



Thèse pour l'obtention du grade de  
Docteur de l'Université Louis Pasteur  
Strasbourg

Spécialité Astrophysique

Par Maxime VIALLET

# Irradiation de l'environnement et instabilités du disque d'accrétion dans les systèmes binaires et les noyaux actifs de galaxies

Soutenue publiquement le 10 juillet 2008

## Jury

Directeur de thèse : Dr. Jean-Marie HAMEURY, Observatoire de Strasbourg  
Rapporteur interne : Pr. Jean HEYVAERTS, Observatoire de Strasbourg  
Rapporteur externe : Pr. Andrew KING, University of Leicester  
Rapporteur externe : Pr. Michel RIEUTORD, Université Paul-Sabatier, Toulouse  
Examineur : Dr. Jean-Pierre LASOTA, IAP, Paris  
Examineur : Dr. Isabelle BARAFFE, CRAL, Lyon



---

## Résumé

Le modèle de l'instabilité du disque des novae naines et des transitoires X molles explique les caractéristiques principales des courbes de lumières. La version standard du modèle fait l'hypothèse que le taux de transfert de la secondaire reste constant pendant le cycle des éruptions. Cependant, une variation du taux de transfert pendant une éruption pourrait être un ingrédient essentiel du modèle et permettrait d'améliorer ses prédictions. Toutefois il n'existe pas à ce jour de modèle physique décrivant cet effet.

Cette thèse s'intéresse à différents mécanismes pouvant amener à une augmentation du taux de transfert. Chauffer le gaz près du point  $L_1$  est un moyen efficace d'obtenir une telle augmentation. Nous nous sommes tout d'abord intéressés à l'irradiation de la secondaire. Pendant une éruption, nous montrons qu'une circulation transportant de la matière des régions de hautes latitudes, irradiées, vers la région du point  $L_1$ , nichée dans l'ombre du disque, se forme. Cependant le transport de chaleur est inefficace. L'existence même d'une circulation au point  $L_1$  pourrait néanmoins contribuer à augmenter le taux de transfert par un facteur  $\lesssim 10$ . Nous avons ensuite déterminé le chauffage du point  $L_1$  par le bord externe du disque d'accrétion, lui-même chauffé par les effets de marée ; le flux de chauffage résultant n'est pas significatif. Nous montrons ensuite que dans les transitoires X, la fraction de la luminosité d'accrétion rétro-diffusée par le milieu environnant du disque pourrait engendrer un chauffage de  $L_1$  significatif. Dans les novae naines, cet effet est complètement négligeable. Enfin, nous déterminons comment le chauffage affecte la structure de l'atmosphère de la secondaire et quel est l'augmentation du taux de transfert résultante. Nous montrons que l'effet dépend fortement de la nature du rayonnement incident.

A côté du travail sur les systèmes binaires, nous présentons des résultats concernant l'application du modèle de l'instabilité du disque aux disques d'AGNs. Ces disques possèdent des régions instables, mais l'instabilité ne module pas de manière significative le taux d'accrétion sur le trou noir central. Nous montrons que la prise en compte de l'irradiation ne change pas cette conclusion et qu'elle est loin de jouer le même rôle que dans les transitoires X.

## Abstract

The disc instability model of dwarf nova and soft X-ray transient outbursts successfully explains the gross features of the observed lightcurves. In its standard form, it is assumed that the mass transfer rate from the secondary remains constant. It is however possible that mass transfer variations are an important missing ingredient of the model, enabling to fix some of its deficiencies. However, there is yet no physical model describing how such a mass transfer enhancement could take place.

This thesis focuses on different mechanisms that could lead to an increase in the mass transfer rate. An efficient way to increase mass transfer is to heat up the  $L_1$  region. We first focus on the irradiation of the secondary, which has often been suggested to lead to a substantial mass transfer enhancement. Despite the formation of a strong flow from hot regions toward the  $L_1$  region, which is shaded by the accretion disc, no heat is effectively transported during an outburst. The strong surface flow in the  $L_1$  point could however lead to a moderate increase in the mass transfer. We then show how the rim of the accretion disc, which is itself heated by tidal dissipation, can heat the  $L_1$  point directly. The resulting heating is however not very significant. We show that in soft X-ray transients, the enviroing medium could back-scattered a significant fraction of the accretion luminosity toward  $L_1$ , whereas in dwarf novae it is negligible. Finally, we determine how an heating flux affects the secondary atmosphere and what is the resulting mass transfer enhancement. We show that this strongly depends on the nature of the incident radiation.

In a different context, we also present results concerning the disc instability model applied to AGNs discs. There exists an unstable region in these discs, but the instability is not efficient in moduling the mass accretion rate onto the supermassive blackhole. We show that including irradiation of the disc does not change this conclusion. In this case, irradiation is far from playing the same role as in soft X-ray transients.

---

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Marie pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et pour la qualité de son encadrement.

Merci aux membres de mon jury d'avoir accepté de consacrer un peu de leur temps à mon travail.

Je remercie bien évidemment mes parents pour leur soutien moral et (surtout) financier tout au long des études qui ont précédé ma thèse.

Merci à Irit Idan pour son aide précieuse sur le code ATLAS 12.

Merci à toutes les personnes avec qui j'ai eu l'occasion de partager le bureau à un moment ou un autre de mon séjour à l'observatoire. Je me souviendrai particulièrement de la période passée dans le bureau de Patrick Guillout (pour l'odeur des sandwiches au salami), ainsi que la dernière période passée avec mes deux collègues thésards Fabien Grisé et Alexis Klutsch. D'ailleurs, ils s'unissent à moi pour remercier Patrick pour ses visites régulières qui ont souvent tourné à la franche rigolade.

Merci aux membres de l'équipe des hautes énergies, notamment à Jean Heyvaerts pour avoir accepté d'être le rapporteur interne de ma thèse.

Merci à Laurence et Adriana pour qui j'ai eu beaucoup de plaisir à préparer le thé (je crains qu'il faille bientôt recruter quelqu'un d'autre pour cette tâche).

Merci à Hubert pour notre collaboration qui fut une expérience très enrichissante et pour les diverses discussions que nous avons eu ces dernières années.

Merci à tous les étudiants auxquels j'ai eu le plaisir d'enseigner durant ma thèse.

Merci à Bruno pour m'avoir rendu service à de multiples occasions (en particulier pour m'avoir réparé ma selle de vélo).

Un grand merci à tous les doctorants, stagiaires et les autres personnes que j'ai eu l'occasion de côtoyer pendant ma thèse. Merci à Jean-Julien Fleck pour son script `mktthese` qui m'a fait gagner un temps précieux dans la rédaction de ce manuscrit.

# Table des matières

	<b>I Introduction</b>	<b>1</b>
1.	Aspects historiques . . . . .	1
2.	Les variables cataclysmiques et les binaires X de faible masse : caractéristiques observationnelles . . . . .	2
2.1.	Les variables cataclysmiques . . . . .	2
2.2.	Les binaires X de faible masse . . . . .	2
3.	Généralités sur les systèmes binaires en interaction . . . . .	3
3.1.	Géométrie de Roche . . . . .	4
3.2.	Transfert de masse par débordement du lobe de Roche . . . . .	5
3.3.	Systèmes magnétisés / non-magnétisés . . . . .	6
3.4.	Synthèse . . . . .	6
4.	Le disque d'accrétion . . . . .	7
4.1.	Formation du disque . . . . .	7
4.2.	Le couple visqueux . . . . .	8
4.3.	Le disque mince . . . . .	8
4.4.	Paramétrisation $\alpha$ de la viscosité - origine physique de la viscosité . . . . .	9
4.5.	Echelles de temps dans le disque . . . . .	10
4.5.1.	Le temps dynamique . . . . .	10
4.5.2.	Le temps visqueux . . . . .	11
4.5.3.	Le temps thermique . . . . .	11
4.5.4.	Hierarchie des échelles de temps dans un disque mince . . . . .	11
4.6.	Instabilités dans les disques d'accrétion . . . . .	11
4.6.1.	Instabilité thermique . . . . .	11
4.6.2.	Instabilité visqueuse . . . . .	12
4.6.3.	Instabilité excentrique . . . . .	12
5.	Les novae naines et les transitoires X molles : caractéristiques observationnelles . . . . .	12
5.1.	Les novae naines . . . . .	12
5.1.1.	Les systèmes de type U Gem . . . . .	13
5.1.2.	Les systèmes de type Z Cam . . . . .	13
5.1.3.	Les systèmes de type SU UMa . . . . .	15
5.2.	Les transitoires X molles . . . . .	16
6.	Les modèles d'éruptions . . . . .	17
6.1.	Le modèle d'instabilité du transfert de masse (MITM) . . . . .	17
6.1.1.	Modèle d'instabilité intrinsèque à la secondaire . . . . .	17
6.1.2.	Modèle d'instabilité extrinsèque à la secondaire . . . . .	18
6.2.	Le modèle d'instabilité du disque . . . . .	18
6.2.1.	Le cycle limite du disque . . . . .	18
6.2.2.	Application aux novae naines . . . . .	19
6.2.3.	Application aux transitoires X molles . . . . .	22
7.	Les disques d'accrétion dans d'autres contextes . . . . .	25
8.	Problématique de la thèse . . . . .	26
	Références . . . . .	28

<b>II L'irradiation de la secondaire amène-t-elle à une augmentation du taux de transfert ?</b>	<b>31</b>
1. Problématique . . . . .	31
2. Description du modèle physique . . . . .	33
2.1. Paramètres physiques des systèmes étudiés . . . . .	33
2.2. Considérations géométriques . . . . .	33
2.3. Traitement de l'irradiation . . . . .	35
2.4. Formulation des équations . . . . .	37
2.4.1. Les équations d'Euler : formulation générale . . . . .	37
2.4.2. Ecriture des équations dans un système de coordonnées curvilignes . . . . .	38
2.4.3. Formulation finale . . . . .	39
3. Résolution numérique des équations . . . . .	40
3.1. Méthode numérique . . . . .	40
3.2. Domaine d'intégration . . . . .	41
3.3. Déroulement d'une simulation . . . . .	41
4. Résultats . . . . .	42
4.1. Modèle n°1 : les systèmes de type SU UMa . . . . .	42
4.2. Modèles n°2 & n°3 : Les systèmes de type U Gem et Z Cam . . . . .	47
4.3. Conséquences sur le transfert de masse . . . . .	47
4.4. Cas des transitoires X molles . . . . .	48
5. Conclusion . . . . .	49
Références . . . . .	50
 <b>III Chauffage du point <math>L_1</math> : d'autres possibilités</b>	
	<b>51</b>
1. Introduction . . . . .	51
2. Préliminaire : chauffage du bord du disque par la dissipation de marée . . . . .	51
2.1. Prescription de type « mur rigide » pour les effets de marée . . . . .	51
2.2. Chauffage du bord externe du disque . . . . .	52
2.2.1. Calcul du couple de marée . . . . .	52
2.2.2. Luminosité de marée - Température effective du bord du disque . . . . .	53
2.3. Application aux disques de novae naines . . . . .	54
3. Chauffage du point $L_1$ par le bord du disque . . . . .	56
4. Chauffage du point $L_1$ par diffusion de la luminosité d'accrétion . . . . .	57
4.1. Cas des novae naines : rétro-diffusion par un vent . . . . .	57
4.2. Cas des transitoires X : rétro-diffusion par une couronne et/ou un vent . . . . .	58
5. Conclusion . . . . .	60
Références . . . . .	61
 <b>IV Augmentation du taux de transfert induite par chauffage du point <math>L_1</math></b>	
	<b>63</b>
1. Introduction . . . . .	63
2. Structure verticale de la secondaire en quiescence . . . . .	63
3. Structure verticale de la secondaire pendant une éruption . . . . .	65
4. Pénétration d'un flux de chauffage incident dans l'atmosphère de la secondaire . . . . .	67
5. Conclusion . . . . .	71
Références . . . . .	72
 <b>V Les AGNs : des disques transitoires en éruption ?</b>	
	<b>73</b>
1. L'instabilité thermo-visqueuse dans le contexte des disques d'AGNs . . . . .	73
2. Disque de binaire vs disque d'AGN . . . . .	73
3. Disque non-irradié . . . . .	74
3.1. Courbes d'équilibre thermique . . . . .	74
3.2. Evolution temporelle . . . . .	75
4. Disque irradié . . . . .	79
4.1. Courbes d'équilibre thermique . . . . .	79
4.2. Température d'irradiation . . . . .	79

4.3. Evolution temporelle . . . . .	80
5. Conclusion . . . . .	85
Références . . . . .	86
<b>Conclusion</b>	<b>87</b>
Références . . . . .	90
<b>Annexes</b>	<b>91</b>
<b>A Tableau récapitulatif des paramètres physiques des systèmes étudiés</b>	<b>93</b>
Références . . . . .	94
<b>B Equations du modèle de l'instabilité du disque</b>	<b>95</b>
a. Equations de la structure verticale du disque . . . . .	95
b. Equations de la structure radiale du disque . . . . .	96
c. Code numérique . . . . .	97
Références . . . . .	98
<b>C Le schéma TVD-MacCormack</b>	<b>99</b>
a. Loi de conservation scalaire . . . . .	99
b. Système d'équations hyperboliques . . . . .	102
b.1. Etapes de prédiction/correction . . . . .	102
b.2. Etape TVD . . . . .	102
b.3. Application aux équations d'Euler . . . . .	104
b.3.1. Implémentation . . . . .	104
b.3.2. Test . . . . .	106
Références . . . . .	107
<b>D Calcul de <math>\omega</math> (équation III.13) et <math>F</math> (équation III.19)</b>	<b>109</b>
a. Calcul de l'angle solide $\omega$ . . . . .	109
b. Calcul du flux rétro-diffusé $F$ . . . . .	110
<b>E Article 1</b>	<b>113</b>
<b>F Article 2</b>	<b>125</b>
<b>G Article 3</b>	<b>137</b>



# Introduction

## 1. Aspects historiques

Les étoiles sont loin d'être des astres immuables tels que les grecs pouvaient le concevoir. En effet, la grande majorité des étoiles dans le ciel présentent des variations de luminosité de diverses amplitudes sur des échelles de temps variées. Les supernovae sont les événements les plus spectaculaires (certaines peuvent être suffisamment brillantes pour être visibles à l'oeil nu de jour), mais elles restent des événements très rares. Avec l'utilisation des plaques photographiques, vers la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, les astronomes découvrirent de nombreuses étoiles dont la luminosité variait brutalement et de manière significative à certaines époques d'observation. Ils les appelèrent «novae», car on pensa tout d'abord qu'elles marquaient la naissance d'une nouvelle étoile. En effet, leur luminosité est multipliée par près de 10000 en l'espace de quelques jours, donnant l'impression qu'une nouvelle étoile était apparue dans le ciel. Les novae sont moins rares que les supernovae et peuvent être suffisamment brillantes pour être vues à l'oeil nu, il y eut par exemple sept novae au 20<sup>ème</sup> siècle qui ont atteint la magnitude 2. Au courant du 19<sup>ème</sup> siècle, un autre type d'étoiles variables a rapidement attiré l'attention car ces étoiles présentaient des variations de luminosité régulières dans le temps. La première étoile de ce type qui fut découverte est U Geminorum. Ces étoiles furent appelées «novae naines», car l'augmentation de la luminosité, d'un facteur 100 et durant quelques jours, est moins importante que dans les novae. C'est dans la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle que l'on comprit qu'en réalité les novae et novae naines étaient un même type d'objet astronomique : un système binaire où une naine blanche accrete de la matière d'une étoile secondaire. On appela ces systèmes des «variables cataclysmiques». Le lecteur pourra consulter Warner (2003) pour une revue exhaustive sur ces objets.

La deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle vit aussi la naissance de l'astronomie X. C'est en 1962 que l'on détecta, grâce à un compteur Geiger installé dans une fusée, la première source de rayons X extra-solaire, Scorpius X-1. Grâce à la mise en orbite de télescopes spatiaux de plus en plus performants, l'astronomie X est devenue depuis un domaine spécifique de l'astrophysique. On connaît maintenant de nombreuses sources X dans notre galaxie, dont une certaine classe ressemble de près aux variables cataclysmiques : ce sont les binaires X de faible masse. Comme les variables cataclysmiques, ce sont des systèmes binaires où une étoile transfère de la masse sur un astre compact, à la différence que c'est une étoile à neutrons ou un trou noir qui accrete la matière. Ces deux objets étant plus compacts qu'une naine blanche, l'énergie libérée est plus importante et l'émission se situe dans les rayons X. Si la plupart des binaires X de faible masse sont «persistantes», certaines appelées «transitoires X molles» sont quasiment indétectables pendant une période pouvant aller de quelques mois à quelques années, puis deviennent subitement aussi brillantes que les systèmes persistants. Après quelques mois, le système transitoire retourne dans son état quiescent. Le lecteur pourra trouver une revue détaillée sur les binaires X dans Lewin *et al.* (1997).

La source d'énergie des variables cataclysmiques et des binaires X de faible masse est l'accrétion de matière sur un astre compact. L'accrétion correspond à la conversion de l'énergie potentielle du gaz en énergie lumineuse rayonnée par le système. Dans la plupart des cas, le flot d'ac-

création prend la forme d'un disque autour de l'astre compact. L'accrétion est un processus que l'on retrouve dans bien d'autres contextes, notamment dans celui des noyaux actifs de galaxie où l'accrétion sur un trou noir super-massif permet d'expliquer la luminosité de ces systèmes.

Il est remarquable que le paradigme «astre compact accrétant + étoile perdant de la masse» ait permis d'unifier deux types d'objets ayant des propriétés observationnelles très différentes (les variables cataclysmiques et les binaires X de faible masse ont été découvertes à près d'un siècle d'intervalle). Nous verrons qu'un autre paradigme, faisant intervenir une instabilité du disque d'accrétion, a permis d'unifier aussi les novae naines et les transitoires X molles.

## 2. Les variables cataclysmiques et les binaires X de faible masse : caractéristiques observationnelles

### 2.1. LES VARIABLES CATACLYSMIQUES

L'émission dans le rouge et l'infrarouge des variables cataclysmiques provient surtout de la secondaire, qui est une étoile de type tardif (Beuermann *et al.* 1998). Le disque d'accrétion rayonne essentiellement dans le visible et l'ultraviolet, tandis que la naine blanche peut être détectée dans l'ultraviolet extrême et éventuellement dans les X. La luminosité de ces systèmes provient essentiellement de l'accrétion :

$$L_{\text{acc}} = \frac{GM_1\dot{M}}{R_1} \sim 10^{33-34} \text{ erg s}^{-1} \quad (\text{I.1})$$

où  $M_1$  et  $R_1$  sont la masse et le rayon de la naine blanche.

L'étude de la distribution en période orbitale des variables cataclysmiques montrent une quasi absence de systèmes de période inférieure à 80 minutes, une déficience de systèmes entre environ 2 et 3 heures, et enfin une période maximale de l'ordre de 10 heures.

Les variables cataclysmiques se scindent en plusieurs sous-familles selon la morphologie de la courbe de lumière :

1. Les *novae classiques* sont les systèmes dont on a observé *une* éruption, c'est-à-dire une augmentation substantielle de la luminosité ayant une durée limitée dans le temps. La luminosité peut augmenter de 6 à 19 magnitudes ; l'amplitude de l'éruption est anti-corrélée avec sa durée : les éruptions de grande amplitude ont les durées les plus courtes et inversement. Il est maintenant admis que les éruptions sont liées à l'explosion thermonucléaire de l'hydrogène qui s'accumule à la surface de la naine blanche par l'accrétion.
2. Les *novae naines* ont des éruptions récurrentes, d'une amplitude de 2 à 5 magnitudes (parfois plus dans quelques cas rares). Le temps de récurrence est de l'ordre de quelques jours à quelques semaines. Ces systèmes sont au centre de notre étude, nous leur consacrerons une partie plus loin (cf. 5.1.).
3. Les *novae récurrentes* sont des systèmes initialement classifiés comme des novae classiques, mais dont on a observé d'autres éruptions.
4. La classe des *novae like* inclut toutes les variables cataclysmiques «non-éruptives». Il est probable que cette classe contienne des systèmes éruptifs, mais dont on n'a pas encore pu observer d'éruptions (pré-nova, post-nova, novae naine au repos ...).
5. Les *variables cataclysmiques magnétisées* sont des systèmes où le champ magnétique de la naine blanche empêche la formation du disque, complètement dans le cas des «polars» ou partiellement dans le cas des «polars intermédiaires».

### 2.2. LES BINAIRE X DE FAIBLE MASSE

Dans les binaires X de faible masse, l'astre compact est une étoile à neutrons ou un trou noir. Ces objets ont un puits de potentiel beaucoup plus profond que les naines blanches et la lumino-

sité produite par l'accrétion est beaucoup plus importante :

$$L_{\text{acc}} = \frac{GM_1\dot{M}}{R_1} = \epsilon\dot{M}c^2 \sim 10^{36-38} \text{ erg s}^{-1} \quad (\text{I.2})$$

avec  $\epsilon \sim 0.1$ . Ces objets émettent la majorité de leur énergie dans la bande X. L'émission X provient du voisinage de l'objet compact : des régions internes du disque mais aussi de la couche limite et de la surface de l'astre compact quand celui-ci est une étoile à neutrons. Ainsi la luminosité X dépend beaucoup de l'inclinaison du système : les sources X les plus faibles ont des éclipses ou des «dips» (voir ci-dessous), caractéristiques des systèmes fortement inclinés. Parfois, l'éclipse de la source X est partielle. On interprète ceci comme étant lié à l'existence d'une couronne située au dessus du disque (Frank *et al.* 1987), responsable de la diffusion d'une fraction de la luminosité X. L'origine de la couronne est encore mal comprise, elle pourrait résulter par exemple du chauffage de la surface du disque par le flux X. L'émission optique est dominée par la contribution du disque. Toutefois, alors que dans les variables cataclysmiques l'émission du disque provient de la dissipation visqueuse interne, dans les binaires X la source principale d'émission optique est l'absorption du flux X et sa ré-émission à plus basse énergie. La secondaire n'est visible que pendant les états quiescents des systèmes transitoires (voir plus bas), quand la luminosité X est très faible.

La distribution en période orbitale des binaires X de faible masse est plus large que les variables cataclysmiques : la période la plus faible mesurée est de 11 minutes pour le système le plus serré, qui est composé d'une naine blanche et d'une étoile à neutrons, et atteint plusieurs jours pour les systèmes ayant les plus grandes séparations. Dans les systèmes à longue période orbitale, les étoiles secondaires sont des étoiles évoluées (géantes rouges).

Le flux X montre des variations temporelles extrêmement riches, avec des échelles de temps allant de la milliseconde à la dizaine d'années. Dans beaucoup de cas, les variations en optique sont corrélées avec les variations du flux X à cause du reprocessing. On distingue les phénomènes et classes de variabilité suivants :

1. Les *sursauts X de type I* ont la même origine que les éruptions des novae : la couche de matière qui s'accumule à la surface de l'étoile à neutrons brûle dans un flash thermonucléaire quand un seuil critique est atteint. Néanmoins, la forte gravité qui règne à la surface de l'étoile et sa petite taille font que la quantité de matière qui peut s'accumuler est beaucoup plus faible que les novae classiques. Les éruptions sont donc moins puissantes et durent moins d'une minute. Elles ont des temps de récurrence allant de quelques heures à quelques jours. Evidemment la présence de sursauts X indique l'existence d'une surface physique et permet donc d'attester de la présence d'une étoile à neutrons puisque les trous noirs n'ont pas de surface physique.
2. Les *sursauts X de type II* sont une autre catégorie de sursauts X. Ils ont pour origine une instabilité de l'accrétion au voisinage de l'objet compact. Leur temps de récurrence est de l'ordre de quelques minutes et ils ont des comportements temporels assez complexes.
3. Les *transitoires X molles*, encore appelées *novae X*, sont des sources quasiment indétectables pendant de longues périodes, allant de 1 an à quelques dizaines d'années, mais qui approchent la limite d'Eddington pendant des éruptions qui durent quelques semaines. Ces systèmes sont au centre de notre étude, nous leur consacreront une section plus loin (voir 5.2.).
4. Les *dippers* sont des systèmes qui ont des modulations orbitales que l'on interprète comme étant dues à des structures en corotation avec le système, peut être liées à l'interaction entre le jet de la secondaire et le disque d'accrétion.

### 3. Généralités sur les systèmes binaires en interaction

Nous nous intéressons à des systèmes binaires évolués où l'une des composantes a déjà laissé place à un astre compact résiduel (naine blanche, étoile à neutrons ou trou noir), que nous ap-

pellérons la «primaire». L'autre étoile, appelée la «secondaire», a une masse plus faible et évolue sur une échelle de temps plus longue. Le système est dit «en interaction» lorsque la séparation orbitale est suffisamment faible pour permettre un échange de matière entre les deux astres. Cette situation est semblable à d'autres problèmes rencontrés en astronomie. Ce type de problème fut d'abord étudié au 19<sup>ème</sup> siècle par le mathématicien français Edouard Roche dans le contexte de la destruction ou de la survie d'un satellite planétaire.

### 3.1. GÉOMÉTRIE DE ROCHE

On peut considérer que les deux astres ont une orbite circulaire autour de leur centre de gravité. C'est une bonne approximation car les forces de marée circularisent les orbites sur une échelle de temps beaucoup plus courte que l'échelle de temps caractéristique d'évolution du système. La séparation orbitale  $a$  du système est donnée par la loi de Kepler :

$$a = 3.53 \times 10^{10} \left( \frac{M_1 + M_2}{M_\odot} \right) P_{\text{hr}}^{2/3} \text{ cm} \quad (\text{I.3})$$

où  $M_1$  et  $M_2$  sont respectivement les masses de la primaire et de la secondaire et  $P_{\text{hr}}$  est la période orbitale du système mesurée en heure.

L'écoulement de matière entre les deux étoiles est régi par les équations d'Euler. Il est commode de se placer dans le repère en corotation avec le système binaire. Dans ce repère, qui est non-galiléen, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P - \vec{\nabla} \phi - 2\vec{\Omega}_{\text{orb}} \times \vec{v} \quad (\text{I.4})$$

où  $\vec{\Omega}_{\text{orb}}$  est le vecteur rotation du système, perpendiculaire au plan orbital, orienté de telle manière à ce que la rotation soit directe autour du vecteur et dont la norme est égale à  $2\pi/P_{\text{orb}}$ . Le terme  $-2\vec{\Omega}_{\text{orb}} \times \vec{v}$  est la force de Coriolis et  $\phi$  est le potentiel résultant de l'attraction gravitationnelle des deux astres et de la force centrifuge.  $\phi$  est appelé le «potentiel de Roche» :

$$\phi(\vec{r}) = -\frac{GM_1}{\|\vec{r} - \vec{r}_1\|} - \frac{GM_2}{\|\vec{r} - \vec{r}_2\|} - \frac{1}{2} (\vec{\Omega}_{\text{orb}} \times \vec{r})^2 \quad (\text{I.5})$$

où  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  sont les vecteurs positions des deux étoiles. La figure I.1 montre l'intersection d'une famille d'équipotentielle avec le plan orbital.

La forme des équipotentielles dépend seulement du rapport de masse  $q = M_2/M_1$ , le paramètre  $a$  fixant l'échelle spatiale. Le potentiel de Roche possède deux «puits» centrés sur les positions  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  des deux étoiles. Dans le plan orbital, on peut définir les cinq points de Lagrange qui sont soit des maximums soit des points de selle du potentiel, voir I.1. Pour les rapports de masse typiques des systèmes binaires, tous sont des positions d'équilibre instable<sup>a</sup>. L'équipotentielle la plus importante est l'équipotentielle critique en forme de 8 qui joint les deux puits. La partie entourant chaque étoile est appelée «lobe de Roche». Les deux lobes se rejoignent au point de Lagrange  $L_1$ .  $L_1$  constitue le seul point de passage du puits de potentiel d'une étoile vers le puits de potentiel de l'autre étoile.

Avant d'examiner les conséquences que cela a sur l'échange de matière au sein du système, remarquons tout d'abord qu'à l'équilibre ( $\vec{v} = \vec{0}$ ), l'équation I.4 se réduit à :

$$\vec{\nabla} \phi = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \quad (\text{I.6})$$

Ce qui signifie que la pression du gaz est constante sur une équipotentielle, c'est l'équilibre hydrostatique. Cela signifie que la «surface» de l'étoile, définie comme étant une surface isobare, est donc aussi une équipotentielle. Notons que ceci n'est vrai que si l'étoile est synchronisée, c'est-à-dire que sa période de rotation est la même que la période orbitale. C'est là encore les forces de marée qui synchronisent la rotation de l'étoile sur une échelle de temps comparable à l'échelle de temps de circularisation des orbites.

<sup>a</sup> Lorsque  $q \lesssim 0.04$ , la force de Coriolis stabilise les points  $L_4$  et  $L_5$ .

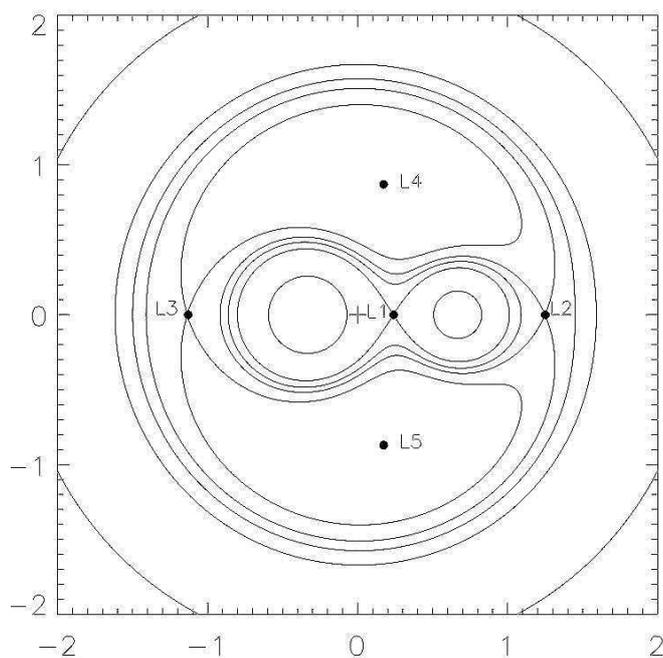


FIG. I.1 – Intersection de quelques équipotentielles du potentiel de Roche avec le plan orbital. La croix marque la position du centre de gravité.

### 3.2. TRANSFERT DE MASSE PAR DÉBORDEMENT DU LOBE DE ROCHE

Dans un système composé d'un astre compact de masse  $M_1$  et d'une étoile secondaire de masse  $M_2 < M_1$ , l'astre compact occupe le centre du plus grand des lobes de Roche (celui de gauche dans la figure I.1) et l'étoile secondaire occupe le plus petit des lobes de Roche. Si la surface de l'étoile entre en contact avec le lobe de Roche, de la matière va s'écouler dans le lobe de Roche de l'astre compact. Le transfert de masse dure tant qu'il y a contact entre la surface de l'étoile et le lobe de Roche. Il a deux possibilités pour maintenir le contact :

- soit c'est l'évolution interne de l'étoile qui provoque son expansion (i.e. étoile évoluée de type géante rouge). L'expansion de l'étoile, qui a lieu sur une échelle de temps nucléaire, est suffisante pour que l'étoile reste au contact de son lobe de Roche sur une longue échelle de temps.
- soit le système perd du moment cinétique et le lobe de Roche reste au contact de la secondaire.

Le premier cas ne concerne que les systèmes binaires de longue période ( $P_{\text{orb}} \gtrsim 10$  h), avec un lobe de Roche suffisamment grand pour contenir une étoile évoluée. Pour les systèmes de plus faible période orbitale, ce qui est le cas des variables cataclysmiques et de la majorité des binaires X, il est nécessaire d'avoir recours à un mécanisme de perte du moment cinétique. On citera les deux mécanismes les plus populaires :

1. Freinage magnétique : les étoiles de faible masse ont des enveloppes convectives et sont donc susceptibles de générer un champ magnétique important par effet dynamo. Le couplage du vent stellaire et du champ magnétique ralentit la rotation de l'étoile. Les effets de marée étant très efficaces pour synchroniser la rotation de l'étoile et la période orbitale, un freinage de l'étoile s'exprime par une diminution de la période orbitale : le système perd du moment cinétique.
2. Rayonnement d'ondes gravitationnelles : un système binaire rayonne des ondes gravitationnelles. Celles-ci emportent une fraction du moment cinétique. La perte de moment cinétique

par ce mécanisme n'est efficace que pour les systèmes ayant de très faibles périodes orbitales (de l'ordre de l'heure).

Les scénarios évolutifs qui mènent à la formation d'une variable cataclysmique ou d'une binaire X de faible masse sont, aujourd'hui encore, très mal compris. Nous nous contenterons ici de constater qu'il existe des systèmes binaires où un transfert de masse a lieu sur une échelle de temps séculaire. Un système où la secondaire est en contact avec son lobe de Roche est qualifié de système binaire «semi-détaché».

### 3.3. SYSTÈMES MAGNÉTISÉS / NON-MAGNÉTISÉS

La matière s'échappant de la secondaire arrive dans le lobe de Roche de la primaire avec un certain moment cinétique spécifique. Ce moment cinétique est trop important pour permettre à la matière d'atteindre directement la surface de l'astre compact; l'allure que prend l'écoulement dépend alors du champ magnétique de l'astre compact. Si le champ magnétique est négligeable, la matière forme un disque autour de l'astre compact. Dans le disque, la matière spirale lentement sous l'effet de la viscosité jusqu'à la surface de l'astre compact. Si le champ magnétique de l'astre est suffisamment important, on définit le rayon d'Alfvén  $r_A$  tel que pour  $r > r_A$ , le gaz est en régime hydrodynamique et peut former un disque; pour  $r < r_A$ , la dynamique est dominée par le champ magnétique et le gaz suit alors les lignes de champs. Dans ce cas, l'accrétion se fait selon les pôles magnétiques de l'astre compact. La valeur de  $r_A$  dépend du moment magnétique de l'astre compact  $\mu = B_1 R_1^3$ . Seules les naines blanches peuvent avoir un moment magnétique suffisant pour que  $r_A$  soit supérieur à la taille du lobe de Roche de la primaire: dans ce cas, il n'y a pas de disque du tout. C'est le cas des «polars». Dans les «polars intermédiaires», seule une région interne du disque est tronquée. Dans les binaires X, le moment magnétique n'est jamais suffisant pour empêcher la formation d'un disque mais il peut en principe en tronquer la région interne.

Les novae naines et les transitoires X, auxquelles nous nous intéressons dans cette thèse, possèdent des disques d'accrétion. C'est pour cela que nous ne considérerons pas les systèmes magnétisés dans la suite.

### 3.4. SYNTHÈSE

La figure I.2 montre une synthèse de tous les éléments présentés dans cette section. La matière qui quitte la secondaire forme un jet qui vient percuter le disque en formant une «tache chaude».

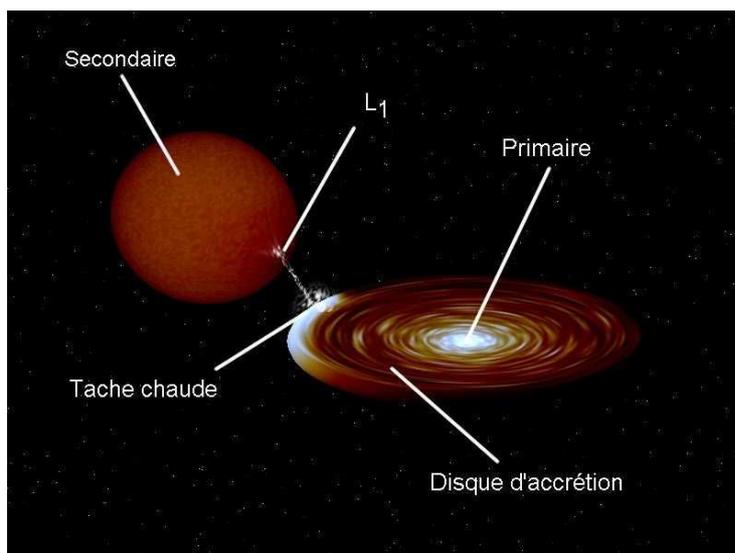


FIG. I.2 – Vue schématique d'un système binaire semi-détaché non magnétisé.

## 4. Le disque d'accrétion

Nous détaillons dans cette section la physique du disque d'accrétion. Cette section a été écrite en s'inspirant de Frank *et al.* (2002), Pringle (1981), Lewin *et al.* (1997) et Warner (2003).

### 4.1. FORMATION DU DISQUE

A cause de la rotation du système, la matière qui s'écoule dans le lobe de Roche de la primaire possède un moment angulaire qui l'empêche de s'accréter directement sur l'astre compact, dont le rayon est très inférieur à la taille de son lobe de Roche. Le jet de matière suit une trajectoire balistique qui l'amène à se mettre en orbite autour de l'astre compact. Les collisions inter-particules sont alors à l'origine d'une dissipation d'énergie. Cependant, ces processus conservent le moment angulaire et l'orbite se circularise<sup>b</sup> située à un rayon appelé «rayon de circularisation», donné par :

$$j_s = \sqrt{GM_1 R_c} \quad (\text{I.7})$$

où  $j_s$  est le moment cinétique spécifique de la matière quittant la secondaire et  $R_c$  est le rayon de circularisation. L'équation I.7 exprime le fait que la matière se met en orbite à l'endroit où le mouvement keplerien possède le même moment cinétique spécifique.

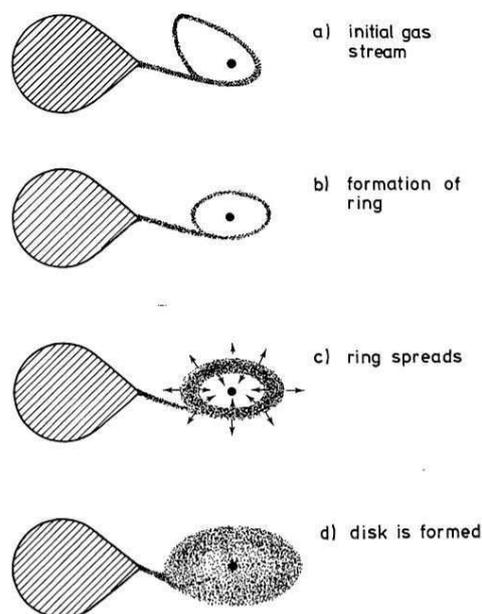


FIG. I.3 – Formation du disque. Tiré de Verbunt (1982)  
d'après Lubow & Shu (1975).

La matière forme alors un anneau autour de l'astre compact. Pour que la matière puisse atteindre la surface de l'astre compact, il faut qu'elle perde du moment cinétique. En l'absence d'un couple extérieur suffisamment important pouvant prélever une grande quantité de moment cinétique (le couple de marée ou un couple magnétique ayant un effet trop faible), le moment cinétique doit être redistribué au sein de l'anneau. C'est la viscosité qui est responsable de cette redistribution (cf. section suivante). Sous l'action du couple visqueux, le moment cinétique est transporté vers l'extérieur : les régions intérieures, qui perdent du moment cinétique, vont s'approcher de l'astre compact ; les régions extérieures, qui gagnent du moment cinétique, vont au

<sup>b</sup> A moment cinétique donné, l'orbite circulaire est l'orbite d'énergie minimale

contraire s'éloigner. L'anneau de matière s'étend et forme un disque. Les processus dissipatifs entraînent une perte d'énergie mécanique au profit d'un échauffement de la matière et assurent que les orbites sont à chaque instant quasi-circulaires. L'accrétion d'une particule se fait donc suivant une séquence de trajectoires quasi-circulaires de moment cinétique décroissant. Le bilan global est que la masse est transportée vers l'astre compact, alors que le moment cinétique est transporté vers l'extérieur.

## 4.2. LE COUPLE VISQUEUX

Il est utile de rappeler quelques formules, pour les démonstrations le lecteur consultera par exemple Frank *et al.* (2002), chapitre 4.

Dans le disque, le couple visqueux  $G(R)$  exercé par l'anneau situé en  $R + dR$  sur l'anneau situé en  $R$  est donné par :

$$G(R) = 2\pi R\nu\Sigma R^2\Omega' \quad (\text{I.8})$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique,  $\Sigma$  est la densité surfacique de masse et  $\Omega' = d\Omega/dr$ .  $G(R)$  est égal, en valeur algébrique, au moment cinétique transféré de l'anneau extérieur vers l'anneau intérieur par unité de temps. Conformément à l'intuition, le couple visqueux est non nul si la rotation est différentielle ( $\Omega' \neq 0$ ). Dans le cas keplerien, qui nous intéresse tout particulièrement, on a :

$$\Omega' = -\frac{3}{2}\frac{1}{R}\Omega \quad (\text{I.9})$$

et

$$G(R) = -3\pi\nu\Sigma R^2\Omega \quad (\text{I.10})$$

Ainsi  $G(R)$  est *négligé* : dans un disque en rotation keplerienne, le couple visqueux est à l'origine d'un transport du moment cinétique vers l'extérieur.

On peut montrer que le couple visqueux est à l'origine d'une dissipation visqueuse qui, exprimé par unité de rayon, est égale à  $G(R)\Omega'$ . En se ramenant à l'unité de surface du disque, en prenant en compte que le disque possède une surface supérieure et inférieure, on trouve que l'énergie produite est :

$$D(R) = \frac{1}{2}\nu\Sigma R^2\Omega'^2 \quad (\text{I.11})$$

qui dans le cas keplerien donne :

$$D(R) = \frac{9}{8}\nu\Sigma\Omega^2 \quad (\text{I.12})$$

## 4.3. LE DISQUE MINCE

Il est en général très difficile de résoudre complètement les équations de l'hydrodynamique pour calculer la structure exacte du disque d'accrétion. Nous allons maintenant présenter un modèle qui permet un développement analytique et qui est le modèle de disque usuellement utilisé pour les disques de binaires. C'est le modèle du *disque mince*. Nous rappellerons quelques relations qui nous seront utiles dans la suite. Nous ne donnerons pas les démonstrations, pour cela le lecteur pourra consulter Pringle (1981) et Frank *et al.* (2002).

Un disque mince est tel que :

$$\frac{H}{R} \ll 1 \quad (\text{I.13})$$

où  $H$  est l'échelle verticale de hauteur et  $R$  est le rayon dans le disque.

On peut montrer que :

$$\frac{H}{R} \sim \frac{c_s}{v_K} \quad (\text{I.14})$$

où  $v_K = R\Omega_K = \sqrt{GM/R}$  est la vitesse Keplerienne.

Ainsi un disque est mince *si et seulement si* la vitesse keplerienne est très supersonique. On peut montrer que la condition  $H/R \ll 1$  implique aussi que le mouvement du gaz est quasiment keplerien, la vitesse radiale étant alors subsonique.

Dans un disque mince, la structure radiale et la structure verticale du disque sont découplées. La structure radiale est déterminée par l'équation de conservation de la masse et l'équation de conservation du moment cinétique, écrites en introduisant des quantités intégrés verticalement. On raisonnera ainsi en terme de densité de surface  $\Sigma$  plutôt qu'en terme de densité  $\rho$ . Les équations de conservation s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma v_R) = 0 \quad (\text{I.15})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Sigma R^2 \Omega_k) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma R^2 \Omega_k v_R) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial R} \quad (\text{I.16})$$

$$(\text{I.17})$$

Dans la deuxième équation apparaît le couple visqueux  $G(R)$  (cf. équation I.10).

En régime stationnaire, les équations ci-dessus peuvent être résolues pour donner

$$\dot{M} = 2\pi R \Sigma (-v_R) \quad (\text{I.18})$$

$$\nu \Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_1}{R}} \right] \quad (\text{I.19})$$

où  $R_1$  est le rayon de l'astre compact. Pour aboutir à ces solutions, on a supposé que le couple visqueux  $G(R) \propto \nu \Sigma$  s'annule à la surface de l'astre compact.

Dans un disque stationnaire, l'expression de la dissipation visqueuse est donc :

$$D(R) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_1}{R}} \right] \quad (\text{I.20})$$

Le calcul de la structure verticale du disque se ramène à résoudre à chaque rayon un problème semblable au problème d'une atmosphère stellaire. Ceci ne sera pas entrepris ici, nous nous contenterons de mentionner qu'à l'équilibre thermique l'énergie émise à la surface du disque doit être égale à l'énergie produite par la dissipation visqueuse :

$$\sigma T_{\text{eff}}^4 = D(R) \quad (\text{I.21})$$

soit

$$T_{\text{eff}} = \left( \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3 \sigma} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_1}{R}} \right] \right)^{1/4} \propto R^{-3/4} \text{ quand } R \gg R_1 \quad (\text{I.22})$$

Nous avons mis en évidence la dépendance radiale en  $R^{-3/4}$  de la température effective du disque.

Remarquons que les formules I.22 et I.18 sont indépendantes de  $\nu$ . En fait, en faisant l'hypothèse que le disque est dans un état stationnaire, on contraint implicitement la viscosité (cf. équation I.19) ; ces propriétés découlent directement des lois de conservation. Toutefois la connaissance exacte de la structure du disque (profil radial de densité, de température centrale, ect ...) nécessite de connaître la valeur de  $\nu$ .

#### 4.4. PARAMÉTRISATION $\alpha$ DE LA VISCOSITÉ - ORIGINE PHYSIQUE DE LA VISCOSITÉ

Jusqu'à maintenant, nous avons postulé l'existence d'une viscosité  $\nu$ . En effet, l'observation montre qu'un disque existe autour de l'astre primaire et que la matière s'accrète dans le disque. L'accrétion de matière aux taux observés ne peut se faire que si une viscosité suffisamment importante existe. Malheureusement, l'origine physique de la viscosité est aujourd'hui encore très mal connue.

Comme très souvent en astrophysique, les milieux sont trop dilués pour que la viscosité moléculaire, liée aux mouvements thermiques des atomes, soit d'une quelconque importance. Le nombre de Reynolds correspondant à la viscosité moléculaire est gigantesque, supérieur à  $10^{14}$ . La viscosité moléculaire ne peut donc pas être à l'origine de l'accrétion. Cependant les écoulements laminaires à grand nombre de Reynolds sont instables et donnent lieu à des écoulements turbulents. Un écoulement turbulent peut-être décrit comme un écoulement macroscopique, de structure laminaire, avec une viscosité «effective» sensiblement plus grande que la viscosité moléculaire. Cette viscosité effective rend compte des phénomènes de transports engendrés par la turbulence.

Toutefois, on est encore loin d'avoir compris la façon dont la turbulence est engendrée et maintenue dans le disque. Pour pallier à cette ignorance, la prescription introduite par Shakura & Syunyaev (1973) est aujourd'hui encore très largement utilisée. Dans cette prescription, la viscosité dans le disque est exprimée de la manière suivante :

$$\nu = \alpha H c_s \quad (\text{I.23})$$

où  $H$  est l'échelle de hauteur du disque et  $c_s$  la vitesse du son. Le facteur numérique  $\alpha$  concentre toute l'ignorance sur  $\nu$ . On a  $\alpha \lesssim 1$ , sinon la turbulence serait supersonique et la dissipation résultante tendrait à ramener  $\alpha$  à des valeurs inférieures à l'unité.  $H$  joue le rôle d'échelle de longueur de transport turbulent et  $c_s$  joue le rôle d'échelle de vitesse de transport turbulent. Notons que  $H$  et  $c_s$  sont des valeurs locales. Tant qu'on ne connaît pas la source exacte de la turbulence, on ne peut absolument pas prédire la dépendance spatiale (et éventuellement temporelle) de  $\alpha$ .

Toutefois la paramétrisation  $\alpha$  permet de prédire l'évolution des disques et a permis de comprendre la physique du disque dans différents contextes. Nous verrons un exemple concret de son utilité quand nous présenterons le modèle d'instabilité du disque (c.f sections 6.2.2., 6.2.3.).

L'étude des variables cataclysmiques non stationnaires montrent que  $\alpha \sim 0.01 - 1$ . Par comparaison, la viscosité moléculaire correspond à  $\alpha \sim 10^{-11}$ . On a beaucoup cherché un mécanisme capable d'engendrer et maintenir une turbulence suffisante pour expliquer l'existence d'une telle viscosité dans le disque. Actuellement le meilleur candidat est une instabilité magnétohydrodynamique, appelée l'instabilité «magnéto-rotationnelle», connue déjà dans les années 50 mais «ré-découverte» dans le contexte des disques par Balbus et Hawley (voir par exemple Balbus & Hawley 1998). Le point crucial est la découverte qu'un champ magnétique faible déstabilise la rotation keplerienne. Toutefois à ce jour, on est encore assez loin d'avoir une idée claire sur le résultat du développement de l'instabilité, et sur les valeurs de  $\alpha$  qu'elle engendre.

Notons que des phénomènes collectifs peuvent aussi transporter du moment cinétique dans le disque, par exemple grâce à des ondes spirales excitées dans le disque par les effets de marée (Spruit 1991) ou grâce aux développements d'instabilités hydrodynamiques globales (voir par exemple Papaloizou & Pringle 1984). Toutefois ces phénomènes ne sont pas associés à une dissipation d'énergie. C'est la différence fondamentale avec une viscosité effective, sur laquelle sont basés tous les modèles de disque d'accrétion, où le transport de moment cinétique et la dissipation d'énergie sont dus au même processus local.

## 4.5. ECHELLES DE TEMPS DANS LE DISQUE

Il est utile d'avoir à l'esprit les échelles de temps caractéristiques dans un disque d'accrétion.

### 4.5.1. Le temps dynamique

Le temps dynamique est défini comme le temps Keplerien local :

$$t_{\text{dyn}} = \frac{2\pi R}{v_K} = \frac{2\pi}{\Omega_K} \propto \Omega_K^{-1} \quad (\text{I.24})$$

où  $\Omega_K = (GM/R^3)^{\frac{1}{2}}$  est la pulsation keplerienne. C'est simplement le temps mis par le gaz pour accomplir une orbite dans le disque.

