

N° d'ordre :

École Doctorale Mathématiques, Sciences de
l'Information et de l'Ingénieur

UdS – INSA – ENGEES

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Strasbourg

Discipline : EEA

Spécialité : Imagerie physique et vision par ordinateur

par

Romain ROUX

**Reconstruction 3D de surfaces à transparence partielle ou
totale basée sur la polarimétrie**

Soutenue publiquement le 09 mars 2009

Membres du jury

Directeur de thèse : M. Ernest HIRSCH, professeur, LSIIT
Co-Directeur de thèse : M. Françoise NERRY, chargé de recherche, LSIIT
Rapporteur externe : M. Fabrice MERIAUDEAU, professeur, LE2I
Rapporteur externe : M. Laurent BIGUÉ, professeur, MIPS
Invité : M. Jihad ZALLAT, professeur, LSIIT
Invité : M. Alex LALLEMENT, maître de conférences, LSIIT

**Laboratoire des Sciences de l'Image,
de l'Informatique et de la Télédétection**

UMR CNRS 7005

Table des matières

Introduction	7
Polarisation de la lumière	9
1.1 Définition	9
1.1.1 L'ellipse de polarisation.....	10
1.1.2 Cas de polarisation singuliers.....	12
1.2 Formalismes et caractérisations d'états de polarisation	12
1.2.1 Formalisme de Jones	12
1.2.2 Polarisation aléatoire et matrice de cohérence	13
1.2.3 Formalisme de Stokes/Mueller.....	15
1.2.4 Admissibilité physique.....	17
1.2.5 Matrices de Mueller de composants optiques élémentaires	18
Polarimétrie	27
2.1 Polarimétrie et technologies associées	27
2.2 Principe de la mesure	30
2.3 Retardeurs variables à cristaux liquides	33
2.3.1 Principe.....	33
2.3.2 Dépendances.....	34
2.4 Choix des angles et minimisation du bruit	39
2.5 Procédures d'étalonnage	43
2.5.1 PSA à 4 états	43
2.5.2 PSA à N états.....	44
2.5.3 Comparaison quantitative des deux configurations du PSA	48
2.5.4 Configuration et étalonnage alternatifs	55
2.6 Restauration par estimation du maximum a posteriori.....	57
2.6.1 Choix de la paramétrisation du problème	57
2.6.2 Caractérisation du bruit	65

Reconstruction 3D de surfaces à transparence partielle ou totale basée sur la polarimétrie

2.6.3	Principe de l'estimation de l'état de polarisation	70
2.6.4	Efficacité de l'estimation du MAP	73
Reconstruction 3D et polarimétrie		78
3.1	Etat de l'art	79
3.1.1	Modèle de Fresnel	79
3.1.2	Matrice de Mueller d'une réflexion spéculaire	83
3.1.3	Mesure de la direction du plan d'incidence	83
3.1.4	Segmentation suivant l'angle de Brewster.....	86
3.1.5	Degré de polarisation dans l'infrarouge.....	86
3.1.6	Composante diffuse	87
3.2	De Stokes à la distribution des normales	87
3.3	Des normales à la reconstruction	91
3.3.1	Détermination du gradient.....	91
3.3.2	Méthodes locales	94
3.3.3	Méthodes de relaxation	95
3.3.4	Passage dans l'espace de Fourier	96
3.3.5	Utilisation des « shapelets »	97
3.3.6	Relaxation multi résolution	98
3.4	Tests et analyse des résultats	99
3.4.1	Conditions de validité de la méthode	99
3.4.2	Illumination de la scène.....	106
3.4.3	Test qualitatif.....	106
Extensions		111
4.1	Rétro-éclairage	112
4.2	Polarimétrie multi-vues	115
4.3	Polarimétrie multi-vues multi-bandes	121
4.4	Prise en compte de la BRDF	127
4.4.1	Définitions vectorielles des quantités radiométriques.....	127
4.4.2	Modèle « microfacettes » polarimétrique de la BRDF	131
Conclusion et perspectives		134
Bibliographie		137

Liste des figures et tableaux

Figure 1.1 - Ellipse de polarisation	11
Figure 2.1 - Exemple d'ellipsomètre.....	29
Figure 2.2 - Polarimètre de Stokes ou analyseur d'état de polarisation (PSA).....	31
Figure 2.3 - Composition d'un LCVR (a) sans tension (b) avec tension.....	33
Figure 2.4 - Dispositif de mesure de la retardance effective des LCVR.....	35
Figure 2.5 - Retardance des deux LCVR en fonction de la commande en tension.....	36
Figure 2.6 - Retards fournis par le constructeur, avec et sans correction, et les retards mesurés ..	38
Figure 2.7 - Logarithme du conditionnement de W en fonction des retards de LC1 et LC2 orientés à 27.4° et 72.4° respectivement	42
Figure 2.8 - Logarithme du conditionnement de W en fonction des orientations de LC1 et LC2 pour les couples de retards définis par l'équation (2.16)	42
Figure 2.9 - Procédure d'étalonnage. La lame quart d'onde n'est présente que pour la configuration (2).....	44
Figure 2.10 - Erreur quadratique moyenne commise pour une lumière incidente polarisée linéaire et horizontale ($s=[1,1,0,0]$) en fonction de l'écart-type du bruit pour différents écarts angulaires entre les angles du polariseur de génération lors de la phase d'étalonnage	47
Figure 2.11 - Erreur moyenne estimée sur les quatre canaux de Stokes en fonction de l'écart-type du bruit pour les configurations à 4 états (en pointillés) et à 6 états (en trait plein) pour une lumière incidente polarisée horizontalement $S=[1,1,0,0]$	49
Figure 2.12 - Conditionnement des PMM des configurations à 4 états (en pointillés) et à 6 états (en trait plein)	49
tableau 2.1 - Retards et orientations des LCVR du PSA à 4 états.....	50
tableau 2.2 - Retards et orientations des LCVR du PSA à 6 états.....	51
Figure 2.13 - Histogrammes des images de Stokes mesurées pour une lumière incidente polarisée linéaire et horizontale $S=[1,1,0,0]$	52
Figure 2.14 - Vecteurs de Stokes générés lors de l'étalonnage, tels que mesurés par le PSA à 6 états, en fonction de l'angle du polariseur de génération (passage à la configuration (2), <i>i. e.</i> ajout de la lame quart d'onde, à partir de 180°)	54

Figure 2.15 - Conditionnement de la PMM en chaque pixel pour le PSA à 6 états.....	55
Figure 2.16 - Images de Stokes d'une demi-boule en acrylique vue du dessus, illuminée par derrière. Mesure effectuée à l'aide du PSA à 6 états (colonne de gauche) et du PSA à 121 états (colonne de droite)	64
Figure 2.17 - Densités de probabilité du bruit estimé sur les images de Stokes de la figure 2.15. Acquisitions effectuées avec le PSA à 6 états (colonne de gauche) et le PSA à 121 états (colonne de droite)	67
Figure 2.18 - Image intensité des scènes superposées.....	68
Figure 2.19 - Information mutuelle des images réelles et virtuelles reconstruites en fonction de l'estimée de l'angle de la vitre.....	69
Figure 2.20 - Estimation de l'image réelle.....	70
Figure 2.21 - Estimation de l'image virtuelle	70
Figure 2.22 - Application itérative de l'estimation du MAP	72
Figure 2.23 - Histogramme des quatre canaux du vecteur de Stokes avant et après application de la méthode d'estimation du MAP pour un vecteur de Stokes incident $S=[1,1,0,0]$	74
Figure 2.24 - Image de l'erreur absolue commise sur le deuxième canal de Stokes (a) mesuré et (b) obtenu par estimation du MAP pour un vecteur de Stokes incident $S=[1,1,0,0]$	75
Figure 2.25 - Degré de polarisation du cylindre en plastique noir calculé à partir de (a) l'image de Stokes mesurée et (b) de l'estimée du MAP (images de taille 190x209)	76
Figure 2.26 - Degré de polarisation (DOP) sur la ligne $y=150$ de l'image du cylindre en plastique noir, calculé à partir de l'image de Stokes mesurée et de l'estimée du MAP (coupes horizontales des images de la figure 2.25)	77
Figure 3.1 - Réfraction et réflexion d'une onde plane (dans le plan d'incidence)	79
Figure 3.2 - Zénith θ_i et azimut α de la normale \vec{N} [31].....	81
Figure 3.3 - Degré de polarisation des composantes spéculaire et diffuse en fonction de l'angle d'incidence pour un indice de réfraction égal à 1,5	82
Figure 3.4 - Intersection de deux plans d'incidence	84
Figure 3.5 - Projection des courbes d'iso-profondeur sur le plan image (tirée de [45]).....	85
Figure 3.6 - Composantes perpendiculaire R_{\perp} et parallèle R_{\parallel} en fonction de l'angle d'incidence	89

Figure 3.7 - Composante perpendiculaire R_{\perp}^2 lorsque $R_{\parallel} = 0$ en fonction de l'indice de réfraction	91
Figure 3.8 - (a) Surface élémentaire et normale (b) projection sur le plan $z=0$	92
tableau 3.1 - Comparatif relaxation vs relaxation multirésolution (image de taille 128×128 , d'altitude maximale 128)	99
Figure 3.9 - Notations utilisées pour décrire le changement de milieu de propagation à la surface de l'objet	102
Figure 3.10 - Degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence (abscisses) et de la proportion de l'intensité lumineuse provenant de l'intérieur de l'objet (ordonnées).....	103
Figure 3.11 - Degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence lorsqu'une partie de la lumière provient de l'intérieur de l'objet.....	104
Figure 3.12 - Images d'intensité d'un objet en plastique sous illumination omnidirectionnelle non-polarisée	107
Figure 3.13 - Image de Stokes normalisée déterminée à partir des images d'intensité de la figure 3.12.....	108
Figure 3.14 - Zéniths et azimuts issus de l'image de Stokes visible figure 3.13	108
Figure 3.15 - Carte de profondeur et reconstruction 3D obtenues à partir des coordonnées sphériques des normales visibles figure 3.14	109
Figure 4.1 - DOP de la composante transmise en fonction de l'angle d'incidence.....	112
Figure 4.2 - DOP et azimut pour une demi-boule en acrylique à fond plat rétro-éclairée. Valeurs déterminées à partir de l'image de Stokes de la figure 2.16 (colonne de droite).....	113
Figure 4.3 - Zéniths et azimuts corrigés, calculés à partir du DOP et de l'azimut ambigu de la figure 4.2	113
Figure 4.4 - Carte de profondeur et reconstruction obtenues à l'aide de la méthode de Wei et Klette à partir des zéniths et azimuts de la figure 4.3	114
Figure 4.5 - Carte de profondeur et reconstruction obtenues à l'aide de la méthode des « shapelets » de Kovési à partir des zéniths et azimuts de la figure 4.3	114
Figure 4.6 - Résumé de la méthode d'approximation de la surface par des plans.....	116
Figure 4.7 - Mire d'étalonnage, vue de gauche	117
Figure 4.8 - Métrique associée au dispositif stéréoscopique (en mètres).....	117
Figure 4.9 - Parallélogramme recouvert de papier millimétré	118

Figure 4.10 - Pour la vue de la caméra gauche (a) carte de segmentation, 705 classes distinctes (b) carte des disparités, avec en noir les pixels non appariés.....	119
Figure 4.11 - (a) Carte de profondeur, vue de la caméra de droite (en mètres) (b) reconstruction 3D moyennée sur les deux cartes de profondeur dans le repère de la caméra de droite (en mètres).....	120
tableau 1 - Cotes mesurées et estimées (en cm).....	121
Figure 4.12 - Vues gauche (a) et droite (b) de la caméra.....	122
Figure 4.13 - Carte de segmentation sur les données polarimétriques de la vue de droite (303 classes disjointes).....	123
Figure 4.14 - Carte de disparité issue de la mise en correspondance des images d'intensité multi-spectrales.....	124
Figure 4.15 - Carte de disparité (a) avec corrélation basée sur la distance euclidienne (b) pour les pixels où les cartes de disparités 4.15 (a) et 4.14 sont égales.....	125
Figure 4.16 - Carte de distance à la caméra (en mètres).....	126
Figure 4.17 - Reconstruction 3D (en mètres).....	126
Figure 4.18 - Modélisation de la réflexion par la BRDF.....	128
Figure 4.19 - Définition de la radiance.....	128
Figure 4.20 - Géométrie de la BRDF.....	130

Introduction

L'intégration de la polarimétrie dans les systèmes de vision industrielle constitue une problématique majeure de la métrologie non-destructive, à la frontière entre l'optique, l'informatique industrielle et le traitement d'image. La modélisation tridimensionnelle d'objets se heurte bien souvent à des limitations applicatives imposées notamment par les conditions d'utilisation, par les propriétés physiques des surfaces imagées ainsi que par les technologies d'imagerie polarimétrique. Pour un objet transparent ou métallique et en l'absence d'une illumination parfaitement contrôlée, les méthodes de stéréovision, de « Shape from shading » ou les méthodes utilisant une lumière structurée (par projection de grille par exemple) rencontrent des difficultés rédhibitoires introduites par les réflexions spéculaires inhérentes à la reconstruction de tels objets. En effet, ces méthodes ont été bien souvent développées en vue de la métrologie d'objets opaques à réflexion diffuse. Sans un système d'imagerie *ad hoc*, les distorsions introduites par la composante spéculaire de la réflexion rendent ces reconstructions inexploitable. Afin de contourner ces contraintes, un apport informationnel complémentaire est étudié dans ce travail de thèse. L'analyse de la polarisation introduite par l'interaction entre la surface extérieure de l'objet et la lumière ambiante offre un certain nombre de renseignements

précieux aussi bien sur la nature physique du matériau constituant l'objet que sur sa géométrie. En effet, la polarisation, représentation de la nature vectorielle de la lumière, permet de prendre en compte les transformations résultantes de telles interactions.

L'objectif de cette thèse est multiple. Tout d'abord, il consiste en la mise en œuvre d'un système de mesure polarimétrique permettant de caractériser l'état de polarisation à travers une scène quelconque. Dans l'optique d'élargir le domaine d'application d'un tel système, celui-ci se doit d'être d'une transportabilité accrue par rapport aux polarimètres de Mueller, rapide, mais également d'être spectralement polyvalent. L'utilisation de retardeurs à cristaux liquides nématiques découle de ces contraintes. La conception de ce polarimètre de Stokes est décrite dans le chapitre 2 de ce mémoire. Associée au système de mesure, une méthode de restauration basée sur le maximum *a priori* y est étudiée. En effet, le bruit d'acquisition ainsi que les erreurs de caractérisation du système d'acquisition peuvent introduire une inadmissibilité physique des mesures, phénomène pouvant être amplifié par un écart entre le conditionnement réel de l'ellipsomètre et le conditionnement optimal du système. Après un état de l'art des méthodes de métrologie polarimétrique appliquée aux objets à réflexion spéculaire, une méthode utilisant la mesure complète du vecteur de Stokes sous illumination omnidirectionnelle et dépolarisée est étudiée puis testée sur un objet complexe. Enfin, plusieurs extensions de cette méthode sont proposées pour aboutir à la mise en place d'un système de stéréovision polarimétrique multi-spectrale.

Ce travail a été effectué au Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT, UMR 7005) de Strasbourg au sein des équipes de recherche en Télédétection, Radiométrie et Imagerie Optique (TRIO) et en Modèles, Images et Vision (MIV). Cette synergie est impliquée par la pluridisciplinarité intrinsèque de l'imagerie polarimétrique appliquée à la métrologie 3D.

Chapitre 1

Polarisation de la lumière

Dans ce chapitre, les principes fondamentaux de la théorie de la polarisation de la lumière sont abordés. Les formalismes décrivant les états de polarisation d'une onde électromagnétique, ainsi que les différentes transformations que des éléments optiques peuvent apporter sur ces états, sont décrits. L'accent est porté sur le formalisme de Stokes/Mueller, formalisme qui sera utilisé par la suite dans la plupart des méthodes de traitement et d'analyse des images polarimétriques étudiées et développées dans ce travail.

