans rotation (SNREI : Spherical non rotating elastic isotropic Earth), on a une dégénérescence des fréquences propres avec un espace associé de dimension $2l + 1$; c'est-à-dire que tous les singlets ${}_nS_l^m$ (ou ${}_nT_l^m$) avec $-l \leq m \leq l$ d'un multiplet ${}_nS_l$ ont tous la même fréquence propre. Mais dès

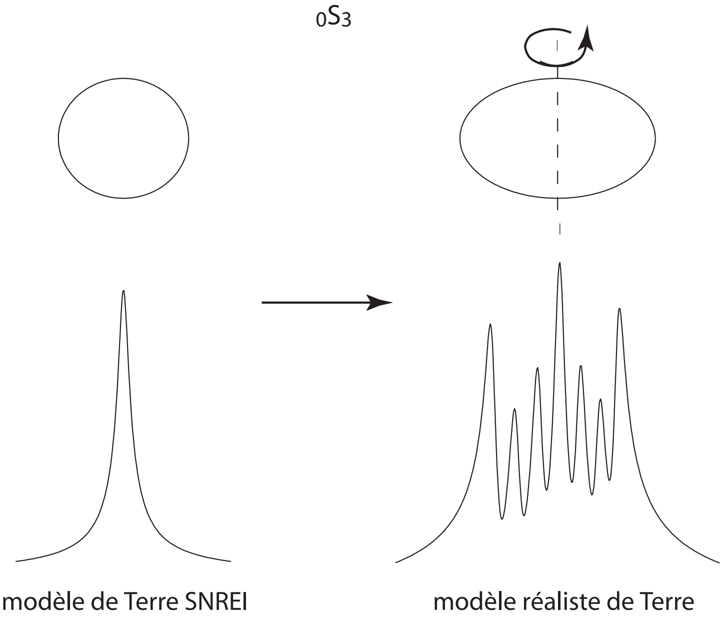


FIG. 41 – Illustration de l'éclatement d'un multiplet en $2l + 1$ singlets distincts à partir du moment où le modèle de Terre n'est plus à symétrie sphérique, et notamment ici par l'introduction de la rotation, de l'ellipticité ou des structures 3D.

que l'on perturbe cette symétrie sphérique, on lève partiellement ou complètement cette dégénérescence, et par conséquent les singlets d'un même multiplet auront des fréquences propres distinctes. La figure 41 illustre cet éclatement pour le multiplet ${}_0S_3$, à cause par exemple de la rotation. Les causes de splitting sont principalement la rotation, l'ellipticité, et la structure 3D de la Terre ; la rotation lève complètement la dégénérescence, tandis que l'ellipticité ne la lève que partiellement.

Pour les modes les plus graves, le splitting est suffisamment important pour que les différents singlets soient observables dans les spectres après les grands séismes, et c'est à quelques uns de ces modes auxquels on s'intéresse dans cette étude. Cependant pour la plupart des modes, le splitting n'est pas observable dans les spectres individuels car le splitting est du même ordre de grandeur que la largeur des singlets liée à l'atténuation des modes, et ces multiplets sont observés comme un seul pic dont la fréquence centrale et la largeur dépendent de sa fréquence propre dégénérée, de son facteur de qualité et de son splitting.

Le splitting des oscillations libres de la Terre a été observé pour la première fois après le séisme du Chili de 1960 (Benioff *et al.*, 1961; Ness *et al.*, 1961; Alsop *et al.*, 1961). La rotation et l'ellipticité de la Terre contribuent significativement au splitting et au couplage des oscillations les plus graves. Les hétérogénéités latérales élastiques et l'anisotropie contribuent aussi au splitting des modes propres, et d'autant plus que les fréquences propres des modes augmentent.

L'effet au premier ordre de la rotation sur les modes propres d'un modèle sphérique de Terre est d'éclater une fréquence propre dégénérée de degré harmonique l en $2l + 1$ singlets. Cette effet est similaire à l'effet de Zeeman des niveaux d'énergie quantique de l'atome d'hydrogène dans un champ magnétique (les perturbations en fréquence sont uniformément espacées, $\delta\omega_m = m\chi\Omega$ (où χ est le coefficient de splitting de Coriolis) et cet effet au premier ordre de la rotation ne modifie pas la fréquence du singlet $m = 0$.). Suite au séisme du Chili de 1960, Backus et Gilbert (1961) ont calculé le splitting dû à la force de Coriolis en utilisant une théorie des perturbations au premier ordre en Ω/ω. L'effet au second ordre de la rotation et l'effet de l'ellipticité d'un multiplet isolé a été introduit par Dahlen (1968). Dahlen (1969) et Luh (1973) ont regardé le cas des multiplets non isolés dans le domaine spectral, dont le splitting est modifié par le couplage avec les modes voisins. L'importance du couplage dépend non seulement de la proximité en fréquence, mais aussi de règles de sélection géométrique, de l'atténuation relative des modes impliqués, et des noyaux des différents modes.
Pour un multiplet isolé dans le domaine spectral, les perturbations en fréquence des différents singlets d'un multiplet éclaté intégrant les perturbations au premier et au deuxième ordre de la force de Coriolis et au premier ordre de l'ellipticité et de la force centrifuge peuvent s'écrire sous la forme (Dahlen, 1968) :

$$\delta\omega_m = \omega_0(a + bm + cm^2) \tag{38}$$

où a, b et c sont les coefficients de splitting, et ω_0 est la fréquence propre dégénérée du multiplet considéré et m est l'ordre azimutal et $\delta\omega_m$ la perturbation en fréquence du singlet m.
La force de Coriolis au premier ordre introduit une perturbation symétrique des fréquences propres (terme en bm) par rapport à la fréquence propre dégénérée, alors que l'ellipticité et la force centrifuge introduisent des perturbations asymétriques (terme $a + cm^2$). Les perturbations en fréquences ne sont donc plus symétriques mais asymétriques par rapport à la fréquence dégénérée du mode, à partir du moment où l'effet de l'ellipticité n'est plus négligeable devant l'effet de la rotation.
L'importance de la rotation de la Terre dans le splitting est reliée au rapport (fréquence du mode/fréquence de rotation de la Terre), l'effet de la rotation est donc le plus important pour les modes les plus graves. La rotation suffit à lever complètement la dégénérescence

des fréquences, on parle alors de multiplets comprenant $2l+1$ singlets ayant une fréquence différente.
La figure 42 montre un calcul théorique de la séparation entre les différents singlets d'un même multiplet pour plusieurs des modes les plus graves, et il peut être observé que les modes les plus graves ont une distribution de singlets pratiquement symétrique (${}_0S_2$, ${}_0T_2$, ${}_2S_1$ et ${}_0S_3$). Plus la fréquence dégénérée des multiplets augmente et plus la distribution des singlets est asymétrique et resserrée, et d'autant plus pour les modes toroïdaux que pour les modes sphéroïdaux. On verra par la suite en quoi ceci peut poser certains problèmes dans le cadre de cette étude.

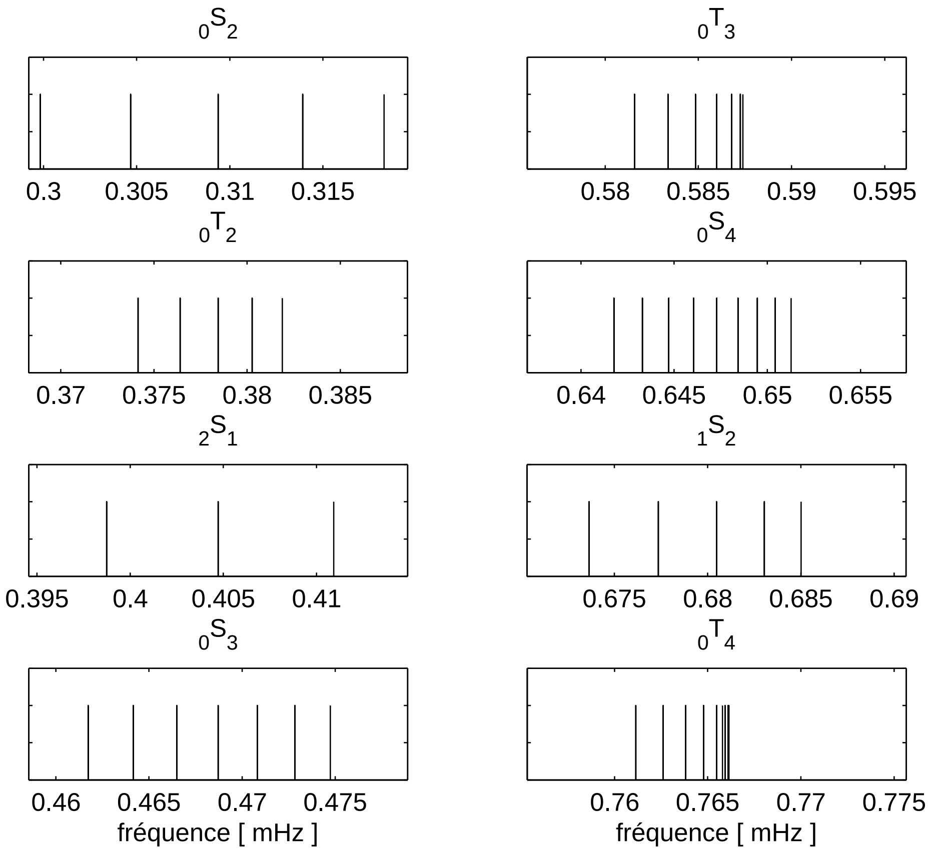


FIG. 42 – Distribution en fréquence des singlets de plusieurs multiplets (${}_0S_2$, ${}_0T_2$, ${}_2S_1$, ${}_0S_3$, ${}_0T_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$ et ${}_0T_4$). Il peut être observé que lorsque les fréquences augmentent, la séparation entre les singlets diminue et plus dramatiquement pour les singlets avec $+m$ pour les modes toroïdaux. Les amplitudes sont arbitraires, et normalisées à 1 pour tous les singlets. Tous les panneaux de la figure ont la même échelle de fréquence, soit une largeur de 0.02 mHz centrée sur la fréquence dégénérée du multiplet.

Dans cette étude, on utilisera le formalisme de Dahlen et Sailor (1979) pour calculer les fréquences des singlets des différents multiplets étudiés, qui introduit l'effet de la rotation au second degré et l'effet de l'ellipticité au premier degré.

8.4 Modes propres excités par un séisme

A longues périodes, un sismogramme peut être facilement représenté par une somme de modes propres (somme d'oscillations décroissantes) de la forme :

$$a(x,t) = \sum_k A_k \cos(\omega_k t + \phi_k) e^{-\gamma_k t} \tag{39}$$

où A_k et ϕ_k sont l'amplitude et la phase initiale (liée à la source), ω_k est la fréquence propre du mode k et γ_k est son taux d'atténuation.
Pour voir ces modes individuellement, il est plus facile de travailler dans le domaine fréquentiel ; et notamment pour les modes propres les plus graves qui sont facilement séparables dans le spectre. Par la suite, on s'intéressera au spectre en accélération d'un certain nombre de multiplets bien isolés dans le domaine spectral lié soit à une source ponctuelle instantanée, soit à une source de dimension et de durée finie. En effet, dans cette étude, on cherche à déterminer l'influence de la finitude spatio-temporelle de la source sur le spectre.

8.4.1 Source ponctuelle instantanée

Pour un point source instantané, la transformée de Fourier de l'accélération d'un multiplet isolé de degré harmonique l à une station q peut s'écrire comme une somme de Lorentziens (Dahlen et Tromp, 1998) :

$$a_q^{ps}(\mathbf{x},\omega) = \sum_m a_{qm}^{ps}(\mathbf{x},\omega) = \sum_m \left[\frac{(\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star(\mathbf{x}_{ps}))\, \mathbf{s}_m(\mathbf{x})}{2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))} + \frac{(\mathbf{M} : \varepsilon_m(\mathbf{x}_{ps}))\, \mathbf{s}_m^\star(\mathbf{x})}{2(\gamma_m + i(\omega + \omega_m))} \right] \tag{40}$$

où l'indice ps représente un *point source*, m est l'ordre azimutal, ω_m la fréquence centrale du singlet, $\mathbf{M}$ le tenseur des moments sismiques, $\varepsilon_m(\mathbf{x}_{ps})$ la déformation pour le singlet m évaluée à la position de la source $\mathbf{x}_{ps}$, $\mathbf{s}_m(\mathbf{x})$ la fonction propre du singlet m évaluée à la position de la station $\mathbf{x}$, et γ_m son taux d'atténuation, relié au facteur de qualité Q_m ($\gamma_m = \omega_m/(2Q_m)$). Le symbole $*$ représente le complexe conjugué, et : représente la contraction tensorielle. Le second terme de la sommation correspond à la contribution à la fréquence ω_m du Lorentzien centré en $-\omega_m$; cette contribution dépend de Q_m, car plus le facteur de qualité est élevé et plus le lorentzien est étroit, et donc plus l'influence du lorentzien centré en $-\omega_m$ sur le lorentzien centré en ω_m diminue. Dans le cas $Q_m >> 1$, le

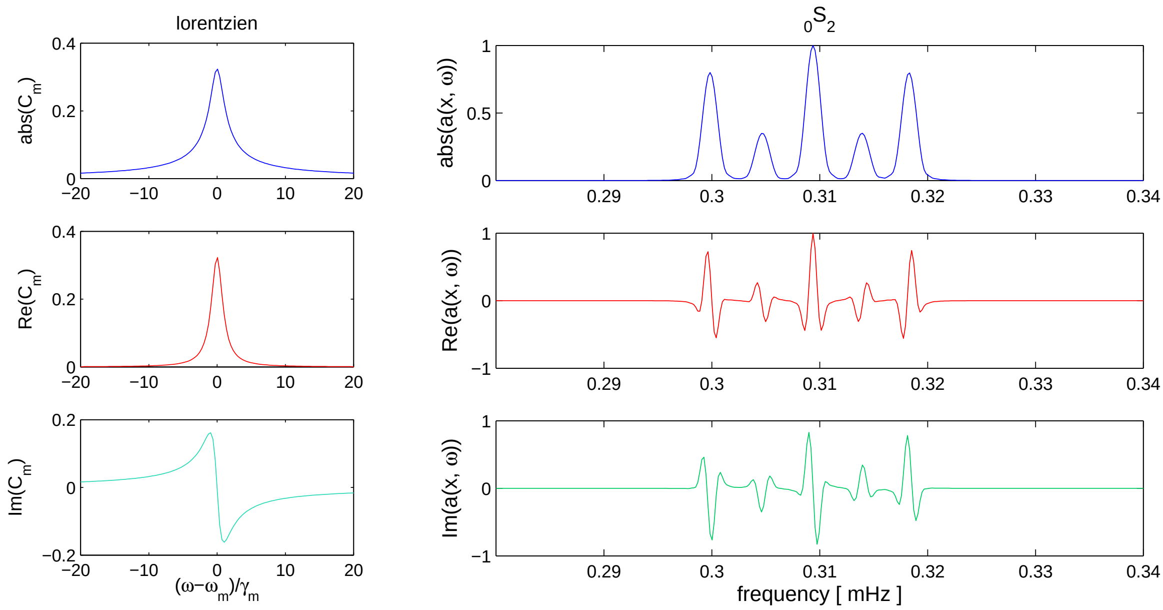


FIG. 43 – *Gauche* : Anatomie d'un Lorentzien $C_m = 1/2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))$ centré en $+\omega_m$. *Droite* : Exemple de spectre d'accélération synthétique pour ${}_0S_2$ (5 singlets). De haut en bas, les panneaux représentent l'amplitude (courbe bleue), la partie réelle (courbe rouge) et la partie imaginaire (courbe verte). Les amplitudes sont normalisées.

chevauchement des pics centrés à la fréquence propre positive et négative est négligeable, ce qui est effectivement le cas pour les modes considérés dans cette étude (cette contribution représente moins de 0.1% de l'amplitude totale). Pour plus de clarté dans les expressions suivantes, ce second terme sera omis, mais l'expression complète est utilisée dans les calculs numériques effectués.

Dans l'équation (40), le terme $(\mathbf{M} : \varepsilon^*(\mathbf{x}_s))$ dépend essentiellement de la localisation de la source et du mécanisme focal, le terme $s_m(\mathbf{x})$ dépend principalement de la position de la station, et γ_m et ω_m sont des fonctions de la structure interne de la Terre.

La figure 43 présente l'anatomie d'un Lorentzien $C_m = 1/2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))$ centré en $+\omega_m$, et un exemple de spectre synthétique pour le multiplet ${}_0S_2$, qui comprend 5 singlets, et qui est donc la combinaison de 5 Lorentziens pondérés par des coefficients complexes qui dépendent du mécanisme au foyer du séisme et de la position de la source et de la station. La largeur à mi-hauteur de l'amplitude du Lorentzien correspond à $2\gamma_k$, et donc par conséquent plus un mode a un facteur de qualité élevé et plus le Lorentzien est étroit. Pour le calcul des spectres, une fenêtre d'apodisation est souvent appliqué pour minimiser le "spectral leakage" ; le fenêtrage ainsi que la longueur de la série temporelle utilisée pour calculer le spectre vont avoir une influence sur la largeur du pic à mi-hauteur qui n'est plus simplement liée au facteur de qualité. Pour le spectre de ${}_0S_2$ de la figure 43, une fenêtre de Hanning et une série temporelle de 18 jours ont été utilisées pour le calcul du spectre.

8.4.2 Source finie

Pour les séismes importants avec une longueur de rupture de plusieurs centaines de kilomètres, il est nécessaire de prendre en compte la finitude spatiale et temporelle de la source lors du calcul des amplitudes et des phases théoriques des multiplets. Pour prendre en compte une source de longueur finie, il suffit de remplacer le terme source $(\mathbf{M} : \varepsilon^*(\mathbf{x}_s))$ par son intégrale le long de la faille, la transformée de Fourier de l'accélération d'un multiplet supposé isolé de degré harmonique l peut alors s'écrire (Lambotte *et al.*, 2006a) :

$$a_q^{fs}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_m \left[\frac{1/L \int_0^L (\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star(\mathbf{x}_{ps}))\,(\xi) e^{-i\omega_m \tau(\xi)}\, d\xi \mathbf{s}_m(\mathbf{x})}{2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))} \right] \tag{41}$$

Chaque terme de cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$a_{qm}^{fs}(\mathbf{x}, \omega) = a_{qm}^{ps}(\mathbf{x}, \omega) F_m \quad \text{avec} \quad F_m \equiv \frac{\int_0^L (\mathbf{M} : \varepsilon_m^*)\,(\xi) e^{-i\omega_m \tau(\xi)}\, d\xi}{L(\mathbf{M} : \varepsilon_m^*(\mathbf{x}_{ps}))} \tag{42}$$

où $a_q(\mathbf{x}, \omega)$ est le spectre en accélération pour une source finie à la station q, a_{qm}^{ps} est le spectre d'un singlet m à la station q pour un point source, F_m est le terme de finitude de la source, L est la longueur de la rupture, et $\tau(\xi)$ représente le délai de la rupture au point ξ. $\tau(\xi)$ décrit l'histoire de la rupture et peut être plus ou moins complexe en fonction de la source. L'intégrale dans le terme F_m peut être calculée de différentes façons. Pour des modèles de source simples (faille linéaire, dislocation uniforme, rupture unilatérale), il est possible de l'évaluer analytiquement en choisissant un repère de référence dans lequel la faille coïncide avec l'équateur (Dziewonski et Romanowicz, 1977), et en appliquant les matrices de rotation de Wigner (Feynman *et al.*, 1965, p. 18-9 - 18-13) au résultat pour revenir dans le repère géographique. Cette approche suppose une approximation en utilisant des fonctions propres d'ordre zéro et les fréquences propres d'ordre un (Stein et Geller, 1977). Dans cette étude l'intégrale F_m a été calculée numériquement directement dans le repère géographique, car cette approche permet l'utilisation de modèles de source arbitrairement complexes.

Ben-Menahem et Singh (1980) ont dérivé une expression analytique simple pour le facteur de finitude F_m, dans le cas, d'une propagation de la rupture unidirectionnelle, d'une dislocation uniforme et d'une rupture à vitesse constante :

$$F_m = \frac{\sin X_m}{X_m} e^{-iX_m}, \quad \text{où} \quad X_m = \frac{L}{2V_r} \left(\omega_m + m \frac{V_r \sin \hat{\phi}}{r_0 \sin \theta_0} \right) \tag{43}$$

où r_0 est le rayon de la Terre, θ_0 la colatitude de l'épicentre, $\hat{\phi}$ l'azimut de la faille, et V_r la vitesse de rupture. Le premier terme de l'expression de X_m dépend de la durée de la source et pratiquement pas de m car ω_m varie peu avec m dans un multiplet. Le deuxième terme dépend de la longueur de la source L et est linéairement dépendant de m. X_m peut s'écrire sous la forme :

$$X_m = aT_r + bL \tag{44}$$

où a et b sont des facteurs, T_r est la durée de la rupture et L est la longueur de la rupture. La phase X_m est donc la somme d'une contribution provenant de la durée de la source et d'une contribution venant de la longueur de la rupture. On peut donc déterminer de façon indépendante la durée et la longueur de la source, et en conséquence obtenir une vitesse moyenne de la rupture. En effet, pour $m = 0$, la phase contient des informations uniquement sur la durée de la rupture, et pour $m \neq 0$, la phase contient des informations à la fois sur la durée et la longueur de la rupture, mais si on considère les singlets par paires (soit $\pm m$), $X_m + X_{-m}$ contient des informations sur la durée de la source et $X_m - X_{-m}$ contient des informations sur la longueur de la rupture.
Cependant, l'équation (43) est une approximation car les variations latitudinales dans l'expression $\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star$ ont été négligées, et donc cette équation est seulement valable pour les modes radiaux ou pour les failles d'orientation purement EW. Cette expression approchée peut être biaisée significativement pour certains singlets ; un exemple remarquable est donné par ${}_0S_3$ $m = \pm 2$; dans ce cas les équations (42) et (43) donnent des valeurs très différentes (plus de 10° de différence pour les phases) pour une configuration de rupture similaire à celle du séisme de Sumatra. Par conséquent par la suite, tous les calculs sont effectués en considérant l'expression exacte (42), mais l'expression (43) est simple et permet de faciliter la compréhension et l'interprétation de la relation entre phases et longueur et durée de la rupture.

Cet effet sur la phase des modes propres n'est pas autre chose que l'expression à très longue période de la directivité des sources finies bien connue et étudiée avec les ondes de volume et les ondes de surface pour les grands séismes, comme un résultat de leur taille finie et de la vitesse de rupture. Un exemple extrême est donné par le séisme d'Alaska de 1964 (Kanamori, 1970).

9 Données et traitements des données

9.1 Données utilisées

Dans cette étude, on a utilisé des données de sismomètres large-bande (principalement des STS-1) de plusieurs réseaux sismologiques permanents (IRIS-GSN, Geoscope, IU, Berkeley et IC), mais aussi des données de gravimètres supraconducteurs du réseau GGP (Global Geodynamics Project, Crossley *et al.* (1999), http ://www.eas.slu.edu/GGP/ggphome.html). Pour les données des gravimètres supraconducteurs, la pression atmosphérique est utilisée pour corriger les données au travers d'une admittance de l'ordre de $-3\ nm/s^2/mbar$ (Crossley *et al.*, 1995). La figure 44 montre toutes les stations utilisées dans cette étude, la plupart des stations sont localisées aux moyennes latitudes dans les deux hémisphères, avec peu de stations autour de l'équateur et proches des pôles.

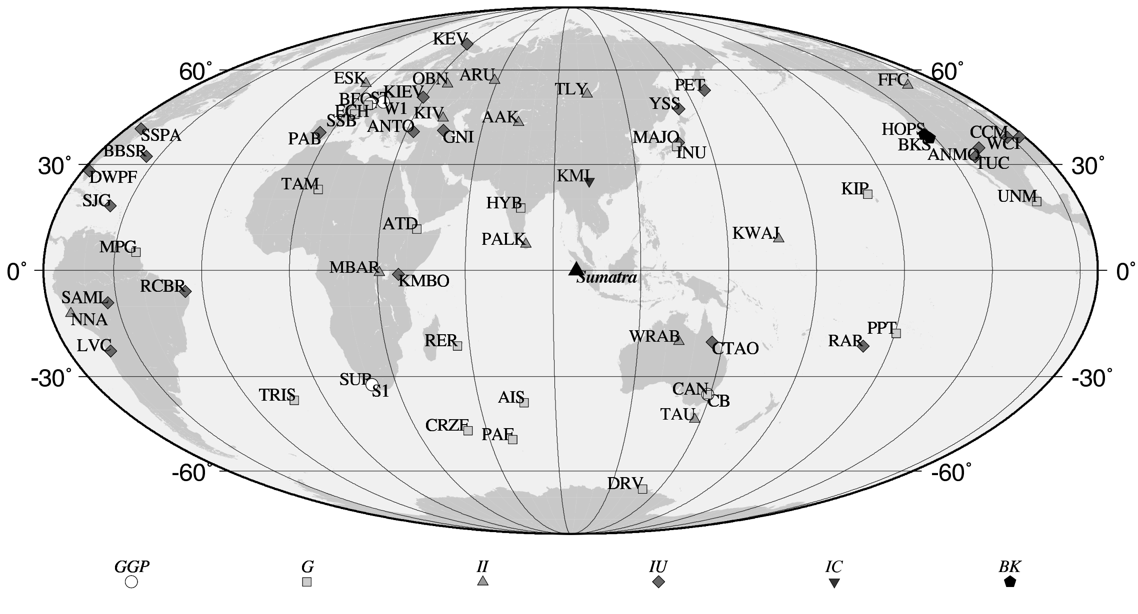


FIG. 44 – Carte des stations utilisées dans cette étude. Les différents symboles correspondent au différents réseaux sismologiques et gravimétrique auxquels appartiennent les stations. La localisation du séisme de Sumatra est indiquée par un triangle noir.

Les données sont filtrées avec un filtre passe-haut de fréquence de coupure 4h pour enlever l'effet des marées terrestres ; ce filtrage n'a pas d'influence sur le spectre des modes propres considérés ici. On applique aux données une fenêtre de Hanning et on calcule la transformée de Fourier pour obtenir le spectre pour chaque station et chaque multiplet considéré. Le signe des phases obtenues dépend de la convention utilisée. On considère la convention suivante pour la transformée de Fourier :

$$F(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, t) e^{-i\omega t} \, dt \tag{45}$$

Les données sont converties en accélération et la réponse instrumentale est prise en compte ; une procédure qui est particulièrement simple dans le cas des gravimètres supraconducteurs car les gravimètres donnent directement l'accélération (réponse plate en accélération) et il suffit d'appliquer une simple correction de phase et de multiplier par une constante. Aux fréquences considérées, pour les sismomètres STS-1, la réponse en accélération est linéaire avec la fréquence.
On applique une fenêtre d'apodisation pour minimiser le "spectral leakage" ; le choix de la fenêtre utilisée est un compromis entre efficacité à réduire l'effet des lobes secondaires introduits par la fenêtre, avoir des pics les plus étroits possibles pour conserver une bonne résolution en fréquence, et ne pas trop réduire l'énergie du signal. Dans cette étude, on utilise la fenêtre de Hanning qui est un bon compromis. Harris (1978) est une bonne revue des fenêtres en usage.
La figure 45 montre un exemple de spectres pour les modes propres les plus graves observés avec le sismomètre STS-1 vertical à la station d'Obnisk (OBN, Russie), et avec le gravimètre supraconducteur à la station J9 du réseau GGP (Strasbourg, France) ; pour chaque station, le panneau supérieur représente le spectre entre 0.2 mHz et 1 mHz, et les 3 panneaux inférieurs sont un zoom sur quelques-uns des modes les plus graves (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, et ${}_0S_4$ et ${}_1S_2$). L'éclatement des singlets est clairement visible pour ${}_0S_2$ et ${}_0S_3$; et quand la fréquence augmente, les singlets deviennent plus proches et sont de moins en moins facilement résolus (c'est le cas par exemple ${}_0S_4$). Cet exemple montre bien la nécessité de longues séries temporelles pour la séparation des différents singlets d'un même multiplet, et que la séparation des singlets est de plus en plus difficile au fur et à mesure que la fréquence augmente.

Pour les sismomètres, les composantes horizontales sont souvent plus bruitées à longues périodes que les verticales, principalement à cause des perturbations atmosphériques. Dans cette étude, on n'a considéré les composantes horizontales que pour le séisme de Sumatra 2004 et non pas pour le séisme de Nias 2005, car les composantes horizontales ont un rapport signal sur bruit trop faible pour cet évènement.

La figure 46 montrent deux exemples de spectres horizontaux : la composante EW de la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne) et de la station MAJO (Matsushiro, Japon) pour le séisme de Sumatra. Le niveau de bruit est clairement plus élevé pour ces composantes que pour les verticales (figure 45 pour comparaison). Ces composantes horizontales sont plus bruitées que les composantes verticales, dû au fait qu'en plus de l'accélération, les composantes horizontales sont aussi sensibles au tilt du sol. En particulier, ces composantes sont sensibles aux variations latérales de la pression atmosphérique

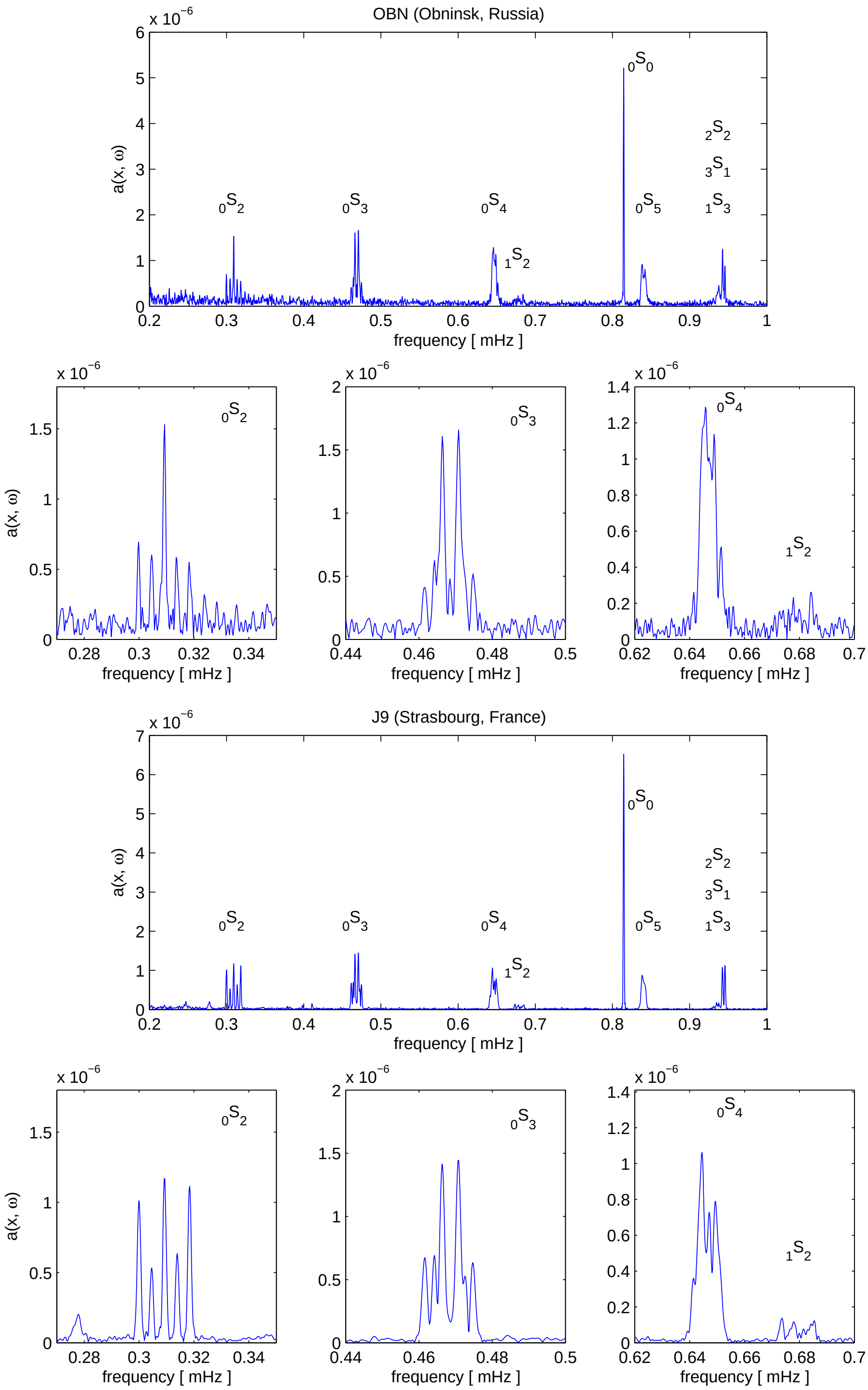


FIG. 45 – Exemples de spectres pour les modes les plus graves obtenus pour un sismomètre vertical à la station d'Obnisk (OBN, Russie) et pour un gravimètre supraconducteur à la station J9 (Strasbourg, France). Pour chaque station, le panneau supérieur représente le spectre en accélération entre 0.2 et 1 mHz, et les 3 panneaux inférieurs sont respectivement des zooms de $_0S_2$, $_0S_3$ et $_0S_4$ et $_1S_2$. La longueur des séries temporelles est de 20 jours. Pour le gravimètre supraconducteur, les données sont corrigées des perturbations de la pression atmosphérique à l'aide d'une admittance de $-3nm/s^2/mbar$. L'éclatement des multiplets est particulièrement observable pour $_0S_2$ et $_0S_3$. Les unités sont des m/s^2∗s.

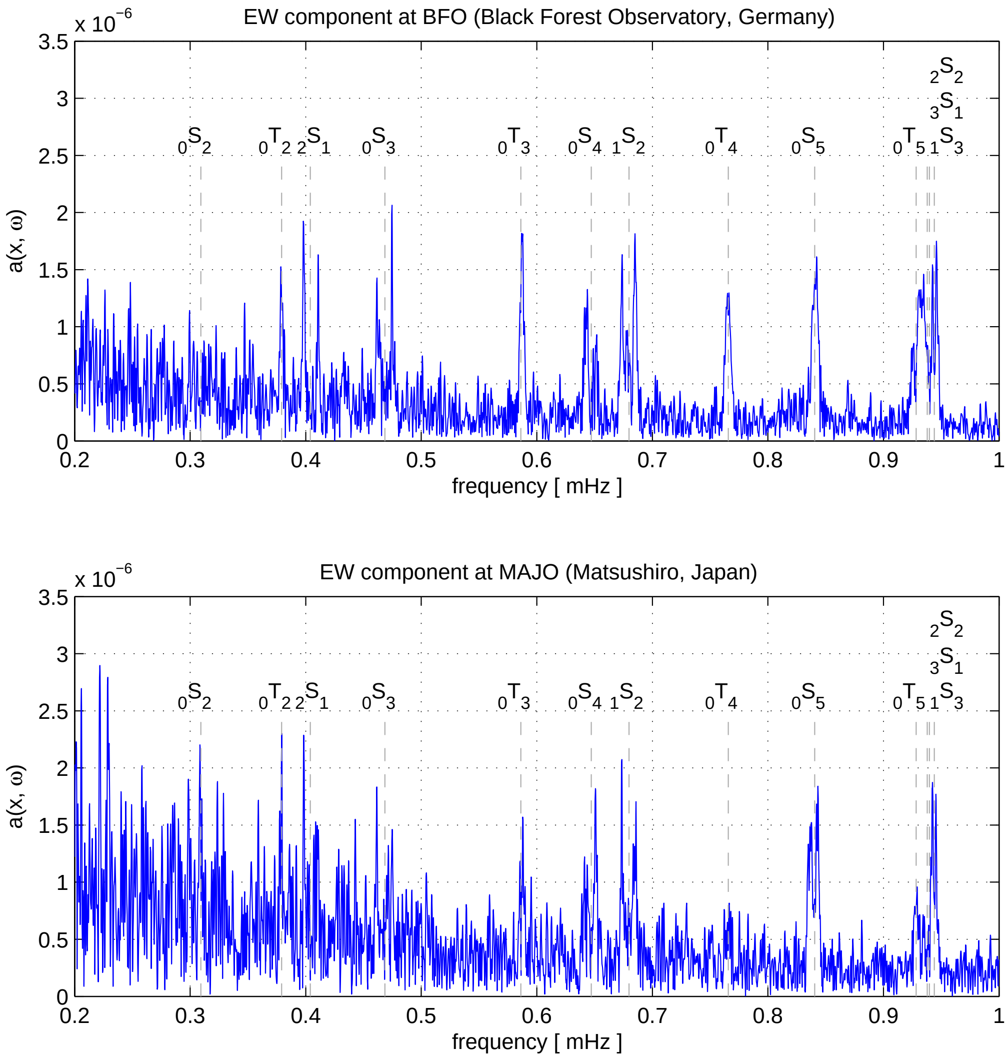


Fig. 46 – Exemples de spectres horizontaux : la composante EW de la station BFO (black Forest Observatory, Allemagne) (panneau supérieur) et de la station MAJO (Matsushiro, Japon) (panneau supérieur) pour le séisme de Sumatra. La longueur des séries temporelles est de 15 jours. Les unités sont des m/s^2∗s.

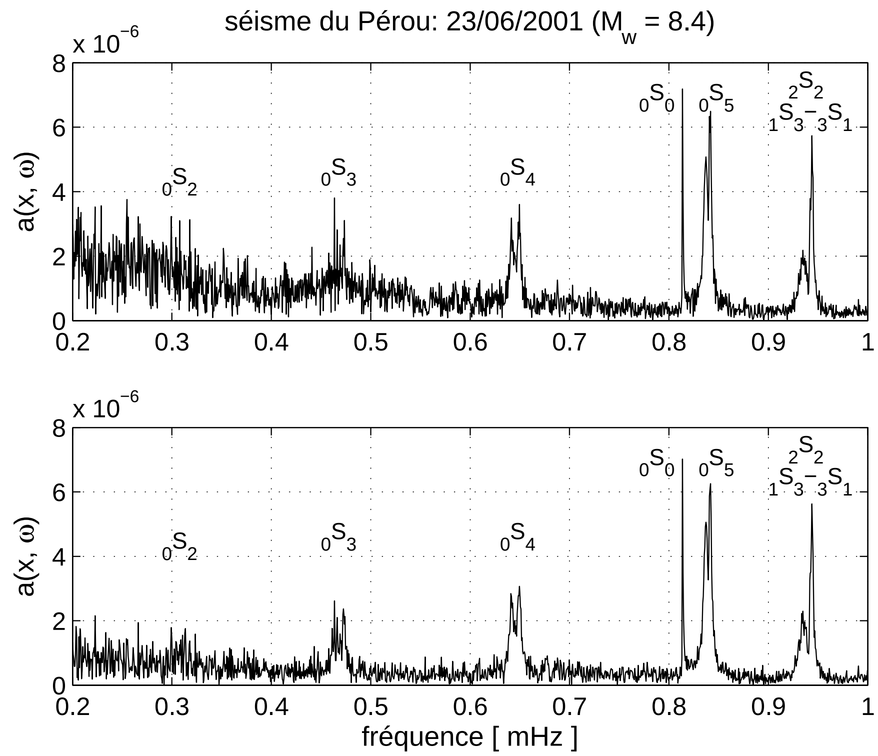


FIG. 47 – Spectre des modes propres les plus graves de la Terre ($f \leq 1mHz$) pour le séisme du Pérou du 23 juin 2001 de magnitude $M_w = 8.4$ à la station BFO (composante verticale). *Haut* : spectre sans correction de pression, *bas* : spectre avec correction de pression (admittance $= -3nm/s/hPa$). La longueur de la série temporelle utilisée pour calculer le spectre est de 18 jours. Les unités sont des m/s^2∗s.

(gradients horizontaux). Les corrections de la pression atmosphérique peuvent être facilement effectuées en utilisant une admittance pour les composantes verticales ; cependant, faire de telles corrections sur les composantes horizontales nécessiterait des mesures de pression tout autour de la station pour pouvoir calculer des gradients (e.g Lambotte *et al.*, 2006b; Zürn et Neumann, 2002; Zürn *et al.*, 2007). Une simple admittance pour la correction de la pression sur les composantes horizontales peut, dans certains cas, permettre une réduction du niveau de bruit, comme on l'a vu dans la première partie sur les effets de cavité sur les données de marées terrestres.

Par conséquent, les composantes horizontales sont utilisées seulement pour le séisme de Sumatra de 2004 et seulement pour obtenir les phases de $_1S_2$, tous les autres résultats proviennent des composantes verticales des sismomètres et des gravimètres.

La figure 47 montre l'effet de la correction de pression pour la composante verticale du STS-1 de la station BFO pour le séisme du Pérou du 23 juin 2001 de magnitude $M_w = 8.4$. Dans ce cas, la correction de pression permet de voir correctement le mode $_0S_3$ dans le spectre et de deviner le mode ${}_0S_2$. Une correction de pression est appliquée à l'aide d'une simple admittance pour les gravimètres supraconducteurs pour lesquelles les données de pression sont systématiquement disponibles, et pour les quelques stations où les données de pression atmosphériques sont disponibles, afin de réduire le niveau de bruit au maximum quand c'est possible.

Les données pour tous les gravimètres et quelques sismomètres sont saturées au début du séisme. Par conséquent, dans l'étude suivante, pour tous les multiplets, on utilise la même fenêtre temporelle commençant 2 heures après le temps de nucléation du séisme, évitant ainsi tout problème lié à la saturation éventuelle des instruments. Toutes les phases mesurées par la suite sont corrigées de la phase introduite par ce délai ; ainsi toutes les phases estimées dans cette étude ont comme temps de référence, le temps de nucléation (PDE) du séisme, soit le 26/12/2004, 00 :58 :50.0 TU.

9.2 Choix de la longueur des séries temporelles et "Q-cycle"

La notion de "Q-cycle" a été définie par Dahlen (1982). Un "Q-cycle" est défini comme le temps $t = \pi/\gamma$ (avec $\gamma = \omega/(2Q)$) nécessaire pour l'amplitude du signal de décroître d'un facteur $\exp(-\pi)$. Le tableau suivant présente le "Q-cycle" pour différents modes propres utilisés dans cette étude.

Mode	fréquence [mHz]	facteur de qualité	"Q-cycle" [jours]
${}_0S_2$	0.30928	509.7	19.074
${}_0S_3$	0.46856	417.5	10.313
${}_0S_4$	0.64707	373.1	6.674
${}_0S_5$	0.84042	355.6	4.897
${}_1S_2$	0.67985	310.4	5.284
${}_0S_0$	0.81431	5319.1	75.602
${}_1S_0$	1.63134	1499.3	10.637
${}_2S_1$	0.40396	396.8	11.369
${}_0T_3$	0.58616	240.0	4.739
${}_0T_4$	0.76566	228.2	3.450
${}_0T_5$	0.92824	216.4	2.698

TAB. 6 – Estimation du "Q-cycle" pour différents modes propres (en jours). Les facteurs de qualité et les fréquences sont celles du modèle PREM (Dziewonski et Anderson (1981)).

Le choix de la longueur du signal analysé est un compromis entre résolution et rapport signal sur bruit. Ce problème a été largement discuté par Dahlen (1982). Pour avoir une résolution suffisante pour séparer les singlets d'un multiplet, il faut de longues séries temporelles ; cependant prendre de longues séries implique une diminution du rapport signal

sur bruit, car l'amplitude des oscillations libres diminue avec le temps. Dahlen (1982) a montré que, pour une fenêtre de Hanning, la longueur de signal optimal est de 1.1 Q-cycle pour l'estimation des facteurs de qualité et les fréquences, et de 0.5 Q-cycle pour l'estimation des amplitudes et des phases.
Une autre limitation dans le choix de la longueur du signal est la difficulté à trouver de longues séries de données continues.

Dans l'analyse suivante, on utilise deux méthodes pour obtenir les phases des singlets d'un certain nombre de multiplets : un ajustement non linéaire des spectres individuels des stations, et la méthode du "singlet stripping". Ces méthodes seront présentées plus loin ; cependant, la première méthode nécessite une séparation des singlets d'un multiplet dans les spectres individuels des stations, et donc elle nécessite une résolution en fréquence élevée. Pour cette méthode, on a choisi des longueurs de signal entre 15 et 20 jours pour les modes considérés pour permettre une séparation des différents singlets. Cette méthode nécessitant la séparation des singlets d'un multiplet, et donc se limite aux multiplets les plus graves. Pour avoir une meilleure estimation des paramètres de ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$ il faudrait de plus longues séries temporelles, car ils ont des facteurs de qualité élevés de respectivement environ 5000 et 1500 (voir la valeur des Q-cycles pour ces deux modes dans le tableau 6). Une longueur de signal de 20 jours correspond à un Q-cycle pour ${}_0S_2$, comme l'a défini Dahlen (1982). La deuxième méthode utilise les spectres de toutes les stations disponibles pour séparer les singlets d'un multiplet, et dans ce cas, on n'a plus besoin de séparer les singlets dans les spectres individuels, et donc on n'a pas besoin d'avoir une résolution en fréquence aussi élevée que pour la première méthode. Par conséquent, on a choisi d'utiliser comme longueur des séries temporelles le "Q-cycle". Et donc cette méthode permet à la fois d'utiliser plus de stations, car on a besoin de moins longues séries temporelles continues (ce qui est plus facile à trouver), et elle permet donc d'étudier des modes ayant des fréquences un peu plus élevées que dans la méthode précédente et notamment ${}_0S_4$.

9.3 Réponse d'un sismomètre idéal

Comme un sismomètre est un instrument inertiel, il n'enregistre pas seulement l'accélération du sol. Mais aussi tout ce qui est équivalent par le principe d'équivalence. Quand il y a mouvement du sol, le sismomètre se déplace dans le champ de gravité, il peut y avoir inclinaison de la surface du sol, et le mode d'oscillation lui-même perturbe le champ gravitationnel et donc modifie l'accélération enregistrée à la station. En terme d'accélération, la réponse d'un sismomètre vertical inertiel est de la forme (Gilbert, 1980; Wahr, 1981; Dahlen et Tromp, 1998) :

$$A_v = -\hat{\nu} \cdot (\partial_t^2 \mathbf{s} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \partial_t \mathbf{s} + \nabla \phi) + \mathbf{s} \cdot \nabla g_0 \tag{46}$$

où $\mathbf{s}$ est le déplacement du sol, $\hat{\nu}$ est le vecteur polarisation du sismomètre (vecteur unitaire dans la direction de sensibilité du capteur), ϕ est le potentiel gravitationnel perturbé, g_0 la gravité non perturbée, et Ω la vitesse angulaire de la Terre. Cette expression montre qu'en plus de l'accélération du sol $\partial_t^2\mathbf{s}$, l'instrument de polarisation verticale répond aussi à l'accélération de Coriolis $2\mathbf{\Omega}\times\partial_t\mathbf{s}$, à la perturbation du potentiel gravitationnel $\nabla\phi$ (due à la redistribution des masses dans la Terre liée au déplacement), et à la variation à l'air libre dans le champ de gravité $\mathbf{s}\cdot\nabla g_0$.
Celle d'un sismomètre horizontal est de la forme :

$$A_h = -\hat{\nu}\cdot(\partial_t^2\mathbf{s} + 2\mathbf{\Omega}\times\partial_t\mathbf{s} + \nabla\phi - \nabla(g_0\cdot\mathbf{s})) \tag{47}$$

Cette expression montre qu'en plus de l'accélération du sol $\partial_t^2\mathbf{s}$, l'instrument de polarisation horizontale répond aussi à l'accélération de Coriolis $2\mathbf{\Omega}\times\partial_t s$, à la perturbation du potentiel gravitationnel $\nabla\phi$, et au tilt de la surface du sol $\nabla(g_0\cdot\mathbf{s})$.
Pour tenir compte de ces différents effets, il suffit de remplacer les fonctions propres $\mathbf{s}_k$ (où k est l'indice du multiplet considéré) de la façon suivante (Gilbert, 1980; Dahlen et Tromp, 1998) :

$$\mathbf{s}_k \to \mathbf{s}_k - 2i\omega_k^{-1}\mathbf{\Omega}\times\mathbf{s}_k - \omega_k^{-2}(\nabla\phi - \hat{\nu}\mathbf{s}_k\cdot\nabla(\hat{\nu}\cdot g_0) - \hat{\nu}(\hat{\nu}-\hat{g}_0(\hat{\nu}\cdot g_0))\cdot\nabla(g_0\cdot\mathbf{s_k})) \tag{48}$$

Pour un mode propre de la Terre particulier, à la surface, la perturbation ϕ vérifie l'équation de Laplace :

$$\phi(r) = \phi(r_s)\left(\frac{r_s}{r}\right)^{l+1} \tag{49}$$

et

$$\frac{dg_0}{dr}(r_s) = -\frac{2g_0}{r_s} \tag{50}$$

L'accélération verticale peut donc s'écrire sous la forme :

$$A_v = \omega^2 s_r + \frac{l+1}{r_s}\phi(r_s) + s_r\frac{2g_0}{r_s} \tag{51}$$

où s_r est la composante radiale de $\mathbf{s}$.
Pour un mode sphéroïdal, le déplacement radial est donné par $\hat{r}\ {}_nU_l\ Y_l^m\ {}_nA_l$ où ${}_nA_l$ est un facteur d'excitation (lié à la contribution de la source), l'accélération enregistrée par le sismomètre est donc $\hat{r}\ {}_nC_lY_l^m\ {}_nA_l$ avec :

$${}_nC_l ={}_n \omega_l^2\ {}_nU_l(r_s) + \frac{2g_0(r_s)}{r_s}\ {}_nU_l(r_s) + \frac{l+1}{r_s}\ {}_n\phi_l(r_s) \tag{52}$$

Pour un mode sphéroïdal, le déplacement horizontal est proportionnel à ${}_nV_l\ \hat{\nu}\cdot\nabla_sY_l^m$, et donc l'accélération horizontale peut s'écrire :

$$A_h = \hat{\nu}\cdot({}_n\omega_l^2\ {}_nV_l(r_s) - \frac{1}{r_s}\ {}_n\phi_l - \frac{g_0(r_s)}{r_s}\ {}_nU_l(r_s))\ \nabla_sY_l^m \tag{53}$$

Et l'accélération enregistrée par le sismomètre est de la forme ${}_nD_l \nabla_s Y_l^m \; {}_nA_l$ avec :

$$ {}_nD_l =_n \omega_l^2 \; {}_nV_l(r_s) - \frac{g_0(r_s)}{r_s} \; {}_nU_l(r_s) - \frac{1}{r_s} \; {}_n\phi_l(r_s) \tag{54} $$

Et donc, la prise en compte de la contribution de ces différentes perturbations, peut se faire en remplaçant les fonctions propres radiales des modes sphéroïdaux U et V par :

$$ U_t = U + U_{free} + U_{pot} \quad et \quad V_t = V + V_{tilt} + V_{pot} \tag{55} $$

où $U_{free} = \frac{2g_0(r_s)}{r_s \; {}_n\omega_l^2} \; {}_nU_l(r_s)$ représente la contribution due au déplacement à l'air libre dans le champ de gravité, $U_{pot} = \frac{l+1}{r_s \; {}_n\omega_l^2} \; {}_n\phi_l(r_s)$ et $V_{pot} = -\frac{1}{r_s \; {}_n\omega_l^2} \; {}_n\phi_l(r_s)$ les contributions liées à la perturbation du champ gravitationnel par la redistribution de masses à l'intérieur de la Terre, et $V_{tilt} = -\frac{g_0(r_s)}{r_s \; {}_n\omega_l^2} \; {}_nU_l(r_s)$ la contribution du tilt du sol.
Les modes toroïdaux n'engendrent ni de déplacement vertical, ni de tilt, et ne perturbent pas le champ gravitationnel ; il n'y a donc pas de terme supplémentaire pour les modes toroïdaux.

La figure 48 représente l'importance de ces différentes contributions respectivement par rapport à U ou à V. Il peut être noté que ces perturbations sont importantes pour les modes les plus graves, la contribution totale pour U pour ${}_0S_2$ est de l'ordre de 20% et diminue assez rapidement, la contribution du tilt est importante même pour des modes intermédiaires (voir figure 48 (c)). Or comme on regarde dans cette étude les modes propres les plus graves, il est important de prendre en compte ces contributions dans le calcul des synthétiques pour comparaison avec les données.

10 Obtention de la phase des singlets

Comme on l'a déjà signalé précédemment, deux méthodes ont été utilisées pour déterminer la phase des singlets des différents multiplets étudiés : une première consistant en un ajustement non linéaire des spectres des multiplets pour obtenir les différents paramètres caractéristiques de chaque singlet, et une deuxième utilisant une méthode appelée le "singlet stripping" largement utilisée pour l'étude des structures 3D de la terre.

10.1 Ajustement non-linéaire des spectres

A partir des expressions (40) et (42), la transformée de Fourier de l'accélération du sol pour un multiplet peut aussi s'écrire sous la forme :

$$ a_q^{fs} = \sum_{m=-l}^{l} \frac{A_m e^{i\phi_m}}{2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))} \tag{56} $$

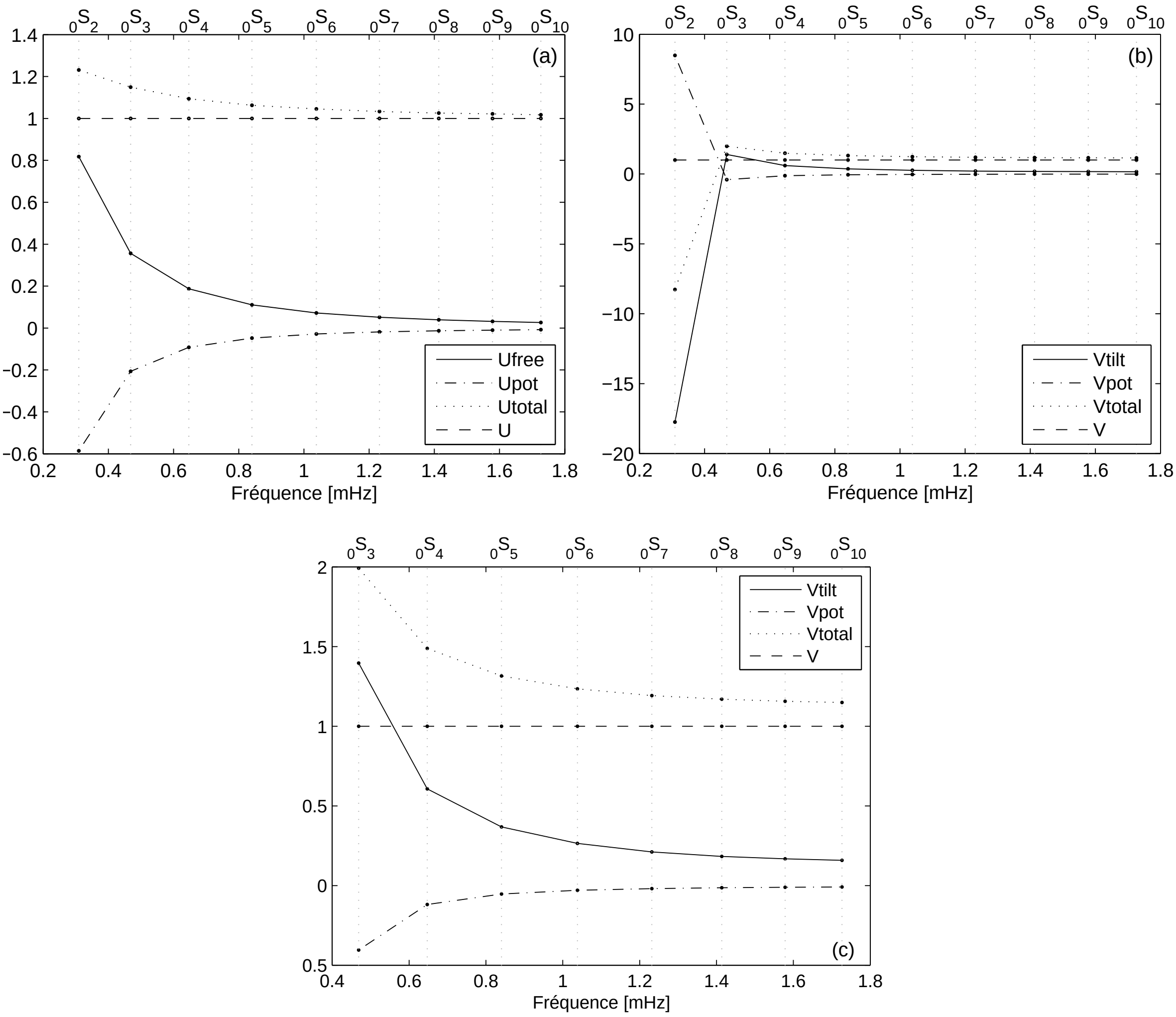


FIG. 48 – Amplitude relative des contributions inertielle, liée à la variation à l'air libre, du tilt et de la variation du potentiel gravitationnel pour les multiplets spheroïdaux fondamentaux pour l entre 2 et 10. La figure (a) correspond au cas d'une composante verticale, la figure (b) au cas d'une composante horizontale, et la figure (c) est un zoom de la figure (b) pour les multiplets ${}_0S_3$ à ${}_0S_{10}$.

où A_m et ϕ_m sont respectivement l'amplitude et la phase du singlet m.
Par conséquent, le spectre complexe de chaque singlet à chaque station est caractérisé par 4 paramètres : amplitude, phase, fréquence centrale et facteur de qualité. Pour décrire un multiplet d'ordre azimutal l, on a donc besoin de déterminer $8l + 4$ paramètres. On peut réduire le nombre de paramètres recherchés en considérant le fait que les fréquences et les facteurs de qualité sont indépendants de la station ; les phases et les amplitudes sont différentes pour chaque station. En considérant toutes les stations disponibles, on cherche donc à déterminer $2(2l + 1)(n_s + 1)$ paramètres (où n_s est le nombre de stations), par ajustement simultané des spectres de toutes les stations et de tous les singlets du multiplet considéré. On néglige l'interaction entre multiplets, c'est-à-dire que chaque multiplet est considéré comme isolé dans le spectre.
On a réalisé une première estimation des différents paramètres caractérisant un multiplet en utilisant un algorithme standard d'ajustement non linéaire (dit de Levenberg-Marquardt, Marquardt (1963)) pour ajuster le spectre observé (à la fois la partie réelle et la partie imaginaire) à chaque station ; en d'autres termes, on estime un jeu composé de A_m, ϕ_m, ω_m et $Q_m; m = -\ell \dots \ell$, par station. Pour cela, on considère une étroite bande de fréquence autour du multiplet. La fenêtre d'apodisation est prise en compte dans le processus d'ajustement, c'est-à-dire qu'au lieu d'ajuster les spectres par la transformée de Fourier de l'accélération d'un multiplet donnée par l'équation (42), on ajuste par une fonction étant la convolution entre la transformée de Fourier de l'accélération du multiplet et la transformée de Fourier de la fenêtre d'apodisation considérée. Une fois les paramètres obtenus pour chaque singlet et chaque station, on calcule une estimation préliminaire commune des fréquences et des facteurs de qualité en prenant la médiane des valeurs obtenues pour toutes les stations ; on les appellera par la suite $\bar{Q}_m$ et $\bar{\omega}_m$.
Pour avoir une meilleure estimation des fréquences et des facteurs de qualité, on réalise une recherche par grille. Pour chaque valeur de m, on réalise une recherche par grille sur les 2 paramètres ω_m et Q_m, en choisissant des gammes et des pas appropriés. Pour chaque point de la grille, on fixe ω_m et Q_m aux valeurs de la grille, et on réalise un ajustement des spectres pour retrouver les amplitudes et les phases, ω et Q étant fixés (à $\bar{\omega}_{-l}, \cdots, \bar{\omega}_{m-1}, \omega_m, \bar{\omega}_{m+1}, \dots, \bar{\omega}_l$ et un choix similaire pour Q). La qualité de chaque point de la grille est définie comme la moyenne quadratique de la différence entre les spectres observés et calculés évalués pour toutes les stations. On définit alors une nouvelle estimation de ω_m et Q_m comme étant le point de la grille ayant le meilleur ajustement. Après avoir répété cette procédure pour toutes les valeurs de m, un jeu complet pour les fréquences et les facteurs de qualité est disponible. Pour estimer les barres d'erreurs associées aux fréquences et aux facteurs, on estime la dispersion des fréquences obtenues à chaque station par rapport aux valeurs obtenues par le processus de recherche par grille.
Finalement, une fois que les fréquences et les facteurs de qualité sont estimés, on cherche $4l + 2$ paramètres pour chaque multiplet (c'est-à-dire une amplitude et une phase par

singlet) et pour chaque station. Pour obtenir ces paramètres, on fait un ajustement non-linéaire des spectres du multiplet considéré en fixant les fréquences et les facteurs de qualités aux valeurs estimées précédemment.

