

École Doctorale Mathématiques, Sciences de  
l'Information et de l'Ingénieur

---

UdS – INSA – ENGEES

## THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Strasbourg

Discipline : Électronique, Électrotechnique, Automatique

par

**Farès ABDA**

Conception et Évaluation d'Algorithmes  
pour la Mesure des Vitesses des Liquides  
dans les Conduites et les Canaux  
à l'Aide d'Ondes Ultrasonores Pulsées

soutenue publiquement le 1<sup>er</sup> octobre 2009

### Membres du jury

<i>Directeur de thèse :</i>	M. Karim BEKKOUR,	MC HDR,	IMFS - Strasbourg
<i>Co-directeur de thèse :</i>	M. José RAGOT,	Prof.,	INPL - Nancy
<i>Rapporteur interne :</i>	M. Eric OSTERTAG,	Prof.,	ENSPS - Strasbourg
<i>Rapporteur externe :</i>	M. Gilles FLEURY,	Prof.,	SUPELEC - Gif-sur-Yvette
<i>Rapporteur externe :</i>	M. Jérôme IDIER,	DR HDR,	IRCCyN - Nantes
<i>Examineur :</i>	M. David HURTHER,	CR CNRS,	LEGI - Grenoble

À mes grands-pères, Bachir et Lakhdar.

# Remerciements

Je souhaite adresser mes plus vifs remerciements à Messieurs Bekkour et Ragot pour avoir dirigé mon travail de thèse avec toute l'attention qu'ils m'ont accordé constamment tout au long de ce parcours.

J'adresse mes remerciements tout particulièrement à Philippe Schmitt, ingénieur de recherche au CNRS, pour l'accueil chaleureux qu'il m'a réservé depuis le tout début de mon travail de thèse au sein de la cellule de métrologie électronique de l'IMFS qu'il dirige. Je souhaite également lui adresser ma reconnaissance pour les efforts qu'il a fournis avec tant de générosité pour que cette thèse aboutisse à son terme.

Je souhaite également adresser mes chaleureux remerciements à Messieurs Fleury, Hurther, Idier et Ostertag pour avoir accepté de faire partie du jury de thèse, ainsi que pour leurs remarques pertinentes qui ont contribué à améliorer la qualité de ce document.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance à Anne, Fabrice, Joseph, Hakim, Pierre et Stéphane pour tout ce qu'il m'ont donné durant mon séjour à l'IMFS et à l'IUT de Colmar.

J'adresse mes remerciements à l'entreprise ULTRAFLUX ainsi qu'à l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) pour avoir financé ce travail.

J'adresse un grand merci à ma grande famille, et à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

*Last but not least*, j'adresse mes plus affectueux sentiments à l'attention de mon épouse Hania, mon fils Firas et ma fille Inès pour avoir supporté mes humeurs et mon absence. Puissent-ils pardonner tout ce qu'ils ont pu endurer pendant le déroulement de ce long travail.

# Résumé

Ce travail s'inscrit dans le cadre de la mesure de la vitesse d'écoulement d'un liquide chargé en particules par l'utilisation d'ondes ultrasonores pulsées. La vitesse des particules, considérée comme représentative de la vitesse de l'écoulement, est estimée à partir de l'onde ultrasonore rétrodiffusée par les cibles que sont les particules, en réponse à une onde d'excitation initialement émise dans le milieu de façon périodique. Le signal rétrodiffusé durant un cycle d'émission/réception est décomposé par fenêtrage temporel en un ensemble de sous-signaux où chacun correspond à une profondeur donnée. L'objectif de ce travail consiste en l'élaboration d'algorithmes pour l'accès à l'information de profil de vitesse. La résolution de ce problème s'inspire donc largement des études précédemment menées en technologie radar et sonar ainsi qu'en échographie médicale. Les différentes méthodes employées peuvent être classifiées en trois catégories principales, à savoir les méthodes cohérentes, incohérentes et les méthodes hybrides.

La première catégorie, essentiellement développée en échographie, présente l'avantage de fournir une information à haute résolution spatiale et temporelle avec une bonne précision. Les différents algorithmes employés dans cette catégorie se distinguent en deux sous-catégories, les méthodes temporelles, où le problème se réduit à une estimation de délai correspondant à un déplacement, et les méthodes spectrales, où le problème consiste en une estimation du premier moment spectral d'un signal complexe obtenu par démodulation en phase et en quadrature de l'écho ultrasonore. La méthode temporelle présentant l'avantage de repousser l'ambiguïté profondeur-vitesse, elle impose en revanche une charge de calcul supérieure ainsi que des fréquences d'échantillonnage élevées. Dans cette optique, une amélioration de l'estimation du délai temporel par une méthode d'intercorrélation régularisée permettant de tenir compte de la douceur temporelle et spatiale du champ de vitesse de l'écoulement est proposée et validée par des mesures effectuées sur un écoulement de bentonite.

D'un autre côté, les méthodes incohérentes et hybrides s'imposent dans des écoulements caractérisés par de grandes dimensions ainsi que des vitesses élevées, notamment dans les canaux et les rivières. Les premières sont caractérisées par une résolution limitée et une précision ne pouvant être acceptable que par l'emploi d'un moyennage sur des durées importantes de plusieurs estimées statistiquement indépendantes. Les secondes, combinées avec une compression d'impulsion par codage en phase, permettent en revanche d'atteindre des performances intermédiaires

aux méthodes cohérentes et incohérentes. On se propose de caractériser les performances comparatives d'un mode de compression alternatif au codage binaire de la phase (codes minimisant le niveau des lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation), et qui consiste à superposer une succession d'impulsions modulées en rampe de fréquence. On montre sur la base d'une modélisation du signal acoustique rétrodiffusé, qu'il est possible, soit de réduire la variance d'estimation, soit d'augmenter la vitesse maximale mesurable de 50% sans affecter cette variance. Un algorithme basé sur la localisation du délai inter-pulse afin de lever l'ambiguïté sur la mesure de la phase tout en minimisant la variance d'estimation est également proposé.

# Table des matières

<b>Page de garde</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Résumé</b>	<b>vii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>xiii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>1</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Estimation de la vitesse des liquides par ultrasons pulsés</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Contexte et enjeux . . . . .	5
1.3 Classification des méthodes existantes et état de l'art . . . . .	7
1.3.1 Méthodes incohérentes . . . . .	7
1.3.2 Méthodes cohérentes . . . . .	8
1.3.3 Méthode monocoup par codage répété de la porteuse . . . . .	9
1.4 Conclusion . . . . .	10
<b>2 Estimation Pulse-Pair des paramètres du spectre Doppler</b>	<b>11</b>
2.1 Introduction . . . . .	11
2.2 Détermination heuristique de l'estimateur . . . . .	12
2.2.1 Fréquence moyenne . . . . .	14
2.2.2 Largeur spectrale . . . . .	15
2.3 Estimateur du maximum de vraisemblance . . . . .	16
2.4 Variances, bornes de Cramér-Rao et biais d'estimation . . . . .	20
2.4.1 Variances des estimateurs des moments spectraux . . . . .	20
2.4.2 Biais . . . . .	23
2.5 Variance d'estimation pour un signal arbitraire . . . . .	24

2.5.1	Cas d'une longue durée de corrélation . . . . .	27
2.5.2	Cas d'un signal d'excitation à enveloppe gaussienne . . . . .	28
2.5.3	Cas où les paires sont indépendantes . . . . .	28
2.6	Incertitude et coefficient de corrélation . . . . .	29
2.7	Choix optimal du délai interpulse . . . . .	30
2.8	Conclusion . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Algorithmes cohérents</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction . . . . .	35
3.2	Principe . . . . .	36
3.3	Méthodes à bande étroite . . . . .	41
3.3.1	Algorithme de Kasai . . . . .	41
3.3.2	Variantes et améliorations de la méthode de Kasai . . . . .	43
3.4	Méthodes large bande . . . . .	44
3.4.1	Intercorrélation temporelle . . . . .	45
3.4.2	Interpolation de la fonction d'intercorrélation . . . . .	46
3.4.3	Précision et limites . . . . .	47
3.5	Régularisation de la fonction d'intercorrélation temporelle . . . . .	48
3.5.1	Principe . . . . .	49
3.5.2	Résultats expérimentaux comparatifs . . . . .	52
3.6	Conclusion . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Algorithmes incohérents</b>	<b>57</b>
4.1	Introduction . . . . .	57
4.2	Principe de fonctionnement . . . . .	58
4.3	Calcul de la covariance du signal rétrodiffusé . . . . .	59
4.3.1	Covariance du volume fenêtré . . . . .	60
4.3.2	Covariance moyennée du volume fenêtré . . . . .	60
4.3.3	Covariance du volume fenêtré moyenné . . . . .	61
4.4	Délai interpulse optimal . . . . .	61
4.5	Gain variable dans le temps . . . . .	62
4.6	Modèle du signal pour un faisceau unique . . . . .	62
4.7	Variance d'estimation de la vitesse radiale . . . . .	64
4.7.1	Expression de la borne de Cramér-Rao . . . . .	64
4.7.2	Variance d'estimation d'un faisceau unique . . . . .	65
4.7.3	Effet de la discrétisation et de la taille quelconque de la cellule . . . . .	69
4.8	Conclusion . . . . .	73

<b>5</b>	<b>Approche hybride : estimation monocoup par compression d'impulsion répétée</b>	<b>75</b>
5.1	Introduction . . . . .	75
5.2	Principe de fonctionnement . . . . .	76
5.2.1	Autocorrélation d'une succession de deux impulsions identiques . . . . .	77
5.2.2	Effet Doppler sur un signal à large bande spectrale . . . . .	78
5.2.3	Effet Doppler sur une succession de deux impulsions identiques . . . . .	78
5.2.4	Effet sur le signal en bande de base . . . . .	80
5.2.5	Cas d'une distribution aléatoire d'un ensemble de particules . . . . .	84
5.3	Compression d'impulsion par codage en phase . . . . .	86
5.3.1	Codes de Barker . . . . .	87
5.3.2	Codes MPSL . . . . .	88
5.4	Compression d'impulsion par modulation de fréquence . . . . .	89
5.4.1	Avantages . . . . .	90
5.4.2	Autocorrélation d'une paire de chirps successifs . . . . .	91
5.5	Modèle du signal large bande et variance d'estimation . . . . .	94
5.6	Simulation comparative des performances . . . . .	97
5.6.1	Taille de la cellule . . . . .	99
5.6.2	Largeur spectrale . . . . .	101
5.6.3	Rapport signal à bruit . . . . .	103
5.6.4	Nombre de particules . . . . .	104
5.6.5	Dispersion de la vitesse . . . . .	104
5.7	Vérification expérimentale comparative . . . . .	105
5.8	Vers une élimination de la limite de Nyquist . . . . .	114
5.8.1	Principe . . . . .	114
5.8.2	Algorithme proposé . . . . .	115
5.8.3	Simulation comparative . . . . .	118
5.9	Conclusion . . . . .	120
	<b>Conclusion générale</b>	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>Variance d'estimation pour des paires décalées</b>	<b>125</b>
A.1	Introduction . . . . .	125
A.2	Préliminaires . . . . .	125
A.3	Variance d'estimation de la moyenne spectrale . . . . .	126
A.4	Cas d'un processus gaussien . . . . .	129

---

<b>B Le filtre linéaire optimal</b>	<b>131</b>
B.1 Introduction . . . . .	131
B.2 Position du problème . . . . .	131
B.3 Minimisation de l'EQM . . . . .	132
<b>C Autocorrélation d'un chirp linéaire</b>	<b>135</b>
C.1 Introduction . . . . .	135
C.2 Autocorrélation de l'enveloppe complexe d'un chirp linéaire . . . . .	137
C.3 Autocorrélation d'un chirp réel . . . . .	140
<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>

# Table des figures

1.1	Configuration expérimentale avec le transducteur au fond de l'écoulement. . . . .	6
1.2	Exemple de mesure du débit d'une rivière de section arbitraire par balayage de l'écoulement le long de la section en utilisant un profileur acoustique à effet Doppler. . . . .	8
2.1	Écart-type normalisé de l'estimée de la fréquence moyenne en fonction du délai interpulse. . . . .	22
2.2	Écart-type normalisé de l'estimée de la largeur spectrale en fonction du délai interpulse. . . . .	23
2.3	Écart-type normalisé de l'estimée de la fréquence moyenne en fonction du délai interpulse. $f_o = 1MHz, v = 1m/s$ . . . . .	31
2.4	Fréquence de répétition optimale en fonction du rapport signal à bruit pour trois valeurs de la largeur spectrale normalisée. $f_o = 1MHz, v = 1m/s$ . . . . .	31
2.5	Écart-type normalisé de l'estimée de la fréquence moyenne en fonction du délai interpulse. $f_o = 2MHz, v = 0,3m/s$ . . . . .	32
2.6	Fréquence de répétition optimale en fonction du rapport signal à bruit pour trois valeurs de la largeur spectrale normalisée. $f_o = 2MHz, v = 0,3m/s$ . . . . .	33
3.1	Principe de fonctionnement d'un système cohérent pulse-à-pulse. . . . .	37
3.2	Illustration de la relation entre les techniques cohérentes à large bande et à bande étroite. . . . .	40
3.3	Diagramme de la méthode de Kasai basée sur l'estimation du déphasage du signal Doppler en bande de base. . . . .	42
3.4	Intégration de la douceur temporelle et de la corrélation spatiale pour l'estimation de la vitesse. . . . .	50
3.5	Comparaison entre intercorrélation simple et intercorrélation régularisée en l'absence d'ambiguïté sur la localisation du pic de corrélation. $\alpha = 10^{-4}, \beta = 2.10^{-6}$ . . . . .	51
3.6	Comparaison entre intercorrélation simple et intercorrélation régularisée en présence d'un pic aberrant. $\alpha = 10^{-4}, \beta = 2.10^{-6}$ . . . . .	51
3.7	Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de $17\text{ cm/s}$ et $f_{PRF} = 10\text{ kHz}$ . . . . .	53
3.8	Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de $40\text{ cm/s}$ et $f_{PRF} = 10\text{ kHz}$ . . . . .	53

3.9	Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de $90\text{ cm/s}$ et $f_{PRF} = 10\text{ kHz}$ .	54
3.10	Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de $125\text{ cm/s}$ et $f_{PRF} = 10\text{ kHz}$ .	54
3.11	Exemple de mesure de profil de vitesse au-delà de la limite de Nyquist pour une vitesse moyenne de $133\text{ cm/s}$ et $f_{PRF} = 4\text{ kHz}$ .	55
4.1	Principe de fonctionnement d'un système incohérent. La profondeur maximale explorable n'est limitée que par le rapport signal à bruit.	58
4.2	Diagramme d'un système sonar Doppler incohérent générique.	59
4.3	Borne de Cramér-Rao pour l'estimation d'une vitesse constante par méthode incohérente ( $f_o = 1\text{ MHz}$ , $T = 1\text{ m}$ ). En trait plein : pour un $S_{NR}$ quelconque (relation (4.35)), et en tirets : allure asymptotique pour un $S_{NR} \ll 1$ (relation (4.32)).	68
4.4	Variation de l'information de Fisher en fonction de la durée $T_s$ du signal fenêtré.	73
5.1	Principe de la méthode hybride. Deux impulsions successives suffisent à fournir une estimée de la fréquence Doppler.	76
5.2	Signal d'émission $e(t)$ , et signal retourné $r(t)$ par une cible en rapprochement.	77
5.3	Effet Doppler sur la fonction d'autocorrélation de la paire d'impulsions sinusoïdales de la figure (5.2).	80
5.4	Effet Doppler sur une paire d'impulsions large bande identiques. L'ajout de bruit illustre l'intérêt d'estimer la phase de l'enveloppe complexe au voisinage d'un des pics latéraux de la fonction d'autocorrélation.	82
5.5	Allure des fonctions d'autocorrélation normalisées, simulée et mesurée. Paramètres : $f_0 = 2\text{ MHz}$ , largeur spectrale = $1.2\text{ MHz}$ , vitesse radiale $v = 0.3\text{ m/s}$ et le rapport signal à bruit $S_{NR} = 6.5\text{ dB}$ .	85
5.6	Enveloppe temporelle du signal modulé et fonction d'autocorrélation pour un code de Barker de taille $N = 7$ .	88
5.7	Schéma de compression d'impulsion du signal d'émission.	92
5.8	Parties réelle et imaginaire de la fonction d'autocorrélation d'un double chirp pour $\gamma = \frac{3}{4}$ . Taux de compression d'un chirp égal à 50. On représente l'allure pour trois vitesses Doppler : en noir $0\text{ m/s}$ , en rouge $2\text{ m/s}$ et en bleu $4\text{ m/s}$ .	93
5.9	Performance de l'estimateur Pulse-Pair pour un système à large bande spectrale (en rouge) et un système à bande étroite (en bleu).	96
5.10	Diagramme de simulation d'un système hybride.	99
5.11	Effet de la variation de la taille de la cellule sur l'écart-type d'estimation ( $S_{NR} = 0\text{ dB}$ et $\rho = 0,93$ ).	100
5.12	Effet de la variation de la largeur de bande spectrale du signal d'émission sur l'écart-type d'estimation. $S_{NR} = 0\text{ dB}$ , largeur spectrale du transducteur infinie.	102

5.13	Effet de la variation de la largeur de bande spectrale du signal d'émission sur l'écart-type d'estimation. $S_{NR} = 0dB$ , largeur spectrale du transducteur $B = 660kHz$ à $-3dB$ . . . . .	102
5.14	Effet du rapport signal à bruit sur l'écart-type d'estimation ( $L = 0,98m$ , $\rho = 0,96$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 80\%$ ). . . . .	103
5.15	Effet du nombre de particules sur le biais et l'écart-type d'estimation pour $\gamma = 1$ . . . . .	104
5.16	Effet de la dispersion de la vitesse des particules sur le biais et l'écart-type d'estimation pour $\gamma = 1$ . . . . .	105
5.17	Mesure comparative pour deux impulsions à 51 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	106
5.18	Mesure comparative pour deux impulsions à 34 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	107
5.19	Mesure comparative pour trois impulsions à 34 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	108
5.20	Mesure comparative pour deux impulsions à 25 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	109
5.21	Mesure comparative pour trois impulsions à 25 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	109
5.22	Mesure comparative pour quatre impulsions à 25 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	110
5.23	Mesure comparative pour deux impulsions à 13 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	110
5.24	Mesure comparative pour trois impulsions à 13 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	111
5.25	Mesure comparative pour quatre impulsions à 13 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	112
5.26	Mesure comparative pour huit impulsions à 13 bits pour $\gamma = 1$ et $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence. . . . .	112
5.27	Mesure comparative entre trois valeurs de $\gamma$ pour deux impulsions à 51 bits et double chirp ayant un $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . De haut en bas on a respectivement, codage en phase, $\gamma = 1$ , $\gamma = \frac{1}{2}$ et $\gamma = \frac{3}{4}$ . . . . .	113
5.28	Principe de l'algorithme proposé : exploitation de l'avantage à estimer le déphasage par Pulse-Pair au voisinage immédiat du pic de corrélation. . . . .	116
5.29	Simulation comparative des vitesses estimées par l'algorithme proposé, Pulse-Pair, intercorrélacion en bande radio ainsi que par l'enveloppe de l'autocorrélacion en bande de base ( $S_{NR} = -8dB$ , $v = 5,5m/s$ , $V_{max} = \pm 1,84m/s$ ). . . . .	118

---

5.30	Écart-types d'estimation de la vitesse radiale pour une vitesse témoin de $0\text{ m/s}$ en fonction du rapport signal à bruit. . . . .	119
5.31	Écart-types d'estimation de la vitesse radiale pour une vitesse témoin de $5\text{ m/s}$ en fonction du rapport signal à bruit. . . . .	119
A.1	$N$ paires décalées. . . . .	126
B.1	Problème du filtre linéaire. . . . .	131
C.1	Fréquence instantanée du chirp en bande radio. . . . .	136
C.2	Calcul de l'autocorrélation en bande de base. . . . .	137
C.3	Allure des parties réelle et imaginaire de la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe complexe d'un chirp linéaire. . . . .	139

# Introduction

La mesure de la vitesse d'un fluide est d'une importance capitale dans plusieurs domaines de l'industrie. De la mesure de débit d'une rivière ou d'un canal à celle d'une veine humaine, les applications sont multiples et les techniques employées très diversifiées. L'utilisation d'ondes ultrasonores pulsées présente les avantages suivants :

- est non intrusive, ou très faiblement intrusive ;
- permet la mesure dans des fluides chargés ou fortement chargés (opaques) ;
- est applicable dans différentes situations, pour des dimensions de quelques millimètres à plusieurs centaines de mètres de profondeur ;
- permet d'accéder à la distribution spatiale du champs de vitesse le long du faisceau ultrasonore ;
- permet d'effectuer une mesure en utilisant un seul transducteur en émission/réception ;
- permet de caractériser un champ de vitesse sur un écoulement à surface libre arbitraire par déplacement du transducteur le long de la surface de l'écoulement ;
- fournit un profil de vitesse permettant de déterminer le débit par intégration sur la section de l'écoulement ;
- permet d'accéder à la distribution granulométrique des matières en suspension dans le fluide par l'emploi d'un balayage fréquentiel, ceci en exploitant la mesure de la quantité d'énergie retournée par le milieu à une profondeur donnée ;
- offre la possibilité de mesurer en même temps que le champ de vitesse la géométrie de la section de l'écoulement par déplacement du transducteur. Cet aspect constitue un avantage inédit par comparaison avec les méthodes de mesure concurrentes ;
- se caractérise par une très faible usure de l'instrument et pas de dérive dans le temps.

Parallèlement à ces avantages, il existe un certain nombre d'inconvénients :

- relative complexité de l'instrument ;
- nécessité d'existence de particules suspendues dans l'écoulement dont la vitesse est supposée identique à celle du fluide porteur (cette condition est quasiment toujours vérifiée pour la plage fréquentielle utilisée et la taille moyenne ainsi que la densité des particules en suspension dans les fluides étudiés dans ce travail) ;

- influence de la variation de la vitesse des ultrasons dans le milieu en fonction de la température. Néanmoins cet inconvénient peut être éliminé par l’emploi d’un réseau de transducteurs [Vogt *et al.*, 2007];
- existence de lobes secondaires sur la fonction de directivité du transducteur, qui sous certaines conditions peut introduire un biais sur l’estimation de la vitesse des particules contenues dans le lobe principal. Cet aspect est caractéristique de la nature distribuée de la cible pour le cas d’un sonar Doppler, par opposition à une cible discrète dans le cas des sonars utilisés pour la détection.

Le sujet de cette thèse se place dans le cadre de l’étude d’un nouveau procédé de mesure de vitesses par ultrasons. Il s’agit d’un système de mesure des profils instantanés de vitesse de fluides chargés, dans des sections d’écoulement en charge ou à surface libre. Il doit permettre la mesure in situ, en continu, de vitesses stables ou fluctuantes, de fluides transparents ou non.

Cette thématique se place dans la continuité d’un projet RITEAU (Réseau de recherche et d’Innovation Technologique “ Eau et technologies de l’environnement ” financé par le ministère de l’industrie), dont l’IMFS est l’instigateur, et qui a débuté en juillet 2003 en collaboration avec des industriels, la CUGN (Communauté Urbaine du Grand Nancy), le laboratoire CRAN (Centre de Recherche en Automatique de Nancy) et l’ENGEES (Ecole Nationale du Génie de l’Eau et de l’Environnement de Strasbourg).

Un premier prototype a été initialement développé au sein du laboratoire IMFS utilisant un ordinateur industriel comme support pour le calcul (travail de thèse de Stéphane Fischer [Fischer, 2004]); il contient des cartes de commandes et de lecture des données qui communiquent avec une carte électronique spécifique contenant des fonctions de pilotage de transducteurs et d’amplification de signaux analogiques. Ce système a permis de valider les principes de mesures vélocimétriques basés sur l’étude du signal Doppler (travail de thèse de Walid Jaafar [Jaafar, 2006]).

Ce travail de thèse s’inscrit dans la continuité de cette recherche et a pour objectif plus spécifique l’investigation et l’évaluation approfondie des méthodes utilisant la corrélation sur le signal rétrodiffusé brut de systèmes ultrasonores pulsés fonctionnant en émission-réception.

L’étude menée dans le cadre de cette thèse s’est concentrée sur l’exploitation et l’analyse de données générées par un système ultrasonore de topologie identique à ceux développés initialement au laboratoire : c’est le principe de l’onde ultrasonore pulsée envoyée dans le milieu à étudier. La corde de mesure soumise à l’onde ultrasonore est découpée en volumes de mesures de sorte à permettre le calcul d’un profil de vitesse.

Ce travail de thèse s’est déroulé au sein de l’équipe EFCA : « Écoulements Chargés, Fluides, Assainissement » de l’IMFS, en collaboration étroite avec la cellule de Métrologie de l’IMFS,

le laboratoire CRAN et les autres partenaires du projet RITEAU. Les différents algorithmes développés ont été validés par des essais en laboratoire et in situ (boucle hydraulique de l'IMFS et plate forme technologique en hydraulique d'Alsace).

Le financement de la thèse a été effectué sous convention CIFRE dans le cadre d'une collaboration du laboratoire IMFS avec la société ULTRAFLUX.

Les travaux menés dans le cadre de cette thèse, effectués au sein de l'équipe EFCA, ont fait l'objet de communications en conférences et congrès [Abda *et al.*, 2007, Abda et Schmitt, 2007, Abda et Schmitt, 2008, Fischer *et al.*, 2006, Pallarès *et al.*, 2006, Pallarès *et al.*, 2007b, Pallarès *et al.*, 2007a, Pallarès *et al.*, 2008, François *et al.*, 2008, Schmitt *et al.*, 2007a, Schmitt *et al.*, 2007b, Schmitt *et al.*, 2008], ainsi que la publication d'articles dans des revues [Abda et Schmitt, 2009, Fischer *et al.*, 2007, Pallarès *et al.*, 2009, Schmitt *et al.*, 2009].

En particulier, l'article [Abda et Schmitt, 2008] intitulé : "*Single-Shot Doppler Velocity Estimation Using Double Chirp Pulse Compression*" a été récompensé par le comité scientifique du 6<sup>th</sup> *International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering* par la distinction "*Student paper award*". Une invitation spéciale nous a également été adressée afin de présenter cette nouvelle technologie au 33<sup>ème</sup> congrès IAHR qui s'est tenu à Vancouver. Nous n'avons malheureusement pas pu satisfaire cette honorable invitation.

La suite de ce document est organisée comme suit. Le premier chapitre présente le principe général de la mesure des profils de vitesse des liquides par l'emploi d'ondes ultrasonores pulsées en exploitant l'effet Doppler. Le deuxième chapitre présente la méthode Pulse-Pair pour l'estimation des deux premiers moments spectraux d'un processus complexe supposé gaussien perturbé par un bruit additif. Les propriétés statistiques de cet estimateur sont étudiées en détail par l'emploi de plusieurs approches afin de décrire et d'expliquer théoriquement l'effet des différents paramètres sur la qualité de la mesure. Le troisième chapitre aborde les méthode dites cohérentes pour l'estimation de la vitesse d'un fluide chargé avec une très bonne résolution spatiale et temporelle. En particulier, on propose une amélioration de la méthode d'intercorrélacion temporelle permettant de réduire l'effet du bruit sur l'estimation non ambiguë de la position du pic de corrélation. Le quatrième chapitre est dédié aux systèmes dits incohérents en raison de leur utilisation historique et toujours d'actualité pour des applications où les profondeurs et les vitesses mises en jeu sont au-delà des limites caractéristiques des systèmes cohérents. Enfin le cinquième chapitre expose une méthode alternative aux méthodes cohérentes et incohérentes. Une approche originale pour la génération d'impulsions large bande est proposée et validée à travers une étude comparative par simulation et par expérimentation. Les performances observées sont également comparées avec les limites théoriques exposées au deuxième et au quatrième chapitres. Finalement un nouvel algorithme est proposé permettant de lever l'ambiguïté sur l'estimation de la vitesse tout en minimisant la variance d'estimation.



# Chapitre 1

## Estimation de la vitesse des liquides par ultrasons pulsés

### 1.1 Introduction

L'utilisation des ultrasons pour la mesure en temps réel des profils de vitesse des liquides, et en particulier la vitesse de l'eau chargée en particules, par l'emploi d'un instrument actif exploitant l'effet Doppler, présente l'avantage de surmonter la plupart des problèmes rencontrés *in situ*. L'immunité d'une telle méthode aux fausses manœuvres caractéristiques des méthodes classiques (moulinets à hélice par exemple), et qui de plus présente l'avantage d'être non intrusive, sont des caractéristiques qui lui confèrent un usage exclusif dans une large gamme d'applications. Les instruments proposés pour répondre à une multitude d'applications sont le fruit d'une adaptation de la technique de mesure pour répondre aux exigences particulières à chaque situation, de la mesure de la vitesse relative des navires et des courants océaniques, jusqu'à l'étude des structures turbulentes exigeant des résolutions spatiales de plus en plus fines.

### 1.2 Contexte et enjeux

De part le principe de fonctionnement de tels instruments, l'utilisation d'un transducteur en mode monostatique repose sur la mesure du déphasage lié à la variation de la distance qui sépare les cibles en mouvement du transducteur, autrement dit, il s'agit de mesurer des vitesses radiales relativement au faisceau ultrasonore illuminant le milieu [Takeda, 1986]. Ceci implique donc que

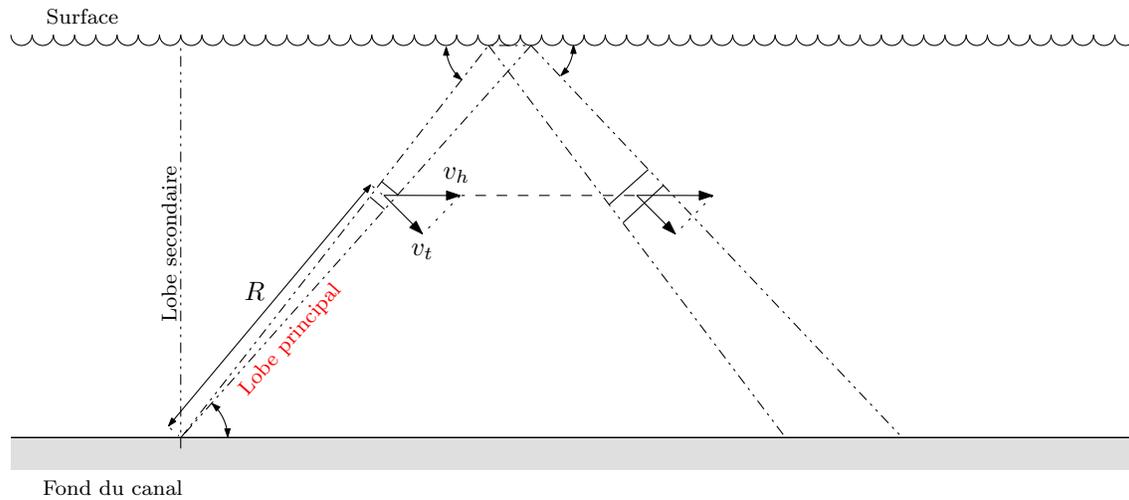


FIG. 1.1 – Configuration expérimentale avec le transducteur au fond de l'écoulement.

pour pouvoir accéder à une vitesse vectorielle, il est indispensable d'utiliser plusieurs transducteurs fournissant chacun indépendamment des autres une vitesse radiale suivant une direction déterminée, et la combinaison des différentes composantes ainsi obtenues, permet d'accéder à la vitesse vectorielle à trois composantes relativement à un repère orthonormé de référence. Si l'on suppose un écoulement suffisamment uniforme horizontalement, l'utilisation d'un instrument unique comportant soit un réseau de transducteurs permettant un balayage spatial soit un ensemble de transducteurs simples orientés dans différentes directions, peut constituer une solution efficace pour accéder à la distribution spatiale, en fonction de la profondeur, du champs vectoriel de la vitesse du fluide.

L'utilisation d'un instrument ultrasonore à effet Doppler exige donc que le liquide en question soit suffisamment chargé en particules, ces dernières constituant des traceurs dont la vitesse est représentative de celle de l'écoulement. Toute cible d'une taille de quelques dizaines à quelques centaines de micromètres, voire quelques millimètres, peut s'avérer suffisante. À titre indicatif on peut citer le sable, le plancton, les minéraux de toutes sortes, les matières organiques, etc. Cependant, l'existence de particules, de bulles ou d'organismes pouvant se déplacer dans l'écoulement peut biaiser de façon significative la mesure de vitesse. De même l'existence d'échos parasites liés à la présence d'objets fixes dans le trajet des ultrasons ou bien les réflexions sur la surface du liquide, en raison de l'existence des lobes secondaires de la fonction de directivité du transducteur, peuvent également introduire des erreurs de mesure importantes. À titre d'exemple, on présente sur la figure (1.1) une configuration pour la mesure de la vitesse d'un écoulement à surface libre où le transducteur est positionné au fond du canal. On représente les perturbations liées aux réflexions sur les interfaces eau-air, ainsi qu'au niveau de l'interface eau-fond du canal après réflexion sur la surface de l'écoulement. Ces réflexions sont d'autant plus néfastes que le signal retourné par les particules en suspension est faible. Dans ces conditions,

une méthode de suppression des échos parasites est nécessaire [Fischer, 2004, Weidong, 1997].

Les différents travaux menés jusque là ont été effectués dans le contexte biomédical pour la mesure de la vitesse des tissus. Ces travaux ont été naturellement orientés pour maximiser la résolution spatiale, exigence naturellement dictée par les dimensions des différents organes à explorer. Parallèlement, les applications océanographiques se sont développées pour l'étude des courants marins ainsi que pour la mesure de la vitesse relative des navires. Dans ce contexte, et pour des objectifs de navigation, il est préférable d'accéder à la vitesse par rapport au fond marin plutôt que par rapport à la masse d'eau, cependant, si l'on a accès conjointement aux deux vitesses relatives, il est alors possible de mesurer les profils de vitesses pendant le déplacement du navire. Cet aspect est notamment exploité pour la mesure du débit des rivières par balayage le long de la section totale de l'écoulement en tenant compte de la trajectoire de l'embarcation, cette dernière étant estimée à partir des réflexions retournées par l'interface fluide-fond de l'écoulement. On présente sur la figure (1.2) la configuration expérimentale pour une mesure du profil de vitesse le long de la section d'une rivière. L'instrument utilisé est un profileur acoustique à effet Doppler muni de quatre faisceaux ultrasonores [Rowe et Young, 1979, Theriault, 1986a], où chaque faisceau fournit une projection du vecteur vitesse à une profondeur donnée. L'intégration le long de la section de l'écoulement permet d'évaluer le débit de la rivière. Cette méthode présente l'avantage de permettre l'estimation des dimensions de la section de l'écoulement en même temps que le profil de vitesse le long du faisceau ultrasonore.

## 1.3 Classification des méthodes existantes et état de l'art

Les solutions actuellement existantes peuvent être classées en trois grandes catégories que l'on se propose de décrire rapidement dans ce qui suit.

### 1.3.1 Méthodes incohérentes

Les premiers sonars Doppler destinés à des applications océanographiques étaient basés sur l'observation du décalage Doppler moyen, à partir du signal ultrasonore rétrodiffusé suite à l'émission d'un pulse unique [Pinkel, 1979, Rowe et Young, 1979, Theriault, 1986a]. Cette approche impose l'utilisation d'impulsions de longue durée ce qui a pour conséquence de réduire la résolution spatiale de l'instrument. Cet aspect des systèmes incohérents les rend inutilisables pour accéder aux faibles fluctuations de la vitesse lorsque les dimensions spatiales sont inférieures à la taille de la cellule correspondant à la durée du pulse d'émission. On présentera en détail

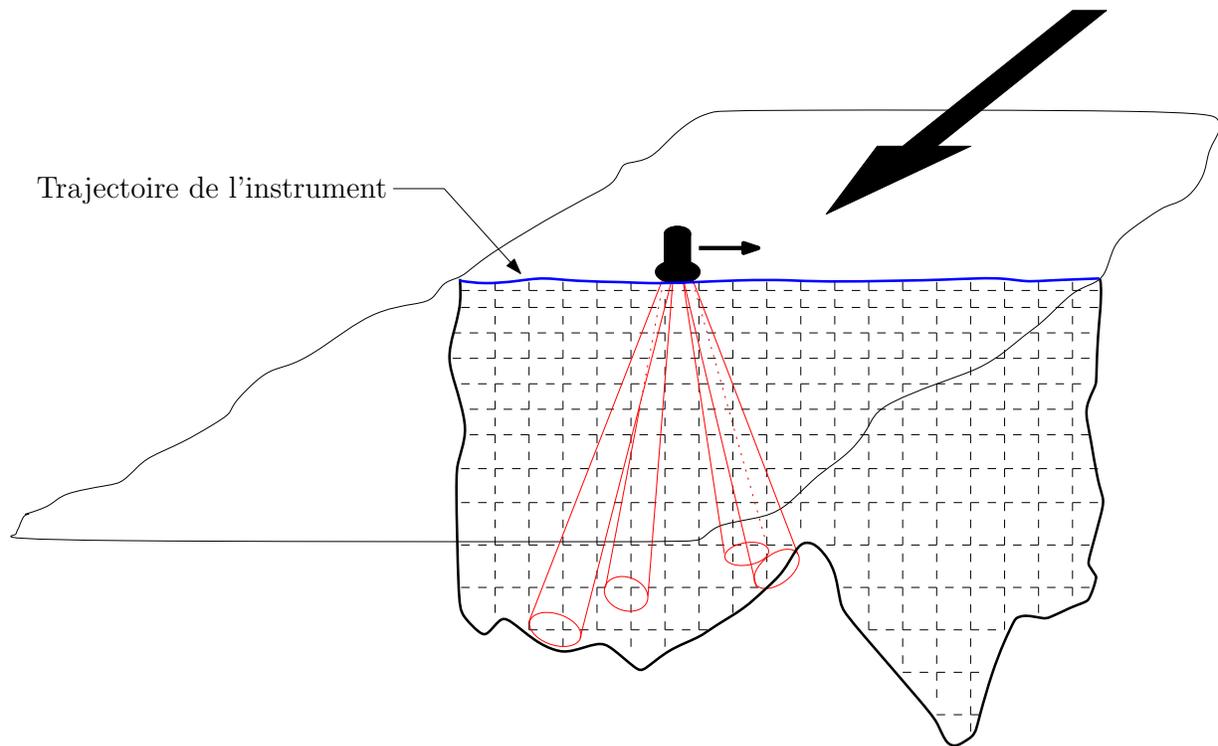


FIG. 1.2 – Exemple de mesure du débit d’une rivière de section arbitraire par balayage de l’écoulement le long de la section en utilisant un profileur acoustique à effet Doppler.

à travers le chapitre 4 le fonctionnement de ces systèmes ainsi que leurs limites théoriques en termes de précision et de résolution spatiale.

### 1.3.2 Méthodes cohérentes

Ces méthodes constituent une application directe des travaux issus des recherches en technologie radar pulsée pour les applications météorologiques. Parmi les premiers efforts en ce sens on citera les travaux de Lhermitte [Lhermitte, 1981, Lhermitte, 1983], Lhermitte et Poor [Lhermitte et Poor, 1983], Lhermitte et Serafin [Lhermitte et Serafin, 1984] et Garbini *et al.* [Garbini *et al.*, 1982a, Garbini *et al.*, 1982b]. L’intérêt de ces méthodes réside dans la possibilité de pouvoir estimer les profils de vitesse avec une résolution spatiale et temporelle inégalée. Ceci a conduit inévitablement à leur utilisation pour l’étude des phénomènes turbulents en mécanique des fluides.

En même temps que les besoins en mécanique des fluides, le développement des méthodes cohérentes a été motivé essentiellement par les applications biomédicales où l’échographie Doppler ultrasonore a connu un essor considérable durant les années 80 [Bonnefous et Pesqué, 1986, Embree et O’Brien, 1985, Kasai *et al.*, 1985, Hein et O’Brien, 1993].

On distingue parmi les méthodes cohérentes deux catégories, les méthodes à bande étroite et les méthodes à bande large. La première catégorie comprend toutes les variantes issues de la méthode dite de Kasai [Kasai *et al.*, 1985]. Cette dernière constitue la méthode qui a permis le développement rapide de l'échographie Doppler en temps réel. L'autre catégorie comprend essentiellement la méthode d'intercorrélation temporelle initialement proposée par Dotti *et al.* [Dotti *et al.*, 1976] puis par Bonnefous et Pesqué [Bonnefous et Pesqué, 1986] et indépendamment par Embree et O'Brien [Embree et O'Brien, 1985].

Les travaux précédemment menés au sein du laboratoire IMFS ont été orientés vers les méthodes cohérentes pour les besoins d'étudier les phénomènes turbulents des écoulements complexes. Les premiers efforts en ce sens ont débuté par le travail de Hurther [Hurther, 1995] qui a abouti à la conception d'un vélocimètre implémentant l'algorithme de Kasai et fonctionnant à une fréquence de 8 MHz. Plus récemment, le travail de thèse de Fischer [Fischer, 2004] ainsi que les travaux de Fischer *et al.* [Fischer *et al.*, 2004, Fischer *et al.*, 2006, Fischer *et al.*, 2007] et Schmitt *et al.* [Schmitt *et al.*, 2007a, Schmitt *et al.*, 2007b] ont abouti à la conception d'un nouvel instrument pour la mesure des profils de vitesse instantanés en utilisant un algorithme basé sur l'estimation de la fréquence moyenne du signal Doppler complexe incluant une procédure d'identification et de soustraction du bruit de fond dans le domaine spectral. De plus, cet instrument est capable d'effectuer conjointement une analyse du contenu granulométrique du fluide par balayage fréquentiel exploitant en cela les bandes passantes complémentaires de trois transducteurs différents. On citera en ce sens les travaux de Thorne *et al.* [Thorne *et al.*, 1993, Thorne et Hanes, 2002], ainsi que les travaux menés actuellement au sein de l'IMFS par Pallarès *et al.* [Pallarès *et al.*, 2007b, Pallarès *et al.*, 2007a, Pallarès *et al.*, 2006, Pallarès *et al.*, 2009].

### 1.3.3 Méthode monocoup par codage répété de la porteuse

L'utilisation d'une répétition d'ondes codées en phase a été proposée et utilisée par un certain nombre de chercheurs comme Brumley *et al.* [Brumley *et al.*, 1987, Brumley *et al.*, 1990, Brumley *et al.*, 1991, Brumley *et al.*, 1996] et Pinkel et Smith [Smith et Pinkel, 1991, Pinkel et Smith, 1992]. Brumley *et al.* ont développé leur technique de codage en phase afin de réduire la variance d'estimation d'un profileur acoustique à effet Doppler. Cet instrument est utilisé principalement dans des applications de rétrodiffusion volumétrique. Indépendamment, Pinkel et Smith ont utilisé une méthode similaire dans le but d'améliorer la précision d'un sonar dédié à l'étude de la circulation de Langmuir observée en dessous de la surface de la mer où la présence de bulles d'air permet d'obtenir une bonne rétrodiffusion. Alors que Pinkel et Smith ont proposé l'utilisation d'une répétition de plusieurs codes de Barker, Brumley *et al.* ont utilisé des codes binaires pseudoaléatoires pour moduler la porteuse dans le but d'obtenir une paire d'impulsions codées en phase.

Cette méthode de codage en phase a montré son efficacité pour la réduction de la variance d'estimation à partir d'un tir unique et permet d'atteindre des performances intermédiaires aux modes de fonctionnement cohérent et incohérent.

## 1.4 Conclusion

La justesse ainsi que la précision sur la mesure de la vitesse d'un fluide par effet Doppler est une fonction complexe résultant de l'interaction d'une part d'un certain nombre de variables sur lesquelles on peut agir comme les paramètres de fonctionnement de l'instrument : puissance du signal, fréquence, durée du pulse d'excitation, caractéristiques du transducteur ainsi que les méthodes d'estimation de la vitesse, et d'autre part de variables incontrôlables : puissance rétrodiffusée, turbulence de l'écoulement, nature et granulométrie des particules en suspension, mouvements de la plateforme, etc. Afin de caractériser entièrement cette technique de mesure, l'interaction des différents paramètres doit être comprise et décrite de façon précise. Cette tâche est ardue dans le meilleur des cas en raison de la nécessité de maîtriser à la fois l'aspect mécanique des écoulements à étudier, l'interaction entre l'écoulement et les particules, tout comme la méthode de mesure par ultrasons incluant les outils de traitement du signal permettant d'optimiser l'extraction de l'information de vitesse.

## Chapitre 2

# Estimation Pulse-Pair des paramètres du spectre Doppler

### 2.1 Introduction

L'estimation des deux premiers moments spectraux du signal Doppler obtenu après démodulation en phase et en quadrature du signal ultrasonore rétrodiffusé, par la technique de la fonction de covariance complexe, plus connue par le nom de "méthode Pulse-Pair", sera présentée à travers ce chapitre qui lui est dédié. Cette dénomination vient du fait de l'utilisation d'une paire de pulses corrélés pour l'estimation de la phase de la fonction de corrélation complexe. Le premier moment spectral, représentant la vitesse moyenne des particules en mouvement contenues dans le volume d'intérêt, est obtenu par une approximation du premier ordre de la dérivée première de la phase de la fonction d'autocorrélation du signal Doppler complexe. Dans le même temps, le deuxième moment spectral qui revêt une importance pratique, par exemple, dans l'analyse de la distribution de vitesse des phénomènes turbulents, est obtenu par une approximation de la dérivée seconde du module de la fonction d'autocorrélation.

L'intérêt de cette méthode peut être attribué à trois raisons principales. La première réside dans le fait que sous l'hypothèse générale où le signal et le bruit sont des processus stationnaires et gaussiens, l'estimateur Pulse-Pair est un estimateur du maximum de vraisemblance. La deuxième raison repose sur la très faible complexité algorithmique offerte par cette méthode, du fait qu'il n'est pas nécessaire d'estimer entièrement la densité spectrale ni la fonction d'autocorrélation du signal Doppler. Enfin, la troisième raison vient du fait que cette méthode permet d'accéder aux

deux premiers paramètres de la densité spectrale de puissance sans calculer cette dernière, et de ce fait, la méthode Pulse-Pair ne souffre pas de la résolution finie du spectre imposée par la taille du signal discret. Ces trois aspects fondamentaux font que cette technique initialement proposée par Rummler [Rummler, 1968a, Rummler, 1968b, Rummler, 1968c] des laboratoires Bell en 1968, dont les performances statistiques ont été mises en évidence par Miller et Rochwarger [Miller et Rochwarger, 1970b, Miller et Rochwarger, 1972], et dont le principe a été généralisé pour inclure le cas de pulses entrelacés par les travaux de Zrnic en 1977 [Zrnic, 1977], a été et reste toujours la méthode de référence pour l'estimation de la vitesse par effet Doppler pour les applications radar et sonar [Abeysekera, 1998, Abeysekera, 2006, Brumley *et al.*, 1996, Franca et Lemmin, 2006, Gran *et al.*, 2008, Pinkel *et al.*, 1993, Pinkel *et al.*, 1995, Pinkel et Smith, 1992, Thorne et Hanes, 2002, Vogt *et al.*, 2007, Zhao *et al.*, 2007].

## 2.2 Détermination heuristique de l'estimateur

On se fixe comme objectif d'estimer les deux premiers moments de la densité spectrale de puissance d'un signal complexe stationnaire au sens large, gaussien et centré, représentant le signal obtenu après démodulation en phase et en quadrature de l'onde reçue. Sachant que l'on a accès uniquement à une version corrompue par la présence d'un bruit additif, stationnaire, gaussien, centré et indépendant du signal d'intérêt, le signal discret total disponible peut être modélisé par :

$$y(t) = x(t) + b(t), \quad (2.1)$$

où l'on représente respectivement  $y(t)$ ,  $x(t)$  et  $b(t)$  par le signal observé, le signal d'intérêt ainsi que le bruit additif. Si de plus, on note par  $\Gamma_{yy}(\tau)$  et  $S_y(f)$ , respectivement, la fonction de covariance et la densité spectrale de l'observation  $y(t)$ , alors compte tenu de (2.1) et des hypothèses précédentes, on a :

$$\Gamma_{yy}(\tau) = \Gamma_{xx}(\tau) + \Gamma_{bb}(\tau) \quad (2.2)$$

$$S_y(f) = S_x(f) + S_b(f), \quad (2.3)$$

où  $\Gamma_{xx}(\tau)$ ,  $\Gamma_{bb}(\tau)$ ,  $S_x(f)$  et  $S_b(f)$  sont les fonctions de corrélation et les densités spectrales du signal et du bruit respectivement.

Partant de la définition du moment d'ordre  $k$  de la densité spectrale  $S_x(f)$ , en supposant que cette dernière vérifie les conditions de non-négativité, d'intégrabilité et d'existence du moment

d'ordre  $k$ , les deux premiers moments spectraux s'expriment par<sup>1</sup> :

$$\mu_k = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^k S_x(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df} \quad \text{avec } k = 1, 2. \quad (2.4)$$

D'autre part, le moment centré d'ordre 2 défini par :

$$\sigma^2 = \mu_2 - \mu_1^2 \quad (2.5)$$

permet d'accéder à une grandeur intéressante à savoir l'écart-type normalisé  $\sigma$  permettant de quantifier la largeur spectrale de la densité spectrale  $S_x(f)$ , elle-même liée à la dispersion de la distribution des vitesses en raison des phénomènes turbulents [Garbini *et al.*, 1982a, Garbini *et al.*, 1982b].

Afin de trouver les estimateurs de la fréquence moyenne  $\mu_1$  et de la largeur spectrale  $\sigma$ , on se propose d'exprimer ces deux paramètres spectraux en utilisant les fonctions de covariance  $\Gamma_{xx}(\tau)$ ,  $\Gamma_{yy}(\tau)$  et  $\Gamma_{bb}(\tau)$  que l'on utilisera sous la forme polaire suivante :

$$\begin{aligned} \Gamma_{yy}(\tau) &= A_y(\tau) e^{j2\pi\phi_y(\tau)} \\ \Gamma_{xx}(\tau) &= A_x(\tau) e^{j2\pi\phi_x(\tau)} \\ \Gamma_{bb}(\tau) &= A_b(\tau) e^{j2\pi\phi_b(\tau)}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

où  $A_y(\tau)$ ,  $A_x(\tau)$  et  $A_b(\tau)$  sont des fonctions paires de  $\tau$ , et  $\phi_y(\tau)$ ,  $\phi_x(\tau)$  et  $\phi_b(\tau)$  sont des fonctions impaires. Ceci se traduit par les propriétés suivantes<sup>2</sup> :

$$\begin{aligned} A'_x(0) &= 0 \\ \phi_y(0) &= \phi_x(0) = \phi_b(0) = 0 \\ \phi''_y(0) &= \phi''_x(0) = \phi''_b(0) = 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

De plus, on suppose que la fonction de covariance du bruit est connue soit en effectuant une estimation de cette dernière en l'absence de signal utile compte tenu de la stationnarité du bruit, soit en considérant le bruit comme blanc conformément à la majorité des situations et de ce fait il suffira d'estimer sa variance.

<sup>1</sup>Bien que le signal soit discret, on intègre par souci de généralité sur  $\mathbb{R}$  en considérant des densités spectrales fenêtrées entre  $-f_e/2$  et  $f_e/2$ , et nulles partout ailleurs,  $f_e$  étant la fréquence d'échantillonnage.

<sup>2</sup>On admet ici que la fonction  $A'_x(\tau)$  est définie en  $\tau = 0$ .

### 2.2.1 Fréquence moyenne

En invoquant le théorème de Wiener–Khinchine, il est possible d’exprimer les deux paramètres qui nous intéressent, à savoir la fréquence moyenne  $\mu_1$  et l’écart-type  $\sigma$  représentatif de la largeur spectrale du signal  $x(t)$  à partir de la relation (2.4). Le numérateur pour  $k = 1$  peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f S_x(f) df &= \frac{1}{j2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi f S_x(f) df = \frac{1}{j2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ j2\pi f e^{j2\pi f\tau} S_x(f) \right]_{\tau=0} df \quad (2.8) \\ &= \frac{1}{j2\pi} \frac{d}{d\tau} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) e^{j2\pi f\tau} df \right]_{\tau=0}, \end{aligned}$$

ce qui est équivalent à :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f S_x(f) df = \frac{\Gamma'_{xx}(0)}{j2\pi}. \quad (2.9)$$

De même, le dénominateur de la relation (2.4) peut s’exprimer comme suit :

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) e^{j2\pi f\tau} df|_{\tau=0} = \Gamma_{xx}(0). \quad (2.10)$$

En injectant (2.9) et (2.10) dans (2.4), on obtient :

$$\mu_1 = \frac{1}{j2\pi} \frac{\Gamma'_{xx}(0)}{\Gamma_{xx}(0)}. \quad (2.11)$$

Partant de la relation (2.6), la dérivée première de la fonction de covariance  $\Gamma_{xx}(\tau)$  est donnée par :

$$\Gamma'_{xx}(\tau) = \frac{d}{d\tau} \left\{ A_x(\tau) e^{j2\pi\phi_x(\tau)} \right\} = \left[ A'_x(\tau) + j2\pi\phi'_x(\tau) A_x(\tau) \right] e^{j2\pi\phi_x(\tau)}, \quad (2.12)$$

ce qui donne en tenant compte des propriétés (2.7) :

$$\Gamma'_{xx}(0) = j2\pi A_x(0) \phi'_x(0), \quad (2.13)$$

et sachant que  $\Gamma_{xx}(0) = A_x(0)$ , la relation (2.11) s’écrit quand  $\tau \rightarrow 0$  comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \phi'_x(0) \\ &\approx \frac{\phi_x(\tau) - \phi_x(0)}{\tau} \\ &= \frac{\phi_x(\tau)}{\tau}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Finalement, compte tenu de (2.6) et (2.14), l’estimateur de la fréquence moyenne correspon-

dant à la densité spectrale  $S_x(f)$  est donné par :

$$\mu_1 \approx \frac{1}{2\pi\tau} \arctan \left[ \frac{\Im \{\Gamma_{xx}(\tau)\}}{\Re \{\Gamma_{xx}(\tau)\}} \right] = \frac{1}{2\pi\tau} \arctan \left[ \frac{\Im \{\Gamma_{yy}(\tau) - \Gamma_{bb}(\tau)\}}{\Re \{\Gamma_{yy}(\tau) - \Gamma_{bb}(\tau)\}} \right], \quad \tau \rightarrow 0, \quad (2.15)$$

où  $\Im\{\cdot\}$  est la partie imaginaire et  $\Re\{\cdot\}$  est la partie réelle.

La relation (2.15) montre que la connaissance de la fonction de corrélation  $\Gamma_{xx}(\tau)$  pour une valeur de  $\tau$  suffisamment petite<sup>3</sup> permet de connaître le premier moment spectral sans avoir accès à la totalité du spectre ni la totalité de la fonction de corrélation.

### 2.2.2 Largeur spectrale

D'une façon similaire au calcul de la fréquence moyenne, pour le calcul du deuxième moment spectral, le numérateur de la relation (2.4) pour  $k = 2$  peut être calculé comme suit :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 S_x(f) df &= \frac{-1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} (j2\pi f)^2 S_x(f) df \\ &= \frac{-1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (j2\pi f)^2 S_x(f) e^{j2\pi f\tau} \right]_{\tau=0} df \\ &= \frac{-1}{4\pi^2} \frac{d^2}{d\tau^2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) e^{j2\pi f\tau} df \right]_{\tau=0} \end{aligned} \quad (2.16)$$

ce qui est équivalent à :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2 S_x(f) df = \frac{-1}{4\pi^2} \Gamma''_{xx}(0), \quad (2.17)$$

et en injectant (2.17) et (2.10) dans (2.4) pour  $k = 2$ , on obtient :

$$\mu_2 = \frac{-1}{4\pi^2} \frac{\Gamma''_{xx}(0)}{\Gamma_{xx}(0)} \quad (2.18)$$

soit en calculant la dérivée seconde de la fonction de covariance en utilisant (2.12) :

$$\Gamma''_{xx}(0) = \frac{d}{d\tau} \left\{ [A'_x(\tau) + j2\pi\phi'_x(\tau)A_x(\tau)] e^{j2\pi\phi_x(\tau)} \right\}_{\tau=0} \quad (2.19)$$

et compte tenu des propriétés (2.7), on obtient après simplification :

$$\Gamma''_{xx}(0) = A''_x(0) + (j2\pi\phi'_x(0))^2 A_x(0), \quad (2.20)$$

et sachant que  $\Gamma_{xx}(0) = A_x(0)$ , on combine (2.20) et (2.18) pour obtenir :

$$\mu_2 = \frac{-1}{4\pi^2} \frac{A''_x(0)}{A_x(0)} + \phi'^2_x(0). \quad (2.21)$$

---

<sup>3</sup>On discutera plus loin la valeur de  $\tau$  pour le cas d'un bruit blanc additif.

Compte tenu des relations (2.5), (2.14) et (2.21), la variance de la densité spectrale s'exprime par :

$$\sigma^2 = \frac{-1}{4\pi^2} \frac{A_x''(0)}{A_x(0)}. \quad (2.22)$$

Comme la dérivée seconde  $A_x''$  peut être évaluée de façon approchée au voisinage de zéro pour  $\tau \ll 1$  par :

$$A_x''(0) \approx \frac{A_x(\tau) + A_x(-\tau) - 2A_x(0)}{\tau^2} = \frac{2}{\tau^2} (A_x(\tau) - A_x(0)), \quad (2.23)$$

à partir de la relation (2.22), une estimée de la variance est donnée par :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2\pi^2\tau^2} \left[ 1 - \frac{A_x(\tau)}{A_x(0)} \right]. \quad (2.24)$$

Finalement, en exprimant  $A_x(\tau)$  et  $A_x(0)$  en utilisant les fonction de corrélation  $\Gamma_{yy}$  et  $\Gamma_{bb}$ , la largeur spectrale de la densité  $S_x(f)$  peut être estimée par :

$$\sigma \approx \frac{1}{\pi\tau\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{|\Gamma_{yy}(\tau) - \Gamma_{bb}(\tau)|}{\Gamma_{yy}(0) - \Gamma_{bb}(0)}}, \quad \tau \rightarrow 0. \quad (2.25)$$

En conséquence, la relation (2.25) montre que la connaissance du rapport  $|\Gamma_{xx}(\tau)|/\Gamma_{xx}(0)$  permet d'obtenir une estimée de la largeur spectrale du signal Doppler.

## 2.3 Estimateur du maximum de vraisemblance

En se basant sur l'hypothèse générale où les processus complexes tels que le signal Doppler et le bruit sont des processus gaussiens, Miller et Rochwarger [Miller et Rochwarger, 1972] ont montré que les estimateurs heuristiques précédemment dérivés sont des estimateurs du maximum de vraisemblance.