Tout écart à l'équilibre hydrostatique vertical se réajuste sur l'échelle de temps suivante :

$$t_v = \frac{H}{c_s} \propto \Omega_K^{-1} \quad (\text{I.25})$$

car  $H \sim c_s/\Omega_K$  (équation I.14). Ainsi  $t_v \sim t_{\text{dyn}}$ .

#### 4.5.2. Le temps visqueux

L'échelle de temps visqueux du disque est donnée par :

$$t_{\text{visc}} \sim \frac{R^2}{\nu} \quad (\text{I.26})$$

C'est le temps caractéristique sur lequel la matière diffuse dans le disque grâce à la viscosité. En introduisant la paramétrisation  $\alpha$  de la viscosité (équation I.23), cela donne :

$$t_{\text{visc}} \sim \frac{R^2}{\alpha H c_s} \sim \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R}{H}\right)^2 t_{\text{dyn}} \quad (\text{I.27})$$

#### 4.5.3. Le temps thermique

Le temps thermique est l'échelle de temps de réajustement à l'équilibre thermique. Comme en physique stellaire, on le définit comme le rapport entre l'énergie thermique du gaz et la quantité d'énergie rayonnée par unité de temps. A l'équilibre, l'énergie rayonnée par unité de temps est égale à la dissipation visqueuse  $D(R)$  (équation I.12) :

$$t_{\text{th}} \sim \frac{\Sigma c_s^2}{\nu \Sigma \Omega_K^2} \sim \left(\frac{c_s}{v_K}\right)^2 t_{\text{visc}} \sim \left(\frac{H}{R}\right)^2 t_{\text{visc}} \quad (\text{I.28})$$

#### 4.5.4. Hiérarchie des échelles de temps dans un disque mince

Dans un disque mince,  $H/R \ll 1$  ainsi :

$$t_{\text{dyn}} \sim t_v \sim \alpha t_{\text{th}} \ll t_{\text{visc}} \quad (\text{I.29})$$

### 4.6. INSTABILITÉS DANS LES DISQUES D'ACCRÉTION

Un état stationnaire n'est pas forcément stable. Nous allons présenter ici 3 types d'instabilités importantes dans l'étude des disques d'accrétion.

#### 4.6.1. Instabilité thermique

Une instabilité peut avoir lieu si une petite perturbation de la température du disque tend à s'amplifier à cause d'un déséquilibre croissant entre le chauffage et le refroidissement. Lorsque l'équilibre thermique du disque est perturbé, la perturbation évolue sur l'échelle de temps thermique  $t_{\text{th}}$ . Comme  $t_{\text{th}} \ll t_{\text{visc}}$  (c.f équation I.29), on peut considérer que pendant ce temps la densité de surface  $\Sigma$  n'évolue pas du tout. De même on a  $t_{\text{th}} > t_v$  et donc on peut considérer que le disque est constamment en équilibre hydrostatique vertical. On qualifie une telle instabilité d'*instabilité thermique*.

L'équation d'évolution de la température du disque a la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} \propto Q^+ - Q^- \quad (\text{I.30})$$

où  $Q^+$  est le taux de chauffage volumique et  $Q^-$  est le taux de refroidissement volumique. Une instabilité thermique a lieu si par exemple pour une légère augmentation de la température du disque, le taux de chauffage  $Q^+$  augmente plus vite que le taux de refroidissement  $Q^-$ , ou inversement. Ceci s'exprime par le critère suivant :

$$\frac{dQ^-}{dT} < \frac{dQ^+}{dT} \quad (\text{I.31})$$

### 4.6.2. Instabilité visqueuse

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution d'une perturbation sur l'échelle de temps visqueux. Nous pouvons alors considérer qu'à chaque instant le disque est en équilibre hydrostatique et en équilibre thermique (cf. équation I.29).

On peut montrer que le disque est instable si le critère suivant est vérifié :

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma} (\nu \Sigma) < 0 \quad (\text{I.32})$$

Cela peut se comprendre intuitivement de la manière suivante : à l'équilibre on a  $\dot{M} \propto \nu \Sigma$  (cf. équation I.19) et le critère I.32 est ainsi équivalent à  $\frac{\partial \dot{M}}{\partial \Sigma} < 0$ . Cela signifie que si localement on augmente légèrement la densité de surface  $\Sigma$ , le taux d'accrétion local  $\dot{M}$  va diminuer. L'augmentation de  $\Sigma$  va alors s'emballer puisque l'on n'évacue pas la matière en train de s'accumuler.

### 4.6.3. Instabilité excentrique

L'instabilité excentrique est due aux effets de marée de la secondaire sur le disque. La présence de l'étoile secondaire perturbe l'écoulement dans le disque. Un élément de fluide légèrement perturbé va osciller autour de son mouvement moyen keplerien avec une fréquence  $\kappa$ , appelée la «fréquence épicyclique». Il y aura un phénomène de résonance si la particule se retrouve périodiquement dans la même configuration par rapport à l'étoile secondaire et à l'étoile primaire, c'est-à-dire si :

$$k\kappa = j(\Omega - \Omega_{\text{orb}}) \quad (\text{I.33})$$

où  $k$  et  $j$  sont des entiers.

Dans un potentiel keplerien,  $\kappa$  est proche de  $\Omega$  et les résonances apparaissent quand  $\Omega$  et  $\Omega_{\text{orb}}$  sont dans des rapports ( $j : j - k$ ). On peut définir le rayon correspondant à la résonance ( $j, k$ ) par :

$$R_{jk} = \left( \frac{GM_1}{\Omega_{jk}} \right)^{1/3} \quad (\text{I.34})$$

où  $\Omega_{jk}$  est la fréquence donnée par la relation I.33 (avec  $\kappa = \Omega$ ). Une résonance va être possible dans le disque si on a  $R_{jk} < R_{L_1}$ , où  $R_{L_1}$  est le rayon moyen du lobe de Roche de la primaire. Le calcul montre que la résonance ( $j = 2, k = 1$ ) n'est possible que pour des binaires ayant un rapport de masse très faible  $q \lesssim 0.025$  ce qui n'est pas en général le cas des systèmes qui nous intéressent (où  $q \gtrsim 0.1$ ). Par contre la résonance ( $j = 3, k = 2$ ) est possible pour  $q \lesssim 0.25$ . Whitehurst (1988) montre que la conséquence *globale* de la résonance 3 : 2 est que le disque devient excentrique. Un disque excentrique va précesser à cause de l'interaction de marée. Il est couramment admis qu'un disque excentrique en précession est à l'origine du phénomène de *superhumps* dont nous parlerons lorsque nous aborderons les novae naines de type SU UMa (cf. 5.1.3.). De plus l'instabilité excentrique du disque joue un rôle important dans le modèle actuel des super-éruptions de ces systèmes.

## 5. Les novae naines et les transitoires X molles : caractéristiques observationnelles

### 5.1. LES NOVAE NAINES

Comme nous l'avons déjà mentionné à la section 2.1., les novae naines sont des variables cataclysmiques montrant des éruptions régulières où la luminosité augmente d'environ 2 à 5 magnitudes. On classe généralement les novae naines en trois familles selon la morphologie de la courbe de lumière. Nous allons maintenant décrire un peu plus précisément ces différentes classes. Le nom de chaque famille correspond à un système «emblématique», correspondant souvent au premier système de ce type découvert.

### 5.1.1. Les systèmes de type U Gem

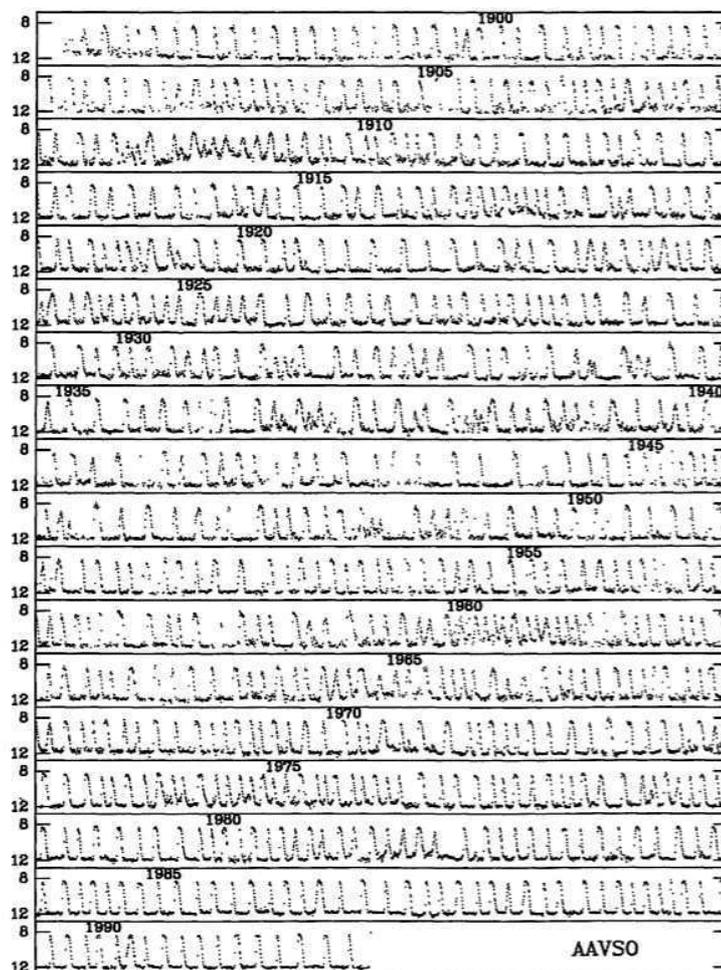


FIG. I.4 – Courbe de lumière de SS Cyg sur le long terme obtenue à partir des observations de l’AAVSO. Tiré de Cannizzo & Mattei (1992).

Les novae naines de type U Gem sont les systèmes ayant le comportement le plus régulier. La figure I.4 montre la courbe de lumière d’une des novae naines de ce type la plus étudiée, SS Cygni. Une caractéristique importante est l’existence d’une bimodalité dans la distribution en durée des éruptions, visible sur la figure I.4 et mise en évidence sur l’histogramme de la figure I.5.

On retrouve le même phénomène dans de nombreuses autres novae naines (dont U Gem par exemple), ainsi que dans certaines novae naines du type Z Cam (cf. section suivante).

Avec des périodes orbitales  $\gtrsim 3$  h, les systèmes de type U Gem se trouvent au dessus du «gap» des variables cataclysmiques (cf. section 2.1.).

### 5.1.2. Les systèmes de type Z Cam

Les novae naines de type Z Cam sont des systèmes ayant alternativement des phase d’éruptions régulières, à la manière des systèmes de type U Gem, et des «phases de repos » ou *standstill* où la luminosité du système reste constante. La figure I.6 montre la courbe de lumière de Z Camaleopardilis sur près de 30 ans.

Pendant les périodes éruptives, on retrouve dans certains systèmes la même distribution bimodale de la durée des éruptions (Z cam présente d’ailleurs une telle bimodalité, visible sur la courbe de lumière). Il n’existe d’ailleurs pas de différence observationnelle entre les éruptions

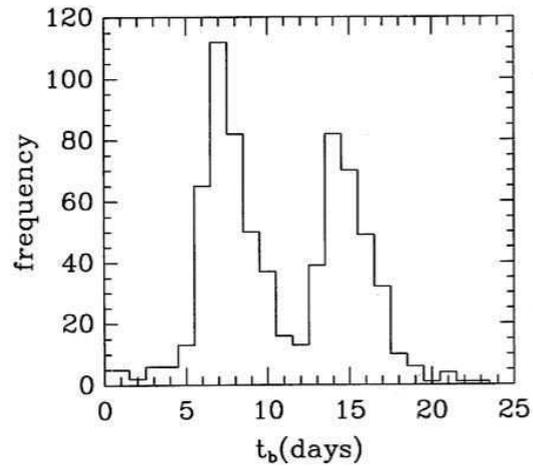


FIG. I.5 – Distribution de la durée des éruptions de SS Cyg. Tiré de Cannizzo & Mattei (1992).

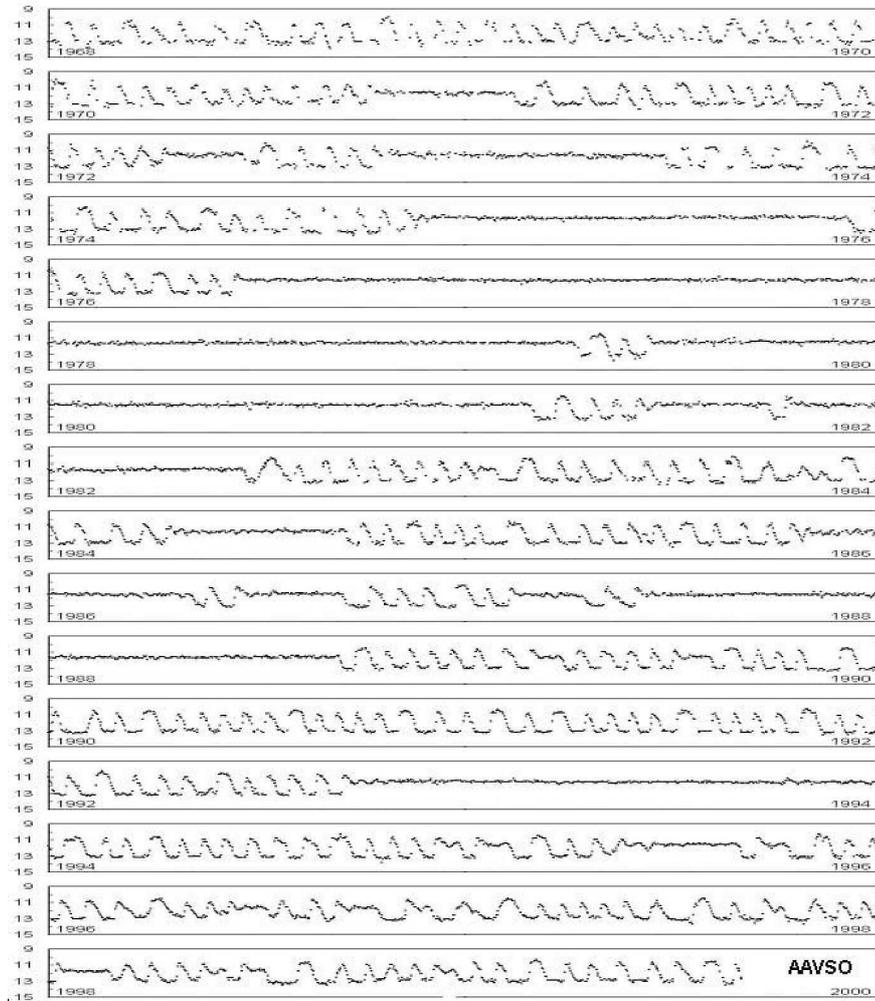
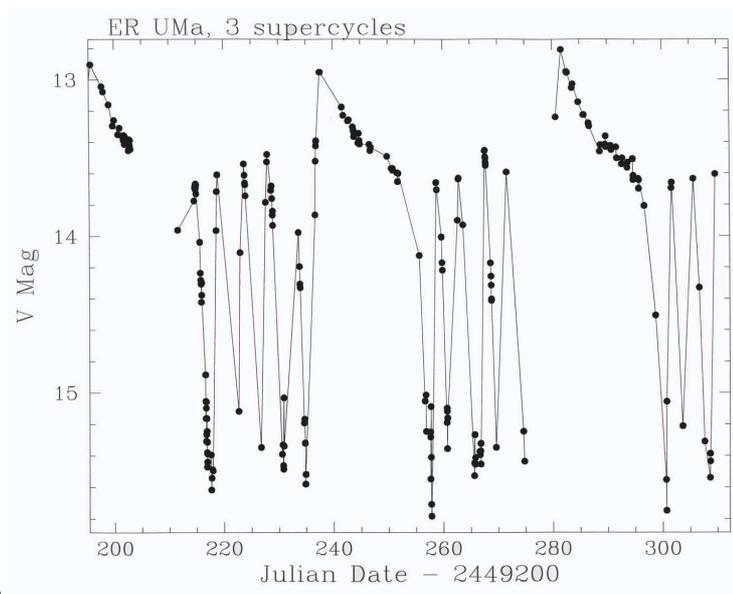


FIG. I.6 – Courbe de lumière de Z Cam sur le long terme. Source : AAVSO.



page

FIG. I.7 – Courbe de lumière de ER UMa sur près de 3 mois. Crédit : Department of Astronomy, Indiana University.

des deux types de systèmes, l'existence de phase de *standstill* étant la seule différence entre les systèmes de type Z Cam et ceux de type U Gem.

Il est intéressant de noter la façon dont les phases de *standstill* se commencent et se terminent. Comme on peut le vérifier sur la figure I.6, à de rares exceptions près chaque phase de *standstill* se termine par une chute de la luminosité à la valeur de quiescence, c'est-à-dire la luminosité minimale des phases éruptives. En général, le début d'une phase de *standstill* se fait pendant la phase descendante d'une éruption.

Comme les systèmes de type U Gem, les systèmes de type Z Cam ont des périodes orbitales situées au dessus du *gap* des variables cataclysmiques.

### 5.1.3. Les systèmes de type SU UMa

Les novae naines de type SU UMa montrent des « super-éruptions » en plus des éruptions classiques. Les super-éruptions sont plus brillantes que les éruptions classiques d'environ 0.7 magnitude et elles durent 5 à 10 fois plus longtemps. La figure I.7 montre une courbe de lumière du système ER UMa sur une période de quelques mois. L'intervalle entre deux super-éruptions est appelé «super-cycle». Souvent une super-éruption commence pendant le déclin d'une éruption normale, appelée le «précurseur», sinon il n'est pas possible de distinguer une éruption d'une super-éruption pendant la phase de montée.

Pour être classé dans la catégorie SU UMa, on requiert aussi que la super-éruption possède des *superhumps*, qui sont des variations périodiques de la luminosité pendant la phase de plateau de la super-éruption. La période des *superhumps* est légèrement supérieure à la période orbitale. L'explication du phénomène généralement admise fait intervenir l'instabilité excentrique du disque (cf. section 4.6.3.). Cette instabilité affecte les disques se trouvant dans les systèmes ayant des rapports de masse  $q \lesssim 0.25$ , ce qui est le cas des SU UMas. Lorsque le disque devient excentrique, il précesse sous l'action de la secondaire. La modulation de l'amplitude provient alors de la dissipation de marée qui dépend de la position du disque par rapport à la secondaire. La période de modulation est alors une combinaison entre la période orbitale et la période de précession. Ce modèle prédit une période de modulation légèrement supérieure à la période orbitale, comme observé. Le développement de l'instabilité excentrique, associé à l'instabilité thermique du disque, est aussi à la base du modèle des super-éruptions le plus populaire (Osaki 1989). Attention toutefois, car l'observation en 1985 d'une éruption de U Gem semblable à une super-éruption avec l'annonce de

la détection de superhumps (voir Smak & Waagen 2004, Schreiber 2007) pourrait mettre à mal ce modèle (U Gem ayant un rapport de masse de 0.36, le développement de l'instabilité excentrique est a priori exclu).

Les systèmes de type SU UMa sont situés sous le *gap* des variables cataclysmiques, où les périodes orbitales sont inférieures à environ 2 heures.

Enfin notons l'existence de systèmes qui ont la particularité de ne posséder que des super-éruptions. On range parfois ces systèmes dans une sous-classe à part, nommée d'après le système WZ Sge.

## 5.2. LES TRANSITOIRES X MOLLES

Les transitoires X molles sont des binaires X de faible masse caractérisées par des éruptions X épisodiques. En quiescence la luminosité X est très faible ( $L_X \lesssim 10^{33}$  erg s<sup>-1</sup>), rendant parfois le système indétectable par les télescopes X actuels. Lors d'une éruption la luminosité dans la bande X molle<sup>c</sup> dépasse  $10^{37}$  erg s<sup>-1</sup>. En éruption, la transitoire a des caractéristiques observationnelles semblables aux systèmes persistants. Les éruptions X s'accompagnent d'éruptions optiques, dues au *reprocessing* des rayons X dans le disque d'accrétion. La secondaire de faible masse ayant une luminosité intrinsèque assez faible, la luminosité optique du système pendant une éruption est complètement dominée par l'émission du disque. Ca n'est qu'en quiescence que l'on peut observer la secondaire. Ceci permet souvent de déterminer la fonction de masse du système par mesure des vitesses radiales et ainsi de contraindre la masse de l'astre compact. Il est intéressant de noter que la majorité des binaires X possédant un candidat trou noir sont des transitoires X molles ; cela résulte peut-être d'un effet de sélection.

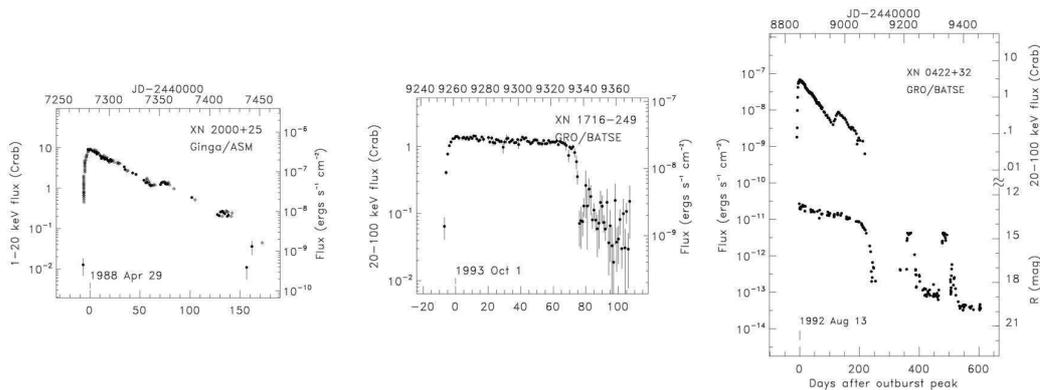


FIG. I.8 – Exemples de courbes de lumière X de transitoires X. La figure de droite montre la courbe de lumière X (en haut) ainsi que la courbe de lumière dans la bande R (en bas). Tiré de Chen *et al.* (1993).

Les éruptions ont souvent une morphologie de type *FRED* pour *Fast Rise - Exponential Decay*, caractérisée par une montée rapide d'une durée caractéristique de l'ordre de quelques jours suivie d'une décroissance exponentielle sur plusieurs semaines, voir par exemple l'image de gauche de la figure I.8. Certaines éruptions s'accompagnent d'un *maximum secondaire* qui est une augmentation brusque d'environ un facteur 2 de la luminosité X pendant la phase de décroissance exponentielle, c'est le cas par exemple sur la figure I.8 dans l'exemple de gauche et dans l'exemple de droite. Certains systèmes ont des courbes de lumière possédant d'autres caractéristiques, notamment une phase de plateau plutôt qu'une décroissance exponentielle (cf. figure I.8 au centre) ou alors une séquence de «mini-éruptions» observées à la fin d'une éruption (même figure, à droite). Chen *et al.* (1997) présentent une étude exhaustive des courbes de lumières de nombreuses éruptions de transitoires X.

Les éruptions ont des temps de récurrence assez longs, qui vont de quelques mois à quelques

<sup>c</sup> correspondant à des photons ayant des énergies entre 0.5 et 2 keV

années suivant les systèmes. Le lecteur trouvera une revue observationnelle des transitoires X dans Tanaka & Shibasaki (1996).

## 6. Les modèles d'éruptions

L'accrétion de matière sur l'astre compact est à l'origine de la luminosité des variables cataclysmiques et des binaires X. Il fut assez rapidement établi que les éruptions des novae naines et des transitoires X molles sont liées à une variation de l'accrétion sur l'astre compact. Comme nous l'avons vu à la section 3., le flot d'accrétion prend la forme d'un disque. Le disque est alimenté en matière par la perte de masse de la secondaire. Assez logiquement il y a donc deux mécanismes pouvant être à l'origine d'une variation du taux d'accrétion :

- Soit c'est une variation du taux de transfert de masse de la secondaire qui provoque une éruption. Une éruption correspond à un apport soudain d'une grande quantité de matière dans le disque. Le surplus de matière transite par le disque, qui ne joue que le rôle de «zone tampon», pour finalement s'accréter sur l'astre compact.
- Soit c'est le disque qui est à l'origine des éruptions, en stockant de la matière pendant la phase de quiescence et en «se vidant» pendant une éruption.

On parle dans le premier cas de modèle d'«instabilité du transfert de masse» et dans le deuxième cas de modèle d'«instabilité du disque». Le succès de l'un ou l'autre des modèles dépend bien évidemment de l'existence d'un mécanisme physique sous-jacent et de sa capacité à reproduire les observations. Aujourd'hui seul le modèle d'instabilité du disque, basé sur une instabilité thermique et visqueuse du disque, a survécu. Nous allons néanmoins présenter brièvement les autres modèles.

### 6.1. LE MODÈLE D'INSTABILITÉ DU TRANSFERT DE MASSE (MITM)

On distingue deux types de modèles : ceux où la variation est liée à un mécanisme intrinsèque à la secondaire et ceux où la variation est liée à une influence extérieure.

#### 6.1.1. Modèle d'instabilité intrinsèque à la secondaire

Le modèle d'instabilité dynamique de la secondaire ayant eu le plus de succès est le modèle de Bath (1975). Dans ce modèle, l'instabilité résulte de la présence de zones de recombinaison de l'hydrogène et de l'hélium. Lorsque la matière ionisée se recombine, l'énergie libérée permet de vaincre le potentiel gravitationnel de la secondaire et d'augmenter ainsi le taux de transfert de masse. L'épisode de haut transfert de masse se termine lorsque ces zones sont advectées hors de la secondaire. La secondaire rétrécit puis se détache du lobe et les zones d'ionisation se reforment sur un temps thermique. Ce modèle fut l'objet de développements théoriques jusqu'à la fin des années 80, les derniers résultats concluant que des calculs tridimensionnels incluant de nombreux effets (convection, circulation interne, rotation) étaient nécessaires pour déterminer s'il est possible d'obtenir des éruptions récurrentes (voir par exemple Edwards 1988).

Il y a cependant quelques arguments observationnels en défaveur d'une origine intrinsèque à la secondaire des éruptions. Un argument convaincant est que les systèmes magnétisés, qui ne possèdent pas de disque (cf. section 3.3.), ne possèdent pas d'éruptions similaires aux novae naines, alors que les secondaires sont de même nature. Il est ainsi difficile d'expliquer pourquoi l'instabilité dynamique serait à l'oeuvre dans les secondaires des novae naines mais pas dans celles des systèmes magnétisés.

Les modèles d'instabilité intrinsèques à la secondaire ont été complètement supplantés par le modèle d'instabilité du disque que nous présenterons plus loin. La possibilité que la secondaire seule est à l'origine des éruptions reste cependant populaire chez certains auteurs, comme par exemple chez Bath (2004).

### 6.1.2. Modèle d'instabilité extrinsèque à la secondaire

Au milieu des années 80, un autre type de modèle d'éruption est apparu où l'irradiation de la secondaire joue un rôle majeur. Ce modèle fut initialement développé par Osaki (1985) pour les super-éruptions des novae naines de type SU UMa et adapté par Hameury *et al.* (1986) pour les éruptions des transitoires X molles. Dans ce modèle, l'irradiation de la secondaire entraîne une expansion globale de l'enveloppe de l'étoile tout au long du super-cycle pour les SU UMas ou pendant la phase de quiescence pour les transitoires X. Les détails des deux modèles sont un peu différents, toutefois dans chaque cas l'existence d'une instabilité induite par l'expansion de la secondaire entraîne l'alternance d'états de haut transfert de masse et d'états de faible transfert de masse.

Hameury *et al.* (1986) a montré que ce type modèle ne pouvait marcher dans les novae naines. En effet, seul les photons X durs pénètrent sous la photosphère de l'étoile et induisent une expansion globale de l'enveloppe ; or la production de X durs dans les novae naines est beaucoup trop faible pour avoir un effet significatif. Le modèle resta néanmoins «compétitif» pour les transitoires X molles jusqu'à ce que Gontikakis & Hameury (1993) montrent que le modèle ne pouvait expliquer les échelles de temps des éruptions que pour les transitoires X possédant des périodes orbitales supérieures à 9 heures. Pour les autres systèmes, le modèle échoue à reproduire les observations.

## 6.2. LE MODÈLE D'INSTABILITÉ DU DISQUE

### 6.2.1. Le cycle limite du disque

Hōshi (1979) fut le premier à proposer un mécanisme physique pour un modèle d'instabilité du disque des éruptions. Il remarqua que pour la gamme de températures où l'hydrogène est partiellement ionisé, l'opacité varie brutalement en passant par un maximum et que ce phénomène engendre l'existence d'une instabilité thermique dans le disque.

L'étude de l'instabilité se fait en décomposant le disque en anneaux concentriques et en étudiant la stabilité thermique individuelle de chaque anneau. Le calcul de la structure verticale de l'anneau permet de déterminer une courbe d'équilibre thermique  $T_{\text{eff}}(\Sigma)$  sur laquelle la condition d'équilibre thermique I.21 est satisfaite. A cause de l'ionisation partielle de l'hydrogène, cette courbe a une forme caractéristique en S illustrée à la figure I.9.

Ainsi pour un certain intervalle de  $\Sigma$ , il y a plusieurs états d'équilibre possibles situés sur différentes branches. Sur la branche inférieure, appelée la branche froide, l'hydrogène est complètement neutre. Sur la branche supérieure, appelée la branche chaude, l'hydrogène est complètement ionisé. Sur la branche intermédiaire, l'hydrogène est partiellement ionisé.

A cause de sa pente négative, la branche intermédiaire est thermiquement et visqueusement instable. En effet la courbe scinde le plan  $\Sigma - T_{\text{eff}}$  en deux régions : à droite de la courbe, le chauffage domine alors qu'à gauche c'est le refroidissement qui domine. Considérons alors un état d'équilibre sur la branche intermédiaire. Si l'on perturbe légèrement la température en l'augmentant légèrement, le système se déplace dans la région du plan où le chauffage domine et la température va donc continuer en augmentant. Ceci prouve l'existence de l'instabilité thermique. De plus, comme à l'équilibre on a  $\nu\Sigma \propto T_{\text{eff}}^4$ , on a  $\frac{\partial}{\partial\Sigma}(\nu\Sigma) < 0$  sur la branche intermédiaire : elle est donc aussi visqueusement instable. Inversement la branche froide et la branche chaude sont toutes les deux stables. On définit pour la suite  $\Sigma_{\text{min}}$  qui est la densité de surface *minimale* sur la branche chaude et  $\Sigma_{\text{max}}$  qui est la densité de surface *maximale* sur la branche froide.

Comme à l'équilibre  $\dot{M} \propto \nu\Sigma \propto T_{\text{eff}}^4$ , on peut faire correspondre à  $\Sigma_{\text{min}}$  et  $\Sigma_{\text{max}}$  des taux d'accrétion  $\dot{M}_{\text{h}}$  et  $\dot{M}_{\text{c}}$ . Si l'apport de matière se fait à un taux  $\dot{M}_{\text{in}}$  supérieur à  $\dot{M}_{\text{h}}$ , l'anneau trouve un équilibre sur la branche chaude. Inversement si  $\dot{M}_{\text{in}} < \dot{M}_{\text{c}}$ , l'anneau trouve un équilibre sur la branche froide. Par contre si  $\dot{M}_{\text{c}} < \dot{M}_{\text{in}} < \dot{M}_{\text{h}}$ , l'anneau ne peut accrêter de façon stationnaire à  $\dot{M} = \dot{M}_{\text{in}}$ . Il va alors effectuer un *cycle limite*, illustré à la figure I.9, que nous allons maintenant décrire.

Supposons que l'anneau se trouve quelque part sur la branche froide, entre les points A et B de la figure I.9. Sur cette branche,  $\dot{M} < \dot{M}_{\text{in}}$  et donc l'anneau va gagner de la masse et  $\Sigma$  va augmenter : le système se déplace vers le point B. Cette évolution se fait sur l'échelle de temps

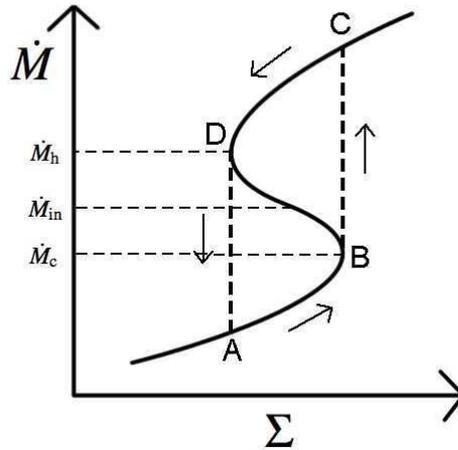


FIG. I.9 – Courbe d'équilibre dans le plan  $\Sigma - T_{\text{eff}}$ . Le cycle limite qui a lieu lorsque  $\dot{M}_c < \dot{M}_{\text{in}} < \dot{M}_h$  est illustré.

visqueux et le système reste en équilibre thermique tout au long du trajet. Arrivée en B, le système ne peut rester dans l'état froid : l'instabilité provoque une transition vers la branche chaude (point C). Sur la branche chaude,  $\dot{M} > \dot{M}_{\text{in}}$  et l'anneau va donc perdre de la masse : il se dirige vers le point D, toujours sur un temps visqueux. Arrivé en D, l'anneau ne peut rester dans l'état chaud et il retourne alors sur la branche froide (point A) et le cycle recommence.

La courbe d'équilibre ne permet que de discuter de la stabilité locale du disque. Il reste encore à déterminer son comportement global. Le disque d'accrétion est alimenté en masse à un taux  $\dot{M}_{\text{tr}}$ . Idéalement, le disque «voudrait» accrétier de façon stationnaire, c'est-à-dire avec  $\dot{M}$  constant et égal à  $\dot{M}_{\text{tr}}$  partout dans le disque. Cependant, si dans une certaine région  $R_1 < R < R_2$  du disque, on a  $\dot{M}_c(R) < \dot{M}_{\text{tr}} < \dot{M}_h(R)$ , l'accrétion stationnaire n'est pas possible et un cycle limite va opérer. Supposons que le disque soit initialement entièrement dans l'état froid. Le taux d'accrétion sur l'astre compact, i.e.  $\dot{M}$  au bord interne du disque, est alors inférieur à  $\dot{M}_{\text{tr}}$  et la masse du disque augmente. Il arrivera alors un moment où quelque-part dans le disque, un anneau, situé disons au rayon  $R_c$ , atteindra la densité critique  $\Sigma_{\text{max}}(R_c)$  et cet anneau passera sur la branche chaude. A ce moment, le fort gradient de température et le fort taux d'accrétion local entraînera une diffusion rapide de chaleur et de masse dans les anneaux voisins et provoquera leur transition vers l'état chaud. Un front de chauffage se propage vers l'intérieur et l'extérieur et entraîne une transition *globale* du disque dans l'état chaud. Dans l'état chaud, le taux d'accrétion sur l'astre compact est supérieur à  $\dot{M}_{\text{tr}}$  et la masse du disque diminue. Il arrivera un moment où à un endroit un anneau, situé au rayon  $R_c$  (différent du rayon précédent) atteindra la densité critique  $\Sigma_{\text{min}}(R_c)$  et de la même manière un front de refroidissement entraînera une transition *globale* du disque vers l'état froid.

C'est ce scénario qui est à la base du modèle actuel des éruptions des novae naines et des transitoires X molles. Dans ce contexte, la quiescence correspond à la phase où le disque est dans l'état froid et se remplit peu à peu, et l'éruption correspond à la phase de fort taux d'accrétion, lorsque le disque est dans l'état chaud. Nous allons maintenant présenter l'application de ce modèle aux novae naines et aux transitoires X.

## 6.2.2. Application aux novae naines

### a. Stabilité du disque dans les variables cataclysmiques

Le disque d'une variable cataclysmique sera instable s'il y existe une zone d'ionisation partielle de l'hydrogène. Inversement, le disque sera stable si l'hydrogène est partout ionisé, çad si  $T > T_H$  partout dans le disque, où  $T$  est la température effective produite par dissipation vis-

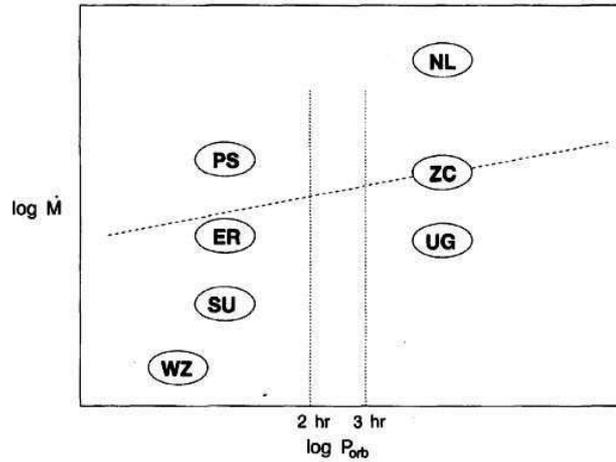


FIG. I.10 – Les différentes catégories de variables cataclysmique dans le plan  $\dot{M}_{tr} - P_{orb}$ . Le taux de transfert critique  $\dot{M}_{crit}$  (équation I.37) est tracé en tirets. NL = novae like, ZC = Z Cam, UG = U Gem, PS = superhumper permanent, ER = ER UMa, SU = SU UMa, WZ = WZ Sge. Tiré de Osaki (1996).

queue et  $T_H \sim 6500$  K est la température au delà de laquelle l'hydrogène est dans l'état ionisé. Notons que le disque sera aussi stable si l'hydrogène est partout neutre, ce qui nécessite  $T \lesssim 3000$  K. C'est possible si le taux de transfert est très bas et/ou si le disque est tronqué à un rayon suffisamment important.

Dans un disque stationnaire, la température décroît comme  $R^{-3/4}$  (cf. équation I.22) et est donc minimale au rayon externe  $R_{out}$ . Ainsi le disque sera stable si :

$$T(R_{out}) > T_H \quad (I.35)$$

Cette condition implique que le taux de transfert est suffisamment important :

$$\text{disque stable} \iff \dot{M}_{tr} > \dot{M}_{crit} \quad (I.36)$$

où  $\dot{M}_{crit}$  est le taux de transfert critique en deçà duquel le disque ne sera pas assez chaud pour maintenir l'hydrogène dans l'état complètement ionisé. L'expression de  $\dot{M}_{crit}$  dépend des détails du modèle utilisé, nous mentionnons ici la valeur fournie par Osaki (1996) (les autres expressions existantes n'étant pas significativement différentes) :

$$\dot{M}_{crit} \approx 2.7 \times 10^{17} \text{ g s}^{-1} (P_{orb}/4\text{h})^{1.7} \quad (I.37)$$

La figure I.10 montre les différentes classes de variables cataclysmiques placées dans un diagramme  $\dot{M}_{tr} - P_{orb}$ . Le taux de transfert critique I.37 est tracé sur la figure. On constate que les novae naines se trouvent bien en dessous de la limite de stabilité. De plus les systèmes de type Z Cam sont proches de la limite et sont donc marginalement stables. Ce simple diagramme est un argument convainquant en faveur du modèle d'instabilité du disque.

### b. Le modèle de l'instabilité thermo-visqueuse appliqué aux novae naines

Les premières tentatives de simulation du cycle limite du disque ont montré qu'en considérant une valeur de  $\alpha$  constante, on ne pouvait pas reproduire les éruptions des novae naines. Avec  $\alpha$  constant, on obtient des mini-éruptions n'affectant qu'une région restreinte du disque et la courbe de lumière se caractérise par des oscillations rapides et de faible amplitude, voir par exemple Smak (1984). Pour remédier à ce problème, il est nécessaire de supposer que le paramètre  $\alpha$  prend des valeurs différentes  $\alpha_h$  sur la branche chaude et  $\alpha_c$  sur la branche froide, avec une transition rapide entre les deux. On adopte généralement des valeurs de l'ordre de  $\alpha_h \sim 0.1$  et  $\alpha_c \sim 0.01$  avec un facteur  $\sim 5$  entre les deux. Ceci permet de reproduire assez convenablement les

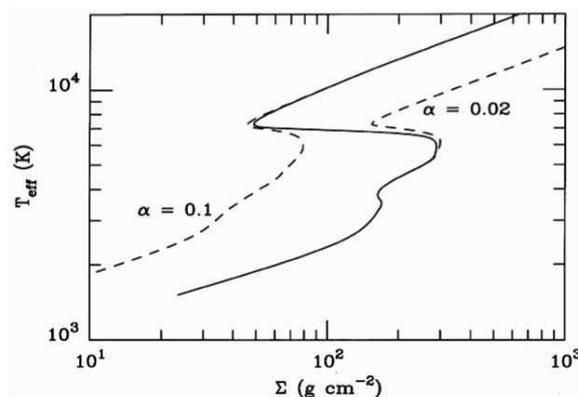


FIG. I.11 – Combinaison de deux courbes d'équilibre calculées avec des valeurs de  $\alpha$  différentes. Tiré de Hameury *et al.* (1998).

caractéristiques des courbes de lumières des novae naines (temps de récurrence, durée des éruptions, ...). La figure I.11 montre la courbe d'équilibre résultant de la combinaison de deux courbes calculées avec des valeurs de  $\alpha$  différentes.

La figure I.12 montre la propagation des fronts de refroidissement et de chauffage dans le disque. La figure I.13 montre l'évolution temporelle de différentes grandeurs du disque pour les paramètres typiques d'une nova naine de type U Gem. Il est intéressant de noter que pendant une éruption, seule une petite fraction (environ 10 %) de la masse du disque est accrétée sur l'astre compact. Les figures I.11, I.12 et I.13 sont tirées du modèle décrit dans Hameury *et al.* (1998), sur lequel nous nous sommes basés dans cette thèse. Les équations du modèle et le code numérique permettant de simuler les éruptions du disque sont présentés dans l'annexe B.

### c. Au delà du modèle standard des novae naines

Le modèle décrit ci-dessus, que l'on pourrait qualifier de «modèle standard» des novae naines, ne reproduit pas certaines caractéristiques des courbes de lumière des novae naines, comme la bimodalité des éruptions, les super-éruptions des étoiles SU UMa et les phases de standstill des étoiles Z Cam. Ces phénomènes nécessitent l'ajout d'ingrédients supplémentaires. Nous avons déjà cité le modèle d'Osaki (1989), pour les super-éruptions, qui couple l'instabilité thermique et l'instabilité excentrique du disque.

Il est important de mentionner que dans la version standard du modèle, le taux de transfert de la secondaire est supposé constant. Les travaux suivants (la liste est non-exhaustive) sont des exemples montrant comment en incluant une variation du transfert de masse au modèle standard, on peut améliorer les prédictions du modèle :

- Hameury *et al.* (1997) proposent un modèle pour WZ Sge en introduisant une augmentation du taux de transfert de masse pendant une éruption liée à l'irradiation. Les auteurs postulent une relation simple entre le taux de transfert  $\dot{M}_{tr}$  et le taux d'accrétion  $\dot{M}_{acc}$  et montrent qu'elle produit des éruptions longues.
- Smak (1999) montre que la bimodalité des éruptions peut être reproduite si le taux de transfert varie suffisamment pendant une éruption. Dans les éruptions longues, le taux de transfert passe au dessus du taux critique et le disque reste dans un état stationnaire. L'éruption longue se termine quand le taux de transfert retombe sous le taux critique, ce qui nécessite une cause extérieure.
- Buat-Ménard *et al.* (2001) présentent un modèle pour les systèmes de type Z Cam. Dans ce modèle, l'alternance de phases éruptives et de phases de repos est liée à une modulation sur le long terme du taux de transfert de masse d'environ 30% autour de sa valeur moyenne. Cette modulation est supposée être liée à une cause intrinsèque à la secondaire.

Toutefois, dans ces travaux l'augmentation du taux de transfert n'est pas basé sur un modèle physique précis.

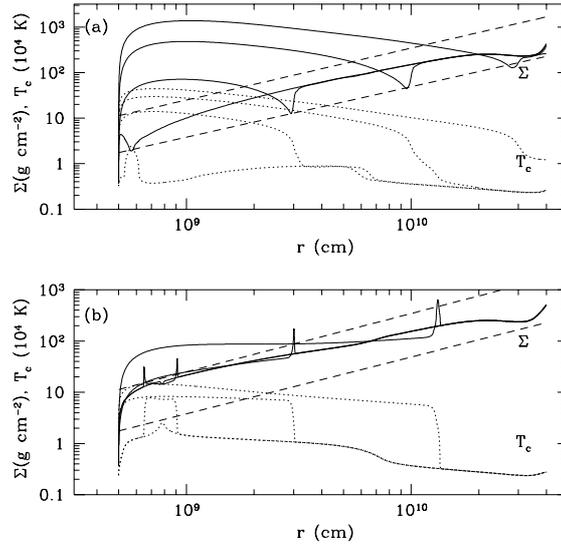


FIG. I.12 – Evolution de la densité de surface  $\Sigma$  et de la température centrale  $T_c$  dans le disque pendant la propagation du front de refroidissement (en haut) et du front de chauffage (en bas). Les lignes en tirets représentent les valeurs critiques  $\Sigma_{\max}$  et  $\Sigma_{\min}$  de la densité. Tiré de Hameury *et al.* (1998).

### 6.2.3. Application aux transitoires X molles

Les courbes de lumière des transitoires X molles sont très différentes des courbes de lumière des novae naines. Historiquement, il ne fut pas compris tout de suite que le modèle de l'instabilité du disque pouvait aussi s'appliquer aux transitoires X. Nous verrons que le principal nouvel ingrédient qu'il faut introduire est le chauffage du disque par la source centrale.

#### a. Influence de l'irradiation sur la stabilité du disque dans les binaires X de faible masse

Alors que dans les variables cataclysmiques la luminosité produite par l'accrétion est trop faible pour que l'irradiation du disque modifie ses propriétés de stabilité (Smak 1989, Hameury 2000), du fait de la présence d'un objet plus compact dans les transitoires X, l'irradiation du disque joue un rôle très important. L'irradiation du disque par la source centrale se mesure par la température d'irradiation  $T_{\text{irr}}$  dont l'expression est (Shakura & Syunyaev 1973) :

$$T_{\text{irr}}^4 = \frac{\eta \dot{M}_{\text{acc}} c^2 (1 - \beta)}{4\pi R^2 \sigma} \left(\frac{H}{R}\right)^n \left[\frac{d \ln H}{d \ln R} - 1\right] \quad (\text{I.38})$$

où  $n = 1$  quand l'objet central est ponctuel, comme c'est le cas pour une étoile à neutrons. Lorsque l'objet central est un trou noir, la région émettrice est plutôt le bord interne du disque et  $n = 2$  dans la formule précédente.  $\eta \sim 0.1$  est l'efficacité de production des rayons X,  $\beta \sim 0.9$  est l'albedo X et  $H$  est la hauteur à laquelle le flux d'irradiation est déposé dans le disque.

En général le rapport  $H/R$  ne varie pas drastiquement avec  $R$  et  $T_{\text{irr}}$  se comporte comme  $R^{-1/2}$ . Comme  $T_{\text{eff}} \propto R^{-3/4}$ , l'irradiation domine rapidement dans les régions externes du disque. Ainsi le critère de stabilité thermique du disque que nous avons utilisé à la sous-section 6.2.2. (cf. équation I.35) doit être remplacé dans le cas des disques irradiés par :

$$T_{\text{irr}}(R_{\text{out}}) > T_H \quad (\text{I.39})$$

Assez logiquement, le chauffage du disque a un effet stabilisateur puisque même si le taux de transfert est relativement faible, l'irradiation peut suffire à maintenir le gaz à des températures suffisamment hautes pour supprimer l'instabilité thermique.

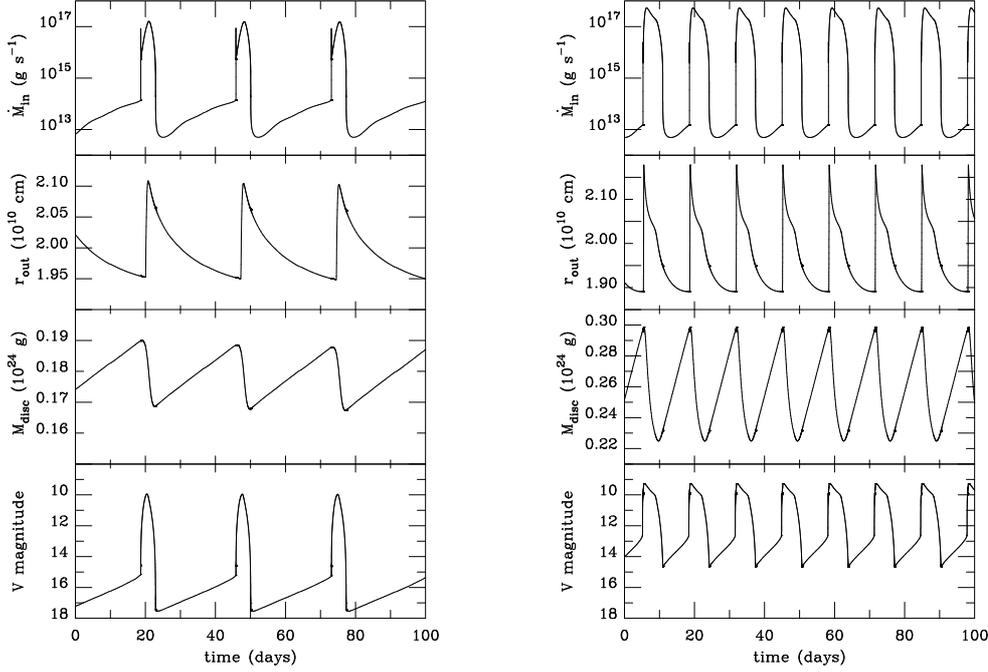


FIG. I.13 – Résultats du modèle pour les paramètres typiques d'une nova naine de type U Gem. De haut en bas, les graphiques montrent le taux d'accrétion sur la naine blanche, le rayon externe du disque, la masse du disque et la magnitude visuelle du disque. A gauche,  $\dot{M}_{\text{tr}} = 10^{16} \text{ g s}^{-1}$ . A droite,  $\dot{M}_{\text{tr}} = 10^{17} \text{ g s}^{-1}$ . Tiré de Hameury *et al.* (1998).