La figure 49 montre des exemples d'ajustement de spectres pour 4 stations (ARU (Arti, Russie), YSS (Yuzhno Sakhalinsk, Russie), KMBO (Kilima Mbogo, Kenya) et CB (Canberra, Australie, gravimètre supraconducteur)), et pour 2 modes ${}_0S_2$ et ${}_0S_3$. La courbe bleue correspond au spectre des données et la courbe rouge au spectre synthétique calculé à partir des résultats du processus d'ajustement ; le panneau du haut correspond au spectre en amplitude, le panneau central à sa partie réelle et le panneau inférieur à sa partie imaginaire. La petite ligne bleue dans le coin supérieur droit, représente la vraie résolution en fréquence avant padding des séries temporelles. Les spectres des données et ceux obtenus à partir des résultats du processus d'ajustement sont en très bon accord. L'amplitude relative des singlets d'un multiplet dépend du mécanisme au foyer de la source, de la localisation de la source et de la station ; tous les singlets ne sont pas également excités, introduisant des différences importantes dans le rapport signal sur bruit. Par exemple, pour la station KMBO, les singlets $m = \pm 1$ ne sont pratiquement pas excités, alors que les singlets $m = \pm 2$ et $m = 0$ sont très clairement au dessus du niveau de bruit. Dans l'étude suivante, on n'a considéré que les singlets ayant un rapport signal sur bruit d'au moins 3.

10.2 Méthode de "stripping" des singlets

Pour prendre en compte le fait que parmi les paramètres caractérisant un multiplet que l'on cherche à déterminer, les fréquences propres et les facteurs de qualité des différents singlets sont indépendants de la station, on utilise pour obtenir les phases une méthode largement utilisée par ceux qui étudient la structure 3D de la Terre à partir des oscillations libres de la Terre (par exemple Gilbert et Dziewonski, 1975; Ritzwoller *et al.*, 1986; Widmer, 1991; Widmer *et al.*, 1992a).

10.2.1 Méthode du stripping

La méthode du stripping permet de mettre en évidence les fonctions d'excitation (ou de résonance) de chaque singlet d'un même multiplet. Dans le domaine fréquentiel considérant les équations (40) et (42), la réponse en accélération d'un multiplet isolé pour une station p donnée peut s'écrire (Ritzwoller *et al.*, 1986; Dahlen et Tromp, 1998) :

$$a_p(x, \omega) = \sum_m R_{pm} \eta_m(\omega) \tag{57}$$

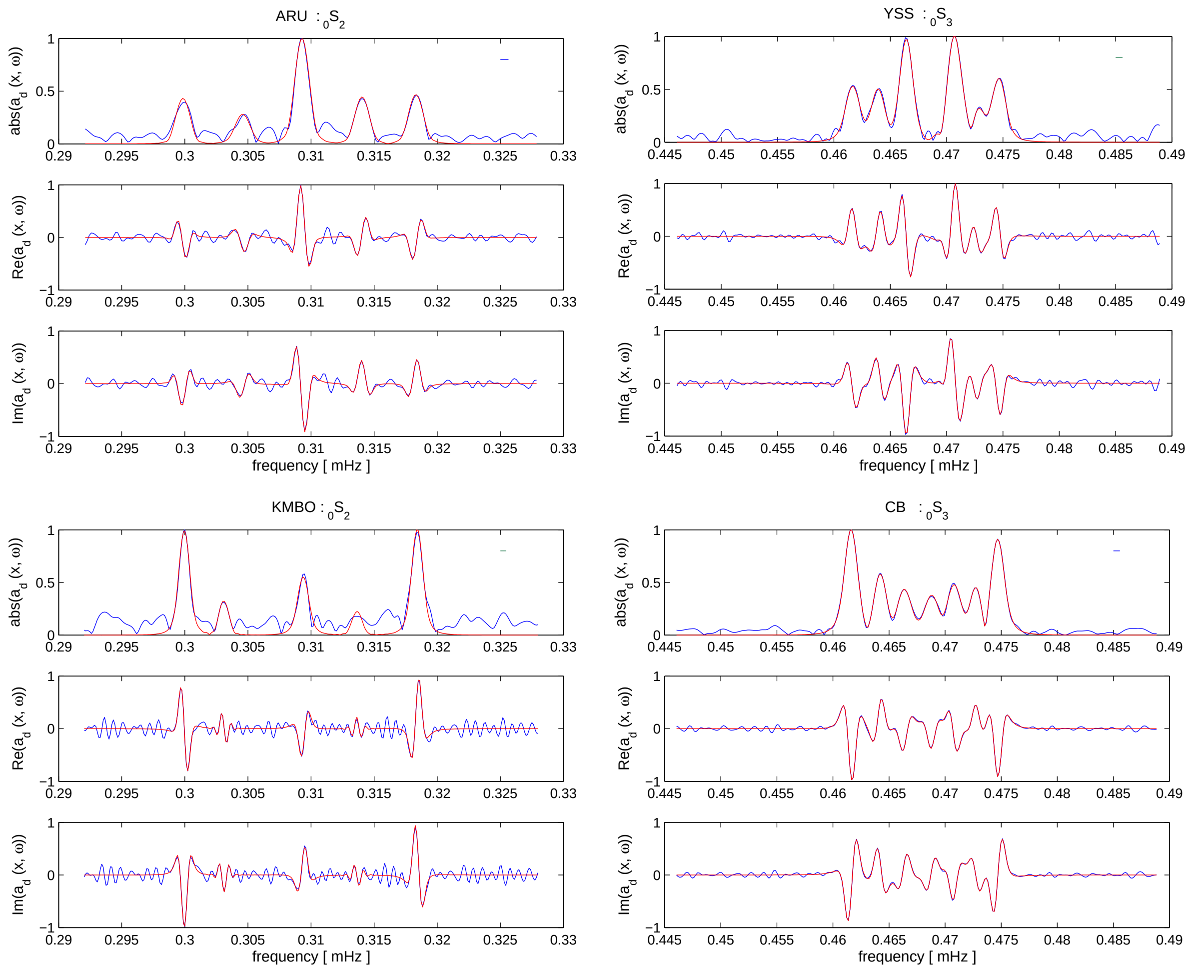


FIG. 49 – Exemples de résultats du processus d'ajustement pour 2 multiplets $_0S_2$ (colonne de de gauche) et $_0S_3$ (colonne de droite). Dans le cas de $_0S_2$, les données proviennent de sismomètres STS-1 verticaux à 2 stations : ARU (Arti, Russie), KMBO (Kilima Mbogo, Kenya) ; et dans le cas de $_0S_3$, elles proviennent d'un sismomètre STS-1 vertical et d'un gravimètre supraconducteur : YSS (Yuzhno Sakhalinsk, Russie), CB (Canberra, Australie). Dans chaque panneau, la courbe bleue correspond au spectre des données et la courbe rouge au spectre synthétique calculé à partir des résultats du processus d'ajustement ; le panneau du haut correspond au spectre en amplitude, le panneau central à sa partie réelle et le panneau inférieur à sa partie imaginaire. La petite ligne bleue dans le coin supérieur droit, correspond à la vraie résolution en fréquence avant padding des séries temporelles. Les amplitudes sont normalisées.

où $\eta_m = \frac{1}{2}[\gamma_0 + \delta\gamma_m + i(\omega - \omega_0 - \delta\omega_m)]^{-1}$ est la fonction d'excitation du singlet m, R_{pm} correspond à l'amplitude complexe de chaque singlet.
Considérant un grand nombre de stations et/ou de séismes et une étroite bande de fréquences autour du multiplet étudié, on peut former l'équation matricielle suivante :

$$a(\omega) = R\eta(\omega) \tag{58}$$

où

$$a = \begin{pmatrix} \vdots \\ a_p \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \vdots \\ \eta_m \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad et \quad R = \begin{pmatrix} & \vdots & \\ \cdots & R_{pm} & \cdots \\ & \vdots & \end{pmatrix} \tag{59}$$

a_p sont les spectres complexes observés pour les différentes stations et éventuellement pour les différents séismes, et R_{pm} sont les amplitudes spectrales théoriques. Les fonctions d'excitation des singlets η_m sont déterminées par une inversion du système précédent. Les fréquences, les facteurs de qualité et les amplitudes complexes de chaque singlet sont ensuite estimés en effectuant un ajustement non linéaire de ces fonctions η_m.
Pour résoudre ce problème inverse surdéterminé, on a utilisé l'approche de Tarantola (1987) sans a priori sur le modèle de départ, qui permet de prendre en compte les incertitudes sur les données :

$$\eta(\omega) = (\mathbf{R}^t\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{R})^{-1}\mathbf{R}^t\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{a}(\omega) \tag{60}$$

Le rôle de la matrice $\mathbf{C}_d$ est de pondérer les données en fonction de leur qualité estimée à partir du niveau de bruit autour du multiplet considéré à chaque station. On construit un matrice diagonale en utilisant la fonction de poids définie par Ritzwoller *et al.* (1986) :

$$w_p = \frac{(1 - \bar{a}_p/a_{max})}{\bar{a}_p} \tag{61}$$

où $\bar{a}_p$ et a_{max} sont les valeurs moyennes et maximales du spectre en amplitude dans une étroite bande de fréquence de part et d'autre du multiplet considéré à la station p.
Pour que cette méthode soit efficace, il faut une bonne couverture spatiale pour les stations, et appliquer un poids à chaque spectre en fonction du rapport signal sur bruit.

10.2.2 Application de la méthode à notre étude

Cette méthode a été largement utilisée pour la détermination des hétérogénéités latérales de la Terre (Gilbert et Dziewonski, 1975; Ritzwoller *et al.*, 1986; Widmer *et al.*, 1992a). Nous l'utilisons ici dans un autre but, celui de déterminer la cinématique au premier ordre de gros séismes ($M_W > 8$).

Dans le cas de l'étude des structures 3D, le "strip" (qui correspond à la fonction $\eta_m(\omega)$) n'est pas supposé contenir des informations sur la source, car la source est supposée bien prise en compte et elle est considérée dans les synthétiques ; dans notre cas, les "strip" comprennent à la fois les informations sur la source et sur la structure 3D, mais comme les modes les plus graves ne sont pratiquement pas perturbés par les structures 3D, les strips contiennent essentiellement des informations sur la source. Dans notre cas, le spectre de l'accélération d'un multiplet isolé peut s'écrire (voir équation (42)) :

$$a_q^{fs}(\mathbf{x},\omega) = \sum_m a_{qm}^{fs}(\mathbf{x},\omega) = \sum_m \frac{(\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star(\mathbf{x}_{ps}))\, \mathbf{s}_m(\mathbf{x})}{2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))} F_m = \sum_{m=-l}^{m=l} a_{qm}^{ps}(\mathbf{x},\omega) F_m \tag{62}$$

La matrice R dans notre cas contient les amplitudes complexes pour une source ponctuelle, en négligeant les effets de la structure 3D, c'est-à-dire $\delta\gamma_m = \delta\omega_m = 0)$; les fonctions d'excitation sont alors de la forme :

$$\eta'_m(\omega) = \frac{F_m}{2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))} \tag{63}$$

Une fois les fonctions d'excitation obtenues pour chaque singlet, on fait un ajustement non-linéaire de ces fonctions pour extraire la phase et l'amplitude du facteur de finitude F_m de la source, la fréquence et le facteur de qualité des différents singlets. L'ajustement non-linéaire se fait simultanément pour tous les singlets d'un même multiplet ; une différence importante par rapport à la méthode précédente est que, dans ce cas, on obtient une seule phase et une seule amplitude par singlet de chaque multiplet et non pas une phase par singlet et par station.

Les figures 50 et 51 présentent respectivement les spectres des données pour 3 multiplets (${}_0S_2$, ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$) et les strips des singlets obtenus à partir de ces séries de spectres pour le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004. Pour ce séisme, les strips des singlets sont très bien retrouvés, et on a un pic clairement défini pour chaque singlet.

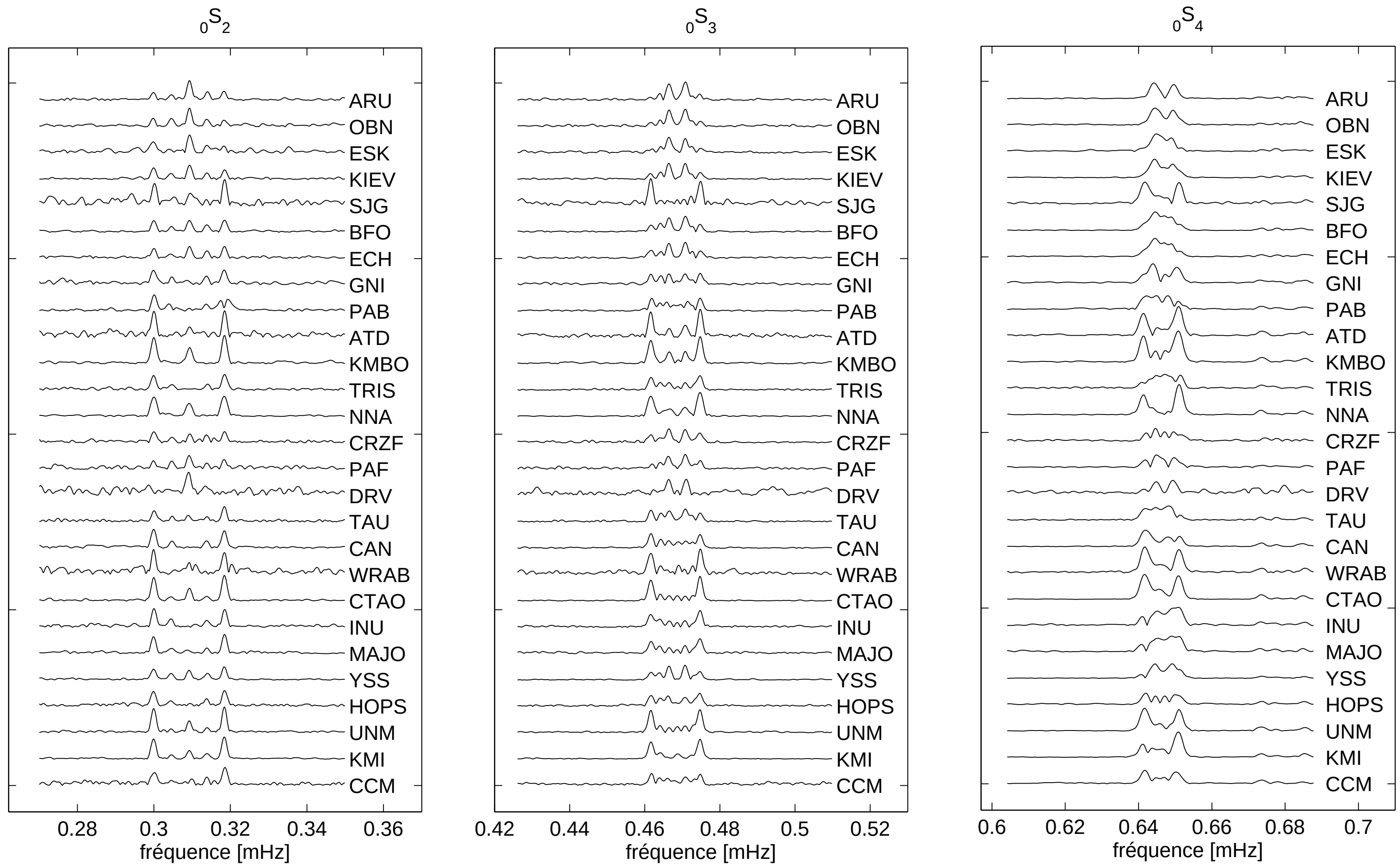


FIG. 50 – Exemples de spectres pour 3 multiplets (de gauche à droite $_0S_2$, $_0S_3$ et $_0S_4$) pour le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004. L'intervalle vertical entre 2 spectres successifs correspond à $1.5{\times}10^{-5}$ m/s^2*s.

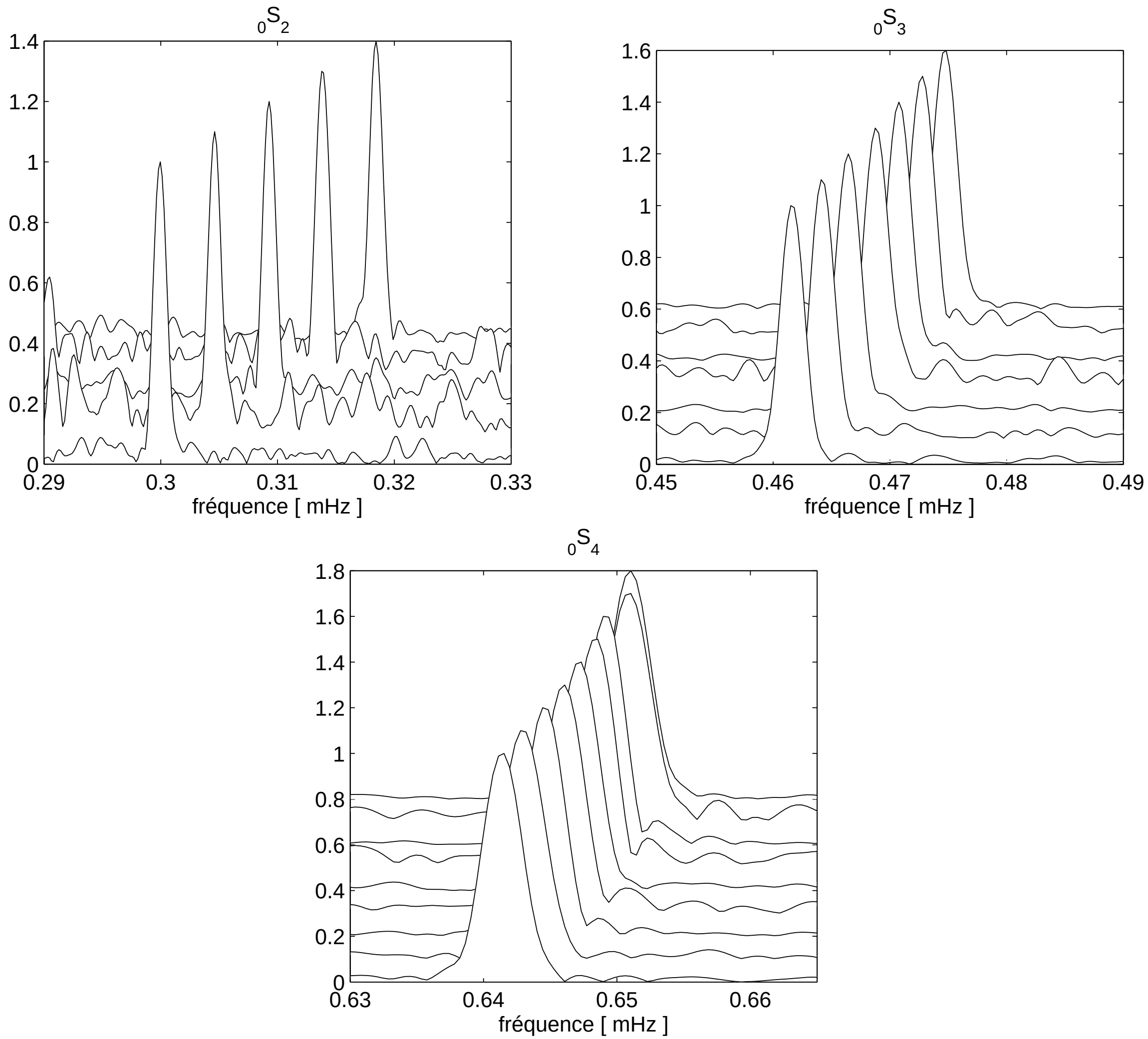


FIG. 51 – Strips des singlets (fonction η_m dans l'équation 63) des 3 multiplets $_0S_2$, $_0S_3$ et $_0S_4$, dont les spectres sont représentés dans la figure 50. Les amplitudes des singlets sont normalisés à un, et les singlets sont rangés en ordre azimutal ascendant de telle façon que le singlet m=-2 (ou respectivement m=-3, m=-4) se trouve sur le devant de la figure.

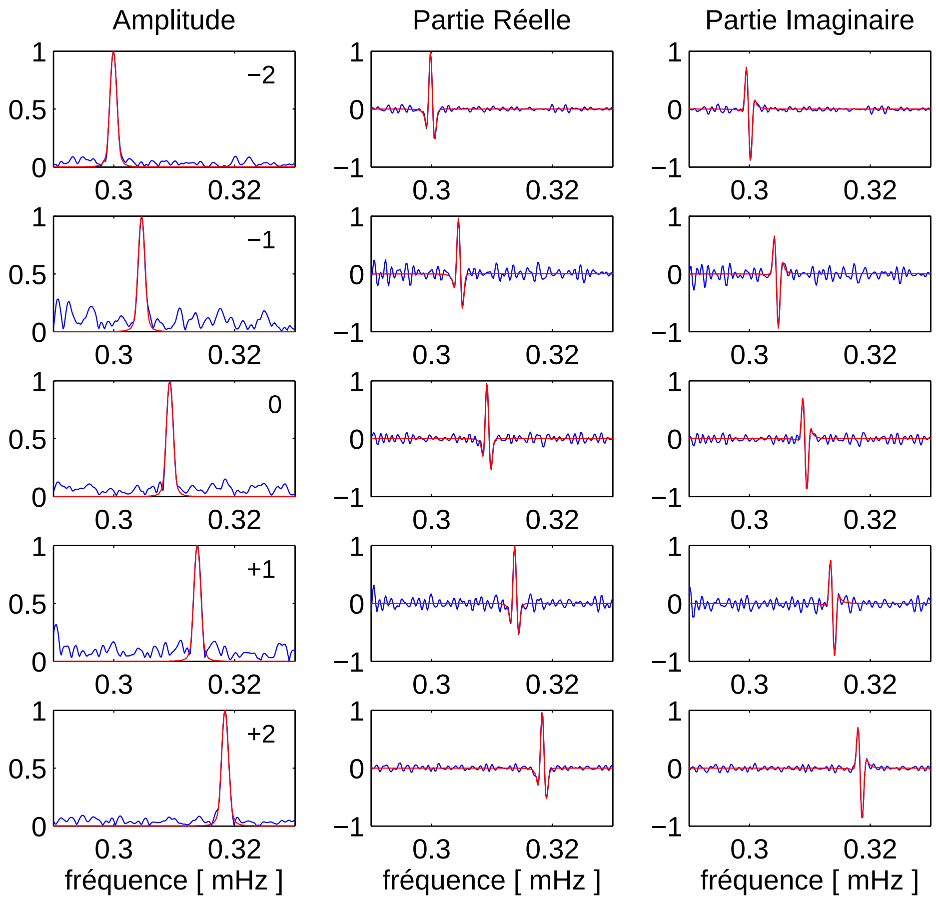


FIG. 52 – Strips des singlets du multiplet ${}_0S_2$ pour le séisme de Sumatra 2004 en terme d'amplitude (*gauche*), partie réelle (*centre*) et partie imaginaire (*droite*). Les strips des données sont en bleu, et le résultat obtenu par le processus d'ajustement en rouge. Les degrés harmoniques des singlets sont indiqués dans le coin droit de chaque panneau de la colonne comportant les amplitudes. Les amplitudes sont normalisées à un pour chaque singlet.

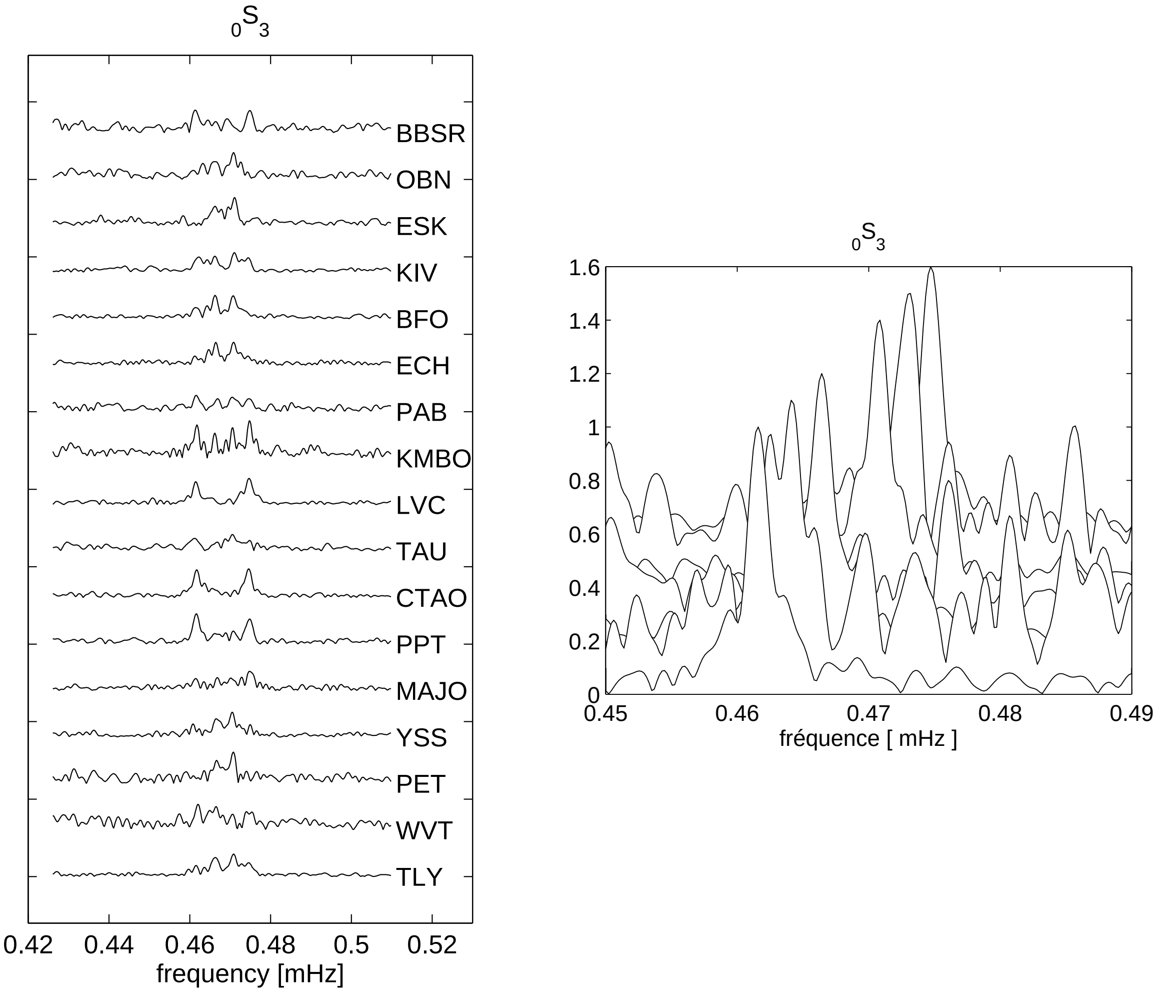


Fig. 53 – Exemple de spectres pour le multiplet $_0S_3$ pour le séisme de Nias du 28 mars 2005, et les amplitudes des strips des singlets de ce multiplet. Les amplitudes des strips des singlets sont normalisés à un, et les singlets sont rangés en ordre azimutal ascendant m de telle façon que le singlet m=-3 se trouve sur le devant de la figure. La séparation entre 2 spectres est de 0.6×10^{-5}m/s^2*s.

11 Phases initiales et extension spatio-temporelle de la source

Les phases obtenues à partir du processus d'ajustement ou de la méthode du stripping décrits dans la section précédente contiennent des informations sur la cinématique de la source. Dans cette section, on montre comment la longueur et la durée de la rupture peuvent être déduites des phases des singlets d'un multiplet.

11.1 Définition de la phase initiale

Pour l'estimation des phases, il est nécessaire de considérer un temps de référence ; on a choisi de considérer le temps de nucléation de la rupture comme temps de référence, car c'est un paramètre robuste évalué à partir des temps d'arrivée des ondes de volume.

On définit la "*phase initiale*" comme suit :

$$\Phi_{initiale} = \phi_{mes} - \phi_{ref} \tag{64}$$

où ϕ_{mes} est la phase obtenue à partir des données par l'un des processus décrits dans la section précédente et ϕ_{ref} est la phase calculée en utilisant le mécanisme de la source ponctuelle et instantanée de référence (on utilise comme référence le mécanisme CMT de Harvard (Centroid Moment Tensor, http ://www.globalcmt.org/CMTsearch.html). L'avantage d'une telle définition est que la *phase initiale* $\Phi_{initiale}$ est indépendante de la station et dépend seulement de la cinématique de la source. On compare ces phases initiales avec les prédictions obtenues à partir de l'expression de F_m dans (42) pour déterminer la longueur et la durée de la rupture. Pour les calculs théoriques, on a utilisé le modèle PREM (Dziewonski et Anderson, 1981), et on a pris en compte la rotation de la Terre et l'ellipticité mais pas les hétérogénéités latérales, car les modes considérés sont faiblement affectés par les hétérogénéités. Les fonctions propres et les fréquences propres dégénérées sont calculées en utilisant le code MINOS (Woodhouse, 1988), et les fréquences éclatées sont calculées en utilisant les expressions de Dahlen et Sailor (1979). Dans le calcul des synthétiques, tous les termes jusqu'au second ordre en rotation et au premier ordre en ellipticité sont inclus. Chaque multiplet est traité comme s'il était bien isolé dans le domaine fréquentiel. On calcule les amplitudes et les phases (Dahlen et Tromp, 1998; Stein et Geller, 1977) pour un point source instantané en utilisant le mécanisme de Harvard (CMT) comme référence (voir a^m_{ps} dans les équations (40), (42), et (43)).

11.2 Inversion de la source

Une fois les facteurs de finitude F_m obtenus (phases et amplitudes), on les utilise pour contraindre la cinématique globale de la source. L'expression de F_m donnée par l'équation (42) peut être utilisée pour construire un problème inverse dont les phases sont les données et les paramètres de la source (en particulier longueur L et durée T) sont les inconnues. Pour résoudre ce problème, on réalise une recherche par grille en calculant F_m pour une large gamme de longueur et durée de rupture pour trouver la solution optimale, qui minimise la fonction d'ajustement G suivante :

$$G = \frac{1}{\sum_{k,m} w_{km}} \sum_{k,m} |\phi_{km}^{obs} - \phi_{km}^{cal}| w_{km} \tag{65}$$

où k est l'index du multiplet, ϕ_{km}^{obs} et ϕ_{km}^{cal} sont respectivement les phases observées et calculées du facteur de finitude F_m et w_{km} sont des poids pour prendre en compte la qualité des mesures de phase pour chaque singlet.

Pour le séisme de Sumatra, on a considéré une rupture unilatérale avec une vitesse de rupture constante (inconnue) V_r ; dans ce cas, dans l'expression de F_m, l'histoire temporelle de la rupture s'écrit : $\tau(\xi) = \xi T/L$, où T est la durée de la rupture et L sa longueur (voir l'équation (42).
Pour le séisme de Sumatra, on a réalisé deux inversions différentes : la première en utilisant une dislocation uniforme tout le long de la rupture, et la deuxième en autorisant une variation de la dislocation le long de la rupture, on a considéré dans ce cas une augmentation linéaire de la dislocation jusqu'à un maximum, puis un retour à zéro (fenêtre spatiale triangulaire dont le sommet est positionné à différents endroits le long de la faille). Dans ce cas, on introduit dans la recherche par grille un troisième paramètre qui est la position du sommet de la fenêtre le long de la faille. Ce fenêtrage spatial est introduit pour une meilleure représentation de la complexité de la distribution du glissement le long de la faille obtenue par d'autres études (par exemple Ammon *et al.*, 2005).

Pour la première méthode (ajustement non-linéaire des spectres), cette détermination des paramètres de la source a été effectuée indépendamment pour chacun des multiplets étudiés (ou paires de singlets considérés). Dans ce cas, on trouve des résultats légèrement différents pour les différentes paires de singlets considérés, ce qui traduit une complexité non prise en compte par les modèles simples considérés dans cette étude. Pour la deuxième méthode (méthode du stripping), les phases de tous les singlets étudiés ont été utilisées simultanément dans une seule inversion pour déterminer les paramètres de la cinématique de la source. Pour l'inversion dans le cas d'une variation de la dislocation le long de la rupture (fenêtrage spatial triangulaire), seules les phases obtenues par la deuxième méthode ont été utilisées.

11.3 Résultats et discussions

11.3.1 Le séisme de Sumatra-Andaman du 26 décembre 2004

Les figures 54, 55, et 56 montrent les résultats des deux méthodes de déterminations des phases initiales. Sur chaque figure le panneau de gauche représente les phases initiales obtenues pour chaque station, et le panneau de droite est un histogramme des phases obtenues par la première méthode, le résultat de la deuxième méthode est indiqué par la ligne pointillée. Chaque figure, présente les phases par paires de singlets, les singlets de valeur $+m$ et $-m$ sont indiqués en rouge et en bleu respectivement. Les barres d'erreurs sont estimées à partir des barres d'erreur estimées pour les fréquences.

Comme on a supposé pour ce séisme une rupture unilatérale, les phases initiales des modes radiaux sont directement reliées à la durée de la rupture. L'hypothèse d'une rupture unilatérale est une bonne approximation pour ce séisme, pour lequel il n'y a pratiquement pas de glissement au Sud de l'épicentre, comme le montre la position des répliques par rapport à la position de l'épicentre sur la figure 37, et comme le montrent les différents modèles de distribution du glissement (par exemple Ammon *et al.*, 2005). Pour ${}_0S_0$ (Figure 54), la phase moyenne obtenue est -67.6° (-65.2°), ce qui correspond à une durée de rupture d'environ 460 s (445 s). Pour ${}_1S_0$ (Figure 54), la phase moyenne obtenue est -120.7° (-118.4°), ce qui correspond à une durée de rupture d'environ 411 s (403 s). Ces valeurs sont très similaires aux durées de rupture de 450 s et 394 s respectivement obtenues par Park *et al.* (2005b) pour ces mêmes modes. Le signe de ces phases est contrôlé par la convention de la transformée de Fourier utilisée, donnée par l'équation (45) pour cette étude.
Pour les autres multiplets ($m \neq 0$), on considère les phases initiales de chaque paire de singlets : $+m$ et $-m$. Comme on l'a vu dans la section 8.4.2, la longueur et la durée de la rupture peuvent être estimées à partir des phases d'une paire de singlets, si l'estimation de la latitude de l'épicentre et de l'azimut de la faille est connue. Dans la suite, on considère une latitude de 3°N et un azimut pour la faille de 330° (Lay *et al.*, 2005).
En principe, une station est suffisante pour estimer la durée et la longueur de la rupture. La figure 56 montre les phases obtenues pour ${}_0S_3$ $m = \pm 2$ qui sont respectivement de -24.7°pour $m = -2$ et -63.8° pour $m = +2$ (pour la première méthode), ce qui donne une estimation de 511 s pour la durée de la source et 1190 km pour la longueur de la rupture. Contrairement aux autres paires de singlets étudiées la phase du singlet avec $m > 0$ est plus petite que celle pour $m < 0$. Cette paire de singlets est un bon exemple de la limitation de l'approximation de Ben-Menahem et Singh (1980), (voir équation (43)).

Le tableau 7 résume les résultats obtenus pour les phases de quelques unes des oscil-

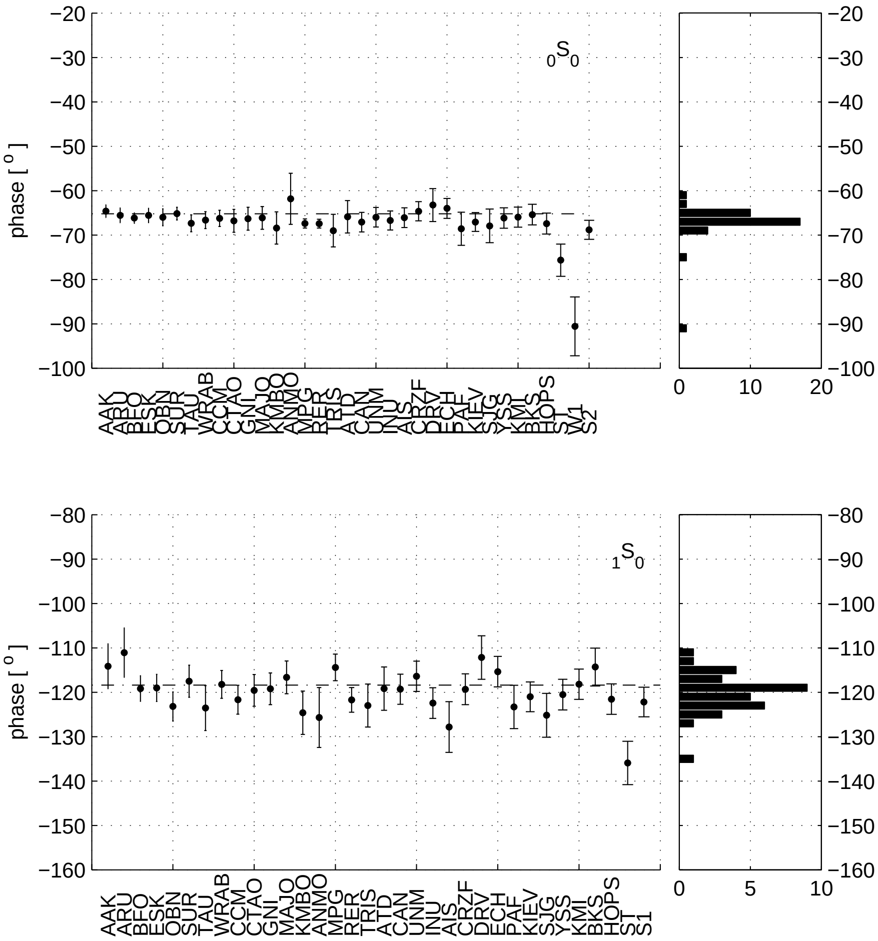


FIG. 54 – Phases initiales pour les deux modes radiaux $_0S_0$ et $_1S_0$ ($m = 0$) par rapport à un point source et par rapport au temps de référence (temps de nucléation (PDE, Preliminary Determination of Epicenter)) pour le séisme de Sumatra. Chaque point correspond à l'estimation par la première méthode pour une station. L'axe horizontal correspond au nom des stations considérées. Les diagrammes de droite montrent la distribution des phases initiales, et les lignes pointillées correspondent à la phase obtenue par la deuxième méthode (méthode du "singlet-stripping").

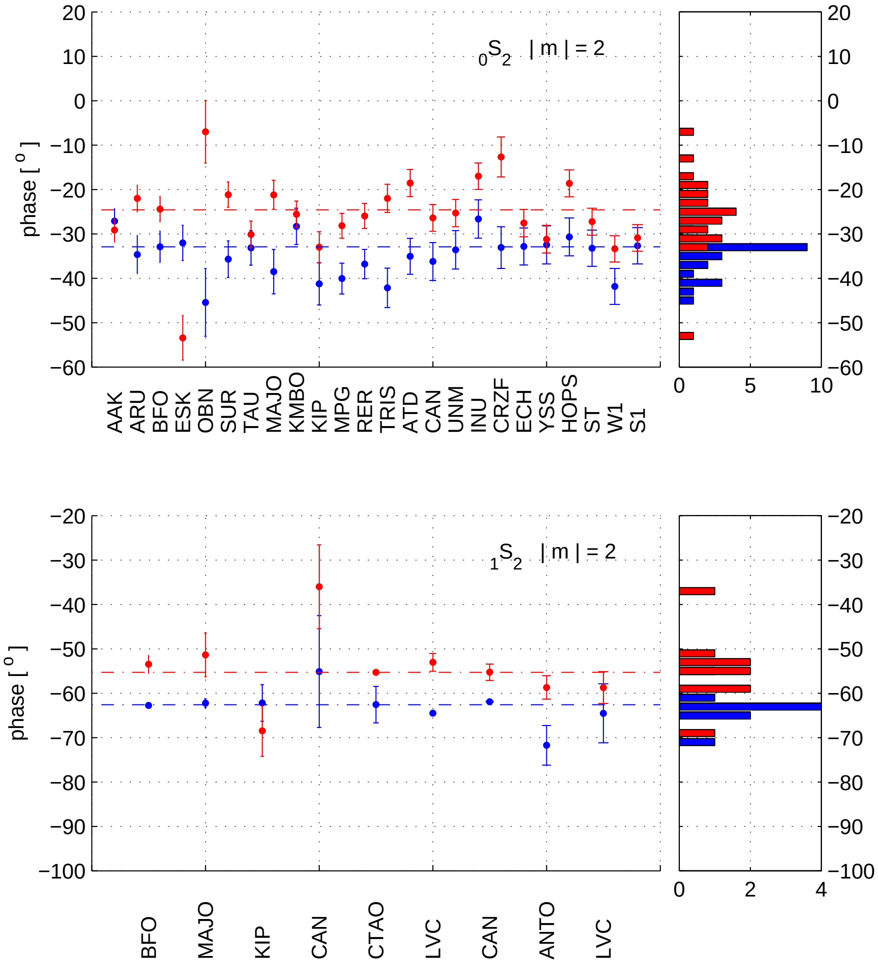


FIG. 55 – Phases initiales pour $_0S_2$ ($m = \pm 2$) et $_1S_2$ ($m = \pm 2$) par rapport à un point source et par rapport au temps de référence (temps de nucléation (PDE)) pour le séisme de Sumatra. Chaque point correspond à l'estimation par la première méthode pour une station. L'axe horizontal correspond au nom des stations considérées. Les diagrammes de droite montrent la distribution des phases initiales, et les lignes pointillées correspondent à la phase obtenue par la deuxième méthode (méthode du "singlet-stripping"). Les couleurs rouge et bleue correspondent respectivement à $m = +2$ et $m = -2$.

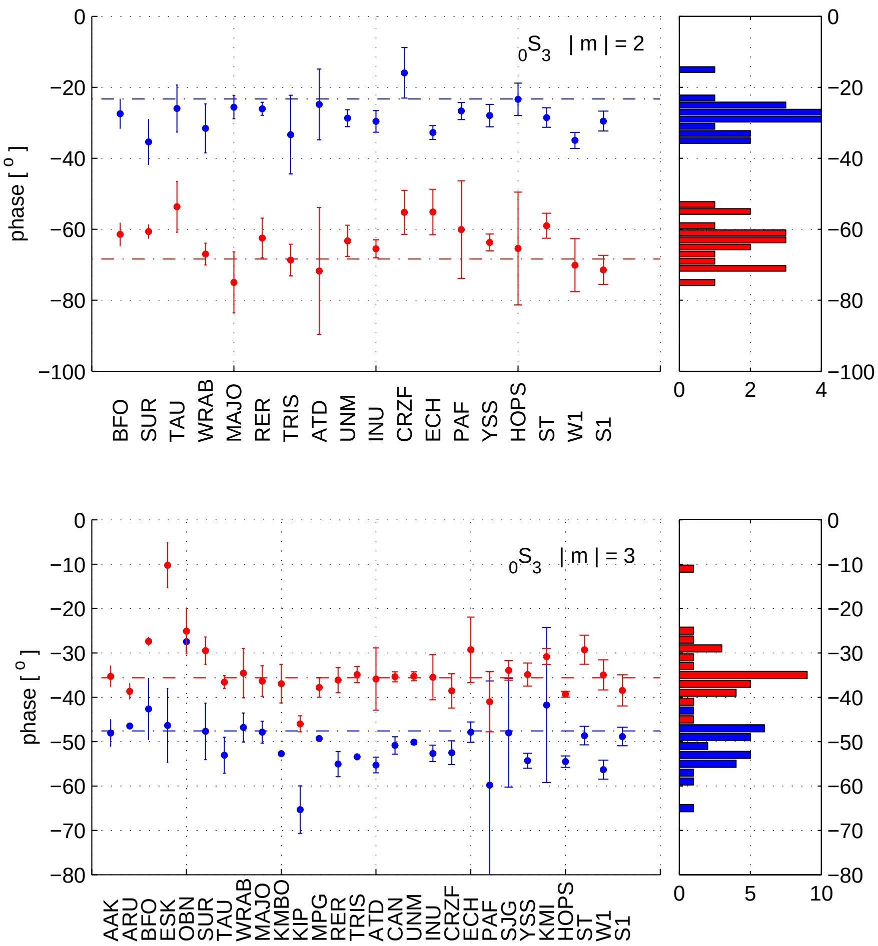


FIG. 56 – Phases initiales pour $_0S_3$ ($m = \pm 2$) et $_0S_3$ ($m = \pm 3$) par rapport à un point source et par rapport au temps de référence (temps de nucléation (PDE)) pour le séisme de Sumatra. Chaque point correspond à l'estimation par la première méthode pour une station. L'axe horizontal correspond au nom des stations considérées. Les diagrammes de droite montrent la distribution des phases initiales, et les lignes pointillées correspondent à la phase obtenue par la deuxième méthode (méthode du "singlet-stripping"). Les couleurs rouge et bleue correspondent respectivement à $m = +2$ (ou $m = +3$) et $m = -2$ (ou $m = -3$).

lations libres les plus graves de la Terre pour les 2 méthodes (ajustement spectral non linéaire individuel, et "singlet stripping"). Pour la première méthode, les valeurs moyennes sont une longueur de rupture de 1220 ±100km et une durée de source de 500±50s, et donc une vitesse moyenne de rupture de l'ordre de $2.4 \pm 0.4 km/s$.

En utilisant le méthode du stripping, l'inversion sans fenêtrage spatial donne une longueur de rupture de $L = 1150 \pm 100$ km et un durée de $T = 500 \pm 50$ s. Les résultats obtenus pour l'inversion avec le fenêtrage triangulaire sont un peu plus élevés, avec une longueur de rupture de $L = 1250 \pm 100$ km et une durée de $T = 550 \pm 50$ s. Ces résultats sont en accord avec les autres études du même évènement utilisant les données courtes périodes (par exemple Lomax, 2005; Ni *et al.*, 2005), les données longues périodes (Ammon *et al.*, 2005), les données GPS (Vigny *et al.*, 2005), ou les données hydroacoustiques (Guilbert *et al.*, 2005).
En utilisant ces valeurs de longueur et de durée de la rupture, on peut alors en déduire une vitesse moyenne de rupture d'environ 2.3 ± 0.3 km/s aussi bien dans le cas "avec" que dans le cas "sans" fenêtrage spatial. Par conséquence, la vitesse moyenne de rupture semble être un paramètre plus robuste que la longueur L et la durée T de la rupture, qui sont plus dépendants du modèle considéré. La solution optimale est obtenue pour une fenêtre dont le sommet est centré à environ 375 km de l'extrémité sud de la faille, ce qui correspond à environ 5.8°N. Cette position est en accord avec la distribution du glissement obtenue par d'autres études détaillées (Ammon *et al.*, 2005; Vigny *et al.*, 2005; Ishii *et al.*, 2005; Chlieh *et al.*, 2006; Rhie *et al.*, 2007), et particulièrement avec la position de glissement maximum le long de la faille, dans la partie sud de la rupture comme le montre la figure 57.

La vitesse de rupture obtenue dans cette étude est en bon accord avec d'autres études ; Ammon *et al.* (2005) ont trouvé une vitesse de rupture de l'ordre de 2.5 km/s, Guilbert *et al.* (2005) ont une vitesse de rupture variant de 2.7 à 2.0 km/s du Sud vers le Nord, Vallée (2007) a trouvé une vitesse de rupture moyenne de 2.1 km/s avec une vitesse atteignant 2.5 km/s dans la partie Sud de la rupture. Cependant, Ishii *et al.* (2005) ont trouvé une vitesse de rupture de l'ordre de 2.8 km/s, ce qui est un peu plus élevé que les valeurs obtenues dans cette étude ; ceci peut être lié au fait qu'ils ont utilisé des données courtes périodes pour leur étude. Tsai *et al.* (2005) ont aussi des vitesses de rupture plus importantes variant entre 4.1 km/s et 2.0 km/s entre les différents segments de leur modèle du Sud vers le Nord. Il faut cependant noter que la rupture a une certaine courbure et que, dans cette étude, on a considéré une rupture rectiligne ; par conséquence, si on considère une durée similaire et que l'on considère soit la rupture courbe soit une rupture rectiligne reliant les deux extrémités de la rupture courbe, on obtiendra une vitesse moyenne de rupture plus élevée dans le premier cas que dans le deuxième. Ceci peut aussi expliquer les différences

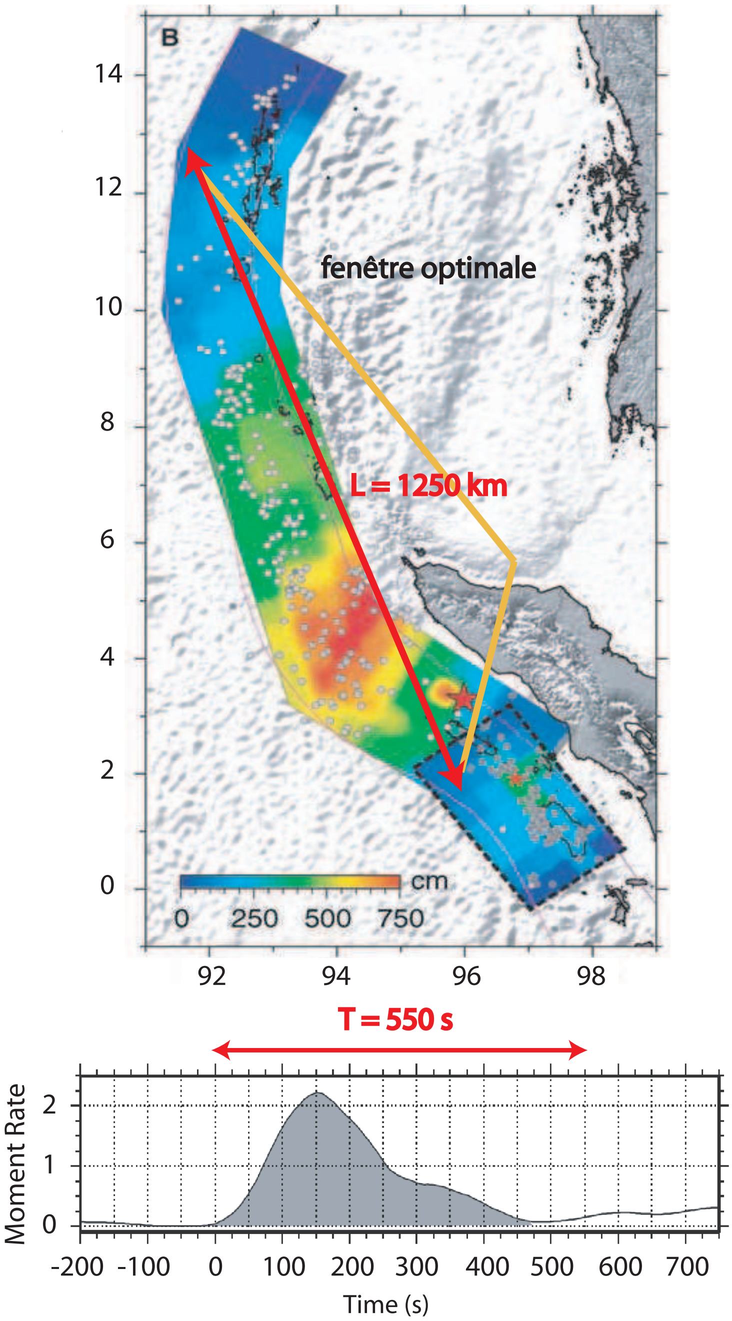


Fig. 57 – Comparaison des résultats obtenus en termes de longueur et de durée de la rupture avec le modèle de Ammon *et al.* (2005). Le fenêtrage spatial optimal est aussi indiqué (triangle orange).

de vitesses entre cette étude et les résultats de Ishii *et al.* (2005).

Comme on utilise les oscillations libres les plus graves, on obtient ici seulement une image globale de la rupture. Des modes propres de fréquence plus élevée pourraient apporter des informations complémentaires sur l'histoire temporelle de la source ; mais pour prendre en considération ces modes propres, il faut introduire les effets de la structure 3D de la Terre, qui ne peuvent plus être négligés. On verra dans la dernière partie une méthode pour prendre en compte ces effets de la structure 3D de la Terre dans le calcul des sismogrammes synthétiques.

Les deux méthodes utilisées donnent des résultats comparables en termes de longueur et de durée de la rupture. Cependant, la deuxième méthode permet de prendre en compte plus directement et facilement le fait que les fréquences et les facteurs de qualité sont indépendants des stations utilisées ; on obtient alors une seule phase par singlet à partir des données de toutes les stations disponibles, et non pas une phase par singlet et par station comme avec la première méthode. De plus, cette méthode du stripping permet aussi d'obtenir des phases même si la résolution spectrale n'est pas suffisante pour séparer les différents singlets dans les spectres individuels, car elle permet par recombinaisons des données de retrouver les fonctions d'excitation des singlets. On peut donc considérer des multiplets un peu plus haute fréquence, comme c'est le cas pour ${}_0S_4$. Cette méthode permet donc d'obtenir plus de phases initiales, comme le montre la table 7.

Mode	m	période	ajustement des spectres individuels (Lambotte *et al.*, 2006a)			Singlet stripping (cette étude)		
			Φ	T_r (s)	L (km)	Φ	Inversion globale	
							sans fenêtrage	avec fenêtrage
${}_1S_0$	0	612.9	$-120.7°$	411	—	$-118.4 \pm 1°$	T = 500 s L = 1150 km	T = 550 s L = 1250 km sommet de la fenêtre à 375 km de l'extrémité sud.
${}_0S_0$	0	1227.5	$-67.6°$	460	—	$-65.2 \pm 0.5°$		
${}_1S_2$	0	1469.5	—	—	—	$-56.4 \pm 3°$		
${}_1S_2$	-2	1484.1	$-63.1°$	483	1243	$-62.6 \pm 2°$		
${}_1S_2$	+2	1459.5	$-55.8°$			$-55.3 \pm 2°$		
${}_0S_4$	-4	1558.2	—	—	—	$-66.2 \pm 2°$		
${}_0S_4$	+4	1535.4	—			$-50.8 \pm 2°$		
${}_0S_3$	-1	2143.7	—	—	—	$-46.4 \pm 2°$		
${}_0S_3$	+1	2123.9	—			$-36.1 \pm 2°$		
${}_0S_3$	-2	2154.5	$-27.4°$	511	1190	$-23.3 \pm 2°$		
${}_0S_3$	+2	2115.0	$-63.8°$			$-68.4 \pm 3°$		
${}_0S_3$	-3	2166.2	$-48.9°$	500	1210	$-47.6 \pm 2°$		
${}_0S_3$	+3	2106.5	$-35.0°$			$-35.6 \pm 1°$		
${}_0S_2$	0	3233.3	$-28.2°$	512	—	$-28.5 \pm 1°$		
${}_0S_2$	-1	3282.1	—	—	—	$-38.7 \pm 3°$		
${}_0S_2$	+1	3185.6	—			$-18.9 \pm 3°$		
${}_0S_2$	-2	3334.0	$-34.6°$	532	1254	$-32.9 \pm 2°$		
${}_0S_2$	+2	3140.3	$-24.4°$			$-24.6 \pm 1°$		

TAB. 7 – Phases mesurées et résultats de l'inversion pour le séisme de Sumatra. Une comparaison entre les deux méthodes utilisées (ajustement individuel des spectres (Lambotte *et al.*, 2006a) et singlet stripping). Pour chaque mode, la phase initiale mesurée est donnée, ainsi que la longueur de la rupture L et la durée T_r obtenus par inversion. Les phases pour ${}_1S_2$ sont obtenues à partir des données des composantes horizontales. Pour l'inversion avec une fenêtre triangulaire, la meilleure solution à un sommet à 375 km de l'extrémité sud de la faille, ce qui correspond à une latitude d'environ 5.8°N.

11.3.2 Le séisme de Nias du 28 mars 2005

L'évènement de Nias du 28 mars 2005 a eu lieu immédiatement au sud de la rupture du séisme de Sumatra du 26 décembre 2004, le long de la zone de subduction. Il a une magnitude M_W de 8.6 et a rompu la même région que le séisme de 1861 (l'hypocentre est localisé à $2.1°N$ et $97°E$ à une profondeur d'environ 30 km avec un pendage de 7° et un azimut de 329° (Harvard CMT)). La figure 37 montre la localisation du CMT de Harvard (la sphère focale noire et blanche la plus au sud), et la localisation des répliques qui ont eu lieu jusqu'à la fin du mois de décembre 2005 (sphères focales rouges). Les répliques s'étendent sur une zone de plus de 300 km de long. Pour cet évènement, l'extrémité sud de la rupture est localisée près de la "Investigator Fracture Zone" qui subducte sous Sumatra, et précisément où un séisme de magnitude M_w 7.7 a eu lieu en 1935 (Rivera *et al.*, 2002). Cette structure agit comme une barrière qui a stoppé la propagation de la rupture du séisme de Nias en 2005, et a probablement joué un rôle similaire en 1861.

La rupture de cet évènement est bilatérale, de façon prédominante vers le sud. La longueur du segment nord (L_n) est d'environ 100 km et le segment sud (L_s) d'environ 200 km (Ammon *et al.*, 2005; Walker *et al.*, 2005; Konca *et al.*, 2006; Briggs *et al.*, 2006). Walker *et al.* (2005) ont utilisé les données de GSN (Global Seismic Network) et Hi-net (Japanese Hi-sensitive Seismograph Network) pour contraindre la cinématique de la source. Ils ont mis en évidence une rupture qui a commencé à se propager vers le nord, et après un délai de 40 s, un second front de rupture s'est propagé vers le sud. D'autres études (Konca *et al.*, 2006) ont trouvé une rupture qui se propage à la fois vers le sud et le nord simultanément.

La table 8 est une collection des mesures de phases effectuées pour cet évènement, et la figure 58 représente les phases obtenues par les deux méthodes pour les deux modes radiaux ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$. Etant donnée une rupture bilatérale, même le modèle le plus simple (sans fenêtrage spatial) nécessite 5 paramètres (L_n, L_s, T_n, T_s, τ (délai)), et ni la quantité de données ni la qualité ne nous permet de faire une inversion. On a donc simplement considéré des modèles simples à partir des modèles des études citées précédemment. Un modèle noté A dans lequel les 2 segments (L_n=100 km et L_s=200 km) rompent simultanément vers le sud et vers le nord, à une vitesse de rupture uniforme de 3.0 km/s. On a aussi testé un modèle B avec la même géométrie et la même vitesse de rupture que pour le modèle A, mais avec un délai de $\tau = 40s$ comme dans le modèle de Walker *et al.* (2005). Pour chacun de ces modèles, on calcule un jeu de phases prédites et à partir de là l'erreur moyenne d'ajustement (voir l'équation (65)). Les résultats sont respectivement $G_A = 8.2°$ et $G_B = 2.8°$ pour les modèles A et B. Etant données les erreurs de mesures des phases (voir tableau 8), on conclut que le modèle B, qui inclut un délai de 40 s, prédit le mieux les mesures de phases réalisées dans cette étude.

Concernant l'extension spatiale de la rupture, il y a deux inconvénients pour cet évène-

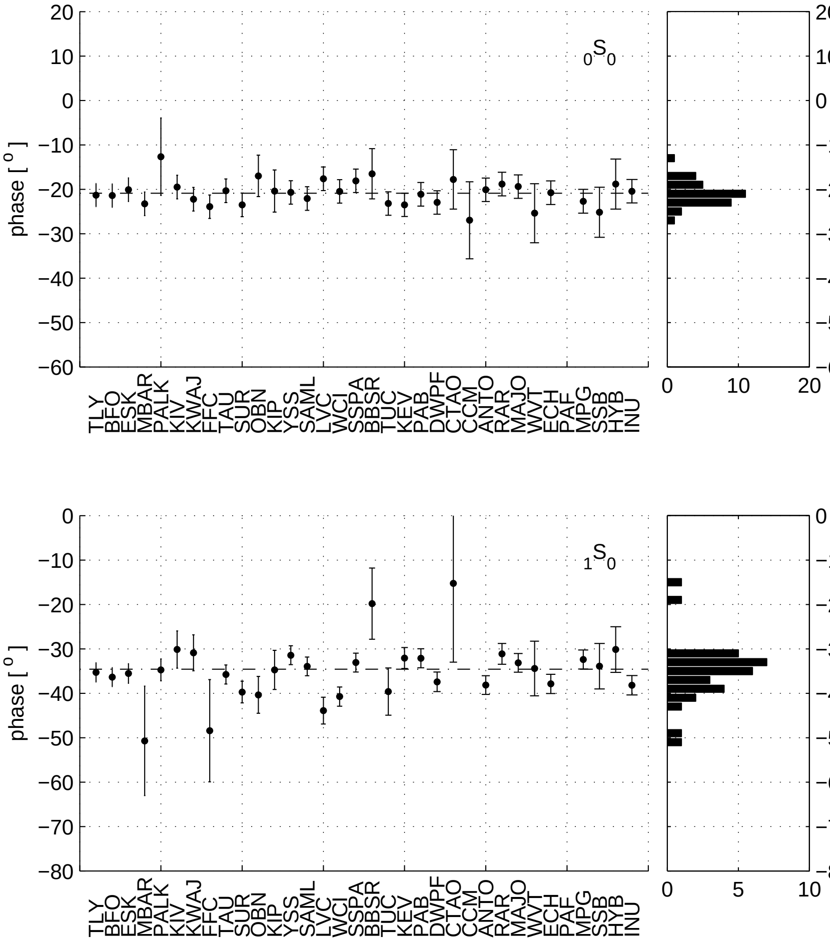


FIG. 58 – Phases initiales pour les deux modes radiaux $_0S_0$ et $_1S_0$ $(m = 0)$ par rapport à un point source et par rapport au temps de référence (temps de nucléation (PDE)) pour le séisme de Nias. Chaque point correspond à l'estimation par la première méthode pour une station. L'axe horizontal correspond au nom des stations considérées. Les diagrammes de droite montrent la distribution des phases initiales, et les lignes pointillées correspondent à la phase obtenue par la deuxième méthode (méthode du "singlet-stripping").

ment. D'une part, pour une rupture bilatérale, l'effet de la finitude spatiale des 2 segments tend à s'annuler l'un et l'autre (les contributions spatiales respectives de 2 segments dans la phase sont de signe opposé), ce qui implique un fort "trade-off" entre la longueur des 2 segments. D'autre part, on peut utiliser la relation (43) pour estimer l'ordre de grandeur de l'effet sur la phase (ϕ_T et ϕ_L) associé à la durée et la longueur de la source. Si on utilise $T = 100\ s$, et $L = 200\ km$ comme étant représentatifs du cas de ce séisme, on obtient $8° \leq \phi_T \leq 30°$ et $-1.5° \leq \phi_L \leq 1.5°$ pour les singlets disponibles. Les valeurs pour ϕ_L sont clairement comparables aux erreurs de mesures des phases. Par conséquent, pour le séisme de Nias, on ne peut pas proprement contraindre les dimensions spatiales de la rupture et donc la vitesse moyenne de rupture.