1.1 Définition

La polarisation d'une onde électromagnétique plane est l'une de ses propriétés fondamentales, les autres étant l'intensité, la longueur d'onde et la cohérence. Cette caractéristique très importante doit être prise en compte pour tout traitement rigoureux des processus d'interaction objet-lumière. En effet, toute interaction de l'onde électromagnétique avec

un milieu quelconque engendre un changement de l'état de polarisation dû aux caractéristiques physiques et géométriques de la cible. D'un point de vue expérimental, on introduit la polarisation par une description des éléments optiques qui agissent physiquement comme des polariseurs, retardeurs et rotateurs. Le traitement expérimental de la polarisation requiert la définition de quantités mesurables permettant de décrire complètement l'état de polarisation. Dans le cas le plus général, la lumière polarisée est décrite par le formalisme de Stokes, le formalisme de Jones ou par la matrice de cohérence introduite par Wolf[60]. Dans le formalisme de Stokes, l'effet d'un système optique sur l'onde lumineuse est traduit par un opérateur linéaire (ou matrice de transformation), la matrice de Mueller, qui agit sur le vecteur de Stokes. Bien qu'il existe une correspondance biunivoque entre matrice de cohérence et vecteur de Stokes, le formalisme de Stokes-Mueller reste plus général et représente un nombre de cas plus étendu, la matrice de Jones ne pouvant prendre en compte que les systèmes dépolarisants.

Dans la suite de ce travail, nous utiliserons exclusivement le formalisme de Stokes-Mueller, qui permet de traiter de façon plus générale les problèmes de mesure et les problèmes de codage des images acquises ainsi que leur traitement.

1.1.1 L'ellipse de polarisation

L'onde électromagnétique, dans un milieu infini, vide de charge, isotrope et homogène, peut être caractérisée par l'action de deux champs de forces nommés champ magnétique et champ électrique. La polarisation d'une onde plane monochromatique est définie par la courbe que trace l'extrémité de son vecteur champ électrique en fonction du temps dans un plan de phase fixe. Soit (x, y, z) un repère direct tel que z soit confondu avec le vecteur d'onde. Il vient que le champ électrique dans le plan de phase peut être décomposé sur la base (x, y) , *i. e.* $\vec{E} = (E_x, E_y)$ avec :

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0}(t).e^{i(\omega t + \delta_x(t))} \\ E_y &= E_{y0}(t).e^{i(\omega t + \delta_y(t))} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Si E_{x0} , E_{y0} et $\delta = \delta_y - \delta_x$ sont indépendants du temps, l'extrémité du champ \vec{E} décrit une ellipse (figure 1.1) donnée par l'équation :

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{x0} E_{y0}} \cos(\delta) = \sin(\delta)^2 \quad (1.2)$$

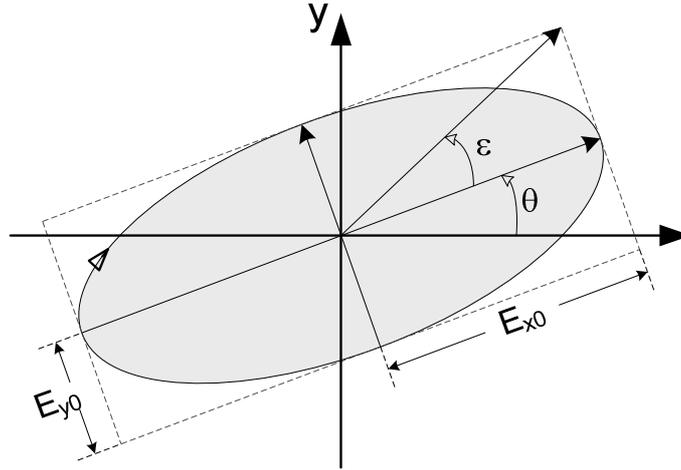


Figure 1.1 - Ellipse de polarisation

On déduit de (1.2) les équations liant les composantes du champ électrique aux paramètres de l'ellipse :

Ellipticité ε :

$$\sin(2\varepsilon) = 2 \frac{E_{x0} E_{y0} \sin(\delta)}{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \quad \text{avec} \quad -\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4} \quad (1.3)$$

Azimut θ :

$$\tan(2\theta) = 2 \frac{E_{x0} E_{y0} \cos(\delta)}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \quad \text{avec} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (1.4)$$

Amplitude A :

$$A = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \quad (1.5)$$

Le sens de parcours de l'ellipse par l'extrémité du vecteur champ électrique dépend uniquement du signe de δ . Par convention, une polarisation est dite droite si $\sin(\delta) > 0$ et gauche si $\sin(\delta) < 0$.

1.1.2 Cas de polarisation singuliers

Sous certaines conditions, l'ellipse de polarisation peut dégénérer en un segment de droite ou un cercle. On distingue alors les cas de polarisation remarquables suivants :

Polarisation rectiligne selon l'axe x, verticale ou perpendiculaire :	$E_{y0} = 0$
Polarisation rectiligne selon l'axe y, horizontale ou parallèle :	$E_{x0} = 0$
Vibration linéaire à pente positive :	$\delta = 0$
Vibration linéaire à pente négative :	$\delta = \pi$
Ellipse d'azimut nul :	$\delta = \pm \pi/2$

1.2 Formalismes et caractérisations d'états de polarisation

1.2.1 Formalisme de Jones

Le formalisme de Jones est une représentation matricielle simple de l'état de polarisation d'une onde électromagnétique et de la transformation de celui-ci à travers un système optique. Le vecteur de Jones décrivant l'état de polarisation est défini par le vecteur complexe :

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x0}(t) \cdot e^{(i\omega t + i\delta_x(t))} \\ E_{y0}(t) \cdot e^{(i\omega t + i\delta_y(t))} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

On peut, par suite, caractériser un système optique par une matrice 2×2 , dite de Jones, notée ici \mathbf{J} . Cette matrice offre la possibilité de déterminer \mathbf{E}' , le vecteur de Jones après interaction avec ce système optique, par simple multiplication matricielle :

$$\mathbf{E}' = \mathbf{J}\mathbf{E} \quad (1.7)$$

Ce formalisme ne sera pas utilisé par la suite étant donné qu'il ne peut caractériser que les cas où la lumière reste totalement polarisée et donc les interactions non-dépolarisantes.

1.2.2 Polarisation aléatoire et matrice de cohérence

La définition de la polarisation d'une onde lumineuse suppose que cette dernière est monochromatique, ce qui est rarement le cas dans la réalité où l'éclairage est, *a priori*, partiellement polarisé. La composante polarisée de l'éclairage provient essentiellement de la partie indirecte du rayonnement qui gagne en polarisation après réflexions sur les surfaces alentour. Dans le cas d'un éclairage cohérent, les systèmes d'observation à intégration de flux font intervenir des moyennes d'ensemble dues à l'ouverture angulaire (FOV) de l'instrument, ainsi que des moyennes temporelles directement liées au temps d'intégration du détecteur, ce qui génère la dépolarisation. En effet, la moyenne d'ensemble consiste en la somme des ondes provenant de différentes parties de l'objet observé. Cette somme réduit la cohérence de l'onde résultante au niveau du détecteur. Par ailleurs, le champ électrique de l'onde au niveau du détecteur s'écrit comme :

$$E = \left[A(t)\hat{x} + B(t)e^{i\phi(t)}\hat{y} \right] e^{i\omega t} \quad (1.8)$$

La dépendance temporelle des amplitudes A , B et de la phase ϕ , liée au temps de cohérence de l'onde, induit un étalement de spectre de l'onde $\Delta f \ll \frac{\omega}{2\pi}$. Si maintenant, le temps d'observation est inférieur à $\frac{2\pi}{\Delta f}$, l'onde est observée sera complètement polarisée (complètement dépolarisée dans le cas contraire). Ainsi, pour une onde partiellement polarisée, le champ \vec{E} fluctue autour d'une polarisation moyenne. Le caractère aléatoire qui engendre la dépolarisation peut être appréhendée en étudiant la matrice de covariance de E_x et de E_y , considérés comme des variables aléatoires :

$$\mathbf{\Gamma} = \langle \mathbf{E}\mathbf{E}^{t*} \rangle = \begin{pmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |E_x(t)|^2 \rangle & \langle E_x(t)E_y(t)^* e^{i\delta} \rangle \\ \langle E_x(t)^* E_y(t) e^{i\delta} \rangle & \langle |E_y(t)|^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

où $*$ est l'opérateur de conjugaison. Cette matrice introduite par Wolf est appelée matrice de cohérence de l'onde. On observe que les éléments de cette matrice sont des termes quadratiques (proportionnels à une intensité), donc mesurables avec un dispositif optique approprié. La matrice de cohérence d'une onde partiellement polarisée peut être décomposée en la somme d'une matrice de cohérence d'une onde complètement dépolarisée et d'une matrice de cohérence d'une onde complètement polarisée :

$$\Gamma = \Gamma_D + \Gamma_P = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b & d \\ d^* & c \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

où $a, b, c \geq 0$ et $bc - dd^* = 0$

La trace de la matrice de cohérence donne directement l'intensité totale de l'onde :

$$tr(\Gamma) = \Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} = \langle |E_x(t)|^2 \rangle + \langle |E_y(t)|^2 \rangle = I_0 \quad (1.11)$$

Par ailleurs, la décomposition de cette matrice (hermitienne par définition) en valeurs propres donne :

$$\Gamma = \mathbf{U} \Lambda \mathbf{U}^{t*} = \lambda_1 u_1 u_1^{t*} + \lambda_2 u_2 u_2^{t*} \quad (1.12)$$

avec $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ les valeurs propres et u_1, u_2 les vecteurs propres. Le symbole t représente la transposition. On pourra donc décomposer une onde partiellement polarisée comme la somme incohérente de deux ondes complètement polarisées.

On définit le degré de polarisation de l'onde par :

$$\rho = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\text{Intensité de la composante polarisée}}{\text{Intensité totale}} \quad (1.13)$$

Et donc, par définition, $0 \leq \rho \leq 1$. Il apparaît que cette caractéristique intrinsèque de l'onde, ainsi que son intensité, sont invariantes par changement de base. Ces deux données peuvent être définies en fonction des invariants, *i. e.* de la trace et du déterminant de la matrice de cohérence Γ par :

$$\rho = \sqrt{1 - 4 \frac{\det(\Gamma)}{\text{tr}(\Gamma)^2}} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \text{ et } I = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \quad (1.14)$$

$\rho = 1$ implique que $\det(\Gamma) = 0$ et donc que $\lambda_2 = 0$, ce qui correspond à une onde totalement polarisée. $\rho = 0$ implique que $\lambda_1 = \lambda_2$ et donc que l'onde est dépolarisée.

1.2.3 Formalisme de Stokes/Mueller

Le vecteur de Stokes représentant une onde polarisée est défini comme suit :

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle E_{x0}^2 \rangle + \langle E_{y0}^2 \rangle \\ \langle E_{x0}^2 \rangle - \langle E_{y0}^2 \rangle \\ 2 \langle E_{x0} E_{y0} \cos(\delta_y - \delta_x) \rangle \\ 2 \langle E_{x0} E_{y0} \sin(\delta_y - \delta_x) \rangle \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

S_0 représente l'intensité totale de l'onde. S_1 et S_2 sont liés à l'alignement des axes de l'ellipse tel que l'axe principal forme un angle $\theta = \arg\left(\frac{S_1 + iS_2}{2}\right) = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$ avec l'axe Ox .

S_3 est relié à l'aire orientée de l'ellipse égale à πS_3 . Il décrit la partie circulaire de l'onde.

Pour une onde complètement polarisée, les paramètres de Stokes peuvent être reliés aux paramètres géométriques de l'ellipse de polarisation :

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{S_2}{S_1}\right) \quad (1.16)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}\right) \quad (1.17)$$

On peut passer de la matrice de cohérence au vecteur de Stokes par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & i & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_{xx} \\ \Gamma_{yy} \\ \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yy} \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

et inversement :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{xx} \\ \Gamma_{yy} \\ \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & -1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

L'onde incidente sur un objet interagit avec ce dernier pour donner l'onde sortante. Pour une interaction linéaire, en appelant S le vecteur de Stokes de l'onde entrante et S' celui de l'onde à la sortie, les deux vecteurs sont reliés par un opérateur réel 4x4 appelé matrice de Mueller, telle que :

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S} \quad (1.20)$$

Un système optique composé de N éléments optiques caractérisés par leurs matrices de Mueller $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_N$ aura pour matrice de Mueller :

$$\mathbf{M} = \prod_{i=1}^N \mathbf{M}_i \quad (1.21)$$

Le traitement des ondes polarisées avec les vecteurs de Stokes et les matrices de Mueller constitue un formalisme cohérent, bien adapté à la mesure, appelé formalisme de Stokes-Mueller.

1.2.4 Admissibilité physique

À l'instar de la matrice de cohérence, le vecteur de Stokes d'une onde électromagnétique peut être séparé en deux vecteurs d'ondes particulières : le vecteur d'une onde polarisée et le vecteur d'une onde non-polarisée. Ce qui revient à écrire :

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1-\rho)S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

Le degré de polarisation ρ , représentant la proportion de lumière polarisée, peut être calculé à partir des paramètres de Stokes :

$$\rho = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (1.23)$$

Par définition, le degré de polarisation doit être compris entre 0 et 1. On en déduit ainsi deux contraintes qu'un vecteur de Stokes doit satisfaire pour être physiquement réalisable :

$$\begin{cases} S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \\ S_0 \geq 0 \end{cases} \quad (1.24)$$

C'est sur ces contraintes que se base l'algorithme de restauration d'images de polarisation détaillé dans le chapitre 2. De même, bien qu'analytiquement plus complexe à formuler, il est possible de définir des contraintes d'admissibilité physique pour la matrice de Mueller. A tout vecteur de Stokes incident satisfaisant les contraintes définies en (1.24), une matrice de Mueller physiquement réalisable doit faire correspondre un vecteur de Stokes en sortie obéissant aux mêmes contraintes. Il existe de nombreuses formulations analytiques de ce problème dans la littérature [19], [51], [18], [35], [32].

1.2.5 Matrices de Mueller de composants optiques élémentaires

Soit $M = (m_{ij})$ avec $i = 1, 4$ et $j = 1, 4$ une matrice de Mueller.

Rotation des axes xy

Les matrices de Mueller sont explicitées pour des orientations particulières des composants dans le plan. Pour une orientation α , la matrice $M(\alpha)$ se déduit de $M(\alpha = 0)$

par :

$$\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{R}(-\alpha) \cdot \mathbf{M}(\alpha = 0) \cdot \mathbf{R}(\alpha) \quad (1.25)$$

où $R(\alpha)$ est la matrice de rotation :

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) & 0 \\ 0 & -\sin(2\alpha) & \cos(2\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

Dichroïsme et polarisance

Un élément optique dichroïque présente une anisotropie d'absorption ; il modifie uniquement les amplitudes des composantes du champ électrique. Sa transmission en intensité dépend de l'état de polarisation incident. La première ligne de la matrice de Mueller \mathbf{M} détermine complètement la transmission en intensité. On peut montrer que les transmissions maximum et minimum T_{\min} et T_{\max} sont données par :

$$T_{\min}^{\max} = m_{11} \pm \sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2} \quad (1.27)$$

On définit alors le dichroïsme scalaire par :

$$D = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} = \frac{\sqrt{m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2}}{m_{11}} \quad (1.28)$$

D varie entre 0 pour un élément dont la transmission est indépendante de l'état de polarisation de l'onde incidente et 1 pour un polariseur idéal. La seule définition du dichroïsme scalaire n'est pas suffisante pour distinguer deux éléments optiques qui peuvent avoir la même valeur de D tout en ayant cependant deux dichroïsmes différents. On introduit donc les axes de dichroïsme en observant que les états propres de polarisation pour lesquels les transmissions sont T_{\min} et T_{\max} sont donnés par :

$$S_{\max} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m_{12}}{m_{11}} D \\ \frac{m_{13}}{m_{11}} D \\ \frac{m_{14}}{m_{11}} D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} \text{ et } S_{\min} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{m_{12}}{m_{11}} D \\ -\frac{m_{13}}{m_{11}} D \\ -\frac{m_{14}}{m_{11}} D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -d_1 \\ -d_2 \\ -d_3 \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

Le vecteur dichroïsme peut alors être défini par :

$$\mathbf{D} = D \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{T_H - T_V}{T_H + T_V} \\ \frac{T_{45} - T_{135}}{T_{45} + T_{135}} \\ \frac{T_R - T_L}{T_R + T_L} \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

où T_H , T_V , T_{45} , T_{135} , T_R et T_L sont respectivement les transmittances pour des ondes polarisées horizontalement, verticalement, linéairement à 45° , 135° et circulaire droite et gauche. Dans le cas d'une onde incidente non polarisée, l'état de sortie est déterminé par la première colonne de la matrice de Mueller. La polarisance est ainsi définie comme le degré de polarisation de l'onde à la sortie. On rappelle que la polarisation de la lumière est une de ses caractéristiques propres tandis que la polarisance est une caractéristique du système optique qui agit sur cette dernière.