Dubus *et al.* (1999) calculent la structure verticale du disque irradié, la modification des courbes d'équilibre par l'irradiation est illustrée sur la figure I.14. On voit que l'irradiation a pour effet de diminuer la valeur de  $\Sigma_{\text{min}}$  : un anneau peut rester dans l'état chaud plus longtemps. De plus, conformément à l'argumentation exposée ci-dessus, la forme en S de la courbe d'équilibre disparaît quand  $T_{\text{irr}}$  devient suffisamment grand, ici supérieur à  $\sim 10^4 \text{ K}$ .

Dubus *et al.* (1999) déduisent la valeur suivante pour le taux d'accrétion critique :

$$\dot{M}_{\text{crit}} \approx 1.4 \times 10^{16} \left( \frac{P_{\text{orb}}}{4\text{h}} \right)^{1.4} \left( \frac{M_1}{M_{\odot}} \right)^{0.5} \left( \frac{M_2}{M_{\odot}} \right)^{-0.2} \left( \frac{C}{5 \times 10^{-4}} \right) \text{g s}^{-1} \quad (\text{I.40})$$

Géométriquement le disque doit avoir une forme concave pour qu'il puisse être efficacement chauffé par la source centrale. Toutefois, le calcul de la forme du disque réserve une surprise : Dubus *et al.* (1999) montrent que les régions extérieures sont écrantées par les régions internes. La région écrantée est justement la région thermiquement instable, car c'est le comportement singulier de l'opacité qui fait que le disque perd sa forme concave dans ces parties. Ainsi la source centrale ne peut pas irradier efficacement une région importante du disque. Ceci contredit l'observation, qui montre que les disques dans les binaires X sont bel et bien irradiés. Plusieurs solutions sont possibles : par exemple un disque « warpé » pourrait permettre aux parties externes du disque d'intercepter la luminosité d'accrétion ou une couronne au dessus du disque pourrait réfléchir une luminosité suffisante pour chauffer le disque. Ainsi, Dubus *et al.* (1999) supposent que le disque est effectivement irradié à chaque rayon et ils introduisent la formule suivante à la place de l'équation I.38 :

$$T_{\text{irr}}^4 = C \frac{\dot{M}_{\text{acc}} c^2}{4\pi R^2 \sigma} \quad (\text{I.41})$$

où  $C$  est pris *constant* et égal à  $5 \times 10^{-4}$ . Cette valeur correspond à la valeur moyenne du coefficient correspondant dans la formule I.38.

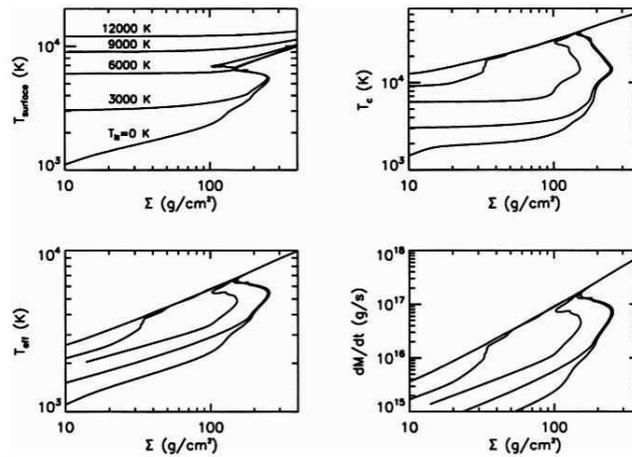


FIG. I.14 – Courbes d'équilibre thermique du disque irradié pour les paramètres typiques d'une transitoire X (l'astre compact est une étoile à neutrons). Tiré de Dubus *et al.* (1999)

### b. Le modèle de l'instabilité thermo-visqueuse appliqué aux transitoires X

King & Ritter (1998) montrent que la morphologie de type *FRED* des courbes de lumière des transitoires X résulte naturellement du modèle d'instabilité du disque lorsqu'on prend en compte les effets de l'irradiation par la source centrale. Le point essentiel est que pendant une éruption, l'irradiation est suffisamment importante pour maintenir le disque dans l'état chaud et empêcher temporairement le retour dans l'état froid. King & Ritter (1998) mettent en évidence trois phases dans la décroissance de l'éruption :

1. Le chauffage est suffisant pour garder la totalité du disque dans l'état chaud : l'irradiation inhibe la formation d'un front de refroidissement. Le disque évolue sur l'échelle de temps visqueux et voit sa masse et son taux d'accrétion sur l'astre compact diminuer lentement. C'est pendant cette phase que la luminosité du système décroît de manière exponentielle.
2. Lorsque le taux d'accrétion devient suffisamment faible pour que l'irradiation ne puisse plus garder le disque dans l'état chaud, un front de refroidissement se forme au bord externe. Toutefois, la propagation du front est contrôlée par l'irradiation.
3. Enfin, le taux d'accrétion devient trop faible et l'irradiation ne joue plus aucun rôle. Le front de refroidissement se propage « librement » et le disque retourne dans l'état froid sur une échelle de temps thermique.

Dubus *et al.* (2001) adaptent le modèle et le code de Hameury *et al.* (1998) aux transitoires X, voir l'annexe B. Les simulations radiales du disque reproduisent les trois phases mentionnées ci-dessus, voir figure I.15. A la différence des novae naines, une fraction importante de la masse du disque est accrétée pendant une éruption, allongeant ainsi le temps passé en quiescence. Toutefois, Dubus *et al.* (2001) montre qu'il est nécessaire de considérer l'évaporation de la région interne du disque en quiescence pour reproduire les longues périodes de quiescence (jusqu'à quelques dizaines d'années) de certaines transitoires ainsi que le flux X observé en quiescence.

### c. Au delà du modèle standard des transitoires X

Encore une fois le modèle standard des transitoires X, même s'il permet de reproduire de manière tout à fait convaincante les caractéristiques générales des courbes de lumière, ne permet pas tel quel d'expliquer les particularités de certaines éruptions. A nouveau une variation du taux de transfert pourrait permettre de reproduire ces particularités. Par exemple Chen *et al.* (1993) et Augusteijn *et al.* (1993) proposent d'expliquer les maxima secondaires par des « sursauts » de transfert de masse (voir Truss *et al.* 2002, pour une autre explication possible). Les éruptions possédant un plateau important pourraient être dues à une phase où le taux de transfert est suffisamment important pour maintenir le disque en état stationnaire.

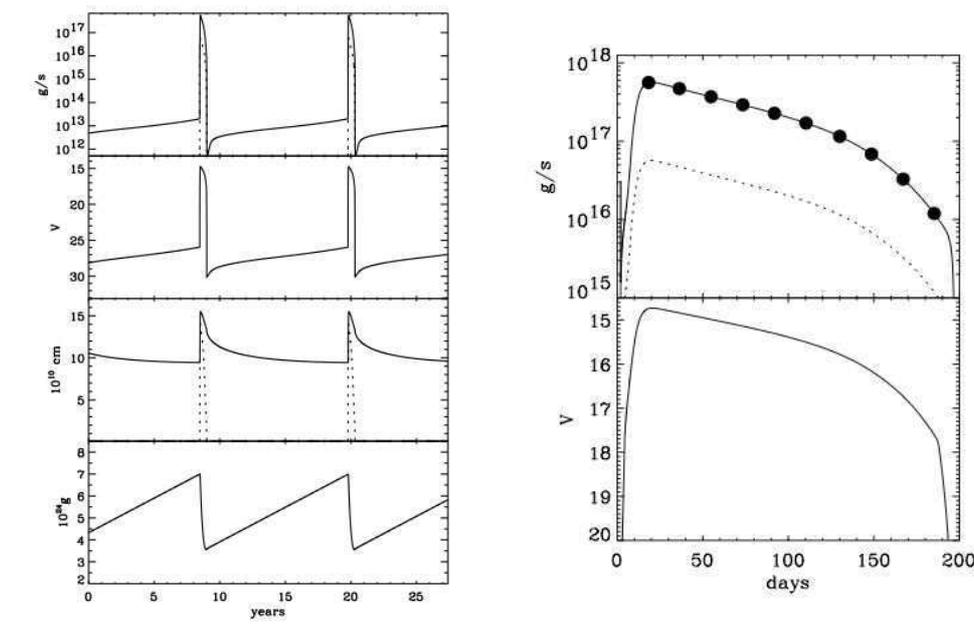


FIG. I.15 – Simulation numérique des éruptions du système transitoire A0620. *A gauche* : cycle des éruptions, de haut en bas : taux d'accrétion, magnitude visuelle, rayon du disque et limite entre la région chaude et la région froide (en tirets), masse du disque. *A droite* : zoom sur une éruption. Tiré de Dubus *et al.* (2001)

## 7. Les disques d'accrétion dans d'autres contextes

On retrouve les disques d'accrétion dans bien d'autres contextes astrophysiques, comme par exemple autour des étoiles jeunes (étoiles T Tauri). Certains de ces systèmes possèdent des éruptions où la magnitude visuelle du système augmente de  $\sim 4$  magnitudes pendant des décennies, ce sont les FU Orionis. Le phénomène FU Orionis est lié à une augmentation soudaine du taux d'accrétion dans le disque, celui-ci passant de  $10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$  à  $10^{-4} M_{\odot}/\text{an}$ . Le mécanisme à l'origine des éruptions pourrait être le même que dans les binaires éruptives, le lecteur pourra consulter Hartmann & Kenyon (1996) pour une revue sur le sujet.

Les noyaux actifs de galaxies ou « AGN » pour *Active Galactic Nucleus* sont des régions très compactes et très brillantes situées au centre de certaines galaxies. Les AGNs tirent leur énergie de l'accrétion de matière dans un disque autour d'un trou noir «super-massif», possédant une masse de l'ordre de  $10^6 - 10^8 M_{\odot}$ . On pense que chaque galaxie massive héberge en son centre un trou noir super-massif, notamment notre propre galaxie, la Voie Lactée. Le phénomène d'AGN proviendrait du fait que dans certain cas beaucoup de matière (amas stellaires, gaz interstellaire ...) est apportée dans les régions proches du trou noir pour être finalement incorporée au disque d'accrétion.

On trouve en réalité sous le qualificatif d'AGN de nombreux types de sources aux caractéristiques observationnelles distinctes, on citera par exemple les galaxies de Seyfert, les quasars, les BL Lacs appelés encore «blazards». Les principales caractéristiques observationnelles à la base de cette distinction sont :

- L'absence (*radio-quiet galaxy*) ou la présence (*radio-loud galaxy*) d'une émission radio importante.
- Lorsque des raies d'émission sont présentes, celles-ci peuvent être étroites ou larges.

On pense actuellement que toute cette zoologie correspond simplement à l'observation du même type d'objet, i.e. le noyau actif de galaxie, mais dans des conditions différentes. C'est l'idée du modèle unifié des AGNs, illustré à la figure I.16. Dans ce modèle, on a au centre un trou noir super-massif entouré d'un disque d'accrétion d'un rayon de l'ordre du parsec et d'un tore de

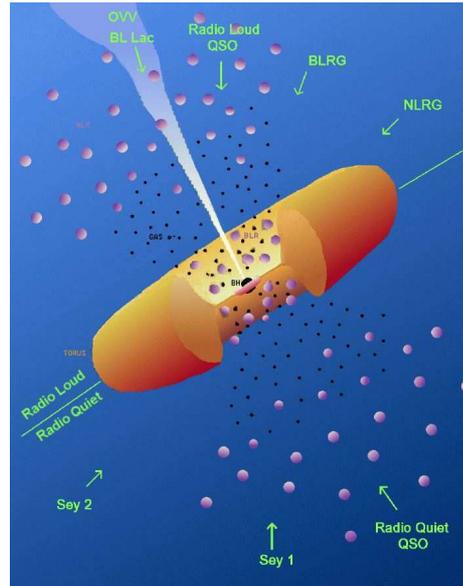


FIG. I.16 – Modèle unifié des noyaux actifs de galaxies. Image tirée du site du ISDC (Integral Science Data Center). NLRG : *Narrow Line Region Galaxy*, BLRG : *Broad Line Region Galaxy*.

poussière. L'ensemble possède un rayon de l'ordre d'une centaine de parsecs. Eventuellement, un jet bipolaire émis par les régions internes du disque est inclus au modèle.

Les caractéristiques observationnelles de l'objet, et donc sa classification, dépendent alors uniquement de deux paramètres : la présence ou l'absence de jet et l'inclinaison de l'observateur par rapport à l'axe du système. Le premier paramètre détermine si l'on a affaire à une source «radio-loud» ou «radio-quiet» et le deuxième paramètre détermine les caractéristiques observationnelles de l'AGN, notamment la forme des raies. La figure I.16 illustre la classification du système suivant la position de l'observateur.

Nous verrons au chapitre V que le disque d'accrétion autour du trou noir central possède une région d'ionisation partielle de l'hydrogène. Un cycle limite est donc susceptible d'opérer une modulation du taux d'accrétion sur le trou noir. Cela signifierait que les AGNs sont en fait des disques en éruption et qu'il existe d'autres systèmes en quiescence. Une autre conséquence importante serait que le taux d'accrétion, déduit de la luminosité de l'AGN, est très supérieur au taux auquel le disque est effectivement alimenté en matière. Toutefois, il est bien évidemment possible que le disque soit en régime stationnaire, avec une alimentation en matière suffisamment importante pour le maintenir dans l'état chaud.

## 8. Problématique de la thèse

Comme nous l'avons présenté aux sous-sections 6.2.2. et 6.2.3., une variation du transfert de masse durant le cycle d'éruptions peut apporter des solutions aux problèmes que rencontre le modèle actuel des novae naines et des transitoires X. L'ajout de cet ingrédient permet, souvent avec succès, de réparer les déficiences du modèle standard de l'instabilité du disque.

Observationnellement, il est très dur de mesurer le taux de transfert instantané et si certains auteurs semblent être capable de montrer que le taux de transfert est bien augmenté pendant une éruption (voir par exemple Vogt 1983, Smak 1995, 2004, 2007), à ce jour une preuve observationnelle irréfutable manque toujours (Osaki & Meyer 2003). Une raison de scepticisme est qu'il n'existe pas, à ce jour, de modèle physique décrivant comment le taux de transfert est augmenté et donnant quantitativement l'augmentation du taux de transfert.

La problématique principale de cette thèse est de faire un premier pas pour remédier à cette

absence. Nous avons pour cela exploré différents mécanismes pouvant amener à une augmentation du taux de transfert. Nos résultats font l'objet des trois prochains chapitres.

Dans le cinquième et dernier chapitre de la thèse, nous présenterons le travail que nous avons effectué sur le rôle de l'irradiation dans le modèle de l'instabilité du disque appliqué aux AGNs, qui a constitué un travail périphérique au contexte global de la thèse.



## Références

- AUGUSTEIJN, T., KUULKERS, E. & SHAHAM, J., 1993; 'Glitches' in soft X-ray transients : Echoes of the main burst ? A&A, **279**, L13
- BALBUS, S. A. & HAWLEY, J. F., 1998; *Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks*. Reviews of Modern Physics, **70**, 1
- BATH, G. T., 1975; *Dynamical instabilities and mass exchange in binary systems*. MNRAS, **171**, 311
- , 2004; *Mass-transfer bursts and the superhumps in cataclysmic variables*. MNRAS, **349**, 1505
- BEUERMANN, K., BARAFFE, I., KOLB, U. & WEICHHOLD, M., 1998; *Are the red dwarfs in cataclysmic variables main-sequence stars ?* A&A, **339**, 518
- BUAT-MÉNARD, V., HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2001; *Z Cam stars : A particular response to a general phenomenon*. A&A, **369**, 925
- CANNIZZO, J. K. & MATTEI, J. A., 1992; *On the long-term behavior of SS Cygni*. ApJ, **401**, 642
- CHEN, W., LIVIO, M. & GEHRELS, N., 1993; *The secondary maxima in black hole X-ray nova light curves - Clues toward a complete picture*. ApJ Letters, **408**, L5
- CHEN, W., SHRADER, C. R. & LIVIO, M., 1997; *The Properties of X-Ray and Optical Light Curves of X-Ray Novae*. ApJ, **491**, 312
- DUBUS, G., HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2001; *The disc instability model for X-ray transients : Evidence for truncation and irradiation*. A&A, **373**, 251
- DUBUS, G., LASOTA, J.-P., HAMEURY, J.-M. & CHARLES, P., 1999; *X-ray irradiation in low-mass binary systems*. MNRAS, **303**, 139
- EDWARDS, D. A., 1988; *Instability in the red star of semi-detached binary systems. III*. MNRAS, **231**, 25
- FRANK, J., KING, A. & RAINE, D. J., 2002; *Accretion Power in Astrophysics : Third Edition*. Accretion Power in Astrophysics, by Juhan Frank and Andrew King and Derek Raine, pp. 398. ISBN 0521620538. Cambridge, UK : Cambridge University Press, February 2002.
- FRANK, J., KING, A. R. & LASOTA, J.-P., 1987; *The light curves of low-mass X-ray binaries*. A&A, **178**, 137
- GONTIKAKIS, C. & HAMEURY, J.-M., 1993; *Constraints on the illumination model for soft X-ray transients*. A&A, **271**, 118
- HAMEURY, J.-M., 2000; *Disk and secondary irradiation in dwarf novae*. New Astronomy Review, **44**, 15
- HAMEURY, J. M., KING, A. R. & LASOTA, J. P., 1986; *A model for soft X-ray transients*. A&A, **162**, 71
- HAMEURY, J.-M., LASOTA, J.-P. & HURE, J.-M., 1997; *A model for WZ SGE with 'standard' values of alpha*. MNRAS, **287**, 937
- HAMEURY, J.-M., MENOUE, K., DUBUS, G., LASOTA, J.-P. & HURE, J.-M., 1998; *Accretion disc outbursts : a new version of an old model*. MNRAS, **298**, 1048
- HARTMANN, L. & KENYON, S. J., 1996; *The FU Orionis Phenomenon*. Annu. Rev. Astron. Astrophys., **34**, 207
- HÖSHI, R., 1979; *Accretion Model for Outbursts of Dwarf Nova*. Progress of Theoretical Physics, **61**, 1307
- KING, A. R. & RITTER, H., 1998; *The light curves of soft X-ray transients*. MNRAS, **293**, L42
- LEWIN, W. H. G., VAN PARADIJS, J. & VAN DEN HEUVEL, E. P. J., 1997; *X-ray Binaries*. X-ray Binaries, Edited by Walter H. G. Lewin and Jan van Paradijs and Edward P. J. van den Heuvel, pp. 674. ISBN 0521599342. Cambridge, UK : Cambridge University Press, January 1997.
- LUBOW, S. H. & SHU, F. H., 1975; *Gas dynamics of semidetached binaries*. ApJ, **198**, 383
- OSAKI, Y., 1985; *Irradiation-induced mass-overflow instability as a possible cause of superoutbursts in SU UMa stars*. A&A, **144**, 369
- , 1989; *A model for the superoutburst phenomenon of SU Ursae Majoris stars*. P.A.S.J., **41**, 1005
- , 1996; *Dwarf-Nova Outbursts*. P.A.S.P., **108**, 39
- OSAKI, Y. & MEYER, F., 2003; *Is evidence for enhanced mass transfer during dwarf-nova outbursts well substantiated ?* A&A, **401**, 325
- PAPALOIZOU, J. C. B. & PRINGLE, J. E., 1984; *The dynamical stability of differentially rotating discs with constant specific angular momentum*. MNRAS, **208**, 721
- PRINGLE, J. E., 1981; *Accretion discs in astrophysics*. Annu. Rev. Astron. Astrophys., **19**, 137
- SCHREIBER, M. R., 2007; *The statistical significance of the superhump signal in U Geminorum*. A&A, **466**, 1025
- SHAKURA, N. I. & SYUNYAEV, R. A., 1973; *Black holes in binary systems. Observational appearance*. A&A, **24**, 337
- SMAK, J., 1984; *Accretion in cataclysmic binaries. IV - Accretion disks in dwarf novae*. Acta Astronomica, **34**, 161

- , 1989 ; *On the irradiation of disks in cataclysmic binaries*. Acta Astronomica, **39**, 201
- , 1995 ; *Observational Evidence for the Enhancement of the Mass Transfer Rate during Dwarf Nova Outbursts*. Acta Astronomica, **45**, 355
- , 1999 ; *Dwarf Nova Outbursts. II. On the Nature of "Narrow" and "Wide" Outbursts*. Acta Astronomica, **49**, 383
- , 2004 ; *Enhanced Mass Transfer in Dwarf Novae of the SU UMa Type During Their Outbursts and Superoutbursts*. Acta Astronomica, **54**, 221
- , 2007 ; *Superoutbursts of Z Chameleontis. Detection of the Hot Spot*. Acta Astronomica, **57**, 87
- SMAK, J. & WAAGEN, E. O., 2004 ; *The 1985 Superoutburst of U Geminorum. Detection of Superhumps*. Acta Astronomica, **54**, 433
- SPRUIT, H. C., 1991 ; *Shock Waves in Accretion Disks*. Dans *Reviews in Modern Astronomy*, G. Klare, réd., tm. 4 de *Reviews in Modern Astronomy*
- TANAKA, Y. & SHIBAZAKI, N., 1996 ; *X-ray Novae*. Annu. Rev. Astron. Astrophys., **34**, 607
- TRUSS, M. R., WYNN, G. A., MURRAY, J. R. & KING, A. R., 2002 ; *The origin of the rebrightening in soft X-ray transient outbursts*. MNRAS, **337**, 1329
- VERBUNT, F., 1982 ; *Accretion disks in stellar X-ray sources - A review of the basic theory of accretion disks and its problems*. Space Science Reviews, **32**, 379
- VOGT, N., 1983 ; *VW Hydri revisited - Conclusions on dwarf nova outburst models*. A&A, **118**, 95
- WARNER, B., 2003 ; *Cataclysmic Variable Stars. Cataclysmic Variable Stars*, by Brian Warner, pp. 592. ISBN 052154209X. Cambridge, UK : Cambridge University Press, September 2003.
- WHITEHURST, R., 1988 ; *Numerical simulations of accretion disks. I - Superhumps - A tidal phenomenon of accretion disks*. MNRAS, **232**, 35



# L'irradiation de la secondaire amène-t-elle à une augmentation du taux de transfert ?

La rédaction de ce chapitre est inspirée de l'article Viallet & Hameury (2007) paru dans *Astronomy & Astrophysics*. Cet article ne traite que des novae naines, nous discuterons des transitoires X en fin de chapitre.

## 1. Problématique

Pendant une éruption, la luminosité produite par le disque et par la couche limite augmente significativement. L'étoile secondaire est alors irradiée par un flux très important, de l'ordre de 10 à 100 fois son flux intrinsèque, cf. Smak (2004a). Cette forte irradiation affecte nécessairement la secondaire. Il est souvent suggéré dans la littérature que l'irradiation pourrait être à l'origine d'une augmentation substantielle du taux de transfert de masse.

Toutefois, la situation est assez complexe et le mécanisme amenant à une augmentation du taux de transfert est loin d'être évident. En effet, le disque d'accrétion projette son ombre sur la secondaire et le point de Lagrange  $L_1$  n'est donc pas directement irradié, ceci est illustré à la figure II.1.

Sarna (1990) a entrepris la difficile tâche de construire un modèle cohérent de l'enveloppe de la secondaire irradiée. Le contexte de son travail est un peu différent du notre, puisque Sarna (1990) s'intéresse au modèle d'instabilité de la secondaire que nous avons présenté à la section 6.1.2.

Comme Sarna (1990) le fait remarquer, le taux de transfert dépend des conditions physiques de température et densité au voisinage du point  $L_1$ . Tout transport d'énergie vers cette région entraîne une augmentation du taux de transfert. En effet, une augmentation de la température de l'atmosphère dans le voisinage de  $L_1$  provoque une expansion de l'atmosphère et par suite une augmentation du taux de transfert. Dans son modèle, le transport d'énergie est accompli par une circulation méridionale, dont Sarna postule l'existence. Toutefois, il attire l'attention sur le fait que son modèle, se voulant simple, n'inclut pas la force de Coriolis.

Cependant l'existence même d'une telle circulation méridionale n'est pas évidente, justement à cause de la force de Coriolis. Nous reproduisons ici l'argumentation de Osaki & Meyer (2003) qui arrivent à la conclusion que la force de Coriolis empêche tout transport méridional. Tout d'abord, les auteurs font remarquer qu'en géométrie de Roche, le vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  a une composante normale non-nulle au voisinage de  $L_1$  (voir figure II.2). On se place alors dans le plan tangent au voisinage de  $L_1$ . En régime stationnaire, les équations de l'écoulement de surface s'écrivent :

$$2\rho\vec{\Omega}_\perp \times \vec{v}_\parallel = -\vec{\nabla}_\parallel P \quad (\text{II.1})$$

ainsi  $\vec{v}_\parallel \perp \vec{\nabla}_\parallel P$  et l'écoulement est perpendiculaire au gradient de pression : c'est la force de

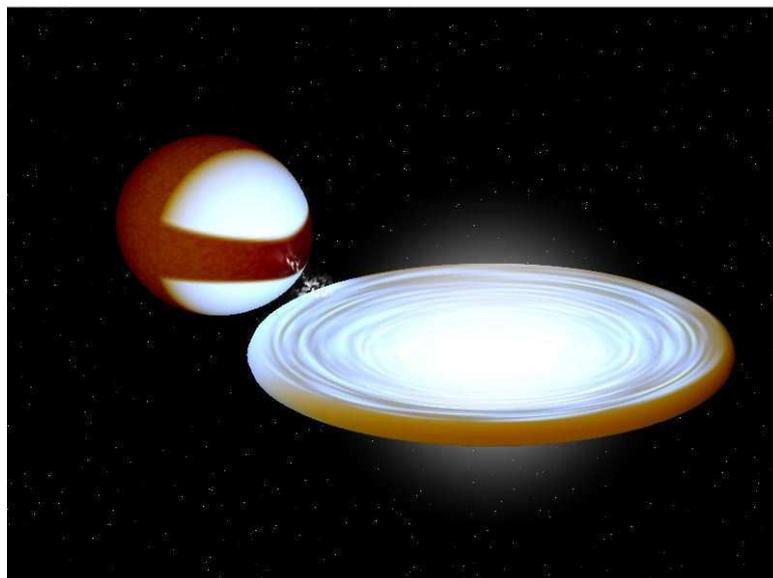


FIG. II.1 – Illustration d’une novae naine en éruption. Les régions irradiées peuvent atteindre des températures de l’ordre de  $10^4$  K, alors que la température effective de l’étoile est de l’ordre de quelques milliers de Kelvin.

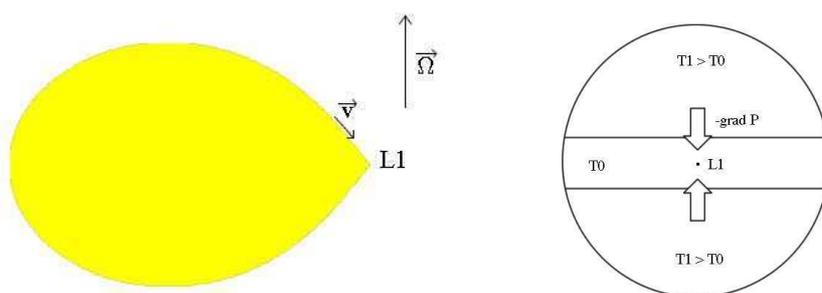


FIG. II.2 – Illustration de l’argumentation de Osaki & Meyer (2003) : un écoulement géostrophique n’entraîne aucun transport méridional.

Coriolis qui équilibre le gradient de pression. C’est ce qu’on appelle un *écoulement géostrophique* (voir Pedlosky 1982). Si le gradient de pression découle du gradient de température, celui-ci est donc perpendiculaire à la bande ombragée de la secondaire (voir partie droite de la figure II.2). L’écoulement est alors purement azimutal et aucun transport méridional ne peut avoir lieu.

Toutefois, dans leur argumentation les auteurs partent d’un état *a priori*, où les gradients de température et de pression sont fixés, et ils en déduisent l’écoulement de surface *a posteriori*. Dans la réalité, les champs de pression, température et vitesse évoluent ensemble et de manière complexe, nous y reviendrons plus tard.

Smak (2004a) calcule l’écoulement de surface dans un modèle simple à l’état stationnaire. Smak ne résout pas à proprement parler les équations hydrodynamiques, mais suit plutôt une approche Lagrangienne où il calcule la trajectoire de particules indépendantes. L’auteur arrive à une conclusion opposée à celle d’Osaki & Meyer (2003) et montre que la température de la région du point  $L_1$  peut-être significativement augmentée. En conséquence le taux de transfert est multiplié par un facteur 20 – 30 dans les systèmes de type SU UMa et par un facteur 2 – 6 dans les systèmes de type U Gem.

Les résultats opposés Osaki & Meyer (2003) et Smak (2004a) ont déclenché une mini «po-

lémique» entre ces auteurs, qui s'étend sur quelques articles (voir Osaki & Meyer 2004, Smak 2004b). Nous ne nous étendrons pas sur cette polémique, car aucune des deux approches n'est satisfaisante. Au delà de leur simplicité, notons que les auteurs ne résolvent jamais vraiment les équations hydrodynamiques et qu'ils se placent tous deux à l'état stationnaire. Or, rien ne permet de prédire à l'avance si un état stationnaire existe bel et bien, ou encore s'il est possible de l'atteindre sur une échelle de temps comparable à la durée d'une éruption. En effet une éruption possède un début, où l'étoile «au repos» va être perturbée par l'irradiation. Le problème qui consiste à déterminer l'évolution d'un fluide soumis à une perturbation extérieure lorsque la dynamique est dominée par la force de Coriolis est le problème de l'«ajustement géostrophique», qui fut étudié initialement par Rossby (voir par exemple Pedlosky 2003, chap. 11) dans un contexte météorologique. C'est un problème loin d'être trivial.

Pour essayer de comprendre ce qui se passe réellement à la surface de la secondaire pendant une éruption, nous avons entrepris une approche plus élaborée que celle de nos prédécesseurs, en résolvant les équations hydrodynamiques en régime dépendant du temps. C'est cette approche que nous allons maintenant décrire.

## 2. Description du modèle physique

### 2.1. PARAMÈTRES PHYSIQUES DES SYSTÈMES ÉTUDIÉS

Dans ce chapitre nous ne traitons que du cas des novae naines. Dans les transitoires X molles, l'irradiation de la secondaire est beaucoup plus importante et cela pose des problèmes techniques. Nous y reviendrons en fin de chapitre. Le tableau II.1 liste trois jeux de paramètres physiques qui correspondent à un système de chaque sous-famille de novae naines.

TAB. II.1 – Paramètres physiques des trois systèmes utilisés.  $P_{\text{orb}}$ ,  $a$ ,  $q$  ont leur sens usuel.  $R_*$  est le rayon moyen de la secondaire. La température effective de la secondaire  $T_*$  est tirée de Smak (2004a).  $\Sigma_{\text{irr}}$  est la densité de colonne de la couche affectée par l'irradiation. La dernière colonne est la hauteur de la frontière entre la zone ombragée et la zone irradiée mesurée en degré au dessus de l'équateur sur le méridien principal.

Système	N°	$P_{\text{orb}}$ (h)	$a$ ( $R_{\odot}$ )	$R_*/a$	$q = M_2/M_1$	$T_*$ (K)	$\Sigma_{\text{irr}}$ ( $\text{g cm}^{-2}$ )	taille de l'ombre
OY Car	1	1.51	0.6	0.21	0.1	2500	350	10°
U Gem	2	4.24	1.48	0.29	0.36	3500	200	10°
Z Cam	3	6.96	2.17	0.35	0.6	4200	250	10°

$\Sigma_{\text{irr}}$  est la densité de colonne affectée par un flux d'irradiation d'une température effective de  $10^4\text{K}$ . Elle est calculée à l'aide des modèles d'atmosphère construits au chapitre IV. Le calcul de la taille de l'ombre sera présenté plus loin.

### 2.2. CONSIDÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES

Même si notre but ici est de faire un modèle plus élaboré que Smak (2004a), il est tout de même nécessaire de faire des simplifications, tant le problème complet est complexe. Tout d'abord, nous choisissons de modéliser l'écoulement de surface en suivant une approche 2D. En effet, l'échelle de hauteur  $h$  de l'atmosphère est beaucoup plus petite que le rayon moyen de l'étoile  $R_2$ <sup>a</sup>. Ainsi les mouvements verticaux sont beaucoup moins importants que les mouvements horizontaux et nous remplaçons la connaissance de la structure verticale de l'atmosphère par l'hypothèse que celle-ci est à l'équilibre hydrostatique. Dans cette approche nous nous intéressons donc à l'évolution d'une pellicule de gaz infiniment fine à la surface de l'étoile. Nous supposons que son

<sup>a</sup> La secondaire remplissant son lobe de roche, elle n'est pas sphérique. On peut cependant définir le rayon moyen du lobe de Roche, voir par exemple Warner (2003)

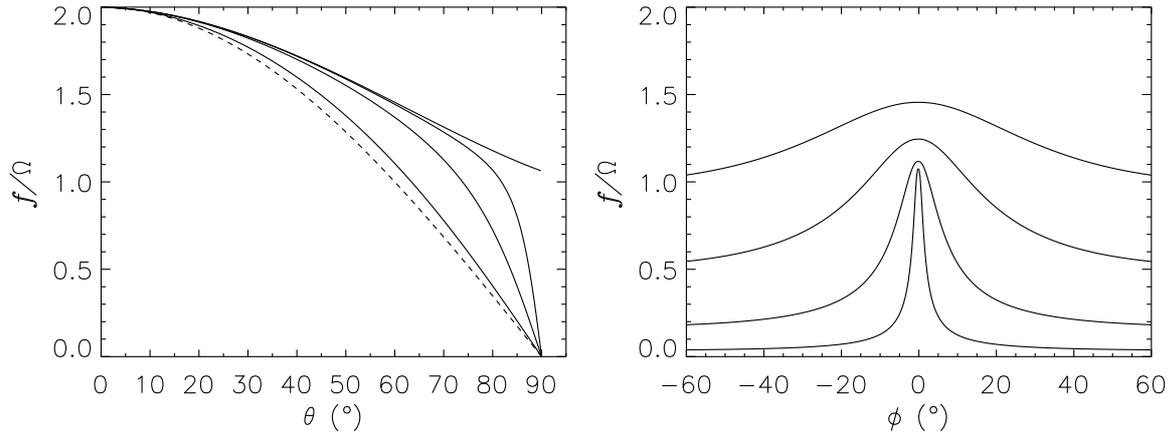


FIG. II.3 – Profils du paramètre de Coriolis  $f$  sur le lobe de Roche. *A gauche* : profils suivant les méridiens de longitude  $\phi = 0^\circ$  (méridien passant par  $L_1$ ),  $\phi = 5^\circ$ ,  $\phi = 15^\circ$  et  $\phi = 45^\circ$  (de haut en bas). Le profil correspondant à la géométrie sphérique est tracé en tirets. *A droite* : profils suivant les parallèles de colatitude  $\theta = 89^\circ$ ,  $\theta = 85^\circ$ ,  $\theta = 75^\circ$  et  $\theta = 60^\circ$  (de bas en haut).

évolution est décrite par les lois de l'hydrodynamique. Comme souvent en astrophysique, la viscosité moléculaire est négligeable et nous résolvons donc les équations d'Euler.

Dans une approche 2D, la force de Coriolis n'entre dans les équations que par sa composante parallèle à la surface. Son intensité est alors caractérisée par le *paramètre de Coriolis*  $f = 2\vec{\Omega} \cdot \vec{n}$  où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire perpendiculaire à la surface et  $\vec{\Omega}$  est le vecteur rotation de l'étoile. Dans la géométrie de Roche,  $f$  a un profil complexe qui doit être calculé numériquement. Nous utiliserons dans la suite les coordonnées sphériques  $(\theta, \phi)$  pour nous repérer sur le lobe,  $\theta$  est la colatitude du point et  $\phi$  la longitude. Le méridien passant par  $L_1$  correspond à  $\phi = 0^\circ$  et le point  $L_1$  a une colatitude  $\theta$  égale à  $90^\circ$ . La figure II.3 montre le profil de  $f$  suivant différents méridiens ( $\phi = C^{te}$ ) et différents parallèles ( $\theta = C^{te}$ ). Le point  $L_1$  étant un point anguleux, le profil de  $f$  est discontinu en  $L_1$ . Le principal argument de Osaki & Meyer (2003) est que suivant le méridien passant par  $L_1$ ,  $f$  reste grand à cause de la courbure particulière du lobe de Roche ; ceci contraste avec la géométrie sphérique où  $f$  s'annule à l'équateur. Cependant, en s'éloignant en longitude du point  $L_1$  on retrouve assez rapidement les caractéristiques de la géométrie sphérique, avec un profil de  $f$  chutant assez rapidement lorsqu'on s'approche de l'équateur ; à  $\phi = 45^\circ$ , on est déjà très proche de la géométrie sphérique.

On mesure l'influence de la force de Coriolis sur la dynamique par le nombre de Rossby :

$$\mathfrak{Ro} = \frac{V}{fL}, \quad (\text{II.2})$$

où  $V$  et  $L$  sont des valeurs caractéristiques de la vitesse et de l'échelle de longueur de l'écoulement. Ce nombre sans dimension mesure le rapport entre l'inertie et la force de Coriolis. Dans notre cas, on peut utiliser  $V \sim c_s$  (la vitesse du son),  $L \sim R_2$  et  $f \sim \Omega$  si on se place par exemple sur le méridien passant par  $L_1$ . En utilisant les paramètres physiques des différents systèmes, on trouve que  $\mathfrak{Ro} \sim 0.04$ , la dynamique est bien dominée par la force de Coriolis.

Evidemment le fait que le lobe de Roche soit singulier en  $L_1$  pose des problèmes techniques pour la résolution des équations d'Euler. Il est donc nécessaire de considérer une équipotentielle légèrement en deçà du lobe de Roche : ici nous avons choisi une équipotentielle qui, au point  $L_1$ , se situe une échelle de hauteur  $h$  en dessous du lobe de Roche. Dans ce cas, le profil de  $f$  n'est plus singulier mais varie très brusquement lorsqu'on se rapproche du point correspondant à  $L_1$ , i.e. du point de coordonnées  $(\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ)$  que par abus de langage nous nommerons quand même  $L_1$  dans la suite. Normalement il nous faudrait utiliser les *coordonnées de Roche*, introduite par Kopal

(1969), qui forment un système de coordonnées orthogonales sur le lobe de Roche <sup>b</sup>. Cependant nous avons choisi de simplifier notre modèle en considérant une étoile sphérique, de rayon  $R_*$  égal au rayon moyen du lobe de Roche  $R_2$ , sur laquelle nous projetons toutes les quantités ( $f$  par exemple) calculées préalablement dans la géométrie de Roche. Le principe de la projection de l'équipotentielle de Roche sur la sphère de rayon  $R_*$  est illustré sur la figure II.4

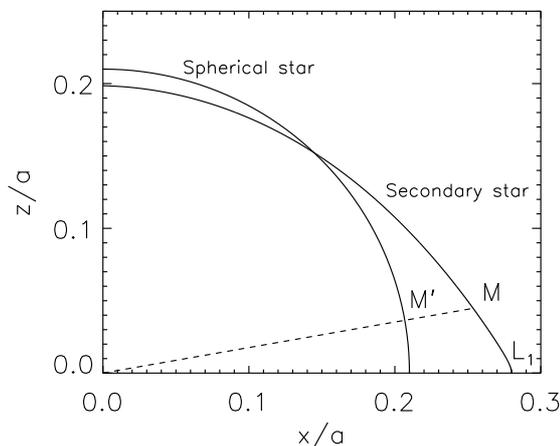


FIG. II.4 – Principe de projection du lobe de Roche sur la sphère de rayon  $R_*$ . La figure montre une coupe méridionale passant par  $L_1$ .

Evidemment, cette projection ne conserve pas les distances. En particulier, on peut voir sur la figure II.4 que la largeur de la zone d'ombre est moins grande une fois projetée sur la sphère. La distorsion induite par la projection est maximale dans la région du point  $L_1$ . Cependant l'avantage est que nous pouvons utiliser les coordonnées sphériques, qui sont beaucoup plus simples à manipuler que les coordonnées de Roche qui ne possèdent pas d'expressions analytiques.

### 2.3. TRAITEMENT DE L'IRRADIATION

L'action de l'irradiation sur l'atmosphère de la secondaire n'est pas encore bien comprise. Notamment, il n'est pas évident que le flux puisse augmenter localement et de façon significative la température effective de l'étoile secondaire. Nous laissons ces questions pour un développement futur ; nous reviendrons sur le problème du chauffage photosphérique dans un contexte un peu différent au chapitre IV. Nous adopterons ici un point de vue très simple : nous supposerons que l'irradiation est efficace et que le flux d'accrétion est entièrement absorbé sous la photosphère de l'étoile et contribue donc à en augmenter localement la température effective.

En première approximation, le flux d'irradiation arrivant à la surface de la secondaire est :

$$F_{\text{irr}} \approx \frac{L_{\text{acc}}}{4\pi a^2} \quad (\text{II.3})$$

où  $a$  est la séparation orbitale et  $L_{\text{acc}} = GM\dot{M}/R_1$  est la luminosité produite par l'accrétion. On peut alors définir la température d'irradiation qui est la température effective du flux d'irradiation :

$$T_{\text{irr}} = (F_{\text{irr}}/\sigma)^{1/4} \quad (\text{II.4})$$

Pour les paramètres typiques des novae naines, on a  $T_{\text{irr}} \sim 10^4$  K (Smak 2004a).

<sup>b</sup> cela n'est pas le cas si on utilise les coordonnées sphériques pour se repérer sur le lobe, ce qui complique grandement la formulation des équations

Dans notre modèle,  $F_{\text{irr}}$  possède une dépendance temporelle liée à la durée finie d'une éruption. Nous utilisons 2 profils d'éruption, un «court» d'une durée de 60 périodes orbitales pour modéliser les éruptions «classiques» des novae naines, et un «long» durant 5 fois plus longtemps pour modéliser les super-éruptions des systèmes de type SU UMa. Notons qu'au vu de notre but et des incertitudes déjà engagées, il n'est pas nécessaire de prendre des profils réalistes et nous nous contentons de profils simples, illustrés à la figure II.5. Pour simplifier, nous prenons  $T_{\text{irr,max}} = 10^4$  K pour tous les cas considérés.

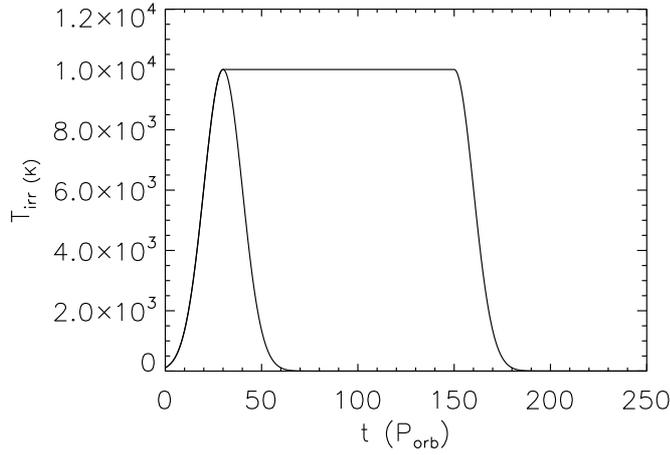


FIG. II.5 – Profils temporels utilisés pour modéliser les éruptions.

Dans les équations, que nous expliciterons dans la prochaine sous-section, l'irradiation entre comme un terme source de l'équation d'énergie. En un point donné de la secondaire, le flux de chauffage peut s'écrire :

$$F_{+} = \sigma(T_{*}^4 + \psi T_{\text{irr}}^4) \quad (\text{II.5})$$

et comprend le chauffage par le flux intrinsèque de la secondaire (chauffage par «en dessous») et la contribution de l'irradiation (chauffage par «au dessus») modulée par un facteur géométrique  $\psi$  qui prend en compte l'incidence oblique et l'ombre du disque d'accrétion.  $\psi$  s'écrit ainsi :

$$\psi = (\vec{n} \cdot \vec{u}) \times S(\alpha_s) \quad (\text{II.6})$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur normal à la surface de l'étoile au point considéré et  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire qui pointe du point considéré vers la direction de la composante primaire, supposée être la source ponctuelle de l'émission. Evidemment, lorsque  $\vec{n} \cdot \vec{u} < 0$ , le point considéré est éclipsé de l'astre compact par la secondaire elle-même et donc  $\psi = 0$ . Le terme  $S(\alpha_s)$  permet de prendre en compte l'ombre projetée par le disque de la manière suivante :

On suppose que le disque d'accrétion a un angle d'ouverture constant (c'est le cas pour un disque axisymétrique) noté  $\alpha_d$ . Cet angle est défini par :

$$\tan \alpha_d = \max_{\text{disque}} \left( \frac{H}{R} \right) \quad (\text{II.7})$$

où  $H$  est la hauteur verticale du disque à une distance  $R$  du centre de l'astre compact. On définit ensuite l'angle  $\alpha_s$  par

$$\tan \alpha_s = \frac{z}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \quad (\text{II.8})$$

où  $(x, y, z)$  est un repère cartésien centré sur la secondaire tel que l'axe  $x$  pointe vers la primaire et  $(x, y)$  est le plan orbital. Physiquement  $\alpha_s$  est l'angle entre la droite joignant le centre de l'astre

compact au point considéré sur la secondaire et le plan orbital. Un point situé sur la face irradiée de la secondaire est dans l'ombre du disque lorsque  $\alpha_s < \alpha_d$ . On choisit ensuite une fonction telle que la transition ombre  $\rightarrow$  lumière soit régulière, nous prenons ici la fonction suivante :

$$S(\alpha_s) = \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \frac{\alpha_s - \alpha_d}{\Delta\alpha_d} \right) \quad (\text{II.9})$$

où  $\Delta\alpha_d$  mesure la largeur de la transition, fixée dans la suite à  $0.5^\circ$  pour que la transition soit assez rapide. Pour chaque modèle, nous avons déterminé la valeur de  $\alpha_d$  pendant une éruption. Nous avons pour cela utilisé le code d'évolution du disque décrit en annexe. Pendant une éruption, l'ouverture du disque atteint  $\sim 4^\circ$  pour le modèle n°1 et  $\sim 6^\circ$  pour les modèles n°2 et n°3. De plus, même si le disque en quiescence a une ouverture bien plus faible, nous avons vérifié qu'au début de l'éruption le disque atteint rapidement son ouverture maximale. On peut donc considérer que le disque possède son ouverture maximale dès le début de l'éruption. En terme de hauteur de la limite ombre/lumière mesurée sur la secondaire, cela donne une limite située environ  $10^\circ$  au dessus de l'équateur, suivant le méridien principal. La plus petite ouverture du disque dans le modèle n°1 est compensée par une secondaire plus petite.

$\psi$  ayant été calculé dans la géométrie de Roche, il est finalement projeté sur notre étoile sphérique en suivant le principe explicité plus haut.

## 2.4. FORMULATION DES ÉQUATIONS

### 2.4.1. Les équations d'Euler : formulation générale

Les équations d'Euler sont des équations aux dérivées partielles qui régissent l'évolution des champs de densité  $\rho$ , de vitesse  $\vec{v}$  et d'énergie volumique  $E$  d'un fluide. Ces équations sont l'expression des lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Elles s'écrivent sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{T}} = \vec{F} \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((E + P)\vec{v}) = Q \quad (\text{II.12})$$

$$(\text{II.13})$$

où  $\bar{\bar{T}} = \rho \vec{v} \vec{v} + P \bar{\bar{I}}$  est le tenseur d'impulsion.  $E$  est l'énergie totale du fluide par unité de volume et comporte une contribution de l'énergie cinétique et de l'énergie interne du fluide :

$$E = \rho e + \frac{1}{2} \rho \vec{v}^2 \quad (\text{II.14})$$

où  $e$  est l'énergie interne spécifique du fluide.

Pour rester général, nous avons introduit au second membre une densité de force  $\vec{F}$  (résultante des forces qui s'appliquent sur le fluide par unité de volume) ainsi qu'un terme de chauffage  $Q$  (ou refroidissement selon son signe) qui est une énergie par unité de volume et par unité de temps.

Le système d'équations ci-dessus est équivalent à 5 équations scalaires pour 7 quantités :  $\rho$ ,  $P$ ,  $\vec{v}$  (3 quantités),  $T$  et  $e$ . Il manque ainsi deux équations pour clore le système. Ces deux équations sont l'équation d'état du gaz  $P = P(\rho, T)$  et l'expression de son énergie interne  $e = e(\rho, T)$ . Nous considérons ici un gaz parfait, dont l'équation d'état est :

$$P = \rho R_g T \quad (\text{II.15})$$

où  $R_g = R/\mu$  ( $R = 8.31$  est la constante des gaz parfaits et  $\mu$  est la masse moléculaire soit  $1 \text{ g mole}^{-1}$  pour de l'hydrogène pur).

De plus, l'énergie interne spécifique du gaz parfait est :

$$e = \frac{R_g T}{\gamma - 1} \quad (\text{II.16})$$

où  $\gamma$  est l'indice adiabatique du gaz. La valeur de cet indice dépend en général de la nature du gaz. Par simplicité, nous considérerons  $\gamma = 5/3$ , qui correspond à un gaz mono-atomique sans degré de liberté interne.

### 2.4.2. Ecriture des équations dans un système de coordonnées curvilignes

Une fois un système de coordonnées choisi, les équations peuvent être explicitées. Nous restons tout d'abord général en nous plaçant dans un repère curviligne ( $x^i$ ), que nous supposons être orthogonal. Les outils mathématiques qui permettent de décrire les propriétés des coordonnées sont :

- Le tenseur métrique<sup>c</sup>  $g_{ij}$ , son déterminant est noté  $g$ .
- Les symboles de Christoffel de deuxième espèce  $\Gamma_{jk}^i$ .