Multiplet	m	période	Φ méthode 1	Φ méthode 2
${}_1S_0$	0	612.9	$-35.4°$	$-34.6 \pm 1°$
${}_0S_0$	0	1227.5	$-20.9°$	$-20.9 \pm 1°$
${}_0S_3$	-1	2143.7	—	$-12.6 \pm 2°$
${}_0S_3$	+1	2123.9	—	$-10.4 \pm 2°$
${}_0S_3$	-3	2166.2	$-12.0°$	$-11.3 \pm 1°$
${}_0S_3$	+3	2106.5	$-14.4°$	$-14.9 \pm 2°$
${}_0S_4$	0	1544.9	—	$-9.5 \pm 3°$
${}_0S_4$	-2	1551.1	—	$-10.4 \pm 4°$
${}_0S_4$	+2	1539.7	—	$-9.9 \pm 4°$
${}_0S_4$	-4	1558.2	—	$-8.7 \pm 2°$
${}_0S_4$	+4	1535.4	—	$-14.5 \pm 2°$

TAB. 8 – Phases mesurées pour le séisme de Nias du 28 mars 2005 par les 2 méthodes (ajustement spectral non linéaire individuel et "singlet stripping"). Pour chaque paire de singlets, les phases initiales Φ sont données.

11.3.3 Le séisme du Pérou du 23 juin 2001

Le séisme péruvien du 23 juin 2001 de magnitude M_w 8.4 a eu lieu dans la partie sud de la subduction du Pérou, dans la zone rompue par le séisme de 1868 de magnitude estimée Mw 8.8-9.0. L'épicentre de ce séisme a une latitude de -17.28°N, une longitude de -72.71°E et une profondeur d'environ 29.6 km (Harvard CMT). Ce séisme a eu lieu à la convergence de la plaque de Nazca sous la plaque de l'Amérique du Sud, et le taux de convergence est de l'ordre de 79 mm/an dans une direction $N55°E$ (DeMets *et al.*, 1990). Des séismes importants ont eu lieu au siècle dernier dans la partie sud de la subduction du Pérou : 3 octobre 1974 ($M_w = 8.0$), 12 novembre 1996 ($M_w = 7.7$) et 24 août 1942 ($M_w = 7.9 - 8.2$) (Beck et Ruff, 1989; Swenson et Beck, 1999, 1996). Et plusieurs séismes historiques ont eu

lieu tout au long de la subduction du Pérou (tous avec un mécanisme en faille inverse et des ruptures de plus de 250 km de long) : 1604, 1687,1796, 1868, 1877 (Beck et Ruff, 1989). Les répliques du séisme du 23 juin 2001 sont réparties sur une zone d'environ 320 km $\times$ 100 km, avec deux essaims dont un dans le premier tiers nord de la zone et le deuxième dans le dernier tiers vers l'extrémité sud de la zone définie par les répliques (Bilek et Ruff, 2002; Giovanni *et al.*, 2002). Peu de répliques ont été observées dans la partie centrale. Une réplique importante de magnitude $M_w = 7.6$ a eu lieu le 7 juillet 2001 à l'extrémité sud de la rupture principale. La rupture principale est unilatérale vers le sud-est.
Bilek et Ruff (2002) ont trouvé pour ce séisme une longueur de rupture d'environ 180 km et une durée de rupture de l'ordre de 120 s à partir des ondes de surfaces et les ondes de volume. Giovanni *et al.* (2002) ont trouvé une rupture d'environ 130-140 km de long et d'une durée d'environ 110 s à partir de l'étude des ondes de volume. Ces deux études ont toutes les deux mis en évidence que la majeur partie du moment sismique provient de la rupture de l'extrémité sud de la faille. Il y a pour ce séisme une différence entre la longueur de rupture obtenue par inversion et la longueur de la zone où sont localisées les répliques.

On a appliqué à ce séisme la première méthode (ajustement non linéaire des spectres individuels), la figure 59 montre les résultats des estimations de phases pour 3 multiplets (${}_0S_0$, ${}_1S_0$ et ${}_0S_3$). On suppose une rupture unilatérale vers le sud-est. Bien que le séisme du Pérou ait une magnitude inférieure à celle du séisme de Nias, il a l'avantage d'avoir une rupture unilatérale, et donc on a moins de paramètres à déterminer à partir des phases initiales mesurées que dans le cas d'une rupture bilatérale. Pour l'estimation des phases initiales, le temps de référence considéré est toujours le temps de nucléation de la rupture, qui est dans ce cas : 20 h 33 min 14.10 s TU. Le tableau 9 présente un résumé des phases estimées, ainsi que les résultats obtenus par inversion. On trouve une durée de l'ordre de 146 s et une longueur de rupture de l'ordre de 320 km. On trouve donc une durée de rupture un peu plus longue que les deux études citées précédemment et une longueur de source qui est de l'ordre de la longueur de la zone où se localise les répliques et non pas de l'ordre des longueurs trouvées dans ces deux études.

11.4 Comparaison des résultats du séisme de Sumatra avec d'autres modèles

11.4.1 Modèle de Tsai

Le modèle de Tsai *et al.* (2005) comprend 5 points sources avec les caractéristiques précisées dans le tableau 10. Ces sources ont une très faible composante non double-couple. Tous les points sources ont une profondeur fixe de 25 km, la durée des sources est fixée à

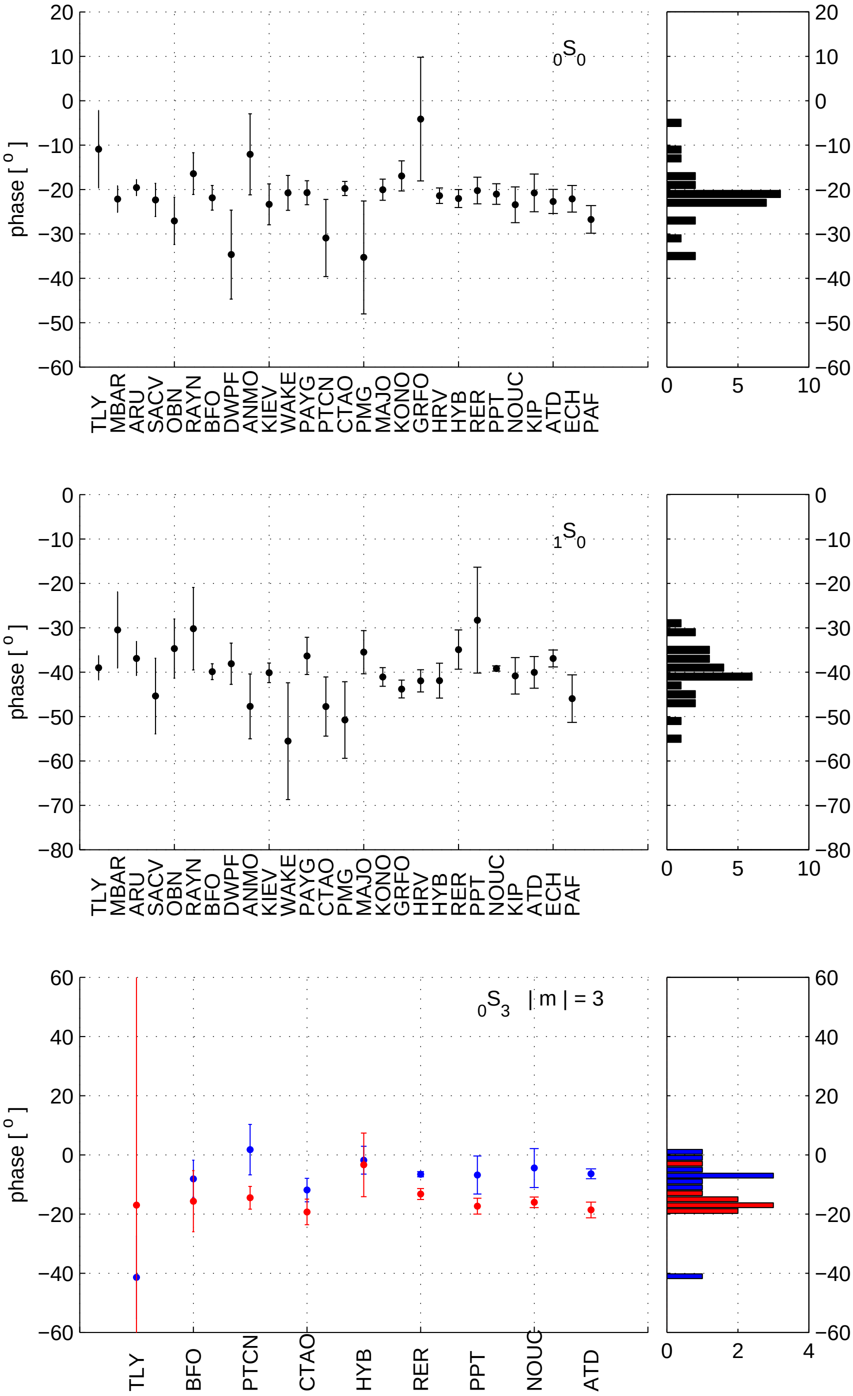


FIG. 59 – Phases initiales pour les deux modes radiaux $_0S_0$ et $_1S_0$ ($m = 0$) et pour $_0S_3$ $m = \pm 3$ par rapport à un point source et par rapport au temps de référence (temps de nucléation (PDE)) pour le séisme du Pérou de 2001. Chaque point correspond à l'estimation par la première méthode pour une station. L'axe horizontal correspond au nom des stations considérées. Les diagrammes de droite montrent la distribution des phases initiales.

Mode	m	X_m	T_r (s)	L (km)
${}_1S_0$	0	$-41.4°$	141	—
${}_0S_0$	0	$-21.4°$	146	—
${}_0S_3$	-3	$-8.9°$	152	319
${}_0S_3$	+3	$-17.0°$		

TAB. 9 – Phases mesurées pour le séisme du Pérou du 23 juin 2001 à l'aide de la première méthode (ajustement spectral non linéaire individuel) et résultat de l'inversion. Pour chaque pair de singlets, la phase initiale Φ mesurée, ainsi que la longueur L et la durée de rupture T_r obtenues par inversion sont données.

$t = 2.2 \times 10^{-8} \times (M_0)^{1/3}$ où t est en seconde, et M_0 en dyne-cm. Ces sources sont calculées avec des données filtrées entre 200 et 500 s. Le moment total correspondant à ces 5 sources est 1.17×10^{30} dyne-cm, ce qui équivaut à un magnitude M_W=9.3.

Source	lat N (°)	lon E (°)	δt (s)	M_0 (10^{30} dyn-cm)	strike (°)	dip (°)	rake (°)	ϵ	durée (s)
1	3.27	94.60	93.0	0.318	318	6.4	94	0.00	150.2
2	5.39	93.16	162.6	0.387	345	6.3	109	0.00	160.3
3	8.39	91.91	281.2	0.275	343	5.8	95	0.02	143.1
4	11.19	91.30	378.5	0.105	15	8.4	132	0.04	103.8
5	13.29	92.14	490.4	0.081	35	8.1	155	0.01	95.2

TAB. 10 – Paramètres des sources du modèle de Tsai *et al.* (2005). δt correspond au décalage temporel de la source par rapport à 0 h 58 min 53.5 s TU. ϵ décrit l'importance relative du caractère non double-couple des sources, il est définit par $-e_2/\max(|e_1|, |e_3|)$ où e_i sont les valeurs propres ordonnées du tenseur des moments.

11.4.2 Modèle de Ji Chen

Un des modèles préliminaires à celui-ci a été publié dans Ammon *et al.* (2005). Ce modèle est constitué de 843 points sources. Le moment sismique total est de 8.8 10^{29} dyn.cm, ce qui correspond à une magnitude M_w de 9.2. L'azimut et le pendage des sources sont déterminés par la géométrie de la subduction, le glissement et le rake sont déterminés par inversion des données sismologiques. Chaque source est caractérisée par son décalage temporelle par rapport au PDE, la demi-durée de sa source, sa latitude, sa longitude, sa profondeur, et son tenseur de moment sismique. La figure 61 montre la position des sources ainsi que le moment sismique associé à chacune d'elles.

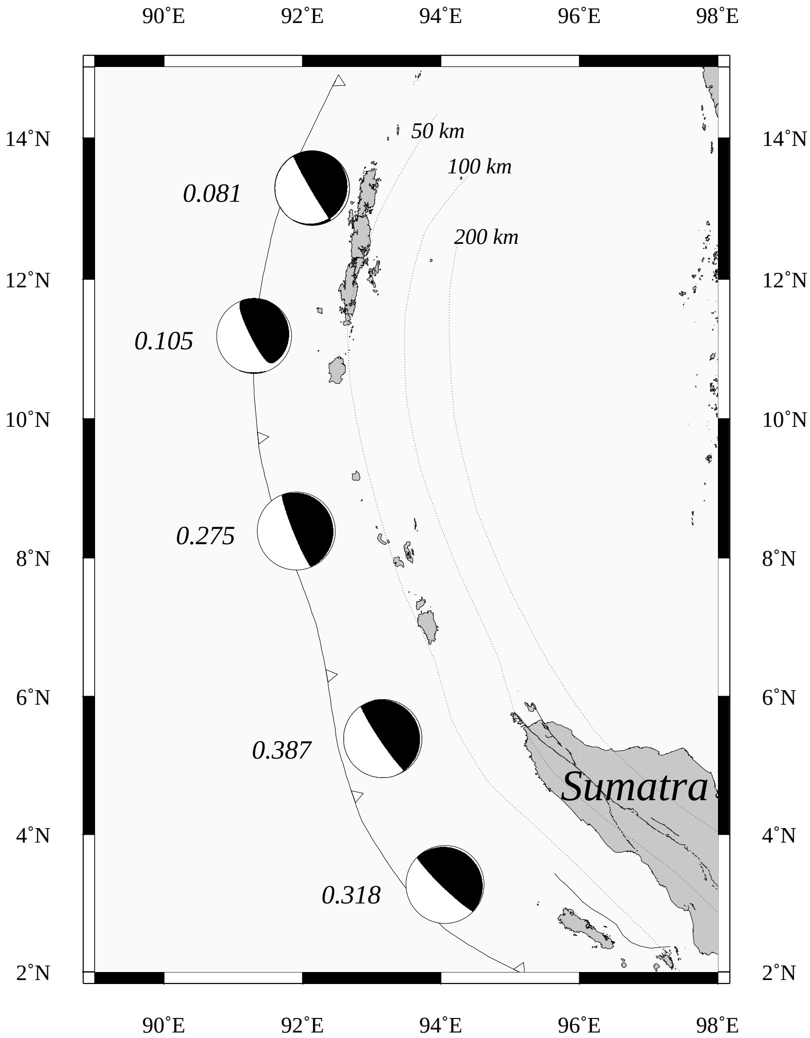


FIG. 60 – Modèle de Tsai comprenant 5 points sources ; chaque source est représentée par son mécanisme au foyer. Les paramètres de ces 5 sources sont détaillés dans le tableau 10.

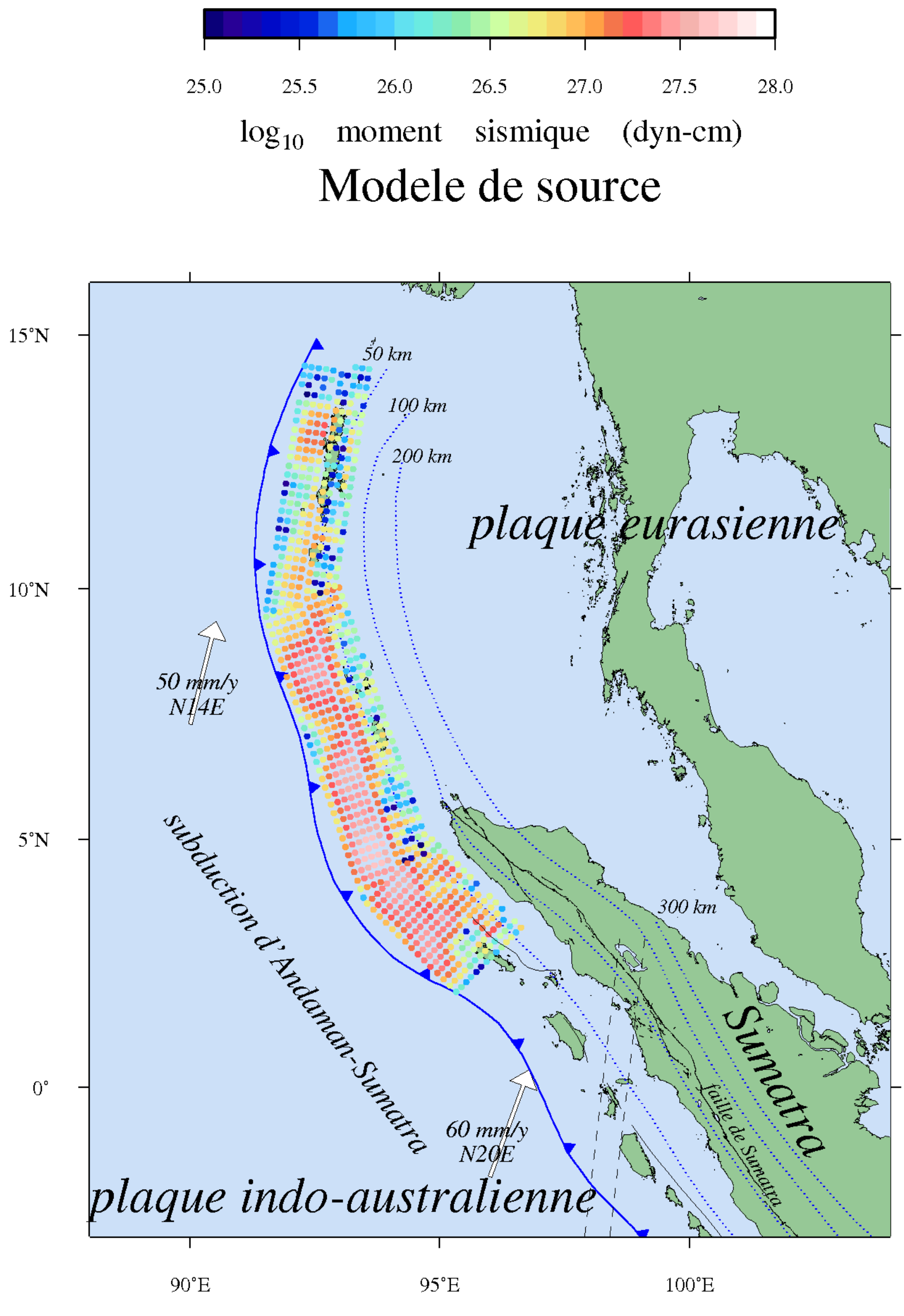


Fig. 61 – Distribution géographique du modèle de Chen comprenant 843 points sources ; chaque source est représentée par un point dont la couleur correspond à la la valeur de son moment sismique M_0.

Pour prendre en compte chacune de ces sources, on construit un facteur source à partir de ces sources :

$$F_{km} = \sum_{j=1}^{n} M^j : \varepsilon_{km}^{j*}(x_s^j) \left(\text{sinc}\left(\frac{\omega_k \tau_j}{2}\right)\right)^2 \exp(-i\omega_k t_j) \tag{66}$$

où F_{km} est le facteur source pour un multiplet k et un singlet d'ordre azimutal m, n est le nombre total de sources, M^j est le tenseur des moments sismiques de la source j localisée à la position x_s^j, $\varepsilon_{km}^j(x_s^j)$ est la déformation à la source j, et le terme $\text{sinc}(\omega_k \tau_j/2)^2 \exp(-i\omega_k t_j)$ est la prise en compte de l'histoire temporelle de la source j. On a considéré ici des triangles de demi durée τ_i et de décalage par rapport au PDE de t_i. Pour les modes considérés ici, le fait de prendre un triangle ou un Dirac ne change pas significativement le résultat étant donné les périodes des modes par rapport à la durée des sources. Ce facteur est calculé pour chaque singlet considéré. Ce facteur est ensuite utilisé pour construire les sismogrammes synthétiques nécessaires. On a un seul facteur par singlet et par multiplet qui permet de prendre en compte cette source complexe. Ce facteur permet de prendre en compte simplement des sources complexes ; en effet, pour construire des sismogrammes pour ce modèle composé de 843 points source, il est nécessaire de calculer un seul sismogramme à partir de ce facteur, comme si c'était une source ponctuelle, et on évite ainsi la superposition des sismogrammes de toutes les sources.

11.4.3 Comparaison des 3 modèles

La figure 62 présente la comparaison du facteur de finitude du modèle de Chen (cercles), du modèle de Tsai (carrés) et celui obtenu dans cette étude (barres d'erreurs ou étoiles). Pour cette étude, on a seulement tracé les valeurs du facteur de finitude qui ont été estimées à partir des données et en utilisant la deuxième méthode. Chaque couleur correspond à un multiplet différent et chaque point correspond à la valeur d'un singlet dont l'ordre azimutal est indiqué en ordonnée, les panneaux supérieurs et inférieurs donnent respectivement les phases et les amplitudes du facteur de finitude.

Globalement, les résultats trouvés dans cette étude sont plus proches des valeurs du modèle de Chen, notamment en terme de phase. Ceci est moins clair pour les amplitudes. La différence de phases entre les modèles de Chen et de Tsai correspond principalement à une décalage global de 30 s (ce déphasage a été corrigé pour tracer la figure 62) ; les différences de phases entre les résultats de cette étude et le modèle de Chen sont beaucoup plus irrégulières et ne correspondent pas à un décalage temporel global, les phases des singlets d'ordre azimutal $+m$ sont en bon accord avec le modèle de Chen, mais les phases pour $-m$ sont en moins bon accord.

Pour les amplitudes, les écarts les plus importants entre les 3 modèles sont observables pour ${}_0S_2$ $m = \pm 1$, ${}_0S_3$ $m = 0$ et ${}_0S_4$ $m = \pm 1$ qui correspondent à des singlets faiblement

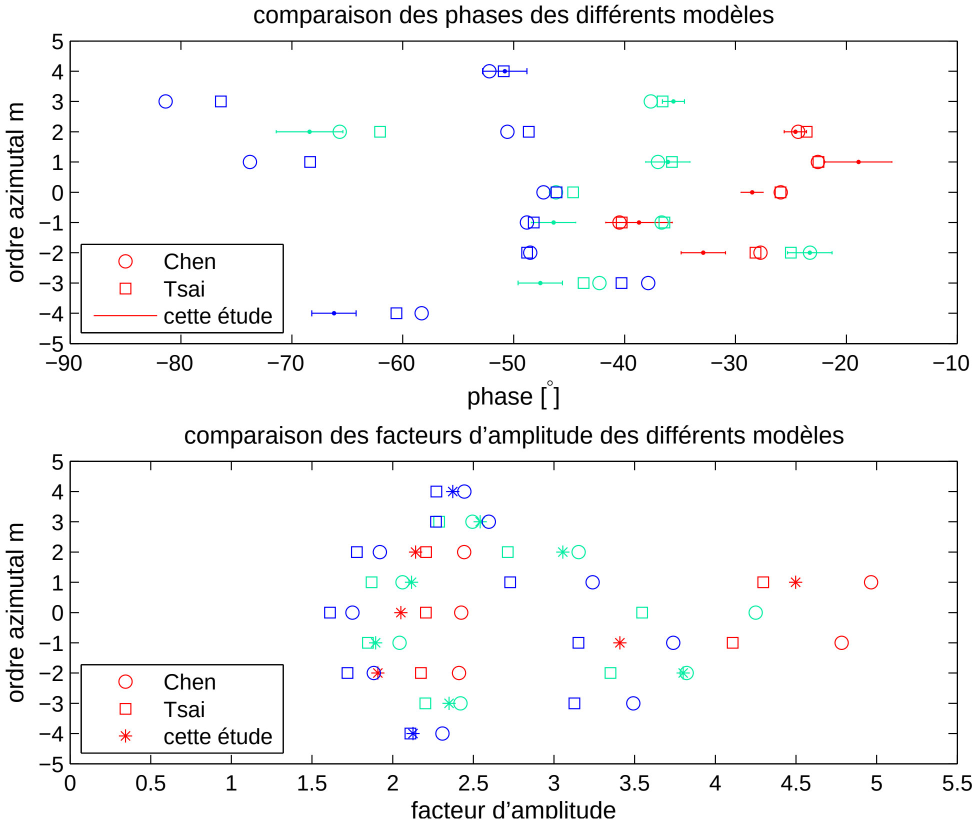


FIG. 62 – Comparaison des résultats obtenus en termes de phase et de facteur d'amplitude pour les modes ${}_0S_2$ (en rouge), ${}_0S_3$ (en vert) et ${}_0S_4$ (en bleu). Les symboles carrés correspondent au modèle de Tsai *et al.* (2005), les cercles au modèle de Chen et les astérisques et les barres d'erreur aux résultats de cette étude. Les phases correspondant au modèle de Tsai ont été corrigées du déphasage de 30 s mentionné dans le texte.

excités à cause de la position quasi-équatoriale de l'épicentre (et c'est notamment pour cela que certains de ces singlets n'ont pas pu être analysés dans cette étude et sont absents du tableau 7).

12 Amplitudes et moment sismique M_0

Le moment sismique M_0 est associé à la limite fréquence nulle du spectre, il semble donc naturel de l'estimer en utilisant les oscillations libres de la Terre les plus graves. Cependant pour la plupart des séismes, ces modes sont trop faiblement excités par rapport au niveau de bruit élevé à ces fréquences. Une difficulté majeure pour l'estimation du moment sismique pour les séismes peu profonds est connue depuis longtemps (Kanamori et Given, 1981), et elle résulte des conditions limites à la surface libre imposées sur les déformations, qui peuvent être écrites de la façon suivante pour un modèle de Terre élastique et isotrope :

$$\left(\kappa + \frac{4}{3}\mu\right)\varepsilon_{rr} + \left(\kappa - \frac{2}{3}\mu\right)(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\lambda\lambda}) = 0 \tag{67}$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{r\lambda} = 0 \tag{68}$$

L'équation (67) et la forme du terme d'excitation $\mathbf{M} : \varepsilon$ impliquent une indétermination entre M_{rr}, $M_{\theta\theta}$ et $M_{\lambda\lambda}$, qui est généralement levée en supposant que la trace du tenseur des moments sismiques est nulle (c'est-à-dire que la source n'a pas de composante isotrope). L'équation (68) implique que la contribution dans $(\mathbf{M} : \varepsilon^*)$ de $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$ devient de moins en moins importante au fur et à mesure que la source se rapproche de la surface et d'autant plus à longue période ; par conséquence ces deux termes du tenseur du moment sismique ne peuvent pas être bien contraints. Mais ceci implique aussi qu'un séisme peu profond, dont le tenseur du moment sismique contient essentiellement des termes en $M_{r\theta}$ ou $M_{r\lambda}$, sera peu efficace pour exciter les modes car les déformations $\varepsilon_{r\lambda}$ et $\varepsilon_{r\theta}$ sont petites proches de la surface.

Pour illustrer tout ceci, on considère deux sources :

- une source A dont le tenseur des moments sismiques et le moment sismique sont les mêmes que pour le séisme de Sumatra 2004 (mécanisme de Harvard). La source est considérée instantanée, et la profondeur de l'épicentre est la même que le séisme de Sumatra. Le tenseur des moments sismiques est donc le suivant (à multiplier par 10^{22} N.m) :

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} r & \theta & \lambda \end{array} \\ \begin{array}{c} r \\ \theta \\ \lambda \end{array} & \begin{pmatrix} 1.04 & 2.98 & -2.40 \\ 2.98 & -0.43 & 0.43 \\ -2.40 & 0.43 & -0.61 \end{pmatrix} \end{array} \tag{69}$$

  Le moment sismique associé à cette source est $M_0 \sim 4 \times 10^{22}$ N.m.
- une source B dont le tenseur des moments sismiques est le même que pour la source A, à l'exception des termes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$ qui sont mis à 0. La source est toujours considérée instantanée, et localisée à la même profondeur que le séisme de Sumatra. Le tenseur des moments sismiques est donc le suivant (à multiplier par 10^{22} N.m) :

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} r & \theta & \lambda \end{array} \\ \begin{array}{c} r \\ \theta \\ \lambda \end{array} & \begin{pmatrix} 1.04 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -0.43 & 0.43 \\ 0.00 & 0.43 & -0.61 \end{pmatrix} \end{array} \tag{70}$$

  Le moment sismique associé à cette source est $M_0 \sim 1 \times 10^{22}$ N.m. Le fait d'avoir enlevé les termes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$ réduit le moment sismique d'un facteur d'environ 4.

Pour le séisme de Sumatra, on voit que les termes qui dominent dans le tenseur des moments sismiques (voir équation (69) sont les termes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$. Ce séisme est donc relativement peu efficace pour exciter les modes propres les plus graves de la Terre. Un séisme de même moment sismique mais de pendage plus élevé aurait été beaucoup plus efficace à exciter les modes propres et aurait probablement saturé les réseaux sismologiques.

La figure 63 montre les sphères focales et les moments sismiques associés aux sources A (équation (69)) et B (équation (70)). La source B a un pendage plus important que la source A, et un moment sismique 4 fois plus petit. La figure 64 montre les sismogrammes associés à ces deux sources à la station PAS (Pasadena, Californie). Tout d'abord on peut noter que dans le cas des sismogrammes complets jusqu'à des périodes de 10 s, les 2 sismogrammes ont des amplitudes très différentes pour la source A et la source B, il y a au moins un facteur 4 entre les deux qui est lié à la différence de moment sismique entre les 2 sources. Si par contre, on ne regarde que les longues périodes (supérieures à 200 s), on a des sismogrammes tout à fait similaires pour les deux sources, sauf peut être au tout début où les amplitudes sont un peu plus grandes pour la source A. Cette figure illustre très bien le problème qui existe à très longues périodes concernant la détermination simultanée du pendage et du moment sismique, car ces deux grandeurs sont très liées. En effet, les termes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$ sont directement reliés au pendage de la source en plus du moment scalaire, il en suit que le pendage des évènements peu profonds est mal contraint. L'indétermination du pendage de la faille devient d'autant plus sévère que la période augmente, et est particulièrement sévère pour les modes propres les plus graves qui font l'objet de cette étude. L'information relative à ces deux composantes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$ du tenseur des moments sismiques doit être cherchée à plus courtes périodes.

On ne cherchera donc pas à discuter le moment sismique et le pendage, car les périodes des modes propres étudiés ici, ne nous le permettent pas. Dans cette étude, on a toujours travaillé en comparaison avec le mécanisme de Harvard ; donc si on considère le pendage de ce mécanisme qui est de 8°, on trouve alors pour les résultats des inversions des phases trouvées par la deuxième méthode, un moment sismique de 9.9 10^{22} N.m et 9.8 10^{22} N.m (respectivement pour les inversions sans et avec fenêtrage spatial), ce qui correspond à une magnitude de l'ordre de 9.3.

Selon le pendage utilisé ou obtenu dans les différentes études du séisme de Sumatra (par exemple Stein et Okal, 2005, 2007; Vigny *et al.*, 2005; Ammon *et al.*, 2005; Tsai *et al.*, 2005), les magnitudes trouvées pour ce séisme sont comprises entre 9.1 et 9.3, ce qui correspond à des moments sismiques d'environ 5.9×10^{22} N.m et 1.0×10^{23} N.m.
Comme on vient de le voir, pour ce séisme, toute la question de la magnitude et du moment sismique réside dans la structure détaillée de la subduction et de la géométrie de la faille.

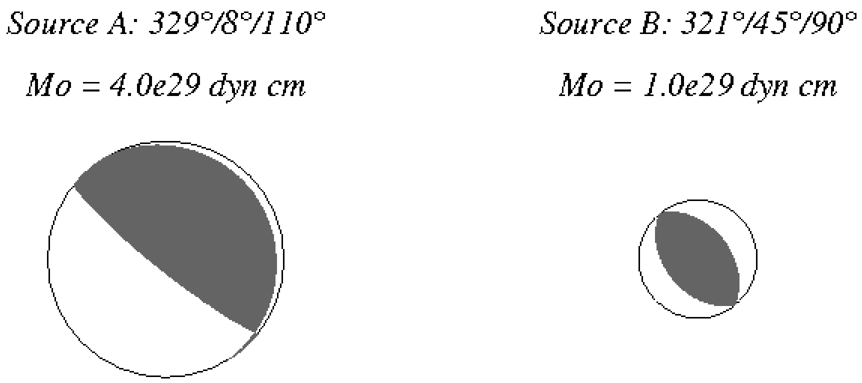


FIG. 63 – Mécanisme au foyer des 2 sources A et B dont les tenseurs des moments sismiques sont donnés respectivement par les équations (69) et (70). Les mécanismes sont indiqués en terme de azimut/pendage/angle de glissement du plan de faille.

13 Fréquences et facteurs de qualité obtenus

Bien que l'étude des fréquences et des facteurs de qualité n'ait pas été un des objectifs de ce travail, le processus d'ajustement des spectres complexes permet d'estimer ces paramètres pour chaque singlet des différents multiplets étudiés. Les fréquences obtenues pour ${}_0S_2$ et ${}_0S_3$ sont résumées dans les tableaux 12 et 13 respectivement, et comparées aux résultats obtenus par Rosat *et al.* (2005) et aux fréquences obtenues en utilisant le modèle PREM (les fréquences propres des singlets d'un multiplet éclaté ont été calculées en suivant la procédure de Dahlen et Sailor (1979)). Les résultats sont comparables à ceux de Rosat *et al.* (2005).

Pour ${}_0S_0$, une fréquence de 0.8146600 $\pm 8.610^{-6}$ mHz et un facteur de qualité d'environ 5520 ± 400 ont été trouvés ; Rosat *et al.* (2005) ont obtenu une fréquence de 0.8146627 $\pm 4.210^{-6}$ mHz et un facteur de qualité de 5601 ± 36, et les valeurs prédites pour le modèle PREM sont respectivement 0.8146639 mHz et 5327.

Pour ${}_1S_0$, une fréquence de 1.631574 $\pm 3.410^{-5}$ mHz et un facteur de qualité de 2050 ± 100 ont été obtenus dans cette étude.

Les figures 65 et 66 représentent les facteurs de qualité et les fréquences obtenues pour tous les singlets après la première étape d'ajustement, comme il a été expliqué dans la section 10.1, chaque cercle correspond au résultat pour une station, le cercle rouge correspondant à la valeur retenue. Pour ${}_0S_3$, on trouve des facteurs de qualité entre 400 et 440 ± 100 et pour ${}_0S_2$ entre 460 et 500 ± 100. Le résultat pour ${}_0S_0$ pourrait être amélioré en considérant des séries temporelles plus longues, car son facteur de qualité est élevé,

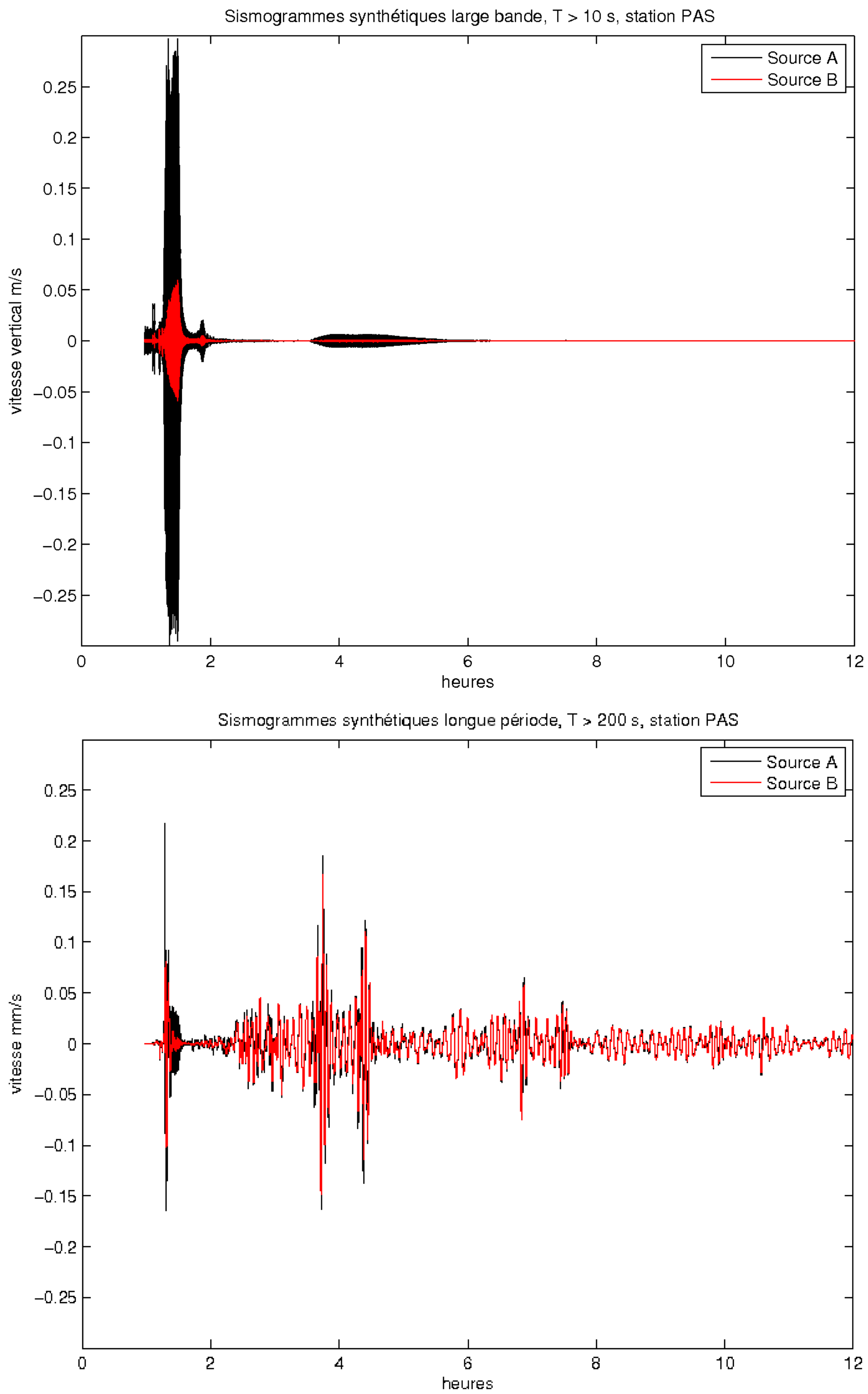


FIG. 64 – Sismogrammes synthétiques à la station PAS pour les sources A (noir) et B (rouge). Les mécanismes des sources A et B sont donnés par la figure 63, et les équations (69) et (70). *Panneau supérieur* : sismogrammes large bande complets jusqu'à des périodes de 10 s (en m/s). *Panneau inférieur* : sismogrammes pour des périodes supérieures à 200 s (en mm/s).

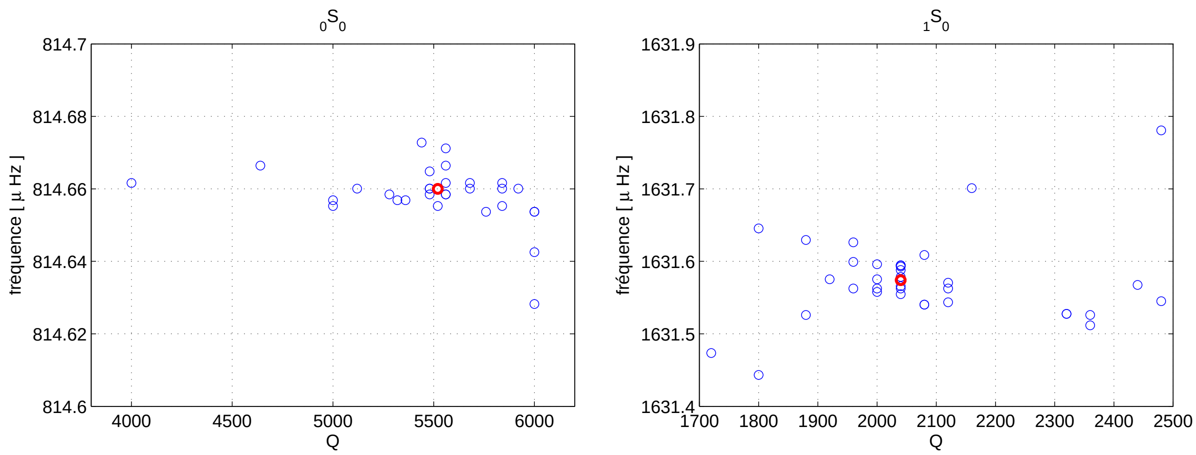


FIG. 65 – Facteurs de qualité et fréquences propres pour 2 modes radiaux : ${}_0S_0$ (*gauche*) et ${}_1S_0$ (*droite*), chaque cercle correspond au résultat de l'étape préliminaire du processus d'ajustement pour une station. Le cercle rouge indique le résultat final du processus d'ajustement, qui est indépendant de la station.

cependant peu de stations parmi celles utilisées dans cette étude ont des séries temporelles continues de plus de 20 jours.

${}_2S_1$ fréquences [mHz]			
	ordre azimutal des singlets		
	m = -1	m = 0	m = +1
résultats de l'ajustement (cette étude)	0.39829 $\pm 1.6 10^{-4}$	-	0.41093 $\pm 7.3 10^{-5}$
Rosat *et al.* (2005) moyenne pondérée	0.39821 $\pm 6.0 10^{-5}$	-	0.41080 $\pm 4.2 10^{-5}$
PREM	0.398755	0.404742	0.410940

TAB. 11 – Fréquences pour ${}_2S_1$ obtenues par le processus d'ajustement à partir des composantes horizontales de sismomètres STS-1, comparées aux résultats de Rosat *et al.* (2005) obtenus avec les gravimètres supraconducteurs du réseau GGP. Les fréquences calculées pour le modèle PREM sont aussi indiquées pour comparaison.

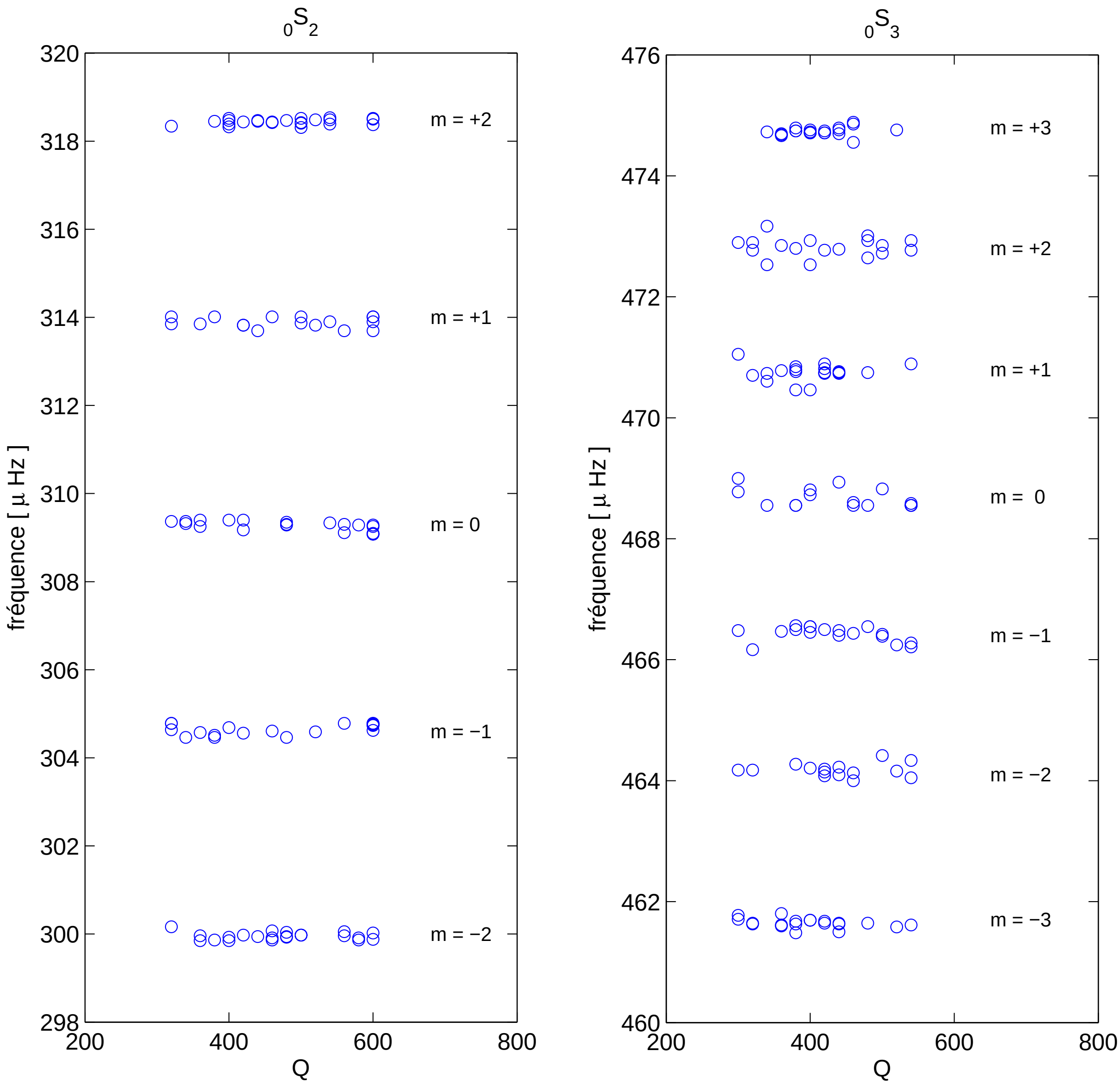


FIG. 66 – Facteurs de qualité et fréquences propres pour 2 modes sphéroïdaux : $_0S_2$ (*gauche*) et $_0S_3$ (*droite*), chaque cercle correspond au résultat de l'étape préliminaire du processus d'ajustement pour une station.

$_0S_2$ fréquences [mHz]						
	ordre azimutal du singlet					
	m = -2	m = -1	m = 0	m = +1	m = +2	fréquence moyenne
résultats de l'ajustement (cette étude)	0.299943 $\pm$ 4.0 10^{-5}	0.304575 $\pm$ 1.3 10^{-4}	0.309286 $\pm$ 7.2 10^{-5}	0.313869 $\pm$ 1.6 10^{-4}	0.318437 $\pm$ 5.1 10^{-5}	0.309222
Rosat *et al.* (2005) (moyenne pondérée)	0.29997 $\pm$ 6.3 10^{-6}	0.30458 $\pm$ 4.7 10^{-6}	0.30924 $\pm$ 6.0 10^{-6}	0.31381 $\pm$ 1.1 10^{-5}	0.31843 $\pm$ 4.6 10^{-6}	0.30913 $\pm$ 1.5 10^{-4}
PREM	0.2998406	0.3046943	0.3093881	0.3139219	0.3182958	0.3092281

TAB. 12 – Fréquences pour $_0S_2$ obtenues par le processus d'ajustement comparées avec les résultats de Rosat *et al.* (2005) obtenus avec des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP. Fréquences calculées avec le modèle PREM en utilisant le formalisme de Dahlen et Sailor (1979) sont aussi indiquées pour comparaison.

$_0S_3$ fréquences [mHz]							
	ordre azimutal du singlet						
	m = -3	m = -2	m = -1	m = 0	m = +1	m = +2	m = +3
résultats de l'ajustement (cette étude)	0.461645 $\pm$ 4.8 10^{-5}	0.464144 $\pm$ 8.3 10^{-5}	0.466435 $\pm$ 9.2 10^{-5}	0.468791 $\pm$ 3.0 10^{-4}	0.470764 $\pm$ 8.2 10^{-5}	0.472818 $\pm$ 1.4 10^{-4}	0.474727 $\pm$ 6.5 10^{-5}
Rosat *et al.* (2005) (Strasbourg)	0.46167 $\pm$ 3.0 10^{-5}	0.46424 $\pm$ 2.0 10^{-4}	0.46639 $\pm$ 1.8 10^{-5}	-	0.47084 $\pm$ 1.1 10^{-5}	0.47266 $\pm$ 4.8 10^{-5}	0.47474 $\pm$ 2.1 10^{-5}
PREM	0.4617791	0.4642144	0.4665427	0.4687641	0.4708785	0.4728859	0.4747864

TAB. 13 – Fréquences pour $_0S_3$ obtenues par le processus d'ajustement comparées avec les résultats de Rosat *et al.* (2005) obtenus avec le gravimètre supraconducteur de la station de J9 (Strasbourg, France). Les fréquences calculées avec le modèle PREM en utilisant le formalisme de Dahlen et Sailor (1979) sont aussi indiquées pour comparaison.

Le tableau 11 présente les fréquences obtenues pour ${}_2S_1$ en utilisant les 2 composantes horizontal de STS-1 (des stations BFO et MAJO) ; il est aussi indiqué une comparaison avec les résultats pour le même évènement en utilisant des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP obtenus par Rosat *et al.* (2005). Les fréquences théoriques calculées à partir de PREM en utilisant Dahlen et Sailor (1979) sont aussi indiquées dans le tableau. Le singlet $m = 0$ est trop faiblement excité pour que l'estimation de fréquence soit réalisable. Pour ces deux stations, seule la composante EW est utilisée car la composante NS est trop bruitée. Pour $m = -1$, on trouve une fréquence en accord avec celle trouvée par Rosat *et al.* (2005) et un peu plus petite que celle pour PREM ; cependant pour $m = +1$, on a obtenu une fréquence plus proche de celle obtenue à partir de PREM que de celle trouvée par Rosat *et al.* (2005).

14 Conclusion

Dans cette étude, on a montré que les oscillations libres de la Terre peuvent apporter des informations sur la cinématique globale de la source des grands séismes ($M_w \geq 8$). Pour les modes les plus graves, seules les amplitudes sont généralement utilisées pour contraindre le mécanisme des sources et le moment sismique. Les phases sont rarement prises en considération explicitement. En utilisant les données longues périodes du séisme de Sumatra du 26 décembre 2004, on a montré que les phases initiales des singlets composant les multiplets, dont le splitting est clairement observable, contiennent des informations sur la longueur de la rupture et sur la durée de la source, et par conséquent la vitesse moyenne de rupture.

Pour cette étude on a utilisé des données de sismomètres large-bande des réseaux sismologiques permanents (principalement des sismomètres STS-1), et des données des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP. Ce sont principalement des composantes verticales qui ont été utilisées, car les composantes horizontales sont beaucoup plus bruitées que les verticales aux périodes considérées, notamment à cause du bruit d'origine atmosphérique. Les composantes horizontales ont été seulement utilisées pour le séisme de Sumatra 2004, et seulement pour l'estimation des phases du multiplet ${}_1S_2$.
Deux méthodes ont été utilisées pour l'estimation des phases initiales des multiplets les plus graves : un ajustement spectral non linéaire individuel (obtention d'une phase par singlet et par station), et la méthode du "singlet stripping" utilisé traditionnellement pour l'étude des structures 3D de la Terre à partir des modes propres (obtention d'une seule phase par singlet). La deuxième méthode offre l'avantage de prendre facilement en considération le fait que les fréquences et les facteurs de qualité des différents singlets d'un multiplet

sont indépendants de la station. Cette méthode permet aussi d'utiliser des séries temporelles moins longues pour le calcul, car pour cette méthode, on n'a plus besoin que les singlets soient séparés dans les spectres individuels des stations, la séparation des fonctions d'excitation des singlets se fait par inversion conjointe des données de toute les stations disponibles.
Ces deux méthodes ont été principalement utilisées pour l'estimation des phases du séisme de Sumatra du 26 décembre 2004, mais aussi pour deux autres séismes : celui de Nias du 28 mars 2005 (M_w 8.6) et celui du Pérou de 2001 (M_w 8.4).

Pour le séisme de Sumatra 2004, avec l'estimation des phases d'un certain nombre des multiplets les plus graves (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$), on a trouvé, à partir des mesures de phases par la première méthode, une longueur de rupture de 1220 $\pm$ 100 km, et une durée de source de 500 $\pm$ 50 s, et par conséquent une vitesse moyenne de rupture de 2.4 km/s. Et à partir des estimations de phases par la deuxième méthode, on trouve une longueur de rupture de 1250 $\pm$ 100 km, et une durée de source de 550 $\pm$ 50 s, et par conséquence une vitesse moyenne de rupture de 2.3 $\pm$0.3 km/s. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont comparables et en accord avec d'autres études utilisant des courtes périodes, des longues périodes, du GPS, ou des données hydroacoustiques. Pour prendre en compte la complexité de la rupture de ce séisme, on a introduit une variation de la dislocation le long de la rupture (fenêtre triangulaire) dans le processus d'inversion des phases, et la fenêtre optimale a son sommet (et donc le maximum de dislocation) localisé autour de 5.8° N en accord avec la distribution du glissement le long de la rupture trouvée dans d'autres études.

Pour les séisme de Sumatra 2004, on a considéré une rupture unilatérale. La rupture pour le séisme de Nias est plus complexe avec deux segments et une propagation dans des directions opposées. Pour ce séisme, le rapport signal sur bruit est clairement plus faible que pour le séisme de Sumatra, et par conséquent, le nombre de multiplet considéré a été réduit (${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$). De part son caractère bilatéral, l'effet de la finitude des deux segments tend à s'annuler, et il n'est pas possible pour ce séisme de contraindre la longueur de la rupture.

Pour le séisme du Pérou, le rapport signal sur bruit est aussi clairement inférieur à celui du séisme de Sumatra de 2004. Seuls les multiplets ${}_0S_0$, ${}_1S_0$ et ${}_0S_3$ ont été considérés, et seule la première méthode a été appliquée, car on a moins de stations avec des enregistrements de suffisamment bonne qualité. Bien que ce séisme ait une magnitude M_w inférieure à celui de Nias, il a l'avantage d'avoir une rupture unilatérale. A partir des phases obtenues, on trouve une longueur de rupture de l'ordre de 320 km, et une durée de source de 145 s. La longueur de rupture obtenue pour ce séisme est plus en accord avec la longueur de la zone où se sont localisées les répliques qu'avec les longueurs de rupture obtenues par inversion des ondes de volume ou de surface.

Troisième partie

Effets locaux et oscillations libres de la Terre

15 Introduction

Dans la première partie, on a vu comment les données des instruments horizontaux aux périodes des marées terrestres peuvent être fortement affectées par des effets locaux : topographie, cavité, hétérogénéités locales, ..., (on désignera tous ces effets locaux dans la suite simplement comme effets de cavité). Or plus les fréquences sont élevées et plus l'effet inertiel prédomine devant le tilt et donc devant ces effets locaux (car l'effet inertiel est proportionnel à ω^2 (voir la figure 48)). Une question se pose donc naturellement : jusqu'à quelles fréquences ces effets locaux sont-ils observables ? La bande de fréquence adjacente à celles des marées terrestres étant celle des oscillations libres de la Terre, dans cette partie, on s'intéressera à regarder ces éventuels effets locaux notamment sur les modes propres les plus graves (de fréquence inférieure à 1.5 mHz). Pour cela, on considérera les données du séisme de Sumatra, pour lequel ces modes sont particulièrement bien observables car suffisamment excités pour avoir un bon rapport signal sur bruit sur les composantes horizontales qui sont souvent plus bruitées que les verticales.
Le splitting des modes propres les plus graves est essentiellement dû à la rotation et à l'ellipticité de figure, cependant plus on considère des fréquences élevées et plus l'effet des structures 3D de la Terre devient important. Il convient donc de prendre en compte ces effets, afin de bien mettre en évidence les éventuels effets de cavités que l'on cherche à étudier. Pour cela, on utilisera les composantes verticales qui sont peu affectées par les effets locaux (topographie, cavité, ...) pour estimer des coefficients complexes, appelés "coefficients de structure" qui sont représentatifs de l'effet des perturbations asphériques par rapport à un modèle de Terre à symétrie sphérique. Ces coefficients sont caractéristiques d'un multiplet et comme ils sont les mêmes pour les composantes horizontales et verticales, une fois déterminés, ils peuvent donc être utilisés pour prendre en compte les effets des structures 3D dans les sismogrammes horizontaux, et permettre ainsi une comparaison avec les données.
Pour mettre en évidence ces effets locaux, on considérera en premier lieu des stations qui possèdent plusieurs instruments horizontaux, ce qui permet une comparaison des données des différents instruments ; ainsi que quelques stations dont les composantes horizontales sont de bonne qualité. Les figures 67 et 68 présentent la comparaison des spectres des données du séisme de Sumatra des composantes EW et NS de différents instruments : sismomètre de puits et sismomètre STS-1 à la station ANMO (Albuquerque, USA), et inclinomètre et sismomètre STS-1 à la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). La figure 67 montre clairement que les instruments de la station ANMO ont des données très similaires, alors qu'à BFO (figure 68) il y a des différences notables sur la composante NS pour les modes les plus graves, comme on l'avait déjà observé pour les marées. Il semble donc que les modes les plus graves peuvent aussi être affectés par ces effets de locaux et c'est ce qu'on cherchera à caractériser dans cette étude.

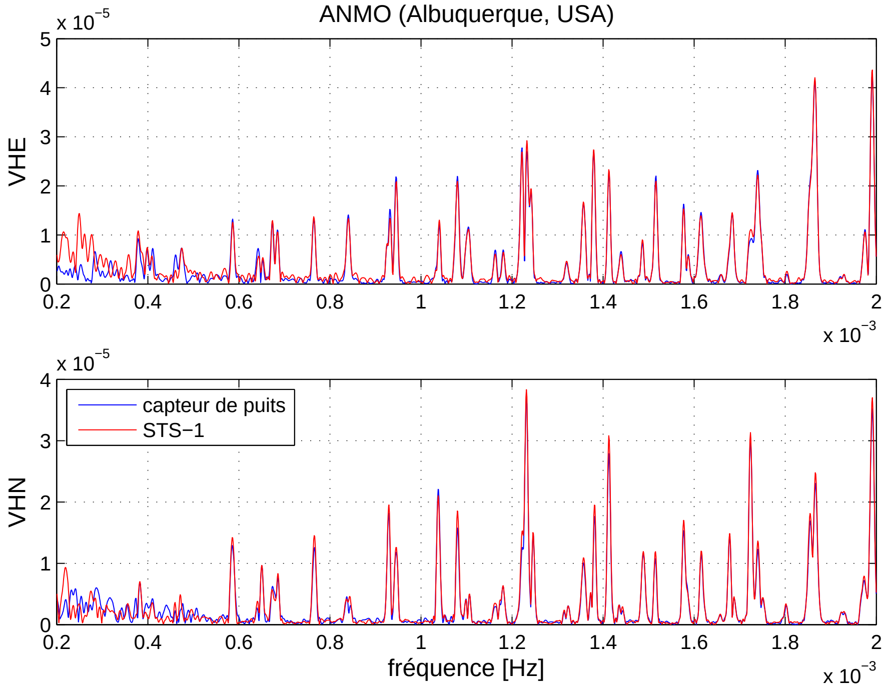


FIG. 67 – Comparaison des spectres linéaires des données du séisme de Sumatra (26/12/2004) des composantes EW et NS de deux capteurs différents (un sismomètre de puits (courbe rouge) et un sismomètre STS-1 (courbe bleue)) à la station ANMO (Albuquerque, USA). La fenêtre temporelle est de 3 jours, et les unités sont des m/s^2*s.

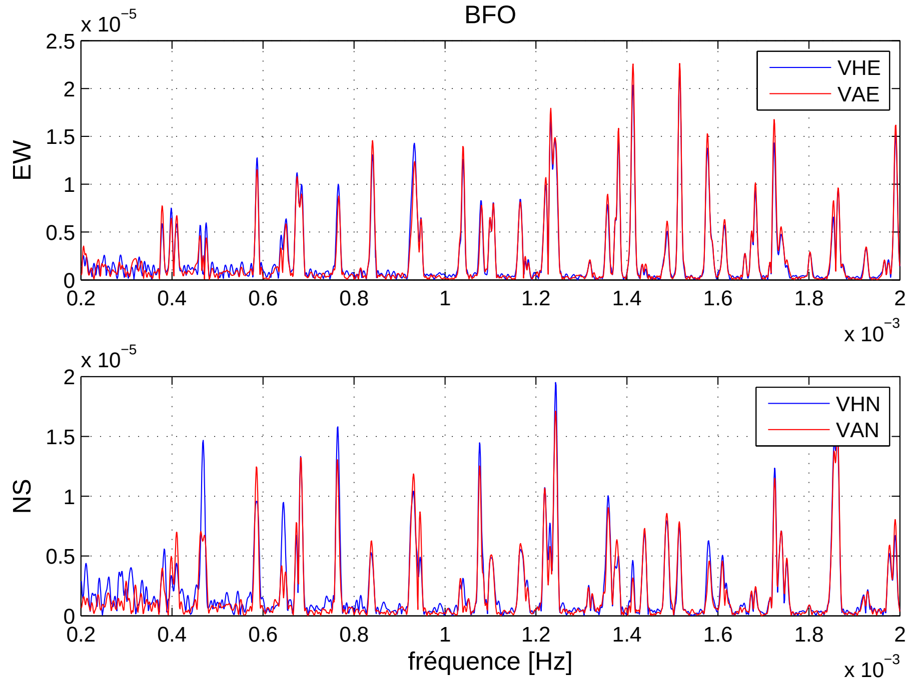


Fig. 68 – Comparaison des spectres linéaires des données du séisme de Sumatra (26/12/2004) des composantes EW et NS de deux capteurs différents (un inclinomètre (courbe rouge) et un sismomètre STS-1 (courbe bleue)) à la station BFO (Black Forest Observatory, Allemagne). La fenêtre temporelle est de 3 jours, et les unités sont des $m/s^2 * s$.