De la même manière que précédemment, on définit la polarisance scalaire par :

$$P = \frac{\sqrt{m_{21}^2 + m_{31}^2 + m_{41}^2}}{m_{11}} \quad (1.31)$$

Et le vecteur polarisance par :

$$\mathbf{P} = \frac{1}{m_{11}} \begin{pmatrix} m_{21} \\ m_{31} \\ m_{41} \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

Le vecteur de Stokes émergent d'un système optique lorsque la lumière incidente est non polarisée est donnée par $(1, \mathbf{P}')^t$. On démontre facilement que le dichroïsme scalaire et la polarisance scalaire d'une matrice de Mueller sont invariants par rotation. Ils sont donc indépendants de l'orientation moyenne des zones de l'objet associées à chacun des pixels.

Composants optiques élémentaires

Polariseurs

Un polariseur parfait est par définition un élément optique qui, lorsqu'il est éclairé par une lumière non polarisée, transmet un faisceau complètement polarisé. Selon l'état de polarisation transmis (linéaire, circulaire ou elliptique), le polariseur est dit linéaire, circulaire ou elliptique. Généralement, un polariseur circulaire ou elliptique est constitué par un polariseur linéaire suivi d'une lame quart d'onde orientée adéquatement. Un polariseur dépolarisant est capable d'augmenter le degré de polarisation d'un faisceau incident non polarisé mais également de réduire celui d'un faisceau incident complètement polarisé.

Quelques exemples de matrices de Mueller de polariseurs sont donnés ci-dessous :

Polariseur linéaire à 0° :

$$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Polariseur linéaire à 45° :

$$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Polariseur linéaire à α° :

$$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & C & S & 0 \\ C & C^2 & CS & 0 \\ C & CS & S^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Polariseur circulaire :

$$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Polariseur elliptique d'ellipticité $\tan(\varepsilon)$ et d'orientation α :

$$\frac{\tau}{2} \begin{pmatrix} 1 & CC_e & SC_e & \pm S_e \\ CC_e & C^2 C_e^2 & CSC_e^2 & \pm CS_e C_e \\ SC_e & CSC_e^2 & S^2 C_e^2 & \pm SS_e C_e \\ \pm S_e & \pm CS_e C_e & \pm SS_e C_e & S_e \end{pmatrix}$$

avec $C = \cos(2\alpha)$, $S = \sin(2\alpha)$, $C_e = \cos(2\varepsilon)$, $S_e = \sin(2\varepsilon)$ et τ le coefficient de transmission

Polariseurs partiels

La matrice de Mueller d'un polariseur partiel est symétrique et s'écrit comme :

$$\mathbf{M}_D = T_u \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{D}' \\ D & m_D \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

avec $m_D = \sqrt{1-D^2}I + \frac{(1-\sqrt{1-D^2})\mathbf{D}\mathbf{D}'}{\|\mathbf{D}\|^2}$. T_u est la transmittance en intensité pour une lumière incidente non polarisée.

Un polariseur partiel linéaire est caractérisé par son coefficient d'atténuation $\eta = \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$ où T_{\min} et T_{\max} sont les transmittances obtenues pour les états de polarisation linéaires qui respectivement minimisent et maximisent l'intensité transmise. On définit alors le coefficient de polarisation partielle ψ par :

$$\cos(2\psi) = \frac{\eta-1}{\eta+1} \quad (1.34)$$

Par conséquent, la matrice de Mueller d'un tel élément s'écrit :

$$\mathbf{P}(\psi) = \begin{pmatrix} 1 & -\cos(2\psi) & 0 & 0 \\ -\cos(2\psi) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(2\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(2\psi) \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

Déphaseurs élémentaires

Un déphaseur orthogonal est un élément optique qui admet deux états propres de polarisation orthogonaux qui définissent les vecteurs d'une base de polarisation liée à l'élément. Sans altérer la polarisation de l'onde incidente, ni son intensité, cet élément introduit une

différence de phase entre les composantes de l'onde définies dans la base propre du déphaseur. Selon la nature des états propres du déphaseur, linéaires, circulaires ou elliptique, ce dernier est dit linéaire, circulaire ou elliptique. Si on note δ , où $0 \leq \delta \leq \pi$, la différence de phase introduite par le déphaseur entre ses deux états propres, on démontre les expressions analytiques des matrices de Mueller suivantes [23] :

Déphaseur linéaire
dans sa propre base :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\delta) & -\sin(\delta) \\ 0 & 0 & \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{pmatrix}$$

Déphaseur orienté
selon α° :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C^2 + S^2 \cos(\delta) & CS(1 - \cos(\delta)) & S \sin(\delta) \\ 0 & CS(1 - \cos(\delta)) & S^2 + C^2 \cos(\delta) & -C \sin(\delta) \\ 0 & -S \sin(\delta) & C \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{pmatrix}$$

Déphaseur circulaire :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) & \pm \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \pm \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Déphaseur elliptique
orienté selon α° , ellipticité
 $\tan(\varepsilon)$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D^2 - E^2 - F^2 + G^2 & 2(DE + FG) & -2(DF + EG) \\ 0 & 2(DE - FG) & -D^2 + E^2 - F^2 + G^2 & -2(DG - EF) \\ 0 & -2(DF - EG) & -2(DG + EF) & -D^2 - E^2 + F^2 + G^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} C = \cos(2\alpha) \\ S = \sin(2\alpha) \\ D = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ E = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ F = \sin(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ G = \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{cases}$$

L'axe rapide est défini par l'état de polarisation propre pour lequel le déphasage est le plus faible. Soit $(1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)^t$ le vecteur de Stokes correspondant. Cet état est généralement elliptique et totalement polarisé. Le grand axe de l'ellipse définit l'axe rapide du déphaseur. Le retard δ et l'axe rapide associés au déphaseur définissent le vecteur retard \mathbf{R} , de la façon suivante :

$$\mathbf{R} = \delta \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

R_H , R_{45} et R_C sont respectivement les composantes horizontale, linéaire à 45° et circulaire du vecteur retard. On notera que $\delta = \sqrt{R_H^2 + R_{45}^2 + R_C^2}$.

La forme générale de la matrice de Mueller d'un déphaseur s'écrit :

$$\mathbf{M}_R = \begin{pmatrix} 1 & 0^t \\ 0 & m_R \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

Avec :

$$(m_R)_{ij} = \delta_{ij} \cos(\delta) + a_i a_j (1 - \cos(\delta)) + \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} a_k \sin(\delta) \text{ et } i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (1.38)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker et ε_{ijk} est le symbole de commutation de Levi-Civita. Les états propres de polarisation sont donnés par les vecteurs propres de la matrice \mathbf{M}_R , *i. e.* :

$$\mathbf{M}_R \begin{pmatrix} 1 \\ \pm R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm R \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

Inversement,

$$\begin{cases} \delta = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{M}_R) - 1 \right) \\ a_1 = \frac{1}{2 \sin(\delta)} (m_{R23} - m_{R32}) \\ a_2 = \frac{1}{2 \sin(\delta)} (m_{R31} - m_{R13}) \\ a_3 = \frac{1}{2 \sin(\delta)} (m_{R12} - m_{R21}) \end{cases} \quad (1.40)$$

Déphaseur dichroïque linéaire

La matrice de réflexion de Fresnel \mathcal{R} sur une surface spéculaire s'écrit comme le produit d'un polariseur partiel $\mathbf{P}(\psi)$ et d'un déphaseur linéaire. Il en est de même pour la matrice de transmission \mathcal{T} à travers une surface du même type. À partir des expressions développées précédemment, nous pouvons écrire:

$$\mathcal{R} = \mathcal{T} = \tau \begin{pmatrix} 1 & -2 \cos(\psi) & 0 & 0 \\ -2 \cos(\psi) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(2\psi) \cos(\delta) & \sin(2\psi) \sin(\delta) \\ 0 & 0 & -\sin(2\psi) \sin(\delta) & \sin(2\psi) \cos(\delta) \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

Cette matrice admet 4 valeurs propres, à savoir :

$$\begin{cases} 2\tau \sin^2(\delta) \\ 2\tau \cos^2(\delta) \\ \tau \sin(2\psi) e^{i\delta} \\ \tau \sin(2\psi) e^{-i\delta} \end{cases} \quad (1.42)$$

Dépolariseurs

La matrice de Mueller d'un dépolariseur non homogène :

$$\mathbf{M}_{dep} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

Lorsque $a = b = c = 0$, le dépolariseur est dit « pur » (il dépolarise également tous les états de polarisation incidents). On définit le facteur de dépolarisation moyen par :

$$\Delta_m = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \text{ et } 0 \leq \Delta_m \leq 1 \quad (1.44)$$

Conclusion

Le formalisme de Stokes/Mueller est une caractérisation complète et cohérente de l'état de polarisation et des transformations qu'un système optique ou une interaction avec une scène peuvent introduire sur la polarisation d'une onde. Par la suite, le lecteur pourra se référer aux différentes définitions et à l'expression des matrices de Mueller « canoniques » exposées dans cette section. Ces équations nous serviront de base pour l'analyse des systèmes polarimétriques étudiés, ainsi que pour la conception du polarimètre de Stokes développé dans le cadre de cette thèse. Les conditions de réalisabilité physique seront utilisées lors de l'étape de restauration des images de Stokes.

Chapitre 2

Polarimétrie

Dans ce chapitre, un état de l'art de la polarimétrie de Stokes est brièvement exposé. Les principes du polarimètre de Stokes développé dans le cadre de cette thèse sont abordés. On y décrit également la principale technologie utilisée pour cette réalisation, à savoir les retardeurs variables à cristaux liquides nématiques. Enfin, une comparaison entre deux des configurations classiques pour le polarimètre est détaillée à travers une étude quantitative de leurs efficacités respectives, avec ou sans restauration préalable. Une configuration alternative, utilisant un nombre d'état de modulation plus large est proposée puis comparée aux configurations classiques.

2.1 Polarimétrie et technologies associées

Le terme « polarimétrie » est communément défini comme étant la mesure de la rotation du plan de polarisation à la traversée des substances actives. On utilise principalement ce terme pour désigner la mesure de l'état de polarisation de la lumière, cohérente ou non, après interaction

avec une scène ou un système optique. On distingue généralement deux types de polarimètres : les polarimètres passifs, destinés à l'acquisition du vecteur de Stokes [20, 43] (complet ou non) ou du degré de polarisation et les polarimètres actifs, destinés, par exemple, à la mesure de la matrice de Mueller[11, 25]. Nous nous intéresserons dans cette partie aux différentes technologies existantes, et aux techniques associées, permettant la mesure complète du vecteur de Stokes sous la forme de quatre images, correspondant chacune à l'un de ses paramètres, acquis via une caméra. Ces systèmes sont généralement désignés sous le nom d'analyseur d'état de polarisation (ou PSA pour Polarization State Analyzer). Ils sont, dans la plupart des cas, également utilisés en tant que générateur d'états de polarisation (PSG pour Polarization State Generator) pour les polarimètres actifs. Ces systèmes nécessitent l'utilisation de modulateurs spatiaux de lumière, et plus particulièrement de modulateurs d'état de polarisation. En effet, seul le premier élément du vecteur de Stokes est directement mesurable, puisque correspondant à l'intensité de l'onde. En analysant l'onde incidente suivant plusieurs modalités induites par le(s) modulateur(s) utilisé(s), la détermination du vecteur de Stokes devient possible. Nous allons passer en revue différents modulateurs de polarisation : les déphaseurs linéaires sur montures rotatives, les cellules de Pockels et les modulateurs photoélastiques. Les modulateurs à cristaux liquides nématiques seront abordés dans la section suivante en tant que partie intégrante du système d'acquisition conçu dans le cadre de cette thèse.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, les ellipsomètres, systèmes mesurant la transformation de l'ellipse de polarisation introduite par une scène, sont généralement composés de deux parties identiques ou non : un PSG et un PSA. Afin de mesurer une matrice de Mueller quelconque, il va être nécessaire de générer un nombre suffisant d'états de polarisation indépendants entre eux et de les analyser suivant un nombre suffisant de modalités indépendantes.

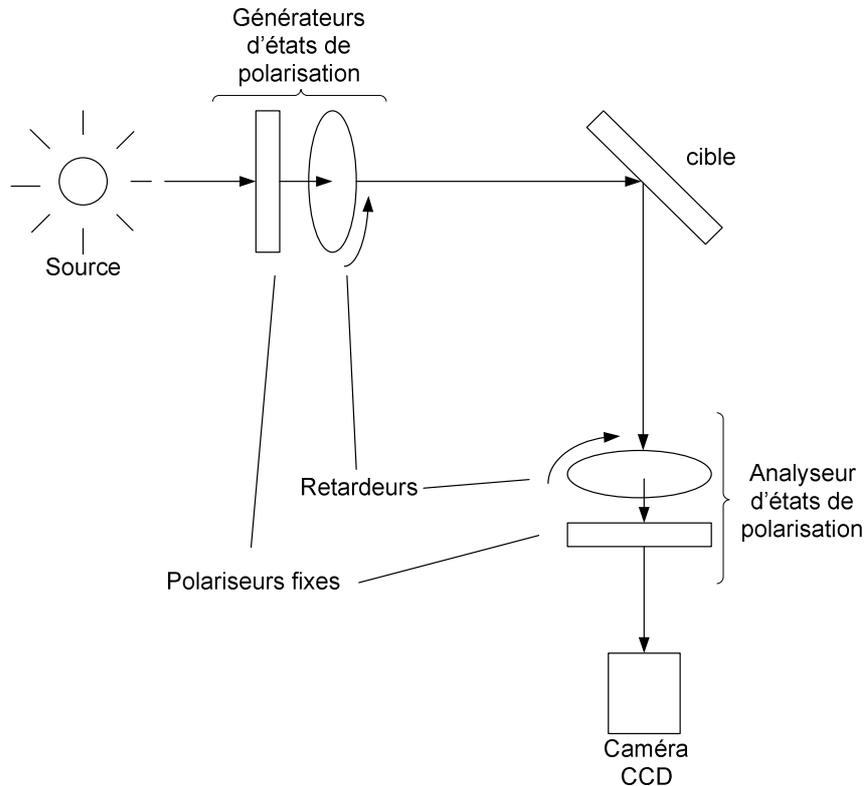


Figure 2.1 - Exemple d'ellipsomètre

Dans le cas le plus général, la matrice de Mueller possède seize degrés de liberté. Le vecteur de Stokes est lui de rang inférieur ou égal à quatre. Il apparaît donc évident que le PSG devra permettre la génération de quatre états indépendants, et le PSA l'analyse suivant quatre modalités indépendantes. Pour parvenir à ce résultat, l'utilisation de retardeurs tournants (*e. g.* des lames quart d'onde placées sur des montures rotatives) associés à un polariseur fixe a été largement développée dans la littérature [6, 52]. Un exemple d'ellipsomètre est présenté figure 2.1. L'asservissement radial des retardeurs induit les principaux défauts de ce type de technique : un temps d'acquisition pouvant atteindre quelques minutes et une transportabilité limitée.