Les coordonnées formant un système orthogonal, le tenseur métrique est diagonal. Nous noterons ses composantes diagonales  $h_i^2$ . En utilisant ces quantités, les opérateurs vectoriels dont nous avons besoin s'écrivent ainsi :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} A^i}{\partial x^i} \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{T}^i = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} T^{ij}}{\partial x^j} + \Gamma_{jk}^i T^{jk} \quad (\text{II.18})$$

où on utilise la sommation implicite sur les index répétés.

La "vitesse" est définie par  $v^i = \dot{x}^i$ . Cette quantité, qui intervient dans les équations, n'est pas forcément exprimée en unité physique. En effet c'est le tenseur métrique qui porte les unités physiques.

Les coordonnées du tenseur d'impulsion s'écrivent :

$$T^{ij} = \rho v^i v^j + P g^{ij} \quad (\text{II.19})$$

Nous décrivons maintenant une manière de formuler les équations sous une forme semblable à la formulation en coordonnées cartésiennes. La démarche est illustrée sur l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\sqrt{g} \rho v^i)}{\partial x^i} = 0 \quad (\text{II.20})$$

$$\iff \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} v^i}{\partial x^i} = 0 \text{ avec } \bar{\rho} = \sqrt{g} \rho \quad (\text{II.21})$$

$$(\text{II.22})$$

La ré-écriture fait intervenir une redéfinition de  $\rho$ .

On procède alors de la même manière avec le reste des équations, le système complet des équations d'Euler devient :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} v^i}{\partial x^i} = 0 \quad (\text{II.23})$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} v^i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} v^i v^j + \bar{P} g^{ij})}{\partial x^j} = -\Gamma_{jk}^i (\bar{\rho} v^j v^k + \bar{P} g^{jk}) + \bar{F}^i \quad (\text{II.24})$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \frac{\partial ((\bar{E} + \bar{P}) v^i)}{\partial x^i} = \bar{Q} \quad (\text{II.25})$$

$$(\text{II.26})$$

<sup>c</sup> Comme dans beaucoup d'ouvrages, nous décrivons un tenseur par ses coordonnées.

### 2.4.3. Formulation finale

Nous utilisons maintenant les coordonnées sphériques formées de la colatitude  $\theta$  et de la longitude  $\phi$  pour décrire la sphère de rayon  $R_*$ . On a :

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} R_*^2 & 0 \\ 0 & R_*^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (g^{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_*^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_*^2 \sin^2 \theta} \end{pmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Ainsi  $h_1 = R_*$  et  $h_2 = R_* \sin \theta$ . Les composantes de la vitesse écrites en unités physiques sont donc  $v_\theta = h_1 \tilde{v}_\theta$  et  $v_\phi = h_2 \tilde{v}_\phi$ , avec  $\tilde{v}_\theta = \dot{\theta}$  et  $\tilde{v}_\phi = \dot{\phi}$ . A partir de maintenant nous utiliserons la notation  $v_\theta, v_\phi$  pour les composantes «réelles», l'utilisation d'un tilde étant réservée aux composantes «géométriques» de la vitesse.

Les seuls symboles de Christoffel non nuls sont :

$$\Gamma_{22}^1 = -\cos \theta \sin \theta \quad (\text{II.28})$$

$$\Gamma_{12}^2 = \frac{1}{\tan \theta} \quad (\text{II.29})$$

$$(\text{II.30})$$

Concernant les termes sources, nous devons expliciter  $\vec{F}$  et  $Q$ . Comme nous nous plaçons sur l'étoile secondaire, la force de gravité (où plus précisément la résultante des forces de gravité des deux astres) ainsi que la force centrifuge n'apparaissent pas dans les équations. En effet ces forces donnent à l'étoile sa forme (i.e. une équipotentielle de Roche) telle que la résultante soit normale en chaque point à la surface. Il reste donc la force de Coriolis, dont seule la composante parallèle à la surface nous intéresse. On peut montrer que :

$$f_\theta = f \rho v_\phi \quad (\text{II.31})$$

$$f_\phi = -f \rho v_\theta \quad (\text{II.32})$$

$$(\text{II.33})$$

où  $f$  est le paramètre de Coriolis.

Concernant le terme  $Q$  de l'équation d'énergie, il peut s'écrire comme la somme d'un terme de chauffage et d'un terme de refroidissement. Le terme de chauffage n'est ni plus ni moins que le  $F_+$  formulé à la section 2.3. (formule II.5) ; pour le terme de refroidissement, nous considérons simplement un refroidissement radiatif en  $\sigma T^4$ , suivant la loi du corps noir.

Nous généralisons la notation « barrée » : toute quantité barrée comporte un facteur  $\sqrt{g}$ . Enfin notons que comme nous faisons de la 2D, les quantités comme la masse et l'énergie sont exprimées par unité de surface. Nous utiliserons donc plutôt  $\bar{\Sigma}$  au lieu de  $\rho$ ,  $\bar{\Sigma}$  étant exprimé en  $\text{g cm}^{-2}$ .

La forme finale de nos équations est alors la suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\Sigma} + \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{\Sigma} \tilde{v}_\theta + \frac{\partial}{\partial \phi} \bar{\Sigma} \tilde{v}_\phi = 0 \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\Sigma} \tilde{v}_\theta + \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{T}^{11} + \frac{\partial}{\partial \phi} \bar{T}^{12} = f \bar{\Sigma} \tilde{v}_\phi + \cos \theta \sin \theta \bar{T}^{22} \quad (\text{II.35})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\Sigma} \tilde{v}_\phi + \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{T}^{21} + \frac{\partial}{\partial \phi} \bar{T}^{22} = -f \bar{\Sigma} \tilde{v}_\theta - \frac{2}{\tan \theta} \bar{T}^{12} \quad (\text{II.36})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{E} + \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{E} + \bar{P}) \tilde{v}_\theta + \frac{\partial}{\partial \phi} (\bar{E} + \bar{P}) \tilde{v}_\phi = \bar{F}_+ - \bar{\sigma} T^4 \quad (\text{II.37})$$

Attention à la confusion entre le tenseur impulsion  $T^{ij}$  et la température  $T$ .

### 3. Résolution numérique des équations

#### 3.1. MÉTHODE NUMÉRIQUE

L'avantage de la formulation précédente est que les équations sont écrites sous une forme semblable à la formulation en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (\text{II.38})$$

où  $U$  est le vecteur composé des quantités conservées (densité, quantité de mouvement et énergie totale).  $F = F(U)$  et  $G(U)$  sont les flux dans la direction  $x$  et  $y$ , respectivement. Enfin  $S$  est le vecteur comportant les termes sources.

Dans notre cas nous avons :

$$U = \begin{pmatrix} \bar{\Sigma} \\ \bar{\Sigma}\bar{v}_\theta \\ \bar{\Sigma}\bar{v}_\phi \\ \bar{E} \end{pmatrix} F = \begin{pmatrix} \bar{\Sigma}\bar{v}_\theta \\ \bar{\Sigma}\bar{v}_\theta^2 + Pg^{11} \\ \bar{\Sigma}\bar{v}_\phi\bar{v}_\phi \\ (\bar{E} + \bar{P})\bar{v}_\theta \end{pmatrix} G = \begin{pmatrix} \bar{\Sigma}\bar{v}_\phi \\ \bar{\Sigma}\bar{v}_\phi\bar{v}_\phi \\ \bar{\Sigma}\bar{v}_\phi^2 + Pg^{22} \\ (\bar{E} + \bar{P})\bar{v}_\phi \end{pmatrix} S = \begin{pmatrix} 0 \\ f\bar{\Sigma}\bar{v}_\phi + \cos\theta \sin\theta(\bar{\Sigma}\bar{v}_\phi^2 + Pg^{22}) \\ -f\bar{\Sigma}\bar{v}_\theta - \frac{2}{\tan\theta}(\bar{\Sigma}\bar{v}_\phi\bar{v}_\phi) \\ \bar{F}_+ - \bar{\sigma}T^4 \end{pmatrix} \quad (\text{II.39})$$

et  $x \equiv \theta$  et  $y \equiv \phi$ . Ainsi dans notre formulation de l'équation II.38,  $U$ ,  $F$ ,  $G$  et  $S$  comportent des quantités n'étant pas en unités physiques. De plus,  $S$  comporte des termes d'origine purement géométrique (ceux faisant intervenir les symboles de Christoffel).

Néanmoins, rien ne nous empêche d'utiliser n'importe quel schéma numérique formulé pour les coordonnées cartésiennes pour résoudre le système II.38, II.39. C'est ainsi un moyen très simple de résoudre les équations d'Euler dans n'importe quelle géométrie, aussi compliquée soit-elle. Notons qu'il est possible de faire beaucoup plus sophistiqué, voir par exemple Rossmannith *et al.* (2004), où un schéma aux volumes finis basé sur la méthode de Godunov permettant de résoudre un système d'équations hyperboliques sur une surface courbe est développé. Toutefois notre problème ne justifie pas l'utilisation d'un schéma aussi sophistiqué. En effet, notre problème ne comportant pas a priori de chocs ou autres discontinuités, nous avons opté pour un schéma aux différences finies, beaucoup plus simple à mettre en oeuvre qu'un schéma aux volumes finis. Nous avons tout d'abord utilisé le schéma de MacCormack, qui est un schéma explicite facile à implémenter, d'ordre 2 temporellement et spatialement. Il s'est toutefois avéré que même si nous n'avions pas de choc à proprement parler, l'irradiation de la secondaire était quand même suffisamment forte pour créer des gradients de pression assez importants pour créer des oscillations numériques (une déficience bien connue des schémas du second ordre). Nous nous sommes alors orienté vers une extension du schéma de MacCormack, proposée par Yee (1987), qui rajoute au schéma initial une étape dite «TVD» pour *Total Variation Diminishing* permettant d'améliorer grandement la robustesse du code. Cet étape consiste à ajouter sélectivement de la viscosité numérique pour empêcher les oscillations numériques de croître. Les résultats obtenus avec le schéma sont alors suffisamment bons au vu du but à atteindre.

Le schéma numérique est présenté sous toutes ses coutures en annexe (cf. annexe C), pour simplifier nous considérons en annexe le cas d'une seule dimension spatiale. Nous explicitons ici le schéma complet, généralisé à deux dimensions spatiales :

$$U_{i,j}^{(1)} = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta\theta} [F(U_{i+1,j}^n) - F(U_{i,j}^n)] - \frac{\Delta t}{\Delta\phi} [G(U_{i,j+1}^n) - G(U_{i,j}^n)] + S(U_{i,j}^n)\Delta t \quad (\text{II.40})$$

$$U_{i,j}^{(2)} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^{(1)} + U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta\theta} [F(U_{i,j}^{(1)}) - F(U_{i-1,j}^{(1)})] - \frac{\Delta t}{\Delta\phi} [G(U_{i,j}^{(1)}) - G(U_{i,j-1}^{(1)})] + S(U_{i,j}^{(1)})\Delta t) \quad (\text{II.41})$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^{(2)} + [\Phi_{i+1/2,j}^n - \Phi_{i-1/2,j}^n] + [\Psi_{i,j+1/2}^n - \Psi_{i,j-1/2}^n] \quad (\text{II.42})$$

Nous nous contenterons ici de dire que la première étape est une étape de prédiction et la deuxième une étape de correction. Les sources sont incluses de manière optimale grâce à cette

formulation en deux étapes. Après ces deux étapes, la solution est avancée dans le temps de  $\Delta t$  à l'ordre 2 spatialement et temporellement, mais des oscillations numériques ont pu apparaître dans les régions de forts gradients. La dernière étape empêche ces oscillations de croître.

La condition CFL, qui est une condition nécessaire pour la stabilité d'un schéma explicite, s'écrit ici (Hirsch 1990) :

$$\Delta t < \Delta t_{\max} = \frac{1}{\bar{c}_{\theta}^{\max}/\Delta\theta + \bar{c}_{\phi}^{\max}/\Delta\phi} \quad (\text{II.43})$$

où  $\bar{c}_{\theta}^{\max}$  et  $\bar{c}_{\phi}^{\max}$  sont les vitesses du son «géométriques» maximales dans le domaine d'intégration.

## 3.2. DOMAINE D'INTÉGRATION

Pour décrire la sphère entière, les coordonnées  $(\theta, \phi)$  varient dans l'intervalle  $[0, \pi] \times [0, 2\pi]$ . Néanmoins, les coordonnées sphériques sont singulières aux pôles ( $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ ). Fort heureusement, dans notre problème physique les régions polaires n'ont pas une grande importance, car elles ne sont pas irradiées et on peut s'affranchir de modéliser ce qui se passe dans les calottes polaires. Nous avons donc réduit l'intervalle des coordonnées à  $[\theta_0, \pi - \theta_0] \times [0, 2\pi]$  avec  $\theta_0$  choisi de manière à ne pas perturber l'écoulement. En pratique,  $\theta_0 = 10^\circ$  est un bon choix. Il est tout à fait bienvenu que nous puissions nous affranchir aussi facilement du problème de la singularité des coordonnées sphériques. Ce n'est pas toujours le cas, comme par exemple dans les simulations météorologiques globales. Dans ce cas, on doit recourir à des méthodes spectrales ou alors faire intervenir un «patchwork» assez compliqué de systèmes de coordonnées pour pouvoir décrire toute la sphère.

Les conditions aux bords sont les suivantes :

- En  $\theta = \theta_0$  et  $\theta = \pi - \theta_0$ , nous utilisons des conditions libres.
- En  $\phi = 0$  et  $\phi = 2\pi$  nous utilisons des conditions périodiques.

Concernant la résolution de nos simulations, nous avons opté pour une grille uniforme de dimension  $151 \times 200$ . Notons que le nombre de points de grille dans la direction  $\theta$  est impair pour que l'on ait un point exactement à l'équateur. Nous avons exploré les effets de la résolution en utilisant aussi une grille «basse résolution» de dimension  $76 \times 100$  et une grille «haute résolution» de dimension  $301 \times 400$ . Les résultats qui seront décrits à la prochaine partie sont qualitativement indépendants de la résolution. De manière générale, les simulations à basse résolution montrent les caractéristiques d'une dissipation numérique prononcée alors que les simulations à haute résolution montrent plus de détails dans l'écoulement, détails souvent chaotiques n'apportant rien à l'interprétation globale de la simulation. Quantitativement, c'est surtout la valeur maximale de la vitesse atteinte par l'écoulement transitoire en  $L_1$  (voir plus loin) qui est affectée par la résolution. L'écart entre les résolutions «basse», «normale» et «haute» est de l'ordre de  $\pm 20\%$ . Les autres grandeurs (densité, température, ...) sont elles beaucoup moins sensibles et ne varient que très peu avec les différentes résolutions.

## 3.3. DÉROULEMENT D'UNE SIMULATION

L'état initial est une étoile possédant une température uniforme égale à  $T_*$  et une densité de surface uniforme égale à  $\Sigma_{\text{irr}}$  (la pression est alors elle aussi uniforme et donnée par l'équation d'état). Le champ de vitesse est pris initialement nul : nous négligeons ainsi l'écoulement de surface présent en quiescence et lié au transfert de masse. L'ordre de grandeur de cette écoulement est  $0.01c_s$ , comme on peut le déduire de l'équation II.1 (voir aussi Lubow & Shu 1975). C'est bien inférieur aux vitesses typiques que nous obtenons dans nos simulations. L'irradiation se met ensuite en route en suivant le profil temporel correspondant (voir section 2.3.). Nos simulations ont une durée totale de 240 périodes orbitales.

## 4. Résultats

Dans toute cette section, lorsque nous parlerons de la densité, de la vitesse et de la température du point  $L_1$ , nous faisons référence à une valeur moyenne calculée à l'aide d'un noyau gaussien centré sur le point de coordonnées ( $\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ$ ) et possédant une largeur à mi-hauteur égale au diamètre de la section efficace du jet de matière qui quitte la secondaire.

### 4.1. MODÈLE N°1 : LES SYSTÈMES DE TYPE SU UMA

Nous présentons d'abord les résultats pour le modèle n°1, représentant des novae naines de type SU UMa. En plus des éruptions classiques, ces systèmes présentent des super-éruptions. Nous commençons d'abord par décrire les simulations des éruptions classiques.

Comme on peut s'y attendre, le premier effet de l'irradiation est d'augmenter la température de l'étoile. L'augmentation de température dans la zone irradiée entraîne une augmentation de pression et un gradient de pression entre la région irradiée et la région ombragée apparaît. A cause de la force de Coriolis, le fluide va chercher à atteindre un état géostrophique, tel que la force de Coriolis équilibre le gradient de pression. Toutefois ce processus d'ajustement est loin d'être trivial.

Initialement, le gradient de pression est vertical et entraîne une accélération verticale du fluide. Le fluide mis en mouvement est immédiatement dévié par l'action de la force de Coriolis. Sur un parallèle donné, cette déviation est plus forte près du méridien  $\phi = 0^\circ$  puisque  $f$  est plus grand à cet endroit. Cela donne au champ de vitesse une allure oscillante (spatialement), comme on peut le voir à  $t = 0.7 P_{\text{orb}}$  sur la figure II.6. Il est alors évident que la matière est amenée à s'écouler vers  $L_1$ . De plus, des gradients de pression apparaissent latéralement, là où l'irradiation devient rasante. Ces gradients sont moins forts et l'écoulement s'ajuste alors très rapidement. Globalement, on constate qu'une circulation dans le sens horaire est en train de se mettre en place<sup>d</sup>. Cette circulation apparaît clairement sur la figure II.6 à  $t = 2.5 P_{\text{orb}}$ . En regardant attentivement, on constate que l'écoulement est géostrophique. Il y a juste dans le voisinage proche de  $L_1$  que l'écoulement s'écarte probablement du géostrophisme exact, à cause de la vitesse de l'écoulement et parce que  $f$  diminue fortement près du point  $L_1$ .

Ainsi le processus d'ajustement est très rapide, quelques périodes orbitales seulement, et surtout l'état que l'on atteint diffère sensiblement de ce que l'on aurait pu prédire initialement. En particulier, nous ne trouvons pas du tout l'écoulement parallèle à l'ombre prédit par Osaki & Meyer (2003). D'où la nécessité d'effectuer une simulation numérique complète! En prenant un peu de recul et en adoptant un langage proche de celui de la météorologie, nous pouvons décrire la situation de la manière suivante : l'irradiation provoque l'apparition d'un anti-cyclone (i.e. une zone de haute-pression) sur la secondaire<sup>e</sup>. La force de Coriolis entraîne la formation d'une circulation géostrophique tournant dans le sens horaire et cette circulation passe par le point  $L_1$ . Notons que durant le processus d'ajustement, des «jets» équatoriaux se forment aux longitudes  $\phi \approx \pm 60^\circ$  (i.e. à la limite latérale de l'ombre) et se propagent respectivement vers l'ouest et vers l'est.

L'irradiation augmentant avec le temps, les gradients de pression s'accroissent et la circulation devient plus forte. Le maximum de l'éruption est atteint à  $t = 30 P_{\text{orb}}$  (voir figure II.6). La figure II.7 montre l'évolution temporelle de la vitesse mesurée au point  $L_1$ , notée  $V(L_1)$ , et de la densité surfacique, notée  $\Sigma(L_1)$ . Notons tout d'abord que pour des raisons de symétrie, la vitesse au point  $L_1$  est purement azimutale. On voit sur la figure II.7 que l'écoulement au point  $L_1$  atteint une vitesse maximale à  $t = 18 P_{\text{orb}}$  de l'ordre de 60 % de la vitesse du son isotherme, mais qu'elle décroît relativement rapidement par la suite. On voit aussi que la densité surfacique tend d'abord à augmenter, à cause de la convergence de l'écoulement à cet endroit, puis à diminuer à cause de la force de l'écoulement de surface. Les variations ne sont cependant pas supérieures à plus de 5 %.

A des instants plus avancés, cf. figure II.8, on observe que la perturbation anti-cyclonique se

<sup>d</sup> elle tourne dans le sens anti-horaire dans l'hémisphère sud

<sup>e</sup> nous décrivons ici ce qui se passe sur l'hémisphère nord de la secondaire, l'hémisphère sud étant symétrique

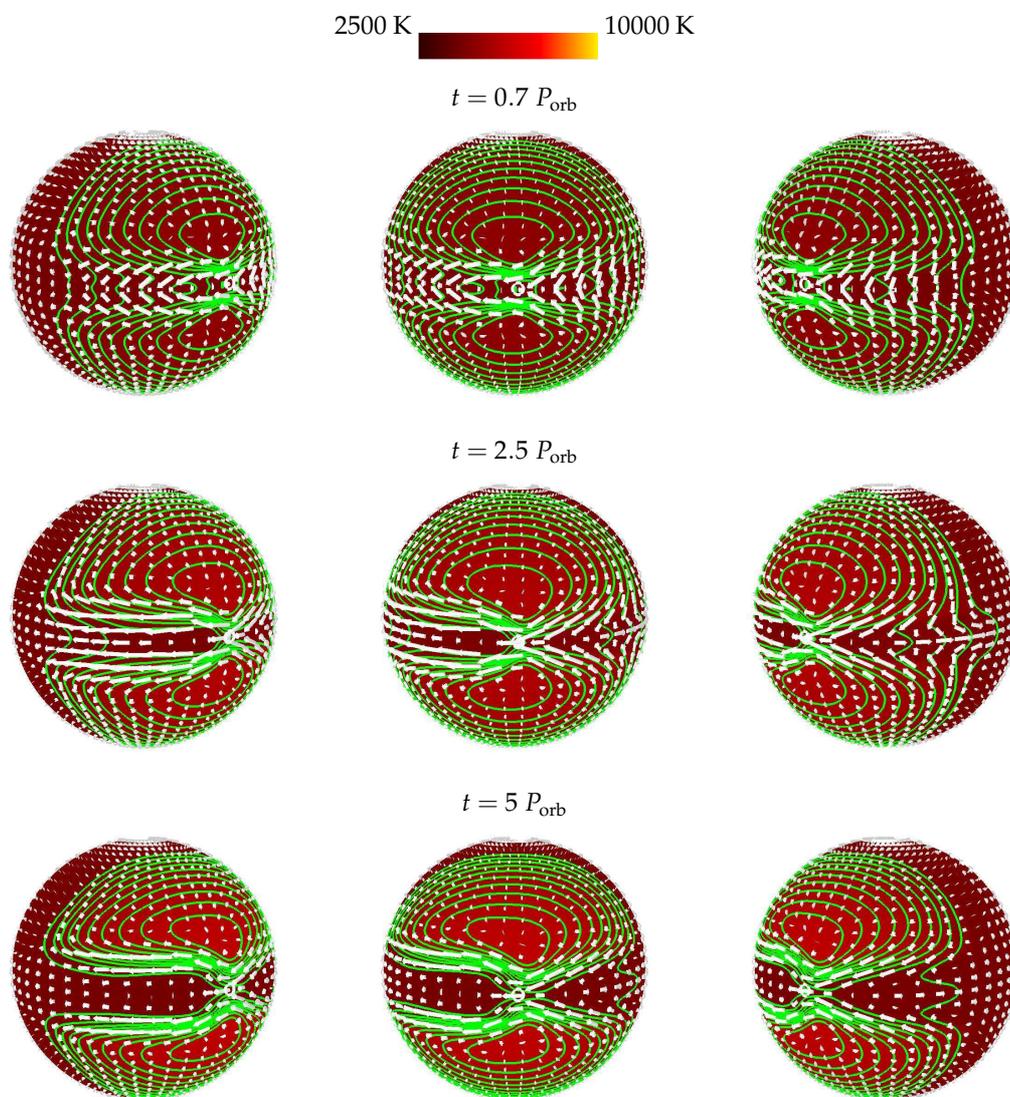


FIG. II.6 – Clichés à  $t = 0.7, 2.5, 5 P_{\text{orb}}$ . Chaque cliché montre le champ de température en gradient de couleurs (cf. légende), les isobares et le champ de vitesse. Le cliché central montre l'étoile secondaire vue de face ; à gauche et à droite l'étoile est tournée de  $\pm 30$  degrés. La région du point  $L_1$  est repérée par un cercle dont la surface est égale à la section efficace du jet quittant la secondaire. Pour plus de clarté, le champ de vitesse a été exagéré par un facteur 3 à  $t = 0.7 P_{\text{orb}}$  et par un facteur 2 à  $t = 2.5 P_{\text{orb}}$ .

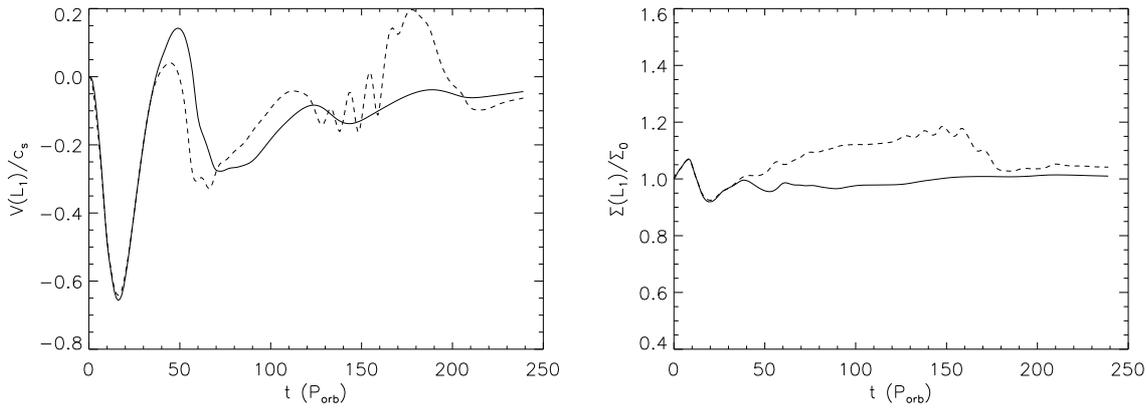


FIG. II.7 – *A gauche* : Evolution de la vitesse au point  $L_1$  (normalisée par la vitesse du son isotherme) pendant une éruption (ligne pleine) et une super-éruption (tirets). La vitesse maximale est atteinte à  $t = 18 P_{orb}$  (cf. figure II.8). *A droite* : Evolution de la densité surfacique au point  $L_1$  (normalisée par sa valeur initiale) pendant une éruption (ligne pleine) et pendant une super-éruption (tirets).

déplace lentement vers l'ouest. Ceci semble être une conséquence de la circulation horaire qui entraîne la zone de haute pression. C'est ce qui explique la baisse de vitesse de l'écoulement au point  $L_1$  : c'est la circulation elle-même qui quitte la région du point  $L_1$ . Ceci montre que rigoureusement, il n'y a pas d'état stationnaire qui est atteint. On peut aussi remarquer sur la figure II.6 que le champ de température ne semble pas être affecté par l'écoulement, comme ce serait le cas s'il y avait une advection efficace de la chaleur. Nous reviendrons sur ce point important un peu plus tard.

Une fois l'éruption finie, l'écoulement résiduel «meurt» lentement à cause de la dissipation numérique. Dans la réalité, la viscosité physique (par exemple liée à la turbulence) amène probablement le champ de vitesse à zéro avant le début de la prochaine éruption.

Une simulation d'une super-éruption montre évidemment les mêmes caractéristiques pour la période allant jusqu'à  $t = 30 P_{orb}$ . En particulier, la perturbation anti-cyclonique se décale vers l'ouest de la même manière, interrompant la circulation en  $L_1$  (voir figure II.7). Après, malgré l'irradiation continue, l'écoulement de surface n'est pas notablement modifié. On notera cependant que la densité surfacique en  $L_1$  augmente de 20% pendant une super-éruption.

Pour comparer nos résultats avec ceux de Smak (2004a), nous adoptons maintenant un point de vue différent : nous suivons les trajectoires d'un ensemble de particules fictives initialement situées à différents endroits sur la secondaire. La figure II.9 montre les trajectoires de quelques-unes de ces particules. On constate que les particules initialement placées à des longitudes de l'ordre de  $40^\circ - 50^\circ$  atteignent la région du point  $L_1$ . L'instant auquel les particules arrivent près du point  $L_1$  peut être lu sur la partie droite de la figure II.9, qui montre l'évolution temporelle de la colatitude des particules. Enfin, la figure II.10 montre la température de chaque particule en fonction de sa colatitude. On constate que les particules sont tout d'abord chauffées sur leur trajectoire puis que leur température chute brutalement lorsque la colatitude de la particule passe au dessus de  $\theta = 80^\circ$ , i.e. quand la particule passe dans l'ombre du disque d'accrétion. Ceci rejoint la remarque faite plus haut sur le fait que le champ de température n'est pas affecté par l'écoulement. La conséquence est que la température du point  $L_1$  ne change pas significativement et reste égale approximativement à sa température initiale. La raison est que l'échelle de temps de refroidissement radiatif est bien plus courte que le temps mis par une particule pour traverser la zone ombragée. En effet comme on peut le voir sur la partie droite de la figure II.9, le temps caractéristique de traversée de l'ombre est de l'ordre de quelques périodes orbitales. Le temps caractéristique de refroidissement radiatif, lui, vaut :

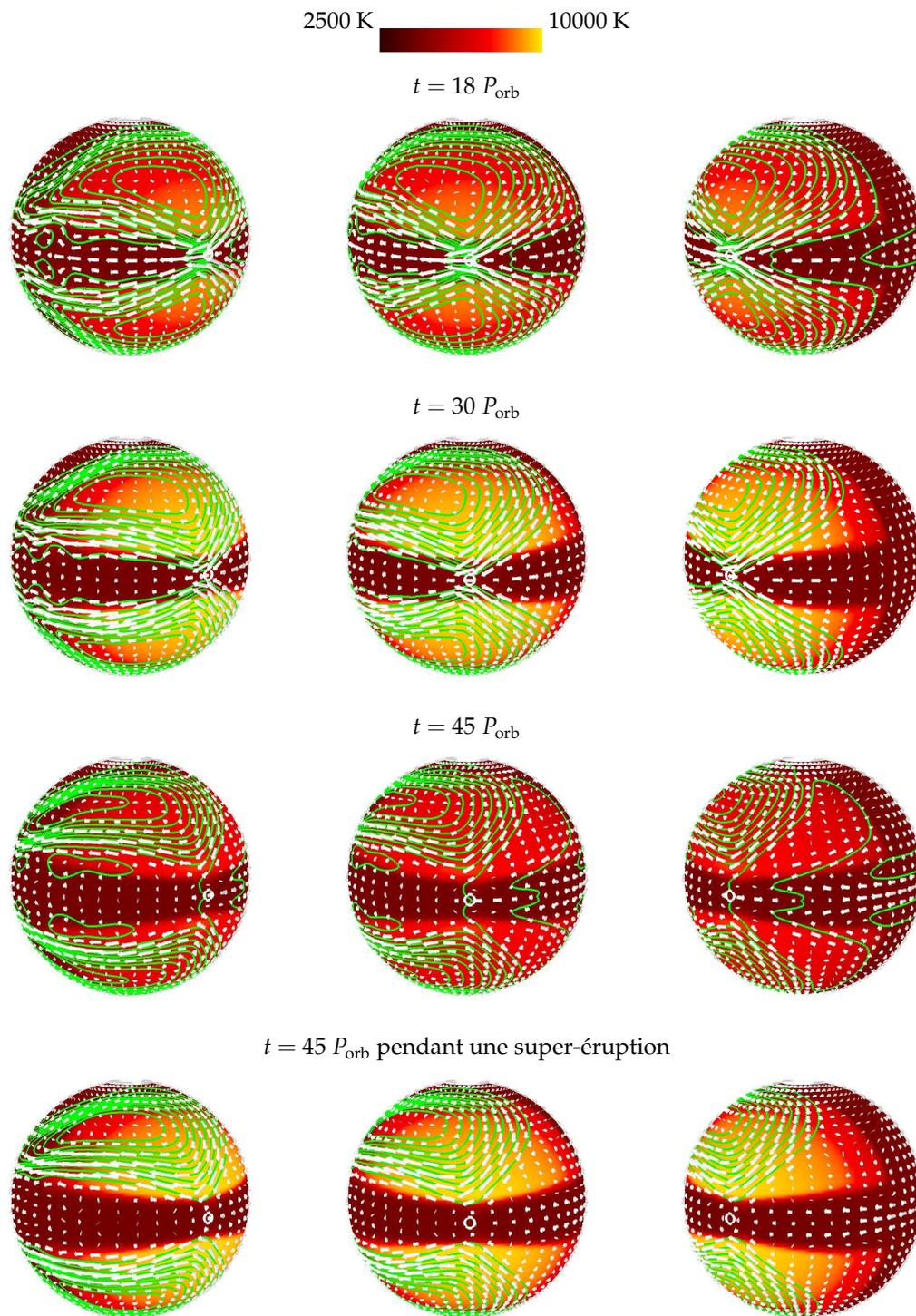


FIG. II.8 – Idem que II.6. Clichés à  $t = 18, 30, 45 P_{\text{orb}}$  (pour une éruption classique et pour une super-éruption).

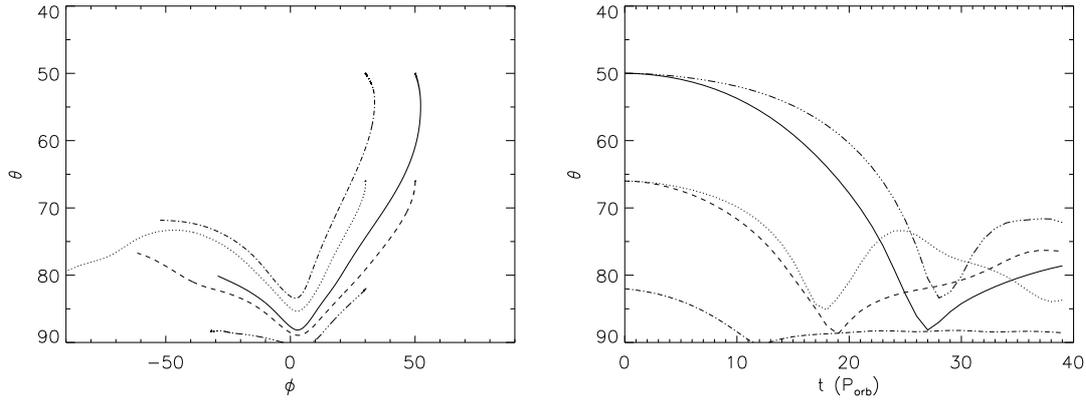


FIG. II.9 – *A gauche* : Trajectoire des particules de  $t = 0$  à  $t = 40 P_{\text{orb}}$ . *A droite* : Evolution de la colatitude de chaque particule. La limite de l'ombre est située en  $\theta = 80^\circ$ .

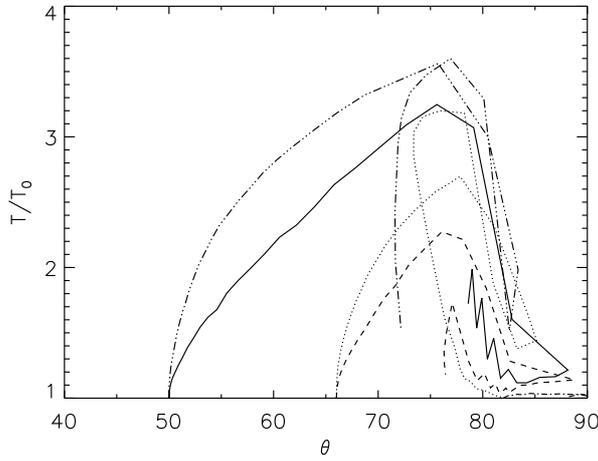


FIG. II.10 – Température en fonction de la colatitude pour chaque particule ( $T_0 = 2500$  K). Les particules se refroidissent très rapidement quand elles entrent dans l'ombre du disque, dont la frontière se situe en  $\theta = 80^\circ$ .

$$\tau_{\text{cool}} = \frac{\Sigma c_v T}{\sigma T^4} \quad (\text{II.44})$$

où  $c_v$  est la capacité calorifique spécifique. Ainsi  $\tau_{\text{cool}} \propto \Sigma T^{-3}$  avec une forte dépendance en température. Pour une valeur initiale  $\Sigma_{\text{irr}} = 350 \text{ g cm}^{-2}$ ,  $\tau_{\text{cool}} = 9P_{\text{orb}}$  pour  $T = 2500$  K, mais  $\tau_{\text{cool}} = 0.15P_{\text{orb}}$  pour  $T = 10^4$  K. Cette dernière température correspond à la température du gaz lorsqu'il traverse la frontière irradiation/ombre. Le gaz a donc largement le temps de se refroidir à la température ambiante. Cette conclusion est renforcée si on se souvient que sur notre étoile sphérique, la taille de l'ombre est sous-estimée par rapport à la géométrie de Roche.

Enfin notons que ceci ne dépend pas de la valeur exacte de  $\Sigma_{\text{irr}}$ , car pour que  $\tau_{\text{cool}}(T = 10^4 \text{ K})$  soit de l'ordre de quelques périodes orbitales, il faudrait avoir des valeurs de  $\Sigma_{\text{irr}}$  environ 100 fois plus grande. Cela signifierait que l'irradiation affecte une couche ayant une densité de colonne de l'ordre de  $10^4 \text{ g cm}^{-2}$ , ce qui est irréaliste comme nous le verrons au chapitre IV.

## 4.2. MODÈLES N°2 & N°3 : LES SYSTÈMES DE TYPE U GEM ET Z CAM

Les simulations numériques effectués avec les paramètres des modèles n°2 et n°3 sont très similaires à la simulation que nous venons de présenter. En particulier, le temps de traversée de l'ombre du disque est là encore de l'ordre de quelques périodes orbitales. Ces systèmes ont des périodes orbitales plus longues et des secondaires plus grandes, ainsi en unités physiques le temps de traversée est plus long que dans le cas des SU UMa. Par contre le temps caractéristique de refroidissement ne change pas, et ramené à la période orbitale il est beaucoup plus petit que pour les SU UMa :  $\tau_{\text{cool}} \sim 0.02 - 0.03 P_{\text{orb}}$ . Ainsi nous arrivons à la même conclusion qu'auparavant : aucun chauffage du point  $L_1$  par transport de chaleur n'a lieu.

## 4.3. CONSÉQUENCES SUR LE TRANSFERT DE MASSE

Nous discutons maintenant les conséquences de nos résultats sur une éventuelle augmentation du taux de transfert de masse. Le taux de transfert de masse instantané est donné par la formule suivante (voir Lubow & Shu 1975) :

$$\dot{M} = Q\rho(L_1)c_s \quad (\text{II.45})$$

où  $c_s$  est la vitesse du son isotherme :

$$c_s = \sqrt{R_g T(L_1)} \quad (\text{II.46})$$

et  $Q$  est la section efficace du jet quittant la secondaire (Meyer & Meyer-Hofmeister 1983) :

$$Q = \frac{2\pi}{k} \left(\frac{c_s}{\Omega}\right)^2 \quad (\text{II.47})$$

où  $k$  est une constante qui dépend faiblement du rapport de masse  $q$  du système.

Ainsi  $Qc_s$  apporte déjà une dépendance en  $T(L_1)^{3/2}$  au taux de transfert de masse. De plus, sous l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique,  $\rho(L_1)$  dépend de  $T(L_1)$  et de  $\Sigma(L_1)$ . Nous avons montré que la température du point  $L_1$  ne variait pas du tout pendant une éruption. Une variation de  $\Sigma(L_1)$  se répercute à l'identique sur le taux de transfert, mais dans nos simulations la variation induite est trop faible pour avoir un effet significatif.

Toutefois lorsqu'un écoulement de surface passe à la verticale du point  $L_1$ , la force de Coriolis est purement verticale, orientée vers le haut, et elle influence alors l'équilibre hydrostatique. Ceci a pour effet direct de changer la distribution verticale de la densité  $\rho$ . On peut introduire cet effet dans l'équation de l'équilibre hydrostatique :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g + \rho 2\Omega v_{\parallel} \equiv -\rho g_{\text{eff}} \quad (\text{II.48})$$

où l'axe  $z$  est maintenant l'axe local vertical (orienté vers le haut) dont l'origine est fixée à la base de la partie isotherme de l'enveloppe,  $g$  est la gravité de Roche et  $v_{\parallel}$  est la vitesse de l'écoulement de surface. L'équation II.48 sert de définition à la gravité effective  $g_{\text{eff}}$ . A cause de la force de Coriolis, l'endroit où  $g_{\text{eff}}$  s'annule peut-être en dessous du point  $L_1$ . Dans ce cas, il convient de remplacer  $\rho(L_1)$  de la formule II.45 par la densité au point où  $g_{\text{eff}} = 0$ . Quand  $v_{\parallel} = 0$ , l'équation II.48 peut-être résolue par un développement de  $g$  au premier ordre autour de  $z_{L_1}$  (l'altitude du point  $L_1$ ), voir Lubow & Shu (1975) :

$$\rho_0(z) = \rho_0(L_1) \exp((z - z_{L_1})^2 / H^2) \quad (\text{II.49})$$

où  $H = c_s / (\Omega \sqrt{A + 1/2})$  est l'échelle de hauteur verticale dans l'atmosphère isotherme de l'enveloppe ( $A$  est un facteur numérique tabulé dans Lubow & Shu 1975).

Comme nous ne connaissons pas le profil vertical de  $v_{\parallel}$ , nous résolvons l'équation II.48 avec  $v_{\parallel} = 0.5, 0.75, 1.0 c_s$ . Les profils de  $\rho$  résultants sont montrés sur la figure II.11. Les résultats dépendent du rapport  $z_{L_1}/H$ , qui doit être déterminé à partir d'un calcul plus complet de la structure verticale de la secondaire. Pour illustration, nous considérons deux cas :  $z_{L_1}/H = 1.2$  et  $z_{L_1}/H = 2$ .

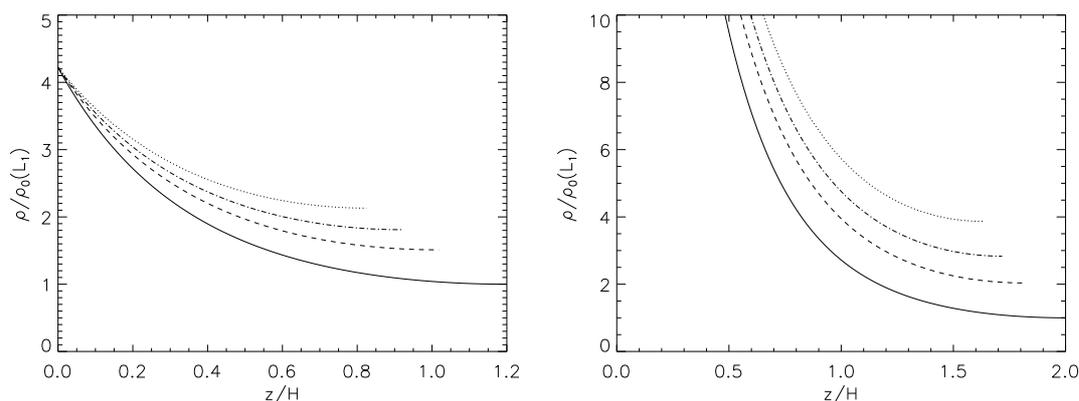


FIG. II.11 – Profil vertical de la densité de masse  $\rho$  dans l’enveloppe isotherme quand  $v_\theta = 0$ ,  $v_\theta = 0.5c_s$ ,  $v_\theta = 0.75c_s$  et  $v_\theta = c_s$  (de bas en haut), le graphe de gauche correspond à  $z_{L_1} = 1.2H$  et le graphe de droite correspond à  $z_{L_1} = 2H$ . La densité est normalisée par la densité au point  $L_1$  quand  $v_{||} = 0$ .

Il est important de noter que dans les simulations, l’écoulement au point  $L_1$  atteint des vitesses de l’ordre de la vitesse du son. Il est alors possible que l’écoulement devienne turbulent et qu’il soit incorrect d’utiliser l’hypothèse d’équilibre hydrostatique. Une analyse plus détaillée nécessiterait des simulations 3D, sûrement très compliquées à mettre en œuvre. Il est certain que la conclusion que le temps de refroidissement est plus court que le temps de traversée de l’ombre ne changera pas, cependant une simulation 3D permettrait de déterminer le flux quittant la secondaire de manière exacte. Gardons cependant à l’esprit que si une augmentation du taux de transfert résulte de la circulation horizontale en  $L_1$  (quel que soit le mécanisme), cette augmentation ne concernera que le début d’une éruption ou d’une super-éruption car la circulation quitte le point  $L_1$  relativement rapidement.

#### 4.4. CAS DES TRANSITOIRES X MOLLES

Il est tout à fait tentant de vouloir appliquer notre modèle aux transitoires X molles. La principale différence est que l’irradiation est beaucoup plus importante car la luminosité atteinte pendant une éruption est beaucoup plus importante que dans les novae naines. De ce fait la température d’irradiation, telle que nous l’avons défini à la formule II.4, atteint des valeurs de l’ordre de  $5 \times 10^4$  K. Cela représente un flux d’irradiation de l’ordre de  $10^5$  fois le flux intrinsèque de l’étoile. Les gradients de pression et de température à la surface de l’étoile sont alors beaucoup plus forts et cela pose des problèmes numériques. Nous avons fait plusieurs essais infructueux, le code «explosant» dès que les gradients devenaient trop importants. On peut quand même essayer de s’inspirer de ce que nous avons appris pour les novae naines pour tirer les conclusions suivantes :

- L’écoulement vers  $L_1$  atteint sûrement des vitesses supersoniques (à cause de l’importance des gradients de pression). L’effet de la force de Coriolis sera ainsi plus important que dans le cas des novae naines. De plus, l’écoulement n’est sûrement pas laminaire et la dissipation turbulente pourrait contribuer à chauffer le point  $L_1$ .
- Concernant l’advection de chaleur, il est probable que l’on aboutisse à la même conclusion que dans les novae naines. En utilisant les paramètres d’une transitoire X typique (voir modèle n°4 du tableau A.1), nous nous sommes livrés au calcul suivant. Nous avons résolu une équation d’énergie simplifiée :

$$\frac{d}{dt}(\Sigma c_v T) = \sigma T_*^4 - \sigma T^4 \quad (\text{II.50})$$

pour déterminer que lorsque la matière pénètre dans l'ombre à  $5 \times 10^4$  K, après  $0.01 P_{\text{orb}}$  sa température est encore de  $10^4$  K (on a supposé que  $\Sigma$  restait constant dans l'équation ci-dessus). La vitesse d'advection nécessaire pour franchir l'ombre du disque en ce laps de temps est de l'ordre de 70 fois la vitesse du son ! Cette valeur est évidemment irréaliste et on aboutit à la même conclusion qu'auparavant : la matière se refroidit trop vite. Même si l'équation II.50 est incomplète, cette conclusion est probablement robuste.

## 5. Conclusion

L'idée que l'irradiation de la secondaire amène à une augmentation substantielle du taux de transfert est une idée populaire, mais peut-être fautive. Le point essentiel est que pendant une éruption, le point  $L_1$  est protégé de l'irradiation par l'ombre du disque d'accrétion. Le moyen le plus efficace d'augmenter le taux de transfert est alors d'augmenter la température du point  $L_1$  en y apportant de la matière chaude des régions irradiées. L'existence d'une circulation pouvant accomplir ce transport était sujet à polémique. En simulant l'écoulement à la surface de la secondaire, nous espérons avoir montré sans ambiguïté qu'une telle circulation existe belle et bien. Cependant, nous avons aussi montré que la matière se refroidit beaucoup trop rapidement lorsque qu'elle pénètre dans l'ombre du disque pour qu'un chauffage du point  $L_1$  puisse avoir lieu. Ce phénomène est tellement significatif que cette conclusion semble être robuste, malgré la simplicité de notre modèle. Cette conclusion s'applique sûrement aux transitoires X, où la température du gaz irradié atteint  $5 \times 10^4$  K et où la vitesse de la circulation devient (probablement) supersonique.

Un écoulement horizontal important passant par le point  $L_1$  peut amener à une augmentation du taux de transfert par d'autres mécanismes. A la verticale du point  $L_1$ , la force de Coriolis est dirigée vers le haut et «soulève» ainsi le gaz. L'augmentation du taux de transfert qui en résulte est difficile à déterminer de manière précise (on ne connaît pas la structure verticale de l'écoulement), mais elle n'est probablement pas supérieure à quelques unités. Du fait de la vitesse atteinte par la circulation au point  $L_1$ , l'écoulement pourrait aussi devenir turbulent. A ce point, il est difficile d'aller plus loin sans simulations 3D, qui restent le seul moyen de déterminer le flux exact de matière qui quitte la secondaire. Toutefois il est important de garder à l'esprit que l'existence d'un écoulement au point  $L_1$  ne concerne que les premiers instants d'une éruption. Ainsi même si une augmentation du taux de transfert est induite, celle-ci ne dure pas pendant toute l'éruption. Cet argument nuance grandement l'importance de l'irradiation de la secondaire dans l'augmentation du taux de transfert de masse.