On considère  $N$  réalisations statistiquement indépendantes d'une paire d'observations, prélevées sur le processus englobant le signal détecté (signal Doppler) ainsi que le bruit d'observation, et acquises à deux instants suffisamment proches  $t_1$  et  $t_2$ . On note les données mesurées par l'ensemble de vecteurs à deux composantes comme suit (voir la figure (A.1)) :

$$Y_k = [y_k(t_1) \quad y_k(t_2)]^T, \quad k \in \{1, 2, \dots, N-1, N\}, \quad \tau = t_2 - t_1 \neq 0. \quad (2.26)$$

La densité de probabilité du vecteur gaussien  $Y_k$  non dégénéré <sup>4</sup> est donnée par :

$$p_{Y_k}(Y_k|\Psi) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\det(\Psi)}} \exp\left[-\frac{1}{2}Y_k^H\Psi^{-1}Y_k\right], \quad (2.27)$$

où  $Y_k^H$  est l'adjointe de  $Y_k$  et  $\Psi$  la matrice de covariance de  $Y_k$  donnée par :

$$\Psi = E(Y_k Y_k^H) = E\left(\begin{bmatrix} y_k(t_1) & y_k(t_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k^*(t_1) \\ y_k^*(t_2) \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \Gamma_{yy}(0) & \Gamma_{yy}(\tau) \\ \Gamma_{yy}^*(\tau) & \Gamma_{yy}(0) \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

où  $y^*$  est le conjugué de  $y$ . La distribution des  $N$  paires d'observation, statistiquement indépendantes, peut être exprimée comme suit :

$$p_{Y_1, \dots, Y_N}(Y_1, \dots, Y_N|\Psi) = \prod_{k=1}^N \left\{ \frac{1}{2\pi\sqrt{\det(\Psi)}} \exp\left[-\frac{1}{2}Y_k^H\Psi^{-1}Y_k\right] \right\} \quad (2.29)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^N} \frac{1}{(\det(\Psi))^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^N Y_k^H\Psi^{-1}Y_k\right]. \quad (2.30)$$

Sans perte de généralité, et dans le but de faire apparaître les paramètres à estimer, on exprime la fonction de covariance  $\Gamma_{xx}(\tau)$  sous la forme polaire :

$$\Gamma_{xx}(\tau) = \tilde{A}_x (2\pi\theta_2\tau) e^{j2\pi\tilde{\phi}_x(\theta_1\tau)}, \quad (2.31)$$

où  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont respectivement le premier et le second moment spectral. De plus, si la densité spectrale de puissance du signal est symétrique par rapport à la fréquence Doppler  $f_D$  (premier moment spectral), la phase  $\tilde{\phi}_x(f_D\tau)$  est linéaire<sup>5</sup> en  $\tau$ . Cette forme se justifie de façon plus explicite notamment pour le cas intéressant où la densité spectrale a une forme gaussienne. Ce cas souvent rencontré en pratique se traduit par :

$$S_x(f) = \frac{\Gamma_{xx}(0)}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(f-f_D)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.33)$$

correspondant à la fonction de covariance exprimée par <sup>6</sup> :

$$\Gamma_{xx}(\tau) = \tilde{A}_x (2\pi\sigma\tau) e^{j2\pi\tilde{\phi}_x(f_D\tau)} = \Gamma_{xx}(0) e^{-\frac{1}{2}(2\pi\sigma\tau)^2} e^{j2\pi f_D\tau}. \quad (2.34)$$

<sup>4</sup>Matrice de covariance définie positive donc inversible

<sup>5</sup>Partant de  $S(f) = S(-f)$ , et sachant que la covariance est hermitienne, i.e.  $\Gamma(\tau) = \Gamma^*(-\tau)$ , on a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma^*(-\tau) e^{j2\pi f\tau} d\tau \iff \phi(\tau) = f\tau. \quad (2.32)$$

<sup>6</sup>Rappel :  $\exp[-a\tau^2] \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \sqrt{\pi/a} \exp[-\pi^2 f^2/a]$

Les estimateurs au sens du maximum de vraisemblance des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont définis par les coordonnées auxquelles on observe la valeur maximale de la fonction de vraisemblance [Richard et Heinrich, 2004] :

$$\left[ \frac{\partial \ln p_{\mathbb{Y}_1, \dots, \mathbb{Y}_N}(Y_1, \dots, Y_N | \Psi, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_i} \right]_{\theta = \hat{\theta}^{MV}} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (2.35)$$

Après quelques arrangements, le système d'équations (2.35) prend la forme :

$$N \frac{\partial \ln (\det^{-1}(\Psi))}{\partial \theta_i} = \sum_{k=1}^N Y_k^H \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial \theta_i} Y_k, \quad i = 1, 2. \quad (2.36)$$

En utilisant la relation de la trace d'un tenseur [Weisstein, 2009] suivante :

$$\frac{\partial \ln (\det^{-1}(\Psi))}{\partial \theta_i} = \text{tr} \left( \Psi \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial \theta_i} \right), \quad i = 1, 2 \quad (2.37)$$

où  $\text{tr}(\cdot)$  représente la trace d'une matrice carrée, le système d'équations (2.36) peut également prendre la forme :

$$\text{tr} \left( \Psi \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial \theta_i} \right) = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \sum_{k=1}^N Y_k^H \Psi^{-1} Y_k, \quad i = 1, 2. \quad (2.38)$$

Le calcul du terme à gauche de l'égalité (2.38) s'effectue de la façon suivante :

$$\text{tr} \left( \Psi \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial \theta_i} \right) = \text{tr} \left( \left[ \begin{array}{cc} \Gamma_{yy}(0) & \Gamma_{yy}(\tau) \\ \Gamma_{yy}^*(\tau) & \Gamma_{yy}(0) \end{array} \right] \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left\{ \left[ \begin{array}{cc} \Gamma_{yy}(0) & \Gamma_{yy}(\tau) \\ \Gamma_{yy}^*(\tau) & \Gamma_{yy}(0) \end{array} \right]^{-1} \right\} \right). \quad (2.39)$$

Sachant que :

$$\Psi^{-1} = \left[ \begin{array}{cc} \Gamma_{yy}(0) & \Gamma_{yy}(\tau) \\ \Gamma_{yy}^*(\tau) & \Gamma_{yy}(0) \end{array} \right]^{-1} = \frac{1}{\det(\Psi)} \left[ \begin{array}{cc} \Gamma_{yy}(0) & -\Gamma_{yy}(\tau) \\ -\Gamma_{yy}^*(\tau) & \Gamma_{yy}(0) \end{array} \right], \quad (2.40)$$

l'égalité (2.39) s'explique sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{tr} \left( \Psi \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial \theta_i} \right) &= 2\Gamma_{yy}(0) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(0)}{\det(\Psi)} \right) - \left[ \Gamma_{yy}(\tau) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}^*(\tau)}{\det(\Psi)} \right) + \Gamma_{yy}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(\tau)}{\det(\Psi)} \right) \right] \\ &= 2\Gamma_{yy}(0) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(0)}{\det(\Psi)} \right) - 2\Re \left\{ \Gamma_{yy}(\tau) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}^*(\tau)}{\det(\Psi)} \right) \right\}, \quad i = 1, 2. \quad (2.41) \end{aligned}$$

De même, le calcul du terme à droite de l'égalité (2.38) donne :

$$\frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \sum_{k=1}^N Y_k^H \Psi^{-1} Y_k = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left\{ \frac{1}{\det(\Psi)} \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} y_k^*(t_1) & y_k^*(t_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_{yy}(0) & -\Gamma_{yy}(\tau) \\ -\Gamma_{yy}^*(\tau) & \Gamma_{yy}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k(t_1) \\ y_k(t_2) \end{bmatrix} \right\}$$

qui s'explique :

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \sum_{k=1}^N Y_k^H \Psi^{-1} Y_k &= \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(0)}{\det(\Psi)} \sum_{k=1}^N \left[ |y_k(t_1)|^2 + |y_k(t_2)|^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[ \frac{\Gamma_{yy}^*(\tau)}{\det(\Psi)} \sum_{k=1}^N y_k(t_1) y_k^*(t_2) + \frac{\Gamma_{yy}(\tau)}{\det(\Psi)} \sum_{k=1}^N y_k^*(t_1) y_k(t_2) \right] \right) \\ &= \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(0)}{\det(\Psi)} \sum_{k=1}^N \left[ |y_k(t_1)|^2 + |y_k(t_2)|^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - 2\Re \left\{ \frac{\Gamma_{yy}^*(\tau)}{\det(\Psi)} \sum_{k=1}^N y_k(t_1) y_k^*(t_2) \right\} \right), \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Finalement, en égalisant les deux termes de droite des équations (2.41) et (2.42), on trouve :

$$\begin{aligned} \Gamma_{yy}(0) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(0)}{\det(\Psi)} \right) - \Re \left\{ \Gamma_{yy}(\tau) \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}^*(\tau)}{\det(\Psi)} \right) \right\} &= \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}(0)}{\det(\Psi)} \right) \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \left[ |y_k(t_1)|^2 + |y_k(t_2)|^2 \right] \\ &\quad - \Re \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left( \frac{\Gamma_{yy}^*(\tau)}{\det(\Psi)} \right) \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k(t_1) y_k^*(t_2) \right\}. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Cette dernière relation permet de déterminer un estimateur du maximum de vraisemblance de la fonction de covariance  $\Gamma_{yy}(\tau)$  qui s'exprime par :

$$\hat{\Gamma}_{yy}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k(t_1) y_k^*(t_2) \quad (2.44)$$

$$\hat{\Gamma}_{yy}(0) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \left[ |y_k(t_1)|^2 + |y_k(t_2)|^2 \right] \quad (2.45)$$

où l'on rappelle que  $\tau = t_1 - t_2$ . En revenant à la relation (2.31) exprimant la fonction de covariance du signal Doppler  $\Gamma_{xx}(\tau)$  en fonction des paramètres à estimer, et en supposant de plus que la fonction de covariance du bruit est connue<sup>7</sup>, l'estimateur du maximum de vraisemblance

<sup>7</sup>La fonction de covariance du bruit  $\Gamma_{bb}(\tau)$  peut être estimée à partir du signal mesuré par exemple pendant les durées d'absence du signal d'écho  $x(t)$ . De plus, le bruit thermique présent en pratique est souvent de nature blanche, il suffit de connaître sa variance dans ce cas.

de la fonction de covariance du signal Doppler est donnée par :

$$\tilde{A}_x(2\pi\hat{\theta}_2\tau) = \left| \hat{\Gamma}_{yy}(\tau) - \hat{\Gamma}_{bb}(\tau) \right| \quad (2.46)$$

$$\tilde{\phi}_x(\hat{\theta}_1\tau) = \frac{1}{2\pi} \arg \left[ \hat{\Gamma}_{yy}(\tau) - \hat{\Gamma}_{bb}(\tau) \right]. \quad (2.47)$$

En considérant le cas où  $\tau \ll 1$ , et comme le module  $\tilde{A}_x(2\pi\theta_2\tau)$  est une fonction paire de  $\tau$  et que  $\tilde{\phi}_x(\theta_1\tau)$  est une fonction impaire de  $\tau$ , on peut alors exprimer ces fonctions comme suit :

$$\tilde{A}_x(2\pi\theta_2\tau) \simeq \left( \hat{\Gamma}_{yy}(0) - \Gamma_{bb}(0) \right) \left( 1 - \frac{(2\pi\theta_2\tau)^2}{2} \right) \quad (2.48)$$

$$\tilde{\phi}_x(\theta_1\tau) \simeq \theta_1\tau, \quad (2.49)$$

soit en combinant la relation (2.49) avec (2.47) et (2.48) avec (2.46), on aboutit finalement aux estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{2\pi\tau} \arctan \left[ \frac{\Im \left\{ \hat{\Gamma}_{yy}(\tau) - \hat{\Gamma}_{bb}(\tau) \right\}}{\Re \left\{ \hat{\Gamma}_{yy}(\tau) - \hat{\Gamma}_{bb}(\tau) \right\}} \right] \quad (2.50)$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{\pi\tau\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\left| \hat{\Gamma}_{yy}(\tau) - \hat{\Gamma}_{bb}(\tau) \right|}{\hat{\Gamma}_{yy}(0) - \hat{\Gamma}_{bb}(0)}}. \quad (2.51)$$

Ces estimateurs sont identiques à ceux dérivés dans la section précédente de façon heuristique.

## 2.4 Variances, bornes de Cramér-Rao et biais d'estimation

Il est intéressant de discuter brièvement les formules asymptotiques du biais et de la variance, ainsi que les bornes de Cramér-Rao présentées par Miller et Rochwarger [Miller et Rochwarger, 1972] pour les estimateurs des deux premiers moments spectraux.

### 2.4.1 Variances des estimateurs des moments spectraux

Les auteurs montrent que les variances respectives des estimateurs (2.50) et (2.51) obtenues moyennant un certain effort calculatoire débouchant sur une expression approximative en  $O(N^{-2})$ , où  $N$  est le nombre de paires indépendantes, ainsi que les bornes de Cramér-Rao calculées à partir de la matrice d'information de Fisher des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , vérifient les relations

[Miller et Rochwarger, 1970a, Miller et Rochwarger, 1970b, Miller et Rochwarger, 1972] :

$$\text{Var} [\hat{\mu}_1] = \text{Var} [\hat{\theta}_1] + O(N^{-2}) \quad (2.52)$$

$$\text{Var} [\hat{\sigma}] = \text{Var} [\hat{\theta}_2] + O(N^{-2}) \quad (2.53)$$

avec les bornes de Cramér-Rao, exprimées en fonction de  $A_y(\tau)$ ,  $A_x(\tau)$ ,  $\phi_y(\tau)$  et  $\phi_x(\tau)$  (voir les relations (2.6)), sont données par :

$$\text{Var} [\hat{\theta}_1] = \frac{A_y^2(0) - A_y^2(\tau) \cos(4\pi[\phi_y(\tau) - \phi_x(\tau)])}{8\pi^2\tau^2 N A_x^2(\tau)} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \text{Var} [\hat{\theta}_2] &= \frac{1}{16\pi^2\tau^2 N A_x^3(0)[A_x(0) - A_x(\tau)]} \\ &\cdot \{A_x^2(\tau)[A_y^2(0) + A_y^2(\tau)] + A_y^2(0)A_x^2(0) + A_y^2(\tau) \\ &\cdot A_x^2(0) \cos(4\pi[\phi_y(\tau) - \phi_x(\tau)]) - 4A_y(0)A_y(\tau) \\ &\cdot A_x(0)A_x(\tau) \cos(2\pi[\phi_y(\tau) - \phi_x(\tau)])\}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Si de plus on considère le cas où la perturbation additive et indépendante  $b(t)$  est un bruit blanc, on a dans ce cas  $\Gamma_{bb}(\tau) = 0$  pour  $\tau \neq 0$ . Ceci implique que :

$$\begin{aligned} \phi_y(\tau) &= \phi_x(\tau) \\ A_y(\tau) &= A_x(\tau). \end{aligned} \quad (2.56)$$

De plus, on peut écrire  $A_y(0)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} A_y(0) &= A_x(0) + A_b(0) \\ &= A_x(0) \left[ 1 + \frac{A_b(0)}{A_x(0)} \right] \\ &= A_x(0) \left[ 1 + S_{NR}^{-1} \right], \end{aligned} \quad (2.57)$$

avec  $S_{NR} = \frac{A_x(0)}{A_b(0)}$  défini comme étant le rapport signal à bruit. En remplaçant (2.56) et (2.57) dans les relations (2.54) et (2.55), ces dernières se réduisent à :

$$\text{Var} [\hat{\theta}_1] = \frac{1}{8\pi^2\tau^2 N} \left[ \frac{A_x^2(0)}{A_x^2(\tau)} (1 + S_{NR}^{-1})^2 - 1 \right] \quad (2.58)$$

$$\text{Var} [\hat{\theta}_2] = \frac{\frac{A_x^2(\tau)}{A_x^2(0)} S_{NR}^{-2} + \left[ 1 + S_{NR}^{-1} - \frac{A_x(\tau)}{A_x(0)} \right]^2}{16\pi^2\tau^2 N \left[ 1 - \frac{A_x(\tau)}{A_x(0)} \right]}. \quad (2.59)$$

En prenant une forme gaussienne pour l'enveloppe de la fonction de corrélation du signal

Doppler, considéré comme un cas particulier englobant la plupart des situations rencontrées en pratique, on a :

$$\frac{A_x(\tau)}{A_x(0)} = e^{-\frac{1}{2}(2\pi\sigma\tau)^2}, \quad (2.60)$$

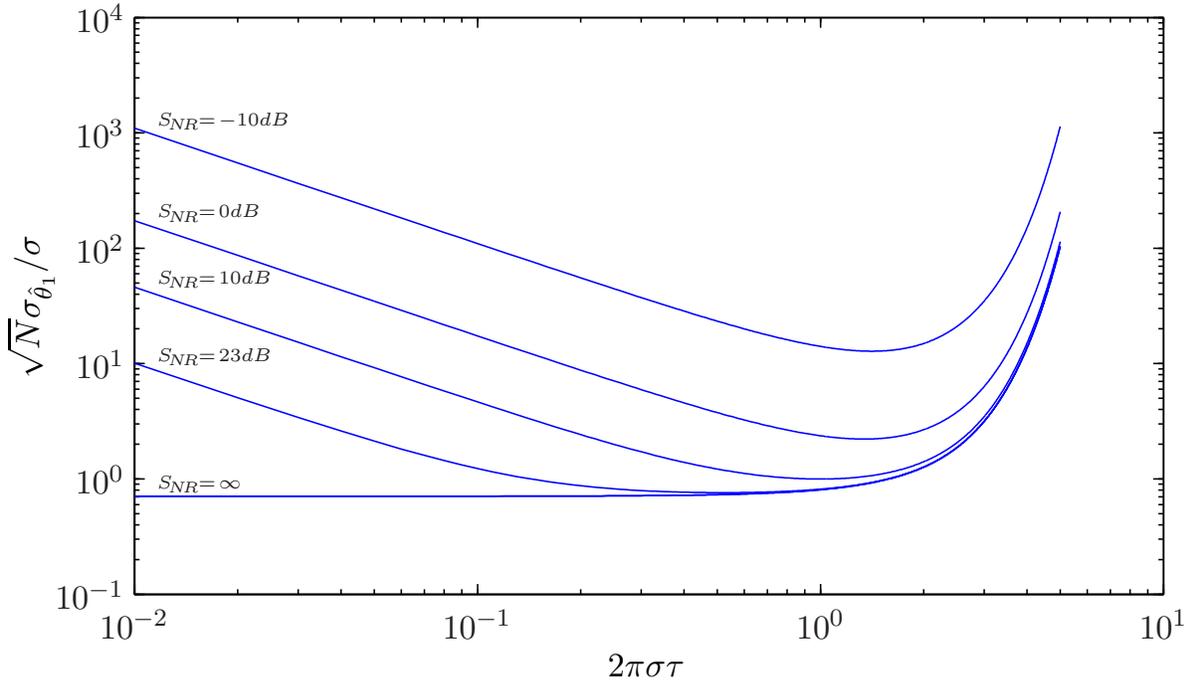


FIG. 2.1 – Écart-type normalisé de l'estimée de la fréquence moyenne en fonction du délai interpulse.

On trace sur les figures (2.1) et (2.2) les écarts-types d'estimation du premier et du deuxième moment spectral tous deux normalisés par la largeur spectrale  $\sigma$ .

La plage des valeurs utilisables de  $\tau$  peut être spécifiée quantitativement en fonction de la largeur spectrale  $\sigma$  une fois le rapport signal à bruit spécifié *a priori*. À titre d'exemple, pour un rapport signal à bruit supérieur à  $0dB$ , l'obtention d'un écart-type normalisé inférieur à 10 conduit à la double inégalité (voir la figure (2.1)) :

$$0,2 \leq 2\pi\sigma\tau \leq 3.$$

Ce qui permet de déduire les valeurs de  $\tau$  correspondantes en fonction de la largeur spectrale  $\sigma$  :

$$\frac{0,1}{\pi\sigma} \leq \tau \leq \frac{1,5}{\pi\sigma}.$$

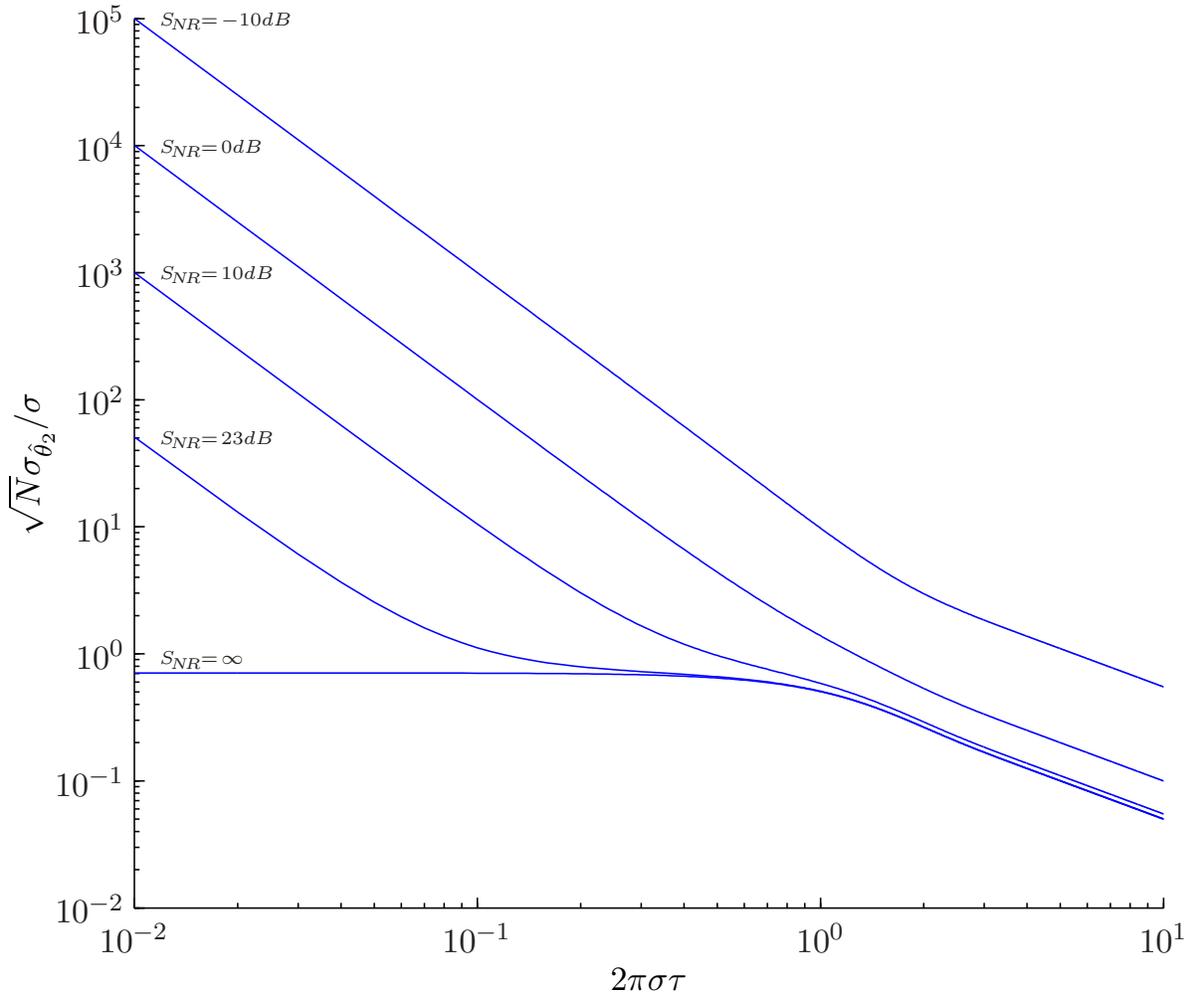


FIG. 2.2 – Écart-type normalisé de l'estimée de la largeur spectrale en fonction du délai interpulse.

### 2.4.2 Biais

Sous la même condition de blancheur du bruit, il a été également montré à travers le calcul des expressions asymptotiques des moyennes du premier et du deuxième moment spectral que [Miller et Rochwarger, 1972] :

$$E[\hat{\theta}_1] = \theta_1 + O(N^{-2}) \quad (2.61)$$

$$E[\hat{\theta}_2] = \theta_2 + O(N^{-1}) \quad (2.62)$$

sous la condition que la phase de la fonction de covariance du signal Doppler soit linéaire (i.e. spectre symétrique). Par conséquent, l'estimateur du premier moment spectral présente un biais en  $O(N^{-2})$ , alors que l'estimateur du second moment spectral présente un biais en  $O(N^{-1})$ .

Les auteurs montrent notamment par une analyse de la variation du biais asymptotique de l'estimateur de la largeur spectrale ( $N \gg 1$ ) en fonction du délai interpulse  $\tau$ , qu'un choix judicieux de ce dernier serait pour des valeurs inférieures à  $(2\pi\sigma)^{-1}$  afin de garantir un biais inférieur à 10% de la vraie valeur.

## 2.5 Variance d'estimation pour un signal arbitraire

On se propose à présent de calculer la variance d'estimation de la méthode Pulse-Pair pour un signal d'excitation de forme arbitraire<sup>8</sup>. On présente ici la méthode de calcul publiée par Abeysekera [Abeysekera, 1998] pour sa relative simplicité ainsi que par souci de généralisation. En effet, le résultat obtenu permet de faire le lien avec les expressions simplifiées, l'une obtenue pour une forme de spectre gaussien et publiée par Zrnic [Zrnic, 1977], utilisant une méthode d'analyse par perturbation [Benham *et al.*, 1972], et l'autre obtenue pour le cas d'une sinusoïde noyée dans un bruit blanc gaussien, résultat initialement publié par Lank *et al.* [Lank *et al.*, 1973].

Considérons à présent l'expression du modèle de signal à bruit additif de la relation (2.1) sous la forme suivante :

$$y(n) = [X_1(n) + jX_2(n)] + [B_1(n) + jB_2(n)] \quad n = 0, \dots, N - 1 \quad (2.63)$$

où  $X_1(n)$  et  $X_2(n)$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire du signal Doppler  $x(n)$ .  $B_1(n)$  et  $B_2(n)$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire du bruit  $b(n)$ . On suppose de plus que les séquences  $X_1(n)$ ,  $X_2(n)$ ,  $B_1(n)$  et  $B_2(n)$  sont toutes centrées, gaussiennes et indépendantes les unes des autres. De plus, on suppose que le bruit est blanc et on note sa variance par  $\sigma_b^2$ , et par conséquent, les composantes du bruit ont pour variance  $E\{B_1^2(n)\} = E\{B_2^2(n)\} = \sigma_b^2/2$ .

Si l'on considère le cas pratique où  $\tau$  prend des valeurs multiples de la période d'échantillonnage, l'estimée par Pulse-Pair obtenue en effectuant une corrélation à  $m$  échantillons d'intervalle s'obtient en prenant<sup>9</sup>  $\tau = m$  dans la relation (2.15), ce qui donne :

$$\hat{f}_D = \frac{1}{2\pi m} \arctan \left\{ \frac{\Im(\Gamma_{yy}(m))}{\Re(\Gamma_{yy}(m))} \right\} \quad (2.64)$$

où :

$$\Gamma_{yy}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} y(n+m)y^*(n) \triangleq \alpha(m) + j\beta(m). \quad (2.65)$$

<sup>8</sup>Précédemment, la forme (2.31) fut implicitement imposée.

<sup>9</sup>On considère une période d'échantillonnage égale à l'unité afin d'alléger l'écriture.

En injectant l'expression (2.63) dans (2.65) et en identifiant les parties réelle et imaginaire, on obtient :

$$\begin{aligned} \alpha(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} \{ & X_1(n)B_1(n+m) + X_1(n+m)B_1(n) \\ & + X_1(n)X_1(n+m) + X_2(n)B_2(n+m) \\ & + X_2(n+m)B_2(n) + X_2(n)X_2(n+m) \\ & + B_1(n)B_1(n+m) + B_2(n)B_2(n+m) \} \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \beta(m) = \frac{-1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} \{ & X_1(n+m)X_2(n) - X_1(n)X_2(n+m) \\ & + X_2(n)B_1(n+m) - X_2(n+m)B_1(n) \\ & + X_1(n+m)B_2(n) - X_1(n)B_2(n+m) \\ & + B_2(n)B_1(n+m) - B_1(n)B_2(n+m) \}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

On suppose à présent que  $N \gg 1$ . L'estimateur Pulse-Pair étant non biaisé d'une part, et la variance de ce dernier étant indépendante de la valeur à estimer (voir section précédente) d'autre part, on peut de ce fait considérer l'approximation suivante [Abeysekera, 1998, Lank *et al.*, 1973] :

$$E \left[ \hat{f}_D^2 \right] = \left( \frac{1}{2\pi m} \right)^2 \frac{E [\beta^2(m)]}{(E [\alpha(m)])^2}, \quad (2.68)$$

ce qui est équivalent à supposer que la variance de  $\alpha(m)$  est faible, i.e.  $E [\alpha^2(m)] \approx (E [\alpha(m)])^2$ .

À partir des relations (2.66) et (2.67), il est aisé d'obtenir ce qui suit :

$$\begin{aligned} E [\alpha(m)] &= \Gamma_{X_1 X_1}(m) + \Gamma_{X_2 X_2}(m) = \Gamma_{xx}(m) \\ E [\beta(m)] &= 0. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Afin d'évaluer  $E [\beta^2(m)]$ , et en tenant compte du fait que  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $B_1$  et  $B_2$  sont des séquences

indépendantes et centrées, la variance de  $\beta(m)$  peut être exprimée comme suit :

$$E [\beta^2(m)] = \frac{1}{(N-m)^2} \left\{ E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_1(n+m)X_2(n) - X_1(n)X_2(n+m) \right]^2 \right] \right. \\ + E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_2(n)B_1(n+m) - X_2(n+m)B_1(n) \right]^2 \right] \\ + E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_1(n+m)B_2(n) - X_1(n)B_2(n+m) \right]^2 \right] \\ \left. + E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} B_2(n)B_1(n+m) - B_1(n)B_2(n+m) \right]^2 \right] \right\}. \quad (2.70)$$

Le premier des quatre termes de la somme à droite de la relation (2.70) peut être exprimé comme suit<sup>10</sup> :

$$E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_1(n+m)X_2(n) - X_1(n)X_2(n+m) \right]^2 \right] = \sum_{n=-(N-1-m)}^{N-1-m} \{ 2\Gamma_{X_1X_1}(n)\Gamma_{X_2X_2}(n) \\ - \Gamma_{X_1X_1}(n-m)\Gamma_{X_2X_2}(n+m) - \Gamma_{X_2X_2}(n-m)\Gamma_{X_1X_1}(n+m) \} (N-m-|n|), \quad (2.72)$$

soit en tenant compte de la relation  $\Gamma_{xx}(n)/2 = \Gamma_{X_1X_1}(n) = \Gamma_{X_2X_2}(n)$ , il est possible de réécrire l'expression précédente de la façon simplifiée suivante :

$$E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_1(n+m)X_2(n) - X_1(n)X_2(n+m) \right]^2 \right] \\ = \frac{1}{2} \sum_{n=-(N-1-m)}^{N-1-m} \{ \Gamma_{xx}^2(n) - \Gamma_{xx}(n-m)\Gamma_{xx}(n+m) \} (N-m-|n|). \quad (2.73)$$

Similairement, en injectant l'autocorrélation du processus de bruit  $\Gamma_{bb}(n) = \sigma_b^2\delta(n)$  dans le deuxième et troisième termes du membre de droite de la relation (2.70), ces derniers étant égaux,

<sup>10</sup>On tient compte de la relation suivante :

$$E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \right]^2 \right] = \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} \Gamma_{ff}(n)(N-|n|) \quad (2.71)$$

on obtient :

$$\begin{aligned}
E & \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_2(n)B_1(n+m) - X_2(n+m)B_1(n) \right]^2 \right] \\
&= E \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} X_1(n+m)B_2(n) - X_1(n)B_2(n+m) \right]^2 \right] \\
&= \frac{\sigma_b^2}{2} \sum_{n=-(N-1-m)}^{N-1-m} \{ \Gamma_{xx}(n)\delta(n) - \Gamma_{xx}(n-m)\delta(n+m) \} (N-m-|n|). \quad (2.74)
\end{aligned}$$

De même, on a :

$$\begin{aligned}
E & \left[ \left[ \sum_{n=0}^{N-1-m} B_2(n)B_1(n+m) - B_1(n)B_2(n+m) \right]^2 \right] \\
&= \frac{\sigma_b^4}{2} \sum_{n=-(N-1-m)}^{N-1-m} \{ \delta(n) - \delta(n-m)\delta(n+m) \} (N-m-|n|). \quad (2.75)
\end{aligned}$$

Finalement, en combinant les relations (2.73), (2.74), (2.75) avec (2.70), on obtient :

$$\begin{aligned}
E \left[ \hat{f}_D^2 \right] &= \left( \frac{1}{2\pi m} \right)^2 \frac{1}{2\Gamma_{xx}^2(m)(N-m)^2} \left[ \sum_{n=-(N-1-m)}^{N-1-m} \{ \Gamma_{xx}^2(n) - \Gamma_{xx}(n-m)\Gamma_{xx}(n+m) \} (N-m-|n|) \right. \\
&\quad \left. + 2(N-m)\sigma_b^2\Gamma_{xx}(0) - 2(N-2m)\sigma_b^2\Gamma_{xx}(2m) + (N-m)\sigma_b^4 \right]. \quad (2.76)
\end{aligned}$$

Cette dernière relation revêt une importance particulière dans la mesure où elle a été calculée pour un signal arbitraire, ce qui veut dire qu'elle décrit les performances de la méthode Pulse-Pair pour l'estimation de la fréquence Doppler pour toutes les formes du signal d'excitation. D'autres auteurs ont calculé des expressions similaires pour des cas particuliers que l'on se propose de retrouver à partir de la relation (2.76).

### 2.5.1 Cas d'une longue durée de corrélation

Ce cas particulier se présente lorsque la durée du signal d'excitation est très importante relativement au pas d'échantillonnage. Dans ce cas on peut considérer les approximations :

$$\begin{aligned}
\Gamma_{xx}^2(n) &\cong \Gamma_{xx}(n-1)\Gamma_{xx}(n+1) \\
\Gamma_{xx}(2) &\cong \Gamma_{xx}(1) \cong \Gamma_{xx}(0).
\end{aligned}$$

Soit en injectant dans la relation (2.76) pour  $m = 1$ , on trouve :

$$E \left[ \hat{f}_D^2 \right] = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \left[ \frac{S_{NR}^{-1}}{(N-1)^2} + \frac{S_{NR}^{-2}}{2(N-1)} \right], \quad (2.77)$$

avec  $S_{NR} = \frac{\Gamma_{xx}(0)}{\sigma_b^2}$  le rapport signal à bruit. Cette dernière relation coïncide avec l'expression obtenue par Lank et al. [Lank et al., 1973] en considérant un signal Doppler sinusoïdal de la forme :

$$y(n) = be^{j(2\pi f_D \tau n - \psi)} + b(n). \quad (2.78)$$

Il est à noter que pour un rapport signal à bruit élevé (resp. faible), la variance évolue en  $O(N^{-2})$  (resp. en  $O(N^{-1})$ ).

### 2.5.2 Cas d'un signal d'excitation à enveloppe gaussienne

Dans ce cas l'autocorrélation du signal Doppler prend la forme  $\Gamma_{xx}(n) = e^{-2\pi^2\sigma^2 n^2}$ , ce qui est équivalent à considérer une fonction d'autocorrélation normalisée par sa valeur maximale à l'origine. Si l'on considère de plus le cas particulier où  $m = 1$ , usuellement rencontré en pratique, il en résulte en remplaçant dans (2.76) que :

$$E \left[ \hat{f}_D^2 \right] = \frac{1}{8\pi^2 \Gamma_{xx}^2(1)} \left[ \frac{\Gamma_{xx}^2(0) - \Gamma_{xx}^2(1)}{(N-1)^2} \sum_{n=-(N-2)}^{N-2} \Gamma_{xx}^2(n) (N-1-|n|) + \frac{2\sigma_b^2}{N-1} \left( \Gamma_{xx}(0) - \Gamma_{xx}(2) + \frac{\Gamma_{xx}(2)}{N-1} \right) + \frac{\sigma_b^4}{N-1} \right]. \quad (2.79)$$

Cette dernière relation est similaire à celle dérivée par Zrnic [Zrnic, 1977] pour le cas d'un spectre Doppler de forme gaussienne.

### 2.5.3 Cas où les paires sont indépendantes

Si l'on considère la relation (A.25) présentée en annexe A pour des paires décalées, et en considérant de plus le cas d'une autocorrélation ayant une enveloppe gaussienne (voir la relation (2.34)) et un bruit blanc additif, le cas spécial où les paires sont indépendantes est obtenu pour  $T = \infty$ , ce qui donne :

$$E \left[ \hat{f}_D^2 \right] = \frac{1}{8\pi^2(N-1)} \left[ \frac{\Gamma_{xx}^2(0)}{\Gamma_{xx}^2(1)} (S_{NR}^{-1} + 1)^2 - 1 \right], \quad (2.80)$$

avec  $S_{NR} = \frac{\Gamma_{xx}(0)}{\sigma_b^2}$ . La relation (2.80) est identique à (2.54) au facteur  $(N - 1)$  près ; cette différence est liée au nombre de termes de la somme (2.65), estimateur non biaisé de la fonction de corrélation, étant supposé que l'on dispose d'un vecteur de données  $y(n)$  de taille finie  $N$ .

## 2.6 Incertitude et coefficient de corrélation

Il est possible et souvent intéressant pour des besoins de validation ou d'amélioration d'une mesure d'estimer l'incertitude sur l'estimée obtenue par la méthode Pulse-Pair. Si l'on considère un spectre de forme gaussienne, cas particulier mais présentant l'avantage d'être le moins compromettant parmi d'autres pour une situation pratique donnée<sup>11</sup>, le coefficient de corrélation normalisé du signal Doppler observé  $y(t)$  s'exprime en supposant la présence d'un bruit blanc additif comme suit :

$$\hat{C} = \frac{|\hat{\Gamma}_{yy}(\tau)|}{\hat{\Gamma}_{yy}(0)} = [1 + S_{NR}^{-1}]^{-1} e^{-2\pi^2 \sigma^2 \tau^2}. \quad (2.81)$$

Cette relation s'obtient en partant des relations (2.7) et (2.34) qui permettent d'écrire que :

$$\begin{aligned} |\hat{\Gamma}_{yy}(\tau)| &= A_x(0) e^{-2\pi^2 \sigma^2 \tau^2} \\ \hat{\Gamma}_{yy}(0) &= \Gamma_{xx}(0) + \Gamma_{bb}(0), \end{aligned}$$

et en tenant compte de la définition du rapport signal à bruit de la relation (2.57).

D'autre part, la variance sur l'estimation de la fréquence Doppler est liée à la variance d'estimation de la vitesse radiale  $\sigma_v$  par la relation :

$$\sigma_v = \frac{c}{2} \frac{\sigma}{f_0} \quad (2.82)$$

avec  $c$  la célérité du son et  $f_0$  la fréquence centrale du pulse d'émission. Soit en injectant (2.82) dans (2.81), on trouve l'expression liant le coefficient de corrélation avec la variance d'estimation de la vitesse radiale de l'écoulement :

$$\hat{C} = [1 + S_{NR}^{-1}]^{-1} e^{-\frac{8\pi^2 f_0^2 \sigma_v^2 \tau^2}{c^2}}. \quad (2.83)$$

Cette expression revêt un intérêt pratique dans la mesure où elle permet d'estimer directement l'incertitude sur la vitesse en fonction du coefficient de corrélation obtenu à partir des données. Il est possible alors d'améliorer la précision sur la mesure de la vitesse en modifiant le nombre

<sup>11</sup>Cette affirmation repose largement sur le théorème central limite.

d'estimées entrant dans le calcul d'une valeur moyenne, ceci en considérant la stationnarité de la vitesse pendant la durée du moyennage.

## 2.7 Choix optimal du délai interpulse

Un aspect intéressant de la relation (2.54) exprimant la variance de l'estimateur Pulse-Pair réside dans le fait qu'elle peut être utilisée pour la recherche d'un délai interpulse  $\tau$  optimal dans le sens où il peut minimiser la variance d'estimation [Williams, 1973]. Pour ce faire, il est indispensable de disposer de bonnes estimées du rapport signal à bruit  $S_{NR}$  ainsi que de la variance spectrale  $\sigma$ . Ces grandeurs pouvant être obtenues par l'utilisation préliminaire d'une valeur non optimale du délai interpulse, il est ensuite possible de trouver  $\tau$  minimisant (2.54).

Si l'on considère un spectre de forme gaussienne (voir la relation (2.34)), choix le moins compromettant, il est alors possible de réécrire la relation exprimant la variance d'estimation pour le cas d'un bruit blanc comme suit :

$$\sigma_{V_D}^2 = \frac{V_{PRF}^2}{8\pi^2 N} \left\{ \frac{(S_{NR}^{-1} + 1)^2}{e^{-\kappa}} - 1 \right\}, \quad (2.84)$$

avec  $V_{PRF} = c/(2f_0\tau)$  étant la vitesse maximale non ambiguë<sup>12</sup>, et  $\kappa$  défini par :

$$\kappa = \left( \frac{2\pi\sigma_\vartheta}{V_{PRF}} \right)^2. \quad (2.85)$$

où  $\sigma_\vartheta = c\sigma/2f_0$  l'écart-type sur la vitesse lié à la largeur spectrale du signal Doppler. Le délai interpulse minimisant la relation (2.84) est solution à l'équation :

$$\frac{d\sigma_{V_D}^2}{dV_{PRF}} = 0, \quad (2.86)$$

qui après calcul aboutit à :

$$(S_{NR}^{-1} + 1)^2 (1 - \kappa) - e^{-\kappa} = 0. \quad (2.87)$$

Cette équation peut être résolue numériquement par rapport à  $\kappa$  pour différentes valeurs du rapport signal à bruit typiquement rencontrées. Les solutions de  $\tau$  qui s'en déduisent peuvent être stockées en mémoire afin de corriger en temps réel la valeur du délai interpulse. Il est alors possible de n'utiliser que le nombre de paires  $N$  nécessaires pour atteindre la variance souhaitée sur la vitesse.

---

<sup>12</sup>Une vitesse non ambiguë correspond aux valeurs de la phase de la fonction de corrélation inférieure à  $2\pi$  lorsque le sens de l'écoulement est connu *a priori*, ou bien correspondant à des phases comprises dans l'intervalle  $]-\pi, \pi]$  dans le cas où le sens de l'écoulement est inconnu.

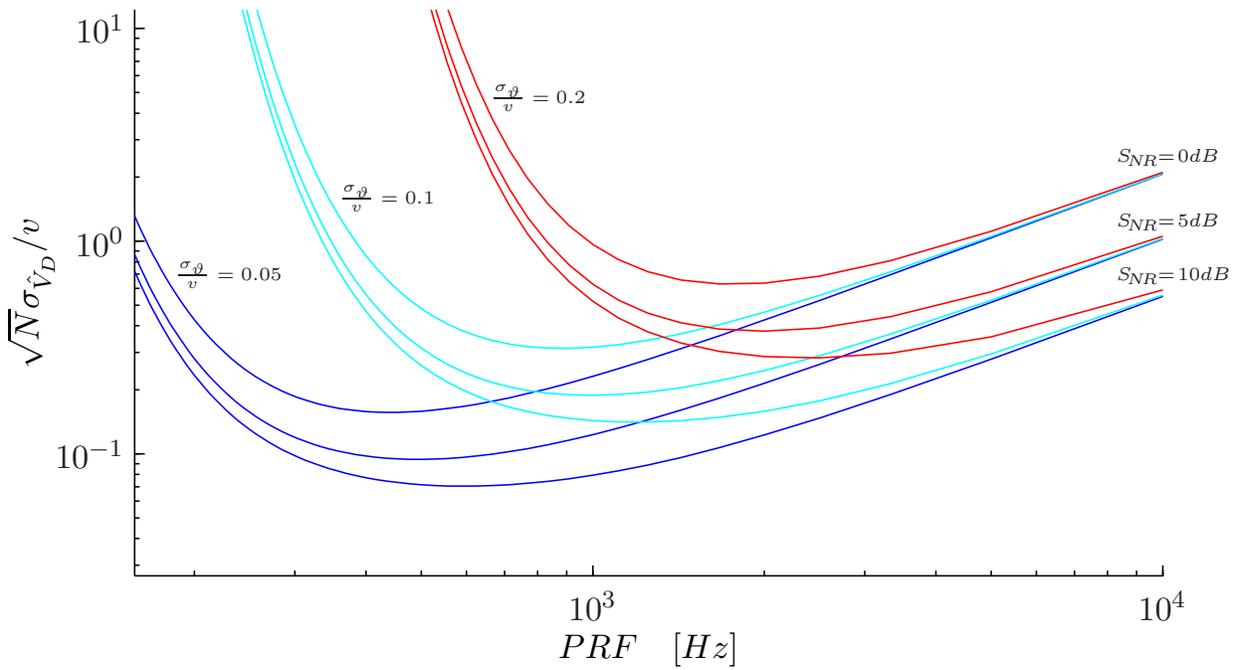


FIG. 2.3 – Écart-type normalisé de l'estimée de la fréquence moyenne en fonction du délai interpulse.  $f_o = 1MHz$ ,  $v = 1m/s$ .

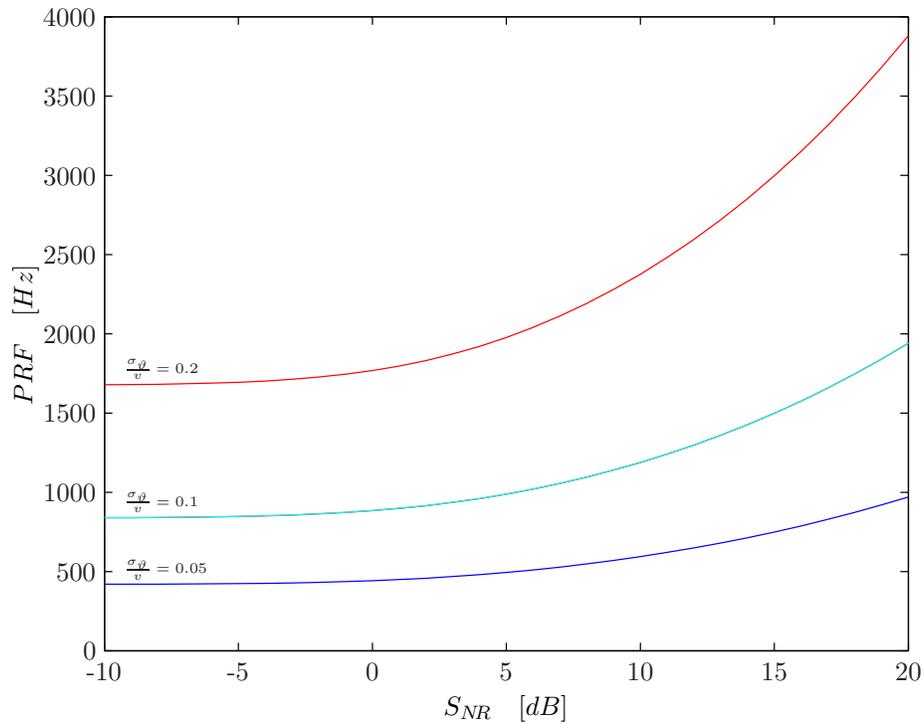


FIG. 2.4 – Fréquence de répétition optimale en fonction du rapport signal à bruit pour trois valeurs de la largeur spectrale normalisée.  $f_o = 1MHz$ ,  $v = 1m/s$ .

Soit en considérant l'exemple d'une vitesse à mesurer de  $v = 1m/s$  et une fréquence d'émission  $f_o = 1MHz$ , on trace sur la figure (2.3) la variance d'estimation normalisée par la vitesse  $v$  en fonction de la fréquence de répétition des tirs (ou PRF de l'anglais : Pulse Repetition Frequency) pour trois valeurs du rapport signal à bruit et trois valeurs de la largeur spectrale. On trace également sur la figure (2.4) la fréquence de répétition minimisant la variance pour trois valeurs de la largeur spectrale en fonction du rapport signal à bruit, les solutions de la relation (2.87) ayant été obtenues en utilisant la fonction `fzero` sous MATLAB.

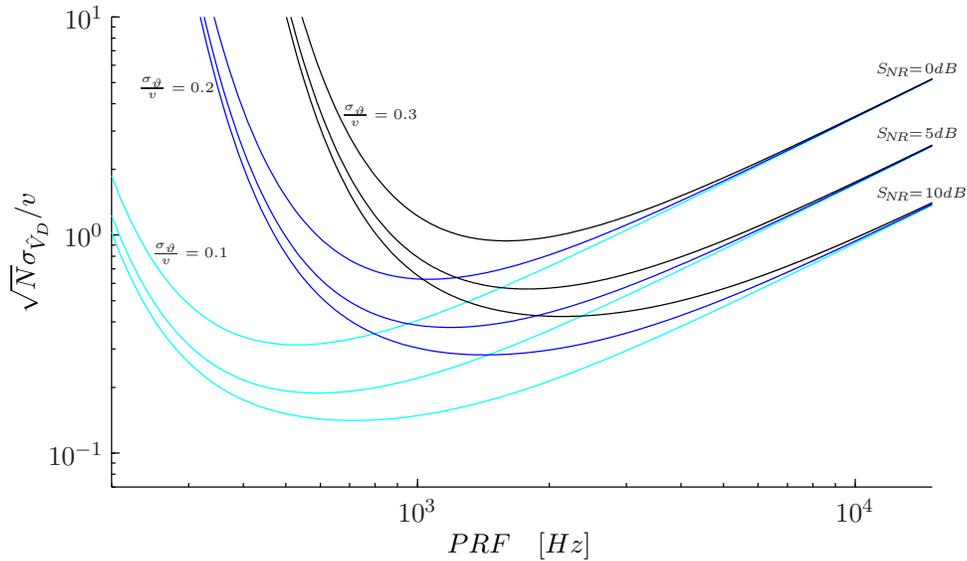


FIG. 2.5 – Écart-type normalisé de l'estimée de la fréquence moyenne en fonction du délai interpulse.  $f_o = 2MHz$ ,  $v = 0,3m/s$ .

Un autre cas intéressant correspondant à une vitesse  $v = 0,3m/s$  et une fréquence d'émission  $f_o = 2MHz$  est représenté par la figure (2.5). On trace également sur la figure (2.6) pour comparaison avec le cas précédent la fréquence de répétition optimale en fonction du rapport signal à bruit. On remarque que dans chaque cas la variance d'estimation peut être minimisée par un choix judicieux de la fréquence de répétition, du délai  $\tau$  multiple de la période de répétition, ou des deux à la fois, le but étant soit d'obtenir la même précision en utilisant un minimum de tirs pour des besoins d'optimisation de l'énergie par exemple, ou bien pour un nombre de tirs inchangé, obtenir une précision meilleure.

## 2.8 Conclusion

Lorsque les paires de pulses sont indépendantes, la méthode Pulse-Pair pour l'estimation du premier moment spectral du signal Doppler est non biaisée et peut atteindre la borne de Cramér-Rao pour un nombre de paires important. Cette propriété de l'estimateur ajoutée à sa

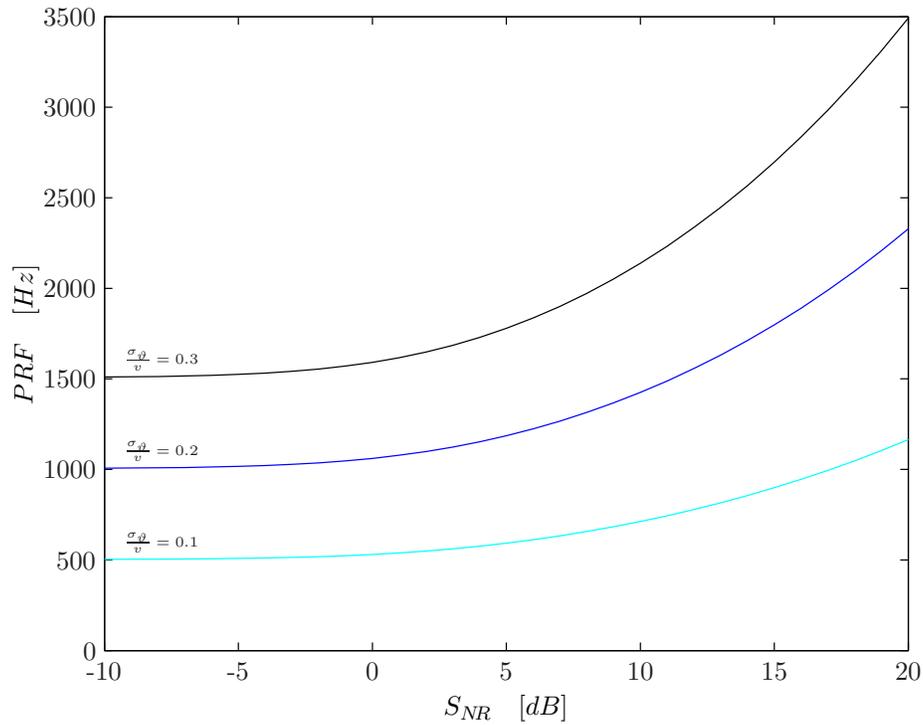


FIG. 2.6 – Fréquence de répétition optimale en fonction du rapport signal à bruit pour trois valeurs de la largeur spectrale normalisée.  $f_o = 2MHz$ ,  $v = 0,3m/s$ .

très faible complexité calculatoire fait de cette méthode un choix attractif pour un grand nombre d'applications [Zrnic, 1979, Zrnic, 1983].

Pour le cas particulier où le signal ainsi que le bruit sont des processus gaussiens et indépendants, avec l'hypothèse complémentaire de blancheur du bruit, la borne de Cramér-Rao prend une forme simplifiée permettant de déduire une valeur du délai interpulse minimisant la variance d'estimation. Cette valeur optimale du délai interpulse correspond à une valeur particulière de la largeur spectrale ainsi que le rapport signal à bruit.

Sous les mêmes hypothèses que celles utilisées pour obtenir l'estimateur Pulse-Pair, il est possible d'utiliser ce dernier comme un estimateur de déphasage entre deux répliques identiques d'un même signal arbitraire décalées l'une par rapport à l'autre d'un délai temporel inférieur à une période de la fréquence centrale de l'onde porteuse, et ce afin d'éviter l'ambiguïté liée à l'estimation du déphasage. Cette propriété revêt une importance capitale pour l'utilisation de signaux d'excitation à large bande spectrale dans le but de réduire la variance d'estimation sans affecter la résolution spatiale et temporelle.

L'hypothèse de blancheur du bruit est particulièrement justifiée dans le cas d'un signal Doppler à bande spectrale étroite relativement à celle du bruit. Lorsqu'il s'agit de faire usage de signaux à large bande spectrale, il est plus approprié de considérer un modèle de bruit coloré à

bande spectrale limitée à la largeur spectrale du système d'acquisition.

# Chapitre 3

## Algorithmes cohérents

### 3.1 Introduction

Les méthodes dites cohérentes<sup>1</sup> pour l'estimation de la vitesse d'un écoulement par effet Doppler, consistent en l'émission d'une série d'impulsions de courte durée puis en l'observation du changement de phase de l'onde porteuse d'un cycle d'émission à l'autre. L'objectif de ce chapitre consiste à exposer le principe des méthodes cohérentes en mettant l'accent sur les méthodes cohérentes large bande et plus particulièrement la méthode d'intercorrélation temporelle. Cette méthode initialement proposée par Dotti *et al.* [Dotti *et al.*, 1976] puis par Bassini *et al.* [Bassini *et al.*, 1979] ainsi que Bonnefous et Pesqué [Bonnefous et Pesqué, 1986, Bonnefous *et al.*, 1986] présente aux moins trois avantages relativement à la méthode bande étroite<sup>2</sup>. Le premier avantage concerne l'élimination au moins théorique de la limite imposée par la fréquence de Nyquist, celle-ci étant liée à la fréquence de répétition des tirs (ou PRF de l'anglais : Pulse Repetition Frequency) [Embree et O'Brien, 1985, Embree et O'Brien, 1990, Foster *et al.*, 1990]. Le deuxième avantage réside dans la possibilité de pouvoir estimer un profil de vitesse à partir de seulement deux réflexions successives, alors que pour la méthode de Kasai il faut en pratique au moins une dizaine ou un peu moins de cycles d'émission-réception afin d'aboutir à une estimée interprétable [Idier (sous la direction de), 2001, Giovannelli *et al.*, 1994], alors que pour atteindre une précision équivalente à celle de la méthode d'intercorrélation, il faut autant de cycles d'émission-réception permettant d'obtenir un nombre d'échantillons statistiquement indépendants équivalent au produit durée-largeur de bande spectrale du signal fenêtré utilisé pour l'évaluation de l'intercorrélation temporelle [Hein *et al.*, 1989, Hein et O'Brien, 1993,

---

<sup>1</sup>Plus rigoureusement on dira méthodes cohérentes Pulse-à-Pulse [Brumley *et al.*, 1991, Lhermitte et Serafin, 1984].

<sup>2</sup>Cette dernière a été initialement proposée par Kasai *et al.* [Kasai *et al.*, 1985] dans le domaine biomédical puis par Takeda pour l'étude des écoulements en mécanique des fluides [Takeda, 1986, Takeda, 1995]

[Vaitkus et Cobbold, 1998]. Ceci nous amène à évoquer le troisième avantage qui est dû à la nature large bande de la méthode d'intercorrélation ; la méthode de Kasai consiste à estimer la fréquence moyenne d'un signal complexe, obtenu par démodulation du signal ultrasonore en bande de base, ce qui favorise l'utilisation d'un signal d'excitation à bande spectrale étroite [Loupas et Gill, 1994, Loupas *et al.*, 1995b, Loupas *et al.*, 1995a]. La méthode d'intercorrélation quant à elle consiste à estimer un délai temporel entre deux répliques d'un signal, par conséquent il est plus favorable d'utiliser des signaux à large bande spectrale. Une conséquence immédiate est que la méthode d'intercorrélation temporelle permet d'atteindre une meilleure résolution spatiale [Ferrara et Algazi, 1991a, Ferrara et Algazi, 1991b, Torp *et al.*, 1993].

Une solution est proposée pour la régularisation de la fonction d'intercorrélation afin de tenir compte de la douceur temporelle et spatiale du profil de vitesses [Abda et Schmitt, 2007, Abda et Schmitt, 2009]. On montre expérimentalement sur un écoulement de bentonite<sup>3</sup> que cette méthode permet de réduire significativement la variance d'estimation lorsque le rapport signal à bruit est faible. De plus, l'élimination de l'ambiguïté sur la détermination du vrai pic de corrélation permet d'effectuer des mesures de vitesses supérieures à la limite imposée par la fréquence de Nyquist.

## 3.2 Principe

Le principe de fonctionnement d'un système cohérent est schématisé par la figure (3.1). On émet de façon périodique une impulsion ultrasonore à la fréquence nominale du transducteur avec une période de répétition  $T_{PRF}$ . La durée de l'impulsion émise à chaque cycle peut être variée ce qui permet de modifier la largeur spectrale du signal d'émission ainsi que l'énergie totale illuminant le milieu. L'estimation de la vitesse consiste à analyser le signal rétrodiffusé sur deux ou plusieurs cycles d'émission-réception successifs afin d'en extraire l'information de vitesse. Comme indiqué sur la figure (3.1), le signal rétrodiffusé est fenêtré pour obtenir une portion correspondant à une région spatiale délimitée dans le sens radial par la durée de la fenêtre temporelle et dans le sens transversal par la géométrie du faisceau ultrasonore, définissant ainsi un volume d'intérêt. L'estimation de la vitesse à partir d'une succession de volumes ainsi définis permet d'accéder à la distribution spatiale du champs de vitesse le long du faisceau ultrasonore.

La profondeur maximale explorable est limitée par la période  $T_{PRF}$  de répétition des tirs. Cette profondeur maximale correspond à la distance parcourue par l'onde ultrasonore dans le

---

<sup>3</sup>La bentonite est une argile utilisée essentiellement en génie civil. En raison de ses fonctionnalités rhéologiques, la bentonite a un comportement thixotrope.

fluide durant un temps égal à une demi période  $T_{PRF}$ , soit :

$$P_{max} = \frac{c}{2}T_{PRF}, \quad (3.1)$$

avec  $P_{max}$  la profondeur maximale explorable et  $c$  la vitesse du son dans le milieu.