16 Modes propres de la Terre et coefficients de structure

L'accélération du sol due à un séisme peut s'écrire de façon très générale sous la forme suivante (Woodhouse et Dahlen, 1978; Woodhouse et Girnius, 1982) :

$$\mathbf{a}(t) = \sum_k Re\left[(\mathbf{r}_k^* e^{iH_k t}\mathbf{s}_k)e^{i\omega_k t}e^{-\gamma_k t}\right] \tag{71}$$

où k représente un multiplet (soit l le degré d'harmonique, n le nombre d'harmonique et le type de multiplet (toroïdal ou sphéroïdal)), $\mathbf{r}_k$ et $\mathbf{s}_k$ sont respectivement le vecteur récepteur et le vecteur source pour un modèle de Terre à symétrie sphérique, ω_k est la fréquence propre dégénérée du multiplet k, $\gamma_k = \omega_k/2/Q_k$ est le taux d'atténuation, et H_k est la matrice de splitting. Cette matrice représente l'effet des structures asphériques de la Terre, de la rotation et de l'ellipticité de figure.
Dans le cas d'une Terre à symétrie sphérique en rotation et en équilibre hydrostatique, la matrice de splitting $\mathbf{H}$ est diagonale avec $H^k_{mm'} = \omega_k(a + mb + m^2c)\delta_{mm'}$ (où a, b et c sont des coefficients de splitting (Dahlen, 1968; Dahlen et Sailor, 1979)), le splitting est alors seulement dû à la rotation et à l'ellipticité de la Terre : b correspond à l'effet au premier ordre de la force de Coriolis, et a et c à l'effet de l'ellipticité, de la force centrifuge et de la force de Coriolis au second ordre. L'ajout de perturbations asphériques peuvent introduire des termes non diagonaux dans la matrice $\mathbf{H}$. Des structures 3D axi-symétriques introduisent seulement des termes diagonaux.

Dans le cas d'un modèle de Terre général comprenant des structures 3D, la matrice de splitting $\mathbf{H}$ peut être décomposée en valeurs propres et vecteurs propres par une transformation de similarité :

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{Z}^{-1} \tag{72}$$

où $\boldsymbol{\Delta}$ est une matrice diagonale et ses termes diagonaux $\Delta_i = \delta\omega_i + i\delta\gamma_i$ représentent la perturbation en fréquence complexe (soit $\delta\omega_i$ en fréquence et $\delta\gamma_i$ en facteur de qualité) pour chaque singlet, $\mathbf{Z}$ est une matrice unitaire dont les colonnes sont les vecteurs propres correspondants. La diagonalisation de la matrice $\mathbf{H}$ permet d'obtenir les fréquences éclatées des différents singlets d'un multiplet, perturbé par les structures 3D de la Terre.
L'équation (71) peut alors s'écrire sous la forme suivante (changement de base) :

$$\mathbf{a}(t) = \sum_k Re\left[(\mathbf{r}_k'^* e^{i\Delta t}\mathbf{s}_k')e^{i\omega_k t}e^{-\gamma_k t}\right] \tag{73}$$

où $\mathbf{r}_k'^* = \mathbf{r}_k^*\mathbf{Z}$, et $\mathbf{s}_k' = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{s}_k$. Ces nouveaux vecteurs récepteur et source traduisent le fait que les structures 3D de la Terre introduisent un couplage entre les différents singlets

d'un même multiplet. Dans ce cas, l'ordre azimutal m n'est plus un nombre quantique représentatif. Comme on a choisi de travailler avec les harmoniques sphériques liées à l'axe de rotation, tant que les structures 3D sont axi-symétriques, l'ordre azimutal m reste un nombre quantique représentatif, mais ce n'est plus le cas à partir du moment où il existe des structures 3D non axi-symétriques.
Les hétérogénéités 3D peuvent aussi introduire des couplages entre multiplets proches. Ce couplage entre différents multiplets peut être facilement pris en compte en considérant des super-multiplets ; on groupe en super-multiplet les multiplets proches en fréquence et en facteur de qualité, et susceptibles de coupler. L'ellipticité et la rotation introduisent aussi des couplages entre certains multiplets, et notamment la force de Coriolis principalement dans la bande de fréquence 1.5mHz-3.5mHz (voir par exemple Masters *et al.*, 1983), mais aussi pour des fréquences inférieures à 1 mHz (Zürn *et al.*, 2000).

Dans l'équation (71), les éléments de la matrice de splitting $\mathbf{H}$ peuvent s'écrire, dans le cas d'un multiplet isolé, sous la forme :

$$H^k_{mm'} = \omega_k(a_k + mb_k + m^2 c_k)\ \delta_{mm'} + \sum_{\substack{s=2 \\ s\ pair}}^{2l} \gamma_s^{mm't}\ {}_kc_s^t \tag{74}$$

où a_k, b_k et c_k sont les coefficients de splitting (Dahlen, 1968), ω_k la fréquence dégénérée du multiplet k. Ce premier terme diagonal représente l'effet de l'éclatement du multiplet k sous l'effet de la rotation et de l'ellipticité, et le second terme représente la contribution des structures 3D de la Terre. Les coefficients ${}_kc_s^t$ sont appelés "coefficients de structure", ce sont des nombres complexes qui représentent la contribution des perturbations asphériques de degré s et d'ordre t par rapport à un modèle de Terre à symétrie sphérique. Les indices s et t proviennent du développement en harmoniques sphériques de ces perturbations asphériques (s et t sont respectivement le degré et l'ordre du développement en harmoniques sphériques de ces perturbations, $-s \leq t \leq s$). L'expression $\gamma_s^{mm't}$ contient l'aspect géométrique du problème.
Les perturbations asphériques peuvent être représentées, par exemple, par le développement en harmoniques sphériques du module de compressibilité $\delta\kappa$, du module de cisaillement $\delta\mu$,

de la densité $\delta\rho$, et de la topographie des différentes discontinuités h_i :

$$\delta\kappa(r,\theta,\phi) = \sum_{s,t} \delta\kappa_s^t(r) Y_s^t(\theta,\phi) \quad (75)$$

$$\delta\mu(r,\theta,\phi) = \sum_{s,t} \delta\mu_s^t(r) Y_s^t(\theta,\phi) \quad (76)$$

$$\delta\rho(r,\theta,\phi) = \sum_{s,t} \delta\rho_s^t(r) Y_s^t(\theta,\phi) \quad (77)$$

$$h_i(\theta,\phi) = \sum_{s,t} h_{is}^t Y_s^t(\theta,\phi) \quad (78)$$

Les coefficients de structures sont linéairement reliés aux perturbations en structures asphériques de la Terre par la relation suivante (Woodhouse et Dahlen, 1978) :

$$_kc_s^t = \int_0^a \left({}_kR_s(r)\delta\rho_s^t(r) + {}_kK_s(r)\delta\kappa_s^t(r) + {}_kM_s(r)\delta\mu_s^t(r) \right) r^2 dr - \sum_i r_i^2 h_{is}^t \, {}_kB_{is} \quad (79)$$

où les kernels $_kR_s$, $_kK_s$, $_kM_s$, et $_kB_s$ dépendent des fonctions propres du modèle de Terre à symétrie sphérique et sont donnés par Woodhouse et Dahlen (1978). Ces coefficients de structure peuvent être vus comme des observables secondaires, car ils contiennent toute l'information sur la structure 3D de la Terre. Ils peuvent donc soit être utilisés pour prendre en compte les effets des structures 3D dans les sismogrammes, soit être utilisés comme données pour construire un modèle de Terre 3D. Dans cette étude, on estimera les coefficients de structure d'un certain nombre de multiplets les plus graves, mais on ne cherchera pas à les inverser pour déterminer un modèle de Terre. On les utilisera pour prendre en compte les effets 3D dans le calcul des sismogrammes synthétiques horizontaux pour pouvoir étudier les effets de cavité sur ces composantes.

$\gamma_{ls}^{mm't}$ est une intégrale sur la surface de rayon unitaire du produit de 3 harmoniques sphériques :

$$\gamma_{ls}^{mm't} = \iint_\Omega Y_l^{m*} \, Y_s^t \, Y_l^{m'} d\Omega \quad (80)$$

Ces intégrales sont appelées intégrales de Gaunt et Adams (voir par exemple Dahlen et Tromp, 1998).
Y_l^m sont les harmoniques sphériques complètement normalisées (Edmonds, 1960) :

$$Y_l^m(\theta,\phi) = (-1)^m \left[\frac{2l+1}{4\pi}\right]^{1/2} \left[\frac{(l-m)!}{(l+m)!}\right]^{1/2} P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (81)$$

où θ est la colatitude, ϕ la longitude et P_l^m les polynômes de Legendre.
Ces coefficients peuvent aussi s'écrire en fonction des 3-j symboles de Wigner (Edmonds,

1960, voir annexes) :

$$\gamma_{ls}^{mm't} = (-1)^m (2l+1) \left(\frac{2s+1}{4\pi} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} l & s & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l & s & l \\ -m & t & m' \end{pmatrix} \tag{82}$$

Le coefficient $\gamma_{ls}^{mm't}$ est non nul, pour $t = m - m'$, s pair et $0 \leq s \leq 2l$ (inégalité triangulaire). Ces conditions sont appelées "règles de sélection" et résultent directement des propriétés des 3j-symboles, qui sont une conséquence directe de l'orthogonalité des fonctions propres et en particulier des harmoniques sphériques. Par conséquent, ces règles de sélection limitent le type de structures asphériques auquel un multiplet donné est sensible. Si on considère des multiplets isolés, seules les structures de degré pair peuvent être déterminées ; les structures de degré impair ne peuvent être déterminées qu'en considérant des multiplets couplés (voir par exemple Resovsky et Ritzwoller, 1995). Pour un multiplet donné, seules les structures de degré s compris entre 0 et $2l$ peuvent être déterminées ; ainsi ${}_0S_2$ peut être affecté par les structures de degré 0 à 4, ${}_0S_3$ par les structures de degré 0 à 6, etc.

17 Détermination des coefficients de structures

Les coefficients de structure sont associés à un multiplet k. Pour chaque multiplet, on détermine les différents coefficients de structures ; ces coefficients sont identiques pour les composantes verticales et horizontales. Or comme les composantes verticales ne sont pratiquement pas affectées par les effets locaux que l'on cherche à étudier (car la sensibilité au tilt est du premier ordre sur les composantes horizontales et du deuxième ordre sur les verticales), on utilise ces composantes pour la détermination de ces coefficients de structure.

17.1 Méthode utilisée

Les structures 3D de la Terre ont été largement étudiées à partir des oscillations libres de la Terre, (par exemple Masters *et al.*, 1982; Ritzwoller *et al.*, 1986, 1988; Giardini *et al.*, 1988; Li *et al.*, 1991; Widmer *et al.*, 1992a; He et Tromp, 1996; Smith et Masters, 1989; Masters *et al.*, 2000a) ; différentes techniques pour l'estimation des coefficients de structure ont été utilisées, et notamment le singlet stripping (qui suppose des structures asphériques principalement axi-symétriques) (Ritzwoller *et al.*, 1986; Widmer *et al.*, 1992a), une estimation autorégressive de la matrice de splitting (qui permet de s'affranchir de la connaissance de la source) (Masters *et al.*, 2000a,b) et un ajustement spectral itératif non linéaire (Ritzwoller *et al.*, 1986, 1988; Giardini *et al.*, 1987, 1988; Resovsky et Ritzwoller, 1998; He et Tromp, 1996). C'est cette dernière méthode que l'on utilisera dans cette étude pour l'estimation des coefficients de structure.

Masters *et al.* (1982) ont montré que les perturbations en fréquences des multiplets sphéroïdaux fondamentaux liées aux effets des structures 3D ont une distribution géographique qui est principalement de degré 2. D'autres études ont par la suite confirmé cette dominance du degré 2 (voir par exemple Ritzwoller et Lavely, 1995; Romanowicz *et al.*, 1987). Dans cette étude, on se limitera donc aux structures de degré 2.

Dans la suite de l'étude, on considère multiplet par multiplet, et donc pour plus de lisibilité, on laissera de côté l'indice k du multiplet considéré, et donc par exemple on écrira c_s^t au lieu de ${}_kc_s^t$.
La relation reliant les coefficients de structures à l'accélération n'est pas linéaire (présence de l'exponentielle e^{iHt} dans l'équation (71)) ; cependant Ritzwoller *et al.* (1986) ont montré que les coefficients de structures peuvent être déterminés par une méthode de Newton (voir équation (83)). Pour cela, on linéarise la dépendance de l'accélération à de petites perturbations des coefficients de structure δc_s^t :

$$a(r,t) \approx a_0(r,t) + \sum_{s,t} \frac{\partial a_0(r,t)}{\partial c_s^t} \delta c_s^t \tag{83}$$

où $a_0(r,t)$ est l'accélération calculée à partir du modèle de Terre de référence, donc pour des coefficients de structure c_s^t de référence. Ritzwoller *et al.* (1986) utilisent 2 méthodes pour calculer les dérivées des sismogrammes par rapport aux coefficients de structures. Dans cette étude on utilise la méthode basée sur une relation de récurrence dans le temps.

Pour déterminer les coefficients de structure on procède de façon itérative à partir d'un modèle de Terre de référence. Pour cela, on calcule la transformée de Fourier de l'équation (83), et on définit le résidu spectral de la n^e station à l'itération j par :

$$\Delta a_n^{(j)}(r,\omega) = a_n(r,\omega) - a_{0_n}^{(j)}(r,\omega) \tag{84}$$

On considère seulement une fenêtre étroite en fréquence autour du multiplet considéré.

L'équation (83) peut alors s'écrire de façon plus compacte :

$$\mathbf{\Delta a^{(j)}} = \mathbf{A^{(j)}}\delta\mathbf{c} \tag{85}$$

où $\mathbf{A}$ est la matrice des dérivées partielles, chacune de ces colonnes correspond à un degré et un ordre unique de la structure 3D. La contribution du spectre des différentes stations est concaténée verticalement dans $\mathbf{\Delta a}$ et $\mathbf{A}$. Pour un degré s donné, il y a $2s+1$ coefficients de structure complexes d'ordre t tel que $-s \leq t \leq s$; les coefficients de structure d'ordre négatif ne sont pas indépendants de ceux d'ordre positif. Ils sont reliés de la façon suivante :

$$c_s^{-t} = (-1)^t c_s^{t*} \tag{86}$$

où $*$ représente le complexe conjugué. Pour un degré s donné, on cherche donc $s+1$ coefficients de structure complexe. Pour avoir un problème inverse purement réel, on a séparé la contribution de la partie réelle de celle de la partie imaginaire, on double donc le nombre d'inconnues que l'on cherche, soit $2s+1$ pour un degré s donné, car le coefficient de structure d'ordre $t=0$ est purement réel.

On résout ce problème inverse à chaque itération j de la façon suivante :

$$\delta\mathbf{c} = \left(\mathbf{A}^T\mathbf{C_d}^{-1}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{C_d}^{-1}\mathbf{\Delta a} \tag{87}$$

où $\mathbf{C_d}$ est la matrice de covariance sur les données (c'est-à-dire les spectres). Lors de l'inversion, le conditionnement de la matrice $(\mathbf{A}^T\mathbf{C_d}^{-1}\mathbf{A})$ est surveillé.
La matrice $\mathbf{C_d}$ sert à pondérer les données en fonction de leur qualité. Les poids w_n^j sont calculés de la façon suivante :

$$w_n^j = \left((1/N)\sum_{i=1}^{N}(\Delta a_n^j(\omega_i))^2\right)^{-1/2} \tag{88}$$

On obtient ainsi des perturbations en coefficient de structure δc (voir équation (87)) que l'on ajoute aux coefficients de l'itération précédente :

$$(c_s^t)^{(j+1)} = (c_s^t)^j + (\delta c_s^t)^j \tag{89}$$

On peut ainsi poursuivre le processus itératif, on calcule de nouveaux synthétiques (et les dérivées correspondantes) en utilisant ces nouveaux coefficients de structures, on détermine de nouveau les résidus spectraux (voir équation (84)). Ce processus itératif est interrompu lorsque la variation entre 2 itérations devient trop petite, et lorsqu'il n'y a plus de diminution significative des résidus.
La détermination des coefficients de structure suppose une connaissance précise de la source. Pour prendre compte d'éventuelles erreurs introduites par des imprécisions sur la modélisation de la source, on introduit un facteur complexe qui multiplie le sismogramme et qui est inversé en même temps que les coefficients de structure. Les inversions ont été effectuées en utilisant la source de Chen (voir partie précédente). Comme le montre la table 15, les facteurs trouvés lors de l'inversion sont très proches de 1, ceci montre que la source de Chen est une bonne représentation de la source du séisme de Sumatra pour les périodes des multiplets considérés.

Les inversions ont été effectuées à partir de 2 modèles de départ différents :
- le modèle PREM (Dziewonski et Anderson, 1981) qui est un modèle de Terre à symétrie sphérique élastique transversalement isotrope, qui ne comprend donc aucune structure asphérique.

– le modèle S16B30 (P16B30) (Masters *et al.*, 1996; Bolton et Masters, 1991), qui est un modèle 3D du manteau. En dehors du manteau, le modèle de PREM est utilisé. Ce modèle est un modèle en vitesse d'onde S (P). Il est paramétrisé en terme d'harmoniques sphériques latéralement (jusqu'à un degré 16) et de B-splines radialement (au nombre de 30). Un des avantages de ce modèle est qu'il intègre des coefficients de structures dans l'inversion du modèle. Le modèle en vitesse d'onde S est construit par l'inversion de temps de trajets d'onde de volume, de vitesse de phase des ondes de surface sur une large gamme de fréquence et de coefficients de structure de modes propres.

Ceci permet de voir une éventuelle influence du modèle de départ utilisé.

Les coefficients de structures comprennent les effets 3D du manteau, de la croûte et du noyau. L'importance relative des ces différentes contributions dans les coefficients de structure est importante dans le cadre d'une inversion tomographique pour obtenir un modèle de Terre. Cependant ce n'est pas un point important dans l'utilisation que l'on fait des coefficients de structure dans cette étude. En effet, ce que l'on cherche ce sont les coefficients de structures pour les multiplets les plus basses fréquences pour pouvoir les réutiliser dans l'étude d'éventuels effets locaux (cavité, topographie, ...) sur les données horizontales ; on cherche donc simplement à caractériser l'effet 3D total, sans séparer les contributions de la crôute, du manteau ou du noyau, car on ne cherche pas à inverser ces coefficients pour retrouver un modèle 3D, mais on utilise simplement ces coefficients pour prendre en compte les effets des structures 3D dans les sismogrammes des instruments horizontaux.

17.2 Résultats et estimation des erreurs

17.2.1 Comparaison des résultats de l'inversion avec un processus de recherche par grille

Comme dans tout problème non linéaire traité par une méthode itérative locale (gradients, Newton, etc) il existe un risque que la solution trouvée soit un minimum local. Pour vérifier que la solution trouvée n'est pas dans ce cas là, on a réalisé une recherche par grille des coefficients de structure pour les différents multiplets en complément de l'inversion. Pour cela, considérant un multiplet donné, pour chaque coefficient de structure (partie réelle et partie imaginaire indépendamment), on considère une large gamme de valeurs centrée sur le coefficient de structure correspondant obtenu par le processus d'inversion.
Comme on cherche les coefficients de structure de degré 2, on a 5 inconnues : (c_2^0, $Re(c_2^1)$,

$Im(c_2^1)$, $Re(c_2^2)$, $Im(c_2^2)$) ; pour chacune de ces inconnues, on considère donc une large gamme de valeurs, et on réalise une recherche des coefficients optimaux dans cet espace à 5 dimensions. Pour cela, à chaque point de la grille, on calcule un sismogramme vertical par station à partir des coefficients de structure correspondants au point de cette grille, et les résidus entre les spectres des données et les spectres des sismogrammes synthétiques. Les coefficients de structure optimaux correspondent au minimum des résidus de cette grille à 5 dimensions.

On a ensuite comparé les résultats des deux processus, et pour tous les multiplets considérés dans cette étude, on a un seul minimum, donc pas de minimum local. Le résultat trouvé par l'inversion correspond bien au minimum global. Cette recherche par grille, permet aussi d'avoir une idée des marges d'erreur associées à ce minimum et les éventuels trade-off entre les différents coefficients.

La figure 69 représente ces comparaisons entre les résultats de l'inversion et du processus de détermination des coefficients par recherche par grille pour le multiplet ${}_0S_3$. Les différents panneaux correspondent à toutes les coupes possibles selon les plans de coordonnées dans l'espace à 5 dimensions comprenant le minimum de la recherche par grille. Le point bleu correspond au minimum de la recherche par grille, le point rouge au résultat de l'inversion et le point noir au résultat d'une inversion dont le point de départ est le minimum de la recherche par grille. Les petits points gris correspondent aux points de la grille. Et les courbes de couleur correspondent aux lignes d'iso-valeurs des résidus. La fonction coût utilisée pour le calcul de ces résidus est la suivante :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j}(a_{obs}(x_i,\omega_j) - a_{th}(x_i,\omega_j))^2 \qquad (90)$$

où n est le nombre de stations considérées, x_i est la position de la station i, $a_{obs}(x_i, \omega_j)$ est le spectre des données à la station i, et $a_{th}(x_i, \omega_j)$ est le spectre des sismogrammes synthétiques calculés à partir des coefficients de structure du point de la grille considéré.
Cette figure permet de montrer que les résultats des deux processus sont en très bon accord. Les petites différences entre les points sont compris dans une même maille et donc ne sont pas significatives. Il n'y a pas d'existence de minimums locaux. Cette figure met aussi en évidence la forme du minimum, il est plus étendu dans certaines dimensions, il sera donc moins bien déterminé dans ces dimensions, ce qui est le cas par exemple pour la partie réelle de c_2^2. Ce qui est remarquable, c'est que dans les dimensions correspondant à la partie réelle et à la partie imaginaire de c_2^2 (panneau en bas à droite sur les figures), on a un minimum très plat et donc les erreurs seront plus grandes sur ces 2 coefficients comme on le verra par la suite. Par contre, on voit que les coefficients de structures c_2^0 et c_2^1 sont beaucoup mieux déterminés (voir les deux panneaux du haut de la figure 69), car les lignes

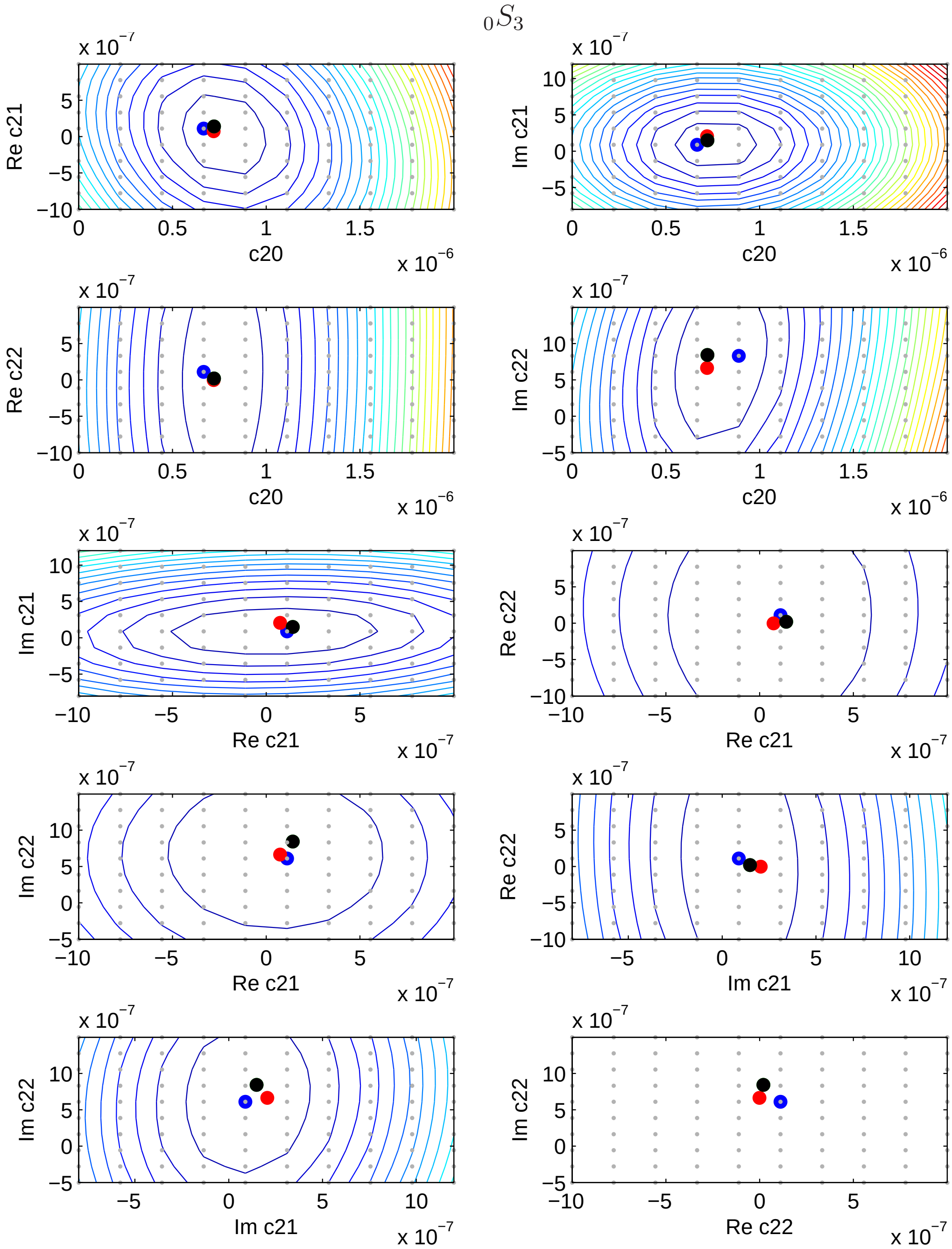


FIG. 69 – Comparaison des résultats du processus d'inversion et de celui de recherche par grille pour la détermination des coefficients de structure de degré 2 pour le multiplet $_0S_3$. Les différents panneaux correspondent à toutes les coupes possibles selon les plans de coordonnées dans l'espace à 5 dimensions comprenant le minimum de la recherche par grille. Le point bleu correspond au minimum de la recherche par grille, le point rouge au résultat de l'inversion et le point noir au résultat d'une inversion dont le point de départ est le minimum de la recherche par grille. Les petits points gris correspondent aux points de la grille. Et les courbes de couleur correspondent aux lignes d'iso-valeurs des résidus (environ 20 lignes iso-valeurs entre le minimum et le maximum de résidu). Les coefficients sont en Hz.

d'iso-valeurs des résidus sont très resserrées. On retrouvera des comportements similaires lorsqu'on estimera les erreurs sur ces coefficients dans la section suivante.

Les figures 70 et 71 montrent des résultats similaires pour ${}_0S_4$ et ${}_0S_6$: bon accord entre les résultats des 2 processus. Les lignes d'iso-valeurs sont plus resserrées pour ces deux multiplets que pour ${}_0S_3$, on a donc une meilleure détermination des coefficients de structure pour ces multiplets.

17.2.2 Estimation des erreurs sur les coefficients par la méthode du bootstrap

Pour évaluer les barres d'erreur des coefficients de structure, on a utilisé la méthode du bootstrap (Efron et Tibshirani, 1993). Le principe du bootstrap est de générer de nouveaux jeux de données par tirage au sort dans le jeux de données réelles, pour obtenir une estimation de la variabilité des paramètres du modèle. Cette approche implique donc de répéter l'analyse initiale sur un grand nombre de jeux de données. Dans la méthode du bootstrap, les jeux de données "dupliqués" ont la même taille que le jeu de données initiales [1].
Les éléments sont tirés aléatoirement avec remise dans le jeu initial de données $(y_1, y_2, ..., y_n)$, le jeu dupliqué y^* peut donc contenir plusieurs fois le même élément, ou certains éléments du jeu initial peuvent être absents de ce jeu dupliqué y^*. Par exemple, si on considère un jeu initial de 5 éléments $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$, un exemple de jeu dupliqué est $y^* = (y_3, y_5, y_3, y_2, y_4)$, y_1 est absent de ce jeu et y_3 apparaît deux fois.
Soit B jeux dupliqués indépendants $y_1^*, y_2^*, ..., y_B^*$ dont les éléments sont tirés aléatoirement avec remise parmi les n données $y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n$. Pour chaque jeu dupliqué b $(1 \leq b \leq B)$, on fait une estimation θ_b^* du paramètre θ que l'on cherche à évaluer.
La variance σ^2 sur le paramètre θ est alors de la forme :

$$\sigma^2 = \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}[\theta_b^* - \hat{\theta}^*]^2 \tag{91}$$

avec

$$\hat{\theta}^* = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\theta_b^* \tag{92}$$

Dans notre problème, le jeu initial de données est constitué par les spectres des différentes stations considérées. Le nombre initial de stations varie en fonction du multiplet considéré, et plus précisément du rapport signal sur bruit du multiplet aux différentes stations. Les paramètres que l'on cherche à déterminer sont les coefficients de structure ; donc pour chaque jeu de données dupliquées, on réalise une inversion pour estimer les coefficients

[1] contrairement à la méthode du Jacknife qui considère des jeux dupliqués de dimension inférieure au jeu initial de données

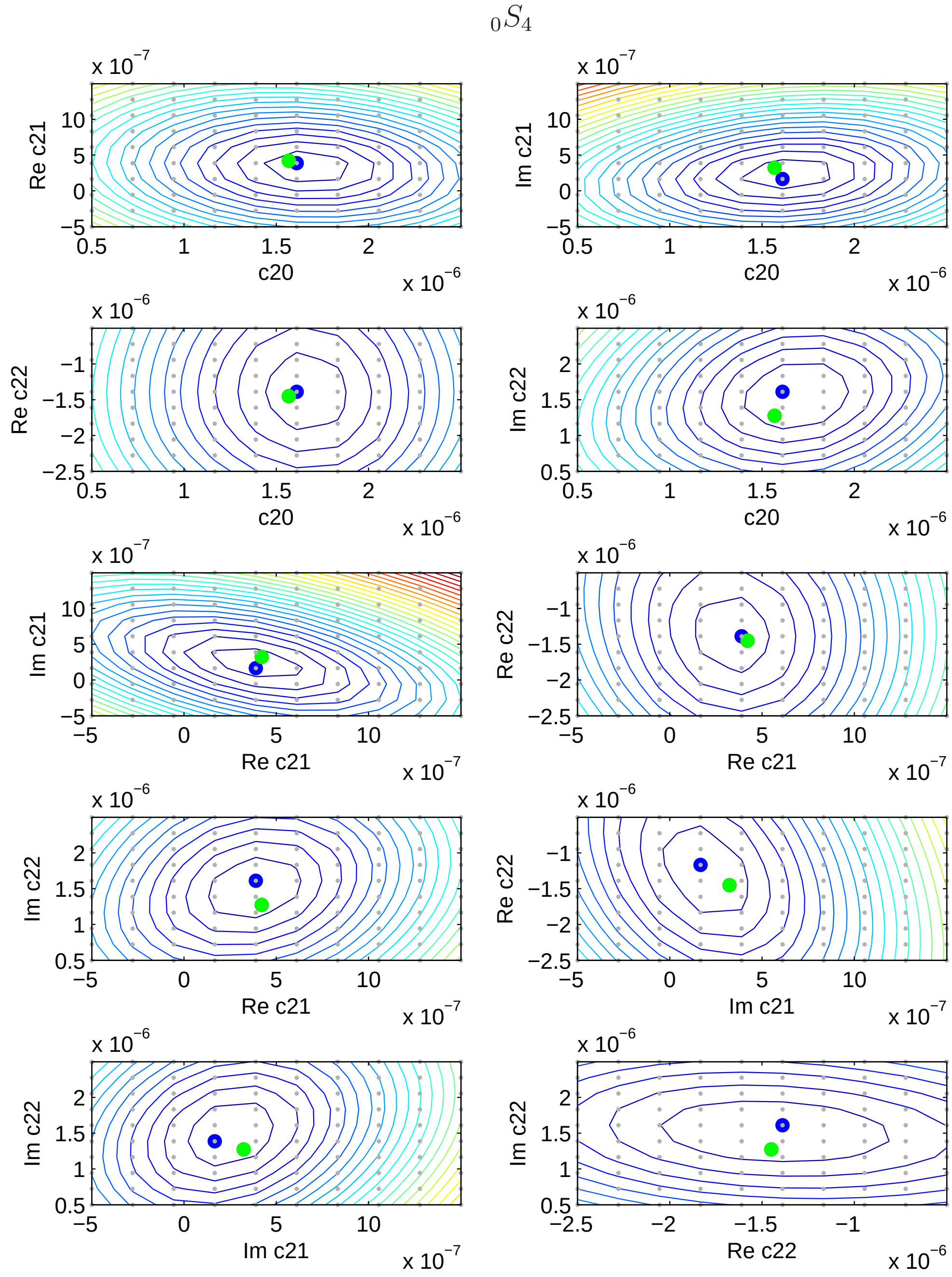


FIG. 70 – Comparaison des résultats du processus d'inversion et de celui de recherche par grille pour la détermination des coefficients de structure de degré 2 pour le multiplet $_0S_4$. Les différents panneaux correspondent à toutes les coupes possibles selon les plans de coordonnées dans l'espace à 5 dimensions comprenant le minimum de la recherche par grille. Le point bleu correspond au minimum de la recherche par grille, et le point vert au résultat de l'inversion. Les petits points gris correspondent aux points de la grille. Et les courbes de couleur correspondent aux lignes d'iso-valeurs des résidus (environ 20 lignes iso-valeurs entre le minimum et le maximum de résidu). Les coefficients de structures sont en Hz.

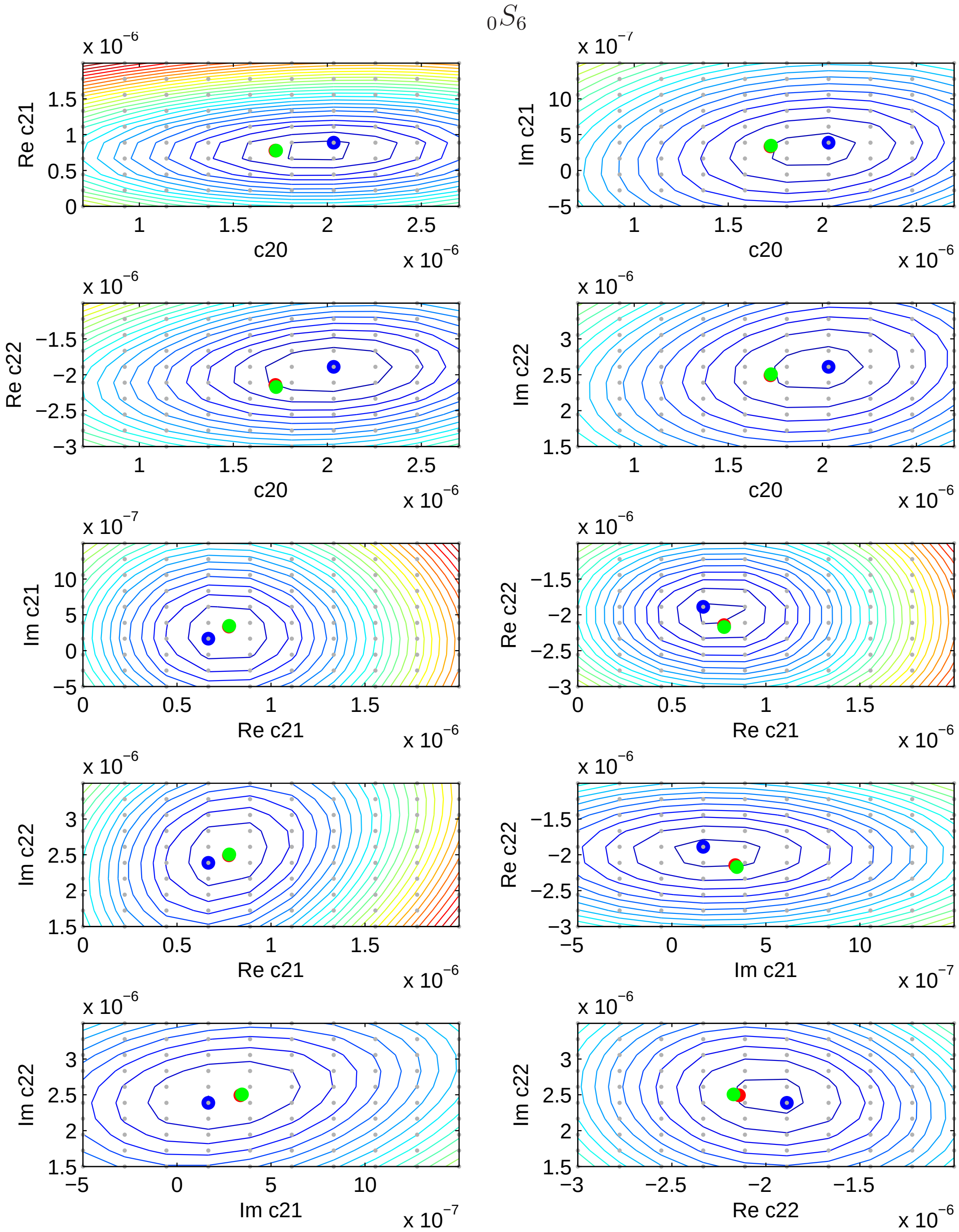


Fig. 71 – Comparaison des résultats du processus d'inversion et de celui de recherche par grille pour la détermination des coefficients de structure de degré 2 pour le multiplet $_0S_6$. Les différents panneaux correspondent à toutes les coupes possibles selon les plans de coordonnées dans l'espace à 5 dimensions comprenant le minimum de la recherche par grille. Le point bleu correspond au minimum de la recherche par grille, et le point vert au résultat de l'inversion. Les petits points gris correspondent aux points de la grille. Et les courbes de couleur correspondent aux lignes d'iso-valeurs des résidus (environ 20 lignes iso-valeurs entre le minimum et le maximum de résidu). Les coefficients de structures sont en Hz.

	c_2^0	$\pm 1 \cdot \sigma$	$Re(c_2^1)$	$\pm 1 \cdot \sigma$	$Im(c_2^1)$	$\pm 1 \cdot \sigma$	$Re(c_2^2)$	$\pm 1 \cdot \sigma$	$Im(c_2^2)$	$\pm 1 \cdot \sigma$
${}_0S_2$	-0.38	± 0.03	-0.07	± 0.15	-0.05	± 0.08	-0.54	± 0.35	-1.25	± 0.25
${}_0S_3$	0.73	± 0.02	0.15	± 0.05	0.14	± 0.03	0.02	± 0.11	0.91	± 0.12
${}_0S_4$	1.59	± 0.08	0.40	± 0.04	0.32	± 0.05	-1.42	± 0.14	1.35	± 0.14
${}_1S_2$	1.01	± 0.12	0.09	± 0.10	0.73	± 0.11	-1.93	± 0.60	-0.57	± 0.68
${}_0S_5$	2.13	± 0.10	0.57	± 0.04	0.11	± 0.04	-1.49	± 0.07	1.90	± 0.13
${}_0S_6$	1.78	± 0.14	0.77	± 0.04	0.32	± 0.06	-2.11	± 0.10	2.50	± 0.10
${}_0S_7$	1.71	± 0.16	1.02	± 0.06	0.74	± 0.10	-2.84	± 0.08	2.73	± 0.10
${}_1S_4$	0.29	± 0.06	0.65	± 0.05	0.66	± 0.06	-2.00	± 0.13	2.21	± 0.16

TAB. 14 – Coefficients de structures et leurs erreurs associées (en μHz) pour un certain nombre des modes les plus graves obtenus par le processus d'inversion et le bootstrap. Les erreurs indiquées correspondent à $\pm 1 \cdot \sigma$

multiplet	coefficient multiplicatif
${}_0S_2$	0.9816 + i 0.0025
${}_0S_3$	0.9849 - i 0.0028
${}_0S_4$	0.9850 - i 0.0017
${}_1S_2$	1.1135 - i 0.0111
${}_0S_5$	1.1107 - i 0.0031
${}_0S_6$	1.0386 - i 0.0191

TAB. 15 – Valeurs des facteurs multiplicatifs obtenues par le processus d'inversion pour prendre en compte des éventuelles erreurs dans la source du séisme utilisée. Le modèle de source utilisée pour l'inversion est le modèle de Chen. On obtient des facteurs multiplicatifs très proches de 1.

de structure. On peut donc ensuite estimer la variabilité de ces coefficients de structures à partir de toutes les estimations faites pour les différents jeux de données dupliquées. Les figures 72, 73 et 74 montrent les résultats du bootstrap, chaque point noir correspond à l'estimation des coefficients de structure pour un jeu dupliqué, les barres d'erreurs rouges correspondent à la variabilité de ces coefficients estimée à partir du bootstrap (voir l'équation (91)). Toutes les barres d'erreur indiquées dans cette étude correspondent à 1σ.

Les coefficients de structure ainsi que leur barres d'erreur sont résumés dans la table 14. L'effet de l'introduction de ces coefficients de structure dans le calcul des spectres synthétiques devient significatif pour des fréquences supérieures à 1 mHz, en comparaison des spectres calculés simplement avec PREM.

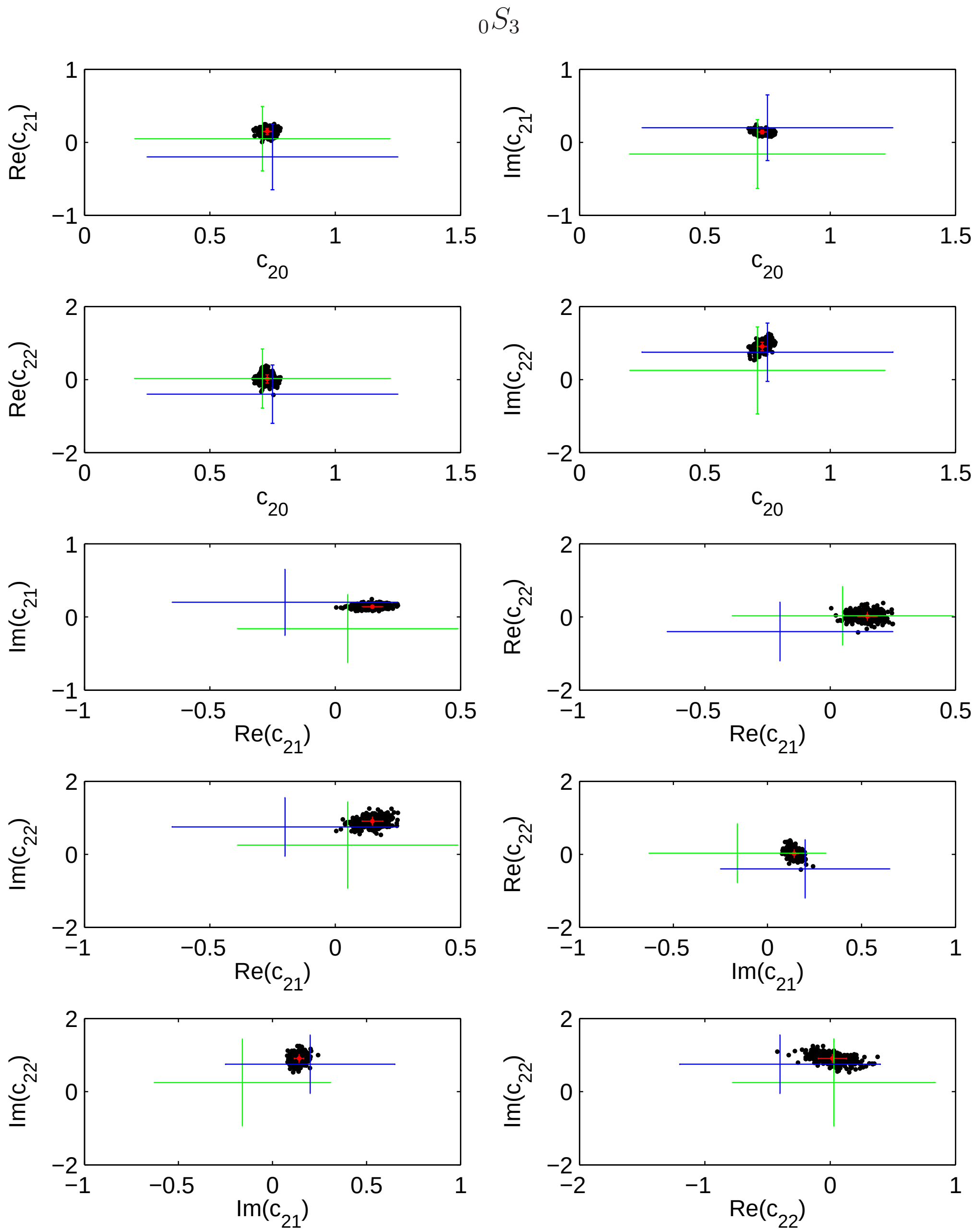


FIG. 72 – Résultats du bootstrap et barres d'erreurs estimées sur les coefficients de structure pour le multiplet $_0S_3$. Chaque point noir correspond à une estimation des coefficients de structure pour un échantillon de bootstrap. Les barres d'erreurs en rouge correspondent aux barres d'erreurs estimées à partir du bootstrap (soit $\pm 1 \cdot \sigma$), les barres d'erreurs vertes sont les valeurs de Resovsky et Ritzwoller (1998), et les barres bleues sont les valeurs de Masters *et al.* (2000b). Les coefficients de structures sont en μHz.

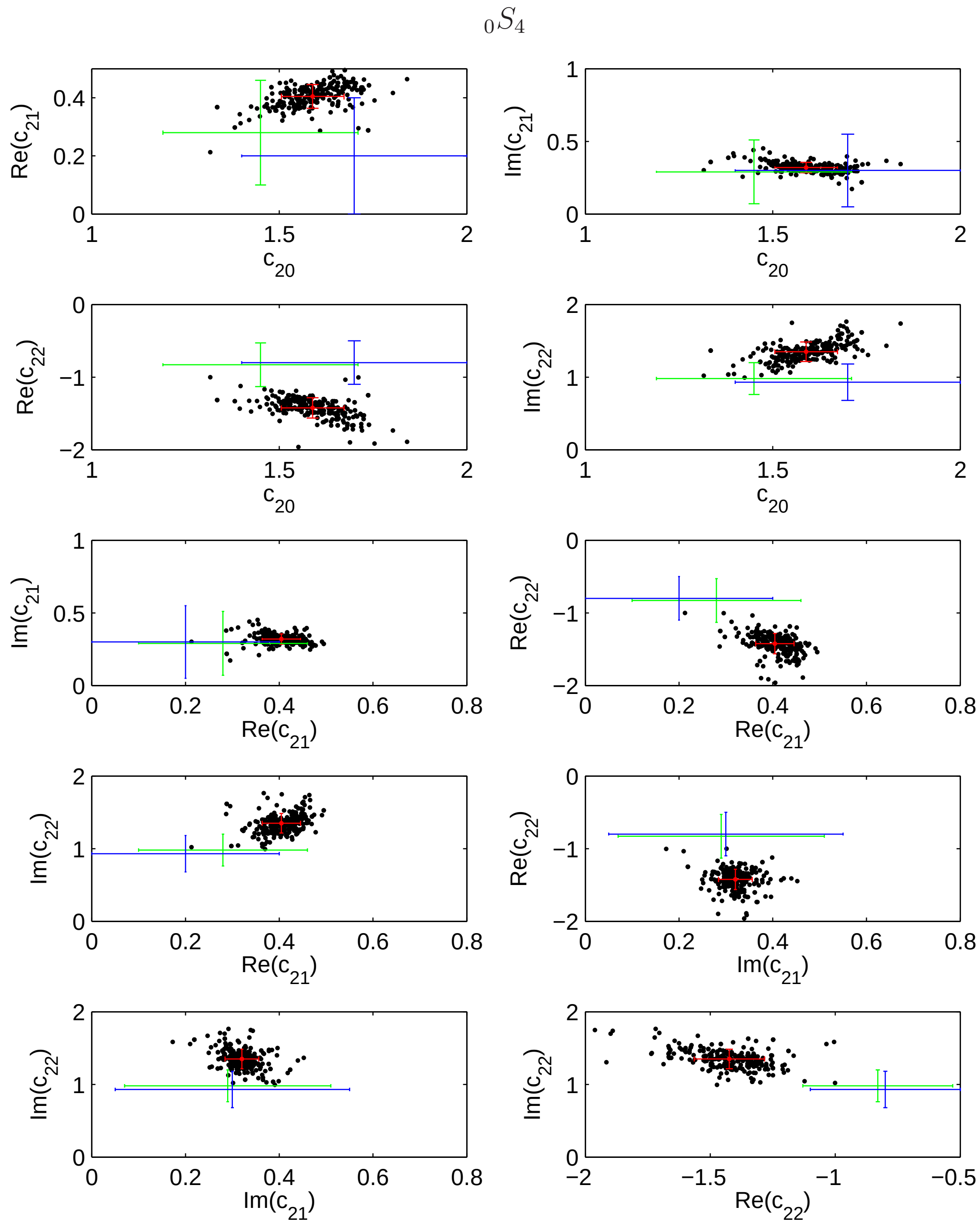


FIG. 73 – Résultats du bootstrap et barres d'erreurs estimées sur les coefficients de structure pour le multiplet $_0S_4$. Chaque point noir correspond à une estimation des coefficients de structure pour un échantillon de bootstrap. Les barres d'erreurs en rouge correspondent aux barres d'erreurs estimées à partir du bootstrap (soit $\pm 1 \cdot \sigma$), les barres d'erreurs vertes sont les valeurs de Resovsky et Ritzwoller (1998), et les barres bleues sont les valeurs de Masters *et al.* (2000b). Les coefficients de structures sont en μHz.

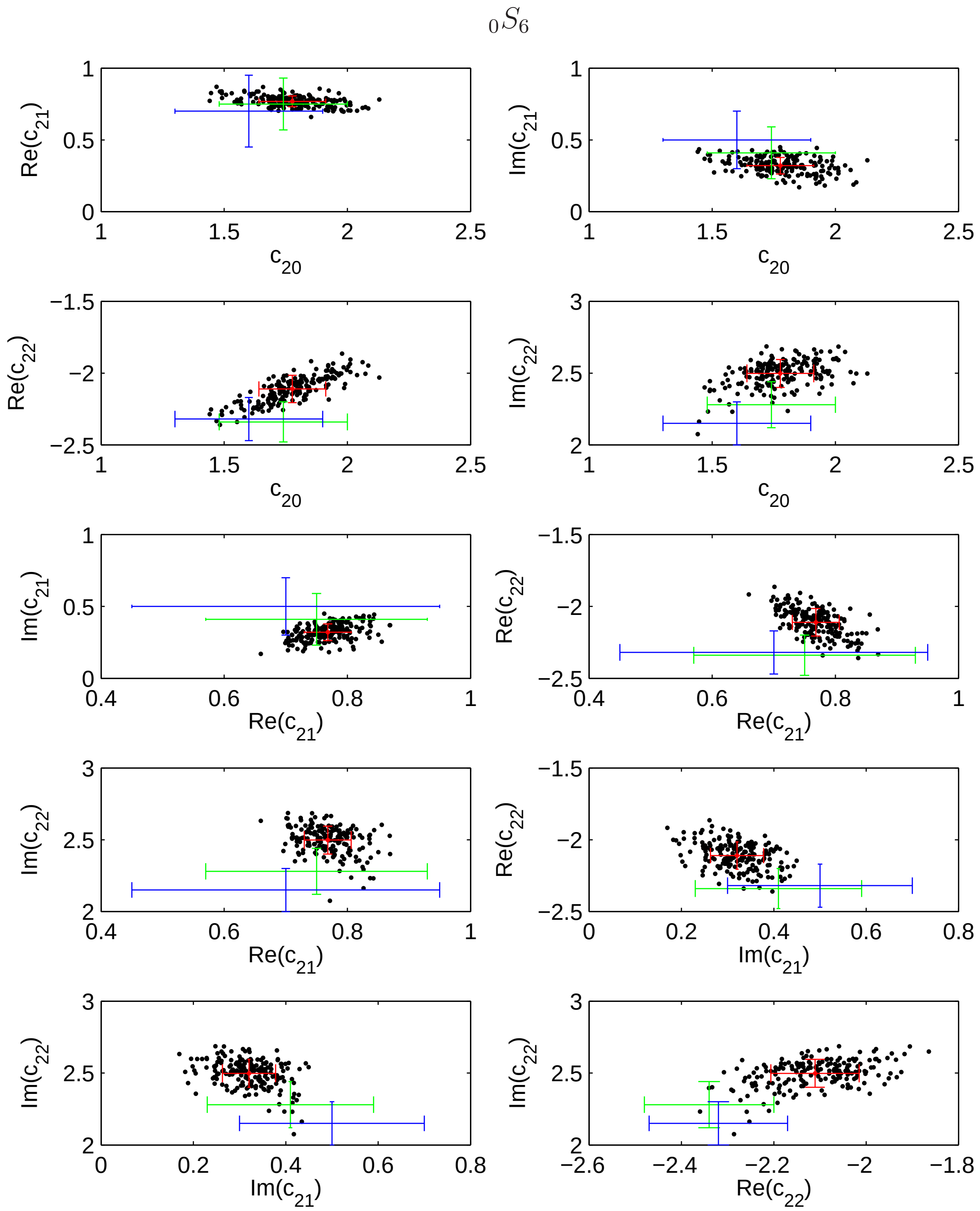


FIG. 74 – Résultats du bootstrap et barres d'erreurs estimées sur les coefficients de structure pour le multiplet $_0S_6$. Chaque point noir correspond à une estimation des coefficients de structure pour un échantillon de bootstrap. Les barres d'erreurs en rouge correspondent aux barres d'erreurs estimées à partir du bootstrap (soit $\pm 1 \cdot \sigma$), les barres d'erreurs vertes sont les valeurs de Resovsky et Ritzwoller (1998), et les barres bleues sont les valeurs de Masters *et al.* (2000b). Les coefficients de structures sont en μHz.

18 Effet de cavité et oscillations libres les plus graves

Il n'est pas facile de trouver des capteurs très longues périodes co-localisés ; pourtant ceux-ci ont l'avantage de permettre de mettre en évidence très clairement des effets de cavité. On en verra deux exemples dans cette étude : comparaison sismomètres STS-1 / inclinomètres à la station BFO (Black Forest Observatory), et comparaison sismomètres STS-1 et capteur de puits à la station ANMO (Albuquerque, USA). On comparera aussi quelques stations japonaises du réseau F-Net suffisamment proches pour que les sismogrammes synthétiques des stations comparées soient tout à fait similaires.
Les figures 67 et 68 présentent la comparaison des spectres de deux instruments co-localisés, et mettent en évidence l'existence possible de différences significatives entre les spectres de capteurs co-localisés. Ceci est notamment très clair pour les multiplets les plus graves sur la composante NS de la station BFO (Black Forest Observatory) (Figure 68), composante sur laquelle on avait déjà observé des effets de cavité dans la bande des marées terrestres. Par contre, les deux instruments de la station ANMO (Albuquerque, USA) ne semblent pas présenter d'effets de cavité car les enregistrements des deux capteurs ne montrent pas de différences significatives. On va donc chercher à caractériser ces effets de cavité et à comprendre pourquoi on les observe seulement sur certains multiplets et pas sur d'autres. Dans cette partie, on utilise seulement les données du séisme de Sumatra ; les spectres sont calculées à partir de séries temporelles d'une longueur de 3 jours, le début des séries temporelles commence 1 heure après le temps de nucléation du séisme. Avant le calcul des spectres, une fenêtre d'apodisation de Hanning a été appliquée. Les synthétiques ont été calculés en utilisant le modèle de source de Chen décrit dans la partie précédente. Dans les comparaisons entre les spectres des données et les spectres synthétiques, seuls les multiplets dont on a calculé les coefficients de structure sont tracés.

18.1 Station de BFO (Black Forest Observatory, Allemagne)

Une fois la réponse instrumentale prise en compte, les inclinomètres et les sismomètres horizontaux devraient fournir des signaux équivalents dans la partie du spectre qui est commune aux deux bandes passantes, et en particulier, dans la bande passante qui nous intéresse ici. Or comme le montrent les figures 68 et 75, il existe des différences significatives entre l'inclinomètre et les deux sismomètres horizontaux, principalement pour la composante NS, et très nettement pour les multiplets ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$.
La figure 76 montre la comparaison des spectres des composantes horizontales des STS-1 avec les spectres théoriques. Le calcul des sismogrammes synthétiques est effectué en utilisant le modèle PREM (Dziewonski et Anderson, 1981) auquel on ajoute les effets des structure 3D en utilisant les coefficients de structures que l'on a estimés dans la sec-

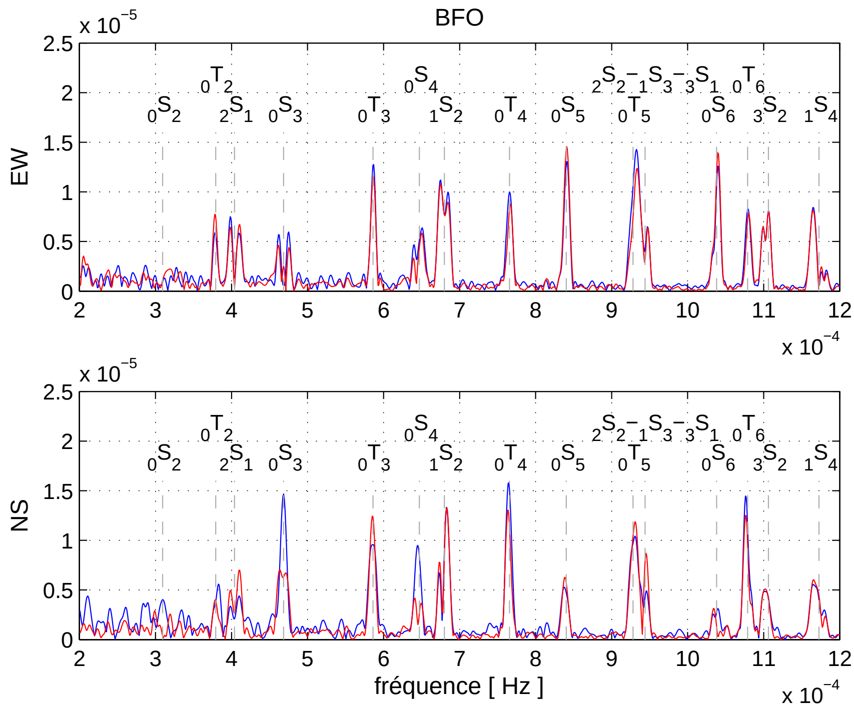


Fig. 75 – Comparaison des spectres de l'inclinomètre (courbes rouges) et des sismomètres horizontaux STS-1 (courbes bleues) à la station BFO pour les multiplets les plus graves pour le séisme de Sumatra 2004. Cette figure est un zoom de la figure 68. Les unités sont des m/s^2*s.

tion précédente et les effets de la rotation et de l'ellipticité (Dahlen et Sailor, 1979). La composante EW ne présente pas d'anomalie significative ; par contre sur la composante NS, certains multiplets (${}_0S_3$, ${}_0S_4$) présentent une différence significative entre données et synthétiques. Ces observations sont à rapprocher de celles faites dans l'étude des effets de cavité sur les marées terrestres présentées dans la première partie.

Comme on l'a vu pour les marées terrestres, les effets de cavité sont liés à un couplage tilt-déformation ; le tilt observé a_{obs} peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$a_{obs} = a_{th} + \Delta a \quad \text{avec} \quad \Delta a = \mathbf{cE} \tag{93}$$

oú a_{th} est le tilt théorique pour le séisme considéré, Δa correspond à l'effet de cavité $\mathbf{c}$ est un vecteur de coefficients de couplage entre tilt et déformations (ce sont ces coefficients que l'on cherche), et $\mathbf{E}$ est une matrice dont les colonnes sont constitués par les séries (temporelles ou spectrales) des 3 déformations horizontales : la déformation dans la direction NS ($\varepsilon_{\theta\theta}$), la déformation dans la direction EW ($\varepsilon_{\lambda\lambda}$) et la déformation cisaillante ($\varepsilon_{\theta\lambda}$).