## Références

- HIRSCH, C., 1990; *Numerical computation of internal and external flows. Vol. 2 - Computational methods for inviscid and viscous flows*. Chichester, England and New York, John Wiley & Sons, 1990, 708 p.
- KOPAL, Z., 1969; *The Roche Coordinates and their Use in Hydrodynamics or Celestial Mechanics*. ApSS, **5**, 360
- LUBOW, S. H. & SHU, F. H., 1975; *Gas dynamics of semidetached binaries*. ApJ, **198**, 383
- MEYER, F. & MEYER-HOFMEISTER, E., 1983; *A model for the standstill of the Z Camelopardalis variables*. A&A, **121**, 29
- OSAKI, Y. & MEYER, F., 2003; *Is evidence for enhanced mass transfer during dwarf-nova outbursts well substantiated?* A&A, **401**, 325
- , 2004; *Enhanced mass transfer during dwarf nova outbursts by irradiation of the secondary?* A&A, **428**, L17
- PEDLOSKY, J., 1982; *Geophysical fluid dynamics*. New York and Berlin, Springer-Verlag, 1982. 636 p.
- , 2003; *Waves in the Ocean and Atmosphere*. Springer
- ROSSMANITH, J. A., BALE, D. S. & LEVEQUE, R. J., 2004; *A wave propagation algorithm for hyperbolic systems on curved manifolds*. Journal of Computational Physics, **199**, 631
- SARNA, M. J., 1990; *A model of illuminated red dwarfs in cataclysmic variables*. A&A, **239**, 163
- SMAK, J., 2004a; *Irradiation of Secondary Components and Enhanced Mass Outflow in Dwarf Novae during Outbursts*. Acta Astronomica, **54**, 181
- , 2004b; *On the Enhanced Mass Outflow during Dwarf Nova Outbursts*. Acta Astronomica, **54**, 429
- VIALLET, M. & HAMEURY, J.-M., 2007; *Hydrodynamic simulations of irradiated secondaries in dwarf novae*. A&A, **475**, 597
- WARNER, B., 2003; *Cataclysmic Variable Stars*. Cataclysmic Variable Stars, by Brian Warner, pp. 592. ISBN 052154209X. Cambridge, UK : Cambridge University Press, September 2003.
- YEE, H., 1987; *Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes*. NASA Technical Memorandum, (89464)

# Chauffage du point $L_1$ : d'autres possibilités

Ce chapitre est basé sur une partie de l'article Viallet & Hameury (2008), soumis à A&A.

## 1. Introduction

Comme nous l'avons vu à la section 4.3. du chapitre précédent, le taux de transfert dépend, probablement de manière critique, de la température au point  $L_1$ . Le but du chapitre précédent était de déterminer si l'on pouvait chauffer le point  $L_1$  en y amenant du gaz chaud depuis les parties irradiées. Nous avons montré que cela n'avait pas lieu et qu'en conséquence l'irradiation de la secondaire n'amenait pas en soi à une augmentation importante du taux de transfert de masse (il est toutefois possible que l'existence d'une circulation horizontale en  $L_1$  induise une augmentation du taux de transfert de l'ordre de quelques unités). Cependant, si le point  $L_1$  est chauffé par d'autres mécanismes, une augmentation du taux de transfert reste possible. Ce chapitre est dédié à l'étude de deux mécanismes qui pourraient être à l'origine d'un tel chauffage :

1. Le point  $L_1$  pourrait être chauffé par le bord du disque, lui même chauffé par la dissipation de marée.
2. La présence d'un milieu optiquement mince au dessus du disque pourrait rétro-diffuser une partie de la luminosité produite par l'accrétion vers le point  $L_1$ .

Le chauffage du point  $L_1$  ne sera considéré que pour les novae naines. Dans les transitoires X, c'est probablement le deuxième effet qui domine.

## 2. Préliminaire : chauffage du bord du disque par la dissipation de marée

### 2.1. PRESCRIPTION DE TYPE « MUR RIGIDE » POUR LES EFFETS DE MARÉE

Pendant une éruption, le disque croît à cause du transport visqueux du moment cinétique vers l'extérieur. La taille limite du disque d'accrétion est déterminée par les effets de marée. Évidemment, le disque reste nécessairement à l'intérieur du lobe de Roche de la primaire. Toutefois le couple de marée que la secondaire exerce sur le disque le tronque à une taille inférieure, voir ci-dessous. Pendant une éruption, le disque atteint sa taille limite. Pour les systèmes de type SU UMa, ceci ne pourrait être vrai que pendant une super-éruption. Lorsque le disque a atteint sa

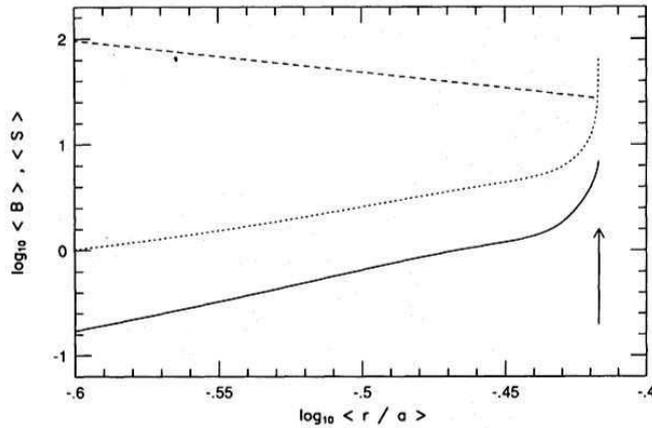


FIG. III.1 – Dissipation de marée (en unité arbitraire) pour la viscosité de cisaillement (courbe pointillée) et la viscosité de «bulk» (courbe pleine). Tiré de Ichikawa & Osaki (1994)

taille limite, le couple de marée l'empêche de grandir davantage en prélevant l'excès de moment cinétique. A ce prélèvement de moment cinétique correspond une dissipation qui chauffe la région externe du disque.

Dans le modèle de l'instabilité du disque, on suppose que le disque est axisymétrique. Dans l'équation de conservation du moment cinétique, les effets de marée sont pris en compte grâce au terme  $\dot{J}_{\text{tid}}(r)$  qui représente la quantité de moment cinétique prélevé par unité de temps à l'anneau au rayon  $r$ , c.f. équation B.b.2. Habituellement on utilise pour  $\dot{J}_{\text{tid}}(r)$  une formule déduite d'une analyse linéaire (équation B.b.3) de la perturbation induite sur le disque par les effets de marée (Papaloizou & Pringle 1977). Ichikawa & Osaki (1994) effectue un calcul numérique pour explorer le régime non-linéaire. Leurs résultats montrent que le couple de marée, et par suite la dissipation visqueuse, augmente significativement près d'un rayon critique, habituellement appelé «rayon de marée» et noté  $R_{\text{tid}}$ . La figure III.1 montre le profil radial de la dissipation de marée liée à la viscosité de cisaillement, qui entre en jeu dans l'écoulement différentiel du disque, et à la viscosité de «bulk», qui entre en jeu dans les chocs. Les auteurs déduisent  $R_{\text{tid}} \sim 0.85 - 0.9R_{L_1}$ , où  $R_{L_1}$  est le rayon moyen du lobe de Roche de la primaire. Ces résultats suggèrent que les effets de marée peuvent être négligés lorsque  $r < R_{\text{tid}}$ . Le seul rôle des effets de marée est alors de «contenir» le disque à l'intérieur du rayon de marée  $R_{\text{tid}}$  (voir toutefois Hameury & Lasota 2005, qui suggèrent que le couple de marée doit être significatif même à l'intérieur de  $R_{\text{tid}}$ ).

Cette prescription pour les effets de marée s'apparente à l'effet d'un mur rigide situé en  $r = R_{\text{tid}}$  : lorsque le disque a une taille inférieure, il évolue librement ; par contre il ne peut jamais dépasser la taille imposée par le «mur». Notons que dans la littérature, c'est une condition du type  $R_d = C^{te}$ , i.e. un disque de rayon constant, qui est parfois comparée avec l'effet d'un mur rigide. Cela est cependant incorrect car le disque peut très bien se contracter suffisamment pour se détacher du rayon limite, notamment sous l'effet de l'apport de matière de faible moment spécifique provenant de la secondaire.

Enfin, gardons à l'esprit que notre argumentation se base toujours sur l'hypothèse d'un disque axisymétrique, dont la forme est ainsi uniquement déterminée par la valeur du rayon externe  $R_d$ . Lorsque la taille du disque devient non-négligeable devant la taille du lobe de Roche, il est clair que sa forme diffère sensiblement de celle d'un disque circulaire.

## 2.2. CHAUFFAGE DU BORD EXTERNE DU DISQUE

### 2.2.1. Calcul du couple de marée

Lorsque le disque a atteint sa taille maximale, le couple de marée prélève du moment cinétique au bord externe du disque à un taux  $\dot{J}_{\text{tid}}$ , de telle manière que celui-ci ne grandisse plus. Nous allons maintenant déterminer l'expression de  $\dot{J}_{\text{tid}}$  ; pour cela nous partons des équations

de conservation de la masse et du moment cinétique pour un anneau de largeur  $\Delta r$  (il s'agit des équations B.b.1 et B.b.2 multipliées par  $2\pi r\Delta r$ ) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(2\pi r\Delta r\Sigma) + \frac{\partial}{\partial r}(2\pi r\Delta r\Sigma v_r) = \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r}\Delta r \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(2\pi r\Delta r\Sigma r^2\Omega_K) + \frac{\partial}{\partial r}(2\pi r\Delta r\Sigma r^2\Omega_K v_r) = \frac{\partial G}{\partial r}\Delta r + j_s \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r}\Delta r + \dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}\Delta r \quad (\text{III.2})$$

$$(\text{III.3})$$

on passe ensuite à une description lagrangienne, nous définissons pour alléger l'écriture les quantités suivantes :  $\Delta m = 2\pi r\Delta r$  (la masse de l'anneau) et  $j_K = r^2\Omega_K$  (le moment cinétique spécifique de l'anneau) :

$$\frac{d\Delta m}{dt} + \Delta m \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r}\Delta r \quad (\text{III.4})$$

$$\frac{d}{dt}(\Delta m j_K) + \Delta m j_K \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\partial G}{\partial r}\Delta r + j_s \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r}\Delta r + \dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}\Delta r \quad (\text{III.5})$$

$$(\text{III.6})$$

Appliquons maintenant ces deux dernières équations au dernier anneau du disque : comme le disque a atteint sa taille maximale, le dernier anneau ne peut augmenter de rayon et son moment spécifique est donc constant. On a donc  $\frac{d}{dt}(\Delta m j_K) = j_K \frac{d\Delta m}{dt}$ . En introduisant ceci dans l'équation de conservation du moment cinétique et en utilisant la conservation de la masse on trouve :

$$\dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}\Delta r = \Delta r \frac{\partial}{\partial r} \left( G + j_s \dot{M}_{\text{ext}} - j_K \dot{M}_{\text{ext}} \right) \quad (\text{III.7})$$

Puis en utilisant le fait que  $\dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}\Delta r = \dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}$  et que  $\Delta r \frac{\partial}{\partial r} = \left[ \right]_{R_d-\Delta r}^{R_d}$ , on a :

$$\dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}} = \left[ G + j_s \dot{M}_{\text{ext}} - j_K \dot{M}_{\text{ext}} \right]_{r=R_d-\Delta r}^{R_d} \quad (\text{III.8})$$

$$= (3\pi\nu\Sigma|_{r=R_d} - \dot{M}_{\text{tr}})j_K + j_s \dot{M}_{\text{tr}} \quad (\text{III.9})$$

où nous avons utilisé que  $G(R_d) = 0$  (il n'y pas d'anneau en amont) et  $\dot{M}_{\text{ext}}|_{R_d} = \dot{M}_{\text{tr}}$ . Enfin comme  $\Delta r \ll R_d$ , nous utilisons pour  $G(R_d - \Delta r)$  la valeur donnée par l'équation I.10 prise en  $R_d$ .

Il est intéressant de noter que la condition au bord externe utilisée pour résoudre les équations radiales lorsque le rayon du disque peut varier librement, c.f. équation b.6 de l'annexe B, correspond exactement à  $\dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}} = 0$ .

### 2.2.2. Luminosité de marée - Température effective du bord du disque

Au couple de marée  $\dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}$  il correspond une dissipation qui s'obtient après multiplication par  $\Omega_K(R_d)$ , c.f. Smak (2002). On obtient alors une «luminosité de marée» :

$$L_{\text{tid}} = \dot{\mathcal{J}}_{\text{tid}}\Omega_K(R_d) \quad (\text{III.10})$$

Comme le suggère la figure III.1, la dissipation a lieu dans une région d'extension radiale assez faible. Smak (2002) suggère que dans ce cas, cette dissipation est rayonnée par le bord latéral du disque ; la dissipation visqueuse, elle, est rayonnée à la surface du disque, voir la figure III.2.

Cette hypothèse permet de définir la température effective du bord du disque  $T_{\text{edge}}$  par :

$$T_{\text{edge}} = \left( \frac{L_{\text{tid}}}{4\pi R_d H \sigma} \right)^{1/4} \quad (\text{III.11})$$

où  $H$  est la hauteur verticale du disque ( $2H$  est donc la hauteur totale).

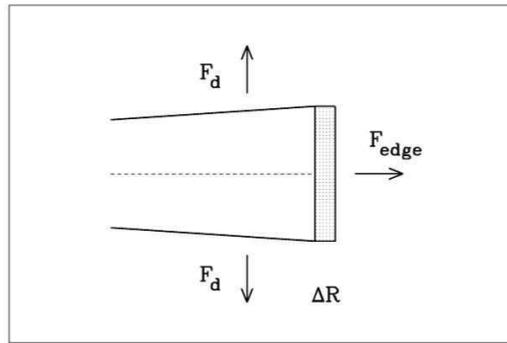


FIG. III.2 – Structure du bord externe du disque. Tiré de Smak (2002)

### 2.3. APPLICATION AUX DISQUES DE NOVAE NAINES

Nous avons utilisé le code numérique d'Hameury *et al.* (1998) pour simuler l'évolution du disque des novae naines en suivant la prescription présentée à la section 2.1.. Pour cela, nous utilisons les équations classiques (voir annexe B) avec  $\dot{J}_{\text{tid}} = 0$  et le code est modifié pour gérer les deux types de conditions au bord externe :

1. Quand  $R_d < R_{\text{tid}}$ , le rayon externe du disque évolue librement, les conditions B.b.5 et B.b.6 sont utilisées, on a alors  $\dot{J}_{\text{tid}} = 0$ .
2. Quand  $R_d$  atteint  $R_{\text{tid}}$ , on utilise la condition  $R_d = R_{\text{tid}}$ . On a alors  $\dot{J}_{\text{tid}} \neq 0$ . On maintient cette condition tant que  $\dot{J}_{\text{tid}}$  est important, signifiant que le disque «cherche» toujours à s'agrandir. Lorsque  $\dot{J}_{\text{tid}}$  tombe sous un certain seuil, signifiant que le disque va commencer à se contracter, on repasse aux conditions précédentes.

Nous avons simulé le cycle d'éruptions pour les paramètres des trois novae naines du tableau A.1, avec  $R_{\text{tid}} = 0.85R_{L_1}$ . Les résultats sont montrés à la figure III.3, où nous avons tracé la magnitude visuelle du disque ainsi que la température de marée  $T_{\text{edge}}$  (équation III.11) et la température «visqueuse»  $T_{\text{visc}}$ , qui correspond à la température de surface du disque, proche du rayon externe du disque. Comme Smak (2002) le souligne, lorsque ces deux températures sont trop différentes, un flux de chaleur radial doit apparaître, ceci est négligé dans notre modèle. Nous décrivons maintenant les résultats pour chaque système :

- SU UMa : le disque remplit constamment son rayon de marée. En conséquence, on a constamment  $\dot{J}_{\text{tid}} \neq 0$ , avec un pic au moment d'une éruption. On observe que le front de chauffage n'atteint jamais le bord externe et se propage sur 80% du disque. Pendant une partie importante de la phase quiescente, le «reste» du front de chauffage meurt dans la partie externe du disque en transportant du moment cinétique vers l'extérieur. C'est pour cela que  $T_{\text{edge}}$  décroît moins rapidement que la luminosité.  $T_{\text{edge}}$  atteint une valeur maximale de l'ordre de 9000 K qui coïncide avec le pic de luminosité. Comme le disque a toujours sa taille critique,  $T_{\text{edge}}$  ne retombe jamais à zéro. Notre modèle ne produit pas de super-éruptions, ce qui n'est pas surprenant car la reproduction des super-éruptions nécessite l'introduction d'un ingrédient supplémentaire, comme l'instabilité excentrique du disque ou une augmentation du taux de transfert. Les observations suggèrent que le rayon du disque croît pendant un super-cycle pour atteindre sa taille maximale pendant une super-éruption. La seule conclusion que nous tirerons de notre modèle est que lorsque le disque d'une SU UMa atteint sa taille maximale, la température du bord externe vaut  $\sim 10^4$  K.
- U Gem : l'utilisation d'un taux de transfert «standard» ne donne pas un cycle d'éruptions régulier et la courbe de lumière obtenue ne correspond alors pas du tout aux observations. En augmentant le taux de transfert d'un facteur 2, on obtient des éruptions régulières. L'adéquation avec les observations n'est ni meilleure ni plus mauvaise que pour le modèle standard, en particulier on n'observe pas de bimodalité dans la durée des éruptions (voir cependant le cas des Z Cam ci-dessous). On observe que le disque atteint sa taille limite pendant

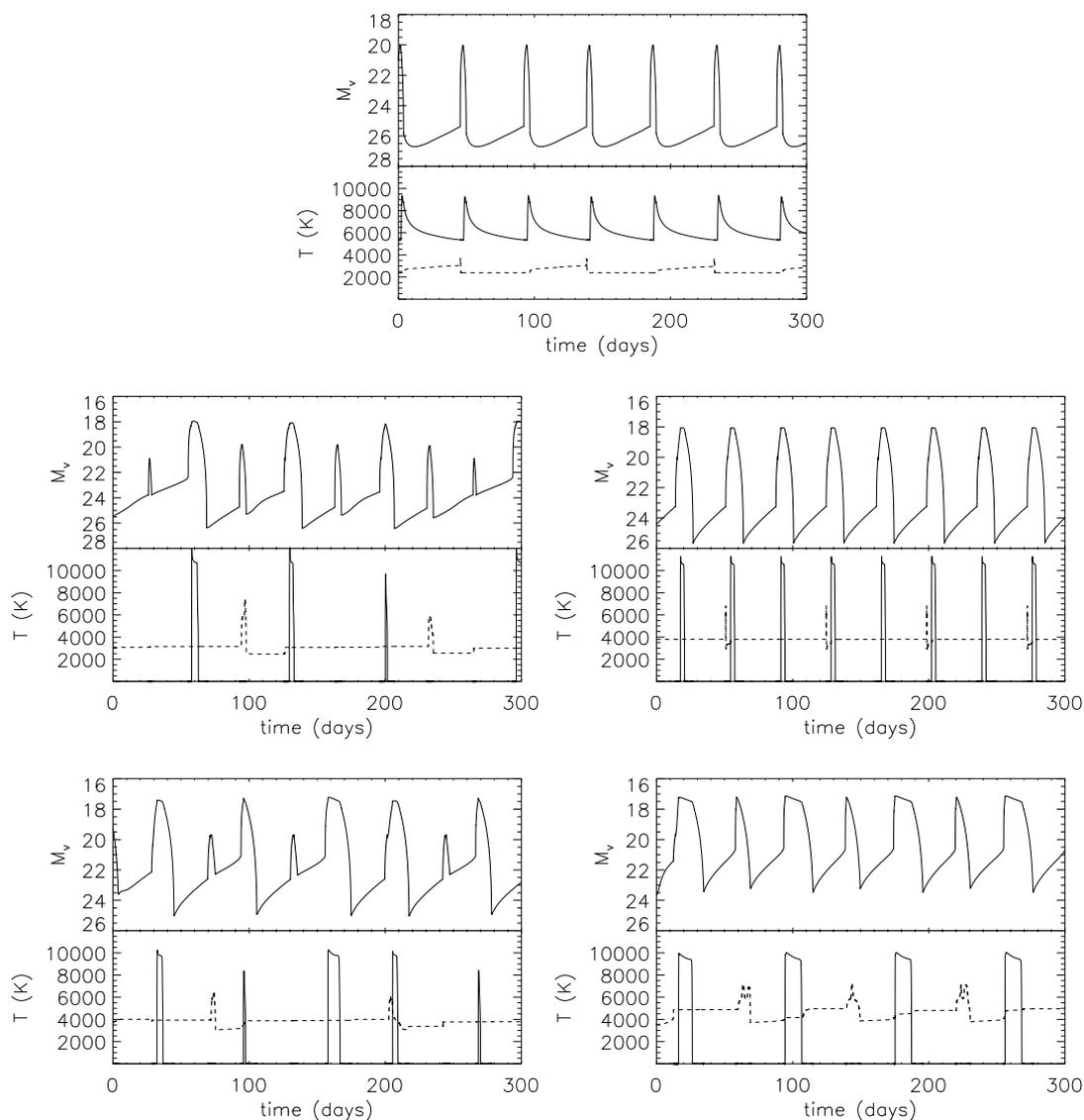


FIG. III.3 – Résultats pour OY Car (première ligne), U Gem (deuxième ligne) et Z Cam (troisième ligne). Pour U Gem et Z Cam, la deuxième colonne correspond à un taux de transfert deux fois plus grand que la colonne de gauche. Panneau du haut : courbe de lumière (magnitude visuelle, l'origine de l'axe est arbitraire). Panneau du bas : température du bord latéral (courbe pleine) et température de surface (tirets) du disque.

une éruption, où  $T_{\text{edge}}$  atteint une valeur de l'ordre de 13000 K. Pendant la quiescence, le disque se contracte sous l'effet du jet provenant de la secondaire et  $T_{\text{edge}}$  retombe ainsi à zéro.

- Z Cam : notre modèle n'a pas vocation à reproduire les phases de repos des Z Cam. Nous nous contentons ici de modéliser les phases éruptives de ces systèmes. Là encore l'utilisation d'un taux de transfert «standard» ne permet pas d'obtenir des éruptions régulières. En augmentant le taux de transfert par un facteur 2, on obtient une alternance d'éruptions courtes et longues. Les éruptions courtes correspondent aux éruptions où le front de chauffage n'atteint pas le rayon externe du disque. Le disque reste alors en deçà de sa limite et  $T_{\text{edge}}$  reste nul. Les éruptions longues correspondent aux cas où le front de chauffage atteint le bord externe, le disque atteint alors son rayon critique et  $T_{\text{edge}}$  est de l'ordre de  $10^4$  K. Le «choc» du front de chauffage sur le «mur rigide» présent en  $R_{\text{tid}}$  provoque une augmentation de la densité de surface, qui reste supérieure à la densité critique pendant un certain laps de temps, retardant ainsi le départ du front de refroidissement.

Ainsi de manière générale, on peut conclure que la température du bord latéral du disque atteint des valeurs de l'ordre de  $10^4$  K. Cette valeur est toujours très supérieure à  $T_{\text{visc}}$  ; la valeur de  $T_{\text{edge}}$  est ainsi probablement surestimée par rapport à la réalité.

Dans les systèmes binaires de faible masse, la secondaire n'éclipse pas complètement le disque. Une augmentation de la luminosité du bord du disque pourrait ainsi être observable dans les systèmes vus par la tranche. Shafter & Misselt (2006) analysent les éclipses d'une nova classique, V Per. Les systèmes de ce type accrètent de manière stationnaire et le disque a probablement sa taille maximale. En supposant que le profil radial de température suit la loi du disque stationnaire ( $T \propto r^{-3/4}$ ), seuls les modèles avec un bord latéral à une température de 6000 – 10000 K permettent de reproduire les profils d'éclipse observés. Dans ce travail, les auteurs considèrent pour la première fois l'influence du bord latéral du disque d'accrétion. Les études de courbes d'éclipse de novae naines existantes (Bruch *et al.* 1996, Horne & Cook 1985) utilisent un modèle de disque «plat», ne permettant pas de déterminer la température du bord du disque.

### 3. Chauffage du point $L_1$ par le bord du disque

Le bord du disque émet une luminosité  $L_{\text{tid}}$  sous la forme d'un corps noir dont la température effective est  $T_{\text{edge}}$ . L'intensité spécifique  $I$  du rayonnement émis, intégrée sur toutes les fréquences, est

$$I = \sigma T_{\text{edge}}^4 / \pi \quad (\text{III.12})$$

De plus, le point  $L_1$  voit le bord du disque d'accrétion sous un certain angle solide  $\omega$ . La formule permettant de calculer  $\omega$  est déterminée en annexe (c.f. annexe D), en pratique son calcul est intégré au code d'évolution du disque. Le flux thermique arrivant au point  $L_1$  est donné par l'expression suivante :

$$F = \sigma T_{\text{edge}}^4 \frac{\omega}{\pi} \quad (\text{III.13})$$

On a négligé l'assombriement bord-limbe pour dériver cette formule. Ce flux de chauffage est à comparer au flux intrinsèque de la secondaire  $F_*$ . Le rapport  $F/F_*$  est de l'ordre de quelques unités (c.f. tableau III.1). L'effet n'est donc pas négligeable mais il n'est probablement pas significatif.

TAB. III.1 – Tableau récapitulatif des résultats du chauffage de la secondaire par le bord du disque.  $T_{\text{edge,max}}$  est la température maximale atteinte par le bord du disque.  $F$  est le flux de chauffage incident au point  $L_1$  ( $F_*$  est le flux intrinsèque de la secondaire).

Modèle	$T_{\text{edge,max}}$ (K)	$F/F_*$
1	9000	2
2	13000	5
3	10000	2.5

## 4. Chauffage du point $L_1$ par diffusion de la luminosité d'accrétion

### 4.1. CAS DES NOVAE NAINES : RÉTRO-DIFFUSION PAR UN VENT

L'observation de profils de raie de type P Cyg dans les spectres des novae naines en éruption suggère l'existence d'un vent, émis par les régions internes du disque (Warner 2003). Les modèles de photoionisation du vent sont cohérents avec une perte de masse de l'ordre de  $\sim 10^{16} - 10^{17} \text{ g s}^{-1}$ , soit quelques pourcents du taux d'accrétion (Hoare & Drew 1993). A cause de la présence de cette matière surplombant le disque, une fraction de la luminosité d'accrétion est rétro-diffusée vers le point  $L_1$ . Nous cherchons ici à déterminer cette fraction. Par simplicité nous utiliserons le modèle d'un vent à symétrie sphérique.

Nous supposons dans la suite que 5% du taux d'accrétion est injecté dans le vent. L'étude des profils a montré que, si le vent est à symétrie sphérique, l'accélération du gaz est lente. Le profil de vitesse peut être pris égal à :

$$v(r) = v_0 + (v_\infty - v_0)\left(1 - \frac{r_1}{r}\right)^\beta \quad (\text{III.14})$$

avec  $\beta = 6$  (Mauche & Raymond 1987, Drew 1987).  $v_0$  est la vitesse du gaz à proximité de la naine blanche, nous prenons ici  $v_0 = 2 \times 10^7 \text{ cm s}^{-1}$  (Drew 1987); cette valeur est arbitraire mais nous verrons que dans notre cas elle n'est pas importante.  $v_\infty$  est la vitesse atteinte asymptotiquement par le vent, elle est prise égale à la vitesse de libération de la naine blanche soit  $v_\infty \sim 5 \times 10^8 \text{ cm s}^{-1}$ .

La conservation de la masse permet alors de déterminer le profil radial de densité :

$$\rho(r) = \frac{\alpha \dot{M}_{\text{acc,max}}}{4\pi r^2 v(r)} \quad (\text{III.15})$$

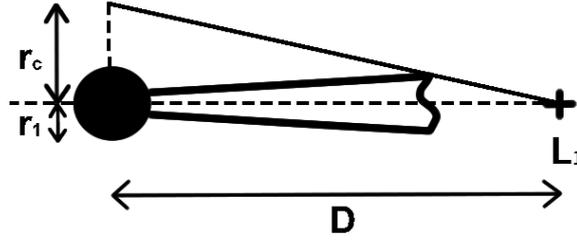
où  $\dot{M}_{\text{acc,max}}$  est le taux d'accrétion sur l'astre compact,  $\alpha = 0.05$  est la perte de masse et  $r$  est la distance de l'astre compact.

Nous considérons ensuite pour simplifier que l'opacité  $\kappa$  du vent est constante, isotrope et égale à 0.4 (cette valeur correspond à la diffusion Thomson par les électrons libres). L'épaisseur optique totale du vent est alors égale à

$$\tau = \Sigma \kappa \quad (\text{III.16})$$

où  $\Sigma = \int_{r_1}^{\infty} \rho dr$  est la densité de colonne totale du vent. La valeur de  $\tau$  est calculée pour les 3 modèles de novae naines dont les paramètres sont listés au tableau A.1 (modèle n°1 à n°3). Les résultats sont présentés au tableau III.2. Les valeurs de  $\tau$  sont faibles et le vent est optiquement mince.

Nous calculons maintenant la fraction du rayonnement qui est rétro-diffusée vers le point  $L_1$  par le vent. Chaque élément de volume du vent diffuse de manière isotrope une quantité d'énergie égale à :

FIG. III.4 – Vue latérale du système binaire. Les régions internes sont écrantées de  $L_1$  par le disque.TAB. III.2 – Tableau récapitulatif des résultats du chauffage de la secondaire par rétro-diffusion.  $\tau$  est l'épaisseur optique du vent et  $F$  est le flux de chauffage incident au point  $L_1$ .

Model	$\tau$	$F/(L_{\text{acc}}/(4\pi D^2))$	$F/F_*$
1	0.01	$6 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{-2}$
2	0.1	$6 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{-2}$
3	0.3	$8 \times 10^{-5}$	$2.6 \times 10^{-2}$

$$\epsilon(r) = \frac{L_{\text{acc}}}{16\pi^2 r^2} \rho(r) \kappa \quad (\text{III.17})$$

qui a les dimensions physiques d'une émissivité. Le flux rétro-diffusé au point  $L_1$  vaut alors :

$$F = \iiint \frac{\epsilon(r) dV}{d^2} \quad (\text{III.18})$$

où  $d$  est la distance entre le point  $L_1$  et le volume d'intégration. Il est montré dans l'annexe D que l'intégrale peut se réécrire sous la forme :

$$F = \int_{r_c}^{\infty} \epsilon(r) g(r) dr \quad (\text{III.19})$$

où  $g(r)$  est un facteur géométrique. L'intégration radiale dans l'équation III.19 ne commence pas en  $r_1$  mais en  $r_c$ . Ce rayon particulier est défini à la figure III.4 ; il permet de prendre en compte, de manière approximative, l'écrantage des régions internes du vent par le bord du disque d'accrétion.  $r_c$  est calculé en supposant que le disque d'accrétion a sa taille maximale (voir la section précédente) et en utilisant les valeurs du rapport  $H/R$  du disque que nous avons déjà utilisé au chapitre II. L'intégrale III.19 est calculée numériquement en utilisant le profil de  $\epsilon$  fourni par l'équation III.17.

Si  $L_1$  était irradié directement, il recevrait un flux égal à  $L_{\text{acc}}/4\pi D^2$ , où  $D$  est la distance entre le point  $L_1$  et le centre de masse de la primaire. Le rapport entre  $F$  et cette valeur maximale est montré au tableau III.2. Ce rapport est très petit, de l'ordre de 1/10000. Le flux de chauffage  $F$  est comparé au flux intrinsèque de l'étoile  $F_*$  dans le même tableau ; le flux de chauffage est très inférieur au flux intrinsèque de l'étoile et l'effet est complètement négligeable.

## 4.2. CAS DES TRANSITOIRES X : RÉTRO-DIFFUSION PAR UNE COURONNE ET/OU UN VENT

Les observations des binaires X de faible masse suggèrent la présence d'une couronne surplombant le disque, capable de diffuser une partie significative de la luminosité produite par l'accrétion. Cette conclusion est basée sur l'observation des sources coronales, qui sont des systèmes vus par la tranche, dont l'éclipse de la source X n'est que partielle : jusqu'à 50% du flux X

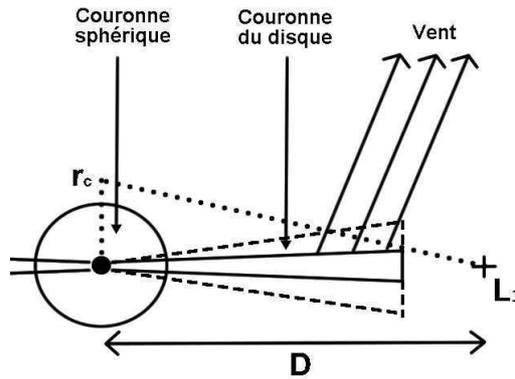


FIG. III.5 – Géométries possibles de la couronne. Un vent thermique est induit par le chauffage du disque dans les parties externes.

persiste pendant une éclipse (White & Holt 1982, McClintock *et al.* 1982). On pense qu'une telle couronne est présente dans beaucoup, si ce n'est toutes, de binaires X de faible masse. A ce titre les transitoires X, au moins pendant une éruption, ne devraient pas faire exception.

Une couronne pourrait diffuser une partie du rayonnement vers le point  $L_1$ . Toutefois, la géométrie de la couronne n'est pas bien connue ; on distingue souvent deux types de géométrie : une couronne sphérique autour de l'astre compact ou une couronne formant un disque «épais» optiquement mince, prenant le disque d'accrétion «en sandwich». Les deux types de géométrie pourraient très bien coexister. Ces deux types de couronne sont illustrés à la figure III.5

Considérons tout d'abord une couronne sphérique. Pour les paramètres typiques d'une transitoire X (cf. modèle n°4, tableau A.1), le rayon  $r_c$  défini plus haut est de l'ordre de  $10^{11}$  cm. Les études des profils d'éclipse (Church & Bałucińska-Church 2004) montrent que le rayon maximal de la couronne est de l'ordre de  $7 \times 10^{10}$  cm, la couronne atteignant cette taille dans les systèmes lumineux ( $L_X \sim 10^{38}$  erg s $^{-1}$ ). Au point  $L_1$ , l'émission d'une couronne sphérique est donc interceptée par le disque d'accrétion.

Une couronne en «sandwich» résulte de l'irradiation de la surface du disque par la source X centrale qui entraîne la formation d'une couche optiquement mince de gaz peu dense et très chaud. Begelman *et al.* (1983) analysent la structure et la dynamique du disque irradié. Ils montrent que la couronne prend la forme d'un disque épais avec  $H/R \sim 1$  et que le chauffage du gaz induit la formation d'un vent dans les régions externes du disque. Ces deux éléments pourraient contribuer à rétro-diffuser le rayonnement vers le point  $L_1$ . Il est toutefois difficile de déterminer qualitativement la fraction du flux que le point  $L_1$  peut ainsi intercepter. A titre illustratif, on peut s'inspirer des résultats issus de l'étude de l'irradiation du disque dans les transitoires X. Comme nous l'avons vu dans le chapitre introductif, la modélisation de la structure radiale du disque irradié amène en premier lieu à conclure que le disque a une forme convexe et que les régions externes, instables, sont protégées de la luminosité centrale par les régions internes. Pour se conformer aux observations, Dubus *et al.* (1999) adoptent la prescription suivante pour la température d'irradiation dans le disque :

$$\sigma T_{\text{irr}}^4 = C \frac{L_{\text{acc}}}{4\pi r^2} \quad (\text{III.20})$$

où  $C$  est pris constant pour rendre compte du fait que, d'une manière ou d'une autre, toute la surface du disque est irradiée. Ceci est possible si le disque est warpé ; une autre possibilité est que la couronne soit suffisamment importante pour permettre une irradiation indirecte du disque. Dans ce cas  $C$  est l'efficacité de rétro-diffusion de la couronne vers le disque. Pour les transitoires X,  $C = 5 \times 10^{-3}$  est une valeur adéquate (Dubus *et al.* 1999, 2001). Cette valeur peut servir de première approximation pour l'efficacité de rétro-diffusion vers le point  $L_1$ . Dans ce cas le flux incident au point  $L_1$  est égal à :

$$F = C \frac{L_{\text{acc}}}{4\pi D^2} \quad (\text{III.21})$$

où  $D$  est la distance entre  $L_1$  et l'astre compact. Les transitoires X atteignent des luminosités importantes en éruption. Le flux d'irradiation au niveau de la secondaire est de l'ordre de  $10^5$  fois le flux intrinsèque de cette dernière. Dans ce cas, l'équation III.21 donne  $F = 500F_*$ , ce qui est très significatif. Cette valeur est probablement surestimée, mais ceci montre qu'une faible efficacité de rétro-diffusion peut quand même engendrer un chauffage significatif.

## 5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre deux mécanismes de chauffage du point  $L_1$ . Le premier effet que nous avons considéré est celui du chauffage direct du point  $L_1$  par le bord latéral du disque d'accrétion. Pour cela, nous avons adopté une prescription particulière pour les effets de marée sur le disque en supposant que le seul rôle du couple de marée était de maintenir le disque à l'intérieur d'un rayon critique. Lorsque le disque atteint sa taille maximale, le couple de marée prélève le «trop-plein» de moment cinétique et la dissipation correspondante chauffe l'extrémité du disque. En supposant que cette énergie est rayonnée par le bord latéral du disque, on peut en déduire sa température effective et ensuite déterminer le flux thermique incident au point  $L_1$ . En intégrant ces modifications à notre code d'évolution du disque, nous avons montré que la température du bord latéral du disque était de l'ordre de  $10^4$  K. Le flux incident au point  $L_1$  est alors de l'ordre du flux intrinsèque de l'étoile secondaire. L'effet n'est ainsi pas négligeable, mais probablement pas suffisant pour être significatif. Nos simulations concernaient uniquement les novae naines. Dans les transitoires X, l'effet dominant pourrait être le chauffage par la rétro-diffusion de la luminosité d'accrétion. Une couronne au dessus du disque ou le vent induit par le chauffage des régions externes du disque pourrait jouer le rôle de milieu diffusif. Grâce à la luminosité des transitoires X, même une diffusion de faible efficacité ( $10^{-3} - 10^{-4}$ ) pourrait engendrer un flux de chauffage important au point  $L_1$  ( $F = 10 - 100F_*$ ). Dans les novae naines, le vent émis des régions internes du disque pendant une éruption diffuse une fraction trop faible de la luminosité d'accrétion pour que l'effet similaire soit important.

Les deux mécanismes présentés à ce chapitre sont ainsi susceptibles de produire des flux de chauffage incidents au point  $L_1$  dans la gamme  $1 - 100F_*$ . Il est maintenant nécessaire de déterminer comment un chauffage du point  $L_1$  change quantitativement le taux de transfert. C'est précisément le sujet du prochain chapitre.



## Références

- BEGELMAN, M. C., MCKEE, C. F. & SHIELDS, G. A., 1983; *Compton heated winds and coronae above accretion disks. I Dynamics*. ApJ, **271**, 70
- BRUCH, A., BEELE, D. & BAPTISTA, R., 1996; *Multicolor photometry and eclipse mapping of OY Carinae in a superoutburst*. A&A, **306**, 151
- CHURCH, M. J. & BAŁUCIŃSKA-CHURCH, M., 2004; *Measurements of accretion disc corona size in LMXB : consequences for Comptonization and LMXB models*. MNRAS, **348**, 955
- DREW, J. E., 1987; *Inclination and orbital-phase-dependent resonance line-profile calculations applied to cataclysmic variable winds*. MNRAS, **224**, 595
- DUBUS, G., HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2001; *The disc instability model for X-ray transients : Evidence for truncation and irradiation*. A&A, **373**, 251
- DUBUS, G., LASOTA, J.-P., HAMEURY, J.-M. & CHARLES, P., 1999; *X-ray irradiation in low-mass binary systems*. MNRAS, **303**, 139
- HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2005; *Tidal torques, disc radius variations, and instabilities in dwarf novae and soft X-ray transients*. A&A, **443**, 283
- HAMEURY, J.-M., MENOU, K., DUBUS, G., LASOTA, J.-P. & HURE, J.-M., 1998; *Accretion disc outbursts : a new version of an old model*. MNRAS, **298**, 1048
- HOARE, M. G. & DREW, J. E., 1993; *The ionization state of the winds from cataclysmic variables without classical boundary layers*. MNRAS, **260**, 647
- HORNE, K. & COOK, M. C., 1985; *UBV images of the Z Cha accretion disc in outburst*. MNRAS, **214**, 307
- ICHIKAWA, S. & OSAKI, Y., 1994; *Tidal torques on accretion disks in close binary systems*. P.A.S.J., **46**, 621
- MAUCHE, C. W. & RAYMOND, J. C., 1987; *IUE observations of the dwarf nova HL Canis Majoris and the winds of cataclysmic variables*. ApJ, **323**, 690
- MCCLINTOCK, J. E., LONDON, R. A., BOND, H. E. & GRAUER, A. D., 1982; *The noncompact binary X-ray source 4U 2129+47*. ApJ, **258**, 245
- PAPALOIZOU, J. & PRINGLE, J. E., 1977; *Tidal torques on accretion discs in close binary systems*. MNRAS, **181**, 441
- SHAFTER, A. W. & MISSELT, K. A., 2006; *Modeling Eclipses in the Classical Nova V Persei : The Role of the Accretion Disk Rim*. ApJ, **644**, 1104
- SMACK, J., 2002; *On the Structure of the Outer Parts of Accretion Disks in Close Binary Systems*. Acta Astronomica, **52**, 263
- VIALLET, M. & HAMEURY, J.-M., 2008; *Mass transfer variation in the outburst model of dwarf novae and soft X-ray transients*. A&A
- WARNER, B., 2003; *Cataclysmic Variable Stars*. Cataclysmic Variable Stars, by Brian Warner, pp. 592. ISBN 052154209X. Cambridge, UK : Cambridge University Press, September 2003.
- WHITE, N. E. & HOLT, S. S., 1982; *Accretion disk coronae*. ApJ, **257**, 318



# Augmentation du taux de transfert induite par chauffage du point $L_1$

Ce chapitre est basé sur une partie de l'article Viallet & Hameury (2008), soumis à A&A.

## 1. Introduction

Nous avons déterminé au chapitre précédent le flux de chauffage incident au point  $L_1$  pendant une éruption. Il reste maintenant à déterminer le plus important, à savoir l'augmentation du taux de transfert résultant de ce chauffage. Comme nous l'avons déjà rappelé au chapitre II, le taux de transfert instantané est donné par la formule suivante :

$$\dot{M}_{\text{tr}} = Q\rho(L_1)c_s \quad (\text{IV.1})$$

où  $c_s = \sqrt{R_g T(L_1)}$  est la vitesse du son isotherme au point  $L_1$  et  $\rho(L_1)$  la densité de masse. Cette formule découle de Lubow & Shu (1975), qui montrent que l'écoulement est transsonique au point  $L_1$  ;  $\rho(L_1)c_s(L_1)$  est donc le flux de masse quittant la secondaire.  $Q$  est la section efficace du jet quittant la secondaire :

$$Q = \frac{2\pi}{k} \left( \frac{c_s}{\Omega} \right)^2 \quad (\text{IV.2})$$

où  $k$  est une constante qui dépend du rapport de masse  $q$ . Dans la suite nous prendrons  $k = 7$ , ce qui est valide pour  $q = 0.1 - 0.6$  avec 10% d'erreur.

Le profil de densité dans l'atmosphère de la secondaire, et donc finalement  $\rho(L_1)$ , dépend du profil de température d'après l'équilibre hydrostatique. Lorsque qu'un flux de chauffage arrive au point  $L_1$ , on s'attend à ce que le profil de température et le profil de densité soient modifiés. Une modification de  $T(L_1)$  et  $\rho(L_1)$  entraîne alors une variation de  $\dot{M}_{\text{tr}}$ . Le but de ce chapitre est de déterminer, à partir d'un modèle simple, la façon dont  $\dot{M}_{\text{tr}}$  varie avec un flux de chauffage incident. Pour cela il nous faut tout d'abord connaître la structure verticale de la secondaire en quiescence.

## 2. Structure verticale de la secondaire en quiescence

Nous calculons la structure verticale de l'atmosphère de la secondaire sur la verticale du point  $L_1$  pour les 4 systèmes du tableau A.1. Pour cela, nous résolvons les équations suivantes :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g(z) \quad (\text{IV.3})$$

$$\frac{d \ln T}{d \ln P} = \nabla \quad (\text{IV.4})$$

$$P = P(\rho, T) \quad (\text{IV.5})$$

L'équation IV.3 est l'équation de l'équilibre hydrostatique. Evidemment le fait qu'un transfert de masse existe implique que le gaz n'est pas à l'équilibre hydrostatique. Toutefois, on peut espérer que l'écart à l'équilibre hydrostatique ne soit important que pour le voisinage proche du point  $L_1$ . Notons que nous utilisons la gravité de Roche et donc  $g(L_1) = 0$ .

L'équation IV.4 donne le profil de température de l'atmosphère,  $\nabla$  est soit le gradient de température radiatif  $\nabla_{\text{rad}}$ , soit le gradient de température convectif  $\nabla_{\text{conv}}$ , suivant le critère de Schwarzschild. Soit  $\nabla_{\text{ad}}$  le gradient adiabatique de l'atmosphère, si  $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$ , l'énergie est transportée par la convection et  $\nabla = \nabla_{\text{conv}}$ . Sinon l'énergie est transportée radiativement et  $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$ .  $\nabla_{\text{rad}}$  est donné par :

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{\kappa P F}{4 P_{\text{rad}} c g} \quad (\text{IV.6})$$

où  $\kappa$  est l'opacité,  $F$  est le flux transporté,  $P_{\text{rad}}$  est la pression de radiation et  $c$  est la vitesse de la lumière. Notons que cette valeur correspond à l'approximation dite de «diffusion» et n'est rigoureusement pas valable dans les régions optiquement mince de l'atmosphère. Dans ces régions il faudrait résoudre le transfert radiatif du rayonnement pour obtenir la bonne valeur du gradient, ce qui demande bien plus d'efforts. En première approximation nous utilisons donc l'expression IV.6.  $\nabla_{\text{conv}}$  est calculé dans la prescription de la longueur de mélange (voir par exemple Kippenhahn 1994). Dans la pratique nous utilisons l'algorithme proposé par Paczyński (1969).

L'équation IV.5 est l'équation d'état du gaz. Elle dépend de la composition chimique du gaz (nous utilisons ici les abondances solaires) ainsi que de l'état d'ionisation des espèces. Pour l'équation d'état et les tables d'opacités, nous utilisons les mêmes tables que Hameury (1991) : notre équation d'état est calculée à partir des tables de Fontaine *et al.* (1977) et les opacités sont tirées de Alexander (1975) pour  $T \lesssim 10^4$  K et de Cox & Tabor (1976) pour  $T \gtrsim 10^4$  K. La photosphère est définie comme l'endroit où l'épaisseur optique vaut 2/3.

Pour les conditions initiales, on calcule les variables d'états au point  $L_1$  :  $\rho(L_1)$ ,  $T(L_1)$  et  $P(L_1)$ .  $\rho(L_1)$  est tiré de l'équation IV.1 en utilisant le taux de transfert moyen du système, listé au tableau A.1.  $T(L_1)$  est fixé de telle manière à ce que la température effective du modèle (çad la température du gaz à la photosphère) soit égale à la température effective  $T_*$  de la secondaire (voir tableau A.1). En pratique, cela nécessite de choisir une valeur initiale de  $T(L_1)$  et de faire quelques itérations jusqu'à trouver la valeur adéquate.  $P(L_1)$  est calculé avec l'équation d'état.

Le système d'équations IV.3, IV.4 et IV.5 est un système d'équations différentielles du 1er ordre, résoluble numériquement : l'intégration commence au point  $L_1$  puis on détermine l'état du gaz de proche en proche dans l'atmosphère de la secondaire. L'intégration s'arrête lorsqu'on atteint une profondeur suffisante, ici lorsqu'on atteint des températures supérieures à  $10^4$  K.

Pour des raisons techniques, il est plus simple d'intégrer les équations IV.3, IV.4 et IV.5 avec un schéma d'Euler explicite (et donc seulement du 1er ordre) en utilisant une très bonne résolution. Nous avons utilisé 2000 points de grille et nous avons vérifié que la convergence numérique était bien atteinte.

La figure IV.1 montre les résultats obtenus. On peut voir sur la figure IV.1 que le point  $L_1$  se trouve dans la partie radiative de l'enveloppe dans les transitoires X alors qu'il se trouve dans la partie convective de l'enveloppe dans les novae naines. Dans chaque cas, le point  $L_1$  se trouve au dessus de la photosphère :  $z_{L_1}/h \sim 2$  dans le modèle n°4 (transitoire X),  $z_{L_1}/h \lesssim 1$  dans les modèles n°1 et n°2 (SU UMa et U Gem) et  $z_{L_1}/h \lesssim 0.3$  dans le modèle n°3 (Z Cam),  $h$  est l'échelle de hauteur verticale de l'enveloppe. Cette différence entre les transitoires X et les novae naines est liée au fait que pour des périodes similaires, les transitoires X ont des taux de transfert inférieurs à ceux des novae naines. Ceci peut se comprendre par le fait que le critère de stabilité thermique des disques irradiés est plus contraignant que celui des disques non-irradiés (cf. I.40), les binaires

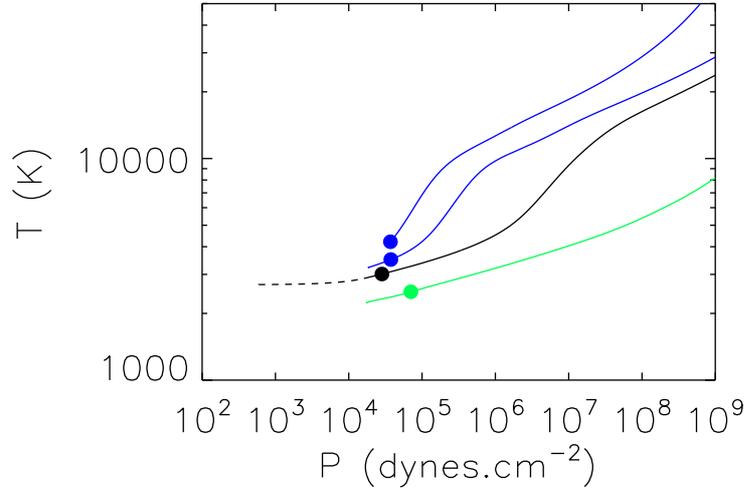


FIG. IV.1 – Structure verticale de l’enveloppe de la secondaire dans les novae naines de période inférieure à 2 heures (vert), supérieure à 3 heures (bleu) et dans les transitoires X (noir). Les profils commencent au point  $L_1$ . La position de la photosphère (endroit où  $\tau = 2/3$ ) est marquée par un point. La courbe est pleine lorsque le transport de l’énergie est convectif et en tirets lorsqu’il est radiatif.