Le principe des ellipsomètres ou polarimètres de Mueller est généralement le même que celui présenté figure 2.1. Seule la technologie de modulation change. Les cellules de Pockels utilisent l'effet du même nom, d'après les travaux de F.C.A. Pockels qui étudia ce phénomène à la fin du XIXe siècle. L'effet Pockels correspond à l'évolution, et *in fine* au contrôle, de la biréfringence par un champ électrique dans certains cristaux tels que le niobate de lithium ou

l'arséniure de gallium. Ces modulateurs permettent l'obtention de fréquences d'acquisition pouvant atteindre plusieurs MHz [13]. Outre leur faible bande spectrale utile, ces modulateurs sont très sensibles aux variations de température.

Une autre solution consiste en l'utilisation de modulateurs photoélastiques, comme il est proposé notamment dans [12]. Cette technologie s'appuie sur la modification de la biréfringence de certains matériaux lorsque des contraintes mécaniques leur sont appliquées. Ces contraintes sont appliquées sous la forme d'une déformation oscillant à la fréquence de résonance du matériau. Cette pression alternative est exercée à l'aide d'un transducteur piézoélectrique. Ce type de modulateurs nécessite un contrôle très précis de la température ; la fréquence de modulation, dépendant bien évidemment de ses dimensions, n'est pas contrôlable.

Il est également possible d'utiliser des modulateurs à cristaux liquides ferroélectriques [24]. Le déphasage est introduit via un effet électro-optique. En théorie, ces modulateurs ne permettent que la commutation entre deux orientations, à des retards fixes. En pratique, il est possible de les utiliser dans leur phase intermédiaire de commutation et de disposer ainsi d'une plus grande plage de déphasages. Il est possible de chaîner plusieurs modulateurs à cristaux liquides ferroélectriques, afin de produire la modulation nécessaire à la détermination du vecteur de Stokes, et ce, à des cadences de plusieurs kHz. Cependant, il nous est apparu comme primordial de pouvoir, à l'avenir, utiliser le même système de mesure à différentes longueurs d'ondes. Or, un polarimètre composé de tels modulateurs ne permet pas d'obtenir les mêmes retards sur plusieurs bandes spectrales, nous empêchant ainsi de conserver une configuration optimale du PSA si aucune modification manuelle de l'orientation des déphaseurs n'est apportée.

2.2 Principe de la mesure

Mesurer la polarisation de la lumière provenant d'une scène repose essentiellement sur la possibilité de construire un analyseur de l'état de polarisation ou PSA qui permet d'accéder au vecteur de Stokes de la lumière provenant de l'objet en chaque pixel. Nous avons choisi d'utiliser des éléments à cristaux liquides nématiques qui présentent l'avantage de ne nécessiter aucun

élément mécanique et permettent des cadences d'acquisition proches de la cadence vidéo. Ces retardeurs à cristaux liquides seront désignés dans la suite par les labels « LC1 » et « LC2 », indiquant ainsi l'ordre dans lequel ils seront agencés. Ils sont étudiés plus en détails dans la section suivante. Le schéma de conception de cet analyseur est présenté figure 2.2.

L'état de polarisation de la lumière provenant de la pupille d'entrée du PSA vers la caméra CCD est décrit, après son passage à travers les divers éléments optiques, par le produit de la matrice de Mueller du système entier (produit des matrices de Mueller des éléments qui constituent le PSA) avec le vecteur de Stokes entrant :

$$\mathbf{S}' = \prod_i \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{S} = \mathbf{M}_{PSA} \cdot \mathbf{S} \quad (2.1)$$

Où les \mathbf{M}_i sont les matrices de Muller des éléments optiques composant le PSA.

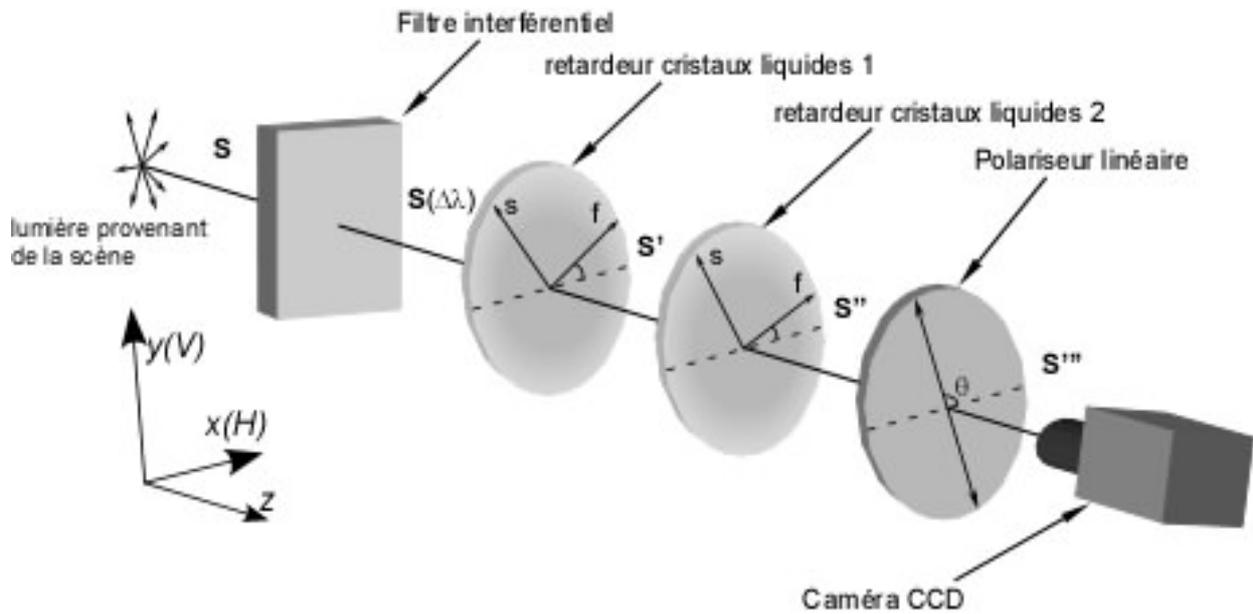


Figure 2.2 - Polarimètre de Stokes ou analyseur d'état de polarisation (PSA)

L'équation (2.1) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I' \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

La mesure de l'état de polarisation est achevée par la mesure du premier élément du vecteur de Stokes sortant, I' , par les éléments du CCD en changeant l'état du modulateur PSA $\mathbf{M}_{PSA,k}$ avec $k = 1, 2, \dots, N$. La relation entre les N intensités mesurées (I'_1, I'_2, \dots, I'_N) et le vecteur de Stokes incident s'écrit :

$$\begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ \vdots \\ I'_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11,1} & m_{12,1} & m_{13,1} & m_{14,1} \\ m_{11,2} & m_{12,2} & m_{13,2} & m_{14,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{11,N} & m_{12,N} & m_{13,N} & m_{14,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ou encore :

$$\mathbf{I}' = \mathbf{W} \cdot \mathbf{S} \quad (2.4)$$

\mathbf{W} est une matrice $4 \times N$ qu'on appellera « matrice de réduction des données » (MRD) par la suite. Cette matrice est fonction des propriétés polarimétriques des éléments optiques qui composent le système de mesure. En principe, cette matrice doit être connue et doit être construite pour assurer une modulation efficace du signal \mathbf{I}' afin de retrouver l'état de polarisation incident. Lorsque $N \geq 4$ et que la matrice \mathbf{W} est connue exactement, le vecteur de Stokes \mathbf{S} peut être obtenu par :

$$\mathbf{S} = \mathbf{W}^\# \cdot \mathbf{I}' = (\mathbf{W}^t \cdot \mathbf{W})^{-1} \cdot \mathbf{W}^t \cdot \mathbf{I}' \quad (2.5)$$

$W^\#$ étant la pseudo-inverse de la matrice W . On montre que $W^\#$, appelée par la suite « matrice de mesure polarimétrique » (ou PMM pour « Polarization Measurement Matrix »), fournit la solution au sens des moindres carrés de S .

Comme il est affirmé dans [45], il est important de noter que le modèle de projection utilisé pour la caméra doit être le modèle orthographique, puisque la lumière doit être projetée orthogonalement sur tous les éléments optiques constituant le PSA pour permettre une mesure correcte de l'état de polarisation.

2.3 Retardeurs variables à cristaux liquides

2.3.1 Principe

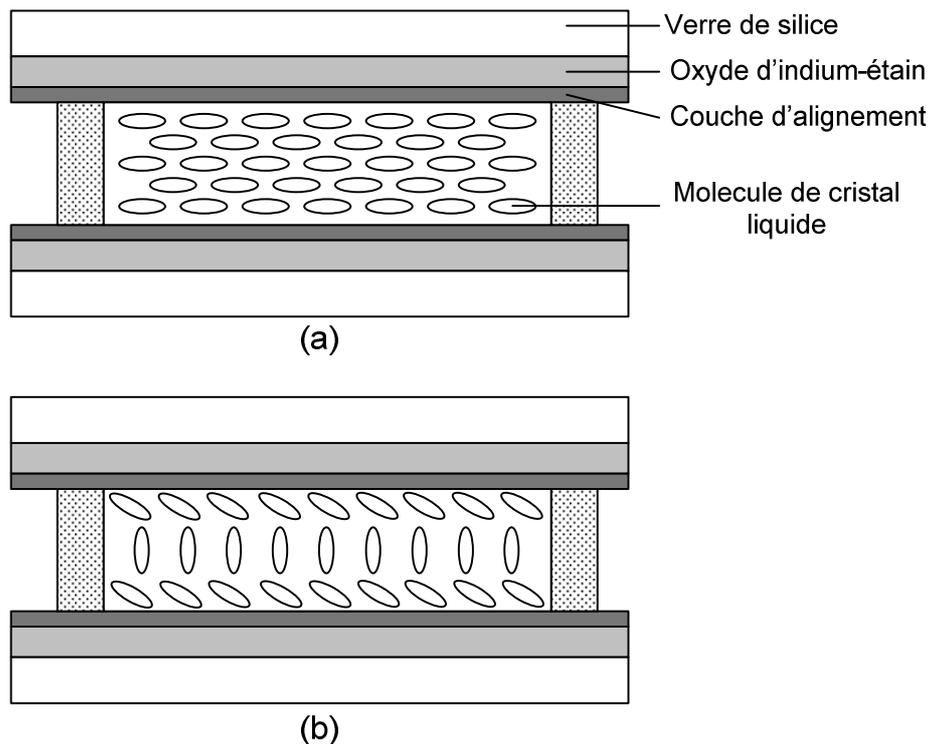


Figure 2.3 - Composition d'un LCVR (a) sans tension (b) avec tension

Les retardeurs variables à cristaux liquides (LCVR pour « Liquid Crystal Variable Retarders ») sont aujourd'hui largement utilisés dans le domaine de la polarimétrie. En effet,

cette technologie offre la possibilité de modifier le retard appliqué à la lumière incidente à l'aide d'une commande en tension. Du fait de sa faible latence, ce type de retardeur permet d'atteindre des cadences d'acquisition beaucoup plus importantes que celles obtenues avec des lames quart d'onde sur monture rotative. Les LCVR sont constitués, de part et d'autre, de verre de silice recouvert d'une couche d'oxyde d'indium-étain ou ITO, oxyde utilisé pour sa conductivité et sa transparence optique. Les molécules de cristaux liquides sont enchâssées dans une couche d'alignement, formant ainsi une couche interne de quelques microns d'épaisseur. Ce matériau nématique (ayant une phase intermédiaire entre liquide et cristal) est biréfringent, *i. e.* son indice de réfraction dépend de la direction de propagation. La particularité de ce matériau est qu'à l'état naturel ses molécules sont alignées suivant leurs axes longs. Sans tension (figure 2.3(a)), Ces molécules restent parallèles au substrat de verre offrant ainsi une retardance maximale. Quand une tension est appliquée à l'ITO, les molécules vont s'orienter plus ou moins perpendiculairement à ce même substrat. Au fur et à mesure que la tension va augmenter, l'orientation des molécules va se rapprocher de la perpendiculaire, diminuant ainsi la biréfringence totale du matériau, et ce, jusqu'à atteindre le retard minimal pour les tensions les plus élevées. Les molécules proches de l'ITO ne peuvent s'orienter librement, créant ainsi une retardance résiduelle de l'ordre de 30nm. Un retard nul est obtenu en ajoutant un retardeur fixe appelé compensateur. La retardance effective de ce dispositif est une fonction de l'épaisseur, de la longueur d'onde et de la biréfringence, elle-même fonction de la tension appliquée à l'ITO, de la fréquence et de la température. Il conviendra également de prendre en compte le temps d'alignement et de relaxation des molécules du LCVR.

2.3.2 Dépendances

Dépendance en tension

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la retardance est une fonction de la tension appliquée à l'ITO. Les LCVR sont généralement distribués avec des données de correspondance entre la commande en tension et la retardance effective. Cependant, cette retardance est une fonction de la fréquence centrale et de la largeur de bande sur lesquelles on travaille. Dans notre cas, la réponse en tension des LCVR nous a été fournie à 632,3nm. Or nous utilisons un filtre interférentiel passe-bande centré à 650nm ayant une bande passante de l'ordre de 80nm. Deux solutions se sont présentées : corriger les retardances fournies par le constructeur ou mesurer à

nouveau la réponse en tension pour la bande spectrale sur laquelle nous travaillons. La première solution apparaît peu précise, puisque la largeur du spectre de la lumière incidente pour lequel les retards ont été déterminés n'est pas connue précisément. Nous avons donc choisi de mesurer la retardance pour un certain nombre de tensions en utilisant la configuration illustrée figure 2.4.

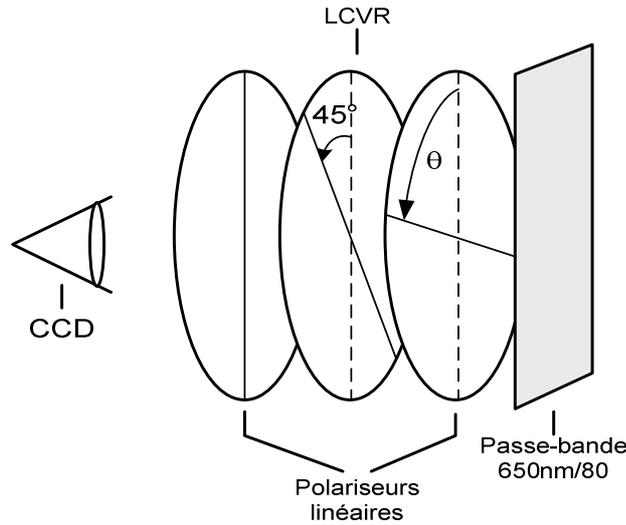


Figure 2.4 - Dispositif de mesure de la retardance effective des LCVR

Sous éclairage totalement dépolarisé, d'intensité I , le vecteur de Stokes de la lumière atteignant le capteur CCD a la forme suivante :

$$\mathbf{S}_{CCD} = \mathbf{P}(0) \cdot \mathbf{M}_{LCVR} \left(\delta, \frac{\pi}{4} \right) \cdot \mathbf{P}(\theta) \cdot (I \ 0 \ 0 \ 0)^t \quad (2.6)$$

Où $\mathbf{P}(\alpha)$ représente la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire orienté selon α° et $\mathbf{M}_{LCVR}(\delta, \phi)$ la matrice de Mueller d'un LCVR de retard δ et d'orientation ϕ (*i. e.* la matrice de Mueller d'un déphaseur linéaire). On en déduit l'intensité I_{CCD} mesurée par le capteur CCD :

$$I_{CCD} = I [1 + \cos(\delta) \cos(2\theta)] \quad (2.7)$$

Les mesures d'intensités I_{CCD}^{θ} par la caméra CCD sont effectuées pour $\theta \in \{0^{\circ}, 10^{\circ}, \dots, 170^{\circ}\}$. Le retard $\text{acos}(\cos(\delta))$ et l'intensité incidente I retenus sont obtenus en minimisant la fonction suivante :

$$\min_{(\delta, I)} \left(\sum_{\theta=0}^{\frac{17}{18}\pi} |I_{CCD}^{\theta} - I[1 + \cos(\delta)\cos(2\theta)]| \right) \quad (2.8)$$

Il reste enfin à réitérer cette procédure pour un certain nombre de tensions. On lève enfin l'ambiguïté sur δ en retenant la valeur de retardance la plus proche des données constructeur puisque la déviation due au changement de bande spectrale est minimale. Dans la suite, les autres retards seront déduits des résultats illustrés figure 2.5 par interpolation.