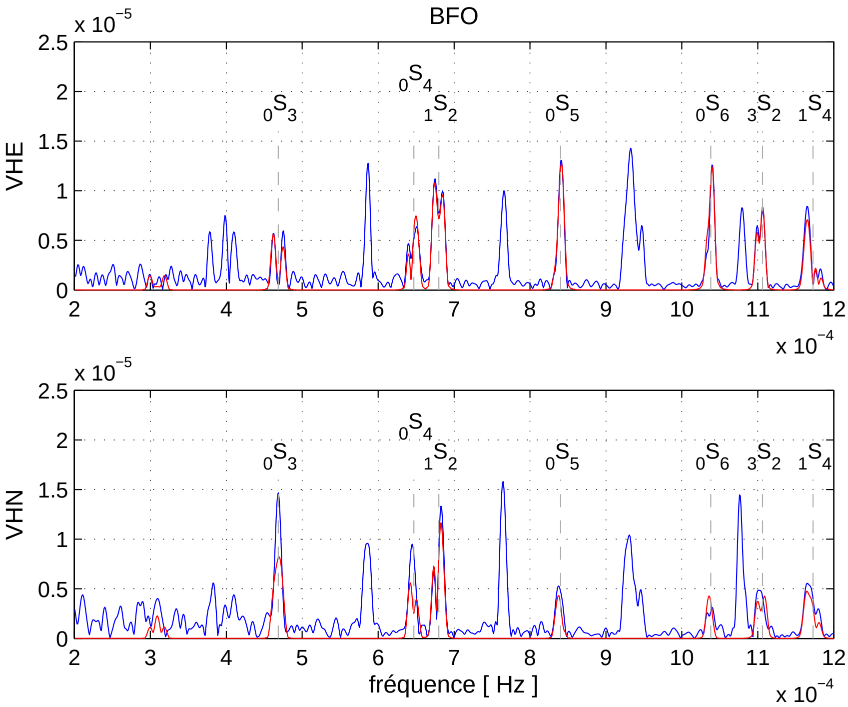


FIG. 76 – Comparaison des spectres des sismomètres horizontaux STS-1 (courbes bleues) et des spectres synthétiques (courbes rouges) calculés en utilisant les coefficients de structure obtenus dans cette étude à la station BFO, pour les multiplets les plus graves dans le cas du séisme de Sumatra du 26 décembre 2004. Les unités sont des m/s^2*s.

De la même façon que l'on a décomposé les résidus de marées terrestres sur les 3 déformations pour mettre en évidence des effets de cavité (qui se traduisent par un couplage tilt-déformation), on va décomposer les résidus entre les spectres des données et les spectres synthétiques des modes propres pour essayer de mettre en évidence d'éventuels effets de cavité et de les caractériser s'ils existent. Pour cela, comme dans la première partie, on obtient les coefficients de couplage de la façon suivante :

$$c = (E^t E)^{-1} E^t \Delta a \tag{94}$$

où c est un vecteur de coefficients inconnus, E est une matrice dont les colonnes sont les spectres des signaux constituant la base (soit $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ et $\varepsilon_{\theta\lambda}$), et Δa est la différence du spectre des données et du spectre synthétique du multiplet que l'on cherche à étudier.
Le nombre de conditionnement de la matrice à inverser ($E^t E$) est donné dans la dernière colonne de la table (17). Il paraît clair qu'étant donné le rapport signal sur bruit, plutôt faible, de l'effet que l'on cherche à étudier, ce n'est que dans le cas de ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$ que l'on peut réaliser une inversion bien contrainte. Et ceci peut expliquer la dispersion des coefficients de décomposition des autres multiplets par rapport à ceux du cas global. Le cas extrême est celui de ${}_0S_2$ dans lequel, indépendamment du fait que le rapport S/N dans les données horizontales empêche même de reconnaître le multiplet, le nombre de conditionnement est extrêmement défavorable (1417). Une analyse des vecteurs propres de la matrice $E^t E$ montre qu'en effet, dans ce cas, les déformations $\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ sont fortement corrélées et l'inversion pour les 3 coefficients est fortement indéterminée.

On cherche à comparer les effets observés sur les marées et sur les modes propres pour la composante NS du sismomètre STS-1. Pour cette comparaison, le tableau 16 présente les coefficients de décomposition des résidus de la marées terrestres (données - synthétiques) de la composante NS sur les 3 déformations horizontales ($\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, et $\varepsilon_{\theta\lambda}$). Par rapport à la première partie, les coefficients de décomposition sont ici en m/s^2/strain [2]. Les coefficients sur la déformation $\varepsilon_{\theta\theta}$ sont très stables, et ils contribuent largement à reconstruire l'effet de cavité sur la composante NS. Les coefficients sur la déformation $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ sont petits et relativement stables, et ne contribuent que faiblement à la reconstruction de l'effet de cavité. Les coefficients sur la déformation $\varepsilon_{\theta\lambda}$ sont beaucoup moins stables, mais comme la composante de déformation cisaillante est d'environ deux fois plus petite que les autres déformations horizontales, la contribution à la reconstruction de l'effet de cavité est faible (voir la figure 28).
Le tableau 17 présente les coefficients de décomposition des résidus des modes (données - synthétiques) sur les 3 déformations horizontales. On a effectué plusieurs inversions pour

[2] dans la première partie partie, on avait multiplié les déformations par g pour avoir des coefficients adimensionnels.

composante	période	$c_{\theta\theta}$	$c_{\lambda\lambda}$	$c_{\theta\lambda}$
a_{NS}	2003 301	17.3257	0.9249	7.5321
	2003 244	18.3103	0.4256	3.8433
	2002 319	17.1277	0.9563	7.0466
	2001 047	17.7147	0.2634	-5.5208
	2000 208	17.6850	0.7557	-4.3564
	2000 136	17.7392	0.6477	-5.7992

Tab. 16 – Coefficients de la décomposition sur la base $(\varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ de la différence entre données et synthétiques pour la marée terrestre, pour les composantes EW et NS à la station de BFO. Les coefficients sont en $m/s^2/strain$.

multiplet	$c_{\theta\theta}$	$c_{\lambda\lambda}$	$c_{\theta\lambda}$	nombre de conditionnement
${}_0S_3$	22.4811	1.0216	6.5827	20.0
${}_0S_4$	17.7255	0.0717	0.4365	9.9
${}_1S_2$	28.7052	-6.5883	10.7873	52.8
${}_0S_5$	11.0108	8.6916	-14.2160	42.6
${}_0S_6$	8.1438	14.6743	-19.0052	24.9
${}_1S_4$	5.7305	-14.1967	13.5301	
global	15.9763	4.3155	-4.2088	11.8
${}_0S_3 -_0 S_4$	18.5474	1.3542	-0.8088	11.8

Tab. 17 – Coefficients de la décomposition sur la base $(\varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ de la différence entre données et synthétiques pour certain multiplets, pour la composantes NS à la station de BFO. Les coefficients sont en $m/s^2/strain$.

déterminer les coefficients de couplage entre tilt et déformation : une inversion par multiplet, une inversion avec tous les multiplets (dont on a calculé les coefficients de structure), et une inversion en ne considérant que les 2 multiplets les plus perturbés (${}_0S_3$ et ${}_0S_4$).

Les figures 77 et 78 présentent les résultats de l'inversion conjointe de ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$. On arrive très bien à reconstruire avec 3 coefficients les anomalies observées sur ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$. Dans le tableau 17, si on compare les coefficients de couplage tilt-déformation pour l'inversion individuelle de ces deux multiplets, pour l'inversion conjointe de ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$, et pour l'inversion incluant tous les multiplets considérés, on peut d'abord noter que, comme dans le cas des marées terrestres, c'est encore le couplage tilt NS avec $\varepsilon_{\theta\theta}$ qui domine ces effets observés sur la composante NS à BFO. On peut aussi remarquer que ce coefficient a des valeurs similaires à celui obtenu pour les marées terrestres ; quant au coefficient selon $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, il est beaucoup plus faible que celui selon $(\varepsilon_{\theta\theta}$, mais un petit peu plus élevé que celui obtenu pour les marées terrestres. Concernant le dernier coefficient,

pour le séisme de Sumatra, le calcul de la déformation cisaillante $\varepsilon_{\theta\lambda}$ sur tout le globe (pour les multiplets considérés) montre que celle-ci est beaucoup plus petite que les deux autres déformations horizontales, et, de la même façon que pour les marées terrestres, le coefficient varie beaucoup, mais ne contribue que très faiblement dans la reconstruction de l'effet de cavité.
Le fait de retrouver un coefficient de couplage important entre le tilt NS et $\varepsilon_{\theta\theta}$ comme dans le cas des marées terrestres (voir la première partie) semble tout à fait naturel, car ce couplage s'explique par la position de l'instrument et la géométrie de la pièce dans laquelle est installé l'instrument.

La figure 79 représente la comparaison des spectres des données des 3 extensomètres avec les spectres synthétiques. Les données et les synthétiques sont tout à fait comparables pour les extensomètres C ($300°N$) et A ($2°N$), sauf peut être pour ${}_0S_6$. L'extensomètre B ($60°N$) semble plus perturbé et présente des différences avec les synthétiques principalement pour ${}_0S_2$, ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$, et est donc probablement affecté par des effets de cavité. Pour les données des extensomètres, une correction de pression atmosphérique a été appliquée à l'aide d'une admittance que l'on a estimé ($0.535\times10^{-9} strain/hPa$, $0.755\times10^{-9} strain/hPa$, et $0.763 \times 10^{-9} strain/hPa$ respectivement pour les extensomètres A, B, et C) ; contrairement aux données des sismomètres (ou inclinomètres horizontaux), les corrections de pression sont efficaces sur les données des extensomètres.

Dans tout ce que l'on vient de voir, ce sont essentiellement les modes propres sphéroïdaux fondamentaux les plus graves qui semblent les plus affectés par ces effets de cavité ; et on a vu que, pour ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$ pour la composante NS du sismomètre (qui sont ceux qui sont les plus perturbés), on a des coefficients de couplage similaires à ceux obtenus pour la marée terrestre, et en particulier le coefficient pour $\varepsilon_{\theta\theta}$ qui est celui qui domine. Il semble donc que les couplages entre tilt et déformations observés de longue date pour les marées terrestres sont aussi observables dans les modes propres et en particulier les multiplets sphéroïdaux fondamentaux. Une question qui vient naturellement est la suivante : pourquoi y a-t-il seulement quelques multiplets qui semblent affectés par les effets locaux ?
Pour essayer de répondre à cette question, pour le cas de la composante NS du sismomètre STS-1 à BFO, on a calculé les tilts et les déformations horizontales pour tous les multiplets de fréquence inférieure à $1.5mHz$. La figure 80 présente les résultats de ces calculs, le panneau du haut représente le rapport de la moyenne quadratique de l'amplitude (qui est une mesure intégrée de l'amplitude) entre la déformation horizontale $\varepsilon_{\theta\theta}$ et le tilt NS, et le panneau inférieur représente les moyennes quadratiques des amplitudes du tilt NS (en m/s^2, cercles rouges) et de $\varepsilon_{\theta\theta}$ (en strain, cercles verts).

Les valeurs des rapports et des moyennes quadratiques des amplitudes dépendent de la longueur des séries utilisées, et donc pour pouvoir les comparer à ce qu'on observe dans les spectres, on a utilisé des séries d'une longueur de 3 jours commençant 1 heure après

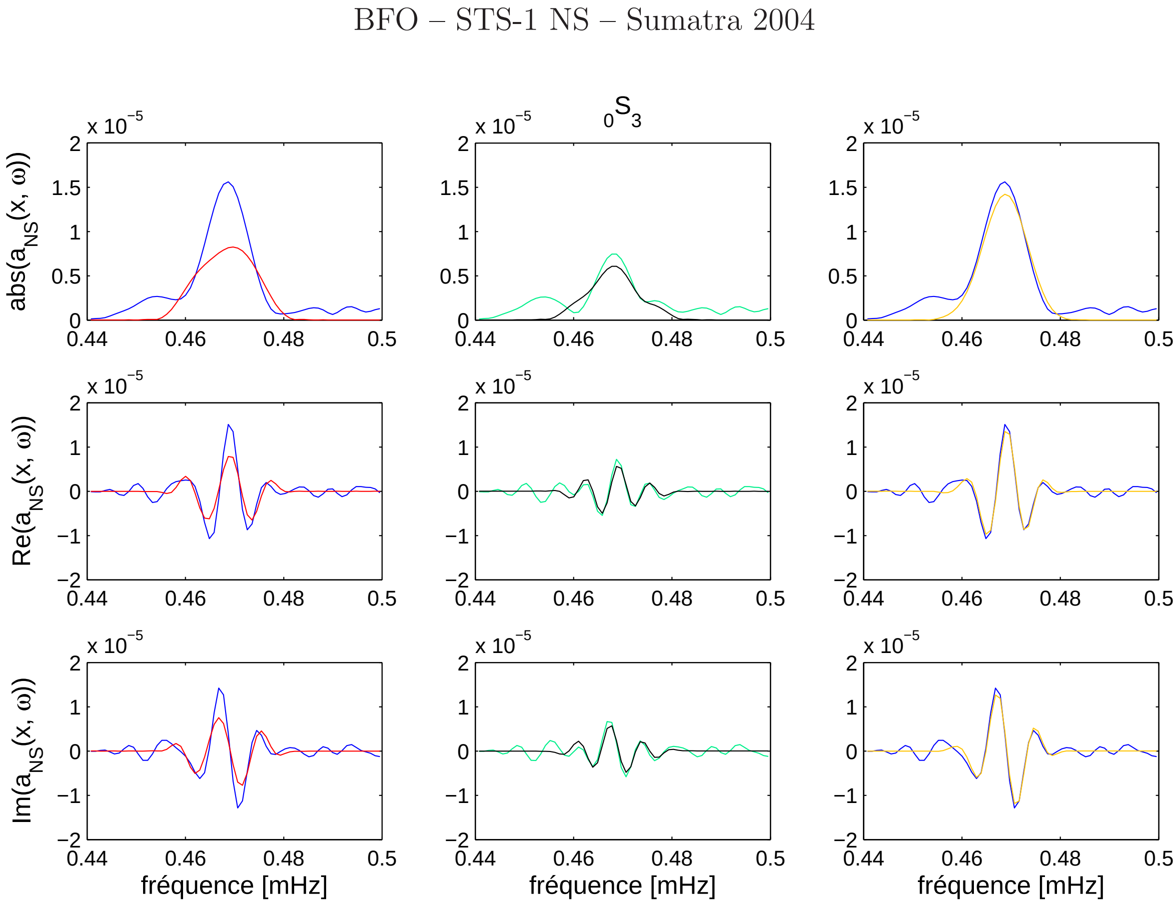


Fig. 77 – Effet de cavité observé sur la composante NS du STS-1 à la station de BFO pour le séisme de Sumatra 2004 et reconstruction de de cet effet avec les résultats de l'inversion (inversion conjointe de $_0S_3$ et $_0S_4$) pour le multiplet $_0S_3$. Les spectres linéaires des données sont en bleu, les spectres synthétiques en rouge, la différence du spectre des données et du synthétique est indiquée en vert, la reconstruction de cette différence à partir des coefficients obtenus par l'inversion est indiquée en noir, et la somme du spectre synthétique et de la reconstruction de la différence est en orange. Les panneaux du haut représente le spectre en amplitude et les panneaux du milieu et du bas représentent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

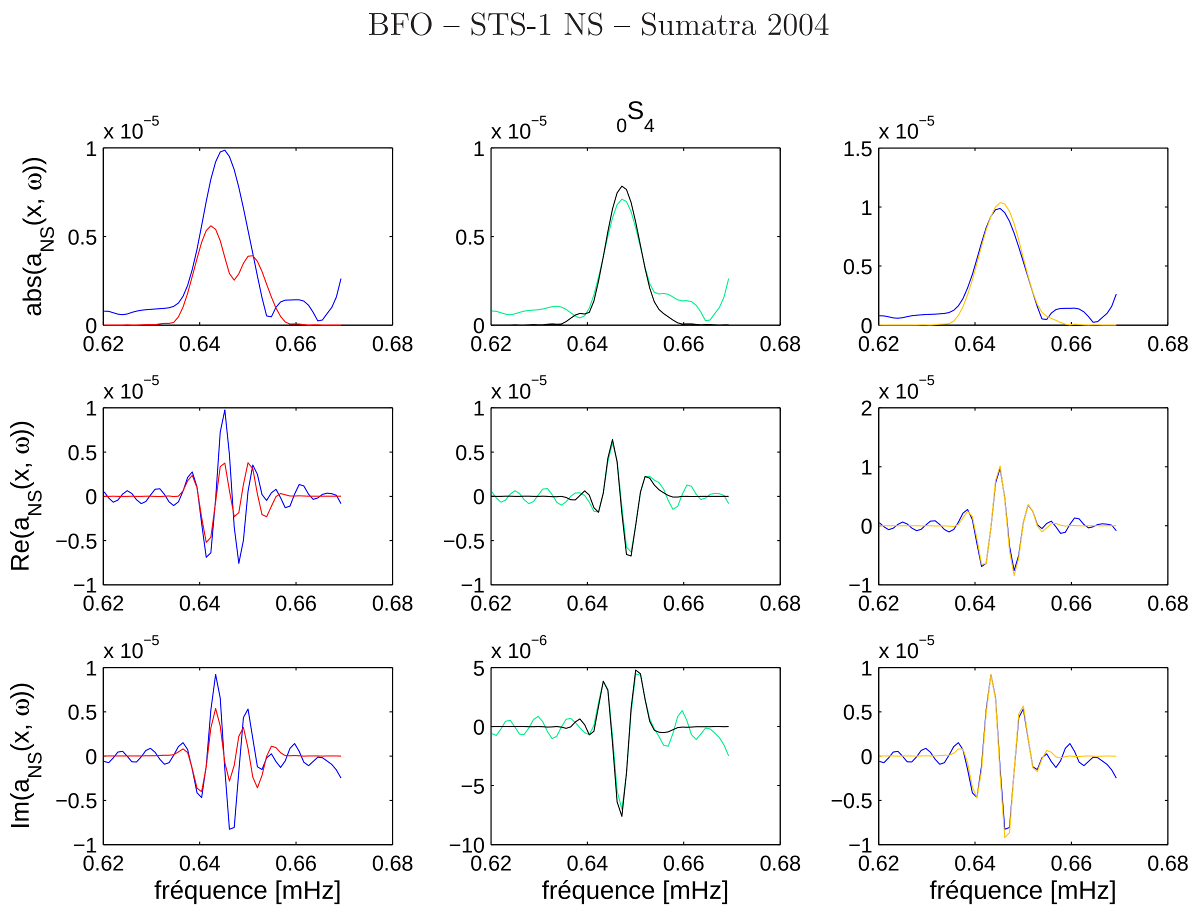


FIG. 78 – Effet de cavité observé sur la composante NS du STS-1 à la station de BFO pour le séisme de Sumatra 2004 et reconstruction de de cet effet avec les résultats de l'inversion (inversion conjointe de $_0S_3$ et $_0S_4$) pour le multiplet $_0S_4$. Les spectres linéaires des données sont en bleu, les spectres synthétiques en rouge, la différence du spectre des données et du synthétique est indiquée en vert, la reconstruction de cette différence à partir des coefficients obtenus par l'inversion est indiquée en noir, et la somme du spectre synthétique et de la reconstruction de la différence est en orange. Les panneaux du haut représente le spectre en amplitude et les panneaux du milieu et du bas représentent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

BFO – extensomètres – Sumatra 2004

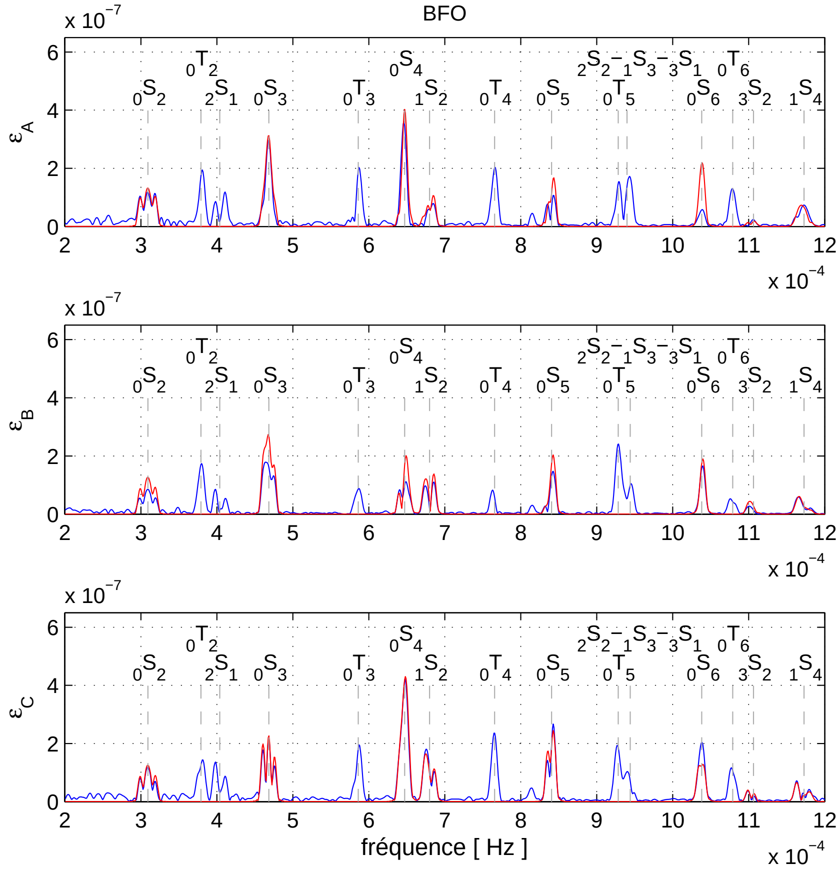


FIG. 79 – Comparaison des spectres linéaires des données des 3 extensomètres (courbes bleues) avec les spectres synthétiques (courbes rouges) pour le séisme de Sumatra 2004 à la station BFO. Les extensomètres A, B et C sont orientés respectivement dans les directions $2°N$, $60°N$ et $300°N$. Des corrections de pression ont été effectuées avec une simple admittance : 0.535 $10^{-9} strain/hPa$, 0.755 $10^{-9} strain/hPa$, et 0.763 $10^{-9} strain/hPa$ respectivement pour les extensomètres A, B, et C. Les unités sont des m/s^2*s.

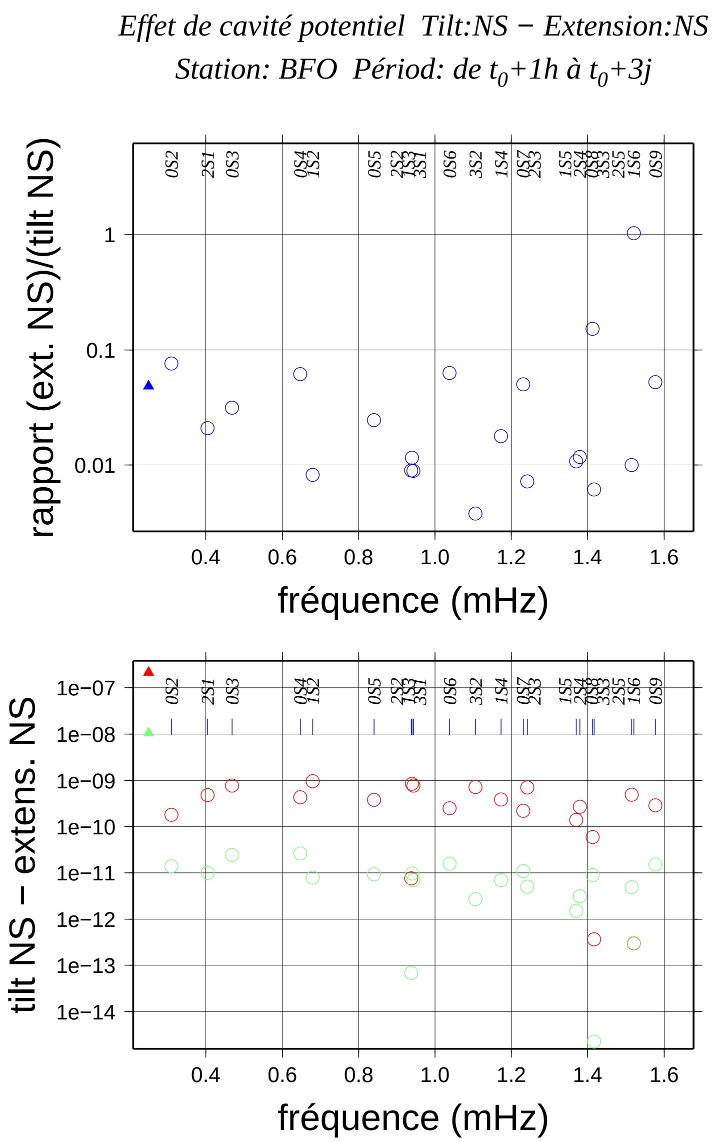


FIG. 80 – Comparaison du tilt NS et de la déformation horizontale NS $\varepsilon_{\theta\theta}$, dans un cas synthétiques pour tous les multiplets de fréquence inférieure à $1.5mHz$ pour le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004 à la station BFO. Le panneau supérieur représente le rapport de la moyenne quadratique de l'amplitude de la déformation horizontale $\varepsilon_{\theta\theta}$ et de celle du tilt NS. Le panneau inférieur représente les moyennes quadratiques des amplitudes du tilt NS (en m/s^2, cercles rouges) et de $\varepsilon_{\theta\theta}$ (en strain, cercles verts). Les triangles pleins sont les valeurs dans le cas des marées terrestres.

le début du séisme. Plus la valeur des rapports est élevé et plus le couplage entre tilt et déformation est important s'il y a existence d'un effet local sur la composante considérée. On peut d'abord noter que les rapports les plus élevés sont observés pour les multiplets sphéroïdaux fondamentaux, à l'exception de ${}_1S_6$ qui a un rapport très élevé, mais les amplitudes du tilt et des déformations sont trop faibles pour que ce multiplet soit observable dans les spectres. Ceci est en corrélation avec les observations faites précédemment, c'est-à-dire que les multiplets sphéroïdaux fondamentaux seraient plus susceptibles de coupler avec les déformations (dans le cas particulier de BFO et pour la composante NS) que les harmoniques de ces modes. Les triangles pleins sur la figure 80 sont les valeurs dans le cas des marées terrestres, bien que les amplitudes du tilt et des déformations soient plus élevées que pour les modes, le rapport est du même ordre de grandeur que ceux obtenus pour les multiplets sphéroïdaux fondamentaux.

18.2 Station de ANMO (Albuquerque, USA)

La station ANMO (Albuquerque, USA) présente aussi l'avantage d'avoir des instruments horizontaux longues périodes co-localisés : des sismomètres STS-1 et des capteurs de puits (Geotech KS-54000). Cependant comme le montre la figure 67, les spectres des enregistrements des différents capteurs ne présentent pas de différences significatives, et sont tout à fait similaires. Ces instruments ne semblent donc pas affectés par les effets locaux tels que les effets de cavités (tunnels pour l'un, puits pour l'autre).
Les figures 81 et 82 représentent la comparaison entre les spectres des données de ces instruments (courbes bleues) et les spectres synthétiques (courbes rouges). La comparaison entre les deux types de capteurs est très bonne, les spectres synthétiques et les spectres des données sont très similaires. Une petite différence peut être notée en particulier pour ${}_0S_5$ sur les composantes EW, mais cette différence est similaire pour les deux capteurs ; il est donc peu probable que ce soit dû à un effet de cavité au sens strict, car il y a peu de chance pour que, s'il y a un effet de cavité, il soit le même pour les deux instruments. Par contre, un effet lié à la topographie ou à des hétérogénéités locales pourrait affecter de façon similaire les deux types de capteurs.

ANMO – Geotech en forage – Sumatra 2004

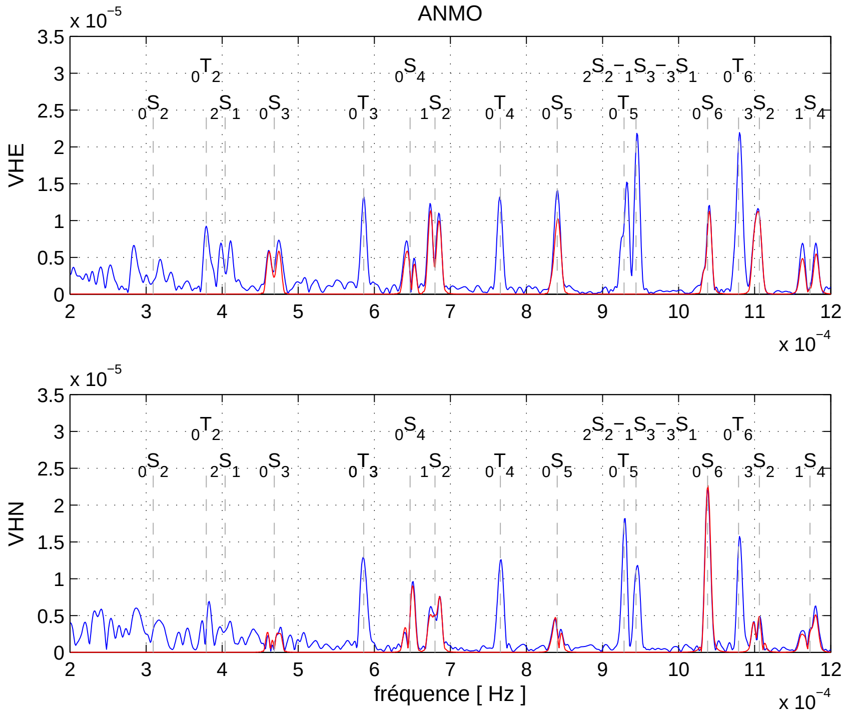


Fig. 81 – Comparaison des spectres des données du capteur de puits du type Geotech KS-54000 (courbes bleues) avec les spectres synthétiques (courbes rouges) à la station ANMO (Albuquerque, USA) dans le cas du séisme de Sumatra 2004. Les unités sont des m/s^2*s. Le panneau du haut correspond à la composante EW, et celui du bas à la composante NS.

ANMO – STS-1 – Sumatra 2004

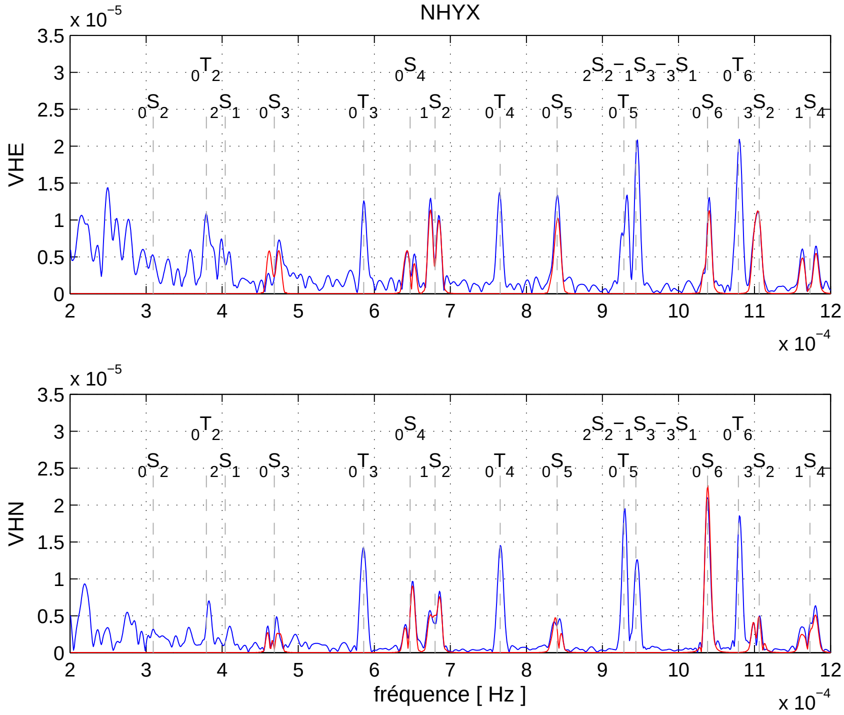


FIG. 82 – Comparaison des spectres des données des sismomètres STS-1 horizontaux (courbes bleues) avec les spectres synthétiques (courbes rouges) à la station ANMO (Albuquerque, USA) dans le cas du séisme de Sumatra 2004. Les unités sont des m/s^2*s. Le panneau du haut correspond à la composante EW, et celui du bas à la composante NS.

18.3 Station de MAJO (Matsushiro, Japon)

Pour la station de Matsushiro au Japon, on a vu, dans la première partie, l'existence d'un petit effet local (probablement topographie et cavité) sur la composante NS, les composantes EW et verticale étant très peu affectées après corrections des effets de surcharge océanique.
Les figures 83, 84 et 85 représentent la comparaison des spectres des modes propres excités par le séisme de Sumatra des données des 3 composantes et des spectres synthétiques. On peut remarquer que le spectre vertical et le spectre de la composante EW sont tout à fait comparables aux synthétiques aussi bien en terme d'amplitude que de partie réelle ou de partie imaginaire. Cette observation est similaire à celle faite pour les marées terrestres, il n'y a pas d'effets de cavité sur ces deux composantes.
Pour la composante NS qui présente un petit effet de cavité observable dans les marées terrestres, le spectre des données est malheureusement trop bruité pour pourvoir conclure à un éventuel effet de cavité similaire sur les modes propres les plus graves.
Ces 3 figures montrent remarquablement la différence notoire de niveau de bruit entre la composante verticale et les composantes horizontales. Les composantes horizontales sont toujours plus bruitées que les composantes verticales.

18.4 Quelques stations du réseaux F-net au Japon

La figure 86 représente un des réseaux large-bande du Japon constitué de sismomètres STS-2 et STS-1. On ne s'est intéressé dans cette étude qu'à quelques unes des stations équipées de STS-1. Il n'y a pas de capteurs co-localisés à proprement parler, cependant le réseau est suffisamment dense et les longueurs d'ondes des modes propres les plus graves sont suffisamment grandes pour comparer les instruments de stations pas trop éloignées en vue de détecter les stations ayant d'éventuels effets de cavité.
On considérera le cas de plusieurs couples de stations, et en particulier le couple SGN / TTO qui sont éloignées d'une cinquantaine de kilomètres seulement, et qui sont pratiquement à la même latitude (voir la figure 86).

Les deux panneaux supérieurs de la figure 87 représentent la comparaison des spectres des synthétiques aux stations SGN (courbes bleues) et TTO (courbes rouges) pour les deux composantes de tilt (EW et NS). Les spectres sont vraiment très similaires, et ceci justifie donc la comparaison des spectres des données des deux stations. Les deux panneaux inférieurs de la figure 87 représente la comparaison des données de ces deux stations. Les composantes EW des stations ne présentent pas de différences significatives, il ne semble donc pas y avoir d'effets de cavité observables sur cette composante. Concernant les composantes NS, on a une différence notable pour les multiplets ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$ entre les données

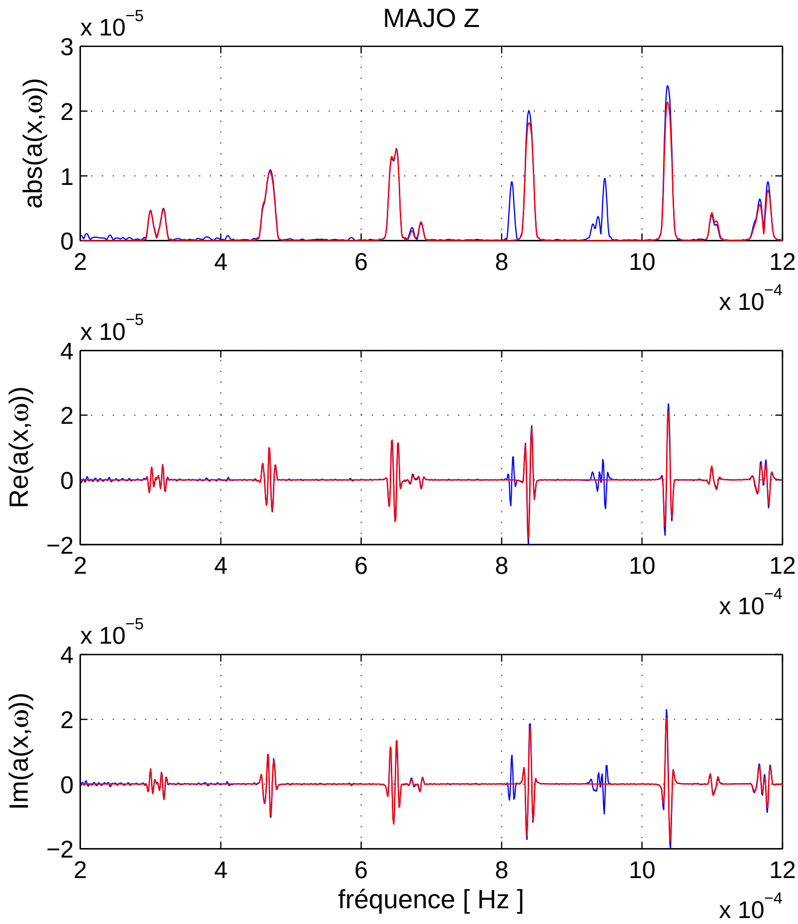


FIG. 83 – Comparaison des spectres des données du sismomètre STS-1 vertical (courbes bleues) avec les spectres synthétiques (courbes rouges) à la station MAJO (Matsushiro, Japon) dans le cas du séisme de Sumatra 2004. Les 3 panneaux représentent respectivement le spectre en amplitude, la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

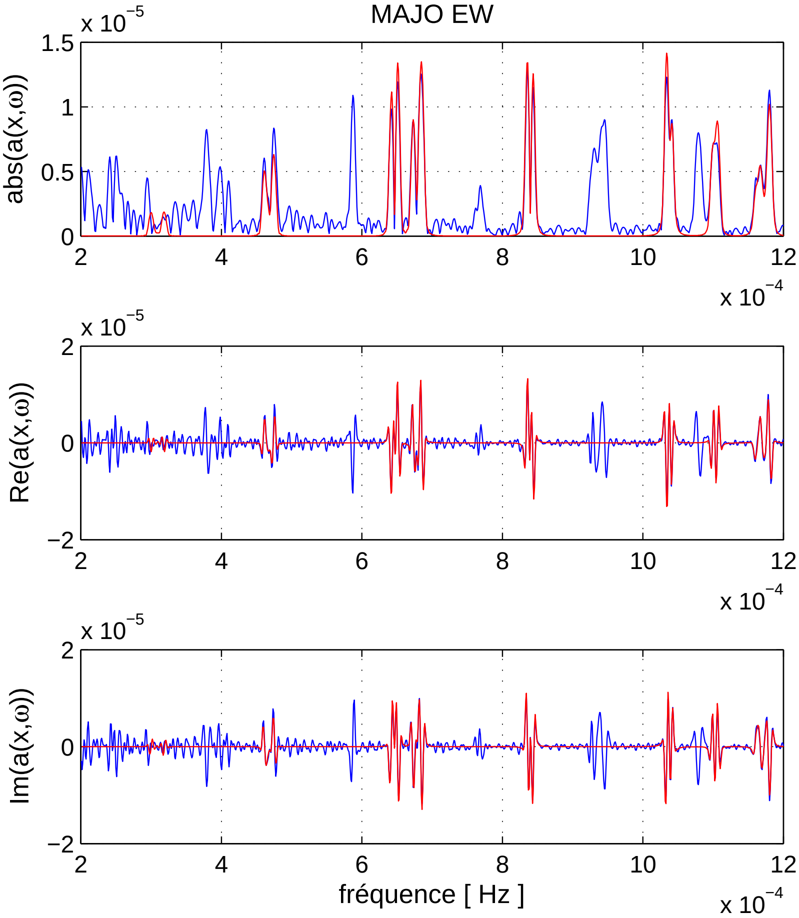


Fig. 84 – Comparaison des spectres des données du sismomètre STS-1 horizontal EW (courbes bleues) avec les spectres synthétiques (courbes rouges) à la station MAJO (Matsushiro, Japon) dans le cas du séisme de Sumatra 2004. Les 3 panneaux représentent respectivement le spectre en amplitude, la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

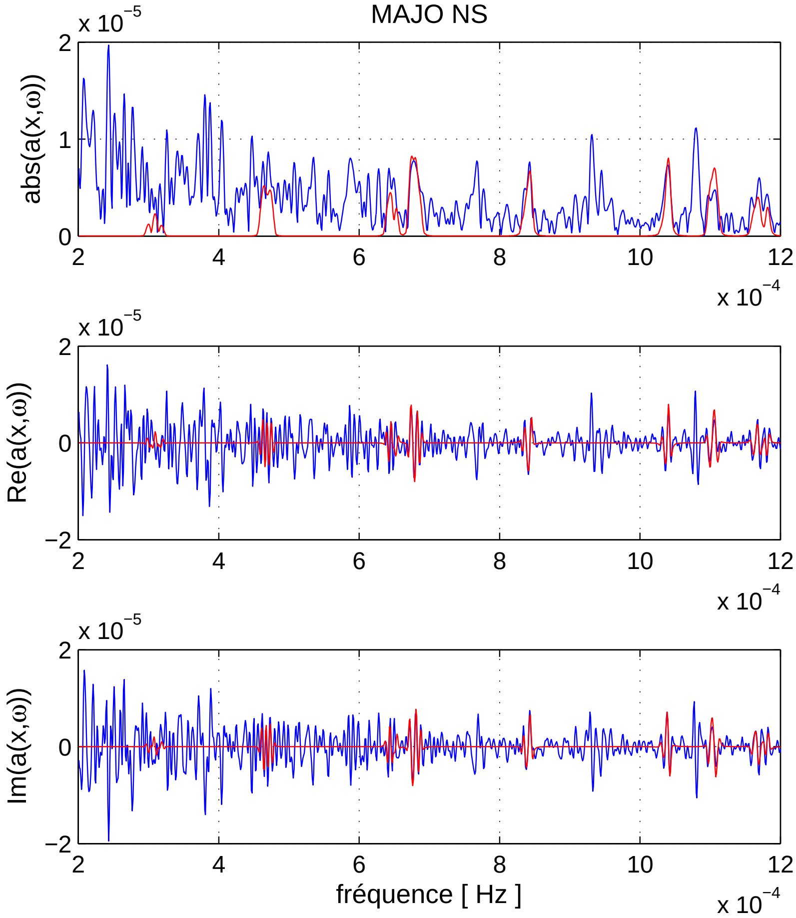


Fig. 85 – Comparaison des spectres des données du sismomètre STS-1 horizontal NS (courbes bleues) avec les spectres synthétiques (courbes rouges) à la station MAJO (Matsushiro, Japon) dans le cas du séisme de Sumatra 2004. Les 3 panneaux représentent respectivement le spectre en amplitude, la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

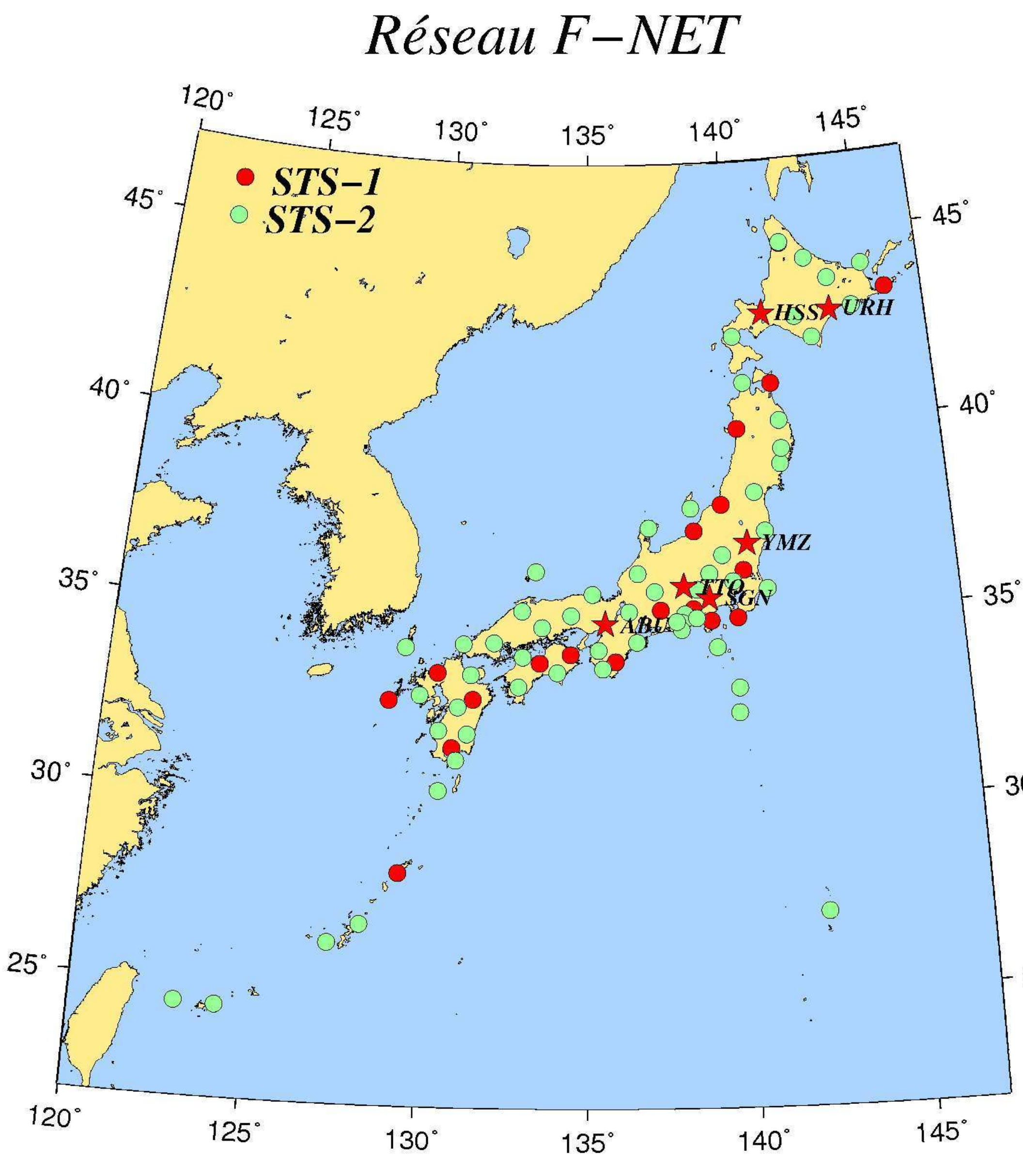


Fig. 86 – Carte des stations japonaises du réseau F-Net. Les points rouges correspondent aux stations dont les sismomètres sont des STS-1, et les points verts aux stations ayant des sismomètres STS-2. Les stations dont on a regardé les modes propres sont les stations indiquées par une étoile ; ce sont toutes des stations avec des STS-1. On présentera quelques-uns des couples de ces stations dans cette étude.

multiplet	$c_{\theta\theta}$	$c_{\lambda\lambda}$	$c_{\theta\lambda}$	nombre de conditionnement
${}_0S_3$	2.8900	5.7748	6.3857	260
${}_0S_4$	5.8108	6.2733	-17.4165	43
${}_0S_3 -_0 S_4$	4.3098	7.2764	-5.2741	44

Tab. 18 – Coefficients de la décomposition sur la base $(\varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$ de la différence entre données et synthétiques pour certain multiplets, pour la composantes NS à la station de SGN. Les coefficients sont en $m/s^2/strain$.

des deux stations, il semble donc y avoir un effet local pour cette composante. Cependant, cette comparaison ne permet pas de savoir laquelle des deux stations est affectée par ces effets locaux ou si les 2 stations le sont.

La figure 88 représente la comparaison des spectres des données et des spectres synthétiques aux deux stations. Il peut être noté que, pour la station TTO, les spectres des données et des synthétiques sont très similaires, et cette station ne semble donc pas affectée par les effets locaux. Par contre, pour la station SGN, bien que les spectres pour la composante EW ne présentent pas de différences significatives, les spectres de la composante NS présentent des différences significatives pour les multiplets ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$. Cette composante NS à la station SGN semble donc être affectée par des effets de cavité, et c'est ce qui explique les différences observées pour ces mêmes multiplets entre les données des deux stations SGN et TTO.

On peut remarquer que ce sont, cette fois encore, les multiplets sphéroïdaux fondamentaux les plus graves qui présentent des effets de cavité, comme on l'a observé à la station BFO. Pour caractériser cet effet de cavité sur les deux multiplets ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$, on procède de la même façon que pour la station BFO, mais avec seulement deux inversions : une inversion par multiplet et une inversion avec les deux multiplets. Le tableau 18 donne les coefficients de ces différentes décompositions.

On peut d'abord noter que le nombre de conditionnement de la matrice B^tB dans l'équation (94) pour le cas de ${}_0S_3$ est plus élevé que pour les deux autres décompositions. Comme pour le cas de BFO, la déformation cisaillante est largement plus petite que les deux autres composantes, et que bien que les coefficients sur cette composante varient beaucoup, elle ne contribue que faiblement à la reconstruction de l'effet de cavité. Cependant contrairement à ce qu'on avait observé pour la station BFO, il n'y a pas de déformation horizontale qui domine l'effet de cavité ; en effet, les coefficients de décomposition sur les composantes $\varepsilon_{\theta\theta}$ et $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ sont du même ordre de grandeur et sont relativement stables surtout le deuxième. L'effet de cavité semble, dans ce cas, se caractériser à la fois par un couplage avec la déformation $\varepsilon_{\theta\theta}$ et la déformation $\varepsilon_{\lambda\lambda}$.

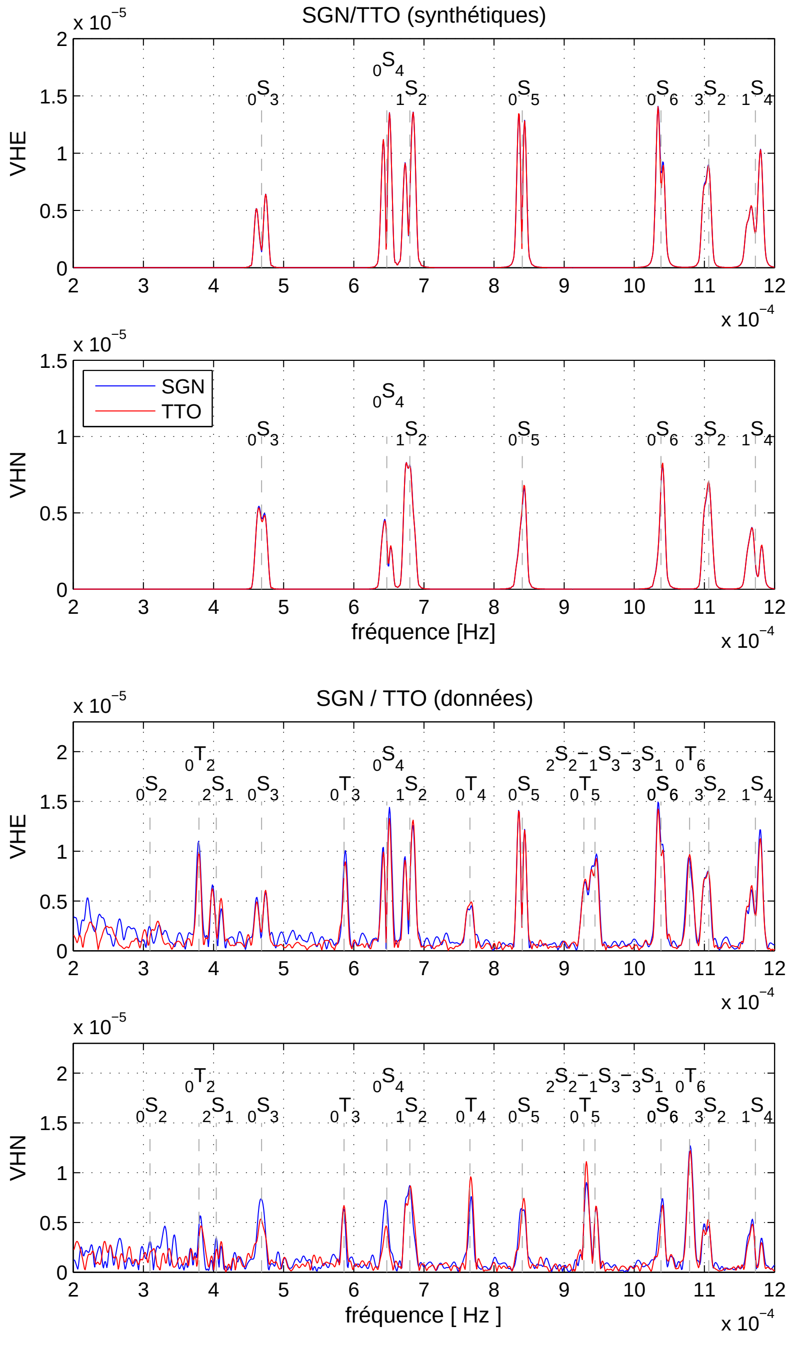


FIG. 87 – Les deux panneaux supérieurs représentent la comparaison des spectres synthétiques à la station SGN (courbes bleues) et à la station TTO (courbes rouges) pour le tilt EW et le tilt NS pour un certain nombre de multiplets les plus graves excités par le séisme de Sumatra 2004. Les deux panneaux inférieurs représentent la comparaison des spectres des données à la station SGN (courbes bleues) et à la station TTO (courbes rouges) pour la composante EW et la composante NS. Les unités sont des m/s^2*s.

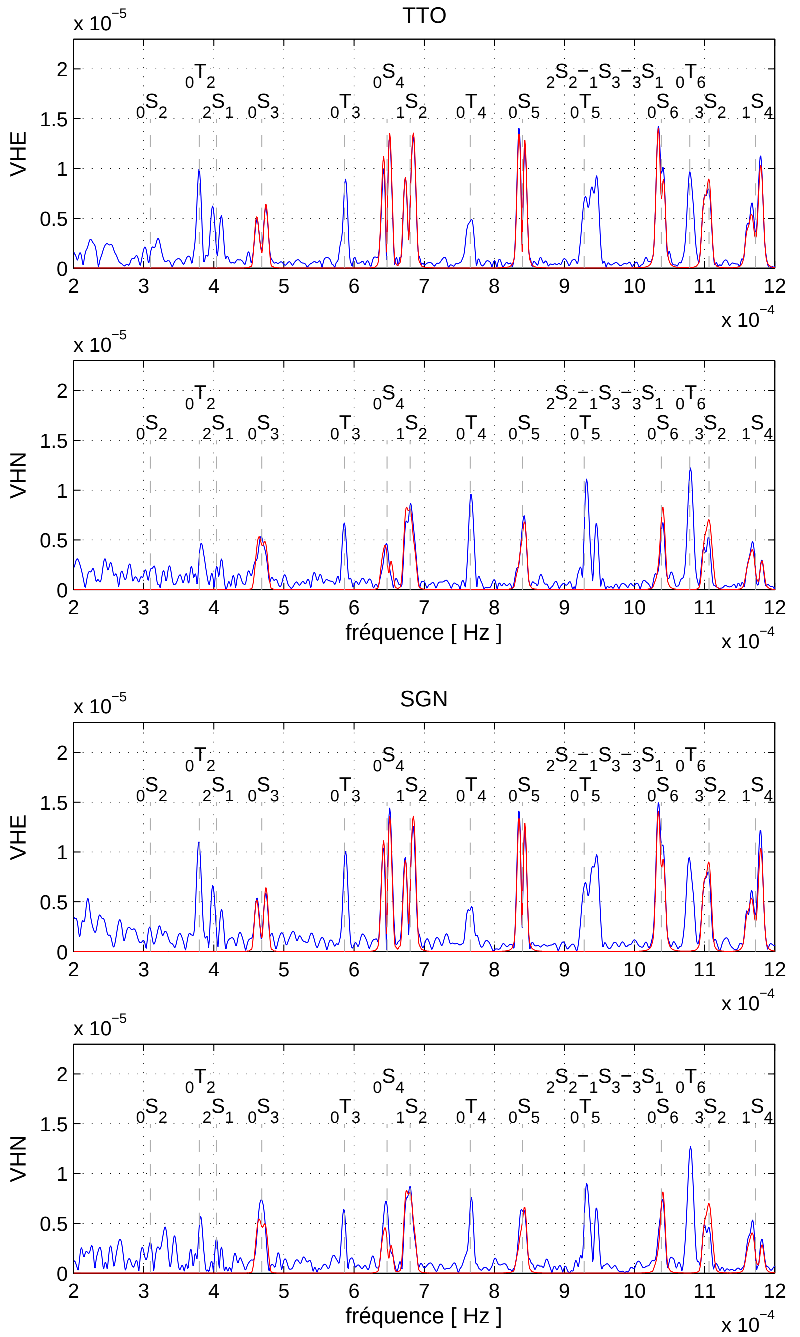


Fig. 88 – Les deux panneaux supérieurs représentent la comparaison des spectres des données et les spectres synthétiques à la station TTO pour le séisme de Sumatra pour les composantes EW et NS du sismomètre STS-1. Les deux panneaux inférieurs représentent la même chose pour la station SGN. Les unités sont des m/s^2*s.

Les figures 89 et 90 montrent les effets de cavité observés sur les deux multiplets ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$, et leur reconstruction à partir de la décomposition conjointe. Les coefficients obtenus permettent une bonne reconstruction des effets de cavité observés. On peut remarquer que l'effet de cavité sur ${}_0S_3$ est plus proche du niveau de bruit que pour ${}_0S_4$, ceci peut peut-être expliquer la petite variation du premier coefficient du tableau 18 pour le cas de ${}_0S_3$ par rapport à la décomposition de ${}_0S_4$ ou de la décomposition conjointe. Ceci est peut-être dû aussi au nombre de conditionnement plus élevé.

De même que dans l'étude de la station BFO, pour essayer de comprendre pourquoi ce sont encore une fois les multiplets sphéroïdaux fondamentaux qui semblent couplés préférentiellement, on a calculé, pour tous les multiplets de fréquence inférieure à 1.5 mHz, le tilt NS et la déformation horizontale ($\varepsilon_{\theta\theta}$, mais aussi $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, car les deux déformations semblent entrer en jeu dans le couplage tilt-déformation. Les figures 91 et 92 présentent les résultats de ces calculs, le panneau du haut représente le rapport de la moyenne quadratique de l'amplitude (qui est une mesure intégrée de l'amplitude) entre la déformation horizontale $\varepsilon_{\theta\theta}$ (ou respectivement $\varepsilon_{\lambda\lambda}$) et le tilt NS, et le panneau inférieur représente les moyennes quadratiques des amplitudes du tilt NS (en m/s^2, cercles rouges) et de $\varepsilon_{\theta\theta}$ (ou respectivement $\varepsilon_{\lambda\lambda}$) (en strain, cercles verts). Comme dans le cas de la station BFO, on peut noter que les rapports les plus élevés sont observés pour les multiplets sphéroïdaux fondamentaux aussi pour le rapport avec $\varepsilon_{\theta\theta}$ et avec $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, à l'exception de ${}_1S_6$ qui a un rapport très élevé, mais les amplitudes du tilt et des déformations sont trop faibles pour que ce multiplet soit observable dans les spectres.
Il semble donc qu'ici aussi ce soient les multiplets sphéroïdaux fondamentaux (du moins les plus graves) qui soient les plus susceptibles de coupler avec les déformations horizontales, par rapport aux multiplets harmoniques.

Le couple de stations SGN / TTO met en évidence clairement l'existence d'effets locaux sur la composante NS de la station SGN, les figures 94 et 93 présentent la comparaison des spectres des données des composantes horizontales de STS-1 pour deux autres couples de stations : HSS / URH (stations un peu plus au nord que SGN ou TTO), et YMZ / TTO (dont on sait maintenant que les sismomètres STS-1 de la station TTO ne sont pas affectés par les effets de cavité). Ces deux couples de stations ont des spectres un peu plus bruités que pour TTO ou SGN, et il est donc moins évident de faire la part de ce qui provient du bruit et ce qui provient d'un éventuel effet de cavité dans les différences observées dans les spectres du couple de stations.