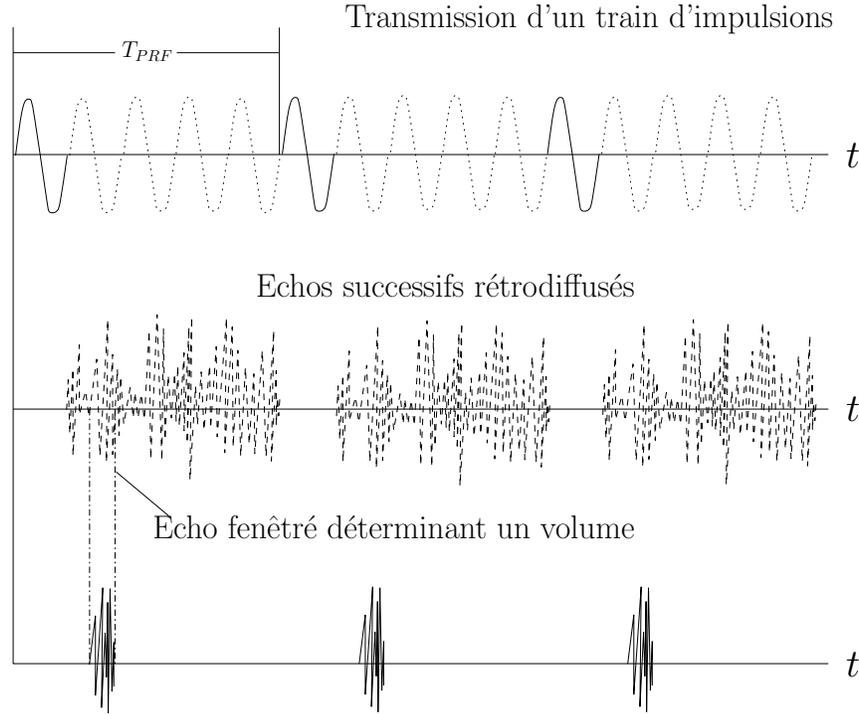


FIG. 3.1 – Principe de fonctionnement d'un système cohérent pulse-à-pulse.

Si l'on considère l'émission de  $N_p$  pulses à phase cohérente, le signal reçu à partir d'un volume d'intérêt contenant  $M$  particules ponctuelles identiques supposées dans un premier temps animées uniquement d'un mouvement radial, s'exprime comme suit [Bonnefous, 1989, Ferrara et Algazi, 1991a, Vaitkus et Cobbold, 1998] :

$$r(t) = \Re \left\{ \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{i=1}^M D^2(\vec{r}_{i,k}) \tilde{e}(t - kT'_{PRF} - \tau_0^i) e^{j2\pi[f'_{o,i}(t - kT'_{PRF} - \tau_0^i)]} \right\}. \quad (3.2)$$

Dans la relation précédente on a :

- $k$  représente l'indice du cycle d'émission-réception ;
- $i$  représente l'indice de la  $i^{\text{ème}}$  particule ;
- $D^2(\vec{r}_{i,k})$  représente la fonction de directivité du transducteur en émission-réception ayant comme argument la position spatiale au  $k^{\text{ème}}$  cycle de la particule correspondante représentée par le vecteur position  $\vec{r}_{i,k}$  ;

- $\tilde{e}(t)$  représente l'enveloppe complexe du pulse d'émission convoluée avec la réponse du transducteur et la fonction de transfert représentant l'effet combiné de la propagation dans le milieu ainsi que la réflexion sur la particule correspondante ;
- $f'_{o,i}$  est la fréquence centrale du signal reçu correspondant à la  $i^{\text{ème}}$  particule ;
- $T'_{PRF}$  représente la période de répétition du signal reçu ayant subi une compression/dilatation par effet Doppler ;
- $\tau_0^i$  représente le délai de propagation du premier pulse, correspondant à  $k = 0$ , sur le trajet aller-retour entre le transducteur et la  $i^{\text{ème}}$  particule.

La fréquence centrale  $f'_{o,i}$  du signal reçu est reliée à la fréquence centrale  $f_o$  du pulse d'émission par :

$$f'_{o,i} = f_o - f_D^i, \quad (3.3)$$

où compte tenu de l'angle  $\theta$  existant entre le faisceau ultrasonore et le vecteur déplacement de la  $i^{\text{ème}}$  particule, l'association de l'éloignement de la particule aux vitesses positives permet de définir la fréquence Doppler  $f_D^i$  correspondante par :

$$f_D^i = \frac{2v_i f_o \cos \theta}{c}, \quad (3.4)$$

avec  $v_i$  la vitesse de l'écoulement associée à la  $i^{\text{ème}}$  particule. De même, la période  $T'_{PRF}$  s'exprime par :

$$\begin{aligned} T'_{PRF} &= \frac{1}{f'_{PRF}} \\ &= \frac{1}{f_{PRF} \left(1 - \frac{2}{c} v_i \cos \theta\right)} \\ &\approx T_{PRF} (1 + \eta_i), \end{aligned} \quad (3.5)$$

avec  $\eta_i = \frac{2v_i \cos \theta}{c}$ .

En injectant les relations (3.3) et (3.5) dans (3.2) on aboutit à :

$$\begin{aligned} r(t) &= \Re \left\{ \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{i=1}^M D^2(\vec{r}_{i,k}) \tilde{e} \left( t - (\eta_i + 1)kT_{PRF} - \tau_0^i \right) e^{j2\pi[(f_o - f_D^i)t - f_o \tau_0^i(1 - \eta_i) - f_o k T_{PRF}(1 - \eta_i^2)]} \right\} \\ &\simeq \Re \left\{ \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{i=1}^M D^2(\vec{r}_{i,k}) \tilde{e} \left( t - (\eta_i + 1)kT_{PRF} - \tau_0^i \right) e^{j2\pi[(f_o - f_D^i)t - f_o \tau_0^i - f_o k T_{PRF}]} \right\}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

La dernière approximation a été obtenue en tenant compte du fait que :

$$\begin{aligned} f_o \tau_0^i (1 - \eta_i) &\simeq f_o \tau_0^i \\ f_o k T_{PRF} (1 - \eta_i^2) &\simeq f_o k T_{PRF}. \end{aligned}$$

De plus, la cohérence des pulses d'excitation a pour conséquence la propriété suivante :

$$2\pi f_o k T_{PRF} = 2l\pi, \quad (3.7)$$

où  $l$  est un nombre entier.

En pratique, le nombre important de particules contenues dans un volume justifie l'application du théorème central limite, et le signal total reçu  $r(t)$  exprimé par la relation (3.6) est un processus gaussien. Ce dernier peut être exprimé comme suit :

$$r(t) = \Re \left\{ \tilde{r}(t) e^{j2\pi f_o t} \right\}, \quad (3.8)$$

avec l'enveloppe complexe :

$$\tilde{r}(t) = e^{-j2\pi [f_D^{moy} t + f_o \tau_0^{moy}]} \sum_{k=0}^{N_p-1} \tilde{g}(t - (\eta + 1)kT_{PRF} - \tau_0^{moy}), \quad (3.9)$$

où  $f_D^{moy}$  et  $\tau_0^{moy}$  sont respectivement la fréquence Doppler moyenne et le délai de propagation aller-retour moyen (au premier cycle  $k = 0$ ) correspondants à l'ensemble des particules en mouvement avec une vitesse d'écoulement moyenne  $v_{moy}$ , et  $\eta = \frac{2v_{moy} \cos \theta}{c}$ .

Le signal  $\tilde{g}(t)$  représente un processus complexe gaussien. Le signal passe-bas  $\tilde{r}(t)$  représente l'enveloppe complexe obtenue par démodulation en phase et en quadrature du signal ultrasonore rétrodiffusé par le milieu. La relation (3.9) permet de voir que l'information de vitesse peut être obtenue de deux façons. La première consiste à estimer le premier moment spectral de l'enveloppe complexe. Cette approche favorise l'utilisation de signaux à bande spectrale étroite dans le but de réduire la variance d'estimation [Benham *et al.*, 1972, Loupas *et al.*, 1995b, Miller et Rochwarger, 1972, Zrnica, 1979, Zrnica, 1983]. La deuxième approche consiste à estimer le délai temporel correspondant au déplacement de l'ensemble des particules d'un cycle à l'autre, favorisant ainsi l'emploi de signaux à large bande spectrale [Ferrara et Algazi, 1991a, Ferrara et Algazi, 1991b, Vaitkus et Cobbold, 1998, Walker et Trahey, 1994, Walker et Trahey, 1995]. On schématise sur la figure (3.2) la relation existant entre les méthodes à bande étroite et large bande.

En prenant comme référence du temps le même instant relativement à l'instant d'émission

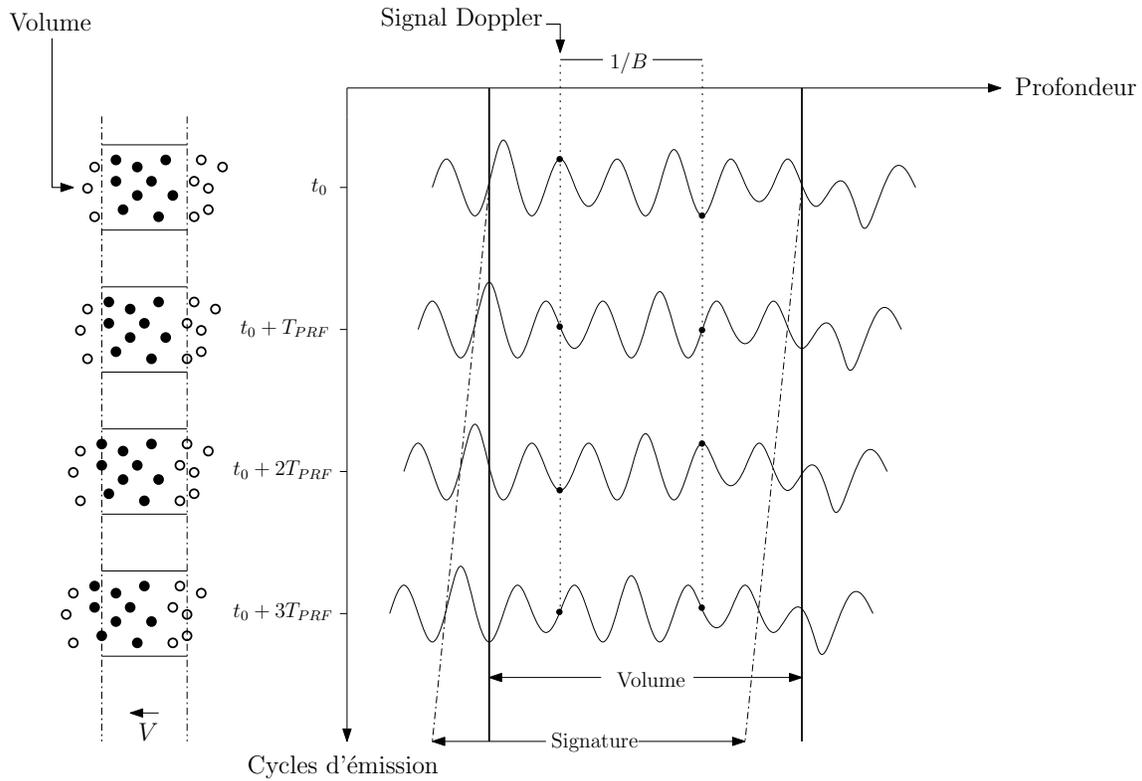


FIG. 3.2 – Illustration de la relation entre les techniques cohérentes à large bande et à bande étroite.

du cycle courant, on représente une succession de signaux émanant d'un même volume que l'on dispose comme schématisé par la figure (3.2). La méthode à bande étroite (dite Doppler) consiste à prélever un échantillon au même instant à chaque cycle d'émission-réception [Bonnetous et Pesqué, 1986, Kasai *et al.*, 1985, Vaitkus et Cobbold, 1998]. La variation de phase du signal rétrodiffusé associée au mouvement des particules contenues dans le volume d'intérêt varie linéairement avec la fréquence Doppler <sup>4</sup>. Cette méthode se résume donc à estimer la fréquence moyenne du signal complexe passe-bas ainsi obtenu. Une conséquence directe à cette méthode est l'existence d'une vitesse maximale non ambiguë liée à la fréquence d'échantillonnage du signal complexe passe-bas égale à la fréquence de répétition des tirs  $f_{PRF}$ . Lorsque le sens de l'écoulement est inconnu *a priori*, cette vitesse maximale est donnée par :

$$V_{max} = \pm \frac{c}{4} \frac{f_{PRF}}{f_o \cos \theta}. \quad (3.10)$$

En reprenant la relation (3.1) exprimant la profondeur maximale explorable, cette dernière peut être combinée avec la vitesse maximale mesurable pour aboutir à une relation exprimant

<sup>4</sup>On suppose ici que la vitesse est quasiment constante pendant la durée de la mesure.

l’ambiguïté vitesse-profondeur :

$$V_{max}P_{max} = \pm \frac{c}{8} \frac{\lambda}{\cos \theta}, \quad (3.11)$$

avec  $\lambda$  la longueur d’onde correspondant à la fréquence centrale  $f_o$  du pulse d’émission.

Dans le but de contourner cette ambiguïté caractéristique des méthodes cohérentes à bande étroite, une alternative intéressante à la méthode Doppler consiste à estimer le délai temporel existant entre deux signaux fenêtrés rétrodiffusés à deux cycles différents correspondants à une même profondeur donnée. En se référant toujours à la figure (3.2), on voit que le déplacement des particules “en noir” correspond à un décalage temporel sur l’axe de la profondeur radiale d’une portion de signal représentative de cet ensemble de particules. L’estimation d’un délai temporel n’étant sujette à aucune ambiguïté, il est envisageable dans ce cas d’effectuer des mesures de vitesses supérieures à la limite de Nyquist.

### 3.3 Méthodes à bande étroite

Cette catégorie d’algorithmes se base sur l’observation du changement de phase d’un cycle d’émission-réception à l’autre dans chaque cellule correspondant à un volume fenêtré. En échantillonnant le signal reçu de chaque pulse d’émission à une profondeur fixe donnée, la largeur de bande spectrale du signal Doppler ainsi obtenue n’est plus déterminée par la durée du pulse d’émission, et la largeur spectrale est grandement réduite<sup>5</sup> permettant ainsi l’obtention d’une bonne estimée  $\hat{f}_D$  de la fréquence Doppler moyenne  $f_D^{moy}$  [Newhouse et Amir, 1983].

#### 3.3.1 Algorithme de Kasai

L’algorithme de Kasai [Kasai *et al.*, 1985] a été proposé initialement pour la mesure en temps réel des profils de vitesse dans les applications biomédicales et fut également proposé par Takeda [Takeda, 1986] pour l’étude des écoulements en mécanique des fluides. Cette méthode qui consiste en une application directe des recherches précédemment menées en technologie radar pour les applications météorologiques [Benham *et al.*, 1972, Rummler, 1968b, Zrnica, 1983] a été intensivement utilisée dans le domaine des ultrasons et particulièrement en imagerie Doppler biomédicale. L’algorithme de Kasai consiste en une application directe de la méthode Pulse-Pair pour l’estimation du premier moment spectral du signal complexe obtenu par démodulation en phase et en quadrature.

---

<sup>5</sup>Cette réduction de la largeur spectrale est liée à la variation lente de la phase à une profondeur donnée d’un cycle à l’autre, ceci par opposition aux variations rapides du signal dans le sens de la profondeur conduisant à une largeur spectrale plus importante dans la bande radio.

En revenant à la relation (3.9) exprimant l'enveloppe complexe du signal ultrasonore, on exprime le signal complexe échantillonné à la fréquence de répétition des tirs  $f_{PRF}$  en négligeant la contribution des cycles précédents, ce qui donne :

$$\tilde{r}(mT_{PRF}) \approx e^{-j2\pi[f_D^{moy}mT_{PRF} + f_o\tau_0^{moy}]} \cdot \tilde{g}(-\eta mT_{PRF} - \tau_0^{moy}). \quad (3.12)$$

Le terme  $\tilde{g}(-\eta mT_{PRF} - \tau_0^{moy})$  représente l'enveloppe complexe du pulse d'émission convoluée avec la fonction de transfert du transducteur ainsi que celle du milieu, et de ce fait présente un spectre de fréquence moyenne nulle. Par conséquent, le spectre du signal Doppler en bande de base est centré autour de la fréquence  $f = f_D^{moy}$ . L'estimée fournie par la méthode Pulse-Pair de cette dernière s'exprime par (voir les relations (2.4) et (2.15)) :

$$\begin{aligned} f_D^{moy} &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f S_{\tilde{r}}(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tilde{r}}(f) df} \\ &\approx \frac{1}{2\pi T_{PRF}} \arctan \left[ \frac{\Im \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}}{\Re \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}} \right], \end{aligned} \quad (3.13)$$

où  $S_{\tilde{r}}(f)$  représente le spectre associé au signal Doppler non bruité  $\tilde{r}(t)$  et  $\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau)$  la fonction d'autocorrélation correspondante. Finalement, l'estimée de la vitesse est obtenue à partir de la relation (3.4) comme suit :

$$\hat{v}_{moy} = \frac{c \hat{f}_D}{2f_o \cos \theta}, \quad (3.14)$$

où  $\hat{f}_D$  représente l'estimée de la fréquence Doppler obtenue par la méthode Pulse-Pair.

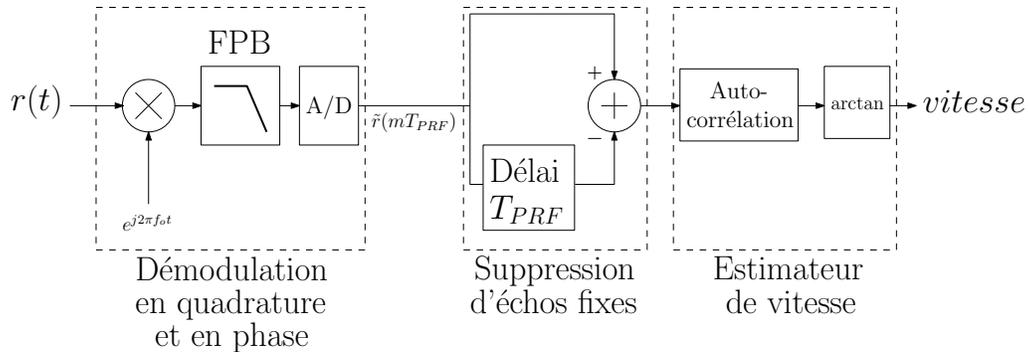


FIG. 3.3 – Diagramme de la méthode de Kasai basée sur l'estimation du déphasage du signal Doppler en bande de base.

La figure (3.3) présente le schéma d'une variante de la méthode de Kasai incluant une procédure de suppression des échos fixes. La méthode de Kasai représente la base des méthodes d'estimation de la vitesse par effet Doppler dans plusieurs systèmes disponibles dans le commerce et couvrant une large gamme d'applications, des systèmes biomédicaux [Gran *et al.*, 2008, Kasai *et al.*, 1985] à la mesure ponctuelle tridimensionnelle du champ de

vitesse dans un écoulement hydraulique turbulent [Franca et Lemmin, 2006, Hurther, 1995, Thorne et Hanes, 2002, Voulgaris et Trowbridge, 1998, Weidong, 1997].

### 3.3.2 Variantes et améliorations de la méthode de Kasai

Afin d'améliorer la précision de la méthode de Kasai, plusieurs méthodes ont été proposées. Parmi ces améliorations, Loupas *et al.* [Loupas et Gill, 1994, Loupas *et al.*, 1995a, Loupas *et al.*, 1995b] ont proposé un algorithme permettant de tenir compte de l'effet Doppler multifréquentiel en adoptant une estimation généralisée de la fréquence Doppler. Cette méthode repose sur le fait que la fenêtre d'observation dans le sens de la profondeur (voir la figure (3.2)) à un cycle donné contient un certain nombre d'échantillons statistiquement indépendants. Ce nombre d'échantillons est d'autant plus important que la largeur spectrale du signal en bande radio est importante. L'estimateur de la fréquence Doppler proposé par Loupas *et al.* consiste à calculer la moyenne de toutes les estimées de la fréquence Doppler obtenues sur toute la profondeur du volume considéré. De plus, la fréquence centrale  $f_o$  du signal ultrasonore en bande radio entrant dans le calcul de la vitesse (voir la relation (3.14)) est également estimée par moyennage de toutes les valeurs obtenues à partir de la succession des signaux fenêtrés. L'avantage de cette approche réside dans la compensation du biais lié à l'atténuation des ultrasons dans le milieu, et qui favorise la propagation des basses fréquences [Ferrara *et al.*, 1992]. Les auteurs montrent par des simulations comparatives et expérimentalement que les performances d'une telle approche sont très proches de celles obtenues par la méthode d'intercorrélation temporelle. Cependant, cette méthode souffre naturellement comme la méthode de Kasai de l'ambiguïté vitesse-profondeur mais en revanche présente l'avantage certain de réduire significativement la charge de calcul comparativement à la méthode d'intercorrélation temporelle. Ces résultats ont été confirmés plus récemment par les travaux de Pinton *et al.* [Pinton *et al.*, 2006].

Une extension à la méthode de Loupas *et al.* a été proposée par Lai *et al.* [Lai *et al.*, 1997]. Les auteurs proposent de résoudre l'ambiguïté sur la vitesse par l'exploitation de l'information apportée par l'enveloppe interpolée en bande de base. Cette approche a permis d'obtenir des profils de vitesses au-delà de la vitesse maximale non ambiguë (voir la relation (3.10)), avec des performances équivalentes à celles obtenues par intercorrélation temporelle [Bonnefous et Pesqué, 1986, Foster *et al.*, 1990].

Une autre catégorie d'algorithmes à bande étroite concerne les méthodes exploitant l'isomorphisme existant entre la méthode Doppler pulsée cohérente et les méthodes haute résolution pour l'estimation de la direction d'arrivée d'une onde plane par réseau d'antennes équidistantes [Allam *et al.*, 1996, Vaitkus et Cobbold, 1998]. Le principe de ces méthodes repose sur la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance du signal reçu et la sélection

du nombre de modes composant le spectre Doppler, ceci en considérant les valeurs propres significatives comme correspondant à l'espace signal et les moins significatives à l'espace bruit [Ottersten et Kailath, 1990, Roy *et al.*, 1986, Schmidt, 1986]. Ces méthodes présentent l'avantage d'améliorer l'immunité au bruit ainsi que la résolution spatiale et temporelle avec une variance comparable à celle de l'intercorrélacion temporelle pour des rapports signal à bruit supérieurs à 10dB [Vaitkus *et al.*, 1998]. Cependant, leur relative complexité algorithmique liée d'une part à la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance, et d'autre part à la procédure de réduction de la largeur de bande spectrale du signal [Allam et Moghaddamjoo, 1995], rendent difficile leur implémentation en temps réel. Une difficulté supplémentaire réside dans la détermination de la dimension de l'espace signal, et qui dépend du contenu spectral du signal [Allam et Greenleaf, 1996].

### 3.4 Méthodes large bande

Les méthodes à large bande spectrale pour l'estimation de la vitesse par effet Doppler reposent sur l'estimation du délai temporel existant entre les différentes réflexions successives à une profondeur donnée. Les deux principales méthodes large bande cohérentes connues sont la méthode d'intercorrélacion temporelle et la méthode dite WBPMLÉ (de l'anglais *WideBand Point Maximum Likelihood Estimator*) proposée par Ferrara et Algazi [Ferrara et Algazi, 1991a, Ferrara et Algazi, 1991b]. La première est considérée comme la méthode de référence conformément aux différentes études comparatives publiées [Pinton *et al.*, 2006, Vaitkus et Cobbold, 1998]. La seconde repose sur l'utilisation d'un filtrage adapté [Berkowitz, 1965] en bande de base en supposant que le signal reçu provient d'une cible unique à faible fluctuation. L'algorithme consiste dans une première étape à générer à partir d'un modèle du signal émis une série de signaux ayant subi chacun une compression/dilatation par effet Doppler pour une valeur particulière de la vitesse de la cible, et dans une deuxième étape, à effectuer une série de corrélacions avec le signal complexe reçu en bande de base avec chaque modèle du signal précédemment généré. L'estimée de la vitesse est ensuite obtenue par recherche de la valeur qui maximise le module de la corrélacion complexe. En raison de la complexité supérieure et des moins bonnes performances de la méthode WBPMLÉ comparativement à la méthode d'intercorrélacion temporelle [Vaitkus *et al.*, 1998], on se propose dans ce qui suit de décrire plus en détail cette dernière dont les performances seront ensuite améliorées par régularisation de la fonction d'intercorrélacion [Abda et Schmitt, 2009].

### 3.4.1 Intercorrélation temporelle

Comme discuté précédemment, une alternative intéressante à la méthode de Kasai concerne l'estimation de la vitesse à partir du délai temporel existant entre deux signaux reçus à partir de deux cycles successifs. En revenant aux relations (3.8) et (3.9), le signal en bande radio rétrodiffusé au  $k^{\text{ème}}$  cycle s'exprime par :

$$r_k(t) = \Re \left\{ \tilde{g}(t - kT_{PRF}(\eta + 1) - \tau_0^{moy}) e^{j2\pi[(f_o - f_D^{moy})t - f_o(kT_{PRF} + \tau_0^{moy})]} \right\}. \quad (3.15)$$

On effectue le changement de variables  $t' = t - kT_{PRF}$  avec  $-\frac{T_g}{2} \leq t' \leq \frac{T_g}{2}$ , où  $T_g$  représente la durée du signal fenêtré. On obtient alors :

$$r_k(t') = \Re \left\{ \tilde{g}(t' - \eta kT_{PRF} - \tau_0^{moy}) e^{j2\pi f_o((1-\eta)t' - \eta kT_{PRF} - \tau_0^{moy})} \right\}. \quad (3.16)$$

De même on a :

$$r_{k+1}(t') = \Re \left\{ \tilde{g}(t' - \eta kT_{PRF} - \tau_0^{moy} - \eta T_{PRF}) e^{j2\pi f_o(t' - \eta kT_{PRF} - \tau_0^{moy} - \eta T_{PRF})} \right\}. \quad (3.17)$$

Compte tenu du fait que la taille du volume est très faible devant la profondeur maximale explorable (rapport inférieur à 1%), on a :

$$t' \ll T_{PRF},$$

ce qui permet de déduire que :

$$r_{k+1}(t') = r_k(t' - \tau_D^{moy}), \quad (3.18)$$

avec  $\tau_D^{moy} = \eta T_{PRF}$ . Par conséquent, il suffit d'obtenir une estimée  $\hat{\tau}_D$  du délai existant entre deux réflexions successives. La vitesse correspondante s'obtient alors comme suit :

$$\hat{v}_{moy} = \frac{c\hat{\tau}_D}{2T_{PRF} \cos \theta}. \quad (3.19)$$

Plusieurs méthodes d'estimation du délai  $\hat{\tau}_D$  existent, cependant les différentes études comparatives menées montrent que la maximisation de l'intercorrélacion normalisée :

$$\hat{\tau}_D^{pic} = \arg \max_{\tau} \{R_{k,k+1}(\tau)\}, \quad (3.20)$$

avec :

$$R_{k,k+1}(\tau) = \frac{\int_{-\frac{T_g}{2}}^{\frac{T_g}{2}} r_k(t')r_{k+1}(t' + \tau)dt'}{\sqrt{\int_{-\frac{T_g}{2}}^{\frac{T_g}{2}} r_k^2(t')dt' \int_{-\frac{T_g}{2}}^{\frac{T_g}{2}} r_{k+1}^2(t' + \tau)dt'}}, \quad (3.21)$$

ainsi que la minimisation de la somme des différences quadratiques :

$$\hat{\tau}_D^{pic} = \arg \min_{\tau} \{Q_{k,k+1}(\tau)\}, \quad (3.22)$$

avec :

$$Q_{k,k+1}(\tau) = \int_{-\frac{T_g}{2}}^{\frac{T_g}{2}} (r_k(t') - r_{k+1}(t' + \tau))^2 dt', \quad (3.23)$$

permettent d'atteindre les meilleures performances [Fertner et Sjölund, 1986, Lai et Trop, 1999, Pinton *et al.*, 2006, Viola et Walker, 2003, Viola et Walker, 2005]. L'intercorrélacion normalisée présente l'avantage de réduire l'influence des variations locales de la variance ainsi que de la moyenne des signaux utilisés pour l'estimation du délai mais au prix d'une charge de calcul supplémentaire. La méthode de la somme des différences quadratiques quant à elle offre l'avantage de réduire significativement la charge calculatoire mais reste vulnérable aux variations des statistiques locales des signaux mis en jeu.

### 3.4.2 Interpolation de la fonction d'intercorrélacion

En raison de la nature discrète des signaux disponibles, l'obtention d'une estimée faiblement entachée d'erreurs avec une bonne résolution impose l'utilisation d'une méthode d'interpolation [Embree et O'Brien, 1985, Foster *et al.*, 1990, Jacovitti et Scarano, 1993]. Une étude comparative intéressante menée par Lai *et al.* [Lai et Trop, 1999] ainsi que Viola et Walker [Viola et Walker, 2003] montre que l'interpolation parabolique offre une très faible complexité comparativement à la méthode par transformée de Fourier rapide (*zero padding*) ainsi que la méthode d'interpolation par splines cubiques, cette dernière permettant cependant d'atteindre les meilleures performances au détriment de la complexité.

#### 3.4.2.1 Interpolation parabolique

Cette méthode consiste à utiliser un polynôme du second degré de la forme  $y(x) = ax^2 + bx + c$  comme modèle de courbe autour du pic de la fonction d'intercorrélacion discrète. Étant donné l'échantillon de plus forte amplitude,  $y(0)$ , ainsi que ses plus proches voisins,  $y(-1)$  et  $y(1)$ , le délai temporel sera directement obtenu en recherchant le maximum de la parabole

[Jacovitti et Scarano, 1993, Moddemeijer, 1991] :

$$\hat{\tau}_{max} = \frac{y(-1) - y(1)}{2(y(-1) - 2y(0) + y(1))} T_s, \quad (3.24)$$

avec  $T_s$  la période d'échantillonnage. Bien que très simple à l'usage et de très faible complexité, cette méthode impose une forme particulière à l'allure de la fonction d'intercorrélation autour du pic de corrélation, et de ce fait risque d'introduire un biais d'estimation d'autant plus important que la fréquence d'échantillonnage est faible [Lai et Trop, 1999, Moddemeijer, 1991].

### 3.4.2.2 Interpolation par FFT

Plusieurs méthodes d'estimation du délai temporel basées sur l'utilisation de la FFT existent. En plus de la méthode basée sur l'ajout de zéros à la transformée de la fonction d'intercorrélation [Abda *et al.*, 2007, Coenen et de Vos, 1992, Ferguson, 1999], on citera également la méthode intéressante proposée par Marple [Marple Jr., 1999b, Marple Jr., 1999a] dont le principe repose sur le calcul de la fonction de corrélation analytique dans le domaine fréquentiel, et l'utilisation de cette dernière pour l'estimation des délais de phase et de groupe qui seront ensuite sommés algébriquement afin d'obtenir une estimée continue du délai existant entre les deux signaux discrets disponibles.

### 3.4.2.3 Interpolation par splines cubiques

Cet algorithme repose sur l'utilisation d'un polynôme du troisième degré entre deux points adjacents de la fonction d'intercorrélation tout en imposant des conditions de continuité aux limites sur les dérivées première et seconde. Le polynôme est donné par :

$$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \quad (3.25)$$

où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des coefficients obtenus par résolution des équations exprimant les contraintes de continuité. Le délai temporel recherché correspond au maximum ou au minimum de la fonction de ressemblance choisie. Cette méthode permet d'atteindre des performances très raisonnables avec une complexité supérieure à celle des deux méthodes précédentes.

### 3.4.3 Précision et limites

La variance de tout estimateur non biaisé du délai temporel est supérieure ou égale à la borne de Cramér-Rao [Carter, 1987, Walker et Trahey, 1994, Walker et Trahey, 1995]. Cependant, cette borne fournit uniquement une variance locale et ne tient pas compte de l'ambiguïté liée à

la détermination du pic de corrélation lorsque en particulier les signaux disponibles sont passe-bande. En conséquence, la borne de Cramér-Rao décrit les performances du mode d'opération en l'absence d'ambiguïté. Dans le cas spécifique à la vélocimétrie Doppler ultrasonore, et en raison de la nature passe-bande des signaux mis en jeu, une meilleure description des performances d'un estimateur en fonction des différents paramètres d'influence est fournie par une version modifiée de la borne de Ziv-Zakai. Cette méthode de calcul de la variance d'estimation du délai temporel proposé par Weiss et Weinstein [Weiss et Weinstein, 1983, Weinstein et Weiss, 1984] permet d'obtenir une description très réaliste tenant compte de l'effet de seuillage en estimation de délai lié à l'apparition du phénomène d'ambiguïté lorsque le rapport signal à bruit devient assez faible. En effet, pour des rapports signal à bruit élevés, la variance d'estimation est complètement décrite par la borne de Cramér-Rao lorsque le produit durée-largeur de bande spectrale est suffisamment élevé. Cependant, au fur et à mesure que le rapport signal à bruit se dégrade, la variance d'estimation augmente progressivement pour atteindre la borne de Barankin [Weiss et Weinstein, 1983, Weinstein et Weiss, 1984]. Pour des rapports signal à bruit encore plus faibles, la variance atteint finalement une variance maximale déterminée uniquement par la valeur maximale connue *a priori* du délai.

Afin de réduire la variance d'estimation du délai estimé par la méthode d'intercorrélation temporelle, en particulier pour le cas qui nous intéresse où d'une part le produit durée-largeur de bande spectrale est faible en raison du besoin de maximiser la résolution spatiale, et d'autre part le rapport signal à bruit est fortement dégradé ( $< 5\text{ dB}$ ), on propose une méthode qui consiste à exploiter l'information disponible *a priori* sur la douceur du champ de vitesse. Cette information est exploitée par une régularisation de la fonction d'intercorrélation normalisée [Abda et Schmitt, 2007] par minimisation d'un critère composite [Idier (sous la direction de), 2001, Tikhonov et Arsénine, 1974].

### 3.5 Régularisation de la fonction d'intercorrélation temporelle

On propose dans cette section une méthode permettant d'améliorer grandement la qualité des estimées obtenues par la méthode d'intercorrélation temporelle. L'algorithme proposé consiste en l'apport d'une information supplémentaire lors de la maximisation de la fonction d'intercorrélation en bande radio en tenant compte de la douceur temporelle ainsi que la corrélation spatiale du champ de vitesse.

La méthode de l'intercorrélation temporelle consiste à rechercher le délai temporel entre deux réflexions individuellement et indépendamment des estimées adjacentes et passées. La douceur de l'évolution de la vitesse dans le temps exprime l'inertie de l'écoulement qui dans un laps de temps assez court correspondant à un cycle d'émission-réception ne peut subir des accélérations pouvant

justifier physiquement une évolution brutale de la vitesse. De manière analogue, la continuité spatiale de la vitesse permet d'apporter une information supplémentaire permettant d'éliminer les sauts de vitesse observés entre deux volumes adjacents. En conséquence, la possibilité de pouvoir intégrer cette information par l'utilisation d'un critère composite judicieusement choisi, en plus de la maximisation de la fonction d'intercorrélation, permet d'éliminer l'apparition des valeurs aberrantes dues à l'ambiguïté sur la localisation du maximum de corrélation.

### 3.5.1 Principe

La prise en considération de la continuité temporelle et spatiale du champ de vitesse a été précédemment exploitée par Schlaikjer et Jensen [Schlaikjer et Jensen, 2001, Schlaikjer et Jensen, 2004] en imagerie Doppler biomédicale. Les auteurs proposent une version modifiée de l'algorithme WBPMLÉ initialement proposé par Ferrara et Algazi [Ferrara et Algazi, 1991a, Ferrara et Algazi, 1991b, Ferrara *et al.*, 1992]. Ce dernier consiste en une adaptation directe du filtrage adapté en bande de base du signal ultrasonore [Berkowitz, 1965]. L'estimateur de Schlaikjer et Jensen a été proposé dans le cadre de l'imagerie Doppler à deux dimensions, où le problème consiste à estimer l'évolution d'un profil de vitesse dans l'espace à deux dimensions. La corrélation spatiale est prise en compte par la définition d'un terme qui consiste en la somme des différences entre les composantes de vitesse dans le sens axial et latéral. De plus, l'évolution de la vitesse dans le temps est prise en compte par un deuxième terme incluant la différence entre les vitesses des trames temporelles successives.

Ne disposant dans notre cas que d'une trame unidimensionnelle à un instant donné, on considère que la vitesse varie lentement sur une durée  $T_{PRF}$ , et que la variation de la vitesse d'un volume de mesure à l'autre perpendiculairement à la direction de l'écoulement présente une variation continue liée à la forme du profil.

On présente sur la figure (3.4) une schématisation de l'idée consistant à intégrer l'information *a priori* disponible sur la forme d'un profil ainsi que son évolution dans le temps. L'estimation d'un profil de vitesse s'effectue d'un volume à l'autre au sein d'un même profil et ensuite l'estimation de la vitesse se poursuit le long du profil suivant. Ainsi, exception faite des vitesses contenues dans le premier profil ainsi que les volumes situés au début de chaque profil, pour chaque estimation de la vitesse dans un volume quelconque, on a deux valeurs de vitesse disponibles dans le voisinage immédiat de l'estimée courante, l'une correspond au volume précédent au sein du même profil, et l'autre correspondant au même volume mais obtenue au cycle précédent. En se basant sur cette observation, et vu que la fonction d'intercorrélation normalisée vérifie la relation :

$$0 \leq \left(1 - R_{k,k+1}(\tau)\right) \leq 2, \quad (3.26)$$

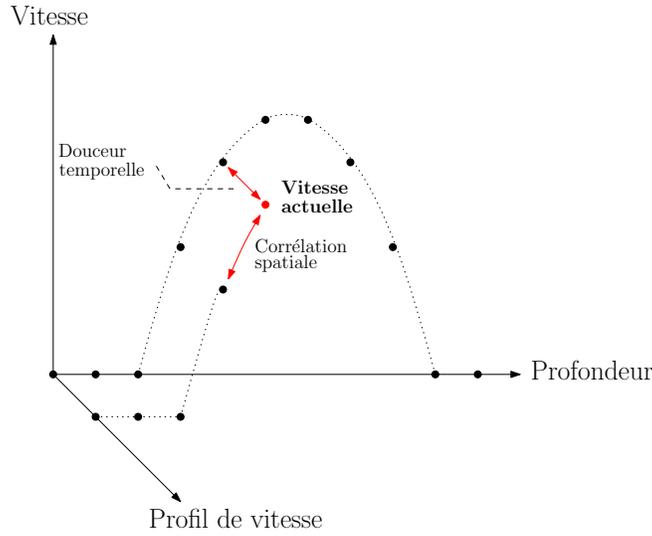


FIG. 3.4 – Intégration de la douceur temporelle et de la corrélation spatiale pour l'estimation de la vitesse.

le nouvel estimateur du délai temporel proposé s'exprime par :

$$\hat{\tau}_k^l = \arg \min_{1-M_c \leq \tau \leq M_c-1} \left\{ \left(1 - R_{k,k+1}(\tau)\right) + \lambda_1 \left(\tau - \hat{\tau}_{k-1}^l\right)^2 + \lambda_2 \left(\tau - \hat{\tau}_k^{l-1}\right)^2 \right\} \quad (3.27)$$

avec  $k$  l'indice du profil et  $l$  l'indice du volume. On a  $M_c = (L-1)(N-1) + N$  avec  $N$  la taille du signal fenêtré correspondant au volume considéré et  $L$  le facteur d'interpolation. On peut voir à partir de la relation (3.27) que le critère donne une solution régularisée de l'estimée obtenue par maximisation de la fonction d'intercorrélacion normalisée. Les deux termes quadratiques ajoutés sont pondérés par deux hyperparamètres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  qui donnent la possibilité de trouver un compromis entre fidélité à l'intercorrélacion et adéquation à l'information de douceur temporelle et de corrélation spatiale du champ de vitesse.

Afin d'illustrer l'effet de la régularisation sur l'estimation du délai temporel, on présente sur les figures (3.5) et (3.6) l'allure de la fonction d'intercorrélacion ainsi que celle du critère composite donné par la relation (3.27). On considère pour comparaison deux cas, le premier sans ambiguïté sur la détermination du vrai pic de corrélation, et le second représente un cas typique où l'on remarque l'apparition d'un pic secondaire en raison d'une faible corrélation. On note que la régularisation permet de favoriser le pic correspondant à la vitesse la plus proche de celle des valeurs voisines dans le temps et dans l'espace, et de ce fait permet de lever efficacement l'ambiguïté sur la localisation du vrai pic de corrélation. On démontre expérimentalement dans ce qui suit la validité de cette approche pour l'amélioration de la variance d'estimation des profils de vitesse instantanés.

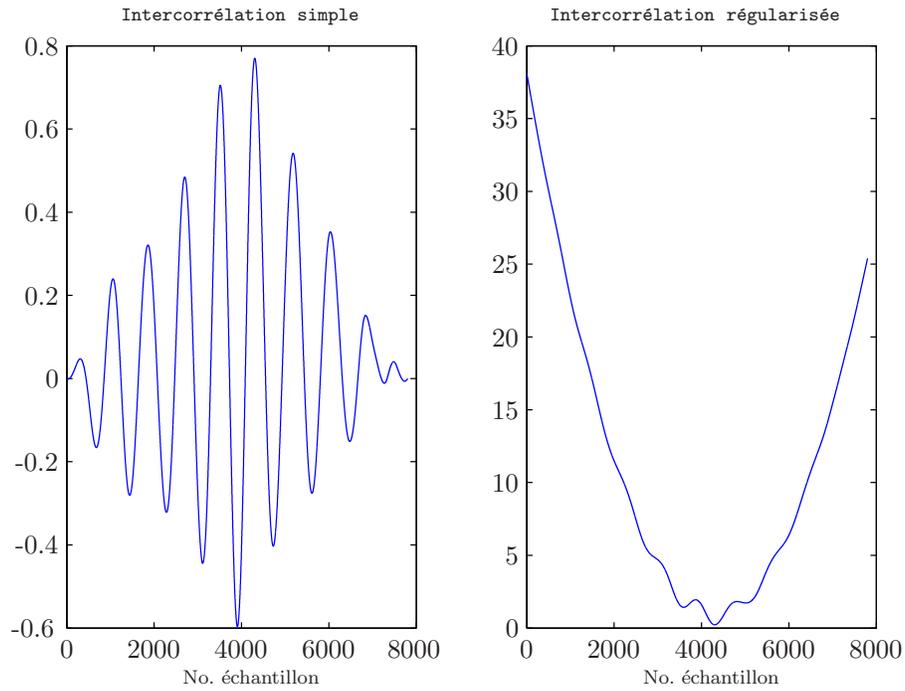


FIG. 3.5 – Comparaison entre intercorrélation simple et intercorrélation régularisée en l'absence d'ambiguïté sur la localisation du pic de corrélation.  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $\beta = 2.10^{-6}$ .

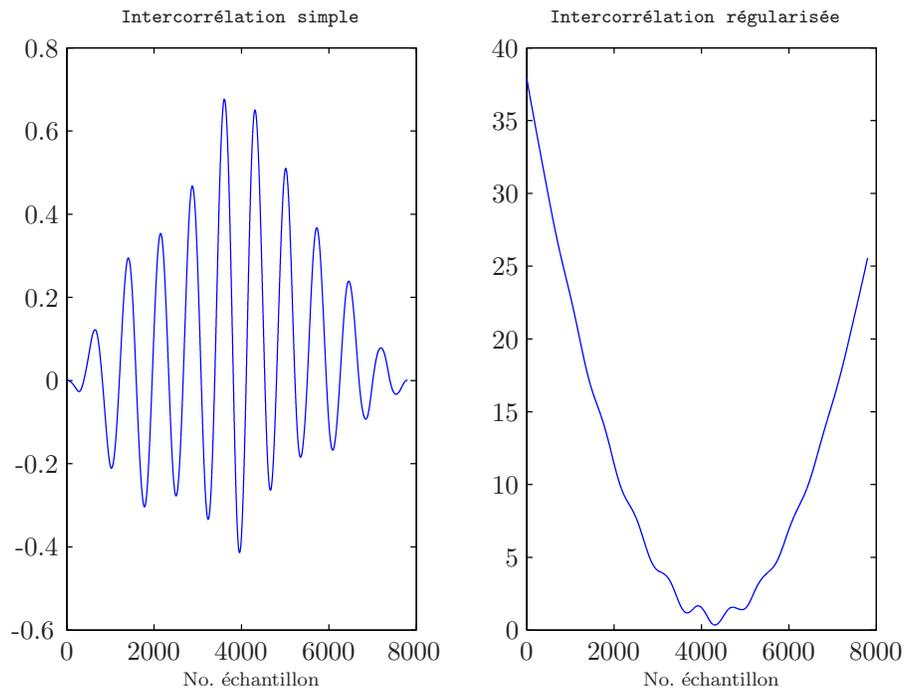


FIG. 3.6 – Comparaison entre intercorrélation simple et intercorrélation régularisée en présence d'un pic aberrant.  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $\beta = 2.10^{-6}$ .

### 3.5.2 Résultats expérimentaux comparatifs

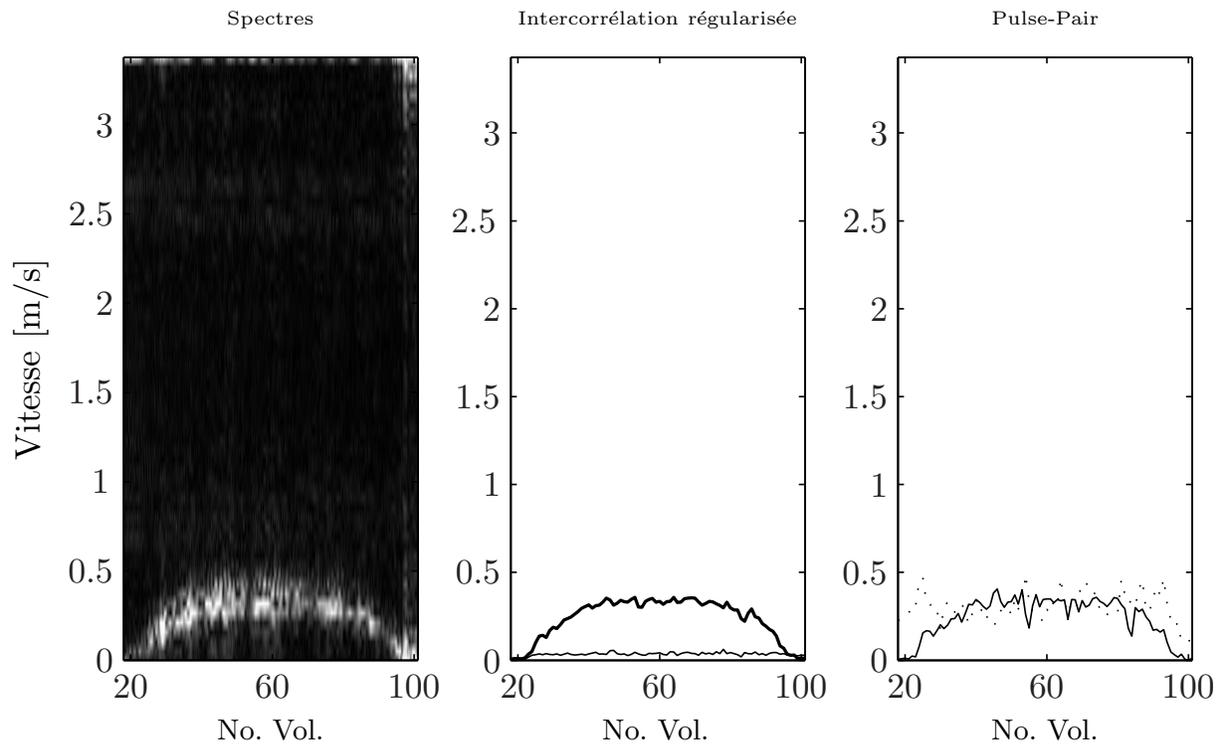
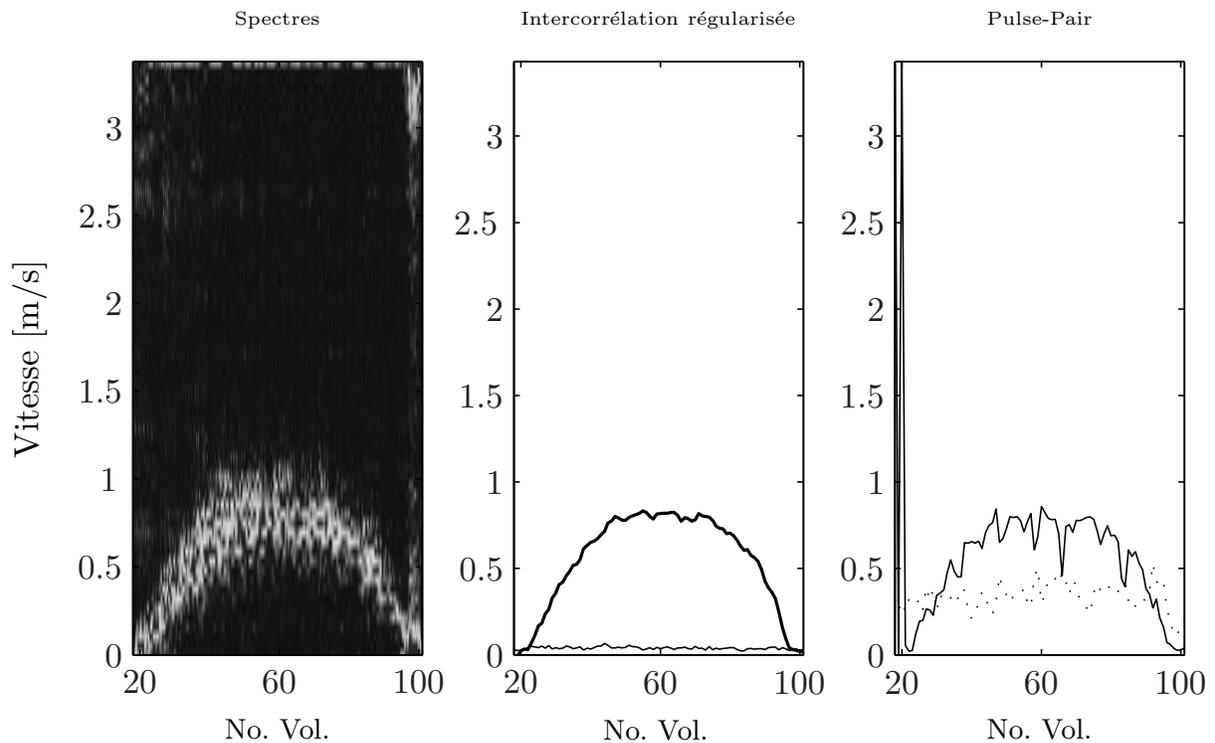
La validité de la méthode d'estimation de la vitesse par intercorrélation régularisée a été testée sur un écoulement laminaire<sup>6</sup> d'eau chargée de bentonite. Plusieurs valeurs de la vitesse ont été utilisées afin de mettre en évidence l'utilité de cette approche. L'écoulement d'eau chargée a été canalisé dans une conduite de 20 mm de diamètre et le transducteur ultrasonore avait une fréquence centrale de 7,8125 MHz, une largeur spectrale à  $-3dB$  égale à 1 MHz et faisait un angle de  $73,8^\circ$  avec l'écoulement. Le signal d'excitation était appliqué avec une fréquence de répétition de 10 kHz par défaut, et le pulse d'émission consistait en trois périodes de la fréquence centrale. L'acquisition du signal rétrodiffusé a été effectuée à une fréquence d'échantillonnage de 25 MHz avec un rapport signal à bruit approximatif de 3 dB, et chaque acquisition a été obtenue sur 64 cycles consécutifs. On a utilisé l'intercorrélation normalisée en raison de la possibilité offerte de pouvoir réduire l'effet des variations locales du signal rétrodiffusé, et un facteur d'interpolation  $L = 100$  par la méthode des splines cubiques a été systématiquement employé. La profondeur d'exploration correspondant à 7,5 cm a été subdivisée en 128 cellules distinctes et de taille égale, ce qui correspond à une résolution spatiale de 586  $\mu m$  par volume dans le sens radial. La recherche du pic de corrélation a été effectuée à chaque fois sans diminution de l'intervalle de recherche, et les fenêtres d'observation utilisées pour le calcul de l'intercorrélation ont été obtenues sans recouvrement entre volumes successifs. Enfin tous les profils estimés par intercorrélation régularisée ont été obtenus pour  $\lambda_1 = 10^{-5}$  et  $\lambda_2 = 10^{-6}$ . Ces valeurs des hyperparamètres ont été obtenues empiriquement sans grande difficulté et n'ont pas été variées pour toutes les mesures effectuées dans ce qui suit.

On présente sur les figures (3.7) à (3.10) les profils obtenus pour différentes valeurs de la vitesse moyenne. Les vitesses moyennes indiquées ont été calculées à partir de la vitesse maximale observée en supposant un écoulement de Poiseuille dans une conduite circulaire [Guyon *et al.*, 2001]. On présente dans chaque figure à droite, le profil de vitesse obtenu par la méthode de Kasai en trait plein, et à titre indicatif, on trace également en pointillés la vitesse correspondant à la largeur spectrale estimée par la relation (2.25) et évaluée sur les 64 cycles d'émission-réception. Au milieu, on présente en trait plein épais le profil obtenu par la méthode proposée ainsi que l'écart-type d'estimation tracé en trait fin. Le profil moyen ainsi que l'écart type d'estimation ont été obtenus sur la succession des 54 derniers profils estimés. En effet, les dix premiers profils correspondent à la durée de convergence de l'algorithme en raison de l'absence d'*a priori* sur le premier profil, et sont systématiquement omis lors du calcul du profil moyen ainsi que l'écart-type d'estimation.

Enfin, on présente sur la sous-figure à gauche de chaque figure les spectres des signaux Doppler

---

<sup>6</sup>L'intérêt d'un écoulement laminaire réside dans le fait qu'il permet d'isoler la variance liée à la méthode d'estimation de la vitesse.

FIG. 3.7 – Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de  $17 \text{ cm/s}$  et  $f_{PRF} = 10 \text{ kHz}$ .FIG. 3.8 – Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de  $40 \text{ cm/s}$  et  $f_{PRF} = 10 \text{ kHz}$ .

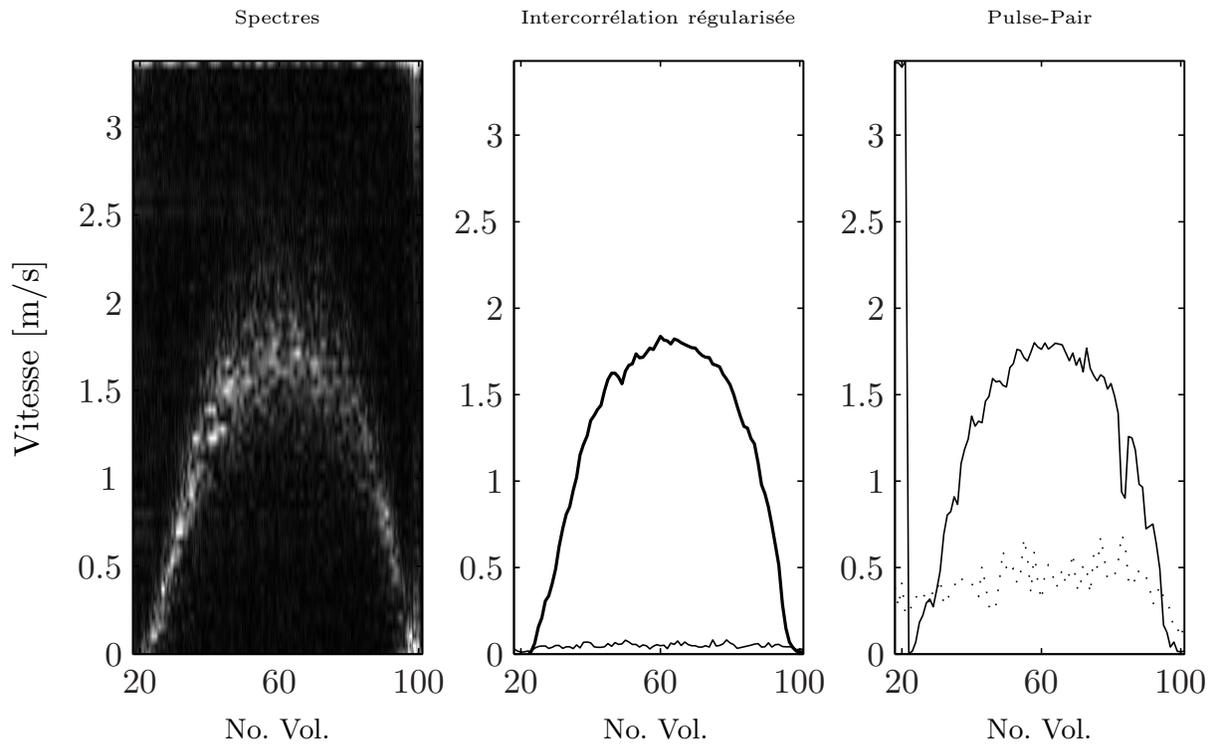


FIG. 3.9 – Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de  $90\text{ cm/s}$  et  $f_{PRF} = 10\text{ kHz}$ .

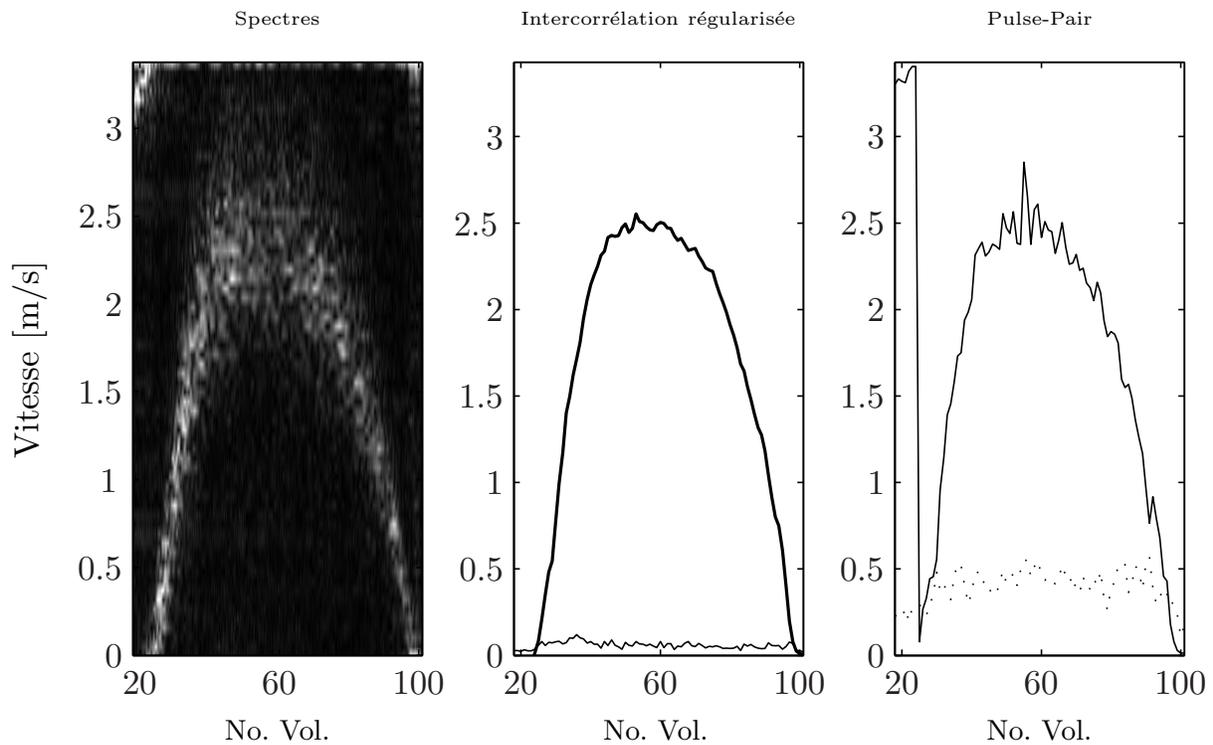


FIG. 3.10 – Exemple de profil obtenu pour une vitesse moyenne de  $125\text{ cm/s}$  et  $f_{PRF} = 10\text{ kHz}$ .