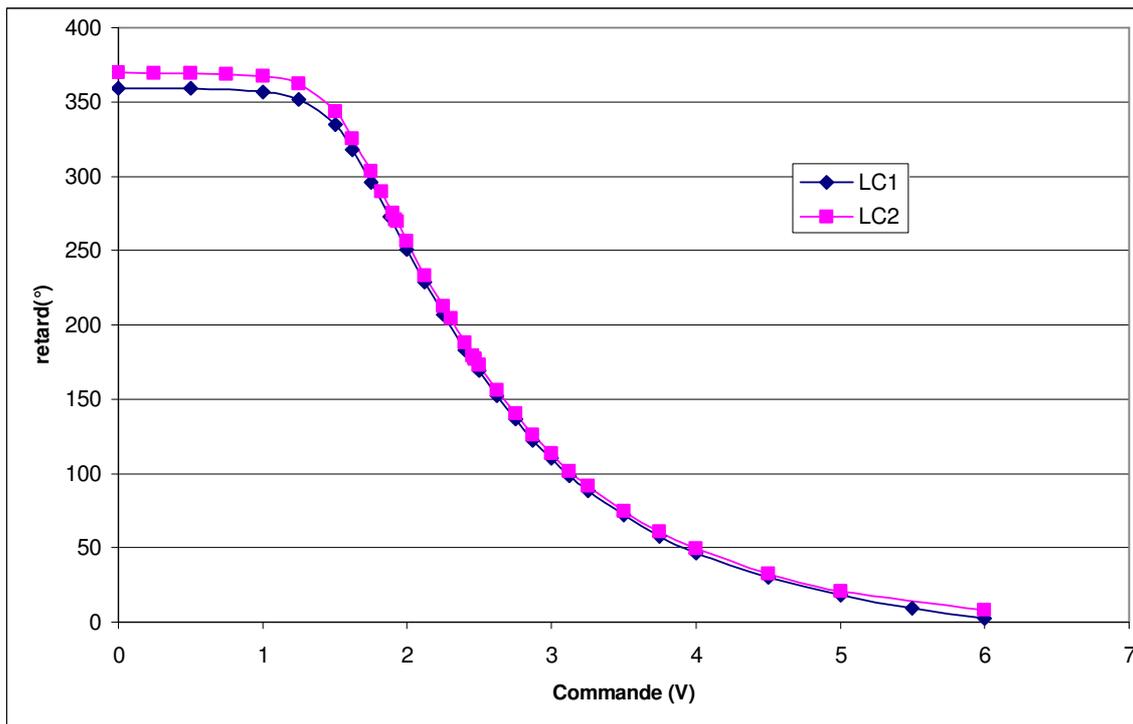


Figure 2.5 - Retardance des deux LCVR en fonction de la commande en tension

Dépendance spectrale

Le matériau biréfringent utilisé dans les LCVR possède une retardance δ dépendant de la biréfringence β et de l'épaisseur t de celui-ci :

$$\delta = (n_e - n_o) \frac{t}{\lambda} = \beta \frac{t}{\lambda} \quad (2.9)$$

où n_e et n_o sont les indices de réfraction extraordinaire et ordinaire (*i. e.* les indices dans les directions parallèle et perpendiculaire, respectivement, à la propagation de l'onde). Il vient ainsi que la variation du retard en fonction de la longueur d'onde est la suivante :

$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \delta \left(\frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (2.10)$$

La dépendance spectrale de la biréfringence est, d'après le constructeur, négligeable par rapport au terme en $1/\lambda$. Il vient donc que, connaissant le retard δ_0 à λ_0 , on peut approximer le retard δ_1 à λ_1 par :

$$\delta_1 = \delta_0 \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \quad (2.11)$$

Cette approximation est évidemment d'autant plus fiable que λ_0 est proche de λ_1 . Sur la figure 2.6, on peut voir la comparaison entre les données constructeurs ajustées (avec $\lambda_1 = 650nm$) à l'aide de l'équation (2.11) et les données mesurées pour « LC2 », le deuxième LCVR de notre polarimètre.

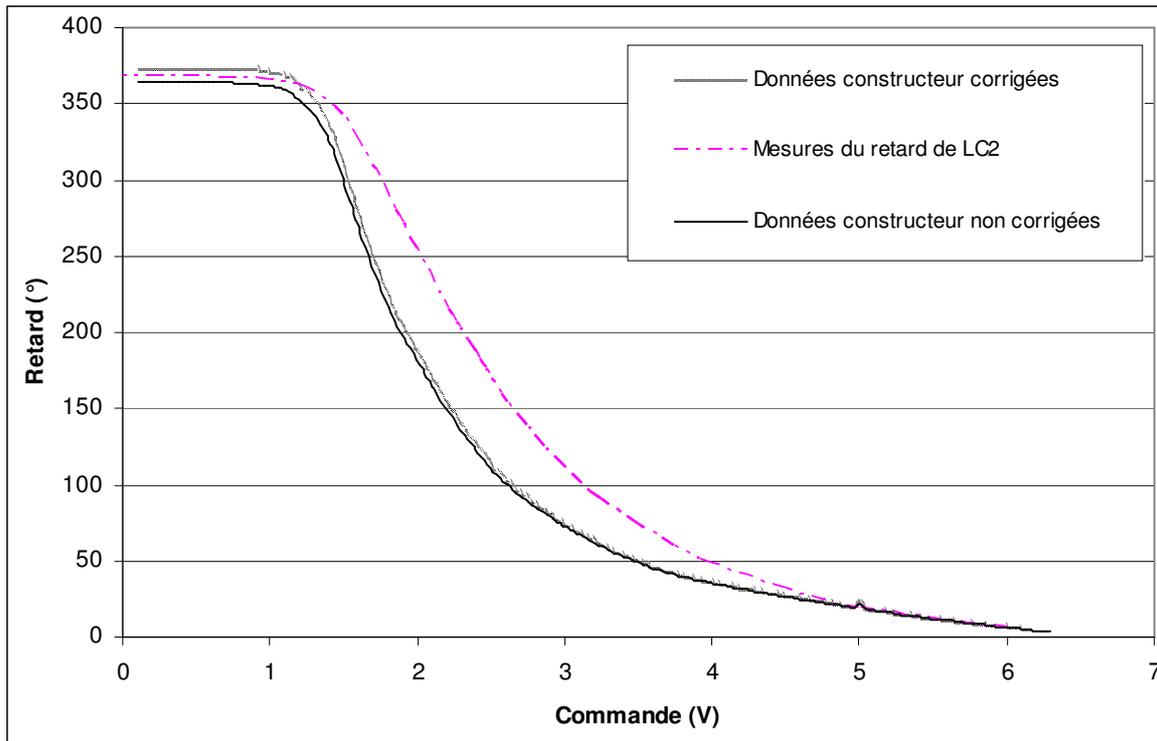


Figure 2.6 - Retards fournis par le constructeur, avec et sans correction, et les retards mesurés

Il apparaît donc que l'approximation (2.11) ne semble pas très fiable. En effet, cette approximation ne prend en compte ni la largeur de bande du filtre ni sa réponse spectrale. Cela va donc nous obliger à mesurer régulièrement la réponse en tension des LCVR, afin de déterminer précisément les commandes pour chaque retard et pour chacun des LCVR que nous utiliserons.

Dépendance en température

La retardance des LCVR est également une fonction de la température. En effet, les variations thermiques ambiantes vont notamment agir sur l'épaisseur et la biréfringence du matériau. Le constructeur estime approximativement cette variation à -0,4% par degré Celsius. Il conviendra donc de procéder à l'étalonnage du système à chaque changement significatif de température. Etant donné les conditions d'acquisition (température relativement stable), aucune correction des commandes en tension n'a été effectuée. L'étalonnage du système à la température ambiante suffit à prendre en compte cette dépendance sans affecter significativement son efficacité.

Temps de réponse

Le temps de réponse des LCVR dépend de plusieurs paramètres tels que l'épaisseur, la viscosité, la température et la tension de commande. Dans notre cas, le temps d'alignement des molécules lors du passage de la tension la plus faible à la plus importante est de l'ordre de 5ms. Le temps de relaxation, temps nécessaire aux molécules pour effectuer le mouvement inverse, est de 20ms. Il conviendra donc de prendre en compte ce temps de réponse lors des acquisitions afin de ne pas commencer la capture des images pendant l'alignement des molécules du LCVR. Une solution alternative pour circonvenir à cette latence est proposée par le constructeur : appliquer momentanément une tension d'arrivée plus importante lorsque l'on augmente la tension de commande ou plus faible lorsque l'on diminue celle-ci. Cependant, étant donné les temps de traitement et d'enregistrement des données acquises, cette latence ne sera pas, dans notre cas, le facteur limitant la cadence d'acquisition.

2.4 Choix des angles et minimisation du bruit

Comme nous l'avons vu précédemment l'acquisition de l'état de polarisation de la lumière, après interaction avec la scène, est réalisée en plaçant un analyseur d'état de polarisation devant la caméra. Au minimum quatre états indépendants sont requis pour cet analyseur. Ce qui peut se résumer par l'équation suivante :

$$\mathbf{I} = \mathbf{W}(\boldsymbol{\eta}) \cdot \mathbf{S} \quad (2.12)$$

où \mathbf{I} représente les données acquises et vectorisée, \mathbf{W} la matrice de mesure polarimétrique (PMM), fonction du vecteur paramètre $\boldsymbol{\eta}$, et \mathbf{S} le vecteur de Stokes à estimer. On choisit la valeur optimale de $\boldsymbol{\eta}$ en partant du principe que le bruit doit être dispersé de manière égale sur les second, troisième et quatrième éléments du vecteur de Stokes [63].

En supposant que les erreurs systématiques affectant la PMM sont dues aux erreurs d'alignement et de dimensionnement des éléments optiques, et au bruit inhérent à la camera CCD, on peut estimer \mathbf{S} par :

$$\hat{\mathbf{S}} = (\mathbf{W}_0 + \delta\mathbf{W})^{-1} \cdot (\mathbf{I} + \delta\mathbf{I}) \quad (2.13)$$

On suppose que $\hat{\mathbf{S}}$ est dégradé par un bruit additif qui altère les performances des algorithmes d'évaluation, pouvant ainsi dégrader le respect des conditions d'admissibilité physique. En considérant la matrice de perturbation $\delta\mathbf{W}$ et le vecteur de perturbation $\delta\mathbf{I}$ comme de « faibles » erreurs dans le système linéaire, on peut estimer la borne supérieure de l'erreur relative commise sur $\hat{\mathbf{S}}$ [63] :

$$\frac{\|\mathbf{S} - \hat{\mathbf{S}}\|}{\|\mathbf{S}\|} = \frac{\|\Delta\mathbf{S}\|}{\|\mathbf{S}\|} \leq \frac{\kappa(\mathbf{W}_0)}{1 - \kappa(\mathbf{W}_0) \frac{\|\Delta\mathbf{W}\|}{\|\mathbf{W}_0\|}} \left(\frac{\|\Delta\mathbf{W}\|}{\|\mathbf{W}_0\|} + \frac{\|\Delta\mathbf{I}\|}{\|\mathbf{I}\|} \right) \quad (2.14)$$

La norme de Frobenius sera utilisée pour la PMM et la norme euclidienne pour les intensités et les vecteurs de polarisation. $\kappa(\mathbf{W}_0)$ est le conditionnement de \mathbf{W}_0 calculé de la façon suivante :

$$\kappa(\mathbf{W}_0) = \|\mathbf{W}_0\| \|\mathbf{W}_0^{-1}\| \quad (2.15)$$

L'équation (2.14) montre que la borne supérieure dépend de trois quantités : l'erreur relative présente dans la matrice de l'analyseur, le conditionnement de cette matrice et le niveau statistique du bruit contenu dans les acquisitions. Ces trois quantités doivent être simultanément minimisées pour limiter les incertitudes sur l'estimation des paramètres de polarisation. L'impact de ces erreurs systématiques peut être réduit via une soigneuse étape d'étalonnage, mais également par un choix adéquat du paramètre η .

Par des calculs analogues à ceux effectués dans [56] et utilisés notamment dans [36], la configuration optimale est obtenue avec les couples de retard suivants :

$$\begin{aligned}
 (\delta_1, \delta_2) &\in \{(\Delta_1, \Delta_1), (\Delta_1, \Delta_2), (\Delta_2, \Delta_2), (\Delta_2, \Delta_1)\} \\
 \text{avec } \Delta_1 &= 315^\circ + p90^\circ \text{ et } \Delta_2 = 135^\circ + p90^\circ \text{ où } p \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

Et les orientations :

$$\begin{aligned}
 \theta_{LC1} &= \varepsilon 27.4^\circ + q90^\circ \text{ et } \theta_{LC2} = \varepsilon 72.4^\circ + r90^\circ \\
 \text{avec } \varepsilon &= \pm 1 \text{ et } (q, r) \in \mathbb{Z}^2
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Cette configuration engendre une matrice \mathbf{W}_0 dont le conditionnement est minimal et égal à $\sqrt{3}$. La figure 2.7 montre la valeur du logarithme du conditionnement de \mathbf{W} en fonction des retards des LCVR « LC1 » et « LC2 » orientés à 27.4° et 72.4° respectivement. On y retrouve effectivement une périodicité des minima locaux de $\frac{\pi}{2}$ suivant les deux retards (cf. équation (2.16)). Bien évidemment, la minimisation est menée globalement sur les quatre paramètres (les deux retards et les deux orientations). De même, la figure 2.8 montre la valeur du logarithme du conditionnement de \mathbf{W} en fonction des orientations des LCVR « LC1 » et « LC2 », lorsque l'on utilise les couples de retards définis par l'équation (2.16). Pour les figures 2.7 et 2.8, les conditionnements ne sont pas calculés lorsque $|\det(\mathbf{W})| \leq 0.01$.

