

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Strasbourg

Ecole Doctorale :	Mathématiques, sciences de l'information et de l'ingénieur
Discipline :	Electronique, électrotechnique, automatique
Spécialité :	Traitement du signal

par

Steven LE CAM

Analyse temps/fréquence pour l'identification de signatures pulmonaires par modèles de Markov cachés

Soutenue publiquement le 27 novembre 2009

Membres du jury :

Directeur de thèse :	M. Christophe COLLET	Professeur, LSIIT, Univ. De Strasbourg
Rapporteur externe :	M. Wojciech PIECZYNSKI	Professeur, Telecom SuDParis, Evry
Rapporteur externe :	M. Lotfi SENHADJI	Professeur, LTSI, Univ. de Rennes I
Examinateur :	M. Jérôme IDIER	DR, IRCCyN, Nantes
Examinateur :	M. Fabien SALZENSTEIN	MdC, InESS, Univ. De Strasbourg
Invité:	M. Emmanuel ANDRÈS	PUPH, Hôpitaux Univ. de Strasbourg

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu Christophe Collet, mon directeur de thèse, pour son encadrement et son soutien indéfectible au cours de mon stage de master recherche, puis tout au long de ma thèse.

J'adresse également mes remerciements à Fabien Salzenstein pour toutes les discussions scientifiques qui ont contribué à former ma vision et mon approche de la Recherche.

Je remercie mes rapporteurs, Wojciech Pieczynski ainsi que Lotfi Senhadji, d'avoir accepté la lourde tâche de rapporteur et d'avoir prêté une attention soutenue à mon manuscrit. Je remercie Jérôme Idier d'avoir présidé avec brio et maestria mon jury de thèse.

J'exprime ma plus sincère gratitude à Ernest Hirsch pour m'avoir aidé à franchir le dédale administratif menant à la soutenance de thèse.

Mes pensées vont également vers l'ensemble des personnes avec qui j'ai partagé mes premières années de recherche au sein du LSIIT : Stéphanie, Farid, Matthieu, Sylvain, Vincent, François, Vincent, Benjamin, Swati, Giorgos, Etienne, Yann, Stan. Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers Slim qui a financé et animé mes pauses-café deux années durant.

Je suis infiniment redevable de mes amis qui m'ont soutenu jusqu'aux heures les plus avancées dans mes pérégrinations scientifiques : Etienne, Romain, Touff', Solène, Gab's, Lulu, Lulu, Benji, Joachon, Suzim, Grégory, Benjamin, Daniela, Augustin. Mes plus vifs remerciements vont à ma compagne Jeanne pour son exemple de ténacité, pour son moral inébranlable, pour ses idoines corrections et pour sa fameuse poule au pot.

Je termine en remerciement tout particulièrement mes parents et mes sœurs pour leur soutien et leur confiance tout au long de mes études.

Sommaire

In	trod	uction	générale	1		
	1) O	bjectifs	et contenu de la Thèse	1		
	2) C	ontexte	e de la Thèse	4		
1	Sém	niologie	e pulmonaire et caractérisation temps/échelle	13		
	1.1	Sémio	ogie pulmonaire	14		
		1.1.1	Nécessité d'une sémantique validée	14		
		1.1.2	Qualification et sémiologie des sons pulmonaires	15		
			1.1.2.1 Les sons respiratoires normaux	15		
			1.1.2.2 Les sons respiratoires adventices	16		
	1.2	Etat d	e l'existant et positionnement de nos travaux	18		
		1.2.1	Le projet CORSA	18		
		1.2.2	Techniques d'analyse	19		
			1.2.2.1 Analyse temps/fréquence	20		
			1.2.2.2 Spectre de puissance	20		
			1.2.2.3 Analyse temps/échelle	21		
		1.2.3	Positionnement de nos recherches	21		
	1.3	Analys	se multirésolution et Paquets d'Ondelettes	22		
		1.3.1	Localisation Temps/Fréquence	22		
		1.3.2	Pavage du plan temps/fréquence	24		
			1.3.2.1 Approche temps/fréquence	24		
			1.3.2.2 Approche temps/échelle	25		
		1.3.3	Paquets d'ondelettes	26		
			1.3.3.1 Décomposition en paquets d'ondelettes	26		
			1.3.3.2 Choix d'une base	27		
			1.3.3.3 Propriétés des paquets d'ondelettes	27		
	1.4	Modél	isation temps/échelle des sons pulmonaires	29		
		1.4.1	Caractérisation temps/échelle des phases de la respiration	29		
		1.4.2	Caractérisation temps/échelle des sons adventices	30		
		1.4.3	Modélisation des coefficients de paquet d'ondelettes	32		
			1.4.3.1 Phase de la respiration et loi du χ^2	32		
			1.4.3.2 Modélisation par mélange de gaussiennes	34		
			1.4.3.3 Modélisation par gaussiennes généralisées	35		
	1.5	Conclu	nclusion $\ldots \ldots 37$			

2	Modèles de Markov		
	2.1	Chaînes de Markov	40
		2.1.1 Modélisation du processus couple $Z = (X, Y)$	41
		2.1.1.1 Chaîne de Markov couple	41
		2.1.1.2 Chaîne de Markov cachée	43
		2.1.2 Chaîne de Markov Triplet	45
		2.1.2.1 Chaînes de Markov Triplet et non stationnarité	45
		2.1.2.2 Chaînes de Markov Triplet et chaînes semi-markoviennes	46
	2.2	Arbres de Markov	48
		2.2.1 Modélisation de Z dans le cas des arbres de Markov	48
		2.2.2 Arbre Dyadique	49
	2.3	Estimation des paramètres dans les modèles de Markov	51
		2.3.1 Algorithme d'estimation fréquentiste	51
		2.3.2 Application des méthodes EM et SEM	52
		2.3.2.1 Inférence sur les chaînes de Markov cachées et triplet	52
		2.3.2.2 Estimation EM	53
		2.3.2.3 Estimation SEM	54
	2.4	Conclusion	55
3	\mathbf{Seg}	mentation de sons pulmonaires en phases respiratoires	57
	3.1	Conditionnement de signaux pulmonaires	58
		3.1.1 Enjeu de la détection des phases	58
		3.1.2 A priori sémiologique	59
		3.1.3 Fonction de vraisemblance	60
		3.1.3.1 Loi du χ^2 et énergie des coefficients de paquets d'ondelettes	60
		3.1.3.2 Réestimation des paramètres de la fonction F_{obs}	61
		3.1.3.3 Mélange de gaussiennes et coefficients de paquets d'ondelettes	62
		3.1.4 Énoncé du problème de détection des phases	63
	3.2	Initialisation basée sur l'heuristique sémiologique	63
		3.2.1 Initialisation de l' <i>a priori</i> θ_L	63
		3.2.2 Initialisation des paramètres de vraisemblance θ_F	64
	3.3	Algorithmes de segmentation en phases respiratoires	65
		3.3.1 Segmentation par le maximum de vraisemblance	65
		3.3.2 Segmentation par modèle CMC-BI	66
		3.3.3 Segmentation par modèle CMT-BI	69
	3.4	Résultats	72
	3.5	Conclusion	77
4	Dét	ection d'anormalités dans les sons respiratoires	79
	4.1	Méthodologie pour le traitement des sons respiratoires	80
		4.1.1 Approche coopérative pour l'étude de signaux pulmonaires	80
		4.1.2 Vers une classification floue des sons pathologiques	82
		4.1.3 Extraction de paramètres pour la caractérisation des anormalités	83
	4.2	Recalage des phases de la respiration	83
		4.2.1 Méthodes d'interpolation	83
		4.2.1.1 Splines polynomiaux, splines cubiques	84
		4.2.1.2 Interpolation par les splines cubiques	85

\mathbf{A}	A Protocoles d'acquisitions 151				
P	ublic	ations			149
C	onclu	sion générale			145
	5.5	Conclusion .		• •	. 143
		5.4.2 Analyse	e de signaux reels	• •	. 127
		5.4.1.2	Commentaires	• •	. 126
		5.4.1.1	Simulation du graphe global		. 126
		5.4.1 Validat	ion sur signaux synthétiques	• •	. 126
	5.4	Résultats sur d	les signaux synthétiques et réels		. 126
	<u> </u>	5.3.2.2	Estimation des paramètres du modèle AMCwp-BI		. 124
		5.3.2.1	Initialisation des paramètres		. 124
		5.3.2 Estimat	tion des paramètres	• •	. 123
		5.3.1 Probab	ilités a posteriori		. 122
	5.3	Inférence sur le	e modèle AMCwp-BI		. 122
		5.2.3 Hypoth	lèses markoviennes		. 120
		5.2.2 Graphe	e global et sous-arbres de dépendance		. 118
		5.2.1 Décomp	position en paquets d'ondelettes et dépendances induites		. 116
	5.2	Arbres de Mar	kov et décomposition en paquets d'ondelettes		. 116
	5.1	Approches pou	ur la détection de sons transitoires $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$. 115
5	\mathbf{Arb}	res de Marko	v pour l'analyse de données multi-échelles		113
	4.5	Conclusion .			. 112
	4 5	4.4.3.2	Resultats sur des signaux réels		. 98
		4.4.3.1	Resultats sur des signaux synthétiques	• •	. 96
		4.4.3 Résulta	ts	• •	. 96
		4.4.2.2	Estimation des paramètres par la méthode ICE		. 95
		4.4.2.1	Initialisation des paramètres		. 94
		4.4.2 Estimat	tion des paramètres	• •	. 94
		4.4.1.2	Spécifications sur le modèle		. 93
		4.4.1.1	Objectifs		. 92
		4.4.1 Modélis	sation adoptée et application		. 92
	4.4	Analyse multiv	variée pour la détection d'anormalités continues		. 91
		4.3.3.3	Densité jointe de la loi gaussienne généralisée multivariée		. 91
		4.3.3.2	La copule gaussienne		. 91
		4.3.3.1	Densité d'une copule		. 90
		4.3.3 La théo	prie des copules		. 90
		4.3.2 Technic	ques de décorrélation		. 89
	4.3.1 Indépendance des observations				. 88
	4.3 Lois gaussiennes généralisées multivariées $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$. 88	
		4.2.2 Effet du	u recalage sur les coefficients de paquets d'ondelettes		. 87

В	Analyse multirésolution et inférence bayésienne 159			159	
	B.1	Ondele	lelettes et analyse multirésolution		
		B.1.1	1 Transformée en ondelettes continue		
		B.1.2 Transformée en ondelettes discrète			
		B.1.3	Analyse multirésolution	. 162	
		B.1.4	Transformée en ondelettes rapide	. 163	
	B.2	Théori	ie Bayésienne pour les problèmes inverses	. 164	
		B.2.1	Problèmes inverses et problèmes mal posés	. 164	
		B.2.2	Régularisation bayésienne	. 165	
	B.3	Éléme	nt de théorie des graphes	. 168	
		B.3.1	Graphes de dépendance et condition d'indépendance	. 168	
			B.3.1.1 Graphes non orientés	. 168	
			B.3.1.2 Graphes orientés	. 170	
		B.3.2	Lecture Markovienne du graphe de dépendance	. 171	
			B.3.2.1 propriétés Markoviennes pour les graphes non-orientés	. 171	
			B.3.2.2 Cas des graphes orientés	. 172	
		B.3.3	Manipulation des graphes non orientés	. 173	
		B.3.4	Inférence sur les graphes	. 175	
			B.3.4.1 Méthodes d'Inférence exactes	. 175	
			B.3.4.2 Méthodes d'Inférence approximatives	. 178	
	B.4	Algori	thmes d'estimation des paramètres	. 179	
		B.4.1	Principe de l'EM	. 179	
		B.4.2	L'algorithme SEM	. 180	
		B.4.3	L'algorithme ICE	. 181	
	B.5	Calcul	des lois <i>a posteriori</i> sur le modèle AMCwp-BI	. 183	
		B.5.1	Passe descendante :	. 183	
		B.5.2	Passe ascendante :	. 185	
		B.5.3	Calcul des lois a posteriori :	. 185	
С	Ext	raction	n de paramètres statistiques dans les sons pulmonaires	187	
	C.1	Extrac	tion de statistiques d'ordres supérieurs	. 189	
	C.2	Extrac	ction de paramètres dans les domaines transformés	. 191	
Bi	Bibliographie 195				

Introduction générale

Les sons respiratoires sont employés par le médecin comme des indicateurs de l'état physiologique du patient et lui permettent d'établir son diagnostic. Néanmoins, leur interprétation fait intervenir une grande part de subjectivité, liée à la perception du médecin. Les sons témoignant de la présence d'une pathologie diffèrent selon les caractéristiques du patient (taille, âge, poids...), et leurs moments d'apparition peuvent être, dans certains cas, aléatoires. De plus, un diagnostic est la réunion de plusieurs informations collectées en différents points sur le corps du patient, ce qui est une source supplémentaire de complexité pour la prise de décision. Dans ce contexte, les outils d'analyse statistique issus du monde des STIC (Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication) sont prometteurs pour aider les praticiens à identifier les anormalités dans le son respiratoire et appuyer leurs conclusions. Dans le but de faire évoluer ces recherches dans les meilleures conditions, une École de l'Auscultation a été mise en place. À partir de la mise en œuvre de nouveaux moyens d'analyse, ce projet ambitieux vise à la mise en place d'un référentiel mondial de sons d'auscultation, à l'homogénéisation des techniques d'auscultation et des diagnostics, ainsi qu'à la formation des jeunes médecins.

Ce travail de thèse s'inscrit dans ce contexte et a pour objectif de développer de nouveaux algorithmes de traitement des sons respiratoires à même de fournir de nouvelles mesures intuitives et interprétables aux praticiens. Ce travail de thèse a été mené au sein du Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT, UMR 7005, directeur de thèse Ch. Collet), et fait partie de l'ANR ASAP (Analyse de Sons Auscultatoires Pathologiques) en collaboration avec des partenaires industriels (LaenneXT, Alcatel) ainsi que les Hôpitaux Universitaires de Strasbourg. Nous aborderons en détail le contexte de cette thèse dans la seconde partie de cette introduction. Précisons dans un premier temps les objectifs de ce travail ainsi que le contenu scientifique développé tout au long de ce rapport.

1) Objectifs et contenu de la thèse

a) Objectifs et approches

La structure du signal respiratoire se compose du bruit respiratoire normal sur lequel s'additionne éventuellement un son anormal qui peut être soit transitoire (un craquement, un crépitant), soit musical (un sibilant, un stridor) ou encore un mélange (squawk). Les outils de décision développés à ce jour sont basés sur l'exploitation de ces marqueurs, qui permettent l'identification de pathologies déjà bien installées chez le patient. Notre objectif est plus large, et vise à anticiper le développement d'une maladie avant qu'elle ne se déclare complètement. Dans cette optique, nous envisageons une étude statistique poussée des sons respiratoires avec comme finalité la mise en place d'une nomenclature détaillée à même de dégager de nouveaux descripteurs témoins de la naissance ou de la progression d'une ou plusieurs pathologies. La première étape de ces travaux est une étude précise des sons respiratoires normaux, à partir de laquelle il nous sera possible d'identifier et de caractériser d'éventuelles anormalités présentes dans le signal.

L'ensemble de notre étude s'opère dans le plan temps/fréquence via la transformée en paquets d'ondelettes, représentation qui permet une observation à différentes résolutions de l'information contenue dans un signal à la fois en temps et en fréquence. Elle est donc particulièrement adaptée au contexte du traitement de sons pulmonaires, signaux contenant des composantes temporelles et fréquentielles très variables et pour lesquelles les hypothèses de stationnarité ne peuvent être émises que sur des intervalles temps/fréquence réduits. Nos algorithmes de décision sont basés sur la théorie de Bayes. Les méthodes bayésiennes offrent la possibilité d'intégrer aisément et élégamment de l'information a priori sur les signaux que nous traitons, et de venir ainsi régulariser l'information imprécise apportée par les observations à disposition. Cet aspect est primordial pour l'étude de sons pulmonaires, tant ces signaux souffrent de l'imprécision due aux conditions de leur acquisition en routine clinique (ajout de bruits extérieurs, frottements du stéthoscope...) et à leur variabilité naturelle d'un patient à un autre et d'une auscultation à la suivante. Pour permettre de mener à bien de telles décisions, nous proposons des modèles markoviens, afin de résoudre les problèmes d'inférences auxquels nous sommes confrontés, et d'aboutir ainsi à des solutions bayésiennes exactes au regard des hypothèses formulées. Nous proposons des modèles originaux, adaptés au contexte de l'analyse de sons pulmonaires, et à nos objectifs ambitieux de détections précoces de marqueurs pathologiques.

Comme nous le verrons dans la partie suivante sur le contexte de la thèse, le projet ASAP a connu quelques déboires, liés aux départs successifs de deux partenaires industriels du projet qui avaient vocation à mettre sur le marché un stéthoscope numérique blue-tooth. Néanmoins, ces événements ont peu affecté ce travail de thèse, puisque nous avons proposé au LSIIT l'utilisation d'un stéthoscope numérique et d'un enregistreur du marché, solution qui nous a permis d'élaborer avec les médecins divers protocoles d'acquisition (placés à l'annexe A), afin d'alimenter la base actuelle contenant près de 150 sons pulmonaires. Mes recherches et les approches adoptées pour l'analyse de ces signaux sont présentées dans ce rapport, dont l'organisation générale est précisée ci-dessous.

b) Organisation du rapport

Le chapitre 1 donne les éléments de sémiologie pulmonaire sur lesquel ce travail de thèse se base. Les caractéristiques temps/fréquence généralement admises dans la communauté médicale y sont explicitées. Une courte bibliographie sur les méthodes d'analyse existantes est portée à l'attention du lecteur, confirmant l'intérêt des approches multirésolutions pour l'étude des sons pulmonaires. La transformation en paquets d'ondelettes est alors présentée, amenant aux méthodes d'analyse multirésolution. Les bonnes propriétés de cette approche dans le cadre

de l'analyse de sons pulmonaires sont énoncées. La dernière section de ce chapitre expose et justifie les différentes lois adoptées pour la modélisation des distributions de coefficients de paquets d'ondelettes liées aux sons pulmonaires pathologiques et non pathologiques.

Nos algorithmes d'analyse sont basés sur des approches bayésiennes associées à des modélisations markoviennes particulières qui font l'originalité de ce travail de thèse. Nous présentons dans le **chapitre 2** les différentes modélisations classiques par chaînes et par arbres qui nous serviront pour l'élaboration de ces modèles.

Nous avançons dans ce rapport que la détection des phases de la respiration est un préalable indispensable dans l'optique d'une analyse poussée de sons. Il s'agit ici des phases d'inspiration, d'expiration, ainsi que des phases d'apnées qui démarquent ces deux premières phases principales. Les méthodes de segmentation choisies s'appuient sur les variations d'énergie observées dans la représentation des signaux respiratoires en paquets d'ondelettes dans des bandes fréquentielles d'intérêt. Le cadre de l'inférence bayésienne, en permettant l'intégration de nos connaissances *a priori* sur la répartition des phases au sein du cycle respiratoire, semble à même d'apporter une solution efficace à ce problème difficile. Cette approche, couplée au choix d'une modélisation par chaîne de Markov, permet de prendre en compte la structure à la fois imprécise et régulière du cycle respiratoire. Le **chapitre 3** présente diverses modélisations par chaînes de Markov cachées et triplet permettant de résoudre ce problème d'inférence pour la détection des phases.

La cartographie du son respiratoire qui résulte de la détection des phases permet une localisation des descripteurs dans le cycle. Les phases d'inspiration et d'expiration sont supposées riches en contenu informationnel, et leur traitement isolé doit faciliter l'identification et la caractérisation d'anormalités. Il est en outre possible de normaliser les sons respiratoires sur un temps de phase identique, et donc de recaler les données entre elles. Un tel recalage ouvre la possibilité d'une automatisation des traitements. Le **chapitre 4** présente dans un premier temps une méthodologie globale pour l'analyse de sons pulmonaires, positionnant ainsi nos approches par rapport à l'ensemble des problématiques qui sous-tendent ce terrain d'investigation encore peu étudié. Nous proposons ensuite une méthode de détection d'anormalités pulmonaires par un modèle de chaînes de Markov multivariées, opérant sur plusieurs phases identiques préalablement détectées et recalées entre elles. Le recalage des données est opéré par une méthode d'interpolation basée sur la théorie des splines, et l'aspect multivarié de l'attache aux données gaussiennes généralisées est pris en compte par la théorie des copules.

L'utilisation d'arbres de Markov est introduite au **chapitre 5**, permettant la prise en compte de l'information à diverses résolutions temps/fréquence. Nous proposons un nouveau modèle d'arbre de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes afin d'intégrer l'information multirésolution d'échelle en échelle dans un objectif de segmentation. Dans ce travail, nous proposons d'utiliser les paramètres d'attache aux données estimés dans nos différentes approches comme des signatures des sons pulmonaires analysés. L'ensemble de ces approches a été appliqué à des signaux pulmonaires réels référencés dans la base par les médecins, illustrant les apports applicatifs de chacune d'elles dans le cadre de l'analyse de sons respiratoires. L'organigramme de la figure 1 présente l'enchaînement de ces différentes méthodes, depuis l'acquisition des sons jusqu'aux mesures statistiques qui en sont extraites.



FIGURE 1 – Schéma méthodologique pour le traitement des sons respiratoires

2) Contexte de la Thèse

a) De nouveaux outils au service de l'auscultation pulmonaire

L'étendue des sons que peut produire un organe spongieux comme les poumons est limitée. Cependant leur identification est rendue très complexe du fait de l'émission simultanée de bruits perturbateurs (par le cœur, les bronchioles, le milieu extérieur...) dont les caractéristiques fréquentielles se chevauchent avec les signaux pulmonaires d'intérêt. Une bonne perception du son est fondamentale pour une analyse précise et fiable de la respiration, et le choix de l'outil utilisé pour capturer le son est donc déterminant. De ce fait, la qualité des outils d'analyse et de visualisation s'est considérablement accrue depuis l'invention du stéthoscope par le Laennec en 1817. Les nombreux efforts de recherche pour assister les médecins dans leurs diagnostics ont abouti au développement de stéthoscopes numériques capables de filtrer, d'amplifier, ou encore d'offrir une perception visuelle des sons à analyser. Ils donnent également la possibilité d'enregistrer et d'archiver les sons récoltés, en vue de comparaisons et d'analyses plus poussées. L'intégration de méthodes d'analyse automatique aux dispositifs d'auscultation est d'un grand intérêt dans ce domaine et constitue la prochaine étape dans l'évolution du stéthoscope. Les médecins ont bien compris le potentiel de ces outils dédiés issues du monde des Sciences et Technologie de l'Information et de la Communication (STIC) et participent activement à cette évolution.

Le stéthoscope permet de conduire le son émis par le thorax jusqu'aux oreilles du médecin. Il ne s'agissait alors que d'une simple liasse de papiers roulés, permettant d'éloigner l'oreille du médecin de son patient pour des raisons de pudeur. Il créa ainsi l'auscultation *médiate* par opposition à l'auscultation dite *immédiate* où il avait la tête collée à la poitrine du patient. Sa première description écrite de son système remonte au 8 mars 1817 [86]. Laennec en construisit secondairement plusieurs modèles en bois. Le stéthoscope bi-auriculaire (pour les deux oreilles) a été imaginé dès 1829 mais construit seulement en 1851. Le tube était en caoutchouc mais cette solution s'avéra fragile et dut être abandonnée. Un second modèle, plus rigide, vit le jour en 1852 à base de tubes métalliques. Vers 1870, des stéthoscopes différentiels apparaissent : deux pavillons, montés chacun sur un tube et connectés à une oreille, devaient permettre de comparer l'auscultation à deux endroits différents. En 1961, le Dr. David Littmann créa le stéthoscope contemporain avec son double pavillon réversible, qui reste le dispositif d'auscultation le plus utilisé de nos jours.

Actuellement, les stéthoscopes comportent un ou deux pavillons, pièces métalliques pourvues d'une membrane que l'on applique sur la peau du patient. Cette membrane, mise en vibration par les sons corporels, est reliée par un ou deux tubes souples aux embouts que l'opérateur place dans ses oreilles. La rigidité du système au niveau auriculaire se fait grâce à une armature métallique : la lyre. Par sa construction, il constitue un amplificateur acoustique (large pavillon, petits écouteurs). On s'en sert le plus souvent pour écouter les battements cardiaques, la respiration, mais on écoute également les intestins et la circulation sanguine (essentiellement artérielle), ainsi que les bruits fœtaux.

Le stéthoscope s'est modernisé en un outil électronique, permettant de sélectionner les bandes fréquentielles d'intérêt pour les médecins : les capteurs peuvent filtrer certaines fréquences, pour recueillir les sons plus spécifiquement aigus ou graves, selon les organes que le médecin souhaite ausculter. Pour une auscultation cardiaque, on privilégiera par exemple une bande de fréquence basse avec une fréquence de coupure autour de 200Hz, et au contraire une bande de fréquence plus haute au delà de 200 Hz aura un contenu informationnel plus riche pour l'étude des sons pulmonaires. La qualité de l'auscultation est également liée à l'amplitude des sons perçus. Des modèles à amplification électronique ont ainsi été développés et intégrés aux stéthoscopes électroniques du marché.

Une entrave majeure à l'évolution des pratiques de l'auscultation et à leur fiabilité est le caractère subjectif de l'auscultation avec un stéthoscope classique. En effet, l'analyse et l'interprétation reposent sur la qualité d'audition du médecin et sur son expérience, conditionnée par sa formation initiale. Plusieurs facteurs physiologiques limitatifs liés au système auditif humain (spectre audible limité, masquage fréquentiel...) empêchent le praticien d'accéder à des informations enfouies dans le son et potentiellement d'intérêt pour son analyse. Ainsi les recherches actuelles visent à corriger cette faiblesse en apportant des fonctionnalités supplémentaires d'aide au diagnostic, par intégration d'algorithmes d'analyse automatique fournissant des mesures objectives complémentaires pour le médecin. L'accent est mis sur la mise à jour de nouveaux marqueurs sémiologiques non accessibles à l'audition par des méthodes d'analyse du signal poussées. Des études ont également montré [149] qu'une association entre les perceptions acoustiques et visuelles est un atout pour l'apprentissage et la compréhension des sons pulmonaires par les étudiants en médecine. Cette tendance est confirmée par le succès du phonopneumogramme, couplant les visualisations temporelles et spectrales avec l'écoute

du son pulmonaire. Ces conclusions poussent les traiteurs de signaux à développer des modes de conversion complémentaires et intuitifs de l'information auditive vers l'information visuelle.

L'auscultation conventionnelle au stéthoscope ne permet pas aux praticiens de partager leurs connaissances en terme de diagnostics et de sémiologie respiratoire. La possibilité de comparer des sons, de suivre l'évolution d'une pathologie dans le temps, et de faciliter les échanges de sons pulmonaires se solderaient inévitablement par un changement profond du rapport du médecin à l'auscultation, comme l'a suggérée l'étude européenne CORSA, menée dans les années 90 sous l'égide du Dr. Soovijarvi [156]. Ces apports en terme d'évaluation du diagnostic, de suivi de patient et d'échange de données sont en effet des compléments évidents et décisifs de l'analyse objective et automatique des sons auscultatoires [48].

La réalisation de ces objectifs nécessite une démarche scientifique exhaustive intégrant une sémiologie homogénéisée, la consolidation de la définition de l'ensemble des marqueurs connus et son élargissement à de nouveaux marqueurs, la mise en place d'une sémantique commune et universelle, et enfin le développement d'outils d'analyse permettant d'identifier ces marqueurs [116]. C'est dans ce contexte que s'inscrit l'étude ambitieuse initialisée par le projet Analyse de Sons Auscultatoires Pathologiques (ASAP) en 2006 (convention ANR no 2006 TLOG 21 04) par une équipe pluridisciplinaire composée des équipes médicales du CHRU de Strasbourg et de la faculté de médecine de Strasbourg, de l'IRCAD, du LSIIT, et avec le support des équipes de recherche en acoustique et en traitement de signal d'Alcatel-Lucent. Nous allons aborder ci-après les objectifs, les interactions entre les composantes et les réalisations effectives au cours de ces trois années de collaboration.

b) Le projet Analyse de Signaux Auscultatoires Pathologiques (ASAP)

Le projet ASAP, initié en 2006 par le professeur Emmanuel Andrès des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg, a pour objectif de faire entrer l'auscultation dans l'ère de la médecine moderne, en portant ses efforts sur la redéfinition et l'homogénéisation de la sémiologie et sur le développement de nouveaux outils d'analyse. Ce projet s'est appuyé à l'origine sur le savoirfaire d'entreprises privés (Alcatel-Lucent, Laennext) et les compétences de laboratoires universitaires (IRCAD, Hôpitaux Universitaire de Strasbourg, LSIIT). L'objectif fédérateur du projet ASAP est la mise en place d'une base de sons auscultatoires disponibles sur l'Internet, permettant une mise en commun de données au niveau international et une homogénéisation des pratiques dans ce domaine grâce au décloisonnement que cette base induit.

ASAP a pour ambition de faire évoluer la méthodologie de l'auscultation en ouvrant de nouvelles perspectives dans ce domaine. Le pivot du projet est la base de sons WebSound, développée par l'IRCAD, avec pour objectif le partage de données, la possibilité d'effectuer des échanges d'expertise et la mise à disposition de méthodes d'analyse basées sur des marqueurs sémiologiques objectifs. Cette base s'adresse autant aux médecins en activité qu'aux étudiants en médecine pour leur formation.

La base de son WebSound est disponible à l'adresse : http ://www.websound.fr/back/. L'accès en est pour l'instant sécurisé, seuls les membres du projet peuvent y accéder pour l'insertion ou la validation des sons. Cette base est accompagnée d'un site, développé et maintenu par l'IRCAD, contenant une documentation multidisciplinaire sur les objectifs de ce projet et les activités des différents intervenants.

L'IRCAD possède en effet un savoir-faire solide dans le domaine du développement de moyens informatiques et robotiques dédiés à la médecine. La plate forme de chirurgie virtuelle WebSurg en est la preuve éclatante. Reconnue internationalement, elle constitue la première université virtuelle pour la formation des chirurgiens. Elle met à leur disposition des services à la pointe de la technologie et une information complète pour faciliter leur formation initiale, tout comme leur formation continue tout au long de leur carrière.

A terme, cette base doit être mise à la disposition de l'ensemble de la communauté. Les ambitions initiales du projet sont résumées sur la figure 2. La base sera enrichie par une collecte continue dont sera chargé un groupe international de médecins issu des différentes spécialités de l'auscultation. Les méthodes d'analyse développées par la communauté du traitement du signal seront associées à la base pour une large diffusion. Un panel de spécialistes sera sélectionné pour la certification des sons et la validation des diagnostics automatiques. La base sera mise à la disposition des médecins en activité pour assurer leur formation continue, faciliter les échanges au sein de cette communauté et engager des échanges et des discussions. Elle facilitera également le suivi de patient en permettant une comparaison des sons respiratoires d'une auscultation à la suivante. Enfin une retombée importante du projet sera la création d'une école de l'auscultation pour la formation des jeunes médecins à cette ère de l'auscultation de nouvelle génération. Cette base leur offrira la possibilité de former leur oreille et de construire leur expérience avec une vision plus concrète de l'auscultation, apportée par l'objectivité des marqueurs mis à jour lors de ce projet et les nouvelles méthodes plus intuitives de visualisation des sons.



FIGURE 2 – Le projet ASAP

La base WebSound a pour vocation d'être étoffée et indexée par des méthodes d'analyse automatiques, avec la possibilité pour les praticiens d'obtenir une aide au diagnostic en temps réel. Ces opérations doivent être facilitées par la mise à disposition d'un stéthoscope permettant l'écoute du son par le médecin, la transmission des données par blue-tooth à une station de travail (Ordinateur, portable, PDA, *etc.*) afin de traiter les sons et d'automatiser leur ajout à la base.

À ce jour, les efforts de recherche en matière de systèmes automatiques d'auscultation sont peu nombreux et triviaux du point de vue du traitement du signal (détection de pics fréquentiels, mesure de la durée des sons...). Peu de recherches ont été effectuées dans le but de donner de nouvelles fonctionnalités au stéthoscope et de fournir une aide avancée au diagnostic. On notera celles de Mint et Dillard [113] qui ont développé un stéthoscope capable de diagnosticr les bruits liés à la systole ou la diastole, bruits présents entre les battements définissant le rythme du cœur par une simple analyse temps/fréquence des zones temporelles d'intérêts. Une équipe a également travaillé sur un stéthoscope capable de diagnostics avec visualisation sur un PDA, ouvrant la voie au diagnostic à distance [70]. On notera les travaux de Murphy qui a beaucoup œuvré à la mise au point d'un stéthoscope, et qui a apporté des solutions technologiques intéressantes et innovantes [112]. Différents travaux ont également permis une mise au point sur la sémantique à adopter dans ce domaine [156, 155], et sur les différentes techniques de capture et de numérisation des sons respiratoires [29, 173].

Actuellement le marché est dominé par 3M et Jabes, qui proposent des solutions de stéthoscopes électroniques avec possibilité d'enregistrer les sons, accompagnés d'un logiciel permettant l'écoute et l'analyse des données à l'aide du phonopneumogramme. L'avantage du stéthoscope Jabes Life System est de pouvoir enregistrer la durée de son voulue en branchant directement le stéthoscope à un enregistreur, alors que la solution 3M est limité à huit secondes d'enregistrement. Il s'agit d'une première étape vers un stéthoscope de nouvelle génération, où les fonctionnalités pour l'aide au diagnostic sont limitées et les possibilités d'échange de sons entre praticiens restent laborieuses. Ces solutions constituent malgré tout des alternatives tout à fait intéressantes pour la collecte des sons, dans l'attente d'un système dédié développé par un partenaire industriel.

Le projet STETAU, porté par Raymond Gass pour Alcatel-Lucent et initialisé par le Dr. Kehayoff pour LaenneXT, les Hôpitaux Universitaires de Strasbourg et l'Université de Strasbourg (anciennement Université Louis Pasteur), ont proposé un prototype de stéthoscope interactif, sous la forme d'un téléphone, permettant l'enregistrement des sons avec une bande passante plate dans la bande fréquentielle d'intérêt pour l'analyse des sons respiratoires, soit entre 50 Hz et 5000 Hz. Cette solution n'a pu être mise en place dans le cadre de cette thèse en raison de l'absence de labellisation de l'appareil pour son utilisation en routine clinique. La société LaenneXT a par ailleurs fait faillite fin 2007, tandis que Alcatel Lucent s'est retiré du projet ASAP au cours de l'année 2008. Une collaboration avec la société électronique ElectropiX initiée en 2008, a débouché en avril 2009 sur un stéthoscope électronique permettant la transmission blue-tooth des données 3(b), prototype qu'il nous reste encore à tester en collaboration avec les médecins.



FIGURE 3 - (a) Prototype de stéthoscope *souris* par LaenneXT, (b) Prototype de stéthoscope *boîte noire* par Electropix

c) Mise en place de la collecte des données

Étant donnés les différents obstacles liés au développement du stéthoscope numérique ASAP dédié à la collecte des sons, nous nous sommes tournés vers un modèle du marché pour équiper les médecins. Le système Jabes Life Sound System (figure 4(a)) possède des caractéristiques satisfaisantes pour démarrer une collecte de sons dédiée à alimenter nos recherches et présente l'avantage d'être aux normes pour une utilisation en milieu hospitalier. Cette solution permet d'écouter les sons du cœur et des poumons sous trois modes sonores : le mode cloche, dédié à l'écoute des sons cardiaques (50-200 Hz) - le mode membrane, dédié à l'écoute des sons pulmonaires (200-500 Hz) - et le mode élargi permettant l'acquisition d'un champ spectral plus vaste (50-1000 Hz). On notera qu'il a été demandé au médecin de procéder à la collecte en utilisant le mode élargi, afin de nous donner une palette spectrale la plus complète possible, tout en sachant qu'une bande passante élargie peut entrainer une déterioration du rapport signal sur bruit par l'ajout de sons parasites (bruits exterieurs, voix, frottements...). L'argument qui consiste à prétendre qu'un stéthoscope est de meilleur qualité si sa bande passante est plus grande n'a par ailleurs jamais été démontré sur un nombre significatif de cas pathologies pulmonaires. Il conviendrait en fait de mener au prélable une étude avancée des intéractions entre le microphone, la membrane du stéthoscope et cavité acoustique, afin de définir la position optimale (isotrope, directionnel,...) du microphone, le type de membrane et la forme optimale de la cavité. Il s'agit d'un problème difficile qui nécessite des compétences en mécanique, en acoustique ainsi qu'en traitement du signal, et qui n'a jusqu'à présent à notre connaissance été traité que de manières essentiellement empiriques par les industriels.

La qualité de l'acquisition numérique du son est également un point clé. Nous avons souhaité obtenir des sons peu compressés afin d'éviter une perte d'information et l'élimination de détails du signal. De ce fait, nous avons choisi un enregistreur de qualité studio : le H2 Handy Recorder (figure 4(b)) produit par l'entreprise ZOOM, offrant la possibilité d'enregistrer directement le son capté par le stéthoscope Jabes en reliant les deux appareils à l'aide d'un cable Jack. Le format d'enregistrement choisi est le format PCM (technique d'échan-



FIGURE 4 – (a) Stéthoscope Jabes Life System, (b) H2 Handy Recorder

tillonnage utilisé pour les disques compacts), avec un taux d'échantillonnage à 8 kHz et une taille d'échantillon de 16 bits, correspondant à un débit de 128 kb/s.

Cette solution a été déployée à partir de février 2008 dans le service du Professeur Anne Charloux pour la collecte de cas asthmatiques et de sons liés au test à la métacholine, test qui sert à mettre en évidence une hyperréactivité éventuelle des bronches. Dans un second temps, une collaboration a été mise en place avec l'antenne SOS médecin de Strasbourg à partir de juin 2008, pour une collecte de cas divers et variés dans le but d'enrichir la base en sons respiratoires. Enfin depuis décembre 2008 et janvier 2009 respectivement, une collecte a été amorcée dans les services de Laure Federicci à Colmar et du Professeur Emmanuel Andrès à l'Hôpital Universitaire du Strasbourg. Ces deux services ont pour but de nous fournir en sons respiratoires liés aux broncho-pneumopathies chroniques obstructives (BPCO). De multiple discussions avec les médecins impliqués dans la collecte, et plus particulièrement avec les professeurs Emmanuel Andrès et Anne Charloux, ont permis de comprendre les critères sur lesquels repose l'élaboration d'un diagnostic. Nous les résumons ci-dessous.

Il existe en théorie quatorze foyers d'observations pour l'écoute des sons pulmonaires (huit dans le dos, quatre sur le torse, et deux sur chaque côté), où chaque foyer possède son foyer symétrique par rapport à l'axe vertical du torse. En pratique dans ce travail de thèse, nous nous sommes limités à huit observations (six dans le dos et deux devant), portant un maximum d'informations de façon complémentaire. Le schéma des foyers auscultés est donné figure 5. Entre trois et quatre cycles respiratoires (un cycle étant composé d'une inspiration et d'une expiration) observés sur un même foyer nous sont nécessaires pour obtenir un enregistrement stable et nous permettre de développer nos méthodes dans de bonnes conditions.

Lors de l'auscultation, le médecin accède à des informations liées à l'observation visuelle du patient et à sa palpation. Ces éléments lui permettent de construire un diagnostic *a priori* et de sélectionner les foyers d'intérêt à ausculter en fonction de la pathologie potentiellement détectée. Ces informations *a priori* nous serons également fournies avec les enregistrements, sous la forme d'une sémiologie rapide et de quelques mots concernant les antécédents du patient. Enfin des informations sur le sexe, les initiales et la date du naissance permettent de référencer les sons dans la base et de faciliter le suivi du patient.

Nous avons établi en conséquence un protocole d'acquisition des sons qui facilite leur insertion dans la base tout en permettant de récupérer les informations essentielles liées à cet examen. Un second protocole, plus spécifique à l'acquisition des sons liés aux pneumopathies dans le service basé à Colmar, a été dressé par le Docteur Laure Federicci. Ces deux protocoles ont été placés en annexe de ce rapport.



FIGURE 5 – Foyers d'auscultation pulmonaires (en bleu foncé) et cardiaque (en bleu clair)

Chapitre 1

Sémiologie pulmonaire et caractérisation temps/échelle

Sommaire		
1.1	Sémiologie pulmonaire	14
1.2	Etat de l'existant et positionnement de nos travaux	18
1.3	Analyse multirésolution et Paquets d'Ondelettes	22
1.4	Modélisation temps/échelle des sons pulmonaires	29
1.5	Conclusion	37

L'A définition et l'homogénéisation de la sémantique des sons respiratoires normaux et anormaux, associées à la découverte de nouveaux marqueurs pathologiques robustes et discriminants sont des objectifs de tout premier plan. Ils constituent un pas décisif vers une aide consistante pour les praticiens et l'établissement d'une base solide pour le développement d'analyse automatique. Ces problématiques ont fait l'objet de projets de recherche ces dernières années dans le domaine du traitement du signal, confirmant de façon générale l'intérêt des méthodes temps/échelles pour l'analyse des signaux pulmonaires, appréciées pour leurs propriétés de localisation temps/fréquence, de parcimonie, et de décoloration du signal d'échelle en échelle. Cette thèse poursuit les travaux dans cette voie en proposant une caractérisation statistique des sons respiratoires normaux et anormaux dans le domaine des paquets d'ondelettes.

1.1 Sémiologie pulmonaire

1.1.1 Nécessité d'une sémantique validée

Les marqueurs pathologiques sur lesquelles reposent les définitions des maladies respiratoires que nous traitons (sibilants, crépitants, *etc.*) ont fait l'objet de plusieurs études sémiologiques par la communauté médicale ces dernières années [116] afin de permettre une homogénéisation de la terminologie dans ce domaine. Malgré ces efforts, il n'existe pas actuellement de cadre bien précis et chaque praticien possède sa propre sémiologie, construite sur sa formation et son expérience personnelle. Ainsi il est établi que l'asthme produit dans la majorité des cas des sons de sibilance, sons sifflants bien définis fréquentiellement, d'une durée de 200 à 500 ms. La BCPO, souvent rencontrée chez les fumeurs de longue durée, est une maladie obstrusive des bronches et provoque généralement des *craquements* dans le son respiratoire. Ces sons se traduisent par un signal impulsionnel venant contaminer tout le spectre sur un bref intervalle de temps. La bronchiolite du nourrisson présente également des crépitants à la naissance de la maladie, qui se transforme ensuite en râles bronchiques et en sibilances. Ces caractérisations de nature qualitative se recoupent et se recouvrent avec de nombreux autres cas pathologiques, ce qui rend difficile la mise à jour d'une définition sémiologique unique pour chaque pathologie.

La création d'une sémantique commune est primordiale afin de permettre une qualification plus précise et discriminante des sons pathologiques. Les outils de traitement du signal sont à même d'apporter les mesures objectives pour la caractérisation des signaux pulmonaires, et ainsi créer une base cohérente de marqueurs permettant l'identification robuste de sons pathologiques. Ce travail préliminaire constitue une étape indispensable dans l'optique d'une redéfinition de la pratique de l'auscultation, plus rigoureuse et moins dépendante de la subjectivité auditive du médecin.

En ce sens, divers projets de recherche ont déjà vu le jour dans la communauté du traitement du signal, avec pour objectif de définir aussi précisément que possible des termes liés aux sons respiratoires. On citera en particulier le projet CORSA (Computer Respiratory Sound Analysis) [155], qui a eu pour objectif une homogénéisation de la sémiologie et a abouti à une vue d'ensemble exhaustive sur la sémiologie respiratoire et les méthodes d'analyse issues du traitement du signal développées jusqu'en 2000. Cependant cela n'a pas été suffisant pour fournir aux médecins une définition commune universellement admise, et surtout une validation scientifique des termes employés. De ce fait, la description des caractéristiques des sons est encore très imagée. Les connaissances reposent toujours sur des caractéristiques très subjectives associées à l'expérience de chaque médecin. À titre d'illustration, un sibilant est encore très souvent associé à un bruit *sifflant*, et un crépitant à *un bruit de grains de riz jetés sur une poêle*. Nous proposons ci-après une vue d'ensemble de la sémiologie dans son état actuel, ainsi qu'un rapide état de l'art en analyse de sons pulmonaires par des méthodes de traitement statistique du signal.

1.1.2 Qualification et sémiologie des sons pulmonaires

Les sons respiratoires sont causés par les turbulences de l'air au niveau des bronches et des bronchioles. On distingue deux grandes catégories de bruits dans le cadre de l'auscultation pulmonaire : les bruits respiratoires normaux et les bruits respiratoires anormaux (dit adventices). Le bruit respiratoire normal correspond au *murmure de la respiration*, tandis que les sons adventices sont rattachés à un mode de production particulier ou à une pathologie particulière. Les médecins différencient ces sons par leurs caractéristiques fréquentielles (basse, moyenne ou haute fréquence) et leurs moments d'apparitions dans le cycle respiratoire (proto - (premier tiers de la phase), méso - (tiers médian de la phase) - téléphase (troisième tiers de la phase)). Leur caractère continu ou discontinu constitue également un critère de différenciation. A partir de ces caractéristiques, une normalisation de la terminologie des sons respiratoires a été proposée en 1976 par l'International Lung Sound Association (ILSA), adoptée l'année suivante par l'American Thoracic Society (ATS) et reprise depuis dans l'ensemble des travaux sur ce sujet [116, 155]. En voici les principaux éléments.

1.1.2.1 Les sons respiratoires normaux

Il s'agit du son pulmonaire capté sur la poitrine d'une personne en bonne santé. Ils sont produits par le mouvement de l'air dans le conduit respiratoire lorsqu'une personne respire normalement. Selon le site de la capture, on distinguera deux types de sons respiratoires normaux : le bruit trachéo-bronchique et le murmure vésiculaire.

Le murmure vésiculaire est produit par les turbulences de l'air dans les bronchioles terminales et les alvéoles qui composent les extrémités inférieures des voies respiratoires. La bande de fréquence occupée par ces sons est située entre 75 Hz et 1000 Hz, avec une décroissance de la fréquence médiane du spectre avec l'âge et sa stabilisation à l'âge adulte. Dans le cas du murmure vésiculaire, les fréquences significatives sont inférieures à 300 Hz. Au delà de cette valeur, on constate une décroissance rapide de la puissance spectrale [57].

Le bruit trachéo-bronchique est obtenu près de la trachée et des grosses bronches. Il contient des composantes fréquentielles plus élevées que le murmure vésiculaire. Le spectre s'étend en moyenne de 60 à 600 Hz mais sa partie la plus significative est située entre 140 et 230 Hz [155], avec une décroissance exponentielle jusqu'à 600 Hz.

Dans ce travail de thèse, nous concentrons notre étude sur les sons respiratoires associés au murmure vésiculaire, correspondant au foyer d'intérêt ausculté par les médecins sur le thorax du patient (voir figure 5). Dans la suite, nous parlerons indifféremment de *murmure vésiculaire* et de *son respiratoire normal*. La respiration est caractérisée par le rythme (ou cycle) respiratoire, composé de deux phases : l'inspiration et l'expiration, entrecoupées de courtes phases d'apnée. Les phases d'inspiration-expiration sont distribuées en moyenne dans un rapport 1/2 dans le cycle de la respiratoire. Il est communément admis que le signal inspiratoire capté sur le thorax du patient contient plus d'énergie que le son expiratoire, qui peut parfois s'avérer inaudible. N. Gavriely s'est attaché à étudier les caractéristiques fréquentielles des phases respiratoires [57]. Il en a conclu que la phase d'inspiration possède des composantes fréquentielles plus élevées que celle d'expiration. L'inspiration est observée en moyenne dans une bande de fréquence comprise entre 100 Hz et 800 Hz et l'expiration est observée entre 100 Hz et 600 Hz, avec une fréquence moyenne globalement plus élevée chez la femme que chez l'homme.

D'autres études ont ensuite concernées la répartition de l'intensité du son respiratoire normal sur la poitrine [84], et mettent en avant le caractère asymétrique de l'intensité des sons enregistrés : les sons capturés à droite du thorax sont plus intenses que ceux enregistrés à gauche, ceci étant certainement dû à la présence du cœur sur le côté gauche. Une comparaison entre l'intensité à l'expiration et à l'inspiration dans la bande de fréquence 100-600 Hz a montré que l'expiration a une intensité d'en moyenne 11 dB inférieure à la phase d'expiration.

Nous retiendrons les éléments suivants pour l'analyse des sons normaux : Quelle que soit la localisation de la prise de son sur le patient, la bande fréquentielle pour laquelle l'intensité des sons respiratoires normaux est maximale se trouve entre 100 Hz et 300 Hz. Dans cette bande, les sons expiratoires ont une intensité de 11 dB inférieure à celle des sons inspiratoires.

1.1.2.2 Les sons respiratoires adventices

Les bruits respiratoires adventices permettent de traduire la présence d'une pathologie. Ils peuvent, à leur tour, être classés en deux grandes catégories selon leur caractère continu ou discontinu. Chaque catégorie se compose d'une multitude de cas qui peuvent varier en fonction de l'âge, de la taille, et de la corpulence du patient. De plus, ces définitions peuvent potentiellement se recouper entre elles, rendant très difficile l'établissement d'une liste de sons pathologiques complète, exploitable et communément admise par l'ensemble de la communauté. Nous résumons ci-dessous la classification généralement admise. Le tableau 1.1 résume les élements importants qui seront exploités dans ce travail de thèse.

• Les bruits adventices continus : Il s'agit de sons musicaux continus (durée supérieure à 100ms) générés par le rétrécissement ou l'obstruction des voies respiratoires chez le nourrisson ou les personnes asthmatiques. Ils sont causés par la limitation ou par la réduction du flux respiratoire et sont généralement entendus lors de la phase d'inspiration. Les sons continus les plus souvent rencontrés sont les sibilants, mais on trouve également dans cette catégorie les *ronchi*, *les stridors* ou encore *les ronflements*, qui peuvent se différencier par leur durée ou leurs caractéristiques fréquentielles.

Les sibilants sont des sons aigus composés d'une ou plusieurs fréquences (monophonique ou polyphonique) situées dans une bande de fréquence à partir de 100 Hz et pouvant aller au delà du kHz. Cependant, les sibilants les plus significatifs se situent entre 200 et 1000 Hz. Ils se détachent nettement du son respiratoire normal et le remplace très souvent. Selon la classification de l'ATS, un sibilant a une durée supérieure à 250ms et possède une fréquence fondamentale supérieure à 400 Hz.

Les sibilants sont souvent associés à l'asthme, mais peuvent apparaître dans d'autres pathologies. Ils sont couramment observés dans des maladies obstructives des bronches. Une corrélation entre la sévérité de l'obstruction et les caractéristiques des sibilants a été établie dans plusieurs travaux [102, 107, 151]. On citera en particulier l'association faite entre le degré d'obstruction et la durée du sibilant par rapport à la durée de la phase respiratoire [11]. La forme d'onde du sibilant, observé dans une bande fréquentielle d'intérêt, présente une forme d'onde oscillante caractéristique des sons sifflants (figure 1.1).



FIGURE 1.1 – Forme d'onde d'un sibilant d'une durée de 480 ms dans la bande de fréquence [500 - 625] Hz (coefficients de paquet d'ondelettes)

Les ronchi (ou *ronchus*) : il s'agit d'un sibilant au timbre plus grave, contenant des formes d'ondes périodiques avec une durée supérieure à 100 ms et une fréquence inférieure à 300 Hz. Les ronchis traduisent la présence de sécrétions ou des rétrécissements des voies aériennes.

Les stridors : c'est un son fort, de basse fréquence, qui trouve son origine dans le larynx ou dans la trachée. Il apparaît souvent durant l'inspiration. Il peut être audible au niveau de la bouche, de la trachée et des poumons. Les stridors peuvent apparaître dans les toux asphyxiantes (vibration des structures laryngées lors de dyspnée) ou les sténoses laryngales ou trachéales.

Les squawk : il s'agit de sons inspiratoires pathologiques relativement courts, et qui présentent un caractère musical. Ils sont occasionnellement trouvés chez les patients atteints de désordres pulmonaires interstitiels. Leur forme d'onde ressemble à de courts sibilants, et ils sont souvent précédés de crépitants (voir ci-dessous : *sons adventices discontinus*). La durée des squawks varie entre 50 et 400 ms.

Les ronflements (*snoring sounds*) : il s'agit de bruits respiratoires de basse fréquence avec des composantes périodiques (fréquence fondamentale entre 30 et 250 Hz) qui se produisent pendant la phase de sommeil, et sont induits par les vibrations anormales dans les parois ou l'oropharynx. Ils sont le plus souvent inspiratoires. De faibles composantes expiratoires peuvent apparaître chez les patients atteints d'apnée obstructive du sommeil.

• Les bruits adventices discontinus : sons rapides (≈ 20 ms) souvent provoqués par l'ouverture soudaine d'une succession de petites voies aériennes, avec égalisation brutale de

pression entre amont et aval, ce qui provoque des explosions. Ils sont mieux connus sous le nom de **crépitants** et apparaissent de façon significative dans la dernière moitié de la phase d'inspiration. Ils sont caractérisés par une forme d'onde similaire à celle d'un son impulsionnel de courte durée, comme l'illustre la figure 1.2.

On distingue les crépitants fins, d'amplitude faible, plus aigü et de très courte durée; à l'inverse les gros crépitants se caractérisent par une amplitude et une durée plus importante, généralement accompagnés d'un timbre plus grave. Leurs caractéristiques fréquentielles restent encore mal connues, et selon les auteurs ils varient entre 100 et 1000 Hz avec un maximum dans la bande 130 - 220 Hz pour les gros crépitants, et dans la bande 200 - 320 Hz pour les crépitants fins. Ces sons sont généralement présents chez les patients atteints de maladies cardio-respiratoires ou de maladies pulmonaires interstitielles.



FIGURE 1.2 – Forme d'onde de trois gros crépitants dans la bande de fréquence [125 - 250]Hz (coefficients de paquet d'ondelettes)

Certains sons échappent à cette catégorisation. C'est le cas des **sons de toux**, qui peuvent présenter à la fois des caractéristiques continues similaires aux sibilances, et contenir des craquements du fait de leur caractère explosif. Certains spécialistes ne considèrent pas ces sons comme des sons pulmonaires, et les définissent comme un mélange de sons continus et discontinus [133, 85].