SGN – STS-1 NS – Sumatra 2004

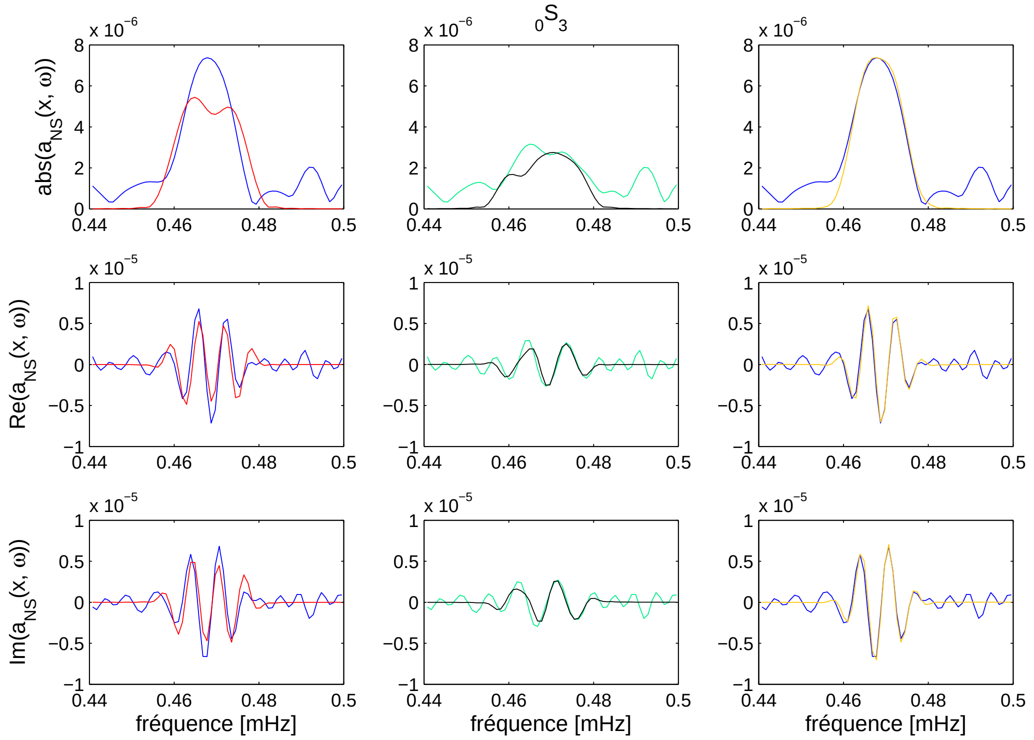


FIG. 89 – Effet de cavité observé sur la composante NS du STS-1 et reconstruction de de cet effet avec les résultats de l'inversion (inversion conjointe de $_0S_3$ et $_0S_4$) pour le multiplet $_0S_3$ à la station SGN. Les spectres linéaires des données sont en bleu, les spectres synthétiques en rouge, la différence du spectre des données et du synthétique est indiquée en vert, la reconstruction de cette différence à partir des coefficients obtenus par l'inversion est indiquée en noir, et la somme du spectre synthétique et de la reconstruction de la différence est en orange. Les panneaux du haut représente le spectre en amplitude et les panneaux du milieu et du bas représentent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

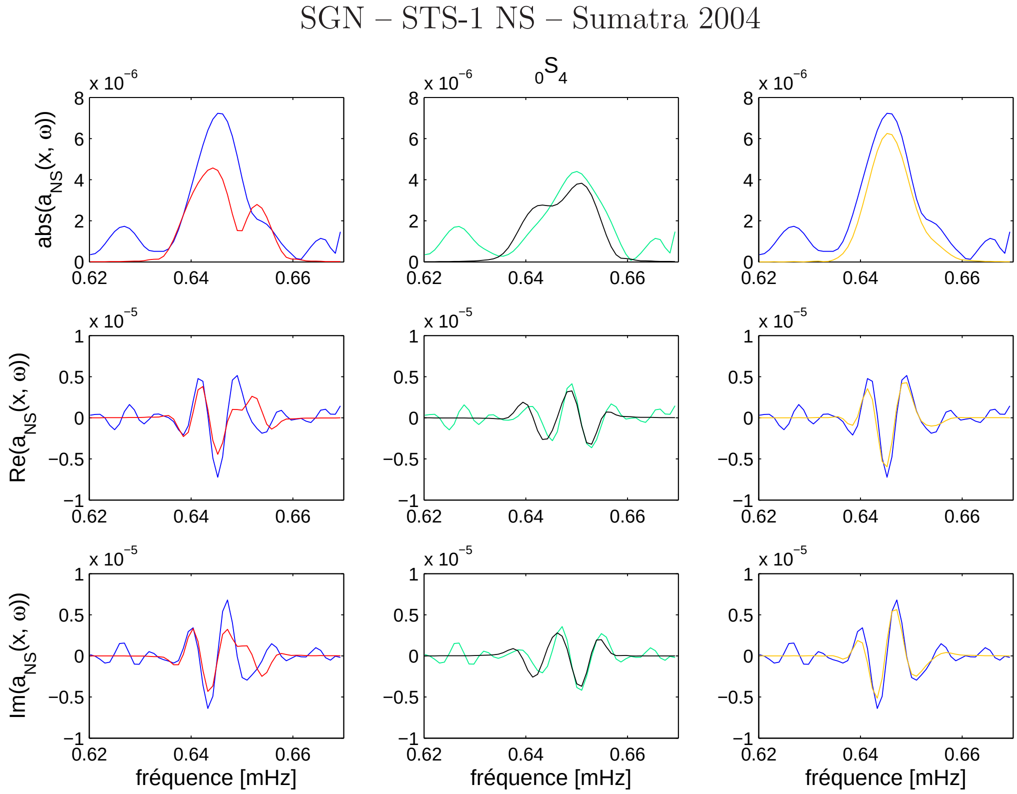


FIG. 90 – Effet de cavité observé sur la composante NS du STS-1 et reconstruction de de cet effet avec les résultats de l'inversion (inversion conjointe de $_0S_3$ et $_0S_4$) pour le multiplet $_0S_4$ à la station SGN. Les spectres linéaires des données sont en bleu, les spectres synthétiques en rouge, la différence du spectre des données et du synthétique est indiquée en vert, la reconstruction de cette différence à partir des coefficients obtenus par l'inversion est indiquée en noir, et la somme du spectre synthétique et de la reconstruction de la différence est en orange. Les panneaux du haut représente le spectre en amplitude et les panneaux du milieu et du bas représentent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire des spectres. Les unités sont des m/s^2*s.

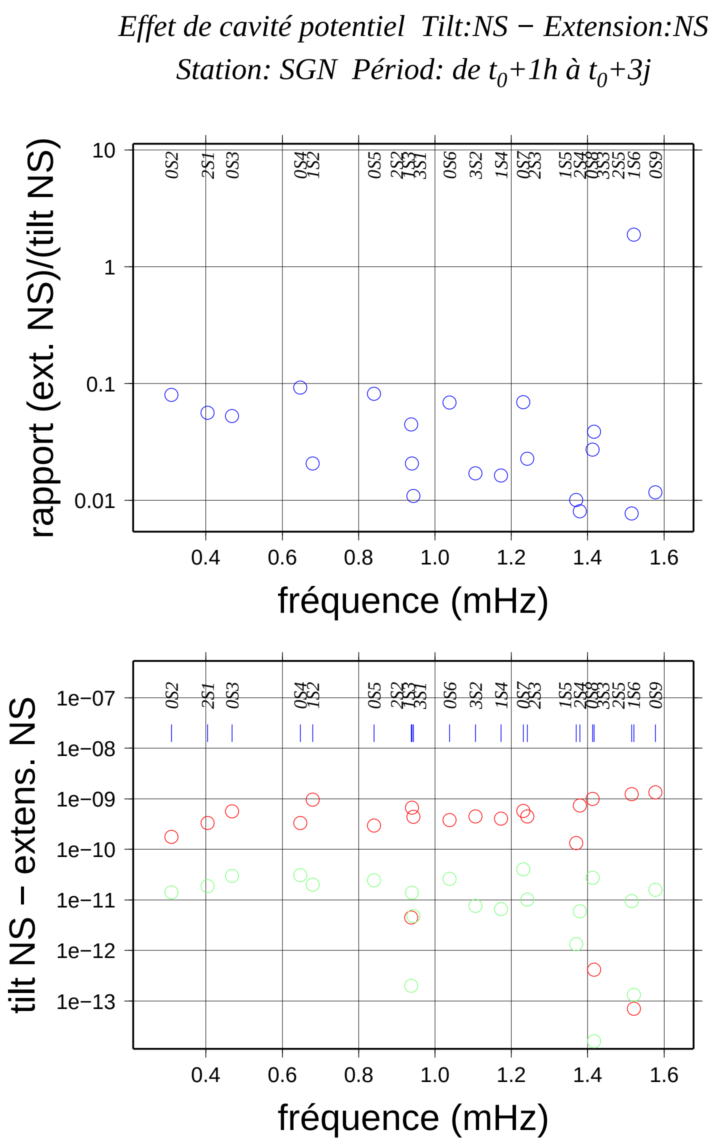


FIG. 91 – Comparaison du tilt NS et de la déformation horizontale $\varepsilon_{\theta\theta}$, dans un cas synthétique pour tous les multiplets de fréquence inférieure à $1.5mHz$ pour le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004 à la station SGN. Le panneau supérieur représente le rapport de la moyenne quadratique de l'amplitude de la déformation horizontale $\varepsilon_{\theta\theta}$ et du tilt NS. Le panneau inférieur représente les moyennes quadratiques des amplitudes du tilt NS (en m/s^2, cercles rouges) et de $\varepsilon_{\theta\theta}$ (en strain, cercles verts).

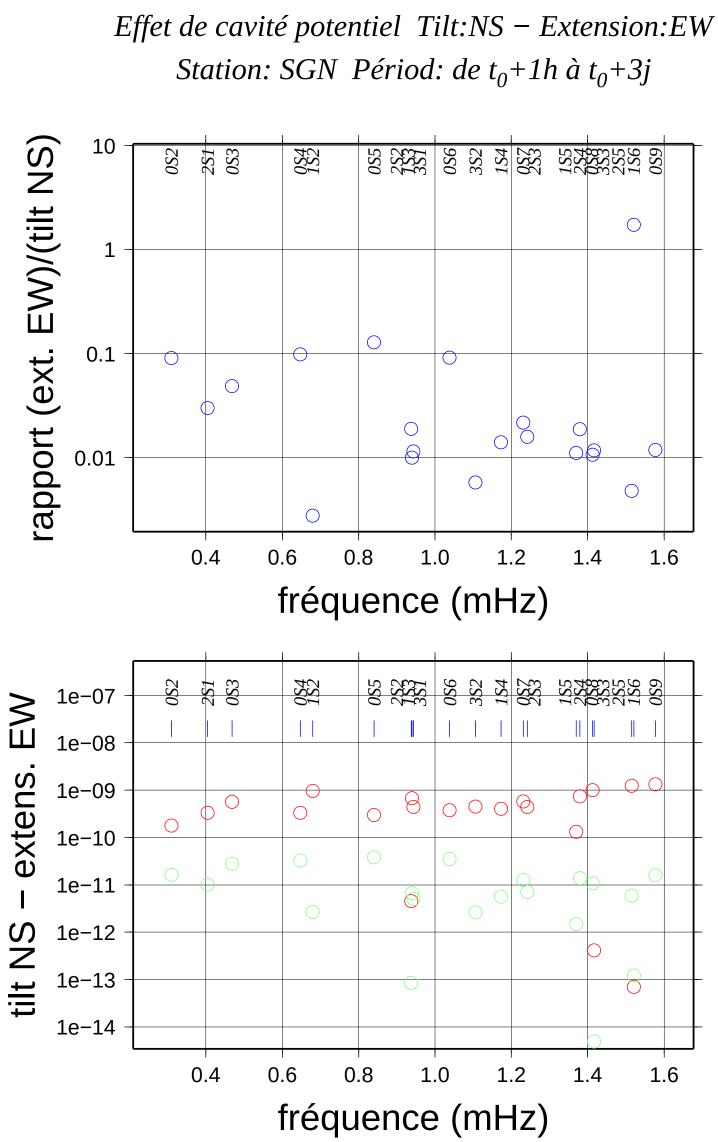


FIG. 92 – Comparaison du tilt NS et de la déformation horizontale $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, dans un cas synthétique pour tous les multiplets de fréquence inférieure à $1.5mHz$ pour le séisme de Sumatra du 26 décembre 2004 à la station SGN. Le panneau supérieur représente le rapport de la moyenne quadratique de l'amplitude de la déformation horizontale $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ et du tilt NS. Le panneau inférieur représente les moyennes quadratiques des amplitudes du tilt NS (en m/s^2, cercles rouges) et de $\varepsilon_{\lambda\lambda}$ (en strain, cercles verts).

Pour le couple YMZ / TTO (figures 93), il n'y pas de différence significative, à l'exception peut être sur la composante NS de la station YMZ de ${}_0S_4$ qui présente une petite différence, pour ${}_0S_3$ il est difficile de conclure car les différences sont petites et le niveau de bruit est un peu plus élevé. Il semble aussi que, sur cette composante, ${}_0T_3$ présente aussi une petite différence. Il n'y a donc pas pour la station YMZ de différences très marquées. S'il y a un effet de cavité, il n'est pas très important.
Pour le couple HSS / URH, le niveau de bruit dans les spectres est plus élevé que pour les autres couples considérés, mais quelques différences significatives semblent exister pour ces deux stations. Pour les composantes NS (dernier panneau de la figure 94), il existe un pic clair pour ${}_0S_3$ pour la station HSS, et le pic semble être complètement noyé dans le bruit pour la station URH. Or la figure 88, qui représente la comparaison des données et des synthétiques pour les deux stations, montre que pour les deux stations les pics théoriques sont dans le bruit ; la présence de ce pic pour ${}_0S_3$ sur la composante NS (aussi présent sur la composante EW) est peut-être liée à un effet de cavité, mais comme le niveau de bruit est élevé, il est difficile de conclure. Par contre une différence très nette est observables pour ${}_0S_6$ sur la composante EW des deux stations (voir 3^e panneau de la figure 94), mais si on regarde la comparaison entre données et synthétiques pour ces deux stations (figure 88), on peut voir que cette importante différence provient d'effets plus petits sur les deux stations en sens inverse (sur une station diminution d'amplitude et sur l'autre augmentation). Il semble donc bien y avoir un effet sur ce multiplet.
En comparaison du couple précédent de stations, celui-ci semble affecté par des effets de cavité, mais le niveau de bruit est aussi plus élevé, et donc une partie de la différence peut provenir de ce bruit.

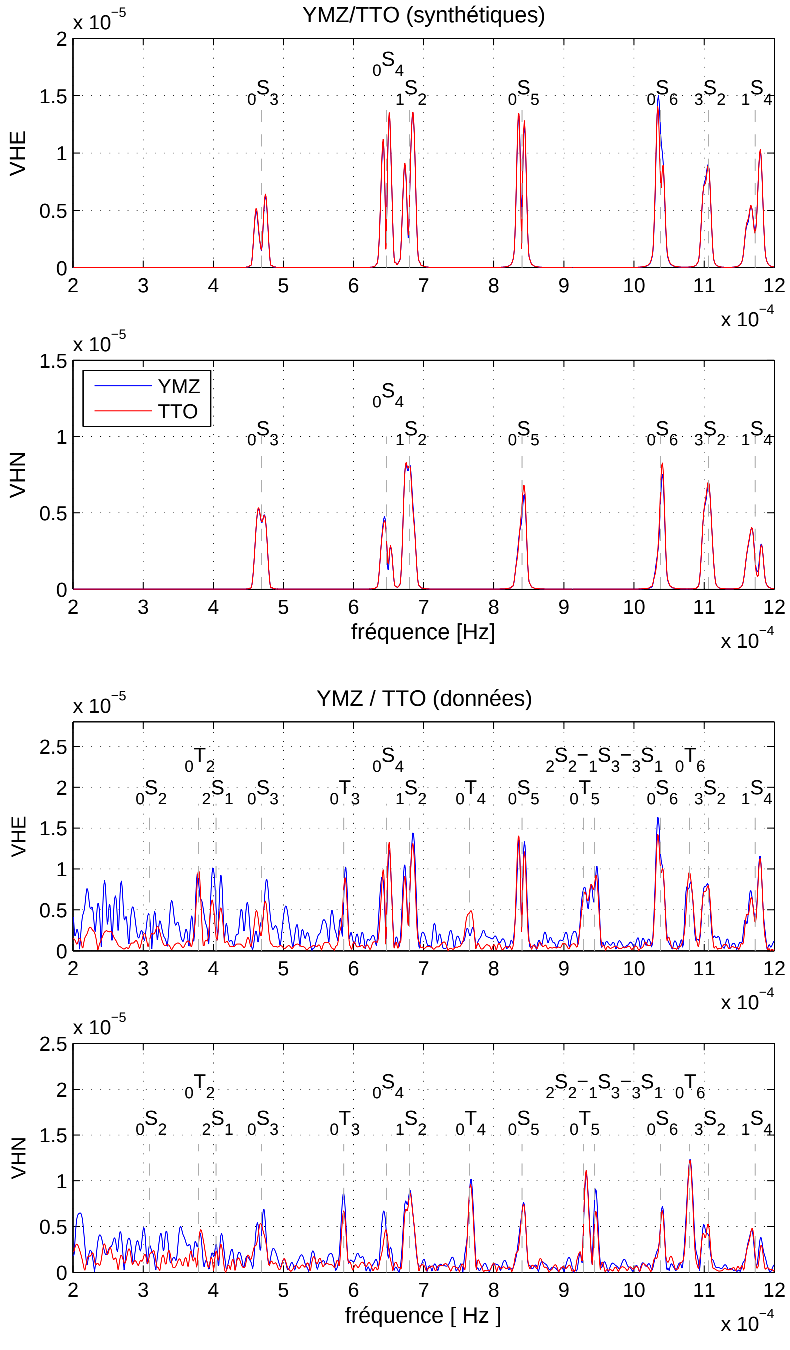


FIG. 93 – Les deux panneaux supérieurs représentent la comparaison des spectres synthétiques à la station YMZ (courbes bleues) et à la station TTO (courbes rouges) pour le tilt EW et le tilt NS pour un certain nombre de multiplets les plus graves excités par le séisme de Sumatra 2004. Les deux panneaux inférieurs représentent la comparaison des spectres des données à la station YMZ (courbes bleues) et à la station TTO (courbes rouges) pour la composante EW et la composante NS. Les unités sont des m/s^2*s.

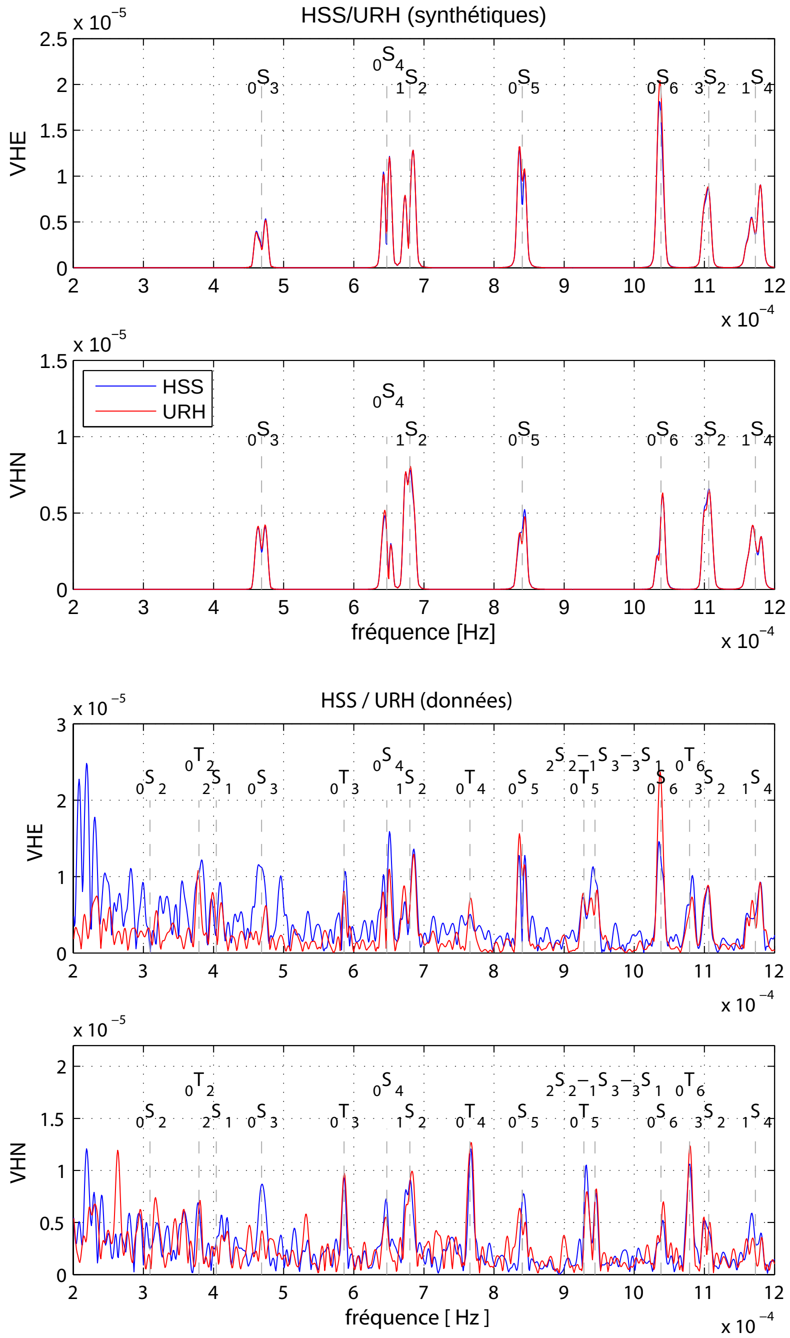


FIG. 94 – Les deux panneaux supérieurs représentent la comparaison des spectres synthétiques à la station HSS (courbes bleues) et à la station URH (courbes rouges) pour le tilt EW et le tilt NS pour un certain nombre de multiplets les plus graves excités par le séisme de Sumatra 2004. Les deux panneaux inférieurs représentent la comparaison des spectres des données à la station HSS (courbes bleues) et à la station URH (courbes rouges) pour la composante EW et la composante NS. Les unités sont des m/s^2*s.

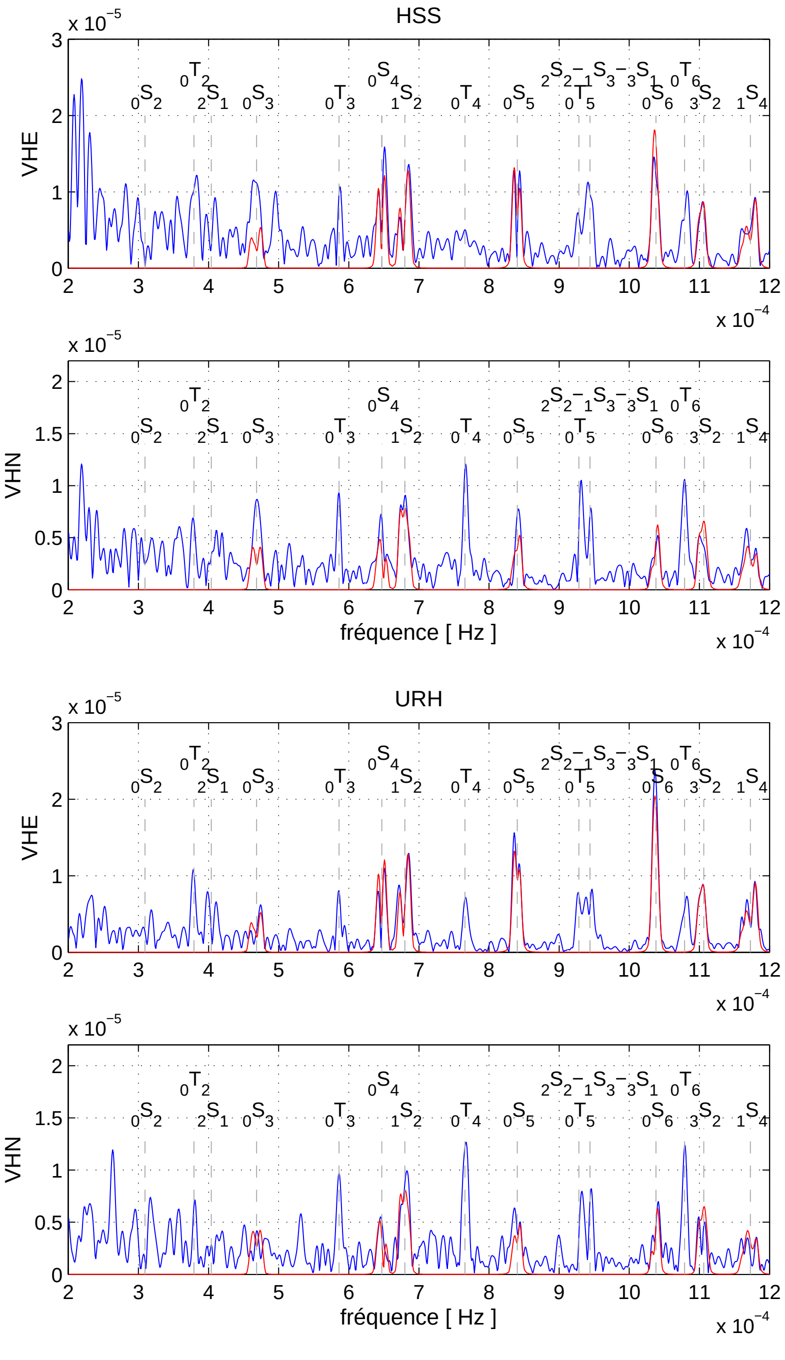


FIG. 95 – Les deux panneaux supérieurs représentent la comparaison des spectres des données et les spectres synthétiques à la station HSS pour le séisme de Sumatra pour les composantes EW et NS du sismomètre STS-1. Les deux panneaux inférieurs représentent la même chose pour la station URH. Les unités sont des m/s^2*s.

19 Conclusion

Dans la première partie, on a vu que les marées terrestres, sur les instruments horizontaux, pouvaient être significativement affectées par des effets locaux tels que la présence de la topographie, la géométrie de la cavité dans laquelle est installé l'instrument, les hétérogénéités locales. Ces effets locaux se traduisent par un couplage tilt-déformation. De la même façon que l'on peut décomposer les résidus des marées terrestres sur les 3 déformations horizontales pour caractériser ces effets locaux, dans cette partie, on a décomposé les résidus des spectres des oscillations libres (pour des fréquences inférieures à 1.5 mHz) sur les 3 déformations horizontales pour essayer de caractériser ces effets de cavité qui se traduisent par un couplage tilt-déformation et que l'on observe sur les multiplets les plus graves.

Pour être certain que les anomalies observées dans les spectres sont bien des effets de cavité (ou autres effets locaux), on a pris en compte dans le calcul des spectres synthétiques les effets des structures 3D de la Terre (seulement celles de degré 2 qui est le degré dominant) sur les multiplets considérés. Ces effets n'affectent que peu les multiplets les plus graves (tels que ${}_0S_2$ ou ${}_0S_3$), mais deviennent non négligeables quand la fréquence augmente (et plus particulièrement pour des fréquences supérieures à 1 mHz). La prise en compte des effets des structures 3D est faite en utilisant les coefficients de structure, qui sont caractéristiques d'un multiplet et donc sont les mêmes pour les composantes verticales et horizontales. Par conséquent, comme les composantes verticales sont peu affectés par les effets locaux (tels que les effets de cavité), on a utilisé ces composantes pour le calcul des coefficients de structure. Ces coefficients de structure ont été utilisés pour construire les sismogrammes des composantes horizontales et ainsi permettre de chercher d'éventuels effets de cavité.

Une façon de repérer ces effets de cavité est de considérer des instruments co-localisés, car ceux-ci devraient enregistrer la même chose en l'absence d'effets locaux. En considérant donc des instruments co-localisés ou dont la distance les séparant est suffisamment petite comparée à la longueur d'onde des multiplets pour qu'ils soient considérés comme co-localisés, on a mis en évidence des effets significatifs sur les multiplets les plus graves, notamment ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$ pour les stations de BFO et SGN sur les composantes NS. Les effets sur ces 2 multiplets à la station BFO impliquent des mécanismes similaires à ceux observés sur les marées terrestres (mêmes coefficients), c'est-à-dire que l'effet de cavité sur la composante NS s'explique essentiellement par un couplage entre le tilt NS et la déformation dans la même direction $\varepsilon_{\theta\theta}$.
Les hétérogénéités locales (tel que, par exemple, la présence de la cavité ou de la topo-

graphie) ont des longueurs d'ondes petites devant celle du champ de déformation (dû aux marées terrestres ou aux modes propres), il semble donc naturel que les effets de cavités observés sur les marées terrestres et sur les multiplets les plus graves (tels que ${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_5$, ${}_0S_6$) soient similaires.

Pour les stations considérées dans cette étude, il semble donc que ce soient essentiellement les modes sphéroïdaux fondamentaux qui soient susceptibles d'être significativement affectés par ces effets locaux, liés au couplage entre le tilt et les déformations horizontales. Le cas des multiplets toroïdaux n'a pas été considéré, et reste un point à étudier pour comprendre s'ils sont susceptibles d'être affectés et pourquoi. Une autre question qui reste en suspens est la suivante : est-ce que ces observations sont les mêmes pour d'autres séismes. Le problème majeur pour répondre à cette question est que ce sont les multiplets les plus graves qui semblent les plus affectés, et qu'à l'exception du séisme de Sumatra, il n'est pas évident de trouver des séismes pour lesquels le rapport signal sur bruit permet de voir ces effets locaux.

Conclusion et perspectives

A longue période, les sismomètres, les gravimètres et les inclinomètres sont perturbés par différents effets locaux (présence d'une cavité, topographie, pression atmosphérique, etc) et plus particulièrement les composantes horizontales ; à plus courte période, l'effet inertiel proportionnel à ω^2 domine et ces effets locaux sont moins significatifs. Un certain nombre de ces perturbations impliquent un couplage tilt-déformations. Pour caractériser ces effets sur les données des marées terrestres, on a trouvé une décomposition sur une base de signaux synthétiques calculés à l'aide du code de prédiction des signaux de marées appelé ETERNA (par exemple : $(a_{NS}, a_{EW}, a_Z, \varepsilon_{\theta\lambda})$ ou $(a_{EW}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\lambda\lambda}, \varepsilon_{\theta\lambda})$), qui produit 4 coefficients par signal, décrivant le couplage entre les différents observables. Ces coefficients offrent l'avantage d'être stables dans le temps.
Ces 4 coefficients permettent, une fois déterminés pour un instrument à un endroit donné, de prendre en compte ces effets locaux et ainsi de corriger les données des marées terrestres, et autorisent ainsi une meilleure étude des marées terrestres sur ces composantes.
Pour les stations proches des océans, un important effet perturbateur est la surcharge océanique, qui est plus importante pour les composantes horizontales que la verticale. Le cas de la station MAJO au Japon (50 km de la mer) montre l'importance de la correction des données de l'effet de la surcharge océanique pour avoir des coefficients représentatifs en termes d'effets de cavité ou de topographie ; la surcharge océanique ayant la même période que les marées terrestres, si aucune correction n'est effectuée, les coefficients de la décomposition comprendront aussi l'effet de la surcharge, et ne pourraient pas être interprétés en terme d'effets de cavité, de topographie ou géologiques. De plus, si on ne prend pas en compte la surcharge océanique, les résidus des décompositions sont un peu plus élevés. Il est donc plus intéressant, à tout point de vue, d'enlever la surcharge océanique avant décomposition pour avoir une meilleure caractérisation des effets locaux.
Ces coefficients de décomposition sont un moyen simple de prendre en compte les effets locaux sans avoir besoin de les calculer par éléments finis (ou autres méthodes numériques), ce qui nécessiterait une bonne connaissance de la géométrie de la cavité, de la topographie, etc.
Les données longues périodes sont aussi affectées par des perturbations d'origine atmosphérique. Les corrections de pression atmosphérique peuvent être faites en utilisant les données barométriques. Comme il est montré dans cette étude, les signaux résiduels de la décomposition sont bien corrélés avec la pression, principalement pour les composantes verticales ; le cas des composantes horizontales est moins clair, probablement parce qu'elles dépendent des gradients de pression. Un unique coefficient est suffisant pour faire une correction sur la composante verticale. Pour des périodes supérieures à un jour, on trouve, pour les sismomètres verticaux STS-1, une admittance entre la pression et les résidus d'en-

viron $-35\ nm/s^2/mbar$, soit une valeur environ 10 fois supérieure à ce que l'on trouve généralement pour les gravimètres. Cette observation doit donc probablement être attribuée à un effet instrumental. On retrouve l'admittance bien connue d'environ $-3.5\ nm/s^2/mbar$ pour les sismomètres pour des périodes inférieures à 3 heures. Il est remarquable que la cohérence entre la pression et les enregistrements des STS-1 reste aussi bonne à des périodes de plusieurs jours, car ils n'ont pas été conçus pour enregistrer des signaux à ces périodes là.
Pour les composantes horizontales, une première correction de pression peut être effectuée à l'aide d'une simple admittance avec la pression locale et/ou sa transformée de Hilbert ; l'efficacité de la correction dépend des périodes considérées et peut être influencée par les effets locaux (cavité, topographie, ...).
Une des questions en suspens reste la compréhension de ce bruit instrumental à l'origine de la différence des valeurs d'admittance avec la pression atmosphérique observée sur les sismomètres STS-1.

L'importance de ces effets locaux diminue avec la fréquence devant l'effet inertiel ; cependant, on a montré dans cette étude que ces effets locaux sont encore observables dans la bande des oscillations libres de la Terre, en particulier pour les multiplets les plus graves. Par l'étude des quelques stations disponibles (et notamment celles qui possèdent des instruments longues périodes co-localisés, ce qui est difficile à trouver) et en particulier les stations de BFO et SGN (où des effets sont observés), il semble que ce soient essentiellement les multiplets sphéroïdaux fondamentaux qui soient les plus susceptibles d'être affectés par ces effets locaux observés très clairement sur les marées terrestres. L'utilisation de capteurs longues périodes co-localisés permet de mettre clairement en évidence ces effets locaux, car ces instruments devraient enregistrer la même chose s'il n'y avait pas d'effets locaux perturbateurs.
Cependant pour mettre en évidence ces effets de cavité, il est important de prendre en compte la structure 3D de la Terre qui affecte peu les multiplets les plus graves mais qui devient significative quand la fréquence augmente (à partir de 1mHz, ces effets deviennent significatifs). Ces effets des structures 3D sur les oscillations libres de la Terre ont été pris en compte par l'utilisation de coefficients de structure calculés à partir des données des sismomètres verticaux qui sont peu affectés par ces effets locaux. Ces coefficients sont caractéristiques d'un multiplet, et sont donc les mêmes pour les composantes verticales et horizontales. Ils ont donc été utilisés pour prendre en compte les effets 3D dans le calcul des sismogrammes horizontaux et permettre ainsi une bonne comparaison avec les données et la mise en évidence d'éventuels effets locaux.
Les effets sur les 2 multiplets ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$ à la station BFO impliquent des mécanismes de couplages similaires à ceux observés sur les marées terrestres (mêmes coefficients), c'est-à-dire que l'effet de cavité sur la composante NS s'explique essentiellement par un couplage

entre le tilt NS et la déformation dans la même direction $\varepsilon_{\theta\theta}$.
Les hétérogénéités locales (tel que, par exemple, la présence de la cavité ou de la topographie) ont des longueurs d'ondes petites devant celle du champ de déformation (dû aux marées terrestres ou aux modes propres), et il semble donc naturel que les effets de cavités observés sur les marées terrestres et sur les multiplets les plus graves (tels que ${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_5$, ${}_0S_6$) soient similaires.

Les multiplets toroïdaux restent à étudier. Cependant pour les stations considérées dans cette étude, il semble que ces multiplets soient un peu moins affectés que les multiplets fondamentaux sphéroïdaux.
Une autre question en suspens et qui reste à étudier pour la suite, concerne la stabilité de ces coefficients avec d'autres jeux de données en provenance du même instrument. Le séisme de Sumatra a été une grande opportunité pour étudier ces effets de cavité sur les modes propres, car les multiplets les plus graves sont observables sur les composantes horizontales avec un rapport S/N suffisant. Les stations qui ont un aussi faible niveau de bruit à ces périodes sont difficiles à trouver). Il n'est donc pas évident que l'on trouve d'autres séismes pour lesquels le rapport signal sur bruit permet d'observer ces effets locaux.

On a aussi démontré dans ce travail que les oscillations libres de la Terre peuvent apporter des informations sur la cinématique globale de la source des grands séismes ($M_w \geq 8$). En particulier, en utilisant les données longues périodes du séisme de Sumatra du 26 décembre 2004, on a montré que les phases initiales des singlets des multiplets, dont le splitting est clairement observable, contiennent des informations sur la longueur de la rupture et sur la durée de la source, et par conséquence la vitesse moyenne de rupture. Pour les modes les plus graves, seules les amplitudes sont généralement utilisées pour contraindre le mécanisme des sources et le moment sismique. Les phases sont rarement prises en considération explicitement.
Pour le séisme de Sumatra 2004, avec l'estimation des phases d'un certain nombre des multiplets les plus graves (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$ et ${}_1S_0$), on a trouvé, à partir des mesures de phases par une première méthode, une longueur de rupture de 1220 ± 100 km, et une durée de source de 500 ± 50 s, et par conséquence une vitesse moyenne de rupture de 2.4 km/s. Et à partir des estimations de phases par une deuxième méthode, on trouve une longueur de rupture de 1250 ± 100 km, et une durée de source de 550 ± 50 s, et donc une vitesse moyenne de rupture de 2.3 ±0.3 km/s. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont comparables et en accord avec d'autres études utilisant des courtes périodes, des longues périodes, du GPS, ou des données hydroacoustiques. Pour prendre en compte la complexité de la rupture de ce séisme, on a introduit une variation de la dislocation le long de la rupture (fenêtre spatiale triangulaire) dans le processus d'inversion des phases,

et la fenêtre optimale a son sommet (et donc le maximum de dislocation) localisé autour de 5.8° N en accord avec la distribution du glissement le long de la rupture trouvée dans d'autres études.
Le moment sismique est une grandeur associée avec la limite fréquence nulle du spectre. Il semble donc naturel de chercher à l'estimer à partir des multiplets les plus graves. Cependant plus on considère des longues périodes et plus on perd d'information sur les termes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$. L'estimation du moment sismique est donc un compromis entre le considérer à très longues périodes et conserver suffisamment d'information sur les termes $M_{r\theta}$ et $M_{r\lambda}$. En pratique, ce compromis conduit généralement à le calculer pour des périodes intermédiaires, qui sont en dehors des périodes considérées dans cette étude.
Le séisme de Sumatra étudié présentait une rupture unilatérale. L'étude des sources bilatérales semblent plus problématique, car l'effet de la finitude des différents segments tend à s'annuler. Ceci est le cas du séisme de Nias pour lequel il n'a pas été possible de contraindre les caractéristiques de la rupture.
Cet effet de la finitude de la source sur la phase des modes propres n'est pas autre chose que l'expression à très longue période de la directivité des sources finies, bien connue et étudiée avec les ondes de volume et les ondes de surfaces pour les grands séismes, comme un résultat de leur taille finie et de la vitesse de rupture finie.
Une perspective intéressante pour l'étude de l'apport des phases des singlets à la source de Sumatra serait de considérer les multiplets toroïdaux, car ils contiennent des informations différentes des multiplets sphéroïdaux. Cependant ces multiplets sont essentiellement observables sur les composantes horizontales des sismomètres, et donc le problème de l'étude de ces multiplets reste de trouver assez de stations dont les composantes horizontales ont un niveau de bruit suffisamment bas pour que les multiplets soient observables.

Une des difficultés principales de cette étude longue période est de trouver de longues séries temporelles continues et de suffisamment bonne qualité (en terme de niveau de bruit) pour permettre de voir les signaux que l'on cherche à étudier.

Liste des figures

Liste des tableaux

Références

Abe, K. (1970), Determination of seismic moment and energy from the Earth's free oscillation, *Phys. Earth Planet. Int.*, **4**, 49–61.

Aki, K., et P. Richards (1980), *Quantitative Seismology*, WH Freeman & Co., San Francisco, California.

Alsop, L. E., G. H. Sutton, et M. Ewing (1961), Free oscillations of the Earth observed on strain and pendulum seismographs, *J. Geophys. Res.*, **66**, 631–641.

Ammon, C. J., J. Chen, H. K. Thio, D. Robinson, S. Ni, V. Hjorleifsdottir, H. Kanamori, T. Lay, S. Das, D. Helmberger, G. Ichinose, J. Polet, et D. Wald (2005), Rupture process of the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake, *Science*, **308**, 1133–1139.

Backus, G., et F. Gilbert (1961), The rotational splitting of the free oscillations of the Earth, dans *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, vol. 47, pp. 362–371.

Baker, T. (1980), Tidal tilt at Llanrwst, North Wales : tidal loading and earth structure, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **62**, 269–290.

Baker, T., et G. Lennon (1973), Tidal tilt anomalies, *Nature*, **243**, 75–76.

Banerjee, P., F. F. Pollitz, et R. Bürgmann (2005), The size and duration of the Sumatra-Adaman earthquake from far-field static offsets, *Science*, **308**, 1769–1772.

Banka, D., et D. Crossley (1999), Noise levels of superconducting gravimeter at seismic frequencies, *Geophys. J. Int.*, **139**, 87–97.

Beauduin, R., P. Lognonné, J. P. Montagner, S. Cacho, J. F. Karczewski, et M. Morand (1996), The effects of the atmospheric pressure changes on seismic signal or how to improve the quality of a station, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **86**, 1760–1769.

Beaumont, C., et A. Lambert (1972), Crustal structure from surface load tilts, using a finite element model, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **29**, 203–226.

Beck, S. L., et L. I. Ruff (1989), Great erthquakes and subduction along the Peru trench, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **57**, 199–224.

Ben-Menahem, A., et S. J. Singh (1980), *Seismic waves and sources*, 2nd ed., Dover.

Benioff, H., F. Press, et S. Smith (1961), Excitation of the Free Oscillations of the Earth by Earthquakes, *J. of Geophys. Res.*, **66**(2), 605–619.

Berger, J., et C. Beaumont (1976), An analysis of tidal strain measurements from the United States of America, ii. the inhomogeneous tide, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **66**, 1821–1846.

Berger, J., P. Davis, et G. Ekström (2004), Ambient earth noise : a survey of the global seismographic network, *J. Geophys. Res.*, **109, B11307**, doi :1029/2004JB003408.

Bilek, S. L., et L. J. Ruff (2002), Analysis of the 23 June 2001 Mw = 8.4 Peru underthrusting earthquake and its aftershocks, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 1960, doi : 10.1029/2002GL015543.

Bilham, R., R. Engdahl, N. Feldl, et S. P. Satyabala (2005), Partial and complete rupture of the Indo-Andaman plate boundary 1847-2004, *Seismol. Res. Lett.*, **76**, 299–311.

Bolton, H., et G. Masters (1991), Long period absolute p times and lower mantle structure, *Eos*, **72**, 339.

Boy, J.-P., J. Hinderer, et P. Gegout (1998), Global atmospheric and gravity, *Phys. Earth Plan. Int.*, **109**, 161–177.

Boy, J.-P., M. Llubes, J. Hinderer, et N. Florsch (2003), A comparison of tidal ocean loading models using superconducting gravimeter data, *J. Geophys. Res.*, **108**(B4), 2193–2210.

Briggs, R. W., K. Sieh, A. J. Meltzner, D. Natawidjaja, J. Galetzka, B. Suwargadi, Y.-J. Hsu, M. Simons, N. Hananto, I. Suprihanto, D. Prayudi, J.-P. Avouac, L. Prawirodirdjo, et Y. Bock (2006), Deformation and slip along the Sunda megathrust in the great 2005 Nias-Simeulue earthquake, *Science*, **311**, 1897–1901.

Chlieh, M., J.-P. Avouac, V. Hjorleifsdottir, T.-R. A. Song, C. Ji, K. Sieh, A. Sladen, H. Hebert, L. Prawirodirdjo, Y. Bock, et J. Galetzka (2006), Coseismic slip and afterslip of the great (Mw 9.15) Sumatra-Andaman earthquake of 2004, *Bull. Seismol. Soc. Am*, **97**, S152–S173, doi :10.1785/0120050631.

Crossley, D., O. Jensen, et J. Hinderer (1995), Effective barometric admittance and gravity residuals, *Phys. Earth Planet. Int*, **90**, 221–241.

Crossley, D., J. Hinderer, G. Casula, O. F. H.-T. Hsu, Y. Imanishi, G. Jentzsch, J. Kaarianen, J. Merriam, B. Meurers, J. Neumeyer, B. Ritcher, K. Shibuya, T. Sato, et T. van Dam (1999), Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines, *Eos Trans. AGU*, **80**, 121–126.

Dahlen, F. A. (1968), The normal modes of a rotating, elliptical Earth, *Geosphys. J. Roy. Astron. Soc.*, **16**, 329–367.

Dahlen, F. A. (1969), The normal modes of a rotating, elliptical Earth - ii. near-resonance multiplet coupling, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **18**, 397–436.

Dahlen, F. A. (1982), The effect of data windows on the estimation of free oscillation parameters, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **69**, 537–549.

Dahlen, F. A., et R. Sailor (1979), Rotational and ellipltical splitting of the free oscillations of the Earth, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **58**, 609–623.

Dahlen, F. A., et J. Tromp (1998), *Theoretical Global Seismology*, Princeton University press.

DeMets, C., R. Gordon, D. Argus, et S. Stein (1990), Current plate motions, *Geophys. J. Int.*, **101**, 425–478.

Doodson, A. T. (1954), The harmonic developpment of the tide-generating potential, *Intern. Hydrogr. Rev.*, **31**, 11–35, reprint of Proc. Roy. Soc. (London) A 100 p305-329 (1921).

Dziewonski, A., et D. L. Anderson (1981), Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet Int.*, **25**(4), 297–356.

Dziewonski, A., T. A. Chou, et J. H. Woodhouse (1981), Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity, *J. Geophys. Res.*, **86**(B4), 2825–2852.

Dziewonski, A. M., et B. A. Romanowicz (1977), An exact solution to the problem of excitation of normal modes by a propagating fault, *Lincoln Lab., MIT, Semi-annual Report*, pp. 88–90.

Edmonds, A. R. (1960), *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Efron, B., et R. J. Tibshirani (1993), *An introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall, New York.

Emter, D., et W. Zürn (1985), Observations of local elastic effects on earth tide strains, *In : Earth Tides, ed. Harrison J.C., Van Nostrand Reinhold, New York*.

Engdahl, E. R., R. van der Hilst, et B. Raymond (1998), Global teleseismic earthquake relocation with improved travl times and procedures for depth determination, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **88**, 722–743.

Engdahl, E. R., A. V. nor, H. R. DeShon, et C. H. Thurber (2007), Teleseismic relocation and assessment of seismicity (1918-2005) in the region of the 2004 m_w 9.0 Sumatra-Andaman and 2005 m_w 8.6 Nias island great earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **97**, S43–S61, doi :10.1785/0120050614.

Eshelby, J. (1957), The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proc. of the Royal Soc.*, **241**(serie A), 376–396.

Feynman, R., R. B. Leighton, et M. Sands (1965), *The Feynman Lectures on Physics, Vol. III, Quantum Mechanics*, Addison-Wesley.

Fitch, T. J. (1972), Plate convergence, transcurrent faults and internal deformation adjacent to Southeast Asia and the western Pacific, *J. Geophys. Res.*, **77**, 4432–4460.

Freybourger, M., J. Hinderer, et J. Trampert (1997), Comparative study of superconducting gravimeters and broadband seismometers STS-1/Z in seismic and subseismic frequency bands, *Phys. Earth. Planet. Int.*, **101**, 203–217.

Geller, R., et S. Stein (1977), Split free oscillation amplitudes for the 1960 Chilean and 1964 Alaskan earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am*, **67**(3), 651–660.

Giardini, D., X.-D. Li, et J. H. Woodhouse (1987), Three-dimensional structure of the earth from splitting in free oscillation spectra, *Nature*, **325**, 405–411.

Giardini, D., X. D. Li, et J. H. Woodhouse (1988), Splitting functions of long period normal modes of the Earth, *J. Geophys. Res.*, **93**, 13,716–13,742.

Gilbert, F. (1980), An introduction to low-frequency seismology, dans *Fisica dell'interno della Terra, Rendiconti della Scuola Internazionale di Fisica "Enrico Fermi"*, edité par A. M. Dziewonski et E. Boschi, course LXXVII, pp. 41–81, North-Holland, Amsterdam.

Gilbert, F., et A. Dziewonski (1975), An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, **278**, 187–269.

Giovanni, M. K., S. L. Beck, et L. Wagner (2002), The June 23, 2001 Peru earthquake and the southern Peru subduction zone, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 2018, doi :10.1029/2002GL015774.

Guilbert, J., J. Vergoz, E. Schisselé, A. Roueff, et Y. Cansi (2005), Use of hydroacoustic and seismic arrays to observe rupture propagation and source extent of the $m_w = 9.0$ Suamtra earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, **32, L15310**, doi :10.1029/2005{GL}022966.

Gundmudsson, O., et M. Sambridge (1998), A regionalized upper mantle (rum) seismic model, *J. Geophys. Res*, **103**, 7121–7136.

Harnisch, M., et G. Harnisch (2002), Seasonal variations of hydrological influences on gravity measurements at Wettzell, *Bull. d'Inf. Marées Terr.*, **137**, 10,849–10,861.

Harris, F. J. (1978), On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform, *Proc. IEEE*, **66**, 51–83.

Harrison, J. (1976), Cavity and topographic effects in tilt and strain measurement, *J. Geophys. Res.*, **81**, 319–328.

Hartman, T., et H. Wenzel (1995a), The HW95 tidal potential catalogue, *Geophys. Res. Lett.*, **22**(24), 3553–3556.

Hartman, T., et H. Wenzel (1995b), Catalogue HW95 of the tide generating potential, *Bull. d'Inf. Marées Terr.*, **123**, 8847–8880.

He, X., et J. Tromp (1996), Normal-mode constraints on the structure of the Earth, *J. Geophys. Res.*, **101**, 10,053–10,082.

Ishii, M., P. M. Shearer, H. Houston, et J. E. Vidale (2005), Extent, duration, and speed of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake imaged by the Hi-Net array, *Nature*, **435**, 933–936.

Itsueli, U., R. Bilham, N. Goulty, et G. King (1975), Tidal strain enhancement observed across a tunnel, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **42**, 555–564.

Kanamori, H. (1970), The Alaska earthquake of 1964 : radiation of long-period surface waves and source mechanism, *J. Geophys. Res.*, **75**, 5029–5040.

Kanamori, H., et J. W. Given (1981), Use of long-period surface waves for rapid determination of earthquake-source parameters, *Phys. Earth Planet. Int.*, **27**, 8–31.

Kedar, S., S. Watada, et T. Tanimoto (1994), The 1989 Macquarie Ridge earthquake : Seismic moment estimation from long-period free oscillations, *J. Geophys. Res.*, **99**, 17,893–17,907.

King, G., et R. Bilham (1973), Tilt measurement in europe, *Nature*, **243**, 74–75.

King, G., W. Zürn, R. Evans, et D. Emter (1976), Site correction for long period seismometers, tiltmeters and strainmeters, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **44**, 405–411.

Kobayashi, N., et K. Nishida (1998), Continuous excitation of planetary free oscillations by atmosphéric disturbances, *Nature*, **395**, 357–360.

Kohl, M., et J. Levine (1995), Measurement and interpretation of tidal tilts in a small array, *J. Geophys. Res.*, **100**(B3), 3929–3941.

Konca, A. O., V. Hjorleifsdottir, T.-R. A. Song, J.-P. Avouac, D. V. Helmberger, C. Ji, K. Sieh, R. Briggs, et A. Meltzner (2006), Rupture kinematics of the 2005, Mw 8.6, Nias-Simeulue earthquake from the joint inversion of seismic and geodetic data, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **97**(1A), S307–S322.

Kroner, C., T. Jahr, S. Kuhlmann, et K. D. Fischer (2005), Pressure-induced noise on horizontal seismometer and strainmeter records evaluated by finite element modelling, *Geophys. J. Int.*, **161**, 167–178, doi :10.1111/j.1365-246{X}.2005.02576.x.

Lambotte, S., L. Rivera, et J. Hinderer (2006a), Rupture length and duration of the 2004 Aceh-Sumatra earthquake from the phases of the Earth's gravest free oscillations, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L023307), doi :10.1029/2005GL024090.

Lambotte, S., L. Rivera, et J. Hinderer (2006b), Vertical and horizontal seismometric observations of tides, *J. Geodynamics*, **41**, 39–58.

Lambotte, S., L. Rivera, et J. Hinderer (2007), Constraining the overall kinematics of the 2004 Sumatra and the 2005 Nias earthquakes using the earth's gravest free oscillations, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **97**, S128–S138, doi :10.1785/0120050621.

Landau, L., et E. Lifchitz (1967), *Théorie de l'élasticité*, 143-145 pp., Edition MIR de Moscou.

Lay, T., H. Kanamori, C. J. Ammon, M. Nettles, S. Ward, R. C. Aster, S. L. Beck, M. L. Brudzinski, R. Butler, H. R. DeShon, G. Ekström, et S. Sipkin (2005), The great Sumatra-Andaman earthquake of 26 December 2004, *Science*, **308**, 1127–1133.

Lecolazet, R., et G. Wittlinger (1974), Sur l'influence perturbatrice de la déformation des cavités d'observations sur les marées clinométrique., *C. R. Acad. Sc. Paris*, **278**(série B), 663–666.

Li, X. D., D. Giardini, et J. H. Woodhouse (1991), Large scale three-dimensional even-degree structure of the Earth from splitting of long-period normal-modes, *J. Geophys. Res.*, **96**, 551–577.

Lomax, A. (2005), Rapid estimation of rupture extent for large earthquakes : Application to the 2004, M9 Sumatra-Adaman mega-thurst, *Geophys. Res. Lett.*, **32, L10314**, doi : 10.1029/2005{GL}022437.

Luh, P. C. (1973), Free oscillations of the laterally inhomogeneous Earth : quasi degenerate multiplet coupling, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **32**, 187–202.

Luscombe, J. H., et M. Luban (1998), Simplified recursive algorithm for wigner 3j and 6j symbols, *Phys. Rev. E*, **57**, 7274–7277.

Marquardt, D. (1963), An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *SIAM J. Appl. Math.*, **11**, 431–441.

Masters, G., T. H. Jordan, P. G. Silver, et F. Gilbert (1982), Aspherical Earth structure from fundamental spheroidal-mode data, *Nature*, **298**, 609–613.

Masters, G., J. Park, et F. Gilbert (1983), Observations of coupled spheroidal and toroidal modes, *J. Geophys. Res.*, **88**, 10,285–10,298.

Masters, G., S. Johnson, G. Laske, H. Bolton, et J. Davies (1996), A shear-velocity model of the mantle [and discussion], *Phil. Trans. : Math., Phys. Eng. Sciences*, **354**, 1385–1411.

Masters, G., G. Laske, et F. Gilbert (2000a), Autoregressive estimation of the splitting matrix of free-oscillation multiplets, *Geophys. J. Int.*, **141**, 25–42.

Masters, G., G. Laske, et F. Gilbert (2000b), Matrix autoregressive analysis of free-oscillation coupling and splitting, *Geophys. J. Int.*, **143**, 478–489.

Matsumoto, K., T. Takanezawa, et M. Oee (2000), Ocean tide models developed by assimilating Topex/Poseidon altimeter data into hydrodynamical model : a global model and a regional model around Japan, *J. Oceanogr.*, **56**, 567–581.

McCaffrey, R., P. Zwick, Y. Bock, L. Prawirodirdjo, J. Genrich, S. S. O. Puntodewo, et C. Subarya (2000), Strain partitioning during oblique plate convergence in northern sumatra : Geodetic and seismologic constraints and numerical modeling, *J. Geophys. Res.*, **105**, 28,363–28,376.

McTigue, D., et C. Mei (1981), Gravity-induced stresses near topography of small slope, *J. Geophys. Res.*, **86**(B10), 9268–9278.

McTigue, D., et R. Stein (1984), Topographic amplification of tectonic displacement : Implications for geodetic measurement of strain changes, *J. Geophys. Res.*, **89**(B2), 1123–1131.

Meertens, C. M., et J. M. Wahr (1986), Topographic effect on tilt, strain, and displacement measurements, *J. Geophys. Res.*, **91**(B14), 14,057–14,062.

Melchior, P. (1966), *The Earth Tides*, Pergamon Press, Oxford.

Merriam, J. B. (1992), Atmospheric pressure and gravity, *Geophys. J. Int.*, **109**, 488–500.

Messiah, A. (1962), *Quantum Mechanics, Vol. 2.*, Amsterdam, Netherlands : North-Holland.

Mori, J., J. Filson, E. Cranswick, R. Borcherdt, R. Amirbekian, V. Aharonian, et L. Hachverdian (1994), Measurements of P and S wave fronts from the dense three-dimensional array at Garni, Armenia, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **84**, 1089–1096.

Müller, T., et W. Zürn (1983), Observation of gravity changes during the passage of cold fronts, *J. Geophys.*, **53**, 155–162.

Nawa, K., N. Suda, Y. Fukao, T. Sato, Y. Aoyama, et K. Shibuya (1998), Incessant excitation of the Earth's free oscillations, *Earth Planets Space*, **50**, 3–8.

Ness, N. F., J. C. Harrison, et L. B. Slichter (1961), Observations of the free oscillations of the Earth, *J. Geophys. Res.*, **66**, 621–629.

Neumann, U., et W. Zürn (1999), Gravity signals from atmospheric waves and their modeling, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **131**, 10,139–10,152.

Newcomb, K. R., et W. R. McCann (1987), Seismic history and seismotectonics of the Sunda arc, *J. Geophys. Res.*, **92**, 421–439.

Ni, S., H. Kanamori, et D. Helmberger (2005), Energy radiation from the Sumatra earthquake, *Nature*, **434**, 582.

Niebauer, T. M. (1988), Correcting gravity measurements for the effects of local air pressure, *J. Geophys. Res.*, **93**, 7989–7991.

Nishida, K., et N. Kobayashi (1999), Statistical features of Earth's continuous free oscillations, *J. Geophys. Res.*, **104**, 28,741–28,750.

Nishida, K., N. Kobayashi, et Y. Fukao (2000), Resonant oscillations between the solid Earth and the atmosphere, *Science*, **287**, 2244.

Park, J., K. Anderson, R. Aster, R. Butler, T. Lay, et D. Simpson (2005a), Global seismographic network records the great Sumatra-Adaman earthquake, *EOS*, **86**(6), 57–64.

Park, J., T. R. A. Song, J. Tromp, E. Okal, S. Stein, G. Roult, E. Clevede, G. Laske, H. Kanamori, P. Davis, J. Berger, C. Braitenberg, M. Van Camp, X. Lei, H. Sun, H. Xu, et S. Rosat (2005b), Earth's free oscillations excited by the 26 December 2004 Sumatra-Adaman earthquake, *Science*, **308**, 1139–1144.

Peterson, J. (1993), Observations and modeling of seismic background noise, *U. S. Geol. Surv. Open File Report*, pp. 80–99.

Pillet, R., N. Florsch, J. Hinderer, et D. Rouland (1994), Performance of Wielandt-Streckeisen STS-1 seismometers in tidal domain-preliminary results, *Phys. Earth Planet. Int.*, **84**, 161–178.

Prawirodirdjo, L., Y. Bock, J. F. Genrich, S. S. O. Puntodewo, J. Rais, C. Subarya, et S. Sutisna (2000), One century of tectonic deformation along the Sumatran fault from triangulation and Global Positioning System surveys, *J. Geophys. Res.*, **105**, 28,343–28,361.

Rabbel, W., et J. Zschau (1985), Static deformations and gravity changes at the earth's surface due to atmospheric loading, *J. Geophys.*, **56**, 81–99.

Racah, G. (1942), Theory of complex spectra, *Phys. Rev.*, **62**, 438–462.

Resovsky, J. S., et M. H. Ritzwoller (1995), Constraining odd-degree earth structure with coupled free oscillations, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 2301–2304.

Resovsky, J. S., et M. H. Ritzwoller (1998), New and refined constraints on three-dimensional Earth structure from normal modes below 3 mHz, *J. Geophys. Res.*, **103**, 783–810.

Rhie, J., et B. Romanowicz (2004), Excitation of Earth's continuous free oscillations by atmosphere-ocean-seafloor, *Nature*, **431**, 552–556.

Rhie, J., D. Dreger, R. Bürgmann, et B. Romanowicz (2007), Slip of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from joint inversion of long-period global seismic waveforms and GPS static offsets, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **97**, S115–S127, doi :10.1785/0120050620.

Richter, B., H.-G. Wenzel, W. Zürn, et F. Klopping (1995), From Chandler wobble to free oscillations : comparison of cryogenic gravimeters and other instruments in a wide period range, *Phys. Earth Planet. Int.*, **91**, 131–148.

Ritzwoller, M., G. Masters, et F. Gilbert (1986), Observations of anomalous splitting and their interpretation in terms of aspherical structure, *J. Geophys. Res.*, **91**, 10,203–10,228.

Ritzwoller, M. H., et E. M. Lavely (1995), Three-dimensional seismic models of the Earth's mantle, *Rev. Geophys.*, **33**, 1–66.

Ritzwoller, M. H., G. Masters, et F. Gilbert (1988), Constraining aspherical structure with low harmonic degree interaction coefficients : Application to uncoupled multiplets, *J. Geophys. Res.*, **93**, 6269–6396.

Rivera, L., K. Sieh, D. Helmberger, et D. Natawidjaja (2002), A comparative study of the Sumatran subduction-zone earthquakes of 1935-1984, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 1721–1736.

Rodgers, P. (1968), The response of the horizontal pendulum seismometer to Rayleigh and Love waves, tilts, and free oscillations of the earth., *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58**, 1384–1406.

Romanowicz, B., G. Roult, et T. Kohl (1987), The upper mantle degree two pattern : constraints from GEOSCOPE fundamental spheroidal mode eigenfrequency and attenuetion measurements, *Geophys. Res. Lett.*, **14**, 1219–1222.

Rosat, S., J. Hinderer, et D. Crossley (2002), A comparison of the seismic noise levels at various ggp stations, *Bull. Inf. Mar. Terr.*, **135**, 10,689–10,700.

Rosat, S., T. Sato, Y. Imanishi, J. Hinderer, Y. Tamura, H. McQueen, et M. Ohashi (2005), High-resolution analysis of the gravest seismic normal modes after the 2004 $M_w = 9$ Sumatra earthquake using superconducting gravimeter data, *Geophys. Res. Lett.*, **32, L13304**, doi :10.1029/2005{GL}023128.

Rotenberg, M., R. BIvins, N. Metropolis, et J. W. Jr (1959), *The 3-j and 6-j symbols*, The Technology Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

Sato, T., et J. Harrison (1990), Local effects on tidal strains measurements at Esashi, Japan, *Geophys. J. Int.*, **102**, 513–526.