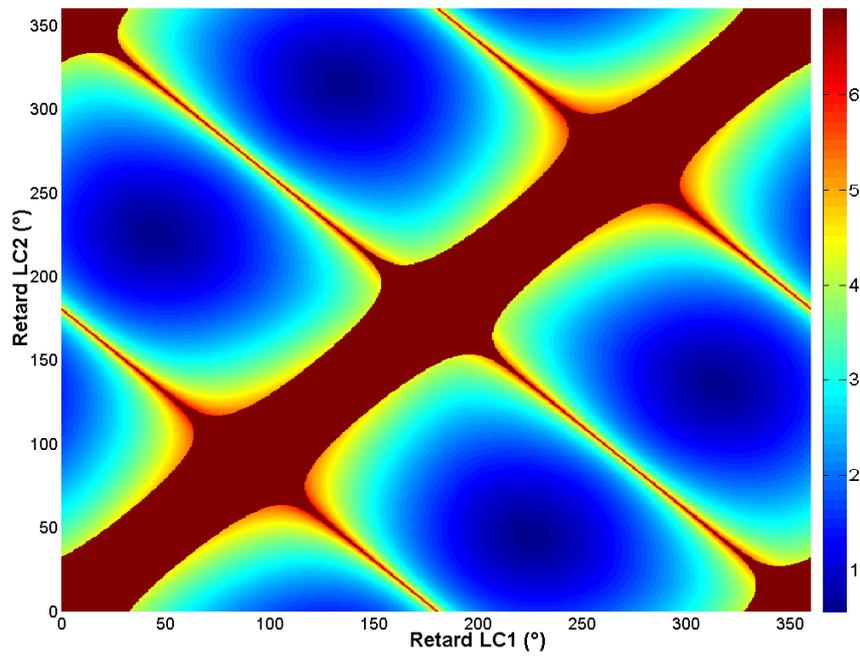


Figure 2.7 - Logarithme du conditionnement de W en fonction des retards de LC1 et LC2 orientés à 27.4° et 72.4° respectivement

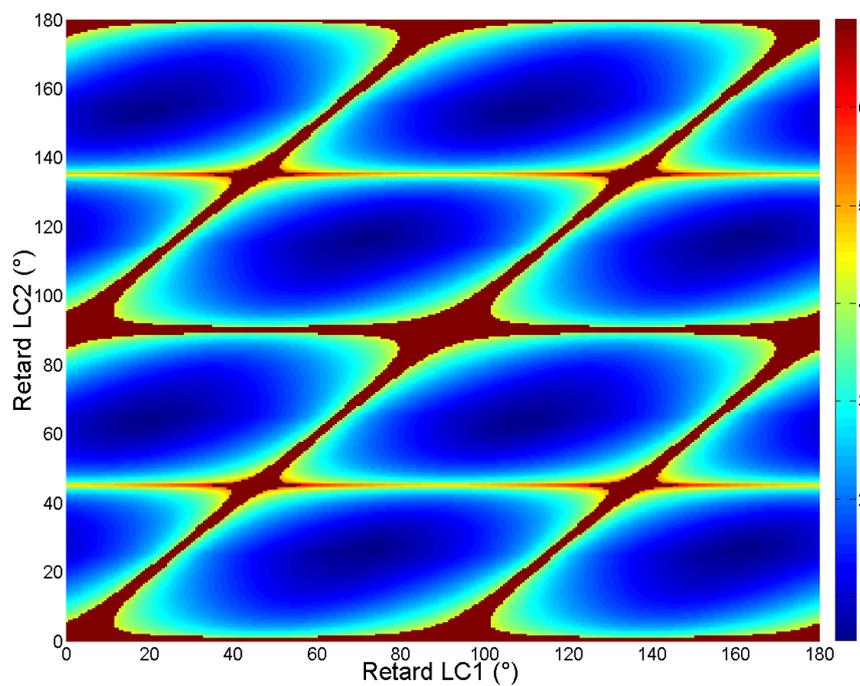


Figure 2.8 - Logarithme du conditionnement de W en fonction des orientations de LC1 et LC2 pour les couples de retards définis par l'équation (2.16)

2.5 Procédures d'étalonnage

2.5.1 PSA à 4 états

L'étalonnage du PSA à 4 états repose sur la génération de 6 états de polarisation « canoniques » indépendants dont les vecteurs de Stokes $\mathbf{S}_i = (S_{i0}, S_{i1}, S_{i2}, S_{i3})^t$ sont les suivants :

Linéaire horizontal :	$\mathbf{S}_H = (1, 1, 0, 0)^t$
Linéaire vertical :	$\mathbf{S}_V = (1, -1, 0, 0)^t$
Linéaire à 45° :	$\mathbf{S}_{45^\circ} = (1, 0, 1, 0)^t$
Linéaire à -45° :	$\mathbf{S}_{-45^\circ} = (1, 0, -1, 0)^t$
Circulaire droit :	$\mathbf{S}_D = (1, 0, 0, 1)^t$
Circulaire gauche :	$\mathbf{S}_G = (1, 0, 0, -1)^t$

Ces états vont être générés à l'aide d'un polariseur linéaire placé devant le PSA et orienté à 0° , 90° , 45° et -45° pour les états horizontale, verticale, linéaire à 45° et à -45° respectivement. Pour les états circulaires droit et gauche, une lame quart d'onde orientée à 90° est placée derrière le polariseur de génération, lui-même orienté à 45° et -45° respectivement. Pour chacune des quatre modalités du PSA, représentées par l'indice j , on détermine les coefficients de la ligne correspondante dans \mathbf{W} , notation utilisée dans l'équation (2.4). En effet, à chaque état incident i va correspondre une intensité mesurée $I_{j,i}$ telle que :

$$I_{j,i} = L_j(\mathbf{W}) \cdot \mathbf{S}_i = w_{j0}S_{i0} + w_{j1}S_{i1} + w_{j2}S_{i2} + w_{j3}S_{i3} \quad (2.18)$$

Ce qui nous permet de déterminer la $j^{\text{ème}}$ ligne de \mathbf{W} :

$$\begin{cases} w_{j0} = \frac{1}{6}(I_{jH} + I_{jV} + I_{j45^\circ} + I_{j-45^\circ} + I_{jD} + I_{jG}) \\ w_{j1} = \frac{1}{2}(I_{jH} - I_{jV}) \\ w_{j2} = \frac{1}{2}(I_{j45^\circ} - I_{j-45^\circ}) \\ w_{j3} = \frac{1}{2}(I_{jD} - I_{jG}) \end{cases} \quad (2.19)$$

Il suffit enfin de réitérer la génération des 6 états incidents et la détermination de la ligne correspondante dans \mathbf{W} pour chacune des quatre modalités du PSA. Enfin, la PMM se calculera par simple inversion matricielle. C'est à ce niveau que le choix des angles est primordial. En effet, un choix sous-optimal des angles engendrera un mauvais conditionnement de la matrice \mathbf{W} et la PMM correspondante, si elle existe, ne satisfera pas les conditions de répartition du bruit entre les différents canaux de Stokes.

2.5.2 PSA à N états

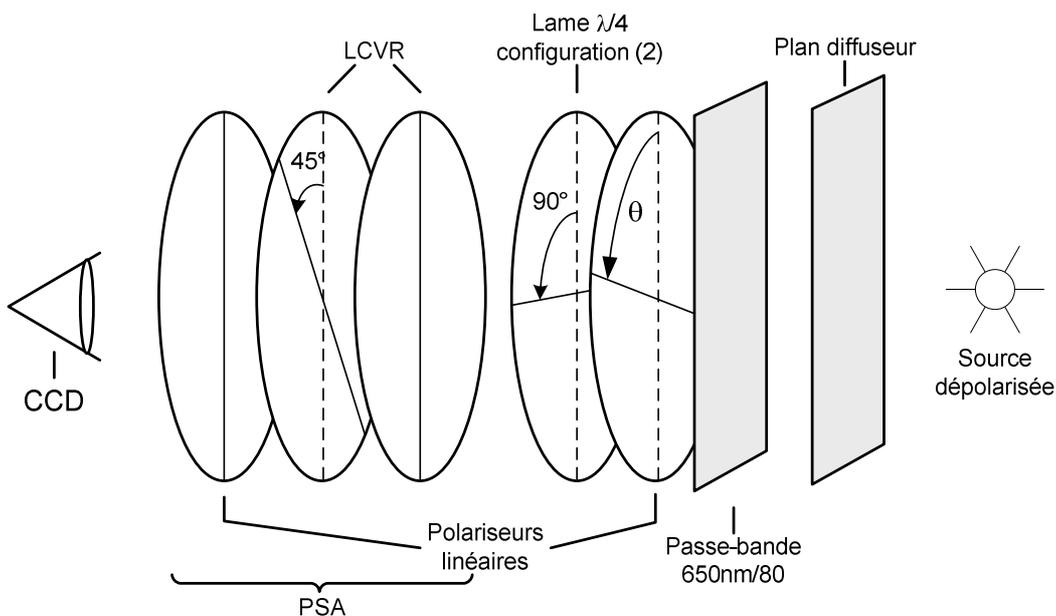


Figure 2.9 - Procédure d'étalonnage. La lame quart d'onde n'est présente que pour la configuration (2)

Cette méthode d'étalonnage [7] repose sur la génération de M états de polarisation incidents \mathbf{S}_i et à leur analyse suivant chacune des modalités du PSA. Ainsi, la mesure des intensités résultantes I_i va nous permettre de déterminer \mathbf{A} , la PMM du polarimètre. La génération des états incidents est effectuée à l'aide d'un polariseur linéaire sur monture rotative et d'une lame quart d'onde, comme il est illustré figure 2.9. Du fait des fortes interrélflexions présentes entre les lentilles, le filtre passe-bande appartenant au PSA est placé devant les optiques de génération. La lame quart d'onde est utilisée pour accéder à la dernière ligne de la PMM, comme le montre l'expression du vecteur de Stokes incident, car elle permet la génération d'états circulaires. On utilisera donc deux configurations différentes pour la génération des états incidents, configurations distinguées dans les équations et la figure 2.9 par les exposants (1) et (2): un polariseur linéaire (1) et un polariseur linéaire suivi d'une lame quart d'onde (2). Pour chacune de ces configurations, les états incidents seront générés par rotation du polariseur. Ainsi, on obtient M états \mathbf{S}_i en entrée du PSA :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i^{(1)} &= [1 \quad \cos(2\theta_i) \quad 0 \quad \sin(2\theta_i)]^T, \quad i \in \{1, 2, \dots, M/2\} \\ \mathbf{S}_i^{(2)} &= [1 \quad \cos(2\theta_i) \quad \sin(2\theta_i) \quad 0]^T, \quad i \in \{M/2 + 1, \dots, M\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

À ces états vont correspondre N vecteurs d'intensités (et donc $M \times N$ intensités) mesurées par la caméra :

$$\mathbf{I} = [\mathbf{I}_1 \quad \mathbf{I}_2 \quad \dots \quad \mathbf{I}_N] = \mathbf{W} \cdot [\mathbf{S}_1 \quad \mathbf{S}_2 \quad \dots \quad \mathbf{S}_M] = \mathbf{W} \cdot \mathbf{S} \quad \text{avec : } \mathbf{W} = \begin{pmatrix} L_1(\mathbf{M}_1) \\ L_1(\mathbf{M}_2) \\ \vdots \\ L_1(\mathbf{M}_N) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

\mathbf{W} correspond ici à l'arrangement de la première ligne de la matrice de Mueller \mathbf{M}_i de chaque état du PSA noté ici $L_1(\mathbf{M}_i)$. Ainsi, la PMM correspond à la pseudoinverse de \mathbf{W} . Afin de déterminer cette pseudoinverse, nous utilisons la décomposition en valeurs singulières (décomposition SVD) comme il est suggéré dans [7]. Cette décomposition a pour but l'écriture d'une matrice quelconque $M \times N$ en un produit de deux matrices réelles orthonormales \mathbf{U} et \mathbf{V}

de dimensions $N \times N$ et $M \times M$ respectivement et d'une matrice diagonale réelle \mathbf{D} de dimensions $N \times M$:

$$\mathbf{I} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{V}^t \quad (2.22)$$

Par convention, les éléments diagonaux de \mathbf{D} sont positifs ou nuls et arrangés dans l'ordre décroissant, *i. e.* $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p \geq 0$. Ainsi, la décomposition SVD est unique si toutes les valeurs singulières sont différentes. Dans le cas contraire, les colonnes des matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} peuvent être réarrangées par combinaison linéaire pour obtenir une autre décomposition équivalente. Ainsi, la pseudoinverse de \mathbf{I} peut être déterminée comme suit :

$$\mathbf{I}^+ = \mathbf{V} \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_N} \right) \cdot \mathbf{U}^t \quad (2.23)$$

Sachant que le rang de la matrice \mathbf{I} est en théorie de quatre et que, donc, en pratique, seul quatre des valeurs singulières de \mathbf{I} seront sensiblement différentes de zéro, nous pouvons restreindre la détermination de la pseudoinverse de \mathbf{I} au calcul de sa pseudoinverse tronquée :

$$\hat{\mathbf{I}}^+ = \mathbf{V} \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_1}, \dots, \frac{1}{\sigma_4}, 0, \dots, 0 \right) \cdot \mathbf{U}^t \quad (2.24)$$

Ce qui nous donne ainsi une estimation de la PMM du PSA :

$$\mathbf{A} = \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{I}}^+ = \mathbf{S} \cdot \mathbf{V} \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_1}, \dots, \frac{1}{\sigma_4}, 0, \dots, 0 \right) \cdot \mathbf{U}^t \quad (2.25)$$

Dans la partie suivante, on fixe $N = 6$ et $M = 18$, ce qui correspond à un intervalle de 20° entre les différents angles du polariseur de génération, soit $\theta_{i+1} - \theta_i = \pi/9$. Un intervalle plus faible n'est pas nécessaire comme le montre la figure 2.10 illustrant l'erreur quadratique moyenne commise sur la détermination d'un vecteur de Stokes $\mathbf{S}_H = (1, 1, 0, 0)^t$ en fonction du

nombre d'états incidents utilisés lors de l'étalonnage. La procédure de simulation est identique à celle utilisée dans la partie suivante.

Il convient enfin de choisir adéquatement les retards et orientations des LCVR, minimisant ainsi le conditionnement de la PMM. À l'instar du PSA à 4 états, de nombreux minima existent. Comme il est indiqué dans [7], nous utiliserons la configuration suivante :

$$(\delta_1, \delta_2) \in \{(\Delta_1, \Delta_1), (\Delta_1, \Delta_3), (\Delta_2, \Delta_4), (\Delta_2, \Delta_2), (\Delta_1, \Delta_2), (\Delta_1, \Delta_4)\} \quad (2.26)$$

avec $\Delta_1 = 0^\circ$, $\Delta_2 = -90^\circ$, $\Delta_3 = -180^\circ$, $\Delta_4 = -270^\circ$

$$\theta_{LC1} = 0^\circ \text{ et } \theta_{LC2} = -45^\circ \quad (2.27)$$

La PMM induite par ces retards et orientations possède bien le conditionnement optimal de $\sqrt{3}$.