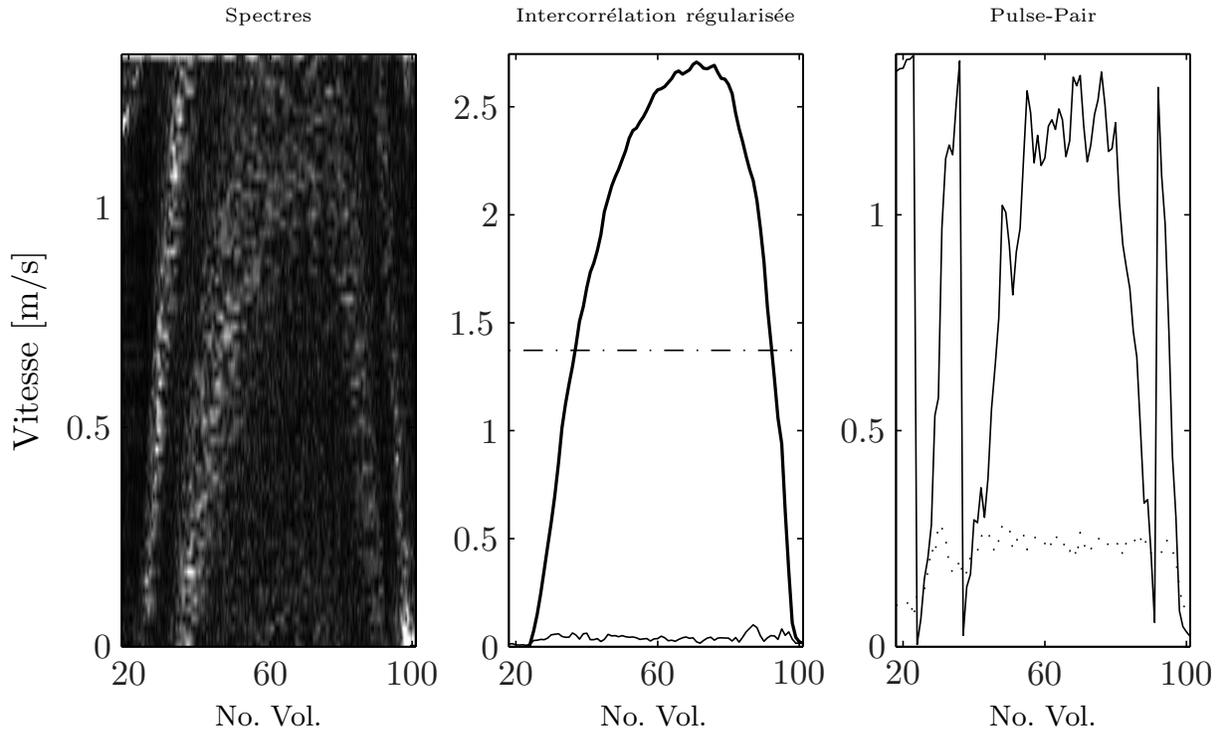


FIG. 3.11 – Exemple de mesure de profil de vitesse au-delà de la limite de Nyquist pour une vitesse moyenne de  $133\text{ cm/s}$  et  $f_{PRF} = 4\text{ kHz}$ .

correspondants au profil de vitesse. On remarque que la méthode d'intercorrélation régularisée permet de réduire significativement la variance sur l'estimation du profil de vitesse instantanée, et fournit un profil en adéquation avec la forme du profil obtenu par la méthode Doppler.

On note également la robustesse de la méthode vis-à-vis des valeurs des hyperparamètres indépendamment de la vitesse imposée dans la conduite, cette dernière ayant une influence sur la valeur de la corrélation entre les signaux obtenus à partir de deux cycles successifs. On remarque également que la variance d'estimation est indépendante de la vitesse moyenne ainsi que de la forme du profil d'écoulement dans la conduite.

Un cas intéressant est présenté par la figure (3.11) où la fréquence de répétition des tirs a été fixée à  $4\text{ kHz}$  pour une vitesse maximale dans la conduite établie à  $2,7\text{ m/s}$ . La vitesse maximale non ambiguë est dans ce cas  $V_{max} = 1,37\text{ m/s}$ . On remarque que la méthode proposée permet d'effectuer des mesures au-delà de  $V_{max}$  avec une variance très réduite et avec une forme en adéquation avec les spectres Doppler. La forme du profil obtenu ne présente pas de rupture ni de variations rapides contrairement à la méthode présentée par Lai *et al.* dans [Lai *et al.*, 1997].

### 3.6 Conclusion

Les techniques cohérentes pour l'estimation de la vitesse par effet Doppler présentent l'avantage de rendre possible l'estimation des profils de vitesse avec une résolution spatiale et temporelle inégalée. Ces algorithmes comprennent deux catégories, les méthodes cohérentes à bande étroite ainsi que les méthodes cohérentes large bande.

La première catégorie rassemble toutes les méthodes dérivées de l'algorithme de Kasai. Ces méthodes se caractérisent par une faible complexité algorithmique, mais ne permettent pas une exploitation optimale de l'avantage à utiliser des pulses d'excitation à large bande spectrale. De plus, la limitation liée à l'ambiguïté vitesse-profondeur impose l'utilisation de l'information apportée par l'enveloppe de la fonction de corrélation en bande de base avec une robustesse relative [Lai *et al.*, 1997].

La deuxième catégorie comprend principalement la méthode d'intercorrélation temporelle. Cette méthode large bande présente l'avantage d'éliminer l'ambiguïté théorique liée à la vitesse par estimation du délai temporel existant entre deux signaux fenêtrés correspondant à une profondeur donnée. Néanmoins, lorsque le produit durée-largeur de bande spectrale est faible et que le rapport signal à bruit se dégrade, la nature passe-bande du signal ultrasonore rétrodiffusé par le milieu rend difficile la détection du vrai pic de corrélation parmi ses voisins immédiats, et le fonctionnement de l'algorithme suit la borne de Barankin [Weiss, 1994].

Afin de réduire l'effet de l'ambiguïté sur la localisation du vrai pic de corrélation, une méthode permettant de tenir compte de la douceur du champ de vitesse dans l'écoulement est proposée et validée expérimentalement sur un écoulement de bentonite. Cette méthode est basée sur la minimisation d'un critère composite permettant de trouver un compromis entre l'information apportée par la corrélation et l'information connue *a priori* concernant la douceur de la vitesse dans le temps et dans l'espace. Cette approche a permis de réduire significativement la variance d'estimation des profils de vitesse instantanés tout en augmentant la plage de mesure au-delà de la vitesse maximale non ambiguë avec une très bonne robustesse.

# Chapitre 4

## Algorithmes incohérents

### 4.1 Introduction

Pour des applications où l'objectif consiste à effectuer des mesures de profils de vitesse dans des écoulements caractérisés par de grandes dimensions, en pratique de quelques mètres à plusieurs dizaines voire centaines de mètres, les méthodes cohérentes s'avèrent inadaptées pour au moins trois raisons principales. La première est attribuée à la limite vitesse-profondeur qui rend toujours très difficile voire impossible l'exploration d'un écoulement de quelques mètres par seconde sur plusieurs mètres de profondeur avec une précision et une robustesse acceptables. En effet, l'utilisation d'une méthode cohérente imposerait des améliorations afin de repousser la limite vitesse-profondeur de plusieurs fois la limite de Nyquist. La deuxième raison est attribuée au phénomène de décorrélation entre tirs successifs dû au mouvement transversal et aléatoire des particules [Bonnefous, 1989], ceci pose une limite maximale sur la fréquence de répétition en dépit de la possibilité éventuelle de lever l'ambiguïté sur l'estimation de la vitesse [Franca et Lemmin, 2006, Rowe *et al.*, 1986]. La troisième raison est liée à la faible durée du signal d'excitation caractéristique des méthodes cohérentes et plus particulièrement de la méthode d'intercorrélation. En effet, il s'agit de trouver un compromis impossible à réaliser entre d'une part la maximisation de la durée de l'émission afin d'augmenter la profondeur explorable, et d'autre part le maintien d'un spectre assez large dans le but d'améliorer la corrélation. Ces limites ont imposé l'apparition de systèmes dits incohérents qui malgré leurs limites sont toujours utilisés de nos jours. L'objectif de ce chapitre est de décrire leur fonctionnement ainsi que les performances que l'on peut atteindre avec ces systèmes sur la base des travaux de Theriault [Theriault, 1986a, Theriault, 1986b], Hansen [Hansen, 1985, Hansen, 1986], Smith [Smith, 1989] et Chereskin et Harding [Chereskin et Harding, 1993].

## 4.2 Principe de fonctionnement

Les systèmes incohérents, appelés aussi systèmes à bande étroite, sont basés sur l'estimation de la fréquence Doppler à partir du signal rétrodiffusé résultant d'une seule émission. La conséquence directe est que les réflexions successives résultant de deux émissions différentes sont totalement décorréliées. Le principe de fonctionnement d'un tel système est représenté par la figure (4.1). Le pulse d'émission, relativement long par rapport à un système cohérent, est utilisé afin de maximiser l'énergie dans le but d'améliorer la portée de l'instrument. Le spectre étroit caractéristique d'un tel signal est aussi à l'origine de l'appellation système à bande étroite. Le signal rétrodiffusé par le milieu est fenêtré et chaque cellule ainsi obtenue sera centrée à une distance  $ct_m/2$  où  $c$  est la vitesse du son dans le milieu et  $t_m$  l'instant définissant la durée séparant l'instant l'émission et le centre de la fenêtre temporelle correspondant à la cellule. La durée de la fenêtre de réception  $T_s$  définit la résolution spatiale du système et est en général égale à la durée du pulse d'émission  $T_p$ . Dans ce cas la taille de chaque cellule dans la direction radiale sera  $cT/2$ , avec  $T = T_p = T_s$ .

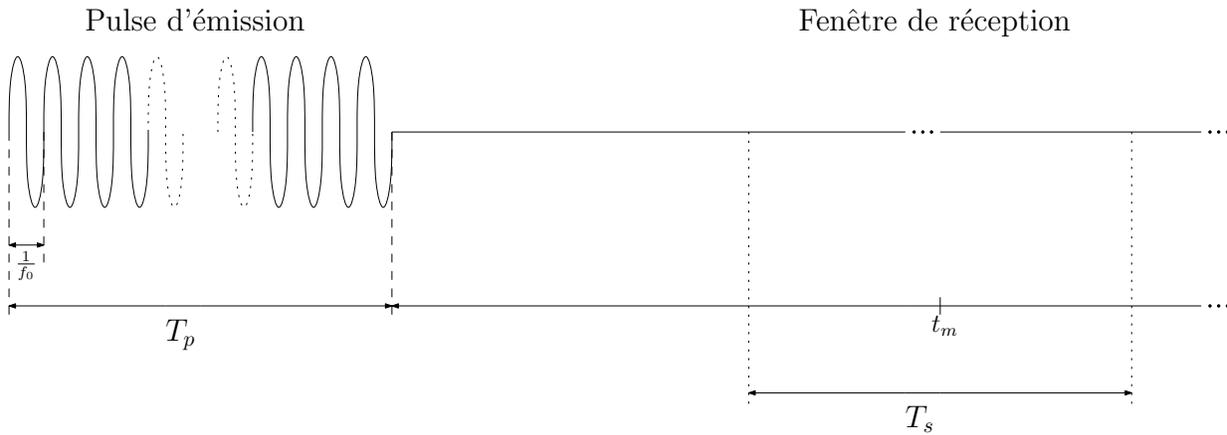


FIG. 4.1 – Principe de fonctionnement d'un système incohérent. La profondeur maximale exploitable n'est limitée que par le rapport signal à bruit.

Le schéma d'un sonar Doppler incohérent monostatique à canal unique est représenté par la figure (4.2). Le récepteur d'un tel système est composé d'un préamplificateur à haut gain intégrant un filtre passe-bande. Le signal rétrodiffusé présentant une large dynamique à cause de l'atténuation due à la propagation de l'onde ultrasonore dans le milieu, un contrôle de gain automatique (CAG) est indispensable afin de maintenir un niveau de signal suffisamment constant pour un rapport signal à bruit minimal admissible et prédéterminé initialement. On admettra souvent dans ce qui suit que le module CAG est idéal, autrement dit on suppose que le signal est d'amplitude constante sur la fenêtre d'observation. Cette hypothèse est généralement admise dans la littérature dans la mesure où l'effet d'une variation minimale n'a qu'une influence limitée relativement au rapport signal à bruit [Hansen, 1985]. Le signal

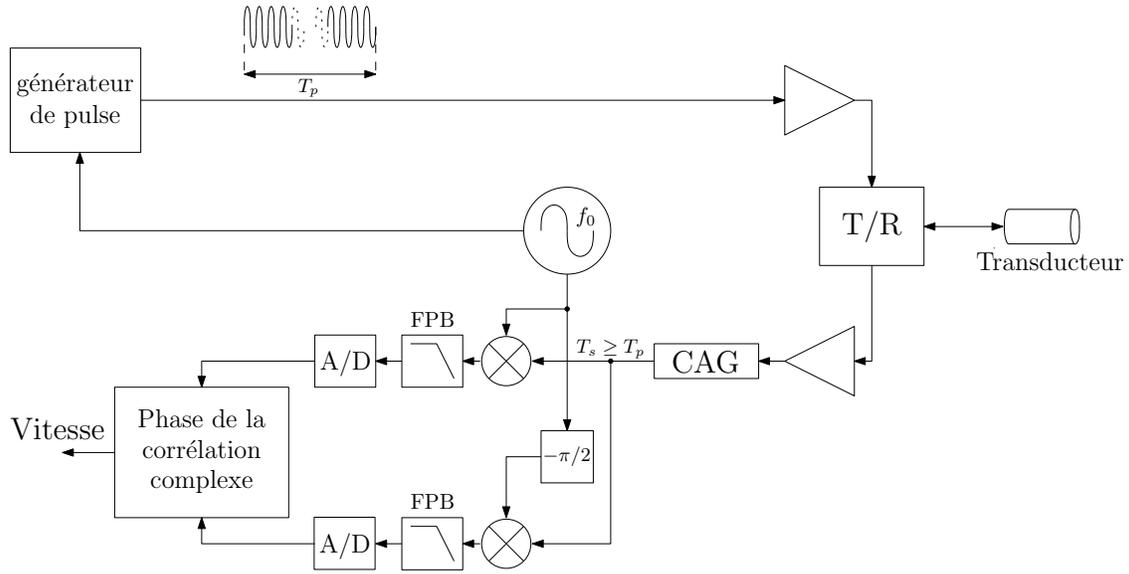


FIG. 4.2 – Diagramme d'un système sonar Doppler incohérent générique.

est démodulé en amplitude par un mélangeur en phase et en quadrature (QAM) et chaque composante du signal Doppler complexe ainsi obtenue est filtrée par un filtre passe-bas approprié [Haykin, 1994]. Finalement, les composantes en quadrature sont numérisées, et la vitesse est estimée par la méthode Pulse-Pair décrite au chapitre 2. Ce choix n'est pas arbitraire d'autant plus que c'est l'algorithme utilisé dans la plupart des systèmes disponibles sur le marché [Chereskin et Harding, 1993, Hansen, 1985, Waite et Belcher, 1985]. Ceci est justifié d'une part par la très faible charge calculatoire le caractérisant, favorable à des applications temps réel ou quasi temps réel, et d'autre part pour ses très bonnes propriétés statistiques comme démontré précédemment pour des applications de météorologie radar [Abeyskera, 1998, Sirmans et Bumgarner, 1975, Waite et Belcher, 1985, Zrnic, 1983], domaine d'application très semblable à l'utilisation des ultrasons pulsés dans les liquides et notamment dans l'eau de part la modélisation du signal rétrodiffusé par le milieu [Hansen, 1985, Urick, 1975, Zrnic, 1977].

### 4.3 Calcul de la covariance du signal rétrodiffusé

Si l'on note par  $\hat{\Gamma}(t_m, t_m + \tau)$  l'estimée de la fonction de covariance localement stationnaire du signal rétrodiffusé à l'instant  $t_m$ , La vitesse moyenne des particules contenues dans la cellule correspondant au signal fenêtré est estimée par :

$$\hat{v}(t_m) = \frac{c}{4\pi\tau f_0} \arctan \left[ \frac{\Im \left\{ \hat{\Gamma}(t_m, t_m + \tau) \right\}}{\Re \left\{ \hat{\Gamma}(t_m, t_m + \tau) \right\}} \right], \quad (4.1)$$

où  $c$  est la vitesse du son dans le milieu et  $f_0$  la fréquence centrale de l'instrument. L'estimation de la vitesse par un système incohérent utilisant l'algorithme Pulse-Pair pour l'estimation de la fréquence Doppler sous-entend donc l'estimation préalable de la fonction de covariance dont l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance a été dérivé par Miller et Rochwarger [Miller et Rochwarger, 1972]. D'un point de vue implémentation, on décrit dans ce qui suit les méthodes employées dans la plupart des systèmes scientifiques et commerciaux [Hansen, 1985] pour l'estimation de cette covariance.

### 4.3.1 Covariance du volume fenêtré

La covariance est calculée à partir du signal fenêtré résultant d'un tir unique, soit :

$$\hat{\Gamma}_i(t_m, t_m + \tau) = \frac{1}{L+1} \sum_{k=-L/2}^{L/2} y_i \left( t_m + \frac{k}{f_e} \right) y_i^* \left( t_m + \frac{k}{f_e} + \tau \right), \quad (4.2)$$

où  $i$  est l'indice de tir et  $y_i(t_m)$  est un échantillon de l'enveloppe complexe du signal démodulé en bande de base (échantillonné à la fréquence  $f_e$ ), obtenu à partir du  $i^{\text{ème}}$  tir  $t_m$  secondes après l'instant d'émission.  $L$  est le nombre d'échantillons ponctuels le long du volume, soit  $L = T f_e$  avec  $T$  la durée du pulse d'émission. La vitesse  $\hat{v}_i(t_m)$  est obtenue en utilisant la relation (4.1). Finalement on effectue un moyennage des vitesses obtenues pour obtenir la vitesse moyenne de l'ensemble des  $N$  tirs :

$$v_N(t_m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{v}_i(t_m). \quad (4.3)$$

### 4.3.2 Covariance moyennée du volume fenêtré

Cette méthode se base sur l'estimation de la covariance de l'ensemble des signaux résultant des  $N$  tirs suivie par un moyennage sur le volume d'intérêt, soit :

$$\hat{\Gamma}(t_m, t_m + \tau) = \frac{1}{L+1} \sum_{k=-L/2}^{L/2} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \left( t_m + \frac{k}{f_e} \right) y_i^* \left( t_m + \frac{k}{f_e} + \tau \right) \right]. \quad (4.4)$$

La vitesse est obtenue par la relation (4.1).

### 4.3.3 Covariance du volume fenêtré moyenné

Dans ce cas, la covariance de l'ensemble des  $N$  tirs est estimée pour chaque échantillon dans le volume d'intérêt, comme suit :

$$\hat{\Gamma}_k(t_m, t_m + \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \left( t_m + \frac{k}{f_e} \right) y_i^* \left( t_m + \frac{k}{f_e} + \tau \right). \quad (4.5)$$

Chaque covariance ainsi estimée à travers le volume est utilisée pour obtenir une vitesse par la relation (4.1). La vitesse moyenne représentative de tout le volume est finalement obtenue par moyennage de toutes les vitesses :

$$v_N(t_m) = \frac{1}{L+1} \sum_{k=-L/2}^{L/2} \hat{v}_k(t_m), \quad (4.6)$$

avec :

$$\hat{v}_k(t_m) = \frac{c}{4\pi\tau f_0} \arg \left\{ \hat{\Gamma}_k(t_m, t_m + \tau) \right\}. \quad (4.7)$$

## 4.4 Délai interpulse optimal

Une question légitime que l'on se pose est celle du délai  $\tau$  optimal permettant de minimiser la variance d'estimation de la vitesse. Comme vu au chapitre 2, pour une largeur spectrale donnée du signal Doppler, à chaque valeur du rapport signal à bruit correspond un délai interpulse qui minimise la variance d'estimation du premier moment spectral. Cependant, pour un système incohérent, conformément à ce qui a été trouvé par Hansen [Hansen, 1985] dans son étude du comportement d'un système incohérent par simulation, la variance d'estimation de la vitesse en fonction du délai interpulse normalisé par la durée du pulse d'émission est une fonction monotone croissante. L'auteur explique notamment cette propriété par le fait que l'information de corrélation n'est apportée que par les échantillons se recouvrant spatialement. Autrement dit, au fur et à mesure que l'on augmente le délai interpulse, le nombre d'échantillons corrélés entrant dans le calcul de la covariance diminue, et par conséquent, l'information de vitesse apportée par les particules contenues dans le volume correspondant diminue, ce qui aura pour conséquence d'augmenter la variance d'estimation de la vitesse. En conséquence, le délai interpulse optimal est celui qui maximise l'information de vitesse apportée par l'opération de corrélation, et de ce fait on prend  $\tau = \frac{1}{f_s}$  comme valeur minimisant la variance d'estimation de la vitesse.

## 4.5 Gain variable dans le temps

Il existe une variété de méthodes utilisées pour la variation automatique du gain (CAG) dans les systèmes sonar, l'objectif étant de maintenir une dynamique constante du signal rétrodiffusé dont l'amplitude varie fortement en fonction de la profondeur à cause de l'atténuation dans le milieu due à l'effet combiné de la dissipation et de la diffusion sphérique des ondes ultrasonores. En notant par  $g(t_m)$  le gain correcteur correspondant à l'instant  $t_m$  après l'émission, le  $i^{\text{ème}}$  échantillon du signal Doppler complexe corrigé en gain est donné par :

$$\tilde{y}_i(t_m) = g(t_m)y_i(t_m). \quad (4.8)$$

L'estimée de la vitesse est calculée en remplaçant  $y_i(t_m)$  par  $\tilde{y}_i(t_m)$  dans les relations (4.2), (4.4) et (4.5). Le gain  $g(t_m)$  peut prendre entre autres deux formes principales, à savoir [Hansen, 1985] :

**a) Seuillage dur :**

$$g(t_m) = \frac{1}{|y_i(t_m)|}, \quad (4.9)$$

où le signal en sortie du correcteur de gain vérifie :  $|y_i(t_m)| \leq 1$ .

**b) Invariant en les données :** Dans ce cas le gain effectue une correction indépendante de la valeur du signal en tenant compte de l'effet de l'absorption et de la diffusion sphérique :

$$g(t_m) = r_m^2 \cdot 10^{\alpha r_m / 10}, \quad (4.10)$$

où  $r_m^2 = (ct_m/2)^2$  est le terme d'atténuation par diffusion sphérique et  $10^{\alpha r_m / 10}$  le terme d'atténuation par absorption [Bouvet, 1991, Hansen, 1985], avec  $\alpha$  le coefficient d'absorption logarithmique [Urick, 1975].

## 4.6 Modèle du signal pour un faisceau unique

On se propose dans ce qui suit de présenter un modèle simplifié du signal rétrodiffusé par le milieu en réponse à une excitation sinusoïdale à enveloppe rectangulaire. Ce modèle représentatif d'un faisceau unique peut être utilisé pour aboutir à la caractérisation de la précision d'un système à plusieurs faisceaux. Ce modèle tient compte de la nature aléatoire du phénomène de rétrodiffusion, de la forme du pulse d'émission ainsi que du bruit d'observation, mais néglige d'autres paramètres qui entrent en considération dans une situation réelle tels que la diffusion

sphérique de l'onde acoustique ainsi que les mouvements relatifs entre la plateforme supportant l'instrument et le milieu de propagation.

En considérant une propagation unidimensionnelle, et en utilisant la représentation complexe d'un signal d'excitation passe-bande [Papoulis, 1983, Papoulis, 1991], on a :

$$x(t) = \Re \{ \tilde{x}(t) e^{j\omega_0 t} \} = x_i(t) \cos(\omega_0 t) - x_q(t) \sin(\omega_0 t), \quad (4.11)$$

où  $\omega_0 = 2\pi f_0$  est la pulsation nominale du système,  $\tilde{x}(t)$  est l'enveloppe complexe correspondante,  $x_i(t)$  est la composante en phase et  $x_q(t)$  la composante en quadrature de phase. De plus on considère que l'enveloppe complexe  $\tilde{x}(t)$  du signal d'excitation est donnée par :

$$\tilde{x}(t) = \sqrt{E_t} \tilde{f}(t), \quad (4.12)$$

où  $\tilde{f}(t)$  est une fonction porte rectangulaire de durée  $T$  et d'amplitude  $\frac{1}{\sqrt{T}}$ , et  $E_t$  est l'énergie totale du pulse d'émission. Autrement dit,  $\tilde{f}(t)$  est une fonction normalisée dans le sens où elle vérifie :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(t)|^2 dt = 1. \quad (4.13)$$

Si l'on considère une fine tranche du faisceau ultrasonore d'épaisseur  $\Delta\lambda$  dans le sens de propagation de l'onde, le volume ainsi défini contient un ensemble de particules rétrodiffusant un signal composé de la superposition de l'ensemble des réflexions correspondant à chaque particule à part. Le signal résultant une fois démodulé par un mélangeur et filtré consiste en un signal aléatoire complexe et gaussien. Si l'on suppose que l'ensemble des particules contenues dans le volume d'intérêt est animé d'une vitesse radiale uniforme, l'enveloppe complexe du signal correspondant s'exprime comme suit :

$$\sqrt{E_t} \tilde{m}(\lambda_0) \tilde{f}(t - \lambda_0) e^{j\omega_D(\lambda_0)t} \Delta\lambda, \quad (4.14)$$

où  $\tilde{m}(\lambda_0)$  est une variable aléatoire complexe gaussienne exprimant la réponse de l'ensemble des particules à la distance  $\lambda_0$  du transducteur, et  $\omega_D(\lambda_0)$  est la fréquence Doppler associée avec le mouvement radial des particules elle-même liée à la vitesse des particules par :

$$\omega_D(\lambda_0) = \frac{2\omega_0 v(\lambda_0)}{c}. \quad (4.15)$$

Notons que  $\tilde{m}(\lambda_0)$  est invariante dans le temps. Par conséquent, l'effet de la cible constituée de l'ensemble des particules est identique à celui d'un filtre invariant dans le temps ayant une réponse impulsionnelle complexe aléatoire. On admet en plus que les réflexions émanant des particules à deux profondeurs différentes sont statistiquement indépendantes. Ceci se justifie par

la nature aléatoire de la distribution des particules dans le milieu le long du faisceau ultrasonore. Si l'on suppose une rétrodiffusion d'intensité uniforme, on a :

$$E \{ \tilde{m}(\lambda) \tilde{m}(\lambda_0)^* \} = \sigma_m^2 \delta(\lambda - \lambda_0), \quad (4.16)$$

et cette propriété est analogue à celle d'un bruit blanc dans le domaine temporel. En vertu du principe de superposition, la réponse totale du milieu peut à présent s'exprimer comme la somme des réponses de toutes les tranches élémentaires, soit :

$$\tilde{s}(t) = \sqrt{E_t} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(t - \lambda) \tilde{m}(\lambda) e^{j\omega_D(\lambda)t} d\lambda. \quad (4.17)$$

Afin de tenir compte de la présence du bruit thermique de la chaîne d'acquisition ainsi que celle du bruit ambiant du milieu, on ajoute un signal de perturbation additif  $\tilde{b}(t)$  pour représenter le signal mesuré :

$$\tilde{r}(t) = \tilde{s}(t) + \tilde{b}(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4.18)$$

où  $T$  est la durée d'observation. Le bruit total  $\tilde{b}(t)$  est un processus blanc, gaussien, complexe et centré dont la fonction de covariance vérifie :

$$E \{ \tilde{b}(t) \tilde{b}(u)^* \} = N_0 \delta(t - u). \quad (4.19)$$

## 4.7 Variance d'estimation de la vitesse radiale

Le modèle du signal observé exprimé par les relations (4.18) et (4.17) n'est pas linéaire relativement au paramètre à estimer  $\omega_D(\lambda)$ , ce qui rend difficile la détermination de la variance d'un quelconque estimateur. Afin de caractériser les performances statistiques d'un estimateur de la fréquence Doppler moyenne, Theriault [Theriault, 1983, Theriault, 1986a] a pu calculer numériquement une très bonne approximation de la borne de Cramér-Rao du paramètre  $\omega_D(\lambda)$  en reprenant l'expression généralisée de la borne de Cramér-Rao pour l'estimation non-linéaire des paramètres d'un processus aléatoire [Van Trees, 2001a] de moyenne conditionnelle nulle, exprimée en fonction du filtre linéaire optimal variant dans le temps (annexe B).

### 4.7.1 Expression de la borne de Cramér-Rao

L'intérêt de connaître la borne de Cramér-Rao peut être résumé en deux points essentiels. Le premier tient au fait que cette borne représente une variance ultime de tout estimateur non biaisé. Par conséquent, cette borne peut s'avérer utile pour prévoir la performance que pourrait

atteindre un instrument bien conçu. La deuxième raison consiste en la mise en évidence de la contribution des différentes grandeurs sur la précision de la mesure. Par conséquent, la borne de Cramér-Rao fournit une vision utile sur l'effet de tous les paramètres physiques sur la structure de l'estimateur et ce dans le but d'en optimiser le comportement.

La borne de Cramér-Rao définit une variance minimale sur l'estimation non biaisée de la pulsation Doppler  $\omega_D$  en fonction de l'élément correspondant de la matrice d'information de Fisher :

$$\text{Var} [\hat{\omega}_D] \geq \frac{1}{J(\omega_D)}, \quad (4.20)$$

où l'élément de la matrice d'information de Fisher peut être exprimé sous la forme [Van Trees, 2001a, Van Trees, 2001b] :

$$J(\omega_D) = \frac{1}{N_0} \Re \left[ \int_0^T \int_0^T \frac{\partial \tilde{K}_s(t, u|\omega_D)}{\partial \omega_D} \frac{\partial \tilde{h}(t, u|\omega_D)^*}{\partial \omega_D} dt du \right], \quad (4.21)$$

où  $\tilde{K}_s(t, u|\omega_D)$  est la fonction de covariance du signal  $\tilde{s}(t)$  (voir (4.17)) donnée par :

$$\tilde{K}_s(t, u|\omega_D) = E [\tilde{s}(t)\tilde{s}(u)^*] = E_t \sigma_m^2 e^{j\omega_D(t-u)} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(t-z)\tilde{f}^*(u-z) dz, \quad (4.22)$$

et  $\tilde{h}(t, u|\omega_D)$  est le filtre optimal pour la détection du signal  $\tilde{s}(t)$ , défini par l'équation intégrale (annexe B) :

$$N_0 \tilde{h}(t, u|\omega_D) + \int_0^T \tilde{h}(t, z|\omega_D) \tilde{K}_s(z, u|\omega_D) dz = \tilde{K}_s(t, u|\omega_D), \quad 0 \leq t, u \leq T. \quad (4.23)$$

En conséquence, en plus de connaître  $\tilde{K}_s(t, u|\omega_D)$ , le calcul de la borne de Cramér-Rao implique aussi la résolution de l'équation intégrale (4.23) afin d'obtenir la réponse impulsionnelle du filtre optimal variant dans le temps  $\tilde{h}(t, u|\omega_D)$ .

#### 4.7.2 Variance d'estimation d'un faisceau unique

En revenant au modèle du signal d'excitation constitué d'un pulse monofréquentiel d'enveloppe rectangulaire  $\tilde{f}(t)$ , et en supposant de plus que la vitesse du fluide est constante<sup>1</sup> on peut exprimer sa fonction de covariance :

$$\tilde{K}_s(t, u|\omega_D) = \begin{cases} E_t \sigma_m^2 e^{j\omega_D(t-u)} \left(1 - \frac{|t-u|}{T}\right) & |t-u| \leq T \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases} \quad (4.24)$$

<sup>1</sup>Ceci se traduit par  $\omega_D(\lambda) = \omega_D(\lambda_0) = \omega_D$ .

où la fonction  $\left(1 - \frac{|t-u|}{T}\right)$  est la fonction triangle de sommet unitaire pour  $t = u$ , et définie entre  $u - T$  et  $u + T$ . En injectant (4.24) dans l'équation intégrale (4.23) on obtient directement :

$$\begin{aligned} N_0 \tilde{h}(t, u|\omega_D) + \int_0^T \tilde{h}(t, z|\omega_D) E_t \sigma_m^2 e^{j\omega_D(z-u)} \left(1 - \frac{|z-u|}{T}\right) dz \\ = E_t \sigma_m^2 e^{j\omega_D(t-u)} \left(1 - \frac{|t-u|}{T}\right), \quad 0 \leq t, u \leq T. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Comme la vitesse des particules est identique au sein de la cellule, il est possible d'exprimer la réponse impulsionnelle complexe du filtre optimal variant dans le temps sous la forme :

$$\tilde{h}(t, u|\omega_D) = g(t, u) e^{j\omega_D(t-u)}, \quad (4.26)$$

où  $g(t, u)$  est une fonction réelle, symétrique, pas nécessairement stationnaire et indépendante de  $\omega_D$ . Dans ce cas la relation (4.25) devient :

$$\frac{N_0}{E_t \sigma_m^2} g(t, u) + \int_0^T g(t, z) \left(1 - \frac{|z-u|}{T}\right) dz = \left(1 - \frac{|t-u|}{T}\right), \quad 0 \leq t, u \leq T. \quad (4.27)$$

et elle doit être résolue par rapport à  $g$ . D'autre part, on a :

$$\frac{\partial \tilde{K}_s(t, u|\omega_D)}{\partial \omega_D} = j(t-u) E_t \sigma_m^2 e^{j\omega_D(t-u)} \left(1 - \frac{|t-u|}{T}\right), \quad (4.28)$$

et de même, on a :

$$\frac{\partial \tilde{h}(t, u|\omega_D)}{\partial \omega_D} = j(t-u) g(t, u) e^{j\omega_D(t-u)}. \quad (4.29)$$

Soit en introduisant (4.28) et (4.29) dans (4.21), l'information de Fisher devient :

$$J(\omega_D) = \frac{E_t \sigma_m^2}{N_0} \int_0^T \int_0^T (t-u)^2 \left(1 - \frac{|t-u|}{T}\right) g(t, u) dt du, \quad (4.30)$$

qui est indépendante de la valeur de  $\omega_D$  et qui peut être évaluée connaissant la solution  $g$  de l'équation (4.27).

En considérant le cas extrême où le rapport signal à bruit est très faible, i.e.  $\frac{E_t \sigma_m^2}{N_0} \ll 1$ , alors une solution approximative de l'équation (4.27) sera :

$$g(t, u) \simeq \frac{E_t \sigma_m^2}{N_0} \left(1 - \frac{|t|}{T}\right), \quad |t| \leq T, \quad (4.31)$$

et la résolution analytique de l'équation intégrale (4.30) s'en trouve simplifiée. Il a été montré

dans [Therault, 1986a] que la solution exacte dans ce cas est :

$$J(\omega_D) = \left( \frac{E_t \sigma_m^2}{N_0} \right)^2 \frac{T^4}{30}. \quad (4.32)$$

Cette solution asymptotique valable uniquement pour des rapports signal à bruit très faibles n'a d'utilité que pour confirmer la solution approximative obtenue numériquement pour un rapport signal à bruit quelconque. En effet, vu la difficulté à résoudre l'équation (4.30) analytiquement, Therault est parvenu à résoudre numériquement cette dernière en calculant  $J(\omega_D)$  pour un ensemble de valeurs de  $T$  et de  $\frac{E_t \sigma_m^2}{N_0}$ , et en adoptant un ajustement empirique de données à une fonction analytique, il a été trouvé [Therault, 1983, Therault, 1986a] qu'une excellente approximation de la solution de (4.30) s'exprime par :

$$J(\omega_D) = T^2 \frac{S_{NR}^2}{S_{NR}^2 + 36S_{NR} + 30}, \quad (4.33)$$

avec :

$$S_{NR} = \frac{E_t \sigma_m^2}{N_0} T. \quad (4.34)$$

Cette approximation aboutit à un écart maximal avec les valeurs calculées numériquement de  $0.8dB$  ainsi qu'un écart quadratique moyen de  $0.5dB$  (écarts calculés en  $10 \log_{10}$  du rapport des valeurs). Ce résultat a été confirmé plus récemment par Doisy [Doisy, 2004].

Finalement l'écart-type minimal sur l'estimation de la vitesse à partir d'un faisceau unique est traduit par l'inégalité :

$$\sigma_v \geq \frac{c}{4\pi f_0 T} \sqrt{1 + \frac{36}{S_{NR}} + \frac{30}{S_{NR}^2}}, \quad S_{NR} = \frac{E_t \sigma_m^2}{N_0} T, \quad (4.35)$$

où  $f_0$  est la fréquence nominale de l'instrument et  $c$  la vitesse du son dans le milieu. On trace sur la figure (4.3) l'allure de la borne de Cramér-Rao exprimée par la solution empirique (4.35) pour un système à  $f_0 = 1MHz$  et une taille de la fenêtre d'observation  $T = 1m$ .

Pour un rapport signal à bruit important, correspondant à un régime de fonctionnement typique garantissant l'obtention d'une estimée correcte, cette variance est asymptotiquement constante en  $1/T^2$  lorsque  $S_{NR} \rightarrow \infty$ , soit :

$$\sigma_v \geq \frac{c}{4\pi f_0 T}, \quad S_{NR} \gg 1. \quad (4.36)$$

Ceci est équivalent à dire que la performance d'un système incohérent ne peut être augmentée indéfiniment en augmentant le rapport signal à bruit. Par conséquent, la relation (4.36) exprime une limitation fondamentale sur la précision d'un sonar Doppler incohérent. Ceci s'explique

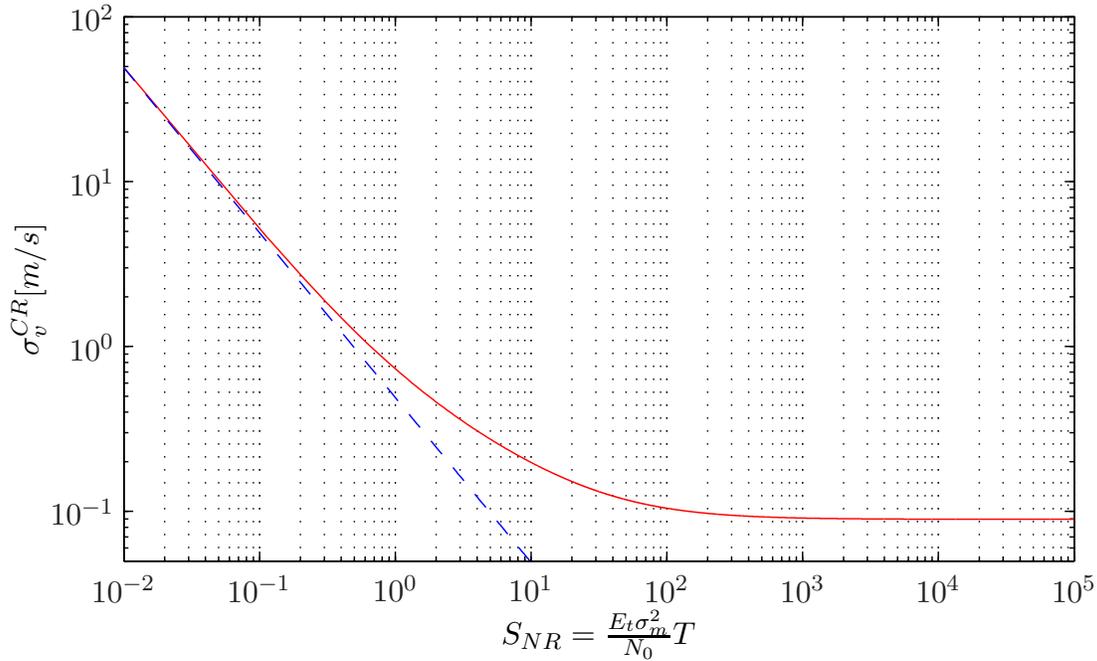


FIG. 4.3 – Borne de Cramér-Rao pour l’estimation d’une vitesse constante par méthode incohérente ( $f_o = 1\text{MHz}$ ,  $T = 1\text{m}$ ). En trait plein : pour un  $S_{NR}$  quelconque (relation (4.35)), et en tirets : allure asymptotique pour un  $S_{NR} \ll 1$  (relation(4.32)).

d’une part par la nature bande étroite du signal d’excitation, limitant de ce fait la quantité d’information retournée par le milieu, et d’autre part par la nature aléatoire du phénomène de rétrodiffusion agissant également comme un phénomène limitatif sur la qualité de la corrélation entrant dans le processus d’estimation.

En pratique, un système incohérent est utilisé dans la région où  $S_{NR} \gg 1$ , et la relation (4.36) est plus communément utilisée dans des situations réelles afin de prévoir la précision sur la mesure de la vitesse radiale [Brumley *et al.*, 1991, Hansen, 1985, Theriault, 1983, Theriault, 1986a]. Cette borne n’est cependant jamais atteinte, et une version modifiée tenant compte des différentes imperfections de l’appareil est usuellement employée [Brumley *et al.*, 1991, Chereskin et Harding, 1993] :

$$\sigma_v \approx 1,4 \frac{c^2}{8\pi f_0 \Delta\lambda \sqrt{N}} \quad : \quad \Delta\lambda = \frac{c}{2} T, \quad (4.37)$$

où le coefficient 1,4 est une correction empirique de la variance réelle sur la mesure de la vitesse radiale,  $N$  est le nombre de tirs consécutifs fournissant des estimées statistiquement indépendantes nécessaires pour atteindre une variance de quelques  $\text{cm/s}$  par moyennage et  $\Delta\lambda$  est la résolution spatiale. En effet, la performance d’un système incohérent est étroitement liée à la taille de la cellule, ce qui constitue la principale limitation de tels instruments car il est souvent difficile de concilier précision et résolution spatiale et temporelle. À titre d’exemple,

pour un instrument opérant à une fréquence  $f_0 = 1\text{Mhz}$ , émettant 35 tirs par seconde, sur une profondeur utile de  $10\text{m}$  et pour une taille de cellule de  $0,5\text{m}$ , la variance obtenue à partir de la relation (4.37) vaut  $25\text{cm/s}$ . Donc il est nécessaire de moyenner pendant une durée de  $17\text{s}$  pour atteindre un écart-type sur l'estimation de la vitesse radiale de  $1\text{cm/s}$ . Si l'on tient compte de l'inclinaison du faisceau par rapport à la verticale que l'on suppose de  $30^\circ$  par exemple, alors l'écart-type sur l'estimation de la vitesse horizontale sera doublé ( $\frac{1}{\sin(30^\circ)} = 2$ ).

### 4.7.3 Effet de la discrétisation et de la taille quelconque de la cellule

On considère dans cette section un signal passe-bande dont la durée  $T_s$  n'est pas nécessairement égale à la durée du pulse d'émission  $T_p$  (on a considéré dans la section précédente le cas particulier  $T_s = T_p = T$ ). Plus spécifiquement, on considère que la durée du segment de signal disponible  $T_s$ , peut prendre une valeur inférieure ou égale à la durée du pulse d'émission  $T_p$  [Smith, 1989], la motivation étant d'apporter une réponse quant à la possibilité d'améliorer la résolution spatiale. Le signal d'émission est supposé comme précédemment monofréquentiel et d'enveloppe rectangulaire. On admet également que la durée  $T_p$  est inférieure à la durée de décorrélation naturelle due au mouvement des particules.

Le signal en bande de base est obtenu par démodulation en phase et en quadrature puis filtrage passe bas. Le signal ultrasonore brut retourné par le milieu occupant initialement une bande fréquentielle utile  $B\text{ Hz}$ . Le spectre du signal complexe en bande de base sera localisé entre  $-B/2\text{ Hz}$  et  $B/2\text{ Hz}$ . Ce signal de durée  $T_s$  que l'on discrétise avec une période  $T_e = B^{-1}$  sera constitué de  $(N + 1)$  échantillons statistiquement indépendants, notés  $\hat{r}(n)$  avec [Vaitkus et Cobbold, 1998] :

$$N = BT_s, \quad (4.38)$$

exprimant le produit durée-largeur de bande spectrale. On définit de façon similaire  $M$  comme étant le nombre d'intervalles d'échantillonnage par pulse d'émission avec :

$$M = BT_p, \quad (4.39)$$

et  $M \leq N$ . La procédure de détermination de la borne de Cramér-Rao s'inspire directement de celle décrite à travers la section précédente. La matrice de covariance notée  $\tilde{\mathbf{K}}$ , normalisée par l'énergie totale du signal, et de taille  $(N + 1)$  s'exprime par :

$$\tilde{\mathbf{K}} = (\hat{k}_{m,n})_{1 \leq m, n \leq N+1}, \quad (4.40)$$

où chaque élément  $\hat{\kappa}_{m,n}$  est donné par :

$$\hat{\kappa}_{m,n} = e^{j\omega_D T_e(m-n)} \left( 1 - \frac{|m-n|}{M} \right), \quad 1 \leq m, n \leq N+1. \quad (4.41)$$

On considère par ailleurs que le signal est perturbé par la présence d'un bruit blanc additif dont la matrice de covariance est  $\tilde{\mathbf{N}} = \eta \mathbf{I}_{N+1}$ , où  $\mathbf{I}_{N+1}$  est la matrice identité de taille  $N+1$  et  $\eta$  est la variance du bruit normalisée par celle du signal, soit une variance totale du signal observé égale à  $1 + \eta$ . La borne de Cramér-Rao, exprimant la variance minimale sur l'estimation non biaisée de la pulsation Doppler, est donnée par la relation (4.20) où l'élément de la matrice d'information de Fisher s'exprime sous sa version discrète comme suit :

$$\begin{aligned} J(\omega_D) &= \Re \left\{ \frac{1}{\eta} \sum_{m=1}^{N+1} \sum_{n=1}^{N+1} \frac{\partial \kappa_{m,n}}{\partial \omega_D} \frac{\partial h_{m,n}^*}{\partial \omega_D} \right\} \\ &= \Re \left\{ \frac{1}{\eta} \text{tr} \left[ \frac{\partial \tilde{\mathbf{K}}}{\partial \omega_D} \times \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}^H}{\partial \omega_D} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

La deuxième égalité découle de la définition du produit scalaire canonique des matrices carrées (ou produit scalaire de Frobenius [Wikiversité, 2009]) et la matrice  $\mathbf{H}$  de taille  $(N+1)$  est le filtre optimal qui est solution de la version matricielle de l'équation (4.23), soit :

$$\eta h_{m,n} + \sum_{i=1}^{N+1} h_{m,i} \kappa_{i,n} = \kappa_{m,n} \iff \tilde{\mathbf{H}} \left( \tilde{\mathbf{K}} + \eta \mathbf{I}_{N+1} \right) = \tilde{\mathbf{K}}, \quad (4.43)$$

avec  $1 \leq m, n \leq N+1$ . On peut donc exprimer  $\tilde{\mathbf{H}}$  à partir de  $\tilde{\mathbf{K}}$  et donc expliciter la matrice de Fisher à partir de (4.42). Cependant, ici, la résolution de cette équation par rapport à  $\tilde{\mathbf{H}}$  peut être simplifiée en supposant que le rapport signal à bruit est élevé, ce qui équivaut à considérer  $\eta \ll 1$ . Soit en supposant également que  $\tilde{\mathbf{K}}$  est inversible, on peut écrire en utilisant un développement limité au premier ordre en  $\eta$  :

$$\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{K}} \left( \tilde{\mathbf{K}} + \eta \mathbf{I}_{N+1} \right)^{-1} = \mathbf{I}_{N+1} - \eta \tilde{\mathbf{K}}^{-1} + O(\eta^2). \quad (4.44)$$

D'autre part, la matrice de Toeplitz et hermitienne  $\tilde{\mathbf{K}}$  est donnée par (voir la relation (4.41)) :

$$\tilde{\mathbf{K}} = \frac{1}{M} \begin{bmatrix} \frac{1}{M} & (M-1)e^{-j\omega_D T_e} & (M-2)e^{-j2\omega_D T_e} & \dots & (M-N)e^{-jN\omega_D T_e} \\ (M-1)e^{j\omega_D T_e} & \frac{1}{M} & (M-1)e^{-j\omega_D T_e} & \dots & (M-(N-1))e^{-j(N-1)\omega_D T_e} \\ (M-2)e^{j2\omega_D T_e} & (M-1)e^{j\omega_D T_e} & \frac{1}{M} & \dots & (M-(N-2))e^{-j(N-2)\omega_D T_e} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (M-N)e^{jN\omega_D T_e} & (M-(N-1))e^{j(N-1)\omega_D T_e} & (M-(N-2))e^{j(N-2)\omega_D T_e} & \dots & \frac{1}{M} \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

Sa matrice inverse  $\tilde{\mathbf{K}}^{-1}$ , également hermitienne, est quasi-tridiagonale et symétrique par rapport à sa diagonale secondaire. La récursion de Levinson-Durbin [Kay, 1988] peut être utilisée

pour le calcul de cette matrice inverse colonne par colonne. On trouve qu'elle est donnée par [Smith, 1989] :

$$\tilde{\mathbf{K}}^{-1} = \frac{M}{2} \begin{bmatrix} (1+b) & -e^{-j\omega_D T_e} & 0 & \dots & 0 & be^{-jN\omega_D T_e} \\ -e^{j\omega_D T_e} & 2 & -e^{-j\omega_D T_e} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -e^{j\omega_D T_e} & 2 & -e^{-j\omega_D T_e} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & -e^{j\omega_D T_e} & 2 & -e^{-j\omega_D T_e} \\ be^{jN\omega_D T_e} & 0 & \dots & 0 & -e^{j\omega_D T_e} & (1+b) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

avec  $b = 1/(2M - N)$ .

L'information de Fisher exprimée par (4.42) impose de calculer les deux dérivées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathbf{K}}}{\partial \omega_D} &= \left( jT_e(m-n) \left( 1 - \frac{|m-n|}{M} \right) e^{j\omega_D T_e(m-n)} \right)_{1 \leq m, n \leq N+1} \\ &= \frac{jT_e}{M} \begin{bmatrix} 0 & -(M-1)e^{-j\omega_D T_e} & \dots & -N(M-N)e^{-jN\omega_D T_e} \\ (M-1)e^{j\omega_D T_e} & 0 & \dots & -(N-1)(M-(N-1))e^{-j(N-1)\omega_D T_e} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (N-1)(M-(N-1))e^{j(N-1)\omega_D T_e} & \dots & 0 & -(M-1)e^{-j\omega_D T_e} \\ N(M-N)e^{jN\omega_D T_e} & \dots & (M-1)e^{j\omega_D T_e} & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.47)$$

et

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{K}}^{-1}}{\partial \omega_D} = \frac{jMT_e}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\omega_D T_e} & 0 & \dots & -Nbe^{-jN\omega_D T_e} \\ -e^{j\omega_D T_e} & 0 & e^{-j\omega_D T_e} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & -e^{j\omega_D T_e} & 0 & e^{-j\omega_D T_e} \\ Nbe^{jN\omega_D T_e} & 0 & \dots & -e^{j\omega_D T_e} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

Il est alors aisé de calculer les éléments diagonaux entrant dans le calcul de la trace dans la relation (4.42). À partir de (4.44), (4.47) et (4.48), on trouve notamment que :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{K}}}{\partial \omega_D} \times \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}^H}{\partial \omega_D} \right)_{nn} &\simeq \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{K}}}{\partial \omega_D} \times \frac{\partial \left( -\eta \tilde{\mathbf{K}}^{-1} \right)^H}{\partial \omega_D} \right)_{nn} \\ &= \begin{cases} \frac{\eta T_e^2}{2} (M-1 - bN^2(M-N)), & \text{pour } n \in \{1, N+1\} \\ \eta T_e^2 (M-1), & \text{pour } n \in \{2, \dots, N\}. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Finalement, à partir de la définition (4.42), on obtient :

$$\begin{aligned} \text{tr} \left[ \frac{\partial \tilde{\mathbf{K}}}{\partial \omega_D} \times \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}^H}{\partial \omega_D} \right] &= 2 \times \left[ \frac{\eta T_e^2}{2} \left( M - 1 - \frac{N^2(M - N)}{2M - N} \right) \right] + (N - 1) \times [\eta T_e^2 (M - 1)] \\ &= \eta N T_e^2 \left[ M - 1 - \frac{N(M - N)}{2M - N} \right]. \end{aligned} \quad (4.50)$$

En considérant que  $T_e = B^{-1}$ , et en tenant compte des relations (4.15), (4.20), (4.38), (4.39), (4.42) et (4.50), l'écart-type sur l'estimation non biaisée de la vitesse vérifie l'inégalité :

$$\sigma_v \geq \frac{c}{4\pi f_0 T_s} \left[ \frac{T_p - T_e}{T_s} - \frac{T_p - T_s}{2T_p - T_s} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.51)$$

On note en particulier que l'écart-type est indépendant du rapport signal à bruit, ce qui n'est pas surprenant dans la mesure où le niveau de bruit a été supposé faible à travers la relation (4.44). Il est cependant important de noter également que pour une période d'échantillonnage de faible valeur comparativement à la durée du pulse d'émission i.e.  $T_e \ll T_p$ , ce qui est largement vérifié en pratique, en posant  $T_p = T_s$  dans (4.51) on retrouve la relation (4.36) trouvée par Theriault [Theriault, 1983, Theriault, 1986a] lorsque le rapport signal à bruit est élevé.

On représente sur la figure (4.4) l'allure de l'information de Fisher  $J(\omega_D)$  en fonction de la durée du signal  $T_s$ .  $J(\omega_D)$  est normalisée par sa valeur pour  $T_s = T_p$ , et  $T_s$  est normalisée par  $T_p$ . L'allure de la courbe peut paraître surprenante par comparaison avec une croissance linéaire en  $T_s/T_p$  qui dans une première approche paraîtrait plus intuitive. On voit que l'information de Fisher croît avec la durée normalisée du signal tout en étant inférieure à celle-ci. Par conséquent  $T_s = T_p$  est la valeur de choix si l'on souhaite minimiser la variance d'estimation de la fréquence Doppler.

La relation (4.51) est valable pour un signal passe-bande démodulé en phase et en quadrature et échantillonné en bande de base avec une fréquence au moins égale à sa largeur de bande spectrale utile  $B$  Hz. Autrement dit, la diminution de  $T_e$  ou réciproquement, l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage ne réduit pas la variance d'estimation dans la mesure où le nombre total disponible d'échantillons indépendants porteurs d'information reste inchangé. Par contre la diminution de la fréquence d'échantillonnage en dessous de  $B$  Hz aura pour effet direct d'augmenter la variance en plus de réduire la fréquence de Nyquist, ce qui se traduit par une réduction de la plage de vitesses mesurables sans ambiguïté.

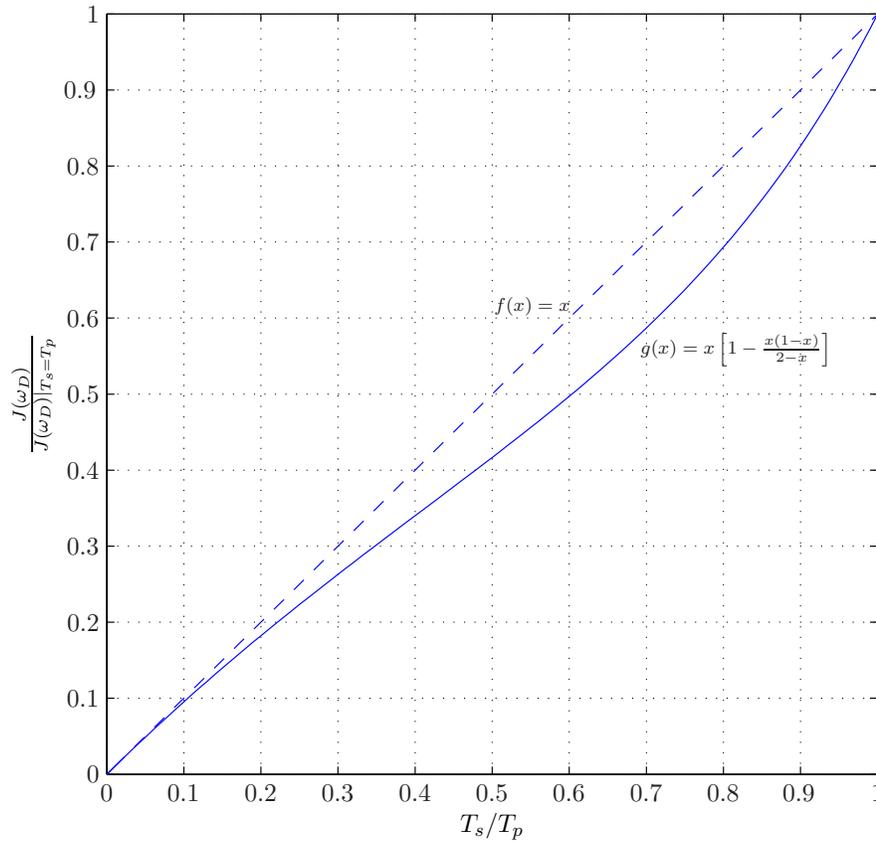


FIG. 4.4 – Variation de l’information de Fisher en fonction de la durée  $T_s$  du signal fenêtré.

## 4.8 Conclusion

Le principe des systèmes sonar Doppler incohérents pour la mesure de la vitesse a été présenté au cours de ce chapitre. Les résultats des travaux de Hansen [Hansen, 1985] et Chereskin et Harding [Chereskin et Harding, 1993] ont montré que les différentes méthodes de calcul de la covariance ont une influence négligeable sur la variance d’estimation. D’autre part, la constante de temps caractéristique de la méthode choisie pour le CAG est déterminante, notamment la méthode de correction du gain par seuillage dur caractérisée par une constante de temps de l’ordre de la fréquence d’échantillonnage produit un effet désastreux sur la variance d’estimation, et Hansen [Hansen, 1985] quantifie cet effet par une majoration de 50% de la variance prédite par la relation (4.37). En même temps, une méthode de CAG ayant une constante de temps supérieure à la durée du pulse d’émission n’a pas d’effet mesurable sur la variance d’estimation de la fréquence Doppler, et de ce fait, le rapport signal à bruit est l’unique facteur déterminant.

La borne de Cramér-Rao déterminée par Theriault [Theriault, 1986a], permet de prévoir la variance d’un système incohérent idéal comme confirmé par simulations et par des mesures expérimentales en se référant aux travaux de Hansen [Hansen, 1985], Brumley *et al.*

[Brumley *et al.*, 1991, Brumley *et al.*, 1990], Trevorrow et Farmer [Trevorrow et Farmer, 1992], et Chereskin et Harding [Chereskin et Harding, 1993]. En pratique, cette borne n'est jamais atteinte, et la variance d'un système réel est obtenue par une majoration d'un facteur multiplicatif allant de 1,25 à 1,4 conformément à ce qui est cité dans la littérature [Brumley *et al.*, 1990, Hansen, 1985].

Pour clore ce chapitre, on notera que d'autres facteurs tout aussi importants comme la géométrie du faisceau ultrasonore [Appell *et al.*, 1985], le mouvement relatif entre le transducteur et le fluide [Cochrane et Whitman, 1987], la contribution des lobes secondaires sur l'énergie ultrasonore rétrodiffusée par le milieu [Appell *et al.*, 1991, Lenoble, 2001], les structures d'écoulements complexes, les gradients de concentration des matières en suspension ainsi que d'autres facteurs pouvant affecter la précision sont à prendre en considération lors de l'évaluation des performances d'un tel système; de même la justesse de la mesure est un facteur limitant dont il faut également quantifier l'influence. Néanmoins, les différentes études et vérifications expérimentales menées jusqu'à présent [Chereskin et Harding, 1993, Hansen, 1985, Pinkel et Smith, 1992] tendent toutes à conforter la validité du modèle simplifié abordé dans ce chapitre [Therriault, 1986a], ce qui relativise un tant soit peu l'optimisme sous-entendu lors de la formulation des hypothèses initiales.

## Chapitre 5

# Approche hybride : estimation monocoup par compression d'impulsion répétée

### 5.1 Introduction

Ce chapitre aborde un schéma intermédiaire aux méthodes cohérente et incohérente pour l'estimation de la vitesse d'un fluide chargé de particules par effet Doppler. Cette méthode s'inspire du mode de fonctionnement des systèmes multistatiques à corrélation (ou sonars à corrélation) [Benham *et al.*, 1972, Dicke, 1945, Hansen, 1986, Hole *et al.*, 1992, Rowe et Young, 1979], le principe de base consistant en l'estimation du facteur d'expansion ou de dilatation par effet Doppler du signal rétrodiffusé à partir d'un tir unique. L'avantage de la technique réside dans l'élimination de la contrainte sur la profondeur comme pour les systèmes incohérents. La mise à profit d'une part de la cohérence inter-pulses pour l'estimation du déphasage, et de la compression d'impulsion d'autre part permettent d'améliorer sensiblement la variance d'estimation pour atteindre un niveau de performance intermédiaire aux deux modes de fonctionnement cohérent et incohérent.