X de faible masse transitoires sont donc des systèmes où le transfert de masse est faible (ceci ne dit évidemment rien sur le chemin évolutif amenant à cette situation).

La figure IV.1 montre aussi une différence assez importante entre les secondaires des novae naines de faible période et celles des novae naines de longue période. A faible période, les étoiles secondaires sont de faible masse ( $M \lesssim 0.1M_{\odot}$ ) et ont donc une faible température effective ( $T_{\star} \lesssim 2500 - 3000$  K). A ces faibles températures, des molécules sont présentes dans l’enveloppe, particulièrement le di-hydrogène  $H_2$ . Les régions de dissociation de  $H_2$  ont une valeur du gradient adiabatique faible  $\nabla_{\text{ad}} \sim 0.1$ , en conséquence la température croît lentement avec la profondeur. A longue période, la secondaire est plus massive et donc plus chaude. Le point  $L_1$  se trouve alors dans une zone où l’hydrogène est dans l’état neutre mono-atomique et le gradient adiabatique est plus grand ( $\nabla_{\text{ad}} \sim 0.4$ ), la température croît ainsi beaucoup plus rapidement avec la profondeur (lorsque l’hydrogène devient partiellement ionisé, le gradient adiabatique diminue comme on peut le voir sur la figure IV.1).

### 3. Structure verticale de la secondaire pendant une éruption

On suppose maintenant qu’un flux de chauffage  $F_{\text{heat}}$  arrive au point  $L_1$  et est absorbé *entièrement sous la photosphère*. Ce flux de chauffage chauffe alors la secondaire sur le temps thermique de l’enveloppe, court par rapport à la durée d’une éruption, jusqu’à ce que l’enveloppe atteigne un équilibre où le flux émergeant à sa surface soit égal à :

$$F_{\text{out}} = \sigma T_{\star}^4 + \beta F_{\text{heat}} \quad (\text{IV.7})$$

où  $\beta$  est l’«albédo bolométrique» qui permet de prendre en compte un éventuel transport horizontal de l’énergie déposée par le chauffage. Ce phénomène peut-être important dans les étoiles où l’enveloppe est convective, ce qui est notre cas (voir par exemple Smith 1995, Brett & Smith

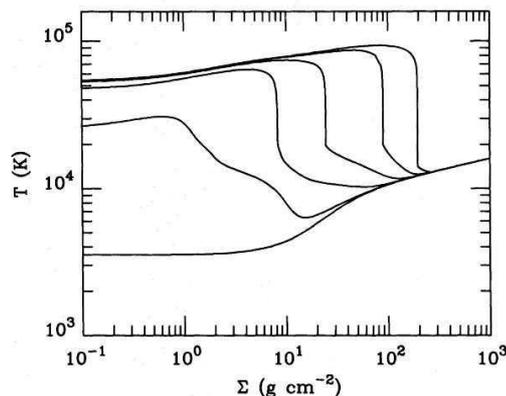


FIG. IV.2 – Profils de température dans l’enveloppe d’une secondaire irradiée par un flux de  $2 \times 10^5 F_\star$ . 10% du flux est déposé à  $\Sigma \sim 25 \text{ g cm}^{-2}$ . Les profils correspondent à  $\Delta t = 0, 0.1, 1, 10, 100$  et  $1000 \text{ s}$  après le début de l’irradiation. Tiré de Hameury *et al.* (1988).

1993). Toutefois la valeur de  $\beta$  n’est pas très bien connue et nous adopterons  $\beta = 1$  dans la suite. Il n’est pas certain que sur l’échelle de temps d’une éruption, un transport horizontal efficace puisse se mettre en place.

L’évolution des couches sub-photosphériques d’une étoile irradiée est déterminée dans Hameury *et al.* (1988) et est illustrée à la figure IV.2. Hameury *et al.* (1988) simulent l’évolution de l’enveloppe d’une étoile irradiée par un flux égal à  $2 \times 10^5 F_\star$ , ce qui correspond au flux d’irradiation dans une transitoire X. Dans leur calcul, les auteurs supposent que seulement 10% de ce flux est déposé sous la photosphère (cette fraction représente la partie dure du spectre X, dont les photons pénètrent sous la photosphère), à  $\Sigma \sim 25 \text{ g cm}^{-2}$ . Lorsque l’énergie est déposée sous la photosphère, elle diffuse vers l’intérieur. De plus, le flux intrinsèque de la secondaire est bloqué et contribue au chauffage des couches sub-photosphériques. Une couche isotherme (en première approximation) de température  $T_{\text{layer}} = (F_{\text{out}}/\sigma)^{1/4}$  se forme. Dans notre cas, nous négligeons la diffusion de l’énergie déposée (les flux de chauffage que nous considérons ne sont pas aussi importants que dans l’étude précédente); la couche chauffée doit donc satisfaire la contrainte suivante :

$$E_{\text{th}} < \Delta t \sigma T_\star^4 \quad (\text{IV.8})$$

où  $E_{\text{th}}$  est le contenu thermique de la couche (par unité de surface). L’équation IV.8 exprime simplement le fait que l’éruption doit durer assez longtemps pour que le flux intrinsèque puisse chauffer toute la couche. Nous avons utilisé  $\Delta t = 30 P_{\text{orb}}$  pour les novae naines et  $\Delta t = 100 P_{\text{orb}}$  pour les transitoires X. Le système atteint un équilibre lorsque la couche isotherme s’étend jusqu’à la profondeur où le profil de température initial vaut  $T_{\text{layer}}$ , à condition que la contrainte IV.8 soit satisfaite. Sinon, cela signifie que le front de chauffage s’est propagé jusqu’à une profondeur où  $T < T_{\text{layer}}$  et le profil de température est discontinu.

La figure IV.3 illustre notre démarche pour deux flux d’irradiation différents :  $10 F_\star$  et  $100 F_\star$ . On constate que dans les novae naines de faible période, on est limité par la contrainte IV.8 : l’enveloppe, froide et dense, ne peut être chauffée complètement sur l’échelle de temps d’une éruption. Le front de chauffage atteint une densité de colonne de l’ordre de  $10^2 \text{ g cm}^{-2}$ . Dans les novae naines de grande période, on atteint rapidement la profondeur où la température vaut  $T_{\text{layer}}$ , à  $\Sigma \sim 10^2 \text{ g cm}^{-2}$ . Enfin dans les transitoires X, on pénètre plus profondément dans l’enveloppe de la secondaire puisque le front atteint une densité de colonne de l’ordre de  $10^3 \text{ g cm}^{-2}$ .

Pour calculer le nouveau taux de transfert de masse, on calcule le nouveau profil de densité dans la couche isotherme en intégrant l’équation IV.3 à partir de la base de la couche. Ceci fournit une nouvelle valeur  $\rho(L_1)$  qui permet, avec la nouvelle valeur de  $T(L_1)$ , de calculer le taux de transfert  $\dot{M}_{\text{tr}}$  grâce à la formule IV.1. On effectue ce calcul pour plusieurs flux de chauffage, allant de  $0.1 F_\star$  à  $100 F_\star$ ; le résultat obtenu est montré à la figure IV.4.

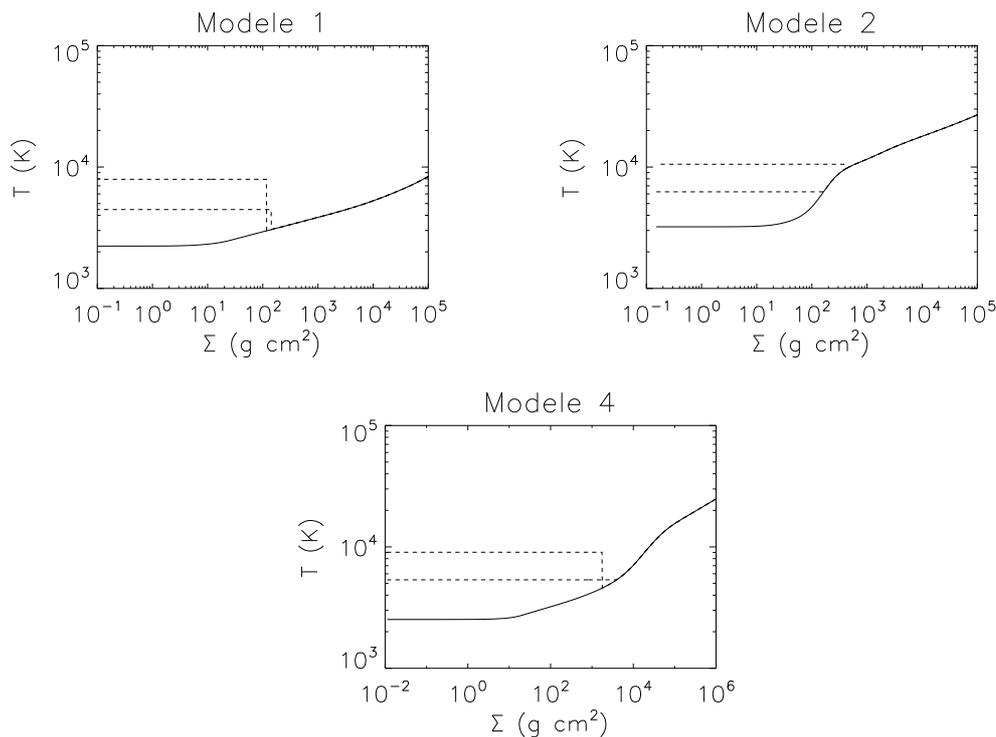


FIG. IV.3 – Exemples de modèles d'atmosphère chauffée par  $10F_*$  et  $100F_*$ . Le modèle n°3 donne des résultats similaires au modèle n°2.

On remarque tout d'abord que l'augmentation est plus importante dans les transitoires X : pour  $F_{\text{heat}} = 100F_*$ , on a  $\dot{M}_{\text{tr}}/\dot{M}_{\text{tr},0} \sim 400$  alors que pour les novae naines on a  $\dot{M}_{\text{tr}}/\dot{M}_{\text{tr},0} \sim 10$ . Ceci est une conséquence directe de notre discussion à propos de la figure IV.3 : dans les novae naines, le front de chauffage pénètre moins profondément que dans les transitoires X. De façon similaire, on voit que pour un faible flux de chauffage,  $F_{\text{heat}} \lesssim F_*$  on a  $\dot{M}_{\text{tr}}/\dot{M}_{\text{tr},0} \sim 2 - 3$  dans les transitoires X alors que l'on a pas d'augmentation significative dans les novae naines. Dans les transitoires X, même un faible flux de chauffage affecte une partie suffisante de l'enveloppe pour induire une augmentation du taux de transfert.

## 4. Pénétration d'un flux de chauffage incident dans l'atmosphère de la secondaire

Dans la partie précédente, nous avons considéré un flux de chauffage  $F_{\text{heat}}$  pénétrant sous la photosphère de la secondaire et nous avons déterminé l'augmentation du taux de transfert qui résultait du chauffage des couches sub-photosphériques. Toutefois, dans la réalité, l'effet d'un flux incident dépend de la nature du rayonnement. Si on appelle  $F$  le flux incident, le flux qui est absorbé sous la photosphère,  $F_{\text{heat}}$  dans la section précédente, peut être très différent.

Considérons les deux mécanismes de chauffage que nous avons présenté au chapitre III, lors du chauffage de  $L_1$  par le bord du disque, le rayonnement incident est celui d'un corps noir dilué de température de couleur égale à la température effective du bord du disque, soit  $\sim 10^4$  K. La position du pic du corps noir se trouve alors dans l'UV ( $\lambda_p \sim 300$  nm). Dans le cas du chauffage par rétro-diffusion de la luminosité d'accrétion, le rayonnement incident comporte deux contributions. La moitié de la luminosité d'accrétion est émise dans le disque et l'autre moitié est émise dans la couche limite. Nous supposons que la couche limite émet comme un corps noir dont le

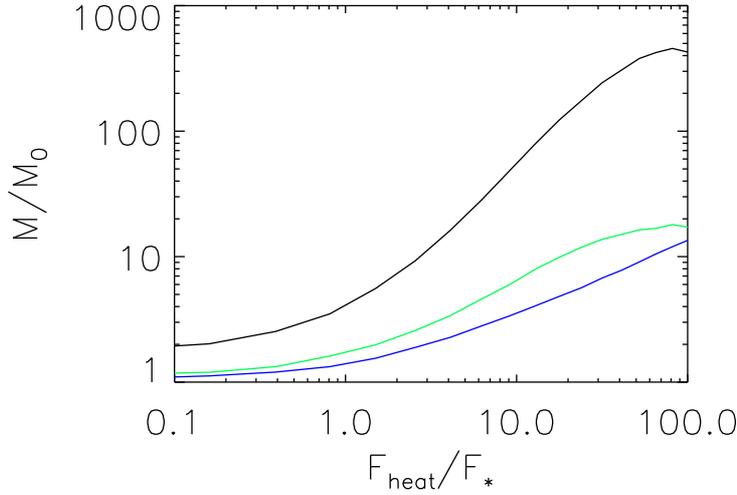


FIG. IV.4 – Augmentation du taux de transfert en fonction du flux de chauffage,  $F_*$  est le flux intrinsèque de la secondaire. En vert : novae naines de faible période. En bleu : novae naines de longue période. En noir : transitoires X.

TAB. IV.1 – Température minimale et maximale dans le disque. La température maximale est atteinte en  $r = 1.36r_1$  où  $r_1$  est le rayon de l’astre compact. La température minimale est atteinte au bord externe du disque, en  $r = 0.85R_{L_1}$ .

Modèle	$T_{\max}$ (K)	$T_{\min}$ (K)
1	40000	6000
2	$10^5$	7000
3	$1.3 \times 10^5$	7000
4	$1.2 \times 10^6$	20000

pic se trouve dans l’UV lointain pour les novae naines et dans les X mous pour les transitoires X. Pour l’émission du disque, nous utilisons une superposition de corps noir, en intégrant la loi de Planck suivant un profil radial de température. Le profil radial de température est déterminé par la formule suivante :

$$\sigma T^4 = \frac{3GM_1\dot{M}_{\text{acc}}}{8\pi r^3} f + C \frac{\dot{M}_{\text{acc}} c^2}{4\pi r^2} \quad (\text{IV.9})$$

où le premier terme est la dissipation visqueuse et le deuxième terme correspond à l’irradiation par la source centrale. Dans les transitoires X,  $C = 5 \times 10^{-4}$  et dans les novae naines  $C = 0$ . Le tableau IV.1 indique les températures maximale (atteinte près du bord interne) et minimale (atteinte au bord externe) dans le disque, calculées à l’aide des paramètres du tableau A.1.

Le rayonnement émis par la couche limite se trouve ainsi sous la coupure de Lyman ( $\lambda \sim 90$  nm) et le rayonnement incident au point  $L_1$  sera fortement absorbé par l’hydrogène neutre présent dans l’enveloppe. Le rayonnement issu du disque est susceptible de pénétrer plus facilement dans l’atmosphère. Comme nous l’avons mentionné plus haut, seule la partie du rayonnement pénétrant sous la photosphère contribue à chauffer la secondaire et à augmenter le taux de transfert. La partie du rayonnement absorbée à faible densité de colonne ne contribue qu’à former une couronne optiquement mince et chaude.

Pour calculer la fraction du rayonnement qui pénètre sous la photosphère, nous avons utilisé les opacités monochromatiques du code ATLAS 12, qui est un code de transfert radiatif servant

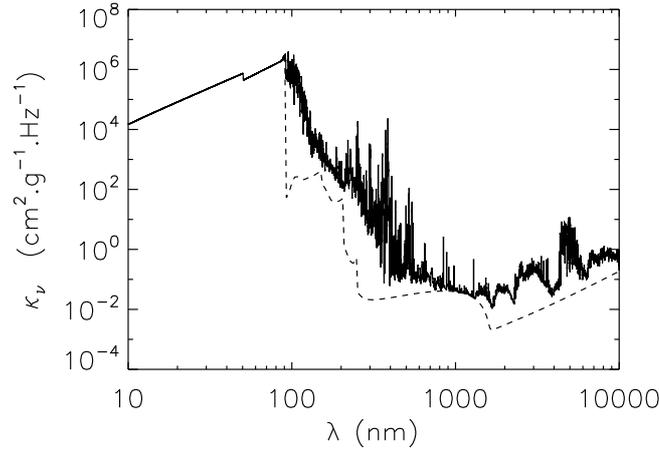


FIG. IV.5 – Opacité monochromatique au niveau de la photosphère de la secondaire. La ligne pointillée est l'opacité continue et la ligne pleine est l'opacité totale (continue + raies).

à modéliser les spectres stellaires. Les opacités utilisées dans ATLAS 12 s'étendent de  $10 \mu\text{m}$  à  $10 \text{ nm}$ , ce qui est insuffisant pour les transitoires X où le pic d'émission est à  $\sim 1 \text{ nm}$ . Dans ce cas, l'opacité est extrapolée aux longueurs d'ondes inférieures en incluant l'ionisation de l'hydrogène et la diffusion Thomson par les électrons libres. Les sources d'opacité continue et les raies incluses dans ATLAS 12 sont décrites dans Castelli (2005). Comme nous considérons ici des étoiles ayant des températures effectives inférieures à  $5000 \text{ K}$ , les opacités moléculaires sont aussi incluses. La figure IV.5 montre la variation de l'opacité monochromatique en fonction de  $\lambda$  à la profondeur optique  $\tau = 2/3$  (correspondant à la photosphère). L'allure de l'opacité monochromatique ne change pas énormément suivant les modèles de secondaires, la figure IV.5 correspondant à la secondaire du modèle n°2.

Pour calculer la fraction pénétrant sous la photosphère, on procède de la sorte :

- On définit l'épaisseur optique monochromatique  $\tau_\nu$  :

$$\tau_\nu(z) = \int_z^{z(L_1)} \rho \kappa_\nu dz \quad (\text{IV.10})$$

où  $\kappa_\nu$  est l'opacité monochromatique.

- On suppose que le spectre du rayonnement incident est celui d'un corps noir, donné par la loi de Planck  $B_\nu(T)$  où  $T$  est la température de couleur du rayonnement. La normalisation du corps noir importe peu, car elle disparaît lors de la dernière étape du calcul.
- On calcule l'intensité spécifique du rayonnement à chaque profondeur  $z$  qui résulte juste de l'absorption du rayonnement incident :

$$I_\nu(z) = e^{-\tau_\nu(z)} B_\nu(T) \quad (\text{IV.11})$$

- Finalement, on calcule la fraction du rayonnement incident qui reste au niveau de la photosphère (dont la profondeur est  $z_p$ ) :

$$\alpha(\tau_R = 2/3) = \frac{\int I_\nu(z_p) d\nu}{\int B_\nu(T) d\nu} = \frac{\int I_\nu(z_p) d\nu}{\sigma T^4 / \pi} \quad (\text{IV.12})$$

Les résultats sont montrés au tableau IV.2. Pour le chauffage par le bord du disque (1ère colonne), la fraction qui atteint la photosphère est de l'ordre de  $20 - 25\%$  du rayonnement incident.

TAB. IV.2 – Absorption du rayonnement émis par le disque (bord latéral et surface) et par la couche limite.

Modèle	Bord du disque à $T_{\text{eff}} = 10^4$ K	Disque	Couche limite		
			$\lambda_{\text{pic}}$ (nm)	quiescence	$F_{\text{heat}}/F_{\star} = 100$
1	0.25	0.01	50	$10^{-2}$	0.1
2, 3	0.18	0.05	30	$\lesssim 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$
4	0.22	0.1	1	$\sim 0$	0.5

Par contre, pour le rayonnement de la couche limite (2ème colonne, sous-colonne «quiescence»), quasiment rien ne pénètre sous la photosphère. La figure IV.6 montre le spectre d'énergie du corps noir incident (pour une nova naine et une transitoire X) en fonction de  $\lambda$  tracé sur le profil d'opacité. Dans les novae naines la partie du flux restant au niveau de la photosphère est la partie se situant dans l'UV ( $\sim 100 \text{ nm} \lesssim \lambda \lesssim 400 \text{ nm}$ ), où l'opacité décroît rapidement. Dans les transitoires X, la majorité du corps noir se trouve sous la coupure Lyman. Le flux incident est alors complètement absorbé. Ces conclusions sont similaires à celles de King (1989) pour les variables cataclysmiques. Enfin, entre 1% et 10% de l'émission du disque atteint la photosphère ; cette fraction du rayonnement est la partie émise au dessus de  $\sim 100 \text{ nm}$  et correspond à l'émission des régions du disque dont la température est inférieure à  $\sim 3 \times 10^4 \text{ K}$ .

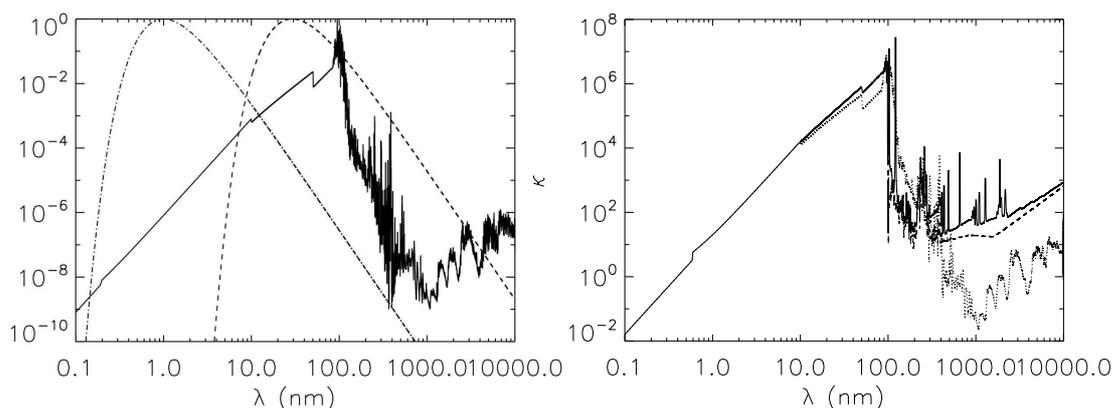


FIG. IV.6 – *A gauche* : spectres normalisés d'un corps noir de température de couleur  $2.9 \times 10^6 \text{ K}$  (tirets-pointillés, cas des transitoires X) et  $10^5 \text{ K}$  (tirets, cas des novae naines). L'opacité monochromatique normalisée sur  $0.1 - 10^4 \text{ nm}$  est aussi tracée pour comparaison. *A droite* : opacité monochromatique ( $\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}$ ) en fonction de  $\lambda$  au niveau de la photosphère d'un modèle d'atmosphère chauffée par un flux de  $100F_{\star}$  (en trait plein), la contribution de l'ion  $H^{-}$  à l'opacité est tracée en tirets pour  $\lambda > 100 \text{ nm}$ . Pour comparaison, l'opacité dans une atmosphère non-chauffée est tracée en pointillés.

Toutefois, notre calcul est très simpliste puisqu'on ne considère pas l'interaction à proprement parler entre le rayonnement incident et le milieu, surtout lorsque le rayonnement peut ioniser l'hydrogène (rayonnement de la couche limite et des régions internes du disque). Cela nécessiterait de résoudre le problème de transfert du rayonnement dans l'atmosphère. La résolution de ce problème est laissée pour un développement futur. A titre de comparaison, nous considérons maintenant le modèle d'atmosphère chauffée par un flux  $F_{\text{heat}} = 100F_{\star}$  que nous avons construit à la section précédente. Nous nous focalisons sur le cas des transitoires X, ayant à l'esprit le chauffage par le flux rétro-diffusé. Le graphique de droite de la figure IV.6 compare les opacités monochromatiques au niveau de la photosphère de l'atmosphère chauffée et de l'atmosphère pendant la quiescence. On constate que pour  $\lambda \lesssim 100 \text{ nm}$ , l'opacité est quasiment la même. Cela signifie que l'hydrogène neutre est toujours présent dans l'atmosphère chauffée, le rayonnement incident

sera donc à nouveau fortement absorbé. On constate aussi que pour  $\lambda \gtrsim 400$  nm, l'opacité est beaucoup plus grande dans l'atmosphère chauffée. La forte opacité dans le domaine IR est due à l'ion  $H^-$  qui se forme parce que la densité d'électrons libres augmente avec le chauffage.

Le point crucial est que dans le modèle d'atmosphère chauffée, la photosphère est plus proche du point  $L_1$  que dans le modèle d'atmosphère en quiescence. En effet, le chauffage permet d'augmenter le taux de transfert en augmentant (entre autre) la densité de matière au point  $L_1$ . Ainsi l'épaisseur optique augmente plus rapidement avec la profondeur dans l'atmosphère et la photosphère se trouve plus près du point  $L_1$ . Lorsque  $F_{\text{heat}} = 100F_*$ , la photosphère se trouve quasiment confondue avec le point  $L_1$ . Même si la validité du modèle devient alors discutable, cela suggère que la fraction du flux pénétrant sous la photosphère augmente avec le chauffage. A titre d'exemple, la valeur de  $\alpha$  re-calculée est indiquée dans la colonne « $F_{\text{heat}} = 100F_*$ » du tableau IV.2. En fait, cela prouve qu'il est vraiment nécessaire d'entreprendre la résolution du problème complet pour déterminer l'effet du flux de chauffage incident.

Enfin, remarquons que nous n'avons pas pris en compte ici l'écrantage du point  $L_1$  par le jet de matière quittant la secondaire. Cet écrantage pourrait devenir important lorsque le taux de transfert est fortement augmenté, jouant ainsi un effet «auto-régulateur».

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons déterminé l'augmentation du transfert de masse induite par un chauffage de la secondaire. Pour les deux mécanismes étudiés au chapitre III, nous avons déterminé la fraction du flux incident qui pénétrait sous la photosphère. Nous avons montré que 20 – 25% du flux thermique provenant du bord du disque atteignait la photosphère de l'étoile. Le cas du flux rétro-diffusé est plus délicat ; en effet le rayonnement incident se trouve essentiellement sous la coupure Lyman et il est, au premier abord, complètement absorbé par l'hydrogène neutre présent dans l'atmosphère de la secondaire. Il est nécessaire d'entreprendre la résolution du problème du transfert du rayonnement dans l'atmosphère pour conclure sur l'efficacité du chauffage.

Seule la partie du flux qui pénètre sous la photosphère contribue à chauffer la secondaire en augmentant (localement) la température effective. Ce chauffage modifie la structure verticale de l'atmosphère et induit une augmentation du transfert de masse. Nous avons montré que la nature de l'étoile secondaire jouait un rôle important. Dans les novae naines, la région qui est affectée a une densité de colonne de l'ordre de  $10^2$  g cm<sup>-2</sup>, limitée soit parce que l'enveloppe est trop massive pour être chauffée sur l'échelle de temps d'une éruption (cas des SU UMa), soit parce que la température croît rapidement avec la profondeur (cas des U Gem et des Z Cam). L'augmentation du taux de transfert atteint alors un facteur  $\sim 10$  pour un flux de chauffage de  $100 F_*$ . Dans les transitoires X, la région affectée par le flux de chauffage est plus importante. L'augmentation du taux de transfert varie de  $\sim 2 - 3$  à  $\sim 100$  pour un flux de chauffage allant de 1 à  $100 F_*$ .

Le chauffage du point  $L_1$  par le bord du disque, corrigé de l'absorption, produit un flux de chauffage de l'ordre du flux intrinsèque de la secondaire. Son effet sur le taux de transfert est donc probablement négligeable dans les novae naines. Dans les transitoires X, le chauffage du point  $L_1$  est probablement dominé par la rétro-diffusion de la luminosité d'accrétion. Toutefois, l'efficacité du chauffage de la secondaire par ce flux est trop incertaine pour tirer une conclusion. Seul l'étude du transfert radiatif du rayonnement incident, mentionné plus haut, permettra de conclure sur l'augmentation du taux de transfert induite par cet effet.



## Références

- ALEXANDER, D. R., 1975 ; *Low-Temperature Rosseland Opacity Tables*. ApJ Supplement Series, **29**, 363
- BRETT, J. M. & SMITH, R. C., 1993 ; *A model atmosphere investigation of the effects of irradiation on the secondary star in a dwarf nova*. MNRAS, **264**, 641
- CASTELLI, F., 2005 ; *ATLAS12 : how to use it*. Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplement, **8**, 25
- COX, A. N. & TABOR, J. E., 1976 ; *Radiative opacity tables for 40 stellar mixtures*. ApJ Supplement Series, **31**, 271
- FONTAINE, G., GRABOSKE, JR., H. C. & VAN HORN, H. M., 1977 ; *Equations of State for Stellar Partial Ionization Zones*. ApJ Supplement Series, **35**, 293
- HAMEURY, J. M., 1991 ; *Evolution of cataclysmic variables - Importance of detailed stellar models*. A&A, **243**, 419
- HAMEURY, J. M., LASOTA, J. P. & KING, A. R., 1988 ; *The light curves of soft X-ray transients*. A&A, **192**, 187
- KING, A. R., 1989 ; *Irradiation of the companion star in cataclysmic variables*. MNRAS, **241**, 365
- KIPPENHAHN, R. W. A., 1994 ; *Stellar Structure and Evolution*. Stellar Structure and Evolution, XVI, 468 pp. 192 figs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Astronomy and Astrophysics Library
- LUBOW, S. H. & SHU, F. H., 1975 ; *Gas dynamics of semidetached binaries*. ApJ, **198**, 383
- PACZYŃSKI, B., 1969 ; *Envelopes of Red Supergiants*. Acta Astronomica, **19**, 1
- SMITH, B. C., 1995 ; *Secondary Stars and irradiation*. Dans *Magnetic Cataclysmic Variables*, D. A. H. Buckley & B. Warner, réds., tm. 85 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*
- VIALLET, M. & HAMEURY, J.-M., 2008 ; *Mass transfer variation in the outburst model of dwarf novae and soft X-ray transients*. A&A

# Les AGNs : des disques transitoires en éruption ?

## 1. L'instabilité thermo-visqueuse dans le contexte des disques d'AGNs

Nous savons qu'un disque d'accrétion est instable dès qu'il existe une région où l'hydrogène est partiellement ionisé. Lin & Shields (1986) montrent que c'est le cas dans les régions situées aux rayons  $10^{15} - 10^{16}$  cm dans les disques d'AGNs<sup>a</sup>, où la température effective est inférieure à  $10^4$  K. Dès lors, il est envisageable qu'un cycle limite opère et serve de mécanisme de modulation du taux d'accrétion sur le trou noir central, à l'instar des binaires éruptives. Nous avons vu dans l'introduction que cela peut avoir des répercussions sur la nature des AGNs, les AGNs «actuels» étant alors la fraction des AGNs «potentiels» en éruption, ainsi que sur les besoins d'alimentation en matière du disque, pouvant être bien inférieurs au taux d'accrétion sur le trou noir. Seulement, pour les paramètres des AGNs, l'échelle de temps d'une éruption est de l'ordre de  $10^4 - 10^7$  années (Lin & Shields 1986), l'observation n'est donc d'aucune aide pour contraindre le modèle physique.

Des simulations numériques du cycle limite dans le disque existent, voir par exemple Mine-shige & Shields (1990), Siemiginowska *et al.* (1996), Janiuk *et al.* (2004). Ces études montrent en effet un comportement éruptif semblable aux binaires, mais la validité de ces résultats est fortement limitée par la faible résolution numérique des codes utilisés. Dans Hameury *et al.* (en prép.) nous utilisons une version du code de Hameury *et al.* (1998) adaptée aux disques d'AGNs pour étudier le problème. Le code est à grille adaptative, ce qui est qualifié nécessaire pour résoudre les fronts. Dans nos simulations, le code est utilisée avec au minimum 10000 points de grille. Pour comparaison, les études citées plus haut utilisent au grand maximum une centaine de points sur une grille fixe.

Notre contribution à Hameury *et al.* (en prép.) est d'étudier l'influence de l'irradiation sur l'évolution du disque. Avant de présenter les résultats sur l'irradiation, nous résumerons d'abord les résultats obtenus pour les disques non-irradiés. Nous commençons par décrire les différences physiques qu'il y a entre les disques de binaires et les disques dans les AGNs.

## 2. Disque de binaire vs disque d'AGN

\* Le disque dans un AGN est «isolé» au sens où il n'y a pas de corps à proximité, à l'instar de l'étoile secondaire dans une binaire, qui exerce un couple de marée sur le disque. Dans les binaires, l'effet immédiat du couple de marée est de déterminer la taille limite du disque. Nous

<sup>a</sup> pour comparaison le rayon de Schwarzschild d'un trou noir de  $10^8 M_{\odot}$  vaut  $\sim 3 \times 10^{13}$  cm

verrons ci-dessous que dans les disques d'AGNs, nous nous fixerons une taille limite à cause de l'auto-gravitation du disque. Toutefois le disque est situé dans une galaxie. Dans le modèle unifié, que nous avons présenté en introduction, le disque d'accrétion a une taille de l'ordre de 1 parsec, ce qui est beaucoup plus petit que l'ensemble de la structure. Il est encore assez mal compris comment la matière est intégrée au disque d'accrétion, car apporter de la matière à des rayons aussi faibles nécessite une perte substantielle de moment cinétique. La région instable du disque, qui nous intéresse plus particulièrement ici, a une taille de l'ordre de 0.01 parsec.

★ Dans certaines régions, la pression de radiation peut dominer sur la pression du gaz. Lorsque c'est le cas, l'utilisation de la prescription  $\alpha$  standard, où la viscosité est proportionnelle à la pression *totale*, engendre une instabilité (Lightman & Eardley 1974). Pour éviter cette instabilité, on utilise généralement la prescription dite « $\beta$ » où la viscosité est proportionnelle à la pression du gaz seulement.

★ Le disque d'accrétion devient auto-gravitant suffisamment loin du trou noir. On mesure l'importance de l'auto-gravité par un nombre sans dimension, appelé «nombre de Toomre» :

$$Q_T = \frac{c_s \Omega_K}{\pi G \Sigma} = 2 \frac{g_z}{g_s} \quad (\text{V.1})$$

où  $g_z = \Omega_K^2 H$  est la gravitation verticale produite par le trou noir et  $g_s = 2\pi \Sigma G$  est l'auto-gravitation. Lorsque  $Q_T \gg 1$ , l'auto-gravité est négligeable. Quand  $Q_T \lesssim 1$ , le disque est gravitationnellement instable et il est alors susceptible de se fragmenter.

★ Dans les disques d'AGNs, le rapport  $H/R$  est beaucoup plus petit que dans les binaires, ils sont «ultra-minces». En effet  $H/R \sim c_s/v_K$ ; dans la région thermiquement instable, la température (et donc  $c_s$ ) est semblable à la valeur dans les binaires alors que  $v_K$  y est beaucoup plus grand à cause du trou noir supermassif. Cela a une conséquence importante : le front de chauffage, qui a une largeur de l'ordre de  $H$ , est beaucoup plus piqué que dans les binaires. D'où la nécessité d'utiliser un code à grille adaptative avec un nombre de points de grille suffisant. Les études précédentes que nous avons citées en introduction n'avaient pas une résolution numérique suffisante pour résoudre les fronts.

★ Les disques d'AGNs abritant un trou noir supermassif, la luminosité d'Eddington est beaucoup plus grande que dans les binaires :

$$L_{\text{Edd}} \approx 1.3 \times 10^{46} M_8 \text{ erg s}^{-1} \iff \dot{M}_{\text{Edd}} \approx 1.4 \times 10^{26} M_8 \text{ g s}^{-1} \quad (\text{V.2})$$

où  $M_8$  est la masse du trou noir en unité de  $10^8 M_\odot$ .

## 3. Disque non-irradié

### 3.1. COURBES D'ÉQUILIBRE THERMIQUE

La structure verticale du disque se calcule de la même manière que dans les binaires, à ceci près que certaines équations (cf. annexe B) et/ou conditions aux bords sont légèrement modifiées pour tenir compte des spécificités des disques d'AGNs. On rappelle qu'on utilise la prescription  $\beta$  pour la viscosité.

Le calcul montre que la région où l'auto-gravité commence à devenir importante se situe à un rayon de l'ordre de  $10^{16}$  cm. Au delà de ce rayon, l'instabilité thermo-visqueuse est probablement modifiée par l'auto-gravité (notamment à cause de l'instabilité gravitationnelle) et le modèle n'est probablement plus valide. On se fixe alors  $r = 10^{16}$  cm comme rayon externe «effectif» du disque. Si un front de chauffage atteint ce rayon, la validité physique de la simulation est douteuse.

L'image de gauche de la figure V.1 montre deux courbes d'équilibre pour deux valeurs différentes de  $\alpha$ . Ces courbes sont calculées en  $r = 10^{15}$  cm ; elles possèdent la forme caractéristique en S et le disque est instable. Comparons maintenant les courbes d'équilibre des AGNs avec celles des binaires :

1. Les densités de colonne sont beaucoup plus grandes que dans les binaires. C'est assez normal compte tenu de la taille des disques d'AGNs, beaucoup plus grands et plus massifs.

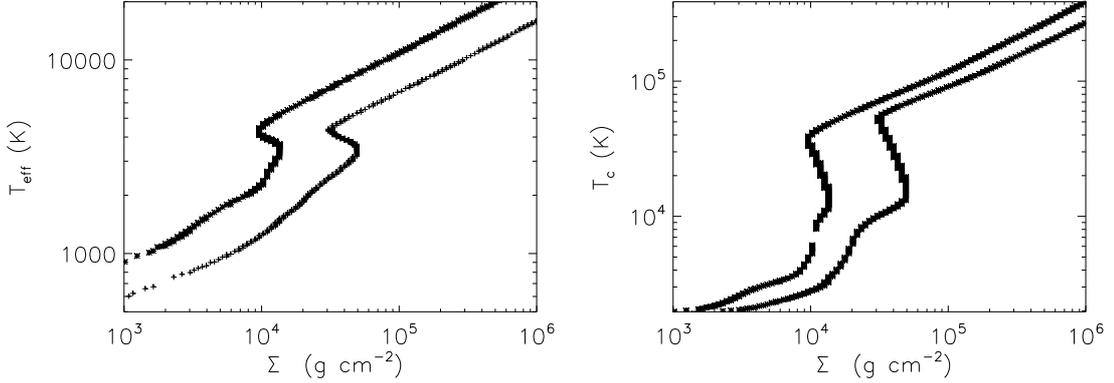


FIG. V.1 – Courbes d’équilibre thermiques (sans irradiation) en  $r = 10^{15}$  cm pour un trou noir de  $10^8 M_\odot$  pour  $\alpha = 0.2$  (courbe de gauche) et  $\alpha = 0.04$  (courbe de droite) dans le plan  $\Sigma - T_{\text{eff}}$  (panneau de gauche) et dans le plan  $\Sigma - T_c$  (panneau de droite).

Dans les AGNs, la densité de colonne du coude est de l’ordre de  $10^4 \text{ g cm}^{-1}$  contre  $10^2 \text{ g cm}^{-1}$  dans les binaires.

2. La température centrale du coude est similaire dans les AGNs et les binaires, soit  $T_c \sim 10^4 \text{ K}$ . Par contre, la température effective du coude est  $\sim 3000 \text{ K}$  dans les AGNs contre  $\sim 6000 \text{ K}$  dans les binaires. Ceci est directement lié à la remarque précédente. Les disques d’AGNs ont une épaisseur optique beaucoup plus grande que les disques de binaires. Ainsi à des températures centrales similaires correspondent des températures effectives différentes.
3. Le rapport  $H/R$  est sensiblement plus petit que dans les binaires, avec des valeurs de l’ordre de  $10^{-3}$  sur la branche chaude ( $10^{-1}$  dans les binaires) et  $10^{-4}$  sur la branche froide ( $10^{-2}$  dans les binaires).

La température effective maximale sur la branche froide  $T_{\text{eff}}(\Sigma_{\text{max}})$  est une grandeur caractéristique de la courbe d’équilibre dont nous aurons besoin dans la suite. Cette grandeur est faiblement dépendante de  $\alpha$  et la dépendance radiale est bien reproduite par la fonction suivante :

$$T_{\text{eff}}(\Sigma_{\text{max}}) = 3300(r/10^{15}\text{cm})^{-0.12} \text{ K} \quad (\text{V.3})$$

### 3.2. ÉVOLUTION TEMPORELLE

À l’instar des binaires, on suppose que  $\alpha$  prend deux valeurs différentes sur la branche chaude et sur la branche froide, avec une transition rapide entre les deux. Comme nous l’avons mentionné dans l’introduction de ce chapitre, l’observation n’est ici d’aucune aide pour contraindre la viscosité. Rappelons que dans les binaires c’est la comparaison entre l’observation et les prédictions du modèle qui a amené à l’utilisation de deux valeurs différentes du paramètre  $\alpha$ . Dans les travaux antérieurs sur les disques d’AGNs, de nombreuses prescriptions différentes de la viscosité ont été utilisées. Menou & Quataert (2001) argumentent même en faveur du choix  $\alpha_c = \alpha_h$ , dont on sait qu’il ne permet pas d’obtenir d’éruption de large amplitude avec le modèle du disque. Au vu de la méconnaissance de la viscosité dans les disques et à défaut d’un meilleur choix, on utilise la même bimodalité du paramètre  $\alpha$  que dans les binaires, en gardant à l’esprit que cette bimodalité «est faite» pour produire des éruptions de large amplitude.

L’idée est donc de vérifier si on peut obtenir des éruptions très lumineuses ( $\dot{M}_{\text{acc}} \sim \dot{M}_{\text{Edd}}$ ) du disque à partir d’une alimentation en masse beaucoup plus faible ( $\dot{M}_{\text{tr}} \ll \dot{M}_{\text{Edd}}$ ). Nous présentons dans la suite les résultats d’une simulation avec les paramètres suivants :

- Masse du trou noir central =  $10^8 M_\odot$
- Rayon interne du disque :  $r_{\text{in}} = 10^{14} \text{ cm}$
- Rayon externe du disque :  $r_{\text{out}} = 10^{16} \text{ cm}$

– Taux d'accrétion au bord externe :  $\dot{M}_{\text{tr}} = 2 \times 10^{22} \text{ g s}^{-1} = 5 \times 10^{-3} \dot{M}_{\text{Edd}}$

Nous prenons pour  $\alpha$  les mêmes valeurs que celles utilisées dans les binaires :  $\alpha_h = 0.2$  et  $\alpha_c = 0.04$ . Le rayon externe du disque correspond au début de la partie gravitationnellement instable. La simulation couvre une période de  $\sim 3 \times 10^5$  années.

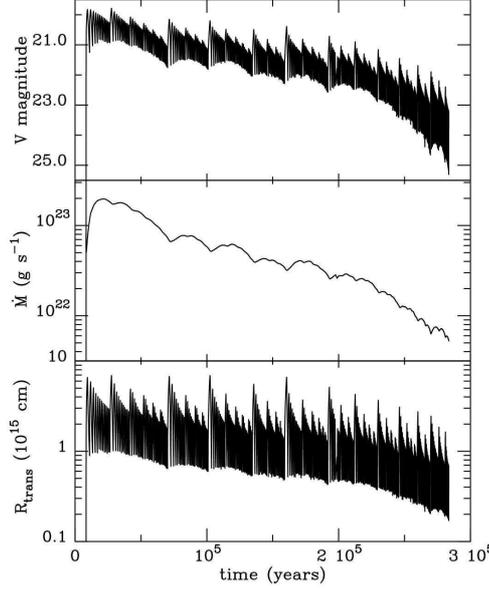


FIG. V.2 – Evolution de la magnitude visuelle (l'origine de l'échelle est arbitraire), du taux d'accrétion au bord interne et du rayon de transition entre la partie chaude et la partie froide du disque pour la simulation présentée dans cette section.

La figure V.2 montre l'évolution de quelques grandeurs caractéristiques du disque. On constate que le disque est constamment parcouru de part et d'autre par un front (tantôt de chauffage, tantôt de refroidissement) sans que le disque ne puisse être jamais complètement amené dans l'état froid ou dans l'état chaud. Le taux d'accrétion varie sur une échelle de temps bien supérieure au temps de propagation du front. Ceci est dû au fait que le temps caractéristique de propagation du front est très inférieur à l'échelle de temps visqueux. En effet on peut montrer que  $t_{\text{front}} = \frac{H}{R} t_{\text{visc}}$ . Dans les AGNs, le rapport  $H/R$  est de l'ordre de  $10^{-2}$ , dix fois plus petit que dans les binaires. Ainsi pendant la propagation du front, le profil de densité est «figé». Le front de refroidissement se réfléchit au rayon où  $\Sigma = \Sigma_{\text{max}}$  sans réussir à atteindre le bord interne (dans les binaires, les régions internes du disque ont le temps de se vider suffisamment pendant la propagation du front de refroidissement). La figure V.3 montre la structure radiale du disque à un instant donné, lors de la propagation d'un front de chauffage. On peut voir que le dernier front de refroidissement s'est réfléchi en  $r \sim 8 \times 10^{14} \text{ cm}$ . La région externe du disque est caractérisée par  $\Sigma \sim \Sigma_{\text{min}}$  et par la présence de sur-densités qui marquent les positions atteintes par les fronts de chauffage précédents.

La courbe de lumière suit sur le long terme le comportement du taux d'accrétion (pour les paramètres considérés,  $t_{\text{visc}} \sim 10^5$  ans). Elle montre aussi des oscillations rapides (sur l'échelle de temps  $t_{\text{front}} \sim 10^3$  ans) et de faible amplitude ( $\sim$  une magnitude) liées à la propagation du front. Au fur et à mesure que le taux d'accrétion décroît, le front de refroidissement s'approche de plus en plus du rayon interne. Il est ainsi possible qu'au bout d'un certain temps, le disque entre finalement en quiescence. Notons enfin que le taux d'accrétion n'atteint jamais des valeurs de l'ordre du taux d'Eddington.

Le rayon  $r_h$  où le front de refroidissement se réfléchit est la solution de l'équation :

$$\Sigma(r) = \Sigma_{\text{max}}(r) \quad (\text{V.4})$$

On peut déterminer  $r_h$  en remarquant que la région  $r < r_h$  du disque est en équilibre visqueux.

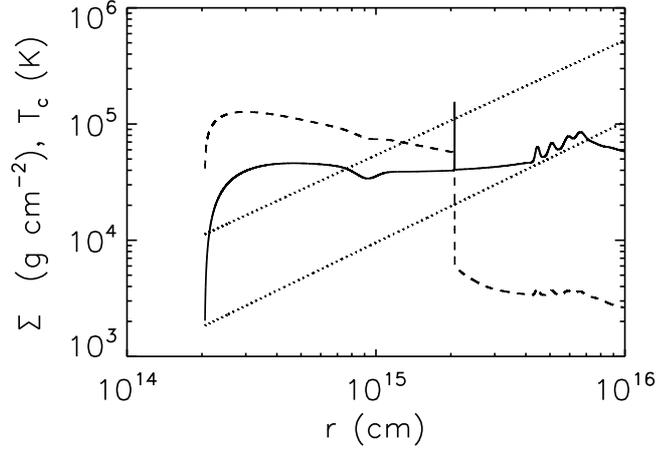


FIG. V.3 – Structure radiale du disque à un instant donné de la simulation. Les courbes correspondent à  $\Sigma$  (ligne pleine),  $T_c$  (tirets) et aux densités critiques  $\Sigma_{\max}$  et  $\Sigma_{\min}$  (en pointillés).

Cela signifie que dans cette région la densité de surface est déterminée par le taux d'accrétion, qui y est constant, par la formule suivante :

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{3\pi} f \quad (\text{V.5})$$

où  $f = 1 - \sqrt{\frac{r_{\text{in}}}{r}}$ . L'équation V.4 peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\nu\Sigma_{\max}(r) = \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{3\pi} f \quad (\text{V.6})$$

ou sous une forme équivalente :

$$Q^+(\Sigma_{\max}, \nu_h) = \frac{3GM\dot{M}_{\text{acc}}}{8\pi r^3} f \quad (\text{V.7})$$

où  $Q^+ = \frac{9}{8} \frac{GM}{r^3} \nu_h \Sigma_{\max}$  est le chauffage visqueux sur la branche chaude. On peut écrire  $Q^+(\Sigma_{\max}, \nu_h) = Q^+(\Sigma_{\max}, \nu_c) \frac{\nu_h}{\nu_c}$ . L'utilité de cette dernière relation est que  $Q^+(\Sigma_{\max}, \nu_c)$  est égal à  $\sigma T_{\text{eff}}^4(\Sigma_{\max})$  où  $T_{\text{eff}}(\Sigma_{\max})$  est la température effective maximale sur la branche froide, dont on dispose d'une formule semi-analytique (cf. équation V.3). On a donc l'équation suivante :

$$\sigma T_{\text{eff}}^4(\Sigma_{\max}) \frac{\nu_h}{\nu_c} = \frac{3GM\dot{M}_{\text{acc}}}{8\pi r^3} f \quad (\text{V.8})$$

On a  $\nu_h/\nu_c \sim \alpha_h/\alpha_c \times T_{\text{hot}}/T_{\text{cold}}$ , où  $T_{\text{hot}}$  et  $T_{\text{cold}}$  sont respectivement les températures effectives de l'état chaud et de l'état froid correspondants à  $\Sigma = \Sigma_{\max}$ . Pour les valeurs typiques de  $\alpha_h$  et  $\alpha_c$  utilisées, on a  $T_{\text{hot}}/T_{\text{cold}} \sim 2$  (voir figure V.1). En utilisant la formule semi-analytique V.3, on aboutit alors à l'équation :

$$r = 1.7 \times 10^{15} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{10^{23} \text{g s}^{-1}} M_8 \frac{\alpha_c}{\alpha_h} f \right)^{0.4} \quad (\text{V.9})$$

cette équation possède deux solutions, une où  $f$  est petit (i.e.  $r_h$  proche de  $r_{\text{in}}$ ) et une où  $f \sim 1$ . La première solution implique l'existence de transitions très proches du bord interne, où la condition usuelle  $\Sigma = 0$  (cf. équation b.8, qui exprime l'absence de couple visqueux au bord interne)

maintient le rayon interne dans l'état froid. Dans les AGNs, les fronts de chauffage et de refroidissement ont des largeurs spatiales suffisamment faibles pour que ces transitions soient observées dans les simulations (le résultat n'est pas montré ici), où elles entraînent des oscillations substantielles du taux d'accrétion sur des échelles de temps très courtes (de l'ordre de 100 ans). Ces oscillations ne sont pas physiques et on les élimine en changeant la condition  $\Sigma = 0$  en  $\Sigma = 1.1\Sigma_{\min}$ . C'est cette condition qui est utilisée dans la simulation dont nous présentons ici les résultats.