1.2 Etat de l'existant et positionnement de nos travaux

1.2.1 Le projet CORSA

Le projet européen CORSA, qui s'est déroulé entre 1990 et 2000, avait pour objectif un état des lieux complet de l'avancement des techniques en analyse des sons respiratoires par des techniques de traitement du signal. Il a fait l'objet d'un rapport [156] regroupant l'ensemble des travaux ayant eu lieu pendant ces dix années. Ces différents travaux ont permis une mise au point sur la sémantique à adopter dans ce domaine [155] [154], les différentes

Son	durée	fréquence (Hz)	forme d'onde
Son respiratoire	$2 \mathrm{s} < \mathrm{cycle} < 10 \mathrm{s}$	[100 - 300]	L'inspiration : $\frac{2}{3}$ du cycle et +11dB
normal			par rapport à l'expiration
Sibilant	$> 250 \mathrm{~ms}$	[300 - 1000]	oscillation sinusoïdale
Ronchus	$< 250 \mathrm{\ ms}$	< 300	oscillation sinusoïdale
Gros crépitement	< 40 ms	[130 - 220]	impulsion de forte amplitude
Crépitement fin	< 20 ms	[200 - 320]	impulsion de moyenne amplitude

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatif de la sémiologie actuelle pour les principaux sons respiratoires rencontrés dans les pathologies d'asthme et de BPCO (broncho-pneumopathie chronique obstructive).

techniques de capture et de numérisation des sons respiratoires [29] [173] ainsi qu'une vue générale des méthodes d'analyse utilisées [25], [49]. Un tableau récapitulatif des techniques et des caractéristiques des méthodes à privilégier pour chaque type de son respiratoire est donné dans [25]. Enfin ce travail propose un récapitulatif des résultats de traitement obtenus [134] ainsi qu'une ouverture sur les possibilités futures dans ce domaine [48].

Depuis l'arrêt de ce projet, peu d'équipes ont concentré leurs travaux de recherche sur ces problématiques. Nous proposons ci-dessous un tour d'horizon des approches en traitement du signal pour la caractérisation et l'analyse de sons respiratoires, avant de définir l'orientation que nous avons choisi de donner à nos recherches par rapport à cet existant.

1.2.2 Techniques d'analyse

En considérant la classification des sons respiratoires, où les sons adventices sont à la fois caractérisés par leur durée et leurs caractéristiques fréquentielles, il est naturel de se diriger vers des techniques de traitement temps/fréquence. Il s'agit ainsi des méthodes de traitement les plus courantes, souvent axées sur la détection des sibilances, sons continus qui se détachent nettement du reste du spectre. Ces méthodes ont également l'avantage de fournir une visualisation des signaux par production d'une observation temps/fréquence (spectrogramme, scalogramme), donnant aux médecins une interprétation intuitive du contenu spectral du signal. Dans un même objectif de détection des sibilants, l'analyse du spectre de puissance a également été exploitée pour la classification des sons respiratoires ou la détection de composantes adventices. Récemment, les techniques d'analyse temps/échelle ont trouvé un écho favorable pour le traitement des signaux adventices continus et discontinus, du fait de leur bonne propriété de localisation temps/fréquence, atout déterminant pour l'analyse des sons très complexes que sont les signaux pulmonaires.

1.2.2.1 Analyse temps/fréquence

La transformée de Fourier est la technique de base pour l'analyse de signaux numériques en général. Elle permet d'apporter une première information sur le contenu fréquentiel du signal. Cette technique est néanmoins très limitée car elle n'apporte aucune information sur le contenu fréquentiel instantané, ce qui est gênant dans le cadre de l'analyse de signaux transitoires comme les *craquements*. On lui préférera dans un premier temps l'analyse de Fourier à court terme qui consiste à pondérer le signal par une fenêtre appropriée (Hamming, Hanning), afin d'extraire localement des informations sur le contenu fréquentiel du signal. On trouvera quelques exemples d'utilisation de ces outils pour la caractérisation des sibilants dans [66, 163, 57, 150]. L'algorithme de détection adaptative locale des sibilants (The Local Adaptive Wheezes Detection Algorithm (LAWDA) [65]) permet de détecter les pics spectraux dus à la présence de sibilants par différentes normalisations et seuillages adaptatifs du spectre. D'après les auteurs, cet algorithme permet une séparation des pics spectraux relatifs aux sibilants de ceux dus au murmure vésiculaire.

Les méthodes précédemment citées s'appuient sur un seuillage constant basé sur le ratio avec la puissance globale du signal. Qiu et *al.* [138] introduisent un seuillage dépendant en temps et en fréquence, où il s'agit de détecter les sibilants mélangés aux sons respiratoires normaux. Quelques comparaisons avec les algorithmes par seuillage constant montrent la supériorité de cet algorithme.

L'exploitation du spectrogramme (image temps/fréquence du signal) a également permis de développer des techniques de détection automatique des sibilants. Récemment, Hsueh et *al.* [68] ont appliqué des techniques courantes en traitement d'image (filtre bilatéral, filtre de Sobel, érosion-dilatation) sur le spectrogramme afin de détecter les formes caractéristiques des sibilants.

Cependant certains sons respiratoires normaux ont des caractéristiques temps/fréquence très proches de celles des sibilants, et le manque de résolution induit par ces techniques ne permet pas la distinction entre ces différents sons, conduisant à des erreurs de détection. Pour palier à cette lacune, on verra ensuite s'accroître l'utilisation des ondelettes de Gabor, qui permet une analyse avec une résolution temps/fréquence optimale (voir section 1.3.2), ainsi que le développement des techniques s'appuyant sur l'analyse temps/échelle des signaux.

1.2.2.2 Spectre de puissance

Estimation non paramétrée : Il existe deux types d'estimateur de la densité spectrale de puissance d'un signal : le corrélogramme (transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation) et le périodogramme (moyenne de la transformée de Fourier de tranches du signal). Ces estimateurs ont été utilisés dans plusieurs articles [26, 92, 175] pour le traitement des sibilants.

Estimation paramétrée : La modélisation la plus courante est celle par un modèle de type autorégressif (AR). L'estimation est alors fortement dépendante de l'ordre choisi pour ce modèle. Cette analyse est bien adaptée pour les signaux stationnaires au second ordre car la moyenne et la fonction d'autocorrélation ne varie pas au cours du temps et n'est donc pas applicable à l'étude de signaux non stationnaires. Elles permettent cependant une meilleure localisation des pics fréquentiels par rapport aux méthodes basées sur les transformées de Fourier classiques, propriété intéressante pour l'étude des sons continus bien localisés fréquentiellement (*sibilances, ronchi*).

Cohen et Landsberg [35] ont été les premiers à utiliser ces techniques afin d'opérer une classification des sons respiratoires. En utilisant les coefficients des modèles AR ils ont pu classifier les sons en sept classes distinctes. Lallemand [88] utilise lui aussi la modélisation AR couplée à un algorithme en treillis pour le calcul des coefficients d'autocorrélation partielle (coefficient de réflexion). Il mesure ainsi le taux d'obstruction bronchique. Sankur et al. [145] utilisent un modèle AR pour différencier les sons normaux des sons pathologiques. Kayha [79] améliore la classification de sons pathologiques en substituant la modélisation AR par une modélisation ARMA, puis elle utilise une modélisation de type PRONY pour la détection des craquements chez les patients atteints de pneumonie.

1.2.2.3 Analyse temps/échelle

La recherche d'informations à la fois dans les espaces fréquentiel et temporel a poussé à l'utilisation de la transformée en ondelettes et de ses dérivées. Si certaines applications sur les transformation en ondelettes continues et discrète ont été proposées [166], la transformation en paquets d'ondelettes a rapidement focalisé l'attention. Cette transformation apporte une représentation du signal plus complète, où le signal est décomposé en bandes de fréquence de tailles variables. Chaque tranche est couverte par une fonction du paquet d'ondelettes caractérisée par une translation temporelle uniforme (cf. section 1.3). Cette décomposition a été récemment explorée pour l'extraction de paramètres en vue d'une classification des sons respiratoires.

Pesu et al. [122] [121] ont été parmi les premiers à développer une technique basée sur les paquets d'ondelettes pour la détection d'anormalités (crépitants et sibilants) dans les sons respiratoires. Dans [10] [9], M. Bahoura utilise la transformation en paquet d'ondelettes pour en extraire les paramètres cepstraux en sous-bande avant de réaliser une classification entre sons respiratoires normaux et sibilants à l'aide de mélanges de gaussienne. Il a également travaillé sur un système de détection [8] et de classification [7] de sons crépitants. L'étude des signaux est opérée à l'aide d'une transformation par paquets d'ondelettes et la classification est réalisée à partir des paramètres de dimension fractale du signal. Kahya [80] [180] et Hadjileontiadis [60], [62], [61] ont également développé des méthodes de classification de sons adventices à partir de l'extraction de paramètres dans la décomposition en paquet d'ondelettes des sons respiratoires.

1.2.3 Positionnement de nos recherches

Cette thèse s'est donnée pour objectif une poursuite des travaux sur l'analyse des sons respiratoires en privilégiant un espace de représentation dans le domaine des paquets d'ondelettes. La section 1.3 présente la théorie des ondelettes et les fondements de l'analyse multirésolution, démontrant les avantages de la décomposition en paquets d'ondelettes et justifiant le choix de cette représentation pour la caractérisation des sons pulmonaires. Nous souhaitons mettre à jour de nouveaux marqueurs statistiques caractérisant de façon unique chaque son normal ou adventice, et dont les mesures successives puissent être corrélées avec l'évolution de l'état pathologique du patient. Nos approches de détection et de classification des sons adventices sont basées sur une analyse statistique du signal par des méthodes markoviennes et s'appuyant sur la théorie de Bayes. Ces méthodes permettent la prise en compte des fortes variations des caractéristiques pathologiques d'un individu à un autre grâce à une caractérisation et une modélisation statistique judicieuse des coefficients de paquets d'ondelettes (voir section 1.4).

Les informations d'intérêt dans le son pulmonaire sont contenues dans les phases de la respiration, lorsque le flux d'air fait apparaitre une anormalité (obstruction, irritation, *etc.*) des voies respiratoires. La première partie de nos recherches s'est donc focalisée sur l'étude du son respiratoire normal avec pour objectif une détection des phases de la respiration (chapitre 3), aboutissant à des méthodes d'analyse pertinentes et cohérentes ciblées sur les segments informatifs du signal. Nous nous sommes inspirés de la méthodologie des praticiens, qui en auscultant à plusieurs reprises le patient sur plusieurs foyers d'auscultation, délivrent un diagnostic (ou une *décision*) à partir d'une observation multivariée. Le recalage des phases entre elles, permettant le développement de méthode d'analyse multivariée, conduisent à des analyses robustes des signaux pulmonaires (chapitre 4). Nous avons enfin pour ambition la mise à jour de marqueurs précoces dédiés à l'anticipation de l'apparition et de l'évolution d'une pathologie chez un patient suspect. Pour ce faire, nous exploitons les propriétés de la représentation en paquets d'ondelettes en proposant un nouveau modèle d'arbre de Markov adapté à cette décomposition (chapitre 5).

1.3 Analyse multirésolution et Paquets d'Ondelettes

1.3.1 Localisation Temps/Fréquence

Jusque il y a près de 60 ans, seuls deux modes extrêmes de représentation du signal étaient exploités pour l'analyse du signal : la représentation d'une fonction par son graphe classique de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , ce qui correspond à une décomposition sur la base continue des distributions de Dirac :

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} f(u)\delta(t-u)du$$

Et sa représentation dans la base de Fourier :

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\nu) \exp^{j2\pi\nu t} dt$$

La complémentarité de ces deux représentations a fait de la transformée de Fourier un outil de base en traitement du signal, en particulier pour l'analyse des signaux stationnaires. La première représentation donne une information précise en temps : la valeur f(t) indique l'intensité du signal au temps t. En revanche l'information fréquentielle est nulle. La valeur en un point t ne donne aucune information sur le contenu fréquentiel du signal f. À l'inverse, la représentation de Fourier donne une information très précise en fréquence, mais ne donne aucune information temporelle. Ainsi pour un signal comportant deux composantes fréquentielles sur des supports temporels distincts, la représentation temporelle donne une information sur la présence ou l'absence de signal, la représentation de Fourier permet d'identifier les deux composantes fréquentielles présentes, mais aucune information sur la localisation temporelle de ces deux composantes fréquentielles n'est disponible.

Naturellement, chacune de ces deux représentations contient la totalité des informations sur le signal, puisque la transformation de Fourier permet de passer de l'une à l'autre. Néanmoins, seule l'information temporelle ou fréquentielle est explicitée selon que l'on visualise la représentation temporelle ou la représentation de Fourier.

Dans de nombreux cas, les signaux analysés ne sont pas stationnaires et contiennent une multitude d'information fréquentielle sur des supports temporels distincts. L'utilisation unique de la transformée de Fourier présente alors très peu d'intérêt. Il s'agit de ce fait d'envisager de nouveaux modes de représentation permettant d'obtenir une observation du contenu informationnel aussi fine que possible à la fois en temps et en fréquence.

Dès les années 1920, le Physicien Allemand Werner Karl Heisenberg découvre qu'il est impossible d'obtenir des informations précises à la fois sur la vitesse et la position d'une particule. Cela vient du fait que la vitesse et l'impulsion sont des grandeurs conjuguées par transformée de Fourier. Gabor formalise ensuite l'analogie en terme d'analyse temps/fréquence du signal, et conclut qu'un signal ne peut être à la fois infiniment bien localisé en temps et en fréquence. Cette limite est bien connue par les traiteurs de signaux sous le nom d'inégalité de Heisenberg. Soit f une fonction de norme L^2 égale à 1 :

$$\int_{\mathbb{R}} |f(t)|^2 dt = 1$$

On définit le centre c(f) et la largeur $\Delta(f)$ d'une telle fonction par :

$$c(f) = \int_{\mathbb{R}} t |f(t)|^2 dt$$

$$\Delta(f) = \sqrt{\int_{\mathbb{R}} (t - c(f))^2 |f(t)|^2 dt}$$

 $\Delta(f)$ représente ainsi l'écart-type du module carré du signal dans l'espace de représentation de variable t. De façon analogue, $\Delta(\hat{f})$ représente l'écart-type du module carré du signal dans l'espace de représentation de variable ν . L'inégalité de Heisenberg s'écrit alors sous la forme :

$$\Delta(f)\Delta(\hat{f}) \geq \frac{1}{2} \tag{1.1}$$

Tous les outils de décomposition sont ainsi soumis à cette limite fondamentale, qui soustend l'ensemble des problématiques en analyse temps/fréquence du signal [55]. Les travaux de Gabor ont néanmoins permis de mettre à jour des fonctions atteignant cette limite, c'est à dire dont l'encombrement temps/fréquence vaut $\frac{1}{2}$. Le *logon* (ou ondelette) de Gabor est un signal de forme gaussienne, dont les translations en temps et en fréquence laissent invariant l'encombrement temps/fréquence :

$$f(t) = A \exp^{\frac{-(t-t_0)^2}{2\Delta t^2}} \exp^{j\nu_0 t}$$

Où A est une fonction de normalisation dépendante de Δt , tel que le *logon* garde une norme égale à 1. Pour de telles fonctions, et seulement pour ces fonctions là, l'inégalité de Gabor-Heisenberg (1.1) devient une égalité.

1.3.2 Pavage du plan temps/fréquence

À une telle fonction, on associe un pavé temps/fréquence, c'est-à-dire un rectangle dans le plan (t, ν) centré en $(c(f); c(\hat{f}))$ et de dimensions $\Delta(f) \times \Delta(\hat{f})$. Ce pavé est une représentation du recouvrement du plan Temps/Fréquence. Le *logon* de Gabor, régulièrement translaté en temps et en fréquence en fonction de $\Delta(f)$ et $\Delta(\hat{f})$, débouche ainsi sur un quadrillage complet de ce plan sans recouvrement entre les pavés, encore appelés boîtes de Heisenberg. On parle alors abusivement de base de décomposition, sans que rien ne lie le fait qu'une famille soit une base au fait que les pavés temps/fréquence de la famille recouvrent complètement le plan de façon disjointe.

Deux exemples courants et asympotiques d'un tel pavage sont les représentations temporelles et fréquentielles, correspondant à la décomposition sur des bases de Dirac et de Fourier, et où $\Delta(f)$ et $\Delta(\hat{f})$ sont soit infinitésimales ou infinies selon le cas, et aboutissent à des pavages infiniment fins et allongés.

Un compromis entre ces deux extrêmes est souhaitable afin d'aboutir à un recouvrement du plan mieux adapté à l'étude des signaux non stationnaires. Il est alors souhaitable de pouvoir faire varier les largeurs de résolution en temps $\Delta(f)$ et en fréquence $\Delta(\hat{f})$ selon la nature du signal à analyser, et deux approches différentes sont envisageables : l'approche temps/fréquence et l'approche temps/échelle.

1.3.2.1 Approche temps/fréquence

Cette approche consiste à construire une base de logon de Gabor g(t) par translation en temps et en fréquence, aboutissant à un quadrillage régulier du plan temps/fréquence par des boîtes de Heisenberg identiques (voir figure 1.3(a)) :

$$g_{t_0,\nu_0}(t) = \exp^{j\nu_0 t} g_0(t-t_0)$$

avec $g_0(t) = A_0 \exp \frac{-t^2}{2\Delta t^2}$. Cette transformation est connue sous le nom de transformée de Fourier à court-terme (ou à fenêtre) et a pour expression :

$$S_f(t_0,\nu_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(t)g_{t_0,\nu_0}(t)dt$$

La décomposition sur une telle base agit en fait comme un microscope sur les caractéristiques temps/fréquence du signal, avec une résolution temporelle et fréquentielle constante quelle que soit la position (t_0, ν_0) observée. L'inconvénient de cette méthode est son manque de flexibilité, la taille des fenêtres d'analyse étant fixée une fois pour toute et ne s'adaptant pas aux fluctuations spectro-temporelles du signal.

1.3.2.2 Approche temps/échelle

Cette seconde approche fait varier le recouvrement temporelle d'une ondelette g de façon inversement proportionnelle à son recouvrement spectrale, aboutissant à des boîtes de Heisenberg d'aire constante égale à $c = \Delta(g) \times \Delta(\hat{g})$. On obtient alors des fonctions d'ondelettes relativement simples de la forme :

$$g_{t_0,\Delta t}(t) = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} g_0(\frac{t-t_0}{\Delta t})$$

Où $g_0(t) = A_0 \exp \frac{-t^2}{2\Delta t^2} \exp^{jct}$.



FIGURE 1.3 – Pavage du plan temps/fréquence pour la représentation de fourier à court terme (à gauche) et la transformée en ondelettes (à droite)

Dans la suite de ce travail, nous allons utiliser des approches types temps/échelles, et plus précisément la décomposition en paquet d'ondelettes. Alors que dans le cas de l'analyse de

Fourier et sur base d'ondelettes, les variables temps/fréquence (t, ν) sont liées, la décomposition s'effectue dans ce cas avec une variable fréquentielle ν active, la variable temporelle tétant passive. Cette approche permet d'obtenir des résolutions temps/fréquence d'observation adaptées à la nature des signaux à analyser. Les bases de l'analyse en ondelettes sont données en annexe B.1. Nous décrivons ci-dessous le principe de la décomposition en paquets d'ondelettes ansi que les avantages que cette décomposition offre pour l'analyse multirésolution de signaux non stationnaires.

1.3.3 Paquets d'ondelettes

1.3.3.1 Décomposition en paquets d'ondelettes

Les paquets d'ondelettes sont décrits dans [177, 101] et leur principe est illustré sur la figure 1.4. L'idée directrice est de décomposer également l'espace passe-bande en deux autres espaces de détails. L'implémentation n'est qu'une généralisation de l'analyse multirésolution où l'on itère les équations B.3 et B.4 non seulement sur l'approximation $A_x(j-1,.)$ mais également sur le signal de détails $D_x(j-1,.)$. L'arbre de décomposition est ainsi complétement déroulé.

Partant d'un signal à temps discret $x(n), n = 0, ..., 2^N - 1$ (N entier positif) échantillonné à la fréquence F_s , on obtient un signal d'approximation et un signal de détail par application des filtre m_0 et m_1 , puis par décimation d'un facteur 2 des signaux résultants. L'approximation représente ainsi l'information basse fréquence dans la bande $[0, F_s/4]$, et le signal de détail représente l'information haute fréquence dans la bande $[F_s/4, F_s/2]$. On sépare à nouveau ces deux signaux résultants en un signal d'approximation et en un signal de détail. Au fur à mesure que l'on déroule l'arbre, on obtient donc des signaux d'approximation et de détail à des résolutions fréquentielles plus fines (d'un facteur 2) mais moins bien résolus en temps (d'un facteur 2 également).

La figure 1.4 illustre la décomposition en paquets d'ondelettes d'un signal de taille N = 8. On note j l'échelle de décomposition et p le numéro de ce paquet à l'échelle j, qui prend ses valeurs dans l'ensemble $\{0, ..., 2^{j-1}\}$. Les coefficients d'ondelettes sont notés $w_{j,p}(n)$, où n est le numéro de l'ondelette dans le paquet p à l'échelle j, et prend ses valeurs dans l'ensemble $\{0, ..., N/2^j\}$ (en supposant N multiple de 2^j). On peut faire correspondre à p une notion de fréquence, où la bande fréquentielle représentée par le paquet d'ondelettes p à l'échelle j croît avec la valeur de p. L'obtention d'un tel ordre croissant nécessite l'application adéquate des filtres m_0 et m_1 : lorsque la valeur de p est paire, l'application de m_0 puis la décimation donne la partie basse-fréquence de la bande fréquentielle associée au paquet p. L'application de m_1 avec décimation donne de la même manière la partie haute-fréquence de la bande fréquentielle associée au paquet p. Pour un paquet associé à une valeur de p impaire, l'inverse se produit : l'application de m_0 conduit aux composantes haute-fréquences, alors que l'application de m_1 mène aux composantes basse-fréquences. Ceci est dû à la périodicité des réponses fréquentielles des filtres numériques m_0 et m_1 .



FIGURE 1.4 – Décomposition en paquets d'ondelettes pour un signal discret de longueur 8 (N=3)

1.3.3.2 Choix d'une base

La décomposition en paquets d'ondelettes est une représentation hautement redondante. En effet, les deux fils d'un paquet de l'arbre partage la même bande fréquentielle que le paquet d'ondelettes parent. Pour obtenir une base orthogonale, l'arbre de décomposition doit être élagué afin d'obtenir une partition du plan temps/fréquence. Lorsqu'un paquet est choisi pour faire partie de la base orthogonale, ces fils ne peuvent l'être. Cette remarque est la clé des algorithmes de sélection automatiques de base. Ces algorithmes cherchent à sélectionner une base optimale parmi le catalogue de base offert par la décomposition en paquets d'ondelettes, au regard d'un critère de sélection. On associe un coût C à ce critère, et le coût pour chaque paquet de l'arbre est calculé. L'algorithme de choix commence alors au plus profond de l'arbre, en comparant la somme des coûts de deux fils à celui de leur père. La règle de sélection est alors :

Si
$$C(pere) > C(fils gauche) + C(fils droit), conserver les fils (fission) (1.2)$$

Si
$$C(pere) \leq C(fils gauche) + C(fils droit), conserver le pere (fusion) (1.3)$$

Cette façon de procéder assure au final la sélection d'une base orthogonale. Classiquement, le coût choisi est une sorte d'entropie de Shannon des coefficients, coût en général choisi pour des objectifs de compression [101, 177]. Ravier *et al.* ont choisi un coût basé sur un critère de gaussianité pour la détection de transitoires [142]. La figure 1.5 montre un exemple de choix de pavage temps/fréquence dans l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes.

1.3.3.3 Propriétés des paquets d'ondelettes

Les paquets d'ondelettes héritent des propriétés qui ont fait le succès de la transformation en ondelettes ces dernières années.



FIGURE 1.5 – Choix de pavage temps/fréquence dans l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes

La transformée en ondelettes contient des informations très localisées du signal en temps et en fréquence, et conduit à une représentation parcimonieuse très satisfaisante pour une large classe de signaux. En d'autres termes :

Pour un grand nombre de signaux, une transformée en ondelettes résulte en un grand nombre de petits coefficients et en un petit nombre de grands coefficients.

Il est ainsi possible de caractériser convenablement bon nombre de signaux grâce à leurs coefficients principaux. Cette propriété explique le succès de cette transformée pour des applications de compression, de codage ou de débruitage. Cette propriété peut également servir à guider le choix de loi pour la modélisation statistique des coefficients d'ondelettes et incite à privilégier des lois centrées, piquées et à queues longues.

Une seconde propriété intéressante est la persistance des coefficients d'ondelettes significatifs à travers les échelles. Cette propriété est à l'origine du développement de modèle de Markov en arbre adapté à cette décomposition [30, 178] que l'on abordera au chapitre 3, et qui permettent d'extraire des textures pour le traitement des images par exemple.

La transformation en ondelettes agit comme un décorrélateur et blanchit les données. Plus on descend dans les échelles, plus les coefficients de paquets d'ondelettes sont décorrélés. Cette propriété est particulièrement intéressante dans des applications de séparation de sources, et a été exploitée par M. Ichir dans ses travaux sur la séparation aveugle de source dans le domaine des ondelettes [71]. Elle permet également de formuler des hypothèses d'indépendance entre coefficients d'ondelettes et de s'affranchir de contraintes lourdes pour la modélisation des dépendances intervenant dans cette décomposition.

Enfin la propriété d'adaptabilité de la base de décomposition est d'un intérêt tout particulier de la transformation en paquet d'ondelettes, qui peut de ce fait être considérée comme un microscope adaptatif dédié à l'étude des caractéristiques temps/fréquence de signaux hautement non stationnaires. Les travaux précédents pour le détection de signaux transitoires ont
généralement cherché à élaguer l'arbre de paquets d'ondelettes pour aboutir à une base de décomposition orthogonale optimale. Dans ce travail de thèse, nous avons cherché à exploiter l'information de diffusion de l'énergie entre paquet père et fils afin de capturer des signatures temps/fréquence d'intérêt pour la caractérisation de signaux complexes. Cette idée, déjà émise par Learned et Willsky [91] pour l'analyse de signaux transitoires, sera exploitée pour la proposition d'un nouveau modèle d'arbre de Markov adapté à le décomposition en ondelettes présenté au chapitre 5.

1.4 Modélisation temps/échelle des sons pulmonaires

La distribution des coefficients de paquet d'ondelettes résultant de la décomposition de sons pulmonaires reflètent les particularités de ces sons en terme de localisation temps/fréquence et de répartition de l'énergie du signal sur ce plan. La caractérisation de ces coefficients et de leurs distributions mène à des définitions discriminantes de ces sons à partir desquelles le développement de méthode de détection et de classification est possible. Dans cette optique, différentes modélisations des distributions de coefficients d'ondelettes sont proposées. Ces modélisations, aussi perfectibles soient elles, restent pleinement cohérentes avec l'utilisation qui en sera faites dans nos méthodes de classification et de détection abordées dans les chapitres 3, 4 et 5.

1.4.1 Caractérisation temps/échelle des phases de la respiration

Contrairement au rythme cardiaque [57], il n'existe pas de nomenclature précise du rythme respiratoire, à savoir les caractéristiques propres au cycle respiratoire (durée, fréquence), ainsi que la répartition (en temps et en énergie) entre les différentes phases constituant ce cycle. Cette tâche est particulièrement difficile du fait de la variabilité des caractéristiques d'un patient à un autre, de l'instabilité observée dans le temps sur un même patient, et de l'existence de plusieurs points d'observations sur le buste du patient qui multiplient d'autant les efforts de recherche à mettre en œuvre. Cependant, cette caractérisation est d'un grand intérêt pour l'étude des sons respiratoires d'un point de vue du traitement du signal. En permettant de se situer dans le cycle respiratoire, elle offre la possibilité d'une étude aveugle et systématique.

La bande fréquentielle sélectionnée pour l'étude des sons respiratoires normaux est la bande 150-300 Hz [57], nous proposons ici une caractérisation des coefficients issus d'un paquet d'ondelettes correspondant à cette bande fréquentielle. L'inspiration émet plus intensément que la phase d'expiration. C'est cette variation d'énergie entre phases qui va nous permettre de les distinguer entre elles. L'étude des décompositions en ondelettes nous a permis de définir une heuristique de ces variations que nous détaillons ci-dessous.

Les coefficients d'ondelettes issus de la décomposition des phases d'inspiration, d'expiration ou d'apnée sont de moyennes nulles dans les bandes fréquentielles observées. Soit $\Omega_p = \{\omega_{ap}, \omega_{exp}, \omega_{insp}\}$ les ensembles de coefficient du paquet d'ondelettes sélectionné associés respectivement à l'apnée, à l'expiration et à l'inspiration. La variance σ_p^2 des coefficients d'ondelettes pour chacun de ces ensembles (ou *classes*) est simplement estimée par :

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{L_p - 1} \sum_{w \in w_p} w^2 \tag{1.4}$$

Où L_p est le cardinal de l'ensemble $\omega_p \in \Omega_p$. Les coefficients étant centrés, l'énergie moyenne pour une phase est égale à la variance estimée σ_p^2 de ses coefficients de paquet d'ondelettes. Sur les signaux observés, on observe en moyenne une variation d'énergie de cet ordre :

$$\sigma_{insp}^2 = 5 \times \sigma_{exp}^2 = 10 \times \sigma_{ap}^2 \tag{1.5}$$

Etant donnée cette relation empirique entre l'énergie moyenne des coefficients d'ondelettes et connaissant la répartition des phases en temps dans le cycle respiratoire, nous possédons une caractérisation suffisante de ces coefficients pour différencier chacune des trois phases dans la respiration.

L'histogramme des coefficients de paquets d'ondelettes pour le son respiratoire normal montre une répartition des amplitudes très proche d'une distribution gaussienne (voir section 1.4.3.1), modélisation qui pourra être affinée par l'utilisation d'un mélange de gaussiennes (voir section 1.4.3.2).

1.4.2 Caractérisation temps/échelle des sons adventices

La caractérisation des comportements statistiques des coefficients issus de la décomposition en paquets d'ondelettes des sons adventices revêt une importance toute particulière. Elle aboutit section 1.4.3 sur une proposition de modélisation statistique discriminante des sons pathologiques dans cet espace transformé, avec pour objectif la mise à jour de marqueurs statistiques dont l'évolution puisse être corrélée avec celle de l'état pathologique du patient.

• Caractérisation temps/échelle des sons adventices continus

Les sons adventices continus, que ce soit des sibilants, des ronflements ou des *ronchi*, ont la caractéristique commune de posséder une forme d'onde proche de celle d'une sinusoïde lorsqu'ils sont bien marqués. De façon générale, même lorsque le son est peu perceptible à l'oreille, on voit se dégager dans l'espace des paquets d'ondelettes au niveau des paquets d'ondelettes (ou bande de fréquence) d'intérêt une distribution des coefficients proches de celle d'une loi uniforme sur un intervalle d'amplitude donnée (écart-type des amplitudes), et centrée en 0 (illustation 1.6). La détection d'une distribution uniforme au niveau d'un paquet d'ondelettes plutôt qu'un autre peut permettre de conclure à la présence probable d'un *ronchi* plutôt qu'à celle d'un sibilant, suivant la bande fréquentielle *contaminée*. Nous pensons qu'une caractérisation de la forme de cette distribution (aplatissement, écart-type) associé à sa localisation fréquentielle et temporelle peuvent mener à une différenciation satisfaisante des sons adventices continus.



FIGURE 1.6 – (a) Coefficients de paquets d'ondelettes (bande [375 - 500]Hz) associés à une sibilance et (b) histogramme de l'amplitude de ces coefficients

• Caractérisation temps/échelle des sons adventices impulsionnels

Les sons adventices impulsionnels, que nous assimilerons ici aux crépitants, sont des sons explosifs s'ajoutant au son respiratoire normal. Ils contaminent une large bande de fréquence à un instant donné. Dans le domaine des paquets d'ondelettes, la forme d'onde de ces coefficients peut se caractériser par une phase d'attaque, suivie d'un pic représentant l'explosion avant une phase d'atténuation marquant la fin du crépitement. Les crépitants apparaissent généralement sous forme d'un train de sons impulsionnels s'ajoutant au bruit normal. Les distributions de coefficient d'ondelettes associées à ces sons sont très piquées et contiennent peu de coefficients de grandes amplitudes de par leur caractère transitoire comme l'illustre la figure 1.7, ceci sur une large bande fréquentielle et donc observable dans plusieurs paquets d'ondelettes simultanément. Nous inclurons également cette distribution dans notre modélisation temps/échelle de signaux respiratoires. En revanche la question de leur détection et de leur classification n'a pas été traitée au cours dans cette thèse, et à fait l'objet de recherches annexes auquel a participé l'auteur de cette thèse [BCSLC09]. Ces études se basent sur la déconvolution d'un train de signaux impulsionnels bruités, avec pour objectif une estimation de la densité de crépitants dans le signal, associée à une estimation de l'amplitude de ces crépitants.



FIGURE 1.7 - (a) forme d'onde d'un train de trois crépitants dans le domaine des paquets d'ondelettes et (b) histogramme de l'amplitude des coefficients

1.4.3 Modélisation des coefficients de paquet d'ondelettes

La modélisation consiste à représenter une quantité de données de grande taille, par un ensemble de taille très réduite, appelé dictionnaire. Dans notre cas ce dictionnaire sera composé des paramètres de loi venant modéliser les distributions de coefficients de paquet d'ondelettes. Ces modélisations nous permettent d'intégrer l'ensemble des informations statistiques déduites de l'observation de signaux dans un formalisme mathématique commun sur lequel se basent nos outils de décision. L'estimation des paramètres associés à ces distributions sur les signaux étudiés sont autant de marqueurs potentiellement témoins de la présence et de l'évolution d'une pathologie, permettant leur détection et leur classification. Les modélisations proposées ci-dessous sont le résultat d'une étude portant sur une base de sons comprenant 28 sons normaux, 22 sons adventices continus (sibilances et ronchus) et 18 sons de crépitants fins et gros. Elles ont été jusqu'à ce jour continument validées par des études sur les sons venant alimenter la base de sons développée dans le cadre du projet ASAP.

1.4.3.1 Phase de la respiration et loi du χ^2

Nous cherchons dans un premier temps une modélisation des coefficients d'ondelettes à même de permettre la différenciation des phases dans le cycle respiratoire. Nous faisons ici l'hypothèse de stationnarité statistique des coefficients d'ondelettes dans chacune des phases du cycle respiratoire.

Les coefficients de paquets d'ondelettes issus de la décomposition de sons respiratoires suivent une distribution très approchée de celle d'une distribution gaussienne de moyenne nulle, comme l'illustre les histogrammes de la figure 1.8. La connaissance de la variance σ_p^2 permet ainsi de déterminer la distribution gaussienne permettant d'approcher la distribution suivie par la variable aléatoire w_l pour chacune des phases du cycle respiratoire Ω_p :



FIGURE 1.8 – Histogrammes des coefficients d'ondelettes issus de la décomposition de sons respiratoires normaux et modélisation par une gaussienne de ces données. (a) inspiration, (b) expiration, (c) apnée.

Les trois phases respiratoires sont chacune caractérisées par une loi gaussienne centrée et nous sommes donc confrontés à un problème de segmentation à variance discriminante. Afin de contourner ce problème, exploitons une propriété des distributions gaussiennes :

La somme de carrés de n variables normales centrées réduites indépendantes suit une loi du χ^2 à n degrés de liberté.

Les variables étant centrées, une estimation $\hat{\sigma}_p^2$ de la variance pour la phase p est donnée par l'énergie moyenne des coefficients d'ondelettes correspondant à cette phase (équation (1.4)). La somme des carrés de n coefficients d'ondelettes réduite par cette variance estimée est alors modélisée par une loi du χ^2 à n degrés de liberté, dont on trouvera quelques distributions pour différentes valeurs de n figure 1.9 et répondant à l'équation suivante :

$$\chi^{2}(x) = \frac{\exp^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{x}{2}-1}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})}$$
(1.6)

Où Γ est la fonction gamma. La modélisation va donc se porter sur l'énergie locale des coefficients d'ondelettes. Cette nouvelle fonction d'observation possède également l'avantage d'être plus robuste par rapport au caractère très aléatoire du son respiratoire, grâce à la régularisation qu'elle implique par le calcul de l'énergie sur des fenêtres de longueur n. Surtout, elle permet une distinction des distributions associées aux trois phases du signal sans l'inconvénient du recouvrement induit par la modélisation gaussienne.



FIGURE 1.9 – Lois du χ^2 pour diverses longueurs de fenêtre n (1, 5, 10, 20)

1.4.3.2 Modélisation par mélange de gaussiennes

L'approximation de la distribution des coefficients d'ondelettes par une gaussienne ne peut rendre pleinement compte de la variabilité des caractéristiques respiratoires d'un patient à un autre et d'un cycle respiratoire à un autre pour un même patient. Les mélanges de gaussiennes permettent d'affiner efficacement cette modélisation. Ces mélanges ont déjà été largement utilisés pour la détection/vérification du locuteur [144, 6, 23] et récemment adopté par Bahoura *et al.* [10, 9, 118] ou encore Matsunaga *et al.* [105] pour la modélisation de paramètres extraits des sons respiratoires dans un objectif de classification des sons normaux et anormaux. Ces distributions ont l'avantage de pouvoir approcher une large variété de lois avec une précision variant selon le nombre de composantes gaussiennes injectées dans le modèle.

Pour la modélisation des coefficients d'ondelettes issus des décompositions des phases, nous nous contentons d'un mélange gaussien à deux composantes. Deux modes apparaissent effectivement dans la distribution des amplitudes des ondelettes : les petits coefficients et les grands coefficients, chacune de ces deux populations pouvant être modélisée par une distribution gaussienne. On observe effectivement une modélisation plus fine de la distribution par un mélange de deux gaussiennes (figure 1.10) en comparaison à l'approximation par une simple gaussienne (voir figure 1.8).

La loi d'un mélange de K densités gaussiennes est donnée par :

$$f_{MG}(x) = \sum_{i=1}^{K} \eta_i \mathcal{N}(x; \mu_i, \sigma_i)$$
(1.7)

Avec $\mathbf{H} = \{\eta_i\}$ les coefficients du mélange, $M = \{\mu_i\}$ et $\Sigma = \{\sigma_i^2\}$ les moyennes et variances pour chaque gaussienne.



FIGURE 1.10 – Histogrammes des coefficients d'ondelettes issus de la décomposition de sons respiratoires normaux et modélisation par mélange de deux gaussiennes sur ces données. (a) inspiration, (b) expiration, (c) apnée.

Phase	Σ (*10 ⁻⁴)	Н
Inspiration	(0.21, 2.48)	$(0.07, \ 0.93)$
Expiration	(0.20, 0.41)	$(0.39, \ 0.61)$
Apnée	(0.018, 0.14)	(0.45, 0.55)

TABLE 1.2 – Paramètres des mélanges de gaussiennes associés à la figure 1.10. Σ (*10⁻⁴) donne les variances estimées pour chaque composante, et **H** les coefficients du mélange.

1.4.3.3 Modélisation par gaussiennes généralisées

Nous avons précédemment introduit des modélisations par gaussienne et par mélange de gaussiennes en s'appuyant sur les bonnes propriétés de parcimonie de la transformée en paquet d'ondelettes. La modélisation de sons adventices amène à des distributions pour lesquelles l'utilisation de gaussiennes n'est pas appropriée, comme l'indique l'allure des histogrammes pour ces sons (section 1.4.2). Nous nous sommes donc penchés sur la modélisation par gaussienne généralisée centrée, plus flexible et à même de modéliser à la fois les distributions de coefficient de paquet d'ondelettes associées au son normal et aux sons adventices. Elle se définit uniquement par deux paramètres (variance et paramètre de forme), et s'adapte bien à ce type de signaux dont les distributions sont centrées et symétriques. Son expression est donnée par :

$$f_{GG}(x;\mu,\sigma,\alpha) = \frac{1}{\sigma Z(\alpha)B(\alpha)} \exp\left(\frac{-|x|^{\alpha}}{\sigma B(\alpha)}\right)$$
(1.8)

Avec μ la moyenne, σ^2 la variance et

$$B(\alpha) = \frac{2}{\alpha} \Gamma(\frac{1}{\alpha}) \tag{1.9}$$

$$Z(\alpha) = \sqrt{\frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha})}{\Gamma(\frac{3}{\alpha})}}$$
(1.10)

où $\Gamma(.)$ est la fonction gamma.



FIGURE 1.11 – Forme de la loi gaussienne généralisée selon le paramètre de forme α . $\alpha = 2$: gaussienne. $\alpha < 2$: sur-gaussienne. $\alpha > 2$: sous-gaussienne.

Le paramètre de forme α confère à la distribution gaussienne généralisée sa flexibilité et lui permet d'approximer un large éventail de loi allant de la loi uniforme ($\alpha \to \infty$) à la loi impulsionnelle ($\alpha \to 0$) (voir fig. 1.11). Elle permet donc d'approximer de façon très satisfaisante les distributions des coefficients d'ondelettes issus de la décomposition d'un son sifflant comme les sibilants (qui conduit à une distribution étalée bien approximée par une sous-gaussienne), d'un son explosif comme les craquements (qui conduit à une distribution très piquée bien approximée par une sur-gaussienne) ou d'un son normal équivalent au murmure vésiculaire (dont la distribution est proche d'une gaussienne, voir fig. 1.12). On introduira α comme un marqueur statistique permettant la classification de signaux respiratoires selon la distribution de leurs coefficients d'ondelettes.



FIGURE 1.12 – Histogramme des coefficients d'ondelettes issus de la décomposition de sons respiratoires réels et modélisation par gaussienne généralisée sur ces données. (a) son normal $(\alpha = 1.83)$, (b) crépitement fin $(\alpha = 0.68)$, (c) sibilant $(\alpha = 25.2)$.

1.5 Conclusion

Les choix de modélisation de la vraisemblance des données pour les coefficients de paquets d'ondelettes associés aux signaux pulmonaires sont des lois suffisamment générales et flexibles. En particulier, la loi gaussienne généralisée choisie pour la modélisation des signaux adventices est suffisamment générique pour prendre en compte la diversité et la variabilité des phénomènes acoustiques respiratoires liées à l'acquisition sur le buste du patient et à l'*incertitude* intrinsèque aux données respiratoires. L'ambition de ce travail est la mise à jour de marqueurs enfouis dans le signal, amenant à une sensibilité accrue des méthodes d'analyse à l'*imprécision* sur les données et menant ainsi à la résolution d'un *problème inverse* complexe. Si cette *imprécision* est logiquement appréhendée par des distributions très générales, il est en revanche nécessaire d'intégrer de forts *a priori* sémiologiques afin de régulariser le champ des solutions admissibles. L'approche bayésienne associée aux modélisations markoviennes sont de ce fait d'un grand intérêt dans ce contexte, en donnant la possibilité d'une fusion entre la vraisemblance sur les données (adaptée à la réalité de l'auscultation) et les *a priori* cliniques qui sous-tendent ces données (cadre sémiologique rigide).

Chapitre 2

Modèles de Markov

Sommaire

2.1	Chaînes de Markov	40
2.2	Arbres de Markov	48
2.3	Estimation des paramètres dans les modèles de Markov	51
2.4	Conclusion	55

CE second chapitre présente les éléments théoriques de traitement du signal sur lesquelles se basent les méthodes développées au cours de cette thèse. A partir de la décomposition en paquets d'ondelettes, nous appliquons des méthodes de classification et de détection basées sur l'inférence bayésienne et les modèles de Markov. Nous proposons dans ce chapitre une synthèse des modèles de Markov que nous exploiterons pour le développement de nos méthodes de segmentation.

Nos algorithmes de décision ont pour objectif la qualification automatique de sons pulmonaires à partir de données acoustiques issues de l'acquisition au stéthoscope. La nature du geste auscultatoire, associée aux conditions d'acquisition du signal respiratoire, amène inévitablement à un problème d'*imprécision* des données. La qualité de l'observation ne permet pas de lier de façon déterministe le son observé avec une *vérité* pathologique sur le patient. Il y a une *distorsion* entre l'entrée et la sortie du processus d'auscultation, qui peut être modélisée par la réponse impulsionnelle du système d'auscultation. Nous cherchons à identifier l'entrée de ce système à partir d'une observation *incertaine* de sa sortie, sans nécessairement chercher à en identifier précisément la réponse impulsionnelle. Ce problème est connu sous le nom de *problème inverse*. Il peut être aisément formulé par une approche bayésienne et les outils bayésiens qui en découle conduisent à des méthodes de résolution élégantes et performantes. Les bases de l'approche bayésienne sont rappelées dans l'annexe B.2.

L'utilisation d'outils bayésiens dans des problèmes inverses où le nombre de variables est conséquent présuppose d'émettre des hypothèses sur les interactions entre ces variables, autorisant le développement d'un modèle probabiliste pour ces données. Les modèles probabilistes graphiques amènent à un interfaçage entre les données intervenant dans un problème et une vision statistique de ce même problème. Ils mettent en évidence des relations d'indépendance entre les variables et décomposent le problème global en une réunion de sous-problèmes plus simples à résoudre. L'établissement de la loi conjointe globale sur l'ensemble du graphe pourra ainsi se factoriser en un produit de lois locales. Bien qu'existant depuis le début du $XX^{\text{ème}}$ siècle à travers les travaux de Gibbs, le formalisme des modèles probabilistes n'a été établi que très récemment grâce notamment aux travaux de Pearl [117] et de Lauritzen [90]. Ils jouent depuis un rôle grandissant dans la conception et l'analyse d'algorithmes liés au raisonnement ou à l'apprentissage [76, 74, 120]. Quelques éléments de la théorie des graphes ainsi que les méthodes d'inférence les plus couramment usités pour l'apprentissage des distributions dans ces graphes sont exposés à l'annexe B.3. Nous présentons ci-dessous quelques modèles graphiques de Markov particuliers, à partir desquelles nous avons développer nos méthodes d'analyse des sons pulmonaires.

2.1 Chaînes de Markov

Nous nous plaçons dans le cadre de la restauration d'un phénomène caché X à partir d'observations Y. Les liens entre ces deux processus sont capturés par la loi jointe sur le couple Z = (X, Y). L'utilisation des méthodes d'inférence exacte (voir annexe B.3.4) implique des hypothèses fortes sur la modélisation probabiliste à adopter. En particulier, le contexte de l'inférence bayésienne suppose l'accès aux lois marginales *a posteriori*. Les graphes de dépendance couramment adoptés pour la résolution de ce type de problème inverse sont les graphes en chaîne menant à modéliser le processus Z = (X, Y) comme une chaîne de Markov. Ces modèles offrent une approche efficace et robuste pour l'estimation de paramètres dans les problèmes inverses, ce qui explique leur très large succès. Ils ont fait l'objet d'application les plus diverses, à commencer par le traitement de la parole [139], de signaux musicaux [141], ou encore en traitement d'images [1, 20]. Citons également quelques travaux récents concernant le débruitage de signaux [104], la climatologie [14], ou les finances [168]. Ces modèles trouvent enfin leur application pour le traitement des signaux biologiques [34, 3], appréciés pour la robustesse qu'ils offrent face à des contextes de détection ou de restauration hautement bruités.

L'objectif d'une telle modélisation est la réduction des coûts de calcul permettant d'accéder aux grandeurs probabilistes d'intérêt, tout en préservant une modélisation suffisamment riche afin de capturer les interactions d'intérêt entre les variables aléatoires. Dans cette section dédiée aux modèles de chaînes de Markov, la modélisation markovienne du processus couple Z = (X, Y) sera abordée par ordre de généralité décroissante, à partir de la modélisation par chaînes de Markov couples (CMCouples) jusqu'à la modélisation bien connue par chaîne de Markov cachée à bruit indépendant (CMC-BI). Enfin nous aborderons quelques modèles plus complexes montrant la souplesse des modélisations markoviennes, basés sur la modélisation par chaîne de Markov triplet permettant par exemple la prise en compte de la non stationnarité statistique du signal, ainsi que leur généralisation pour l'étude de processus à corrélation longue.

2.1.1 Modélisation du processus couple Z = (X, Y)

Dans la grande majorité des applications des modélisations markoviennes (dont celles utilisées dans les travaux cités ci-dessus), le processus caché X est supposé Markovien, et on suppose l'indépendance des observations conditionnellement au processus caché, menant au modèle de chaîne de Markov à bruit indépendant. Ces hypothèses permettent une simplification du problème et une implémentation aisée. En revanche, elle est parfois trop simpliste, et il peut-être alors judicieux de relâcher la contrainte de Markov sur X, en supposant le processus Z seul comme étant Markovien [126, 45]. Nous présentons ci-dessous quatre modélisations par chaîne de Markov du processus Z, où X est d'abord supposé non Markovien (CMCouples), puis Markovien (CMC). Dans ces deux cas, nous aborderons l'hypothèse d'indépendance du bruit conditionnellement aux données cachées (CMC-BI).

2.1.1.1 Chaîne de Markov couple

Soit $X = (X_1, ..., X_T)$ et $Y = (Y_1, ..., Y_T)$ deux processus aléatoires. Les éléments de Xprennent leur valeur dans un ensemble discret $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_N\}$ et le processus d'observation Y est supposé prendre ses valeurs dans l'ensemble \mathbb{R} . Soit $Z = (Z_1, ..., Z_T)$, avec $Z_t = (X_t, Y_t)$, le processus couple (processus caché, observation). Alors Z est appelé chaîne de Markov couple si et seulement si sa loi s'écrit :

$$p(Z) = p(Z_1)p(Z_2|Z_1)...p(Z_{\mathcal{T}}|Z_{\mathcal{T}-1})$$
(2.1)

Par conditionnement, les transitions entre Z_{t+1} et Z_t peuvent également s'écrire :

$$p(Z_{t+1}|Z_t) = p(X_{t+1}|X_t, Y_t)p(Y_{t+1}|X_{t+1}, X_t, Y_t)$$
(2.2)

On retrouve une formulation qui ressemble à celle rencontrée pour les problèmes inverses, où on peut identifier un terme de régularisation associé à l'*a priori* sur les données cachées $p(X_{t+1}|X_t, Y_t)$, ainsi qu'un terme d'attache aux données $p(Y_{t+1}|X_{t+1}, X_t, Y_t)$. Cette attache implique une prise en compte d'une corrélation du bruit sur la chaîne, où la réalisation du bruit à l'instant t+1 dépend à la fois des états cachés $X_{t+1} = x_{t+1}$ et $X_t = x_t$, mais également de la réalisation du bruit à l'instant t. Cette prise en compte est souvent très intéressante, comme par exemple en traitement de la parole où le bruit à un instant donné est fortement corrélé à la réalisation du bruit à l'instant précédent. Les termes successifs de la chaîne $Z_t = (X_t, Y_t)$ et $Z_{t+1} = (X_{t+1}, Y_{t+1})$ sont complètement maillés, comme le montre le graphe associé au CMCouples figure 2.1.

Il est possible d'inférer sur un tel modèle par un algorithme de passage de message. En effet on montre que la loi *a posteriori* sur X est une chaîne de Markov, et que cette loi *a posteriori* se calcul itérativement de la façon suivante [89] :

$$p(X_{t+1}|X_t, Y) = p(Z_{t+1}|Z_t) \frac{\beta_{t+1}(Z_{t+1})}{\beta_t(Z_t)}$$
(2.3)

Avec $\beta_t(Z_t) = p(Y_{t+1}, ..., Y_t | Z_t)$ calculable récursivement de la manière suivante pour tout $1 \le n < N$:

 $\beta_{\mathfrak{T}}(Z_{\mathfrak{T}}) = 1$

$$\beta_t(Z_t) = \begin{cases} \sum_{X_{t+1} \in \Omega} p(Z_{t+1} | Z_t) & \text{si } t+1 = T \\ \sum_{X_{t+1} \in \Omega} p(Z_{t+1} | Z_t) \beta_{t+1}(Z_{t+1}) & \text{sinon} \end{cases}$$

Les probabilités de transition sur Z se calculent simplement à partir de l'équation 2.2 :

$$p(Z_{t+1}|Z_t) = p(X_{t+1}|X_t) \frac{p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})}{p(Y_t|X_t)}$$
$$= \frac{p(X_t, X_{t+1})p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})}{\sum_{X_{t+1} \in \Omega} p(X_t, X_{t+1})p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})}$$
(2.4)

Il s'agit alors de connaître les lois $p(X_t, X_{t+1})$ et $p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})$. Dans le cas d'une modélisation simple par des lois gaussiennes par exemple, l'expression de la loi conjointe $p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})$ est connue. En revanche pour des distributions plus complexes cette loi conjointe n'a souvent pas d'expression analytique. Dans ce cas il est possible de faire appel à des modélisations mathématiques permettant une estimation de cette loi. Il est généralement plus simple d'émettre des hypothèses supplémentaires sur le modèle, quitte à perdre certaines dépendances intéressantes entre variables aléatoires. Une hypothèse couramment admise est l'hypothèse d'indépendance des observations conditionnellement au données cachées X.