Après l'introduction du principe de mesure monocoup par l'utilisation d'une répétition de pulses identiques, l'intérêt de la compression d'impulsion est exposé. Le codage binaire de la phase par l'emploi de codes minimisant les lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation est discuté. Une étude comparative avec l'utilisation d'impulsions modulées en rampe de fréquence conduit à une amélioration de la variance d'estimation par une meilleure exploitation de la bande passante du transducteur ultrasonore. En particulier, on montre par simulation et expérimentalement que la possibilité offerte de pouvoir superposer deux ou plusieurs impulsions

modulées en fréquence permet d'augmenter la plage de vitesses mesurables sans ambiguïté de 50% sans affecter la variance.

Un algorithme basé sur la localisation du pic de corrélation est proposé afin de lever l'ambiguïté sur la mesure de la phase tout en minimisant la variance d'estimation pour les vitesses élevées.

## 5.2 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un système monocoup à impulsions répétées est schématisé par la figure (5.1). Le signal d'émission est constitué d'une succession de deux ou plusieurs impulsions identiques, le cas le plus simple étant une succession de deux courtes impulsions sinusoïdales. Le signal réfléchi par une cible en mouvement subit par effet Doppler une compression ou une dilatation proportionnelle à la vitesse que l'on souhaite mesurer. Cet effet peut également être vu comme un déphasage entre les deux impulsions telle que schématisées par la figure (5.1). En prenant comme référence de la phase l'instant de début de chaque impulsion, la compression du double pulse liée à une réflexion sur une cible en rapprochement se traduit par un déphasage  $\Delta\phi_r$  modulo  $2\pi$ . Ce déphasage étant associé à un délai temporel, une estimée de la vitesse peut également être fournie par localisation de la position d'un des pics latéraux de la fonction d'autocorrélation du signal reçu, cette dernière présentant une structure à trois pics conformément au calcul qui sera présenté dans la section suivante.

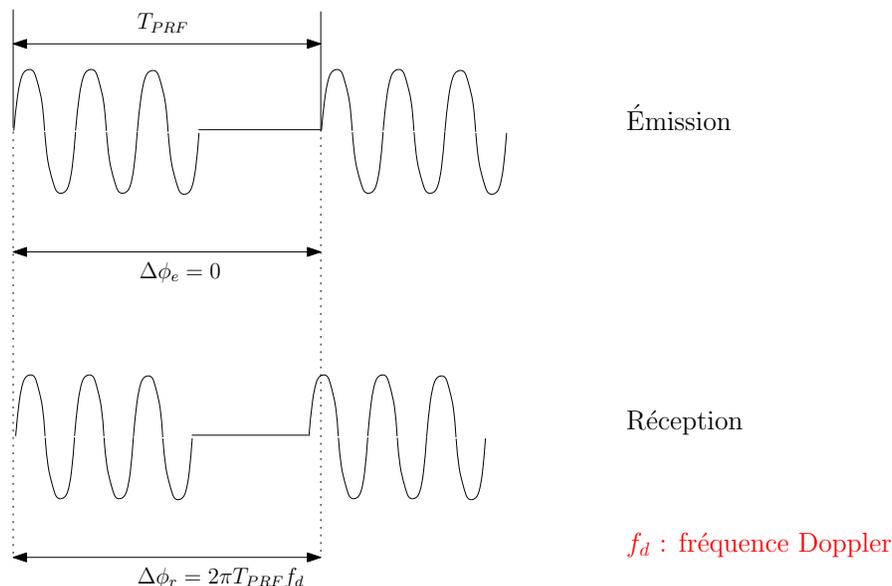


FIG. 5.1 – Principe de la méthode hybride. Deux impulsions successives suffisent à fournir une estimée de la fréquence Doppler.

### 5.2.1 Autocorrélation d'une succession de deux impulsions identiques

Afin d'illustrer quantitativement ce principe, considérons le signal d'émission  $e(t)$  constitué de deux impulsions sinusoïdales, chacune ayant une durée  $T_p$ , et séparées d'un délai inter-pulses égal à  $T_{PRF}$  par analogie avec le principe d'excitation cohérent, et que l'on notera dans ce qui suit simplement  $T$  afin d'alléger la notation. On se propose à présent de calculer l'autocorrélation de  $e(t)$  tel que représenté par la figure (5.2).

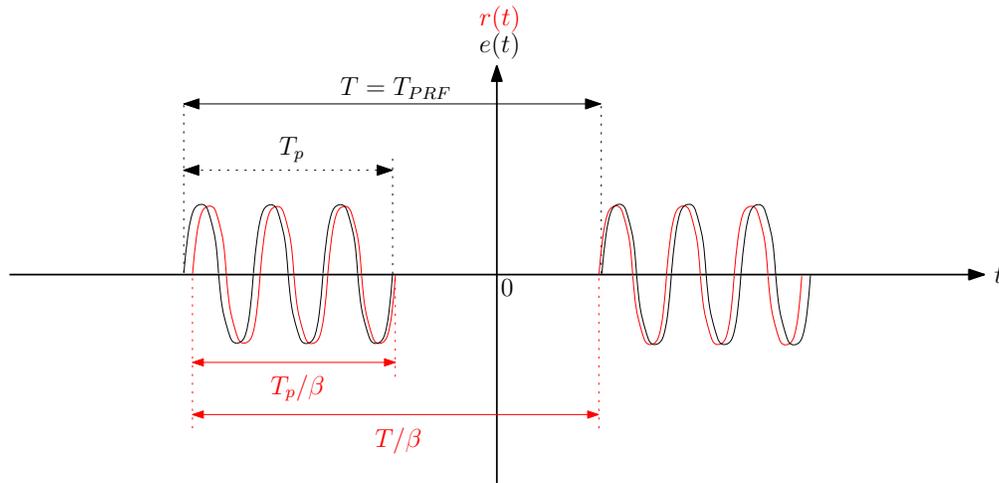


FIG. 5.2 – Signal d'émission  $e(t)$ , et signal retourné  $r(t)$  par une cible en rapprochement.

On a :

$$\Gamma_{ee}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t)e^*(t-\tau)dt, \quad (5.1)$$

avec :

$$e(t) = p\left(t - \frac{T}{2}\right) + p\left(t + \frac{T}{2}\right). \quad (5.2)$$

Soit en injectant dans (5.1), on obtient directement :

$$\begin{aligned} \Gamma_{ee}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ p\left(t - \frac{T}{2}\right) + p\left(t + \frac{T}{2}\right) \right] \left[ p\left(t - \frac{T}{2} - \tau\right) + p\left(t + \frac{T}{2} - \tau\right) \right]^* dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p\left(t - \frac{T}{2}\right) p^*\left(t - \frac{T}{2} - \tau\right) dt + \int_{-\infty}^{\infty} p\left(t + \frac{T}{2}\right) p^*\left(t + \frac{T}{2} - \tau\right) dt \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} p\left(t + \frac{T}{2}\right) p^*\left(t - \frac{T}{2} - \tau\right) dt + \int_{-\infty}^{\infty} p\left(t - \frac{T}{2}\right) p^*\left(t + \frac{T}{2} - \tau\right) dt. \end{aligned} \quad (5.3)$$

En effectuant le changement de variable  $t' = t + \frac{T}{2}$ , on a également  $t - \frac{T}{2} = t' - T$ , ce qui permet d'écrire directement que :

$$\Gamma_{ee}(\tau) = \Gamma_{pp}(\tau - T) + 2\Gamma_{pp}(\tau) + \Gamma_{pp}(\tau + T). \quad (5.4)$$

Cette dernière relation exprime la fonction d'autocorrélation de deux impulsions identiques séparées par une durée interpulse  $T$  en fonction de l'autocorrélation d'une impulsion unique. On remarque que cette fonction présente trois pics, un pic central à  $\tau = 0$ , et deux pics latéraux symétriques par rapport à l'origine du corrélogramme et situés à  $\tau = \pm T$ .

### 5.2.2 Effet Doppler sur un signal à large bande spectrale

L'effet Doppler a pour conséquence une compression ou une dilatation de l'onde émise après réflexion sur la cible en mouvement par rapport au transducteur suivant le sens du mouvement relatif (respectivement rapprochement ou éloignement). On introduit le facteur de compression/dilatation Doppler [Newhouse et Amir, 1983, Weiss, 1994] noté  $\beta$  et défini par :

$$\beta = \frac{c - v}{c + v}, \quad (5.5)$$

ceci en prenant arbitrairement comme vitesses positives celles correspondant à l'éloignement de la cible du transducteur et inversement, les vitesses négatives correspondant au rapprochement de la cible. On supposera que la vitesse de la cible relativement au transducteur est constante pendant la durée du signal, ainsi que pendant l'aller-retour de l'onde. En notant par  $R_0$  la distance séparant la cible du transducteur à l'instant d'émission de  $p(t - \frac{T}{2})$ , le signal retourné au transducteur noté  $p_r(t)$  est une version retardée et mise à l'échelle qui s'exprime (en négligeant l'atténuation dans le milieu et en supposant l'impédance acoustique de la cible de module égal à l'unité et de phase nulle) :

$$p_r(t) = \sqrt{\beta} p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c - v} \right) \right) \quad (5.6)$$

avec  $\sqrt{\beta}$  un facteur de normalisation garantissant l'égalité des énergies totales transmise et réfléchie.

### 5.2.3 Effet Doppler sur une succession de deux impulsions identiques

On considère cette fois la totalité du signal d'émission  $e(t)$  composé d'une paire de pulses identiques séparées par un délai  $T$ . En tenant compte du déplacement de la cible pendant la durée séparant les deux pulses, et en se référant au schéma de la figure (5.2), on peut écrire que :

$$r(t) = \sqrt{\beta} p \left( \beta \left( t - 2 \frac{R_0}{c - v} \right) - \frac{T + \Delta T}{2} \right) + \sqrt{\beta} p \left( \beta \left( t - 2 \frac{R_0}{c - v} \right) + \frac{T + \Delta T}{2} \right). \quad (5.7)$$

Le délai  $\Delta T = \frac{2vT}{c-v}$  correspond au déplacement relatif de la cible ainsi qu'à la propagation de l'onde ultrasonore durant le délai  $T$  séparant les deux impulsions à l'émission, l'instant de

référence sur l'axe des temps étant la demi-durée séparant les deux impulsions. L'expression (5.7) peut être réécrite sous la forme :

$$r(t) = \sqrt{\beta}p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) - \frac{T}{2} \left( \frac{2v}{c-v} + 1 \right) \right) + \sqrt{\beta}p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) + \frac{T}{2} \left( \frac{2v}{c-v} + 1 \right) \right). \quad (5.8)$$

Compte tenu de (5.5), on a  $\frac{2v}{c-v} = \frac{1-\beta}{\beta}$ , ce qui permet de déduire facilement que  $\frac{2v}{c-v} + 1 = \frac{1}{\beta}$ . Le signal réfléchi s'exprime alors sous la forme :

$$r(t) = \sqrt{\beta}p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) - \frac{T}{2\beta} \right) + \sqrt{\beta}p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) + \frac{T}{2\beta} \right), \quad (5.9)$$

ce qui permet de voir clairement que la durée séparant les deux impulsions à la réception est égale à  $\frac{T}{\beta}$ . La fonction d'autocorrélation du signal reçu notée  $\Gamma_{rr}(\tau)$  s'explicite alors :

$$\begin{aligned} \Gamma_{rr}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} r(t)r^*(t-\tau)dt \quad (5.10) \\ &= \beta \int_{-\infty}^{\infty} \left[ p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) - \frac{T}{2\beta} \right) + p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) + \frac{T}{2\beta} \right) \right] \\ &\quad \cdot \left[ p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) - \frac{T}{2\beta} - \tau \right) + p \left( \beta \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) + \frac{T}{2\beta} - \tau \right) \right]^* dt \\ &= \beta \int_{-\infty}^{\infty} \left[ p \left( \beta t - \frac{T}{2\beta} \right) + p \left( \beta t + \frac{T}{2\beta} \right) \right] \\ &\quad \cdot \left[ p \left( \beta t - \frac{T}{2\beta} - \tau \right) + p \left( \beta t + \frac{T}{2\beta} - \tau \right) \right]^* dt, \end{aligned}$$

soit similairement à la relation (5.4) :

$$\Gamma_{rr}(\tau) = \Gamma_{pp\beta} \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) + 2\Gamma_{pp\beta}(\tau) + \Gamma_{pp\beta} \left( \tau + \frac{T}{\beta} \right) \quad (5.11)$$

où  $\Gamma_{pp\beta}(\tau)$  est donnée par :

$$\Gamma_{pp\beta}(\tau) = \beta \int_{-\infty}^{\infty} p(\beta t) p^*(\beta t - \tau) dt. \quad (5.12)$$

Cette dernière relation peut être obtenue en effectuant le changement de variable  $t' = \beta t$  sur la relation définissant l'autocorrélation  $\Gamma_{pp}(t')$  de l'impulsion  $p(t')$ .

La figure (5.3) illustre l'effet Doppler sur la fonction d'autocorrélation du signal réfléchi. Il est à noter que l'effet Doppler se traduit par une translation des pics latéraux.

Afin d'illustrer cela, on considère le délai  $T_D$  correspondant au déplacement d'un des pics latéraux de la fonction d'autocorrélation comme schématisé par la figure (5.3). À partir des

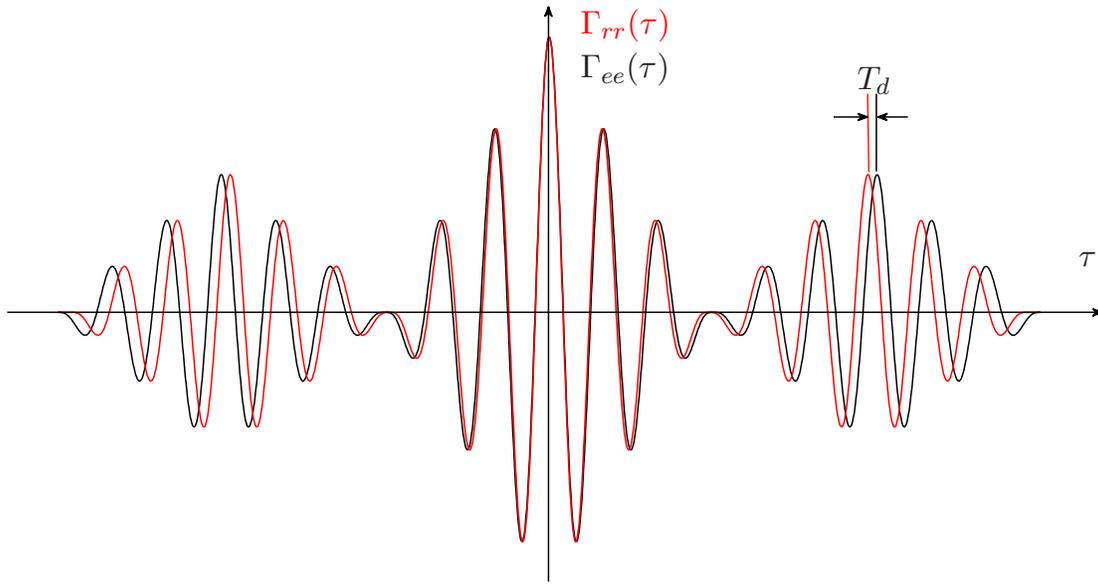


FIG. 5.3 – Effet Doppler sur la fonction d'autocorrélation de la paire d'impulsions sinusoïdales de la figure (5.2).

relations (5.4) et (5.11), il est aisé de déduire que :

$$T_D = \frac{T}{\beta} - T = \frac{(1 - \beta)}{\beta} T. \quad (5.13)$$

De façon analogue, la dualité temps-fréquence permet de définir la fréquence  $f_D$  représentant la fréquence moyenne de l'enveloppe complexe du signal retourné  $r(t)$  suite à une excitation par un signal arbitraire  $e(t)$  :

$$f_D = \beta f_0 - f_0 = (\beta - 1) f_0. \quad (5.14)$$

#### 5.2.4 Effet sur le signal en bande de base

Le signal disponible est complexe en pratique car obtenu par démodulation en phase et en quadrature du signal ultrasonore, la méthode Pulse-Pair peut être efficacement employée pour l'estimation du premier moment spectral du signal en bande de base en raison de sa très faible complexité calculatoire. Le signal  $e(t)$  étant passe-bande et centré sur la fréquence centrale du transducteur, on écrit  $e(t)$  sous la forme :

$$e(t) = \Re \left\{ \tilde{e}(t) e^{j2\pi f_0 t} \right\}, \quad (5.15)$$

avec  $\tilde{e}(t)$  l'enveloppe complexe associée. Après réflexion sur une cible en mouvement animée d'un mouvement relatif de vitesse  $v$ , et en négligeant les effets d'atténuation, le signal reçu prend la

forme :

$$r(t) = \Re \left\{ \sqrt{\beta} \tilde{e}(\beta t) e^{j2\pi\beta f_0 t} \right\} = \Re \left\{ \tilde{r}(t) e^{j2\pi f_0 t} \right\}. \quad (5.16)$$

L'enveloppe complexe  $\tilde{r}(t)$  est obtenue après multiplication par une exponentielle complexe de fréquence  $f_0$ , ce qui donne :

$$\tilde{r}(t) = \sqrt{\beta} \tilde{e}(\beta t) e^{j2\pi\beta f_0 t} e^{-j2\pi f_0 t} = \sqrt{\beta} \tilde{e}(\beta t) e^{j2\pi(\beta-1)f_0 t}, \quad (5.17)$$

que l'on peut mettre sous la forme :

$$\tilde{r}(t) = \tilde{e}_\beta(t) e^{j2\pi f_D t}. \quad (5.18)$$

De cette dernière relation on voit qu'il suffit de choisir  $f_0$  telle que pour  $v = 0$ , l'enveloppe complexe  $\tilde{e}_\beta(t)$  soit de phase nulle. L'estimation de la fréquence Doppler  $f_D$  s'effectue simplement dans ce cas par évaluation de la phase de  $\tilde{r}(t)$ . En calculant la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe complexe  $\tilde{r}(t)$  on trouve que :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}(t) \tilde{r}^*(t - \tau) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{e}_\beta(t) e^{j2\pi f_D t} \tilde{e}_\beta^*(t - \tau) e^{-j2\pi f_D (t - \tau)} dt \\ &= e^{j2\pi f_D \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{e}_\beta(t) \tilde{e}_\beta^*(t - \tau) dt \\ &= \Gamma_{\tilde{e}_\beta \tilde{e}_\beta}(\tau) e^{j2\pi f_D \tau}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Par conséquent, lorsque la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe complexe du signal d'émission est réelle, la réflexion sur une cible en mouvement se traduit par une compression de la fonction d'autocorrélation et de la multiplication de cette dernière par un terme complexe  $e^{j2\pi f_D \tau}$ , dont la fréquence est égale à la fréquence Doppler associée à la la fréquence porteuse  $f_0$ . Il est possible dans ce cas d'utiliser efficacement l'estimateur Pulse-Pair pour déterminer cette fréquence [Lhermitte et Serafin, 1984, Miller et Rochwarger, 1972]. En tenant compte des relations (5.11) et (5.19), la fonction d'autocorrélation s'exprime pour une paire d'impulsions  $p(t)$  par :

$$\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) = \left[ \Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta} \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) + 2\Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta}(\tau) + \Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta} \left( \tau + \frac{T}{\beta} \right) \right] e^{j2\pi(\beta-1)f_0 \tau}, \quad (5.20)$$

où  $\tilde{p}(t)$  est l'enveloppe complexe de  $p(t)$  telle que  $p(t) = \Re \left\{ \tilde{p}(t) e^{j2\pi f_0 t} \right\}$ , et  $\Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta}(\tau)$  étant définie par :

$$\Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta}(\tau) = \beta \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\beta t) \tilde{p}^*(\beta t - \tau) dt. \quad (5.21)$$

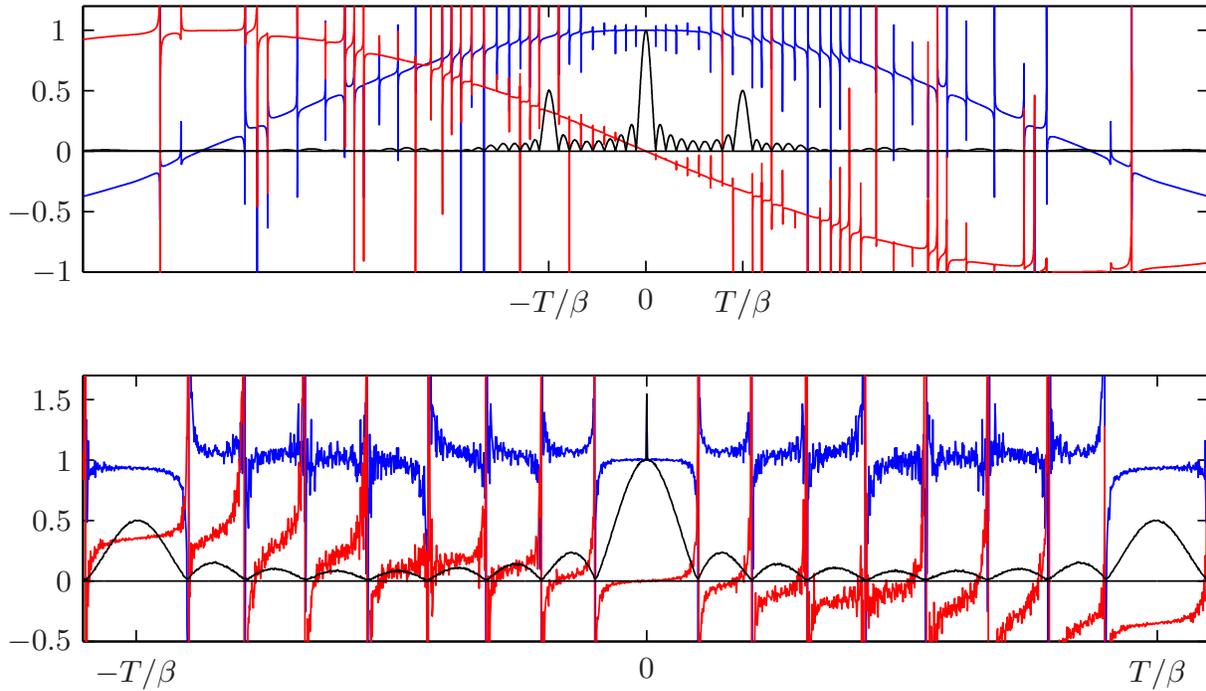


FIG. 5.4 – Effet Doppler sur une paire d'impulsions large bande identiques. L'ajout de bruit illustre l'intérêt d'estimer la phase de l'enveloppe complexe au voisinage d'un des pics latéraux de la fonction d'autocorrélation.

On trace sur la figure (5.4) l'allure de la fonction d'autocorrélation en bande de base pour un signal d'émission constitué de deux impulsions large bande consistant en une superposition de deux rampes modulées en fréquence. Le signal de réception a été obtenu en simulant une vitesse radiale de  $0,5m/s$ , une fréquence d'émission de  $5MHz$ , une largeur de bande spectrale de  $624kHz$ , une durée d'impulsion de  $160\mu s$  et une durée inter-pulses de  $16\mu s$ . La courbe en bleu représente la partie réelle de  $\frac{\Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau)}{|\Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau)|}$ , et en rouge sa partie imaginaire. Les discontinuités sur ces courbes sont dues aux points pour lesquels le module de l'autocorrélation s'annule. La courbe noire représente le module de  $\Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau)$ . La partie supérieure de la figure (5.4) concerne un signal ayant subi l'effet Doppler sans ajout de bruit. On remarque clairement dans ce cas l'allure sinusoïdale des parties réelle et imaginaire de  $\frac{\Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau)}{|\Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau)|}$ , la première passant par un maximum égal à l'unité alors que la deuxième s'annule à l'origine. Dans ce cas il est évidemment possible d'estimer la fréquence Doppler pour toutes les valeurs de  $\tau$  différentes des points où il existe une singularité (valeurs de  $\tau$  pour lesquelles l'enveloppe de l'autocorrélation s'annule). La partie inférieure de la figure (5.4) quant à elle concerne un signal identique au précédent mais auquel on a ajouté du bruit. Sur ce tracé focalisé autour de l'origine  $\tau = 0$  de façon à pouvoir distinguer l'effet de l'ajout de bruit, on remarque que bien que l'allure générale des parties réelle et imaginaire soit conservée, la présence de bruit perturbe davantage la phase de la fonction d'autocorrélation, le

module quant à lui présente un pic au voisinage de  $\tau = 0$  et reste faiblement affecté ailleurs.

L'évaluation de la phase de la fonction d'autocorrélation en bande de base du signal reçu  $\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau)$  au voisinage du pic latéral situé à  $\tau = T$  s'obtient comme suit :

$$\begin{aligned}\Phi_{\tilde{r}}(\tau) &= \arg \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}_{\tau=T} \\ &= \arctan \left[ \frac{\Im \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}}{\Re \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}} \right]_{\tau=T}.\end{aligned}\quad (5.22)$$

En tenant compte du fait que les deux impulsions composant le signal d'émission sont large bande, le module de la fonction d'autocorrélation en bande de base présente une allure très piquée avec une concentration de la majeure partie de l'énergie sur le corrélogramme autour du pic central. En se basant sur cette propriété, il est possible de négliger la contribution des deux derniers termes à droite de la relation (5.20) au voisinage de  $\tau = T$ , soit :

$$\begin{aligned}\Phi_{\tilde{r}}(\tau) &\approx \arctan \left[ \frac{\Im \left\{ \Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta} \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) e^{j2\pi(\beta-1)f_0\tau} \right\}}{\Re \left\{ \Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta} \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) e^{j2\pi(\beta-1)f_0\tau} \right\}} \right]_{\tau=T} \\ &= 2\pi(\beta-1)f_0T.\end{aligned}\quad (5.23)$$

Finalement, compte tenu de la définition (5.14), l'estimateur de la fréquence Doppler s'exprime par :

$$\hat{f}_D = \frac{1}{2\pi T} \arctan \left[ \frac{\Im \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}}{\Re \{ \Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) \}} \right]_{\tau=T}.\quad (5.24)$$

La structure de l'estimateur (5.24) est identique à celle de l'estimateur Pulse-Pair appliqué au signal en bande de base  $\tilde{r}(t)$ . Cependant, il est important de noter le fait qu'à la différence de la méthode Pulse-Pair telle que présentée au chapitre (2), le délai  $\tau$  au voisinage duquel est estimée la fréquence Doppler est dépendant de la vitesse de la cible. En effet, étant donné que le pic latéral est situé à l'instant  $\tau = \frac{T}{\beta}$ , tout se passe comme si l'on estimait  $f_D$  relativement au terme  $\Gamma_{\tilde{p}\tilde{p}_\beta} \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) e^{j2\pi(\beta-1)f_0\tau}$  à l'instant  $\tau'$  tel que :

$$\begin{aligned}\tau' &= \frac{T}{\beta} - T \\ &= T_D.\end{aligned}\quad (5.25)$$

La dépendance de  $\tau'$  vis-à-vis de la vitesse de la cible aura une conséquence directe sur la qualité de l'estimée  $\hat{f}_D$ . En effet, si on considère un signal d'émission  $e(t)$  composé d'une succession de deux impulsions identiques ayant chacune une grande largeur spectrale, la fonction d'autocorrélation du signal reçu en bande de base sera composée de trois pics d'autant plus étroits que la largeur du spectre à l'émission est grande. Par conséquent, au fur et à mesure

que la vitesse de la cible s'élève, le coefficient de corrélation autour du point  $\tau = T$  diminue entraînant une augmentation de la variance de l'estimée de la fréquence Doppler  $\hat{f}_D$ . Néanmoins cet effet reste inaperçu pour des vitesses inférieures à la vitesse maximale non ambiguë telle que définie par :

$$V_{max} = \frac{c}{2} \frac{f_{Dmax}}{f_0}, \quad (5.26)$$

avec  $f_{Dmax} = \pm 1/2T$ , obtenue à partir de la relation (5.22) en posant  $\Phi_{\hat{r}}(\tau) = \pm 1/2$ . Cette définition de la vitesse maximale tient compte du fait que le sens de la vitesse radiale est inconnu *a priori*.

L'excitation du milieu à l'aide d'une répétition d'impulsions identiques et fortement corrélées présente l'avantage de permettre l'estimation de la phase de la fonction d'autocorrélation complexe en bande de base non pas uniquement au voisinage de  $\tau = 0$ , mais également et avantageusement au voisinage d'un des pics latéraux. L'amélioration de la précision par l'emploi de cette méthode, comparativement à la méthode Doppler incohérente présentée au chapitre 4, peut être mise en évidence en exprimant la variance d'estimation de la fréquence Doppler en fonction de la variance de la phase. À partir des relations (5.22) et (5.24), on peut écrire que :

$$\text{Var} [\hat{f}_D] = \frac{1}{(2\pi T)^2} \text{Var} [\Phi_{\hat{r}}(\tau)]. \quad (5.27)$$

De cette dernière relation on voit qu'il est favorable d'utiliser de grandes durées interpulses afin de minimiser la variance sur l'estimation de la fréquence Doppler [Kervern, 1997, Pinkel et Smith, 1992, Trevorrow et Farmer, 1992]. Cet aspect est tout à fait similaire à l'effet de la période de répétition sur la précision de la méthode d'intercorrélacion temporelle pour l'estimation du déplacement des particules contenues dans le volume d'intérêt [Foster *et al.*, 1990].

### 5.2.5 Cas d'une distribution aléatoire d'un ensemble de particules

En pratique la cible consiste en un ensemble de particules contenues dans un volume d'intérêt délimité par la géométrie du faisceau ultrasonore ainsi que par la taille de la fenêtre temporelle d'observation. Dans ce cas le signal reçu est le résultat de la convolution du signal émis ayant subi l'effet Doppler avec la réponse du milieu  $m(z)$  à la profondeur  $z$  (voir la relation (4.17)). La réponse  $m(z)$  consiste en un processus aléatoire que l'on considère comme stationnaire sur le volume observé. De plus, on admet comme au chapitre (4) pour les systèmes incohérents que deux réflexions émanant de deux profondeurs distinctes sont décorrélées, ce qui se traduit par la propriété (4.16). En intégrant sur la totalité des volumes, on peut écrire directement en bande

de base que :

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) &= E[\tilde{r}(t)\tilde{r}^*(t-\tau)] \\
&= E\left[\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{e}_{\beta}(t-z)\tilde{m}(z)e^{j2\pi f_D t}dz\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{e}_{\beta}^*(t-\tau-z_0)\tilde{m}^*(z_0)e^{-j2\pi f_D(t-\tau)}dz_0\right] \\
&= \sigma_m^2\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{e}_{\beta}(t-z)\tilde{e}_{\beta}^*(t-\tau-z_0)\delta(z-z_0)e^{j2\pi f_D\tau}dzdz_0 \\
&= \sigma_m^2e^{j2\pi f_D\tau}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{e}_{\beta}(t-z)\tilde{e}_{\beta}^*(t-\tau-z)dz \\
&= \sigma_m^2\Gamma_{\tilde{e}\tilde{e}_{\beta}}(\tau)e^{j2\pi f_D\tau}.
\end{aligned} \tag{5.28}$$

Cette dernière relation montre que le cas d'une distribution aléatoire de particules se ramène à celui d'une cible unique en considérant la réponse du milieu comme stationnaire, décorrélée pour deux profondeurs différentes (comportement analogue à celui d'un bruit blanc), et en considérant un mouvement uniforme du milieu, i.e. l'ensemble des particules sont animées de vitesses identiques. Bien que ce modèle idéalisé soit différent de la réalité, le comportement du milieu est très semblable à ce cas théorique comme confirmé par les différentes observations expérimentales.

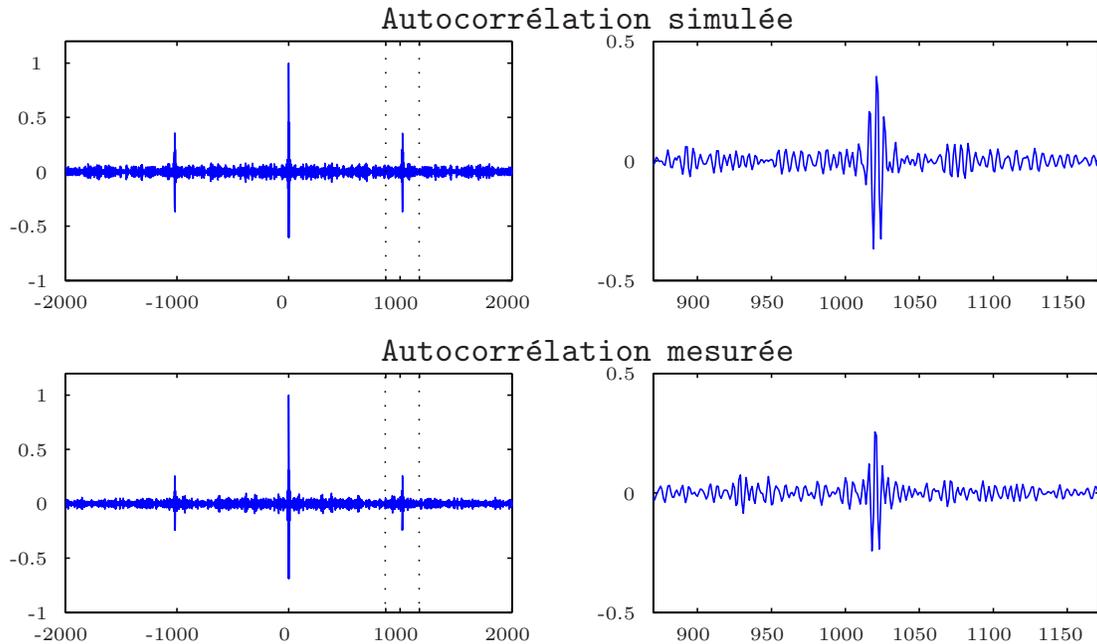


FIG. 5.5 – Allure des fonctions d'autocorrélation normalisées, simulée et mesurée. Paramètres :  $f_0 = 2MHz$ , largeur spectrale =  $1.2MHz$ , vitesse radiale  $v = 0.3m/s$  et le rapport signal à bruit  $S_{NR} = 6.5dB$ .

Pour comparaison, on trace sur la figure (5.5) les fonctions d'autocorrélations simulée et me-

surée. La première a été obtenue par convolution du signal d'émission avec un bruit blanc <sup>1</sup> gaussien généré par ordinateur, et la seconde correspond au signal rétrodiffusé obtenu lors d'une mesure effectuée sur un écoulement d'eau moyennement chargée en particules de poussière. Bien que très ressemblantes, les deux fonctions présentent une différence au niveau de l'amplitude des pics latéraux. Ceci est dû à la décorrélation [Cabrera *et al.*, 1987, Rowe *et al.*, 1986, Schoeberlein *et al.*, 1991] partielle entre les réflexions des deux impulsions successives. Cette décorrélation résulte de l'effet combiné d'au moins trois facteurs. Le premier facteur est associé à la distribution non uniforme des particules dans le milieu, le deuxième facteur est associé à la forme divergente de la fonction de directivité du transducteur ultrasonore, et le troisième facteur est dû à la non uniformité du champ de vitesse ainsi qu'aux phénomènes turbulents. Afin de tenir compte de ces différents facteurs, un modèle simplifié et mieux adapté de la fonction d'autocorrélation du signal rétrodiffusé en bande de base sera :

$$\check{\Gamma}_{\check{r}\check{r}}(\tau) = \sigma_m^2 \left[ \rho_t \left( \Gamma_{\check{p}\check{p}_\beta} \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) + \Gamma_{\check{p}\check{p}_\beta} \left( \tau + \frac{T}{\beta} \right) \right) + 2\Gamma_{\check{p}\check{p}_\beta}(\tau) \right] e^{j2\pi(\beta-1)f_0\tau}, \quad (5.29)$$

où  $\rho_t \leq 1$  est une constante permettant de tenir compte de la décorrélation partielle entre l'écho de la première impulsion et l'écho de la deuxième impulsion. En pratique, ce facteur est d'autant plus faible que la durée inter pulses  $T$  est importante [Cabrera *et al.*, 1987, Embree et O'Brien, 1985, Foster *et al.*, 1990]. Cet aspect de la réponse du milieu en mouvement constitue la principale limitation des systèmes cohérents utilisant une procédure d'élimination de la limite de Nyquist du type résolution de l'ambiguïté sur la phase [Franca et Lemmin, 2006], ou par usage de plusieurs fréquences de répétition [Cabrera *et al.*, 1987] combinées ou non par un codage alterné des pulses d'émission [Brumley *et al.*, 1987].

### 5.3 Compression d'impulsion par codage en phase

Conformément au principe de fonctionnement de la méthode exposée tout au long de la section précédente, l'intérêt d'utiliser des pulses d'émission caractérisés par un produit durée-largeur de bande spectrale élevé se justifie d'une part par le besoin de maximiser la profondeur d'exploration, et d'autre part pour bénéficier de l'avantage de pouvoir estimer la fréquence Doppler par Pulse-Pair au voisinage d'un point de la fonction d'autocorrélation autre que l'origine du corrélogramme. L'utilisation de la technique de compression d'impulsion par codage binaire de la phase du signal d'émission a été employée pour les sonars courantomètres

---

<sup>1</sup>En réalité il aurait été plus rigoureux d'utiliser un bruit rose afin de tenir compte de l'effet d'absorption des ultrasons proportionnel au carré de la fréquence [Urick, 1975]. Néanmoins, du fait d'une part de la bande passante relativement limitée du transducteur, et d'autre part en considérant un rapport signal à bruit assez élevé pour que l'apport en information soit également réparti sur toute le spectre du signal, la différence liée à l'utilisation d'un bruit blanc peut être négligée dans ce cas [Kervern, 1990].

à la fin des années 80 et au début des années 90 [Brumley *et al.*, 1991, Brumley *et al.*, 1990, Brumley *et al.*, 1996, Cabrera *et al.*, 1987, Jourdain et Henrioux, 1991, Pinkel et Smith, 1992, Trevorrow et Farmer, 1992]. Cette technique issue des recherches pour des applications en radar et sonar à la fin des années 50 [Berkowitz, 1965, Boehmer, 1967, Bouvet, 1991, Darricau, 1996, Le chevalier, 1989] repose sur l'existence de codes binaires caractérisés par une fonction d'autocorrélation maximale à l'origine et de lobes secondaires d'amplitude minimale ailleurs. L'utilisation du codage en phase a été notamment appliquée en échographie Doppler ultrasonore par Cathignol *et al.* [Cathignol *et al.*, 1980] et les auteurs ont montré d'une part qu'il était possible d'améliorer grandement le rapport signal à bruit, et que d'autre part l'utilisation de deux codes successifs permet de réduire d'un facteur de deux l'ambiguïté sur la profondeur maximale. Dans le même ordre d'idées, ce principe fut appliqué par Brumley *et al.* [Brumley *et al.*, 1987] pour les applications sonar afin d'estimer la fréquence des ondes de gravité à la surface d'un écoulement. Plus récemment, l'utilisation du codage en phase tend à retrouver un certain regain d'intérêt ces dernières années. À titre d'exemple on citera les travaux de Zhao *et al.* où les auteurs mettent à profit les propriétés des codes de Barker combinées avec une méthode de décodage par filtrage minimisant le niveau des lobes secondaires de la corrélation, effectué en bande de base, et ce afin d'améliorer la résolution spatiale ainsi qu'augmenter la profondeur de pénétration en imagerie Doppler Ultrasonore. Par ailleurs, Gran *et al.* [Gran *et al.*, 2008] proposent une méthode d'estimation de la fréquence Doppler en sous-bandes afin d'améliorer la variance d'estimation par moyennages des différentes estimées obtenues indépendamment pour chaque sous-bande par l'emploi d'une méthode d'estimation à bande spectrale étroite.

### 5.3.1 Codes de Barker

Le problème de la détection en radar et en sonar dans le but d'estimer la distance et la vitesse d'une cible a abouti à la conception de récepteurs implémentant un filtrage adapté comme solution optimale au sens du maximum de vraisemblance [Berkowitz, 1965]. Les études ont été naturellement orientées vers la recherche de signaux spécifiques permettant de favoriser l'usage du filtrage adapté [Siebert, 1956]. Une catégorie de ces signaux consiste à utiliser des codes binaires ayant certaines propriétés afin de moduler l'onde radar ou sonar. Ces codes binaires consistent en une séquence choisie de manière à maximiser le produit durée-largeur spectrale de l'onde émise. L'objectif est d'améliorer la forme de la fonction d'autocorrélation de façon à la rendre très "piquée" à l'origine et présentant un niveau des lobes secondaires très faible, autrement dit, concentrer la majeure partie de l'énergie sur le pic central.

Un code binaire pour la compression d'impulsion est une séquence finie de  $+1$  et de  $-1$  utilisée pour moduler un signal généralement sinusoïdal en modifiant le signe de la porteuse. L'intérêt d'une telle approche repose sur l'existence de codes  $\{a_n\}_{n=0, \dots, N-1}$  dont l'autocorrélation est

donnée par :

$$C(k) = \sum_{n=0}^{N-k-1} a_n a_{n+k}, \quad a_n \in \{-1, +1\}, \quad (5.30)$$

pour  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  et  $C(-k) = C(k)$ , présente un niveau des lobes secondaires minimal, ou idéalement nul pour  $k \neq 0$ . On schématise sur la figure (5.6) une impulsion avec un taux de compression égal à 7 ainsi que sa fonction d'autocorrélation. Noter la ressemblance du code avec la forme d'une impulsion carrée modulée en fréquence. Les lobes secondaires sont réduits d'un facteur de  $1/N$ , relativement au lobe (pic) principal. Les codes ayant un rapport lobe principal à lobe secondaire de  $N/1$  n'existent pas pour toutes les valeurs possibles de  $N$  [Boehmer, 1967, Cohen *et al.*, 1989, Cohen *et al.*, 1990, Coxson *et al.*, 2001, Kerdock *et al.*, 1986]. Les codes découverts à ce jour vérifiant cette propriété, plus connus sous le vocable de codes de Barker [Barker, 1953], correspondent aux tailles 2, 3, 4, 5, 7, 11 et 13 [Boehmer, 1967].

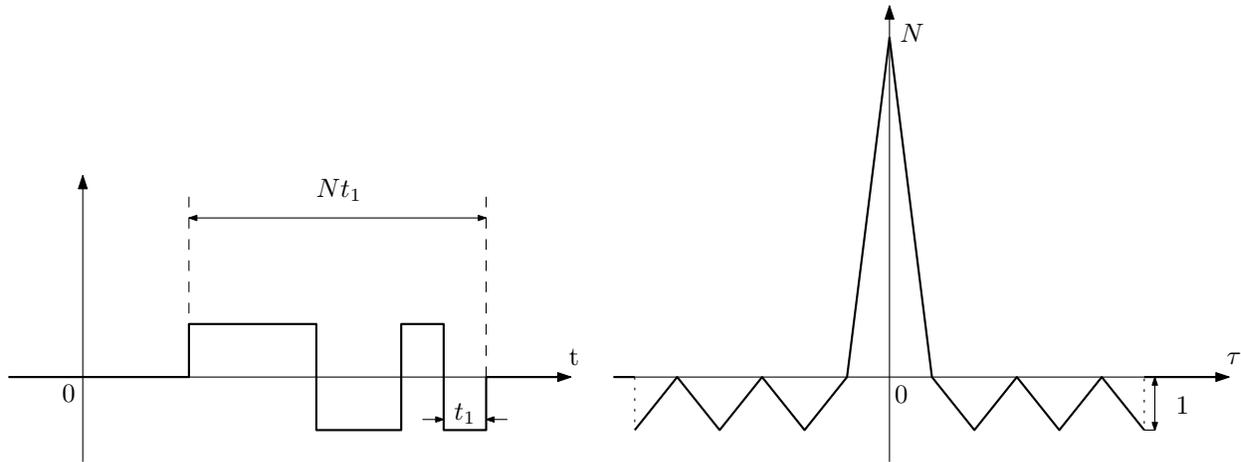


FIG. 5.6 – Enveloppe temporelle du signal modulé et fonction d'autocorrélation pour un code de Barker de taille  $N = 7$ .

### 5.3.2 Codes MPSL

En pratique, et plus particulièrement en vélocimétrie Doppler ultrasonore, le besoin d'utiliser des codes avec un taux de compression supérieur à 13 s'impose afin de maximiser la portée tout en réduisant la variance d'estimation de la vitesse. L'établissement d'une collection de codes ayant le plus faible niveau des lobes secondaires pour une taille de code donnée s'est imposée. Cette nécessité est née de l'impossibilité de trouver une méthode analytique permettant d'y aboutir directement [Boehmer, 1967, Cohen *et al.*, 1989, Kerdock *et al.*, 1986]. Seules des méthodes par force brute employant des calculs exhaustifs furent employées [Ferrara *et al.*, 2007] afin de dresser une liste de codes binaires à niveau des lobes secondaire minimal, ou codes MPSL

de l'anglais *Minimum Peak Sidelobe Level binary codes*. On présente sur le tableau (5.1) les codes binaires, codés en hexadécimal, de taille la plus longue connus correspondant à un niveau des lobes secondaire allant de 1 à 5 [Kerdock *et al.*, 1986]. Le premier a été découvert par Barker [Barker, 1953] et est plus connu sous le nom de code de Barker à 13 bits. Le second a été découvert par Turyn [Turyn, 1968] par calcul exhaustif. Enfin les trois derniers furent trouvés par Kerdock *et al.* employant pour cela un circuit digital spécialement conçu pour la tâche. Parmi les derniers efforts publiés, on citera ceux de Coxson *et al.* [Coxson *et al.*, 2001, Coxson et Russo, 2005], Ferrara *et al.* [Ferrara *et al.*, 2007], et Nunn et Coxson [Nunn et Coxson, 2008].

## 5.4 Compression d'impulsion par modulation de fréquence

Vers la fin de la deuxième guerre mondiale, les concepteurs de radars à travers le monde se sont aperçu du besoin d'améliorer la résolution spatiale ainsi que la portée des systèmes de l'époque. La résolution de ce double problème apparut contradictoire, car d'une part l'augmentation de la portée imposait de maximiser la durée du signal d'émission, et d'autre part dégradait grandement la résolution en distance, l'objectif étant de discerner deux ou plusieurs cibles plus ou moins proches les unes des autres. La solution trouvée à ce problème fut d'augmenter le produit durée-largeur de bande spectrale du signal d'émission par modulation linéaire de la fréquence<sup>2</sup> du pulse d'émission [Berkowitz, 1965, Darlington, 1949, Dicke, 1945, Hüttmann, 1940, Woodward, 1953]. Depuis l'utilisation de cette technique s'est généralisée pour les applications sonar [Bouvet, 1991, Le chevalier, 1989], ainsi que les applications biomédicales [Bernfeld, 1984, Gran et Jensen, 2006, Gran et Jensen, 2007, Misaridis et Jensen, 1999]. On citera également l'application intéressante proposée par Nikoonahad [Nikoonahad et Sivers, 1991] consistant à utiliser deux chirps superposés, l'un de fréquence croissante et l'autre décroissante. L'objectif étant d'appliquer un filtrage adapté à la réception afin de séparer la contribution de chacun des deux chirps, les réponses du milieu à ces deux excitations superposées étant décorrélées, il est possible par la suite d'utiliser une intercorrélacion complexe afin d'estimer le délai temporel lié au déplacement des

<sup>2</sup>On utilisera dans ce qui suit le mot anglais *chirp* pour désigner une impulsion modulée en rampe de fréquence

Peak Sidelobe Level	Taille du code	Code MPSL en hexadécimal
1	13	1F35
2	28	DA44478
3	51	71C077376ADB4
4	69	1D9024F657C5EE71EA
5	88	9076589AF5702502CE2CE2

TAB. 5.1 – Quelques codes à niveau des lobes secondaires minimal.

cibles. Il est à noter qu'un tel dispositif destiné à augmenter la plage des vitesses mesurables en échographie médicale, présente l'inconvénient de réduire la précision de la mesure à cause de l'emploi d'un délai inter pulse réduit<sup>3</sup> [Foster *et al.*, 1990], en plus d'imposer une complexité supplémentaire liée au filtrage adapté. Une autre étude intéressante menée par Wilhjelm et Pedersen [Wilhjelm et Pedersen, 1993a, Wilhjelm et Pedersen, 1993b, Wilhjelm et Pedersen, 1990, Wilhjelm et Pedersen, 1989, Wilhjelm et Pedersen, 1996] concerne la comparaison entre l'estimation cohérente pulsée de la variation de fréquence par intercorrélation spectrale et l'estimation de la variation du délai temporel par intercorrélation temporelle. Les auteurs y utilisent notamment une émission pulsée de courtes rampes modulées linéairement en fréquence et ayant une enveloppe gaussienne. La réponse du milieu reçue par un deuxième transducteur est démodulée par multiplication par le chirp de référence utilisé à l'émission. Le résultat d'une telle approche aboutit, d'après les auteurs, à des performances très comparables à celles obtenues par intercorrélation temporelle.

On propose dans cette étude une approche différente des précédentes qui consiste à émettre une succession de chirps identiquement modulés en fréquence [Abda et Schmitt, 2008], séparés par un délai inter pulse qui peut être variable et de durée pouvant être inférieure à celle du chirp. Autrement dit, la superposition des deux pulses permet d'augmenter davantage la plage de mesure des vitesses non ambiguës, contrairement à la méthode de compression d'impulsion par codage en phase où la durée interpulse ne peut être diminuée en dessous de la durée du pulse élémentaire. À la différence de l'approche de Nikoonahad, l'estimation de la vitesse s'effectue sans filtrage adapté. De plus, l'utilisation de la méthode Pulse-Pair pour l'estimation de la fréquence Doppler en bande de base optimise la complexité du traitement tout en garantissant de bonnes performances étant donné la valeur élevée du taux de compression [Berkowitz, 1965, Girardin-Gondeau *et al.*, 1991, Miller et Rochwarger, 1972, Van Trees, 2001b]. Cet aspect sera traité plus en détail un peu plus loin.

### 5.4.1 Avantages

L'optimisation des performances d'un instrument impose de satisfaire deux objectifs. Le premier consiste à améliorer la précision de la mesure sans affecter la portée de l'instrument ni sa résolution spatiale et le deuxième objectif réside dans le besoin d'augmenter la plage de vitesses mesurables sans ambiguïté. La méthode proposée consiste à utiliser une succession de chirps superposés ou non pour l'estimation de la vitesse d'un fluide ou d'une cible quelconque,

---

<sup>3</sup>La difficulté est d'autant plus importante que les résolutions spatiales imposées en échographie médicale imposent des durées d'impulsion relativement courtes, ce qui réduit inévitablement le produit durée-largeur de bande spectrale.

et ce à partir d'un cycle d'émission/réception unique. Cette solution présente un certain nombre d'avantages parmi lesquels on peut citer :

- possibilité de générer un chirp présentant une largeur de bande spectrale arbitraire ;
- possibilité de superposer une succession de chirps identiques avec une période de répétition pas nécessairement supérieure ou égale à la durée d'un chirp ;
- le spectre d'un tel signal étant limité dans une région spectrale finie, il est également possible de combiner la modulation de fréquence avec une modulation d'amplitude. L'objectif est d'adapter au mieux le spectre du signal d'émission avec la forme de la fonction de transfert spectrale du transducteur. L'exploitation de la bande passante du transducteur est optimale dans ce cas dans le sens où l'on maximise l'information retournée par le milieu en même temps que l'on réduit la dissipation d'énergie au niveau du transducteur ;
- pas de nécessité de disposer d'un code binaire minimisant le niveau des lobes secondaires pour une plage de vitesse donnée, la durée d'un chirp est arbitraire et variable suivant ce que l'on souhaite comme durée inter pulse ;
- ce mode de fonctionnement n'est à notre connaissance pas revendiqué par un quelconque brevet [Brumley *et al.*, 1996, Vogt *et al.*, 2007], alors qu'il présente bon nombre d'avantages relativement au codage en phase binaire ou non binaire.

### 5.4.2 Autocorrélation d'une paire de chirps successifs

On utilise des chirps linéairement modulés en fréquence afin de compresser le signal d'excitation tout en lui conférant la propriété importante de présenter une forte corrélation avec une version retardée de lui même. En raison de la forme particulière d'un chirp sur le plan temps-fréquence, l'utilisation de deux ou plusieurs répliques retardées d'un chirp et pouvant être superposées dans le temps apporte une souplesse supplémentaire à la fois sur la largeur spectrale, la durée totale du signal proportionnelle à l'énergie transmise dans le milieu à chaque tir, ainsi que la durée inter pulse déterminant la vitesse maximale mesurable par la méthode Pulse-Pair. Le schéma le plus simple que l'on peut adopter en se basant sur ce principe est schématisé par la figure (5.7). L'avantage d'utiliser cette méthode réside dans la possibilité offerte de pouvoir réduire la durée inter pulse dans le but d'augmenter la vitesse maximale mesurable sans pour autant réduire la précision, et cela par maximisation de la largeur de bande spectrale.

La fonction d'autocorrélation en bande de base d'une paire de chirps reçus après réflexion sur une cible en mouvement peut être directement déduite en utilisant la relation (5.12) qui exprime l'autocorrélation d'une paire d'impulsions identiques, ainsi que l'expression de la fonction d'autocorrélation d'un chirp en bande de base dont le calcul est présenté en annexe C (voir la

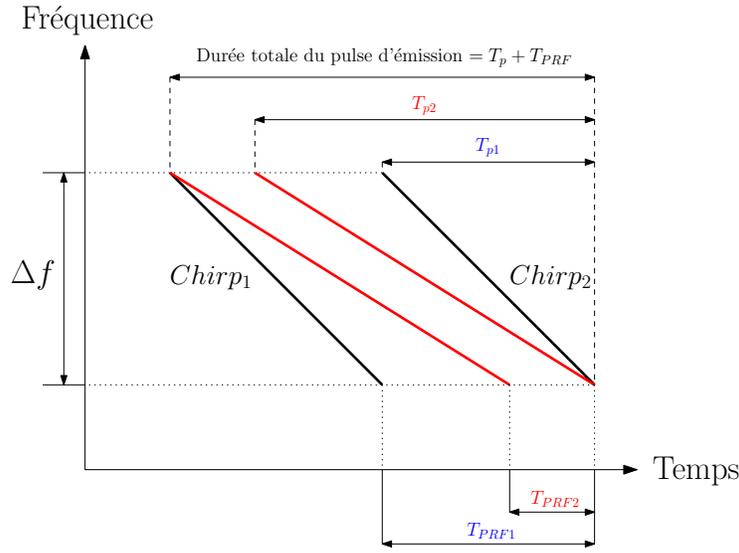


FIG. 5.7 – Schéma de compression d'impulsion du signal d'émission.

relation (C.11)). On peut directement écrire que :

$$\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}_\beta}(\tau) = \beta \frac{T_p}{\beta} \left\{ \Lambda\left(\frac{\tau - \frac{T}{\beta}}{\frac{T_p}{\beta}}\right) \operatorname{sinc} \left[ \pi (\beta \Delta f) \left( \tau - \frac{T}{\beta} \right) \Lambda\left(\frac{\tau - \frac{T}{\beta}}{\frac{T_p}{\beta}}\right) \right] + 2\Lambda\left(\frac{\tau}{\beta}\right) \operatorname{sinc} \left[ \pi (\beta \Delta f) \tau \Lambda\left(\frac{\tau}{\beta}\right) \right] \right. \\ \left. + \Lambda\left(\frac{\tau + \frac{T}{\beta}}{\frac{T_p}{\beta}}\right) \operatorname{sinc} \left[ \pi (\beta \Delta f) \left( \tau + \frac{T}{\beta} \right) \Lambda\left(\frac{\tau + \frac{T}{\beta}}{\frac{T_p}{\beta}}\right) \right] \right\} e^{j2\pi(\beta-1)f_0\tau}, \quad (5.31)$$

avec  $T$  la durée inter pulse (pouvant prendre les valeurs  $T_{PRF1}$  ou  $T_{PRF2}$  entre autres),  $T_p$  la durée de chaque chirp et  $\Lambda\left(\frac{t}{T}\right)$  est la fonction triangle dont la base est égale à  $2T$  et de sommet unitaire à l'origine. Cette expression a été obtenue en remplaçant la durée  $T_p$  de l'un des deux chirps ainsi que sa largeur spectrale  $\Delta f$ , respectivement par  $\frac{T_p}{\beta}$  et  $\beta \Delta f$ . La relation (5.31) peut être réécrite sous une forme plus compacte :

$$\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}_\beta}(\tau) = T_p \left\{ \Lambda\left(\frac{\beta\tau}{T_p} - \gamma\right) \operatorname{sinc} \left[ \pi \Delta f (\beta\tau - \gamma T_p) \Lambda\left(\frac{\beta\tau}{T_p} - \gamma\right) \right] + 2\Lambda\left(\frac{\beta\tau}{T_p}\right) \operatorname{sinc} \left[ \pi \Delta f \beta\tau \Lambda\left(\frac{\beta\tau}{T_p}\right) \right] \right. \\ \left. + \Lambda\left(\frac{\beta\tau}{T_p} + \gamma\right) \operatorname{sinc} \left[ \pi \Delta f (\beta\tau + \gamma T_p) \Lambda\left(\frac{\beta\tau}{T_p} + \gamma\right) \right] \right\} e^{j2\pi(\beta-1)f_0\tau}, \quad (5.32)$$

avec  $\gamma = \frac{T}{T_p}$  défini comme étant *le facteur de recouvrement* entre les deux chirps successifs. Ce facteur est égal à l'unité lorsque la durée de l'un des deux chirps est égale à la durée inter pulse. Deux autres valeurs particulières que peut prendre  $\gamma$  et que l'on prendra dans ce qui suit comme valeurs de référence sont  $1/2$  et  $3/4$  correspondant respectivement à un recouvrement à moitié (délai inter pulse égal à la moitié de la durée du chirp) et à trois quarts (délai inter pulse égal au quart de la durée du chirp).

Afin de faire apparaître la relation existant entre le facteur de recouvrement et la vitesse maximale non ambiguë, on utilise la relation exprimant la vitesse radiale maximale non ambiguë en fonction de la durée inter pulse comme suit (voir la relation (5.25)) :

$$V_{max} = \pm \frac{c (\gamma T_p)^{-1}}{4 f_0}, \quad (5.33)$$

avec  $c$  la vitesse du son dans le milieu. Cette dernière relation permet d'aboutir directement à :

$$\gamma = \pm \frac{c}{4 T_p f_0 V_{max}}, \quad (5.34)$$

ce qui permet de déterminer la valeur du facteur de recouvrement pour une vitesse radiale maximale non ambiguë quelconque.

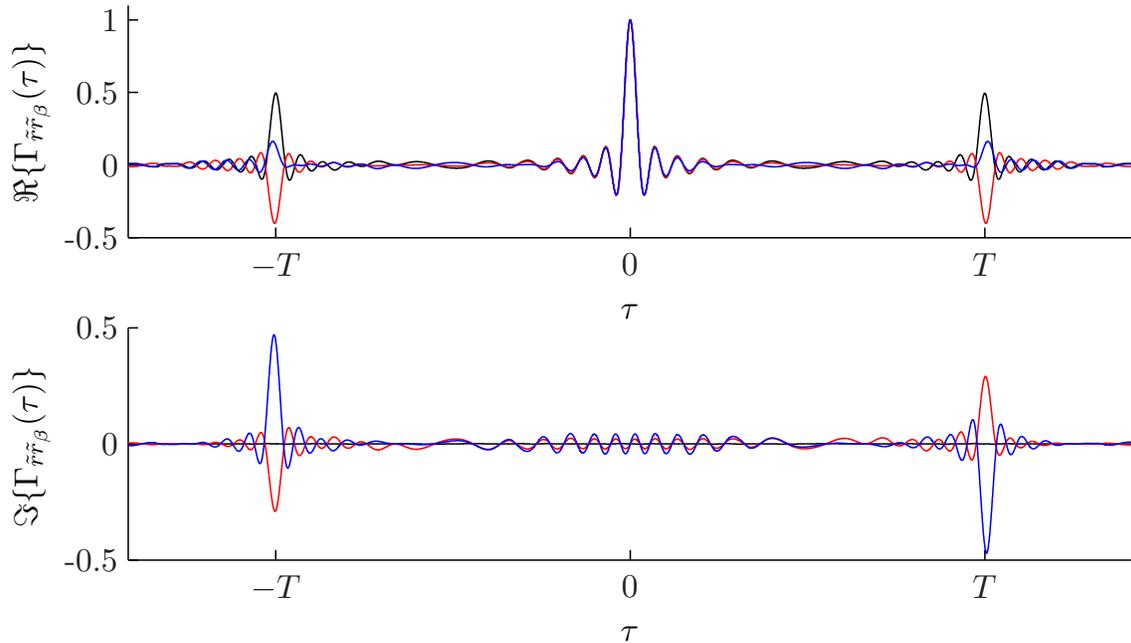


FIG. 5.8 – Parties réelle et imaginaire de la fonction d'autocorrélation d'un double chirp pour  $\gamma = \frac{3}{4}$ . Taux de compression d'un chirp égal à 50. On représente l'allure pour trois vitesses Doppler : en noir  $0\text{ m/s}$ , en rouge  $2\text{ m/s}$  et en bleu  $4\text{ m/s}$ .