Schulten, K., et R. G. Gordon (1975), Exact recursive evaluation of 3j and 6j coefficients for quantum-mechanical coupling of angular momenta, *J. Math. Phys.*, **16**, 1961–1970.

Schulten, K., et R. G. Gordon (1976), Recursive evaluation of 3j and 6j coefficients, *Comp. Phys. Comm.*, **11**, 269–278.

Sieh, K., et D. Natawidjaja (2000), Neotectonics of the Sumatran fault, Indonesia, *J. Geophys. Res.*, **105**, 28,295–28,326.

Smith, M. F., et G. Masters (1989), Aspherical structure constraints from free oscillation frequency and attenuation measurements, *J. Geophys. Res.*, **94**, 1953–1976.

Sorells, G. G. (1971), A preliminary investigation into the relationship between long-period seismic noise and local fluctuations in the atmospheric pressure field, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **26**, 71–82.

Sorells, G. G., J. A. M. adn Z. A. Der, et E. Herrin (1971), Earth motion caused by local atmospheric pressure changes, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **26**, 83–98.

Stein, S., et R. Geller (1977), Amplitudes of the Earth's split normal modes, *J. Phys. Earth*, **25**, 117–142.

Stein, S., et E. Okal (2005), Speed and Size of the Sumatra Earthquake, *Nature*, **434**, 581.

Stein, S., et E. A. Okal (2007), Ultralong period seismic study of the December 2004 Indian Ocean earthquake and implications for regional tectonics and the subduction process, *Bull. Seismol. Soc. Am*, **97**, S279–S295, doi :10.1785/0120050617.

Stutzmann, E., G. Roult, et L. Astiz (1990), Geoscope station noise levels, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90**, 690–701.

Suda, N., K. Nawa, et Y. Fukao (1998), Earth background free oscillations, *Science*, **279**, 2089–2091.

Swenson, J. L., et S. L. Beck (1996), Historical 1942 ecuador and 1942 peru subduction earthquakes and earthquake cycles along colombia-ecuador and peru subduction segments, *PAGEOPH*, **146**, 67–101.

Swenson, J. L., et S. L. Beck (1999), Source characteristics of the 12 November 1996 Mw 7.7 Peru subduction zone earthquake, *PAGEOPH*, **154**, 731–751.

Takeuchi, H., et M. Saito (1972), *Seismic Surface Waves*, *Methods in Computational Physics*, vol. 11, pp. 217–295, Academic Press.

Tanimoto, T. (2005), The oceanic excitation hypothesis for the continuous oscillations of the Earth, *Geophys. J. Int.*, **160**, 276–288, doi :10.1111/j.1365-246X.2004.02484.x.

Tanimoto, T., et Um (1999), Cause of continuous oscillations, *J. Geophys. Res.*, **104**, 28,723–28,739.

Tarantola, A. (1987), *Inverse Problem Theory*, Elsevier, Amsterdam.

Tolstoy, M., et D. R. Bohnenstiehl (2005), Hydroacoustic constraints on the rupture, duration, length, and speed of the great Sumatra-Adaman earthquake, *Seismological Res. Lett.*, **76**, 419–425.

Tsai, V. C., M. Nettles, G. Ekström, et A. M. Dziewonski (2005), Multiple CMT source analysis of the 2004 Sumatra earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, **32, L17304**, doi :10.1029/2005{GL}023813.

Vallée, M. (2007), Rupture properties of the giant Sumatra earthquake imaged by empirical Green function analysis, *Bull. Seismol. Soc. Am*, **97**, S103–S114, doi :10.1785/0120050616.

Vigny, C., W. J. F. Simons, S. Abu, R. Banphenyu, C. Satirapod, N. Choosakul, C. Subarya, A. Socquet, K. Omar, H. Z. Abidin, et B. A. C. Ambrosius (2005), Insight into the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from GPS measurements in southeast Asia, *Nature*, **436**, 201–206.

Wahr, J. M. (1981), Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **64**, 677–703.

Walker, K. T., M. Ishii, et P. M. Shearer (2005), Rupture details of the 28 March 2005 Sumatra Mw 8.6 earthquake imaged with teleseismic P waves, *Geophys. Res. Lett.*, **32, L24303**, doi :10.1029/2005{GL}024395.

Warburton, R. J., et J. M. Goodkind (1977), The influence of barometric-pressure variations on gravity, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **48**, 281–292.

Webb, S. C. (2007), The Earth 'hum' is driven by ocean waves over the continental shelves, *Nature*, **445**, 754–756.

Weise, A., G. Jentzsch, A. Kiviniemi, et J. Kääriäinen (1999), Comparison of long-period tilt measurements : results from the two clinometric stations Metsähovi and Lohja, Finland, *J. Geodymamics*, **27**, 237–257.

Wenzel, H.-G. (1996), The nanogal software : Earth tide data processing package ETERNA 3.3, *Bull. d'Inf. Marées Terr.*, **124**, 9425–9439.

Widmer, R. (1991), The large-scale structure of the deep earth as constrained by free oscillations observations, Ph.D. thesis, University of California, San Diego.

Widmer, R., G. Masters, et F. Gilbert (1992a), Observable split multiplets : Data analysis and interpretation in terms of large-scale a spherical structure, *Geophys. J. Int.*, **111**, 559–576.

Widmer, R., W. Zürn, et G. Masters (1992b), Observation of low order toroidal modes from the 1989 Macquarie rise event, *Geophys. J. Int.*, **111**, 226–236.

Widmer-Schnidrig, R. (2003), What can superconducting gravimeters contribute to normal mode seismology ?, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **93**(3), 1370–1380.

Wielandt, E., et J. M. Steim (1986), A digital very-broad-band seismograph, *Ann. Geophys.*, **4B**, 227–232.

Wielandt, E., et G. Streckeisen (1982), The leaf-spring seismometer : design and performance, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 2349–2367.

Wigner, E. P. (1959), *Group theory and its application to the quantum mechanics of atomic spectra*, Academic Press, New York.

Wilhelm, H., et W. Zürn (1984), Tides of the earth, *in Numerical Data and Functional Relationships in Sciences and Technology*, **IIa**, 259–310.

Woodhouse, J. H. (1988), The calculation of eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the Earth and the Sun, dans *Seismological Algorithms, Computational Methods and Computer Programs*, edité par D. J. Doornbos, pp. 321–370, Springer, New York.

Woodhouse, J. H., et F. A. Dahlen (1978), The effect of a general aspherical perturbation on the free oscillations of the Earth, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **53**, 335–354.

Woodhouse, J. H., et T. P. Girnius (1982), Surface waves and free oscillations in a regionalized Earth model, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **68**, 653–673.

Woodhouse, J. H., D. Giardini, et X.-D. Li (1986), Evidence for inner core anisotropy from splitting in free oscillations data, *Geophys. Res. Lett.*, **13**, 1549–1552.

Wunsch, C., et D. Stammer (1997), Atmospheric loading and the oceanic "inverted barometer" effect, *Rev. of Geophysics*, **35**(1), 79–107.

Zadro, M., et C. Braitenberg (1999), Measurements and interpretations of tilt-strain gauges in seismically active area, *Earth Science Reviews*, **47**, 151–187.

Zürn, W., et D. Emter (1995), Beobachtung von Hohlraumeffekten mit seismometern im observatorium Schiltach, *Festschrift fur Heinz Draheim, Eugen Kuntz und Hermann Mälzer, Geodätisches Institut der Universität Karlsruhe.*

Zürn, W., et U. Neumann (2002), Simplistic models of atmospheric effects in horizontal seismograms, *Bull. d'Inf. Marées Terr.*, **137**, 10,875–10,879.

Zürn, W., et R. Widmer (1995), On noise reduction in vertical seismic records below 2mHz using barometric pressure, *Geophys. Res. Lett.*, **22**(24), 3537–3540.

Zürn, W., R. Widmer-Schnidrig, et S. Bourguigon (1999), Efficiency of air pressure corrections in the BFO records at the Balleny Islands earthquake, March 25, 1998, *Bull. d'Inf. Marées Terr.*, **131**, 10,183–10,194.

Zürn, W., G. Laske, R. Widmer-schnidrig, et F. Gilbert (2000), Observation of Coriolis coupled modes below 1 mHz, *Geophys. J. Int.*, **143**, 113–118.

Zürn, W., J. Exß, H. Steffen, C. Kroner, T. Jahr, et M. Westerhaus (2007), On reduction of long period horizontal seismic noise using local barometric pressure, *Geophys. J. Int.*, p. soumis.

Annexes

Annexes

A Indépendance des signaux de la base

Si on considère les signaux b_1, b_2, ..., b_p représentés par leurs séries temporelles, ils sont indépendants temporellement si la relation suivante est vérifiée :

$$\mathbf{Bc} = 0 \iff \mathbf{c} = 0 \tag{95}$$

où les colonnes de $\mathbf{B}$ sont les séries temporelles discrètes des signaux et $\mathbf{c}$ est un vecteur de coefficients. On va montrer que ceci revient à chercher la non-singularité de $\mathbf{B}^t\mathbf{B}$ (c'est-à-dire $\det(\mathbf{B}^t\mathbf{B}) \neq 0$).

Pour cela, on cherche à démontrer la relation suivante :

$$(\mathbf{Bc} = 0 \iff \mathbf{c} = 0) \iff (\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0 \iff \mathbf{c} = 0) \tag{96}$$

- **Démonstration de la relation** $(\mathbf{Bc} = 0 \Leftarrow \mathbf{c} = 0) \iff (\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0 \Leftarrow \mathbf{c} = 0)$ **:** Cette relation est évidente, car si $\mathbf{c} = 0$ alors on a à la fois $\mathbf{Bc} = 0$ et $\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0$.
- **Démonstration de la relation** $(\mathbf{Bc} = 0 \Rightarrow \mathbf{c} = 0) \iff (\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0 \Rightarrow \mathbf{c} = 0)$ **:** Soit $\mathbf{c}$ tel que $\mathbf{Bc} = 0$. Alors $\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = \mathbf{B}^t 0 = 0$, or $(\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0) \implies \mathbf{c} = 0$, donc $\mathbf{c} = 0$. On a donc $\mathbf{Bc} = 0 \implies \mathbf{c} = 0$. On a ainsi le premier sens de la relation qui est vérifié.
  Soit $\mathbf{c}$ tel que $\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0$, sachant que $(\mathbf{Bc} = 0) \implies \mathbf{c} = 0$ (par la suite, on notera cette relation $(*)$). Dès lors on a deux choix possibles :
  1. $\mathbf{Bc} = 0$, et donc d'après la relation $(*)$, on a $\mathbf{c} = 0$ et donc $(\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0) \implies \mathbf{c} = 0$.
  2. $\mathbf{Bc} \neq 0$, on a alors 3 conditions qui doivent être vérifiées : $\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0$, $\mathbf{Bc} \neq 0$, et la relation $(*)$. Pour démontrer la relation dans ce cas, on va raisonner par l'absurde. $\exists\ \mathbf{x}\ (= \mathbf{Bc}) \neq 0$ tel que $\mathbf{B}^t\mathbf{x} = \mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0$, par conséquence, $\mathbf{x} \in Ker\mathbf{B}^t = (Im\mathbf{B})^\perp$. Et donc $\forall \mathbf{c}', <\mathbf{x}, \mathbf{Bc}>= 0$ ($\mathbf{Bc} \in Im\mathbf{B}$), et en particulier, pour $\mathbf{c}' = \mathbf{c}$ et $\mathbf{u} = \mathbf{Bc}$, $<\mathbf{Bc}, \mathbf{Bc}>= 0$, soit $||\mathbf{Bc}||^2 = 0$, ce qui implique $\mathbf{Bc} = 0$. Ceci est en contradiction avec l'hypothèse de départ.

  La relation est donc bien vérifiée.

On a donc la relation :

$$(\mathbf{Bc} = 0 \iff \mathbf{c} = 0) \iff (\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0 \iff \mathbf{c} = 0) \tag{97}$$

Or $(\mathbf{B}^t\mathbf{Bc} = 0 \iff \mathbf{c} = 0)$ est vrai si la matrice $\mathbf{B}^t\mathbf{B}$ est non-singulière.

Pour construire la base pour la décomposition, on cherche donc l'ensemble des signaux synthétiques b_i obtenus avec Eterna tel que la matrice $\mathbf{B}$, dont les colonnes sont constituées par les séries temporelles de ces signaux, vérifie la condition de non singularité de la matrice $\mathbf{B}^t\mathbf{B}$.

B Coefficients de la décomposition

Tous les coefficients des tableaux suivants correspondant aux déformations sont divisés par g pour qu'ils soient adimensionnels, comme le sont les coefficients correspondant au tilt.

Composante	Début	a_{NS}	a_{EW}	a_z	$\varepsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}	2000.075	0.1149	1.0040	0.2007	0.2262
	1999.152	0.0235	1.0310	0.1476	0.0685
	2000.122	0.0554	1.0348	0.0887	0.2526
	2000.291	0.0365	0.8862	0.2069	0.1934
	2001.060	0.0472	1.0393	0.0586	0.0786
coefficient	–	0.0472±0.0353	1.0310±0.0646	0.1476±0.0661	0.1934±0.0851
a_{NS}	2000.075	0.8767	0.3292	0.0917	0.1415
	1999.152	0.9102	0.1040	0.0741	0.1884
	2000.122	0.9008	0.3090	0.1096	0.0007
	2000.291	0.8928	0.0926	0.1827	0.0698
	2001.060	0.9368	0.0443	0.0932	0.0642
coefficient	–	0.9008±0.0223	0.1040±0.1329	0.0932±0.0424	0.0698±0.0730
a_z	2000.075	0.0181	0.3657	0.9265	0.0351
	1999.152	0.0696	0.2465	0.9126	0.0352
	2000.122	0.0232	0.1587	0.9736	0.0515
	2000.291	0.0077	0.0513	1.0022	0.0408
	2001.060	0.0074	0.1071	0.9898	0.0025
coefficient	–	0.0181±0.0257	0.1587±0.1236	0.9736±0.0394	0.0352±0.0183

TAB. 19 – Coefficients normalisés de la décomposition sur la base (a_{NS}, a_{EW}, a_z, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station GNI sans surcharge océanique. Les longueurs des séries temporelles sont comprises entre 1 et 3 mois.

Composante	Début	a_{NS}	a_{EW}	a_z	$\varepsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}	2000.075	-0.2324	1.1686	-0.1386	2.3277
	1999.152	-0.0411	1.1279	-0.1095	0.7007
	2000.122	-0.1211	1.3049	-0.0662	2.8110
	2000.291	-0.0599	0.8645	0.1242	-1.6956
	2001.060	0.0832	1.1224	-0.0410	0.7818
coefficient	–	-0.0599±0.1154	1.1279±0.1596	-0.0662±0.1025	0.7818±1.7639
a_{NS}	2000.075	-0.7724	-0.1669	-0.0276	0.6342
	1999.152	-0.8144	-0.0582	-0.0281	0.9858
	2000.122	-0.7926	-0.1569	-0.0329	-0.0030
	2000.291	-0.7797	0.0481	-0.0584	0.3256
	2001.060	-0.8241	-0.0238	-0.0325	0.3184
coefficient	–	-0.7926±0.0221	-0.0582±0.0910	-0.0281±0.0397	0.3256±0.3738
a_z	2000.075	0.0493	0.5749	0.8643	0.4882
	1999.152	0.1549	0.3430	0.8616	-0.4581
	2000.122	0.0627	0.2479	0.8997	-0.7095
	2000.291	-0.0207	0.0821	0.9873	0.5863
	2001.060	0.0183	0.1620	0.9686	-0.0349
coefficient	–	0.0493±0.0654	0.2479±0.1904	0.8997±0.0586	-0.0349±0.5686

TAB. 20 – Coefficients non normalisés de la décomposition sur la base (a_{NS}, a_{EW}, a_z, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station GNI sans surcharge océanique. Les longueurs des séries temporelles sont de 1 mois.

Composante	Début	a_{NS}	a_{EW}	a_z	$\varepsilon_{\theta\lambda}$
	sans prise en compte de la surcharge océanique				
a_{EW}	2000.032	0.0363	0.6618	0.6636	0.1632
	2000.107	0.1468	0.8007	0.5832	0.0998
	2000.183	0.1159	0.7445	0.6479	0.1059
	2000.232	0.0069	0.6918	0.6695	0.1201
	2001.140	0.1362	0.7963	0.5765	0.1106
	2002.032	0.0142	0.6551	0.6924	0.1549
	2002.072	0.1282	0.7273	0.6670	0.1215
coefficient	–	0.1159 ± 0.0615	0.7182 ± 0.0651	0.6558 ± 0.0479	0.1154 ± 0.0195
a_{NS}	2000.032	0.8760	0.2673	0.9684	0.3090
	2000.107	0.8122	0.2731	0.8588	0.2088
coefficient	–	0.8441 ± 0.0451	0.2702 ± 0.0041	0.9136 ± 0.0775	0.2589 ± 0.0709
a_z	2000.032	0.0274	0.2846	0.9475	0.1178
	2000.107	0.0585	0.2161	0.9523	0.0230
	2000.183	0.0101	0.3098	0.9518	0.0406
	2000.232	0.0716	0.3292	0.9632	0.0486
	2001.140	0.0002	0.2074	0.9793	0.0160
	2002.032	0.0423	0.3096	0.9498	0.0970
	2002.072	0.0273	0.3015	0.9424	0.0021
coefficient	–	0.0274 ± 0.0254	0.3015 ± 0.0483	0.9518 ± 0.0124	0.0406 ± 0.0430
	avec prise en compte de la surcharge océanique				
a_{EW}	2000.032	0.1983	0.9582	0.0805	0.0492
	2000.107	0.1073	0.9793	0.1270	0.0310
	2000.183	0.1662	0.9733	0.1187	0.0396
	2000.232	0.2209	0.9634	0.0929	0.0403
	2001.140	0.1294	0.9778	0.1464	0.0281
	2002.032	0.2061	0.9630	0.0525	0.0474
	2002.072	0.1184	0.9786	0.0647	0.0424
coefficient	–	0.1662 ± 0.0460	0.9733 ± 0.0088	0.0929 ± 0.0345	0.0403 ± 0.0078
a_{NS}	2000.032	0.8242	0.0566	0.3230	0.0672
	2000.107	0.8260	0.0598	0.2568	0.1218
coefficient	–	0.8251 ± 0.0013	0.0582 ± 0.0023	0.2899 ± 0.0468	0.0945 ± 0.0386
a_z	2000.032	0.0345	0.2693	0.9571	0.1171
	2000.107	0.0501	0.2025	0.9587	0.0187
	2000.183	0.0023	0.2930	0.9592	0.0348
	2000.232	0.0763	0.3128	0.9703	0.0507
	2001.140	0.0068	0.1942	0.9843	0.0120
	2002.032	0.0477	0.2944	0.9571	0.0968
	2002.072	0.0198	0.2851	0.9500	0.0056
coefficient	–	0.0345 ± 0.0264	0.2851 ± 0.0470	0.9587 ± 0.0114	0.0348 ± 0.0434

TAB. 21 – Coefficients normalisés de la décomposition sur la base (a_{NS}, a_{EW}, a_z, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station MAJO avec ou non prise en compte de la surcharge océanique. Le modèle utilisé pour le calcul de la surcharge est NAO99. Les longueurs des séries utilisées sont comprises entre 1 et 3 mois.

Composante	Début	a_{NS}	a_{EW}	a_z	$\varepsilon_{\theta\lambda}$
	sans prise en compte de la surcharge océanique				
a_{EW}	2000.032	0.0381	0.4122	-0.2644	-1.0011
	2000.107	0.1573	0.5050	-0.2216	-0.5876
	2000.183	0.1251	0.4733	-0.2435	-0.6180
	2000.232	0.0072	0.4267	-0.2494	-0.6932
	2001.140	0.1446	0.5020	-0.2177	-0.6471
	2002.032	0.0149	0.4140	-0.2634	-0.9117
	2002.072	0.1439	0.4872	-0.2657	-0.7502
coefficient	–	0.1251 ± 0.0669	0.4733 ± 0.0413	-0.2494 ± 0.0202	-0.6932 ± 0.1563
a_{NS}	2000.032	-0.7519	-0.1359	0.3151	1.5477
	2000.107	-0.7576	-0.1500	0.2842	1.0708
coefficient	–	-0.7548 ± 0.0040	-0.1429 ± 0.0100	0.2996 ± 0.0218	1.3093 ± 0.3372
a_z	2000.032	-0.0699	0.4307	0.9173	-1.7561
	2000.107	0.1564	0.3404	0.9036	0.3390
	2000.183	0.0276	0.4974	0.9037	0.5981
	2000.232	-0.1993	0.5410	0.9560	-0.7478
	2001.140	0.0005	0.3410	0.9645	0.2448
	2002.032	-0.1131	0.4992	0.9217	-1.4569
	2002.072	0.0732	0.4828	0.8974	-0.0305
coefficient	–	0.0001 ± 0.1196	0.4828 ± 0.0798	0.9173 ± 0.0266	-0.0305 ± 0.9284
	avec prise en compte de la surcharge océanique				
a_{EW}	2000.032	-0.3261	0.9337	0.0502	-0.4722
	2000.107	-0.1896	1.0185	0.0796	-0.3012
	2000.183	-0.2874	0.9907	0.0714	-0.3699
	2000.232	-0.3612	0.9306	0.0542	-0.3647
	2001.140	-0.2260	1.0146	0.0910	-0.2705
	2002.032	-0.3329	0.9388	0.0308	-0.4303
	2002.072	-0.2027	0.9994	0.0393	-0.3992
coefficient	–	-0.2874 ± 0.0689	0.9907 ± 0.0393	0.0542 ± 0.0219	-0.3699 ± 0.0702
a_{NS}	2000.032	-0.8387	0.0339	-0.1166	0.3760
	2000.107	-0.7988	0.0343	-0.0941	0.6874
coefficient	–	-0.8187 ± 0.0282	0.2851 ± 0.0003	-0.1053 ± 0.0159	0.5317 ± 0.2202
a_z	2000.032	-0.0907	0.4202	0.9555	-1.7988
	2000.107	0.1385	0.3299	0.9408	0.2842
	2000.183	0.0066	0.4866	0.9419	0.5302
	2000.232	-0.2187	0.5301	0.9931	-0.8043
	2001.140	-0.0195	0.3301	1.0022	0.1894
	2002.032	-0.1317	0.4901	0.9590	-1.4998
	2002.072	0.0548	0.4717	0.9348	-0.0848
coefficient	–	-0.0195 ± 0.1199	0.4717 ± 0.0799	0.9555 ± 0.0265	-0.0848 ± 0.9209

Tab. 22 – Coefficients non normalisés de la décomposition sur la base (a_{NS}, a_{EW}, a_z, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station MAJO avec ou sans prise en compte de la surcharge océanique. Le modèle utilisé pour le calcul de la surcharge est NAO99. Les longueurs des séries utilisées sont comprises entre 1 et 3 mois.

Composante	Début	a_{EW}	$\varepsilon_{\theta\theta}$	$\varepsilon_{\lambda\lambda}$	$\varepsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}	2000.136	0.9298	0.1067	0.0625	0.1677
	2000.208	0.9021	0.1028	0.0517	0.1671
	2000.262	0.8994	0.1326	0.1091	0.1600
	2001.047	0.8866	0.0985	0.0530	0.1664
	2002.319	0.9540	0.1482	0.1658	0.1546
	2003.037	0.9054	0.0754	0.0696	0.1723
	2003.244	0.9074	0.0292	0.0830	0.1574
	2003.301	0.9523	0.1522	0.1639	0.1539
coefficient	–	0.9064 ± 0.0252	0.1048 ± 0.0406	0.0763 ± 0.0470	0.1632 ± 0.0068
a_{NS}	2000.136	0.0010	1.1564	0.2760	0.0668
	2000.208	0.0248	1.1171	0.2266	0.0370
	2000.262	0.1303	1.0882	0.1995	0.0512
	2001.047	0.0013	1.1015	0.2094	0.0601
	2002.319	0.1562	1.1593	0.2894	0.0565
	2003.037	0.0028	1.1270	0.2405	0.0340
	2003.244	0.0593	1.1081	0.2164	0.0134
	2003.301	0.1600	1.1530	0.2818	0.0590
coefficient	–	0.0421 ± 0.0710	1.1220 ± 0.0272	0.2335 ± 0.0354	0.0539 ± 0.0178
a_z	2000.136	0.0114	0.5613	0.5380	0.0017
	2000.208	0.0017	0.6187	0.4989	0.0048
	2000.262	0.1594	0.6275	0.4792	0.0184
	2001.047	0.0141	0.6500	0.4765	0.0072
	2002.319	0.1555	0.5222	0.5538	0.0094
	2003.037	0.0254	0.6099	0.5041	0.0044
	2003.244	0.0763	0.6297	0.4877	0.0211
	2003.301	0.1581	0.5217	0.5548	0.0088
coefficient	–	0.0509 ± 0.0718	0.6143 ± 0.0505	0.5015 ± 0.0325	0.0080 ± 0.0069

TAB. 23 – Coefficients normalisés de la décomposition sur la base (a_{EW}, $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station BFO sans prise en compte de la surcharge océanique.

Composante	Début	a_{NS}	a_{EW}	a_z	$\varepsilon_{\theta\lambda}$
a_{EW}	2000.136	1.0410	-0.4085	-0.2610	-1.5469
	2000.208	1.0356	-0.3951	-0.2548	-1.5425
	2000.262	1.0377	0.5080	-0.5725	-1.4709
	2001.047	1.0303	-0.3786	-0.2920	-1.5325
	2002.319	1.0583	0.5673	-0.6479	-1.4319
	2003.037	1.0362	-0.2888	-0.3315	-1.5889
	2003.244	1.0492	0.1118	-0.4297	-1.4517
	2003.301	1.0575	0.5814	-0.6444	-1.4216
coefficient	–	1.0393 ± 0.0105	-0.0885 ± 0.4581	-0.3806 ± 0.1698	-1.5017 ± 0.0620
a_{NS}	2000.136	-0.0010	4.2728	-1.1108	-0.5944
	2000.208	0.0284	4.2856	-1.1135	-0.3404
	2000.262	-0.1525	4.2311	-1.0625	0.4778
	2001.047	0.0015	4.2818	-1.1674	-0.5597
	2002.319	-0.1631	4.1796	-1.0651	0.4929
	2003.037	-0.0031	4.2542	-1.1289	-0.3093
	2003.244	-0.0692	4.2907	-1.1321	0.1249
	2003.301	-0.1680	4.1641	-1.0470	0.5147
coefficient	–	-0.0362 ± 0.0836	4.2635 ± 0.0492	-1.1121 ± 0.0415	-0.0922 ± 0.4818
a_z	2000.136	0.0180	-3.0274	-3.1608	0.0224
	2000.208	0.0025	-3.0517	-3.1523	-0.0567
	2000.262	0.2265	-2.9613	-3.0967	-0.2084
	2001.047	0.0199	-3.0393	-3.1958	0.0810
	2002.319	0.2521	-2.9224	-3.1641	-0.1272
	2003.037	0.0378	-3.0348	-3.1186	-0.0526
	2003.244	0.1097	-2.9987	-3.1383	-0.2422
	2003.301	0.2549	-2.8933	-3.1657	-0.1185
coefficient	–	0.0738 ± 0.1121	-3.0130 ± 0.0591	-3.1566 ± 0.0308	-0.0876 ± 0.1094

Tab. 24 – Coefficients non normalisés de la décomposition sur la base (a_{EW}, $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\lambda\lambda}$, $\varepsilon_{\theta\lambda}$) pour la station BFO sans prise en compte de la surcharge océanique.

C Calcul des dérivées des sismogrammes par rapport aux coefficients de structure

Pour un multiplet k isolé, l'accélération du sol due à un séisme peut s'écrire de façon générale sous la forme :

$$\mathbf{a}(t) = Re\left[(\mathbf{r}^* e^{i\mathbf{H}t}\mathbf{s})e^{i\omega t}e^{-\gamma t}\right] \tag{98}$$

Pour la détermination des coefficients de structure, on a besoin de calculer les dérivées des sismogrammes par rapport aux coefficients de structure. Ritzwoller *et al.* (1986) utilisent deux méthodes pour le calcul de ces dérivées, on utilisera celle qui consiste à les calculer par une relation de récurrence dans le domaine temporel.
Pour cela, on réécrit l'équation (98) sous la forme :

$$\mathbf{a}(t) = Re\left[(\mathbf{r}^*\mathbf{s}(t))e^{i\omega t}e^{-\gamma t}\right] \tag{99}$$

La fonction d'enveloppe $\mathbf{s}(t)$ est alors donnée par :

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{s} \quad \text{avec} \quad \mathbf{P}(t) = e^{i\mathbf{H}t} \text{ et } \mathbf{s} = \mathbf{s}(0) \tag{100}$$

où $\mathbf{P}(t)$ est un propagateur dont l'équation différentielle associée est :

$$\frac{d\mathbf{s}(t)}{dt} = i\mathbf{H}\mathbf{s}(t) \tag{101}$$

En pratique, on a besoin de calculer seulement $\mathbf{P}(\delta t)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\delta t) &= \mathbf{Z}e^{i\mathbf{\Delta}\delta t}\mathbf{Z}^{-1} \\ &\equiv \sum_{n=0}^{n_max} \alpha_n \quad \text{avec } \alpha_n = \frac{i\delta t}{n}\mathbf{H}\alpha_{n-1}, \alpha_0 = \mathbf{I} \end{aligned} \tag{102}$$

On pose :

$$\mathbf{d}_j(t) = \frac{\partial \mathbf{s}(t)}{\partial c_j} \tag{103}$$

La dérivée du sismogramme par rapport au j^e coefficient de structure s'écrit alors :

$$\frac{\partial \mathbf{a}(t)}{\partial c_j} = \mathbf{r}^*\mathbf{s}(t)e^{i(\omega+i\gamma)t} \tag{104}$$

On peut écrire la relation de récurrence suivante pour $\mathbf{s}(t)$:

$$\mathbf{s}(t+\delta t) = \mathbf{P}(\delta t)\mathbf{s}(t) \tag{105}$$

et on en déduit une relation de récurrence pour $\mathbf{d}_j(t)$:

$$\mathbf{d}_j(t+\delta t) = \mathbf{Q}_j(\delta t)\mathbf{s}(t) + \mathbf{P}(\delta t)\mathbf{d}_j(t), \mathbf{d}_j(0) = 0 \tag{106}$$

avec les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_j(\delta t) &= \frac{\partial \mathbf{P}(\delta t)}{\partial c_j} \\
&= i\delta t \mathbf{\Gamma_j} + \frac{(i\delta t)^2}{2}(\mathbf{H}\mathbf{\Gamma_j} + \mathbf{\Gamma_j}\mathbf{H}) + \cdots \\
&= \sum_{n=0}^{n_max} \beta_{nj}
\end{aligned} \tag{107}$$

avec

$$\beta_{nj} = \frac{(i\delta t)}{n}(\mathbf{\Gamma_j}\alpha_{n-1} + \mathbf{H}\beta_{nj-1}), \beta_{0j} = 0 \tag{108}$$

et

$$\mathbf{\Gamma_j} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial c_j} \tag{109}$$

D Les symboles 3-j ou coefficients de Wigner

D.1 Définition

Les symboles 3-j ou coefficient de Wigner,

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \tag{110}$$

sont une forme plus symétrique des coefficients de Clebsh-Gordan qui décrivent le couplage de deux moments angulaires en mécanique quantique (voir par exemple Edmonds, 1960; Messiah, 1962).
Les paramètres l_p et m_p $(1 \leq p \leq 3)$ sont soient tous des entiers soient tous des multiples de 1/2. Dans le cadre de cette thèse, les paramètres des symboles 3-j utilisés sont des entiers.

Ces coefficients satisfont les règles de sélection suivantes :
- $-|l_1| \leq m_1 \leq |l_1|$, $-|l_2| \leq m_2 \leq |l_2|$, $-|l_3| \leq m_3 \leq |l_3|$.
- $m_1 + m_2 + m_3 = 0$.
- l'inégalité triangulaire : $|l_i - l_j| \leq l_k \leq l_i + l_j$ ($i \neq j \neq k$ et $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$).
- $l_1 + l_2 + l_3$ est un entier.

Si une des ces règles n'est pas vérifiée, alors le symbole 3-j est nul.

D.2 Symétries

Les symboles 3-j sont invariants par permutation circulaire :

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_3 & l_1 & l_2 \\ m_3 & m_1 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2 & l_3 & l_1 \\ m_2 & m_3 & m_1 \end{pmatrix} \tag{111}$$

La permutation de 2 colonnes revient à multiplier le symbole 3-j par $(-1)^{l_3+l_1+l_2}$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} l_1 & l_3 & l_2 \\ m_1 & m_3 & m_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} l_3 & l_2 & l_1 \\ m_3 & m_2 & m_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2 & l_1 & l_3 \\ m_2 & m_1 & m_3 \end{pmatrix} \\ &= (-1)^{l_1+l_2+l_3} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{112}$$

Le changement de signe de tous les paramètres m_p implique :

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ -m_1 & -m_2 & -m_3 \end{pmatrix} = (-1)^{l_1+l_2+l_3} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \tag{113}$$

D.3 Orthonormalité

Les symboles 3-j vérifient les relations d'orthonormalité suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_{l_3,m_3}(2l_3+1)\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1' & m_2' & m_3 \end{pmatrix} &= \delta_{m_1m_1'}\delta_{m_2m_2'} \\ \sum_{m_1,m_2}(2l_3+1)\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3' \\ m_1 & m_2 & m_3' \end{pmatrix} &= \delta_{l_3l_3'}\delta_{m_3m_3'} \end{aligned} \tag{114}$$

D.4 Quelques cas particuliers

Dans le cas $m_p = 0$, le symbole 3-j

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{115}$$

est non nul seulement si $l_1+l_2+l_3$ est pair, et est invariant par n'importe quelle permutation de l_p. Dans le cas où $l_1+l_2+l_3$ est pair, le symbole 3-j est donné par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \quad & (-1)^{\sigma/2}\sqrt{\frac{(\sigma-2l_3)!(\sigma-2l_2)!(\sigma-2l_1)!}{(\sigma+1)!}} \\ & \frac{(\sigma/2)!}{(\sigma/2-l_3)!(\sigma/2-l_2)!(\sigma/2-l_3)!} \end{aligned} \tag{116}$$

Pour $l_1 = l_2 = l$ et $m_3 = l_3 = 0$, le symbole 3-j se réduit à :

$$\begin{pmatrix} l & l & 0 \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{l-m}}{\sqrt{2l+1}} \tag{117}$$

D.5 Méthodes de calcul

Les symboles 3-j peuvent être calculés en utilisant la formule de Racah (Racah, 1942; Edmonds, 1960) :

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = (-1)^{l_1+l_2+m_3}\frac{\sqrt{(l_1+l_2-l_3)!(l_1-l_2+l_3)!(-l_1+l_2+l_3)!}}{\sqrt{(l_1+l_2+l_3+1)!}} \\ &\sqrt{(l_1+m_1)!(l_1-m_1)!(l_2+m_2)!(l_2-m_2)!(l_3+m_3)!(l_3-m_3)!} \\ &\sum_k \frac{(-1)^k}{k!(l_3-l_2+k+m_1)!(l_3-l_1+k-m_2)!(l_1+l_2-l_3-k)!(l_1-k-m_1)!(l_2-k+m_2)!} \end{aligned} \tag{118}$$

La somme se fait sur tous les entiers k pour lesquels les factorielles ont des arguments non négatifs. Le nombre de termes de cette somme est $\nu+1$ où ν est le plus petit des 9 nombres

suivants : $l_1 \pm m_1$ $l_2 \pm m_2$, $l_3 \pm m_3$, $l_1 + l_2 - l_3$, $l_2 + l_3 - l_1$, et $l_3 + l_1 - l_2$.
Une expression alternative moins symétrique a été donnée par Wigner (1959) :

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = (-1)^{l_1+l_2+m_3}$$
$$\frac{\sqrt{(l_1+l_2-l_3)!(l_1-l_2+l_3)!(-l_1+l_2+l_3)!(l_3+m_3)!(l_3-m_3)!}}{\sqrt{(l_1+l_2+l_3+1)!(l_1+m_1)!(l_1-m_1)!(l_2+m_2)!(l_2-m_2)!}}$$
$$\sum_k \frac{(-1)^k (l_3+l_2+m_1-k)!(l_1-m_1+k)!}{k!(l_3-m_3-k)!(l_3-l_1+l_2-k)!(l_1-l_2+m_3+k)!} \tag{119}$$

Comme précédemment, la somme se fait sur tous les entiers k pour lesquels les factorielles ont des arguments non négatifs.
Ces formules (118) et (119) peuvent être utilisées pour évaluer les symboles 3-j numériquement, des regroupements judicieux peuvent être utilisés pour éviter au maximum le problème des factorielles de nombres élevés.
Le carré de tout symbole 3-j est une fraction rationnelle, ceci permet l'utilisation d'arithmétique exacte (par exemple, voir la tabulation des symboles 3-j jusqu'au degré 8 par Rotenberg *et al.* (1959)). Ces symboles peuvent aussi être calculés par l'intermédiaire de relations de récurrence (Schulten et Gordon, 1975, 1976; Luscombe et Luban, 1998).

[Signalement bibliographique ajouté par : ULP – SICD – Service des thèses électroniques]

Vertical and horizontal seismometric observations of tides

S. Lambotte, L. Rivera and J. Hinderer

Journal of Geodynamics, 2006, Vol. 41, Pages 39-58

Pages 39 à 58 :

La publication présentée ici dans la thèse est soumise à des droits détenus par un éditeur commercial.

Pour les utilisateurs ULP, il est possible de consulter cette publication sur le site de l'éditeur :
http://dx.doi.org/10.1016/j.jog.2005.08.021

Il est également possible de consulter la thèse sous sa forme papier ou d'en faire une demande via le service de prêt entre bibliothèques (PEB), auprès du Service Commun de Documentation de l'ULP: peb.sciences@scd-ulp.u-strasbg.fr

Rupture length and duration of the 2004 Aceh-Sumatra earthquake from the phases of the Earth's gravest free oscillations

S. Lambotte, L. Rivera, and J. Hinderer

Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR CNRS-ULP 7516, Strasbourg, France

Received 25 July 2005; revised 10 October 2005; accepted 20 December 2005; published 7 February 2006.

[1] The Aceh-Sumatra 2004 earthquake strongly excited the Earth's free oscillations. Well separated split multiplets provide useful information on the earthquake source. Particularly, the phases of split singlets constrain the duration, rupture length and mean rupture velocity. We analyze the initial phases of some of the Earth's gravest free oscillations (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_0$ and ${}_1S_0$) in order to constrain the space-time finiteness of the source. We use recordings of vertical broadband seismometers and superconducting gravimeters from several worldwide geophysical networks. We estimate a rupture length of about 1220 km, a source time duration of about 500 s, and a mean rupture velocity of 2.4 km/s. **Citation:** Lambotte, S., L. Rivera, and J. Hinderer (2006), Rupture length and duration of the 2004 Aceh-Sumatra earthquake from the phases of the Earth's gravest free oscillations, *Geophys. Res. Lett.*, *33*, L03307, doi:10.1029/2005GL024090.

1. Introduction

[2] Soon after the great Chilean 1960 earthquake, *Benioff et al.* [1961], *Ness et al.* [1961] and *Alsop et al.* [1961] reported accurate measurements of spectral peaks that were associated with the Earth's gravest free oscillations. Recordings of this event also provided the first observational evidence for splitting of the lowest frequency modes. This splitting was attributed to the Earth's rotation by *Backus and Gilbert* [1961] and *Pekeris et al.* [1961]. Splitting effect due to ellipticity was introduced later on by *Usami and Satô* [1962] and *Dahlen* [1968].

[3] The 2004 Aceh-Sumatra earthquake is the largest earthquake ever recorded since the 1960 Chilean earthquake and the 1964 Alaskan earthquake. Initial teleseismic body-wave studies suggested a rupture length of about 400–600 km (e.g., J. Chen, Preliminary result of the 04/12/26 (Mw 9.0), off W coast of northern Sumatra earthquake, 2005, available at http://www.gps.caltech.edu/~jichen/Earthquake/2004/aceh/aceh.html; Y. Yagi, Preliminary results of rupture process for 2004 off coast of northern Sumatra giant earthquake, 2005, available at http://iisee.kenken.go.jp/staff/ yagi/eq/Sumatra2004/Sumatra2004.html; Y. Yamanaka, 04/12/26 off W. coast of N. Sumatra, 2005, available at http://www.eri.u-tokyo.ac.jp/sanchu/Seismo_Note/2004/EIC161ea.html). Subsequent studies using long period data [*Park et al.*, 2005b; *Stein and Okal*, 2005; *Ammon et al.*, 2005], GPS data [*Vigny et al.*, 2005] and short period data [*Ni et al.*, 2005; *Lomax*, 2005] suggest a longer rupture of over 1200–1300 km. This is consistent with the location of the aftershocks that extend more than 1000 km northward from the epicenter.

[4] Free oscillations are widely used to study the Earth's structure [e.g., *Ritzwoller et al.*, 1986; *Woodhouse et al.*, 1986; *Smith and Masters*, 1989; *Widmer et al.*, 1992]. Free oscillations with periods between 50 and 300 s are also used to study source parameters of moderate and large earthquakes [e.g., *Dziewonski et al.*, 1981]. The gravest normal modes can also provide information on the focal mechanism, seismic moment [*Abe*, 1970; *Geller and Stein*, 1977; *Kedar et al.*, 1994; *Stein and Okal*, 2005], duration and length of the earthquake rupture. Phases of free oscillations are seldom explicitly studied, except for the radial modes, [see *Park et al.*, 2005a]. We demonstrate in this study how it is possible to retrieve the spatio-temporal extension of the rupture using the initial phases of some of the gravest modes (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_0$ and ${}_1S_0$) excited by the Aceh-Sumatra 2004 earthquake.

2. Basics

[5] Deviations from spherical symmetry such as rotation, ellipticity and lateral heterogeneities remove the degeneracy and hence force free oscillations multiplets to split. In general, each singlet within a multiplet will have a slightly different central frequency. Generally, to model the split spectrum of a multiplet, it is necessary to account for the Earth's rotation, ellipticity and heterogeneity. For the gravest modes considered here, the main effect on splitting is due to rotation and ellipticity. It can be computed by perturbation of the SNREI (spherically symmetric, non-rotating, elastic and isotropic) solution. Frequencies and quality factors are only dependent on the Earth's structure. For the modes considered here, amplitudes depend mainly on the seismic moment, the source mechanism, and the source and station location.

[6] For a point source, the Fourier transform of the acceleration of an isolated multiplet of harmonic degree l can be written as a sum of Lorentzians [*Dahlen and Tromp*, 1998],

$$a_{ps}(\mathbf{x},\omega) = \sum_m a_{ps}^m(\mathbf{x},\omega) = \sum_m \frac{(\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star(\mathbf{x}_{ps}))\mathbf{s}_m(\mathbf{x})}{2(\gamma_m + i(\omega - \omega_m))}, \quad (1)$$

where the subscript ps stands for point source, m is the azimuthal order, ω_m the singlet central frequency, $\mathbf{M}$ the seismic moment tensor, $\varepsilon_m(\mathbf{x}_{ps})$ the strain of the singlet m evaluated at the source location $\mathbf{x}_{ps}$, $\mathbf{s}_m(\mathbf{x})$ the eigenfunction of the singlet m evaluated at the station location $\mathbf{x}$, and γ_m its attenuation rate, related to the quality factor Q_m ($\gamma_m = \omega_m/(2Q_m)$). The symbol ★ is used to denote complex

Copyright 2006 by the American Geophysical Union.
0094-8276/06/2005GL024090$05.00

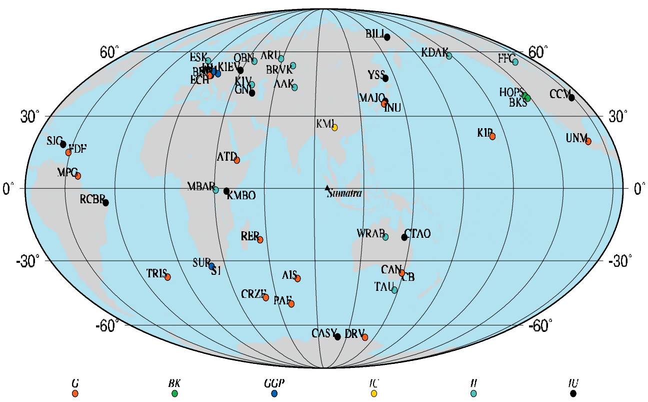


Figure 1. Map of the stations used in this study. Colors correspond to different networks. The Aceh-Sumatra 2004 earthquake is indicated by a triangle.

conjugate, and : stands for tensor contraction. The contribution at ω_m of the Lorentzian centered at $-\omega_m$ depends on Q_m. For the high quality spheroidal modes considered here, it represents less than 0.1% of the total amplitude. For the sake of brevity, in writing equation (1), we have omitted the contribution of negative frequencies.

[7] For large earthquakes with fault lengths exceeding several hundred kilometers, it is important to take into account the finiteness of the source in the amplitude and phase computation. The result can be written as

$$a_{fs}^m(\mathbf{x},\omega) = a_{ps}^m(\mathbf{x},\omega) F_m(\omega) \tag{2}$$

$$\text{with} \quad F_m(\omega) = \frac{\int_0^L \left(\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star\right)(\xi) e^{-i\omega\tau(\xi)}\, d\xi}{L\left(\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star(\mathbf{x}_{ps})\right)}, \tag{3}$$

where $a_{fs}(\mathbf{x}, \omega)$ is the spectrum of the acceleration for a finite source, L is the length of the source and $\tau(\xi)$ represents the rupture delay of the point located at ξ on the fault. (e.g., $\tau(\xi) = \xi/V_r$ in the case of a unidirectional and constant velocity rupture). $F_m(\omega)$ bears all the information about the kinematics of the rupture and is independent of the receiver location. Equation (2) allows us to predict the amplitude and phase at any station for any given unidimensional rupture model. In the present work, we are specifically interested in the phase of the complex number $F_m(\omega = \omega_m)$, which we shall call the initial phase, X_m, of the singlet m.

[8] *Ben-Menahem and Singh* [1980] (pp. 397–398) derived, under certain assumptions, a simple analytical relation,

$$F_m = \frac{\sin X_m}{X_m} e^{-iX_m}; \; X_m = \frac{L}{2V_r}\left(\omega_m + m\frac{V_r \sin\hat{\phi}}{r_0 \sin\theta_0}\right), \tag{4}$$

where r_0 the Earth's radius, θ_0 the epicentral co-latitude, $\hat{\phi}$ the azimuth of the fault, and V_r the rupture velocity. It assumes unidirectional rupture propagation, uniform dislocation and constant rupture velocity. Equation (4), although inaccurate, is appealing for its simplicity. The first term on the right-hand side of the phase expression in (4) depends on the time duration of the rupture and is nearly independent of m as ω_m varies slightly with m in a multiplet. The second term is a function of the fault length and depends linearly on m. Consequently, for $m = 0$, the phase contains information only on the time duration of the source. For $m \neq 0$, the phase constrains both the rupture length and the source duration.

[9] However, equation (4) is only approximate since the latitudinal variations in $(\mathbf{M} : \varepsilon_m^\star)$ have been neglected. It is exact only for the radial modes or for purely E-W equatorial faults. The integral in equation (3) can be calculated either numerically in the geographical reference frame, or analytically in a reference frame in which the fault lies along the equator. In the latter approach, use of the zeroth order eigenfunctions is implicit, and transformation back to the geographical reference frame is achieved using the Wigner's rotation matrices [*Feynman et al.*, 1965, pp. 18-9–18-13].

3. Data

[10] We use recordings from vertical very broad band seismometers belonging to several worldwide networks (Geoscope, Iris-IDA, Berkeley, Iris-USGS and Iris-China) and from superconducting gravimeters of the GGP (Global Geodynamics Project) network. Figure 1 shows a map of all the stations used in this study. The coverage is not homogeneous since most of the stations are located at mid-latitudes in both hemispheres. We use atmospheric pressure recordings from GGP stations to correct data with an admittance of -3 nm/s^2/hPa [*Crossley et al.*, 1995]. Time series are highpass filtered with a cut-off frequency of 4 hours to remove most of the Earth's tide. They are also corrected for instrument response and converted to accelerations. We use Hanning-tapered time series with a length of 20 days for calculation of spectra.

4. Method

[11] Using equation (1), for each multiplet, we simultaneously search $2l + 1$ complex amplitudes, $2l + 1$ frequencies and $2l + 1$ quality factors, in total $8l + 4$ real parameters. To retrieve these parameters, we perform a nonlinear fitting for each multiplet. In addition, we iterate the fitting process to take advantage of the independence of the central frequencies and quality factors on the receiver location, so reducing the total number of independent parameters. The taper window is taken into consideration in the fitting process.

[12] As an example, Figure 2 shows the results of fitting of two multiplets for two different stations: BFO (Black Forest Observatory, Germany) and UNM (Mexico City). Depending on the mechanism and the epicentral location, all the spectral peaks are not equally excited, and there can be large differences in the signal to noise ratio. As we can see in Figure 2, singlets with $|m| = 0, 1, 2$ for ${}_0S_3$ at UNM station are only slightly above the background noise. Consequently in the following analysis, we only consider spectral peaks with S/N greater than 3.

[13] In order to isolate the finiteness effect we proceed as follows. We first compute theoretical amplitudes and phases [*Dahlen and Tromp*, 1998; *Stein and Geller*, 1977] for an instantaneous point source mechanism using Harvard CMT focal mechanism (a_{ps}^m in (1) and (2)). We then identify the result of the fit to a_{fs}^m and use (2) to calculate F_m and in

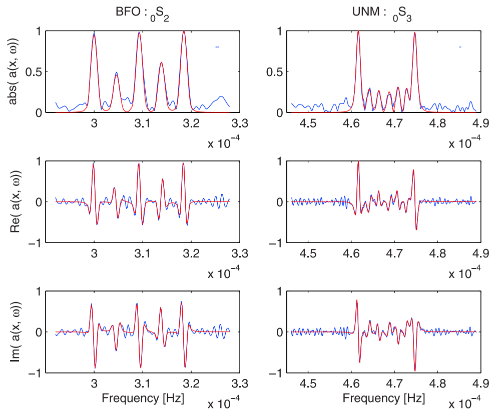


Figure 2. Results of the fitting process for two multiplets at two different stations ($_0S_2$ for BFO station (Black Forest Observatory, Germany) on left panels and $_0S_3$ for UNM station (Mexico City) on right ones). Red curves correspond to the result of the fitting process, and the blue ones correspond to the data spectrum. From top to bottom, panels represent the amplitude, the real part and the imaginary part of the spectrum. The small line in the top right corner of top panels represents the frequency resolution corresponding to the original non-padded time series.

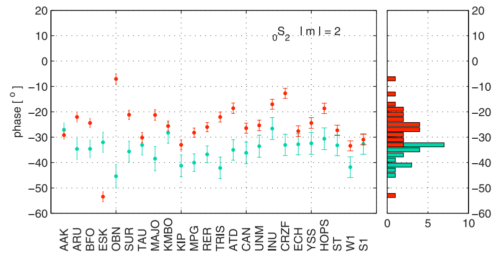


Figure 4. Initial phases for $_0S_2$ $m = \pm 2$ with respect to a point source. Red and green colors correspond, respectively, to $m = +2$ and $m = -2$. The right diagram shows the distribution of initial phases.

particular the initial phases X_m. Finally, these measurements are compared with the predictions of expression (3) in order to determine the length and the duration of the rupture. The isotropic PREM model [*Dziewonski and Anderson*, 1981] is used for this computation. The rotation and ellipticity effects are included, but the Earth's lateral heterogeneity is ignored.

[14] Both seismometers and gravimeters are simultaneously sensitive to the ground acceleration and to the variations of Earth's gravity field. The latter is significant for the gravest modes [see *Gilbert*, 1980]. We take into account these effects by including free-air changes in gravity due to the radial displacement of the seismometer, and perturbation in the gravitational potential due to the redistribution of the Earth's masses [*Gilbert*, 1980; *Wahr*, 1981].

5. Results and Discussion

[15] Using stations shown on Figure 1, we have analyzed the spectral properties of some of the Earth's gravest normal modes ($_0S_2$, $_0S_3$, $_0S_0$ and $_1S_0$) excited by the 2004 Aceh-Sumatra earthquake. By comparing the complex amplitudes of the individual singlets with the theoretical predictions for an instantaneous point source, we can isolate the initial phase X_m of each singlet. Figures 3, 4 and 5 show the results for $_0S_0$, $_0S_2$ $m = \pm 2$, and $_0S_3$ $m = \pm 3$.

[16] The average initial phase for $_0S_0$ is $-67.6°$, which corresponds to a rupture duration of 460 s. More precisely, we measure a difference of 230 s between the nucleation time and the $_0S_0$ centroid time. This value is very similar to the one obtained by *Park et al.* [2005b]. By using the initial phases of each couple of singlets (l, $+m$) and (l, $-m$) (for $m \neq 0$), it is possible to calculate both the length and duration of the source if estimates of the epicentral co-latitude θ_0 and the fault strike $\hat{\phi}$ are available. We use a latitude of $3°N$ and a fault strike of $330°N$ [*Lay et al.*, 2005]. In principle, only one station is sufficient to find the rupture length and the time duration of the source.

[17] Table 1 summarizes the results of our calculations. The average values are a fault length of 1220 ± 50 km and a rupture duration of 500 ± 30 s. These results are consistent with various studies using short period data [*Ni et al.*, 2005; *Lomax*, 2005], GPS data [*Vigny et al.*, 2005], and long period data [*Park et al.*, 2005b; *Ammon et al.*, 2005]. These references present a detailed reconstruction of the source process with a centroid clearly offset to the south. If such is the case, it is somewhat surprising that, with ultra-long period data, we obtain results similar to the short period estimates.

[18] Since we are using only ultra-long period data, the model obtained here is of course simplified. Possibly, this is why we obtain slightly shorter source durations with $_0S_0$ and $_1S_0$. On the other hand, $_0S_3$ and $_0S_2$, which have periods much longer than the obtained rupture duration, yield comparable results both in rupture duration and fault length (see Table 1). In conclusion, with our free oscillations data

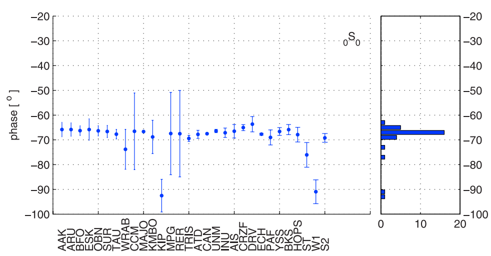


Figure 3. Initial phases for $_0S_0$ ($m = 0$) with respect to a point source. The right diagram shows the distribution of initial phases.

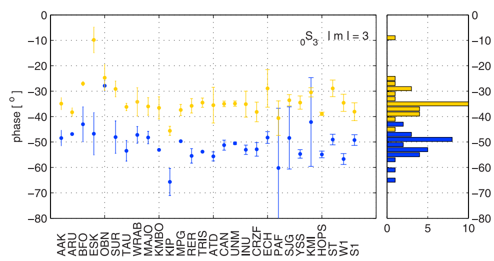


Figure 5. Initial phases for $_0S_3$ $m = \pm 3$ with respect to a point source. Yellow and blue colors correspond, respectively, to $m = +3$ and $m = -3$. The right diagram shows the distribution of initial phases.

Table 1. Measured Initial Phase Φ, Source Duration T_r, and Rupture Length L for Each Mode (or Pair of Modes)[a]

Mode	m	X_m	T_r, s	L, km
${}_1S_0$	0	−120.7°	411	…
${}_0S_0$	0	−67.6°	460	…
${}_0S_3$	−2	−27.4°	511	1190
${}_0S_3$	+2	−63.8°	511	1190
${}_0S_3$	−3	−48.9°	500	1210
${}_0S_3$	+3	−35.0°	500	1210
${}_0S_2$	0	−28.2°	512	…
${}_0S_2$	−2	−34.6°	532	1254
${}_0S_2$	+2	−24.4°	532	1254

[a]Only modes with $|m| \neq 0$ allow us to estimate L. ${}_0S_2$ $m = \pm1$ and ${}_0S_3$ $m = 0$ are systematically too small to allow for the use of the phase (see, for example, Figure 2).

we do not observe slip after 500 s. If there was any, it must have been much smaller or too slow to efficiently excite the Earth's free oscillations. To obtain more precise details on the source geometry and rupture history, it seems natural to attempt a similar analysis at higher frequencies. However, this is a difficult task. First, lateral heterogeneity is expected to be significant for higher harmonic degrees, leading to complex splitting patterns. Second, the broadening of spectral peaks due to attenuation is of the order of the split frequency separation, limiting our ability to resolve individual peaks.

[19] With estimates of rupture length and duration, we can evaluate the mean rupture velocity. The mean rupture velocity is about 2.4 km/s for the Aceh-Sumatra 2004 earthquake. This value agrees with the model proposed by *Vigny et al.* [2005] on the basis of modeling fast GPS observations.

6. Conclusion

[20] Initial phases of the split free oscillations can provide robust information on the spatio-temporal finiteness of large earthquakes. They allow us to estimate fault length, source duration, and mean rupture velocity. Usually, for the gravest modes, only the amplitudes are studied to constrain the source mechanism and the seismic moment. Phases are rarely considered explicitly. For the 2004 Aceh-Sumatra earthquake, initial phases of singlets of the gravest modes allow us to estimate a fault length of 1220 ± 50 km, a source time duration of about 500 ± 30 s and a mean rupture velocity of about 2.4 ± 0.2 km/s. These results are in agreement with other studies based on both long or short period data.

[21] **Acknowledgments.** We are grateful to GEOSCOPE, IRIS, GGP and BERKELEY for supplying high quality data. Bob Geller and Ruedi Widmer-Schnidrig provided us with very in-depth reviews. We also acknowledge G. Masters for making available minos for the calculation of eigenfrequencies and eigenfunctions.

References

Abe, K. (1970), Determination of seismic moment and energy from the Earth's free oscillation, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *4*, 49–61.
Alsop, L. E., G. H. Sutton, and M. Ewing (1961), Free oscillations of the Earth observed on strain and pendulum seismographs, *J. Geophys. Res.*, *66*, 631–641.
Ammon, C. J., et al. (2005), Rupture process of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake, *Science*, *308*, 1133–1139.
Backus, G., and F. Gilbert (1961), The rotational splitting of the free oscillations of the Earth, in *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, *47*, 362–371.
Benioff, H., F. Press, and S. W. Smith (1961), Excitation of the free oscillations of the Earth by earthquakes, *J. Geophys. Res.*, *66*, 605–620.
Ben-Menahem, A., and S. J. Singh (1980), *Seismic Waves and Sources*, 2nd ed., Dover, Mineola, N. Y.
Crossley, D., O. Jensen, and J. Hinderer (1995), Effective barometric admittance and gravity residuals, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *90*, 221–241.
Dahlen, F. A. (1968), The normal modes of a rotating, elliptical Earth, *Geosphys. J. R. Astron. Soc.*, *16*, 329–367.
Dahlen, F. A., and J. Tromp (1998), *Theoretical Global Seismology*, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J.
Dziewonski, A., and D. L. Anderson (1981), Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *25*, 297–356.
Dziewonski, A., T. A. Chou, and J. H. Woodhouse (1981), Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity, *J. Geophys. Res.*, *86*, 2825–2852.
Feynman, R., R. B. Leighton, and M. Sands (1965), *The Feynman Lectures on Physics*, vol. III, *Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, Boston, Mass.
Geller, R., and S. Stein (1977), Split free oscillation amplitudes for the 1960 Chilean and 1964 Alaskan earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *67*, 651–660.
Gilbert, F. (1980), An introduction to low-frequency seismology, in *Fisica dell'interno della Terra, Rendiconti della Scuola Internazionale di Fisica "Enrico Fermi"*, edited by A. M. Dziewonski and E. Boschi, pp. 41–81, Elsevier, New York.
Kedar, S., S. Watada, and T. Tanimoto (1994), The 1989 Macquarie Ridge earthquake: Seismic moment estimation from long-period free oscillations, *J. Geophys. Res.*, *99*, 17,893–17,907.
Lay, T., et al. (2005), The great Sumatra-Andaman earthquake of 26 December 2004, *Science*, *308*, 1127–1133.
Lomax, A. (2005), Rapid estimation of rupture extent for large earthquakes: Application to the 2004, M9 Sumatra-Adaman mega-thurst, *Geophys. Res. Lett.*, *32*, L10314, doi:10.1029/2005GL022437.
Ness, N. F., J. C. Harrison, and L. B. Slichter (1961), Observations of the free oscillations of the Earth, *J. Geophys. Res.*, *66*, 621–629.
Ni, S., H. Kanamori, and D. Helmberger (2005), Energy radiation from the Sumatra earthquake, *Nature*, *434*, 582.
Park, J., K. Anderson, R. Aster, R. Butler, T. Lay, and D. Simpson (2005), Global seismographic network records the great Sumatra-Adaman earthquake, *Eos Trans. AGU*, *86*(6), 57, doi:10.1029/2005EO060001.
Park, J., et al. (2005b), Earth's free oscillations excited by the 26 December 2004 Sumatra-Adaman earthquake, *Science*, *308*, 1139–1144.
Pekeris, C. L., Z. Alterman, and H. Jarosch (1961), Rotational multiplets in the spectrum of the Earth, *Phys. Rev.*, *122*, 1692–1700.
Ritzwoller, M., G. Masters, and F. Gilbert (1986), Observations of anomalous splitting and their interpretation in terms of aspherical structure, *J. Geophys. Res.*, *91*, 10,203–10,228.
Smith, M. F., and G. Masters (1989), Aspherical structure constraints from free oscillation frequency and attenuation measurements, *J. Geophys. Res.*, *94*, 1953–1976.
Stein, S., and R. Geller (1977), Amplitudes of the Earth's split normal modes, *J. Phys. Earth*, *25*, 117–142.
Stein, S., and E. Okal (2005), Speed and size of the Sumatra earthquake, *Nature*, *434*, 581.
Usami, T., and Y. Satô (1962), Torsional oscillation of a homogeneous elastic spheroid, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *52*, 469–484.
Vigny, C., et al. (2005), Insight into the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from GPS measurements in southeast Asia, *Nature*, *436*, 201–206.
Wahr, J. M. (1981), Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, *64*, 677–703.
Widmer, R., G. Master, and F. Gilbert (1992), Observably split multiplets - data analysis and interpretation in terms of large-scale aspherical structure, *Geophys. J. Int.*, *111*, 559–576.
Woodhouse, J. H., D. Giardini, and X.-D. Li (1986), Evidence for inner core anisotropy from splitting in free oscillations data, *Geophys. Res. Lett.*, *13*, 1549–1552.