Chaîne de Markov couples à bruit indépendant (CMCouple-BI)

Les réalisations du bruit aux instants t et t + 1 sont indépendantes conditionnellement aux réalisations cachées X_t et X_{t+1} .

$$p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1}) = p(Y_t|X_t, X_{t+1})p(Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})$$
(2.5)

La loi d'attache aux données est donc liée à un unique instant t, et est de ce fait beaucoup plus simple à manipuler. Cependant, le conditionnement de Y_t par X_t n'entraîne pas l'indépendance avec le reste de la chaîne X. On garde ainsi une certaine généralité de dépendance appréciable, notamment pour le traitement de signaux où l'état X_t influe fortement sur la réalisation du bruit à l'instant t + 1, comme un son de parole par exemple. On en déduit la loi de transition sur le processus couple Z:

$$p(Z_{t+1}|Z_t) = p(X_{t+1}|Z_t)p(Y_{t+1}|Z_t, X_{t+1})$$

$$= p(X_{t+1}|Z_t)\frac{p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})}{p(Y_t|X_t, X_{t+1})}$$

$$= p(X_{t+1}|Z_t)\frac{p(Y_t|X_t, X_{t+1})p(Y_{t+1}|X_t, X_{t+1})}{p(Y_t|X_t, X_{t+1})}$$
(2.6)



FIGURE 2.1 – Modèles graphiques non orientés associés aux modélisations par CMCouple (a) et par CMCouple-BI (b)

2.1.1.2 Chaîne de Markov cachée

Soit Z une CMCouple stationnaire inversible, i.e., $p(Z_t, Z_{t+1})$ ne dépend pas de t, et $p(Z_t, Z_{t+1}) = p(Z_{t+1}, Z_t)$ pour tout $1 \le t \le T - 1$. Les trois propriétés suivantes sont équivalentes [129] :

(i) X est une chaîne de Markov;

- (ii) pour tout $2 \le t \le T$, $p(Y_t|X_t, X_{t-1}) = p(Y_t|X_t)$;
- (iii) pour tout $1 \le t \le T$, $p(Y_t|X) = p(Y_t|X_t)$

(2.10)

Les propriétés (ii) et (iii) montre qu'une observation Y_t dépend exclusivement de son état caché X_t , et il est impossible de prendre en compte les éventuelles variations de $P(Y_t|X)$ lorsque l'ensemble des états cachés $X \setminus X_t$ varient. Ces considérations permettent de mesurer la perte de généralité par rapport au CMCouple qu'implique l'hypothèse de Markov sur X. La chaîne Z = (X, Y) est dans ce cas appelée chaîne de Markov cachée (CMC). On a alors :

$$p(Y_t, Y_{t+1}|X_t, X_{t+1}) = p(Y_{t+1}|Y_t, X_{t+1})p(Y_t|X_t)$$
(2.7)

et en injectant cette relation dans 2.4, la loi de transition sur Z s'écrit dans ce cas :

$$p(Z_{t+1}|Z_t) = p(X_{t+1}|X_t)p(Y_{t+1}|Y_t, X_{t+1})$$
(2.8)

On note que l'on a toujours une dépendance entre les observations successives. Une simplification supplémentaire est d'en supposer l'indépendance.

Chaîne de Markov cachée à bruit indépendant (CMC-BI)

Les réalisations du bruit aux instants t et t + 1 sont indépendantes conditionnellement à l'état caché X_{t+1} .

$$p(Y_t, Y_{t+1}|X_{t+1}) = p(Y_{t+1}|X_{t+1})$$
(2.9)

On en déduit la loi de transition sur le processus couple Z:



 $p(Z_{t+1}|Z_t) = p(X_{t+1}|X_t)p(Y_{t+1}|X_{t+1})$

FIGURE 2.2 – Modèles graphiques non orientés associés aux modélisations par CMC (a) et par CMC-BI (b)

Selon les applications, il est utile de se demander quelles simplifications peuvent être judicieusement faites. En classification d'images, des comparaisons entre les modèles couples et cachés avec bruit dépendant ont montré que la prise en compte de la corrélation du bruit menait à des résultats supérieurs. Cette modélisation permet de prendre en compte l'influence des états cachés sur les observations au niveau des frontières entre classes. Dans le cas du traitement temps/échelle des sons respiratoires, les caractéristiques statistiques inhérentes au bruit du flux d'air dans les bronches montrent que ces bruits sont très peu colorés. Cette considération, associée au fait que la transformation en paquet d'ondelettes blanchit les données d'échelle en échelle, montre qu'il est pertinent d'utiliser cette modélisation par CMC-BI pour l'analyse des sons pulmonaires.

2.1.2 Chaîne de Markov Triplet

Soit U un processus à valeurs discrètes dans $\Lambda = \{\lambda_1, ..., \lambda_M\}$ et soit les notations T = (X, U, Y), Z = (X, Y), V = (X, U). Alors on dira que Z est une chaîne de Markov triplet si il existe un processus U tel que T est une chaîne de Markov. Ce modèle, représenté figure 2.3, est en fait strictement plus général que le modèle CMCouple. En effet, le couple Z = (X, Y) n'est pas nécessairement de Markov. En revanche la chaîne T = (V, Y) est une chaîne de Markov couple et les résultats énoncés précédemment pour les chaînes couples restent donc valables. Il est également toujours possible d'obtenir les probabilités a posteriori sur le processus X par marginalisation de le loi a posteriori du processus V qui peut toujours être calculée selon les relations vues à la section précédente :

$$p(X_t|Y) = \sum_{U_t \in \Lambda} p(V_t|Y)$$
(2.11)

Le processus auxiliaire U ne revêt pas nécessairement de signification physique, mais permet de généraliser le modèle couple et d'apporter un degré de modélisation supplémentaire. Il est possible de transposer les équivalences vues à la section précédente entre les CMC ouples et les CMC, en considérant le processus V comme une chaîne de Markov :

Soit T une CMT stationnaire, i.e., $p(T_t, T_{t+1})$ ne dépend pas de t, et $p(T_t, T_{t+1}) = p(T_{t+1}, T_t)$ pour tout $1 \le t \le \mathcal{T} - 1$. Les trois propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) V est une chaîne de Markov; (ii) pour tout $2 \le t \le T$, $p(Y_t|V_t, V_{t-1}) = p(Y_t|V_t)$;
- (iii) pour tout $1 \le t \le T$, $p(Y_t|V) = p(Y_t|V_t)$

Il est toujours possible ensuite d'ajouter des hypothèses sur l'indépendance du bruit, de la même façon que pour les chaînes couples, selon la nature du problème à modéliser. Nous illustrons la richesse de cette modélisation en abordant deux utilisations principales des chaînes de Markov triplet, d'abord pour la prise en compte de la non stationnarité du processus couple X, et ensuite pour la modélisation de processus à corrélation longue.

2.1.2.1 Chaînes de Markov Triplet et non stationnarité

Les chaînes de Markov triplet permettent d'adapter les modèles de chaînes au cas de non stationnarité du processus couple Z = (X, Y). Le processus marginal U permet de relâcher



FIGURE 2.3 – Modèles graphiques non orientés associés aux modélisations par CMT (a) et par CMT-BI (b)

la contrainte de stationnarité sur la chaîne couple Z, en imposant cette contrainte sur la chaîne triplet T. Z peut alors être vue comme une chaîne couple stationnaire et homogène par morceaux dont les probabilités initiales et de transitions pour les différentes phases de stationnarité sont paramétrées par U. Ce processus marginal a donc ici un sens physique bien défini, et le nombre de classes dans Λ reflète alors le nombre d'états de stationnarité présents sur la chaîne Z. De ce fait, non seulement la restauration de X est d'intérêt, mais également la restauration de U, pouvant par exemple faire apparaître dans le signal différentes textures ou granularités caractérisées par les distributions *a priori* de X associées à chaque état sur U. Cette puissance de modélisation des CMT est illustrée à la figure 2.4 dans le cas d'une image de télédétection. La segmentation a été réalisée à l'aide d'un modèle triplet caché à bruit indépendant (CMT-BI, figure 2.3(b)). On voit bien apparaître dans le résultat de segmentation différents états de stationnarité entre les classes de niveaux de gris associées à X, mis en évidence par la restauration de U, et qui apporte ainsi une information complémentaire à la restauration du processus X.

2.1.2.2 Chaînes de Markov Triplet et chaînes semi-markoviennes

Les CMT apportent également une généralisation des modèles de chaînes semi-markoviennes cachées (CSMC). Considérons un processus $X = \{X_1, ..., X_t, ...\}$ où chaque X_t est à valeur dans $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_N\}$. X est une chaîne semi-markovienne si sa loi est donnée par la loi de X_1 notée $p(x_1)$, la suite des matrices de transition $p(x_t|x_{t-1}), i \ge 2$ vérifiant $p(x_t|x_{t-1}) = 0$ pour $x_t = x_{t-1}$, et N suites de lois sur N^{*}. Pour chaque i = 1, ..., N, on note $p(.|x_t = \omega_i)$ la suite des lois correspondantes. Une réalisation de la chaîne semi-markovienne $X = \{X_1, ..., X_T\}$ est obtenue par :

(i) $X_1 = x_1$ est simulée selon $p(x_1)$ (ii) on simule un entier naturel $T_1 = t_1$ selon $p(.|x_1)$ (iii) pour $1 \le t \le t_1$ on pose $x_t = x_1$ (iv) on simule $X_{t_1+1} = x_{t_1+1}$ selon $p(x_{t_1+1}|x_{t_1})$ (v) on simule un entier naturel $N_2 = t_2$ selon $p(.|x_{t_1})$ et on reboucle sur (ii)

On peut montrer que les CSMC sont des CMT particulières [132]. La chaîne U est telle que pour chaque t, U_t modélise le temps restant de séjour de X_t dans x_t . On peut montrer la



FIGURE 2.4 – Segmentation par chaîne de Markov triplet. (a) Image originale. (b) Segmentation en niveaux de gris de l'image correspondant à la segmentation du processus X. (c) Carte de stationnarité de l'image correspondant à la segmentation du processus U. On voit clairement apparaître sur la carte de stationnarité la partie de l'image associée aux endroits texturés sur le palmipède, qui se différencie avec les parties de niveaux de gris homogènes dans l'image.

proposition suivante :

Proposition 2.7 Une chaîne semi-markovienne cachée est une chaîne de Markov triplet T = (X, U, Y) avec U_t à valeurs dans \mathbb{N}^* , définie par $p(x_1, u_1, y_1) = p(x_1)p(u_1|x_1)p(y_1|x_1)$ et les transitions :

$$p(x_{t+1}, u_{t+1}, y_{t+1} | x_t, u_t, y_t) = p(x_{t+1} | x_t, u_t, y_t) p(u_{t+1} | x_t, u_t, y_t, x_{t+1})$$

$$p(y_{t+1} | x_t, u_t, y_t, x_{t+1}, u_{t+1})$$
(2.12)

données par :

$$p(x_{t+1}|x_t, u_t, y_t) = p(x_{t+1}|x_t, u_t) = \begin{cases} \delta(x_t) & \text{si } u_t > 1\\ p(x_{t+1}|x_t) & \text{si } u_t = 1 \end{cases}$$
(2.13)

$$p(u_{t+1}|x_t, u_t, y_t, x_{t+1}) = p(u_{t+1}|x_{t+1}, u_t) = \begin{cases} \delta(u_t - 1) & \text{si } u_t > 1\\ p(u_{t+1}|x_{t+1}) & \text{si } u_t = 1 \end{cases}$$
(2.14)

$$p(y_{t+1}|x_t, u_t, y_t, x_{t+1}, u_{t+1}) = p(y_{t+1}|x_{t+1})$$
(2.15)

Les chaînes de Markov triplets peuvent aussi modéliser différentes propriétés simultanément en considérant la chaîne auxiliaire U sous forme multivariée $U = (U_1, ..., U_d)$, où chaque U_i modélise une certaine propriété : par exemple U_1 peut modéliser la non-stationnarité et U_2 la semi-markovianité. De plus nous avons supposé que U était à valeurs dans un ensemble fini $\Lambda = \{\lambda_1, ..., \lambda_M\}$, mais on peut aussi supposer que chaque U_t prend ses valeurs dans l'ensemble des réels \mathbb{R} .

2.2 Arbres de Markov

Rappelons les notations relatives à la structure d'arbre de Markov. Chaque niveau r de l'arbre comporte l'ensemble d'éléments S^r , l'ensemble S^0 se réduisant au singleton racine de l'arbre (card $(S^0) = 1$), et S^R l'ensemble des feuilles de l'arbre. Soit $s \in S^r$ un élément de l'arbre au niveau r. Pour chaque élément s de S^i , $i \in [0..R-1]$ nous associons un ensemble d'enfants s^+ , de telles sortes que $(s^+)_{s\in S^i}$ soit une partition de S^{i+1} . Ainsi chaque élément de $S \setminus S^0$ possède un unique parent noté s^- . On note < s l'ensemble des antécédents de s et > s l'ensemble de ses descendants. En reliant ces variables aléatoires entre elles et en orientant ces liens des parents vers les enfants, on donne naissance à un graphe orienté qui satisfait à la propriété de Markov Global pour les graphes orientés (cf corollaire 2.7). X est de ce fait un processus de Markov en échelle, ce qui signifie que la probabilité d'un élément $x_{s\in S\setminus S^0}$ connaissant l'ensemble de ces antécédents est égale à la probabilité de x_s connaissant son père x_{s^-} :

$$P(x_s|x_{$$

Dans le cas markovien, on en déduit la factorisation de la loi jointe sur X à partir des noyaux de transitions $P(x_s|x_{s-})$:

$$P(x) = P(x_0) \prod_{i=1}^{R} \prod_{s \in S^i} P(x_s | x_{s^-})$$
(2.17)

2.2.1 Modélisation de Z dans le cas des arbres de Markov

Il s'agit à nouveau de définir la loi jointe du processus couple Z = (X, Y) dans un objectif de restauration de X sachant les observations Y. Comme dans le cas des chaînes de Markov, il existe différents niveaux de généralités selon les hypothèses formulées. Le modèle le plus général est de supposer directement le processus Z de Markov en échelle [125, 56] :

$$Z_s \perp Z_{$$

Et la loi de Z est alors donnée par :

$$P(z) = P(z_0) \prod_{i=1}^{R} \prod_{s \in S^i} P(z_s | z_{s^-})$$
(2.19)

On appelle ce modèle AMCouple. Sur le modèle des chaînes, il est ensuite possible d'ajouter une hypothèse d'indépendance sur les observations, menant au modèle AMCouple-BI [125]. On peut également définir les arbres partiellement de Markov, et étendre l'ensemble de ces modélisations au cas triplet par ajout d'un processus marginal U [127]. Nous allons à présent nous pencher sur un cas particulier des Arbres de Markov en présentant les arbres de Markov dyadiques, proposé par Chou et al [33] dans le cadre de traitement de signaux dans le domaine des ondelettes.

2.2.2 Arbre Dyadique

Ce modèle se présente sous la forme d'un arbre markovien à variables cachées discrètes dyadiques, où chaque élément de l'arbre (à part les feuilles) possèdent deux fils. Cet arbre est un cas particulier d'arbre de Markov couple et peut-être représenté par le graphe de la figure 2.5.



FIGURE 2.5 – Graphe de Markov dyadique

Pour ce modèle, les hypothèses de Markov sur X ainsi que les hypothèses d'indépendances des observations, menant à un modèle d'arbre de Markov caché dyadique à bruit indépendant (AMC-BI), de généralité équivalente au modèle CMC-BI dans le cas des chaînes. Le couple Z = (X, Y) est supposée de Markov avec les dépendances du graphe 2.5. Soit f_A l'attache aux données. Nous avons alors :

- l'indépendance des observations Y conditionnellement aux données cachées X :

$$f_A(Y|X) = \prod_{s \in S} f_A(Y_s|X)$$

– la loi de Y_s conditionnellement à X est égal à la loi de Y_s conditionnellement à X_s :

$$f_A(Y_s|X) = f_A(Y_s|X_s)$$

Ces deux dernières hypothèses impliquent que les connexions entre les étages de l'arbre se fait entre les variables cachées, les données observées n'étant plus liées à l'arbre que par leur état caché respectif (voir fig. 2.6).

- L'arbre est supposé homogène : les probabilités $P(x_s|x_{s-})$ de transition sont égales quel que soit le couple (x_s, x_{s-}) considéré.

L'arbre de Markov caché à bruit indépendant (AMC-BI, fig. 2.6) est largement répandu dans la littérature ([28, 87, 137]). Ce modèle a ensuite évolué vers d'autres modèles possédant des maillages plus complexes comme les quadarbres (adaptés à l'analyse de signaux 2D, Bouman et *al* [18]), et permettant une prise en compte plus complète des voisinages afin d'éviter les effets de bloc (Kato et *al* [81], Monfrini et *al* [111]). Il peut-être évidemment adapté au cas couple et triplet [125], [127] afin d'enrichir leur pouvoir modélisant. Nous proposerons au chapitre 5 un nouveau modèle, dérivé de ce modèle AMC-BI et adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes.



FIGURE 2.6 – Graphe de Markov dyadique

Nous nous plaçons dans le cadre d'algorithmes markoviens non supervisés, où l'ensemble des paramètres θ est à estimer. L'estimation des paramètres constitue la seconde tâche générique sur les modèles graphiques. Nous donnons en annexe B.4 quelques méthodes d'estimation [12, 43] utiles pour l'estimation des paramètres de régularisation et d'attache aux données. Nous donnons dans la section suivante les procédures de réestimation des paramètres que nous utiliserons dans nos méthodes de segmentation par chaîne dans les deux prochains chapitres.

2.3 Estimation des paramètres dans les modèles de Markov

Les lois d'attache aux données choisies sont basées sur des mélanges de gaussiennes monodimensionelles à une ou deux composantes, distributions bien connues et caractérisées par les moyennes et variances de chaque composante, ainsi que les coefficients des mélanges. On note θ_F l'ensemble de ces paramètres d'attache aux données à estimer. Dans le cas des modélisations markoviennes cachées ou triplet, l'hypothèse d'homogénéité et de stationnarité des lois de transition sur X (cas CMC-BI) ou V (cas CMT-BI) est émise. L'estimation de ces paramètres a priori dans le cas CMC se résume donc à l'estimation des probabilités initiales $\pi_i = p(x_1 = \omega_i)$ et à l'estimation d'une matrice de transition sur le processus caché X, noté $a_{ij} = p(x_t = \omega_j | x_{t-1} = \omega_i)$. De même dans le cas triplet, il nous faudra estimer les probabilités initiales $\pi_i^v = p(x_1 = \omega_i, u_1 = \lambda_k)$ et la matrice de transition $c_{ij,kl} = p(x_t = \omega_j, u_{t-1} = \lambda_l | x_{t-1} = \omega_i, u_{t-1} = \lambda_k)$ (pour U prenant ses valeurs dans l'ensemble $\Lambda = \{\lambda_1...\lambda_K\}$). L'ensemble de ces paramètres a priori sera noté θ_L .

Après initialisation, plusieurs types d'algorithme d'estimation itératif peuvent être adoptés afin de faire converger ces paramètres et d'apporter une solution au problème de segmentation. Nous présentons d'abord un algorithme d'estimation courant basé sur l'obtention d'un résultat de segmentation à partir des paramètres estimés à l'itération précédente. Nous donnons ensuite les expressions des réestimations des paramètres $\theta = \{\theta_L, \theta_F\}$ basées sur l'EM et sa version stochastique (voir annexe B.4), algorithmes qui ont montré leur efficacité dans le cadre des modélisations Markoviennes.

2.3.1 Algorithme d'estimation fréquentiste

La méthode de réestimation fréquentiste consiste à faire un comptage à partir du résultat de segmentation courante à une itération q donnée. On note $\hat{\omega}_l$ la classe attribuée à l'observation y_t lors de cette segmentation. Dans le cas gaussien et lorsque l'observation est directement les coefficients de paquets d'ondelettes, la moyenne et la variance sont simplement réestimées par calcul de la moyenne et de la variance des observations y_t attribués à la classe i lors de cette segmentation :

$$\hat{\mu}_{i}^{[q]} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{\hat{\omega}_{t}^{[q]} = \omega_{i}} y_{t}}{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{\hat{\omega}_{t}^{[q]} = \omega_{i}}}$$
(2.20)

$$(\hat{\sigma}_{i}^{[q]})^{2} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{\hat{\omega}_{t}^{[q]} = \omega_{i}}(y_{t}^{2} - \hat{\mu}_{i}^{[q]})}{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{\hat{\omega}_{t}^{[q]} = \omega_{i}}}$$
(2.21)

Où 1 est la fonction indicatrice. Dans nos algorithmes, seul l'équation (2.21) sera en réalité exploitée, les coefficients de paquets d'ondelettes étant supposés centrés ($\hat{\mu}_i = 0 \ \forall \omega_i \in \Omega$)

2.3.2 Application des méthodes EM et SEM

L'application des méthodes EM (annexe B.4.1) et de sa version stochastique SEM (annexe B.4.2) suppose l'accès aux lois *a posteriori* locales sur $X \varepsilon_t(i) = p(x_t = \omega_i | Y)$. L'algorithme de Baum-Welsch [12] permet de résoudre ce problème d'inférence.

2.3.2.1 Inférence sur les chaînes de Markov cachées et triplet

Le calcul des probabilités *a posteriori* sur la chaîne cachée X passe par le calcul des passes avant (ou *forward*, noté α) et arrière (ou *backward*, noté β). Ces quantités probabilistes se définissent de la façon suivante :

$$\alpha_t(i) = p(x_t = \omega_i, y_1, ..., y_t)$$
(2.22)

$$\beta_t(i) = p(y_{t+1}, ..., y_{\mathcal{T}} | x_t = \omega_i)$$
 (2.23)

Ces probabilités se calculent itérativement par l'algorithme de Baum-Welsch [12] :

$$\alpha_1(i) = \pi_i f_i(y_1) \tag{2.24}$$

$$\alpha_{t+1}(j) = f_j(y_{t+1}) \sum_{i=1}^{N} a_{ij} \alpha_t(i)$$
(2.25)

$$\beta_{\mathcal{T}}(i) = 1 \tag{2.26}$$

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} f_j(y_{t+1}) \beta_{t+1}(j)$$
(2.27)

 $f_i(y_t) = p(Y_t = y_t | x_t = \omega_i)$ est l'attache aux données associée à la classe ω_i , et N est le nombre de classes de segmentation. La probabilité *a posteriori* locale sur X est alors donnée par :

$$\varepsilon_t(i) = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)}$$
(2.28)

On en déduit également les probabilités *a posteriori* $\gamma_t(i, j) = p(x_t = \omega_i, x_{t+1} = \omega_j | y)$, qui seront utiles pour le calcul de réestimation de la matrice de transition sur X :

$$\gamma_t(i,j) = \frac{\alpha_t(i)a_{ij}f_j(y_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{\beta_t(i)}$$
(2.29)

Dans le cas des chaînes triplet, la procédure est la même en remplaçant le processus caché X par le processus V = (X, U). Les expressions des passes avant et arrière s'adaptent de la manière suivante :

$$\alpha_t^v(i,k) = p(x_t = \omega_i, u_t = \lambda_k, y_1, ..., y_t)$$
(2.30)

$$\beta_t^v(i,k) = p(y_{t+1}, ..., y_T | x_t = \omega_i, u_t = \lambda_k)$$
(2.31)

Les initialisations et les récursions sur ces deux passes sont identiques aux équations (2.24)-(2.27). On aboutit ainsi aux probabilités *a posteriori* locales sur *V*, notées $\varepsilon_t^v(i,k) = p(x_t = \omega_i, u_t = \lambda_k | y)$, en adaptant l'équation (2.28) avec les nouvelles expressions des passes avant et arrière. Les probabilités *a posteriori* locales sur *X* et sur *U* sont simplement déduites par marginalisation de celles obtenues sur *V* :

$$\varepsilon_t(i) = \sum_{k=1}^K p(x_t = \omega_i, u_t = \lambda_k | y)$$
(2.32)

$$\zeta_t(k) = \sum_{i=1}^N p(x_t = \omega_i, u_t = \lambda_k | y)$$
(2.33)

avec $\zeta_t(k) = p(u_t = \lambda_k | y)$. On en déduit de même les probabilités a posteriori $\gamma_t^v(i, j, k, l) = p(x_t = \omega_i, u_t = \lambda_k, x_{t+1} = \omega_j, u_{t+1} = \lambda_l | y)$:

$$\gamma_t^v(i, j, k, l) = \frac{\alpha_t^v(i, k) c_{ij,kl} f_j(y_{t+1}) \beta_{t+1}^v(j, l)}{\beta_t^v(i, k)}$$
(2.34)

On rappelle (voir annexe B.4) que les algorithmes EM et SEM permettent l'estimation itérative des paramètres par maximisation, respectivement déterministe et stochastique, de l'espérance a posteriori de la loi totale p(x, y) conditionnée par les observations y et l'estimation des paramètres $\theta = \{\theta_L, \theta_F\}$ à l'itération précédente. Donnons les expressions de ces estimés pour les paramètres a priori θ_L dans le cas des modèles cachés et triplet, puis pour les paramètres d'attache aux données dans les cas de mélanges de gaussiennes monodimensionnelles à une et deux composantes. Les résultats de ce problème d'optimisation pour ces distributions sont maintenant bien connus et les détails des démonstrations sont disponibles dans de nombreux ouvrages [16, 136].

2.3.2.2 Estimation EM

Dans le cas de la réestimation des paramètres *a priori* θ_L , les cas cachés et triplet sont à envisager. Commençons par les expressions de réestimation dans le cas caché :

$$\hat{\pi}_i = \varepsilon_1(i) \tag{2.35}$$

$$\hat{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i)}$$
(2.36)

Dans le cas triplet, ces expressions sont données par :

$$\hat{\pi}_{i,k}^v = \varepsilon_1^v(i,k) \tag{2.37}$$

$$\hat{c}_{ij,kl} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t^v(ij,kl)}{\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t^v(i,k)}$$
(2.38)

Nous donnons ci-dessous les expressions de réestimation des paramètres d'attache aux données f_i associées aux classes de segmentation $\omega_i \in \Omega$. Nous traitons le cas de la réestimation des paramètres de mélanges de gaussiennes par l'algorithme EM. Un mélange de K gaussiennes monodimensionelles s'écrit :

$$f_{i}(x) = \sum_{k=1}^{K} \lambda_{i}^{k} f_{i}^{k}(x)$$
(2.39)

avec $f_i^k(x) = \mathcal{N}(x; \mu_i^k, \sigma_i^k)$. L'ensemble des paramètres θ_F à estimer sont les K moyennes $\mathcal{M} = \{\mu_i^1, ..., \mu_i^K\}$, les K variances $\Sigma = \{\sigma_i^1, ..., \sigma_i^K\}$ et les coefficients du mélange $H = \{\eta_i^1, ..., \eta_i^K\}$, et ceci pour chacune des N classes $\omega_i \in \Omega$. Ces expressions s'appuient sur le calcul des probabilités locales a posteriori $\varepsilon_t(i)$ obtenues par l'algorithme de Baum-Welch (section 2.3.2.1), mais également sur le calcul d'une nouvelle grandeur : la probabilité a posteriori que l'observation y_t soit issue de la composante gaussienne $C_t = k$ issue du mélange associé à la classe $x_t = \omega_i$, notée $\varepsilon_t^c(i, k) = p(x_t = \omega_i, C_t = k|y)$ [16] :

$$\varepsilon_t^c(i,k) = \varepsilon_t(i) \frac{\eta_i^k f_i^k(y_t)}{f_i(y_t)}$$
(2.40)

On a alors les expressions de réestimation suivantes :

$$\hat{\eta}_i^k = \frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^c(i,k)}{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t(i)}$$
(2.41)

$$\hat{\mu}_{i}^{k} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t}^{c}(i,k) y_{t}}{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t}^{c}(i,k)}$$
(2.42)

$$(\hat{\sigma}_{i}^{k})^{2} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t}^{c}(i,k)(y_{t} - \hat{\mu}_{i}^{k})^{2}}{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t}^{c}(i,k)}$$
(2.43)

Dans le cas de mélanges à une seule composante K = 1 (cas gaussien), ces expressions sont également utilisables. Dans ce cas particulier, on propose également dans la section suivante le recours à une estimation des paramètres de moyenne et de variance par l'algorithme SEM.

2.3.2.3 Estimation SEM

Dans le cas des CMC, l'estimation SEM est basée sur une simulation du processus X à partir de la probabilités *a posteriori* obtenues par l'algorithme de Baum-Welch. L'estimation des paramètres par l'algorithme SEM revient alors à un simple comptage sur cette réalisations :

$$\hat{\pi}_i = \mathbf{1}_{[\hat{x}_1 = \omega_i]} \tag{2.44}$$

$$\hat{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{J-1} \mathbf{1}_{[\hat{x}_t = \omega_i, \hat{x}_{t+1} = \omega_j]}}{\sum_{t=1}^{T-1} \mathbf{1}_{[\hat{x}_t = \omega_i]}}$$
(2.45)

Dans le cas CMT, Le principe est strictement le même. On obtient les estimées des probabilités d'initialisation et de transition sur V à partir de M réalisations \hat{v}^m , $1 \le m \le M$, simulées grace aux probabilités *a posteriori* $\varepsilon_t^v(i, k)$:

$$\hat{\pi}_{i,k} = \mathbf{1}_{[\hat{v}_1 = (\omega_i, \lambda_k)]} \tag{2.46}$$

$$\hat{c}_{ij,kl} = \frac{\sum_{t=1}^{\tau-1} \mathbf{1}_{[\hat{v}_t = (\omega_i, \lambda_k), \hat{v}_{t+1} = (\omega_j, \lambda_l)]}}{\sum_{t=1}^{\tau-1} \mathbf{1}_{[\hat{v}_t = (\omega_i, \lambda_k)]}}$$
(2.47)

Dans le cas triplet, les grandeurs d'intérêt sur X et U peuvent ensuite être obtenues par marginalisation, ce qui consiste simplement à effectuer les bonnes sommations sur les lignes et les colonnes des matrices $\hat{\pi}_{i,k}$ et $\hat{c}_{ij,kl}$.

Que ce soit dans le cas caché ou triplet, on suppose avoir toujours à disposition une réalisation \hat{x} du processus X à partir de la loi *a posteriori* de X. Les expressions de réestimation SEM des paramètres de la gaussienne μ_i et σ_i^2 pour les N classes $\omega_i \in \Omega$ sont alors données par :

$$\hat{\mu}_{i} = \frac{\sum_{t=1}^{J} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t}=\omega_{i}]} y_{t}}{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t}=\omega_{i}]}}$$
(2.48)

$$\hat{\sigma}_{i}^{2} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t}=\omega_{i}]} (y_{t} - \hat{\mu}_{i})^{2}}{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t}=\omega_{i}]}}$$
(2.49)

Le principe de l'algorithme de réestimation ICE est différent de celui de l'EM. Cependant, dans le cas des distributions gaussiennes généralisées, les expressions de réestimation sont identiques, et nous pourrons donc nous y référer lors de son utilisation au chapitre 4. Nous préciserons alors le cas particulier de la réestimation des paramètres pour la gaussienne généralisée multivariée que nous modéliserons à l'aide de la théorie des copules. Il en est de même pour notre méthode de segmentation introduite au chapitre 5, où il nous faudra dans un premier expliciter les spécificités de notre nouveau modèle, avant d'aborder la procédure d'inférence ainsi que l'étape de réestimation des paramètres associés.

2.4 Conclusion

Nous appliquons ces différentes approches à la segmentation de signaux pulmonaires dans un objectif de détection. Nous profitons du pouvoir régularisant de ces méthodes, propriété particulièrement intéressante pour le traitement de ces signaux dont les réalisations sont souvent très instables et variables d'un cycle à l'autre pour un même individu. Les fonctions d'attache aux données adoptées sont très générales et peu discriminantes, conférant une importance toute particulière aux *a priori* dans le développement de ces méthodes bayésiennes.

Le chapitre suivant propose une comparaison des différentes approches par chaînes dans le cadre de la détection des phases de la respiration. Nous commençons par montrer l'apport de la régularisation markovienne en montrant les limites d'une simple méthode par maximum de vraisemblance. Nous proposons alors des approches de segmentation par chaînes de Markov cachées classiques, puis par chaînes triplet en proposant différentes interprétations pour le processus auxiliaire U. Dans le chapitre 4, on exploite un modèle de Markov caché avec attache aux données multivariée dans un soucis de fusion d'informations, montrant l'étendu des possibilités de modélisation offertes par ces approches.

Le chapitre 5 présente une nouvelle modélisation par arbre de Markov, ayant pour but de capturer les dépendances entre les coefficients de la décomposition en paquets d'ondelettes. Ce modèle orienté, qui peut s'apparenter à l'arbre dyadique classique, prouve encore les capacités d'adaptation des modèles markoviens à une grande variété d'applications, à condition que les *a priori* sur les dépendances entre données soient cohérentes et que le modèle graphique associé permette l'émission des hypothèses de Markov.

Chapitre 3

Segmentation de sons pulmonaires en phases respiratoires

Sommaire

3.1	Conditionnement de signaux pulmonaires	58
3.2	Initialisation basée sur l'heuristique sémiologique	63
3.3	Algorithmes de segmentation en phases respiratoires	65
3.4	Résultats	72
3.5	Conclusion	77

La modélisation des coefficients d'ondelettes relatifs aux sons respiratoires nous permet d'envisager la segmentation de ces signaux en phases. Nous sommes en présence d'un problème de segmentation à trois classes qui se succèdent périodiquement dans le signal. Il s'agit là d'un *a priori* fort dont on va se servir autant que possible pour guider nos algorithmes. Deux modélisations des coefficients d'ondelettes sont adoptées. La première est une modélisation par approximation gaussienne, conformément aux résultats de l'étude de la section 1.4.3. Cette approximation nous permet de modéliser la distribution énergétique des coefficients par une loi du χ^2 (cf. section 1.4.3.1). La seconde est un mélange de deux gaussiennes souvent exploité pour approcher les distributions de coefficients d'ondelettes (cf. section 1.4.3.2). Nous adoptons alors diverses modélisations, et montrons l'intérêt des approches bayésiennes par modélisation markovienne qui facilitent l'intégration de connaissances *a priori*, notamment grâce à l'introduction du processus auxiliaire U dans le cas des modèles triplet.

3.1 Conditionnement de signaux pulmonaires

Les signaux pulmonaires à analyser nous parviennent sous formes bruts, directement enregistrés et numérisés à partir d'auscultation ayant lieu dans des conditions très souvent non optimales. Le traitement systématique de ces sons implique un traitement préalable afin de faciliter l'extraction de l'information d'intérêt. En terme de prétraitement, on pense souvent à la possibilité de débruiter le signal par des méthodes de seuillage ou de déconvolution. Dans le cadre de cette thèse, nous avons pris le parti de traiter toute l'information à disposition, sans prétraitement. Nous avons en revanche choisi de restreindre nos analyses sur les segments porteurs d'informations. La détection des phases de la respiration semble être un choix pertinent à plusieurs titres. Les raisons de ce choix et les moyens d'y parvenir sont explicités ci-dessous.

3.1.1 Enjeu de la détection des phases

Les précédentes études portant sur l'analyse des sons respiratoires ont très souvent éludées la question d'une systématisation de traitements aveugles, en proposant des méthodes de détection s'appliquant à la globalité du signal pulmonaire, sans information de localisation dans le signal. Nous pensons qu'il est plus judicieux de s'attacher à cibler les traitements sur les *atomes* du signal porteur d'informations, c'est-à-dire les phases qui composent le cycle respiratoire. Le premier objectif de nos approches est la détection de ces différentes phases, à savoir les phases d'inspiration, d'expiration, et les phases d'apnée (ou de transition). Cette *cartographie* du son respiratoire permet une localisation des descripteurs dans le cycle, information nécessaire à l'identification et la caractérisation d'anormalités. Elle nous amène à concentrer nos études sur les segments d'intérêts et facilite grandement le développement de méthodes dédiées à la détection de détails enfouis dans le signal pulmonaire. Elle permet également une normalisation des sons respiratoires sur un temps de cycle ou de phase identique, et donc le recalage de données entre elles. Confronté à une base de sons alimentés jour après jour, le recalage des sons offre des possibilités nouvelles en terme de comparaisons et de suivis de patients.

En effet, la méthodologie adoptée (dont on parlera plus longuement au prochain chapitre) s'inspire de celle employée par les médecins : dans le cadre d'une auscultation classique, plusieurs points de mesure sont relevés sur le buste du patient. Les médecins s'aident de ces diverses observations et les recoupent entre elles pour établir un diagnostic. L'attention se porte en particulier sur les phases d'inspiration et d'expiration, porteuses d'informations sur l'état pathologique du patient. En terme de traitement du signal, l'opération ainsi menée est une fusion d'informations complémentaires captées sur plusieurs observations (ou *modalités*). Nous nous proposons d'imiter cette méthodologie. De ce fait, la détection des phases est cruciale pour permettre une comparaison cohérente des *modalités* en mettant en regard des segments de signaux sémiologiquement homogène (autrement dit, pour éviter une comparaison entre une phase d'inspiration et une phase d'expiration, opération qui n'aurait pas de sens). Elle offre par la suite la possibilité de développer des algorithmes de fusion d'informations permettant de prendre en compte plusieurs *modalités* dans les signaux capturés (chapitre 4).

Les méthodes de segmentation choisies pour la détection des phases s'appuient sur les va-

riations d'énergie observées dans la représentation des signaux respiratoires en paquet d'ondelettes. La méthode du maximum de vraisemblance permet de valider la cohérence des modélisations choisies pour la distribution des coefficients ondelettes associés aux différentes phases. Comme nous nous y attendions, cette approche manque de robustesse face à l'intensité du bruit et à la variabilité statistique intrinsèque à ces signaux. Le cadre de l'inférence bayésienne semble à même de palier à ce manque de robustesse et permet l'intégration de nos connaissances *a priori* sur la répartition des phases au sein du cycle respiratoire. Cette approche couplée au choix d'une modélisation par chaîne de Markov cachée permet de prendre en compte la structure à la fois imprécise et régulière du cycle de la respiration. Nous testons dans un premier temps une segmentation à l'aide d'un simple modèle de chaîne de Markov cachée à bruit indépendant (CMC-BI, section 2.1.1.2), et nous montrons les limites d'une telle approche qui n'offre pas un pouvoir modélisant suffisant pour pouvoir prendre en compte toutes les connaissances sur les sons pulmonaires. Le choix d'un modèle de chaîne de Markov triplet (CMT-BI, section 2.1.2.1) s'avère de ce fait prometteur, en permettant une prise en compte plus complète des *a priori* dont nous disposons et que nous énumérons ci-dessous.

3.1.2 A priori sémiologique

Les *a priori* adoptés pour la segmentation en phases sont issus des travaux de Gavriely [57] ainsi que de nos propres expérimentations sur des signaux réels issus de la base WebSound. Ces connaissances sur le son respiratoire normal, synthétisées aux sections 1.1.2.1 et 1.4.1, restent imprécises mais autorisent néanmoins d'émettre des hypothèses générales sur l'évolution du signal de phase en phase. Les phases d'inspiration et d'expiration, segments du signal porteurs d'informations, sont entrecoupées de phases d'apnée. Le signal associé à chacune de ces trois phases est supposé statistiquement stationnaire, faisant apparaitre trois états de stationnarité se succédant dans le signal. Une troisième hypothèse concerne l'occupation des phases dans le cycle respiratoire. Un cycle est composé de quatre phases selon le schéma *inspiration-apnéeexpiration-apnée*. On suppose que les phases d'inspiration et d'expiration occupent chacune 1/3 du temps de cycle, le reste du cycle correspondant à l'apnée. Nous avons donc une répartition de type 1/3 - 1/6 - 1/3 - 1/6 pour la succession *inspiration - apnée - expiration apnée*. Ces a priori nous seront grandement utiles pour l'initialisation des paramètres sur la chaîne de Markov cachée, et pour leur réestimation au cours de la segmentation.

Un *a priori* supplémentaire à disposition et déjà mentionné à la section 1.4.1 concerne le rapport d'énergie entre les phases. Nous rappelons qu'il est admis que la phase d'inspiration émet plus d'énergie que l'expiration. Le rapport d'énergie entre phase que nous avons adopté après expérimentations est donné par l'équation (1.5), que nous rappelons ici :

$$\sigma_{insp}^2 = 5 \times \sigma_{exp}^2 = 10 \times \sigma_{ap}^2$$

Où σ_p^2 correspond à l'estimation de la variance des coefficients d'ondelettes associés aux trois classes $\Omega_p = \{\omega_{insp}, \omega_{exp}, \omega_{ap}\}$. Ces résultats sont expérimentaux et des écarts conséquents entre ces a priori et la réalité peuvent être parfois observés. Néanmoins il reste cohérent dans la majorité des situations et sont un atout précieux pour conférer une robustesse certaine à nos algorithmes de segmentation par modèles de chaîne de Markov, et plus particulièrement à travers l'utilisation du modèle triplet.

3.1.3 Fonction de vraisemblance

Les fonctions d'attache aux données adoptées sont basées sur des critères de gaussianité des distributions des coefficients d'ondelettes (voir chapitre 1.4.3). Deux modélisations sont proposées. La première correspond à une approximation gaussienne qui permet l'utilisation de la loi du χ^2 pour la modélisation de la distribution de fenêtre d'énergie du signal. La seconde est plus précise, basée sur la modélisation par mélange de deux gaussiennes, mais implique d'opérer directement sur les ondelettes et non sur leur énergie, ce qui la rend plus sensible au bruit et conduit à un problème à variance discriminante complexe. Explicitons dans un premier temps le fenêtrage choisi pour la modélisation par distribution du χ^2 .

3.1.3.1 Loi du χ^2 et énergie des coefficients de paquets d'ondelettes

La taille L de la fenêtre ∇ sur laquelle l'énergie est calculée est nécessairement liée à la durée du cycle et des phases respiratoires : elle doit être suffisamment longue pour rester robuste vis à vis du bruit et amener à des distributions du χ^2 discriminantes relativement aux différentes phases, mais doit rester inférieure à la durée des phases les plus courtes, soit les phases de transition, afin de permettre leur détection.

La durée de ces sons variant fortement d'un individu à l'autre, il s'agit ainsi d'adapter la fenêtre au signal étudié. La méthode utilisée est une méthode classique basée sur l'intercorrélation du signal pour estimer la période du cycle respiratoire. Une fois la fonction d'intercorrélation calculée, les pics les plus importants sont sélectionnés par un seuillage. Ces pics sont supposés correspondre aux phases d'inspiration dans le signal. La moyenne des distances entres ces pics est alors calculée, fournissant une estimation de la période τ_c des cycles, c'est à dire de la durée moyenne entre phases d'inspiration successives. Cette méthode donne des résultats satisfaisants pour l'initialisation de nos algorithmes.

D'après la sémiologie adoptée, les phases de transition occupent $2 \times 1/6$ du cycle respiratoire. La longueur de la fenêtre d'observation est alors choisie égale à 1/12 de la période des cycles estimée ($L = \tau_c/12$), afin de permettre une bonne détection des phases de transition. L'énergie des coefficients est calculée en faisant glisser la fenêtre sur le paquet d'ondelettes avec un recouvrement de 75% entre deux fenêtres successives (Le pas \mathcal{P} entre deux fenêtres d'énergie est ainsi égal à $\tau_c/48$). Ce choix permet de construire une fonction d'observation adaptée à la détection des différentes phases dans le signal avec une précision acceptable. La fonction d'observation calculée par fenêtrage du signal est notée f_{obs} et est donnée par :

$$f_{\rm obs}(t) = \sum_{w_l \in \nabla(t)} w_l^2 \tag{3.1}$$

Où $\nabla(t)$ représente la fenêtre ∇ décalée de $t \times \mathcal{P}$ par rapport à l'origine du signal. Dans le cas du signal respiratoire *apexEA.wav* présenté figure 3.1, les périodes de cycle sont d'environ 4 secondes (cas d'une respiration forcée) pour une fréquence d'échantillonnage de 8000 Hz. Les paquets d'ondelettes étudiés sont de niveau six, ce qui correspond à une résolution temporelle de 125 coefficients d'ondelettes par seconde. Une période de cycle équivaut donc à $\tau_c = 4 \times 125 = 625$ coefficients. On obtient alors une valeur de *L* autour de 40 avec un



FIGURE 3.1 – (a) Paquets d'ondelettes de niveau six correspondant à la bande de fréquence 250-312.5 Hz pour le son respiratoire Med1. (b) Distribution de gaussienne associée aux trois classes. (c) Fonction d'énergie avec une fenêtre d'observation de taille 328 ms (41 échantillons). (d) Distribution du χ^2 non normalisée pour les trois classes (41 degrés de liberté).

recouvrement de 30 coefficients entre chaque fenêtre d'observation.

Remarque : A partir de L = 100, la loi du χ^2 peut-être remplacée par une loi gaussienne de moyenne L et de variance 2L. Cette condition n'est pas remplie dans ces deux cas précis, et nous conservons la modélisation par une loi du χ^2 à L degrés de liberté.

Nous donnons ci-dessous les méthodes de réestimation des variances dans le cas de cette fonction d'observation particulière.

3.1.3.2 Réestimation des paramètres de la fonction F_{obs}

Dans le cas où la réestimation se fait par une méthode fréquentiste (voir 2.3.1), les paramètres de variance sont réestimés non pas directement à partir des valeurs $y_t = F_{obs}(t)$ observées, mais sur les coefficients de paquets d'ondelettes sous-jacents qui ont servi à calculer la fonction d'énergie F_{obs} sur une fenêtre d'observation ∇ de longueur L. Le recouvrement entre ces fenêtres, qui est de 75%, induit une difficulté pour la réestimation à partir des coefficients, chaque coefficient contribuant aux calculs de quatres valeurs consécutives sur F_{obs} qui ont pu être attribué à des classes différentes lors de la segmentation à l'itération q. Pour le calcul d'une variance σ_i^2 donnée, on décide alors de retenir les coefficients ayant contribués au calcul d'une observation $F_{obs}(t)$ attribuée à la classe ω_i lors de la segmentation à l'itération q, si seulement si les observations $F_{obs}(t-1)$ et $F_{obs}(t+1)$ sont attribuées à la même classe lors de cette segmentation :

$$\hat{\sigma}_{i}^{2} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{\hat{\omega}_{t-1}^{[q]} = \hat{\omega}_{t}^{[q]} = \hat{\omega}_{t+1}^{[q]} = \omega_{i}} \sum_{l \in \nabla_{t}} w_{l}^{2}}{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{\hat{\omega}_{t-1}^{[q]} = \hat{\omega}_{t}^{[q]} = \hat{\omega}_{t+1}^{[q]} = \omega_{i}}}$$
(3.2)

Dans le cas d'une réestimation par la version stochastique de l'EM, nous reprenons ces mêmes considérations, et nous proposons de ce fait une réestimation SEM modifiée :

$$\hat{\sigma}_{i}^{2} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t-1}^{m} = \hat{x}_{t}^{m} = \hat{x}_{t+1}^{m} = \omega_{i}]}{\sum_{t=1}^{T} \sum_{m=1}^{M} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t-1}^{m} = \hat{x}_{t}^{m} = \hat{x}_{t+1}^{m} = \omega_{i}]}$$
(3.3)

Nous n'avons pas de preuve de la convergence de cet estimateur SEM modifié, mais les expérimentations ont montré un bon comportement pour notre application de segmentation en phases.

3.1.3.3 Mélange de gaussiennes et coefficients de paquets d'ondelettes

Un mélange de gaussiennes peut également être adopté, permettant de donner une approximation plus fine de la distribution des coefficients de paquets d'ondelettes. En revanche le recours à une fonction de moyennage comme le calcul de l'énergie est plus complexe, car il n'existe pas à notre connaissance d'expression analytique pour la distribution de la somme des carrés de L variables suivant une même loi de mélange de gaussiennes. La segmentation se porte ainsi directement sur les coefficients de paquets d'ondelettes. La sensibilité au bruit est dans ce cas accrue, et cette difficulté est amplifiée par le fait que les distributions gaussiennes intervenant dans les mélanges sont centrées. Seules les variances permettent de discriminer les différentes classes (on parle alors de problème à variances discriminantes). Une méthode par maximum de vraisemblance n'aura à l'évidence aucune chance de succès, n'apportant pas de régularisation afin de palier à l'imprécision des observations. En revanche, on montrera que la régularisation apportée par les chaînes de Markov aboutit à des solutions intéressantes à ce problème de segmentation difficile. La résolution de cette fonction d'observation étant située au niveau de l'ondelette, un autre avantage apporté par une telle modélisation concerne la précision du résultat de segmentation en phases (de l'ordre de la centaine de ms pour la modélisation par la loi du χ^2 , contre la dizaine de ms pour cette modélisation).

L'étude abordée à la section 1.4.3 montre que des mélanges de gaussiennes à deux composantes approximent convenablement la distribution des coefficients de paquets d'ondelettes (fig. 3.2). Il en résulte six paramètres de variance à estimer ainsi que trois coefficients de mélange (deux variances et un coefficient par mélange). L'estimation de ces paramètres a été explicitée section 2.3.2.2, à l'aide de l'algorithme EM. Nous précisons plus loin leur initialisation dans le cadre applicatif de la segmentation en phases.



FIGURE 3.2 – (a) Paquets d'ondelettes de niveau six correspondant à la bande de fréquence 250-312.5 Hz pour le son respiratoire Med1. (b) Distribution de mélange de gaussiennes associée aux trois classes.

3.1.4 Énoncé du problème de détection des phases

Notre problème de détection des phases est formulé comme un problème de segmentation. On note $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ l'ensemble des classes de segmentation, où la classe ω_1 correspond à la phase de transition, ω_2 à celle d'expiration et ω_3 à celle d'inspiration (ordre d'énergie *a priori* croissante). Le signal segmenté prend ces valeurs dans cet ensemble, le résultat de segmentation résolvant ainsi notre problème de détection.

Nous proposons plusieurs méthodes non supervisées pour résoudre ce problème, basées sur des modélisations de généralité croissante. Nous commençons par un simple algorithme du maximum de vraisemblance, avant d'exploiter les bonnes propriétés des modélisations markoviennes par chaîne cachée (CMC-BI) et triplet (CMT-BI). Avant de présenter les applications et les apports de ces modèles pour notre problème concret, nous explicitons les méthodes d'initialisation des paramètres de loi *a priori* dans le cadre particulier de la segmentation en phases.

3.2 Initialisation basée sur l'heuristique sémiologique

Nous proposons une méthode d'initialisation basée sur nos connaissances du son respiratoire normal (voir section 3.1.2), qui servira pour tous les algorithmes de segmentation.

3.2.1 Initialisation de l'a priori θ_L

Le processus caché X à restaurer correspond aux phases de la respiration. La distribution de ces classes dans le signal est liée au cycle de la respiration ainsi qu'à leur répartition au sein du cycle. Ce paramètre est initialisé à partir d'une autocorrélation du signal, où la moyenne des distances entre les pics de corrélation nous donne une estimation de la période du cycle respiratoire. L'estimation de ce paramètre permet l'initialisation des paramètres de transition sur la chaîne X, représentés par la matrice de transition a_{ij} .

Nous n'avons aucune connaissance *a priori* sur la position initiale du signal dans le cycle respiratoire. La répartition en Apnée-Expiration-Inspiration (respectivement en fraction de temps de cycle : a_1 - a_2 - a_3) amène logiquement aux initialisations suivantes pour les probabilités initiales et la matrice de transition :

$$\pi_1 = 2a_1; \qquad \pi_2 = a_2; \qquad \pi_3 = a_3; \tag{3.4}$$

$$\hat{a}_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{a_1 \cdot \tau_c - 1}{a_1 \cdot \tau_c} & \frac{1}{2 \cdot a_1 \cdot \tau_c} & \frac{1}{2 \cdot a_1 \cdot \tau_c} \\ \frac{1}{a_2 \cdot \tau_c} & \frac{a_2 \cdot \tau_c - 1}{a_2 \cdot \tau_c} & 0 \\ \frac{1}{a_3 \cdot \tau_c} & 0 & \frac{a_3 \cdot \tau_c - 1}{a_3 \cdot \tau_c} \end{pmatrix}$$
(3.5)

Les valeurs nulles de la matrice indiquent que les transitions inspiration-expiration ou expiration-inspiration ne sont pas autorisées. On utilise les valeurs données section 3.1.2: $2a_1 = a_2 = a_3 = \frac{1}{3}$. Ce qui donne l'initialisation :

$$\pi_1 = \frac{1}{3}; \qquad \pi_2 = \frac{1}{3}; \qquad \pi_3 = \frac{1}{3};$$
(3.6)

$$\hat{a}_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{\tau_c - 6}{\tau_c} & \frac{3}{\tau_c} & \frac{3}{\tau_c} \\ \frac{3}{\tau_c} & \frac{\tau_c - 3}{\tau_c} & 0 \\ \frac{3}{\tau_c} & 0 & \frac{\tau_c - 3}{\tau_c} \end{pmatrix}$$
(3.7)

3.2.2 Initialisation des paramètres de vraisemblance θ_F

Il est possible d'estimer *a priori* la variance des différentes classes selon la répartition de l'énergie entre les classes et la répartition en temps de ces classes au cours du cycle vu à la section 3.1.3. Il nous faut dans un premier temps calculer la variance σ^2_{wav} des coefficients d'ondelettes sur l'ensemble du paquet d'ondelettes $(w_t)_{1 \le t \le T}$ considéré pour la segmentation :

$$\sigma_{wav}^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T w_t^2$$

Soit a_1 - a_2 - a_3 la répartition Transition-Expiration-Inspiration en fraction de temps de cycle τ_c . Soit $b_{3/2}$ le ratio de l'énergie émise par une phase d'inspiration sur celle émise par une phase d'expiration. Soit de même $b_{3/1}$ le ratio de l'énergie émise par une phase d'inspiration sur celle émise par une phase d'expiration. Cette répartition en énergie entre les phases sur l'ensemble du paquet d'ondelettes impose logiquement l'initialisation suivante :
$$\begin{cases} \sigma_{wav}^2 = a_1 \cdot \hat{\sigma}_1^2 + a_2 \cdot \hat{\sigma}_2^2 + a_3 \cdot \hat{\sigma}_3^2 \\ \hat{\sigma}_3^2 = b_{3/2} \cdot \sigma_2^2 \\ \hat{\sigma}_3^2 = b_{3/1} \cdot \sigma_1^2 \end{cases}$$
(3.8)

Selon l'étude de la section 1.4.1, on utilise les rapports suivants : $2 \cdot a_1 = a_2 = a_3 = \frac{1}{3}$, $b_{3/2} = 5$ et $b_{3/1} = 10$, ce qui donne les initialisations :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_1^2 \approx \frac{1}{5} \cdot \sigma_{wav}^2 \\ \hat{\sigma}_2^2 \approx \frac{2}{5} \cdot \sigma_{wav}^2 \\ \hat{\sigma}_3^2 \approx 2 \cdot \sigma_{wav}^2 \end{cases}$$
(3.9)

Dans le cas d'une modélisation par mélange de gaussiennes où K variances $\hat{\sigma}_{k,i}^2$ sont à estimer pour chacun des K mélanges associés aux classes de l'ensemble Ω , nous utilisons l'initialisation donnée ci-dessus et nous échelonnons régulièrement les variances entre $\hat{\sigma}_i^2/2$ et 3 $\hat{\sigma}_i^2/2$:

$$\hat{\sigma}_{k,i}^2 = \hat{\sigma}_i^2 / 2 + (k-1)/(K-1)\hat{\sigma}_i^2 \tag{3.10}$$

Le problème de réestimation a été abordé précédemment dans les sections 2.3 et 3.1.3.2. Ces différentes méthodes d'estimation des paramètres sont exploitées dans nos algorithmes de segmentation en phases que nous détaillons dans le suite de ce chapitre. Ces approches sont présentées dans un ordre de généralité croissant, allant d'une méthode aveugle par maximum de vraisemblance jusqu'à l'utilisation d'un modèle triplet.