L'allure de la fonction d'autocorrélation complexe en bande de base d'un double chirp est tracée sur la figure (5.8) pour trois valeurs différentes de la vitesse de la cible. On a utilisé une fréquence centrale  $f_0 = 1,25\text{ MHz}$ , une largeur de bande spectrale  $\Delta f = 312\text{ kHz}$  et une durée pour chaque chirp de  $160\ \mu\text{s}$ . La vitesse maximale non ambiguë dans ce cas est de  $\pm 2,5\text{ m/s}$ . Il est intéressant de noter le léger déplacement progressif des pics latéraux vers l'extérieur (éloignement de la cible) pour les vitesses radiales  $2\text{ m/s}$  et  $4\text{ m/s}$ . Le cas particulier où la vitesse radiale est nulle se distingue par une partie imaginaire également nulle pour toutes les valeurs de  $\tau$ .

## 5.5 Modèle du signal large bande et variance d'estimation

La variance d'estimation par Pulse-Pair de la fréquence Doppler en utilisant une paire d'impulsions à large bande spectrale peut être quantifiée au moins asymptotiquement par la borne de Cramér-Rao [Richard et Heinrich, 2004]. Brumley *et al.* [Brumley *et al.*, 1991, Brumley *et al.*, 1990] ont proposé une formule semi-empirique qui est rigoureusement<sup>4</sup> identique à la variance de l'estimateur Pulse-Pair pour des paires indépendantes en présence d'un bruit blanc. Ce modèle est particulièrement adéquat lorsque la condition suivante est vérifiée :

$$R_\sigma = \frac{\sigma_b}{\sigma} \gg 1, \quad (5.35)$$

avec  $\sigma_b$  et  $\sigma$  étant respectivement la largeur spectrale du bruit et du signal. Autrement dit, lorsque le bruit est caractérisé par une fonction d'autocorrélation très "piquée" à l'origine du corrélogramme ( $\tau = 0$ ), dans ce cas précis, la variance d'estimation est d'autant plus grande que la valeur de  $\tau$  pour l'estimation de la fréquence Doppler est faible. En revanche, lorsque l'estimation de la fréquence Doppler s'effectue au voisinage d'un des pics latéraux en employant la méthode hybride telle que présentée au début du chapitre, la perturbation due au bruit dans ce cas n'a plus les mêmes caractéristiques que précédemment, et l'augmentation rapide de la variance au fur et à mesure que l'on se rapproche du pic latéral, notamment pour des vitesses faibles (voir la relation (5.25)), n'a jamais été observée ni mentionnée à travers les différentes études menées indépendamment de celles de Brumley *et al.*. On citera les travaux de Pintel et Smith [Pintel et Smith, 1992], Trevorrow et Farmer [Trevorrow et Farmer, 1992] ainsi que ceux de Zhu *et al.* [Zhu *et al.*, 1997]. Dans cette dernière référence, les auteurs proposent une modélisation du signal mesuré tenant compte du fait que la largeur de bande du bruit est comparable à celle du signal utile. Cela paraît mieux approprié dans la mesure où d'une part le signal est large bande dans notre cas, et que d'autre part le signal reçu étant démodulé en phase et en quadrature, la largeur de bande du bruit est obligatoirement et au moins limitée d'une part par le filtre passe-bas associée au démodulateur, et d'autre part par le filtre anti-repliement précédant le convertisseur analogique-numérique. En adoptant la notation suivante pour le signal reçu en bande de base :

$$\tilde{r}(t) = \tilde{x}(t) + \tilde{b}(t), \quad (5.36)$$

avec  $\tilde{x}$  et  $\tilde{b}$  représentant respectivement le signal utile ainsi que le bruit de perturbation en bande de base, et en revenant à l'expression de la borne de Cramér-Rao de l'estimée de la

---

<sup>4</sup>En effet, les auteurs ajoutent un terme de majoration permettant de tenir compte de l'augmentation de la variance d'estimation lorsque la durée inter pulse séparant les deux impulsions codées en phase est inférieure à la durée d'une seule impulsion. Cette disposition particulière [Brumley *et al.*, 1996] permet d'augmenter la vitesse maximale non ambiguë [Schoeberlein *et al.*, 1991].

fréquence moyenne d'un processus aléatoire gaussien perturbé par un bruit additif décorrélé (voir la relation (2.54) du deuxième chapitre), la variance de l'estimée Pulse-Pair de la fréquence Doppler s'exprime par :

$$\text{Var} [\hat{f}_D] = \frac{\Gamma_{\bar{r}\bar{r}}^2(0) - |\Gamma_{\bar{r}\bar{r}}(\tau)|^2 \cos(4\pi [\phi_{\bar{r}}(\tau) - \phi_{\bar{x}}(\tau)])}{8\pi^2\tau^2 N |\Gamma_{\bar{x}\bar{x}}(\tau)|^2} + O(N^{-2}). \quad (5.37)$$

Afin d'aboutir à une borne quantifiable qui puisse servir comme référence, on adopte une forme gaussienne pour les fonctions d'autocorrélation du signal et du bruit. En ce qui concerne le signal utile, ce cas particulier bien que représentatif d'une forme particulière de la densité spectrale de puissance, peut être adopté sans perte de généralité dans la mesure où d'une part, la somme des différentes contributions émanant de l'ensemble des particules ayant une distribution aléatoire de la vitesse<sup>5</sup>, et d'autre part l'effet combiné de la fonction de transfert fréquentielle du transducteur ainsi que la modulation d'amplitude affectant le signal en raison du déplacement des particules à travers le faisceau ultrasonore [Yu *et al.*, 2006], constituent autant de facteurs aléatoires justifiant l'adoption d'une telle forme pour le spectre du signal reçu. De ce fait on peut écrire que :

$$\Gamma_{\bar{x}\bar{x}}(\tau) = \Gamma_{\bar{x}\bar{x}}(0) e^{-\frac{1}{2}(2\pi\sigma\tau)^2} e^{j2\pi\varphi_{\bar{x}}(\tau)}. \quad (5.38)$$

Dans le but d'obtenir une expression faisant ressortir explicitement la contribution du rapport signal à bruit, on adopte également une forme gaussienne pour la densité spectrale de puissance du bruit sans être trop éloigné de la réalité [Miller et Rochwarger, 1970b, Plueddemann et Pintel, 1991], ceci est justifié par la nature coloré du bruit en raison de la bande passante limitée de la chaîne d'acquisition<sup>6</sup>. On a dans ce cas :

$$\Gamma_{\bar{b}\bar{b}}(\tau) = \Gamma_{\bar{b}\bar{b}}(0) e^{-\frac{1}{2}(2\pi\sigma\tau)^2} e^{j2\pi\varphi_{\bar{b}}(\tau)}, \quad (5.39)$$

ceci en prenant une largeur de bande spectrale du bruit égale à celle du signal. En considérant également le fait que la fréquence Doppler est de faible valeur par rapport à la largeur spectrale totale du signal et du bruit, on peut admettre dans une première approximation que :

$$\varphi_{\bar{x}}(\tau) \approx \varphi_{\bar{b}}(\tau). \quad (5.40)$$

<sup>5</sup>Cet effet peut être imaginé en pensant à l'effet Doppler comme une compression/dilatation du spectre combinée avec un léger glissement fréquentiel. Le spectre du signal reçu étant le résultat de la somme de tous les spectres individuels liés à la distribution aléatoire de la vitesse des particules contenues dans le volume d'intérêt, sa forme tend vers une forme gaussienne pour un grand nombre de particules.

<sup>6</sup>On garde à l'esprit le fait qu'un bruit coloré occupant uniformément toute la bande spectrale du système peut être remplacé, en conservant la même puissance totale, par un bruit de densité spectrale de puissance de forme gaussienne et de bande spectrale équivalente.

Les relations (5.38) et (5.39) combinées avec l'équation :

$$\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau) = \Gamma_{\tilde{x}\tilde{x}}(\tau) + \Gamma_{\tilde{b}\tilde{b}}(\tau), \quad (5.41)$$

donnent :

$$\begin{aligned} |\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau)| &= [\Gamma_{\tilde{x}\tilde{x}}(0) + \Gamma_{\tilde{b}\tilde{b}}(0)] e^{-\frac{1}{2}(2\pi\sigma\tau)^2} \\ \varphi_{\tilde{r}}(\tau) &= \varphi_{\tilde{x}}(\tau). \end{aligned} \quad (5.42)$$

En introduisant (5.38) et (5.42) dans (5.37) on obtient :

$$\text{Var} [\hat{f}_D] \geq \frac{(1 + S_{NR}^{-1})^2}{8\pi^2\tau^2N} [e^{(2\pi\sigma\tau)^2} - 1], \quad (5.43)$$

avec  $S_{NR} = \frac{\Gamma_{\tilde{x}\tilde{x}}(0)}{\Gamma_{\tilde{b}\tilde{b}}(0)}$ . On trace sur la figure (5.9) l'allure de l'écart-type sur l'estimation de la fréquence Doppler obtenu par les relations (5.42) et (2.58). On remarque que le modèle du signal large bande et bruit coloré aboutit à une variation monotone de l'écart-type d'estimation. L'augmentation du niveau de bruit se traduit également par une augmentation de la variance mais tend toujours vers un minimum au voisinage de  $\tau = 0$ . Ceci est en adéquation avec la méthode d'estimation utilisant une corrélation entre les réponses successives de deux impulsions identiques retournées par la cible en mouvement. On note également qu'en l'absence de bruit, les réponses se confondent.

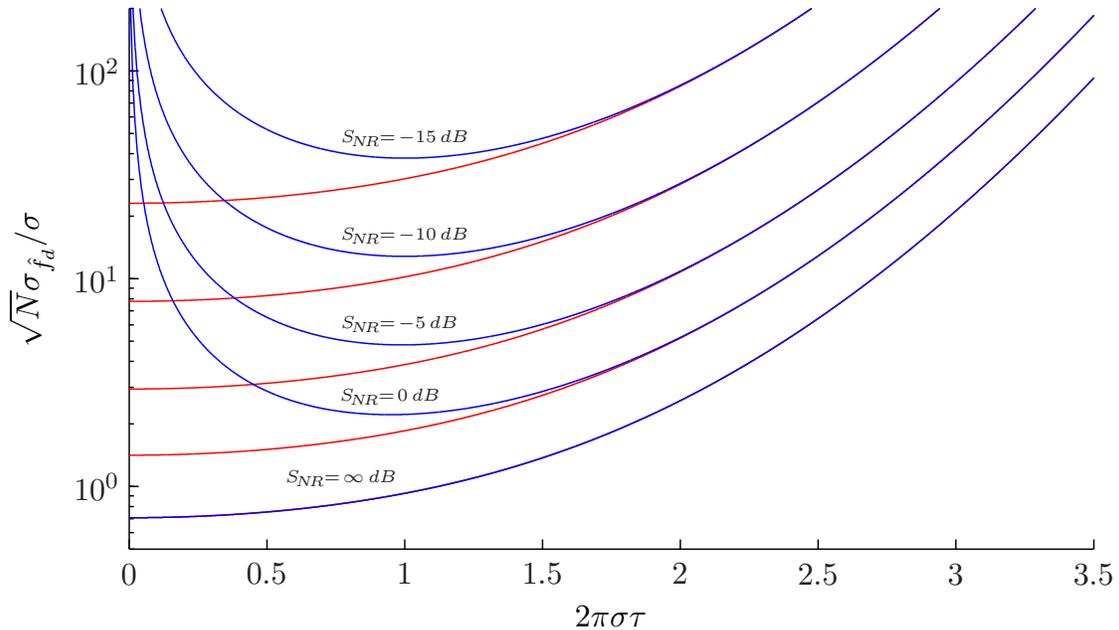


FIG. 5.9 – Performance de l'estimateur Pulse-Pair pour un système à large bande spectrale (en rouge) et un système à bande étroite (en bleu).

Pour clore cette section, on exprime les écarts-types d'estimation de la vitesse en fonction des différents paramètres d'influence que sont le rapport signal à bruit, le coefficient de corrélation, la largeur spectrale du signal qui est en pratique limitée par la fonction de transfert du transducteur ultrasonore, ainsi que la taille de la cellule, la durée inter pulse et la vitesse maximale non ambiguë. Pour ce faire, on exprime le nombre de paires d'échantillons indépendants entrant dans le calcul de la corrélation en fonction du produit durée-largeur de bande spectrale [Brumley *et al.*, 1991, Girardin-Gondeau *et al.*, 1991, Vaitkus et Cobbold, 1998], la durée étant égale au temps d'intégration effectif [Pinkel et Smith, 1992] :

$$T_{eff} = \frac{2L}{c} - T. \quad (5.44)$$

$L$  représente la dimension de la cellule le long du faisceau ultrasonore,  $c$  étant le vitesse du son et  $T$  la durée séparant les deux pulses identiques. Finalement, en tenant compte du fait que  $\sigma_v = \frac{c}{2} \frac{\sigma_f \rho}{f_0}$ , et de l'expression de  $V_{max}$  telle que définie par (5.33), l'écart-type minimal d'estimation pour tout estimateur non biaisé dans le cas d'un signal large bande s'exprime par :

$$\sigma_v = \frac{V_{max}}{\pi} (1 + S_{NR}^{-1}) \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{\rho^2} - 1\right)}{2T_{eff}\Delta f}}, \quad (5.45)$$

et pour le cas d'un signal à bande spectrale étroite relativement à celle du bruit de perturbation :

$$\sigma_v = \frac{V_{max}}{\pi} \sqrt{\frac{\frac{(1+S_{NR}^{-1})^2}{\rho^2} - 1}{2T_{eff}\Delta f}}, \quad (5.46)$$

avec dans les deux cas, le coefficient d'intercorrélation normalisé  $\rho$  correspondant à  $\tau = T$  s'obtient comme suit :

$$\rho = \frac{|\Gamma_{\tilde{x}(t)\tilde{x}(t-T)}(0)|}{\Gamma_{\tilde{x}\tilde{x}}(0)}. \quad (5.47)$$

## 5.6 Simulation comparative des performances

La comparaison des performances en termes de biais et de variance d'estimation en utilisant une variété de signaux d'excitation et de techniques de compression d'impulsion peut être menée sous les mêmes conditions en utilisant un signal simulé modélisant le signal rétrodiffusé réel. Cette méthode s'impose vu la difficulté de disposer au même instant et rigoureusement dans les mêmes conditions telles que, la configuration exacte de la distribution des particules contenues dans un volume, la géométrie rigoureusement identique de la fonction de directivité de deux transducteurs émettant deux signaux différents, perturbation ambiante et électronique identique sur les chaînes de réception, etc.

En invoquant la superposition, le signal rétrodiffusé  $r(t)$  résulte de la somme des échos retournés par l'ensemble des particules individuelles contenues dans le volume délimité par la géométrie du faisceau ainsi que la durée de la fenêtre d'observation, soit :

$$r(t) = \left[ \sum_{i=1}^M a_i D^2(\vec{r}_i) (e * h_T)(\beta_i(t - t_i)) \right] * h_T(t) + b(t), \quad (5.48)$$

avec  $\beta_i = \frac{c-v_i}{c+v_i}$ .

L'écho retourné par chaque particule, indexé par  $i$ , est retardé par un délai  $t_i$  correspondant au trajet aller-retour de l'onde ultrasonore entre le transducteur et la particule, ainsi que la phase de l'impédance acoustique de cette dernière considérée comme une variable aléatoire uniformément distribuée sur  $[0, 2\pi]$ . Le facteur de gain spatial  $D^2(\vec{r})$  est utilisé afin de modéliser l'effet de la fonction de directivité du transducteur et  $h_T$  sa réponse impulsionnelle. Le facteur d'amplitude  $a_i$  représente à la fois le module de l'impédance acoustique de chaque particule ainsi que l'atténuation de l'onde acoustique. Le rapport signal à bruit peut être varié à souhait en agissant sur la puissance du bruit blanc centré et gaussien  $b(t)$  de variance  $\sigma_b^2$ . Enfin la dispersion de la vitesse dans le volume d'intérêt est variée suivant une distribution aléatoire gaussienne de moyenne  $v_m$  et de variance  $\sigma_v^2$ . L'effet Doppler sur un signal à large bande spectrale consiste en une compression ou une dilatation de ce dernier. Cet effet peut être efficacement simulé par interpolation d'un facteur  $P_i$  suivie d'une décimation de chaque réflexion individuelle par un facteur  $Q_i$  [Crochiere et Rabiner, 1983], avec :

$$\beta_i = \frac{Q_i}{P_i}. \quad (5.49)$$

Le signal de réverbération synthétique  $r(t)$  ainsi obtenu est fenêtré afin d'obtenir la réponse d'une tranche du milieu le long du faisceau ultrasonore, dont la durée détermine la taille en longueur de la cellule d'intérêt. Finalement, le signal est démodulé en phase et en quadrature puis éventuellement décimé. La sortie du simulateur sera constituée de deux signaux numériques représentant les composantes en phase et en quadrature, constituant ensemble l'enveloppe complexe du signal en bande de base fournie par le système. La figure (5.10) présente un diagramme simplifié représentant la procédure utilisée pour la simulation.

Les différents paramètres utilisés prennent les valeurs par défaut reportées sur le tableau (5.2). Chaque valeur de l'écart-type ou du biais rapportée dans ce qui suit a été obtenue pour 1000 réalisations et la vitesse de la cible est par défaut nulle.

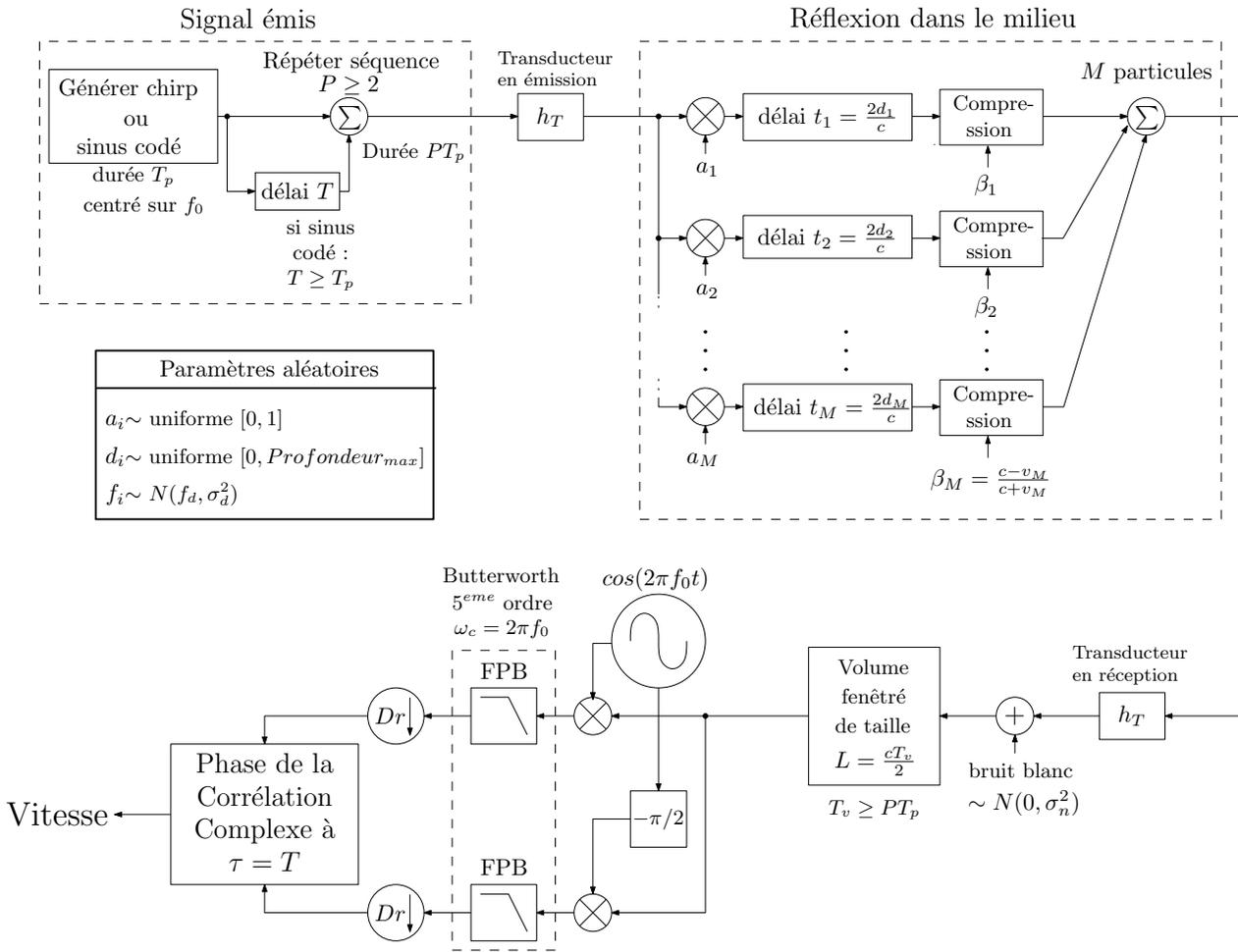


FIG. 5.10 – Diagramme de simulation d'un système hybride.

$f_0$	1,25 MHz
$\Delta f$	1,25 MHz
$B_{T_{transd.}}$	660 kHz à -3 dB et 858 kHz à -6 dB
$f_e$	20 MHz
Code	51 bits (PSL = 3), 4 cycles par bit
$T$	163,2 $\mu$ s
$V_{max}$	$\pm 1,8$ m/s
$S_{NR}$	0 dB
$L$	1,96 m
$c$	1500 m/s
Décimation	$Dr = 1$

TAB. 5.2 – Valeurs par défaut utilisées pour les simulations comparatives.

### 5.6.1 Taille de la cellule

Afin de caractériser l'écart-type d'estimation en fonction de la taille de la cellule, on considère différentes tailles de la fenêtre du signal à la réception telles que reportées sur la figure (5.11).

Les autres paramètres restent inchangés et prennent les valeurs par défaut. On utilise d'une part un codage en phase de l'onde porteuse avec un code minimisant les lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation, et d'autre part une modulation linéaire de la fréquence avec trois valeurs distinctes du facteur de recouvrement  $\gamma$ . On trace également sur la même figure les bornes de Cramér-Rao pour un système incohérent, pour un système large bande ainsi qu'un système caractérisé par  $R_\sigma \gg 1$  (voir la relation (5.35)). On note une allure des bornes de Cramér-Rao qui évoluent en adéquation avec les résultats des écarts-types tels que fournis par le simulateur. Il apparaît qu'un système large bande présente une variance moindre que celle d'un système à bande spectrale étroite, ce résultat étant sans surprise dans la mesure où le nombre d'échantillons statistiquement indépendants est plus élevé dans le premier cas du fait que le signal d'émission présente un produit durée-largeur de bande spectrale plus élevé. On note également que pour le cas considéré ( $S_{NR} = 0 \text{ dB}$ ), la relation (5.45) prévoit une variance plus faible que celle fournie par la relation (5.46).

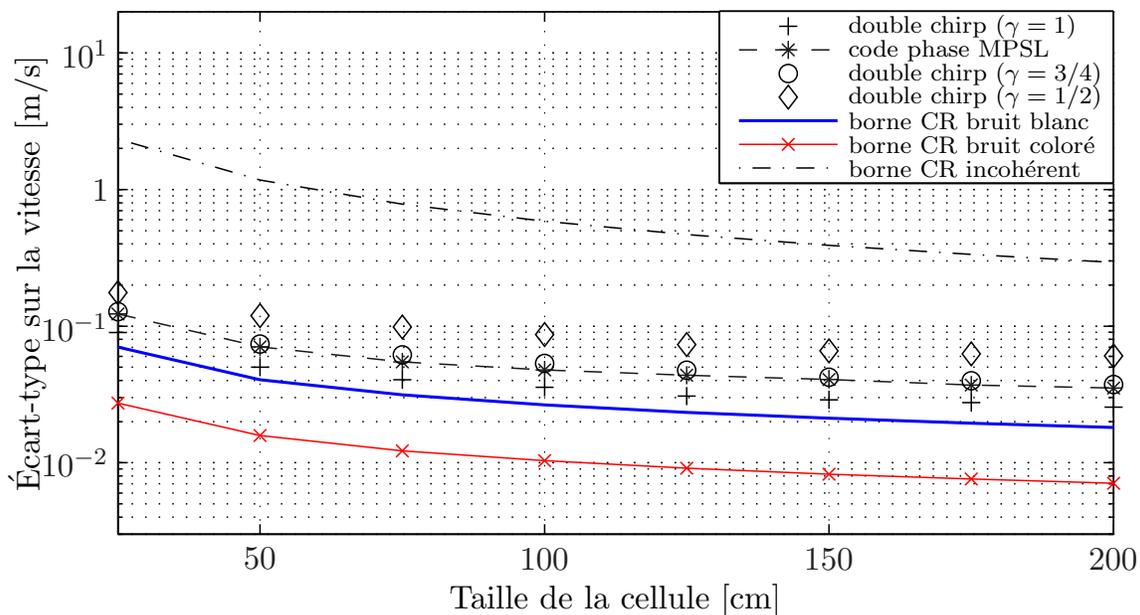


FIG. 5.11 – Effet de la variation de la taille de la cellule sur l'écart-type d'estimation ( $S_{NR} = 0 \text{ dB}$  et  $\rho = 0,93$ ).

En comparant les trois cas de recouvrement des deux chirps à bande spectrale  $\Delta f$  égale par ailleurs, on note que le cas où  $\gamma = \frac{3}{4}$  permet d'atteindre une performance quasiment égale à celle du codage en phase MPSL. La durée inter pulse dans le premier cas étant inférieure de  $3/4$  à celle du codage en phase, on aboutit à une plage de vitesses mesurables sans ambiguïté augmentée de  $4/3$  par rapport au codage en phase. Pour le cas où il n'y a pas de recouvrement ( $\gamma = 1$ ), la variance d'estimation par l'emploi d'un double chirp est clairement réduite par rapport au double pulse codé en phase, et ce pour une plage de vitesses identiquement limitée. Le cas où

$\gamma = \frac{1}{2}$  correspond à une plage de vitesses mesurable doublée et la précision de la méthode Pulse-Pair est moins bonne dans ce cas.

Ces résultats montrent clairement que, connaissant la largeur de bande spectrale maximale atteignable pour un code binaire donné, la relation (5.45) permet de déterminer au moins approximativement l'augmentation espérée sur la plage de vitesse en utilisant une répétition de chirps avec un facteur de recouvrement donné, ceci en prenant comme largeur de bande spectrale  $\Delta f$  la bande passante effective du transducteur utilisé, ce dernier constituant le principal facteur limiteur de toute la chaîne d'acquisition.

Pour le cas considéré ici, la bande passante à  $-3\text{ dB}$  du transducteur a été fixée à  $B_{Transd.} = 660\text{ kHz}$ , cette valeur correspond à une bande spectrale fractionnaire<sup>7</sup> d'approximativement 53% et qui est bien en deçà des bandes spectrales des transducteurs actuels. La technologie piezo-composite utilisée par les fabricants de transducteurs permet en effet d'atteindre facilement des largeurs de bande spectrale fractionnaire de l'ordre de 90% et qui va en augmentant avec la fréquence centrale du transducteur. Pour la fréquence centrale de  $1,25\text{ MHz}$  de l'exemple utilisé lors des simulations, une bande spectrale fractionnaire de 85% permet d'atteindre une augmentation de 50% sur la vitesse maximale non ambiguë ( $\gamma = \frac{2}{3}$ ) pour une variance d'estimation largement équivalente à celle du codage en phase, tous les autres paramètres restant inchangés.

### 5.6.2 Largeur spectrale

L'effet de l'augmentation de la largeur spectrale du signal d'émission par l'emploi d'un double chirp a été mis en évidence par l'augmentation progressive de  $\Delta f$ . Afin de distinguer la contribution de la bande passante du transducteur, on a considéré les deux cas avec et sans transducteur. Les deux techniques de compression d'impulsion ont été utilisées pour comparaison ainsi que deux méthodes différentes pour l'estimation de l'effet Doppler que sont l'estimation de la fréquence Doppler par la méthode Pulse-Pair et l'estimation du déplacement d'un des pics latéraux par intercorrélation normalisée. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures (5.12) et (5.13). On a utilisé les valeurs par défaut du tableau (5.2) avec un facteur de recouvrement  $\gamma = 1$ .

Les valeurs de la largeur spectrale du double chirp ont été normalisées par rapport à la largeur spectrale d'un pulse élémentaire constitué de quatre périodes de la fréquence porteuse  $f_0$  (durée d'un bit). On remarque que l'augmentation de la bande spectrale permet de réduire l'écart-type d'estimation, et que la présence du transducteur est un facteur limitant en raison de sa bande passante finie. De plus il est clair que la méthode Pulse-Pair est plus robuste vis-à-vis de la

<sup>7</sup>Rapport entre bande passante à  $-3\text{ dB}$  et fréquence centrale du transducteur.

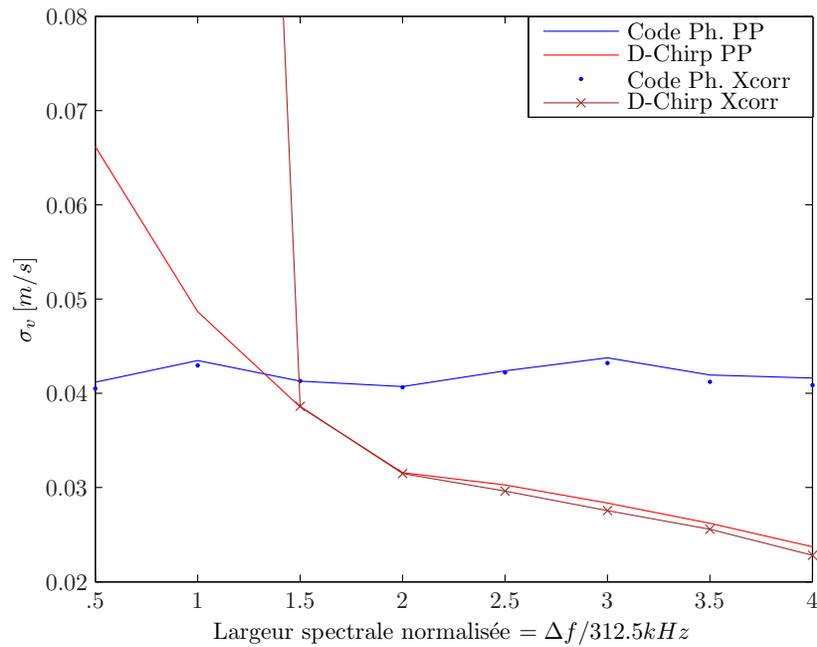


FIG. 5.12 – Effet de la variation de la largeur de bande spectrale du signal d'émission sur l'écart-type d'estimation.  $S_{NR} = 0 \text{ dB}$ , largeur spectrale du transducteur infinie.

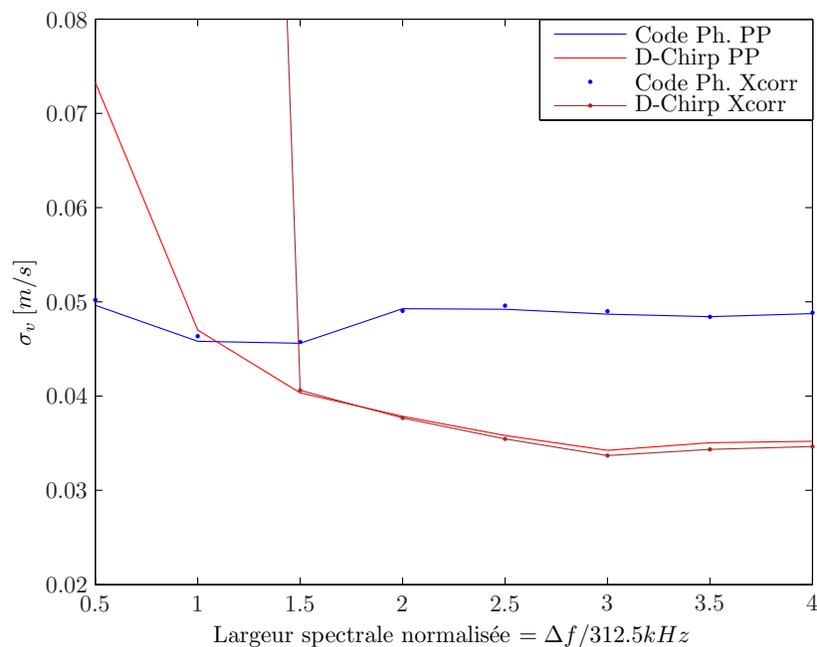


FIG. 5.13 – Effet de la variation de la largeur de bande spectrale du signal d'émission sur l'écart-type d'estimation.  $S_{NR} = 0 \text{ dB}$ , largeur spectrale du transducteur  $B = 660 \text{ kHz}$  à  $-3 \text{ dB}$ .

réduction importante de la largeur spectrale. Ceci est principalement dû à l'ambiguïté sur la localisation du pic de corrélation.

### 5.6.3 Rapport signal à bruit

L'effet du bruit sur l'écart-type d'estimation est tracé sur la figure (5.14) pour les deux méthodes de compression d'impulsion en considérant un facteur de recouvrement égal à l'unité pour le cas du double chirp. On présente les valeurs de l'écart-type d'estimation de la vitesse par l'emploi de la méthode Pulse-Pair pour l'estimation de la fréquence Doppler  $f_D$  ainsi que la méthode d'intercorrélation normalisée pour l'estimation du délai temporel  $T_D$ . On trace également pour comparaison les bornes de Cramér-Rao de la méthode Pulse-Pair (relations (5.46) et (5.45)) ainsi que la borne de Cramér-Rao pour l'estimation du délai temporel [Viola et Walker, 2003, Walker et Trahey, 1995] correspondant au déplacement d'un des pics latéraux de la fonction d'autocorrélation. On a utilisé pour ce dernier cas une simple interpolation parabolique autour du pic d'intercorrélacion.

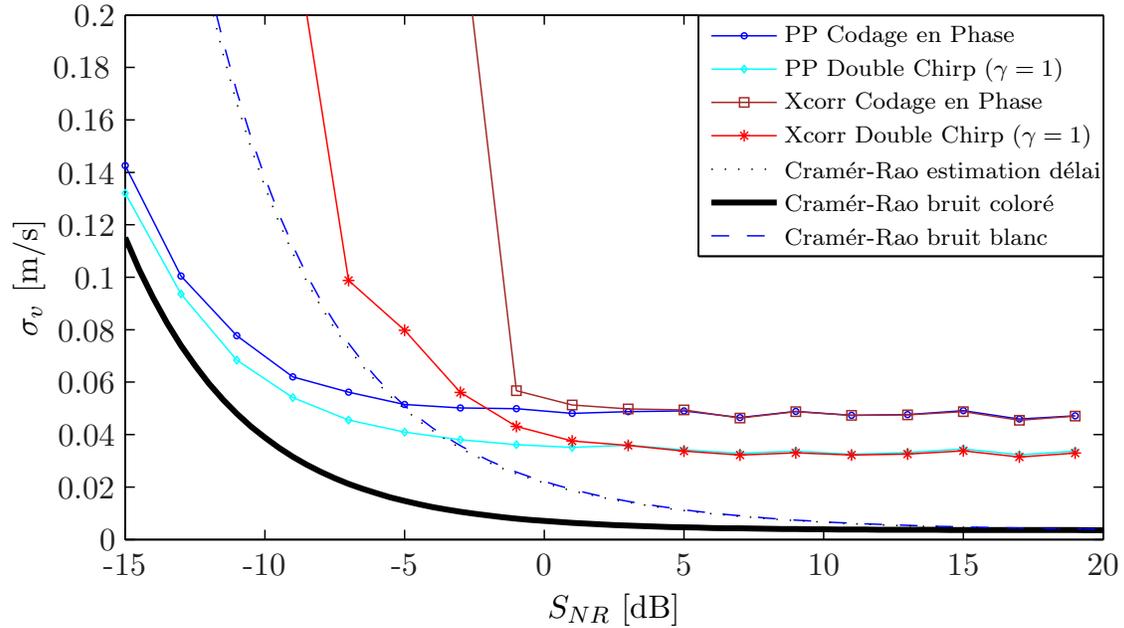


FIG. 5.14 – Effet du rapport signal à bruit sur l'écart-type d'estimation ( $L = 0,98 m$ ,  $\rho = 0,96$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 80\%$ ).

On remarque que la méthode Pulse-Pair présente une meilleure robustesse vis-à-vis du bruit indépendamment de la technique de compression d'impulsion employée. On note également une bonne adéquation entre la borne de Cramér-Rao pour le cas d'un bruit coloré contrairement à la borne obtenue en considérant un modèle du signal avec un bruit blanc additif contrairement à ce qui a été publié Brumley *et al.* [Brumley *et al.*, 1991]. Ce résultat conforte les hypothèses précédemment admises [Zhu *et al.*, 1997] et montre l'inadéquation du modèle à bruit blanc. On voit enfin que la technique du double chirp permet d'améliorer la précision d'estimation pour toutes les valeurs du rapport signal à bruit en raison d'une meilleure exploitation de la bande

passante du transducteur.

### 5.6.4 Nombre de particules

Afin de caractériser l'influence du nombre de particules sur la variance ainsi que le biais d'estimation, on effectue plusieurs séries de simulations en faisant varier à chaque fois le nombre de particules contenues dans le volume total. Le résultat de cette série de simulations exprimé par le biais et l'écart-type d'estimation est reporté sur la figure (5.15). On voit que conformément à ce que l'on pourrait soupçonner, le nombre de particules n'a pas d'influence directe sur le biais et la variance d'estimation. Cependant, il est important de noter que dans une situation réelle, la concentration des particules en suspension dans l'écoulement est directement liée à la puissance du signal ultrasonore rétrodiffusé par le milieu, ce qui aura pour conséquence une variation du rapport signal à bruit.

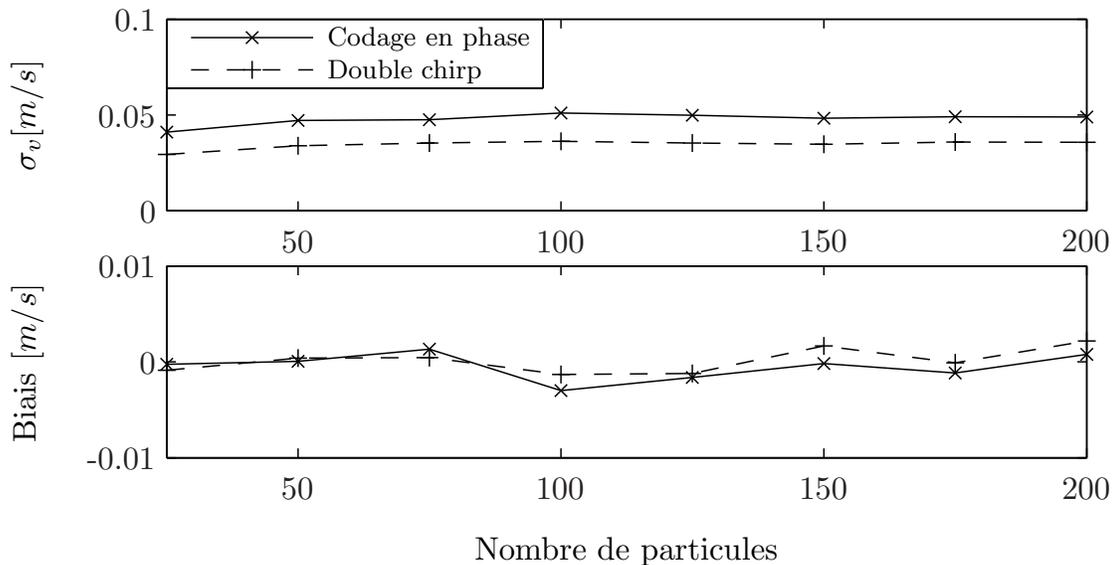


FIG. 5.15 – Effet du nombre de particules sur le biais et l'écart-type d'estimation pour  $\gamma = 1$ .

### 5.6.5 Dispersion de la vitesse

La dispersion de la vitesse des particules contenues dans le volume d'intérêt a été variée en agissant sur la variance d'une distribution gaussienne supposée représenter le cas le plus général. Les résultats en terme de biais et d'écart-type sont présentés sur la figure (5.16). On remarque une dégradation de la variance sur la vitesse estimée lorsque la dispersion de la vitesse est augmentée. D'un autre côté, aucune influence sur le biais n'est observée. Cette influence de la

dispersion de la vitesse permet d'illustrer l'effet de la turbulence sur la qualité de la mesure. De plus, la variation de la loi de distribution des vitesses reste une voie à explorer afin de caractériser sous différentes situations l'effet escompté par l'emploi d'une méthode d'estimation choisie ainsi que la qualité de la mesure attendue dans de telles circonstances, et en particulier le cas où l'histogramme des vitesses est non symétrique par rapport à la vitesse moyenne de l'ensemble (effet de l'asymétrie de l'histogramme des vitesses).

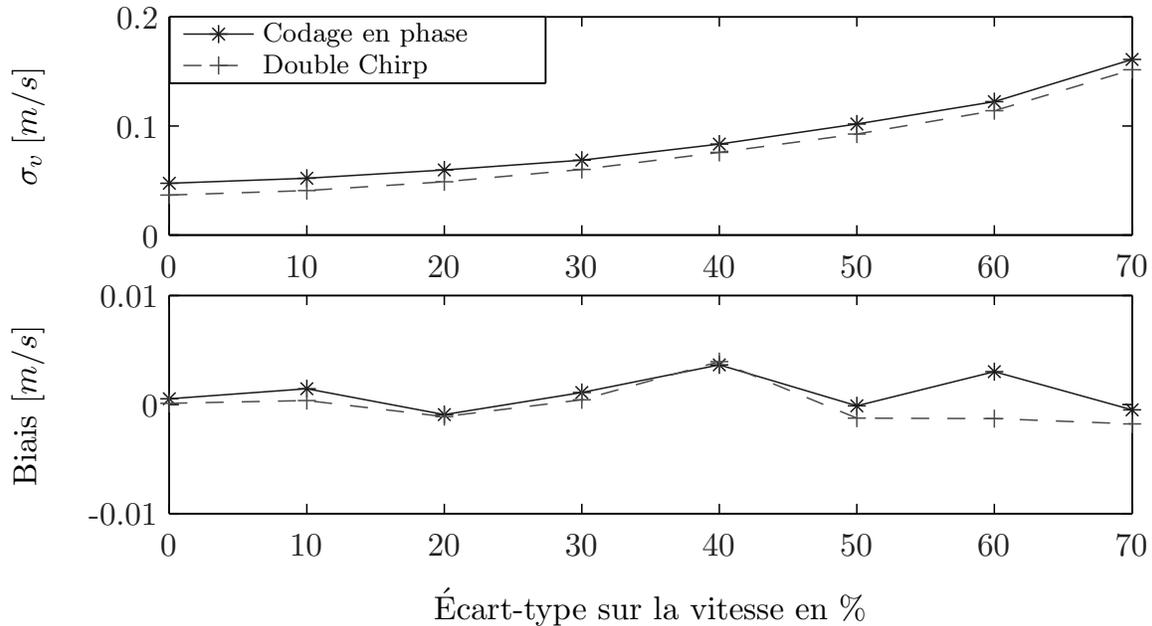


FIG. 5.16 – Effet de la dispersion de la vitesse des particules sur le biais et l'écart-type d'estimation pour  $\gamma = 1$ .

## 5.7 Vérification expérimentale comparative

Afin de mettre en évidence l'avantage d'utiliser une répétition de chirps large bande par rapport au codage en phase, une série de mesures ont été effectuées sur un écoulement turbulent d'eau dont on maîtrise le débit et la hauteur à l'aide du canal de la Plate Forme Technologique en Hydraulique d'Alsace. L'écoulement a été réglé pour présenter une profondeur de 45 cm et un débit de 350 m<sup>3</sup>/h. Le transducteur est placé au centre du canal et à 1 cm en dessous de la surface de l'écoulement et orienté dans le sens inverse de ce dernier. Le faisceau ultrasonore fait un angle de 30 degrés avec la verticale. On émet soit avec une série d'impulsions identiquement codées en phase ou modulées linéairement en fréquence. Le signal d'émission est dans les deux cas centré sur  $f_0 = 2 \text{ MHz}$ . Le codage en phase est effectué en utilisant quatre périodes par bit pour toutes les mesures réalisées. Les chirps sont générés de sorte que la durée totale de ces derniers, avec

ou sans recouvrement, soit égale à celle du codage en phase utilisé pour comparaison. Plusieurs répétitions d'impulsions ont été utilisées avec différentes tailles des codes binaires et les résultats typiques des mesures obtenues sont présentés sur les figures (5.17) à (5.27). On effectue pour chaque mesure 100 tirs successifs avec une fréquence de répétition des tirs garantissant une profondeur d'exploration radiale de 2 m. On présente sur la partie gauche de chaque figure le spectrogramme d'un tir et sur la partie droite le profil de vitesse obtenu par moyennage des 100 profils instantanés ainsi que l'écart-type correspondant. Les deux sous figures de la partie haute de chaque figure correspondent au codage en phase, alors que les deux sous figures de la partie basse correspondent à la modulation de fréquence.

Une fréquence de 10 MHz a été utilisée pour l'acquisition du signal ultrasonore ; ce dernier est ensuite démodulé en bande de base. Les volumes considérés correspondent dans chaque cas à 4000 échantillons présentant successivement un recouvrement entre volumes de 3500 échantillons, ce qui correspond à une longueur de volume le long du faisceau ultrasonore de 30 cm. On peut facilement voir d'après les spectrogrammes que le transducteur utilisé présente une largeur de bande spectrale approximative de 2 MHz à  $-3$  dB, ce qui correspond à une largeur de bande fractionnaire de 100 %.

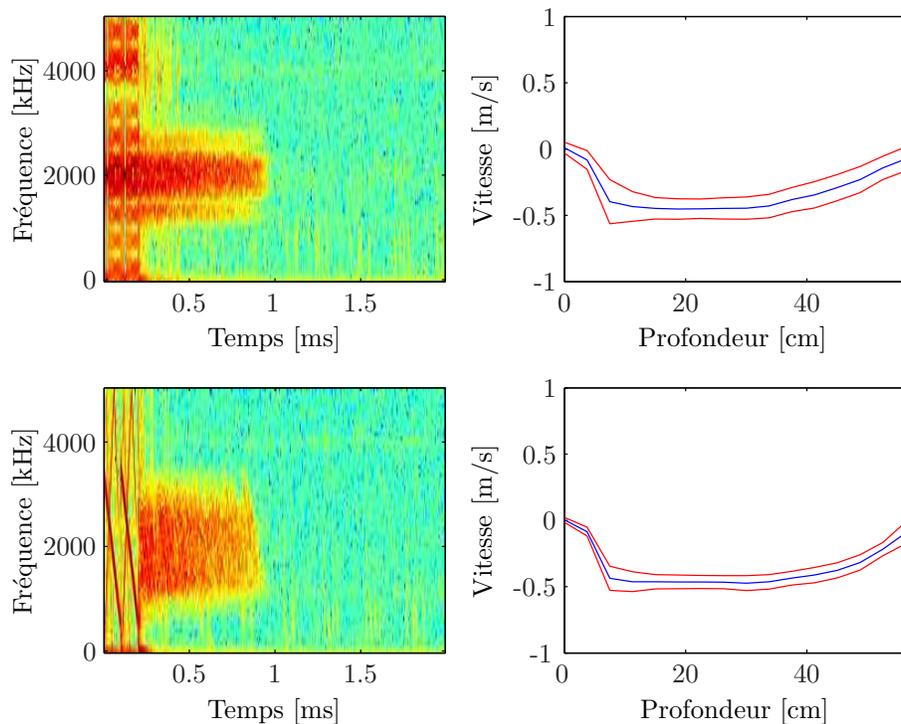


FIG. 5.17 – Mesure comparative pour deux impulsions à 51 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase ; en bas, modulation de fréquence.

Sur la figure (5.17) on présente une mesure comparative en utilisant un codage en phase à 51 bits avec deux impulsions successives, et un double chirp de durée équivalente mais ayant une

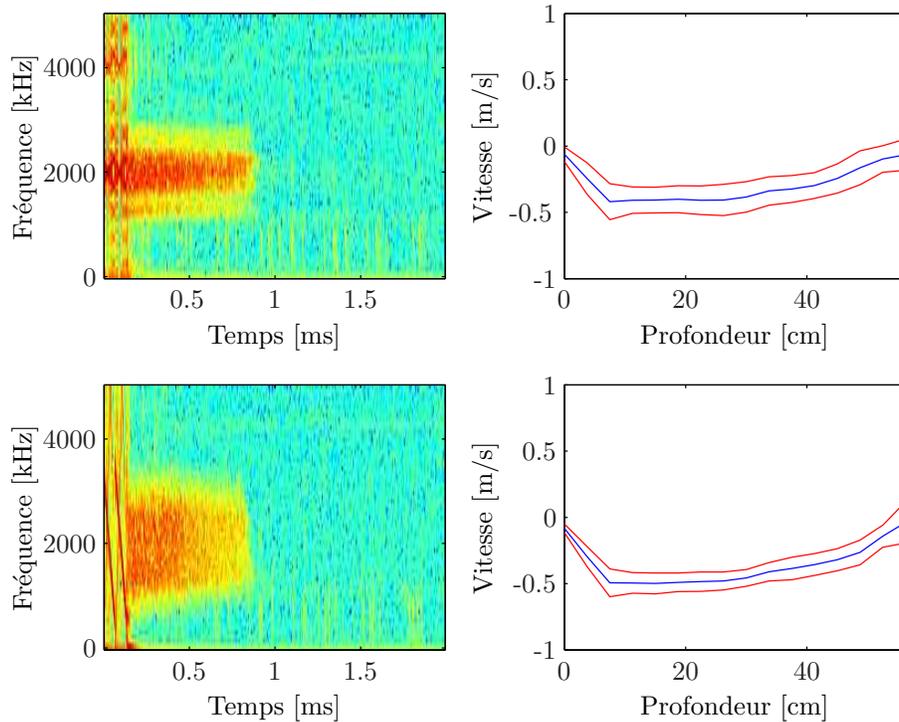


FIG. 5.18 – Mesure comparative pour deux impulsions à 34 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence.

largeur spectrale  $\Delta f$  légèrement supérieure à la bande passante du transducteur. On présente sur les spectrogrammes le signal émis ainsi que le signal reçu avec une durée d'acquisition totale de  $2\text{ ms}$ . Le profil moyen ainsi que les écarts-types présentent une vitesse nulle à la profondeur initiale, ceci est naturellement dû au signal d'émission dont la fréquence en bande de base est rigoureusement nulle<sup>8</sup>. Le profil de vitesse présente un pic de vitesse au alentours de  $20\text{ cm}$  en prenant comme référence de la profondeur l'instant initial du signal d'émission<sup>9</sup>. On voit que la variance d'estimation est réduite en utilisant un double chirp large bande, ce qui est en adéquation avec la théorie.

De la même façon que précédemment, on présente sur la figure (5.18) le résultat d'une mesure typique en utilisant un double pulse codé en phase par un code de 34 bits ainsi qu'un double chirp ayant une durée équivalente et une largeur spectrale supérieure à la largeur spectrale du transducteur. On voit que la variance est plus importante pour le code à 34 bits, et que l'exploitation complète de la bande passante du transducteur permet de réduire avantageusement

<sup>8</sup>En pratique on note parfois sur les figures un léger décalage de la vitesse au point initial vers les valeurs négatives, cet effet est dû à l'existence d'une composante continue pendant la génération du signal d'une part, et d'autre part en raison de la saturation de l'amplificateur à l'émission qui conduit à l'apparition d'harmoniques dont la fréquence varie avec celle du chirp initial comme on peut le noter sur toutes les figures.

<sup>9</sup>La profondeur effective correspond à la profondeur affichée sur les figures moins la profondeur correspondant à la durée du signal d'émission

l'écart-type d'estimation de la vitesse. Un autre cas intéressant est celui de la figure (5.19) où l'on utilise une succession de trois impulsions avec une largeur spectrale pour le cas du triple chirp correspondant à une largeur spectrale fractionnaire de 60% ( $\Delta f = 1,2 MHz$ ). On note cette fois un écart-type quasiment identique pour les deux cas avec un léger avantage pour le triple chirp. Ce résultat est également conforme à la théorie car bien que la largeur spectrale du triple pulse codé en phase soit idéalement égale à celle d'une impulsion élémentaire constituée de quatre périodes de la fréquence centrale, soit  $500 kHz$ , la largeur spectrale effective (ou équivalente) est plus importante en raison de l'existence de lobes secondaires, ce qui explique les écarts-types de valeurs très proches.

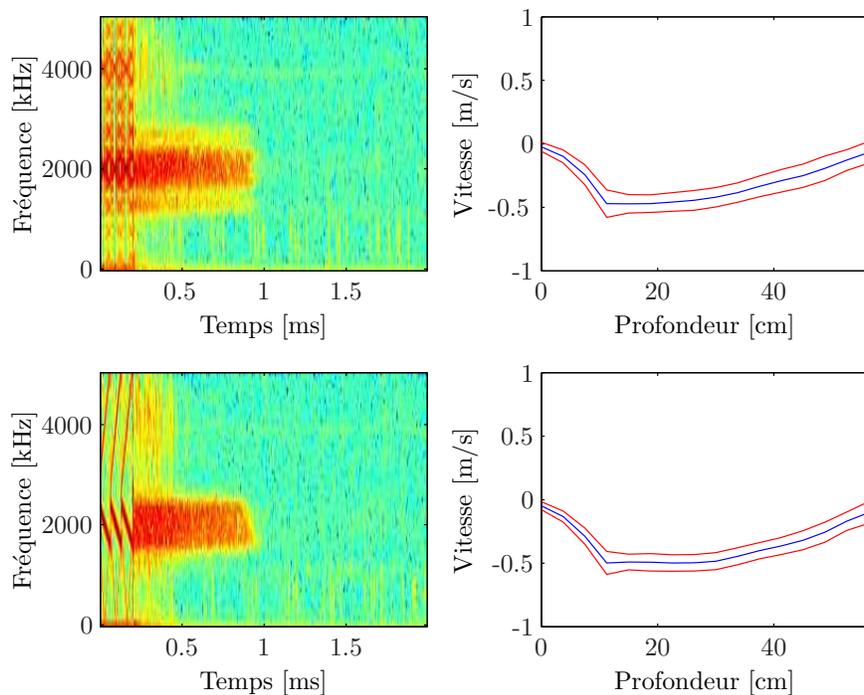


FIG. 5.19 – Mesure comparative pour trois impulsions à 34 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence.

L'utilisation d'un code binaire MPSL d'une taille de 25 bits donne les mesures présentées par les figures (5.20), (5.21) et (5.22) avec respectivement une répétition de deux, trois et quatre impulsions. Pour établir la figure (5.20), on a utilisé une largeur spectrale fractionnaire du double chirp égale à 60%. On obtient ainsi une variance équivalente avec le codage en phase. Pour le cas des figures (5.21) et (5.22), on a utilisé une largeur spectrale supérieure à la bande passante du transducteur ce qui conduit à une amélioration de la variance dans les deux cas relativement au codage en phase.

On trace également sur les figures (5.23), (5.24), (5.25) et (5.26) le résultat des mesures obtenues par l'emploi d'un code binaire MPSL sur 13 bits avec respectivement, deux, trois,

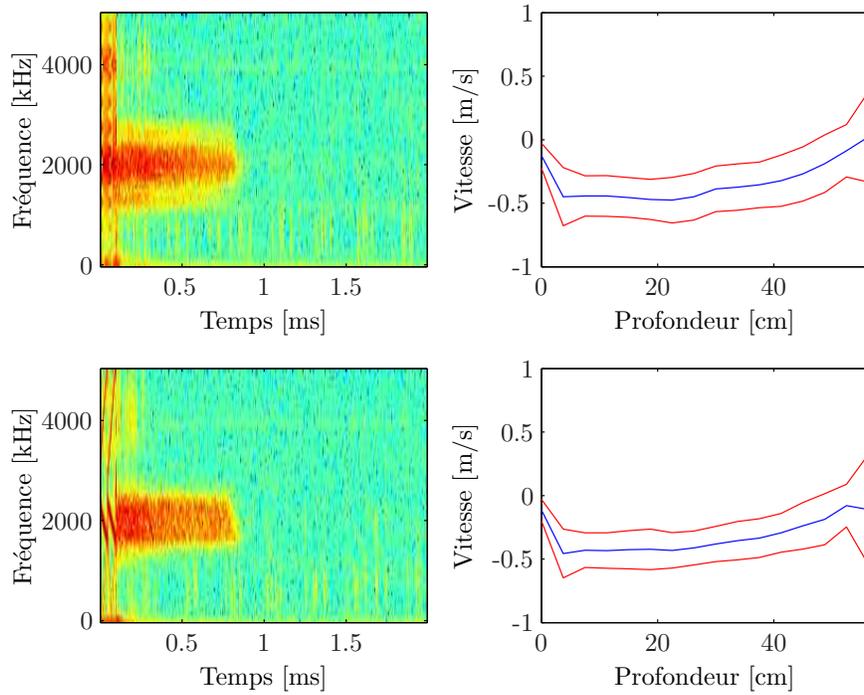


FIG. 5.20 – Mesure comparative pour deux impulsions à 25 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence.

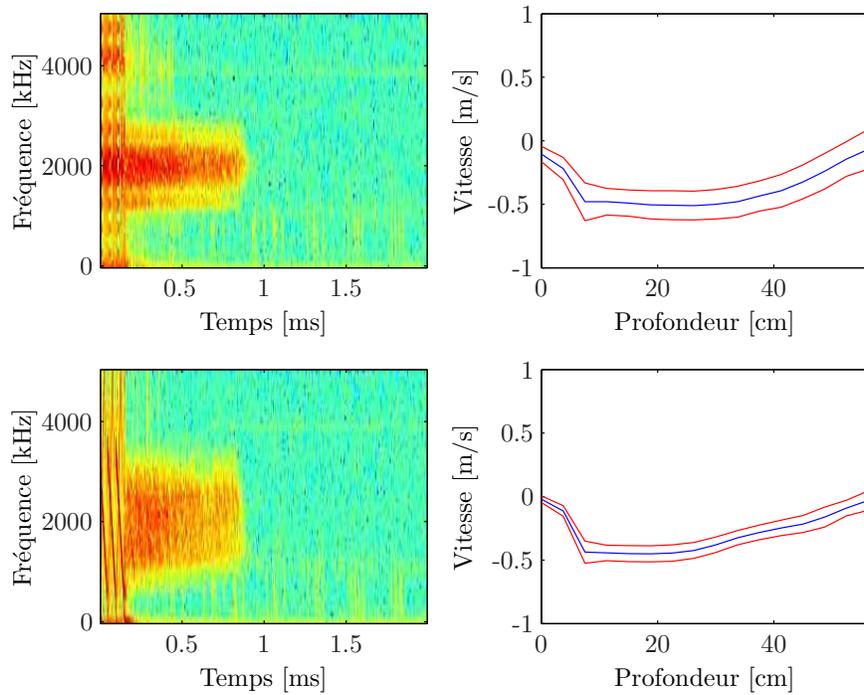


FIG. 5.21 – Mesure comparative pour trois impulsions à 25 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence.