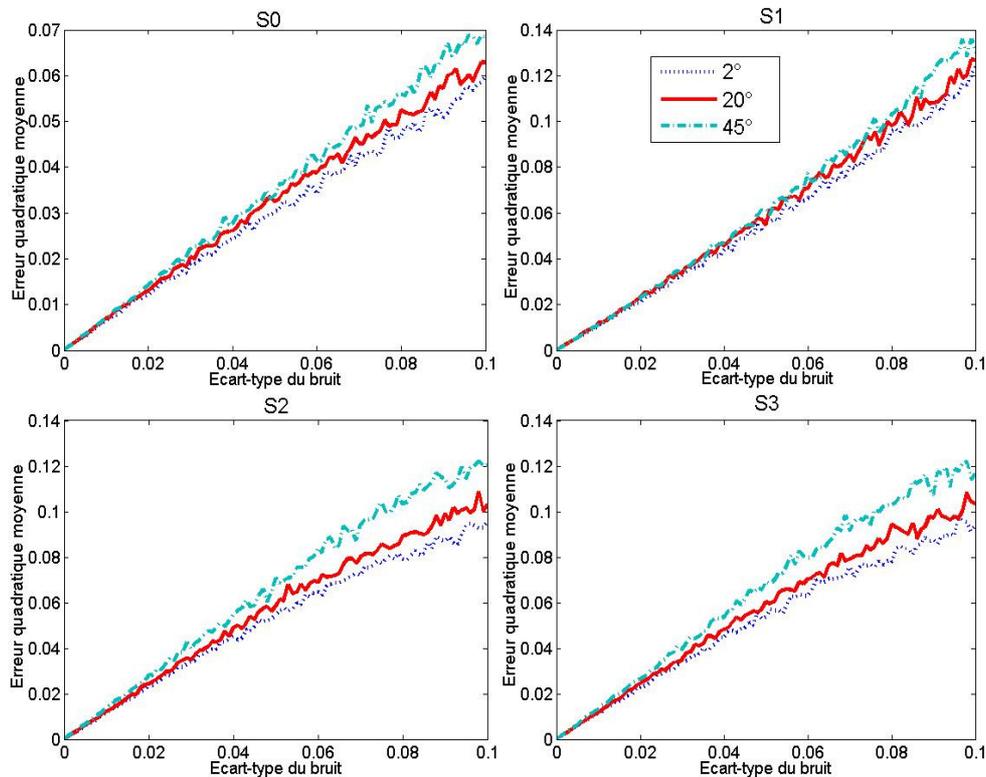


Figure 2.10 - Erreur quadratique moyenne commise pour une lumière incidente polarisée linéaire et horizontale ($S=[1,1,0,0]$) en fonction de l'écart-type du bruit pour différents écarts angulaires entre les angles du polariseur de génération lors de la phase d'étalonnage

2.5.3 Comparaison quantitative des deux configurations du PSA

Il convient ici de souligner que les orientations du polariseur et de la lame quart d'onde de génération, déterminées par la recherche des extinctions, sont relativement précises comparés aux orientations des LCVR. L'erreur d'orientation des optiques de génération par rapport au polariseur d'analyse est inférieure à 0.5° pour le polariseur et à 0.3° pour la lame quart d'onde. Les retards et orientations, utilisés dans cette partie, et dans le reste de ce travail, sont ceux définis par les équations (2.26) et (2.27) pour le PSA à 6 états et par les équations (2.16) et (2.17) pour le PSA à 4 états. Dans cette partie, nous présentons, dans un premier temps, une comparaison théorique des robustesses de chacune des deux configurations du PSA que nous avons détaillées précédemment. Pour cela, nous ajoutons un bruit gaussien, centré, aux images d'intensité idéalement mesurées par le PSA, lui-même idéal. La PMM est ensuite déterminée à l'aide des méthodes d'étalonnage présentées précédemment. Enfin, une image intensité correspondante à un vecteur de Stokes incident $\mathbf{S}_H = (1, 1, 0, 0)^t$ est bruitée (bruit statistiquement identique à celui ajouté aux images d'intensité d'étalonnage), puis inversée à l'aide de cette PMM. Le but de ce test est de déterminer quelle est la configuration la plus robuste lorsque les retards et orientations des LCVR sont connus avec la même précision (parfaitement connus dans cette simulation). Ce test a été réalisé 1000 fois. Les résultats visibles sur les figures 2.11 et 2.12 correspondent aux résultats moyennés sur ces 1000 réalisations. La figure 2.11 montre l'erreur quadratique moyenne sur chacun des quatre canaux de Stokes en fonction de l'écart-type du bruit ajouté aux images d'intensité de l'étalonnage. Il apparaît que la configuration du PSA à 6 états est la plus robuste au bruit. Ce résultat est confirmé par l'évolution du conditionnement des PMM en fonction de l'écart-type du bruit (figure 2.12). Pour un bruit nul, on retrouve bien entendu le conditionnement optimal de la PMM égal à $\sqrt{3}$.

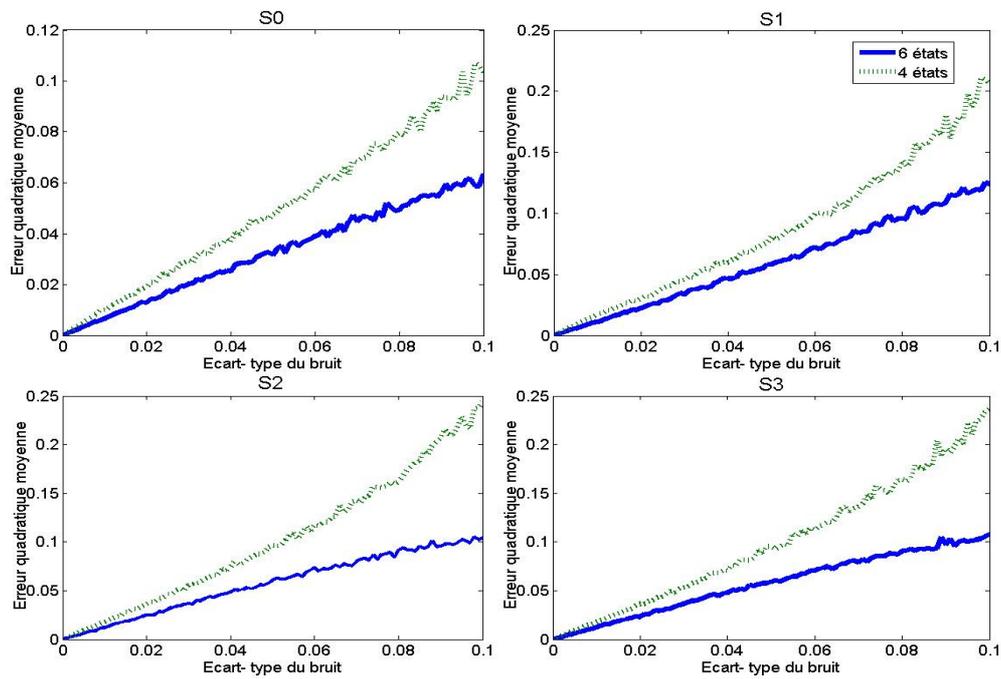


Figure 2.11 - Erreur moyenne estimée sur les quatre canaux de Stokes en fonction de l'écart-type du bruit pour les configurations à 4 états (en pointillés) et à 6 états (en trait plein) pour une lumière incidente polarisée horizontalement $S=[1,1,0,0]$

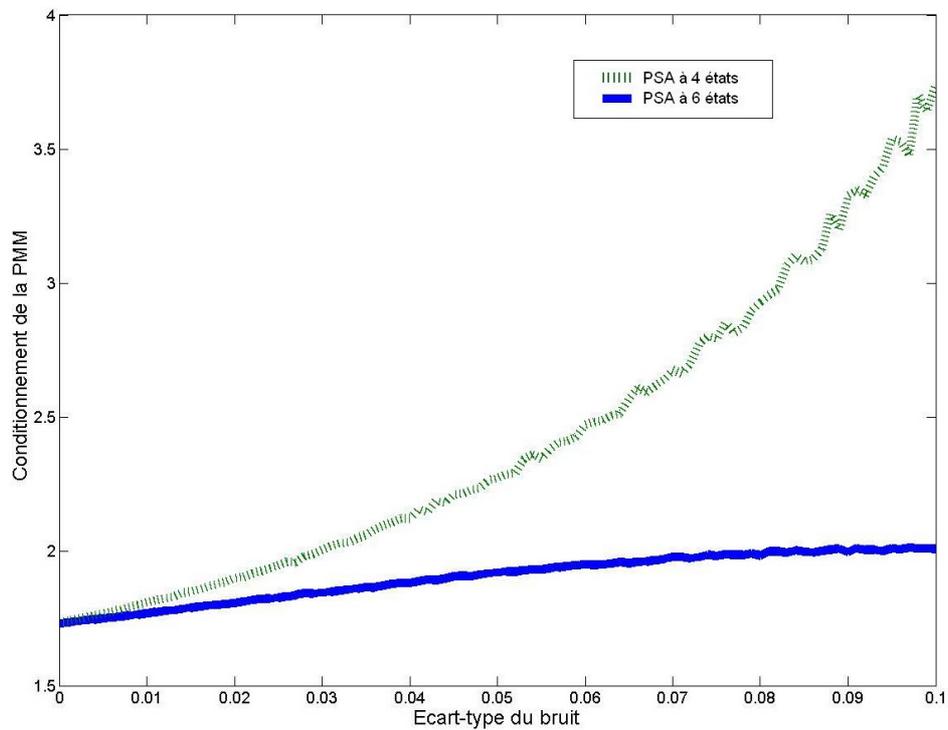


Figure 2.12 - Conditionnement des PMM des configurations à 4 états (en pointillés) et à 6 états (en trait plein)

Effectuer une comparaison objective des deux configurations est un point plus délicat. Comme précédemment, deux données ont été utilisées : la mesure du vecteur de Stokes généré par un polariseur linéaire à 0° , *i. e.* $\mathbf{S}_H = (1,1,0,0)^t$ et, par suite, l'erreur quadratique moyenne réalisée lors de cette mesure, et le conditionnement de la PMM. Cependant, les retards et orientations des LCVR utilisés dans chacune des deux configurations sont différents. Etant donné qu'ils ne sont pas connus avec la même précision, la comparaison de vecteurs de Stokes « canoniques » mesurés n'est pas une preuve rigoureuse de la supériorité d'une configuration sur l'autre. Pour illustrer cela, nous avons effectué une détermination des retards et orientations, par minimisation de la distance euclidienne entre les intensités théoriques et mesurées (intensités moyennées sur un masque circulaire centré appliqué aux images) :

$$\hat{\Theta} = \arg \min \left(\sum_i (I_i(\Theta) - I'_i)^2 \right) \quad (2.28)$$

où l'indice i décrit l'ensemble des états du PSA, ainsi que tous les états incidents mesurés par le PSA. I_i correspond aux intensités théoriques mesurées par un PSA idéal utilisant deux retardeurs à cristaux liquides, dont les retards et orientations sont décrits par le vecteur paramètre Θ . I'_i correspond aux intensités effectivement mesurées. Cette optimisation est menée à l'aide de la fonction « lsqnonlin » fournit dans l'« Optimization Toolbox » de Matlab™.

Obtenus par minimisation	Théoriques
Retard 1 LC1 : -38.8088° Retard 2 LC1 : -216.152° Retard 1 LC2 : -43.1043° Retard 2 LC2 : -216.9698° Orientation LC2 : 26.2343° Orientation LC1 : 71.0692°	Retard 1 LC1 : -45° Retard 2 LC1 : -225° Retard 1 LC2 : -45° Retard 2 LC2 : -225° Orientation LC2 : 27.4° Orientation LC1 : 72.4°

Tableau 2.1 - Retards et orientations des LCVR du PSA à 4 états

Obtenus par minimisation	Théoriques
Retard 1 LC1 : 356.9632° Retard 2 LC1 : 275.5118° Retard 1 LC2 : 2.1698° Retard 2 LC2 : 181.5229° Retard 3 LC2 : 271.8004° Retard 4 LC2 : 91.3854° Orientation LC2 : 44.5552° Orientation LC1 : 0.3738°	Retard 1 LC1 : 0° Retard 2 LC1 : 270° Retard 1 LC2 : 0° Retard 2 LC2 : 180° Retard 3 LC2 : 270° Retard 4 LC2 : 90° Orientation LC2 : 45° Orientation LC1 : 0°

Tableau 2.2 - Retards et orientations des LCVR du PSA à 6 états

Les conditionnements de la PMM du PSA à 4 et 6 états sont de 2.0541 et de 1.9444 respectivement (le conditionnement optimal étant de $\sqrt{3}$). Comme le confirme les tableaux 2.1 et 2.2 présentant les retards et orientations des LCVR, calculés par minimisation, il semble que ceux du PSA à 4 états soient globalement moins bons que ceux du PSA à 6 états. Il est donc naturel que les vecteurs de Stokes mesurés soient plus proches des valeurs idéales pour la configuration à 6 états. En effet, les vecteurs de Stokes moyens mesurés sont les suivants : [1.0145, 0.9514, 0.0041, 0.0032] et [1.0061, 0.9730, 0.0056, 3.3850e-004] pour les PSA à 4 et à 6 états respectivement. Les histogrammes des différents canaux de Stokes pour les configurations étudiées sont visibles figure 2.13.

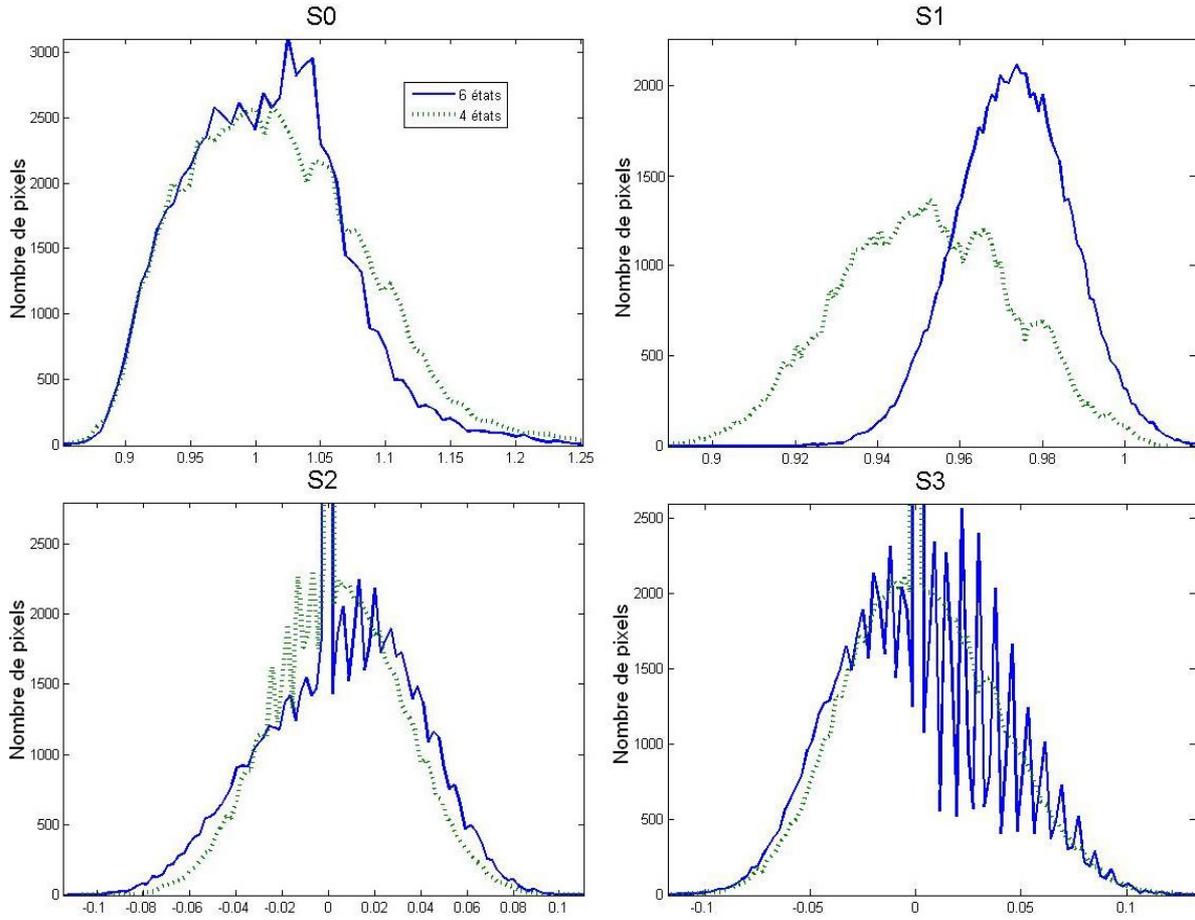


Figure 2.13 - Histogrammes des images de Stokes mesurées pour une lumière incidente polarisée linéaire et horizontale $S=[1,1,0,0]$

Une fois normalisées, les PMM mesurées dans cet exemple sont les suivantes :

$$\mathbf{PMM}_{mesurée}^{(6)} = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.8964 & 1.0027 & 0.8962 & 0.9456 & 0.9517 \\ 2.7541 & -2.9240 & 0.0106 & 0.1638 & 0.0165 & 0.1533 \\ -0.0131 & -0.0234 & 2.9516 & -2.8943 & -0.3106 & 0.2881 \\ 0.1288 & -0.0896 & -0.2228 & 0.0839 & 3.0384 & -2.9359 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{PMM}_{mesurée}^{(4)} = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.8942 & 0.7536 & 0.9148 \\ 1.3229 & 0.2352 & -2.4718 & 1.0094 \\ -1.0241 & 2.7832 & -0.8723 & -0.8865 \\ 2.3465 & -0.5239 & 0.4830 & -2.2949 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Les PMM théoriques correspondantes étant les suivantes :

$$\mathbf{PMM}_{théorique}^{(6)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{PMM}_{théorique}^{(4)} = \begin{pmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 1.4159 & -0.0017 & -2.8267 & 1.4125 \\ -0.9952 & 3.0000 & -1.0048 & -1.0000 \\ 2.4505 & 0.0029 & -0.0029 & -2.4505 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Ces erreurs non-négligeables justifient amplement l'utilisation de méthodes d'étalonnage permettant de prendre en compte les erreurs d'alignement, d'assiette et de dimensionnement des optiques. Afin de démontrer l'utilité de ces méthodes, nous avons déterminé le degré de polarisation des états incidents (théoriquement totalement polarisés) générés lors de l'étalonnage du PSA à 6 états. L'erreur relative moyenne observée sur le degré de polarisation est de 3,9% lorsque l'on utilise la PMM théorique. Cette erreur est de 0,6% en utilisant la PMM déterminée lors de l'étalonnage. Les vecteurs de Stokes générés lors de l'étalonnage, puis déterminés à l'aide de la PMM obtenus via l'étalonnage, sont visibles figure 2.14.