J. Hinderer, S. Lambotte, and L. Rivera, Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR CNRS-ULP 7516, 5 rue René Descartes, F-67084 Strasbourg Cedex, France. (sophie.lambotte@eost.u-strasbg.fr)

Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 97, No. 1A, pp. S128–S138, January 2007, doi: 10.1785/0120050621

Constraining the Overall Kinematics of the 2004 Sumatra and the 2005 Nias Earthquakes Using the Earth's Gravest Free Oscillations

by S. Lambotte, L. Rivera, and J. Hinderer

Abstract The giant Aceh–Sumatran 2004 earthquake is the largest earthquake recorded since the great Chilean 1960 and the Alaskan 1964 events. The Earth's free oscillations were strongly excited and recorded by numerous stations with an extremely good signal-to-noise ratio, even for the gravest modes. These particular modes are interesting because phases of these well-separated split free oscillations carry information on the overall kinematics of the source of large earthquakes ($M_w > 8$) and, in particular, on the length, duration, and mean rupture velocity. Using the singlet-stripping technique, we study some of the Earth's gravest free oscillations (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, and ${}_1S_0$) recorded at several broadband permanent stations (Geoscope, Incorporated Research Institutions for Seismology [IRIS], Global Geodynamics Project [GGP]) to recover individual singlet parameters: phases, frequencies, and quality factors. We use these parameters to constrain the spatiotemporal extent of the source of the Sumatra earthquake of 26 December 2004 and the Nias earthquake of 28 March 2005. We mainly use vertical-component data from seismometers and superconducting gravimeters, because they are less noisy than the horizontal seismic data, but we also show that, for the 2004 event, horizontal components can also be used (${}_1S_2$). On the basis of the initial phase measurements presented here, we obtain, for the 2004 event, a fault length of about 1250 km and a duration of about 550 sec. For the 2005 event, our measurements favor a model in which the southern segment breaks ≈40 sec later, but the bilateral nature of the rupture and its spatial dimension prevent us from properly constraining its spatial extent.

Introduction

The 2004 Sumatran earthquake is the largest earthquake recorded by global seismological networks since the 1960 Chilean and 1964 Alaskan earthquakes. Since these two large earthquakes, the quality and the quantity of geophysical stations have increased considerably; the 2004 event was extremely well recorded all around the world and provided an unprecedented opportunity to study the mechanics of these giant events. It occurred at the boundary between the subducting Indo-Australian and the overriding Eurasian plates. Relative plate motion at this boundary is oriented N10°E, oblique to the subduction zone, and varies in speed from about 52 mm/year (Prawirodirdjo *et al.*, 2000) to 40 mm/year in the northern part of the subduction zone (see Fig. 1). In this region, along Sumatra, the plate motion is partitioned into thrusting perpendicular to the trench and right-lateral slip at the Sumatra fault (Fitch, 1972; McCaffrey *et al.*, 2000). Both faults are the source of strong and frequent earthquake activity. In the north, in the Andaman Sea region, the plate motion is also driven in part by back-arc spreading and a system of transform faults. Several large earthquakes are known to have occurred along this subduction zone: two earthquakes in the north of magnitude $M \sim 7.9$ and 7.7, respectively, in 1881 and 1941, and three large earthquakes in the south in 1797 ($M \sim 8.4$), in 1833 ($M \sim 9$), and in 1861 ($M \sim 8.5$) (e.g., Newcomb and McCann, 1987; Bilham *et al.*, 2005); the only known large earthquake north of the 2004 Sumatra epicenter is the 1881 event with a magnitude M_w 7.9. The 2004 Sumatra earthquake occurred on a shallow thrusting fault, with an epicenter located at latitude 3.3° N and longitude 96° E, and a magnitude $M_w \sim 9.2$. The 28 March 2005 Nias earthquake occurred south of the 2004 rupture with a magnitude M_w 8.6, and ruptured the same region as the M_w 8.5 event of 1861.

The Sumatra event represents a unique opportunity to compare and calibrate a wide variety of data and techniques such as ultra-long-period seismology, high-frequency Global Positioning System (GPS), gravimetry, hydroacoustics, infrasound, tide gauge, etc., not to speak of satellite imaging (Ammon *et al.*, 2005; Banerjee *et al.*, 2005; Davis *et al.*, 2005; Guilbert *et al.*, 2005; Ishii *et al.*, 2005; Lay *et al.*, 2005; Lomax, 2005; Ni *et al.*, 2005; Park *et al.*, 2005; Stein and Okal, 2005; Tolstoy and Bohnenstiehl, 2005;

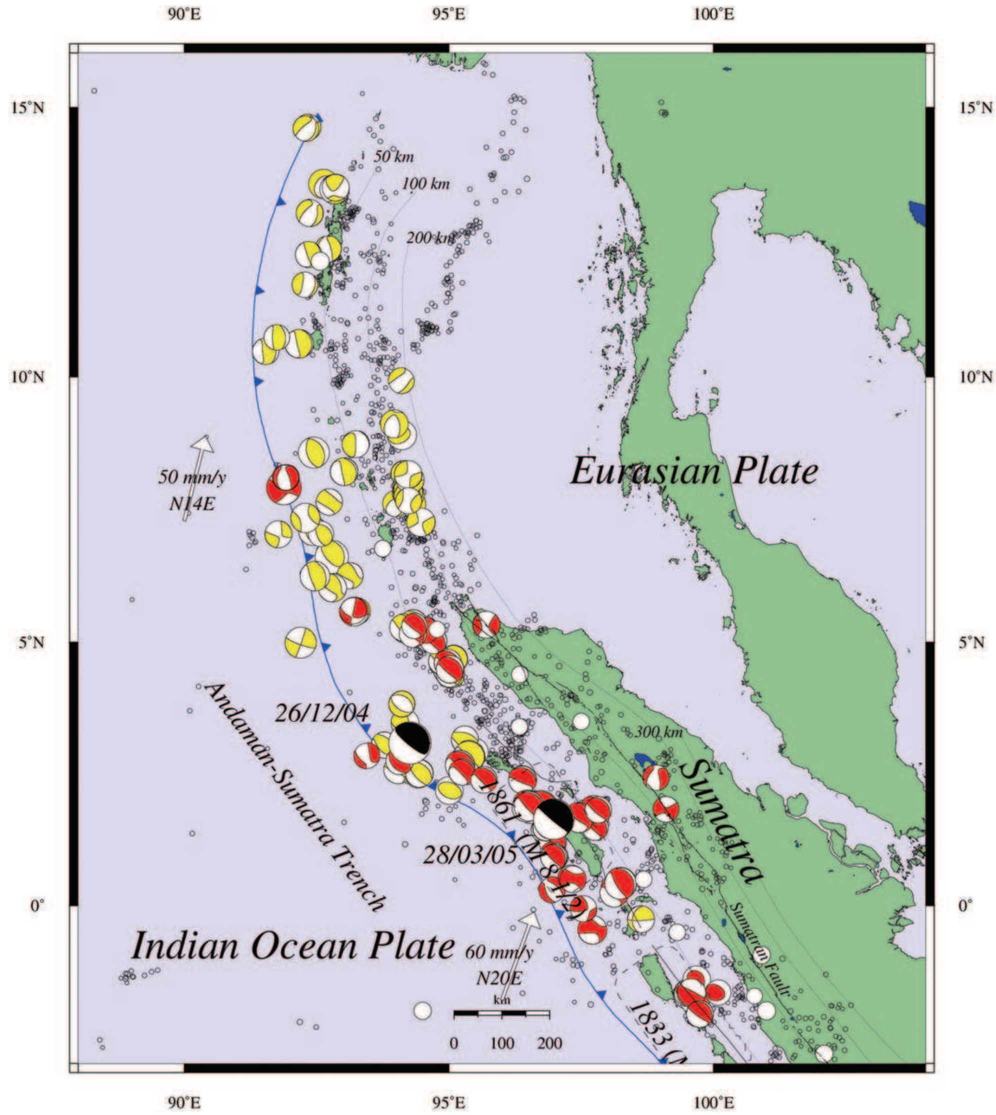


Figure 1. Regional tectonic setting of the 2004 and 2005 Sumatran earthquakes. The focal spheres of the two main events (26 December 2004 and 28 March 2005) are plotted in black and white. The yellow focal spheres correspond to the events occurred in between and the red focal spheres correspond to the period after the second main event up to the 31 December 2005. Large white circles are shallow historical earthquakes with magnitude $M_w > 7.0$ which occurred between 1903 and 1985 from Newcomb and McCann (1987). Dotted lines are curves of equal depth in the subduction zone; depths are indicated at the top of the figure. Small circles are instrumental seismicity from 1964 and 1998 with $M_w \geq 5.5$ from the ISC-relocated catalog (Engdahl *et al.*, 1998). The subduction contours are from Gundmudsson and Sambridge (1998).

Vigny *et al.*, 2005; Lambotte *et al.*, 2006; Chlieh *et al.*, 2007; Stein and Okal, 2007; Vallée, 2007). The size of the event is such that the signal-to-noise ratio is extremely high, allowing the observation and study of effects hardly visible in previous large earthquakes. One such example of a novel technique is the use of the phase of the Earth's free oscillations to constrain the kinematics of the earthquake source. Park *et al.* (2005) use the phase of the Earth's radial gravest free oscillations (${}_0S_0$ and ${}_1S_0$) to estimate the duration of the earthquake rupture. Their result is in excellent agreement with other estimates obtained later with more detailed seismological techniques. Generalizing this result, Lambotte *et al.* (2006) show that, by using the phase of the split singlets of the Earth's gravest radial and spheroidal free oscillations, it is also possible to obtain an independent estimation of the total length of the source. To our knowledge, this kind of analysis has never been used before, despite the fact that the underlying theory has been available for almost 30 years

(Dziewonski and Romanowicz, 1977; Ben-Menahem and Singh, 1980), probably because of the lack of such giant earthquakes since the development of the modern high-gain, broadband, worldwide seismological network.

We show in this article that, by using singlet stripping, (Ritzwoller *et al.*, 1986; Widmer, 1991; Widmer *et al.*, 1992), it is possible to obtain an integrated measure of the phases of the split singlets, thus avoiding the intermediate step of making individual, per-station, phase measurements. This approach naturally incorporates the condition of having common frequencies and quality factors at different stations. We then use these phases to simultaneously invert for the overall kinematics of the 2004 Sumatra and the 2005 Nias earthquakes.

Methodology

Phase Measurements

For large earthquakes with rupture lengths of several hundreds of kilometers, it is necessary to take the finiteness of the source into consideration when computing amplitudes and phases of the normal modes. For a finite source, the Fourier transform of the acceleration of an isolated split multiplet of harmonic degree l can be written as follows (Lambotte *et al.*, 2006):

$$a_q(\mathbf{x},\ \omega) = \sum_{m=-1}^{m=1} a_{qm}^{ps}(\mathbf{x},\ \omega)F_m$$
$$\text{with}\ \begin{cases} F_m = \dfrac{\int_0^L (M{:}\varepsilon_m^*)(\xi)e^{-i\omega_m\tau(\xi)}d\xi}{L(M{:}\varepsilon_m^*(\mathbf{x}_{ps}))} \\ a_{qm}^{ps}(\mathbf{x},\ \omega) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{(M{:}\varepsilon_m^*(\mathbf{x}_s))s_{qm}(\mathbf{x})}{\gamma_m + i(\omega - \omega_m)}\right] \end{cases} \quad (1)$$

where $a_q(\mathbf{x}, \omega)$ is the acceleration spectrum for a finite source at a station q, m is the azimuthal order, a_{qm}^{ps} is the spectrum of a singlet m at a station q for a point source, F_m is the source finiteness term, ω_m is the singlet central frequency, M is the moment tensor, $\varepsilon_m(\mathbf{x}_s)$ is the strain of the singlet m evaluated at the source location $\mathbf{x}_s$, $s_m(\mathbf{x})$ is the eigenfunction of the singlet m at the station location $\mathbf{x}$, and γ_m is the attenuation rate of the singlet m which is related to the quality factor Q_m ($\gamma_m = \omega_m/(2Q_m)$), L is the length of the rupture, and $\tau(\xi)$ represents the rupture delay of the point located at ξ. $\tau(\xi)$ describes the history of the rupture and can be more or less complex depending on the source. The symbol * is used to denote the complex conjugate.

To retrieve the source finiteness term F_m, we take advantage of the singlet-stripping method, widely used in long-period global 3D tomography studies (Gilbert and Dziewonski, 1975; Ritzwoller *et al.*, 1986; Widmer *et al.*, 1992). For a given station q in a narrow band of frequencies around the given multiplet, equation (1) can be written in a more compact form:

$$a_q(\omega) = \sum_m A_{qm}c_m(\omega), \quad (2)$$

where $A_{qm} = (M : \varepsilon_m^*(\mathbf{x}_s))s_{qm}(\mathbf{x})$ is the complex amplitude for the point source and $c_m(\omega)$ corresponds to the singlet Lorentzian $\eta_m(\omega) = \frac{1}{2}[\gamma_m + i(\omega - \omega_m)]^{-1}$ multiplied by the term due to the finiteness of the source F_m. Considering the spectra a_q for several stations, we can write equation (2) in matrix form:

$$\mathbf{a}(\omega) = \mathbf{Ac}(\omega), \quad (3)$$

where $\mathbf{a}(\omega)$ is a vector of the observed complex spectra at the various stations, $\mathbf{c}(\omega)$ is a vector of the complex singlet Lorentzians multiplied by the source term F_m, and $\mathbf{A}$ is the matrix of the complex multiplet excitation factors for a point source.

For each frequency ω this linear problem can be solved by using any generalized inverse technique. We use here the approach of Tarantola (1987), which allows us to explicitly take into account the data uncertainties. We have:

$$\mathbf{c}(\omega) = (\mathbf{A}^t\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^t\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{a}(\omega), \quad (4)$$

where $\mathbf{C}_d$ is the covariance matrix that contains the *a priori* uncertainties on the data as estimated from the noise level surrounding the considered multiplet at each station. We use a diagonal matrix built using the weight function defined by Ritzwoller *et al.* (1986):

$$w_q = \frac{(1 - \bar{a}_q/a_{\max})}{\bar{a}_q}, \quad (5)$$

where $\bar{a}_q$ and $a_{\max}$ are the mean and the peak values of the amplitude spectrum in a small frequency band surrounding the considered multiplet at station q.

To retrieve the finiteness factor F_m, we perform a nonlinear fit of the function $c_m(\omega)$ with a Lorentzian. As a by-product, the fitting also provides estimates of the central frequency ω_m and the quality factor Q_m for each singlet.

Practically, we consider the spectra a_q in a narrow frequency band around the multiplet considered. We take the same length of data and the same taper for all the stations considered. This taper should be, of course, taken into account when calculating, the predicted spectra in the fitting process. The elements of matrix $\mathbf{A}$ are computed using the transversely isotropic PREM model (Dziewonski and Anderson, 1981). Eigenfunctions and nonsplit eigenfrequencies are computed using the MINOS code (Woodhouse, 1988), and the split eigenfrequencies are evaluated using the expression of Dahlen and Sailor (1979). Every multiplet is treated as if it were well isolated in the frequency domain. For the point-source mechanism, we use the Harvard CMT solution. Moreover, as we are considering some of the gravest free oscillations (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, and ${}_1S_0$), only the splitting due to rotation and ellipticity are taken into consideration and not splitting due to lateral heterogeneity, since these modes are only, slightly sensitive to it.

Source Inversion

Once the finiteness factors F_m are available, we can exploit them to constrain the overall kinematics of the source. The expression of F_m given in equation (1) can be used to set up an inverse problem having the complete set of phase measurements as data and the kinematic source parameters (e.g., length and duration) as unknowns.

To solve this problem, we carry out a grid search by computing the phase of F_m for a wide range of lengths and durations to find the optimal solution, which minimizes the following misfit function G:

$$G = \frac{1}{\sum_{k,m} w_{mk}} \sum_{k,m} |\Phi_{km}^{\mathrm{obs}} - \Phi_{km}^{\mathrm{computed}}| w_{mk} , \qquad (6)$$

where k is the index of a multiplet, Φ_m^{obs} and $\Phi_m^{\mathrm{computed}}$ are, respectively, the observed and computed phase of the finiteness factor F_m, and w_{mk} is a penalty function to take into account the quality of the phase measurement of each singlet. For the 2004 Sumatran event, we consider a unilateral rupture with a constant (unknown) rupture velocity V_r; in this case, in the expression F_m (see equation 1), $\tau(\xi) = \xi T/L$.

For the 2004 Sumatran event, we perform two different inversions: the first using a uniform dislocation all along the rupture, and the second one allowing for a triangular taper with its summit centered at different positions along the fault. In the grid search, we introduce the position of the summit of the taper along the fault as a third parameter. This tapering aims to better represent the complex slip distribution obtained by other studies (e.g., Ammon *et al.*, 2005).

Data Set and Data Processing

We use data from very broadband seismometers (mainly STS-1 seismometers) from several permanent worldwide seismological observatories (Incorporated Research Institutions for Seismology/International Deployment of Accelerometers [IRIS/IDA (II)], Geoscope [G], IRIS/USGS Network [IU], Berkeley [BK], and IRIS/China Digital Seismic Network [IC]), but also data from superconducting gravimeters from the GGP network (Global Geodynamics Project, Hinderer and Crossley [2004], www.eas.slu.edu/GGP/ggphome.html). Figure 2 shows all the stations used in this study; most of the stations are located at midlatitudes in both hemispheres, with very few stations in the equatorial or polar regions.

We mainly use vertical components because the horizontal ones are often noisier at long periods than the vertical ones, mostly due to atmospheric pressure perturbations. Consequently, we only use horizontal components for the 2004 Sumatran event and only to infer the phases of ${}_1S_2$. All the other modes are studied by using the vertical components.

Data are first Hanning-tapered, then the instrumental response is used to convert them into ground acceleration, and finally they are high-pass filtered with a cut-off period of 4 hr to remove most of the Earth's tide effect. For the superconducting gravimeters, atmospheric pressure data are used to correct gravity data using an admittance of -3 nm/sec^2/mbar (Crossley *et al.*, 1995).

Seismometers and gravimeters are sensitive to both the ground acceleration and the variations of the Earth's gravitational field. The latter is significant for the gravest modes (e.g., 20% of the ${}_0S_2$ signal on the radial components) (see Gilbert, 1980). We take these effects into account by including free-air changes in gravity due to the radial displacement of the instrument and perturbations in the gravitational potential due to the redistribution of the Earth's masses (Gilbert, 1980; Wahr, 1981).

The choice of the signal length is a compromise between resolution and signal-to-noise ratio. This problem is thoroughly discussed by Dahlen (1982). To have enough resolution to separate the singlets of a multiplet, we need long time series; however, taking longer time series reduces the signal-to-noise ratio, as free oscillations decay with time. In practice, another strong limitation is the difficulty of finding long continuous time series. Singlet stripping allows us to use shorter time series than in our previous study (Lambotte *et al.*, 2006). Consequently, some stations previously rejected can now be included in the analysis. By the same token, the phases corresponding to ${}_0S_4$ are now tractable. We choose to take 1 Q cycle defined by Dahlen (1982) as the length of the time series, except for ${}_0S_0$ as the Q cycle is about 75 days. For this particular mode, we tried several lengths. Phase estimates were stable for durations longer than 15 days. For the final measurement we use a length of 20 days. Stations quoted by Davis *et al.* (2005) as having instrumental response problems were systematically precluded from the data set.

All the gravimetric stations and some seismological ones are saturated in the beginning of the record. In the present analysis, for each multiplet, we use exactly the same time window for all the stations, starting 2 hr after the nucleation time, so avoiding the saturated segments. All the phase measurements presented here are corrected for the phase introduced by this delay; hence, all the phases tabulated in this study have as reference, the Preliminary Determination of Epicenter (PDE) time of the event (2004, 12, 26, 00:58:50.0).

Results

Stripping

The nonlinear fitting of the singlet strips enables the retrieval of the finiteness factor F_m and, in particular, its phase. Figures 3 and 4 show examples of singlet stripping for ${}_0S_3$ for the 2004 Sumatra and the 2005 Nias earthquakes, respectively. For each figure, panel a shows the individual

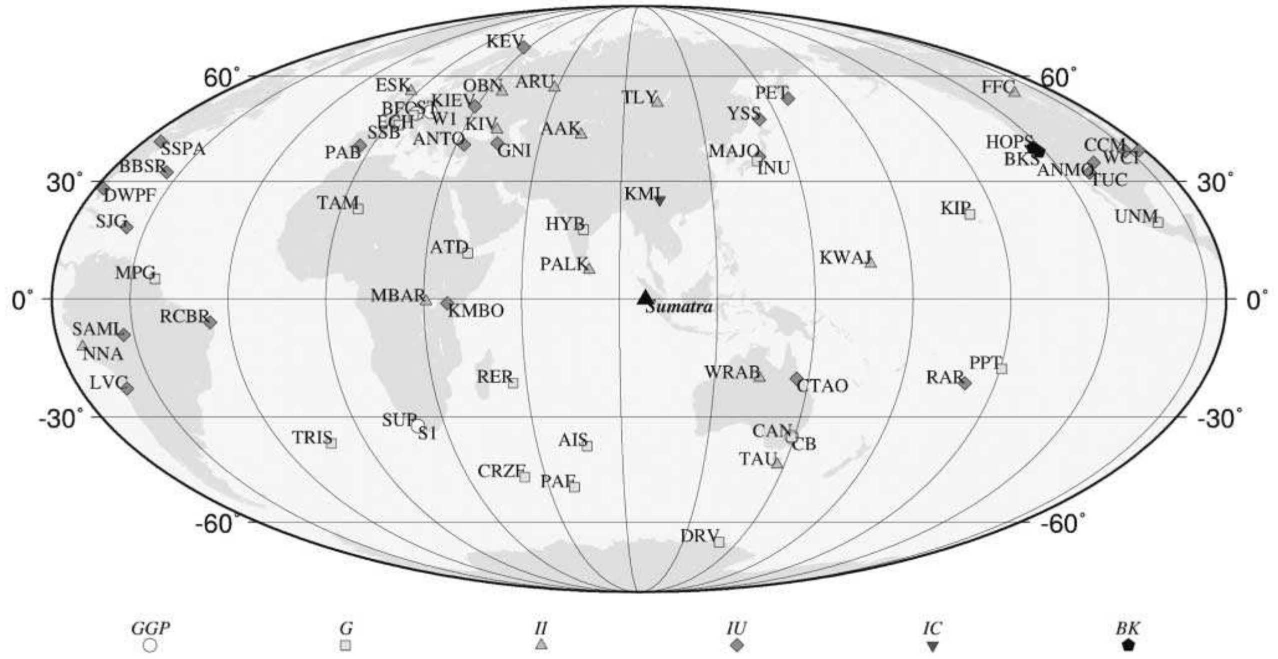


Figure 2. Map of the stations used in this study. Symbols correspond to different networks. The Aceh–Sumatra 2004 earthquake is indicated by a black triangle.

amplitude spectra of the multiplet, and panel b shows the singlet-strip amplitudes. The singlet strips for the 2004 event are quite well recovered, we have one clean peak per singlet. For the 2005 event, the singlets strips are noisier than the previous event; this can be explained by the fact that the signal-to-noise ratio is lower (see Fig. 4b). The singlets for $m = -3, -1, 1, 3$ are still well retrieved; $m = 0$ cannot be resolved at all. This is because, for the particular location and focal mechanism of the Sumatran event, this specific singlet is very slightly excited. Some residuals from other singlets are present on the strip of $m = -2$, two shoulders are visible; these kinds of residuals are mainly due to the nonhomogeneous station coverage on the globe. As mentioned previously, another important source of error is related to the use of wrong instrumental responses. To minimize this problem, we compare the observed spectra (amplitude and phase) with the predicted ones from the stripping results. Some stations, like KIP, KWAJ, RCBR, SAML, WCI, and PEL, present systematic anomalous results. These stations are mentioned by Davis *et al.* (2005) as having instrumental response problems. Consequently, we have rejected them for the final stripping analysis. Figure 5 shows the singlet strips (in black) with the results of the fitting process (in gray) for ${}_0S_2$ in terms of amplitude, real and imaginary parts; spectra of the strip and spectra computed from the results of the fitting process are in good agreement.

Table 1 shows the results of the phase measurements for the 2004 Sumatran event, comparing them with the previous results found by individual spectral fitting at each station (Lambotte *et al.*, 2006). There are some differences of a few degrees between the phases obtained with the two methods. The largest differences are for ${}_0S_3$ $m = \pm 2$; this is probably because for all the stations available, these singlets are systematically, slightly excited. Consequently, these singlets are more difficult to isolate, and phases measurements are less stable; therefore, these singlets have larger errors than the other singlets. Other singlets such as ${}_0S_3$ $m = \pm 1$ have small errors, but the phases are quite different from those predicted by theoretical computations with the simple model used here. These unexplained phases may reflect the complexity of the source (geometry or source time history) or the effects of the Earth's 3D structure, which are not taken into account here. The result found for ${}_0S_0$ (65.2°) is in good agreement with others studies: Park *et al.* (2005) find 65–66°, and Davis *et al.* (2005) find a mean phase of 65.8°; for ${}_1S_0$, Park *et al.* (2005) have found a mean phase of 115.7°, which is slightly lower than our results of 118.4°. Such differences can be explained by the fact that we do not use the same stations or the same number of stations and that most of the stations have a few degrees of phase error due to instrumental response uncertainties (Davis *et al.*, 2005).

Table 2 shows the results of the phases measurements for the 2005 Nias event; as the signal-to-noise ratio is smaller, we have fewer phase measurements; in particular, we can not resolve ${}_0S_2$ because it is below the noise level for most of the stations. We estimate the uncertainties in the phases measurements (see Tables 1 and 2) by testing different lengths in the time series or by changing the set of stations used in the inversion.

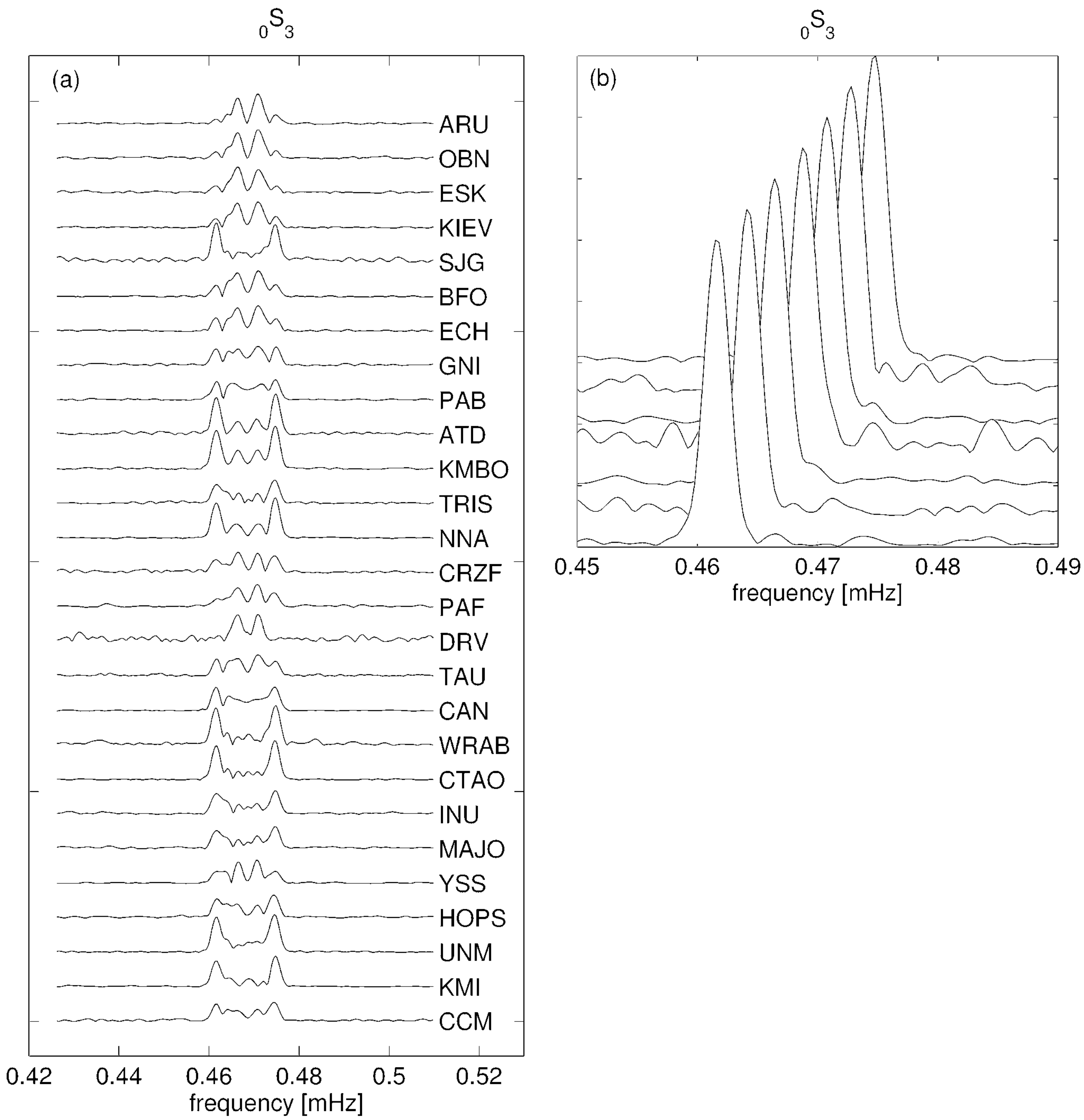


Figure 3. Example of acceleration spectra (a) and singlet strips (b) obtained for $_0S_3$ for the 2004 Sumatra event. For the singlet strips, singlet amplitudes are normalized to unity and the singlets are arranged in ascending azimuthal order, with the one with $m = -3$ in the front. For the acceleration spectra, the interval between two spectra corresponds to 1.5×10^{-6} m/sec^2/Hz.

Source Models

The 2004 Sumatran Earthquake. For the 2004 Sumatran event, we have performed an inversion assuming a unilateral rupture. This hypothesis is a good approximation as there is nearly no slip south of the epicenter, as shown by slip distribution models from other studies (e.g., Ammon *et al.*, 2005), back-projection studies (e.g., Ishii *et al.*, 2005), or hydroacoustic studies (e.g., Guilbert *et al.*, 2005; Tolstoy and Bohnenstiehl, 2005).

The inversion without tapering gives a rupture length of $L = 1150 \pm 100$ km and a duration of $T = 500 \pm 50$ sec. The results obtained from the inversion with a triangular taper are slightly longer, with a rupture length of $L = 1250 \pm$

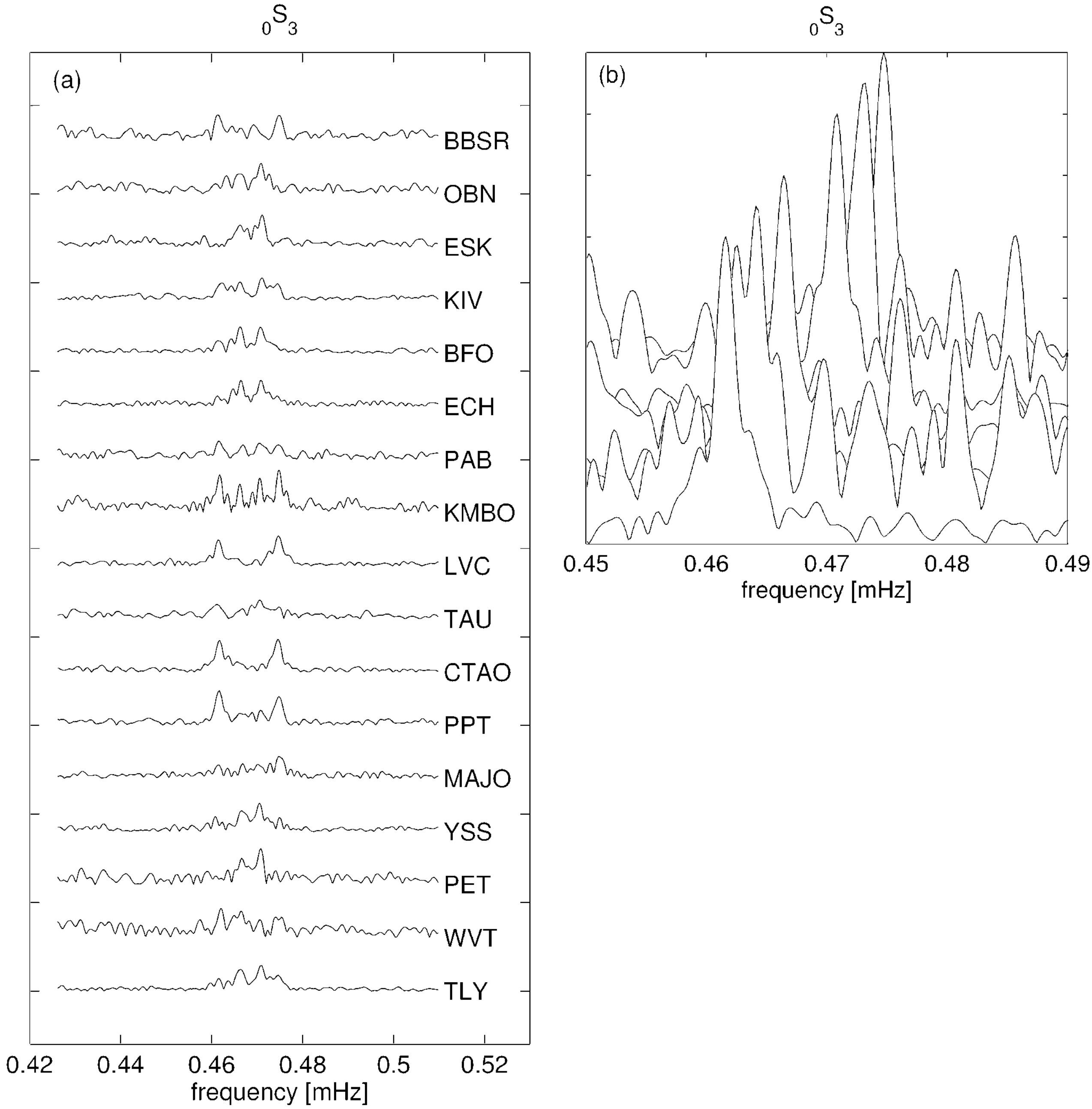


Figure 4. Example of acceleration spectra (a) and singlet strips (b) obtained for $_0S_3$ for the 2005 Nias event. For the singlet strips, singlet amplitudes are normalized to unity, and the singlets are arranged in ascending azimuthal order, with the one with $m = -3$ in the front. For the acceleration spectra, the interval between two spectra corresponds to 0.6×10^{-6} m/sec^2/Hz.

100 km and a duration of $T = 550 \pm 50$ sec. We can then deduce an average rupture velocity of about 2.3 ± 0.3 km/sec. Thus, the rupture velocity seems to be a more robust parameter than the length L or the duration T which are more model-dependent. The optimal solution is obtained for a taper with a summit centered at 375 km from the southern end of the fault, which corresponds to a latitude of about 5.8°. This position is in agreement with the distribution of slip from other detailed studies (Ammon *et al.*, 2005; Ishii *et al.*, 2005; Vigny *et al.*, 2005; Chlieh *et al.*, 2007), in particular, with the location of maximum slip along the fault, in the southern part of the rupture.

The rupture velocity found in this study is in good agreement with other studies: Ammon *et al.* (2005) found a

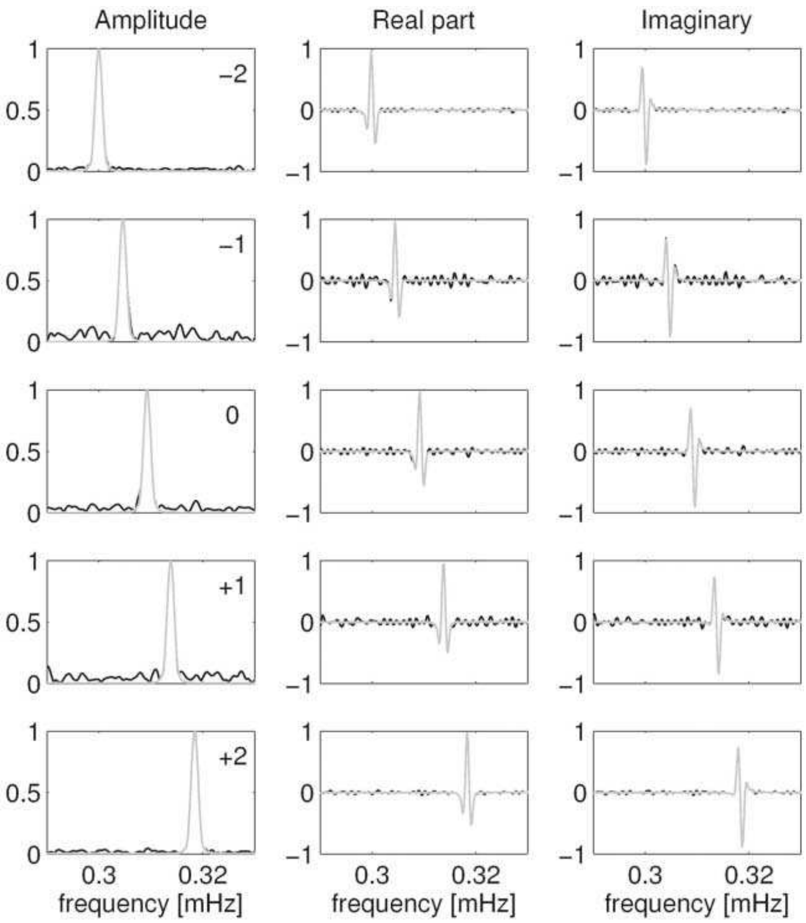


Figure 5. Singlet strips for the multiplet ${}_0S_2$ for the 2004 Sumatran event in terms of amplitude (left), real part (middle), and imaginary part (right). Data strips are in black and results obtained from the fitting process are in gray. Singlet harmonic degrees are indicated in the top right corner of each panel. Amplitudes are normalized to unity for all the singlets.

rupture velocity of 2.5 km/sec, Guilbert *et al.* (2005) have a rupture velocity varying from 2.7 to 2.0 km/sec from south to north, and Vallée (2007) found a mean rupture velocity of 2.1 km/sec with a velocity reaching 2.5 km/sec in the south part of the rupture. However Ishii *et al.* (2005) have a rupture velocity of 2.8 km/sec, which is slightly larger than our result; this may be because they used short-period data for their study. Tsai *et al.* (2005) also have larger rupture velocities varying from 4.1 km/sec to 2.0 km/sec between the segments of their model from south to north.

As we use only the gravest free oscillations, we obtain here only an overall picture of the rupture. Further higher-frequency modes may provide complementary information on the time source histories; but for these modes we have to introduce the effects due to the Earth's 3D structure, which are no longer insignificant. As our approach allows the separation of singlets more easily than in our previous study (Lambotte *et al.*, 2006), it may allow the study of higher-frequency spheroidal modes and some toroidal modes on the horizontal components.

The 2005 Nias Event. The 28 March 2005 Nias event occurs immediately south of the rupture of the 26 December 2004 Sumatran earthquake, along the subducting trench. It has a magnitude M_W of 8.6 and breaks the same region as the 1861 earthquake (the hypocenter is located at 2.1° N and 97° E at a depth of about 30 km with a dip of 7° and a strike of 329° [Harvard CMT]). Figure 1 shows the location of the Harvard CMT (the southern black and white focal sphere), and the location of the aftershocks having occurred up to December 2005 (red focal spheres). The aftershocks extend over a zone of more than 300 km. For this event, the south end of the rupture is located near the subducting Investigator Fracture Zone, precisely where a M_w 7.7 earthquake occurred in 1935 (Rivera *et al.*, 2002). This structure acted as a barrier to stop the rupture propagation in 2005 and played probably a similar role in 1861.

The rupture for this event is bilateral, predominantly toward the south. The length of the northern segment (L_n) is about 100 km and the southern one (L_s) is about 200 km (see Ammon *et al.*, 2005; Walker *et al.*, 2005; Briggs *et al.*, 2006; Konca *et al.*, 2007). Walker *et al.* (2005) use the data from the Global Seismic Network (GSN) and Hi-net (the Japanese Hi-sensitive Seismograph Network) to constrain the source kinematics. They find that the rupture starts propagating toward the north and, after a delay of 40 sec a second rupture front propagates toward the south. Other studies (Konca *et al.*, 2007) find a rupture that propagates at the same time toward the south and the north.

Table 1
Phase Measurements and Inversion Results for the 2004 Sumatra Earthquake

Mode	m	Period	Individual Spectral Fitting (Lambotte *et al.*, 2006) Φ (°)	Individual Spectral Fitting T_r (sec)	Individual Spectral Fitting L (km)	Singlet Stripping (This Study) Φ (°)	Singlet Stripping Global Inversion: Without Taper	Singlet Stripping Global Inversion: With Taper
${}_1S_0$	0	612.9	−120.7	411	—	−118.4 ± 1		
${}_0S_0$	0	1227.5	−67.6	460	—	−65.2 ± 0.5		
${}_1S_2$	0	1469.5	—	—	—	−56.4 ± 3		
${}_1S_2$	−2	1484.1	−63.1	483	1243	−62.6 ± 2		
${}_1S_2$	+2	1459.5	−55.8			−55.3 ± 2		
${}_0S_4$	−4	1558.2	—	—	—	−66.2 ± 2		$T = 550$ sec
${}_0S_4$	+4	1535.4	—			−50.8 ± 2		
${}_0S_3$	−1	2143.7	—	—	—	−46.4 ± 2	$T = 500$ sec	$L = 1250$ km
${}_0S_3$	+1	2123.9	—			−36.1 ± 2		
${}_0S_3$	−2	2154.5	−27.4	511	1190	−23.3 ± 2	$L = 1150$ km	Taper summit at 375 km from the southern end.
${}_0S_3$	+2	2115.0	−63.8			−68.4 ± 3		
${}_0S_3$	−3	2166.2	−48.9	500	1210	−47.6 ± 2		
${}_0S_3$	+3	2106.5	−35.0			−35.6 ± 1		
${}_0S_2$	0	3233.3	−28.2	512	—	−28.5 ± 1		
${}_0S_2$	−1	3282.1	—	—	—	−38.7 ± 3		
${}_0S_2$	+1	3185.6				−18.9 ± 3		
${}_0S_2$	−2	3334.0	−34.6	532	1254	−32.9 ± 2		
${}_0S_2$	+2	3140.3	−24.4			−24.6 ± 1		

A comparison is made between the results of this study using singlet stripping and our previous results (Lambotte *et al.*, 2006) using individual spectral fitting. For each mode, the measured initial phase Φ is given, as well as the rupture length L and duration T_r obtained from the inversion. The phases for ${}_1S_2$ are obtained from the horizontal components; the results for all the other modes are obtained from vertical components. For the inversion with a triangular taper, the best solution has the summit of the taper at 375 km from the southern end of the fault, which corresponds to a latitude of about 5.8° N.

Table 2
Phase Measurements and Results of the Inversion for the 2005 Nias Earthquake

Mode	m	Period	Φ (°)
${}_1S_0$	0	612.9	−34.6 ± 1
${}_0S_0$	0	1227.5	−20.9 ± 1
${}_0S_3$	−1	2143.7	−12.6 ± 2
${}_0S_3$	+1	2123.9	−10.4 ± 2
${}_0S_3$	−3	2166.2	−11.3 ± 1
${}_0S_3$	+3	2106.5	−14.9 ± 2
${}_0S_4$	0	1544.9	−9.5 ± 3
${}_0S_4$	−2	1551.1	−10.4 ± 4
${}_0S_4$	+2	1539.7	−9.9 ± 4
${}_0S_4$	−4	1558.2	−8.7 ± 2
${}_0S_4$	+4	1535.4	−14.5 ± 2

For each mode (or pair of modes), the measured initial phases Φ are given.

Table 2 collects the available phase measurements for this event. Being a bilateral rupture, even the most simple nontapered model will typically require five parameters (L_n, L_s, T_n, T_s, τ [delay]), and neither the quantity of data nor their quality allow us to envision an inversion. We then simply proceed to make some very simple forward modeling motivated by the models quoted earlier. A model A in which two segments ($L_n = 100$ km and $L_s = 200$ km) break simultaneously toward the north and south, respectively, at a uniform rupture velocity of 3.0 km/sec. On the other hand, we test a model B with the same geometry and rupture velocity as A, but with a delay of $\tau = 40$ sec like in the Walker *et al.* (2005) model. For each one of these models we calculate a set of predicted phases and from these the average misfit (6). The results are $G_A = 8.2°$ and $G_B = 2.8°$. Given the phase measurement errors (see Table 2), we conclude that model B, which includes the 40-sec delay, predicts significantly better our measurements.

Concerning the spatial extent of the rupture, we have however two strong handicaps for this event. On one hand, for a bilateral rupture, the effect of the spatial finiteness of the two segments tend to cancel each other, letting to a strong positive trade-off between the lengths of the two segments. On the other hand, we can use relation (4) of Lambotte *et al.* (2006) to estimate the order of magnitude of the phase effects (ϕ_T and ϕ_L) associated with duration and length of the source. Using $T = 100$ sec, and $L = 200$ km as representative values for the case at hand, we obtain $8° \lesssim \phi_T \lesssim 30°$ and $-1.5° \lesssim \phi_L \lesssim 1.5°$ for the available singlets. The values for ϕ_L are clearly comparable to our phase-error estimates. Consequently, for the Nias fault we can't properly constrain the spatial dimensions (and therefore the rupture velocity).

Conclusion

In this study, we take advantage of the singlet-stripping technique, usually used to study the Earth's 3D structure, to measure the phase of the singlets of some well-split multi-

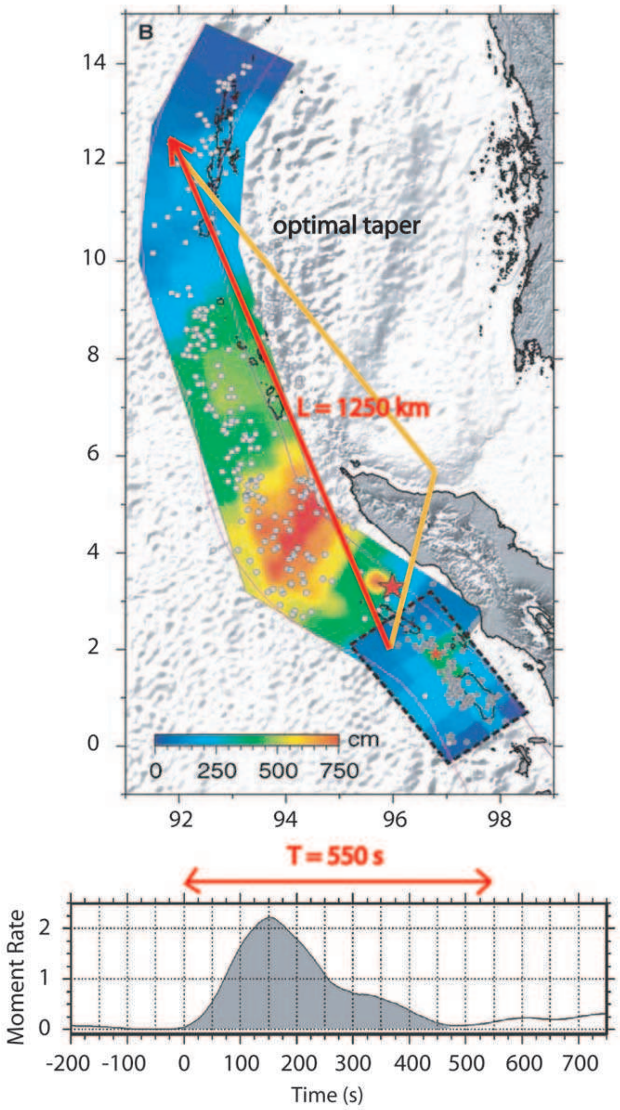


Figure 6. Comparison of the inversion best solution (rupture duration and length, and location of the summit of the taper) with the slip distribution model of Ammon *et al.* (2005).

plets (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, and ${}_1S_0$). As shown by Lambotte *et al.* (2006), these phase measurements can be used to characterize the overall kinematics of the source of large earthquakes ($M_w \geq 8$). More precisely, the initial phases of the well-separated split multiplets carry information on the rupture length and the source duration, and consequently on the mean rupture velocity. Usually for the gravest modes, only the amplitudes are studied to constrain the source mechanism and the seismic moment. Phases are seldom explicitly considered. We apply this technique to constrain the 2004 Sumatra and 2005 Nias earthquakes. Data used are from broadband seismometers of permanent worldwide networks and superconducting gravimeters from GGP network; mainly vertical components are studied.

In comparison with the individual iterative spectral fitting method used in a previous study (Lambotte *et al.*, 2006), the singlet-stripping method used here allows us to relax some constraints such as those having very long time series. This method allows us to study some higher frequency modes (${}_0S_4$) and to use more stations than previously.

For the 2004 Sumatra earthquake, with the phase estimations of some of the gravest Earth's free oscillations (${}_0S_2$, ${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_1S_2$, ${}_0S_0$, and ${}_1S_0$), we find a rupture length of 1250 ± 100 km, a source time duration of 550 ± 50 sec, and a mean rupture velocity of 2.3 ± 0.3 km/sec. These results are in agreement with other studies using short and long-period seismological data, GPS data, and hydroacoustical data. To take into account the complexity of the slip distribution, we introduce a triangular taper in the inversion, and the optimal solution gives a summit around 5.8° N in agreement with the global slip distribution from others studies.

For the 2005 Nias event, the signal-to-noise ratio is clearly not as good as for 2004 and consequently we have a reduced dataset (${}_0S_3$, ${}_0S_4$, ${}_0S_0$, and ${}_1S_0$). The rupture of the 2005 Nias earthquake is more complex and at least two segments with rupture propagation in opposite directions should be considered. A model in which a first rupture to the north is followed ≈40 sec later by a second, longer, rupture to the south correctly predicts our phase measurements. Unfortunately, the bilateral nature of the rupture, and its spatial dimensions prevent us of constraining the rupture length.

Acknowledgments

We are grateful to Geoscope, IRIS, GGP, IU, Berkeley, and IC for supplying high-quality data. We also acknowledge G. Masters for making MINOS available for the calculation of eigenfrequencies and eigenfunctions. We benefited from a very careful review by Meredith Nettles.

References

Ammon, C. J., J. Chen, H. K. Thio, D. Robinson, S. Ni, V. Hjorleifsdottir, H. Kanamori, T. Lay, S. Das, D. Helmberger, G. Ichinose, J. Polet, and D. Wald (2005). Rupture process of the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake, *Science* **308,** 1133–1139.

Banerjee, P., F. F. Pollitz, and R. Bürgmann (2005). The size and duration of the Sumatra-Andaman earthquake from far-field static offsets, *Science* **308,** 1769–1772.

Ben-Menahem, A., and S. J. Singh (1980). *Seismic Waves and Sources*, Second Ed., Dover Publications, Mineda, New York.

Bilham, R., R. Engdahl, N. Feldl, and S. P. Satyabala (2005). Partial and complete rupture of the Indo-Andaman plate boundary 1847-2004, *Seism. Res. Lett.* **76,** 299–311.

Briggs, R. W., K. Sieh, A. J. Meltzner, D. Natawidjaja, J. Galetzka, B. Suwargadi, Y.-J. Hsu, M. Simons, N. Hananto, I. Suprihanto, D. Prayudi, J.-P. Avouac, L. Prawirodirdjo, and Y. Bock (2006). Deformation and slip along the Sunda megathrust in the great 2005 Nias-Simeulue earthquake, *Science* **311,** 1897–1901.

Chlieh, M., J.-P. Avouac, V. Hjorleifsdottir, T.-R. A. Song, C. Ji, K. Sieh, A. Sladen, H. Hebert, L. Prawirodirdjo, Y. Bock, and J. Galetzka (2007). Coseismic slip and afterslip of the great (Mw 9.15) Sumatra-Andaman earthquake of 2004, *Bull. Seism. Soc. Am.* **97,** no. 1A, S152–S173.

Crossley, D., O. Jensen, and J. Hinderer (1995). Effective barometric admittance and gravity residuals, *Phys. Earth Planet. Interiors* **90,** 221–241.

Dahlen, F. A. (1982). The effect of data windows on the estimation of free oscillation parameters, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **69,** 537–549.

Dahlen, F. A., and R. Sailor (1979). Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **58,** 609–623.

Davis, P., M. Ishii, and G. Masters (2005). An assessment of the accuracy of gsn sensor response information. *Seism. Res. Lett.* **76,** no. 6, 678–683.

Dziewonski, A., and D. L. Anderson (1981). Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet Interiors* **25,** no. 4, 297–356.

Dziewonski, A. M., and B. A. Romanowicz (1977). An exact solution to the problem of excitation of normal modes by a propagating fault. Lincoln Laboratories, Massachusetts Institute of Technology, Semi-annual Report, 88–90.

Engdahl, E. R., R. van der Hilst, and B. Raymond (1998). Global teleseismic earthquake relocation with improved travel times and procedures for depth determination, *Bull. Seism. Soc. Am.* **88,** 722–743.

Fitch, T. J. (1972). Plate convergence, transcurrent faults and internal deformation adjacent to Southeast Asia and the western Pacific, *J. Geophys. Res.* **77,** 4432–4460.

Gilbert, F. (1980). An introduction to low-frequency seismology, in *Fisica dell'interno della Terra, Rendiconti della Scuola Internazionale di Fisica "Enrico Fermi"*, A. M. Dziewonski and E. Boschi (Editors), course LXXVII, North-Holland, Amsterdam, 41–81.

Gilbert, F., and A. Dziewonski (1975). An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, **278,** 187–269.

Global Centroid Moment Tensor (CMT) Project catalog search, www.globalcmt.org/CMTsearch.html (last accessed December 2005).

Guilbert, J., J. Vergoz, E. Schisselé, A. Roueff, and Y. Cansi (2005). Use of hydroacoustic and seismic arrays to observe rupture propagation and source extent of the $m_w = 9.0$ Sumatra earthquake, *Geophys. Res. Lett.* **32,** L15310, doi 10.1029/2005GL022966.

Gundmudsson, O., and M. Sambridge (1998). A regionalized upper mantle (rum) seismic model, *J. Geophys. Res.* **103,** 7121–7136.

Hinderer, J., and D. Crossley (2004). Scientific achievements from the first phase (1997–2003) of the global geodynamics project using a worldwide network of supeconducting gravimeters, *J. Geodyn.* **38,** no. 3–5, 237–262.

Ishii, M., P. M. Shearer, H. Houston, and J. E. Vidale (2005). Extent, duration, and speed of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake imaged by the Hi-Net array, *Nature* **435,** 933–936.

Konca, A. O., V. Hjorleifsdottir, T.-R. A. Song, J.-P. Avouac, D. V. Helmberger, C. Ji, K. Sieh, R. Briggs, and A. Meltzner (2007). Rupture kinematics of the 2005, Mw 8.6, Nias-Simeulue earthquake from the joint inversion of seismic and geodetic data, *Bull. Seism. Soc. Am.* **97,** no. 1A, S307–S322.

Lambotte, S., L. Rivera, and J. Hinderer (2006). Rupture length and duration of the 2004 Aceh-Sumatra earthquake from the phases of the Earth's gravest free oscillations, *Geophys. Res. Lett.* **33,** L023307, doi 10.1029/2005GL024090.

Lay, T., H. Kanamori, C. J. Ammon, M. Nettles, S. Ward, R. C. Aster, S. L. Beck, M. L. Brudzinski, R. Butler, H. R. DeShon, G. Ekström, and S. Sipkin (2005). The great Sumatra-Andaman earthquake of 26 December 2004, *Science* **308,** 1127–1133.

Lomax, A. (2005). Rapid estimation of rupture extent for large earthquakes: Application to the 2004, M9 Sumatra-Andaman mega-thrust, *Geophys. Res. Lett.* **32,** L10314, doi 10.1029/2005GL022437.

McCaffrey, R., P. Zwick, Y. Bock, L. Prawirodirdjo, J. Genrich, S. S. O. Puntodewo, and C. S. Ubarya (2000). Strain partitioning during oblique plate convergence in northern sumatra: Geodetic and seismologic constraints and numerical modeling, *J. Geophys. Res.* **105,** 28,363–28,376.

Newcomb, K. R., and W. R. McCann (1987). Seismic history and seismotectonics of the Sunda arc, *J. Geophys. Res.* **92,** 421–439.

Ni, S., H. Kanamori, and D. Helmberger (2005). Energy radiation from the Sumatra earthquake, *Nature* **434,** 582.

Park, J., T. R. A. Song, J. Tromp, E. Okal, S. Stein, G. Roult, E. Clevede, G. Laske, H. Kanamori, P. Davis, J. Berger, C. Braitenberg, M. Van Camp, X. Lei, H. Sun, H. Xu, and S. Rosat (2005). Earth's free oscillations excited by the 26 December 2004 Sumatra-Andaman earthquake, *Science* **308,** 1139–1144.

Prawirodirdjo, L., Y. Bock, J. F. Genrich, S. S. O. Puntodewo, J. Rais, C. Subarya, and S. Sutisna (2000). One century of tectonic deformation along the Sumatran fault from triangulation and Global Positioning System surveys, *J. Geophys. Res.* **105,** 28,343–28,361.

Ritzwoller, M., G. Masters, and F. Gilbert (1986). Observations of anomalous splitting and their interpretation in terms of aspherical structure, *J. Geophys. Res.* **91,** 10,203–10,228.

Rivera, L., K. Sieh, D. Helmberger, and D. Natawidjaja (2002). A comparative study of the Sumatran subduction-zone earthquakes of 1935-1984, *Bull. Seism. Soc. Am.* **92,** 1721–1736.

Stein, S., and E. Okal (2005). Speed and Size of the Sumatra Earthquake, *Nature* **434,** 581.

Stein, S., and E. A. Okal (2007). Ultralong period seismic study of the December 2004 Indian Ocean earthquake and implications for regional tectonics and the subduction process, *Bull. Seism. Soc. Am.* **97,** no. 1A, S279–S295.

Tarantola, A. (1987). *Inverse Problem Theory*, Elsevier, Amsterdam.

Tolstoy, M., and D. R. Bohnenstiehl (2005). Hydroacoustic constraints on the rupture, duration, length, and speed of the great Sumatra-Andaman earthquake, *Seism. Res. Lett.* **76,** 419–425.

Tsai, V. C., M. Nettles, G. Ekström, and A. M. Dziewonski (2005). Multiple CMT source analysis of the 2004 Sumatra earthquake, *Geophys. Res. Lett.* **32,** L17304, doi 10.1029/2005GL023813.

Vallée, M. (2007). Rupture properties of the giant Sumatra earthquake imaged by empirical Green function analysis, *Bull. Seism. Soc. Am.* **97,** no. 1A, S103–S114.

Vigny, C., W. J. F. Simons, S. Abu, R. Banphenyu, C. Satirapod, N. Choosakul, C. Subarya, A. Socquet, K. Omar, H. Z. Abidin, and B. A. C. Ambrosius (2005). Insight into the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from GPS measurements in southeast Asia, *Nature* **436,** 201–206.

Wahr, J. M. (1981). Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **64,** 677–703.

Walker, K. T., M. Ishii, and P. M. Shearer (2005). Rupture details of the 28 March 2005 Sumatra Mw 8.6 earthquake imaged with teleseismic P waves, *Geophys. Res. Lett.* **32,** L24303, doi 10.1029/2005 GL024395.

Widmer, R. (1991). The large-scale structure of the deep earth as constrained by free oscillations observations, *Ph.D. Thesis*, University of California, San Diego.

Widmer, R., G. Masters, and F. Gilbert (1992). Observable split multiplets: data analysis and interpretation in terms of large-scale aspherical structure, *Geophys. J. Int.* **111,** 559–576.

Woodhouse, J. H. (1988). The calculation of eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the Earth and the Sun, in *Seismological Algorithms, Computational Methods and Computer Programs*, D. J. Doornbos (Editor), Springer, New York, 321–370.

Institut de Physique du Globe (UMR CNRS-ULP 7516)
67084 Strasbourg, France
Sophie.Lambotte@eost.u-strasbg.fr

Manuscript received 18 January 2006.