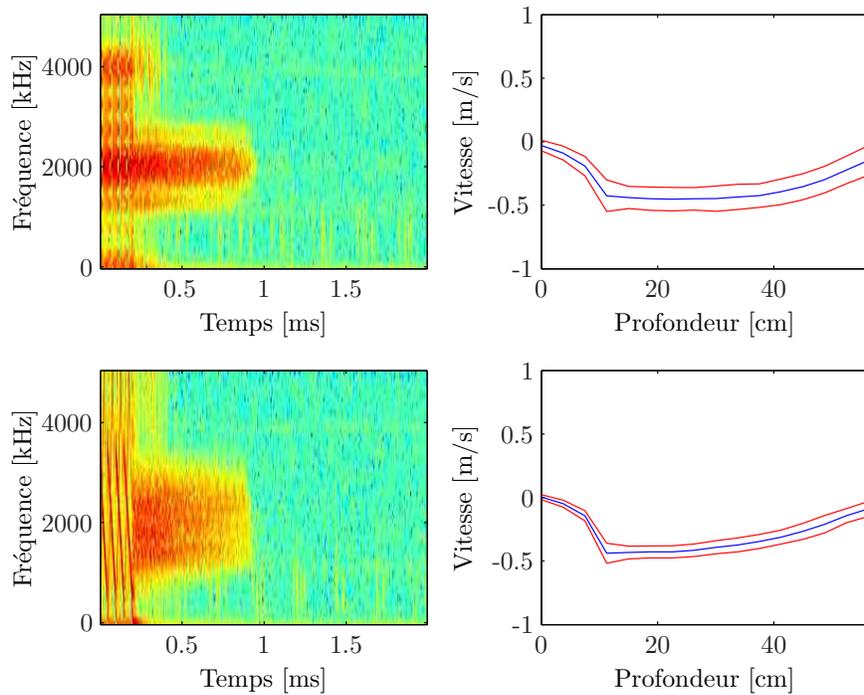


FIG. 5.22 – Mesure comparative pour quatre impulsions à 25 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase ; en bas, modulation de fréquence.

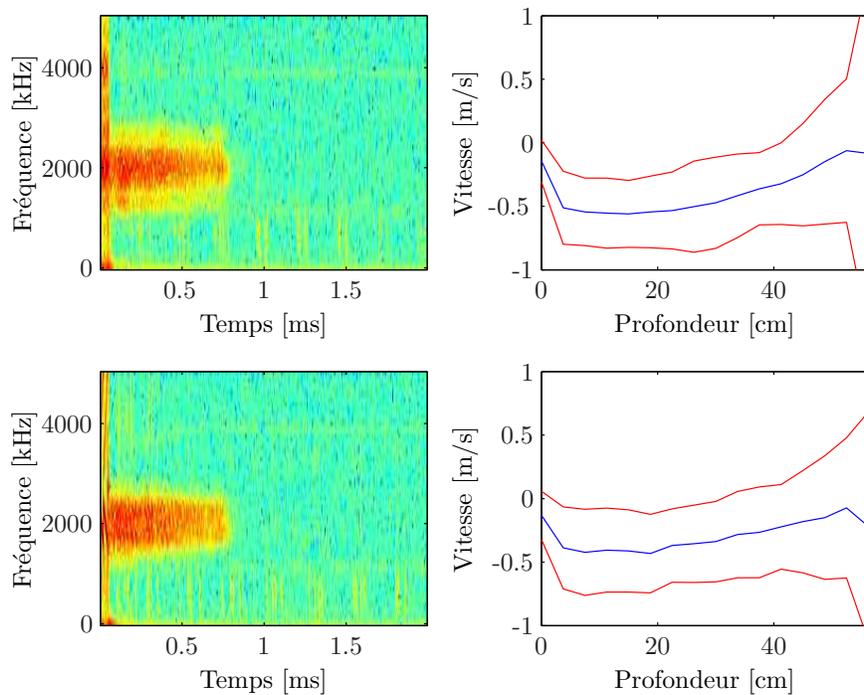


FIG. 5.23 – Mesure comparative pour deux impulsions à 13 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase ; en bas, modulation de fréquence.

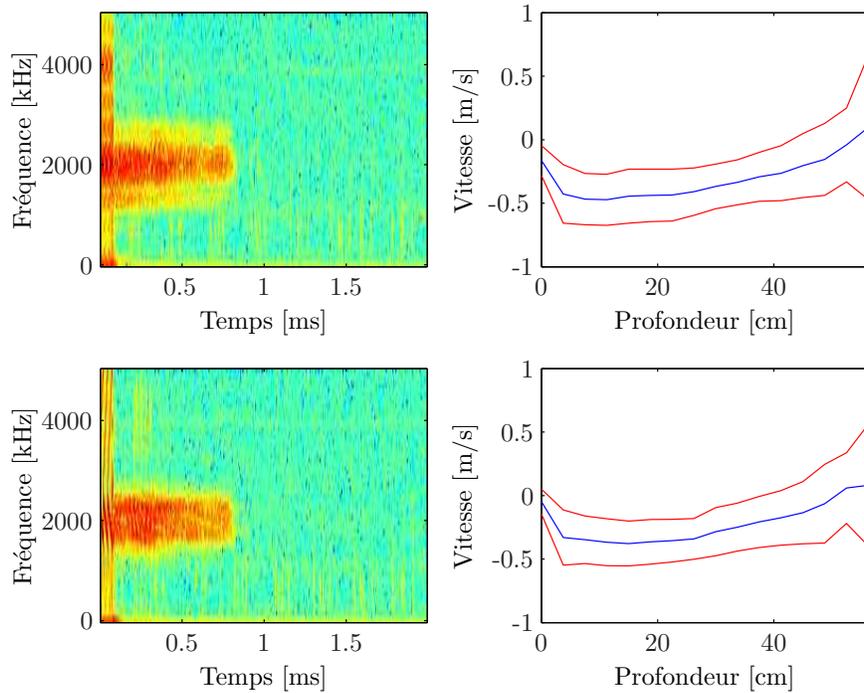


FIG. 5.24 – Mesure comparative pour trois impulsions à 13 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase; en bas, modulation de fréquence.

quatre et huit impulsions par tir. On a généré pour les trois premières figures des chirps ayant une largeur spectrale fractionnaire de 60 %, et pour le dernier cas de 100 %. On obtient pour les trois premiers cas une variance équivalente par les deux techniques de compression d'impulsion, et on observe une réduction de la variance pour le quatrième cas en raison d'un produit durée-largeur de bande spectrale plus important.

Afin de vérifier l'avantage de la superposition de deux chirps sur la précision de la mesure de vitesse, on a effectué des mesures comparatives à l'aide d'un codage binaire MPSL de 51 bits ainsi qu'un double chirp avec des valeurs respectives du facteur de recouvrement :  $\gamma = 1$ ,  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{3}{4}$ . Les résultats des mesures sont représentés sur la figure (5.27) où l'on peut noter un avantage à utiliser deux chirps avec un facteur de recouvrement  $\gamma = \frac{3}{4}$ . En effet, on observe une variance d'estimation quasiment identique à celle du codage en phase mais avec une durée inter pulse inférieure ce qui permet de repousser à complexité et robustesse égales la vitesse maximale non ambiguë. Les deux autres cas présentent par ailleurs des variances en totale adéquation avec les résultats des simulations. On note effectivement une variance minimale pour la cas  $\gamma = 1$ , et inversement une variance maximale pour  $\gamma = \frac{1}{2}$ .

Toutes les mesures effectuées confortent les résultats des simulations. La possibilité offerte de pouvoir exploiter pleinement la bande passante du transducteur en utilisant une répétition de chirps, présente un avantage certain relativement en codage en phase dans la mesure ou la forme

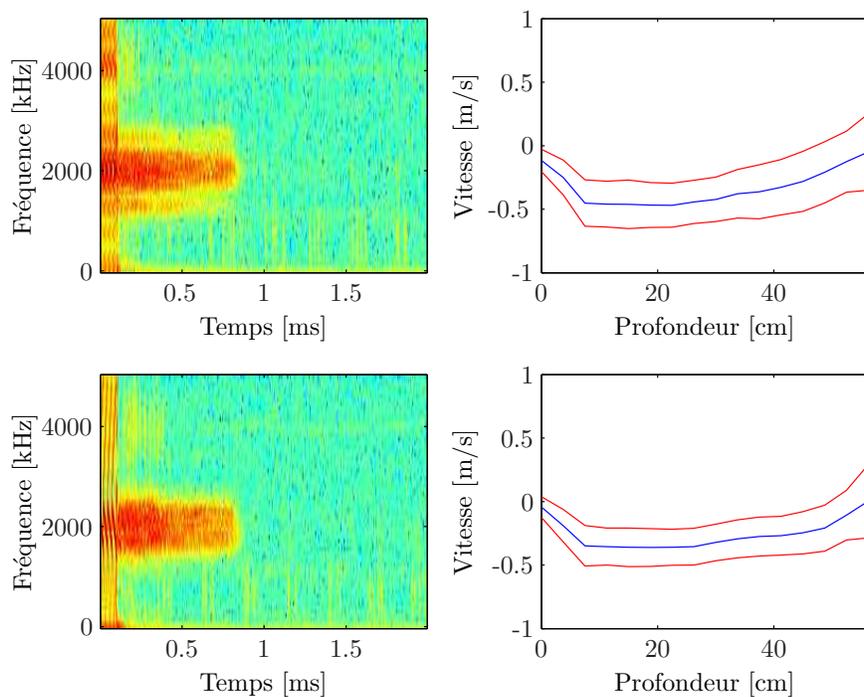


FIG. 5.25 – Mesure comparative pour quatre impulsions à 13 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 60\%$ . En haut, codage en phase ; en bas, modulation de fréquence.

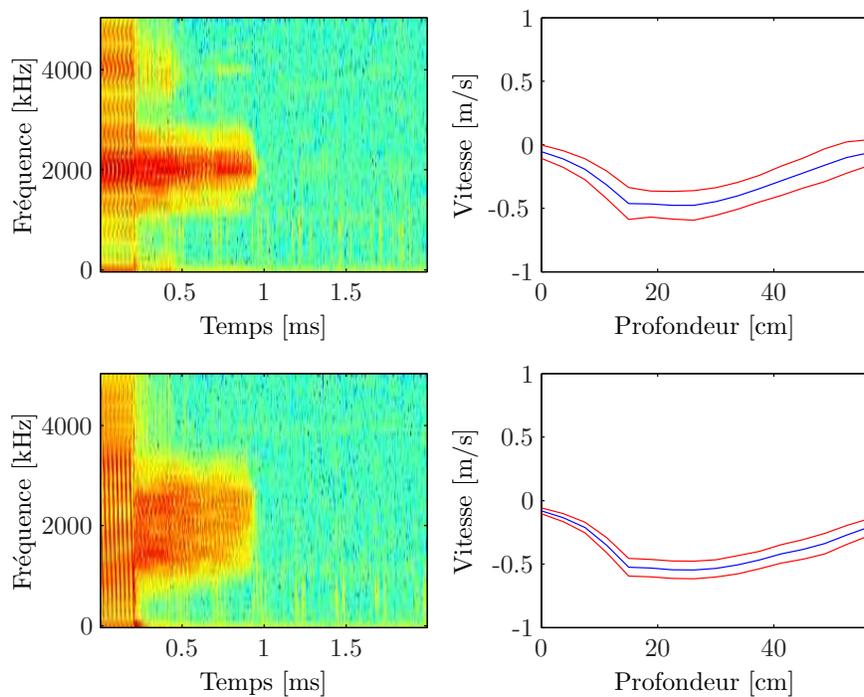


FIG. 5.26 – Mesure comparative pour huit impulsions à 13 bits pour  $\gamma = 1$  et  $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . En haut, codage en phase ; en bas, modulation de fréquence.

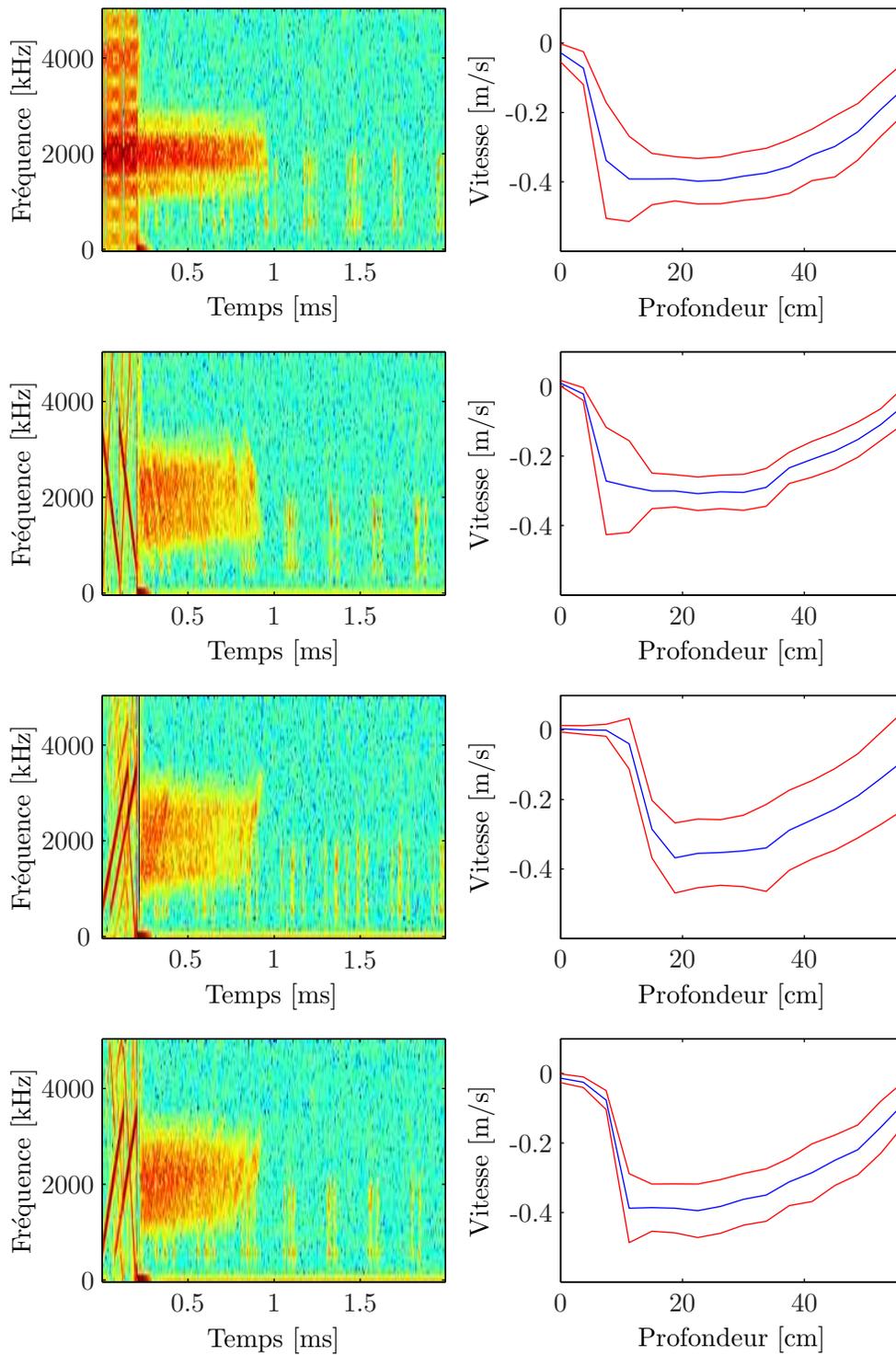


FIG. 5.27 – Mesure comparative entre trois valeurs de  $\gamma$  pour deux impulsions à 51 bits et double chirp ayant un  $\frac{\Delta f}{f_0} = 100\%$ . De haut en bas on a respectivement, codage en phase,  $\gamma = 1$ ,  $\gamma = \frac{1}{2}$  et  $\gamma = \frac{3}{4}$ .

quelconque de la fonction de transfert fréquentielle d'un quelconque transducteur rend difficile la recherche d'un code binaire présentant un spectre de forme optimisée. Le facteur déterminant étant le produit durée-largeur de bande spectrale, l'emploi d'une répétition de rampes modulées en fréquence permet de générer avec une souplesse inégalée un signal large bande permettant une exploitation optimale de la bande passante d'un transducteur tout en minimisant la dissipation d'énergie. Enfin, on notera que pour un nombre équivalent de paires d'échantillons indépendants statistiquement, deux ou plusieurs rampes modulées en fréquence permettent de réduire la durée inter pulse et de ce fait, il est possible de repousser la vitesse maximale non ambiguë par réduction de la durée inter pulse, tous les autres paramètres restant inchangés et plus particulièrement la complexité algorithmique, la portée ainsi que la résolution spatiale de l'instrument.

## 5.8 Vers une élimination de la limite de Nyquist

On présente dans cette section un algorithme permettant de résoudre l'ambiguïté sur la mesure de la vitesse par effet Doppler à l'aide d'une répétition d'impulsions large bande. L'algorithme proposé permet de surmonter d'une part la dégradation de la précision de la méthode d'intercorrélation temporelle pour de faibles rapports signal à bruit, et d'autre part permet de lever l'ambiguïté liée à l'estimation de la phase par la méthode Pulse-Pair. De plus, la dégradation de la précision de la méthode Pulse-Pair pour de grandes vitesses d'écoulement peut également être minimisée.

En raison de l'importance des vitesses nécessaires pour la mise en évidence expérimentale de l'intérêt de cette méthode sur un écoulement réel, une série de simulations ont été effectuées afin de vérifier l'avantage de cette approche.

### 5.8.1 Principe

Le principe de la méthode proposée repose d'une part sur la localisation de la position d'un des pics latéraux relativement au délai inter pulse à l'émission (ceci revient à estimer  $T_D$ ), et d'autre part sur l'estimation de la fréquence Doppler du signal complexe en bande de base au voisinage immédiat du pic détecté (ceci revient à estimer  $f_D$  au voisinage de  $T + T_D$ ).

En se référant aux résultats des simulations précédemment présentés, il est apparu que la méthode Pulse Pair présente l'avantage d'être plus robuste vis-à-vis des très faibles valeurs du rapport signal à bruit. Cette propriété est valable lorsque la vitesse reste en dessous de la vitesse maximale non ambiguë  $V_{max}$ . En revanche, lorsque la vitesse augmente, en plus du problème lié à l'ambiguïté, la variance d'estimation de la fréquence Doppler augmente en raison de la

diminution du coefficient de corrélation au voisinage de  $\tau = T$  lorsque  $T_D$  devient important (voir la figure (5.28)).

L'algorithme proposé consiste à exploiter le meilleur de chaque méthode, à savoir, bénéficier de la robustesse de la méthode Pulse Pair pour de faibles rapports signal à bruit, et exploiter l'information apportée par l'enveloppe de la fonction d'autocorrélation en localisant la position d'un des pics latéraux. Cette approche est d'autant plus efficace que l'ambiguïté sur la localisation du pic latéral est surmontée grâce à la compression d'impulsion. En effet, en raison du fort taux de compression du signal émis, l'autocorrélation présente un pic de corrélation très étroit et de forte amplitude ce qui rend sa localisation plus robuste vis-à-vis du bruit notamment. De cette manière, on minimise la variance d'estimation de la méthode Pulse Pair vis-à-vis de la vitesse par maximisation implicite du coefficient de corrélation, ce dernier prenant sa valeur maximale au niveau du pic latéral de la fonction d'autocorrélation. En ce qui concerne l'ambiguïté sur l'estimation de la vitesse, la localisation du pic latéral permet d'obtenir une estimée "grossière" de la vitesse qui permettra de lever l'ambiguïté de l'estimée "précise" fournie par la méthode Pulse-Pair lorsque cette dernière est appliquée au voisinage du pic latéral de l'autocorrélation.

Une approche similaire a été proposée par Lai *et al.* [Lai *et al.*, 1997] où les auteurs utilisent la fonction d'autocorrélation à deux dimensions pour obtenir une estimée précise de la vitesse Doppler, cette dernière pouvant correspondre à plusieurs valeurs candidates de la vitesse, et l'ambiguïté est ensuite levée en choisissant la valeur qui maximise l'enveloppe de l'autocorrélation en bande de base. Une idée plus ou moins similaire a également été proposée par Franca et Lemmin [Franca et Lemmin, 2006]. Dans cette référence, les auteurs proposent une méthode de correction de la vitesse par détection des variations brutales de la vitesse en fonction du temps ou en exploitant le sens de l'écoulement (lorsque connu *a priori*) dans la procédure de correction. L'approche proposée ici diffère des deux précédentes sur deux points. Le premier concerne la maximisation de la précision par estimation de la phase au voisinage immédiat du maximum de corrélation. Le deuxième point réside dans la méthode de correction de la vitesse lorsqu'il existe une ambiguïté.

La méthode proposée corrige la vitesse par minimisation de l'écart vis-à-vis de l'estimée obtenue soit par interpolation de l'enveloppe, soit par interpolation de l'intercorrélation en bande radio. Dans ce dernier cas, l'algorithme sera plus robuste vis-à-vis du bruit de perturbation en raison d'une variance réduite relativement à l'utilisation de l'enveloppe.

### 5.8.2 Algorithme proposé

Comme évoqué précédemment, la méthode proposée se base sur une estimation initiale du délai  $T_D$  soit par la recherche du pic du module de l'autocorrélation complexe en bande de base

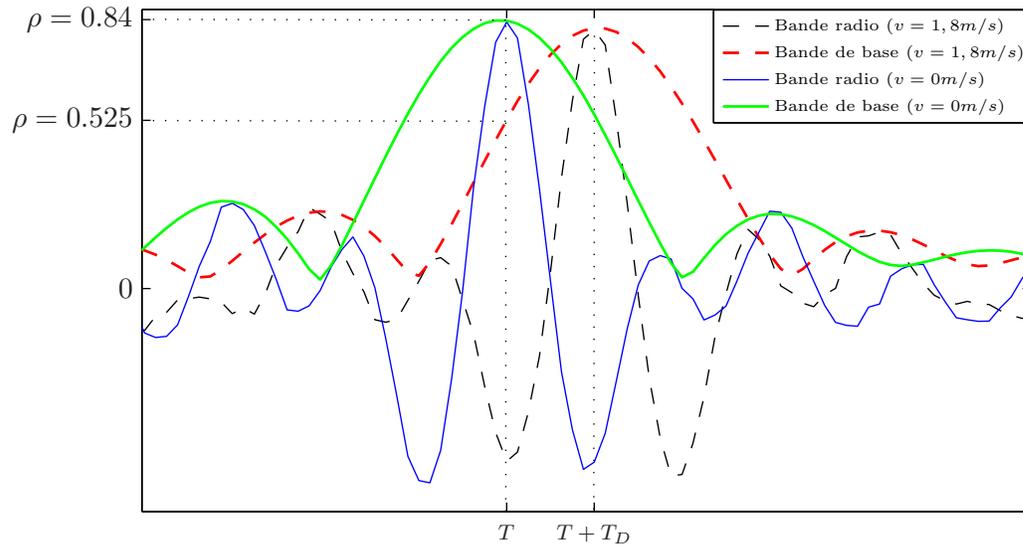


FIG. 5.28 – Principe de l'algorithme proposé : exploitation de l'avantage à estimer le déphasage par Pulse-Pair au voisinage immédiat du pic de corrélation.

soit par recherche du pic de la fonction d'autocorrélation en bande radio. On peut exprimer les deux estimées de  $T_D$  comme suit :

$$\hat{T}_{D_1} = \arg \max_{\tau} \{\Gamma_{rr}(\tau)\} \quad (5.50)$$

$$\hat{T}_{D_2} = \arg \max_{\tau} \{|\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau)|\}. \quad (5.51)$$

Les fonctions  $\Gamma_{rr}(\tau)$  et  $\Gamma_{\tilde{r}\tilde{r}}(\tau)$  désignent respectivement la fonction d'autocorrélation du signal en bande radio et en bande de base telles que définies par les relations (5.10) et (5.19). Étant donné qu'en pratique les fonctions d'autocorrélation sont discrètes, une interpolation est nécessaire afin d'obtenir de bonnes estimées. La méthode d'interpolation utilisée est l'interpolation parabolique qui se distingue par une complexité réduite ainsi que des performances satisfaisantes [Jacovitti et Scarano, 1993, Lai et Trop, 1999, Moddemeijer, 1991, Viola et Walker, 2005] dans la mesure où l'objectif consiste uniquement à lever l'ambiguïté sur la vitesse. À partir des estimées  $\hat{T}_{D_1}$  et  $\hat{T}_{D_2}$ , on obtient deux estimées de la vitesse radiale associée au volume d'intérêt que l'on calcule par :

$$\hat{v}_{D_i} = \frac{c \hat{T}_{D_i}}{2T}, \quad i = 1, 2, \quad (5.52)$$

avec  $c$  la vitesse du son dans le milieu et  $T$  la durée inter pulse à l'émission. La position du pic de corrélation en bande de base étant connue, une estimée de la vitesse radiale peut être obtenue

par la méthode Pulse-Pair au voisinage immédiat d'un des deux pics latéraux, soit :

$$\hat{v}_{PP} = \frac{c}{4\pi f_0 (T + \hat{T}_D)} \arctan \left[ \frac{\Im \{ \Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau) \}}{\Re \{ \Gamma_{\hat{r}\hat{r}}(\tau) \}} \right]_{\tau=T+\hat{T}_D}, \quad (5.53)$$

avec  $\hat{T}_D$  pouvant être égal à  $\hat{T}_{D_2}$  ou  $\hat{T}_{D_1}$  suivant que l'on utilise l'autocorrélation en bande de base ou en bande radio respectivement.

À cette étape, et afin de lever l'ambiguïté sur  $\hat{v}_{PP}$ , on calcule les parties entières par excès et par défaut du quotient  $\frac{\hat{v}_{D_i}}{2|V_{max}|}$  comme suit ( $V_{max}$  est donnée par la relation (5.26)) :

$$N_{v_1} = \left\lceil \frac{\hat{v}_{D_i}}{2|V_{max}|} \right\rceil \quad (5.54)$$

$$N_{v_2} = \left\lfloor \frac{\hat{v}_{D_i}}{2|V_{max}|} \right\rfloor \quad (5.55)$$

où  $\lceil \cdot \rceil$  et  $\lfloor \cdot \rfloor$  désignent respectivement la partie entière par excès et la partie entière par défaut. On peut ainsi calculer deux vitesses candidates comme suit :

$$U_j = 2N_{v_j} |V_{max}| + \hat{v}_{PP} \quad : \quad j = 1, 2. \quad (5.56)$$

Finalement la vitesse non ambiguë est obtenue par :

$$\hat{v}_D = \arg \min_{U_j} \{|U_j - \hat{v}_{D_i}|\} \quad : \quad i, j \in \{1, 2\}. \quad (5.57)$$

Ceci revient à choisir la vitesse  $U_j$  qui minimise l'écart avec l'estimée de la vitesse obtenue soit par intercorrélacion temporelle sur le signal ultrasonore en bande radio, soit l'estimée de la vitesse obtenue par localisation d'un des pics latéraux de l'enveloppe de l'autocorrélation en bande de base. Bien que cette dernière possibilité soit moins précise que la première, il suffit en pratique que l'écart-type maximal de l'estimée  $\hat{v}_{D_2}$  soit inférieur à  $|V_{max}|$  pour que les deux possibilités aboutissent au même résultat.

Afin d'illustrer cela, on trace sur la figure (5.29) les variations des vitesses estimées sur mille réalisations obtenues par simulation suivant le modèle du signal précédemment exposé. On trace les estimées obtenues par les différentes approches discutées. On note que l'algorithme proposé permet à la fois de lever l'ambiguïté sur la vitesse lorsque cette dernière est au-delà des limites de la méthode Pulse-Pair. De plus, on obtient un écart-type d'estimation minimal relativement aux autres estimées grâce à la maximisation du coefficient de corrélation.

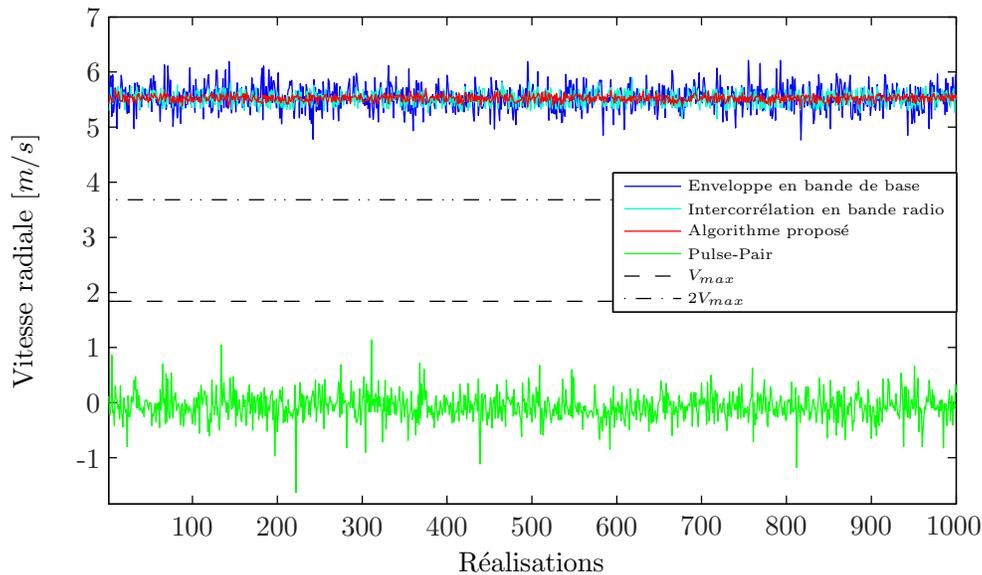


FIG. 5.29 – Simulation comparative des vitesses estimées par l’algorithme proposé, Pulse-Pair, intercorrélacion en bande radio ainsi que par l’enveloppe de l’autocorrélacion en bande de base ( $S_{NR} = -8 \text{ dB}$ ,  $v = 5,5 \text{ m/s}$ ,  $V_{max} = \pm 1,84 \text{ m/s}$ ).

### 5.8.3 Simulation comparative

Dans le but de caractériser les performances de la méthode proposée, on a effectué des simulations à l’aide du modèle du signal donné par la relation (5.48). Dans une première approche on caractérise la robustesse vis-à-vis du niveau de bruit pour deux vitesses de  $0 \text{ m/s}$  et  $5 \text{ m/s}$ . La vitesse limite non ambiguë par Pulse-Pair est  $V_{max} = \pm 1,84 \text{ m/s}$ . On a utilisé pour cela un double chirp d’une durée équivalente à un double pulse codé en phase de 51 bits (4 périodes par bit) sans recouvrement ( $\gamma = 1$ ). La taille de la cellule correspond à un volume de  $98 \text{ cm}$  dans le sens radial. La largeur de bande fractionnaire d’un chirp est  $\frac{\Delta f}{f_o} = 100\%$  pour une fréquence porteuse  $f_o = 1,25 \text{ MHz}$ . Le transducteur est modélisé avec une largeur de bande fractionnaire  $\frac{\Delta f}{f_o} = 90\%$ . Le signal a été obtenu pour 100 particules distribuées uniformément sur une profondeur totale équivalente à  $2,5 \text{ m}$ .

On présente sur les figures (5.30) et (5.31) les résultats des simulations pour deux vitesses radiales respectivement de  $0 \text{ m/s}$  et  $5 \text{ m/s}$  en fonction du rapport signal à bruit.

On note sur la figure (5.30) que les estimées obtenues par Pulse-Pair, intercorrélacion temporelle en bande radio ainsi que par l’algorithme proposé ont quasiment la même variance d’estimation pour des rapports signal à bruit supérieurs à  $1 \text{ dB}$ . En dessous de ce seuil on remarque une augmentation progressive de la variance d’estimation obtenue par intercorrélacion en bande radio, les performances de l’algorithme Pulse-Pair et de l’algorithme proposé demeurent très proches quelque soit le rapport signal à bruit considéré ici. En ce qui concerne la variance d’es-

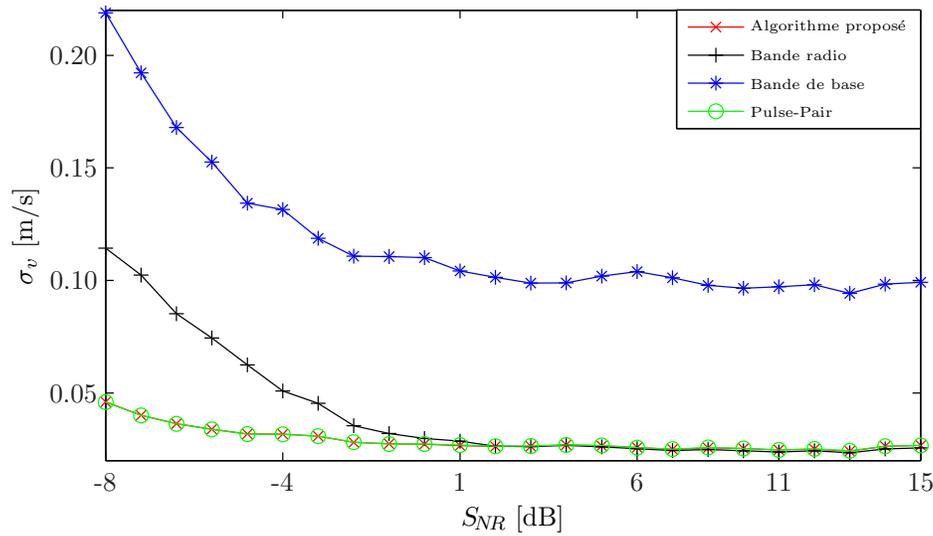


FIG. 5.30 – Écart-types d'estimation de la vitesse radiale pour une vitesse témoin de  $0\text{ m/s}$  en fonction du rapport signal à bruit.

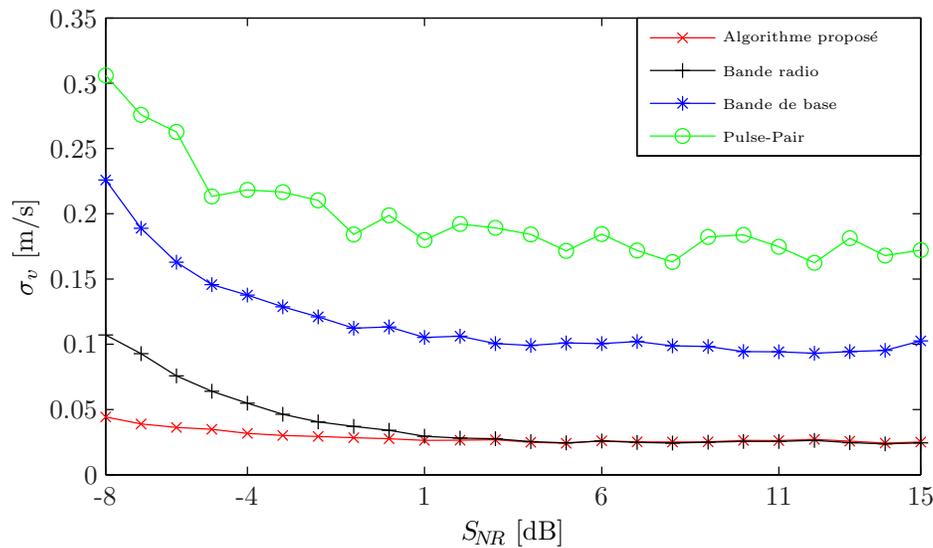


FIG. 5.31 – Écart-types d'estimation de la vitesse radiale pour une vitesse témoin de  $5\text{ m/s}$  en fonction du rapport signal à bruit.

timation obtenue par localisation du pic de corrélation en bande de base, on remarque qu'elle demeure supérieure à celles obtenues par les autres méthodes.

Pour une vitesse radiale simulée de  $5\text{ m/s}$ , la figure (5.31) permet de constater que toutes les méthodes présentent des performances très similaires au cas précédent ( $v = 0\text{ m/s}$ ) excepté la méthode Pulse-Pair qui présente une variance plus grande et prend les valeurs les moins bonnes en raison de la dégradation du coefficient de corrélation au voisinage de  $\tau = T$ .

## 5.9 Conclusion

On a présenté à travers ce chapitre une alternative très attractive pour l'estimation de la vitesse des liquides lorsque les profondeurs et les vitesses mises en jeu sont importantes. Cette méthode qui a été baptisée hybride permet d'exploiter la cohérence entre deux ou plusieurs impulsions successives contenues dans un même tir tout en éliminant le couplage inévitable entre deux ou plusieurs tirs intrinsèque aux méthodes cohérentes. De plus, la mise à profit des techniques de compression d'impulsion rend possible l'exploration de profondeurs importantes en dépit de la limite en puissance imposée par le phénomène de cavitation.

On a proposé l'utilisation de chirps linéaires à large excursion fréquentielle dans le but d'exploiter au maximum la largeur de bande spectrale d'un transducteur large bande. On a montré que cette méthode présente bon nombre d'avantages relativement au codage en phase précédemment revendiqué dans [Brumley *et al.*, 1996]. Il a été notamment montré que les chirps permettaient d'améliorer la précision de la mesure ainsi que la résolution spatiale et la plage de mesure de l'instrument. En particulier, il a été montré qu'il est possible de repousser la limite de vitesse ambiguë par l'emploi de l'algorithme Pulse-Pair de 50% sans affecter la variance d'estimation.

En se basant sur un modèle simplifié du signal ultrasonore, des simulations ont été effectuées pour caractériser comparativement et rigoureusement sous les mêmes conditions ces deux modes de compression d'impulsions. Les résultats obtenus confortent les hypothèses théoriques présentées dans [Zhu *et al.*, 1997] concernant le modèle de signal et de bruit à large bande spectrale. Ce résultat contredit le modèle présenté dans [Brumley *et al.*, 1991] où une formulation empirique a été proposée afin de modéliser les performances d'un sonar Doppler à large bande spectrale.

Les résultats obtenus par simulations comparatives ont été vérifiés par des mesures expérimentales effectuées sur un écoulement d'eau turbulente. L'avantage d'utiliser des chirps large bande a été mis en évidence pour différentes configurations de la durée inter pulse, largeur spectrale, produit durée-largeur de bande spectrale ainsi que le nombre de pulses répétés composant un signal d'excitation.

Un algorithme permettant de lever l'ambiguïté sur l'estimation de la vitesse a été proposé. Cet algorithme permet de tirer profit des avantages de la méthode Pulse-Pair pour de faibles rapports signal à bruit et la méthode d'intercorrélacion pour de grandes vitesses. Les performances de cet algorithme ont été mises en évidence par des simulations comparativement aux méthodes connues.

# Conclusion générale

Les différentes méthodes abordées à travers ce travail montrent l'inexistence d'une solution universelle pour la mesure des profils de vitesse quelles que soient les conditions de travail. En particulier, il a été montré qu'il est difficile de concilier précision et robustesse d'une part, et résolution spatiale et temporelle d'autre part.

Un compromis doit être trouvé pour chaque application particulière en fonction des contraintes imposées *a priori*. Il devient de ce fait évident que le besoin d'augmenter la résolution oriente naturellement vers l'utilisation d'une méthode cohérente. La précision et la robustesse sont des facteurs aussi importants que la plage de vitesses et la profondeur d'exploration envisagée. Ces deux dernières contraintes sont à adapter au mieux en fonction de la vitesse de l'écoulement afin d'optimiser la précision de la mesure.

D'un autre côté, l'utilisation d'une méthode par compression d'impulsion devient inévitable dans la mesure où les performances d'une telle approche dépassent en tous points les performances d'un système incohérent exception faite du cas où l'écoulement présente une turbulence telle que la cohérence entre deux impulsions identiques contenues au sein du même pulse devient très faible, ce qui *a priori* laisse un large champ d'applications à la méthode hybride en dépit de la complexité supplémentaire lors de la conception d'un système intégrant cette technique.

L'estimateur Pulse-Pair constitue une méthode très attractive pour l'estimation monocoup par compression d'impulsion ainsi que pour la méthode incohérente. Cette supériorité tient du fait de la très faible complexité calculatoire liée à l'adoption de cet algorithme. De plus, l'impossibilité d'imposer une contrainte de douceur dans le cas général sur la forme du profil de vitesse, impose l'estimateur du maximum de vraisemblance comme solution optimale dans le but d'exploiter au mieux l'information retournée par le milieu.

La méthode d'intercorrélation temporelle a été exploitée dans le but d'améliorer la précision sur l'estimation des profils de vitesse instantanés. L'augmentation du produit durée-largeur de bande spectrale est favorable à cette méthode large bande. Dans le cas où le rapport signal à bruit est faible, l'ambiguïté liée à la détermination du vrai pic de corrélation a été grandement réduite grâce à l'utilisation d'un critère composite permettant de coder la douceur du champ de

vitesse dans le temps et dans l'espace. Cette méthode a permis d'obtenir des profils de vitesse avec une très bonne précision. En particulier, on montre expérimentalement qu'il est possible d'effectuer des mesures au-delà de la limite d'ambiguïté caractéristique des méthodes cohérentes à bande étroite, et ce sans affecter la précision sur l'estimation de la vitesse.

Une étude détaillée des performances des systèmes incohérents a été présentée conformément aux travaux précédemment menés par Theriault [Theriault, 1986a, Theriault, 1986b], Hansen [Hansen, 1985, Hansen, 1986] ainsi que Smith [Smith, 1989].

L'amélioration de la précision ainsi que la résolution spatiale et temporelle par l'utilisation d'une répétition de pulses codés a été caractérisée par simulation en se basant sur un modèle simplifié<sup>1</sup> du signal rétrodiffusé. Une alternative au codage en phase a été proposée et sa supériorité démontrée par simulation et par expérimentation. Il a été en particulier montré qu'il est possible d'augmenter la plage de vitesses mesurables sans ambiguïté et à complexité égale, sans affecter la précision par une meilleure exploitation de la bande passante du transducteur. Ceci est rendu possible en raison de la souplesse à générer une répétition de rampes modulées en fréquence.

Un algorithme basé sur la localisation du pic de corrélation latéral de la fonction d'auto-corrélation en bande de base a été proposé. Cet algorithme permet de lever l'ambiguïté sur la mesure de la vitesse par exploitation de l'information apportée par l'enveloppe de corrélation. De plus, la possibilité de pouvoir maximiser la corrélation par l'emploi de la méthode Pulse-Pair permet en même temps d'optimiser la robustesse vis-à-vis du bruit de perturbation tout en minimisant la variance d'estimation pour les vitesses élevées.

De futures investigations devraient être orientées vers la détermination de la densité de probabilité de la vitesse d'un écoulement en fonction de sa nature (composition du fluide, géométrie de l'écoulement, etc.) ainsi que les caractéristiques physiques du fluide étudié (thixotropie, viscosité, gradients de température, etc.). Cette caractérisation devrait permettre de tester des critères autres que quadratiques pour la régularisation de la fonction d'intercorrélation, ceci dans le but d'adapter au mieux le critère de régularisation avec les propriétés statistiques caractéristiques de la vitesse de l'écoulement. De plus, l'utilisation d'une méthode non supervisée (validation croisée, méthode de la "courbe en L", etc.) pour l'estimation des hyperparamètres avec une complexité minimisée reste à explorer particulièrement lorsque les caractéristiques du fluide changent dans le temps.

D'un autre côté, l'influence de la largeur du faisceau ultrasonore ainsi que l'angle entre le faisceau et l'écoulement sur les performances de la méthode d'intercorrélation reste à déterminer et en particulier son effet sur la vitesse maximale mesurable à travers son influence sur la décorrélation d'un cycle d'émission-réception à un autre cycle d'émission-réception.

---

<sup>1</sup>Une approche plus rigoureuse consiste à tenir compte de l'effet d'un certain nombre de paramètres comme l'atténuation dans le milieu, l'hétérogénéité de la distribution des particules, les gradients de température, etc.

---

Une mesure expérimentale précise des performances de la méthode hybride reste à effectuer afin de quantifier l'influence d'une variété de paramètres tels que le produit durée-largeur de bande spectrale, fréquence centrale du transducteur ainsi que sa bande passante, puissance du signal d'émission, concentration des matières en suspension et rapport signal à bruit, turbulence et directivité du faisceau ultrasonore, atténuation des ultrasons dans le fluide étudié et largeur spectrale du signal d'excitation.



# Annexe A

## Variance d'estimation pour des paires décalées

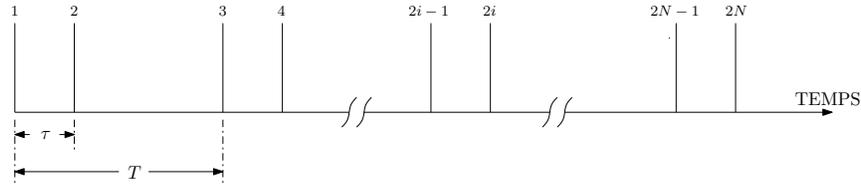
### A.1 Introduction

On présente la méthode de calcul permettant d'aboutir à une expression de la variance d'estimation du premier moment spectral par la méthode Pulse-Pair. Cette annexe s'inspire largement de la méthode de calcul publié par Benham et al. [Benham *et al.*, 1972] pour l'expression de la variance d'estimation du premier moment spectral par une analyse par perturbation, ainsi que Zrnić [Zrnić, 1977] utilisant ce résultat pour aboutir à une expression obtenue en considérant une configuration générale à paires décalées, en prenant une forme gaussienne pour la corrélation et un bruit blanc additif. Ce résultat servira à faire le lien avec l'expression obtenue dans le deuxième chapitre pour le cas d'un signal à spectre gaussien, et ainsi aboutir à l'expression de la variance pour le cas de paires indépendantes, résultat confirmant le développement asymptotique de Miller et Rochwarger [Miller et Rochwarger, 1972].

### A.2 Préliminaires

On considère la configuration des paires représentées par la figure (A.1). Le signal Doppler complexe échantillonné aux instants  $(i-1)T$  et  $(i-1)T + \tau$  est noté :

$$\begin{aligned} y_{2i-1} &= y((i-1)T) \\ y_{2i} &= y((i-1)T + \tau). \end{aligned} \tag{A.1}$$

FIG. A.1 –  $N$  paires décalées.

La fonction d'autocorrélation estimée à l'instant  $\tau = T_1$  s'exprime :

$$\hat{\Gamma}_{yy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{2i-1} y_{2i}^* \quad (\text{A.2})$$

et l'estimée Pulse-Pair de la fréquence moyenne du spectre Doppler est donnée par :

$$\hat{f}_D = \frac{1}{2\pi\tau} \arctan(\hat{\Gamma}_{yy}). \quad (\text{A.3})$$

Cette disposition des échantillons dans le temps permet d'aborder toutes les configurations de paires possibles simplement en faisant varier  $\tau$  de zéro, correspondant à des paires contigües, à  $T$ , pour des paires indépendantes (i.e. décorrélées).

### A.3 Variance d'estimation de la moyenne spectrale

On impose une perturbation infinitésimale autour de la moyenne globale de la phase notée  $\theta$ . Soit  $\hat{\theta}$  l'estimée de cette dernière obtenue en calculant l'argument de la fonction d'autocorrélation du signal d'observation  $\hat{\Gamma}_{yy}$ . On peut écrire que :

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \arctan(\hat{\Gamma}_{yy}) \\ &= \theta + \delta\hat{\theta}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

ce qui correspond à l'expression de la perturbation sur la fonction d'autocorrélation :

$$\begin{cases} \Re \left\{ \hat{\Gamma}_{yy} \right\} = \Re \left\{ \Gamma_{yy} \right\} + \epsilon_r \\ \Im \left\{ \hat{\Gamma}_{yy} \right\} = \Im \left\{ \Gamma_{yy} \right\} + \epsilon_i. \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

On se propose de calculer la variance de  $\delta\hat{\theta}$ . Pour cela, on considère le développement limité

de  $\tan \hat{\theta}$  au premier ordre :

$$\begin{aligned}\tan \hat{\theta} &= \tan(\theta + \delta \hat{\theta}) \\ &\approx \tan \theta + \frac{\delta \hat{\theta}}{\cos^2 \theta},\end{aligned}\tag{A.6}$$

avec par définition :

$$\tan \hat{\theta} = \frac{\Im \{\Gamma_{yy}\} + \epsilon_r}{\Re \{\Gamma_{yy}\} + \epsilon_i}.\tag{A.7}$$

D'autre part, on a l'approximation :

$$\frac{\Re \{\Gamma_{yy}\} + \epsilon_r}{\Im \{\Gamma_{yy}\} + \epsilon_i} \approx \frac{\Im \{\Gamma_{yy}\}}{\Re \{\Gamma_{yy}\}} \left(1 + \frac{\epsilon_i}{\Im \{\Gamma_{yy}\}}\right) \left(1 - \frac{\epsilon_r}{\Re \{\Gamma_{yy}\}}\right),\tag{A.8}$$

et sachant que  $\cos \theta = \frac{\Re \{\Gamma_{yy}\}}{|\Gamma_{yy}|}$ , les relations (A.6) et (A.8) deviennent en négligeant le terme du second ordre :

$$\delta \hat{\theta} \approx \frac{\Re \{\Gamma_{yy}\} \epsilon_i - \Im \{\Gamma_{yy}\} \epsilon_r}{|\Gamma_{yy}|^2} + \frac{\Re \{\Gamma_{yy}\} \Im \{\Gamma_{yy}\}}{|\Gamma_{yy}|^2} - \left(\frac{\Re \{\Gamma_{yy}\}}{|\Gamma_{yy}|}\right)^2 \tan \theta.\tag{A.9}$$

Les deux derniers termes à droite de la cette dernière relation sont constants et n'entrent pas dans le calcul de la variance de  $\delta \hat{\theta}$  et seront délibérément omis dans ce qui suit, soit :

$$\delta \hat{\theta} \simeq \frac{\Re \{\Gamma_{yy}\} \epsilon_i - \Im \{\Gamma_{yy}\} \epsilon_r}{|\Gamma_{yy}|^2}.\tag{A.10}$$

En définissant l'erreur complexe  $\epsilon \triangleq \epsilon_r + j\epsilon_i$ , la relation (A.10) peut être mise sous la forme :

$$\begin{aligned}\delta \hat{\theta} &= \frac{(\Gamma_{yy} + \Gamma_{yy}^*) (\epsilon - \epsilon^*) - (\Gamma_{yy} - \Gamma_{yy}^*) (\epsilon + \epsilon^*)}{4j |\Gamma_{yy}|^2} \\ &= \frac{\Gamma_{yy}^* \epsilon - \Gamma_{yy} \epsilon^*}{2j |\Gamma_{yy}|^2} \\ &= \frac{\Im \{\Gamma_{yy}^* \epsilon\}}{|\Gamma_{yy}|^2} \\ &= \Im \left\{ \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}} \right\}.\end{aligned}\tag{A.11}$$

Posons à présent l'identité suivante :

$$\delta \hat{\eta} + j \delta \hat{\theta} = \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}},\tag{A.12}$$

avec :

$$\delta\hat{\eta} = \Re \left\{ \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}} \right\}. \quad (\text{A.13})$$

Par conséquent, on peut écrire que :

$$\begin{aligned} E \left[ (\delta\hat{\eta})^2 \right] + E \left[ (\delta\hat{\theta})^2 \right] &= E \left[ \left| \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}} \right|^2 \right] \\ E \left[ (\delta\hat{\eta})^2 \right] - E \left[ (\delta\hat{\theta})^2 \right] &= \Re \left\{ E \left[ \frac{\epsilon^2}{\Gamma_{yy}^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} \text{Var} \left[ \delta\hat{\theta} \right] &= \frac{1}{2} \left[ E \left[ \left| \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}} \right|^2 \right] - \Re \left\{ E \left[ \frac{\epsilon^2}{\Gamma_{yy}^2} \right] \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2} \Re \left\{ E \left[ \left| \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}} \right|^2 \right] - E \left[ \frac{\epsilon^2}{\Gamma_{yy}^2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Écrivons à présent le système (A.5) sous la forme :

$$\hat{\Gamma}_{yy} = \Gamma_{yy} + \epsilon, \quad (\text{A.16})$$

ce qui permet de déduire que :

$$\begin{aligned} E \left[ \left| \frac{\epsilon}{\Gamma_{yy}} \right|^2 \right] &= \frac{\text{Var} \left[ \left| \hat{\Gamma}_{yy} \right|^2 \right]}{|\Gamma_{yy}|^2} \\ E \left[ \frac{\epsilon^2}{\Gamma_{yy}^2} \right] &= \frac{\text{Var} \left[ \hat{\Gamma}_{yy}^2 \right]}{\Gamma_{yy}^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Finalement en tenant compte du fait que :

$$\begin{aligned} \text{Var} \left[ \left| \hat{\Gamma}_{yy} \right|^2 \right] &= E \left[ \left| \hat{\Gamma}_{yy} \right|^2 \right] - |\Gamma_{yy}|^2 \\ \text{Var} \left[ \hat{\Gamma}_{yy}^2 \right] &= E \left[ \hat{\Gamma}_{yy}^2 \right] - (\Gamma_{yy})^2, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

on aboutit à l'expression de la variance sur l'estimée de la fréquence Doppler :

$$\begin{aligned} \text{Var} \left[ \hat{f}_D \right] &= \frac{1}{(2\pi\tau)^2} \text{Var} \left[ \delta\hat{\theta} \right] \\ &= \frac{1}{8\pi^2\tau^2} \Re \left\{ E \left[ \left| \frac{\hat{\Gamma}_{yy}}{\Gamma_{yy}} \right|^2 \right] - E \left[ \left( \frac{\hat{\Gamma}_{yy}}{\Gamma_{yy}} \right)^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

## A.4 Cas d'un processus gaussien

On considère à présent que le signal Doppler mesuré est un processus complexe gaussien. L'objectif est de calculer dans ce cas les termes  $E \left[ \left| \hat{\Gamma}_{yy} \right|^2 \right]$  et  $E \left[ \left( \hat{\Gamma}_{yy} \right)^2 \right]$  dans l'expression (A.19). On peut exprimer le moment d'ordre 4 en fonction de trois termes de covariance d'ordre 2 comme suit [Wikipedia, 2009] :

$$\begin{aligned}
 E \left[ \left| \hat{\Gamma}_{yy} \right|^2 \right] &= E \left[ \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{2i-1} y_{2i}^* \right) \left( \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_{2j-1} y_{2j}^* \right)^* \right] \\
 &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E \left[ y_{2i-1} y_{2i}^* y_{2j-1}^* y_{2j} \right] \\
 &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ E \left[ y_{2i-1} y_{2i}^* \right] E \left[ y_{2j-1}^* y_{2j} \right] \right. \\
 &\quad \left. + E \left[ y_{2i-1} y_{2j-1}^* \right] E \left[ y_{2i}^* y_{2j} \right] \right. \\
 &\quad \left. + E \left[ y_{2i-1} y_{2j} \right] E \left[ y_{2i}^* y_{2j-1}^* \right] \right\}. \tag{A.20}
 \end{aligned}$$

Le dernier terme est nul car  $E[y_n y_m] = 0$  pour tout  $n$  et  $m$ . De plus, compte tenu de l'identité suivante :

$$E \left[ y_{2i-1} y_{2j-1}^* \right] = E \left[ y_{2i} y_{2j}^* \right] = \Gamma_{yy} \left( (j-i) T \right), \tag{A.21}$$

on trouve :

$$\begin{aligned}
 E \left[ \left| \hat{\Gamma}_{yy} \right|^2 \right] &= |\Gamma_{yy}|^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\Gamma_{yy} \left( (j-i) T \right)|^2 \\
 &= |\Gamma_{yy}|^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} |\Gamma_{yy}(kT)|^2 (N - |k|). \tag{A.22}
 \end{aligned}$$

D'un autre côté et de façon similaire, on a :

$$\begin{aligned}
E \left[ \left( \hat{\Gamma}_{yy} \right)^2 \right] &= E \left[ \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{2i-1} y_{2i}^* \right) \left( \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_{2j-1} y_{2j}^* \right) \right] \\
&= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E \left[ y_{2i-1} y_{2i}^* y_{2j-1} y_{2j}^* \right] \\
&= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ E \left[ y_{2i-1} y_{2i}^* \right] E \left[ y_{2j-1} y_{2j}^* \right] \right. \\
&\quad \left. + E \left[ y_{2i-1} y_{2j-1} \right] E \left[ y_{2i}^* y_{2j}^* \right] \right. \\
&\quad \left. + E \left[ y_{2i-1} y_{2j}^* \right] E \left[ y_{2i}^* y_{2j-1} \right] \right\}. \tag{A.23}
\end{aligned}$$

Le deuxième terme à droite de la dernière égalité est nul, ce qui donne :

$$\begin{aligned}
E \left[ \left( \hat{\Gamma}_{yy} \right)^2 \right] &= (\Gamma_{yy})^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E \left[ y_{2i-1} y_{2j}^* \right] E \left[ y_{2i} y_{2j-1}^* \right]^* \\
&= (\Gamma_{yy})^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Gamma_{yy} \left( (j-i)T + \tau \right) \Gamma_{yy}^* \left( (j-i)T - \tau \right) \\
&= (\Gamma_{yy})^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \Gamma_{yy} (kT + \tau) \Gamma_{yy}^* (kT - \tau) (N - |k|). \tag{A.24}
\end{aligned}$$

Finalement, en injectant (A.24) et (A.22) dans (A.19), on aboutit à :

$$\text{Var} \left[ \hat{f}_D \right] = \frac{1}{8\pi^2 \tau^2 N^2} \Re \left\{ \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \left[ \left| \frac{\Gamma_{yy}(kT)}{\Gamma_{yy}(\tau)} \right|^2 - \frac{\Gamma_{yy}(kT + \tau) \Gamma_{yy}^*(kT - \tau)}{(\Gamma_{yy}(\tau))^2} \right] (N - |k|) \right\}. \tag{A.25}$$

# Annexe B

## Le filtre linéaire optimal

### B.1 Introduction

On présente dans cette annexe la détermination de l'équation intégrale du filtre linéaire optimal variant dans le temps. L'importance de cette équation tient du fait qu'elle permet d'exprimer la borne de Cramér-Rao dans le cas de l'estimation non-linéaire des paramètres d'un processus aléatoire.

### B.2 Position du problème

On adopte dans ce qui suit la démarche du problème de l'estimation d'un signal en présence d'un bruit perturbateur comme schématisé par la figure (B.1).

Le signal  $a(t)$  est une réalisation d'un processus aléatoire centré de variance finie dont la fonction de covariance est notée  $K_a(t, u)$ . Le signal  $a(t)$  est corrompu par un bruit additif et décorrélé

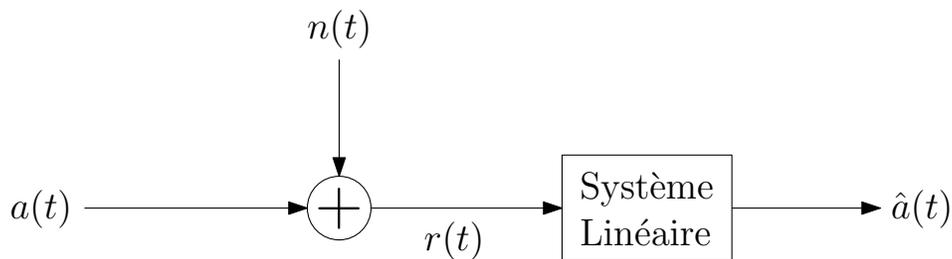


FIG. B.1 – Problème du filtre linéaire.

de moyenne nulle noté  $n(t)$  dont la fonction de covariance est notée  $K_n(t, u)$ . L'observation est constituée de la somme de ces deux processus :

$$r(t) = a(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (\text{B.1})$$

On fait passer  $r(t)$  à travers un filtre linéaire pour obtenir une estimée de  $a(t)$  notée  $\hat{a}(t)$ . Puisque  $a(t)$  n'est pas nécessairement stationnaire et que la durée d'observation est finie, le filtre optimal fournissant la meilleure estimée est un filtre nécessairement variant dans le temps. La réponse impulsionnelle correspondante, que l'on note par  $h(t, u)$ , est la sortie du filtre à l'instant  $t$  lorsqu'on applique à son entrée une impulsion à l'instant  $u$ . Pour que le filtre soit réalisable, il doit être causal, i.e. :

$$h(t, u) = 0, \quad t < u. \quad (\text{B.2})$$

Pour le cas particulier où le filtre est invariant dans le temps,  $h(t, u)$  dépend seulement de la différence  $(t - u)$ .