Lorsque  $r_h \gg r_{\text{in}}$ ,  $f \sim 1$  et la formule V.9 donne, pour nos paramètres :

$$r_h = 5.6 \times 10^{15} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{10^{25} \text{ g s}^{-1}} \right)^{0.4} \text{ cm} \quad (\text{V.10})$$

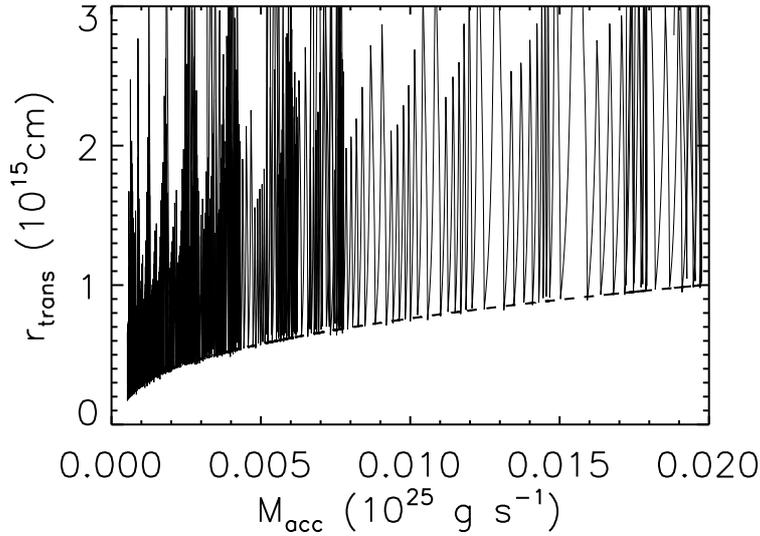


FIG. V.4 – Rayon de transition entre la région chaude et la région froide du disque. La courbe en tirets correspond à la formule de  $r_h$  citée dans le texte.

On peut confronter la formule V.10 avec la simulation. La figure V.4 montre le rayon de transition entre la région chaude et la région froide du disque, tracé en fonction du taux d'accrétion sur le trou noir central. La valeur de  $r_h$  se lit directement de la figure. La fonction  $r_h = 4.8 \times 10^{15} (\dot{M}_{\text{acc}}/10^{25} \text{ g s}^{-1})^{0.4}$ , tracée en tirets sur la figure V.4, reproduit bien ce qui est observé dans la simulation et est en bon accord avec V.10.

Tant que l'équation V.9 possède une solution, le front de refroidissement ne peut pas atteindre  $r_{\text{in}}$ . Lorsque  $\Sigma < \Sigma_{\text{max}}$  partout, l'équation V.9 n'a plus de solution. On peut montrer que la transition a lieu pour :

$$\dot{M}_{\text{acc,crit}} = 5 \times 10^{20} \left( \frac{r_{\text{in}}}{10^{14} \text{ cm}} \right)^{2.5} \frac{\alpha_h}{\alpha_c} M_8^{-1} \text{ g s}^{-1} \quad (\text{V.11})$$

Ainsi pour que le disque puisse entrer en quiescence, il faut que  $\dot{M}_{\text{acc}} \lesssim \dot{M}_{\text{acc,crit}}$  lors de la propagation du front de refroidissement. Pour les paramètres de la simulation, la formule donne  $\dot{M}_{\text{acc,crit}} = 2.5 \times 10^{21} \text{ g s}^{-1}$ . On voit qu'au stade actuel de la simulation  $\dot{M}_{\text{acc}}$  est encore 2 fois plus grand que cette valeur.

Le type de cycle que l'on obtient dépend de la valeur de  $\dot{M}_{\text{tr}}$ . Dans la simulation présentée ici,  $\dot{M}_{\text{tr}}$  est dix fois plus grand que  $\dot{M}_{\text{acc,crit}}$  et les phases de quiescence existent. Dans l'éruption actuelle, le taux d'accrétion moyen est égal à  $\sim 5.7 \times 10^{22} \text{ g s}^{-1}$ , i.e. proche de  $\dot{M}_{\text{tr}}$ . Ainsi en régime quasi-stationnaire, les phases de quiescence auront une durée similaire à celle des phases actives.

Pour des valeurs de  $\dot{M}_{\text{tr}}$  suffisamment grandes, les phases de quiescence disparaissent. L'exemple d'une telle simulation, où  $\dot{M}_{\text{tr}} = 400\dot{M}_{\text{acc,crit}}$ , est présentée dans Hameury *et al.* (en prép.) (en annexe). Dans ce cas, le taux d'accrétion oscille faiblement autour de la valeur de  $\dot{M}_{\text{tr}}$  et la luminosité

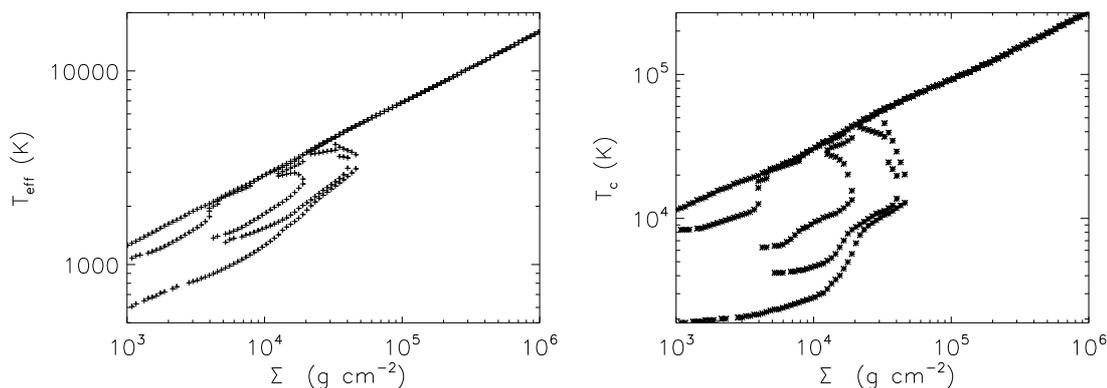


FIG. V.5 – Courbes d'équilibre à  $r = 10^{15}$  cm pour  $\alpha = 0.04$  et pour différentes températures d'irradiation : 0 K, 4000 K, 6000 K, 8000 K,  $10^4$  K (de la droite vers la gauche) dans le plan  $\Sigma - T_{\text{eff}}$  (à gauche) et dans le plan  $\Sigma - T_c$  (à droite).

est quasiment constante sur le long terme, toujours avec des oscillations rapides liées à la propagation du front.

## 4. Disque irradié

A l'instar des binaires X de faible masse, l'observation montre que les disques d'AGNs sont irradiés (voir par exemple Pounds *et al.* 1990). L'influence de l'irradiation sur l'instabilité du disque doit donc être considéré.

### 4.1. COURBES D'ÉQUILIBRE THERMIQUE

Les courbes d'équilibre thermique sont maintenant calculées avec une température d'irradiation non nulle (cf. équation a.6). La figure V.5 montre les courbes d'équilibre pour  $T_{\text{irr}} = 0, 4000, 6000, 8000$  et  $10^4$  K. Les effets de l'irradiation sur les courbes d'équilibre thermique sont les suivants :

1. L'irradiation diminue la valeur de  $\Sigma_{\text{min}}$  : un disque irradié peut être dans un état chaud à des densités de colonne plus faibles. Cet effet est similaire dans les binaires, toutefois comme la température du coude est plus faible dans les AGNs, pour une même température d'irradiation l'effet est plus marqué dans les AGNs. Par exemple pour  $T_{\text{irr}} = 6000$  K,  $\Sigma_{\text{crit}}$  a diminué environ d'un facteur 3 dans les AGNs, contre moins d'un facteur 2 dans les binaires.
2. L'irradiation diminue aussi la valeur de  $\Sigma_{\text{max}}$ . L'effet n'est pas très important pour  $T_{\text{irr}} \lesssim 4000$  K mais au delà la diminution est très significative, plus importante que la diminution de  $\Sigma_{\text{min}}$ . Cet effet est similaire dans les binaires.
3. Quand  $T_{\text{irr}} \gtrsim 10^4$  K, l'instabilité thermique disparaît. Le critère de stabilisation par l'irradiation est donc le même que dans les systèmes binaires.

### 4.2. TEMPÉRATURE D'IRRADIATION

Nous avons déjà présenté le rôle de l'irradiation dans le contexte des transitoires X (cf. 6.2.3.). A cette occasion, nous avons mentionné la prescription que l'on utilise pour le profil radial de la température d'irradiation.

$$T_{\text{irr}}^4 = C \frac{\dot{M}_{\text{acc}} c^2}{4\pi R^2 \sigma} \quad (\text{V.12})$$

où  $C$  est pris constant afin d'éviter le phénomène d'écrantage des régions externes. Dans les transitoires X,  $C = 5 \times 10^{-4}$  est un choix adéquat (voir Dubus *et al.* 2001).

Supposons tout d'abord que cette valeur soit aussi adaptée aux AGNs et écrivons alors la formule V.12 en utilisant des grandeurs caractéristiques :

$$T_{\text{irr}} \approx 1.7 \times 10^4 \left( \frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{-1/4} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{\dot{M}_E} \right)^{1/4} \left( \frac{R}{10^{15} \text{cm}} \right)^{-1/2} \text{K} \quad (\text{V.13})$$

Cette formule permet de déterminer que dans un disque autour d'un trou noir de  $10^8 M_{\odot}$  accrétant au taux d'Eddington, l'irradiation stabilise la région  $r \lesssim 3 \times 10^{15}$  cm. Ainsi sous l'hypothèse d'accrétion maximale, l'irradiation ne stabilise pas tout le disque (par tout le disque on entend jusqu'à au rayon externe effectif  $r = 10^{16}$  cm). Si l'efficacité de l'irradiation est la même que dans les transitoires X (i.e. même valeur de  $C$ ), elle ne peut pas jouer un rôle important.

Cependant, dans les AGNs, la région instable est susceptible d'être nichée dans une couronne étendue. La valeur de  $C$  peut donc être beaucoup plus grande que dans les binaires X. Toutefois en considérant l'efficacité de chauffage sub-photosphérique ( $\sim 10\%$ ) et l'efficacité de l'accrétion ( $\eta \sim 0.1$ ), il paraît quand même difficile d'avoir des valeurs de  $C$  supérieures à  $10^{-2}$ . Nous adopterons ici l'hypothèse maximale en prenant  $C = 10^{-2}$ , i.e. 50 fois plus grand que dans les binaires X de faible masse.

Si on réécrit la formule V.12 avec cette valeur de  $C$  on obtient :

$$T_{\text{irr}} \approx 3.6 \times 10^4 \left( \frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{-1/4} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{\dot{M}_E} \right)^{1/4} \left( \frac{R}{10^{15} \text{cm}} \right)^{-1/2} \text{K} \quad (\text{V.14})$$

où  $\dot{M}_E$  est la limite d'Eddington. Par exemple, en supposant qu'un trou noir de  $10^8 M_{\odot}$  accrète au taux d'Eddington, l'irradiation stabilise le disque jusqu'à un rayon  $r \sim 3 \times 10^{16}$  cm. En changeant de point de vue, la formule montre qu'un taux d'accrétion égal à  $\dot{M}_{\text{acc}} \sim 0.6 \dot{M}_E$  est nécessaire pour que l'irradiation stabilise le disque jusqu'en  $r = 10^{16}$  cm.

### 4.3. EVOLUTION TEMPORELLE

L'irradiation du disque joue un rôle majeur dans le déroulement des éruptions des transitoires X. Le point crucial est que, lors d'une éruption, le taux d'accrétion atteint une valeur suffisamment grande pour que l'irradiation maintienne le disque dans l'état chaud. Sans irradiation, le modèle de l'instabilité du disque appliqué aux transitoires prédit des éruptions de grande amplitude mais la courbe de lumière obtenue est très différente de celle observée (Dubus *et al.* 2001). Nous avons vu à la section précédente que dans les disques d'AGNs non irradiés, le taux d'accrétion n'est pas modulé de manière significative. Comme il faut des taux d'accrétion proches du taux d'Eddington pour que l'irradiation maintienne une fraction importante du disque dans l'état chaud, on peut déjà se douter que l'irradiation ne changera pas fondamentalement le déroulement des éruptions lorsque  $\dot{M}_{\text{tr}} \ll \dot{M}_{\text{Edd}}$ .

Nous allons décrire dans cette partie le résultat d'une simulation de disque incluant l'irradiation, avec les paramètres suivants :

- Masse du trou noir central =  $10^8 M_{\odot}$
- Rayon interne :  $r_{\text{in}} = 2 \times 10^{14}$  cm
- Rayon externe :  $r_{\text{out}} = 10^{16}$  cm
- Taux d'accrétion au bord externe :  $\dot{M}_{\text{tr}} = 2 \times 10^{22} \text{ g s}^{-1}$

Nous sommes parti d'un état initial où le taux d'accrétion au bord interne était de l'ordre de  $\sim 10^{23} \text{ g s}^{-1}$ . L'intervalle de temps simulé est de l'ordre de  $0.5 \times 10^5$  années. La prise en compte de l'irradiation est assez coûteuse numériquement et ralentit encore le code. Bien que l'intervalle de temps de la simulation est bien inférieur à celui de la simulation présentée à la section précédente, cela représente en temps réel déjà plus d'un an de calcul.

La figure V.6 montre les résultats de la simulation. Les résultats ressemblent beaucoup au cas non irradié : le disque est parcouru sans cesse par un front n'arrivant pas à amener le disque

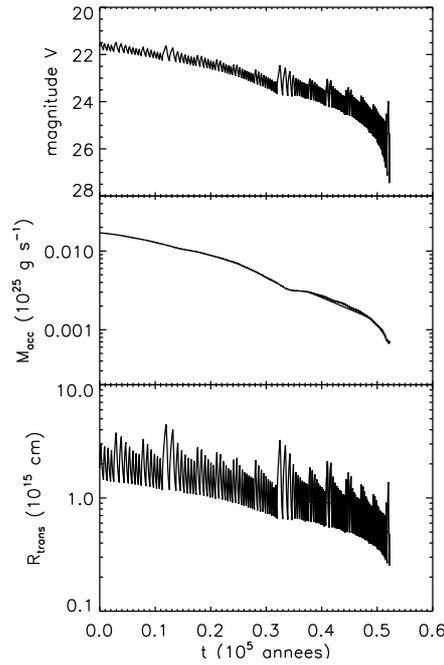


FIG. V.6 – Evolution de la magnitude visuelle (l'origine de l'échelle est arbitraire), du taux d'accrétion au bord interne et du rayon de transition entre la région chaude et la région froide du disque dans la simulation du disque irradié.

dans l'état complètement chaud ou complètement froid. Il n'est pas surprenant de retrouver le même comportement qu'auparavant car l'irradiation ne change pas significativement les temps caractéristiques dans le disque et on a toujours le même découplage entre la diffusion visqueuse et la propagation du front. A nouveau le taux d'accrétion au bord interne diminue avec le temps et le front de refroidissement peut alors s'approcher peu à peu du bord interne.

L'irradiation diminue la valeur des densités critiques  $\Sigma_{\min}$  et  $\Sigma_{\max}$  pour finalement stabiliser le disque lorsque la température est suffisamment importante ( $\Sigma_{\min}$  et  $\Sigma_{\max}$  ne sont alors plus définis). La figure V.7 montre l'état du disque à deux instants qui diffèrent par leur taux d'accrétion au bord interne. La figure montre le profil radial de densité ainsi que les profils radiaux de  $\Sigma_{\min}$  et  $\Sigma_{\max}$  modifiés par l'irradiation. L'effet de l'irradiation est beaucoup plus important sur  $\Sigma_{\max}$  que sur  $\Sigma_{\min}$ . Dans les régions externes,  $\Sigma_{\min}$  est égal à la valeur non-irradiée et ainsi un front de chauffage n'a pas plus de facilité à atteindre des rayons élevés. Dans les régions internes, on voit que la valeur de  $\Sigma_{\max}$  est significativement inférieure à la valeur non-irradiée. Comme précédemment,  $\Sigma$  n'évolue pas significativement pendant la propagation du front et celui-ci se réfléchit à l'endroit le profil de  $\Sigma$  croise celui de  $\Sigma_{\max}$  : l'irradiation rend plus contraignante la propagation du front dans les régions internes du disque.

La figure V.8 illustre ce phénomène sur la courbe d'équilibre thermique calculée au rayon où a lieu la réflexion du front de refroidissement, pour le cas montré au panneau droit de la figure V.7. Dans cet exemple, la température d'irradiation vaut 7000 K au rayon considéré. Le point noir correspond à l'état du disque lors de l'arrivée du front de refroidissement. Sans irradiation, on pourrait basculer dans un état froid (cercle inférieur) ; avec irradiation, il n'existe pas d'état froid et le front va donc être réfléchi (le cercle du milieu est un état froid marginalement stable).

Ainsi l'irradiation ne modifie pas sensiblement le déroulement du cycle limite. Son effet principal est de rendre plus contraignant le passage en quiescence.

Comme précédemment, nous appelons  $r_h$  le rayon où le front de refroidissement se réfléchit.  $r_h$  est maintenant solution du système d'équations suivant :

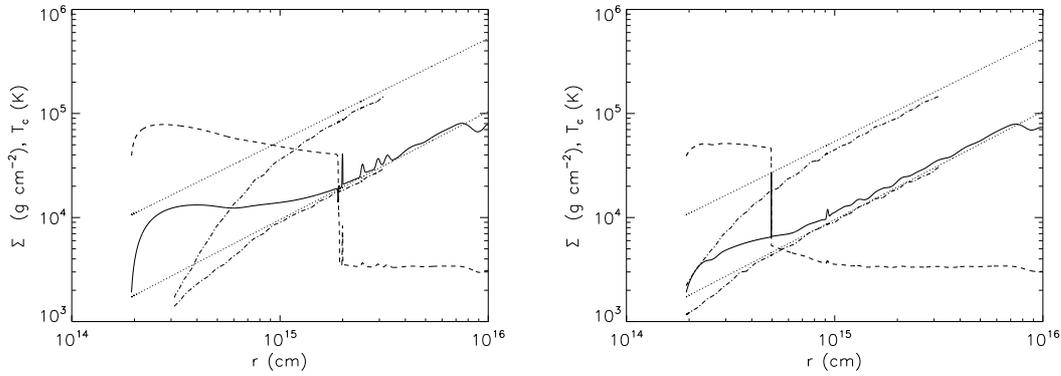


FIG. V.7 – Structure radiale du disque ( $\Sigma$  et  $T_c$ ) à deux instants différents de la simulation incluant l’irradiation. Les courbes en tirets+pointillés sont les valeurs critiques de  $\Sigma$  modifiées par l’irradiation. Pour comparaison, les lignes en tirets sont les valeurs critiques de  $\Sigma$  sans irradiation. *A gauche* :  $\dot{M}_{\text{acc}} = 3 \times 10^{22} \text{ g cm}^{-1}$ . On voit que le front de refroidissement se réfléchit vers  $r_h \sim 6 \times 10^{14} \text{ cm}$ . *A droite* :  $\dot{M}_{\text{acc}} = 0.7 \times 10^{22} \text{ g cm}^{-1}$ . On voit que le front de refroidissement sera bientôt capable d’atteindre le bord interne du disque.

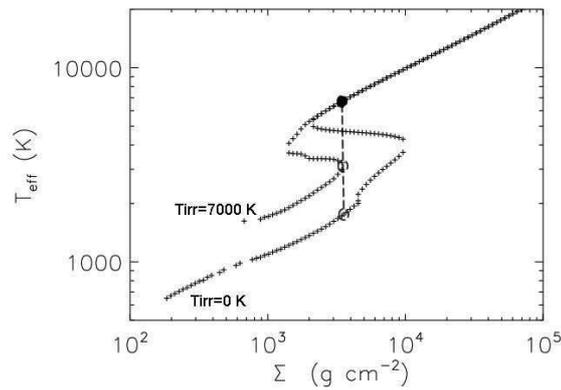


FIG. V.8 – Courbe d’équilibre thermique au rayon où le front de refroidissement se réfléchit.

$$\Sigma(r) = \Sigma_{\max}(r, T_{\text{irr}}(r)) \quad (\text{V.15})$$

$$\sigma T_{\text{irr}}^4(r) = C \frac{\dot{M}_{\text{acc}} c^2}{4\pi r^2 \sigma} \quad (\text{V.16})$$

c'est la même équation que V.4, avec une équation supplémentaire pour  $T_{\text{irr}}$ ;  $r_h$  est donc toujours fonction de  $\dot{M}_{\text{acc}}$  uniquement. Comme dans la section précédente, la région du disque où  $r \leq r_h$  reste dans l'état chaud et est en équilibre visqueux. Après les mêmes manipulations, on réécrit le système sous la forme suivante :

$$\sigma T_{\text{eff}}^4(\Sigma_{\max}, T_{\text{irr}}) \frac{\nu_h}{\nu_c} = \frac{3GM\dot{M}_{\text{acc}}}{8\pi r^3} f \quad (\text{V.17})$$

$$\sigma T_{\text{irr}}^4 = C \frac{\dot{M}_{\text{acc}} c^2}{4\pi r^2 \sigma} \quad (\text{V.18})$$

A cause de  $T_{\text{irr}}$  qui ajoute un paramètre au problème, il n'est pas possible de trouver une formule semi-analytique simple pour  $T_{\text{eff}}$  (à l'instar de V.3 pour le cas non irradié). Nous avons donc résolu numériquement le système pour les paramètres de la simulation en cherchant pour différentes valeurs de  $\dot{M}_{\text{acc}}$  la valeur de  $r_h$  qui vérifiait les équations ci-dessus. Notons que si rigoureusement, il existe toujours deux solutions, nous ne considérons pas la plus petite des solutions, qui amène aux mêmes effets que ceux discutés à la section précédente.

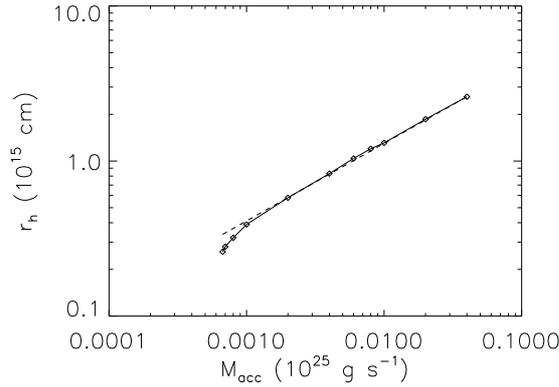


FIG. V.9 – Résolution numérique de V.17 pour différentes valeurs de  $\dot{M}_{\text{acc}}$ . La courbe en tirets correspond à l'équation V.19.

Le résultat est montré à la figure V.9. Notons tout d'abord que pour  $\dot{M}_{\text{acc}} \lesssim \dot{M}_{\text{crit}} = 6.2 \times 10^{21} \text{ g s}^{-1}$ , le système n'a pas de solution. Cela signifie que lorsque  $\dot{M}_{\text{acc}} \lesssim \dot{M}_{\text{crit}}$ ,  $\Sigma$  est partout inférieur à  $\Sigma_{\max}$  et le front de refroidissement va pouvoir atteindre le bord interne. Lorsque  $\dot{M}_{\text{acc}} \gg \dot{M}_{\text{crit}}$  (càd  $r_h \gg r_{\text{in}}$ ), notre solution numérique est remarquablement bien reproduite par la formule suivante :

$$r_h = 1.3 \times 10^{16} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{10^{25} \text{ g s}^{-1}} \right)^{1/2} \text{ cm} \quad (\text{V.19})$$

Comme dans le cas non-irradié, la formule V.19 peut être confrontée à notre simulation ; c'est ce qui est illustré à la figure V.10. La valeur de  $r_h$  que l'on déduit de la simulation est  $r_h = 1.1 \times 10^{16} (\dot{M}_{\text{acc}}/10^{25} \text{ g s}^{-1})^{1/2} \text{ cm}$ , à nouveau en bon accord avec la prédiction semi-analytique V.19.

En comparant les formules V.10 et V.19, on constate qu'à taux d'accrétion donné, le front de refroidissement se réfléchit environ 2 fois plus loin lorsque l'irradiation est prise en compte.

La formule V.19 et la valeur du taux d'accrétion critique ne sont valables que pour les paramètres de notre simulation et manquent donc de généralité. La façon dont  $r_h$  dépend de la masse

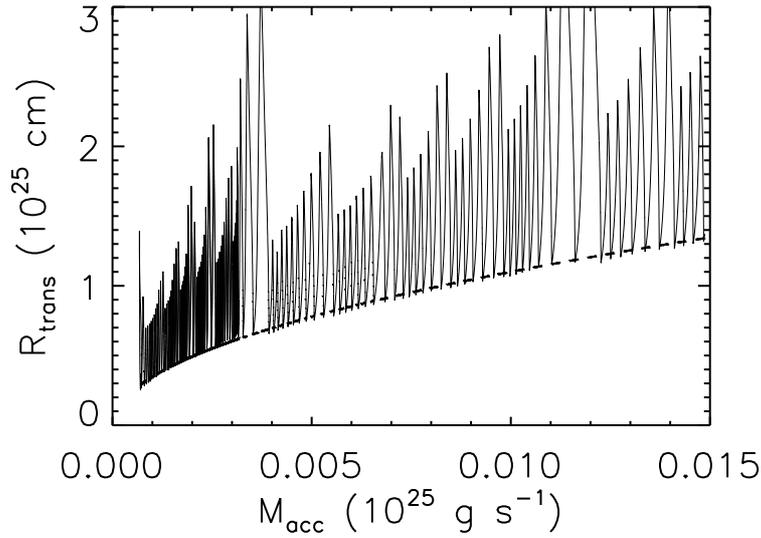


FIG. V.10 – Rayon de transition entre la région chaude et la région froide du disque. La courbe en tirets correspond à  $r_h = 1.1 \times 10^{16} (\dot{M}_{\text{acc}}/10^{25} \text{ g s}^{-1})^{1/2} \text{ cm}$ .

$M$  du trou noir est facile à déterminer car physiquement  $r$  et  $M$  n'interviennent qu'à travers la valeur de  $\Omega \propto M^{1/2} R^{-3/2}$ . On a donc  $r_h \propto M^{-1/3}$ . Pour établir la dépendance en  $\alpha_h/\alpha_c$  il faut résoudre semi-analytiquement l'équation V.17. En nous aidant de la formule V.19, nous avons pu trouver une formule approchée pour la température effective du coude de la branche froide :

$$T_{\text{eff}}(\Sigma_{\text{max}}) = 730 \left( \frac{r}{10^{15} \text{ cm}} \right)^{0.33} \left( \frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{-0.11} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{10^{25} \text{ g s}^{-1}} \right)^{-0.29} \left\{ 1 - \left( \frac{7 \times 10^{19} \text{ g s}^{-1}}{\dot{M}_{\text{acc}}} \right)^{1/4} \right\}^{1/4} \text{ K} \quad (\text{V.20})$$

cette formule approchée n'est valable que dans les régions où  $T_{\text{irr}} \gtrsim 4000 \text{ K}$ , sinon  $T_{\text{eff}}(\Sigma_{\text{max}})$  n'est pas sensiblement modifié par l'irradiation et une formule similaire à V.3 peut être utilisée. En pratique,  $r_h$  se trouve toujours dans la région où la formule ci-dessus est valable. Il est intéressant de noter la façon dont l'irradiation change la dépendance radiale de  $T_{\text{eff}}(\Sigma_{\text{max}})$ , puisque que cette température croît avec  $r$ . En introduisant la formule précédente dans l'équation V.17, on peut en déduire que  $r_h$  dépend de  $(\alpha_h/\alpha_c)^{0.23}$  (les détails du calcul ne sont pas exposés). On peut donc écrire  $r_h$  sous la forme suivante :

$$r_h = 1.9 \times 10^{16} \left( \frac{\dot{M}_{\text{acc}}}{10^{25} \text{ g s}^{-1}} \right)^{1/2} \left( \frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{1/2} \left( \frac{\alpha_c}{\alpha_h} \right)^{0.23} \text{ cm} \quad (\text{V.21})$$

A cause de la dépendance complexe de la formule V.20 en  $\dot{M}_{\text{acc}}$ , la détermination d'une formule semi-analytique pour  $\dot{M}_{\text{crit}}$  n'est pas possible. Il est par contre possible de montrer que quand  $\dot{M}_{\text{acc}} = \dot{M}_{\text{crit}}$ ,  $r_h = 1.24 r_{\text{in}}$ . Ceci se fait en écrivant que les deux fonctions qui forment le membre de gauche et de droite sont tangentes quand  $\dot{M}_{\text{acc}} = \dot{M}_{\text{crit}}$  (c'est aussi comme cela que la formule V.11 a été déterminée). On peut alors utiliser l'équation V.21 avec  $r_h = 1.24 r_{\text{in}}$  pour trouver une estimation de  $\dot{M}_{\text{crit}}$  :

$$\dot{M}_{\text{acc,crit}} = 4 \times 10^{20} \left( \frac{r_{\text{in}}}{10^{14} \text{ cm}} \right)^2 M_8^{-2/3} \left( \frac{\alpha_h}{\alpha_c} \right)^{0.46} \text{ g s}^{-1} \quad (\text{V.22})$$

Pour les paramètres de notre simulation, cette formule donne  $\dot{M}_{\text{acc,crit}} = 3.3 \times 10^{22} \text{ g s}^{-1}$ . La formule sous-estime le taux critique, elle constitue donc une condition suffisante de passage en quiescence.

Les mêmes conclusions que pour les disques non-irradiés s'appliquent ici, en particulier les phases de quiescence n'existent que pour des taux de transfert suffisamment bas. Notons toutefois qu'en comparant les figures V.2 et V.6, on constate que le disque irradié entre en quiescence plus rapidement que le disque non-irradié. Il faut toutefois rester prudent car les deux états initiaux n'étaient pas les mêmes et l'état relaxé n'est pas encore atteint.

## 5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une application du modèle de l'instabilité du disque aux AGNs. Les disques d'AGNs possèdent une région instable et le problème est de savoir si, à l'instar des binaires éruptives, l'instabilité thermo-visqueuse est à l'origine d'éruptions de grande amplitude. Dans le contexte des AGNs, cela signifie pouvoir produire des phases d'accrétion Eddington dans un disque alimenté en matière à un taux bien inférieur ( $\dot{M}_{\text{tr}} \ll \dot{M}_{\text{Edd}}$ ). Les conclusions des études antérieures sont faussées par l'utilisation d'une résolution numérique insuffisante.

Les résultats présentés dans ce chapitre montrent que le cycle limite du disque n'est pas efficace pour moduler significativement le taux d'accrétion sur le trou noir. Le point crucial est que, dans les disques d'AGNs, la différence entre le temps visqueux et le temps thermique est très significatif. Ceci a deux conséquences importantes. Tout d'abord pendant la propagation d'un front de chauffage, le taux d'accrétion au bord interne ne va pas croître comme c'est le cas dans les binaires. Ainsi, on n'obtient pas d'éruption de grande amplitude. Deuxièmement, le front de refroidissement se réfléchit à un rayon déterminé uniquement par  $\dot{M}_{\text{acc}}$ . Le disque ne peut entrer en quiescence que si le taux d'accrétion passe en dessous d'une valeur critique. Cela implique que les phases de quiescence n'existent que pour des valeurs de  $\dot{M}_{\text{tr}}$  suffisamment faibles. Dans ce cas, le cycle d'activité est important.

La prise en compte de l'irradiation ne modifie pas ces conclusions. Notons tout d'abord que si le facteur numérique exprimant l'efficacité de l'irradiation est le même que dans les binaires ( $C \sim 5 \times 10^{-4}$ ), l'irradiation ne joue pas de rôle significatif. Toutefois, même en adoptant une efficacité maximale ( $C \sim 10^{-2}$ ), le taux d'accrétion n'est pas suffisamment modulé pour que l'irradiation puisse jouer le même rôle que dans les transitoires X, où elle est capable de maintenir le disque dans l'état chaud. Par contre, en modifiant les courbes d'équilibre thermique, l'irradiation abaisse le taux d'accrétion critique en dessous duquel le disque entre en quiescence.



## Références

- DUBUS, G., HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2001 ; *The disc instability model for X-ray transients : Evidence for truncation and irradiation*. *A&A*, **373**, 251
- HAMEURY, J.-M., LASOTA, J.-P. & VIALLET, M., en prép. ; *The thermal-viscous disc instability model in the AGN context*. *A&A*
- HAMEURY, J.-M., MENOU, K., DUBUS, G., LASOTA, J.-P. & HURE, J.-M., 1998 ; *Accretion disc outbursts : a new version of an old model*. *MNRAS*, **298**, 1048
- JANIUK, A., CZERNY, B., SIEMIGINOWSKA, A. & SZCZERBA, R., 2004 ; *On the Turbulent  $\alpha$ -Disks and the Intermittent Activity in Active Galactic Nuclei*. *ApJ*, **602**, 595
- LIGHTMAN, A. P. & EARDLEY, D. M., 1974 ; *Black Holes in Binary Systems : Instability of Disk Accretion*. *ApJ Letters*, **187**, L1+
- LIN, D. N. C. & SHIELDS, G. A., 1986 ; *Accretion disks and periodic outbursts of active galactic nuclei*. *ApJ*, **305**, 28
- MENOU, K. & QUATAERT, E., 2001 ; *Ionization, Magnetorotational, and Gravitational Instabilities in Thin Accretion Disks Around Supermassive Black Holes*. *ApJ*, **552**, 204
- MINESHIGE, S. & SHIELDS, G. A., 1990 ; *Accretion disk thermal instability in galactic nuclei*. *ApJ*, **351**, 47
- POUNDS, K. A., NANDRA, K., STEWART, G. C., GEORGE, I. M. & FABIAN, A. C., 1990 ; *X-ray reflection from cold matter in the nuclei of active galaxies*. *Nature*, **344**, 132
- SIEMIGINOWSKA, A., CZERNY, B. & KOSTYUNIN, V., 1996 ; *Evolution of an Accretion Disk in an Active Galactic Nucleus*. *ApJ*, **458**, 491

# Conclusion

Le modèle de l'instabilité thermo-visqueuse du disque est le modèle des éruptions des novae naines et des transitoires X molles communément accepté. Le modèle fut initialement développé dans les années 80 pour les novae naines, voir par exemple Smak (1984), Meyer & Meyer-Hofmeister (1984). Il fallut attendre la fin des années 90 avant qu'il ne soit compris que l'irradiation du disque par l'émission X de la source centrale était l'ingrédient qui permettait au modèle de s'appliquer aussi aux transitoires X (King & Ritter 1998, Dubus *et al.* 2001). La version standard du modèle permet de reproduire les caractéristiques importantes des courbes de lumière de ces deux types de système. Il reste néanmoins quelques phénomènes qui ne sont pas reproductibles par la version actuelle du modèle. C'est par exemple le cas des super-éruptions des novae naines de type SU UMa, qui sont des éruptions un peu plus brillantes et plus longues que les éruptions standards. L'explication communément acceptée de ce phénomène fait intervenir l'instabilité excentrique du disque (Osaki 1989), mais ce modèle n'est pas encore fermement établi. De même, certaines éruptions de transitoires X ont des courbes de lumière bien différentes de la courbe à décroissance exponentielle prédite par le modèle. Il manque peut-être au modèle un autre ingrédient qui pourrait permettre d'améliorer ses prédictions. Il est souvent suggéré que l'augmentation du taux de transfert pendant une éruption est cet ingrédient manquant. Ceci est loin de faire l'unanimité, car du côté observationnel, il n'existe pas de preuve irréfutable allant en ce sens (Osaki & Meyer 2003); du côté théorique il n'existe pas de modèle physique sur pourquoi et comment le taux de transfert est augmenté. Nous espérons que cette thèse constitue un premier pas vers un tel modèle.

La manière la plus efficace pour augmenter le taux de transfert de masse est d'augmenter la température de l'atmosphère dans la région du point  $L_1$ , point par lequel la secondaire perd de la matière. Pendant une éruption, une grande quantité d'énergie est produite par l'accrétion de matière dans le disque et sur l'astre compact, mais le point  $L_1$  est protégé par le disque d'accrétion qui projette son ombre sur la secondaire. Les régions irradiées de la secondaire reçoivent un flux d'énergie significativement plus élevé que son flux intrinsèque. Dès lors il est possible qu'une circulation à la surface de la secondaire transporte de la chaleur des régions irradiées vers la région du point  $L_1$ . L'existence même d'une telle circulation donna lieu à une polémique sur le rôle de la force de Coriolis (Osaki & Meyer 2003, Smak 2004). Il n'est pas non plus encore complètement clair si le flux d'irradiation entraîne un chauffage subphotosphérique de la secondaire, ou s'il est complètement re-rayonné dans une couronne. Ce problème fait partie d'un problème plus général sur lequel nous reviendrons plus bas. En supposant que le chauffage est efficace, nous avons montré grâce à des simulations numériques 2D qu'un écoulement amenant de la matière des zones de hautes latitudes vers la zone équatoriale se forme bien au début d'une éruption, mais quitte assez rapidement le voisinage du point  $L_1$ . Cependant, le gaz chaud se refroidit très rapidement dès qu'il pénètre dans l'ombre du disque de sorte qu'aucun transport de chaleur n'a effectivement lieu. Même si notre modèle est volontairement simple, cette conclusion semble être robuste. Elle semble être valable aussi pour les transitoires X (nos simulations concernaient les novae naines), où l'irradiation est beaucoup plus importante. Les gradients sont alors beaucoup plus forts et cela pose des problèmes pour notre code numérique. En fait, la circulation à la surface de la secondaire atteint probablement dans ce cas une vitesse supersonique, mais encore insuffisante pour qu'un chauffage puisse avoir lieu. Toutefois, l'existence d'un écoulement de surface important au niveau du point  $L_1$  peut induire une augmentation du taux de transfert. Par exemple, la force de Coriolis est verticale au niveau du point  $L_1$  et «pousse» le gaz vers le haut, augmentant ainsi le taux de transfert. Nous avons estimé cet effet par un calcul simple, qui suggère que le taux

de transfert pourrait être augmenté de quelques unités de cette manière. Dans les transitoires X, l'écoulement supersonique ne reste sûrement pas laminaire et un chauffage turbulent pourrait contribuer à augmenter la température du point  $L_1$ . Il faudrait recourir à des simulations 3D pour déterminer les conséquences exactes de la circulation sur le taux de transfert. Effectuer de telles simulations promet d'être assez compliqué. Tout d'abord, l'échelle de longueur verticale est bien moins grande que l'échelle de longueur horizontale et cela implique un coût de calcul assez important. L'application aux transitoires X nécessite de plus un code robuste pour faire face aux gradients de pression induits par l'irradiation. Si une simulation purement hydrodynamique devrait être suffisante pour déterminer les effets de l'écoulement de surface sur le taux de transfert, il se pourrait que la convection et le transfert du rayonnement intrinsèque de l'étoile soient des ingrédients importants ... Il faut toutefois garder à l'esprit que si nos résultats 2D sont justes, une augmentation du taux de transfert induite par l'écoulement reste cantonnée au début de l'éruption. Le jeu n'en vaut donc peut-être pas la chandelle. Enfin, notons que notre modèle n'inclut pas le champ magnétique de la secondaire. Les étoiles secondaires sont des étoiles en rotation rapide et ayant des couches convectives profondes, elles sont donc magnétiquement actives. Toutefois la topologie du champ est probablement très complexe et difficile à intégrer dans un modèle d'écoulement.

Nous nous sommes ensuite intéressés à d'autres mécanismes susceptibles de chauffer le point  $L_1$ . Nous avons tout d'abord considéré la possibilité que le point  $L_1$  soit chauffé directement par le bord latéral du disque d'accrétion. En effet, pendant une éruption le disque d'accrétion croît et voit sa taille maximale limitée par les effets de marée de la secondaire. Le couple de marée qui s'applique au disque prélève du moment cinétique des régions externes du disque et l'énergie dissipée par le processus est rayonnée par le bord latéral du disque. En utilisant le code d'évolution du disque d'Hameury *et al.* (1998), nous avons déterminé que le bord latéral du disque atteint des températures de l'ordre de  $10^4$  K. Le point  $L_1$  reçoit alors un flux thermique qui est comparable au flux intrinsèque de la secondaire. L'effet n'est donc pas négligeable mais sûrement pas assez significatif, d'autant plus que nos hypothèses sont choisies de manière à maximiser cet effet. Le deuxième mécanisme que nous avons considéré est la rétro-diffusion de la luminosité d'accrétion par un milieu matériel surplombant le disque. Dans les novae naines, ce milieu est le vent émis par les régions internes du disque pendant une éruption. En utilisant un modèle de vent à symétrie sphérique, nous avons calculé analytiquement, mais de manière approximative, la fraction de la luminosité qui est diffusée vers le point  $L_1$ . Cette fraction est très faible, de l'ordre de 1 pour 10000, et le flux de chauffage résultant au niveau du point  $L_1$  est négligeable. Dans les transitoires X, c'est plutôt une couronne de gaz chaud au dessus du disque qui diffuse la luminosité d'accrétion. Le vent thermique induit par le chauffage des régions externes du disque pourrait aussi contribuer à cet effet. Malheureusement, la géométrie de la couronne est mal connue et il est difficile de déduire qualitativement la fraction de la luminosité qui peut être diffusée vers  $L_1$ . Toutefois, les transitoires X en éruption atteignent des luminosités très importantes, si bien que même une faible efficacité de diffusion ( $10^{-3} - 10^{-4}$ ) peut engendrer un flux de chauffage de l'ordre de 10 à 100 fois le flux intrinsèque de la secondaire.

La dernière étape de notre travail a été de déterminer comment un flux de chauffage incident modifiait la structure de l'atmosphère de la secondaire et comment cela se répercutait sur la valeur du taux de transfert. Un rayonnement incident peut être absorbé à faible densité de colonne, au dessus de la photosphère, où il contribue à la formation d'une couronne chaude et optiquement mince. Seule la partie du rayonnement qui est absorbée sous la photosphère contribue au chauffage de la secondaire. En utilisant les opacités monochromatiques du programme ATLAS 12, nous avons déterminé la fraction du flux qui pénétrait sous la photosphère pour les deux mécanismes de chauffage considérés ci-dessus. Le flux thermique en provenance du bord latéral du disque est émis essentiellement dans l'UV proche et 20 – 25 % du flux atteint la photosphère. Le flux rétro-diffusé contient une contribution du disque et de la couche limite. Les régions internes du disque et la couche limite émettent un rayonnement situé essentiellement sous la coupure Lyman. De fait, il est fortement absorbé par l'hydrogène neutre à faible densité de colonne et quasiment rien n'atteint la photosphère de l'étoile. Toutefois, notre calcul est très simplifié car nous ne considérons pas l'interaction entre le rayonnement incident et le gaz atmosphérique à proprement parler (à part l'absorption). Les régions externes du disque émettent au contraire au dessus de la coupure Lyman et une fraction non négligeable (jusqu'à 10%) du flux peut pénétrer sous la photosphère

de la secondaire.

Lorsqu'un chauffage subphotosphérique a lieu, le flux intrinsèque de la secondaire est bloqué et ne peut pas être évacué à la surface de la secondaire. Il chauffe alors une partie de l'atmosphère et entraîne la formation d'une couche isotherme. La profondeur de cette couche dépend du profil de température initial de la secondaire et de la durée d'une éruption. La distribution de matière est alors différente dans la couche isotherme et la densité au point  $L_1$  est plus grande qu'en quiescence, le taux de transfert est alors augmenté. Nous avons montré que pour un flux de chauffage égal à 100 fois le flux intrinsèque de la secondaire, le taux de transfert pouvait être augmenté d'un facteur  $\sim 100$  dans les transitoires X et  $\sim 10$  dans les novae naines. Nous avons construit nos modèles d'atmosphères en nous basant sur la conclusion de travaux antérieurs (Hameury *et al.* 1988). Un point important est que nos modèles sont basés sur l'hypothèse d'équilibre hydrostatique, qui n'est évidemment pas valide proche du point  $L_1$ . Néanmoins, l'écart à l'équilibre hydrostatique n'est probablement important que dans le voisinage proche du point  $L_1$ .

Appliqués aux deux effets précédents, ces résultats confirment que le chauffage par le bord du disque a un effet négligeable. Pour le chauffage par rétro-diffusion, effet potentiellement important dans les transitoires X, il est nécessaire de résoudre le problème du transfert radiatif pour déterminer si un chauffage efficace a lieu. Plus généralement, le problème qui reste à résoudre est celui du transfert dans l'atmosphère de la secondaire d'un rayonnement incident situé essentiellement sous la coupure Lyman. Ce problème concerne aussi bien les régions de haute latitude, directement irradiées, que le point  $L_1$ . Quelque soit la région réceptrice de la secondaire ou le contexte (novae naines ou transitoire X), le problème ne diffère que par les paramètres utilisés : gravité, intensité et distribution en longueurs d'onde du rayonnement incident. Si une résolution standard du transfert du rayonnement est la plus facile à mettre en oeuvre, il n'est pas exclu qu'il soit nécessaire de faire un calcul d'hydrodynamique radiative, notamment lorsque qu'on considère le chauffage du point  $L_1$  car la faible gravité est propice à engendrer des mouvements du gaz.

Enfin dans une dernière partie nous avons présenté un travail indépendant que nous avons mené en parallèle du travail sur les binaires. Ce travail concerne l'application du modèle de l'instabilité thermo-visqueuse aux disques d'AGNs. En effet, ceux ci possèdent une région instable et un cycle limite est susceptible de moduler le taux de d'accrétion sur le trou noir central. Si c'est effectivement le cas, les AGNs connus correspondent aux systèmes en éruption, et toute galaxie non active n'est peut être qu'un AGN potentiel en quiescence. Les simulations du cycle d'éruptions de certains travaux antérieurs vont dans ce sens, mais l'utilisation d'une résolution numérique trop faible invalide ces résultats. Nous avons appliqué ici le code d'Hameury *et al.* (1998) car il est nécessaire d'utiliser une grille adaptative pour que les fronts soient résolus. Nous nous sommes plus particulièrement intéressé à l'effet de l'irradiation sur le cycle limite du disque. Nous avons montré que les conclusions étaient les mêmes que lorsque l'irradiation est omise. La différence cruciale avec les disques de binaires réside dans la différence entre le temps thermique et le temps visqueux, qui est de plusieurs ordre de grandeurs à cause de la gravitation engendrée par le trou noir supermassif. Ainsi l'instabilité thermique prédomine sur l'instabilité visqueuse et pendant la propagation des fronts de chauffage et de refroidissement, le profil de densité n'évolue quasiment pas. Cela a deux conséquences importantes. Tout d'abord pendant la propagation d'un front de chauffage, le taux d'accrétion dans la région chaude du disque n'augmente pas significativement, comme c'est le cas dans les binaires et on obtient donc pas d'éruption de grande amplitude. En particulier, le taux d'accrétion n'atteint pas des valeurs proches de la limite d'Eddington et l'irradiation ne peut pas jouer le même rôle que dans les transitoire X. Deuxièmement, lors de la propagation d'un front de refroidissement, les régions internes ne se vident pas suffisamment et le front se réfléchit à un rayon supérieur au rayon interne. On peut montrer que le passage en quiescence ne se fait que si le taux d'accrétion sur le trou noir devient suffisamment faible. Cela implique que les phases de quiescence n'existe que pour des taux de transfert suffisamment bas. Dans ce cas l'activité du trou noir est importante, les phases de quiescence ayant des durées similaires aux phases d'éruption.



---

## Références

- DUBUS, G., HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2001; *The disc instability model for X-ray transients : Evidence for truncation and irradiation.* A&A, **373**, 251
- HAMEURY, J. M., LASOTA, J. P. & KING, A. R., 1988; *The light curves of soft X-ray transients.* A&A, **192**, 187
- HAMEURY, J.-M., MENOUE, K., DUBUS, G., LASOTA, J.-P. & HURE, J.-M., 1998; *Accretion disc outbursts : a new version of an old model.* MNRAS, **298**, 1048
- KING, A. R. & RITTER, H., 1998; *The light curves of soft X-ray transients.* MNRAS, **293**, L42
- MEYER, F. & MEYER-HOFMEISTER, E., 1984; *Outbursts in dwarf novae accretion disks.* A&A, **132**, 143
- OSAKI, Y., 1989; *A model for the superoutburst phenomenon of SU Ursae Majoris stars.* P.A.S.J., **41**, 1005
- OSAKI, Y. & MEYER, F., 2003; *Is evidence for enhanced mass transfer during dwarf-nova outbursts well substantiated ?* A&A, **401**, 325
- SMAK, J., 1984; *Accretion in cataclysmic binaries. IV - Accretion disks in dwarf novae.* Acta Astronomica, **34**, 161
- , 2004; *Irradiation of Secondary Components and Enhanced Mass Outflow in Dwarf Novae during Outbursts.* Acta Astronomica, **54**, 181

# Annexes



## Tableau récapitulatif des paramètres physiques des systèmes étudiés

TAB. A.1 – Paramètres physiques des quatre systèmes binaires utilisés dans cette thèse.  $P_{\text{orb}}$  est la période orbitale exprimée en heure,  $a$  est la séparation orbitale,  $R_2$  le rayon moyen de la secondaire,  $M_1$  and  $M_2$  les masses de la primaire et de la secondaire,  $T_*$  est la température effective de l'étoile secondaire,  $\dot{M}_{\text{tr}}$  est le taux de transfert moyen de la secondaire et  $\dot{M}_{\text{acc,max}}$  est le taux d'accrétion maximum pendant une éruption.  $T_*$  est tiré de Smak (2004) pour les systèmes n°1 – 3 et de Hameury *et al.* (1986) pour le système n°4.