3.3 Algorithmes de segmentation en phases respiratoires

Nous présentons ci-dessous quatre algorithmes de segmentation en phases. Un premier algorithme, le maximum de vraisemblance, est présenté afin de mettre en valeur l'intérêt d'une modélisation markovienne des variables à restaurer dans un contexte bayésien. Nous présentons ensuite deux algorithmes basés sur les modèles de chaînes de Markov cachées, avant d'introduire un modèle original exploitant les bonnes propriétés de l'approche par chaîne de Markov triplet.

3.3.1 Segmentation par le maximum de vraisemblance

L'observation des fonctions liées à l'énergie des coefficients d'ondelettes (figure 3.1) laisse à penser qu'une méthode s'appuyant uniquement sur la vraisemblance des données est à même de permettre une segmentation en phases avec succès. Nous nous sommes donc tout d'abord tournés vers la méthode du maximum de vraisemblance. Commençons par en rappeler le principe. Le processus de segmentation exposé consiste à retrouver les phases en exploitant uniquement les informations issues des observations sur le signal, synthétisées ici dans la fonction d'observation f_{obs} . La méthode du maximum de vraisemblance constitue dans notre

contexte la méthode de segmentation la plus naturelle. Elle consiste à attribuer à chaque valeur de la fonction d'observation l'étiquette pour laquelle la loi de probabilité associée est maximale. Cette méthode correspond au cas où les variables cachées sont supposées indépendantes, et où les *apriori* sur chaque classe sont équiprobables. Elle peut-être définie très simplement dans le cas discret :

Définition 3.1 : Soit $y_1, ..., y_T$ T réalisations d'une variable aléatoire Y gouvernée par une probabilité P_{ω} , où $\omega = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_T)$ est un vecteur de dimension T prenant ses valeurs dans un ensemble discret Ω . La fonction de vraisemblance pour le paramètre ω est donnée par :

$$\ell(y_1, y_2, ..., y_T; \omega) = P_{\omega}(y_1, y_2, ..., y_T) = P_{\omega_1}(y_1) \times P_{\omega_2}(y_2) \times ... \times P_{\omega_T}(y_T)$$

en émettant l'hypothèse d'indépendance sur les réalisations $y_1, ..., y_T$. Le maximum de vraisemblance $\hat{\omega}$ se calcule simplement :

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega \in \Omega} \ell(y_1, y_2, ..., y_T; \omega)$$

= $\left(\arg \max_{\omega_1 \in \Omega} P_{\omega_1}(y_1), \arg \max_{\omega_2 \in \Omega} P_{\omega_2}(y_2), ..., \arg \max_{\omega_T \in \Omega} P_{\omega_T}(y_T) \right)$ (3.11)

Dans notre cas, le nombre de classes est égal à trois correspondant aux trois phases de la respiration. Les coefficients de paquets d'ondelettes associés aux trois phases sont supposés centrés. Les paramètres d'attache aux données θ_F correspondent donc aux variances $\Sigma = \{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2\}$ des trois gaussiennes modélisant les coefficients de paquets d'ondelettes pour les trois phases respiratoires. L'initialisation de ces variances est donnée par le système d'équation (3.9). Dans le cas de cet algorithme, il n'a pas d'a priori à estimer, le processus caché X n'est pas probabilisé et la segmentation se base uniquement sur les observations Y = y. Le résultat de segmentation est donné par la segmentation $\omega^{[Q]}$ obtenue après Q itérations de l'algorithme d'estimation des paramètres. On utilise ici l'algorithme d'estimation fréquentiste (section 2.3.1), en exploitant le résultat de segmentation $\omega^{[q]}$ obtenu à chaque itération q (voir algorithme 1).

3.3.2 Segmentation par modèle CMC-BI

Là où la méthode du maximum de vraisemblance n'utilise que l'information des observations pour prendre une décision, le cadre de l'inférence bayésienne et l'utilisation des chaînes de Markov permet d'intégrer les informations *a priori* sur les signaux à analyser. Ces *a priori* sont précisés section 3.1.2. Cette prise en compte permet une régulation de l'information fournie par les observations, et s'avère d'un grand intérêt dans le cadre de la segmentation en phases. La succession cyclique des phases est un *a priori* fort, permettant de faire face aux données d'acquisition pulmonaire souvent très *imprécises* du fait des conditions d'acquisition et de la variabilité intra-patient d'un cycle à un autre de la respiration.

Soit $(X_l)_{1 \le t \le L}$ une suite de variable aléatoire prenant ses valeurs dans un ensemble de classes $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_N\}$. La modélisation CMC-BI implique de poser une hypothèse de Markov sur X, et signifie que l'influence sur un site conditionnellement à tous les sites précédents

Algorithme 1	Segmentation	par la	méthode di	ı maximum	de	vraisemblance
--------------	--------------	--------	------------	-----------	----	---------------

	W	Paquet d'ondelettes à segmenter
Entrée:	N(=3)	Nombre de classes
	Q	Nombre d'itérations

Estimation du temps de cycle τ_c et calcul de la fonction d'observation F_{obs} (section 3.2.1)

Initialisation des paramètres de variance $\theta_F^{[0]}$ (éq. (3.9))

Répéter

- Segmentation $\omega^{[q]}$ par le critère du maximum de vraisemblance (eq. 3.11)
- Réestimation des paramètres de l'attache aux données $\theta_F^{[q]}$ à partir du résultat de segmentation $\omega^{[q]}$ (éq. (3.2))

q = q + 1

Jusqu'à q = Q

Résultat de segmentation $\omega^{[Q]}$ par maximum de vraisemblance à partir des paramètres estimés $\theta_F^{[Q]}$ (eq. 3.11)

se réduit à l'influence conditionnée par le site prédécesseur direct. On émet également l'hypothèse que la chaîne de Markov X est homogène et stationnaire, signifiant que les probabilités initiales et de transition sont les mêmes en tout site de la chaîne. Ces hypothèses sont très fortes et ne reflètent pas la réalité avec exactitude, mais reste cohérente avec le fait que le cycle respiratoire est soutenu par une répétition régulière des phases respiratoires et conduit à une homogénéité globale de la distribution des classes dans le signal. L'aspect important ici est l'apport de la régularisation plus que l'exactitude du modèle employé au regard des données, et cette approche constitue une première étape vers une modélisation plus fidèle à la réalité, qui sera apportée par la modélisation par chaîne triplet (section 3.3.3).

La décomposition en paquets d'ondelettes est connue pour le blanchissement des données qu'elle induit lorsqu'on descend dans les échelles de décomposition. De plus, le son respiratoire est très peu coloré et la prise en compte de la corrélation n'est pas ici une priorité, comme cela peut l'être pour des sons structurés comme les sons de parole ou de musique, ou encore pour la segmentation d'images à bruit corrélé. Les hypothèses supplémentaires classiques d'indépendance des observations se justifient, et l'utilisation du modèle CMC-BI semble de ce fait raisonnable.

Nous présentons deux algorithmes basés sur la modélisation CMC-BI opérant sur deux fonctions d'observation différentes. Le premier algorithme (Algo. 2) utilise la fonction d'observation basée sur l'énergie du signal donnée par l'équation (3.1). L'attache aux données utilisées est une loi du χ^2 à L degrés de liberté opérant sur l'énergie réduite par les variances des trois classes estimées à chaque itération. On utilise ici un algorithme SEM pour l'estimation des paramètres, permettant la réestimation des variances à partir des coefficients d'ondelettes sous-jacents à la simulation d'une réalisation $x^{[q]}$ (éq. (3.3)). Nous n'avons pas Algorithme 2 Segmentation par chaînes de Markov cachées sur la fonction d'énergie des coefficients de paquets d'ondelettes

	W	Paquet d'ondelettes à segmenter
Entrée:	N(=3)	Nombre de classes
	It	Nombre d'itérations

Estimation du temps de cycle τ_c et calcul de la fonction d'observation F_{obs} (section 3.2.1)

Initialisation des paramètres de variance $\theta_F^{[0]}$ (éq. (3.9)) et d'a priori $\theta_L^{[0]}$ (éq. (3.6) et (3.7))

Algorithme SEM :

Répéter

• Calcul des probabilités a posteriori $p^{[q]}(x_s|y)$ (éq. 2.28) à l'aide de l'algorithme de Baum-Welch (voir section 2.3.2.1)

- Simulation d'une réalisation de la chaîne a posteriori $\hat{X}^{[q]}$
- Réestimation des paramètres de variances $\hat{\sigma}_i^{[q]}$ (éq. 3.3) et d'a priori $\theta_L^{[q]}$ (éq. 2.44, 2.45) à partir de la réalisation $\hat{x}_s^{[q]}$ (section 2.3.1)

q = q + 1

Jusqu'à q = Q

Résultat de segmentation $\hat{x}^{[Q]}$ par l'algorithme du MPM (éq. B.12)

Algorithme 3 Segmentation par chaînes de Markov cachées sur les coefficients de paquets d'ondelettes

Entrée: $egin{array}{ccc} W & \mbox{Paquet d'ondelettes à segmenter} \\ N(=3) & \mbox{Nombre de classes} \\ Q & \mbox{Nombre d'itérations} \end{array}$

Initialisation des paramètres de variance $\theta_F^{[0]}$ et d'a priori $\theta_L^{[0]}$ (section (3.2.2))

Algorithme EM

Répéter

- Calcul des probabilités a posteriori $p^{[q]}(x_s|y)$ (éq. 2.28) à l'aide de l'algorithme de Baum-Welch (voir section 2.3.2.1)
- Simulation d'une réalisation de la chaîne a posteriori $\hat{X}^{[q]}$
- Réestimation des paramètres d'attache aux données (éq. 2.41 et 2.43) et d'a priori $\theta_L^{[q]}$ (éq. 2.35, 2.36) (section 2.3.1)

q = q + 1

Jusqu'à q = Q

Résultat de segmentation $\hat{x}^{[Q]}$ par l'algorithme du MPM (éq. B.12).

l'assurance de la convergence de cet algorithme SEM modifié, mais il montre néanmoins de très bon comportement en pratique. Le second algorithme (Algo. 3) opère directement sur les coefficients de paquets d'ondelettes à l'aide d'une attache aux données de type mélange de deux gaussiennes. L'algorithme utilisé dans ce cas pour l'estimation des paramètres est l'EM.

3.3.3 Segmentation par modèle CMT-BI

Le pouvoir modélisant des approches par chaînes de Markov cachées étudiées ci-dessus restent limité. Notamment, les hypothèses d'homogénéité et de stationnarité faite sur le processus caché X sont très fortes et ne prennent pas suffisamment en compte l'a priori sur la cyclicité des apparitions des phases dans le son pulmonaire. Nous souhaitons de ce fait proposer un nouvel algorithme, basé sur la modélisation par chaîne de Markov triplet, mieux adapté à notre application de segmentation en phase.

Les chaînes de Markov triplet, présentées à la section 2.1.2, sont définies par l'introduction d'un processus U à valeurs dans $\{\lambda_1, ..., \lambda_M\}$. V = (X, U) est le processus couple que l'on souhaite restaurer. Les observations sont ici toujours supposées indépendantes et identiquement distribuées. Le processus couple V est supposé de Markov, et dans ce cas (V, Y) est une chaîne de Markov cachée. Il s'agit donc d'un modèle de chaîne de Markov triplet à bruit indépendant (CMT-BI). Lors de la segmentation, tout se passe comme dans le cas CMC-BI où X est remplacé par le processus couple V = (X, U). Les hypothèses d'homogénéité et de stationnarité sont de ce fait formulées sur la chaîne V, permettant de relâcher cette forte contrainte sur la chaîne X. X peut alors être interprétée comme une chaîne stationnaire et homogène par morceaux dont les probabilités initiales et de transitions sont paramétrées par U. La marginalisation du résultat de segmentation \hat{v} permet d'aboutir aux chaînes segmentées \hat{x} et \hat{u} , potentiellement toutes deux porteuses d'informations d'intérêts selon la signification qui leur est attribuée. Nous présentons ci-après une approche où le processus U vient modéliser le cycle de la respiration. U influera alors la matrice de transition du processus X en fonction d'une information de position a posteriori dans le cycle respiratoire. La chaîne segmentée \hat{x} porte toujours l'information de segmentation des phases, tandis que la chaîne segmentée \hat{u} représente les différents instants dans le cycle respiratoire.

La nouveauté de notre méthode réside dans l'intervention des connaissances *a priori* sur la répartition des phases dans le signal respiratoire pour l'estimation de la distribution du couple (U, X) [LCCS08]. On va ainsi s'aider de l'a priori disponible sur notre position dans le cycle pour venir influer sur les transitions entre modes d'homogénéité, et privilégier les transitions vers les modes a priori les plus vraisemblables. Il s'agit en fait de l'algorithme par CMC-BI vu plus haut (Algo. 2) où la matrice de transition a_{ij} est modulée par notre connaissance a posteriori sur la position de chaque élément de la chaîne dans le cycle respiratoire. Cette modulation est permise grâce à l'introduction du processus auxiliaire U.

Un *a priori* fort sur ces signaux est la succession continue et déterministe des phases d'inspiration, de transition et d'expiration. On va alors imposer de façon stricte un changement du mode d'homogénéité pour chaque passage d'un élément de la chaîne X à un autre afin de modéliser la continuité des transitions entre phases dans le cycle respiratoire. On construit ainsi une matrice de transition continuement variable : Soit τ_c , mesuré en nombre d'échantillons sur le signal discret, la période moyenne du cycle respiratoire. On émet alors l'hypothèse qu'il existe τ_c états d'homogénéité différents pour le processus X (card(Λ) = τ_c), et que ces états apparaissent de façon cyclique dans le signal. En supposant que les états d'homogénéité Λ soient organisés de façon progressive par rapport au cycle de la respiration, on impose alors la forme suivante à la matrice de transition du processus U:

$$M_{u} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & & & & \ddots & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$
(3.12)

Cette modélisation rigide traduit bien la succession déterministe des différentes phases dans le cycle respiratoire. L'algorithme proposé est non supervisé et utilise la méthode d'estimation SEM. A chaque itération q, une matrice de transition moyenne pour le processus X, notée \overline{a}_{ij} , est estimée par simple comptage sur la réalisation a posteriori $\hat{x}^{[q]}$. Les matrices de transition $\hat{a}_{ij|\lambda_k}$ pour chaque mode d'homogénéité $\lambda_k \in \Lambda$ sont ensuite établies par application d'une contrainte multiplicative continue sur chaque colonne de la matrice moyenne \overline{a}_{ij} . Cette contrainte est ici modélisée par une simple sinusoïde :

$$c(n) = \frac{1}{2} + a \cdot \cos(\frac{2\pi}{\tau_c}n), \quad 0 < a < \frac{1}{2}$$
(3.13)

Cette contrainte modélise convenablement la répartition (1/3 - 1/6 - 1/3 - 1/6) des différentes phases dans le cycle respiratoire (voir section 3.1.2). Cette sinusoïde est échantillonnée à la même fréquence que le signal à segmenter, et de période τ_c échantillons égale à la période du cycle respiratoire. A chaque état λ_k correspond ainsi une et une seule valeur $c(k) = c_k$ de la sinusoïde, mis en phase par rapport au signal respiratoire de sorte que c(k) prend sa valeur maximale lorsque λ_k correspond à un état où la présence d'une phase d'inspiration est la plus probable, et sa valeur minimale lorsque la présence d'une phase d'expiration est plus vraisemblable. Les modes d'homogénéité sont alors obtenus par la relation suivante :

$$\hat{a}_{ij|\lambda_k}^{[q]} = \begin{pmatrix} \frac{\overline{a}_{11}}{2} & \overline{a}_{12} \cdot (1 - c_k^{[q]}) & \overline{a}_{13} \cdot c_k^{[q]} \\ \frac{\overline{a}_{21}}{2} & \overline{a}_{22} \cdot (1 - c_k^{[q]}) & \overline{a}_{23} \cdot c_k^{[q]} \\ \frac{\overline{a}_{31}}{2} & \overline{a}_{32} \cdot (1 - c_k^{[q]}) & \overline{a}_{33} \cdot c_k^{[q]} \end{pmatrix}$$
(3.14)

Après normalisation de (3.14) on obtient ainsi une matrice de transition particulière pour chacune des positions dans le cycle. Cette contrainte s'accentue au fur et à mesure de la convergence des paramètres, via le paramètre d'amplitude *a* que l'on fait tendre vers la valeur 1/2 (fig. 3.3) :

$$a = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{|param^{[i]} - param^{[i+1]}|}{param^{[i]}} \right)$$
(3.15)

Où $param^{[i]}$ est un vecteur contenant les paramètres de transition et de variance intraclasse estimés à l'itération i.



FIGURE 3.3 – Valeur de la contrainte $c_k^{[q]}$ associée au mode λ_k sur U à l'itération q. En trait plein est représentée la succession des phases respiratoires estimée à l'itération q, le signal sinusoïdal donnant la valeur de la contrainte $c_k^{[q]}$ associée à chaque position dans le cycle, c'est à dire à chaque mode λ_k sur U.

Dans notre algorithme de type SEM (Algo 4), le paramètre τ_c est réestimé en moyennant la distance entre les instants médians t_m^p pour les P paliers d'inspiration identifiés comme tels sur la chaîne simulée *a posteriori* $\hat{x}^{[q]}$:

$$\tau_c = \frac{\sum_{p=1}^{P-1} (t_m^p - t_m^{p+1})}{P-1} \tag{3.16}$$

La matrice de transition a_{ij} , les probabilités initiales sur X, ainsi que les paramètres d'attache aux données sont estimés à l'aide des mêmes formules que celles données pour l'algorithme SEM dans le cas des CMC-BI.

La formulation théorique de cette méthode est prometteuse : en adaptant la modélisation markovienne de la chaîne cachée X aux caractéristiques intrinsèques du cycle respiratoire, elle permet de contraindre encore l'espace des solutions et de guider l'algorithme vers une bonne détection des phases. Elle permet d'allier un fort caractère *a priori* par une large prise en compte de la cyclicité des phases dans le signal, tout en tenant compte de la contribution apportée par la vraisemblance des observations. Nous montrons dans la section suivante quelques résultats significatifs.

Algorithme 4 Segmentation par chaîne de Markov triplet appliquée à la modélisation du cycle de la respiration

	W	Paquet d'ondelettes à segmenter
Entrée:	N(=3)	Nombre de classes
	ϵ	Critère d'arrêt

Initialisation du temps de cycle $\tau_c^{[0]}$ et **transformation** en chaîne par calcul de l'énergie locale des coefficients d'ondelettes (section 3.2.1)

Initialisation des paramètres de variance $\theta_{E}^{[0]}$ et d'a priori $\theta_{L}^{[0]}$ (section (3.2.2))

Algorithme SEM :

Répéter

- Calcul des probabilités a posteriori $p^{[q]}(x_s|y)$ (éq. 2.28) à l'aide de l'algorithme de Baum-Welch, où la matrice de transition sur X est pondérée à l'aide de l'a priori U sur le cycle (voir section 2.3.2.1)
- Simulation d'une réalisation de la chaîne a posteriori $\hat{X}^{[q]}$
- Réestimation de la durée du cycle $\tau_c^{[q]}$ (éq. 3.16), des paramètres de variances $\hat{\sigma}_i^{[q]}$ (éq. 3.3) et d'a priori $\theta_L^{[q]}$ (éq. 2.44 2.45) à partir de la réalisation $\hat{x}_s^{[q]}$ (section 2.3.1)

Jusqu'à $a > 1/2 - \epsilon$

Résultat de segmentation $\hat{x}^{[Q]}$ par l'algorithme du MPM (éq. B.12)

3.4 Résultats

Nous présentons ci-dessous des résultats de segmentation sur trois signaux réels échantillonnés à 8kHz, de difficultés croissantes. Le premier son SonAP1.wav (fig. 3.4) est un signal régulier où les phases sont bien définies et correspondent parfaitement aux *a priori* sémiologiques pris en compte dans nos modèles sur la répartition des phases et leur contenu énergétique. Le second signal sonAC1.wav (fig. 3.5) correspond à un son pathologique associé à une sibilance apparaissant lors des phases d'inspiration. Le choix d'une bande de fréquence relativement basse où la sibilance a peu d'impact permet de réduire la difficulté de segmentation en phase, mais les *a priori* sémiologiques correspondant au son respiratoire normal ne sont plus valables dans ce cas, car les phases d'expiration où les sibilances sont localisées émettent autant d'énergie que les phases d'inspiration. Enfin, le troisième signal sonAFM.wav(fig. 3.6) a été ausculté au niveau de la base dorsale d'un patient, où les phases d'expiration sont difficilement observables. Les figures 3.4-3.6 montrent les résultats de segmentation pour ces trois signaux et pour chacun des quatre algorithmes de segmentation en phases proposés. Les algorithmes ont été appliqués aux paquets d'ondelettes de niveaux six, correspondant à la bande de fréquence 250-312.5 Hz.

On constate tout d'abord que les résultats de segmentation par l'algorithme du maximum de vraisemblance sont très perturbés. La trame du cycle respiratoire n'est pas bien restituée, surtout dans le cas du signal sonAFM.wav (fig. 3.6(c)) où le seul recours aux observations ne permet pas de retrouver les différentes phases. Ce constat confirme le caractère aveugle

des méthodes par maximum de vraisemblance qui ne permettent pas la prise en compte de connaissances a priori sur les signaux traités. Dans le cas de l'algorithme 3 appliqué aux coefficients de paquets d'ondelettes, on voit apparaitre le caractère régularisant amené par les modèles markoviens, où une succession de phases d'inspiration et d'expiration se dessine (figures 3.4-3.6(e)). Les résultats s'améliorent sensiblement dans le cas de l'algorithme 2, où la fonction d'observation choisi permet une différenciation plus aisée des phases (fig. (g) sur 3.4-3.6). Cependant, ces méthodes souffrent fortement de l'imprécision sur les données, les a priori qu'ils intègrent ne sont pas suffisamment forts pour permettre une restauration de données cachées elles-mêmes *imprécises* à la base, comme c'est particulièrement le cas pour les sons sonAC1.wav et sonAFM.wav. La modélisation du cycle de la respiration (Algo 4) apporte ce cadre supplémentaire qui permet de diriger l'algorithme vers des solutions plus proches de la réalité que l'on souhaite retrouver (fig. (h) sur 3.4-3.6). Dans le cas sonAFM.wav, les phases d'expiration sont bien représentées. Dans le cas sonAC1.wav où les phases d'inspiration et d'expiration ne peuvent être discernées, l'algorithme classe les phases d'expiration comme des phases d'inspiration, mais n'amène pas à une fausse détection des phases d'apnée en phases d'expiration comme c'est le cas pour l'algorithme 2. La détection des phases étant à la base de nos chaînes de traitement, il est en outre important de choisir une méthode fiable limitant tant que possible les fausses détections, afin d'assurer par la suite une méthodologie d'analyse cohérente.



FIGURE 3.4 – Résultats pour le son respiratoire SonAP1.wav. (a) Paquets d'ondelettes de niveau six correspondant à la bande de fréquence 250-312.5 Hz (b) Fonction d'énergie F_{obs} (éq. (3.1)) (c) Segmentation par le maximum de vraisemblance (Algo. 1). (d) Segmentation HMC-BI sur l'énergie des coefficients (Algo. 2). (e) Segmentation HMC-BI avec mélange de gaussiennes (Algo. 3). (f) Segmentation TMC-BI sur l'énergie des coefficients. Segmentation sur X et contrainte sinusoidale U (Algo. 4).



FIGURE 3.5 – Résultats pour le son respiratoire SonAC1.wav. (a) Paquets d'ondelettes de niveau six correspondant à la bande de fréquence 250-312.5 Hz (b) Fonction d'énergie F_{obs} (éq. (3.1)) (c) Segmentation par le maximum de vraisemblance (Algo. 1). (d) Segmentation HMC-BI sur l'énergie des coefficients (Algo. 2). (e) Segmentation HMC-BI avec mélange de gaussiennes (Algo. 3). (f) Segmentation TMC-BI sur l'énergie des coefficients. Segmentation sur X et contrainte sinusoidale U (Algo. 4).



FIGURE 3.6 – Résultats pour le son respiratoire SonAFM.wav. (a) Paquets d'ondelettes de niveau six correspondant à la bande de fréquence 250-312.5 Hz (b) Fonction d'énergie F_{obs} (éq. (3.1)) (c) Segmentation par le maximum de vraisemblance (Algo. 1). (d) Segmentation HMC-BI sur l'énergie des coefficients (Algo. 2). (e) Segmentation HMC-BI avec mélange de gaussiennes (Algo. 3). (f) Segmentation TMC-BI sur l'énergie des coefficients. Segmentation sur X et contrainte sinusoidale U (Algo. 4).

3.5 Conclusion

Ce chapitre a été l'occasion d'une évaluation de différentes approches par chaîne de Markov présentée au chapitre 2 dans le cadre d'une application concrète qu'est la détection des phases de la respiration. Ce travail a permis de confirmer la bonne tenue de ces modélisations face à un contexte difficile de données hautement bruitées, et de souligner l'importance des connaissances *a priori* dans ces modélisations ainsi que leur capacité de régularisation des observations pour une prise de décision plus robuste. La flexibilité de la modélisation par chaîne nous a permis de construire un modèle dédié à notre application de détection des phases, en augmentant le pouvoir modélisant des chaînes de Markov cachées classiques par l'introduction d'une variable auxiliaire (modèle de chaîne triplet). Ce modèle apporte une prise en compte étroite des *a priori* à disposition sur le cycle respiratoire, et a fait preuve de supériorité lors des différentes expérimentations par rapport à des modèles plus généraux, et donc moins bien armés pour faire face à l'imprécision des données propre au contexte de l'analyse de sons pulmonaires.

La restriction de nos traitements aux segments d'intérêts permet une caractérisation plus précise des sons normaux et anormaux, et nous avons de ce fait bon espoir d'aboutir à des méthodes d'analyse plus fines à même de rivaliser avec la puissance de l'ouïe humaine. En effet, nous envisageons la mise à jour de marqueurs enfouis associés à des sons pathologiques imperceptibles à l'oreille du médecin, permettant de délivrer des mesures objectives qui puissent être interprétées comme des indicateurs de l'état pathologique du patient dans des situations litigieuses. Nous présentons dans le chapitre suivant une approche globale pour l'analyse des sons respiratoires permettant de faire face à la variété des situations qu'implique ce très large sujet d'investigation.

Chapitre 4

Détection d'anormalités dans les sons respiratoires

Sommaire

4.1	Méthodologie pour le traitement des sons respiratoires	80
4.2	Recalage des phases de la respiration	83
4.3	Lois gaussiennes généralisées multivariées	88
4.4	Analyse multivariée pour la détection d'anormalités continues	91
4.5	Conclusion	12

L'analyse de signaux pulmonaires est un problème vaste incluant de nombreuses situations. Elles sont non seulement liées au contexte de l'acquisition des sons respiratoires et à leur variabilité naturelle, mais également à la nature des pathologies et à leur état d'avancement. Dans ce chapitre, nous proposons un cadre global pour l'analyse des sons respiratoires permettant de traiter le plus largement possible l'ensemble des configurations que l'on peut être amené à rencontrer. Un objectif à part entière du projet dans lequel s'inscrit cette thèse est la mise à jour de nouveaux marqueurs pour la caractérisation des pathologies. Nous proposons d'introduire les paramètres de forme et de variances des lois gaussiennes généralisées comme des descripteurs pathologiques. Nous donnons une méthode d'estimation de ces paramètres sur plusieurs modalités, ce que nous permet le recalage des phases de la respiration par l'utilisation des splines cubiques. Cette fusion de données est opérée à l'aide de chaînes de Markov cachées, où l'aspect multidimensionnel de la loi gaussienne généralisée est géré à l'aide de la théorie des copules.

4.1 Méthodologie pour le traitement des sons respiratoires

Les pathologies ciblées dans notre étude sont l'asthme, la BCPO et la bronchiolite du nourrisson, trois maladies respiratoires touchant des populations très variées et ayant des caractéristiques statistiques bien distinctes entre elles. Elles sont de plus susceptibles d'évoluer au cours du temps et de leur développement. Cette étude s'inscrit dans la continuité de quelques efforts de recherche ayant vu le jour ces dernières années pour l'extraction de marqueurs liés à ces pathologies [9, 118]. Nous ajoutons à ces études la volonté d'une caractérisation statistique plus précise et fiable de ces signaux pathologiques, avec pour objectif la mise à jour de marqueurs précoces pour la détection d'anormalités naissantes. Nous ciblons de ce fait nos études sur les segments d'intérêt du signal, et nous suggérons ainsi la segmentation en phase comme un prélude incontournable dans le but d'une caractérisation et d'une identification de sons pathologiques enfouis dans le murmure vésiculaire. L'approche à adopter n'est pas la même selon la pathologie concernée, et selon son stade d'évolution dont dépend l'intensité des marqueurs associés. La méthodologie que nous suggérons est une coopération entre l'existant et de nouvelles approches que nous introduisons dans ce travail de thèse.

4.1.1 Approche coopérative pour l'étude de signaux pulmonaires

Les objectifs de nos travaux sont la détection de signaux pathologiques et l'anticipation de l'apparition de pathologies dans le signal pulmonaire. Il s'agit de confronter les signaux d'auscultation avec une base de sons déjà référencés par pathologie afin de positionner les anormalités observées dans le son par rapport à un corpus de pathologies précis (bronchiolite, asthme, BCPO, *etc,...*), et d'en quantifier l'état d'avancement (ou la gravité). Nous souhaitons à terme pouvoir suivre l'évolution d'une pathologie, quantifier son développement ou son atténuation, afin de pouvoir par exemple évaluer la performance d'un traitement ou faciliter le suivi de patients sur plusieurs auscultations. Ces perspectives ambitieuses nous incitent à étoffer notre cadre méthodologique et à identifier les configurations auxquelles sont confrontées nos traitements.

La variabilité intrinsèque des sons pathologiques, la diversité des situations d'auscultation (pathologie non déclarée ou pathologie bien installée), ainsi que l'évolution des marqueurs pathologiques au cours du temps sont autant de contraintes à prendre en compte. Nous souhaitons ainsi mettre à la disposition des médecins des méthodes adaptées aux diverses situations, à même de leur fournir des mesures porteuses d'informations cohérentes.

Dans le cadre d'une auscultation classique, plusieurs points de mesure sont relevés sur le buste du patient. Les médecins s'aident de ces différentes mesures et les recoupent entre elles pour établir un diagnostic. Nous nous proposons d'imiter cette méthodologie en développant des algorithmes de fusion d'informations permettant de prendre en compte plusieurs modalités dans les signaux capturés. La fusion de données nécessite de s'assurer de la cohérence des données à fusionner et amène à une sélection des segments à recaler, représentés ici par les phases de la respiration. Les marqueurs pathologiques apparaissent lors de la phase d'expiration ou d'inspiration, et la nature d'une pathologie est corrélée avec l'apparition de marqueurs dans l'une ou l'autre de ces phases (les râles de la bronchiolite apparaissent principalement à l'expiration, les sibilances de l'asthme apparaissent soit à l'expiration soit à l'inspiration). Nos fusions de données se feront sur les phases respiratoires préalablement détectées (cf. chapitre 3) puis recalées par une méthode que nous présenterons section 4.2.

Dans notre méthodologie, deux situations majeures se présentent à nous, amenant à deux chaînes de traitement complémentaires : soit la détection des phases respiratoires est possible (absence de pathologie ou pathologie peu contaminante), soit elle ne l'est pas du fait de la présence d'une pathologie venant perturber les caractéristiques fréquentielles du son pulmonaire normal utilisées pour la détection des phases. Dans la seconde situation, il est envisagé de travailler avec la totalité du son respiratoire. Nous donnons dans la suite quelques pistes précédemment explorées pour l'extraction de paramètres dans ce type de situation. Dans le premier cas se rajoute l'objectif de détection précoce des pathologies et de leur évolution permise par le cadre rigide du recalage des phases qui assure la cohérence de nos traitements multimodaux.



FIGURE 4.1 – Schéma méthodologique pour le traitement des sons respiratoires

Ce travail de thèse concerne ce contexte de mise à jour de marqueurs enfouis. Nous développons dans la suite nos méthodes, d'abord basées sur les modèles de chaînes de Markov pour la fusion de modalités (section 4.4), puis sur un nouveau modèle d'arbre de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes afin d'exploiter les dépendances temps-échelles pour la détection de transitoires (Chapitre 5). Le schéma méthodologique global 1 présenté en introduction - et que nous rappelons dans cette section (fig. 4.1) - prend ici tout son sens.

4.1.2 Vers une classification floue des sons pathologiques

Après avoir caractérisé les anormalités considérées comme pathologiques, la problématique est de pouvoir positionner ces sons par rapport à un ensemble de pathologies connues et référencées dans une base. Soit un son appartient à un corpus (ou *classe*) pathologique (ou normal), soit il y a indétermination, modélisée par la notion de *flou*. Elle permet de gérer le cas où on ne peut décider de façon catégorique si un signal est normal ou contaminé, et quelle est la nature de la pathologie en présence. Un poids est alors attribué à chacune des pathologies mesurant notre certitude quant à la nature du son traité. Il s'agit donc d'une classification *floue* sur plusieurs *classes* pathologiques (ex : bronchiolitique, asthmatique...), illustrée sur la figure 4.2. Chaque son traité est positionné sur un schéma de positionnement pathologique *flou* par rapport aux corpus de données pathologiques ou saines déjà référencées dans la base.

Cette classification doit faire intervenir l'ensemble des informations à notre disposition (classification multicanale/multispectrale) et nécessite l'extraction de descripteurs permettant de guider la décision. Nous proposons quelques méthodes pour l'extraction de paramètres efficaces dans le cas de sons pathologiques bien établis, puis nous présenterons par la suite nos efforts de recherche pour l'extraction de nouveaux marqueurs statistiques adaptés à la problématique de détection précoce des sons pathologiques.



FIGURE 4.2 – Schéma de classification floue de pathologies

4.1.3 Extraction de paramètres pour la caractérisation des anormalités

Une première étape pour la détection et la classification de sons pulmonaires anormaux est la mise à jour de nouveaux descripteurs statistiques capables de caractériser de façon précise les diverses pathologies pulmonaires existantes avec un minimum de données. L'extraction de caractéristiques va dans ce sens. Il s'agit d'un processus de réduction de dimension qui tente de capturer l'essentiel des caractéristiques du signal analysé avec un jeu de données réduit. Les caractéristiques optimales, tirées des segments du signal, doivent posséder les propriétés suivantes :

- grande variation lorsqu'elles sont issues de différentes classes;
- variation minime à l'intérieur d'une même classe;
- faible sensibilité au bruit.

Nous donnons dans l'annexe C quelques suggestions de méthodes pour l'extraction de descripteurs, qui correspondent autant que possible à ces critères et qui semblent bien adaptées à la caractérisation des sons pathologiques bien déclarés. Ils sont basés sur l'étude de statistiques d'ordre supérieur et sur l'extraction de coefficients dans les domaines transformés. L'utilisation de ces méthodes introduites dans cette section sont certes efficaces dans le cas de signaux pathologiques présentant des crépitants bien installés ou des sibilances bien identifiées et bien résolues, mais elles ne sont en revanche pas adaptées à la détection précoce d'anormalités, où les caractéristiques sont enfouies dans le signal. Nous cherchons ainsi de nouvelles méthodes capables de capturer des descripteurs à même de caractériser efficacement ces configurations difficiles. Nous proposons ci-dessous une méthode basée sur la fusion d'informations dans plusieurs phases de la respiration préalablement recalées afin de capturer des détails d'intérêts sur chaque modalité. Nous nous penchons ici sur la problématique de détection des anormalités de type continu (voir section 1.1.2.2).

4.2 Recalage des phases de la respiration

Nous proposons un recalage selon les différentes phases de la respiration. Cette transformation ouvre en effet la porte à des comparaisons de signaux respiratoires intra et inter patients, leurs confrontations systématiques à une base enrichie au fur et à mesure de l'arrivée des données, et offre la possibilité de développer des méthodes d'analyse multimodales. L'accès à des informations complémentaires sur plusieurs modalités, ici mises en cohérence par le recalage des phases, ajoute en outre de la fiabilité à nos méthodes de détection.

4.2.1 Méthodes d'interpolation

Ces dernières années, l'interpolation et le rééchantillonnage de signaux bio-médicaux ont motivé de nombreuses recherches dans la quête de méthodes assurant une distorsion minimale et contrôlée des signaux transformées [99, 115, 114]. Un problème éthique évident se trouve

derrière ses recherches, où la transformation du signal ne doit pas influer sur l'interprétation qui en est faite par les médecins. Les approches basées sur des approximations polynomiales ont été parmi les plus étudiées, en vertu de leur bonne capacité à approcher le signal réel sous-jacent avec un coût de calcul acceptable. Cependant ce type d'interpolation a tendance à provoquer des oscillations importantes et difficilement contrôlable entre les points (ou $n \approx u ds$) à interpoler. En effet, l'interpolation consiste à approximer un signal continu comme une somme pondéré de fonctions de base de dimension finie. C'est cette base qu'il s'agit de bien choisir afin d'éviter les écarts importants avec le signal sous-jacent. La mise à jour de telles bases a fait l'objet de nombreuses efforts [4, 46, 108], sans grand résultat. L'introduction de la théorie des splines remis au goût du jour par Unser [170] apporte alors une solution bien adaptée à ce problème. Les splines polynomiaux offrent une approximation locale qui autorise les courbures entre les *nœuds* tout en limitant les oscillations trop importantes par l'utilisation de polynômes de degrés faibles. L'interpolation s'opère morceaux par morceaux, les morceaux étant reliés entre eux de façons continues. Cette approche répond bien à la problématique de l'interpolation définit ci-dessus, et elle s'est ainsi imposée comme la méthode par excellence pour l'interpolation de signaux bio-médicaux [167]. Après une présentation des splines polynomiaux, la méthode d'interpolation par les splines cubiques est exposée.

4.2.1.1 Splines polynomiaux, splines cubiques

Nous considérons ici des splines polynomiaux de degré n. Pour définir une telle spline, néchantillons sont nécessaires. L'interpolation s'opère donc par bloc de n échantillons. Schoenberg a montré dès 1946 [148] que l'interpolation par les splines se résume à la translation et la dilatation d'une unique B-spline $\beta^n(x)$. Pour un signal échantillonné régulièrement avec un pas unité (noté $s_1(x)$), son interpolation s(x) par les B-splines est définie de façon unique par la relation :

$$s(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c(k) \cdot \beta^n (x - k)$$
(4.1)

Où les c(k) sont les coefficients d'interpolation. Bien que l'interpolation par les splines soit une fonction continue, elle est entièrement déterminée par la suite des coefficients c(k). On préserve ainsi les avantages qu'implique l'étude de signaux discrets.

La B-spline $\beta^n(x)$ est construite à partir de la convolution en cascade de (n+1) fenêtres rectangulaires β^0 :

$$\beta^{0}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |x| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(4.2)

$$\beta^{n}(x) = \underbrace{\beta^{0} \ast \beta^{0} \ast \dots \ast \beta^{0}(x)}_{(n+1) \text{ fois}}.$$
(4.3)

En pratique, l'utilisation des splines cubiques est suffisante pour obtenir un résultat d'interpolation de haute qualité. La B-spline cubique est donnée par :





FIGURE 4.3 – B-splines centrées de degré 0 et 3

4.2.1.2 Interpolation par les splines cubiques

Deux approches peuvent être employées pour la mise en œuvre de l'interpolation par les splines polynomiaux [170] : La première est une méthode algébrique qui passe par la résolution d'un système d'équation qui, mis sous forme matricielle, se résout par des méthodes de calcul standard (substitution forward/backward, décomposition LU) [135] [41]. La seconde est une approche traitement du signal par l'utilisation de filtres digitaux classiques. Cette méthode est plus simple et intuitive que la précédente, c'est pourquoi nous la privilégierons. Soit b_m^n la discrétisation de la B-spline $\beta^n(\frac{x}{m})$ où m est un facteur de dilatation :

$$b_m^n(k) = \beta^n(x/m)|_{x=k} \quad \stackrel{TZ}{\leftrightarrow} \quad B_m^n(z) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} b_m^n(k) z^{-k} \tag{4.5}$$

Où B_m^n est la transformée en ${f Z}$ de la B-spline β^n dilatée d'un facteur m.

Soit à nouveau $s_1(k)$ le signal échantillonné régulièrement de pas 1. On cherche à construire une suite c(l) de coefficients d'un modèle B-spline tel que ce modèle passe exactement par les échantillons du signal $s_1(k)$. Par l'équation 4.1, on a :

$$s_1(k) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} c(l) \cdot \beta^n (x-l)|_{x=k}$$

$$\tag{4.6}$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$s_1(k) = (b_1^n * c)(k) \tag{4.7}$$

Les coefficients c(k) peuvent donc être calculés par convolution inverse du signal $s_1(k)$:

$$c(k) = (b_1^n)^{-1} * s_1(k) \tag{4.8}$$

Il a été démontré que le filtre (b_1^n) est de type FIR (*Finite Impulse Response*) symétrique, ce qui implique que le filtre inverse $(b_1^n)^{-1}$ (ou filtre d'interpolation) est un système tout pôle qui peut être implémenté par la mise en cascade de filtres récursifs causaux du premier ordre et non causaux [171, 172]. Dans le cas des splines cubiques 4.2.1, la transformée en **Z** de la B-spline associée est donnée par [170] :

$$B_1^3(z) = \frac{z+4+z^{-1}}{6} \tag{4.9}$$

Le filtre à implémenter est ainsi :

$$(b_1^3)^{-1}(k) \stackrel{TZ}{\leftrightarrow} \frac{6}{z+4+z^{-1}} = 6 \cdot \left(\frac{1}{1-z_1 \cdot z^{-1}}\right) \cdot \left(\frac{-z_1}{1-z_1 \cdot z}\right)$$
(4.10)

Avec $z_1 = -2 + \sqrt{3}$. Le premier filtre est causal et opère de gauche à droite tandis que le second est non causal et opère de droite à gauche (voir fig. 4.4).

$$s_1(k) \longrightarrow \frac{1}{1-z_1.z^{-1}} \longrightarrow \frac{-z_1}{1-z_1.z} \longrightarrow 6 \longrightarrow c(k)$$

FIGURE 4.4 – Filtre d'interpolation par spline cubique

Le recalage de données tel que nous l'entendons ici consiste à représenter chaque phase détecté dans les signaux analysés avec le même nombre d'échantillons N_e . Pour éviter toute perte d'informations, on a choisi de recaler tous les motifs par rapport au motif le plus *long* $N_e = N_{\text{max}}$, ce qui conduit à augmenter globalement la fréquence d'échantillonnage des signaux. Le résultat d'interpolation par spline cubique est rééchantillonné régulièrement de façon à récupérer des motifs de même longueur N_{max} . Si n_e est le nombre d'échantillons pour un motif donné, alors sa fréquence d'échantillonnage est multipliée par $\frac{N_{\text{max}}}{n_e}$. Nous nommerons ce coefficient le coefficient de recalage.

Se pose alors la question de l'influence de l'opération de recalage sur le spectre du signal. Pour y répondre, appuyons nous sur l'analogie qui peut-être faite entre interpolation par splines et reconstruction par la théorie de Shannon sur la base de sinus cardinaux : Lorsque le degré n des splines tend vers l'infini, le filtre d'interpolation correspondant tend vers le filtre passe-bas idéal de Shannon [170]. Nos signaux sont échantillonnés à 8000 Hz, la théorie de Shannon nous autorise à étudier des signaux en bande limitée jusqu'à 4000 Hz (fréquence de Nyquist). Les signaux d'intérêt émettent dans une bande de fréquence en deçà de 2000 Hz, soit 2000 Hz en deçà de la fréquence de Nyquist. Dans ce contexte, l'utilisation de splines cubiques offre une approximation de très bonne qualité de l'interpolation idéale sur la base de sinus cardinaux [170]. Les spectres des signaux recalés sont donc modifiés de façons imperceptibles. Le fait de recaler par rapport au motif le plus *long* nous assure que la règle de Shannon est toujours respectée.

4.2.2 Effet du recalage sur les coefficients de paquets d'ondelettes

Le recalage des phases de la respiration est effectué dans le domaine temporel avec un minimum de distorsion des caractéristiques fréquentielles du signal. Cependant, il s'agit de se demander comment ce recalage affecte les coefficients de paquets d'ondelettes. La transformation que l'on utilise dans cette thèse est la transformation en paquets d'ondelettes réelles, qui ne possède pas de propriété d'invariance en translation. Un décalage du signal temporel induit un décalage des coefficients de paquets d'ondelettes avec oscillation autour de zéro, ce qui ne permet pas de retrouver les mêmes séquences d'amplitudes pour les coefficients d'ondelettes. Le recalage d'une phase de la respiration sur une autre aura ainsi tendance à modifier les coefficients de paquet d'ondelettes. Nos méthodes se basent sur la distribution des paquets d'ondelettes et non sur leur forme d'onde. Des tests sur l'estimation des paramètres de variance et de forme des gaussiennes généralisées sur ces données ont montré que ces caractéristiques étaient peu modifiées après recalage et transformation du signal, et de ce fait le recalage perturbe peu nos analyses. Ces phénomènes sont illustrés sur la figure 4.5.



FIGURE 4.5 – Illustration de l'effet du recalage par spline cubique sur une phase d'inspiration. Le coefficient du recalage est de 1.09. (a) Phase originale ($\sigma^2 = 7.58 \times 10^{-5}, \alpha = 3.66$) et (b) phase recalée ($\sigma^2 = 7.56 \times 10^{-5}, \alpha = 3.63$)

Dans le but d'améliorer notre approche, il pourrait être intéressant d'explorer la transformation en paquets d'ondelettes complexes [83]. Cette transformation possède en effet une propriété d'invariance en translation, c'est-à-dire que si l'on ne conserve qu'une sous-bande à une échelle donnée, en enlevant toutes les autres sous-bandes, un décalage du signal de départ ne produira qu'un décalage du signal d'arrivée reconstruit, sans distorsion. Ensuite, cette transformée est construite de manière à conserver constante l'énergie dans une sousbande quand l'entrée est translatée. Les coefficients ne sont pas invariants par translation, ils sont translatés d'une fraction de seconde quand l'entrée est translatée de quelques secondes, mais leur amplitude n'oscille pas autour de zéro comme les coefficients en ondelettes réelles. Ainsi, après transformation par recalage, les artefacts seront atténués et les caractéristiques statistiques mieux restituées.

4.3 Lois gaussiennes généralisées multivariées

Nous abordons ici le problème de l'attache aux données multidimensionnelle pour modéliser la corrélation entre des données issues de plusieurs observations. Dans le cas d'observations monodimensionnelles, un large éventail de lois est à notre disposition afin de modéliser de façon appropriée la loi d'attache aux données. Dans certains cas, nous possédons une expression multivariée de ces lois, comme par exemple pour la loi gaussienne. Soit $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^1, ..., \mathbf{y}^d)$ un vecteur d'observation de dimension d. La loi gaussienne multidimensionnelle a pour expression :

$$f_{GM}(\mathbf{y}_{\mathbf{t}};\boldsymbol{\mu},\mathbf{R}) = \frac{1}{2\pi \ det(\mathbf{R})^{\frac{1}{2}}} \exp{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_{\mathbf{t}}-\boldsymbol{\mu})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}_{\mathbf{t}}-\boldsymbol{\mu})^{T}}$$
(4.11)

Avec $\boldsymbol{\mu} = (\mu^1 \dots \mu^d)$ le vecteur moyenne et \mathbf{R} la matrice de covariance des données \mathbf{y} . La figure 4.6 illustre les iso-contours de lois gaussiennes bidimensionnelles de moyennes nulles et de variance 1 et 0.5 dans les cas décorrélés (r = 0) et décorrélés (r = 0.8), où r est le coefficient d'inter-corrélation correspondant aux termes non diagonaux normalisés de \mathbf{R} .

Pour la majorité des lois, et notamment pour la loi gaussienne généralisée (cf. section 1.4.3.3), nous n'avons pas accès à une telle expression analytique. Nous avons dans ce cas recours à des méthodes d'approximation permettant d'approcher cette loi. Voici ci-dessous quelques méthodes couramment rencontrées dans la littérature. Nous présentons à la fin de cette section la théorie des copules, jusqu'à présent peu exploitée mais dont les propriétés pour la modélisation de la corrélation des données sont d'un grand intérêt.

4.3.1 Indépendance des observations

Une première solution est d'émettre une hypothèse d'indépendance des observations. Nous considérons ainsi que les éléments du vecteur \mathbf{y}_t sont indépendants les uns des autres. Alors la loi $f(\mathbf{y}_t)$ est donnée par le produit des lois marginales monodimensionnelles $f(y_t^k)$ k = 1, ..., d:



FIGURE 4.6 – Iso-contours pour des lois gaussiennes bidimensionnelles de variance 1 et 0.5. (a) Variables décorrélées (r = 0). (b) Variables corrélées (r = 0.8).

$$f(\mathbf{y}_{\mathbf{t}}) = \prod_{k=1}^{d} f(y_t^k) \tag{4.12}$$

Nous pouvons de ce fait choisir une modélisation particulière pour chaque variable y_t^k , ce qui peut s'avérer intéressant pour certaines applications. En revanche, la corrélation entre les observations est considérée nulle, ce qui est rarement le cas en pratique. L'intérêt du traitement simultané de plusieurs modalités est de faire intervenir les corrélations entre les observations multimodales afin d'enrichir nos modélisations. Nous proposons ci-dessous deux techniques pour y parvenir avec des lois quelconques.

4.3.2 Techniques de décorrélation

Afin de parvenir à prendre en compte ces corrélations, une technique est d'effectuer un changement de variables aléatoires menant à des variables résultantes non corrélées, permettant ainsi d'accéder à la loi jointe de tout ensemble de variables aléatoires corrélées. La corrélation entre les données est prise en compte dans le changement de variable, et la loi jointe revient au produit des lois marginales sur ces données décorrélées à un produit de matrice de changement de variable prêt. Les techniques les plus répandues sont les méthodes de décorrélation par analyse en composantes principales (ACP [131]) ou les méthodes d'analyse en composantes indépendantes (ACI [44]). Elles consistent à chercher une transformation linéaire des observations :

$$\mathcal{Y}_t = \mathcal{T} \mathbf{y}_t \tag{4.13}$$

Quelle que soit la matrice de projection employée \mathcal{T} , la densité de probabilité des observations originales \mathbf{y}_t se dérive de celles associée à chacune des données transformées \mathcal{Y}_t comme suit [67] :

$$f(\mathbf{y}_{t}) = det(\mathcal{T})f(\mathcal{Y}_{t})$$

= $det(\mathcal{T})\prod_{k=1}^{d} f(\mathcal{Y}_{t}^{k})$ (4.14)

Il est ainsi possible d'utiliser toutes les lois monodimensionnelles voulues sur les données transformées, et par conséquent la loi gaussienne généralisée.

4.3.3 La théorie des copules

Nous utilisons ici la théorie des copules, introduites par Sklar [153] en 1959, et qui permet de lier une fonction de répartition multidimensionnelle à ses marginales dont les expressions analytiques sont connues. Cette théorie se formule de la manière suivante :

• Theorème 4.1 (Sklar) Soient les variables aléatoires $\mathbf{Y} = (y^1, ..., y^d)$ dont la fonction de répartition jointe est F et les fonctions de répartition marginales sont respectivement $F^1, ..., F^d$. Alors il existe une fonction C, dite d-copule, telle que :

$$F(y^1, ..., y^d) = C(F^1(y^1), ..., F^d(y^d))$$
(4.15)

Si $F^1, ..., F^d$ sont continues, alors C est unique. Sinon, C est déterminée uniquement sur $Im(F^1), ..., Im(F^d)$.

Ce théorème établit clairement la relation entre la fonction de répartition jointe et ses marginales par l'entremise de la d-copule. Une d-copule peut donc être vue comme une fonction de répartition d-dimensionnelle croissante, continue, presque partout dérivable, et possède ainsi toutes les propriétés d'une fonction de répartition sur l'intervalle [0, 1] [123]. Il est ainsi possible de construire une loi multivariée à partir de ses lois marginales et de la densité de sa copule.

4.3.3.1 Densité d'une copule

Dans le cas où C est différentiable, il est possible de définir une relation entre une densité jointe et ses marginales :

$$f(y^1, ..., y^d) = f^1(y^1) \times ... \times f^d(y^d) c(F^1(y^1), ..., F^d(y^d))$$
(4.16)

Où f^m est la densité de probabilité correspondant à F^m et

$$c(u^1, ..., u^d) = \frac{\partial C}{\partial u^1 ... \partial u^d}$$
(4.17)

est la densité de la copule. De ce fait, il est possible de construire une multitude de nouveaux modèles multivariés sur \mathbb{R}^d [75, 53]. Malheureusement les copules et les densités

correspondantes ont des expressions très complexes et peu maniables. On peut citer les copules archimédiennes construites par des méthodes directes, ou les copules elliptiques construites de façon indirecte à partir de lois multivariées dont les expressions sont déjà connues. Ces dernières sont peu nombreuses car elles mènent souvent à des expressions très complexes, ce qui rend prohibitif leur utilisation. Néanmoins certaines d'entre elles s'expriment simplement. C'est le cas de la copule de Student, ou encore celui de la copule gaussienne à laquelle nous nous intéressons ici.