### B.3 Minimisation de l'EQM

Supposons que l'observation  $r(t)$  est définie sur  $[0, T]$  et nulle ailleurs, la sortie du filtre s'exprime par :

$$\hat{a}(t) = \int_0^T h(t, u)r(u)du. \quad (\text{B.3})$$

L'objectif que l'on se fixe est de trouver  $h(t, u)$  minimisant l'erreur quadratique moyenne totale sur l'intervalle  $[0, T]$ . Par conséquent, on cherche  $h(t, u)$  qui minimise la quantité :

$$\begin{aligned} \xi_I &\triangleq E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T [a(t) - \hat{a}(t)]^2 dt \right\} \\ &= E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left[ a(t) - \int_0^T h(t, u)r(u)du \right]^2 dt \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

De façon analogue, on définit l'erreur quadratique moyenne instantanée :

$$\xi_P(t) = E \left\{ \left[ a(t) - \int_0^T h(t, u)r(u)du \right]^2 \right\}, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (\text{B.5})$$

Si l'on minimise l'erreur instantanée  $\xi_P(t)$  à chaque instant, l'erreur totale sur l'intervalle  $[0, T]$  sera également minimisée. On note le filtre minimisant  $\xi_P(t)$  par  $h_o(t, u)$ , et on suppose que le filtre  $h(t, u)$  est une fonction continue en  $t$  et  $u$  sur l'intervalle  $[0, T]$ . Toute autre fonction

$h(t, u)$  peut être exprimée par :

$$h(t, u) = h_o(t, u) + \epsilon h_\epsilon(t, u), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (\text{B.6})$$

où  $\epsilon$  est un paramètre réel. Si l'on considère à présent l'espérance de la relation (B.5) :

$$\xi_P(t|\epsilon) = K_a(t, u) - 2 \int_0^T h(t, u) K_a(t, u) du + \int_0^T dv \int_0^T h(t, v) h(t, u) K_r(u, v) du, \quad (\text{B.7})$$

et en y injectant (B.6) on aboutit à :

$$\begin{aligned} \xi_P(t|\epsilon) = & K_a(t, u) - 2 \int_0^T h_o(t, u) K_a(t, u) du + \int_0^T dv \int_0^T h_o(t, v) h_o(t, u) K_r(u, v) du \\ & - 2\epsilon \int_0^T h_\epsilon(t, u) \left[ K_a(t, u) - \int_0^T h_o(t, v) K_r(u, v) dv \right] du \\ & + \epsilon^2 \int_0^T \int_0^T h_\epsilon(t, v) h_\epsilon(t, u) K_r(u, v) dudv. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

On exprime à présent l'erreur ponctuelle  $\xi_P(t|\epsilon)$  de la façon suivante :

$$\xi_P(t|\epsilon) = \xi_{P_o}(t) + \Delta\xi(t|\epsilon), \quad (\text{B.9})$$

avec :

$$\Delta\xi(t|\epsilon) = -2\epsilon \int_0^T h_\epsilon(t, u) \left[ K_a(t, u) - \int_0^T h_o(t, v) K_r(u, v) dv \right] du + \epsilon^2 \int_0^T \int_0^T h_\epsilon(t, v) h_\epsilon(t, u) K_r(u, v) dudv, \quad (\text{B.10})$$

et  $\xi_{P_o}(t)$  englobe les trois premiers termes de la première ligne à droite de la relation (B.8).

Si  $h_o(t, u)$  est le filtre optimal, alors  $\Delta\xi(t|\epsilon)$  doit être positif ou nul pour toutes les valeurs permises de  $h_\epsilon(t, u)$  et tout  $\epsilon$  non nul. On peut constater que le second terme à droite de la relation (B.10) est positif ou nul pour tout  $h_\epsilon(t, u)$  et  $\epsilon$  car  $K_r(t, u)$  est définie non négative. D'autre part, on peut constater qu'une condition nécessaire et suffisante pour que le premier terme de la relation (B.10) soit positif est que :

$$\int_0^T h_\epsilon(t, u) \left[ K_a(t, u) - \int_0^T h_o(t, v) K_r(u, v) dv \right] du = 0, \quad (\text{B.11})$$

condition vérifiée si et seulement si :

$$K_a(t, u) - \int_0^T h_o(t, v) K_r(u, v) dv = 0. \quad (\text{B.12})$$

En effet, partant de (B.8) on peut aisément trouver que si :

$$0 < \epsilon < \frac{2 \int_0^T h_\epsilon(t, u) \left[ K_a(t, u) - \int_0^T h_o(t, v) K_r(u, v) dv \right] du}{\int_0^T \int_0^T h_\epsilon(t, v) h_\epsilon(t, u) K_r(u, v) dudv}, \quad (\text{B.13})$$

alors  $\Delta\xi(t|\epsilon)$  est négatif lorsque le numérateur du terme à droite de (B.13) est positif pour tout  $\epsilon$  vérifiant (B.13). De plus lorsque le numérateur du terme à droite de (B.13) est négatif, pour tout  $\epsilon$  négatif supérieur au terme à droite de (B.13),  $\Delta\xi(t|\epsilon)$  est également négatif. Par conséquent, la condition (B.11) ou son équivalente (B.12) est une condition nécessaire et suffisante pour que  $\Delta\xi(t|\epsilon)$  soit positive pour tout  $\epsilon$  non nul et toutes les valeurs permises de  $h_\epsilon(t, u)$ .

Pour le cas intéressant où le bruit additif est blanc, alors on a :

$$K_r(t, u) = N_o \delta(t - u) + K_a(t, u). \quad (\text{B.14})$$

Soit en remplaçant dans (B.12), on aboutit à :

$$N_o h_o(t, u) + \int_0^T h_o(t, v) K_a(u, v) dv = K_a(t, u), \quad 0 \leq t, u \leq T. \quad (\text{B.15})$$

Cette dernière relation est l'équation intégrale définissant le filtre optimal pour la détection du signal  $a(t)$  lorsque l'observation est une version perturbée par la présence d'un bruit blanc additif et indépendant.

## Annexe C

# Autocorrélation d'un chirp linéaire

### C.1 Introduction

On se propose de calculer dans ce qui suit la fonction d'autocorrélation d'un chirp linéaire modulé en amplitude par une onde porteuse de fréquence  $f_0$  [Hein, 2004], ce qui permettra ensuite de discuter brièvement l'influence des paramètres du chirp sur la forme de son autocorrélation, et particulièrement la largeur de bande spectrale.

Soit le chirp linéaire exprimé par :

$$s(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_0 t + \pi k_r t^2), \quad (\text{C.1})$$

avec  $k_r = \Delta f/T$ ,  $T$  étant la durée du chirp et  $\Delta f$  la variation de fréquence instantanée entre les instants  $-T/2$  et  $T/2$ , cette dernière étant confondue avec la fréquence porteuse  $f_0$  à l'origine des temps.  $\Pi(t/T)$  est la fonction porte définie par :

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 & -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

En faisant apparaître l'enveloppe complexe du signal  $s(t)$ , on réécrit l'expression (C.1) comme suit :

$$s(t) = \Re \left\{ \Pi\left(\frac{t}{T}\right) e^{j2\pi\left(\frac{k_r}{2}t^2 + f_0 t\right)} \right\} = \Re \left\{ s_T(t) e^{j2\pi f_0 t} \right\}, \quad (\text{C.3})$$

avec :

$$s_T(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\pi k_r t^2}. \quad (\text{C.4})$$

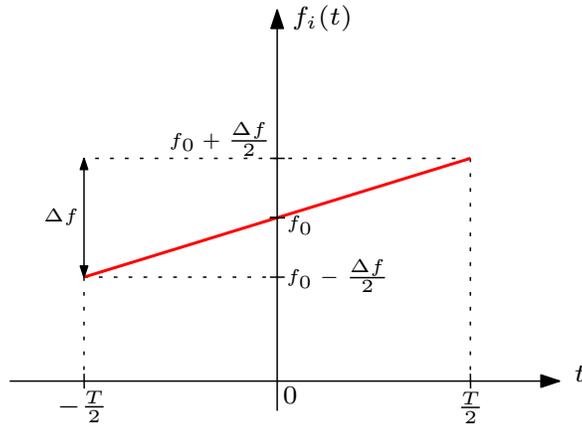


FIG. C.1 – Fréquence instantanée du chirp en bande radio.

$s_T(t)$  représente l'enveloppe complexe du chirp réel ou bien le chirp passe-bas équivalent. Pour le cas de l'instrumentation ultrasonore par effet Doppler, le signal rétrodiffusé est démodulé en phase et en quadrature, par conséquent l'enveloppe complexe constitue le signal disponible. Il est judicieux dans ce cas précis d'adopter directement la notation complexe étant donné que le signal ultrasonore est un signal passe-bande, ce qui revient à le considérer comme un signal modulé par une exponentielle complexe [Oppenheim *et al.*, 1997]. On introduit le signal :

$$\tilde{s}(t) = s_T(t)e^{j2\pi f_0 t}, \quad (\text{C.5})$$

dont l'autocorrélation est :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\tilde{s}\tilde{s}}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t-\tau)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s_T(t)e^{j2\pi f_0 t} s_T^*(t-\tau)e^{-j2\pi f_0(t-\tau)} dt \\ &= e^{j2\pi f_0 \tau} \int_{-\infty}^{\infty} s_T(t)s_T^*(t-\tau)dt \\ &= e^{j2\pi f_0 \tau} \Gamma_{ss_T}(\tau), \end{aligned}$$

où  $\Gamma_{ss_T}(\tau)$  est définie par :

$$\Gamma_{ss_T}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_T(t)s_T^*(t-\tau)dt. \quad (\text{C.6})$$

De ce fait, il suffit de connaître l'autocorrélation en bande de base pour accéder à la totalité de l'information apportée par la corrélation du signal en bande radio.

## C.2 Autocorrélation de l'enveloppe complexe d'un chirp linéaire

Notre objectif est de calculer l'autocorrélation en bande de base  $\Gamma_{ss_T}(\tau)$  définie par la relation (C.6). Soit en y injectant (C.4), on peut écrire que :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{ss_T}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\pi k_r t^2} \Pi\left(\frac{t-\tau}{T}\right) e^{-j\pi k_r (t-\tau)^2} dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\pi k_r t^2} \Pi\left(\frac{t-\tau}{T}\right) e^{-j\pi k_r (t^2 - 2t\tau + \tau^2)} dt \\
 &= e^{-j\pi k_r \tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \Pi\left(\frac{t-\tau}{T}\right) e^{j2\pi k_r t\tau} dt
 \end{aligned} \tag{C.7}$$

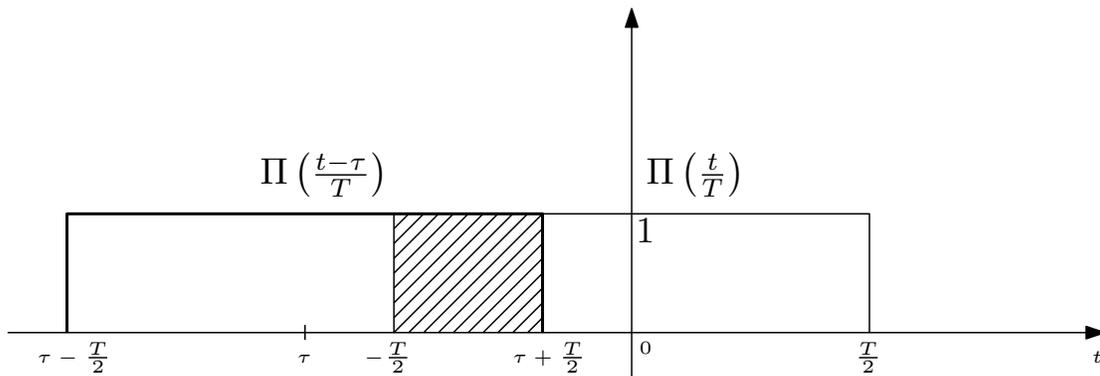


FIG. C.2 – Calcul de l'autocorrélation en bande de base.

Le calcul de l'intégrale (C.7) impose de distinguer quatre cas :

**1<sup>er</sup> cas :**

$$\tau + \frac{T}{2} < \frac{-T}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \tau < -T$$

et dans ce cas on a :

$$\Gamma_{ss_T}(\tau) = 0.$$

**2<sup>ème</sup> cas :**

$$\tau - \frac{T}{2} \geq \frac{T}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \tau \geq T$$

ce qui conduit à :

$$\Gamma_{ss_T}(\tau) = 0.$$

**3<sup>ème</sup> cas :**

$$\left. \begin{aligned}
 \tau + \frac{T}{2} \geq \frac{-T}{2} \\
 \tau + \frac{T}{2} < \frac{T}{2}
 \end{aligned} \right\} \quad \Leftrightarrow \quad -T \leq \tau < 0.$$

Dans ce cas on a :

$$\begin{aligned}
\Gamma_{ss_T}(\tau) &= e^{-j\pi k_r \tau^2} \int_{-\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} e^{j2\pi k_r \tau t} dt \\
&= \frac{e^{-j\pi k_r \tau^2}}{j2\pi k_r \tau} \left[ e^{j2\pi k_r \tau t} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} \\
&= \frac{e^{-j\pi k_r \tau^2}}{j2\pi k_r \tau} \left[ e^{j2\pi k_r \tau (\tau+\frac{T}{2})} - e^{-j2\pi k_r \tau \frac{T}{2}} \right] \\
&= \frac{1}{\pi k_r \tau} \cdot \frac{1}{2j} \left[ e^{j\pi k_r \tau (T+\tau)} - e^{-j\pi k_r \tau (T+\tau)} \right] \\
&= \frac{1}{\pi k_r \tau} \sin(\pi k_r \tau (T + \tau)) \\
&= (T + \tau) \text{sinc} [\pi k_r \tau (T + \tau)].
\end{aligned} \tag{C.8}$$

4<sup>ème</sup> cas :

$$\left. \begin{aligned} \tau + \frac{T}{2} &\geq \frac{T}{2} \\ \tau - \frac{T}{2} &< \frac{T}{2} \end{aligned} \right\} \iff 0 \leq \tau < T,$$

et l'autocorrélation sera :

$$\begin{aligned}
\Gamma_{ss_T}(\tau) &= e^{-j\pi k_r \tau^2} \int_{\tau-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j2\pi k_r \tau t} dt \\
&= \frac{e^{-j\pi k_r \tau^2}}{j2\pi k_r \tau} \left[ e^{j2\pi k_r \tau t} \right]_{\tau-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \\
&= \frac{e^{-j\pi k_r \tau^2}}{j2\pi k_r \tau} \left[ e^{j2\pi k_r \tau \frac{T}{2}} - e^{j2\pi k_r \tau (\tau-\frac{T}{2})} \right] \\
&= \frac{1}{\pi k_r \tau} \cdot \frac{1}{2j} \left[ e^{j\pi k_r \tau (T-\tau)} - e^{-j\pi k_r \tau (T-\tau)} \right] \\
&= \frac{1}{\pi k_r \tau} \sin(\pi k_r \tau (T - \tau)) \\
&= (T - \tau) \text{sinc} [\pi k_r \tau (T - \tau)].
\end{aligned} \tag{C.9}$$

Finalement l'autocorrélation  $\Gamma_{ss_T}(\tau)$  est non nulle dans les troisième et quatrième cas pour lesquels on a :  $-T \leq t \leq T$ , soit en résumé les relations (C.8) et (C.9) peuvent être combinées pour aboutir à :

$$\begin{aligned}
\Gamma_{ss_T}(\tau) &= (T - |\tau|) \text{sinc} [\pi k_r \tau (T - |\tau|)] \\
&= T \left( 1 - \frac{|\tau|}{T} \right) \text{sinc} \left[ \pi k_r T \tau \left( 1 - \frac{|\tau|}{T} \right) \right],
\end{aligned} \tag{C.10}$$

que l'on peut également mettre sous la forme :

$$\Gamma_{ss_T}(\tau) = T\Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right) \operatorname{sinc}\left[\pi\Delta f\tau\Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right)\right], \quad (\text{C.11})$$

où  $\Lambda\left(\frac{t}{T}\right)$  est la fonction triangle dont la base est égale à  $2T$  et de sommet unitaire à l'origine. La fonction (C.11) ressemble à un sinus cardinal dont l'allure est tracée sur la figure (C.3).

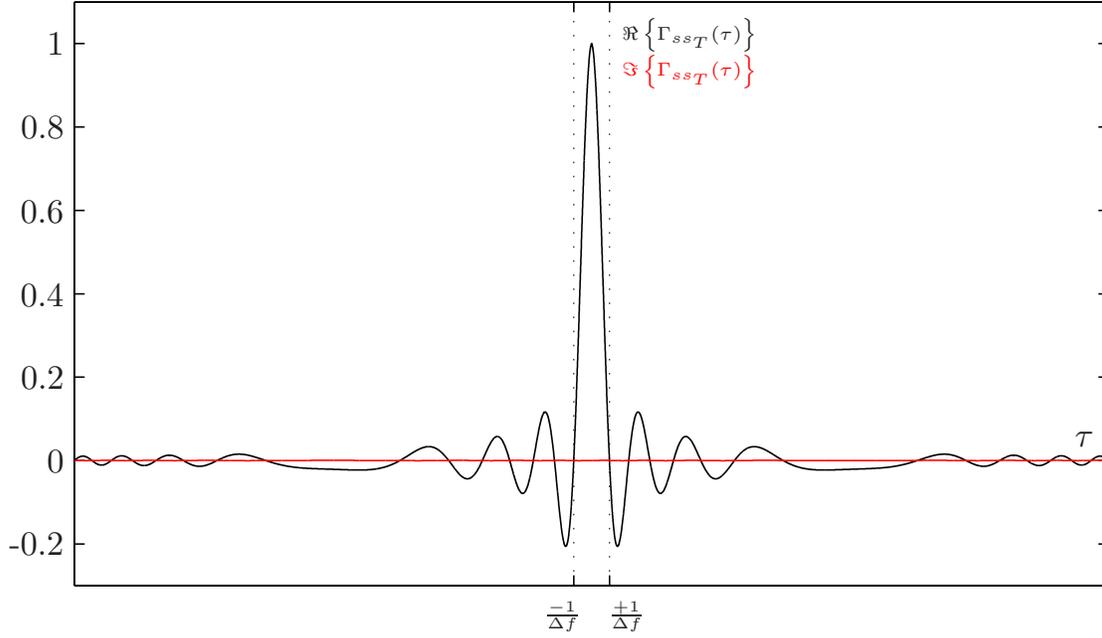


FIG. C.3 – Allure des parties réelle et imaginaire de la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe complexe d'un chirp linéaire.

La largeur du pic ou lobe principal peut être évaluée en recherchant la position du premier zéro. En général on a  $\Delta f = k_r T \gg 1$ , dans ce cas le premier point qui annule  $\Gamma_{ss_T}(\tau)$  que l'on note  $t_0$  est proche de zéro, alors  $\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \approx 1$  ce qui nous permet d'écrire que :

$$\begin{aligned} \operatorname{sinc}\left[\pi\Delta f\tau\Lambda\left(\frac{t}{T}\right)\right] &\approx \operatorname{sinc}[\pi\Delta f\tau] \\ \implies \operatorname{sinc}\left[\pi\Delta f\tau\Lambda\left(\frac{t}{T}\right)\right] = 0 &\iff \operatorname{sinc}[\pi\Delta f\tau] = 0 \\ \implies \pi\Delta f\tau = \pm\pi &\iff \tau = \pm\frac{1}{\Delta f} = \pm\frac{1}{k_r T}. \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Par conséquent le premier zéro de la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe complexe d'un chirp linéaire à large bande spectrale (quelques centaines de Hertz et plus) est approximativement :

$$t_0 \approx \frac{1}{\Delta f} = \frac{1}{\text{largeur de bande}}, \quad (\text{C.13})$$

ce qui veut dire qu'augmenter la largeur de bande spectrale du chirp rend le lobe principal de la fonction d'autocorrélation plus étroit.

### C.3 Autocorrélation d'un chirp réel

On considère dans cette section le calcul de la fonction d'autocorrélation du signal réel passe-bande (C.1) :

$$\begin{aligned}\Gamma_{ss}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t-\tau)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_0 t + \pi k_r t^2) \Pi\left(\frac{t-\tau}{T}\right) \cos(2\pi f_0(t-\tau) + \pi k_r(t-\tau)^2) dt,\end{aligned}\tag{C.14}$$

dont la difficulté peut être contournée par l'utilisation de l'autocorrélation de l'enveloppe complexe du dit signal en bande de base. La relation (C.14) peut être réécrite en y injectant (C.3), ce qui donne :

$$\begin{aligned}\Gamma_{ss}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \Re\left\{s_T(t)e^{j2\pi f_0 t}\right\} \Re\left\{s_T^*(t-\tau)e^{-j2\pi f_0(t-\tau)}\right\} \\ &= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[s_T(t)e^{j2\pi f_0 t} + s_T^*(t)e^{-j2\pi f_0 t}\right] \left[s_T(t-\tau)e^{j2\pi f_0(t-\tau)} + s_T^*(t-\tau)e^{-j2\pi f_0(t-\tau)}\right] dt \\ &= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[s_T(t)e^{j2\pi f_0 t} s_T(t-\tau)e^{j2\pi f_0(t-\tau)} + s_T^*(t)e^{-j2\pi f_0 t} s_T^*(t-\tau)e^{-j2\pi f_0(t-\tau)}\right] \\ &\quad + \left[s_T(t)s_T^*(t-\tau)e^{j2\pi f_0 \tau} + s_T^*(t)s_T(t-\tau)e^{-j2\pi f_0 \tau}\right] dt \\ &= \frac{1}{2} \Re\left\{e^{-j2\pi f_0 \tau} \int_{-\infty}^{\infty} s_T(t)s_T(t-\tau)e^{j4\pi f_0 t} dt\right\} + \frac{1}{2} \Re\left\{e^{j2\pi f_0 \tau} \int_{-\infty}^{\infty} s_T(t)s_T^*(t-\tau) dt\right\}.\end{aligned}\tag{C.15}$$

Le premier terme de la dernière égalité représente la moyenne d'une exponentielle de fréquence deux fois celle de la porteuse pondérée par le produit de deux versions décalée de l'enveloppe complexe de variation lente, et de ce fait tend à s'annuler.

Finalement la fonction d'autocorrélation en bande radio peut s'écrire en fonction de la fonction d'autocorrélation en bande de base :

$$\begin{aligned}\Gamma_{ss}(\tau) &\approx \frac{1}{2} \Re\left\{e^{j2\pi f_0 \tau} \Gamma_{s_{s_T}}(\tau)\right\} \\ &= \frac{T}{2} \Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right) \operatorname{sinc}\left[\pi \Delta f \tau \Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right)\right] \cos(2\pi f_0 \tau).\end{aligned}\tag{C.16}$$

# Bibliographie

- [Abda et Schmitt, 2007] ABDA, F. et SCHMITT, P. (2007). Intercorrélation régularisée pour la mesure des profils de vitesse instantanée dans un écoulement chargé. *4<sup>ème</sup> Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, pages 209–216. 17-19 octobre 2007, Nancy Université. Hermès Science.
- [Abda et Schmitt, 2008] ABDA, F. et SCHMITT, P. (2008). Single-shot doppler velocity estimation using double chirp pulse compression. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering*, pages 21–24. 9-11 septembre 2008, Prague, Czech Republic.
- [Abda et Schmitt, 2009] ABDA, F. et SCHMITT, P. (2009). Vélométrie doppler ultrasonore pulsée par intercorrélation temporelle régularisée. *Revue Instrumentation, Mesure, Métrologie, numéro spécial « Les ondes en instrumentation » sous la direction de Omar ELMAZRIA*, Vol. 9(1):183–198. Hermès Science.
- [Abda et al., 2007] ABDA, F., SCHMITT, P., FISCHER, S., PALLARÈS, A., ENSMINGER, D., AZBAID, A. et FRANÇOIS, P. (2007). Estimation du profil de vitesse d’un fluide chargé par la méthode d’intercorrélation par démodulation en bande de base du signal ultrasonore et interpolation par FFT. *18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*. 27-31 août 2007, Grenoble, 7 pages, CD-ROM proceedings.
- [Abeysekera, 1998] ABEYSEKERA, S. S. (1998). Performance of pulse-pair method of doppler estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 34(2):520–531.
- [Abeysekera, 2006] ABEYSEKERA, S. S. (2006). Efficient frequency estimation using the pulse-pair method at various lags. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 54(9):1542–1546.
- [Allam et Moghaddamjoo, 1995] ALLAM, M. et MOGHADDAMJOO, A. (1995). Two-dimensional dft projection for wideband direction-of-arrival estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43(7):1728–1732.
- [Allam et Greenleaf, 1996] ALLAM, M. E. et GREENLEAF, J. F. (1996). Isomorphism between pulsed-wave doppler ultrasound and direction-of-arrival estimation- part i : Basic principles. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 43(5):911–922.

- [Allam *et al.*, 1996] ALLAM, M. E., KINNICK, R. R. et GREENLEAF, J. F. (1996). Isomorphism between pulsed-wave doppler ultrasound and direction-of-arrival estimation- part ii : Experimental results. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 43(5):923–935.
- [Appell *et al.*, 1991] APPELL, G. F., BASS, P. D. et METCALF, M. A. (1991). Acoustic doppler current profiler performance in near surface and bottom boundaries. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 16(4):390–396.
- [Appell *et al.*, 1985] APPELL, G. F., MERO, T. N., SPRENKE, J. J. et SCHMIDT, D. R. (1985). An intercomparison of two acoustic doppler current profilers. *Oceans*, Vol. 17:723– 730.
- [Barker, 1953] BARKER, R. H. (1953). Group synchronizing of binary digital systems. *Communication Theory*, Academic Press, New York, West Jackson, ed.:273–287.
- [Bassini *et al.*, 1979] BASSINI, M., DOTTI, D., GATTI, E., PIZZOLATI, P. et V., S. (1979). An ultrasonic non-invasive blood flowmeter based on cross-correlation techniques. *Ultrason. Int. Proc.*
- [Benham *et al.*, 1972] BENHAM, F. C., GROGINSKY, H. L. et WORKS, G. (1972). Pulse pair estimation of doppler spectrum parameters. Final report, RAYTHEON COMPANY.
- [Berkowitz, 1965] BERKOWITZ, R. S. (1965). *Modern Radar - Analysis, Evaluation, and System Design*.
- [Bernfeld, 1984] BERNFELD, M. (1984). Chirp doppler radar. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 72:540– 541.
- [Boehmer, 1967] BOEHMER, A. M. (1967). Binary pulse compression codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-13:156–167.
- [Bonnetfous, 1989] BONNEFOUS, O. (1989). Statistical analysis and time correlation processes applied to velocity measurement. *IEEE Ultrasonics Symposium*, Vol. 2:887–892.
- [Bonnetfous et Pesqué, 1986] BONNEFOUS, O. et PESQUÉ, P. (1986). Time domain formulation of pulse-doppler ultrasound and blood velocity estimation by cross correlation. *Ultrasonic Imaging*, 8:73–85.
- [Bonnetfous *et al.*, 1986] BONNEFOUS, O., PESQUÉ, P. et BERNARD, X. (1986). A new velocity estimator for color flow mapping. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 855–860.
- [Bouvet, 1991] BOUVET, M. (1991). *Traitements des signaux pour les systèmes sonar*. Masson et CNET-ENST Collection technique et scientifique des télécommunications. Paris.
- [Brumley *et al.*, 1990] BRUMLEY, B., CABRERA, R., DEINES, K. et TERRAY, E. (1990). Performance of a broadband acoustic doppler current profiler. *Proceedings of the IEEE Fourth Working Conference on Current Measurement*, pages 283–289.

- [Brumley *et al.*, 1996] BRUMLEY, B., DEINES, K., CABRERA, R. et TERRAY, E. (1996). Broad-band acoustic doppler current profiler. U.s. patent number 5483499, Rowe-Deines Instruments, Inc.
- [Brumley *et al.*, 1987] BRUMLEY, B., HEUCHLING, P., KOEHLER, R. et TERRAY, E. (1987). Coded pulse-coherent doppler sonar. *IEEE OCEANS*, Vol. 19:89–92.
- [Brumley *et al.*, 1991] BRUMLEY, B. H., CABRERA, R. G., DEINES, K. L. et TERRAY, E. A. (1991). Performance of a broad-band acoustic doppler current profiler. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 16:402–407.
- [Cabrera *et al.*, 1987] CABRERA, R., DEINES, K., BRUMLEY, B. et TERRAY, E. (1987). Development of a practical coherent acoustic doppler current profiler. *IEEE OCEANS*, Vol. 19:93–97.
- [Carter, 1987] CARTER, G. C. (1987). Coherence and time delay estimation. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 75(2):236–255.
- [Cathignol *et al.*, 1980] CATHIGNOL, D. J., FOURCADE, C. et CHAPELON, J.-Y. (1980). Transcutaneous blood flow measurements using pseudorandom noise doppler system. *IEEE Journal on Biomedical Engineering*, Vol. BME-27(1):30–36.
- [Chereskin et Harding, 1993] CHERESKIN, T. K. et HARDING, A. J. (1993). Modeling the performance of an acoustic doppler current profiler. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 10:41–63.
- [Cochrane et Whitman, 1987] COCHRANE, N. A. et WHITMAN, W. E. (1987). Motion compensation for a shipboard doppler current profiler, considerations and implementations. *Oceans*, Vol. 19:117–122.
- [Coenen et de Vos, 1992] COENEN, A. J. R. M. et de VOS, A. J. (1992). Fft-based interpolation for multipath detection in gps/glonass receivers. *Electronics Letters*, Vol. 28(19):1787 – 1788.
- [Cohen *et al.*, 1989] COHEN, M., BADEN, J. et COHEN, P. (1989). Biphase codes with minimum peak sidelobes. *Proceedings of the 1989 IEEE National Radar Conference*, pages 62–66.
- [Cohen *et al.*, 1990] COHEN, M., FOX, M. et BADEN, J. (1990). Minimum peak sidelobe pulse compression codes. *Record of the IEEE 1990 International Radar Conference*, pages 633–638.
- [Coxson *et al.*, 2001] COXSON, G., HIRSCHL, A. et COHEN, M. (2001). New results on minimum-psl binary codes. *Proceedings of the 2001 IEEE Radar Conference*, pages 153–156.
- [Coxson et Russo, 2005] COXSON, G. et RUSSO, J. (2005). Efficient exhaustive search for optimal-peak-sidelobe binary codes. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 41(1):302–308.
- [Crochiere et Rabiner, 1983] CROCHIERE, R. E. et RABINER, L. R. (1983). *Multirate Digital Signal Processing*. Signal Processing Series. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

- [Darlington, 1949] DARLINGTON, S. (1949). Pulse transmission. *United States Patent*, (2678997):13 pages.
- [Darricau, 1996] DARRICAU, J. (1996). Radars : Concepts et fonctionnalités. *Techniques de l'Ingénieur, traité Télécoms*.
- [Dicke, 1945] DICKE, G. H. (1945). Object detection system. *United States Patent*, (2624876):5 pages.
- [Doisy, 2004] DOISY, Y. (2004). Theoretical accuracy of doppler navigation sonars and acoustic doppler current profiler. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 29(2).
- [Dotti et al., 1976] DOTTI, D., GATTI, E., V., S., UGGE, A. et VIDALI, P. (1976). Blood flow measurements by ultrasound correlation techniques. *Energia Nucleare*, Vol. 23:571 – 575.
- [Embree et O'Brien, 1985] EMBREE, P. et O'BRIEN, W. D. J. (1985). The accurate ultrasonic measurement of the volume flow of blood by time domain correlation. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 963–966.
- [Embree et O'Brien, 1990] EMBREE, P. et O'BRIEN, W. J. (1990). Volumetric blood flow via time-domain correlation : experimental verification. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 37(2):176–189.
- [Ferguson, 1999] FERGUSON, B. G. (1999). Time-delay estimation techniques applied to the acoustic detection of jet aircraft transits. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 106(1):255–264.
- [Ferrara et Algazi, 1991a] FERRARA, K. W. et ALGAZI, V. R. (1991a). A new wideband spread target maximum likelihood estimator for blood velocity estimation - part i : Theory. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 38(1):1–16.
- [Ferrara et Algazi, 1991b] FERRARA, K. W. et ALGAZI, V. R. (1991b). A new wideband spread target maximum likelihood estimator for blood velocity estimation - part ii : Evaluation of estimators with experimental data. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 38(1):17–26.
- [Ferrara et al., 1992] FERRARA, K. W., ALGAZI, V. R. et LIU, J. (1992). The effect of frequency dependent scattering and attenuation on the estimation of blood velocity using ultrasound. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 39(6):754–767.
- [Ferrara et al., 2007] FERRARA, M., KUPFERSCHMID, M. et COXSON, G. (2007). The peak side-lobe distribution for binary codes. *International Waveform Diversity and Design Conference*, pages 141 – 144.
- [Fertner et Sjölund, 1986] FERTNER, A. et SJÖLUND, A. (1986). Comparison of various time delay estimation methods by computer simulation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-34(5):1329–1330.

- [Fischer, 2004] FISCHER, S. (2004). *Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [Fischer *et al.*, 2006] FISCHER, S., SCHMITT, P., ENSMINGER, D., ABDA, F. et PALLARÈS, A. (2006). A new velocity estimation method using spectral identification of noise. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering*, pages 15–18. 12-14 septembre 2006, Zürich, Switzerland.
- [Fischer *et al.*, 2007] FISCHER, S., SCHMITT, P., ENSMINGER, D., ABDA, F. et PALLARÈS, A. (2007). A new velocity estimation method using spectral identification of noise. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 19(3):197–203.
- [Fischer *et al.*, 2004] FISCHER, S., SCHMITT, P. et SCHWALLER, B. (2004). Suppression du bruit par identification en vélocimétrie ultrasonore pulsée. *3<sup>ème</sup> Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, Vol. 1, Instrumentation, aspects fondamentaux. Hermès. 8 pages.
- [Foster *et al.*, 1990] FOSTER, S., EMBREE, P. et O'BRIEN, W. D. J. (1990). Flow velocity profile via time-domain correlation : Error analysis and computer simulation. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 37(2):164–175.
- [Franca et Lemmin, 2006] FRANCA, M. J. et LEMMIN, U. (2006). Eliminating velocity aliasing in acoustic doppler velocity profiler data. *Measurements and Science Technology*, vol. 17(2):313–322.
- [François *et al.*, 2008] FRANÇOIS, P., ABDA, F., ENSMINGER, D., LARRARTE, F., PALLARÈS, A. et SCHMITT, P. (2008). In situ comparison of velocity and concentration measurements techniques. *11th International Conference on Urban Drainage*. 31 aug.-5 sep. 2008, Edinburgh, CD-ROM Proceedings.
- [Garbini *et al.*, 1982a] GARBINI, J. L., FORSTER, F. K. et JORGENSEN, J. E. (1982a). Measurement of fluid turbulence based on pulsed ultrasound techniques. part 1. analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 118:445–470.
- [Garbini *et al.*, 1982b] GARBINI, J. L., FORSTER, F. K. et JORGENSEN, J. E. (1982b). Measurement of fluid turbulence based on pulsed ultrasound techniques. part 2. experimental investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 118:471–505.
- [Giovannelli *et al.*, 1994] GIOVANNELLI, J.-F., IDIER, J., QUERLEUX, B., HERMENT, A. et DEMOMENT, G. (1994). Maximum likelihood and maximum a posteriori estimation of gaussian spectra. application to attenuation measurements and color doppler velocimetry. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1721–1726.
- [Girardin-Gondeau *et al.*, 1991] GIRARDIN-GONDEAU, J., BAUDIN, F. et TESTUD, J. (1991). Comparison of coded waveforms for an airborne meteorological doppler radar. *American Meteorological Society*, Vol. 8(2):234–246.

- [Gran et Jensen, 2006] GRAN, F. et JENSEN, J. (2006). Designing non-linear frequency modulated signals for medical ultrasound imaging. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1714 – 1717.
- [Gran et Jensen, 2007] GRAN, F. et JENSEN, J. (2007). Designing waveforms for temporal encoding using a frequency sampling method. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 54(10):2070–2081.
- [Gran et al., 2008] GRAN, F., UDESEN, J., NIELSEN, M. B. et JENSEN, J. (2008). Coded ultrasound for blood flow estimation using subband processing. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 55(10):2211–2220.
- [Guyon et al., 2001] GUYON, E., HULIN, J.-P. et PETIT, L. (2001). *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences, CNRS Éditions.
- [Hansen, 1985] HANSEN, D. S. (1985). Asymptotic performance of a pulse-to-pulse incoherent doppler sonar in an oceanic environment. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, AE-10:144–158.
- [Hansen, 1986] HANSEN, D. S. (1986). Design and calibration issues for current profiling systems : High-frequency volumetric backscattering in an oceanic environment. *IEEE Third Working Conference on Current Measurement*, pages 191–202.
- [Haykin, 1994] HAYKIN, S. (1994). *Communication systems 3<sup>rd</sup> Edition*.
- [Hein, 2004] HEIN, A. (2004). *Processing of SAR Data : Fundamentals, Signal Processing, Interferometry*.
- [Hein et O'Brien, 1993] HEIN, I. et O'BRIEN, W. D. J. (1993). Current time-domain methods for assessing tissue motion by analysis from reflected ultrasound echoes - a review. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 40(2):84–102.
- [Hein et al., 1989] HEIN, I. A., SUORSA, V., ZACHARY, J., FISH, R., CHEN, J., JENKINS, W. K. et O'BRIEN, W. D. J. (1989). Accurate and precise measurement of blood flow using ultrasound time domain correlation. *IEEE Ultrasonics Symposium*, Vol. 2:881–886.
- [Hole et al., 1992] HOLE, S. K., WOODWARD, B. et FORSYTHE, W. (1992). Design constraints and error analysis of the temporal correlation log. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 17(3):269–279.
- [Hurther, 1995] HURTHER, D. (1995). Conception d'un vélocimètre à ultrasons pulsés. Mémoire de D.E.A., Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [Hüttmann, 1940] HÜTTMANN, E. (1940). Verfahren zur entfernungsmessung. *Brevet allemand*, (768068):4 pages.
- [Idier (sous la direction de), 2001] Idier (sous la direction de), J. (2001). *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*. Hermès Science Publications.

- [Jaafar, 2006] JAAFAR, W. (2006). *Étude des champs de vitesse dans les effluents des réseaux d'assainissement : Expérimentation et simulation numérique*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [Jacovitti et Scarano, 1993] JACOVITTI, G. et SCARANO, G. (1993). Discrete time techniques for time delay estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 41(2):525–533.
- [Jourdain et Henrioux, 1991] JOURDAIN, G. et HENRIOUX, J. P. (1991). Use of large bandwidth-duration binary phase shift keying signals in target delay doppler measurements. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 90(1):299–309.
- [Kasai et al., 1985] KASAI, C., NAMEKAWA, K., KOYANO, A. et OMOTO, R. (1985). Real-time two-dimensional blood flow imaging using an autocorrelation technique. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. SU-32(3):458–464.
- [Kay, 1988] KAY, S. M. (1988). *Modern Spectral Estimation*. Signal Processing Series. Englewood Cliffs, New Jersey 07632.
- [Kerdock et al., 1986] KERDOCK, A. M., MAYER, R. et BASS, D. (1986). Longest binary pulse compression codes with given peak sidelobe levels. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 74:366.
- [Kervern, 1990] KERVERN, G. (1990). Some limits set by the propagation medium to pulse compression in hf sonar. *OCEANS '90. 'Engineering in the Ocean Environment'. Conference Proceedings*, pages 135–139.
- [Kervern, 1997] KERVERN, G. (1997). Recherche de codes optimaux en courantométrie doppler sous-marine large bande. *Seizième Colloque GRETSI*, pages 809–812.
- [Lai et al., 1997] LAI, X., TORP, H. et KRISTOFFERSEN, K. (1997). An extended autocorrelation method for estimation of blood velocity. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 44(6):1332–1342.
- [Lai et Trop, 1999] LAI, X. et TROP, H. (1999). Interpolation methods for time-delay estimation using cross-correlation method for blood velocity measurement. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 46(2):277–290.
- [Lank et al., 1973] LANK, G. W., REED, I. S. et POLLON, G. E. (1973). A semicoherent detection and doppler estimation statistic. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-9(2):151–165.
- [Le chevalier, 1989] LE CHEVALIER, F. (1989). *Principes des traitement des signaux radar et sonar*. CNET-ENST Collection technique et scientifique des télécommunications, Masson.
- [Lenoble, 2001] LENOBLE, J.-P. (2001). Mesures géophysiques en mer. *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*.
- [Lhermitte, 1981] LHERMITTE, R. (1981). Observations of water flow with high resolution doppler sonar. *Geophysical Research Letters*, 8(2):155–158.

- [Lhermitte, 1983] LHERMITTE, R. (1983). Doppler sonar observation of tidal flow. *Journal of Geophysical Research*, 88(1):725–742.
- [Lhermitte et Poor, 1983] LHERMITTE, R. et POOR, H. (1983). Multi-beam doppler sonar observation of tidal flow turbulence. *Geophysical Research Letters*, 10(8):717–720.
- [Lhermitte et Serafin, 1984] LHERMITTE, R. et SERAFIN, R. (1984). Pulse-to-pulse coherent doppler sonar signal processing techniques. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 1(4):293–308.
- [Loupas et Gill, 1994] LOUPAS, T. et GILL, R. W. (1994). Multifrequency doppler : Improving the quality of spectral estimation by making full use of the information present in the back-scattered rf echoes. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 41(4):522–531.
- [Loupas *et al.*, 1995a] LOUPAS, T., PETERSON, R. B. et GILL, R. W. (1995a). Experimental evaluation of velocity and power estimation for ultrasound blood flow imaging, by means of a two-dimensional autocorrelation approach. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 42(4):689–699.
- [Loupas *et al.*, 1995b] LOUPAS, T., POWERS, J. T. et GILL, R. W. (1995b). An axial velocity estimator for ultrasound blood flow imaging, based on a full evaluation of the doppler equation by means of a two-dimensional autocorrelation approach. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 42(4):672–688.
- [Marple Jr., 1999a] MARPLE JR., S. L. (1999a). Computing the discrete-time "analytic" signal via fft. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47(9):2600–2603.
- [Marple Jr., 1999b] MARPLE JR., S. L. (1999b). Estimating group delay and phase delay via discrete-time "analytic" cross-correlation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47(9):2604.
- [Miller et Rochwarger, 1970a] MILLER, K. S. et ROCHWARGER, M. M. (1970a). Estimation of spectral moments of time series. *Biometrika*, Vol. 57(3):513–517.
- [Miller et Rochwarger, 1970b] MILLER, K. S. et ROCHWARGER, M. M. (1970b). On estimating spectral moments in the presence of colored noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-16(3):303–309.
- [Miller et Rochwarger, 1972] MILLER, K. S. et ROCHWARGER, M. M. (1972). A covariance approach to spectral moment estimation. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-18:588–596.
- [Misaridis et Jensen, 1999] MISARIDIS, T. X. et JENSEN, J. (1999). An effective coded excitation scheme based on a predistorted fm signal and an optimized digital filter. *IEEE Ultrasonics Symposium*, Vol. 2:1589–1593.

- [Moddemeijer, 1991] MODDEMEIJER, R. (1991). On the determination of the position of extrema of sampled correlators. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 39(1):216–219.
- [Newhouse et Amir, 1983] NEWHOUSE, V. L. et AMIR, I. (1983). Time dilatation and inversion properties and the output spectrum of pulsed doppler flowmeters. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. 30(3):174–179.
- [Nikoonahad et Sivers, 1991] NIKOONAHAD, M. et SIVERS, E. A. (1991). Ultrasound high velocity flow correlation measurement using coded pulses. *United States Patent*, (5224482):13 pages.
- [Nunn et Coxson, 2008] NUNN, C. et COXSON, G. E. (2008). Efficient exhaustive search for optimal-peak-sidelobe binary codes. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 44(1):392 – 395.
- [Oppenheim *et al.*, 1997] OPPENHEIM, A. V., WILLSKY, A. S. et NAWAB, S. H. (1997). *Signals and Systems, 2<sup>nd</sup> edition*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- [Ottersten et Kailath, 1990] OTTERSTEN, B. et KAILATH, T. (1990). Direction-of-arrival estimation for wide-band signals using the esprit algorithm. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 38(2):317–327.
- [Pallarès *et al.*, 2007a] PALLARÈS, A., ABDA, F., AZBAID, A., ENSMINGER, D., FISCHER, S., FRANÇOIS, P. et SCHMITT, P. (2007a). Instrumental development for velocity and sediment concentration measurements. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference and Exhibition on Underwater Acoustic Measurements : Technologies and Results*, pages 1079–1084. 25-29 june 2007, IACM-FORTH, Heraklion-Greece.
- [Pallarès *et al.*, 2007b] PALLARÈS, A., ABDA, F., AZBAID, A., ENSMINGER, D., FISCHER, S., FRANÇOIS, P. et SCHMITT, P. (2007b). Ultrasonic device development for sewage velocity and sediment concentration measurements. *19th International Congress on Acoustics*. 2-7 september 2007, Madrid, CD-ROM Proceedings.
- [Pallarès *et al.*, 2008] PALLARÈS, A., ABDA, F., AZBAID, A., ENSMINGER, D., FISCHER, S., FRANÇOIS, P. et SCHMITT, P. (2008). Ultrasonic device for real time sewage velocity and suspended particles concentration measurements. *11th International Conference on Urban Drainage*. 31 aug.-5 sep. 2008, Edinburgh, CD-ROM Proceedings.
- [Pallarès *et al.*, 2009] PALLARÈS, A., ABDA, F., AZBAID, A., ENSMINGER, D., FISCHER, S., FRANÇOIS, P. et SCHMITT, P. (2009). Ultrasonic device for real time sewage velocity and suspended particles concentration measurements. *Water Science and Technology*, Vol.60(1):117–125.
- [Pallarès *et al.*, 2006] PALLARÈS, A., FRANÇOIS, P., AZBAID, A., SCHMITT, P., FISCHER, S. et ABDA, F. (2006). Acoustic characterization of sewage effluents. *Proceedings of the 8<sup>th</sup> Congrès Français d’Acoustique*. 24-27 Avril 2006, Tours.

- [Papoulis, 1983] PAPOULIS, A. (1983). Random modulation : A review. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-31:96–105.
- [Papoulis, 1991] PAPOULIS, A. (1991). *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, Inc., New York, 3<sup>rd</sup> édition.
- [Pinkel, 1979] PINKEL, R. (1979). Observations of strongly nonlinear internal motion in the open sea using a range-gated doppler sonar. *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 9(4):675–686.
- [Pinkel *et al.*, 1993] PINKEL, R., MERRIFIELD, M. et SMITH, J. A. (1993). Recent developpement in doppler sonar technology. *OCEANS '93. 'Engineering in Harmony with Ocean'*, Vol. 1:I282–I286.
- [Pinkel *et al.*, 1995] PINKEL, R., MERRIFIELD, M., SMITH, J. A. et RAMM, H. (1995). Advances in doppler sonar technology. *Proceedings of the IEEE Fifth Working Conference on Current Measurement*, pages 37–41.
- [Pinkel et Smith, 1992] PINKEL, R. et SMITH, J. A. (1992). Repeat-sequence coding for improved precision of doppler sonar and sodar. *American Meteorological Society*, pages 149–163.
- [Pinton *et al.*, 2006] PINTON, G. F., DAHL, J. J. et TRAHEY, G. E. (2006). Rapid tracking of small displacements with ultrasound. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 53(6):1103–1117.
- [Plueddemann et Pinkel, 1991] PLUEDDEMANN, A. J. et PINKEL, R. (1991). Biasing of the covariance-based spectral mean estimator in the presence of band-limited noise. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 8(1):172–178.
- [Richard et Heinrich, 2004] RICHARD, A. et HEINRICH, C. (2004). Modélisation statistique du signal. Cours du DEA Contrôle, Signaux et Communications.
- [Rowe *et al.*, 1986] ROWE, F. D., DEINES, K. L. et GORDON, R. L. (1986). High resolution current profiler. *Proceedings of the 1986 IEEE Third Working Conference on Current Measurement*, pages 184–189.
- [Rowe et Young, 1979] ROWE, F. D. et YOUNG, J. W. (1979). An ocean current profiler using doppler sonar. *Oceans*, 11:292–297.
- [Roy *et al.*, 1986] ROY, R., PAULRAJ, A. et KAILATH, T. (1986). Esprit - a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-34(5):1340–1342.
- [Rummler, 1968a] RUMMLER, W. D. (1968a). Accuracy of spectral width estimators using pulse pair waveforms. Rapport technique, Rep. MM-68-4121-14, Bell Telephone Laboratories, Whippany, N. J.
- [Rummler, 1968b] RUMMLER, W. D. (1968b). Introduction of a new estimator for velocity spectral parameters. unclassified, Rep. MM-68-4121-5, Bell Telephone Laboratories, Whippany, N. J.

- [Rummler, 1968c] RUMMLER, W. D. (1968c). Two-pulse spectral measurements. Rapport technique, Rep. MM-68-4121-15, Bell Telephone Laboratories, Whippany, N. J.
- [Schlaikjer et Jensen, 2001] SCHLAIKJER, M. et JENSEN, J. (2001). A new maximum likelihood blood velocity estimator incorporating spatial and temporal correlation. *IEEE Ultrasonics Symposium*, Vol. 2:1433–1437.
- [Schlaikjer et Jensen, 2004] SCHLAIKJER, M. et JENSEN, J. (2004). Maximum likelihood blood velocity estimator incorporating properties of flow physics. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 51(1):80–92.
- [Schmidt, 1986] SCHMIDT, R. O. (1986). Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. AP-34(3):276–280.
- [Schmitt *et al.*, 2009] SCHMITT, P., ABDA, F., FISCHER, S. et PALLARÈS, A. (2009). Utilisation de l’effet doppler dans la mesure par ultrasons pulsés de profils de vitesses. *La Houille Blanche*, (3):108–114.
- [Schmitt *et al.*, 2008] SCHMITT, P., FISCHER, S., ENSMINGER, D., PALLARÈS, A., ABDA, F. et FRANÇOIS, P. (2008). Instrumental development and characterization for loaded liquid flow measurement. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering*, pages 151–154. 9-11 septembre 2008, Prague, Czech Republic.
- [Schmitt *et al.*, 2007a] SCHMITT, P., FRANÇOIS, P., FISCHER, S., PALLARÈS, A., ENSMINGER, D., AZBAID, A. et ABDA, F. (2007a). Fluxmètre à ultrasons. *18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*. 27-31 août 2007, Grenoble, 8 pages, CD-ROM proceedings.
- [Schmitt *et al.*, 2007b] SCHMITT, P., FRANÇOIS, P., FISCHER, S., PALLARÈS, A., ENSMINGER, D., AZBAID, A. et ABDA, F. (2007b). Fluxmètre à ultrasons. *4<sup>ème</sup> Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, pages 175–182. 17-19 octobre 2007, Nancy Université. Hemès Science.
- [Schoeberlein *et al.*, 1991] SCHOEBERLEIN, H. C., BAKER, M. A. et FETTER, J. E. (1991). Comparison of broad-band acoustic doppler current profiler performance with theoretical predictions. *OCEANS 91 : ocean technologies and opportunities in the Pacific for the 90’s*.
- [Siebert, 1956] SIEBERT, W. (1956). A radar detection philosophy. *IRE Transactions on Information Theory*, Vol. 2(3):204 – 221.
- [Sirmans et Bumgarner, 1975] SIRMANS, D. et BUMGARNER, B. (1975). Numerical comparison of five mean frequency estimators. *Journal of Applied Meteorology*, 14(6):991–1003.
- [Smith, 1989] SMITH, J. A. (1989). Doppler sonar and surface waves : Range and resolution. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 6(4):680–696.
- [Smith et Pinkel, 1991] SMITH, J. A. et PINKEL, R. (1991). Improvement of doppler estimation through repeat-sequence coding. *OCEANS ’91*, Vol. 2(1):977–984.

- [Takeda, 1986] TAKEDA, Y. (1986). Velocity profile measurement by ultrasound doppler shift method. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 7(4):313–318.
- [Takeda, 1995] TAKEDA, Y. (1995). Velocity profile measurement by ultrasonic doppler method. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 10(4):444–453.
- [Theriault, 1983] THERIAULT, K. B. (1983). Lower bounds on pulsed-doppler current profiler accuracy. *International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, ICASSP*, pages 985–988.
- [Theriault, 1986a] THERIAULT, K. B. (1986a). Incoherent multibeam doppler current profiler performance : Part i - estimate variance. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, OE-11(1):7–15.
- [Theriault, 1986b] THERIAULT, K. B. (1986b). Incoherent multibeam doppler current profiler performance : Part ii - spatial response. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, OE-11(1):16–25.
- [Thorne et Hanes, 2002] THORNE, P. D. et HANES, D. M. (2002). A review of acoustic measurements of small-scale sediment processes. *Continental Shelf Research*, Vol. 22(4):603–632.
- [Thorne et al., 1993] THORNE, P. D., HARDCASTLE, P. J. et SOULSBY, R. L. (1993). Analysis of acoustic measurements of suspended sediments. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98(1):899–910.
- [Tikhonov et Arsénine, 1974] TIKHONOV, A. et ARSÉNINE, V. (1974). *Méthodes de Résolution de Problèmes Mal Posés*. Editions Mir, 1976.
- [Torp et al., 1993] TORP, H., LAI, X. et KRISTOFFERSEN, K. (1993). Comparison between cross-correlation and auto-correlation technique in color flow imaging. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1039–1042.
- [Trevorrow et Farmer, 1992] TREVORROW, M. V. et FARMER, D. M. (1992). The use of barker codes in doppler sonar measurements. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 9(5): 699–704.
- [Turyn, 1968] TURYN, R. (1968). Sequences with small correlation. *Error Correcting Codes*, Henry B. Mann, Ed., New York:195–228.
- [Urick, 1975] URICK, R. J. (1975). *Principles of Underwater Sound - Second Edition*. New York.
- [Vaitkus et Cobbold, 1998] VAITKUS, P. J. et COBBOLD, R. S. C. (1998). A new time-domain narrowband velocity estimation technique for doppler ultrasound flow imaging. part i : Theory. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 45(4):939–954.
- [Vaitkus et al., 1998] VAITKUS, P. J., COBBOLD, R. S. C. et JOHNSTON, K. W. (1998). A new time-domain narrowband velocity estimation technique for doppler ultrasound flow imaging.

- part ii : Comparative performance assessment. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 45(4):955–971.
- [Van Trees, 2001a] VAN TREES, H. (2001a). *Detection, Estimation and Modulation Theory, Part I. Detection, Estimation and Linear Modulation Theory*. New York.
- [Van Trees, 2001b] VAN TREES, H. (2001b). *Detection, Estimation and Modulation Theory, Part III. Radar-Sonar Processing and Gaussian Signals in Noise*. New York.
- [Viola et Walker, 2003] VIOLA, F. et WALKER, W. F. (2003). A comparison of the performance of time-delay estimators in medical ultrasound. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 50(4):392–401.
- [Viola et Walker, 2005] VIOLA, F. et WALKER, W. F. (2005). A spline-based algorithm for continuous time-delay estimation using sampled data. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 52(1):80–93.
- [Vogt et al., 2007] VOGT, M. A., BRUMLEY, B. H. et ROWE, F. D. (2007). System and method for acoustic doppler velocity processing with a phased array transducer. *International Patent Application No. : PCT/US2007/079782*.
- [Voulgaris et Trowbridge, 1998] VOULGARIS, G. et TROWBRIDGE, J. H. (1998). Evaluation of the acoustic doppler velocimeter (adv) for turbulence measurements. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 15(1):272–289.
- [Waite et Belcher, 1985] WAITE, J. W. et BELCHER, O. (1985). Sonar detection of riverine fish using the pulse pair covariance doppler frequency estimator. *Oceans*, 17:700–706.
- [Walker et Trahey, 1994] WALKER, W. F. et TRAHEY, G. E. (1994). A fundamental limit on the performance of correlation based phase correction and flow estimation techniques. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 41(5):644–654.
- [Walker et Trahey, 1995] WALKER, W. F. et TRAHEY, G. E. (1995). A fundamental limit on delay estimation using partially correlated speckle signals. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 42(2):301–308.
- [Weidong, 1997] WEIDONG, S. (1997). *An Acoustic Instantaneous Sediment Flux Profiler for Turbulent Flow*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [Weinstein et Weiss, 1984] WEINSTEIN, E. et WEISS, A. J. (1984). Fundamental limitations in passive time delay estimation - part ii : Wide-band systems. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-32(5):1064–1078.
- [Weiss et Weinstein, 1983] WEISS, A. J. et WEINSTEIN, E. (1983). Fundamental limitations in passive time delay estimation - part i : Narrow-band systems. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-31(2):472–486.

- [Weiss, 1994] WEISS, L. (1994). Wavelets and wideband correlation processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, pages 13–32.
- [Weisstein, 2009] WEISSTEIN, E. W. (2009). <http://mathworld.wolfram.com/TensorTrace.html>.
- [Wikipedia, 2009] WIKIPEDIA (2009). [Multivariate normal distribution](#).
- [Wikiversité, 2009] WIKIVERSITÉ (2009). <http://fr.wikiversity.org/wiki/Matrice/Trace>.
- [Wilhjelm et Pedersen, 1989] WILHJELM, J. E. et PEDERSEN, P. C. (1989). Coherent fm doppler system. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 903–906.
- [Wilhjelm et Pedersen, 1990] WILHJELM, J. E. et PEDERSEN, P. C. (1990). Fm doppler systems - experimental results. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1553–1556.
- [Wilhjelm et Pedersen, 1993a] WILHJELM, J. E. et PEDERSEN, P. C. (1993a). Target velocity estimation with fm and pw echo ranging doppler systems - part i : Signal analysis. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 40(4):366–372.
- [Wilhjelm et Pedersen, 1993b] WILHJELM, J. E. et PEDERSEN, P. C. (1993b). Target velocity estimation with fm and pw echo ranging doppler systems - part ii : Systems analysis. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 40(4):373–380.
- [Wilhjelm et Pedersen, 1996] WILHJELM, J. E. et PEDERSEN, P. C. (1996). Analytical and experimental comparisons between the frequency-modulated-frequency-shift measurement and the pulsed-wave-time-shift measurement doppler systems. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 100(6):3957–3970.
- [Williams, 1973] WILLIAMS, R. A. (1973). Optimum choice of pulse pair spacing. *Proceedings of the IEEE*.
- [Woodward, 1953] WOODWARD, P. M. (1953). *Probability and Information Theory, with Applications to Radar*. PERGAMON SCIENCE SERIES - Electronics and Waves Series. LONDON.
- [Yu *et al.*, 2006] YU, A. C. H., STEINMAN, A. H. et COBBOLD, R. S. C. (2006). Transit-time broadening in pulsed doppler ultrasound : A generalized amplitude modulation model. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 53(3).
- [Zhao *et al.*, 2007] ZHAO, H., MO, L. Y. L. et GAO, S. (2007). Barker-coded ultrasound color flow imaging : Theoretical and practical design considerations. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 54(2):319–331.
- [Zhu *et al.*, 1997] ZHU, W.-Q., WANG, C.-H., PAN, F., ZHU, M. et ZHANG, X.-J. (1997). Spectral estimate in adcp. *OCEANS '97. MTS/IEEE Conference Proceedings*, Vol. 1:297–301.
- [Zrnic, 1977] ZRNIC, D. S. (1977). Spectral moment estimates from correlated pulse pairs. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-13(4):344–354.
- [Zrnic, 1979] ZRNIC, D. S. (1979). Estimation of spectral moments for weather echoes. *IEEE Transactions on Geoscience Electronics*, GE-17(4):113–128.

- 
- [Zrnic, 1983] ZRNIC, D. S. (1983). Practical algorithms for mean velocity estimation in pulse doppler weather radars using a small number of samples. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-21(4):491–501.