N°	système	$P_{\text{orb}}$ (h)	$a$ ( $R_{\odot}$ )	$R_2/a$	$q = M_2/M_1$	$M_2(M_{\odot})$	$T_*$ (K)
1	OY Car	1.51	0.6	0.21	0.1	0.085	2500
2	U Gem	4.24	1.48	0.29	0.36	0.7	3500
3	Z Cam	6.96	2.17	0.35	0.6	0.7	4200
4	A 0620	7.8	3.9	0.21	0.1	0.7	3000

N°	$\dot{M}_{\text{tr}}$ ( $10^{16}$ g s $^{-1}$ )	$\dot{M}_{\text{acc,max}}$ ( $10^{16}$ g s $^{-1}$ )
1	0.5	16
2	5	100
3	30	250
4	0.5	$10^3$

Pour les modèles n°1 et n°2, les valeurs  $\dot{M}_{\text{tr}}$  correspondent à des valeurs standards des classes de novae naines correspondantes. Pour le modèle n°3,  $\dot{M}_{\text{tr}}$  est pris sous la valeur critique de stabilité ( $\sim 7 \times 10^{17}$  g s $^{-1}$ , voir formule I.37) pour être en régime éruptif. Pour le modèle n°4,  $\dot{M}_{\text{tr}}$  est tiré de Tanaka & Shibazaki (1996).

La valeur de  $\dot{M}_{\text{acc,max}}$  pour les novae naines (modèle n°1 à n°3) est déduite de la formule suivante, tirée de Lasota (2001) :

$$\dot{M}_{\text{acc,max}} = 7.8 \times 10^{16} \left( \frac{\alpha_{\text{h}}}{0.2} \right)^{0.01} \left( \frac{P_{\text{orb}}}{1\text{h}} \right)^{1.79} \quad (.1)$$

Pour la transitoire X (modèle n°4), on prend  $\dot{M}_{\text{acc,max}} = \dot{M}_{\text{Edd}} = 1.4 \times 10^{18} M_1/M_{\odot}$  g s $^{-1}$ .



## Références

- HAMEURY, J. M., KING, A. R. & LASOTA, J. P., 1986 ; *A model for soft X-ray transients*. *A&A*, **162**, 71
- LASOTA, J.-P., 2001 ; *The disc instability model of dwarf novae and low-mass X-ray binary transients*. *New Astronomy Review*, **45**, 449
- SMACK, J., 2004 ; *Irradiation of Secondary Components and Enhanced Mass Outflow in Dwarf Novae during Outbursts*. *Acta Astronomica*, **54**, 181
- TANAKA, Y. & SHIBAZAKI, N., 1996 ; *X-ray Novae*. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **34**, 607

# Equations du modèle de l'instabilité du disque

Nous présentons dans ce chapitre les équations standards du modèle de l'instabilité du disque. La version présentée correspond à celle décrite dans Hameury *et al.* (1998) et Lasota (2001), car c'est celle qui a servi de base à notre travail tout au long de la thèse. Comme nous traitons exclusivement de disque mince, la structure verticale et radiale sont découplées et nous leur consacrons chacune une section. Dans la dernière section, nous présenterons brièvement le code numérique que nous avons utilisé pour simuler le cycle d'éruption dans le disque.

## a. Equations de la structure verticale du disque

Le calcul de la courbe d'équilibre thermique du disque est un point essentiel du modèle de l'instabilité. Cela nécessite de résoudre la structure verticale du disque. Ces équations sont similaires à celles issues de la modélisation d'une atmosphère stellaire :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho\Omega_K^2 z \quad (\text{a.1})$$

$$\frac{d\zeta}{dz} = 2\rho \quad (\text{a.2})$$

$$\frac{d \ln T}{d \ln P} = \nabla \quad (\text{a.3})$$

$$\frac{dF_z}{dz} = \frac{3}{2}\alpha_{\text{eff}}\Omega_K P \quad (\text{a.4})$$

où  $g_z = \rho\Omega_K^2 z$  est la gravité verticale dans le disque,  $\zeta$  est la densité de colonne entre  $-z$  et  $z$ ,  $\nabla$  est le gradient de température dans l'atmosphère et  $F_z$  est le flux d'énergie vertical.

Le gradient  $\nabla$  dépend du mode de transport de l'énergie. Soit  $\nabla_{\text{ad}}$  le gradient adiabatique dans la structure, soit  $\nabla_{\text{rad}}$  le gradient radiatif

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{\kappa P F_z}{4P_{\text{rad}} c g_z} \quad (\text{a.5})$$

et soit  $\nabla_{\text{conv}}$  le gradient convectif calculé grâce à la prescription de la longueur de mélange, en utilisant l'algorithme de Paczyński (1969). Si  $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$ , alors  $\nabla = \nabla_{\text{conv}}$ ; sinon  $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$ .

L'équation du flux d'énergie fait intervenir le chauffage volumique par la dissipation visqueuse  $q^+ = \frac{3}{2}\alpha\Omega_K P$ . Dans cette équation,  $\alpha$  est remplacé par  $\alpha_{\text{eff}}$  pour prendre un compte des termes dépendants du temps lorsque le disque est en contraction ou en expansion, voir Hameury *et al.* (1998) pour plus de détails.

Ces équations doivent être complétées par des conditions aux contours. Dans le cas où le disque est optiquement épais, les équations ci-dessus sont intégrées entre le plan orbital  $z = 0$  et

la photosphère du disque  $z = z_{\text{ph}}$  définie par la condition usuelle  $\tau_R = 2/3$ . En  $z = 0$  on a :  $F_z = 0$ ,  $T = T_c$  et  $\varsigma = 0$  et à la photosphère :

$$T^4(z_{\text{ph}}) = Q^+ + T_{\text{irr}}^4 \quad (\text{a.6})$$

où  $Q^+ = \int_0^{z_{\text{ph}}} q^+ dz$ . Le terme  $T_{\text{irr}}^4$  permet de prendre en compte l'irradiation du disque par la source centrale, en supposant que l'énergie est déposée juste sous la photosphère. La température effective  $T_{\text{eff}}$  du disque est définie par  $\sigma T_{\text{eff}}^4 = F_z(z_{\text{ph}})$ . On note souvent  $Q^- = \sigma T_{\text{eff}}^4$  (refroidissement) par opposition au chauffage visqueux  $Q^+$ .

La résolution de la structure verticale du disque permet de calculer la courbe d'équilibre où  $Q^+ = Q^-$ .

## b. Equations de la structure radiale du disque

La structure radiale du disque est déterminée par l'équation de conservation de la masse et du moment cinétique :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r} \quad (\text{b.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^2 \Omega_K) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma r^2 \Omega_K v_r) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{j_s}{2\pi r} \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r} + \frac{1}{2\pi r} T_{\text{tid}} \quad (\text{b.2})$$

Ces équations correspondent aux équations déjà mentionnées à la section 4.3. avec l'ajout de quelques termes :

- L'apport de matière dans le disque grâce au terme en  $\frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r}$  dans l'équation de conservation de la masse.  $\dot{M}_{\text{ext}}(r, t)$  est la quantité de matière ajoutée par unité de temps au rayon  $r$  du disque. Si on considère que l'apport de matière se fait uniquement par l'extrémité du disque, on a  $\dot{M}_{\text{ext}}(r, t) = \dot{M}_{\text{tr}} \delta(r - r_{\text{out}})$  où  $r_{\text{out}}$  est le rayon externe du disque (qui varie dans le temps).
- L'apport de moment cinétique par le transfert de masse grâce au terme en  $j_s \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial r}$ .  $j_s$  est le moment spécifique de la matière en provenance de la secondaire.
- L'extraction du moment cinétique par le couple de marée  $T_{\text{tid}}$ . Il n'existe pas de «bonne» manière d'implémenter les effets de marée lorsque qu'on traite le disque de manière axisymétrique. Habituellement, on utilise la formule tirée de Papaloizou & Pringle (1977) :

$$T_{\text{tid}} = c \Omega_{\text{orb}} \nu \Sigma \left( \frac{r}{a} \right)^5 \quad (\text{b.3})$$

où  $c$  est un nombre sans dimension ajusté pour que le disque ait une taille moyenne fixée a priori.

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} + \frac{\mathcal{R} T_c}{\mu C_p} \frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial T_c}{\partial r} = \frac{2(Q^+ - Q^- + J)}{C_p \Sigma} \quad (\text{b.4})$$

où  $Q^+$  et  $Q^-$  sont respectivement les taux de chauffage et de refroidissement par unité de surface. Le disque étant chauffé visqueusement on a  $Q^+ = D(R) = \frac{9}{8} \nu \Sigma \Omega_K^2$  (c.f. équation I.12) et  $Q^- = \sigma T_{\text{eff}}^4$  car le disque, optiquement épais, émet comme un corps noir.  $J$  est le flux radial d'énergie transportée par les processus visqueux et/ou par la radiation. Sa forme exacte n'est pas connue et il en existe différentes prescriptions (voir Hameury *et al.* 1998). A part à proximité des fronts de chauffage et de refroidissement, ce terme est négligeable devant  $Q^+$  et  $Q^-$ .

A ces équations, il faut associer des conditions au bord externe :

$$\dot{M}_{\text{tr}} = 2\pi r \Sigma_d (\dot{r}_d - v_{r,d}) \quad (\text{b.5})$$

$$\dot{M}_{\text{tr}} \left[ 1 - \sqrt{\frac{r_k}{r_d}} \right] = 3\pi \nu \Sigma_d \quad (\text{b.6})$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial r} = 0 \quad (\text{b.7})$$

où les quantités avec  $d$  en indice sont mesurées au bord externe du disque. Notons que les deux premières conditions sont utilisées lorsque le rayon du disque peut varier dans le temps. Si le rayon est fixé, b.5 est utilisé avec  $\dot{r}_d = 0$  et b.6 est remplacé par  $r = r_d$ .

Les conditions au bord interne sont :

$$\Sigma = 0 \quad (\text{b.8})$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial r} = 0 \quad (\text{b.9})$$

La condition b.8 exprime le fait que le couple visqueux (proportionnel à  $\nu \Sigma$ ) s'annule au bord interne du disque (cette condition est un peu modifiée lors de l'application aux AGNs, voir chapitre V).

## c. Code numérique

Nous présentons maintenant brièvement le code numérique que nous avons utilisé de façon récurrente pendant la thèse. De façon générale, le code permet de résoudre les équations de la structure verticale ou de la structure radiale du disque. Nous avons essentiellement utilisé le code d'évolution radiale pour simuler le cycle d'éruptions dans le disque.

Les équations b.1, b.2 et b.4 sont résolues en utilisant la méthode décrite par Eggleton (1971). Cette méthode utilise une grille variable et est adaptée aux problèmes dont la solution possède des gradients importants. C'est le cas des disques d'accrétion thermiquement instables, où les fronts de chauffage et de refroidissement ont des largeurs caractéristiques petites devant la taille du disque.

La grille variable a une taille fixe, mais la répartition des points de grille est faite selon le gradient des grandeurs physiques (température centrale, taux d'accrétion, ...). De cette manière, les points de grille sont concentrés dans les régions de forts gradients. Les équations sont résolues par une méthode de Newton-Raphson. C'est une méthode qui à partir d'une solution approximative initiale converge par itérations successives vers la solution des équations.

Pour pouvoir simuler à moindre coût numérique le cycle d'éruptions, le code utilise une formulation implicite permettant de s'affranchir de la condition de Courant-Friedrich-Lewy et d'avoir un pas de temps adaptatif. Ainsi les phases de quiescence, qui durent beaucoup plus longtemps que les éruptions, ne sont pas plus coûteuses en temps de calcul. Le pas de temps est choisi empiriquement, selon la qualité de la convergence à de l'étape précédente.

Le code a été appliqué dans différents contextes, nous rappelons ici brièvement les principales versions/applications existantes du code :

- La version du code décrite dans Hameury *et al.* (1998) est utilisée pour modéliser les éruptions des novae naines.
- Dubus *et al.* (2001) utilisent une version prenant en compte l'irradiation du disque. Cette version permet de modéliser les éruptions des transitoires X molles.
- Dans Hameury *et al.* (en prép.), voir chapitre V, nous utilisons une version adaptée aux disques d'AGNs.



## Références

- DUBUS, G., HAMEURY, J.-M. & LASOTA, J.-P., 2001 ; *The disc instability model for X-ray transients : Evidence for truncation and irradiation.* A&A, **373**, 251
- EGGLETON, P. P., 1971 ; *The evolution of low mass stars.* MNRAS, **151**, 351
- HAMEURY, J.-M., LASOTA, J.-P. & VIALLET, M., en prép. ; *The thermal-viscous disc instability model in the AGN context.* A&A
- HAMEURY, J.-M., MENOU, K., DUBUS, G., LASOTA, J.-P. & HURE, J.-M., 1998 ; *Accretion disc outbursts : a new version of an old model.* MNRAS, **298**, 1048
- LASOTA, J.-P., 2001 ; *The disc instability model of dwarf novae and low-mass X-ray binary transients.* New Astronomy Review, **45**, 449
- PACZYŃSKI, B., 1969 ; *Envelopes of Red Supergiants.* Acta Astronomica, **19**, 1
- PAPALOIZOU, J. & PRINGLE, J. E., 1977 ; *Tidal torques on accretion discs in close binary systems.* MNRAS, **181**, 441

# Le schéma TVD-MacCormack

Nous présentons dans cette annexe le schéma TVD-MacCormack, qui est un schéma numérique permettant de résoudre un système d'équations aux dérivées partielles hyperboliques. Nous commencerons par illustrer le schéma sur une équation de conservation scalaire, avant de présenter sa généralisation à un système hyperbolique.

## a. Loi de conservation scalaire

Considérons l'équation scalaire suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = s(u) \quad (\text{a.1})$$

qui est une équation de conservation pour la quantité  $u$  avec un terme source  $s$ . Quand  $s = 0$ , l'équation est dite «homogène». En général on définit la matrice jacobienne du flux :

$$A = \frac{\partial f}{\partial u} \quad (\text{a.2})$$

pour l'équation scalaire,  $A$  est un réel. Le problème est linéaire si  $f(u) = au$  avec  $a$  constant, on a alors simplement  $A = a$ .

Nous présentons ici un schéma numérique aux différences finies permettant de résoudre l'équation (a.1). Nous ne reviendrons pas sur le principe des différences finies, pour cela le lecteur pourra consulter Hirsch (1988). Nous nous intéresserons uniquement aux schémas d'ordre 2 spatialement et temporellement, les schémas d'ordre 1 possédant une diffusivité numérique trop importante pour avoir un intérêt pratique. Une famille importante de schémas aux différences finies d'ordre 2 est la famille des schémas de Lax-Wendroff, qui sont des schémas *explicites* et *symétriques*. Pour l'équation scalaire a.1 homogène, le schéma de Lax-Wendroff s'écrit ainsi :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (f(u_{i+1}^n) - f(u_{i-1}^n)) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \left[ A_{i+1/2} (f(u_{i+1}^n) - f(u_i^n)) - A_{i-1/2} (f(u_i^n) - f(u_{i-1}^n)) \right] \quad (\text{a.3})$$

où  $A_{i+\frac{1}{2}}$  est le jacobien évalué en  $\frac{1}{2}(u_i^n + u_{i+1}^n)$ .

Rappelons qu'il existe une condition nécessaire (malheureusement pas suffisante) pour la stabilité d'un schéma explicite, que l'on appelle condition de *Courant-Friedrichs-Lewy* (Courant *et al.* 1928) :

$$\frac{a_{\max} \Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (\text{a.4})$$

où  $a_{\max} = \max(A_{i+\frac{1}{2}})$ . Cette condition exprime que le domaine de dépendance physique doit être compris dans le domaine de dépendance numérique, voir par exemple LeVeque (1992).

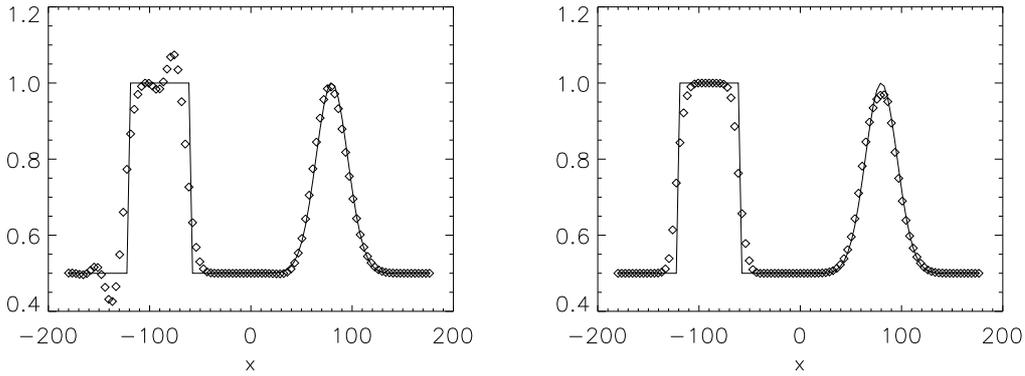


FIG. C.1 – Advection d’un profil. *A Gauche* : schéma de MacCormack classique. *A droite* : schéma de MacCormack avec étape TVD.

Le schéma de Lax-Wendroff devient très lourd à utiliser lorsqu’on le généralise à un système d’équations de conservation, à cause de l’utilisation des matrices jacobiniennes. De plus, l’inclusion d’un terme source à l’ordre 2 n’est pas triviale, la méthode la plus simple étant de faire de l’«operator-splitting», par exemple en suivant la prescription proposée par Strang.

Dans la même famille de schémas, le schéma de MacCormack permet de s’affranchir de ces problèmes grâce à une formulation en 2 étapes. De cette manière le schéma n’utilise pas les matrices jacobiniennes et sa mise en œuvre est beaucoup plus simple que le schéma de Lax-Wendroff :

$$u_i^* = u_i^n - \lambda [f_{i+1}^n - f_i^n] + s_i^n \Delta t \quad (\text{a.5})$$

$$u_i^{n+1} = \frac{1}{2} (u_i^* + u_i^n - \lambda [f_i^* - f_{i-1}^*] + s_i^* \Delta t) \quad (\text{a.6})$$

où  $f_i^{n/*} = f(u_i^{n/*})$  (idem pour  $s$ ) et  $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}$ . De plus, les schémas de type prédicteur/correcteur permettent une inclusion naturelle des termes sources à l’ordre 2. Notons enfin qu’il est préférable d’alterner le sens de la différence finie lors de l’étape de prédiction et de correction d’un pas de temps à l’autre.

Une caractéristique commune à tous les schémas du second ordre est de créer des oscillations numériques dans les régions où les gradients sont élevés (comme par exemple à proximité d’un choc ou d’une discontinuité de contact). Ceci provient du fait que l’erreur de troncature est à l’ordre dominant une erreur de dispersion : près d’une discontinuité, cette erreur est importante et les modes de Fourier de longueurs d’onde différentes vont se déphaser et ainsi déformer la discontinuité.

Ce phénomène peut-être illustré en résolvant l’équation d’advection (Eq. a.1 avec  $f = au$ ,  $a$  est la vitesse d’advection) pour un profil contenant une forme discontinue et une forme «régulière». L’image de gauche de figure C.1 montre le résultat après l’advection du profil pendant 10 temps caractéristiques (le temps caractéristique est défini comme la largeur du rectangle divisée par la vitesse d’advection). On voit que des oscillations sont apparues aux niveaux des discontinuités du profil. Par contre, la forme régulière est parfaitement conservée grâce à la faible diffusivité numérique du schéma.

Dans les années 80 – 90 beaucoup d’efforts ont été fait pour trouver des schémas d’ordre 2 permettant de représenter convenablement des solutions discontinues. Il est pour cela nécessaire d’introduire des schémas *non-linéaires*, où les coefficients du schéma dépendent non-linéairement des  $u_i^n$ .

Un des concepts le plus important pour caractériser un tel schéma est le concept « variation totale », elle est définie ainsi :

$$TV(u^n) = \sum_i |u_{i+1}^n - u_i^n| \quad (\text{a.7})$$

Un schéma est alors qualifié de TVD (pour *Total Variation Diminishing*) lorsque :

$$TV(u^{n+1}) \leq TV(u^n) \quad (\text{a.8})$$

qui signifie que la variation totale de la solution numérique ne peut pas croître. Cela implique que l'on ne puisse pas créer localement de nouveaux extrema dans la solution, et donc que l'on ne crée pas d'oscillations numériques. Notons qu'il est rigoureusement très dur de prouver qu'un schéma est TVD et la plupart du temps, la démonstration est faite sur une équation linéaire. On espère alors que la propriété sera plus ou moins bien conservée dans le cas non-linéaire. Notons aussi que la propriété TVD ne concerne que la résolution d'équations homogènes, un terme source pouvant légitimement faire augmenter la variation totale. Le lecteur curieux d'en apprendre plus sur les méthodes TVD pourra consulter (entre autres) Hirsch (1990) et LeVeque (1992).

Pour ajouter la propriété TVD au schéma de MacCormack, Yee (1987) propose la formulation suivante :

$$u_j^{(1)} = u_j^n - \lambda(f_j^n - f_{j-1}^n) + \Delta t s_j^n \quad (\text{a.9})$$

$$u_j^{(2)} = \frac{1}{2} \left( u_j^{(1)} + u_j^n - \lambda[f_{j+1}^{(1)} - f_j^{(1)}] + \Delta t s_j^{(1)} \right) \quad (\text{a.10})$$

$$u_j^{n+1} = u_j^{(2)} + \left[ \phi_{j+\frac{1}{2}}^n - \phi_{j-\frac{1}{2}}^n \right] \quad (\text{a.11})$$

où  $\lambda = \Delta x / \Delta t$ . Les deux premières étapes correspondent aux étapes de prédiction et de correction du schéma de MacCormack classique (cf. équations a.5,a.6). La troisième étape est l'étape TVD. Remarquons tout d'abord qu'elle est formulée de manière conservative, càd que

$$\sum_{j=1}^N u_j^{n+1} = \sum_{j=1}^N u_j^{(2)} + \phi_{N+\frac{1}{2}}^{(2)} - \phi_{1-\frac{1}{2}}^{(2)} \quad (\text{a.12})$$

ce qui signifie qu'à part aux bords du domaine, la troisième étape ne fait que redistribuer les quantités entre points de grille adjacents via le flux  $\phi_{i+\frac{1}{2}}$  (ce qui se passe aux extrémités dépend des conditions aux bords utilisées).  $\phi_{j+\frac{1}{2}}$  est un flux qui correspond à une dissipation numérique. Cette dissipation numérique est nécessaire dans les schémas du second ordre pour empêcher l'apparition d'oscillations numériques. D'après Yee (1987),  $\phi_{i+\frac{1}{2}}$  s'exprime ainsi :

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\lambda a_{i+\frac{1}{2}} - \lambda^2 a_{i+\frac{1}{2}}^2] (\Delta_{i+\frac{1}{2}} - \hat{Q}_{i+\frac{1}{2}}) \quad (\text{a.13})$$

où  $\Delta_{i+\frac{1}{2}} = u_{i+1} - u_i$ ,  $a_{i+\frac{1}{2}}$  est une moyenne du jacobien  $a$  à définir et  $\hat{Q}_{i+\frac{1}{2}}$  est défini par l'expression suivante :

$$\hat{Q}_{i+\frac{1}{2}} = \text{minmod}(\Delta_{i-\frac{1}{2}}, \Delta_{i+\frac{1}{2}}, \Delta_{i+\frac{3}{2}}) \quad (\text{a.14})$$

La fonction minmod a pour propriété de sélectionner l'argument ayant la plus petite valeur absolue et de valoir zéro dès que deux arguments ont des signes opposés. Notons que c'est avec l'introduction de cette fonction que le schéma devient non-linéaire.

On peut comprendre ce qui motive le choix a.13 de la manière suivante : l'expression entre crochet contient la différence entre le flux correspondant à un schéma d'ordre 1 (le terme linéaire en  $\lambda$ ) et le flux correspondant à un schéma d'ordre 2 (le terme quadratique en  $\lambda$ ). Le schéma classique de MacCormack étant un schéma d'ordre 2, l'idée est de réduire son ordre dans les régions de forts gradients grâce au flux a.13 en annulant la correction d'ordre 2 et en remplaçant par la correction d'ordre 1. Ceci est contrôlé par la valeur entre parenthèses dans l'équation a.13, qui ne dépend uniquement des données  $u_i^n$  et donc de l'allure locale de la solution.

L'approche classique pour améliorer la robustesse des schémas du second ordre était d'introduire une «viscosité artificielle», souvent celle proposée par VonNeumann & Richtmyer (1950).

Toutefois dans cet approche, il était nécessaire de faire du «fine-tuning» au cas par cas pour arriver à un résultat acceptable. L'approche TVD peut-être vue comme l'ajout d'une viscosité artificielle basée sur une formule analytique, a.13 en l'occurrence : le schéma applique de la viscosité numérique là où on a besoin et exactement ce qu'il faut pour empêcher les oscillations de croître.

L'image de droite dans la figure C.1 montre le résultat de l'advection du même profil que l'image de gauche, mais en utilisant le schéma TVD-MacCormack. On peut voir qu'aucune oscillation n'est apparue, à la place le profil discontinu a été lissé sur quelques points de grille, comme le ferait un schéma d'ordre 1. On note toutefois que le profil régulier a été lui aussi quelque peu dissipé, car le schéma TVD ajoute un peu de dissipation même dans les régions où les gradients sont modérés.

## b. Système d'équations hyperboliques

Le schéma présenté à la section précédente était formulé pour une équation scalaire, linéaire ou non. Nous présentons ici la généralisation à un système d'équations.

### B.1. ÉTAPES DE PRÉDICTION/CORRECTION

On s'intéresse maintenant au système suivant<sup>a</sup> :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = S \quad (\text{b.1})$$

qui est la généralisation de a.1 pour plusieurs variables conservatives :  $U$ ,  $F$  et  $S$  sont maintenant des vecteurs. La généralisation des étapes de prédiction/correction à la résolution du système b.1 est triviale :

$$U_i^{(1)} = U_i^n - \lambda [F(U_{i+1}^n) - F(U_i^n)] + S(U_i^n)\Delta t \quad (\text{b.2})$$

$$U_i^{(2)} = \frac{1}{2} (U_i^{(1)} + U_i^n - \lambda [F(U_i^{(1)}) - F(U_{i-1}^{(1)})] + S(U_i^{(1)})\Delta t) \quad (\text{b.3})$$

### B.2. ÉTAPE TVD

Nous présentons maintenant la généralisation de l'étape TVD, qui est un peu plus compliquée. Grâce à la matrice jacobienne du flux (définie par a.2), on peut réécrire b.1 sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{b.4})$$

on a volontairement omis le terme source puisque celui-ci a été pris en compte dans les étapes précédentes. Le système d'équations b.1 (ou sous sa forme équivalente) b.4 est *hyperbolique* si  $A$  est diagonalisable et possède des valeurs propres réelles  $\lambda_p$  avec  $p = 1 \dots m$  ( $m$  est le nombre de variables conservées). Les  $\lambda_p$  correspondent aux vitesses des ondes qui se propagent dans le fluide.

En s'inspirant de l'équation a.13, il semble assez naturel de chercher à écrire une expression similaire, mais en remplaçant  $a$  par les valeurs propres  $\lambda_p$ . Pour cela, il faut passer par les variables caractéristiques, que nous allons maintenant définir. Introduisons la diagonalisation de  $A$  :

$$A = R\Lambda R^{-1} \quad (\text{b.5})$$

où  $\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  est la matrice diagonale des valeurs propres et  $R$  est la matrice de passage, dont les vecteurs colonnes  $r_p$  ( $p = 1 \dots m$ ) sont les vecteurs propres à droite<sup>b</sup>, i.e. :

<sup>a</sup> Pour simplifier nous nous placerons à une dimension spatiale, l'extension à plusieurs dimensions spatiales est directe

<sup>b</sup> On peut aussi définir les vecteurs lignes  $l_p$ , qui sont les vecteurs propres à gauche :  $l_p A = \lambda_p l_p$ . Les  $l_p$  constituent les vecteurs lignes de la matrice  $R^{-1}$ .

$$Ar_p = \lambda_p r_p \quad (\text{b.6})$$

Les variables caractéristiques  $W$  sont alors définies de la manière suivantes :

$$W = R^{-1}U \quad (\text{b.7})$$

Le système b.4 est alors équivalent à :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (\text{b.8})$$

qui constitue un système de  $m$  équations d'advection indépendantes :

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} = 0 \quad (\text{b.9})$$

$$\vdots \quad (\text{b.10})$$

$$\frac{\partial w_p}{\partial t} + \lambda_p \frac{\partial w_p}{\partial x} = 0 \quad (\text{b.11})$$

$$\vdots \quad (\text{b.12})$$

$$\frac{\partial w_m}{\partial t} + \lambda_m \frac{\partial w_m}{\partial x} = 0 \quad (\text{b.13})$$

$$(\text{b.14})$$

Notons toutefois que ces équations sont non-linéaires car les  $\lambda_p$  dépendent a priori des variables conservatives et donc de  $x$ . La décomposition b.8 indique la démarche à suivre pour généraliser a.13 :

1. Soit  $\Delta_{i+\frac{1}{2}} = U_{i+1} - U_i$ . On détermine  $\tilde{\Delta}_{i+\frac{1}{2}} = W_{i+1} - W_i$  en calculant :

$$\tilde{\Delta}_{i+\frac{1}{2}} = R^{-1}\Delta_{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{b.15})$$

2. On calcule les quantités  $\tilde{Q}_{i+\frac{1}{2}}$  en utilisant la formule b.16 :

$$\tilde{Q}_{i+\frac{1}{2}} = \text{minmod}(\tilde{\Delta}_{i-\frac{1}{2}}, \tilde{\Delta}_{i+\frac{1}{2}}, \tilde{\Delta}_{i+\frac{3}{2}}) \quad (\text{b.16})$$

3. On calcule  $\tilde{\Phi}_{i+\frac{1}{2}}$  :

$$\tilde{\Phi}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\lambda\Lambda - \lambda^2\Lambda^2] (\tilde{\Delta}_{i+\frac{1}{2}} - \tilde{Q}_{i+\frac{1}{2}}) \quad (\text{b.17})$$

4. On calcule le flux  $\Phi_{i+\frac{1}{2}}$  en revenant aux variables conservatives :

$$\Phi_{i+\frac{1}{2}} = R\tilde{\Phi}_{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{b.18})$$

5. On effectue l'étape TVD :

$$U_i^{n+1} = U_i^{(2)} + [\Phi_{i+\frac{1}{2}}^n - \Phi_{i-\frac{1}{2}}^n] \quad (\text{b.19})$$

Remarquons que si le système d'équations est non-linéaire, les matrices  $R$ ,  $R^{-1}$  et  $\lambda$  ne sont pas constantes. Il y a donc une ambiguïté sur leur valeur dans les formules précédentes. Le choix dépend alors du système d'équations que l'on considère, nous montrons ci-dessous la marche à suivre dans les cas des équations d'Euler.

Le schéma constitué des étapes b.2,b.3 et b.19 est la généralisation recherchée. La condition CFL (équation a.4) fait maintenant intervenir la vitesse de l'onde la plus rapide :  $a_{\max} = \max(|\lambda_p|)$ .

### B.3. APPLICATION AUX ÉQUATIONS D'EULER

#### b.3.1. Implémentation

Le schéma présenté à la section précédente est utilisable pour n'importe quel système d'équations hyperboliques. Nous allons maintenant considérer le cas particulier des équations de l'hydrodynamique. On a dans ce cas :

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \end{pmatrix} \quad (\text{b.20})$$

où  $\rho$  est la densité du gaz,  $v$  la vitesse et  $E$  est l'énergie totale par unité de volume du gaz. On a :

$$E = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho e \quad (\text{b.21})$$

où  $e$  est l'énergie interne spécifique du gaz. Pour un gaz parfait, on a :

$$E = \frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{p}{\gamma - 1} \quad (\text{b.22})$$

où  $\gamma$  est l'indice adiabatique du gaz. La pression  $p$  du gaz parfait est donnée par :

$$p = \rho R_g T. \quad (\text{b.23})$$

Avec ces quelques formules, l'implémentation des étapes b.2 et b.3 ne pose pas de problème. L'étape TVD demande un peu plus d'attention. Tout d'abord, la matrice jacobienne de  $F$  est :

$$A = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}(\gamma - 3)v^2 & (3 - \gamma)v & \gamma - 1 \\ \frac{1}{2}(\gamma - 1)v^3 - v(E + p)/\rho & (E + p)/\rho - (\gamma - 1)v^2 & \gamma v \end{pmatrix} \quad (\text{b.24})$$

Les trois valeurs propres associées sont :

$$\lambda_1 = v - c, \quad \lambda_2 = v, \quad \lambda_3 = v + c \quad (\text{b.25})$$

où  $c$  est la vitesse du son :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (\text{b.26})$$

La matrice des vecteurs propres est :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ v - c & v & v + c \\ (E + p)/\rho - vc & \frac{v^2}{2} & (E + p)/\rho + vc \end{pmatrix} \quad (\text{b.27})$$

Comme les équations d'Euler sont non-linéaires, toutes les quantités dépendent des variables conservatives :  $A = A(U)$  et donc  $\lambda_p = \lambda_p(U)$ ,  $R = R(U)$ , ect ... Il y a alors une ambiguïté sur les valeurs à utiliser pour  $R$ ,  $R^{-1}$  et  $\lambda$  dans les 5 étapes du calcul du flux  $\Phi_{i+\frac{1}{2}}$ . En effet dans les formules b.15 et b.18, où faut-il évaluer  $R$  et  $R^{-1}$ ? De même où évaluer  $\Lambda$  dans la formule b.17? Une solution triviale est d'évaluer ces quantités en  $(U_i + U_{i+1})/2$ , mais il y a une solution beaucoup plus efficace, proposée par Roe (1981).

Une matrice de Roe, notée  $\hat{A}$  est une matrice qui sert de «matrice moyenne» pour  $A$ . On a  $\hat{A} = \hat{A}(U_i, U_{i+1})$ . La matrice de Roe possède les propriétés suivantes :

1.  $\hat{A}(U_{i+1} - U_i) = F(U_{i+1}) - F(U_i)$
2.  $\hat{A}$  est diagonalisable et possède des valeurs réelles

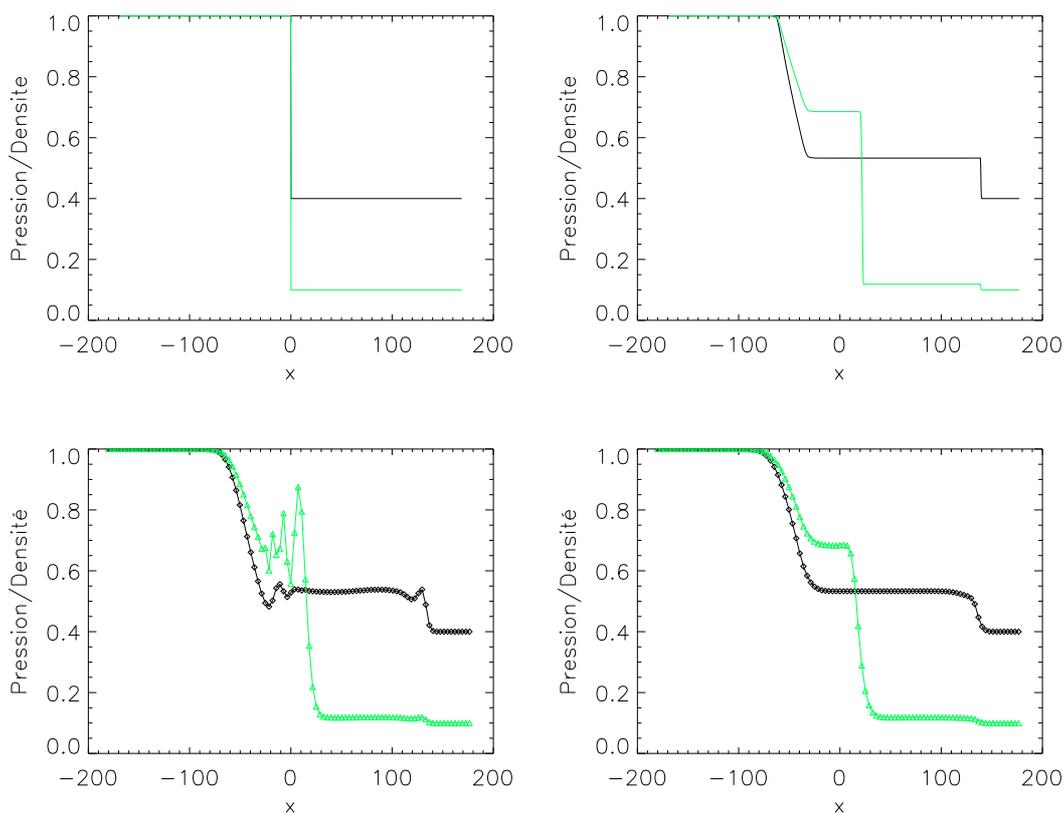


FIG. C.2 – Exemple d'un problème de Riemann :  $\rho_l = 1.0$ ,  $p_l = 10^{-3}$ ,  $u_l = v_l = 0$  et  $\rho_r = 0.1$ ,  $p_r = 0.5 \times 10^{-3}$ ,  $u_r = v_r = 0$ . La pression est montrée en noir et la densité en vert ; la pression est normalisée par rapport à sa valeur maximale. *En haut à gauche* : conditions initiales du problème de Riemann. *En haut à droite* : solution exacte (calculée avec le code RAMSES) à un temps  $t_1 \neq 0$ . *En bas à gauche* : solution à l'instant  $t_1$  calculée avec le schéma de MacCormack. *En bas à droite* : solution à l'instant  $t_1$  calculée avec le schéma TVD-MacCormack. Tous les calculs sont effectués avec un nombre de Courant égal à 0.95.

### 3. $\hat{A}(U_i, U_i) = A(U_i)$

Les deux dernières propriétés sont assez naturelles et sont nécessaires pour la cohérence de la définition de la matrice moyenne. La première propriété est de loin la plus importante, puisqu'elle assure que les conditions de Rankine-Hugoniot seront satisfaites en présence de chocs. La relation 1 ne serait pas vérifiée si on avait choisi  $\hat{A} = \frac{1}{2}(A(U_i) + A(U_{i+1}))$ .

Pour les équations d'Euler, la matrice de Roe se calcule de la manière suivante :

1. Soit  $\rho_l, v_l, E_l$  et  $p_l$  les valeurs en  $i$  et  $\rho_r, v_r, E_r$  et  $p_r$  les valeurs en  $i + 1$ . On définit les moyennes de Roe suivantes :

$$\text{Densité moyenne : } \bar{\rho} = \sqrt{\rho_l \rho_r} \quad (\text{b.28})$$

$$\text{Vitesse moyenne : } \bar{v} = \frac{\sqrt{\rho_l} v_l + \sqrt{\rho_r} v_r}{\sqrt{\rho_l} + \sqrt{\rho_r}} \quad (\text{b.29})$$

$$\text{Enthalpie moyenne : } \bar{H} = \frac{(E_l + p_l)/\sqrt{\rho_l} + (E_r + p_r)/\sqrt{\rho_r}}{\sqrt{\rho_l} + \sqrt{\rho_r}} \quad (\text{b.30})$$

$$\text{Vitesse du son moyenne : } \bar{c} = \sqrt{(\gamma - 1)(H - \frac{1}{2}v^2)} \quad (\text{b.31})$$

2. On a alors simplement :

$$\hat{A} = A(\bar{U}) \tag{b.32}$$

où  $\bar{U}$  est le vecteur conservatif formé à partir des moyennes de Roe.

L'implémentation du schéma est alors complète.

### **b.3.2. Test**

Pour tester le schéma, nous avons effectué le test standard du problème de Riemann. Cela consiste à mettre en place un domaine divisé en deux zones dont les états thermodynamiques diffèrent. Ici nous avons opté pour deux gaz au repos, mais possédant des densités et des pressions différentes (voir les explications de la figure C.2). La solution du problème de Riemann est bien connue (voir par ex. LeVeque 1992), elle se compose de trois ondes qui se propagent dans le milieu :

1. Une onde de choc qui se propage vers le milieu de basse pression, derrière le choc la pression du milieu est intermédiaire entre les deux pressions initiales.
2. Une discontinuité de contact ( $\rho$  discontinu,  $p$  continu) qui est advectée par le fluide.
3. Une onde de raréfaction qui se propage vers le milieu de haute pression.

Nous avons calculé la solution à ce problème en utilisant le code RAMSES (Teyssier 2002), qui est un code hydrodynamique basé sur une méthode de Godunov (méthode aux volumes finis) et utilisant une technique de raffinement automatique de la grille. La complexité de la méthode numérique dépasse de loin celle du schéma que nous avons utilisé ici, le schéma de Ramses étant spécialement fait pour résoudre des écoulements possédant des chocs. Le résultat du problème de Riemann calculé avec RAMSES après un certain intervalle de temps est utilisé comme solution de référence et montré à la figure C.2.

Le résultat, après le même intervalle de temps, calculé avec le schéma de MacCormack est montré à la figure C.2 (images du bas), à gauche sans l'étape TVD et à droite avec. Sans étape TVD, de grosses oscillations apparaissent à la position de la discontinuité de contact et déforment complètement la solution. L'onde de choc est elle aussi déformée. Avec l'étape TVD, les oscillations numériques ne se développent pas, on identifie bien les trois ondes et on peut vérifier que leurs positions et intensités (i.e. sauts de valeur) sont correctes. On notera que la dissipation numérique «étale» les discontinuités sur quelques points de grille. Dans le problème physique auquel le schéma est appliqué (c.f. chapitre II), on ne s'attend pas a priori à rencontrer des discontinuités comme des ondes de chocs ou des discontinuités de contact.



## Références

- COURANT, R., FRIEDRICH, K. & LEWY, H., 1928 ; *Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik*. *Mathematische Annalen*, **100** (1), 32
- HIRSCH, C. (réd.), 1988 ; *Numerical computation of internal & external flows : fundamentals of numerical discretization*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA
- HIRSCH, C., 1990 ; *Numerical computation of internal and external flows. Vol. 2 - Computational methods for inviscid and viscous flows*. Chichester, England and New York, John Wiley & Sons, 1990, 708 p.
- LEVEQUE, R. J., 1992 ; *Numerical Methods for Conservation Laws*. Birkhäuser - ETH Zürich
- ROE, P. L., 1981 ; *Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes*. *J. Comput. Phys.*, **43** (2), 357
- TEYSSIER, R., 2002 ; *Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES*. *A&A*, **385**, 337
- VONNEUMANN, J. & RICHTMYER, R. D., 1950 ; *A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks*. *Journal of Applied Physics*, **21** (3), 232
- YEE, H., 1987 ; *Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes*. NASA Technical Memorandum, (89464)



## Calcul de $\omega$ (équation III.13) et $F$ (équation III.19)

### a. Calcul de l'angle solide $\omega$

$\omega$  est défini comme l'angle solide sous-tendu par le bord latéral du disque au point  $L_1$ . On a :

$$\omega = \iint \frac{\vec{u} \cdot d\vec{S}}{d^2} \quad (\text{a.1})$$

où l'intégration porte sur la surface latérale *visible* du disque.  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire dirigé du point d'intégration vers le point  $L_1$  et  $d$  est la distance entre le point d'intégration et le point  $L_1$ .

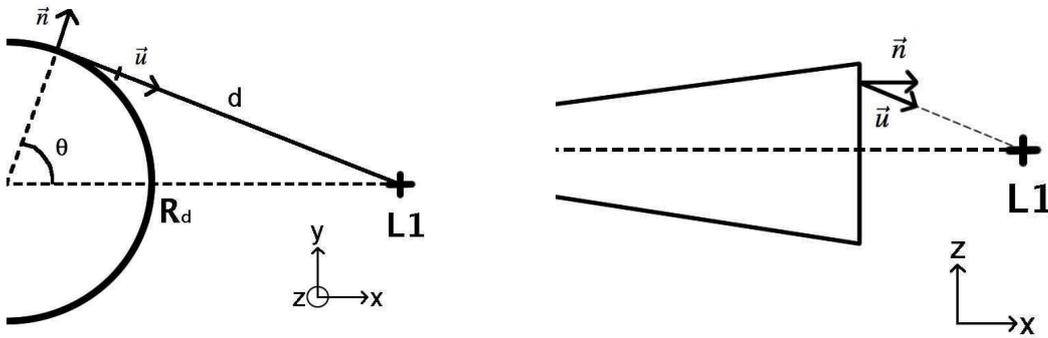


FIG. D.1 –

On utilise un système de coordonnées cylindrique  $(r, \theta, z)$  centré sur l'astre primaire (voir figure D.1), on a alors :

$$d\vec{S} = R_d d\theta dz \vec{e}_r \quad (\text{a.2})$$

$$\vec{u} = \frac{D\vec{e}_x - R_d\vec{e}_r - z\vec{e}_z}{\|D\vec{e}_x - R_d\vec{e}_r - z\vec{e}_z\|} \quad (\text{a.3})$$

d'où :

$$\frac{\vec{u} \cdot d\vec{S}}{d^2} = \frac{\frac{R_d}{D}(\cos\theta - \frac{R_d}{D})}{[1 - 2\frac{R_d}{D}\cos\theta + (\frac{R_d}{D})^2 + (\frac{z}{D})^2]^{3/2}} d\theta d(\frac{z}{D}) \quad (\text{a.4})$$

et

$$\begin{aligned}\omega &= \int_{-H}^H \int_{-\theta_m}^{\theta_m} \frac{\frac{R_d}{D}(\cos \theta - \frac{R_d}{D})}{[1 - 2\frac{R_d}{D}\cos \theta + (\frac{R_d}{D})^2 + (\frac{z}{D})^2]^{3/2}} d\theta d(\frac{z}{D}) \\ &= 4 \int_0^{\theta_m} d\theta \int_0^{\frac{H}{D}} \frac{\frac{R_d}{D}(\cos \theta - \frac{R_d}{D})}{[1 - 2\frac{R_d}{D}\cos \theta + (\frac{R_d}{D})^2 + \bar{z}^2]^{3/2}} d\bar{z}\end{aligned}\quad (\text{a.5})$$

où on a utilisé les symétries du problème à la deuxième ligne et l'on a effectué le changement de variable  $\bar{z} = z/D$ .  $\theta_m$  est défini par

$$\cos \theta_m = \frac{R_d}{D} \quad (\text{a.6})$$

L'intégration sur  $\bar{z}$  dans l'équation a.5 peut se faire en effectuant le changement de variable  $\bar{z} = \tan \psi$ . On trouve tout calcul fait :

$$\omega = 4 \int_0^{\theta_m} d\theta \frac{\frac{H}{D} \frac{R_d}{D} (\cos \theta - \frac{R_d}{D})}{\left(1 - 2\frac{R_d}{D}\cos \theta + (\frac{R_d}{D})^2\right) \sqrt{1 - 2\frac{R_d}{D}\cos \theta + (\frac{R_d}{D})^2 + \frac{H^2}{D^2}}} \quad (\text{a.7})$$

Cette intégrale n'est pas calculable analytiquement, mais elle se calcule très facilement numériquement.

## b. Calcul du flux rétro-diffusé $F$

Nous explicitons ici le calcul de l'intégrale donnant  $F$  (équation III.18) :

$$F = \iiint \frac{\epsilon(\vec{r})dV}{d^2} \quad (\text{b.1})$$

On utilise un système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$  centré sur le centre de masse de la primaire. Grâce à la symétrie sphérique du problème, l'intégrale b.1 devient :

$$F = \int dr \epsilon(r) \iint \frac{dS}{d^2} \quad (\text{b.2})$$

avec  $dS = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$  et  $d^2 = r^2 + D^2 - 2rD \cos \theta$ . Les bornes de l'intégration radiale sont discutées dans le corps du texte. Nous nous concentrons ici sur les intégrales angulaires. L'intégration sur  $\phi$  est triviale ne fait que rajouter un facteur  $2\pi$ , l'intégration sur  $\theta$  se fait en changeant de variable d'intégration  $u = \cos \theta$  :

$$\begin{aligned}\iint \frac{dS}{d^2} &= 2\pi \int_0^\pi d\theta \frac{r^2 \sin \theta}{r^2 + D^2 - 2rD \cos \theta} \\ &= 2\pi \int_{-1}^1 \frac{du}{1 + \frac{D^2}{r^2} - 2\frac{D}{r}u} \\ &= 2\pi \frac{r}{D} \ln \frac{1 + \frac{D}{r}}{|1 - \frac{D}{r}|}\end{aligned}\quad (\text{b.3})$$

Il est intéressant de noter le comportement asymptotique de cette fonction : on peut vérifier que  $\iint \frac{dS}{d^2} \rightarrow 4\pi$  quand  $r \rightarrow \infty$  et que  $\iint \frac{dS}{d^2} \rightarrow 0$  quand  $r \rightarrow 0$ . Remarquons que la fonction diverge en  $r = D$ , toutefois l'intégrale b.2 est bien définie car la divergence de la fonction logarithme à l'origine est intégrable.

On a donc :

$$F = \int \epsilon(r)g(r)dr \quad (\text{b.4})$$

où  $g(r)$  est la fonction donnée par l'équation b.3.





Annexe E

**Article 1 : "Hydrodynamic  
simulations of irradiated secondaries  
in dwarf novae"**



**Article 2 : "Mass transfer variation in  
the outburst model of dwarf novae  
and soft X-ray transients"**



Annexe G

**Article 3 : "The thermal-viscous disc  
instability model in the AGN  
context"**