4.3.3.2 La copule gaussienne

Nous connaissons les lois marginales et la loi jointe de la loi gaussienne multivariée, l'expression de la copule associée est déduite du théorème de Sklar (théorème 4.1). La densité de la copule gaussienne c_q est donnée par l'expression suivante :

$$c_g(\mathbf{u}, \mathbf{R}) = det(\mathbf{R})^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp(-\frac{\tilde{\mathbf{u}}^t \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{u}}}{2})$$
(4.18)

Où \mathbf{R} est la matrice de covariance, $\tilde{\mathbf{u}} = (F^{-1}(u^1), ..., F^{-1}(u^d))$ et I est la matrice identité $d \times d$. Il est ainsi possible d'approximer n'importe quelle densité jointe de variables corrélées à partir des densités marginales et de la matrice de corrélation \mathbf{R} en utilisant la densité de copule gaussienne.

4.3.3.3 Densité jointe de la loi gaussienne généralisée multivariée

En utilisant l'expression de la densité de la copule gaussienne c_g , la densité jointe de la loi gaussienne généralisée multivariée est approximée par l'expression suivante :

$$f_{ggm}(y^1...y^d) = f_{qq}^1(y1) \cdot ... \cdot f_{qq}^d(y^d) \times c_g$$
(4.19)

où f_{gg} représente la densité de la loi gaussienne généralisée. De façon évidente, cette approximation reste fiable lorsque les valeurs du paramètre de forme ne sont pas trop éloignées de 2, et se dégrade au fur et à mesure que α s'éloigne de cette valeur. Nous approximerons la loi gaussienne généralisée multivariée de cette manière pour notre algorithme de détection multimodale présenté à la section suivante.

4.4 Analyse multivariée pour la détection d'anormalités continues

Nous présentons ici notre méthode de détection multimodale, où les modalités correspondent aux phases d'inspiration et d'expiration recalées. Cette approche est basée sur un modèle de Markov cachée à bruit indépendant multivarié (CMC-BI, cf. section 2.1.1.1). Nous donnons d'abord quelques éléments sur son application aux différentes configuration susceptibles d'être rencontrées. L'attache aux données utilisée est la loi gaussienne généralisée, dont on a donné les bonnes propriétés pour la modélisation des coefficients de paquets d'ondelettes associés aux sons normaux et anormaux. Nous précisons comment les paramètres de cette loi sont estimés dans notre algorithme.

4.4.1 Modélisation adoptée et application

L'objectif est une segmentation bayésienne du signal en classes statistiques homogènes au regard de la modélisation des coefficients de paquets d'ondelettes adoptée. Le modèle de Markov utilisé ici est le modèle CMC-BI avec observations multivariées (fig. 4.7). Ce type de modèle de Markov avec copules a déjà été développé et appliqué au contexte de la segmentation d'images [21]. Dans notre cas, la chaîne cachée X à restaurer correspond aux différentes plages statistiques de sons présentes dans le signal respiratoire, pathologiques ou normales. Elle prend ses valeurs dans l'ensemble discret $\Omega = \{\omega_1, ... \omega_K\}$. Les données multivariées observées \mathbf{y}_t correspondent aux coefficients de paquets d'ondelettes issues de plusieurs phases respiratoires (inspiratoires ou expiratoires) recalées (section 4.2). Les paramètres de l'attache aux données $f(.|\omega_i)$ estimés sur chaque modalité pourront donner lieu à interprétation permettant de déterminer la nature normale ou pathologique de la classe $\omega_i \in \Omega$ associée à ces paramètres. Ces valeurs fournissent une mesure objective de l'écart à la normalité, et nous introduisons ainsi ces valeurs comme descripteurs pathologiques.



FIGURE 4.7 – Modèles graphiques non orientés associés aux modélisations par CMC-BI avec observations multivariées

4.4.1.1 Objectifs

Le contexte de l'étude des sons respiratoires et l'idée du recalage des phases amènent à diverses situations. Dans le cadre de cette thèse, nous avons plus largement exploré le cas où les phases recalées sont issues de l'auscultation d'un même patient. L'objectif d'une telle approche est multiple. D'abord, lorsque les phases sont issues d'un même signal, l'objectif est de rendre plus robuste la segmentation en opérant la détection sur plusieurs réalisations d'un même phénomène supposé apparaître dans une même phase à chaque cycle respiratoire, la corrélation entre les modalités étant un facteur favorable à cette bonne détection. Nous

supposons la présence d'au plus deux plages d'homogénéité statistique dans chacune des modalités, et nous faisons ici l'hypothèse que ces plages sont situées aux mêmes instants t sur la chaîne. De ce fait, nous choisissons un nombre de classes de segmentation N = 2.

On étudie ici également le cas de deux phases recalées issues de deux acquisitions différentes sur un même patient (prises à deux instants différents, éventuellement sur deux points d'observation différents). Toujours en s'inspirant de la méthodologie des médecins, l'objectif est ici de corréler l'apparition de différents phénomènes pouvant se produire simultanément sur plusieurs points d'observation, et dont la concordance caractérise la présence d'une pathologie précise. On peut également penser à un suivi de patient, où on cherche à retrouver l'amplification ou l'atténuation d'un phénomène d'une auscultation à l'autre. Nous supposons toujours la présence d'au plus deux classes d'homogénéité statistique (ω_1 pour la *normalité* et ω_2 pour l'*anormalité*) dans chacune des modalités, avec hypothèse d'iso-localisation temporelle et fréquentielle des différentes classes sur chaque mode.

A terme, il pourra être intéressant d'explorer cette approche sur des phases recalées issues de signaux capturés sur des patients différents. L'idée est d'établir une corrélation entre des phénomènes déjà bien connus, insérés et indexés dans la base WebSound, avec de nouveaux sons. Les paramètres de corrélation ainsi extraits s'ajoutent à ceux évoqués plus haut dans le cadre d'une classification floue de sons pulmonaires (cf. section 4.1.2). Dans ce travail, nous ne traitons que les deux premières situations.

4.4.1.2 Spécifications sur le modèle

On suppose la chaîne de Markov homogène, les probabilités de transition sont les mêmes en tout point de la chaîne cachée. Ces probabilités sont régies par la matrice de transition $a_{ij} = p(x_{n+1} = \omega_j | x_n = \omega_i)$. Cette hypothèse reste réaliste au regard du caractère homogène des plages normales et pathologiques apparaissant dans le signal. On note $\pi_i = \pi(x_1 = \omega_i)$ la loi initiale a priori sur la chaîne. Les paramètres de loi a priori se résument à nouveau à l'ensemble $\theta_L = \{\pi_i, a_{ij}\}$. La loi d'attache aux données est modélisée par la distribution gaussienne généralisée multivariée (éq. 4.19). A chaque observation y_t^j et chaque classe $\omega_i \in \Omega$ correspond une attache aux données marginale gaussienne généralisée $f_i^j(\mathbf{y}_t^j) = p(\mathbf{y}_t^j|x_t = \omega_i),$ caractérisée par une variance $(\sigma_i^j)^2$ et un paramètre de forme α_i^j . Par une mise en regard des phases de la respiration, nous cherchons à établir une corrélation statistique entre les signaux, représentée pour chaque classe ω_i par la matrice de corrélation \mathbf{R}_i , et approchée à l'aide de la théorie des copules. La loi multivariée f_i est alors donnée par l'équation (4.19), et correspond aux produits des lois gaussiennes généralisées marginales f_i^j sur chaque mode j multipliées par la copule gaussienne c_g^i . L'ensemble des paramètres d'attache aux données à estimer est donné par : $\theta_F = \left\{ (\sigma_i^j)^2, \alpha_i^j, \mathbf{R}_i \right\}$. L'ensemble des paramètres $\theta = \{\theta_L, \theta_F\}$ permet de définir entièrement la loi de (X, \mathbf{Y}) :

$$p(x, \mathbf{y}) = \pi_i f_i(\mathbf{y_1}) \prod_{t=2}^T a_{jk} f_k(\mathbf{y_t})$$
(4.20)

Nous sommes dans le cas HMC-BI classique, et les probabilités avant et arrière de Baum (section 2.3.2.1) sont calculables. Nous allons nous en servir pour l'estimation de l'ensemble des paramètres θ à l'aide de l'algorithme ICE, que nous détaillons ci-dessous.

4.4.2 Estimation des paramètres

Nous avons vu au chapitre précédent les formules d'estimation des paramètres par l'EM ou par sa version stochastique SEM dans le cas CMC-BI avec attache aux données mélange de gaussiennes. L'application de ces estimateurs aux paramètres de la loi gaussienne généralisée mènent à des expressions complexes, interdisant l'utilisation de ces algorithmes. L'algorithme ICE (annexe B.4.3) constitue alors une bonne alternative [124, 137], en faisant directement intervenir un estimateur $\hat{\theta}(X, Y)$ des paramètres θ à partir des données complètes (X, Y). A chaque itération q, l'algorithme calcul alors l'espérance de cet estimateur conditionnellement aux observations Y et aux paramètres estimés à l'itération précédente $\hat{\theta}^{[q-1]}$. Nous donnons ci-dessous le détail de l'initialisation des paramètres θ et de leur estimation par l'ICE.

4.4.2.1 Initialisation des paramètres

Nous ne jouissons plus de connaissances sémiologiques à même de guider l'initialisation des paramètres, comme c'était le cas dans le chapitre précédant pour la segmentation en phase. Notre méthode d'initialisation est de ce fait empirique. Dans le cas de l'a priori sur X, nous nous basons sur un critère d'équiprobabilité traduisant notre incertitude sur le processus à restaurer, en privilégiant les transitions intra-classes sur la chaîne cachée X:

$$\pi^{[0]}(i) = \frac{1}{K} \tag{4.21}$$

$$a_{ij}^{[0]} = \begin{cases} \frac{9}{10} \text{ si } i = j\\ \frac{1}{10(N-1)} \text{ si } i \neq j \end{cases}$$
(4.22)

Les paramètres de variance $(\sigma_i^j)^2$ des gaussiennes généralisées marginales sont initialisés à l'aide d'une méthode empirique basée sur le calcul de la variance totale du signal. Contrairement au cas de la segmentation en phase (section 3.2.2), nous ne connaissons pas la répartition de l'énergie entre les deux classes en présence. On choisit donc un rapport égal à 2 entre la variance de la classe ω_1 (classe normale) et celle de la classe ω_2 (classe pathologique), en s'inspirant de [15].

$$(\hat{\sigma}^d)^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (w_l^d)^2$$

où w_l^d correspond aux coefficients de paquets d'ondelettes associés au mode d et $(\hat{\sigma}^d)^2$ la variance estimée sur ce paquet. On obtient alors l'initialisation :

$$(\hat{\sigma}_{\omega_1}^{d,[0]})^2 = \frac{2}{3} (\hat{\sigma}^d)^2$$
$$(\hat{\sigma}_{\omega_2}^{d,[0]})^2 = \frac{4}{3} (\hat{\sigma}^d)^2$$
(4.23)

Les paramètres de forme α sont initialisés à 2, correspondant au cas gaussien associé aux cas de signaux pulmonaires normaux, traduisant notre ignorance sur la présence ou l'absence de signaux pathologiques additionnés au son normal. La matrice de corrélation est une matrice diagonale dont les valeurs diagonales sont les variances initialisées plus haut à l'aide des K-moyennes, correspondant à un *a priori* décorrélé :

$$\mathbf{R}_{i} = \begin{pmatrix} (\sigma_{i}^{1})^{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (\sigma_{i}^{d})^{2} \end{pmatrix}$$
(4.24)

4.4.2.2 Estimation des paramètres par la méthode ICE

A chaque itération $1 \leq q \leq Q$, la première étape est le calcul des probabilités *a posteriori* sur la chaîne X à l'aide de l'algorithme de Baum-Welch avec les paramètres estimés à l'itération précédente $\theta^{[q-1]}$. En chaque site, on calcule ainsi les grandeurs $\varepsilon_t^{[q]}(i) = P(x_t = \omega_i | Y)$ (éq. (2.28)) et $\gamma_n^{[q]}(i,j) = P(x_t = \omega_i, x_{t+1} = \omega_j | \mathbf{Y})$ (éq. (2.29)). τ réalisations *a posteriori* $\hat{x}^{[q]}$ de la chaîne X sont ensuite simulées. Nous choisissons ici d'effectuer une unique réalisation ($\tau = 1$), sans que cela n'affecte la qualité de l'estimation.

Vient ensuite l'étape d'approximation de $\mathbb{E}[\hat{\theta}(X,Y)|Y,\theta^{[q-1]}]$. Dans le cas des paramètres de loi *a priori* $\theta_L^{[q]} = \left\{\pi^{[q]}, a_{ij}^{[q]}\right\}$, on retrouve les mêmes équations que dans le cas EM, données par (2.35) et (2.36) au chapitre 2. En revanche, nous n'avons pas d'expression de réestimation littérale en ce qui concerne la mise à jour des paramètres d'attache aux données $\mathbb{E}[\hat{\theta}_F(X,Y)|Y,\theta^{[q-1]}]$. Nous opérons ainsi une estimation stochastique à partir d'une simulation *a posteriori* $\hat{x}^{[q]}$. On retombe alors sur les équations associées à l'algorithme SEM, et nous donnons ci-dessous l'expression associée à la mise à jour de la matrice de corrélation $\mathbf{R}_i^{[q]}$:

$$\mathbf{R}_{i}^{[q]} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t}=\omega_{i}]} \mathbf{y}_{t} \mathbf{y}_{t}^{t}}{\sum_{t=1}^{T} \mathbf{1}_{[\hat{x}_{t}=\omega_{i}]}}$$
(4.25)

Où 1 est la fonction indicatrice. On attribue alors les valeur de la diagonale de cette matrice pour la réestimation des variances $(\sigma_i^{j,[q]})^2$ sur chaque mode $1 \leq j \leq d$. Viens enfin la réestimation du paramètre de forme $\alpha_i^{j,[q]}$, pour lequel on utilise une maximisation de la vraisemblance sur les données simulées attribuées à la classe $\omega_i \in \Omega$ séparément sur chacun

des modes $1 \leq j \leq d.$ Cette maximisation mène à la résolution numérique de l'équation suivante [136, 137] :

$$\alpha_{i}^{j \ [q]} + \phi(1/\alpha_{i}^{j,[q]}) + \log(\alpha_{i}^{j \ [q]}/N_{i}) + \log(G_{\alpha_{i}^{j} \ [q]}) - \alpha_{i}^{j \ [q]} \frac{G'_{\alpha_{i}^{j} \ [q]}}{G_{\alpha_{i}^{j} \ [q]}} = 0$$

$$(4.26)$$

Avec $G_{\alpha_i^j}[q] = \sum_{t=1}^T \mathbf{1}_{[\hat{x}_t = \omega_i]} |y_t^j|^{\alpha_i^j} |q|^{q}, G'_{\alpha} = \frac{\partial G_{\alpha}}{\partial \alpha} \text{ et } \phi = \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}, \text{ où } \Gamma \text{ est la fonction gamma.}$

Après Q itérations, on calcule à nouveau les lois *a posteriori* sur X par utilisation des passes avant et arrière à l'aide des paramètres estimés $\theta^{[Q]}$. La chaîne est alors segmentée en utilisant l'algorithme de décision du MPM (éq. (B.12)). L'algorithme 5 résume l'ensemble de cette procédure d'estimation et de segmentation.

Algorithme 5 Segmentation par chaînes de Markov cachées sur les coefficients de paquets d'ondelettes

WObservations multivariéesEntrée:NNombre de classes

Q Nombre d'itérations

Initialisation des paramètres d'attache aux données $\theta_F^{[0]}$ et d'a priori $\theta_L^{[0]}$ (section (4.4.2.1))

Répéter

• Calcul des probabilités a posteriori $p^{[q]}(x_s|y)$ (éq. 2.28) et $\gamma_n^{[q]}(i,j) = P(x_t = \omega_i, x_{t+1} = \omega_j | \mathbf{Y})$ (éq. (2.29))à l'aide de l'algorithme de Baum-Welch (voir section 2.3.2.1)

• Simulation d'une réalisation de la chaîne a posteriori $\hat{x}^{[q]}$

• Réestimation des paramètres d'attache aux données (éq. 4.25 et 4.26) et d'a priori $\theta[q]_L$ (éq. 2.35 2.36) (section 2.3.1)

q = q + 1

Jusqu'à q = Q

Résultat de segmentation $\hat{x}^{[Q]}$ par l'algorithme du MPM (éq. B.12).

4.4.3 Résultats

4.4.3.1 Résultats sur des signaux synthétiques

Nous présentons dans cette section quelques tests sur des signaux synthétiques, permettant de valider le fonctionnement du modèle. La longueur des signaux est égale à 2048. Nous faisons varier les niveaux de difficulté, en simulant des classes d'anormalités à détecter se détachant plus ou moins nettement du son normal caractérisé par un bruit gaussien. Il est inexact de réduire la mesure de cette difficulté à un simple rapport signal à bruit (RSB), étant donné que le paramètre de forme de la gaussienne généralisée intervient également dans nos distributions. Nous donnerons néanmoins cette grandeur à titre indicatif pour nos différents signaux synthétiques. Ce rapport ρ_{RSB} est donné par l'expression :

$$\rho_{\rm RSB} = \sigma_{\rm adv}^2 / \sigma_{\rm ves}^2 \tag{4.27}$$

En notant σ_{ves}^2 la variance associée au *murmure vésiculaire* et σ_{adv}^2 la variance associée à la plage temporelle sur laquelle vient s'additionner le son *adventice*. Nous soulignons la difficulté de l'estimation conjointe des variances et des paramètres de forme dans un contexte de classes à variances discriminantes (moyennes nulles), du fait de la similitude qu'il peut y avoir entre deux distributions gaussiennes généralisées ayant à la fois des paramètres de variance et de forme différents. Cependant, notre méthode de segmentation aboutit à une estimation des paramètres globalement satisfaisante. Nous nous limitons à une segmentation sur deux modes, avec deux classes (*pathologique* (ω_2) et *normale* (ω_1)) présentes sur chaque mode.

Le premier signal synthétique illustre une situation souvent rencontrée lors de l'analyse de signaux pulmonaires réels, où un signal pathologique est clairement défini dans une des phases recalées (mode 1 4.8(b)) et très peu perceptible dans la seconde phase (mode 2 4.8(c)). Cette situation peut soit être le fruit d'un traitement administré au patient entre deux enregistrements (ex. ventoline¹), soit provenir naturellement de la variabilité intrinsèque des sons pathologiques apparaissant à chaque cycle respiratoire. Notre méthode d'analyse jouit donc de la bonne résolution offerte par le mode 1 et de la corrélation introduite entre ces deux modes afin d'aboutir à une détection satisfaisante sur le mode 2. Le rapport signal à bruit sur le mode 1 est égal à $\rho_{\text{RSB}}^1 = 1.20$, et il est de $\rho_{\text{RSB}}^1 = 1.12$ sur le mode 2. Les résultats de segmentation monomodale appliquée au mode 1 et bimodale aboutisse à de bons résultats. En revanche, le résultat de segmentation monomodale sur le mode 2 est médiocre, montrant l'intérêt de la fusion d'informations sur deux modes mis en regard.

La seconde situation que l'on se propose de traiter monte en complexité : le rapport signal à bruit est très faible à la fois sur les deux modalités. Il peut s'agir ici d'un cas où le patient présente une pathologie naissante, ou en voie de guérison, se traduisant par des sons pathologiques très peu perceptibles dans chacune des phases. Les rapport signaux à bruit sont de $\rho_{\rm RSB}^1 = 1.16$ pour le mode 1 et de $\rho_{\rm RSB}^1 = 1.12$ sur le mode 2. La difficulté est ici encore accrue par le choix de paramètres de forme plus faibles que dans le cas précédent. La segmentation bimodale aboutit tout de même à une segmentation presque parfaite, contrairement au résultat par segmentation monomodale sur chacun des modes dont les taux d'erreurs dépassent les 10%. En fusionnant deux modes présentant des *sons pathologiques* peu perceptibles, nous parvenons ainsi à retrouver de façon convenable les classes *anormales*.

Nous continuons cette étude de cas par des situations où le son pathologique est de plus en plus bref et apparait à plusieurs reprises dans une même phase. Cette situation fait partie des cas réels qui nous ont été donnés d'étudier, et plus particulièrement au cas des toux sibilantes. On remarque que plus les plages désignées comme *pathologiques* (classe ω_2) sont brèves, plus

^{1.} médicament favorisant la dilatation des bronches et aboutissant ainsi à l'atténuation des sons de sibilance chez les personnes atteintes d'asthme

l'algorithme peine à localiser les classes. À valeur de paramètres égales, la division par deux des longueurs de plages *pathologiques* (à nombre de données *pathologiques* constantes égales à 288, voir fig. 4.11 et 4.10) aboutit à des résultats de segmentation nettement dégradés. Dans des situations moins complexes où le rapport signal à bruit est rehaussé (fig. 4.12), l'algorithme parvient à une estimation satisfaisante de la vérité terrain. Ceci s'explique d'abord par le fait que les données disponibles pour l'estimation des paramètres associés à la classe ω_2 sont réduites par rapport aux deux premières situations des figures 4.8 et 4.9, mais également par la régularisation temporelle qui sous-tend la modélisation par chaîne de Markov à travers la matrice de transition a_{ij} . En effet, plus la longueur des plages pathologiques se réduit, plus la probabilité de rester dans cette même classe diminue, amenant à une occultation des plages statistiques de longueur faible lorsque le rapport signal à bruit est trop faible. Ceci est illustré par la différence des résultats de segmentation entre les situations des figures 4.10 et 4.11.

4.4.3.2 Résultats sur des signaux réels

Nous présentons quatre résultats de segmentation sur des signaux réels, associés à des patients atteints de pathologies respiratoires avérées mais s'exprimant peu à l'état de repos, état dans lequel ces sons ont été acquis. Dans les trois premières situations, les modes sont extraits à partir d'une unique acquisition et correspondent à deux phases respiratoires recalées (inspiration ou expiration selon le cas), détectées au préalable par notre algorithme 4 introduit au chapitre 3. Les paquets d'ondelettes sélectionnés sont les paquets de niveau 5, correspondant à la bande fréquentielle [500 - 750]Hz, bande correspondant à nos *a priori* sur les caractéristiques fréquentielles associés aux sons *adventices* continus.

Le premier cas réel présenté sonHI2.wav correspond à la situation où le signal pathologique est bien défini sur un mode (ici le mode 2), et moins présent sur l'autre mode (fig. 4.13). La fusion des deux modes doit permettre d'identifier la présence ou l'absence de signal pathologique simultanément sur les deux modes. Le résultat du traitement multivarié fig.4.13(e) permet l'estimation de paramètres de forme supérieurs à 2.5, révélant la présence probable d'une anormalité sur le mode 1 (voir fig. 4.13(f)). La seconde situation représentée par le son Son KJ est un cas plus complexe, où les anormalités sont peu perceptibles sur chacun des modes. Les traitements monovariés ne permettent pas une détection franche de ces anormalités, et la segmentation que en résulte manquent de cohérence. La fusion sur les deux modes mène à une segmentation homogène, révélant la présence d'anormalités sur les deux modes (fig.4.14). Les paramètres de forme estimés sont supérieurs à 4 et indiquent nettement la présence d'anormalités continus au sein des deux phases recalées. Le cas du son SonMS.wav 4.15 est similaire au cas du son sonHI2.wav, et les mêmes commentaires peuvent être formulés.

Nous présentons une dernière situation d'un sujet atteint de toux sifflantes, sons anormaux hautement transitoires et pouvant apparaître à divers instants dans la phase d'inspiration. Ce sujet fait l'objet d'un suivi médical et plusieurs acquisitions sont disponibles dans le temps. Les modes sont ici extraits de phases respiratoires acquises à des instants différents sur le buste du patient, et recalés par notre méthode d'interpolation. Les résultats de détection sur ces deux modes, qu'ils soient issus de traitements monovariés ou bivariés, ne permet pas de dégager d'anormalités dans le signal (fig. 4.16), comme le montre les estimés des paramètres de forme fig 4.16(f). Nous savons pourtant que ce patient est malade, et il est ainsi fortement probable que des anormalités soient enfouis dans ce signal. Nous concluons ainsi à l'échec de la méthode de détection dans ce cas difficile, et nous l'expliquons par le fait que les modèles par chaîne sont peu robuste au bruit dans le cas où les changements d'états statistiques sont courts et à faible rapport signal à bruit, comme nous en avons fait l'observation dans le cas synthétique de la figure 4.11. Une autre raison est l'utilisation d'une fenêtre temps/fréquence d'information réduite conditionnée par le choix de la bande fréquentielle d'analyse. Nous proposons dans le chapitre 5 une méthode basée sur un graphe de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes, apportant une alternative prometteuse à ce modèle multivarié. Cette situation difficile sera alors à nouveau traité avec ce nouveau modèle dans la section 5.4.2.



FIGURE 4.8 - (a) Vérité terrain et signaux synthétiques correspondant (b) au mode 1 et (c) au mode 2 . (d) Résultat de segmentation bimodale, (e) résultat de segmentation monomodale sur le mode 1 et (f) sur le mode 2.
Paramètres	vérité-terrain	monovarié	bivarié
$(\sigma^1)^2$	(1, 1.16)	(1.00, 2.51)	(1.00, 1.16)
$(\sigma^2)^2$	(1, 1.12)	(1.00, 2.18)	(1.00, 1.13)
α^1	(2,4)	(1.00, 5.22)	(1.95, 3.69)
α^2	(2,3)	(1.00, 4.12)	(1.97, 3.00)
$(r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22})$	(0.4, 0, 0, 0.4)	×	(0.42, 0.01, 0.01, 0.41)

TABLE 4.1 – Estimations des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associées à la figure 4.8

monovarié (1)	monovarié (2)	bivarié
12,6%	18,0%	1,2%

TABLE 4.2 – Taux d'erreurs commises par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associé à la figure 4.8

Paramètres	vérité-terrain	monovarié	bivarié
$(\sigma^1)^2$	(1, 1.13)	(0.99, 2.51)	(1.05, 1.13)
$(\sigma^2)^2$	(1, 1.05)	(1.01, 2.18)	(1.03, 1.06)
α^1	(2,5)	(2.02, 5.22)	(2.11, 4.17)
α^2	(2, 4)	(2.08, 4.12)	(2.12, 3.63)
$(r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22})$	(0.4, 0, 0, 0.4)	×	(0.42, 0.01, 0.01, 0.41)

TABLE 4.3 – Estimations des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associées à la figure 4.9

monovarié (1)	monovarié (2)	bivarié
17,3%	34,3%	1,5%

TABLE 4.4 – Taux d'erreurs commises par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associés à la figure 4.9



FIGURE 4.9 - (a) Vérité terrain et signaux synthétiques correspondant (b) au mode 1 et (c) au mode 2 . (d) Résultat de segmentation bimodale, (e) résultat de segmentation monomodale sur le mode 1 et (f) sur le mode 2.



FIGURE 4.10 - (a) Vérité terrain et signaux synthétiques correspondant (b) au mode 1 et (c) au mode 2. (d) Résultat de segmentation bimodale, (e) résultat de segmentation monomodale sur le mode 1 et (f) sur le mode 2.

Paramètres	vérité-terrain	monovarié	bivarié
$(\sigma^1)^2$	(1, 1.6)	(0.98, 1.34)	(0.98, 1.57)
$(\sigma^2)^2$	(1, 1.4)	(0.96, 1.15)	(1.01, 1.36)
α^1	(2,5)	(2.07, 3.23)	(2.05, 4.25)
α^2	(2,4)	(1.96, 2.62)	(2.00, 3.59)
$(r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22})$	(0.4, 0, 0, 0.4)	×	(0.43, 0.02, 0.03, 0.39)

TABLE 4.5 – Estimations des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associées à la figure 4.10

monovarié (1)	monovarié (2)	bivarié
13, 1%	35,5%	3,6%

TABLE 4.6 – Taux d'erreurs commises par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associés à la figure 4.10

Paramètres	vérité-terrain	monovarié	bivarié
$(\sigma^1)^2$	(1, 1.6)	(0.96, 1.14)	(0.95, 1.23)
$(\sigma^2)^2$	(1, 1.4)	$(1.09, \times)$	(0.97, 1.08)
α^1	(2,5)	(2.0, 3.12)	(1.87, 2.54)
α^2	(2, 4)	(1.94, 2.62)	(2.12, 2.87)
$(r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22})$	(0.5, 0, 0, 0.5)	×	(0.32, 0.08, 0.04, 0.26)

TABLE 4.7 – Estimations des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associées à la figure 4.11

monovarié (1)	monovarié (2)	bivarié
30,8%	28,1%	22, 2%

TABLE 4.8 – Taux d'erreurs commises par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associés à la figure 4.11



FIGURE 4.11 – (a) Vérité terrain et signaux synthétiques correspondant (b) au mode 1 et (c) au mode 2. (d) Résultat de segmentation bimodale, (e) résultat de segmentation monomodale sur le mode 1 et (f) sur le mode 2.



FIGURE 4.12 – (a) Vérité terrain et signaux synthétiques correspondant (b) au mode 1 et (c) au mode 2. (d) Résultat de segmentation bimodale, (e) résultat de segmentation monomodale sur le mode 1 et (f) sur le mode 2.

Paramètres	vérité-terrain	monovarié	bivarié
$(\sigma^1)^2$	(1, 1.8)	(0.99, 1.77)	(0.97, 2.0)
$(\sigma^2)^2$	(1, 1.6)	(1.06, 1.08)	(0.97, 1.76)

α^1	(2,5)	(2.0, 3.12)	(2.0, 3.2)
$lpha^2$	(2,4)	(2.16, 2.8)	(2.1, 2.91)
$(r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22})$	(0.4, 0, 0, 0.4)	×	(0.45, 0.02, 0.03, 0.39)

TABLE 4.9 – Estimations des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associées à la figure 4.12

monovarié (1)	monovarié (2)	bivarié
9,4%	32,2%	3,6%

TABLE 4.10 – Taux d'erreurs commises par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées, associés à la figure 4.12



FIGURE 4.13 – Résultats de segmentation pour le son sonHI2. (a) et (b) présentent les coefficients de paquets d'ondelettes recalés, (c) et (d) les résultats de segmentation monomodale, et (e) le résultat par fusion des deux modes. Le tableau donne les résultats d'estimation des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées



FIGURE 4.14 – Résultats de segmentation pour le son SonKJ. (a) et (b) présentent les coefficients de paquets d'ondelettes recalés, (c) et (d) les résultats de segmentation monomodale, et (e) le résultat par fusion des deux modes. Le tableau donne les résultats d'estimation des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées



FIGURE 4.15 – Résultats de segmentation pour le son SonMS.wav. (a) et (b) présentent les coefficients de paquets d'ondelettes recalés, (c) et (d) les résultats de segmentation monomodale, et (e) le résultat par fusion des deux modes. Le tableau donne les résultats d'estimation des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées



FIGURE 4.16 – Résultats de segmentation pour les sons SonAP1 et SonAP2. (a) et (b) présentent les coefficients de paquets d'ondelettes recalés, (c) et (d) les résultats de segmentation monomodale, et (e) le résultat par fusion des deux modes. Le tableau donne les résultats d'estimation des paramètres de forme α , de variance σ et de corrélation par l'algorithme 5 sur observations monovariées et bivariées

4.5 Conclusion

Dans ce travail de thèse, nous proposons une méthodologie globale pour l'analyse des sons respiratoires, où la finalité est d'apporter aux médecins une mesure pathologique par extraction de descripteurs statistiques. Ce problème est vaste, et nous avons choisi dans cette thèse de nous focaliser sur la mise à jour de descripteurs statistiques associés à des pathologies naissantes ou masquées par le murmure vésiculaire. Dans ces situations difficiles, nous avons besoin de méthodes robustes exploitant de façon efficace l'ensemble de l'information à disposition. Le recours à la détection et au recalage des phases apportent un cadre favorable au développement de ce type de méthode. Nous avons ainsi montré qu'une méthode par chaîne avec attache aux données multimodales permet d'aboutir à des résultats très satisfaisants pour la détection d'anormalités peu perceptibles, correspondant à des rapports signal à bruit faibles.

Dans le cas du recalage imprécis des plages pathologiques, cette méthode peut être mise à défaut. Des travaux sur ce point ont été menés en parallèle de cette thèse par Akram Belghith [13]. L'idée développée est de modéliser l'incertitude liée au recalage à l'aide de la théorie de l'évidence, menant à une détection plus robuste des anormalités. En outre, la restriction de l'analyse à un unique paquet d'ondelettes implique qu'une grande partie de l'information est éludée dans nos traitements. Nous proposerons de ce fait au chapitre 5 une segmentation simultanée d'un sous-arbre de la décomposition en paquets d'ondelettes contenant plusieurs paquets dont les supports fréquentiels se recouvrent, permettant d'exploiter l'information à différentes résolutions temps/fréquence pour la caractérisation de sons pathologiques hautement transitoires. Cette méthode s'appuie sur un graphes de Markov caché s'inspirant de l'arbre dyadique classique. De ce fait, cette nouvelle approche apporte également une réponse au problème de la régularisation temporelle peu respectueuse des détails du signal dans les modélisations par chaîne (voir discussion de la section 4.4.3.1 sur les résultats synthétiques).

Chapitre 5

Arbres de Markov pour l'analyse de données multi-échelles

Sommaire

5.1	Approches pour la détection de sons transitoires
5.2	Arbres de Markov et décomposition en paquets d'ondelettes 116
5.3	Inférence sur le modèle AMCwp-BI
5.4	Résultats sur des signaux synthétiques et réels
5.5	Conclusion

Les traitements de signaux monodimensionnels pour le traitement des sons respiratoires précédemment présentés montrent de bons comportements mais posent diverses questions liées aux choix des paquets d'ondelettes à traiter et à la prise en compte plus complète de l'information à disposition. En effet, seule une fraction temps/échelle du signal a été jusque là considérée dans nos traitements, éludant en grande partie l'information globale à disposition sur le signal. Nous allons ici étendre nos traitements à un espace multirésolution plus vaste, en profitant de la structure de décomposition en paquets d'ondelettes. Dans ce cadre, les arbres de Markov semblent bien adaptés car ils permettent de prendre en compte la persistance des coefficients d'échelle en échelle. Nous présentons et justifions l'utilisation d'un modèle prenant en compte la double dépendance inter-échelle induite par la décomposition en paquets d'ondelettes, menant à une analyse du signal locale en temps et sélective en fréquence. Nous donnons les équations *a posteriori* spécifiques à ce modèle autorisant le recours aux méthodes de segmentation bayésienne. Cette nouvelle approche est tout d'abord testée sur des signaux synthétiques pour valider le modèle, puis sur des signaux pulmonaires pour la détection et la segmentation de sons transitoires.

Notations

Notations	Significations
X	Champ des variables cachées discrètes
Y	Champ des observations
Z	Champ couple (\mathbf{X}, \mathbf{Y})
$\Omega = \{\omega_1,, \omega_N\}$	Ensemble des étiquettes dans lequel le champ \mathbf{X} prend ses valeurs
G	Modèle graphique global
S	Ensemble des sites du graphe \mathbf{G}
m	Niveau de profondeur de \mathbf{G} (échelle de décomposition en paquets d'ondelettes)
m = f	Feuilles de \mathbf{G} (échelle de décomposition en paquets d'ondelettes racine)
m = r	Racines de \mathbf{G} (échelle de décomposition en paquets d'ondelettes feuille)
S^m	Ensemble des sites de G au niveau de profondeur m
Т	Nombre de coefficients du paquet d'ondelette à l'échelle $m = f$
N_p	Nombre de paquets d'ondelettes considérés
$w_{p,m}(t)$	$t^{\rm ième}$ coefficient d'ondelettes du paquet p à l'échelle m
8	site du graphe \mathbf{G}
$\mathbf{\Upsilon}_s$	Sous-arbre d'observations locales associé au site \boldsymbol{s}
s_g	produit gauche associé au site s
s_d	produit droit associé au site s
s_{g^-}	formant gauche associé au site s
s_{d^-}	formant droit associé au site s
$\mathbf{s} = \{s_g, s_d\}$	couple de site <i>produits</i>
$\mathbf{s}^- = \left\{s_{g^-}, s_{d^-}\right\}$	couple de sites <i>formants</i>
$A \backslash B$	Ensemble A auquel on soustrait l'ensemble B, avec $B \subset A$
ε_s	probabilité a posteriori locale $p(x_s \Upsilon_s)$
Φ_s	probabilité a posteriori locale couple $p(\mathbf{x}_{\mathbf{s}^-}, \mathbf{x}_{\mathbf{s}} \boldsymbol{\Upsilon}_s)$
Ψ_{s^-}	probabilité a posteriori locale couple formants $p(\mathbf{x}_{\mathbf{s}^-} \mathbf{\Upsilon}_s)$
d_s	probabilité descendante associée au site s sur l'arbre local $\boldsymbol{\Upsilon}_s$
m_s	probabilité montante associée au site s sur l'arbre local $\boldsymbol{\Upsilon}_s$
$\theta = \{\theta_L, \theta_F\}$	Ensemble des paramètres a priori θ_L et d'attache aux données θ_F
$\pi_s, \ s \in S^r$	probabilité initiale à la racine du modèle ${\cal G}$
a(i,j)k	probabilité de transition $p(x_s = \omega_k \mathbf{x}_{\mathbf{s}^-} = (\omega_i, \omega_j))$
$\sigma_{p,i}^2$	Variance associée à la classe ω_i dans le paquet p
$\alpha_{p,i}$	Paramètre de forme associé à la classe ω_i dans le paquet p

5.1 Approches pour la détection de sons transitoires

Une grande variété de signaux réels auxquels nous sommes confrontés possèdent des comportements statistiques variés, parfois discriminants, selon la résolution temps/fréquence à laquelle ils sont observés. Ces caractéristiques ont été observées pour de nombreux processus physiques tels que les phénomènes océanographiques ou météorologiques [54, 179, 95], pour une large classe d'images naturelles [58, 69, 174], ou encore pour l'étude de signaux en cardiologie ou en pneumologie [2, 65, 152]. Nous nous plaçons dans ce dernier cas, où l'objectif est l'étude de sons respiratoires anormaux liés à des pathologies naissantes et nécessitant une caractérisation appropriée. Dans le cas de l'asthme par exemple, le marqueur actuellement utilisé est le sibilant, son siffant dont on sait qu'il est localisé en fréquence entre 250 et 500 Hz et d'une durée supérieure à 250 ms lorsque la maladie est bien installée (cf. section 1.1.2.2). Plusieurs méthodes pour leur détection ont été proposées (cf. section 1.2.2), s'appuyant sur ces caractéristiques comme prérequis dans leurs analyses temps/fréquence. Dans le cas de leur détection précoce, les sibilants ne sont pas formés, et nous cherchons ainsi à définir de nouveaux marqueurs pathologiques adaptés à ce type de situation. Il s'agit de cas extrêmes où les sons à caractériser sont hautement transitoires à la fois en temps et en fréquence, et difficilement perceptible parmi le son respiratoire normal. Le choix de la résolution temps/fréquence est primordial afin de pouvoir caractériser et détecter de telles variations. Nous nous sommes naturellement tournés vers les décompositions sur bases d'ondelettes, permettant l'étude de ces signaux à différentes échelles de temps et de fréquence et possédant des propriétés de parcimonie utiles afin de dégager les composantes d'intérêt du signal.

Learned et Willsky se sont intéressés à la détection de transitoires dans le domaine des paquets d'ondelettes, en proposant une méthode basée sur l'extraction de caractéristiques liées à l'énergie du signal [91]. Nous souhaitons également exploiter les bonnes propriétés de diffusion de l'énergie apportée par cette représentation, en modélisant les relations entre coefficients de paquets d'ondelettes au travers des échelles. Crouse, Nowak et Baraniuk ont introduit les modèles de Markov cachés adaptés aux arbres de décomposition en ondelettes pour l'estimation et la détection [37, 38]. Les travaux sur ces modèles connaissent un succès grandissant [178] de par leur flexibilité et les facilités qu'ils offrent pour l'estimation des lois conjointes entre coefficients à différentes échelles. Des modifications et améliorations ont été apportées afin de rendre compte de la complexité des dépendances entre variables du problème à l'aide de tels graphes pyramidaux [50, 125, 110]. En imagerie, ces méthodes ont été utilisées pour l'estimation [38], la segmentation [31, 159, 161], le débruitage [51, 97], la séparation de sources [71], et pour l'identification de textures [32, 52, 160]. En traitement du signal monodimensionnel, quelques travaux ont exploité les bonnes propriétés de ces modèles : en détection et suivi de cible [39], en sûreté de fonctionnement [162], ou encore en synthèse audio [109]. Nous souhaitons adapter ces approches à la décomposition en paquets d'ondelettes, apportant une décomposition sur un découpage du plan temps/fréquence à différentes résolutions et offrant une analyse plus complète des sons pulmonaires.

Les méthodes existantes exploitant les paquets d'ondelettes impliquent un choix préalable des paquets à traiter [140, LCCS08], ou encore l'extraction de paramètres d'intérêt sur lesquelles la classification ou la détection est opérée. En traitement de la parole ou de sons audio, une base de décomposition perceptuelle est couramment utilisée [144, 146, 157] et a récemment été adaptée aux traitements des sons pulmonaires par Bahoura et al. [9]. L'originalité de notre méthode réside dans l'utilisation de l'ensemble de l'information disponible en exploitant l'ensemble de l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes dans des bandes de fréquence d'intérêt. Pour ce faire, nous introduisons dans ce chapitre un graphe de Markov adapté à la représentation en arbre induite par cette décomposition, afin d'exploiter l'information diffuse à la fois en temps et en fréquence. On modélise ainsi la persistance des coefficients d'une bande spectrale à une bande spectrale plus fine tout en introduisant une dépendance intra-échelle couple permettant de modéliser le regroupement des coefficients dans chaque paquet de coefficients d'ondelettes. Chaque nœud de l'arbre possède ainsi son propre arbre de dépendance sur lequel il s'agira d'estimer les probabilités jointes permettant d'inférer sur le modèle. Il est toujours possible d'étoffer ce type de graphe en ajoutant des dépendances afin d'améliorer leur généralité, mais nous sommes rapidement confrontés au problème de l'accès aux lois conjointes permettant d'inférer sur ces modèles [96]. Il convient alors de ne garder que les dépendances clés entre les variables du problème afin de permettre une mise en œuvre algorithmique tout en conservant la pertinence du modèle. Le graphe de Markov orienté que nous présentons ne possède pas de cycle et laisse la possibilité d'accéder aux lois conjointes aposteriori en s'inspirant des passes montantes et descendantes utilisées dans le cas de l'arbre dyadique classique [33].

5.2 Arbres de Markov et décomposition en paquets d'ondelettes

5.2.1 Décomposition en paquets d'ondelettes et dépendances induites

Les paquets d'ondelettes, décrits à la section 1.3.3.1, permettent d'accéder à chaque échelle à un signal d'approximation et un signal de détail par application d'un filtre passe-bas m_0 et d'un filtre passe-haut m_1 (filtres miroirs en quadrature), puis par décimation d'un facteur 2 des signaux résultants. Au fur à mesure que l'on déroule l'arbre, on obtient donc des signaux d'approximation et de détail à des résolutions fréquentielles plus fines (d'un facteur 2) mais moins bien résolu en temps (d'un facteur 2 également). Cette dualité bien connue des espaces temps et fréquence explique le choix de la dépendance double de chaque coefficient de paquet d'ondelettes entre une échelle supérieure et son échelle inférieure, et donne naissance à notre modèle de dépendance. Sur la figure 1.4, on a représenté les 8 premiers coefficients d'un signal et sa décomposition en paquets d'ondelettes. La figure 5.1 met en évidence les dépendances temps/fréquence d'une échelle à l'autre induites par cette transformation, impliquant un recouvrement des pavages temps/fréquence d'une échelle à l'autre. Nous représentons ces dépendances pour deux nœuds particuliers de l'arbre sur la figure 5.2.

Les caractéristiques fréquentielles des sons pulmonaires adventices précoces dont nous souhaitons capturer les caractéristiques sont très variables sur des intervalles de temps très courts, ce qui implique que pour un même son, l'observation simultanée de plusieurs résolutions temps/fréquence peut grandement aider à la segmentation, comme l'illustre la figure 5.3. Les coefficients de 5.3(a) sont décomposés en 5.3(b) et 5.3(c) dans la décomposition en paquets d'ondelettes, apportant une meilleure résolution fréquentielle au détriment de la précision temporelle. Opérer une segmentation simultanée de ces trois bandes permet d'exploiter la précision fréquentielle apportée par 5.3(b) et 5.3(c) avec la résolution temporelle apportée



FIGURE 5.1 – Pavage temps/fréquence pour deux échelles voisines m et m + 1 où les dépendances temps/fréquence sont mises en évidence.

par la bande 5.3(a).

Dans la suite, on notera $m \in \mathbb{N}$ l'échelle de décomposition correspondant à la profondeur du coefficient observé dans l'arbre, et q le numéro du paquet d'ondelettes auquel il appartient à cette échelle. On note m = f l'échelle de plus haute résolution temporelle (l'échelle la moins profonde dans l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes) et m = r l'échelle de plus haute résolution fréquentielle (l'échelle la plus profonde dans l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes) avec r < f, soit l'ordre inverse des notations naturelles pour les échelles de décomposition en paquets d'ondelettes (voir fig. 1.4, 5.1 et 5.2), mais mieux adapté à notre modèle d'arbre introduit section 5.2.2. On a ainsi $\{r, r + 1, ..., f - 1, f\}$ l'ensemble des échelles observées. Le nombre de paquets d'ondelettes analysés est égal à $N_p = 2^{(f-r+1)} - 1$. Soit T le nombre de coefficients dans le paquet d'ondelettes à l'échelle f. Alors chaque paquet d'ondelettes à l'échelle m possède $T \times 2^{(m-f)}$ coefficients. On note $w_{(p,m)}(t)$ le $t^{ième}$ coefficient d'ondelettes dans le paquet p à l'échelle m. Soit r < m < f, alors dans notre modèle de dépen-



FIGURE 5.2 – Choix de graphes de dépendances entre coefficients pour deux coefficients donnés ((a) $w_1(1)$ et (b) Y(6)) de la décomposition en paquets d'ondelettes d'un signal de longueur 8 (N=3), se rapportant à la figure 1.4.



FIGURE 5.3 – Représentation de l'importance de la résolution temps/fréquence pour la détection de sons hautement transitoires en temps et en fréquence. (a) : coefficients de paquet d'ondelettes pour la bande [562-624] Hz, en tiret le transitoire : [105-210] ms, en trait plein le bruit. Rapport Signal à Bruit (RSB) de 5.9 dB. (b) : bande [562-593] Hz, transitoire : [105-160] ms. RSB de 7.5 dB. (c) : bande [593-624] Hz, transitoire : [150-210] ms. RSB de 7.9 dB.

dance, le coefficient $w_{(p,m)}(t)$ est lié aux coefficients $w_{((m+1),\lfloor p/2 \rfloor)}(2t)$ et $w_{((m+1),\lfloor p/2 \rfloor)}(2t+1)$ à l'échelle (m + 1), et aux coefficients $w_{((m-1),2p)}(\lfloor t/2 \rfloor)$ et $w_{((m-1),2p+1)}(\lfloor t/2 \rfloor)$ à l'échelle (m - 1), où on a noté $\lfloor t \rfloor$ est la partie entière de t. Ces relations peuvent être observées sur les deux exemples particuliers de la figure 5.2.

5.2.2 Graphe global et sous-arbres de dépendance

Nous cherchons à identifier les coefficients d'ondelettes associés aux sons transitoires, et à les séparer des coefficients associés au murmure vésiculaire. Nous formulons ce problème comme un problème inverse : les coefficients de paquets d'ondelettes $\{w_{(m,p)}(n)\}$ prennent leur valeur dans \mathbb{R} et représentent le champ d'observation \mathbf{Y} , à partir duquel on cherche à restaurer le champ caché \mathbf{X} prenant ses valeurs dans un ensemble à deux classes $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$. ω_1 représente la classe de normalité associée au murmure vésiculaire, et la classe ω_2 représente la classe d'anormalité associée aux sons transitoires. La méthode est généralisée pour un nombre de classes quelconque N et est restreinte au cas à deux classes dans la partie applicative 5.4. La théorie de Bayes et les hypothèses de Markov vont nous permettre d'accéder aux lois probabilistes d'intérêt sur nos graphes de dépendance, permettant la prise de décision sur l'étiquette à associer à chaque site du champ caché **X**. Le critère de décision adopté est le critère du MPM. Ce critère est utilisé localement en temps sur un graphe de dépendance propre à chaque coefficient de paquets d'ondelettes.

Les graphes de dépendance que nous proposons s'inspirent naturellement des dépendances inter-échelles entre coefficients d'ondelettes proposées dans la section 5.2.1. Soit G le graphe global de support S. Chaque site de ce graphe est associé à un couple variable cachéeobservation $Z_s = (X_s, Y_s)_{s \in S}$, et les arêtes représentent les dépendances entre sites (voir figure 5.4). On note $S^{(m,p)}$ l'ensemble des sites du graphe à l'échelle m dans le paquet p, et $S^m = \bigcup_{0 \le p \le 2^{f-m}-1} S^{(m,p)}$ l'ensemble des sites du graphe à l'échelle m. En particulier, on note S^r l'ensemble des sites du graphe G à la racine, et S^f l'ensemble des sites feuilles. $S \setminus S^m$ désigne l'ensemble des sites S amputé de l'ensemble des sites S^m .

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice que le signal est construit (ou formé) à partir de composantes fréquentielles indépendantes, ce qui implique l'indépendance des coefficients d'un paquet à un autre à une échelle m donnée. Nous considérons ainsi que les coefficients d'ondelettes à l'échelle m, en se liant deux à deux dans des paquets distincts (donc indépendents), sont à l'origine de deux coefficients d'ondelettes voisins à l'échelle m+1, temporellement mieux résolus (voir les deux exemples explicités fig. 5.4) et dépendants puisque issus de deux coefficients communs, que l'on nommera coefficients formants¹. On note $\mathbf{s} = \{s_q, s_d\} \in S^m \times S^m$ deux sites **produits** voisins à l'échelle $m, m \neq r$. Ce couple est associé à un couple formant à l'échelle m-1, noté $\mathbf{s}^- = \{s_{a^-}, s_{d^-}\}$. Nous faisons ainsi le choix d'une orientation ascendante sur le graphe G représenté figure 5.4, les sites formants sont situés dans les bandes de résolution fréquentielle plus fines et engendrent les sites *produits* aux résolutions fréquentielles plus grossières. L'orientation choisie implique une dépendance intra-échelle couple et apporte ainsi une régularisation temporelle à notre modèle. La prise de décision n'est donc opérée que sur les sites couples *produits* dans notre méthode de segmentation. Les sites racines S^r étant uniquement des sites formants, ils permettent l'initialisation de notre méthode mais ne sont pas segmentés. Cette inter-dépendance entre les sites du quadruplet $\{s^-, s\}$ forme le motif de base des sous-graphes locaux sur lesquelles sont opérées nos prises de décision. Ce motif est présenté figure 5.5, où > $\mathbf{s} \subset \{S^{m+1}, ..., S^f\}$ désignent l'ensemble des sites *produits* issus de s, et $< s^- \subset \{S^r, ..., S^{m-2}\}$ désignent l'ensemble des sites à l'origine des sites s⁻. Les deux sites s_q et s_d pour chaque couple **s** possèdent ainsi le même sous-graphe de dépendance défini par l'ensemble $\{< s^-, s^-, s, > s\}$, qui définit sur la structure de décomposition en paquets ondelettes un sous-arbre de dépendance local en temps et sélectif en fréquence.

^{1.} A ne pas confondre avec le terme *formants* déjà utilisé en traitement de la parole. Ici il désigne les coefficients de paquet d'ondelettes qui deux à deux sont liés avec deux coefficients nommés *produit* à l'échelle de résolution fréquentielle directement inférieure.



FIGURE 5.4 – Graphe de Markov global et sous-arbres locaux associés aux sites (1,1) (a) et (0,6) (b).

5.2.3 Hypothèses markoviennes

Nous adaptons la formulation classique des arbres de Markov dyadique présentée section 2.2 à notre modèle spécifique, où le motif de base n'est plus $s^+ \to s$ (fig.2.5), mais $\{s_{g^+}, s_{d^+}\} \to \{s_g, s_d\}$ (fig.5.5). On associe ainsi une densité de probabilité multidimensionnelle à notre graphe de dépendance orienté, en associant une densité conditionnelle à chaque nœud du graphe, cette densité traduisant la notion de causalité (un nœud est la 'conséquence' de ses formants dans le graphe). Ainsi, la densité globale s'écrit comme le produit des densités conditionnelles d'un couple sachant ses formants, et des produits des densités marginales des nœuds à la racine S^r (hypothèse d'indépendance). Ces hypothèses permettent ainsi le calcul de la loi conjointe sur \mathbf{Z} et se formulent de la façon suivante :

$$P(\mathbf{Z}) = \prod_{s \in S^r} P(Z_s) \prod_{s \in S \setminus S^r} P(\mathbf{Z}_s | \mathbf{Z}_{s^-})$$
(5.1)



FIGURE 5.5 – Motif de base des dépendances entre les variables du graphe G (pour une échelle m < f) structurant les sous-arbres décisionnels. L'orientation choisie est ascendante : les sites formants \mathbf{s}^- à l'échelle m - 1 engendrent les sites produits \mathbf{s} à l'échelle m.

Le graphe considéré autorise donc la factorisation récursive de la loi de probabilité qui lui est associée. De cette factorisation découle les propriétés de Markov de ce graphe [90], où $P(\mathbf{Z_s}|\mathbf{Z_{s^-}})$ est le noyau de récursion. Nous posons l'hypothèses supplémentaire d'observations i.i.d (indépendantes et identiquement distribuées) dans chaque paquet d'ondelettes, qui se formule par :

$$P(Y|\mathbf{X}) = \prod_{s \in S} P(Y_s|X_s)$$
(5.2)

On adoptera la notation $p(y_s|x_s = \omega_i) = f_i^{(m,p)}(y_s)$ pour la vraisemblance de l'observation y_s conditionnellement à l'étiquette $x_s = \omega_i$, $s \in S^{(m,p)}$. L'attache aux données que nous utilisons ici est la loi gaussienne généralisée monovariée, conformément aux études et expériences fructueuses précédemment menées aux chapitres 1 et 4.

Tout comme dans le cas dyadique, les connexions entre les éléments de l'arbre se font entre les variables cachées, les données observées n'étant plus liées à l'arbre que par leur état caché respectif. Le noyau de transition devient : $P(\mathbf{Z}_{\mathbf{s}}|\mathbf{Z}_{\mathbf{s}^{-}}) = P(\mathbf{Y}_{\mathbf{s}}|\mathbf{X}_{\mathbf{s}})P(\mathbf{X}_{\mathbf{s}}|\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}})$. L'orientation choisie sur le graphe (voir fig. 5.5) nous autorise à écrire : $P(\mathbf{X}_{\mathbf{s}}|\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}) = \prod_{s \in S} P(X_s|\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}})$ [90]. La montée dans l'arbre est donc caractérisée par les lois de transition entre formants $\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}$ et singleton produit X_s ($P(X_s|\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}})$).

L'arbre est supposé homogène : les probabilités $P(X_s|\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-})$ de transition sont égales quel que soit le couple $\{X_s, \mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}\}$ et l'échelle considérée. On définit une loi de transition ascendante $a_{(i,j),k}$ du couple formant $\mathbf{x}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2$ vers le produit $x_s = \omega_k \in \Omega$:

$$a_{(i,j)k} = p(x_s = \omega_k | \mathbf{x}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i, \omega_j\}) \quad \forall s \in S \setminus S^r$$

$$(5.3)$$

La loi *a priori* du champ des étiquettes est également définie par la loi *a priori* de la racine $P(\mathbf{X}_{\mathbf{S}^r})$, où X_{S^r} est l'ensemble des variables cachées à la racine. On suppose l'indépendance intra-échelle à la racine, ce qui nous permet d'écrire :

$$p(\mathbf{x}_{\mathbf{S}^{\mathbf{r}}}) = \prod_{s \in S^r} \pi(x_s)$$
(5.4)

Le modèle $\mathbf{Z} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ définit un arbre de Markov caché homogène avec indépendance des observations conditionnellement aux étiquettes (que l'on notera AMCwp-BI), et la loi conjointe de \mathbf{Z} se réécrit par rapport à l'équation (5.1) :

$$P(\mathbf{Z}) = \prod_{s \in S} P(Y_s | \mathbf{X}) P(\mathbf{X})$$

=
$$\prod_{s \in S^r} P(Y_s | X_s) \pi(X_s) \prod_{s \in S \setminus S^r} P(X_s | \mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}) P(Y_s | X_s)$$
(5.5)

Ces propriétés de Markov vont nous permettre de calculer deux passes, une descendante et une ascendante sur le graphe global G de la figure 5.4 (cf. section 5.3). Ces passes sont utiles pour le calcul des lois *a posteriori* sur les sous-arbres locaux associés à chaque site *produits* du graphe global G, menant à une décision bayésienne par l'algorithme de décision du MPM.

5.3 Inférence sur le modèle AMCwp-BI

Nous montrons qu'il est possible d'accéder aux lois *a posteriori* locales en temps sur le champ caché X conditionnellement aux sous-arbres locaux Υ_s . Ces lois sont nécessaires à la réestimation des paramètres, et permettront l'utilisation du critère MPM pour la prise de décision en chaque site. L'algorithme de réestimation choisi est l'ICE qui nécessite la connaissance des lois *a posteriori* en chaque site $\xi_s = p(x_{s\in S}|\Upsilon_s)$, et également des lois conjointes *a posteriori* $\Phi_{s\in S\setminus S^r} = P(X_s, \mathbf{X}_{s-}|\Upsilon_s)$ et $\Psi_{s^-,s\in S\setminus S^r} = P(\mathbf{X}_{s-}|\Upsilon_s)$, où Υ_s est le champ d'observations relatif au sous-arbre local associé au couple \mathbf{X}_s . Ces lois sont calculées à l'aide d'une passe descendante et d'une passe ascendante sur chacun des sous-arbres du graphe G. Dans un premier temps, nous donnons le détail de ces équations. Nous reviendrons dans la section 5.3.2 sur la méthode de réestimation par l'algorithme ICE.

5.3.1 Probabilités a posteriori

Soit $\{\mathbf{Y}_{\geq s}\}_{s\in S} \subset \Upsilon_s$ l'ensemble des observations attachées aux sites formés par le site s (Y_s inclus) sur l'arbre local associé au site s (appelées observations ascendantes), et $\{\mathbf{Y}_{\leq s}\}_{s\in S} \subset \Upsilon_s$ l'ensemble des observations attachées aux sites à l'origine du site s sur l'arbre local associé au site s (appelées observations descendantes). $\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-} = \{X_{sg^-}, X_{sd^-}\}$ est le couple formant à l'origine du couple $\mathbf{X}_{\mathbf{s}} = \{X_{sg}, X_{sd}\}$. Dans la suite, on associe le couple de classe $\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2$ au couple $\mathbf{x}_{\mathbf{s}^-}$ et le couple de classe $\{\omega_k, \omega_l\} \in \Omega^2$ au couple $\mathbf{x}_{\mathbf{s}}$. Les lois de transition de $\mathbf{x}_{\mathbf{s}^-}$ vers x_{sg} et x_{sd} s'écrivent respectivement $a_{(i,j)k}$ et $a_{(i,j)l}$.

• La passe descendante permet de calculer les probabilités partielles descendantes (de S^f vers S^r) gauches et droites $d_{sg^-} = P(x_{sg^-} = \omega_i, \mathbf{Y}_{\geq sg^-})$ et $d_{sd^-} = P(x_{sd^-} = \omega_j, \mathbf{Y}_{\geq sd^-})$ pour chaque couple $\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}$, $s \in S^{m+1,p}$, $m \in \{r, ..., f-1\}$, avec q le paquet considéré à l'échelle m + 1. Elle se calcule itérativement sur les échelles $r \leq m \leq f - 1$ de la façon suivante :

$$d_{sg^{-}}(i) = f_{i}^{(m,2p)}(y_{sg^{-}}) \ p(x_{sg^{-}}) \ \sum_{\{\omega_{k},\omega_{l},\omega_{j}\}\in\Omega^{3}} \frac{a_{(i,j)k} \ a_{(i,j)l}}{p(x_{sg}) \ p(x_{sd})} \ p(x_{sd^{-}}) \ d_{sg}(k) \ d_{sd}(l)$$
(5.6)

$$d_{sd^{-}}(j) = f_{j}^{(m,2p+1)}(y_{sd^{-}}) \ p(x_{sd^{-}}) \ \sum_{\{\omega_{k},\omega_{l},\omega_{i}\}\in\Omega^{3}} \frac{a_{(i,j)k} \ a_{(i,j)l}}{p(x_{sg}) \ p(x_{sd})} \ p(x_{sg^{-}}) \ d_{sg}(k) \ d_{sd}(l)$$
(5.7)

Où (m, 2p) et (m, 2p + 1) sont les paquets formants du paquet produit (m + 1, p).

• De la même façon la passe ascendante permet de calculer itérativement les probabilités partielles ascendantes $m_s = p(x_s, \mathbf{Y}_{\leq s})$ en chaque site $s \in S^{(m,p)}$, pour chaque paquet p dans les échelles $r + 1 \leq m \leq f$:

$$m_s(k) = f_k^{(m,p)}(y_s) \sum_{\{\omega_i,\omega_j\}\in\Omega^2} a_{(i,j)k} m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j)$$
(5.8)

• Ces passes nous permettent ensuite d'accéder aux lois *a posteriori* recherchées en passant par le calcul de la loi conjointe $p({\mathbf{x}_{s^-}, \mathbf{x}_s} = {\omega_i, \omega_j, \omega_k, \omega_l}, \Upsilon_s), s \in S \setminus S^r$.

$$p(\{\mathbf{x}_{s^{-}}, \mathbf{x}_{s}\}, \mathbf{\Upsilon}_{s}) = \frac{a_{(i,j)k} \ a_{(i,j)l}}{p(x_{sg}) \ p(x_{sd})} m_{sg^{-}}(i) \ m_{sd^{-}}(j) \ d_{sg}(k) \ d_{sd}(l)$$
(5.9)

Après normalisation et marginalisation de (5.9), on obtient aisément les lois *a posteriori* ξ_s en chaque site et les lois conjointes *a posteriori* Φ_s et Ψ_{s^-} . Le détail des opérations permettant le calcul de (5.6), (5.7), (5.8) et (5.9), des lois *a priori* sur **X** ainsi que le calcul des lois *a posteriori* est donné en annexe B.5.

5.3.2 Estimation des paramètres

L'inférence sur le graphe de Markov proposée autorise le recours aux méthodes d'estimation de type EM ou ICE. Les paramètres à estimer sont les lois *a priori* pour la racine $\pi_{s\in S^r}(i)$, la loi de transition $a_{(i,j),k}$, et les paramètres de l'attache aux données gaussienne généralisée (supposée de moyenne nulle), où les paramètres de variances $(\sigma_i^{[q]})^2$ et de forme $\alpha_i^{[q]}$ sont à estimer pour chaque classe $\{\omega_1, ..., \omega_N\} \in \Omega$ et pour chaque paquet $p \in [0..N_p]$, avec $N_p = 2^{(f-r+1)} - 1$ le nombre de paquets considérés. On note $\theta = \{\theta_L, \theta_F\}$ l'ensemble des paramètres à estimer, avec $\theta_L = \{\pi(.), a_{(i,j)k}\}$ les paramètres de loi sur \mathbf{X} , et $\theta_F = \{(\sigma_i^{[q]})^2, \alpha_i^{[q]}\}$ les paramètres de l'attache aux données. L'algorithme utilisé est l'ICE tout comme dans le chapitre 4, permettant la réestimation des paramètres d'attache aux données pour la gaussienne généralisée. On se donne un estimateur de θ à partir des données complètes $\hat{\theta}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$, et l'estimation à chaque itération est alors donnée par : $\theta^{[q+1]} = E_{\theta^{[q]}}[\hat{\theta}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})|\mathbf{Y} = \mathbf{y}]$.

5.3.2.1 Initialisation des paramètres

Nous précisons l'initialisation des paramètres de lois a priori $\theta_L^{[0]}$ dans le cas particulier de ce modèle, la méthode d'initialisation des paramètres d'attache aux données $\theta_F^{[0]}$ étant strictement identique à celle donnée section 4.4.2.1 sur chaque paquet d'ondelettes séparément. Les lois a priori à la racine $\Pi = \{\pi_s(k)\}_{s \in S^r, k \in [1..K]}$ et la matrice de transition $a_{(i,j)k}$ sont initialisés de façon déterministe par :

$$\pi^{[0]}(i) = \frac{1}{K} \tag{5.10}$$

$$a_{(ij)k}^{[0]} = \begin{cases} \frac{3}{4} \text{ si } i = j = k\\ \frac{1}{4(K-1)} \text{ sinon} \end{cases}$$
(5.11)

5.3.2.2 Estimation des paramètres du modèle AMCwp-BI

Nous sommes toujours dans le cas d'attache aux données gaussienne généralisée. La réestimation des paramètres de lois par l'ICE aboutit à nouveau aux expressions classiques associés à l'EM pour $\theta_L^{[q+1]}$ et au SEM pour $\theta_L^{[q+1]}$, de façon similaire à celles données section 4.4.2.2. Nous précisons leur expression avec les notations particulières à notre modèle.

- Réestimation des lois a priori $\theta_L^{[q+1]}$:
- La loi *a priori* pour les variables X_s à la racine S^r : la réestimation est simplement obtenue en utilisant les probabilités descendantes obtenues en chaque site de S^r avec les paramètres de l'itération q :

$$\pi_s^{[q+1]}(k) = d_s^{[q]}(k) \quad \forall s \in S^r$$
(5.12)

 La loi de transition a priori est réestimée à l'aide des lois de transition a posteriori calculées à l'itération q :

$$a_{(i,j),k}^{[q+1]} = \frac{\sum_{s \in S \setminus S^r} \Phi_s^{[q]}(i,j,k)}{\sum_{s \in S \setminus S^r} \Psi_{s^-}^{[q]}(i,j)}$$
(5.13)

• Réestimation des paramètres de l'attache aux données $\theta_F^{[q+1]}$:

Les paramètres de variance $\sigma_{p,i}^2$ et de forme $\alpha_{p,i}$ sont à calculer pour chaque classe ω_i et dans chaque paquet d'ondelettes $p \in S_{p \in [1..N_p]}$ (ce qui fait $2 \times N_p \times N$ paramètres à estimer). Soit $\hat{x}^{[q]}$ une simulation du champ caché selon la loi de **X** conditionnelle à **Y** = **y**, ce dernier utilisant le paramètre courant $\theta^{[q]}$. Alors, de façon similaire à l'équation (2.49) pour l'algorithme SEM, la réestimation des variances pour chaque paquet d'ondelettes p de longueur T_p est fournies par :

$$(\hat{\sigma}_{p,i}^{[q]})^2 = \frac{\sum_{s \in S^p} \mathbf{1}_{[\hat{x}_s^{[q]} = \omega_i]} y_s^2}{\sum_{t=1}^T \mathbf{1}_{[\hat{x}_s^{[q]} = \omega_i]}}$$
(5.14)

La réestimation des paramètres de forme $\alpha_{p,k}$ est solution de l'équation numérique (4.26) calculé séparément sur chaque paquet de coefficients d'ondelettes. La décision en chaque site sur les arbres locaux se fait à nouveau à l'aide de l'algorithme de décision du MPM, à partir des lois *a posteriori* en chaque site $s \in S \setminus S^r$ suivant l'équation (B.12).

Algorithme 6 Segmentation par arbre de Markov caché adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes

	\mathbf{W}	Sous-arbre de paquets d'ondelettes
Entrée:	N	Nombre de classes
	Q	Nombre d'itérations

Initialisation des paramètres d'attache aux données $\theta_F^{[0]}$ et d'a priori $\theta_L^{[0]}$ (sections 4.4.2.1 et 5.3.2.1)

Répéter

- Calcul des probabilités a posteriori ξ_s , Φ_s et Ψ_{s^-} (voir section 5.3)
- Simulation d'une réalisation de l'arbre a posteriori $\hat{X}^{[q]}$

• Réestimation des paramètres d'attache aux données $\theta_F^{[q]}$ (éq. 5.14 et 4.26) et d'a priori $\theta_L^{[q]}$ (éq. 5.12, 5.13) (section 5.3.2.2)

q = q + 1

Jusqu'à q = Q

Résultat de segmentation $\hat{x}^{[Q]}$ par l'algorithme du MPM (éq. B.12).

5.4 Résultats sur des signaux synthétiques et réels

5.4.1 Validation sur signaux synthétiques

5.4.1.1 Simulation du graphe global

Le graphe $\mathbf{X}_{s \in S}$ est de Markov. Sa simulation nécessite la connaissance des lois *a priori* π_s , $s \in S^r$ et de la matrice de transition $a_{(i,j),k}$: la racine de l'arbre est simulée par tirage aléatoire sur l'*a priori* π_s , $s \in S^r$, puis on simule le reste du graphe par propagation à l'aide de la matrice de transition $a_{(i,j),k}$. L'arbre est ensuite bruité à l'aide d'un bruit indépendant sur chaque site du graphe. Des résultats de segmentation sur de tels signaux simulés sont donnés ci-dessous.

5.4.1.2 Commentaires

Nous présentons tout d'abord les résultats de notre méthode sur des signaux simulés. Nous émettons l'hypothèse que chaque classe est présente et identiquement localisée dans chaque paquet traité, en s'appuyant sur l'étalement fréquentiel lié à l'incertitude de Gabor-Heisenberg et le choix d'une largeur de bande d'étude réduite. Les probabilités de transition intra-classe pour nos signaux simulés sont donc égales à 1, les probabilités de transition entres classes différentes étant nulles. On a par ailleurs préservé la propriété de conservation de l'énergie d'une échelle à l'autre que l'on retrouve dans la décomposition en paquets d'ondelettes. Notre arbre d'analyse est associé à un sous-arbre de paquets d'ondelettes de profondeur 3 pour les échelles $\{m, m+1, m+2\}$, où on cherche à segmenter les deux paquets formants p_{g^-} et p_{d^-} à l'échelle (m+1) en bénéficiant de la précision temporelle du paquet produit p à l'échelle m et la précision fréquentielle des paquets racines de l'arbre, formants de p_{g^-} et p_{d^-} , et notés respectivement $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}\}$ et $\{p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$. Cet arbre agit ainsi comme une fenêtre d'analyse où l'échelle supérieure m et inférieure m+2 contribuent à la segmentation de l'échelle centrale m.

Nos signaux possèdent deux classes ω_1 et ω_2 bruitées par des bruits gaussiens généralisés de moyenne nulle, dont les variances $\mathbf{v} = \{v^1, v^2\}$ et les paramètres de forme $\alpha = \{\alpha^1, \alpha^2\}$ associés aux classes $\{\omega_1, \omega_2\}$ sont donnés dans les tableaux 5.1, 5.4, 5.7, 5.10 et 5.13. Tout comme dans le chapitre 4, on donne le rapport signal à bruit calculée par l'équation 4.27. Les plages d'anormalités sont réduites dans ces signaux synthétiques, menant à un problème de détection plus complexe. Les rapports signal à bruit simulés sont de ce fait plus grands. Les signaux ainsi que nos résultats de segmentation sont présentés sur les figures 5.6-5.10, accompagnées de tableaux d'estimation des paramètres 5.2, 5.5, 5.8, 5.11 et 5.14 et de tableaux d'erreur 5.3, 5.6, 5.9, 5.12 et 5.15. Nous comparons notre méthode à la méthode de segmentation par chaîne de Markov caché présenté au chapitre 4 (Algo 5), opérant sur chaque paquet d'ondelettes indépendamment et ayant déjà fait ses preuves dans le cas du traitement des sibilances [LCBCS09]. Cette comparaison a pour but de montrer l'intérêt d'une segmentation simultanée des différents paquets. En particulier ceci mettra en évidence les limites des chaînes de Markov dans le cas de la segmentation et la localisation précise de détails dans le signal du fait du fort pouvoir régularisant de ces approches.

On teste dans un premier temps nos deux méthodes sur deux signaux avec une répartition

en énergie équitable entre sous-bandes fréquentielles d'une échelle à l'autre (paramètres de loi identiques dans les deux sous-bandes fréquentiels de l'échelle m + 1, de même pour les quatre sous-bandes de l'échelle m + 2), avec un ratio d'énergie entre les classes ω_1 et ω_2 qui décroit d'un cas à l'autre. Pour les signaux de la figure 5.6, le ratio est de 3. Les classes sont facilement reconnaissables à l'œil nu et les résultats de segmentation sont bons dans les deux cas, avec un léger avantage au modèle CMC-BI. Le ratio est ensuite abaissé à 2 dans le cas de la figure 5.7, amenant à des erreurs de classification plus importante dans le cas de la méthode de segmentation par chaîne, et un bon comportement de notre méthode de segmentation par arbre.

Dans les signaux simulés présentés sur les figures 5.8 et 5.9, nous avons réparti inéquitablement l'énergie entre les sous-bandes fréquentielles aux échelles m + 1 et m + 2. Pour le signal de la figure 5.8, le ratio à l'échelle m est de 3, et est respectivement de 2 et 4 dans les sous bandes fréquentielles inférieures $w_{p_{g^-}}$ et supérieures $w_{p_{d^-}}$ à l'échelle m + 1. Dans le cas de la figure 5.9, le ratio est de 2 à l'échelle m, et est respectivement de 1.6 et 2.4 dans les sous bandes fréquentielles inférieures $w_{p_{g^-}}$ et supérieures $w_{p_{d^-}}$. On remarque une faiblesse de l'algorithme de segmentation par chaîne de Markov dans le cas de la segmentation du paquet $w_{p_{g^-}}$ pour le cas de l'exemple de la figure 5.8, qui devient rédhibitoire dans le cas de l'exemple de la figure 5.9. La propriété de régularisation temporelle apportée par la méthode de segmentation par chaîne de Markov mènent à d'excellents résultats dans les cas où les variances d'une classe à l'autre sont suffisamment discriminantes, mais cette même propriété n'est pas adaptée lorsque les variances sont trop proches. Globalement, malgré les erreurs de classification dû au contexte difficile (bruit à variance discriminante), on montre ainsi que cette nouvelle méthode de segmentation par arbre est mieux adaptée à ce type de situation.

Un dernier cas où les classes sont présentes de façon inhomogène dans le signal est traité figure 5.10, avec un ratio de 3 à l'échelle m, et respectivement de 2.6 et 3.4 dans les sous bandes fréquentielles $w_{p_{g^-}}$ et $w_{p_{d^-}}$. Ce cas avantage encore la méthode de segmentation proposée au dépend de la méthode par chaîne de Markov (voir les taux d'erreurs du tableau 5.15 et l'estimation des paramètres tableau 5.14), en mettant notamment en évidence l'effet régularisant de ce dernier modèle dans le cas de la segmentation du paquet p_{q^-} .

5.4.2 Analyse de signaux réels

Nous souhaitons appliquer notre méthode de segmentation aux cas de signaux pulmonaires dans le cadre de la détection précoce d'anormalités. Nous nous intéressons ici au cas de la détection de sons anormaux continus, tels que ceux apparaissant dans les maladies d'asthme ou de bronchiolite du nourrisson. Nous présentons sur les figures 5.11, 5.12, 5.13 et 5.14 les résultats de segmentation obtenus sur quatre sons. Les deux premiers cas 5.11 et 5.12 sont des cas d'asthmatiques avérés, dont des sibilances d'amplitude plus ou moins importantes sont perçues d'une phase d'inspiration à l'autre. Nous avons sélectionnés pour chacun de ces deux sons une phase d'inspiration où la sibilance est difficilement perceptible à l'ouïe. On s'attend tout de même à retrouver dans ces sons un signal s'écartant de la normalité, et nous avons cherché à détecter la présence d'anormalités *cachées* dans ces phases à l'aide de nos algorithmes par chaîne de Markov cachée et par arbre de Markov caché. Les coefficients de paquets d'ondelettes associés à la normalité peuvent être modélisés par une loi gaussienne généralisée de paramètre de forme α compris entre 1.5 et 2.2. Les coefficients associés aux sibilants peuvent être modélisés par une loi gaussienne généralisée ayant un paramètre de forme supérieur à 2.5 (voir section 1.4.3.3). Nous ne possédons pas de vérité-terrain pour ces sons, étant donnée l'imperceptibilité de ces sibilances pour l'oreille humaine. En revanche, nous constatons des résultats cohérents par rapport à nos précédents travaux [LCBCS09], venant confirmer les hypothèses émises jusqu'ici sur le caractère discriminant du paramètre de forme α et nous encourageant à pousser nos recherches dans cette voie.

La figure 5.11 présente un cas de sibilances dont les caractéristiques fréquentielles varient dans le temps. La bande fréquentielle d'observation est [250 - 500] Hz, correspondant au paquet d'ondelettes q = 2 à l'échelle 4, nommé ici paquet p. Les paquets formants p_{q^-} et p_{d^-} correspondent aux paquets numéros q = 3 et q = 4 à l'échelle 5 dans l'arbre de décomposition en ondelettes, et couvrent respectivement les bandes [250 - 375] Hz et [375 - 500] Hz. Le résultat de segmentation obtenu fait ressortir des zones homogènes sur les paquets p_{q^-} et p_{d-} pour la classe ω_2 , traduisant la présence probable d'une sibilance dans le signal dans l'intervalle de temps [0.4-0.7]s. Cette anormalité est effectivement identifiée dans le paquet p_{q^-} par les deux algorithmes, menant à une estimation du paramètre α au delà de 2.5 (voir Tab. 5.16). Dans le cas du paquet p_{d^-} , les deux algorithmes parviennent à l'identification de deux classes discriminées par leur variance (rapport des variances $(\sigma_1^{d^-})^2/(\sigma_2^{d^-})^2$ autour de 3 dans les deux cas, et ne révèlent que des classes de normalité dans ce paquet (paramètre de forme inférieurs ou égaux à 2.2 pour les deux classes). La répercussion de la sibilance d'une bande fréquentielle à l'autre semble être cependant mieux restituée sur le résultat de segmentation par arbre, révélant une classe ω_2 à laquelle est associée un paramètre de forme égal à 2.2 dans les intervalles [0.4-0.45]s et [0.60-0.65]s, soit en bordure de la classe d'anormalité ω_2 détectée sur le paquet p_{q^-} . Dans le second cas associé à la figure 5.12, nous avons à faire à une situation similaire. La méthode par arbre amène à une identification de loi généralisée correspondant à des sous-gaussiennes ($\alpha_2^{g^-} = 5.98$), alors que les paramètres estimés par la méthode CMC sont ceux de distributions presque-gaussienne traduisant une non détection d'anormalités (voir Tab. 5.17). Dans ce cas, la méthode par chaîne semble être guidée par une discrimination des classes en terme d'énergie, le rapport des variances σ_1^2/σ_2^2 étant proche de 3 dans les deux paquets, alors que ce rapport est de l'ordre de 2 dans le cas AMCwp-BI.

Les figures 5.13 et 5.14 résultent du traitement de deux phases d'inspiration capturées sur un même patient présentant des toux sifflantes. Le paquet p observé couvre la bande fréquentielle [500 – 750] Hz, correspondant au paquet numéro q = 3 à l'échelle 4. On s'attend à retrouver des zones d'anormalités dans ces deux phases, identiquement localisés ou non. Le résultat de segmentation par notre modèle de chaîne de Markov bivariée n'a pas permis de confirmer ces attentes sur les paquets d'ondelettes p_{g^-} recalés (voir figure 4.16 du chapitre 4). Les traitements par notre modèle d'arbre de Markov parviennent à une détection de zones homogènes du signal à plusieurs instants dans une même phase d'inspiration, venant confirmer nos soupçons sur la présence d'anormalités correspondantes à des toux sifflantes. Ces anormalités semblent identiquement localisées dans ces deux phases, montrant que notre méthode par chaîne bivariée est bien adaptée à l'analyse de ce signal, mais conduit à un échec de détection dans ce type de contexte très difficile. Dans le cas des paquets p_{d^-} , les zones détectées correspondant à la classe ω_2 ne sont pas significatives, et ne nous permet pas de statuer sur la présence d'anormalités dans cette bande fréquentielle.



FIGURE 5.6 – Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI.

TABLE 5.1 – Paramètres de simulation (variance v^i et paramètre de forme α^i pour la classe ω_i) associés au paquet *produit* p, aux paquets centraux *formants* $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$, et aux quatres paquets racines $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

paramètres	p	p_{g^-}	p_{d^-}	p_{gg^-}	p_{gd^-}	p_{dg^-}	p_{dd^-}
v^1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
α^1	2	2	2	2	2	2	2
v^2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
α^2	5	5	5	5	5	5	5

TABLE 5.2 – Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance v_p^i et paramètre de forme α_p^i pour la classe ω_i et le paquet p) pour les paquets centraux $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ associés à la figure 5.6

paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^{-}}}^1$	0.5	0.5	0.5	$v_{p_{g^{-}}}^{2}$	1.5	1.53	1.57
$\alpha_{p_{g^{-}}}^{1}$	2	2.05	2.05	$\alpha_{p_{g^{-}}}^2$	5	5.44	5.46
$v_{p_d-}^1$	0.5	0.49	0.5	$v_{p_{d}-}^{2}$	1.5	1.50	1.5
$\alpha_{p_{d^{-}}}^1$	2	2.01	1.98	$\alpha_{p_d-}^2$	5	6.22	4.64

TABLE 5.3 – Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 5.6

	CMC	AMCwp
$\mathbf{w}_{p_{g}-}$	1.8%	2.4%
\mathbf{w}_{p_d-}	2%	2.2%
moyenne :	1.9%	2.3%



FIGURE 5.7 – Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI.

TABLE 5.4 – Paramètres de simulation (variance v^i et paramètre de forme α^i pour la classe ω_i) associés au paquet *produit* p, aux paquets centraux *formants* $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$, et aux quatres paquets racines $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

paramètres	p	p_{g^-}	p_{d^-}	p_{gg^-}	p_{gd^-}	p_{dg^-}	p_{dd^-}
v^1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
α^1	2	2	2	2	2	2	2
v^2	1	1	1	1	1	1	1
α^2	5	5	5	5	5	5	5

TABLE 5.5 – Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance v_p^i et paramètre de forme α_p^i pour la classe ω_i et le paquet p) pour les paquets centraux $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ associés à la figure 5.7

paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^{-}}}^1$	0.5	0.49	0.49	$v_{p_{g^{-}}}^{2}$	1	0.60	0.79
$\alpha_{p_{g^{-}}}^{1}$	2	2.02	1.91	$\alpha_{p_{g^{-}}}^2$	5	2.17	7.1
$v_{p_d-}^1$	0.5	0.48	0.52	$v_{p_{d}-}^{2}$	1	0.80	0.97
$\alpha_{p_{d^{-}}}^1$	2	2.05	2.0	$\alpha_{p_d-}^2$	5	2.24	4.2

TABLE 5.6 – Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 5.7

	CMC	AMCwp
$\mathbf{w}_{p_{g^{-}}}$	42%	6.3%
\mathbf{w}_{p_d-}	9.3%	5.8%
moyenne	25.7%	6.0%



FIGURE 5.8 – Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI.

TABLE 5.7 – Paramètres de simulation (variance v^i et paramètre de forme α^i pour la classe ω_i) associés au paquet *produit* p, aux paquets centraux *formants* $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$, et aux quatres paquets racines $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

paramètres	p	p_{g^-}	p_{d^-}	p_{gg^-}	p_{gd^-}	p_{dg^-}	p_{dd^-}
v^1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
α^1	2	2	2	2	2	2	2
v^2	1.5	1	2	0.8	1.2	1.8	2.2
α^2	5	4	6	4	4	6	6

TABLE 5.8 – Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance v_p^i et paramètre de forme α_p^i pour la classe ω_i et le paquet p) pour les paquets centraux $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ associés à la figure 5.8

paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^-}}^1$	0.5	0.48	0.55	$v_{p_{g^{-}}}^{2}$	1	0.75	0.95
$\alpha_{p_{g^{-}}}^{1}$	2	2.01	2.05	$\alpha_{p_{g^{-}}}^2$	4	2.64	4.5
$v_{p_d-}^1$	0.5	0.50	0.51	$v_{p_{d}-}^{2}$	2	2.05	1.97
$\alpha_{p_{d^{-}}}^1$	2	1.99	1.98	$\alpha_{p_d-}^2$	6	6.72	6.38

TABLE 5.9 – Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 5.8

	CMC	AMCwp
$\mathbf{w}_{p_{g^{-}}}$	6.64%	3.71%
\mathbf{w}_{p_d-}	0.2%	3.13%
moyenne	3.33%	3.42%



FIGURE 5.9 – Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI.

TABLE 5.10 – Paramètres de simulation (variance v^i et paramètre de forme α^i pour la classe ω_i) associés au paquet *produit* p, aux paquets centraux *formants* $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$, et aux quatres paquets racines $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

paramètres	p	p_{g^-}	p_{d^-}	p_{gg^-}	p_{gd^-}	p_{dg^-}	p_{dd^-}
v^1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
α^1	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
v^2	1	0.8	1.2	0.6	1	1	1.4
α^2	5	4	5	4	4	5	5

TABLE 5.11 – Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance v_p^i et paramètre de forme α_p^i pour la classe ω_i et le paquet p) pour les paquets centraux $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ associés à la figure 5.9

paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^-}}^1$	0.5	0.46	0.51	$v_{p_{g^{-}}}^{2}$	0.8	0.60	0.93
$\alpha_{p_{g^{-}}}^{1}$	1.8	1.85	1.80	$\alpha_{p_{g^{-}}}^2$	4	2.1	10.85
$v_{p_d-}^1$	0.5	0.50	0.51	$v_{p_{d}-}^{2}$	1.2	1.06	1.18
$\alpha_{p_{d^{-}}}^1$	1.8	1.80	1.86	$\alpha_{p_d-}^2$	5	4.57	5.08

TABLE 5.12 – Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 5.9

	CMC	AMCwp
$\mathbf{w}_{p_{g^{-}}}$	35.9%	7.81%
\mathbf{w}_{p_d-}	0.2%	1.76%
moyenne	18.1%	4.78%


FIGURE 5.10 – Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI.

TABLE 5.13 – Paramètres de simulation (variance v^i et paramètre de forme α^i pour la classe ω_i) associés au paquet *produit* p, aux paquets centraux *formants* $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$, et aux quatres paquets racines $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

paramètres	p	p_{g^-}	p_{d^-}	p_{gg^-}	p_{gd^-}	p_{dg^-}	p_{dd^-}
v^1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
α^1	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
v^2	1.5	1.3	1.7	1.1	1.5	1.5	1.9
α^2	4	4	4	4	4	4	4

TABLE 5.14 – Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance v_p^i et paramètre de forme α_p^i pour la classe ω_i et le paquet p) pour les paquets centraux $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ associés à la figure 5.10

paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^-}}^1$	0.5	0.44	0.49	$v_{p_{g^{-}}}^{2}$	1.3	0.72	1.1
$\alpha_{p_{g^{-}}}^{1}$	1.8	1.73	1.73	$\alpha_{p_{g^{-}}}^2$	4	1.93	3.46
$v_{p_d-}^1$	0.5	0.48	0.51	$v_{p_{d}-}^{2}$	1.7	1.34	1.83
$\alpha_{p_{d^{-}}}^1$	1.8	1.77	1.79	$\alpha_{p_d-}^2$	4	2.73	3.39

TABLE 5.15 – Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 5.10 $\,$

	CMC	AMCwp
$\mathbf{w}_{p_{g^{-}}}$	44%	6.03%
$\mathbf{w}_{p_{d}-}$	7.3%	6.01%
moyenne	25.7%	6.02%

TABLE 5.16 – Paramètres éstimés par les algorithmes par chaîne (CMC-BI, algo. 5) et par arbre (AMCwp-BI, algo. 6) associés aux résultats de segmentation de la figure 5.11

Variances	CMC-BI	AMCwp-BI	α	CMC-BI	AMCwp-BI
$(\sigma^{g^-})^2 \ (10^{-3})$	(0.25, 0.38)	(0.20, 0.45)	α^{g^-}	(1.95, 4.39)	(2.03, 8.22)
$(\sigma^{d^-})^2 \ (10^{-3})$	(0.044, 0.12)	(0.051, 0.14)	α^{d^-}	(1.97, 1.87)	(1.67, 2.20)



FIGURE 5.11 – Résultats de segmentation sur le signal réel CB10.wav. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . (c) et (d) donnent les résultats de segmentation par le modèle CMC-BI en monobande (Algo 5). (e) et (f) donnent les résultats de segmentation par le modèle AMCwp-BI (Algo 6)

Variances	CMC-BI	AMCwp-BI	α	CMC-BI	AMCwp-BI
$(\sigma^{g^-})^2 (10^{-3})$	(0.032, 0.096)	(0.052, 0.13)	α^{g^-}	(2.01, 2.73)	(1.58, 5.98)
$(\sigma^{d^-})^2 (10^{-3})$	(0.0096, 0.027)	(0.013, 0.025)	α^{d^-}	(2.29, 1.90)	(1.67, 2.0)

TABLE 5.17 – Paramètres éstimés par les algorithmes par chaîne (CMC-BI, algo. 5) et par arbre (AMCwp-BI, algo. 6) associés aux résultats de segmentation de la figure 5.12



FIGURE 5.12 – Résultats de segmentation sur le signal réel SonRP.wav. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . (c) et (d) donnent les résultats de segmentation par le modèle CMC-BI en monobande (Algo 5). (e) et (f) donnent les résultats de segmentation par le modèle AMCwp-BI (Algo 6)

Variances	CMC-BI	AMCwp-BI	α	CMC-BI	AMCwp-BI
$(\sigma^{g^-})^2 \ (10^{-3})$	(0.27, 0.60)	(0.36, 1.0)	α^{g^-}	(1.68, 2.15)	(1.80, 3.45)
$(\sigma^{d^-})^2 \ (10^{-3})$	(0.11, 0.14)	(0.11, 0.21)	α^{d^-}	(1.85, 2.23)	(1.99, 2.64)

TABLE 5.18 – Paramètres éstimés par les algorithmes par chaîne (CMC-BI, algo. 5) et par arbre (AMCwp-BI, algo. 6) associés aux résultats de segmentation de la figure 5.13



FIGURE 5.13 – Résultats de segmentation sur le signal réel AP1.wav. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . (c) et (d) donnent les résultats de segmentation par le modèle CMC-BI en monobande (Algo 5). (e) et (f) donnent les résultats de segmentation par le modèle AMCwp-BI (Algo 6)

Variances	CMC-BI	AMCwp-BI	α	CMC-BI	AMCwp-BI
$(\sigma^{g^-})^2 (10^{-3})$	(0.26, 0.61)	(0.35, 0.97)	α^{g^-}	(1.94, 1.74)	(1.60, 3.1)
$(\sigma^{d^-})^2 (10^{-3})$	(0.01, 0.18)	(0.10, 0.29)	α^{d^-}	(2.51, 2.0)	(1.98, 5.58)

TABLE 5.19 – Paramètres éstimés par les algorithmes par chaîne (CMC-BI, algo. 5) et par arbre (AMCwp-BI, algo. 6) associés aux résultats de segmentation de la figure 5.14



FIGURE 5.14 – Résultats de segmentation sur le signal réel AP2.wav. (a) paquet formant p_{g^-} et (b) paquet formant p_{d^-} . (c) et (d) donnent les résultats de segmentation par le modèle CMC-BI en monobande (Algo 5). (e) et (f) donnent les résultats de segmentation par le modèle AMCwp-BI (Algo 6)

5.5 Conclusion

Nous avons présenté un nouvel arbre de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes, permettant de prendre en compte la dépendance des coefficients d'ondelettes d'échelle en échelle, et de modéliser ainsi la diffusion des caractéristiques statistiques des coefficients entre bandes fréquentielles voisines pour diverses résolutions. Il nous a permis de développer une méthode de segmentation originale, respectueuse des détails présents dans le signal de par son caractère local, induit par le calcul des probabilités *a posteriori* relatif à des sous-arbres locaux en temps et sélectif en fréquence. La méthode a été validée sur des signaux synthétiques et les résultats ont été comparés avec une méthode par chaîne de Markov (CMC-BI), montrant l'apport de la méthode dans le cadre de la détection de signatures localement atypiques et d'anormalités enfouies. La méthode est ensuite appliquée à des signaux pulmonaires réels présentant des sibilances peu perceptibles par le médecin et que notre algorithme permet de détecter.

Cette méthode prometteuse devra être validée sur davantage de données pulmonaires, en collaboration avec les médecins. La question du seuil d'alarme associé au paramètre α pourra ainsi être fixé de façon précise sur un corpus de sons pathologiques large. Il est envisagé d'améliorer encore cette approche en utilisant la théorie de l'évidence, en proposant une définition évidentielle de l'information *a priori* associée au processus caché à restaurer. Les probabilités *a priori* sur ce processus sont remplacées par des masses évidentielles [89], permettant de modéliser avantageusement l'*incertitude* dont souffre nos données pulmonaires.

Conclusion générale

Le travail de thèse développé tout au long de ce rapport s'inscrit dans un contexte médical fort et comporte un caractère applicatif majeur, l'objectif assumé étant le développement de méthodes d'analyse à même de fournir une assistance au diagnostic des médecins. Nous avons été désireux de développer des méthodes de traitement originales et performantes, capables d'extraire des signatures statistiques d'intérêt dissimulées dans des signaux très bruités et dont les caractéristiques statistiques sont hautement fluctuantes au gré des acquisitions et des sujets analysés. Ce contexte difficile pousse nécessairement à la recherche de modèles théoriquement évolués en forts liens avec l'application visée.

Bilan des contributions

Nous avons proposé dans ce travail une approche globale pour l'analyse de sons pulmonaires, avec pour ambition la possibilité de positionner chaque patient par rapport à un corpus de pathologies connues. Nous avons proposé une méthodologie originale allant dans ce sens, en nous concentrant sur l'analyse de plages d'intérêt du signal, constituées par les phases d'inspiration et d'expiration. Nous avons explicité les avantages d'un tel prétraitement du signal, nous autorisant à mettre en place des méthodes d'analyse plus précises et robustes grâce à une maîtrise avancée des caractéristiques statistiques des signaux analysés. L'objectif concret de détection des phases a permis de confirmer la bonne tenue des approches markoviennes face à un contexte difficile de données hautement bruitées. La grande flexibilité de ces approches nous a permis de construire un modèle dédié à notre application de détection des phases, en augmentant le pouvoir modélisant des chaînes de Markov cachées classiques par l'introduction d'une variable auxiliaire. Ce modèle triplet apporte une prise en compte étroite des a priori à disposition sur le cycle respiratoire, et a montré un bon comportement lors des différentes expérimentations en comparaison à des modèles moins généraux, et donc moins bien armés pour faire face au contexte particulier de l'analyse de sons pulmonaires. Cette méthode a fait l'objet d'une communication en conférence [LCCS08].

Concrètement, la détection des phases a d'abord permis un recalage des signaux entre eux par une méthode d'interpolation par splines cubiques, menant à une analyse multivariée des signaux pulmonaires par une mise en regard cohérente des phases de la respiration. Cette méthode apporte davantage de robustesse pour la détection d'anormalités cachées dans le signal, et a montré sa supériorité par rapport à une analyse sur une observation unique. Nous destinons également cette méthode au suivi de patients, en offrant la possibilité d'analyser conjointement des signaux venant d'auscultations décalées dans le temps. L'augmentation du nombre de sons dans la base permettra à terme de valider cette approche à grande échelle. Ce travail a également été accepté pour une communication dans une conférence internatio-

nale [LCBCS09].

En concentrant l'analyse sur des parties réduites du signal dont on maîtrise plus précisément les caractéristiques statistiques, notre approche par phase a également autorisé la mise en place d'une analyse plus approfondie de ces signaux pour la mise à jour de marqueurs précoces. Nous avons ainsi développé un modèle graphique incluant un ensemble de sous-arbres d'analyse locaux en temps et sélectifs en fréquence. Ces sous-arbres sont définis par le principe même de la transformation multirésolution du signal en paquets d'ondelettes. Cette méthode montre des résultats très prometteurs pour la détection de signatures enfouies en offrant une véritable analyse à la fois en temps et en fréquence. Cette approche a été présentée en conférence nationale [LCCS09] et internationale [LCCS09] en se limitant à son côté théorique pour la détection de signaux transitoires à faible rapport signal à bruit. Une communication dans une revue est actuellement en soumission [LCCS09], dans laquelle l'application aux sons pulmonaires a été introduite et des résultats sur des signaux réels ont été donnés. Cet article est actuellement en traduction pour une soumission dans un journal international, où l'application aux sons pulmonaires sera plus largement développée, et où davantage de résultats sur des signaux d'acquisition seront inclus.

L'ensemble des résultats présentés dans ce rapport ne concerne que l'analyse des sons *ad*ventices continus. Notons qu'en parallèle de cette thèse, Akram Belghith de l'École Nationale de Télécommunication de Tunis a effectué un stage au sein de notre équipe de recherche. Ce stage a eu pour objet la détection de sons *adventices* impulsionnels, encore appelés *crépitants*, et présents dans des pathologies de type BPCO. Ces travaux ont fait l'objet d'une communication dans une conférence nationale [BCSLC09].

Ouvertures

Le projet ANR ASAP, débuté en mars 2006, arrive à son terme en février 2010. Durant cette période de quatre ans, les efforts fournis par l'ensemble des membres du projet ont mené à une clarification des enjeux et des difficultés afin de faire évoluer l'auscultation pulmonaire dans l'ère du traitement temps réel de l'information. En amont de cette thèse, les réalisations techniques pour le développement d'un nouveau stéthoscope ont abouti à des prototypes prometteurs, qui n'ont malheureusement pas pu être pleinement exploités dans le cadre de cette thèse. Cependant, l'ensemble de ces travaux et le savoir-faire acquis permettent de monter un cahier des charges précis pour le développement d'un stéthoscope bien adapté. Il reste encore des questions fondamentales en suspend liées à la réalisation technique d'un tel appareil, telles que la réponse acoustique de la membrane du stéthoscope, la chambre acoustique à adopter et la maîtrise du filtrage induit par la partie tubulaire reliant le pavillon aux écouteurs. Ces questions relèvent d'un travail d'acousticien, maîtrisant les aspects mécaniques de propagation et de capture du son.

Ce projet a également été l'occasion de discussions avancées avec les médecins, afin de comprendre leurs attentes, et de porter à leur connaissance les apports décisifs que sont à même de fournir les sciences et technologies de l'information et de la communication. À l'heure actuelle, les praticiens sont d'ores et déjà attachés à une visualisation du contenu spectral des signaux pulmonaires par le spectrogramme et l'utilisent en aval de leur consultation pour l'étude de cas pathologiques particuliers. Le prochain objectif à atteindre est, de façon évidente, une systématisation de l'utilisation de cet apport visuel *in situ* au moment de l'auscultation. Cette étape semble être aisément réalisable par le développement d'outils embarqués tel que les PDA, couplé à des méthodes de transmission du signal à faible portée de plus en plus fiable tel que le blue tooth. À terme, le but est de dépasser le simple spectrogramme et de développer l'offre d'outils d'analyse du signal dédiés à l'assistance au diagnostic. Cet enjeu est précisément le sujet de cette thèse, dans laquelle nous proposons modestement quelques directions à suivre pour le développement de ces applications. Nous souhaitons ainsi fournir une quantification de l'état pathologique d'un patient en le situant sur une carte d'anormalités similaire à celle introduite à la section 4.1.2. Nous avons proposé au cours des chapitres 4 et 5 quelques descripteurs d'intérêts afin de nourrir ce classifieur flou, qui viennent s'additionner à l'existant (annexe C).

Cette thèse propose des modélisations markoviennes originales basées sur des hypothèses liées au contexte applicatif de l'analyse des sons pulmonaires. La souplesse des modèles markoviens permet d'envisager bien des modifications et des améliorations théoriques à ces approches en fonction de l'application visée. On peut par exemple penser à une prise en compte de la corrélation de l'attache aux données. Des modèles de Markov à mémoire longue sont à même d'apporter ce type de solution, dans le cas où les signaux traités présentent des corrélations. On peut également se limiter à supposer le couple état caché-observation (X, Y)de Markov, afin de relâcher l'hypothèse de Markov qui contraint le processus caché. Cette approche est strictement plus générale que les approches par modèles de Markov cachés et est, de ce fait, susceptible de mener à de meilleurs résultats. L'homogénéité de notre arbre de Markov peut également être remise en question, et peut simplement être palliée dans un premier temps en proposant de lier le niveau de transition dans l'arbre avec la matrice de transition associée, dans le but d'une prise en compte plus précise de la diffusion des énergies des coefficients d'ondelettes dans chacune des sous-bandes fréquentielles étudiées. Enfin, le recours à la théorie de l'évidence semble particulièrement prometteur, par l'introduction d'une masse évidentielle sur l'a priori permet une prise en compte directe de l'incertitude inhérente aux données pulmonaires. Une telle approche a par ailleurs apporté de bons résultats pour ce type d'application dans des travaux menés parallèlement à cette thèse, et pourrait avantageusement venir enrichir nos modèles.

Une future étape pourrait concerner le développement d'un système *temps réel* pour l'aide au diagnostic. Ce système complexe fait intervenir un large spectre d'ingénierie, et se trouve à la croisée du traitement du signal, de l'image, et de solutions informatiques évoluées. Seule une concordance des développements d'outils dans ces différents domaines, liée à une coopération étroite avec les médecins, permettra une réelle évolution des pratiques pour l'établissement d'un diagnostic pulmonaire automatique et fiable. Tel est le défi ambitieux qui reste à relever dans le cadre d'un partenariat avec des industriels possédant les compétences requises.

Publications

Articles dans des revues internationales à comité de lecture

- [LCSC08] S. Le Cam, F. Salzenstein, and C. Collet. Fuzzy pairwise Markov chain to segment correlated noisy data. *Signal Processing*, 88(10) :2526–2541, 2008.
- [SCLCH07] F. Salzenstein, C. Collet, S. Le Cam, and M. Hatt. Non-stationary fuzzy Markov chain. Pattern Recognition Letters, 28(16):2201–2208, 2007.

Article dans une revue nationale à comité de lecture

[LCCS09] S. Le Cam, Ch. Collet, and F. Salzenstein. Détection de signatures acoustiques : approche locale par arbre de Markov sélectif en fréquence. Soumis à Traitement du Signal le 16/02/2009, 2009.

Communication à des manifestations internationales à comité de lecture

- [LCBCS09] S. Le Cam, A. Belghith, Ch. Collet, and F. Salzenstein. Wheezing Sounds Detection Using Multivariate Gaussian Distributions. Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on, 2009.
- [LCCS08] S. Le Cam, Ch. Collet, and F. Salzenstein. Acoustical respiratory signal analysis and phase detection. Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on, pages 3629–3632, 2008.
- [LCCS09] S. Le Cam, Ch. Collet, and F. Salzenstein. Detection of transient signals : local approach using a Markovian tree with frequency selectivity. *IEEE International* Workshop on Machine Learning for Signal Processing, MLSP'09, September 02-04th, 2009, Grenoble, France, 2009.

Communication à des manifestations nationales à comité de lecture

- [BCSLC09] A. Belghith, Ch. Collet, F. Salzenstein, and S. Le Cam. Détection-estimation de processus Bernouilli-gaussien-généralisés à la présence d'un bruit coloré nongaussien. GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images, 07-11 Septembre 2009, Dijon, France, 2009.
- [LCCS09] S. Le Cam, Ch. Collet, and F. Salzenstein. Détection de signaux non stationnaires par un graphe de Markov local en temps et sélectif en fréquence. GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images, 07-11 Septembre 2009, Dijon, France, 2009.

Annexe A

Protocoles d'acquisitions



Enregistrement numérique de sons d'auscultation

Ce document décrit l'ensemble des manipulations à effectuer pour l'utilisation du stéthoscope Jabes et de l'enregistreur numérique H2 recorder ZOOM, ainsi que le protocole d'enregistrement des sons d'auscultation.

Branchement des appareils et mise sous tension

- 1. Relier le stéthoscope et l'enregistreur (entrée line-in) à l'aide du câble jack fourni avec le stéthoscope.
- 2. Mettre le stéthoscope sous tension (bouton power) et choisir le moded'acquisition large bande (LED verte du mode w allumée).
- 3. Mettre l'enregistreur en position on. Vous êtes prêt à effectuer un enregistrement. Bien s'assurer que le stéthoscope soit allumé (LED verte) car il s'éteint après une certaine durée de non utilisation.
- 4. Appuyer une première fois sur le bouton rec (bouton rouge) pour préparer l'appareil `a l'enregistrement, puis une seconde fois pour commencer à enregistrer. Une fois l'enregistrement terminé, arrêter l'enregistreur en appuyant à nouveau sur le bouton rec. Ne pas oublier de l'éteindre après utilisation (position off).

Protocole d'enregistrement des sons d'auscultation



1. Des informations sur le patient données en parlant directement dans le pavillon du stéthoscope :

- Initiales
- Sexe
- Date de naissance
- Taille et poids
- Antécédent(s)
- État respiratoire (sémiologie et suspicion de pathologie)
- Commentaires supplémentaires

paroi antérieure

quatre foyers cardiaques :

- 1. Foyer pulmonaire.
- 2. Foyer aortique.
- 3. Fover mitral ou apexien.
- 4. Fover tricuspide ou endoapexien. et deux foyers

2. Les numéros de foyers auscultés et les sons d'auscultation associés. Pour chacun des foyers:

Donner le numéro du foyer ausculté en parlant directement dans le pavillon du stéthoscope

Procéder à l'enregistrement du foyer associé (veillez à capturer au moins 5 cycles respiratoires par foyer et à limiter autant que possible les bruits extérieurs)

Les foyers auscultés en priorité seront ceux portant l'information sur la pathologie recherchée. Dans le cas d'un patient sain, les foyers auscultés sont laissés au choix du médecin.

Merci de respecter l'ordre des opérations décrit ci-dessus afin de faciliter l'exploitation des sons enregistrés.



Fig. 1 Schéma de l'auscultation cardiaque et pulmonaire





Analyse du son auscultatoire au cours des pneumopathies aiguës communautaires de l'adulte. Fiche de recueil des données

PATIENT		EXAMEN
Initiales Sexe Date de naissance Taille Poids	M/F / / M Kg	Médecin Date

Critères d'inclusion

Diagnostic de pneumopathie aigue communautaire chez l'adulte >18 ans

Basé sur l'association de 2 des 3 critères suivants :

- Présence d'au moins un des signes fonctionnels respiratoires et/ou un des signes généraux d'apparition aigue (<72h) parmi les suivants : toux, expectoration, dyspnée, douleur thoracique / fièvre, hypothermie, sueurs, frissons
- Foyer pulmonaire à l'auscultation standard
- Foyer pulmonaire radiologique non connu antérieurement

1. DONNEES CLINIQUES

A. Description des symptômes

B. Antécédents cardiaques et pulmonaires



C. Examen clinique

Données de l'auscultation électro et recueil du son auscultatoire selon sché	nique éma
PA =mm FC =/mir Température =°C FR =/mir Saturation O2 en AA =%	Hg d d d d d d d d d d d d d d d d d d d

Description des sons entendus par l'examinateur :

Zone 1	Zone 1
Zone 2	Zone 2
Zone 3	Zone 3
Zone 4	Zone 4
Zone 5	Zone 5
Zone 6	Zone 6

Autre zone précisée sur le schéma



2. DONNEES BIOLOGIQUES

(Inscrire la valeur du résultat ou ND si examen non fait)

Leucocytes	mm3
CRP	mg/l
НСО3-	mmol/l
Na+	mmol/l
Créatininémie	µmol/l
PaO2	mmHg
PaCO2	mmHg
НСО3-	mmol/l

BNP	
Hémocultures	
ECBC	
PCR mycoplasme	
PCR chlamydiae	
Ag urinaire Légionelle	
TDR grippe	
Procalcitonine	
рН	

3. RADIOGRAPHIE DU THORAX

Présence d'un infiltrat radiologique compatible avec le diagnostic de pneumopathie: OUI / NON

Si oui, préciser localisation et type (alvéolaire ou interstitiel) sur le schéma joint





4. SCORE DE FINE

La classe 1 correspond à l'adulte sain de moins de 50 ans, sans aucun signe de gravité, ni comorbidité (probabilité de mortalité inférieure à 0,1 %). Pas de prélèvement sanguin.

Facteurs démographiques	Points
Âge Hommes Femmes	= Âge en années = Âge-10
vie en institution	+ 10
Comorbidités	
Maladie néoplasique Maladie hépatique Insuffisance cardiaque congestive Maladie cérébro-vasculaire Maladie rénale	+ 30 + 20 + 10 + 10 + 10
Données de l'examen physique	
Atteinte des fonctions supérieures Fréquence respiratoire > 30/min TA systolique < 90 mmHg T° < 36 °C ou > 40 °C Fréquence cardiaque \geq 125/min	+ 20 + 20 + 20 + 15 + 10
Données radiologiques et biologiques	
pH artériel < 7,35 Urée \ge 11 mmol/l Na < 130 mmol/l Hématocrite < 30 % PaO ₂ < 60 mmHg Épanchement pleural	+ 30 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10

5. THERAPEUTIQUE

1. Hospitalisation : oui / non

Si oui : Médecine / Soins intensifs / Réanimation

2. Antibiothérapie débutée : oui / non

Si oui, laquelle ?

Annexe B

Analyse multirésolution et inférence bayésienne

B.1 Ondelettes et analyse multirésolution

Une ondelette $\psi(t)$ est une fonction à décroissance rapide, de moyenne nulle et normalisée. La famille de fonctions d'ondelettes $\{\psi_{t_0,k}\}_{(t_0,k)\in\mathbb{R}\otimes\mathbb{R}^+_*}$ est obtenue en translatant et en dilatant l'ondelette *mère* $\psi(t)$:

$$\psi_{t_0,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{k}}\psi(\frac{t-t_0}{k})$$

B.1.1 Transformée en ondelettes continue

La transformée en ondelettes continue est donnée par :

$$W_f(t_0,k) = \int_{\mathbb{R}} f(t)\psi_{(t_0,k)}(t) \mathrm{d}t$$

La représentation du signal en ondelettes offre une analyse flexible et précise des signaux à la fois en temps et en fréquence, en découpant le plan temps/fréquence par un pavage de boîtes d'Heisenberg d'aire constante (résolutions temporelles et fréquentielles inversement proportionnelles), que l'on souhaite aussi proche que possible de la limite d'Heisenberg (1.1). L'analyse de signaux en ondelettes qui en résulte est intuitive et s'adapte aux caractéristiques de signaux non stationnaires. Elle rend bien compte de la bonne localisation fréquentielle de phénomènes lents (et donc délocalisés en temps), et la bonne localisation temporelle des phénomènes rapides (et donc délocalisés en fréquence).

Si la décomposition en ondelettes n'est opérée que pour des échelles $k \leq k_0$, un complément d'informations est nécessaire pour retrouver l'information manquante et reconstruire le signal. Ces informations sont apportées par la fonction d'échelle $\phi(t)$. Si la fonction d'ondelettes peut être comparée à un opérateur de filtrage passe-haut, la fonction d'échelle peut être vue comme la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas. Ainsi l'information haute-fréquence fournie par la décomposition en ondelettes et l'approximation basse-fréquence opérée par la fonction d'échelle nous donnent tous les éléments permettant une reconstruction parfaite du signal.

B.1.2 Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes discrète du signal est obtenue par la discrétisation de l'échelle de décomposition k. On note que la transformée en ondelettes d'un signal uniformément échantillonné sur [0,1] avec un pas d'échantillonnage N^{-1} ne peut être calculée que pour des échelles $N^{-1} \leq k \leq 1$. La transformée en ondelettes discrètes se calcule pour des échelles $k = a^j$, avec $a = 2^{1/\nu}$ où ν est un entier, appelé nombre de voix dans l'octave. La gamme d'échelle couramment utilisée est la gamme des échelles dyadiques 2^j ($\nu = 1$). La seconde échelle est également proportionnelle à la première : $t_0 = n \cdot k$, ce qui donne des familles d'ondelettes de la forme :

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^j}}\psi(a^{-j}t - n)$$

La transformée en ondelettes discrète la plus couramment utilisée est la **transformée en ondelettes rapide** sous sa forme dyadique (algorithme de Mallat [101]). La présentation de cette transformée nécessite quelques notions d'analyse multi-résolutions, qui nous serviront également pour la définition des paquets d'ondelettes.

B.1.3 Analyse multirésolution

Les transformées que nous avons vues jusqu'à présent sous forme continue ou discrète sont des transformées très redondantes : le découpage du plan temps/échelle (ou temps/fréquence car l'échelle représente en quelque sorte l'inverse de la fréquence) n'est pas *optimal*. Les familles de décomposition $\{\psi_{t_0,k}\}$ ou $\{\psi_j(n)\}_{(i,n)}$ ne sont pas orthogonales.

La construction de bases d'ondelettes orthogonales de $L^2(\mathbb{R})$ passe par l'éude des approximations multirésolutions en ondelettes où le plan temps/échelle est découpé en sous-espaces disjoints de manière dyadique. Les fonctions d'ondelettes aux différentes échelles sont définies par des translations et par des dilatations dyadiques comme suit :

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}}\psi(2^{-j}t - n), \ (j,n) \in \mathbb{Z}^2$$

La différence entre le signal d'intérêt et la version tronquée à la résolution j est l'approximation du signal à cette résolution. On obtient ainsi à chaque résolution une suite d'approximations résultantes des projections orthogonales successives du signal x(t) dans des espaces d'approximation imbriqués notés $V_j : \forall j \in \mathbb{Z}, V_{j+1} \subset V_j$. Soit $\{\phi_{j,n}\}$ $(j,n) \in \mathbb{Z}^2$ la base de V_j . Cette base est la base complémentaire de $\{\psi_{j,n}\}$ $(j,n) \in \mathbb{Z}^2$, qui engendre l'espace complémentaire de V_j dans V_{j-1} , noté W_j . On a ainsi :

$$V_j = W_{j+1} \oplus V_{j+1}$$

L'idée d'analyse multi-résolution est étroitement liée à la décomposition d'un espace de type passe-bas (espace d'approximation) en un espace de type passe-bande (détails de l'approximation précédente) et un autre espace de type passe-bas (approximation plus *grossière* que la précédente), et ceci de manière itérative.

Il est possible d'émettre une analogie entre décomposition en ondelettes dyadique et filtrage discret. La décomposition d'un élément de V_{j-1} sur l'ensemble V_j dans la base des $\{\phi_{j,n}\}$ $(j,n) \in \mathbb{Z}^2$ peut être vue comme une opération de filtrage par un filtre discret passebas m_0 . De la même manière, la projection sur l'espace W_j , espace de différences entre V_{j-1} et V_j , peut se voir comme l'action d'un filtre discret passe haut noté m_1 . Les relations entre ces coefficients et les vecteurs de base sont données par :

$$\phi(t) = 2\sum_{k \in \mathbb{Z}} m_0[k]\phi(2t-k) \tag{B.1}$$

$$\psi(t) = 2\sum_{k \in \mathbb{Z}} m_1[k]\psi(2t-k)$$
(B.2)

Les filtres m_0 et m_1 sont des filtres miroirs en quadrature. Pour plus de précisions théoriques sur ces questions, on pourra se reporter aux travaux de Stéphane Mallat [100, 101] ou de Ingrid Debauchies [40].

B.1.4 Transformée en ondelettes rapide

La transformée en ondelettes discrète la plus couramment utilisée est la transformée en ondelettes rapide sous sa forme dyadique (algorithme de Mallat [101]). La Fast Wavelet Transform (FWT) est équivalente à un algorithme pyramidal. Elle permet de calculer les coefficients d'ondelettes de l'échelle 2^j à partir du signal à l'échelle 2^{j+1} , en utilisant les deux filtres quadratiques m_0 et m_1 correspondant respectivement à la fonction d'échelle Φ et à l'ondelette Ψ (équations (B.1) et (B.2)).

L'approximation du signal x(t) à l'échelle 2^j est calculée par convolution circulaire du signal à l'échelle 2^{j+1} par le filtre d'échelle :

$$A_x(j,k) = (A_x(j-1,.) \otimes \overline{m_0})[2k-1]$$
(B.3)

où $A_x(j,n)$ est l'approximation du signal à l'échelle 2^j et $\overline{m_0}(k) = m_0(-k)$.

Le signal de détails de x(t) à l'échelle 2^j est calculé par convolution du signal à l'échelle 2^{j+1} par le filtre d'ondelettes :

$$D_x(j,k) = (A_x(j-1,.) \otimes \overline{m_1})[2k-1]$$
(B.4)

où $\overline{m_1}(k) = m_1(-k)$. La figure B.1 illustre cette décomposition.

$$A_{j} \longrightarrow \overline{m_{0}} \longrightarrow \bigvee 2 \longrightarrow A_{j+1} \longrightarrow \overline{m_{0}} \longrightarrow \bigvee 2 \longrightarrow A_{j+2}$$
$$\longrightarrow \overline{m_{1}} \longrightarrow \bigvee 2 \longrightarrow D_{j+1} \longrightarrow \overline{m_{1}} \longrightarrow \bigvee 2 \longrightarrow D_{j+2}$$

FIGURE B.1 – Banc de filtres pour la décomposition en ondelettes par l'algorithme de Mallat

B.2 Théorie Bayésienne pour les problèmes inverses

B.2.1 Problèmes inverses et problèmes mal posés

Les problèmes inverses ont pour problématique l'estimation d'une grandeur physique cachée X observable à partir de données indirectes bruitées Y. Cette question touche un grand nombre de secteurs en sciences expérimentales et en sciences de l'ingénierie (la thermique, la météorologie, l'océanographie), et a fait l'objet de nombreuses recherches ces dernières années en traitement du signal pour la restauration d'images de télédétection, d'images biomédicales, ou plus généralement pour l'ensemble des problèmes de déconvolution et de séparation de sources [42].

Les difficultés à résoudre ces problèmes dépendent directement de la qualité des capteurs à disposition et du champs d'observations Y qu'ils fournissent. Dans le cas idéal, un capteur fournit une observation proportionnelle à la source observée, de la forme :

$$Y = aX + b$$

Où a est un facteur de proportionnalité et b un biais induit par le capteur. Dans ce cas, l'identification de ces deux grandeurs amène à la solution du problème. Dans le cas général, les situations sont bien plus complexes. Les capteurs à disposition ne possèdent pas de réponse impulsionelle linéaire et réalisent leurs acquisitions dans des milieux bruitées, ajoutant une dimension non déterministe à la problématique de restauration du signal source :

$$Y = h(X, n)$$

Où h est la réponse impulsionnelle du capteur, non nécessairement linéaire, et n rend compte de la mesure du bruit présent lors de l'acquisition. De ce fait, la formulation d'un problème inverse amène très souvent à la formulation d'un problème mal-posé. Selon la définition de Hadamard [59], complétée par Courant et Hilbert [36], un problème est dit *bien posé* s'il *existe* une solution, si elle est *unique*, si elle est *stable* et enfin si elle présente des *caractéristiques physiques admissibles*. La fiabilité des capteurs, associée aux contextes bruités des applications, met à mal ces conditions, où la stabilité de la solution n'est souvent pas assurée. Il s'agit alors de *régulariser* le problème afin de remédier à cette instabilité et d'apporter un ensemble de contraintes assurant une convergence des méthodes de décision vers une solution unique. Deux classes de méthodes pour la régularisation sont envisageables : la première vision est déterministe, en proposant des méthodes de régularisation basées sur divers critères, de type quadratique [169], entropique [47] convexe [19] ou encore semi-quadratique [27, 17, 73]. Nous avons opté pour la seconde vision, la perspective probabiliste qui peut se résumer à la régularisation bayésienne, largement validée ces dernières années pour la résolution de problèmes inverses [72, 63].

B.2.2 Régularisation bayésienne

L'inférence bayésienne permet de traiter de façon homogène les informations sur les données et les connaissances *a priori* sur la solution, en proposant une probabilisation de l'ensemble des données du problème. Cette stratégie de régularisation fusionne l'incertitude sur les données d'observation et une mesure de confiance *a priori* sur l'ensemble des solutions admissibles, que l'on suppose ici discret. Elle peut-être formalisée par les étapes suivantes :

• Émission d'un ensemble d'hypothèses \mathcal{H} sur les données d'observation, sur l'a priori sur les données cachées X ainsi que sur la nature du bruit.

• Choix d'un modèle probabiliste pour les connaissances *a priori*. En notant θ_1 les paramètres du modèle *a priori*, la probabilité *a priori* s'écrit $p(X|\theta_1; \mathcal{H})$. Les données cachées $X = \{x_i\}_{i \in [1..N]}$ sont ici supposées discrètes de longueur N, et prennent leurs valeurs dans un ensemble discret Ω .

• Choix d'une modélisation des données observées traduisant l'incertitude (présence de bruit, erreur de quantification, imprécision du capteur) sur le lien entre ces données et la source à restaurer. On note θ_2 les paramètres de cette modélisation, qui s'écrit $p(Y|X, \theta_2; \mathcal{H})$. On appelle cette probabilité la vraisemblance des données observées, ou encore l'attache aux données. L'ensemble $\theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ est appelé ensemble des hyperparamètres du problème.

• Fusion des données d'observation et de l'*a priori* sur les données cachées en utilisant la règle de Bayes, donnant accès à la loi *a posteriori* sur les données cachées sachant les données observées :

$$p(X|Y,\theta;\mathcal{H}) = \frac{p(X,Y,\theta;\mathcal{H})}{p(Y,\theta;\mathcal{H})}$$
(B.5)

Avec :

$$p(Y,\theta;\mathcal{H}) = \sum_{X} p(Y|X,\theta_2;\mathcal{H})p(X|\theta_1;\mathcal{H})$$

Puis par conditionnement :

$$p(X|Y,\theta;\mathcal{H}) = \frac{p(Y|X,\theta_2;\mathcal{H})p(X|\theta_1;\mathcal{H})}{p(Y,\theta;\mathcal{H})}$$
(B.6)

L'intervention de cette information $a \ priori$ sur X permet de régulariser la contribution de la vraisemblance sur les données observées. Elle apporte un degré de liberté supplémentaire par rapport à la simple vraisemblance des données en prenant en compte les connaissances en amont sur X. Cette probabilité $a \ posteriori$ contient l'ensemble des informations sur le problème. Après le choix de la modélisation des données du problème caractérisé par l'ensemble des paramètres θ , la difficulté principale de la résolution du problème inverse réside dans l'estimation de ces paramètres. Cette problématique sera abordée dans l'annexe B.4.

• Une fois ces paramètres estimés, nous avons besoin d'une règle de décision. On introduit alors les estimateurs bayésiens \hat{x} , et on associe à ces estimateurs une fonction de coût $\mathcal{L}(X, \hat{X})$ pour chaque décision \hat{x} prise. Cette fonction mesure le coût à payer lorsque l'on a attribué la valeur \hat{x}_i à un site alors qu'il vaut x_i . La notion de risque permet alors de mesurer la dispersion d'un estimateur en calculant la moyenne de la fonction de coût sur les observations Y. Elle est de ce fait indépendante des observations et caractérise l'estimateur par rapport à un modèle donné.

Définition 2.1 (Risque d'un estimateur bayésien) Soit \mathcal{L} une fonction de coût et \hat{x} un estimateur. On définit le risque de cet estimateur par l'esperance du coût \mathcal{L} par :

$$R(\theta) = E_{Y,X}[\mathcal{L}(x,\hat{x})] \tag{B.7}$$

où l'espérance est prise par rapport à la loi $p(X|Y,\theta;\mathcal{H})$. Ce risque permet de définir une relation de préférence entre deux estimateurs, et conduit à la recherche d'estimateurs optimaux au sens du risque de Bayes (ou simplement au sens de Bayes).

Définition 2.2 (Estimateur optimal au sens de Bayes) L'estimateur optimal au sens de Bayes est celui qui minimise le risque bayésien associé à l'estimateur \hat{x} :

$$\hat{x}_{opt} = \arg_{\hat{x}} \min R(\hat{x}) \tag{B.8}$$

Nous présentons ci-dessous deux estimateurs bayésiens classiques.

Estimateurs du MAP L'estimateur du Maximum A Posteriori (MAP) pénalise de la même façon toutes les estimations différentes de la vraie solution x. La fonction de coût est la suivante [22] :

$$\mathcal{L}(x,\hat{x}) = 1 - \delta(x,\hat{x}) \tag{B.9}$$

Avec $\delta(a, b)$ le symbole de Kronecker, valant 1 si a = b et 0 sinon. L'estimateur bayésien basé sur cette fonction de coût est :

$$\hat{x}_{MAP} = \arg_{\hat{x}} \max p(x|y,\theta;\mathcal{H}) \tag{B.10}$$

Cet estimateur privilégie une solution optimale globale par optimisation de la densité conditionnelle $p(X|Y, \theta; \mathcal{H})$ et est de ce fait un estimateur populaire en reconstruction d'image, ce qui est aussi dû d'ailleurs à sa simplicité relative de mise en oeuvre, par rapport aux autres estimateurs bayésiens.

Estimateurs du MPM L'estimateur du Mode des Marginales *A Posteriori* (MPM) pénalise une solution proportionnellement au nombre de sites erronés. Une fonction de coût particulière qui lui est couramment associée est la suivante [22] :

$$\mathcal{L}(x,\hat{x}) = \sum_{1 \le n \le N} \delta(x_n, \hat{x_n})$$
(B.11)

Ce coût est particulièrement utile en classification, où l'on cherche à minimiser l'erreur de segmentation, c'est-à-dire le nombre d'éléments mal classés [103]. Il sera ainsi privilégié dans le cadre de cette thèse, où les algorithmes sont développés dans un but de classification. L'estimateur du MPM minimise en chaque site la distribution marginale locale *a posteriori* :

$$\hat{x}_{nMPM} = \arg_{\hat{x}} \max p(x_n | y, \theta; \mathcal{H}) \tag{B.12}$$

Il ne s'agit plus d'optimiser un critère global comme pour le MAP, mais de chercher, pour chaque site x_n , la valeur qui maximise la probabilité marginale associée. La difficulté principale de cet esimateur est l'accès à la loi *a posteriori* en chaque site. Dans le cas où le problème fait intervenir peu de variables (N *pas trop grand*), il est envisageable de manipuler la loi conjointe complète $P(X, Y, \theta; \mathcal{H})$ et d'en déduire les lois conjointes marginales, conditionnelles et *a posteriori*. Généralement, le nombre de données est trop important et il faut modifier l'ensemble des hypothèses \mathcal{H} afin de briser les dépendances entre les variables du problème pour pouvoir manipuler les lois sur des ensembles réduits, menant à des critères de décision reposant sur des lois *a posteriori* locales $p(X_i|Y,\theta;\mathcal{H}), X_i \in X$. La théorie des graphes apporte l'ensemble des propriétés permettant la factorisation et ainsi la simplification du problème d'inférence sur des données de grande dimension.

B.3 Élément de théorie des graphes

B.3.1 Graphes de dépendance et condition d'indépendance

Les interactions locales entre les variables aléatoires d'un problème permettent de dégager des règles sur des ensembles locaux permettant la factorisation de la loi globale. Ces interactions définissent les dépendances conditionnelles entre les variables et sont illustrées par le graphe de dépendance conditionnelle, ou plus simplement graphe de dépendance.

Définition 2.2 (Indépendance conditionnelle) Soient A, B et C des variables aléatoires quelconques. A et B sont indépendantes conditionnellement à C si et seulement si

$$P(A, B|C) = P(A|C)P(B|C)$$
(B.13)

On note $A \perp B \mid C$

Définition 2.3 (Graphe de dépendance) Un graphe de dépendance G(L, S) est composé d'un ensemble de noeuds (sites) S, représentant des variables aléatoires, et un ensemble d'arêtes L tel que l'absence d'une arête (s,t) entre les sites s et t représente une relation d'indépendance conditionnelle entre les variables aléatoires associées à ces deux sites.

Selon que les arêtes $(s,t) \in L$ soient orientées ou non-orientées, on distingue deux classes de graphe : les graphes orientées et les graphes non-orientés.

B.3.1.1 Graphes non orientés

Un graphe de dépendance non orienté est noté G(S, L) où S est l'ensemble des noeuds et L l'ensemble des arêtes $\mathbf{L} = \{(\mathbf{A}, \mathbf{B}) : \mathbf{A} \neq \mathbf{B}\}_{(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \in \mathbf{S}^2}$, traduisant un lien (symétrique) entre les variables aléatoires A et B.

Un graphe non orienté traduit alors la notion d'indépendance conditionnelle de la manière suivante : si un noeud sépare les noeuds A et B (du point de vue de la théorie des graphes [90]), alors X_A et X_B sont conditionnellement indépendants (voir figure B.2). La densité jointe d'un processus X est déterminée par les densités conditionnelles locales (probabilité conditionnelle d'un noeud sachant les noeuds desquels il dépend), et dépend donc du graphe de dépendance adopté. Les conditions de factorisation pour les graphes non orientés ont été formulées par Whitaker et al [176] :

propriété 2.1 (propriété de factorisation dans les graphes de dépendances non orientés) Un graphe de dépendance non orienté possède la propriété de factorisation si et seulement s'il est triangulé (i.e. il n'a pas de cycle supérieur à 4 sans corde).

A un graphe non orienté est associé une densité de probabilité, à condition que l'on se donne un ensemble de densités conditionnelles locales; et réciproquement, à une densité donnée correspond un graphe non orienté. Dans le cas général, la propriété de triangulation n'est



FIGURE B.2 – Deux graphes non orientés. Pour le graphe (a) X_A et X_C sont indépendantes conditionnellement à X_B , de même pour (b), X_A et X_C sont indépendantes conditionnellement à X_B .

pas satisfaite et l'estimation de la loi jointe sur X n'est pas nécessairement aisée. Elle fait appel à la définition de sous-ensembles de noeuds à partir desquelles des propriétés locales d'indépendance sont définies. Ces sous-ensembles s'appellent les *cliques*, définis par un système de voisinage.

Définition 2.4 (Systèmes de voisinages) Soit S un ensemble de sites. A tout site $s \in S$ est associé un ensemble $V_s \subset S$ de voisins tels que :

•
$$s \notin \mathcal{V}_s$$

• $t \in \mathcal{V}_s \Leftrightarrow s \in \mathcal{V}_t \ \mathcal{N} \triangleq \{\mathcal{V}_s, s \in S\}$

Définition 2.5 (Cliques) Une clique c est un soit un singleton, soit un sous-ensemble de S tel que tous ses sites soient mutuellement voisins : $\{s,t\} \subset c \Leftrightarrow t \in \mathcal{V}_s$ On note C l'ensemble des cliques associées au voisinage \mathcal{N}

Pour une clique c donnée, on note $\Psi_c(x_c)$ une fonction potentielle assignant un nombre réel positif à chaque configuration x_c . Ces fonctions représentent les lois locales sur le graphe menant à la probabilité jointe :

$$p(x) = \frac{1}{Z} \prod_{c \in \mathcal{C}} \Psi_c(x_c)$$
(B.14)

Tout processus aléatoire X défini sur un graphe de Markov non orienté est un champ de Markov.

Définition 2.6 (Champ de Markov) Soit X un champ aléatoire indexé par un ensemble S. X est un champ de Markov relativement à un système de voisinage \mathcal{N} si et seulement si :

$$\forall s \in S, \ p(X_s | X_t, \ t \in S) = p(X_s | X_t, \ t \in \mathcal{V}_s) \tag{B.15}$$

B.3.1.2 Graphes orientés

Definition 2.6 (Graphe de Dépendance Orienté) Un graphe de dépendance orienté est noté G = (S; L) où S est l'ensemble des noeuds (support discret) et L l'ensemble des arêtes orientées $\mathbf{L} = \{ (\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) : \mathbf{A} \neq \mathbf{B} \}_{(\mathbf{A},\mathbf{B}) \in \mathbf{S}^2}$, traduisant les liens de causalité de A vers B.

Nous nous plaçons dans le cas de graphes acycliques, c'est à dire ne contenant pas de cycles en tenant compte de l'orientation des arêtes. On définit pour chaque site s ses sites parents $s^- = \{t \in S, t \to s\}$ (ensemble des sites qui pointent vers s), et ses enfants $s^+ = \{t \in S, s \to t\}$ (ensemble des sites vers lesquels pointe s). Par extension on définit l'ensemble des ancêtres $\langle s \rangle$ et des descendants $\rangle s$. On peut associer une densité de probabilité multidimensionnelle à un graphe de dépendance orienté, en associant une densité conditionnelle à chaque noeud du graphe, cette densité traduisant la notion de causalité (un noeud est la cause de ses *parents* dans le graphe). Cette notion est illustrée figure B.3. Ainsi, la densité globale s'écrit comme le produit des densités conditionnelles d'un noeud sachant ses parents, et des densités marginales des noeuds n'ayant pas de parent :



FIGURE B.3 – Le graphe en chaîne (a) est équivalent au graphe en arbre (b). X_A et X_C sont indépendants conditionnellement à leur parent X_B .

Cette factorisation peut être vue comme un cas particulier de l'équation B.15 et n'est évidemment pas valable dans le cas non orienté. La probabilité de transition $P(X_t|X_{t-})$ est un cas particulier de fonction de potentielle, mais l'ensemble $X_{t-} = X_{p;p\in S,p \to t}$ n'est pas une clique dans le cas général. En effet, les éléments de cet ensemble ne sont pas nécessairement interconnectés. Pour pouvoir traiter de la même manière les équations B.15 et B.16, il donc nécessaire de définir le graphe moral G^m associé au graphe orienté G. Le graphe moral est un graphe non-orienté obtenu par moralisation, *i.e.*, en transformant toutes les arêtes orientées en non orientées et en ajoutant des arêtes entre les parents initialement non liés et qui ont des enfants en commun, faisant apparaître de nouvelles dépendances comme illustré figure B.4. Cette transformation du graphe autorise les manipulations des graphes non orientés de la même manière que sur les graphes orientés, afin de dégager les indépendances sous-jacentes.



FIGURE B.4 – Sur le graphe orienté (a), on a l'indépendance de X_A et $X_C : P(X_A, X_C) = P(X_A)P(X_C)$. Par contre, l'indépendance conditionnelle à X_B n'est plus vérifiée comme le montre la *moralisation* du graphe (b).

B.3.2 Lecture Markovienne du graphe de dépendance

Les conditions d'indépendance définies ci-dessus pour les graphes non orientés amènent à énoncer les propriétés de Markov relatives à ces graphes.

B.3.2.1 propriétés Markoviennes pour les graphes non-orientés

Propriété 2.2 (Markov par paire (MP)) Le processus X vérifie la propriété de Markov par paire (MP) si pour toute paire de sites $\{s,t\} \in S^2$ non voisins dans G, les variables aléatoires X_s et X_t sont indépendantes conditionnellement à toutes les autres, i.e., :

$$\forall \{s,t\} \in S^2 : (s,t) \notin L \Rightarrow X_s \perp X_t | X_{s \setminus \{s,t\}}$$

La propriété suivante est la propriété la plus utilisée en imagerie. Elle définit les propriétés markoviennes pour un processus X relativement à un site s et à son voisinage \mathcal{V}_s :

Propriété 2.3 (Markov local (ML)) Soit \mathcal{V}_s le voisinage de tout site $s \in S$. Le processus X vérifie la propriété de Markov locale (ML) si conditionnellement à son voisinage \mathcal{V}_s , la variable aléatoire X_s est indépendante du reste du graphe, i.e., :

$$\forall s \in S : p(X_s | X_{S \setminus \{s\}}) = p(X_s | X_{\mathcal{V}_s})$$

Ces deux propriétés correspondent respectivement aux cas où deux sites non voisins sont séparés par les autres sites et où un site est séparé du reste par son voisinage. Elles montrent comment des situations de séparation dans le graphe de dépendance traduisent des propriétés d'indépendance conditionnelle. Ceci est également valable dans le cas le plus général d'un sous-ensemble de sites séparant deux autres sous-ensembles :

Propriété 2.4 (Markov global (MG)) Le processus X vérifie la propriété de Markov globale (MG) si pour trois sous-ensembles non vides et disjoints de sites A, B et C tels que tout chemin de l'ensemble B vers l'ensemble C passe par au moins un site de l'ensemble A, X_B et X_C sont indépendants conditionnellement à X_A .

Ces trois propriétés ne sont pas nécessairement équivalentes. Nous avons [90] :

$$(\mathrm{MG}) \Rightarrow (\mathrm{ML}) \Rightarrow (\mathrm{MP})$$

Les conditions d'équivalence sont données par le théorème suivant :

Théorème 2.1 (Pearl et Paz) Si la propriété suivante est vérifiée : $\forall a, b, c, d$ sousensembles disjoints de S, si $X_a \perp X_b | (X_c \cup Xd)$ et $X_a \perp X_c | (X_b \cup X_d)$, alors $X_a \perp (X_b \cup X_c) | Xd$ et on a l'équivalence :

$$(\mathrm{MG}) \Leftrightarrow (\mathrm{ML}) \Leftrightarrow (\mathrm{MP})$$

B.3.2.2 Cas des graphes orientés

Dans le cas des graphes orientés acycliques, la formulation d'hypothèse markovienne est plus direct : chaque site est indépendant de tout le graphe sachant sa couverture de Markov. Pour un site donné s, sa couverture de Markov est constituée des sites parents s^- . On définit ainsi les probabilités conditionnelles $p(X_s|X_{s^-})$ comme étant les probabilités de transition sur le graphe G. Elles constituent le noyau de la factorisation récursive donnée par l'équation (B.16).

A partir du graphe moral G^m de G, il est possible d'établir une correspondance avec les propriétés markoviennes pour les graphes non orientés [90] :

Lemme 2.5 Si la loi jointe sur le processus X associé au graphe orienté et acyclique G admet une factorisation récursive, alors elle se factorise au regard du graphe moral G^m et obéit de ce fait à la propriété globale de Markov (**MG**) pour les graphes non orientés.

Finissons par énoncer les propriétés sur les graphes orientés donnant les règles précises offrant la possibilité d'établir les relations d'indépendance conditionnelles sur des sous-ensembles


FIGURE B.5 – (a) graphe orienté (issu de Lauritzen [90]) et (b) $(G_{An(A\cup B\cup D)})^m$ le graphe moral associé à l'ensemble de variable $\{X_A, X_B, X_D\}$, qui est identique à celui associé à l'ensemble $\{X_A, X_B, X_C, X_D\}$. Le graphe moral révèle que X_A et X_B ne sont pas indépendantes conditionnellement à X_D . En revanche, X_A et X_B sont indépendantes conditionnellement au couple $\{X_C, X_D\}$. Plus simplement, X_c sépare X_A et X_B sur le graphe moral : $X_A \perp X_B | X_c$

de G :

Propriété 2.6 Soit p la loi jointe sur le processus X admettant une factorisation récursive selon le graphe orienté G, et A un sous-ensemble ancestral¹ de G. Alors la distribution marginale p_A admet une factorisation récursive sur G_A .

Et il vient en corollaire la propriété Markov globale pour les graphes orientés :

Corollaire 2.7 (Markov global orientés (MGO)) Si p se factorise récursivement selon G, et si C sépare A et B dans $(G_{An(A\cup B\cup C)})^m$, le graphe moral du plus petit ensemble ancestral contenant $A \cup B \cup C$, alors :

 $A \perp B | C$

Cette lecture des dépendances est illustrée à la figure B.5. La propriété Markov globale pour les graphes orientés permettra la définition d'un nouveau graphe de Markov associé à la décomposition en paquets d'ondelettes au chapitre 5.

B.3.3 Manipulation des graphes non orientés

La manipulation d'une loi jointe d'un processus aléatoire X associé à un graphe de dépendance non orienté G(S, L) fait appel à trois mécanismes différents : le conditionnement, la

^{1.} Un sous-ensemble ancestral pour un graphe orienté G correspond à la réunion d'un ensemble de sites et des ancêtres de ces sites

marginalisation et le partitionnement. Ces manipulations peuvent également s'appliquer sur les graphes orientés acycliques après *moralisation*.

Le conditionnement

Le conditionnement du graphe G(S, L) par rapport à un sous-ensemble $A \subset S$ revient à figer les variables aléatoires X_A et à considérer la loi conditionnelle résultante sur les variables restantes. Le graphe associé à la loi conditionnelle $p(X_{S\setminus A}|X_A)$ est le graphe $G_{S\setminus A} =$ $(S\setminus A, L_{S\setminus A})$ tel que $L_{S\setminus A} = \{(s,t) \in L | \{s,t\} \subset S\setminus A\}$. Cette transformation du graphe est illustrée figure B.6.



FIGURE B.6 – (a) graphe non orienté et (b) exemple de conditionnement par rapport à l'ensemble X_B .

La Marginalisation

La marginalisation implique la sommation ou l'intégration de la loi jointe par rapport à un sous-ensemble de variables $A \subset S$ de façon à obtenir la loi marginale des variables restantes (figure B.7). Le graphe correspondant à la loi marginale est le graphe $G_{S\setminus A} = (S \setminus A, L_{S\setminus A})$ tel que $L_{S\setminus A} = \{(s,t) \subset (S \setminus A)^2 | ((s,t) \in L) \text{ ou } (\exists \text{ chaîne } \subset A \text{ joignant } s \text{ et } t)\}.$



FIGURE B.7 – (a) graphe non orienté et (b) exemple de marginalisation.

Le partitionnement

Le partitionnement du graphe consiste à regrouper certaines variables entre elles pour former des "méta-variables" (figure B.8) dont les interactions peuvent s'avérer pertinentes. On définit ainsi une partition d'ensembles non vides $(A_k)_{k=1}^p$ de S. Le graphe correspondant au vecteur aléatoire $(X_{A_k})_k$ résultat de la partition de X est le graphe $\hat{G} = (\hat{S}, \hat{L})$ tel que $\hat{S} = \{1, ..., p\}$ et $\hat{L} = k, l \subset \hat{S}^2 | \exists (s, t) \in L, s \in A_k$ et $t \in A_l$.



FIGURE B.8 – (a) graphe non orienté et (b) exemple de partitionnement.

B.3.4 Inférence sur les graphes

En se replaçant dans le contexte des problèmes inverses, de tels graphes peuvent également permettre une modélisation des relations entre données cachées X et données observées Y. La paramétrisation probabiliste de ces graphes permettent ensuite d'appliquer trois grandes classes de méthodes pour l'extraction d'informations sur les données cachées X à partir de données observées Y. La Sélection de modèle consiste à choisir une classe \mathcal{M} de lois pour décrire au mieux les données observées. Elle ne sera pas abordée dans cette thèse, où la sélection a été effectuée en amont par une étude directe des données d'observation (voir section 1.4). L'Apprentissage consiste à estimer l'ensemble des hyperparamètres θ associés au modèle sélectionné à partir des données observées. Les algorithmes associés à cette tâche seront introduits section B.4. L'inférence a pour but d'estimer les variables cachées d'après les observations et la classe de lois retenue pour laquelle les paramètres sont déjà estimés. On souhaite en particulier pouvoir accéder aux lois *a posteriori* sur les données cachées sachant les données observées. Penchons nous sur les méthodes d'inférence existantes.

B.3.4.1 Méthodes d'Inférence exactes

La résolution du problème d'inférence passe par les deux opérations élémentaires que sont la marginalisation et la maximisation. Nous nous attachons ici à présenter ces méthodes dans le cadre de la marginalisation de lois, sachant que la maximisation revient simplement à remplacer la sommation par un opérateur de maximisation.

• Techniques des éliminations successives

Le principe de cet algorithme s'explique de façon simple au travers d'exemples. Prenons l'exemple donné dans [5]. Soit le processus aléatoire X décrit par le graphe orienté (ici un arbre²) de la figure B.9. Nous souhaitons calculer la marginale $p(x_5)$ en sommant la loi jointe de X par rapport à $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$.



FIGURE B.9 – Un arbre de dépendance.

On choisit l'ordre de sommation $\{1, 2, 4, 3\}$:

$$p(x_5) = \sum_{x_3} \sum_{x_4} \sum_{x_2} \sum_{x_1} p(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

$$= \sum_{x_3} \sum_{x_4} \sum_{x_2} \sum_{x_1} p(x_5 | x_3) p(x_4 | x_3) p(x_3 | x_2) p(x_2 | x_1) p(x_1)$$

$$= \sum_{x_3} p(x_5 | x_3) \sum_{x_4} p(x_4 | x_3) \sum_{x_2} p(x_3 | x_2) \sum_{x_1} p(x_2 | x_1) p(x_1)$$

$$= \sum_{x_3} p(x_5 | x_3) \sum_{x_4} p(x_4 | x_3) \sum_{x_2} p(x_3 | x_2) m_{1,2}(x_2)$$

Ces sommations font apparaître une nouvelle fonction $m_{i,j}(x_j)$, où *i* correspond à l'index de la variable sur laquelle la sommation s'effectue, et *j* l'index de la seconde variable apparaissant dans la fonction (dans le cas des arbres, seules deux variables apparaissent). Étant donné la sommation sur x_i , La fonction ne dépend au final que de la seconde variable x_j . On continue à dérouler les sommations :

$$p(x_5) = \sum_{x_3} p(x_5|x_3) \sum_{x_4} p(x_4|x_3) m_{2,3}(x_3)$$
$$= \sum_{x_3} p(x_5|x_3) m_{4,3}(x_3)$$
$$= m_{3,5}(x_5)$$

^{2.} Un graphe en arbre est un graphe non orienté, sans cycle, dans lequel chaque nœud a au plus un parent. Il y a un chemin unique entre deux singletons s et t de S.

Comme on vient de le voir, il est important d'adopter un ordre de sommation judicieux amenant à des transformations de marginalisation du graphe permettant de limiter la complexité du calcul des marginales. Dans notre exemple, l'ordre choisi a abouti à une suite de sommations contenant au plus deux variables, d'où une réduction de la complexité de $Card(\Omega)^5$ à $Card(\Omega)^2$, avec $Card(\Omega)$ le cardinal de l'ensemble Ω .

Une limitation de cette approche par élimination provient du fait qu'on obtient ainsi une seule marginale, alors qu'en pratique, il est souvent nécessaire de connaître plusieurs marginales. Pour éviter de calculer chaque marginale en lançant plusieurs fois l'algorithme d'élimination sans exploiter le fait que certains termes intermédiaires sont communs à plusieurs calculs, les algorithmes dit du "passage de message" sont plus appropriés. Il s'agit d'une méthode appliquant des itérations de l'algorithme des éliminations successives de proche en proche sur les variables du graphe.

• Algorithme du passage de message

Cet algorithme ne s'applique qu'au cas particulier des arbres. Pour calculer la marginale $p(x_f), f \in S$, considérons un arbre pour lequel le noeud f est la racine. Il faut choisir un ordre d'élimination tel que tous les enfants de chaque noeud sont éliminés avant leur parent. Les étapes de l'algorithme d'élimination peuvent ainsi s'écrire de la manière générale suivante :

$$m_{j,i}(x_i) = \sum_{x_j} p(x_i|x_j) \prod_{k \in \mathcal{V}_j \setminus i} m_{k,j}(x_j)$$
(B.17)

où \mathcal{V}_j est le voisinage de j et $m_{j,i}(x_i)$, appelé message envoyé par j à i, est le terme résultant de l'élimination de j. La marginale souhaitée est finalement donnée par :

$$p(x_f) \propto \prod_{k \in \mathcal{V}_f} m_{k,f}(x_f) \tag{B.18}$$

En pratique, un arbre possède une racine r et un ensemble de terminaisons S^f appelées feuilles. Tout site $s \in S \setminus (\{r\} \bigcup S^f)$ possède un parent s^- et des enfants s^+ , la racine n'ayant pas de parent et les feuilles n'ayant pas d'enfants. On calcule alors tous les messages possibles sur le graphe en deux passes sur l'arbre : $S^f \to r$ et $r \to S^f$. On est ainsi assuré lors du calcul de $m_{ji}(x_i)$ que tous les messages $m_{kj}(x_j), k \in \mathcal{V}_j \setminus i$, sont déjà calculés. Les marginales peuvent être ensuite calculées grâce à l'équation (B.18).

• l'algorithme de l'arbre de jonction

Une généralisation de cet algorithme pour les graphes quelconques se nomme l'algorithme de l'arbre de jonction. Il consiste à transformer l'arbre en un hyper-arbre où chaque nœud est une clique. En général il n'est pas possible d'utiliser les cliques du graphe original. Les cliques utilisées sont donc celles d'un graphe augmenté obtenu par triangulation du graphe original. Nous ne détaillons pas ici la construction de l'arbre des cliques (ou *arbre de jonction*)

mais il est construit en choisissant un ordre d'élimination et en effectuant les opérations graphiques associées. Considérons un graphe triangulé avec les cliques $c_i \in C$ et les potentiels $\phi_{c_i}(x_{c_i})$ et un arbre de jonction correspondant définissant les liens entre les cliques. Le message passé de la clique c_i à la clique c_j est :

$$m_{i,j}(x_{c_{ij}}) = \sum_{c_i \subset c_{ij}} \phi_{c_i}(x_{c_i}) \prod_{k \in \mathcal{V}_i \setminus j} m_{k,i}(x_{c_{kj}})$$
(B.19)

Où $c_{ij} = c_i \cap c_j$ et \mathcal{V}_i sont les voisins de la clique c_i . On calcul tous les messages en respectant le même protocole que dans l'algorithme du passage de message : une clique ne peut envoyer de message à son voisin que si elle a reçu les messages des autres voisins. On choisit à nouveau les passes $S^f \to r$ et $r \to S^f$ sur l'arbre augmenté. Au final, on obtient les marginales souhaitées :

$$p(x_{c_f}) \propto \prod_{k \in \mathcal{V}_f} m_{k,f}(x_{c_{kf}})$$
(B.20)

B.3.4.2 Méthodes d'Inférence approximatives

Dans certain cas, lorsque la structure du graphe adopté ne le permet pas (dans le cas de graphe triangulé (propriété 2.1) par exemple), il n'est pas possible d'adopter des méthodes d'inférence exactes. Dans ce cas, on peut avoir recours à des méthodes d'inférence approximatives. Les deux classes de méthodes approximatives les plus populaires sont les algorithmes de Monte Carlo, et plus récemment les méthodes variationnelles.

• Approximation numérique : L'algorithmes de Monte Carlo

Les algorithmes de Monte Carlo se basent sur le fait que dans le cas où la moyenne suivant une loi p(x) n'est pas calculable, il est possible de tirer des échantillons suivant cette loi ou une loi assez proche de telle sorte que les marginales ou autres quantités d'intérêt puissent être approximées à partir des moyennes empiriques des échantillons tirés. Différents algorithmes de Monte Carlo sont utilisés, les plus courants étant l'échantillonneur de Gibbs, l'algorithme de Metropolis-Hastings ou l'échantillonnage pondéré (*Importance sampling*). Pour plus de détails, on pourra se reporter à [78, 119].

• Approximation analytique : Les méthodes variationnelles

L'idée de base des méthodes variationnelles [98, 77] consiste à convertir le problème d'inférence probabiliste en problème d'optimisation de façon à exploiter les outils standards de l'optimisation sous contrainte. Cette approche peut ressembler à l'échantillonnage pondéré, mais au lieu de choisir une seule distribution q(x) a priori, une famille de distributions $\{q(x)\}$ est utilisée et le système d'optimisation choisit une distribution particulière de cette famille.

Nous n'avons pas utilisé ces méthodes dans ce travail de thèse, où les graphes adoptés pour la modélisation de nos problèmes inverses autorisent le calcul exact des grandeurs d'intérêt.

B.4 Algorithmes d'estimation des paramètres

B.4.1 Principe de l'EM

L'idée de base de l'EM est qu'au lieu d'utiliser les seules observations Y et faire des maximisations complexes ou des simulations, on augmente les observations avec des variables cachées X pour simplifier les calculs et réaliser une série de maximisations simples. Les observations Y sont donc considérées comme des données incomplètes, auxquelles on rajoute les données manquantes X pour aboutir aux données complètes (X, Y). Les variables cachées X contiennent des informations pertinentes pour l'estimation des hyperparamètres θ , et en retour, ces hyperparamètres permettent de retrouver vraisemblablement les valeurs de X. Ce constat suggère la stratégie suivante pour l'estimation des paramètres θ à partir des seules observations Y : retrouver les variables cachées à partir d'une estimée initiale de θ , ré-estimer θ en se basant sur les observations Y et les variables cachées seules sur cette idée astucieuse sont apparues dans la littérature dès les années 1920 [93]. Dempster et al. [43] ont ensuite introduit l'algorithme dans sa forme générale en l'appelant *Expectation-Maximization* (EM), offrant une méthode d'estimation des statistiques du champ cachée X dont la convergence est garantie.

La densité jointe de Z est donnée par :

$$p(Z|\theta) = p(X, Y|\theta = p(X|Y, \theta)p(Y|\theta)$$
(B.21)

et le logarithme de cette loi jointe sur Z est donné par :

$$log(p(Z|\theta)) = log(p(X|Y,\theta)) + log(p(Y|\theta))$$
(B.22)

On voit apparaitre l'addition des termes $log(p(Y|\theta))$, couramment dénommé la "logvraisemblance" des données, et $p(X|Y,\theta)$, la distribution prédictive conditionnelle [165], capturant la dépendance entre les données cachées X et les hyperparamètres θ par l'entremise des données observées Y. L'algorithme EM consiste d'abord en l'estimation de l'espérance (*Expectation* en anglais) de cette fonction conditionnellement aux données observées Y et aux hyperparamètres θ . On définit alors la fonction à optimiser :

$$\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]}) = E[log(p(X, Y|\theta))|Y, \theta^{[q-1]}]$$
(B.23)

où $\theta^{[q-1]}$ correspond à l'estimation courante des hyperparamètres utilisés pour l'estimation de cette espérance et θ sont les paramètres à optimiser pour maximiser Q. La linéarité de l'espérance permet d'écrire :

$$\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]}) = log(p(Y|\theta)) + E[log(p(X|Y, \theta))|Y, \theta^{[q-1]}]$$

= $log(p(Y|\theta^{[q-1]})) + \int_{X \in \Omega} log(p(X|Y, \theta))p(X|Y, \theta^{[q-1]})dX$ (B.24)

La seconde étape est l'étape de maximisation (*Maximization* en anglais) de cette fonction Q en fonction de θ . Le nouvel ensemble optimal d'hyperparamètre $\theta^{[q]}$ ainsi estimé est donné par :

$$\theta^{[q]} = \max_{\theta} \mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]})$$

=
$$\max_{\theta} \int_{X \in \Omega} \log(p(X|Y, \theta)) p(X|Y, \theta^{[q-1]}) dX$$
(B.25)

Chaque itération de cet algorithme garantie l'augmentation de la fonction $\theta^{[q]}$ et sa convergence vers un optimum local. Une variante de l'étape de maximisation est la recherche d'un ensemble $\theta^{[q]}$ tel que $\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]}) > \mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]})$. Cette méthode est appelé EM généralisé et sa convergence est également garantie.

L'implémentation d'une telle méthode n'est pas générique et est étroitement liée à l'application dont elle fait l'objet. Dans le cas des modèles de Markov, on verra que l'optimisation d'une telle fonction passe par l'estimation des probabilités *a posteriori* $p(x_i|Y, \theta^{[q-1]})$ à chaque itération par des algorithmes de passage de message tel que l'algorithme de Baum-Welch [12].

Algorithme 7 Algorithme EM

Entrée: : Initialisation de l'ensemble $\theta^{[0]}$ des hyperparamètres

Répéter

Etape E :

$$\mathcal{Q}(\theta, \theta^{\lfloor q-1 \rfloor}) = E[log(p(X, Y|\theta))|Y, \theta^{\lfloor q-1 \rfloor}]$$

Etape M :

$$\theta^{[q]} = \max_{\theta} \mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]})$$

q = q + 1

Jusqu'à convergence

B.4.2 L'algorithme SEM

L'algorithme EM est souvent très sensible à l'initialisation des paramètres, qui peut mener à une convergence vers des minimas locaux si cette initialisation est mal opérée. Pour s'affranchir du problème des minima locaux, Celeux et al. [24] ont introduit une version **S**tochastique de l'EM, logiquement baptisée **S**EM. La phase stochastique de cette technique consiste à générer τ réalisations $x^{[q]}$ suivant la loi *a posteriori* $p(X|Y, \theta^{[q-1]})$ afin d'approximer la fonction à maximiser selon l'expression :

$$\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]}) \approx \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} log(p(x_t^{[q]}, Y|\theta)|\theta^{[q-1]})$$
(B.26)

Algorithme 8 Algorithme SEM

Entrée: : Initialisation de l'ensemble $\theta^{[0]}$ des hyperparamètres

Répéter

Etape S : générer τ réalisations $x^{[q]}$ suivant la loi *a posteriori* $p(X|Y, \theta^{[q-1]})$ Etape E : estimer $\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]})$ à l'aide de ces τ réalisations

$$\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]}) \approx \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \log(p(x_t^{[q]}, Y|\theta)|\theta^{[q-1]})$$

Etape M :

$$\theta^{[q]} = \max_{\theta} \mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]})$$

q = q + 1

Jusqu'à convergence

En introduisant une étape stochastique, on autorise une descente temporaire de la vraisemblance : il est ainsi possible de s'affranchir des maximas locaux et de l'initialisation. L'algorithme SEM peut-être vu comme un cas particulier de l'algorithme MCEM (Monte-Carlo EM) introduit par Wei [164] qui estime l'espérance de $\mathcal{Q}(\theta, \theta^{[q-1]})$ par une procédure de Monte-Carlo en générant M échantillons selon la loi $p(X|Y, \theta^{[q-1]})$.

B.4.3 L'algorithme ICE

L'algorithme d'estimation ICE (Iterative Conditional Estimation) a été proposé en 1992 [Pie92, Pie94]. C'est une méthode générale pour l'estimation des paramètres de données incomplètes et son utilisation ne suppose que deux hypothèses :

(i) Il existe un estimateur $\hat{\theta}(X, Y)$ de θ à partir des données complètes (X, Y).

(ii) Il est possible, pour tout θ , de simuler X selon $p(X|Y,\theta)$.

On essaye alors d'approximer $\hat{\theta}(X, Y)$ en fonction du seul champ observable Y. Si on prend comme critère l'erreur quadratique moyenne, alors l'espérance conditionnelle $E[\theta|Y]$ est la meilleure approximation. Cette espérance dépend aussi de θ ce qui amène à une méthode d'estimation itérative. A l'itération [q], on calcul $\theta^{[q]} = E[\hat{\theta}(X,Y)|Y,\theta^{[q-1]}]$. Pour les composantes $\theta_r^{[q]}$ de $\theta^{[q]}$ dont cette espérance n'est pas calculable, on passe par une estimation stochastique en vertu de la loi des grands nombres. A l'image de la méthode SEM, on utilise un nombre τ de simulations du processus X selon la loi $p(X|Y,\theta^{[q-1]})$, l'estimé étant alors donné par $\theta_r^{[q]} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \hat{\theta_r}(x_t^{[q]}, Y)$.

Il n'existe aucune preuve de convergence d'un tel algorithme. Cependant, dans de bonnes conditions [128, 130] qui sont généralement rencontrées dans les problèmes inverses, elles s'avèrent non seulement plus simples mais tout aussi efficace que ses concurrentes EM et SEM.

Aucune contrainte n'est faite sur l'estimateur utilisé avec cette technique. Cependant, lorsque le maximum de vraisemblance est utilisé, l'ECI ne diffère de l'algorithme EM que par l'inversion des opérations de calcul de l'espérance et de maximisation. Lorsque ces deux opérations sont inversibles, comme dans le cas du MAP, ces deux méthodes sont équivalentes, garantissant ainsi une optimalité analogue à celle offerte par la méthode EM.

Algorithme 9 Algorithme ICE

Entrée: : Initialisation de l'ensemble $\theta^{[0]}$ des hyperparamètres

Répéter

On pose $\theta_r^{[q]} = E[\theta_r|Y]$ pour les composantes de θ pour les quelles cette espérance est calculable.

On génère τ réalisations $x^{[q]}$ suivant la loi *a posteriori* $p(X|Y, \theta^{[q-1]})$ et on pose $\theta_r^{[q]} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \hat{\theta}_r(x_t^{[q]}, Y)$ pour les composantes de θ pour lesquelles cette espérance n'est pas calculable.

q = q + 1

Jusqu'à convergence

B.5 Calcul des lois a posteriori sur le modèle AMCwp-BI

L'algorithme d'estimation des paramètres sur le graphe proposé nécessite une passe descendante ainsi qu'une passe ascendante avant une étape de mutualisation, nous permettant d'accéder à la loi conjointe *a posteriori* du quadruplet { $\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s$ }. Une marginalisation de cette loi donne accès aux lois *a posteriori* en chaque site $\xi_s \forall s \in S \setminus S^r$.

Dans la suite, le couple de classe $\{\omega_k, \omega_l\}$ est affecté au couple *produit* \mathbf{X}_s et le couple de classes $\{\omega_i, \omega_j\}$ est affecté au couple *formant* \mathbf{X}_{s^-} . Pour alléger les notations, ces égalités sont parfois implicites dans les équations ci-dessous. Pour commencer, donnons l'expression des probabilités *a priori* en chaque site de l'arbre, utiles pour la réalisation de la passe descendante :

La loi *a priori* en chaque site de l'arbre est propagée à l'aide de la loi de transition à partir de l'a priori à la racine $\pi_s(k) = P(x_s = \omega_k), s \in S^r$:

$$p(x_s = \omega_k)_{s \in S \setminus S^r} = \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} a_{(i,j)k} \ p(\mathbf{x}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i, \omega_j\})$$

L'hypothèse d'indépendance d'une bande fréquentielle à l'autre pour une même échelle implique $p(\mathbf{x}_{s^-}) = p(x_{sg^-})p(x_{sd^-})$, ce qui donne :

$$p(x_{s} = \omega_{k})_{s \in S \setminus S^{r}} = \sum_{\{\omega_{i}, \omega_{j}\} \in \Omega^{2}} a_{(i,j)k} \ p(x_{sg^{-}} = \omega_{i})p(x_{sd^{-}} = \omega_{j})$$
(B.27)

B.5.1 Passe descendante :

Il s'agit du calcul des probabilités conjointes $d_s(k) = P(x_s = \omega_k, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{s}})$ en chaque site $s \in S$. On commence par les calculer à l'échelle feuille f, puis on remonte itérativement jusqu'aux racines du graphe S^r :

• A l'échelle f :

$$\forall s \in S^{(f,p)}, \quad p(x_s = \omega_i, Y_s = y_s) = \frac{f_i^{(f,p)}(y_s)p(x_s = \omega_i)}{\sum_{\omega_j \in \Omega} f_j^{(f,p)}(y_s)p(x_s = \omega_j)}$$
(B.28)

• Itération descendante pour le couple formant $\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-} = \{x_{sg^-}, x_{sd^-}\}$ associé au couple produit $\mathbf{X}_{\mathbf{s}}$, avec $s \in S^{(m+1,p)}, m \in \{r, .., f-1\}$ et p le paquet considéré à l'échelle m + 1 (précisons que les deux paquets formants associé au paquet produit p à l'échelle m + 1 sont les paquets 2p et 2p + 1 à l'échelle m):

$$d_{sg^{-}}(i) = p(x_{sg^{-}}, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{sg}^{-}})$$

=
$$\sum_{\{\omega_{k}, \omega_{l}, \omega^{j}\} \in \Omega^{3}} p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}, y_{sg^{-}}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}}, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{sg}^{-}})$$

=
$$\sum_{\{\omega_{k}, \omega_{l}, \omega^{j}\} \in \Omega^{3}} p(x_{sg}, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{sg}} | \mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}) p(x_{sd}, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{sd}} | \mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}) p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}, y_{sg^{-}})$$
(B.29)

avec $\mathbf{Y}_{\geq \mathbf{s}} = \{\mathbf{Y}_{\geq \mathbf{s}\mathbf{g}}, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{s}\mathbf{d}}\}.$ On peut écrire :

$$p(x_{sg}, \mathbf{Y}_{\geq sg} | \mathbf{X}_{s^{-}}) = p(\mathbf{Y}_{\geq sg} | x_{sg}) p(x_{sg} | \mathbf{X}_{s^{-}})$$

$$\stackrel{Bayes}{=} a_{(i,j)k} \frac{d_{sg}(k)}{p(x_{sg})}$$

$$p(x_{sd}, \mathbf{Y}_{\geq sd} | \mathbf{X}_{s^{-}}) = a_{(i,j)l} \frac{d_{sd}(l)}{p(x_{sd})}$$
(B.30)

avec $d_{sg}(k) = p(x_{sg} = \omega_k, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{sg}}), d_{sd}(l) = p(x_{sd} = \omega_l, \mathbf{Y}_{\geq \mathbf{sd}})$ et $p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}, y_{sg^-}) = \mathbf{f}_i^{(m,2p)}(y_{sg^-}) \ p(x_{sg^-}) \ p(x_{sd^-})$. Ce qui donne :

$$d_{sg^{-}}(i) = \mathbf{f}_{i}^{(m,2p)}(y_{sg^{-}}) \ p(x_{sg^{-}}) \ \sum_{\{\omega_{k},\omega_{l},\omega_{j}\}\in\Omega^{3}} \frac{a_{(i,j)k} \ a_{(i,j)l}}{p(x_{sg}) \ p(x_{sd})} \ p(x_{sd^{-}}) \ d_{sg}(k) \ d_{sd}(l)$$
(B.31)

De la même façon on a la probabilité as cendantes sur le singletons formant droit $d_{sd^-}(j)$:

$$d_{sd^{-}}(j) = f_{j}^{(m,2p+1)}(y_{sd^{-}}) \ p(x_{sd^{-}}) \ \sum_{\{\omega_{k},\omega_{l},\omega_{i}\}\in\Omega^{3}} \frac{a_{(i,j)k} \ a_{(i,j)l}}{p(x_{sg}) \ p(x_{sd})} \ p(x_{sg^{-}}) \ d_{sg}(k) \ d_{sd}(l)$$
(B.32)

B.5.2 Passe ascendante :

La passe ascendante permet de calculer les probabilités en chaque site x_s connaissant les observations descendantes $Y_{\leq s}$. On commence par les calculer à l'échelle r, puis on monte itérativement jusqu'aux feuilles S^f du graphe G:

• On retrouve l'équation (B.28) pour les sites $s \in S^r$.

• Itérations ascendantes $m_s(k) = p(x_s = \omega_k, \mathbf{Y}_{\leq \mathbf{s}}), s \in S^{(m,p)}, m \in \{r+1, ..., f\}$ où p est le numéro du paquet considéré à l'échelle m:

$$m_{s}(k) = \sum_{\{\omega_{i},\omega_{j}\}\in\Omega^{2}} p(x_{s}, y_{s}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}, \mathbf{Y}_{\leq \mathbf{s}^{-}})$$
$$= \sum_{\{\omega_{i},\omega_{j}\}\in\Omega^{2}} p(x_{s}, y_{s}|\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}) \ p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^{-}}, \mathbf{Y}_{\leq \mathbf{s}^{-}})$$
(B.33)

Avec
$$p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}, \mathbf{Y}_{\leq \mathbf{s}^-}) = p(x_{sg^-}, \mathbf{Y}_{\leq \mathbf{sg}^-}) p(x_{sd^-}, \mathbf{Y}_{\leq \mathbf{sd}^-})$$

$$= m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j)$$
(B.34)

et
$$p(x_s, y_s | \mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}) = a_{(i,j)k} f_k^{(m,p)}(y_s)$$
 (B.35)

D'où
$$m_s(k) = f_k^{(m,p)}(y_s) \sum_{\{\omega_i,\omega_j\}\in\Omega^2} a_{(i,j)k} m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j)$$
 (B.36)

B.5.3 Calcul des lois a posteriori :

On note $\Upsilon_{\mathbf{s}}$ l'ensemble du champ d'observation sur l'arbre local associé au couple $\mathbf{X}_{\mathbf{s}}, s \in S \setminus S^r$. Les lois *a posteriori* se déduisent par marginalisation de la densité conjointe $p(\{\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}}\}, \Upsilon_{\mathbf{s}})_{s \in S \setminus S^r}$ obtenue à l'aide des passes descendantes (B.31) et ascendantes (5.8) :

$$p(\mathbf{X}_{s^{-}}, \mathbf{X}_{s}, \mathbf{\hat{Y}}_{s}) = p(\mathbf{X}_{s}, \mathbf{Y}_{\geq s} | \mathbf{X}_{s^{-}}) p(\mathbf{X}_{s^{-}}, \mathbf{Y}_{\leq s^{-}})$$
$$= \frac{a_{(i,j)k} \ a_{(i,j)l}}{p(x_{sg}) \ p(x_{sd})} m_{sg^{-}}(i) \ m_{sd^{-}}(j) \ d_{sg}(k) \ d_{sd}(l)$$
(B.37)

En normalisant (B.37) par $\sum_{\{\omega_i,\omega_j,\omega_k,\omega_l\}\in\Omega^4} p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-},\mathbf{X}_{\mathbf{s}},\mathbf{\Upsilon}_{\mathbf{s}})$ on obtient alors la densité conjointe *a posteriori* $p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-},\mathbf{X}_{\mathbf{s}}|\mathbf{\Upsilon}_{\mathbf{s}})$.

• La loi conjointe a posteriori Φ_s en chaque site de $S \setminus S^r$ est donnée par :

$$\Phi_{sg}(i,j,k) = \sum_{\omega_l \in \Omega} p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}} = \{\omega_k, \omega_l\} | \boldsymbol{\Upsilon}_{\mathbf{s}})$$
(B.38)

$$\Phi_{sd}(i,j,l) = \sum_{\omega_k \in \Omega} p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}} = \{\omega_k, \omega_l\} | \boldsymbol{\Upsilon}_{\mathbf{s}})$$
(B.39)

• La loi couple a posteriori $\Psi_{s^-} = p(\mathbf{X}_{s^-} | \mathbf{\Upsilon}_s)$ pour chaque couple $\mathbf{X}_{s^-}, s \in S \setminus S^r$ est donnée par :

$$\Psi_{s^{-}}(i,j) = \sum_{\{\omega_{k},\omega_{l}\}\in\Omega^{2}} p(\mathbf{X}_{s^{-}} = \{\omega_{i},\omega_{j}\}, \mathbf{X}_{s} = \{\omega_{k},\omega_{l}\} | \boldsymbol{\Upsilon}_{s})$$
(B.40)

• La loi *a posteriori* $\xi_s(i) = p(X_s = \omega_i | \Upsilon_s)$ en chaque site de $S \setminus S^r$ est donnée par :

$$\forall s \in S \setminus S^r, \ \xi_{sg}(k) = \sum_{\{\omega_i, \omega_j, \omega_l\} \in \Omega^3} p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}} = \{\omega_k, \omega_l\} | \boldsymbol{\Upsilon}_{\mathbf{s}})$$
(B.41)

et
$$\xi_{sd}(l) = \sum_{\{\omega_i,\omega_j,\omega_k\}\in\Omega^3} p(\mathbf{X}_{\mathbf{s}^-} = \{\omega_i,\omega_j\}, \mathbf{X}_{\mathbf{s}} = \{\omega_k,\omega_l\} | \boldsymbol{\Upsilon}_{\mathbf{s}})$$
 (B.42)

Annexe C

Extraction de paramètres statistiques dans les sons pulmonaires

C.1 Extraction de statistiques d'ordres supérieurs

La normalité est caractérisée par un comportement presque-gaussien des coefficients d'ondelettes pour chacune des phases de la respiration (plus précisément une gaussienne généralisée de paramètre de forme entre 1.5 et 2.2), on s'intéresse maintenant à détecter les écarts statistiques à cette presque-gaussianité afin de localiser les phénomènes transitoires de faibles intensités, difficilement détectables par le médecin et potentiellement caractéristiques de l'apparition ou de la présence d'une pathologie. La méthode adoptée est la recherche d'écarts à la gaussianité dans les paquets d'ondelettes par calcul des statistiques d'ordre quatre (*kurtosis*), inspirée des travaux de P. Ravier [142, 143].

La recherche d'anormalités s'opère phase à phase à partir des coefficients de paquets d'ondelettes. Après détection des phases respiratoires par une des méthodes citées plus haut, les coefficients d'ondelettes correspondant à une même phase sont concaténés. On découpe ainsi chaque paquet W^i sélectionné en trois paquets distincts $\left\{W_{insp}^i, W_{exp}^i, W_{ap}^i\right\}$. Le critère de gaussianité choisi est la nullité du *kurtosis* normalisé. Notre étude se porte sur une fraction de l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes (typiquement la bande [0,2000]Hz). Les paquets analysés peuvent contenir un nombre faible de coefficients, et les résultats asymptotiques ne sont donc pas vérifiés. Pour estimer le *kurtosis*, nous utilisons les *k-statistiques*, estimateurs non biaisés des cumulants [82, 106]. Soit $\hat{k}_{x,i}$ la *k-statistique* correspondant au cumulant d'ordre $i Cum_i[x]$ sur la variable aléatoire x. Alors :

$$\hat{K}_{x,4} = \frac{\hat{k}_{x,4}}{\hat{k}_{x,2}^2} \tag{C.1}$$

Dans le cas blanc et gaussien, la variance de cet estimateur est donnée par [82, 106] :

$$V_{\hat{K}}(N) = \frac{24N(N-1)^2}{(N-3)(N-2)(N+3)(N+5)}$$
(C.2)

N étant le nombre d'échantillons. Nous pouvons donc définir un intervalle de confiance à $\kappa\%$ de la forme $[-v_0, v_0]$ dépendant de $V_{\hat{K}}(N)$ et κ . Les sous-paquets d'ondelettes $\left\{W_j^i\right\}$ dont le *kurtosis* est en dehors de cette intervalle de confiance sont susceptibles de contenir une *anormalité*. Par une méthode de type fusion/fission (cf. section 1.3.3.2 et fig. C.1) des paquets d'ondelettes, où le coût C est le calcul du Kurtosis sur les paquets d'ondelettes, on sélectionne les paquets suspects :

Si
$$C(\text{filsgauche}) \notin [-v_0, v_0]$$
 ou $C(\text{fils droit}) \notin [-v_0, v_0]$, conserver les fils (fission) (C.3)
Si $C(\text{filsgauche}) \in [-v_0, v_0]$ et $C(\text{fils droit}) \in [-v_0, v_0]$, conserver le pére (fusion) (C.4)

On obtient ainsi une localisation fréquentielle des composantes non-gaussiennes du signal. L'étape suivante est une détection temporelle des non-gaussiannités, réalisée en effectuant un calcul du *kurtosis* par fenêtre glissante sur les paquets d'ondelettes qualifiés d'*anormaux* par l'étape précédente. Un pic d'amplitude sur le *kurtosis* traduit la présence d'une nongaussianité. On obtient finalement une localisation temporelle et fréquentielle des anormalités.

Il se peut que cette anormalité ne soit que la conséquence d'un bruit *parasite (ex.* mouvement du stéthoscope, bruit extérieur). Pour opérer un premier filtrage entre bruits *parasites* et anormalités liées à la respiration du patient, on fait l'hypothèse qu'un son adventice doit être présent à chaque cycle de la respiration. Si ce n'est pas le cas, l'anormalité est considérée comme non liée à une pathologie.



FIGURE C.1 – Schéma de fusion des paquets d'ondelettes pour la recherche des paquets d'intérêts selon le critère du Kurtosis.

Ravier utilise cette méthode pour la détection d'évènements anormaux dans les milieux marins. Il s'agit de transitoires très rapides contaminant une large partie du spectre, ce qui n'est pas sans rappeler les caractéristiques des sons de crépitants (section 1.1.2.2). Quelques essais de cette méthode sur des sons de crépitants rééls semblent donner satisfaction quant à la détection des crépitants, méthode que nous n'avons pas eu le loisir de la valider plus largement par manque de données adéquates et de temps.

C.2 Extraction de paramètres dans les domaines transformés

M. Bahoura et C. Pelletier [9, 118] se sont récemment intéressés à l'utilisation des coefficients cepstraux à l'échelle de Mel (MFCC - Mel Frequency Cepstrum Coefficients) extraits du spectre de puissance, et des paramètres SBC (Subband Based Coefficients) issus de la décomposition en paquets d'ondelettes du signal.



FIGURE C.2 – Banc de sept filtres distribués selon l'échelle de Mel.

• Les Mel Frequency Cepstrum Coefficients (MFCC)

Les MFCC constituent un outil de caractérisation intensivement utilisé en reconnaissance automatique de la parole [64] ou pour la modélisation de sons musicaux [94]. Ces coefficients sont dérivés du spectre de puissance en appliquant un banc de filtres uniformément espacés sur une échelle fréquentielle modifiée, appelée échelle de Mel (voir l'exemple de la figure C.2). L'échelle de Mel redistribue les fréquences en fonction de la fréquence perçue. Elle a été suggérée pour la première fois par Stevens et Volkman [158] en 1937. L'échelle Mel est linéaire pour les fréquences inférieures à 1000 Hz et logarithmique pour les fréquences supérieures. Elle peut être approximée par l'équation C.5 :

$$f_{mel} = 2595 \log(1 + \frac{f}{700}) \tag{C.5}$$

où f est la fréquence dans l'échelle linéaire et f_{mel} la fréquence perçue. Le calcul des coefficients MFCC passe par le calcul de la transformée de Fourier discrète X[k] d'un signal x[n]. L'énergie de X[k] est alors pondérée par une série de L filtres distribués selon l'échelle de Mel (figure C.2). Les coefficients cepstraux réels (MFCC) associés à l'énergie résultante E[k] sont calculés par transformée en cosinus discrète du logarithme de cette énergie :

$$MFCC[n] = \sum_{k=1}^{L} \log(E[k]) \cos(n(k-0.5)\frac{\pi}{L})$$
(C.6)

Le choix d'utiliser les coefficients MFCC pour caractériser les sons respiratoires [10] est motivé pour leur capacité à modéliser fidèlement le comportement du système auditif, et pour la décorrélation qu'ils induisent entre l'excitation et la réponse des conduits respiratoires. En outre, ces coefficients sont à même de caractériser les sons biens soutenus comme la fréquence fondamentale de la parole, ou encore les harmoniques en musique, et semblent donc bien adaptés pour la caractérisation d'anormalités continues.

• Les Subband Based Coefficients (SBC)

La méthode SBC a été proposée initialement par Sarikaya *et al.* [146] pour caractériser le signal de parole dans le cadre de l'identification des locuteurs. Cette méthode consiste à imiter le banc de filtres de MEL utilisé lors du calcul des coefficients MFCC par une décomposition adéquate par paquets d'ondelettes. La décomposition perceptuelle par paquets d'ondelettes est calculée selon l'arbre prédéfini figure C.3. L'énergie de chaque sous-bande est calculée puis moyennée par le nombre de coefficients de cette sous-bande, selon l'équation C.7.

$$S_k = \frac{1}{N_k} \sum_{m=1}^{N_k} [w_{k,m}^j]^2$$
(C.7)

où $w_{k,n}^j$ est le n^{ieme} coefficient d'ondelette de la k^{ieme} sous-bande à l'échelle j, et N_k est le nombre de coefficients de la k^{ieme} sous-bande. Finalement, les coefficients SBC sont déduits en appliquant la transformée en cosinus aux énergies des différentes sous-bandes, selon l'équation C.8 :

$$SBC[n] = \sum_{k=1}^{L} log(S_k) cos(n(k-0.5)\frac{\pi}{L})$$
 (C.8)

où $n \in [0,..,L-1]$



FIGURE C.3 – Arbre de décomposition perceptuel

• Phase de classification

L'objectif est la détection des sibilants par une modélisation mélange de gaussiennes (MG) dont les paramètres sont estimés à l'aide de l'algorithme EM (Expectation-Maximization). Une première phase consiste en un apprentissage des statistiques des mélanges de gaussiennes en utilisant l'EM afin de mettre sur pied une base de distribution MG caractéristiques des sons sibilants et des sons normaux. Une deuxième phase consiste à utiliser le critère du maximum de vraisemblance afin de classifier des trames de sons pulmonaires dans la classe normale ou pathologique. Les auteurs ont testé leur méthode sur des signaux du Web avec des résultats de classification satisfaisants (de l'ordre de 90%). Quelques expériences menées de notre côté montrent que ces méthodes sont cependant très sensibles à la présence de bruit, et échouent lorsque les signaux à caractériser sont brefs et de faible amplitude.

Bibliographie

- AAS, K., EIKVIL, L., AND HUSEBY, R. Applications of hidden Markov chains in image analysis. *Pattern Recognition* 32, 4 (1999), 703–713.
- [2] AKAY, M., AND MELLO, C. Wavelets for biomedical signal processing. In Engineering in Medicine and Biology society, 1997. Proceedings of the 19th Annual International Conference of the IEEE (1997), vol. 6.
- [3] ANDREÃO, R., DORIZZI, B., BOUDY, J., AND MOTA, J. Transformée en ondelettes et modèles de Markov cachés pour la segmentation automatique du signal ECG. GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (2003).
- [4] APPLEDORN, C. A new approach to the interpolation of sampled data. *IEEE transac*tions on medical imaging 15, 3 (1996), 369–376.
- [5] ARBIB, M. The handbook of brain theory and neural networks. Bradford Books, 2003.
- [6] AXELROD, S., GOEL, V., GOPINATH, R., OLSEN, P., VISWESWARIAH, K., CENTER, I., AND YORKTOWN HEIGHTS, N. Subspace constrained gaussian mixture models for speech recognition. *IEEE Transactions on speech and audio processing* 13, 6 (2005), 1144–1160.
- [7] BAHOURA, M., AND LU, X. An automatic system for crackles detection and classification. *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering* (2006).
- [8] BAHOURA, M., AND LU, X. Separation of crackles from vesicular sounds using wavelet packet transform. Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. ICASSP 2006 Proceedings 2 (2006), 1076–1079.
- [9] BAHOURA, M., AND PELLETIER, C. Respiratory sounds classification using cepstral analysis and Gaussian mixture models. Engineering in Medicine and Biology Society, 2004. EMBC 2004. Conference Proceedings. 26th Annual International Conference of the 1 (2004).
- [10] BAHOURA, M., AND PELLETIER, C. Respiratory sounds classification using Gaussian mixture models. *Electrical and Computer Engineering*, 2004. Canadian Conference on 3 (2004).
- [11] BAUGHMAN, R., AND LOUDON, R. Quantitation of wheezing in acute asthma. Chest 86, 5 (1984), 718–722.
- [12] BAUM, L., PETRIE, T., SOULES, G., AND WEISS, N. A maximization technique occurring in the statistical analysis of probabilistic functions of Markov chains. *The Annals of Mathematical Statistics* (1970), 164–171.
- [13] BELGHITH, A. AND COLLET, CH. Segmentation of respiratory signals by evidence theory. In 31 st Annual Conference of IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBC'09, Minneapolis, USA (2009).

- [14] BELLONE, E., HUGHES, J., AND GUTTORP, P. A hidden Markov model for downscaling synoptic atmospheric patterns to precipitation amounts. *Climate research 15*, 1 (2000), 1–12.
- [15] BENMILOUD, B., AND PIECZYNSKI, W. Estimation des paramètres dans les chaînes de Markov cachées et segmentation d'images. TS. Traitement du signal 12, 5 (1995), 433–454.
- [16] BILMES, J. A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for Gaussian mixture and hidden Markov models. *International Computer Science Institute* 4 (1998).
- [17] BLANC-FÉRAUD, L. Sur quelques problèmes inverses en traitement d'image. *Habilitation à diriger des Recherches* (2000).
- [18] BOUMAN, C., AND LIU, B. Multiple resolution segmentation of textured images. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 13, 2 (1991), 99–113.
- [19] BOUMAN, C., AND SAUER, K. A generalized Gaussian image model for edge-preserving MAP estimation. *IEEE Transactions on Image Processing* 2, 3 (1993), 296–310.
- [20] BRICQ, S. Segmentation d'images IRM anatomiques par inférence bayésienne multimodale et détection de lésions. PhD thesis, thèse de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2008.
- [21] BRUNEL, N., PIECZYNSKI, W., AND DERRODE, S. Copulas in vectorial hidden Markov chains for multicomponent image segmentation.
- [22] CALVETTI, D., AND SOMERSALO, E. Introduction to Bayesian scientific computing : Ten lectures on subjective computing. Springer, 2007.
- [23] CAMPBELL, W., STURIM, D., AND REYNOLDS, D. Support vector machines using GMM supervectors for speaker verification. *IEEE Signal Processing Letters* 13, 5 (2006), 308–311.
- [24] CELEUX, G., AND DIEBOLT, J. L'algorithme SEM : un algorithme d'apprentissage probabiliste pour la reconnaissance de mélange de densités. *Revue de statistique appliquée* 34, 2 (1986), 35-52.
- [25] CHARBONNEAU, G., ADEMOVIC, E., CHEETHAM, B. M. G., MALMBERG, L. P., VANDERSCHOOT, J., AND SOVIJARVI, A. R. A. Basic techniques for respiratory sound analysis. *Eur. Respir. Rev.* 10 (2000), 625–635.
- [26] CHARBONNEAU, G., MESLIER, N., RACINEUX, J., AND QIAN, Y. Analyse des sons respiratoires au cours du sommeil. Workshop INSERM Nouvelles Techniques non invasives d'Investigation cardiorespiratoire au cours du Sommeil. INSERM, Paris (1992), 27–28.
- [27] CHARBONNIER, P., BLANC-FERAUD, L., AUBERT, G., AND BARLAUD, M. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Transactions on image processing* 6, 2 (1997), 298–311.
- [28] CHARDIN, A., PEREZ, P., AND IRISA, R. Mode of posterior marginals with hierarchical models. *Image Processing*, 1999. ICIP 99. Proceedings. 1999 International Conference on 1 (1999).
- [29] CHEETHAM, B., CHARBONNEAU, G., GIORDANO, A., HELISTO, P., AND VANDER-SCHOOT, J. Digitization of data for respiratory sound recordings. *Eur. Respir. Rev.* 10, 77 (2000), 621–624.

- [30] CHOI, H., AND BARANIUK, R. Multiscale texture segmentation using wavelet-domain hidden markov models. Signals, Systems & Computers, 1998. Conference Record of the Thirty-Second Asilomar Conference on 2 (1998).
- [31] CHOI, H., AND BARANIUK, R. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden markov models. *Image Processing, IEEE Transactions on 10*, 9 (2001), 1309– 1321.
- [32] CHOI, H., HENDRICKS, B., AND BARANIUK, R. Analysis of multiscale texture segmentation using wavelet-domain hidden Markov models. In Signals, Systems, and Computers, 1999. Conference Record of the Thirty-Third Asilomar Conference on (1999), vol. 2.
- [33] CHOU, K., GOLDEN, S., AND WILLSKY, A. Multiresolution stochastic models, data fusion, and wavelet transforms. *Signal Processing* 34, 3 (1993), 257–282.
- [34] COHEN, A. Hidden markov models in biomedical signal processing. In Engineering in Medicine and Biology Society, 1998. Proceedings of the 20th Annual International Conference of the IEEE (1998), vol. 3.
- [35] COHEN, A., AND LANDSBERG, D. Analysis and automatic classification of breath sounds. *IEEE Trans Biomed Eng 31*, 9 (1984), 585–90.
- [36] COURANT, R., AND HILBERT, D. Methods of mathematical physics. Vol. II : Partial differential equations. *Interscience, New York-London* (1962).
- [37] CROUSE, M., AND BARANIUK, R. Contextual hidden Markov models for waveletdomain signal processing. In Signals, Systems & Computers, 1997. Conference Record of the Thirty-First Asilomar Conference on (1997), vol. 1.
- [38] CROUSE, M., NOWAK, R., AND BARANIUK, R. Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models. *Signal Processing*, *IEEE Transactions on 46*, 4 (1998), 886–902.
- [39] DASGUPTA, N., RUNKLE, P., COUCHMAN, L., AND CARIN, L. Dual hidden Markov model for characterizing wavelet coefficients from multi-aspect scattering data. *Signal Processing* 81, 6 (2001), 1303–1316.
- [40] DAUBECHIES, I. Ten lectures on wavelets. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA (1992), 357.
- [41] DE BOOR, C. A Practical Guide to Spline. Applied Mathematical Sciences 27, 156-162 (1978), 26.
- [42] DEMOMENT, G. Problèmes inverses en traitement du signal et de l'image. In Journal de Physique IV (Proceedings) (2002), vol. 12, pp. 3–34.
- [43] DEMPSTER, A., LAIRD, N., RUBIN, D., ET AL. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) 39, 1 (1977), 1–38.
- [44] DERRODE, S., MERCIER, G., AND PIECZYNSKI, W. Unsupervised multicomponent image segmentation combining a vectorial hmc model and ica. In Proc. of the IEEE ICIP'03, Barcelona (September 2003).
- [45] DERRODE, S., AND PIECZYNSKI, W. Signal and image segmentation using pairwise markov chains. *IEEE Transactions on Signal Processing* 52, 9 (september 2004), 2477– 2489.

- [46] DODGSON, N. Quadratic interpolation for image resampling. IEEE Transactions on Image Processing 6, 9 (1997), 1322–1326.
- [47] DONOHO, D., JOHNSTONE, I., HOCH, J., AND STERN, A. Maximum entropy and the nearly black object. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) (1992), 41–81.
- [48] EARIS, J., AND CHEETHAM, B. Future perspectives for respiratory sound research. Eur. Respir. Rev. (2000), 641–646.
- [49] EARIS, J. E., AND CHEETHAM, B. M. G. Current method used for computerised respiratory sound analysis. *Eur. Respir. Rev.* 10 (2000), 586–590.
- [50] FAN, G., AND XIA, X. Improved hidden Markov models in the wavelet-domain. IEEE transactions on signal processing 49, 1 (2000), 115–120.
- [51] FAN, G., AND XIA, X. Image Denoising Using a Local Contextual Hidden Markov Model in the Wavelet Domain. Signal Processing Letters, IEEE 8, 5 (2001), 125–128.
- [52] FAN, G., AND XIA, X. Wavelet-based texture analysis and synthesis using hidden Markov models. Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on [see also Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on] 50, 1 (2003), 106–120.
- [53] FANG, H., FANG, K., AND KOTZ, S. The meta-elliptical distributions with given marginals. *Journal of Multivariate Analysis* 82, 1 (2002), 1–16.
- [54] FIEGUTH, P., KARL, W., WILLSKY, A., AND WUNSCH, C. Multiresolution optimal interpolation and statistical analysis of TOPEX/POSEIDON satellite altimetry. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on 33*, 2 (1995), 280–292.
- [55] FLANDRIN, P. "Temps-Fréquence". Traitement du signal. Hermes, 1993.
- [56] FLITTI, F. Techniques de réduction de données et analyse d'images multispectrales astronomiques par arbres de Markov. PhD thesis, thèse de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2005.
- [57] GAVRIELY, N., NISSAN, M., RUBIN, A., AND CUGELL, D. Spectral characteristics of chest wall breath sounds in normal subjects. *Thorax* 50, 12 (1995), 1292–1300.
- [58] GRAFFIGNE, C., HEITZ, F., PEREZ, P., PRETEUX, F., SIGELLE, M., AND ZERUBIA, J. Hierarchical Markov random field models applied to image analysis : a review. In *Proceedings of SPIE* (1995), vol. 2568, SPIE, p. 2.
- [59] HADAMARD, J. Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations. Courier Dover Publications, 2003.
- [60] HADJILEONTIADIS, L., AND PANAS, S. Separation of Discontinuous Adventitious Sounds from Vesicular Sounds Using a Wavelet-Based Filter. *IEEE transactions on biomedical engineering* 44, 12 (1997), 1269.
- [61] HADJILEONTIADIS, L., PANOULAS, K., PENZEL, T., V.GROSS, AND PANAS, S. On applying continuous wavelet transform in wheeze analysis. *Engineering in Medicine and Biology Society*, 2004. EMBC 2004. Conference Proceedings. 26th Annual International Conference of the 2 (2004), 3832–3835.
- [62] HADJILEONTIADIS, L., AND REKANOS, L. Detection of explosive lung and bowel sounds by means of fractal dimension. Signal Processing Letters, IEEE 10 (2003), 311–314.

- [63] HEINRICH, C. Problèmes inverses, analyse statistique de formes et problèmes connexes. Habilitation à diriger des Recherches (2008).
- [64] HIRSCH, H., AND PEARCE, D. The Aurora experimental framework for the performance evaluation of speech recognition systems under noisy conditions. In ASR2000-Automatic Speech Recognition : Challenges for the new Millenium ISCA Tutorial and Research Workshop (ITRW) (2000), ISCA.
- [65] HOMS-CORBERA, A., FIZ, J., MORERA, J., AND JANE, R. Time-frequency detection and analysis of wheezes during forced exhalation. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on 51*, 1 (2004), 182–186.
- [66] HOMS-CORBERA, A., JANE, R., FIZ, J., AND MORERA, J. Algorithm for timefrequency detection and analysis of wheezes. Engineering in Medicine and Biology Society, 2000. Proceedings of the 22nd Annual International Conference of the IEEE 4 (2000).
- [67] HÄRDLE, W., AND SIMAR, L. Applied multivariate statistical analysis. Springer, 2007.
- [68] HSUEH, M., CHIEN, J., CHANG, F., WU, H., AND CHONG, F. Respiratory Wheeze Detection System. Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS 2005. 27th Annual International Conference of the (2005), 7553–7559.
- [69] HUANG, J., BOX, F., PROVIDENCE, R., AND MUMFORD, D. Statistics of Natural Images and Models. In 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (1999), Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).
- [70] HUNG, K., LUK, B., CHOY, W., TSAI, B., AND TSO, S. Multifunction stethoscope for telemedicine. *Medical Devices and Biosensors*, 2004 2nd IEEE/EMBS International Summer School on (2004), 87–89.
- [71] ICHIR, M., AND MOHAMMAD-DJAFARI, A. Hidden Markov Models for Wavelet Based Blind Source Separation. *Image Processing, IEEE Transactions on 15*, 7 (2006), 1887– 1899.
- [72] IDIER, J. Approche bayesienne pour les problemes inverses. Traite IC2 : Traitement du signal et de l'image : information commande communication. Hermes, 2001.
- [73] IDIER, J. Convex half-quadratic criteria and interacting auxiliary variables for image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing 10*, 7 (2001), 1001–1009.
- [74] JENSEN, F., AND NIELSEN, T. Bayesian networks and decision graphs. ASA, 2001.
- [75] JOE, H. Multivariate models and dependence concepts. Chapman & Hall/CRC, 1997.
- [76] JORDAN, M. Learning in graphical models. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [77] JORDAN, M., GHAHRAMANI, Z., JAAKKOLA, T., AND SAUL, L. An introduction to variational methods for graphical models. *Machine Learning* 37, 2 (1999), 183–233.
- [78] JORDAN, M., AND WEISS, Y. Handbook of Neural Networks and Brain Theory, chapter Probabilistic Inference in Graphical Models, 2002.
- [79] KAHYA, Y., GUER, E., OZCAN, C., AND SANKUR, B. Classification of respiratory sounds using crackle parameters. *Engineering in Medicine and Biology Society*, 1996. Bridging Disciplines for Biomedicine 3 (1996), 952–953.
- [80] KAHYA, Y., YERER, S., AND CERID, O. A wavelet-based instrument for detection of crackles in pulmonary sounds. *Engineering in Medicine and Biology Society*, 2001. *IEEE-EMBS.* 4 (2001), 3175 – 3178.

- [81] KATO, Z., BERTHOD, M., ZERUBIA, J., AND INRIA, S. Multiscale Markov random field models for parallel imageclassification. *Computer Vision*, 1993. Proceedings., Fourth International Conference on (1993), 253–257.
- [82] KENDALL, M., AND STUART, A. The advanced theory of statistics. Vol. 1 : Distribution theory. London : Griffin, 1977, 4th ed. (1977).
- [83] KINGSBURY, N. Image processing with complex wavelets. Philosophical Transactions : Mathematical, Physical and Engineering Sciences (1999), 2543–2560.
- [84] KOMPIS, M., PASTERKAMP, H., OH, Y., AND WODICKA, G. Distribution of inspiratory and expiratory respiratory soundintensity on the surface of the human thorax. *Engineering in Medicine and Biology society*, 1997. Proceedings of the 19th Annual International Conference of the IEEE 5 (1997).
- [85] KORPÁŠ, J., SADLOŇOVÁ, J., AND VRABEC, M. Analysis of the cough sound : an overview. Pulmonary Pharmacology 9, 5-6 (1996), 261–268.
- [86] LAENNEC, R. T. H. De l'auscultation médiate, ou traité du diagnostic de maladies des poumons et du coeur, fondé principalement sur ce nouveau moyen d'exploration. Brosson et Chaudé (1819).
- [87] LAFERTE, J., PEREZ, P., AND HEITZ, F. Discrete Markov image modeling and inference on the quadtree. *Image Processing, IEEE Transactions on 9*, 3 (2000), 390–404.
- [88] LALLEMANT, P. Traitement numérique des sons respiratoires en vue d'une caractérisation de l'obstruction bronchique. PhD thesis, thèse de l'Université de Compiègne, 1986.
- [89] LANCHANTIN, P. Chaînes de Markov Triplets et Segmentation Non Supervisée de Signaux. PhD thesis, thèse de l'Institut Nationale des Télécommunications, 2006.
- [90] LAURITZEN, S. Graphical Models. Oxford University Press, USA, 1996.
- [91] LEARNED, R., AND WILLSKY, A. A wavelet packet approach to transient signal classification. Applied and Computational Harmonic Analysis 2, 3 (1995), 265–278.
- [92] LI, D., HALTSONEN, S., KALLIO, K., HELISTÖ, P., AND KATILA, T. Filtered spectrum in the detection of the wheezing sound. Proc. CORSA WPIII symposium on Signal Processing in Lung Sound Analysis; Helsinki, University of Technology (1996).
- [93] LITTLE, R., AND RUBIN, D. Statistical analysis with missing data. Wiley New York, 1987.
- [94] LOGAN, B. Mel frequency cepstral coefficients for music modeling. In International Symposium on Music Information Retrieval (2000), vol. 28.
- [95] LOVEJOY, S., AND SCHERTZER, D. Multifractals, cloud radiances and rain. Journal of Hydrology 322, 1-4 (2006), 59–88.
- [96] LUCKE, H. Which stochastic models allow Baum-Welch training? IEEE transactions on signal processing 44, 11 (1996), 2746–2756.
- [97] MA, Y., TIAN, Y., AND ZHANG, J. Wavelet-Domain Image Denoising Using Contextual Hidden Markov Tree Model. In Automation and Logistics, 2007 IEEE International Conference on (2007), pp. 2617–2621.
- [98] MACKAY, D. Ensemble learning and evidence maximization. Proc. NIPS (1995).
- [99] MAELAND, E. On the comparison of interpolation methods. IEEE Transactions on Medical Imaging 7, 3 (1988), 213–217.

- [100] MALLAT, S. A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet represention. IEEE Transactions on PAMI 11, 7 (1989), 674–693.
- [101] MALLAT, S. A wavelet tour of signal processing. Academic Press, 1998.
- [102] MARINI, J., PIERSON, D., HUDSON, L., AND LAKSHMINARAYAN, S. The significance of wheezing in chronic airflow obstruction. *The American review of respiratory disease* 120, 5 (1979), 1069.
- [103] MARROQUIN, J., MITTER, S., AND POGGIO, T. Probabilistic solution of ill-posed problems in computer vision. *Journal of the American Statistical Association 82*, 397 (1987), 76–89.
- [104] MATROUF, D., AND GAUVAIN, J. Utilisation des modèles de markov cachés pour le débruitage. TS. Traitement du signal 18, 3 (2001), 213–218.
- [105] MATSUNAGA, S., YAMAUCHI, K., YAMASHITA, M., AND MIYAHARA, S. Classification Between Normal and Abnormal Respiratory Sounds Based On Maximum Likelihood Approach. Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on (2009).
- [106] MCCULLAGH, P. Tensor methods in statistics. Chapman and Hall New York, 1987.
- [107] MCFADDEN JR, E., KISER, R., AND DEGROOT, W. Acute bronchial asthma. Relations between clinical and physiologic manifestations. *The New England journal of medicine* 288, 5 (1973), 221.
- [108] MEIJERING, E., ZUIDERVELD, K., AND VIERGEVER, M. Image reconstruction by convolution with symmetrical piecewisenth-order polynomial kernels. *IEEE Transactions on Image Processing* 8, 2 (1999), 192–201.
- [109] MOLLA, S., AND TORRESANI, B. An hybrid audio scheme using hidden Markov models of waveforms. *Applied and Computational Harmonic Analysis 18*, 2 (2005), 137–166.
- [110] MONFRINI, E., LECOMTE, J., DESBOUVRIES, F., AND PIECZYNSKI, W. Image and signal restoration using pairwise Markov trees. In *Statistical Signal Processing*, 2003 *IEEE Workshop on* (2003), pp. 174–177.
- [111] MONFRINI, E., LEDRU, T., VAIE, E., AND PIEZCYNSKI, W. Segmentation non supervisée d'images par arbres de Markov cachés. GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (1999).
- [112] MURPHY, R. Computerized multichannel lung sound analysis. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine 26, 1 (2007), 16.
- [113] MYINT, W., AND DILLARD, B. An electronic stethoscope with diagnosis capability. Southeastern Symposium on System Theory. Proceedings of the 33rd (2001), 133–137.
- [114] OSTUNI, J., SANTHA, A., MATTAY, V., WEINBERGER, D., LEVIN, R., AND FRANK, J. Analysis of interpolation effects in the reslicing of functional MR images. *Journal of* computer assisted tomography 21, 5 (1997), 803.
- [115] PARROTT, R., STYTZ, M., AMBURN, P., AND ROBINSON, D. Towards statistically optimal interpolation for 3D medical imaging. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine* 12, 3 (1993), 49–59.
- [116] PASTERKAMP, H., KRAMAN, S., AND WODICKA, G. Respiratory sounds : advances beyond the stethoscope. Am. J. Respir. Crit. Care Med. 156 (1997), 974–987.

- [117] PEARL, J. Reverend Bayes on inference engines : A distributed hierarchical approach. In Proceedings of the AAAI National Conference on AI (1982), pp. 133–136.
- [118] PELLETIER, C. Classification des sons respiratoires en vue d'une détection automatique des sibilants. Master's thesis, UQAC, 2006.
- [119] PEREZ, P. Markov random fields and images. CWI Quarterly 11, 4 (1998), 413–437.
- [120] PÉREZ, P. Modeles et algorithmes pour l'analyse probabiliste des images. Habilitation à diriger des Recherches, Universite de Rennes 1 (2003).
- [121] PESU, L. Classification of respiratory sounds based on wavelet packet decomposition and learning vector quantization. *Technology and Health Care 6*, 1 (1998), 65–74.
- [122] PESU, L., ADEMOVIC, E., PESQUET, J., AND HELISTO, P. Wavelet packet based respiratory sound classification. *Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, 1996., Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on (1996), 377–380.
- [123] PHOON, K. Application of fractile correlations and copulas to non-gaussian random vectors. Proceedings, Second International ASRANet (Network for Integrating Structural Safety, Risk, and Reliability) Colloquium (2004).
- [124] PIECZYNSKI, W. Champs de Markov cachés et estimation conditionnelle itérative. Traitement du Signal 11, 2 (1994), 141–153.
- [125] PIECZYNSKI, W. Arbres de Markov Couple Pairwise Markov Trees. CR Acad. Sci. Paris, Ser. I 335 (2002), 79–82.
- [126] PIECZYNSKI, W. Pairwise markov chains. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 25, 5 (2003), 634–639.
- [127] PIECZYNSKI, W. Triplet partially Markov chains and trees. 2nd International Symposium on Image/Video Communications Over Fixed and Mobile Networks (ISIVC 04), Brest, France (2004), 7–9.
- [128] PIECZYNSKI, W. Convergence of the iterative conditional estimation and application to mixture proportion identification. In *IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing*, 2007. SSP'07 (2007), pp. 49–53.
- [129] PIECZYNSKI, W. Multisensor triplet Markov chains and theory of evidence. International journal of approximate reasoning 45, 1 (2007), 1–16.
- [130] PIECZYNSKI, W. Sur la convergence de l'estimation conditionnelle iterative. Comptes Rendus Mathematique 346, 7 (2008), 457–460.
- [131] PIECZYNSKI, W., BOUVRAIS, J., AND MICHEL, C. Unsupervised bayesian fusion of correlated sensors. First International Conference on Multisource-Multisensor Information Fusion, Las Vegas, Nevada (June 1998).
- [132] PIECZYNSKI, W., AND DESBOUVRIES, F. On triplet Markov chains. In International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis, (ASMDA 2005), Brest, France (2005).
- [133] PIIRILA, P., AND SOVIJARVI, A. Objective assessment of cough. European Respiratory Journal 8, 11 (1995), 1949.
- [134] PIIRILA, P., SOVIJARVI, A., EARIS, J., ROSSI, M., DALMASSO, F., STONEMAN, S., AND VANDERSCHOOT, J. Reporting results of respiratory sound analysis. *Eur. Respir. Rev.* (2000), 636–640.

- [135] PRENTER, P. Splines and variational methods. Pure and Applied Mathematics (1975).
- [136] PROVOST, J. Classification bathymetrique en imagerie multispectrale SPOT. PhD thesis, Thèse de l'Université de Bretagne Occidentale, 2001.
- [137] PROVOST, J., COLLET, C., ROSTAING, P., PÉREZ, P., AND BOUTHEMY, P. Hierarchical Markovian segmentation of multispectral images for the reconstruction of water depth maps. *Computer Vision and Image Understanding 93*, 2 (2004), 155–174.
- [138] QIU, Y., WHITTAKER, A., LUCAS, M., AND ANDERSON, K. Automatic wheeze detection based on auditory modelling. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine 219, 3 (2005), 219–227.
- [139] RABINER, L. R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE 77*, 2 (1989), 257–286.
- [140] RAJPOOT, N. Texture Classification Using Discriminant Wavelet Packet Subbands. In Proceedings of the IEEE Midwest Symposium On Circuits And Systems (2002), vol. 45, Lida Ray Technologies inc.,.
- [141] RAPHAEL, C. Automatic segmentation of acoustic musical signals using hidden markov models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 21*, 4 (1999), 360–370.
- [142] RAVIER, P., AND AMBLARD, P. Combining an adapted wavelet analysis with fourthorder statistics for transient detection. *Signal Processing* 70, 2 (1998), 115–128.
- [143] RAVIER, P., AND AMBLARD, P. Wavelet packets and de-noising based on higher-orderstatistics for transient detection. *Signal Processing* 81, 9 (2001), 1909–1926.
- [144] REYNOLDS, D., AND ROSE, R. Robust text-independent speaker identification using Gaussian mixture speaker models. Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on 3, 1 (1995), 72–83.
- [145] SANKUR, B., KAHYA, Y., GULER, E., AND ENGIN, T. Comparison of AR-based algorithms for respiratory sounds classification. *Comput Biol Med* 24, 1 (1994), 67–76.
- [146] SARIKAYA, R., PELLOM, B., AND HANSEN, J. Wavelet Packet Transform Features with Application to Speaker Identification. In *Third IEEE Nordic Signal Processing* Symposium (1998), ISCA.
- [147] SCHAFER, J. Analysis of incomplete multivariate data. Chapman & Hall/CRC, 1997.
- [148] SCHOENBERG, I. Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic function. Quart. Appl. Math 4 (1946), 45–99.
- [149] SESTINI, P., RENZONI, E., ROSSI, M., BELTRAMI, V., AND VAGLIASINDI, M. Multimedia presentation of lung sounds as a learning aid for medical students. *European Respiratory Journal* 8, 5 (1995), 783.
- [150] SHABTAI-MUSIH, Y., GROTBERG, J., AND GAVRIELY, N. Spectral content of forced expiratory wheezes during air, He, and SF6 breathing in normal humans. *Journal of Applied Physiology* 72, 2 (1992), 629–635.
- [151] SHIM, C., AND WILLIAMS JR, M. Relationship of wheezing to the severity of obstruction in asthma. Archives of internal medicine 143, 5 (1983), 890.
- [152] SINGH, B., AND TIWARI, A. Optimal selection of wavelet basis function applied to ECG signal denoising. *Digital Signal Processing* 16, 3 (2006), 275–287.

- [153] SKLAR, M. Fonctions de répartition à n dimensions et leur marges. Publ. Inst. Stat. Univ. Paris 8 (1959), 229–231.
- [154] SOVIJARVI, A., DALMASSO, F., VANDERSCHOOT, J., MALMBERG, L., RIGHINI, G., AND STONEMAN, S. Definition of terms for applications of respiratory sounds. *Eur Respir Rev 10*, 77 (2000), 597–610.
- [155] SOVIJARVI, A., MALMBERG, L., CHARBONNEAU, G., VANDERSCHOOT, J., DALMASSO, F., SACCO, C., ROSSI, M., AND EARIS, J. Characteristics of breath sounds and adventitious respiratory sounds. *Eur Respir Rev 10*, 77 (2000), 591–596.
- [156] SOVIJARVI, A., VANDERSCHOOT, J., AND EARIS, J. Standardization of computerised respiratory sound analysis. *Eur. Respir. Rev.* 10 (2000), 586.
- [157] SRINIVASAN, P., AND JAMIESON, L. High-quality audio compression using an adaptive wavelet packet decomposition and psychoacoustic modeling. Signal Processing, IEEE Transactions on [see also Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on] 46, 4 (1998), 1085–1093.
- [158] STEVENS, S., AND VOLKMANN, J. The relation of pitch to frequency : A revised scale. American Journal of Psychology 53, 3 (1940), 329–353.
- [159] SUN, Q., GOU, S., AND JIAO, L. A New Approach to Unsupervised Image Segmentation Based on Wavelet-Domain Hidden Markov Tree Models. *Lecture Notes In Computer Science* (2004), 41–48.
- [160] SUN, Q., HOU, B., AND JIAO, L. Automatic Texture Segmentation Based on Wavelet-Domain Hidden Markov Tree. Lecture Notes In Computer Science 3773 (2005), 470.
- [161] SUN, Q., SHA, Y., GAO, X., HOU, B., AND JIAO, L. A Fully Unsupervised Image Segmentation Algorithm Based on Wavelet-Domain Hidden Markov Tree Models. *Lecture Notes In Computer Science 3708* (2005), 507.
- [162] SUN, W., PALAZOGLU, A., AND ROMAGNOLI, J. Detecting abnormal process trends by wavelet-domain hidden Markov models. AIChE Journal 49, 1 (2003), 140–150.
- [163] SUN, X. Real time analysis of lung sounds. Technology and Health Care 6, 1 (1998), 3–10.
- [164] TANNER, M. A Monte Carlo implementation of the EM algorithm and the poor man's data augmentation algorithms. *Journal of the American Statistical Association* (1990), 699–704.
- [165] TANNER, M. Tools for statistical inference : methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions. Springer, 1996.
- [166] TAPLIDOU, S., HADJILEONTIADIS, L., KITSAS, I., PANOULAS, K., PENZEL, T., GROSS, V., AND PANAS, S. On Applying Continuous Wavelet Transform in Wheeze Analysis. Engineering in Medicine and Biology Society, 2004. EMBC 2004. Conference Proceedings. 26th Annual International Conference of the 2 (2004).
- [167] THEVENAZ, P., BLU, T., AND UNSER, M. Interpolation revisited. IEEE Trans. Med. Imaging 19, 7 (2000), 739–758.
- [168] THOMAS, L., ALLEN, D., AND MORKEL-KINGSBURY, N. A hidden Markov chain model for the term structure of bond credit risk spreads. *International Review of Financial Analysis* 11, 3 (2002), 311–329.

- [169] TIKHONOV, A., AND ARSENIN, V. Solutions of ill-posed Problems. WH Winston, Washington, DC (1977).
- [170] UNSER, M. Splines : a perfect fit for signal and image processing. Signal Processing Magazine, IEEE 16, 6 (1999), 22–38.
- [171] UNSER, M., ALDROUBI, A., AND EDEN, M. Fast B-spline transforms for continuous image representation and interpolation. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *IEEE Transactions on 13*, 3 (1991), 277–285.
- [172] UNSER, M., ALDROUBI, A., AND EDEN, M. B-spline signal processing : Part II-Efficient design and applications. *IEEE Transactions on Signal Processing* 41, 2 (1993), 834–848.
- [173] VANNUCCINI, L., EARIS, J., HELISTÖ, P., CHEETHAM, B., ROSSI, M., SOVIJÄRVI, A., AND VANDERSCHOOT, J. Capturing and preprocessing of respiratory sounds. *Eur. Respir. Rev.* 10, 77 (2000), 616–620.
- [174] WAINWRIGHT, M., SIMONCELLI, E., AND WILLSKY, A. Random Cascades on Wavelet Trees and Their Use in Analyzing and Modeling Natural Images. Applied and Computational Harmonic Analysis 11, 1 (2001), 89–123.
- [175] WARIS, M. A new method for automatic wheeze detection. Technology and Health Care 6, 1 (1998), 33–40.
- [176] WHITTAKER, J. Graphical models in applied multivariate statistics. Wiley New York, 1990.
- [177] WICKERHAUSER, M. Adapted Wavelet Analysis : From Theory to Software. In Proceedings of the Sixth Annual Conference of the (1994), vol. 3813, Elsevier, pp. 160–173.
- [178] WILLSKY, A. Multiresolution Markov models for signal and image processing. Proceedings of the IEEE 90, 8 (2002), 1396–1458.
- [179] WUNSCH, C., AND STAMMER, D. The global frequency-wavenumber spectrum of oceanic variability estimated from TOPEX/POSEIDON altimetric measurements. *Journal* of Geophysical Research 100, C12 (1995).
- [180] YEGINERAND, M., AND Y.P. KAHYA. Modeling of pulmonary crackles using wavelet networks. Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS. (2005), 7560 - 7563.

Résumé

Les bruits respiratoires sont employés par le médecin comme des indicateurs de l'état physiologique du patient et lui permettent d'établir son diagnostic. Néanmoins, leur interprétation fait intervenir une grande part de subjectivité, liée à la perception du médecin. C'est pourquoi il est actuellement envisagé une analyse automatique de ces sons dans les buts d'assurer la formation des futurs médecins et d'identifier des pathologies pour l'aide au diagnostic. La structure du signal respiratoire se compose du bruit respiratoire normal sur lequel s'additionne éventuellement un son anormal qui peut être soit transitoire (un craquement, un crépitant), soit musical (un sibilant, un stridor) ou encore un mélange (squawk). Les méthodes développés dans ce travail de thèse concernent l'analyse multirésolution des signaux par des outils bavésiens dans le domaine des paquets d'ondelettes, associés à des modèles markoviens multivariés originaux adaptés au contexte difficile du traitement des sons pulmonaires. Nous proposons ainsi une méthodologie pour l'étude des signaux respiratoires, avec pour ambition la possibilité de traiter un large panel de cas pathologiques. Une méthode basée sur l'analyse multivariée du signal après recalage de portions d'intérêt du signal est présentée. Nous introduisons ensuite un nouveau graphe de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes, dans le but d'une analyse multirésolution des signaux pulmonaires et d'une détection plus précise des caractéristiques statistiques de ces signaux particulièrement variables à la fois en temps et en fréquence.

Mots Clés - Analyse de Sons Pulmonaires, Analyse de Signaux Multivariés, Théorie Bayésienne, Modèles de Markov Cachés, Estimation Statistique.

Abstract

The detection of abnormal respiratory sounds is still carried out by pulmonary auscultation using a stethoscope and implies limitations due to the subjectivity of this process. Indeed, it depends on the individual's own hearing, experience and its ability to differentiate patterns. Nowadays, there is a clear need for a normalization of the diagnosis methodology and for the development of a common framework for all the medical community. In this context, much of the knowledge gained in recent years has resulted from the use of modern digital processing techniques, which leads to objective analysis and comparisons of respiratory sounds. Abnormal respiratory sounds are added to the normal breathing sounds and, according to the American Thoracic Society, they fall in two main categories : continuous sounds (Wheezes, Stridors) and discontinuous sounds (crackles). The methods developped in this thesis concern multiresolution analysis of the signals using bayesian tools in the wavelet packets domain, associated to original Markov models well adapted to the difficult context of lung sounds analysis. We then propose a methodology for the study of respiratory signals, with the ambition to be able to handle a wide panel of pathological cases. First, a method based on multivariate signal analysis after a scaling of interesting features is presented. We then introduce a new Markov graph adapted to the wavelet packet decomposition, with the aim of a multiresolution analysis of the lung signals and a more precise detection of the statistical characteristics of these highly unstable signals.

Keywords - Pulmonary Sounds Analysis, Multivariate Signal Analysis, Bayesian Theory, Hidden Markov Modeling, Statistical Estimation.