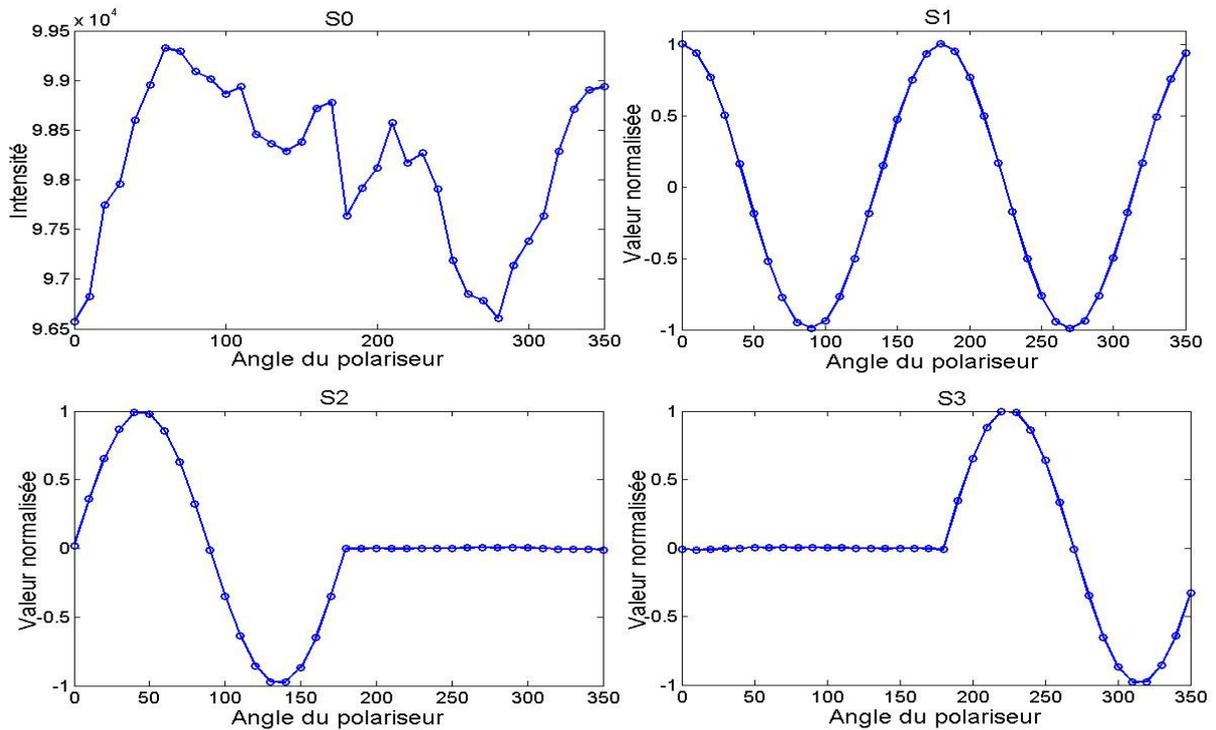


Figure 2.14 - Vecteurs de Stokes générés lors de l'étalonnage, tels que mesurés par le PSA à 6 états, en fonction de l'angle du polariseur de génération (passage à la configuration (2), *i. e.* ajout de la lame quart d'onde, à partir de 180°)

Cependant, même si un étalonnage soigneux permet de prendre en compte certaines erreurs, il pourrait être intéressant d'étudier celles introduites par l'angle d'incidence des rayons lumineux qui deviennent non-négligeables sur les bords de l'image. En effet, le comportement des optiques, notamment celui des retardeurs à cristaux liquides, s'écarte des comportements théoriques dans les zones éloignées de leur centre. Or la PMM est déterminée de façon unique sur l'ensemble de la zone « utile », *i. e.* la zone sur laquelle nous allons calculer le vecteur de Stokes. Idéalement, il faut utiliser lors de l'étalonnage, pour la génération d'états incidents, des optiques spatialement très stables, et déterminer la PMM en chaque pixel. Les retards des LCVR sont déterminés de façon unique sur l'ensemble de l'image. Cela a pour conséquence de rendre la PMM moins bien conditionnée sur les bords de l'image. À titre d'illustration, la figure 2.15 présente le conditionnement de la PMM sur un masque centré. Le polariseur et la lame quart d'onde utilisés pour la génération des états incidents sont les mêmes que ceux utilisés lors des étalonnages précédents. On constate ainsi que la PMM du PSA à 6 états possède un conditionnement qui, au centre de l'image, est de l'ordre de 1.95, contre 2.20 sur les bords.

Cependant, l'utilisation d'un objectif à faible champ angulaire permet d'en limiter les effets. Enfin, il serait intéressant d'étudier également l'asymétrie radiale du conditionnement de la PMM, les raisons évoquées précédemment n'expliquent que partiellement les variations observées du conditionnement. Dans la suite, la PMM est calculée en chaque point, après application d'un filtre moyenneur, afin de limiter l'apparition de points marginaux.

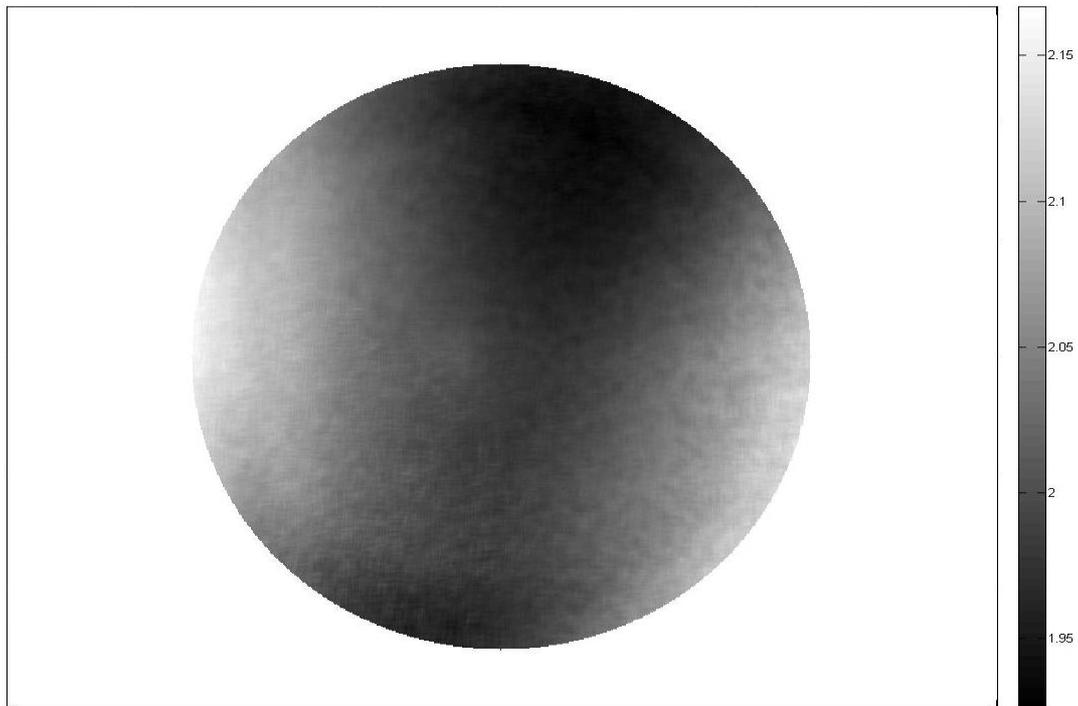


Figure 2.15 - Conditionnement de la PMM en chaque pixel pour le PSA à 6 états

2.5.4 Configuration et étalonnage alternatifs

Une autre solution a été testée. Nous avons tenté d'utiliser les avantages offerts par les LCVR. Premièrement, tous les retards sont accessibles à la longueur d'onde de travail. Deuxièmement, le temps d'alignement des molécules des LCVR est faible lorsque le saut de tension entre deux commandes successives est faible et que ces sauts correspondent à un signal de commande d'amplitude croissante. Le montage PSA est le même que pour le polariseur à 6 états mais comporte cette fois-ci 11 retards distincts pour chacun des LCVR, soit 121 états pour la matrice de Mueller du PSA. Ces 11 retards sont choisis uniformément sur la dynamique de la commande en tension. C'est-à-dire que les commandes en tension vont être réparties

uniformément entre 1 et 6V. Cela nous permet de couvrir toute la zone utile de la réponse en tension des LCVR (cf. figure 2.6). L'étalonnage est effectué à l'aide d'un PSG composé d'un polariseur linéaire et d'une lame quart d'onde placée sur une monture rotative possédant, selon le constructeur, une précision angulaire de 0.023° . Les angles θ_i de la lame quart d'onde sont choisis en accord avec les angles optimaux (minimisant le conditionnement de la PMM) tels que calculés par Tyo dans [55]:

$$\theta_i \in \{\pm 12.40^\circ, \pm 36.14^\circ, \pm 49.66^\circ, \pm 72.07^\circ\} \quad (2.33)$$

La PMM est déterminée suivant la méthode utilisant la décomposition SVD, et déjà détaillée précédemment. Seule l'expression des états incidents change. La PMM ainsi obtenue est de taille 4×121 . Son conditionnement expérimental est de l'ordre de 3.76. L'erreur commise sur un vecteur de Stokes rectiligne horizontale mesuré avec cette configuration n'est pas significativement plus faible que celle obtenue avec la configuration précédente. Plusieurs points permettent d'expliquer ce phénomène. Le premier vient de la répartition des retards des LCVR. En effet, ces retards ont été choisis, certes pour le côté pratique d'une telle répartition, mais également parce que le comportement polarimétrique des LCVR évolue en fonction de la température et du temps. De ce fait, les commandes déterminées le jour de l'étalonnage ne seront plus valables quelques jours plus tard. Cependant, globalement, le comportement aux limites de la réponse en tension des LCVR reste stable (*i. e.* la dynamique reste globalement inchangée). Cette configuration, bien que sous-optimale, devrait donc assurer un conditionnement de la PMM relativement stable dans le temps. Le second point expliquant l'erreur de mesure est le défaut d'axialité de la monture rotative sur laquelle la lame quart d'onde de génération est placée. Ce défaut induit une réfraction parasite qui se traduit par une apparente déformation spatiale de la source. De ce fait, les combinaisons linéaires effectuées lors du calcul du vecteur de Stokes vont être effectuées sur des pixels qui ne se correspondent pas spatialement. On retrouve ici un problème rencontré lors de la mesure en temps réel de l'image de Stokes d'une scène mobile à l'aide d'une unique caméra. En termes de vitesse d'acquisition, c'est le temps de sauvegarde des 121 images d'intensité qui sera le facteur limitant (886Mo pour des images 1600×1200 stockées en double)

Nous allons ainsi pouvoir utiliser la mesure complète de la matrice de Mueller. En effet, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant, la matrice de Mueller d'une réflexion spéculaire contient un certain nombre de redondances qui vont nous permettre d'analyser une scène avec plus de précision. Pour des raisons qui seront évoquées dans la suite, la mesure de la matrice de Mueller ne pourra être effectuée que sur une zone relativement restreinte de la scène. Le principe de notre ellipsomètre est très proche de celui présenté figure 2.1. La matrice de Mueller \mathbf{M} de l'échantillon est déterminée à partir des intensités mesurées \mathbf{I} comme suit :

$$\mathbf{M} = \mathbf{W}_A^\# \mathbf{I} \mathbf{W}_G^\# \quad (2.34)$$

où $\mathbf{W}_A^\#$ et $\mathbf{W}_G^\#$ sont les PMM de l'analyseur (notée \mathbf{W} précédemment) et du générateur respectivement. Dans le cas de notre polarimètre de Mueller, \mathbf{I} est une matrice de taille 121×8 . On prendra la valeur théorique de $\mathbf{W}_G^\#$, *i. e.* la pseudo-inverse de \mathbf{W}_G :

$$\mathbf{W}_G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -\cos^2(2\theta_1) & -\cos^2(2\theta_2) & \cdots & -\cos^2(2\theta_8) \\ -\frac{1}{2}\sin(4\theta_1) & -\frac{1}{2}\sin(4\theta_2) & \cdots & -\frac{1}{2}\sin(4\theta_8) \\ -\sin(2\theta_1) & -\sin(2\theta_2) & \cdots & -\sin(2\theta_8) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Les colonnes de \mathbf{W}_G correspondent aux états incidents utilisés lors de l'étalonnage du PSA et remplacent donc ceux définis par l'équation (2.20) dans l'étape de détermination de $\mathbf{W}_A^\#$.

2.6 Restauration par estimation du maximum a posteriori

2.6.1 Choix de la paramétrisation du problème

Nous cherchons ici à comparer deux paramétrisations de l'état de polarisation en vue de l'estimation du maximum *a posteriori*. L'une d'elle correspond au vecteur de Stokes, l'autre étant le vecteur paramètre issu de la décomposition de Cholesky de la matrice de cohérence de Wolf détaillée ci-après. Dans les deux cas, cela revient à estimer un paramètre inconnu

$\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1})$ dans \mathbb{R}^m à partir d'une observation x dans \mathbb{R}^n . Dans notre application, ces deux vecteurs sont reliés par l'équation suivante :

$$x = h(\lambda) + \varepsilon \quad (2.36)$$

où h représente la fonction déterministe liant la mesure non-bruitée au paramètre λ , et ε le bruit, supposé additif, inhérent à l'acquisition. On suppose dans la suite que ce bruit admet une densité de probabilité p_ε à valeur dans \mathbb{R}^n . On peut donc définir une densité de probabilité p_x associée à x :

$$\begin{aligned} p_x : \mathbb{R}^m &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ \xi &\mapsto p_x(\xi) = p_\varepsilon(\xi - h(\lambda)) \end{aligned} \quad (2.37)$$

On suppose par la suite que les fonctions h , p_ε et donc p_x sont différentiables sur leurs supports respectifs. On définit également l'opérateur jacobien de dérivation :

$$\frac{\partial h(\lambda)}{\partial \lambda} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1(\lambda)}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial h_1(\lambda)}{\partial \lambda_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_n(\lambda)}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial h_n(\lambda)}{\partial \lambda_m} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

La matrice d'information de Fisher du paramètre λ , évaluée pour $\lambda = \Lambda$, est définie comme étant la matrice de variance-covariance du jacobien de la fonction log-vraisemblance, soit :

$$F_x(\Lambda) = Cov_\Lambda \left\{ \left[\frac{\partial \ln[L(x, \lambda)]}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\Lambda}^T \right\} = E_\Lambda \left\{ \left[\frac{\partial \ln[L(x, \lambda)]}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\Lambda}^T \left[\frac{\partial \ln[L(x, \lambda)]}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\Lambda} \right\} \quad (2.39)$$

Or, via le changement de variable $y = x - h(\lambda)$, on peut exprimer la dérivée de la log-vraisemblance associée à λ :

$$\frac{\partial \ln[L(x, \lambda)]}{\partial \lambda} = \left[\frac{\partial \ln[p_\varepsilon(y)]}{\partial y} \right]_{y=x-h(\lambda)} \frac{\partial h(\lambda)}{\partial \lambda} \quad (2.40)$$

Il vient donc :

$$F_x(\Lambda) = \left[\frac{\partial h(\lambda)^T}{\partial \lambda} E_\Lambda \left\{ \left[\frac{\partial \ln[p_\varepsilon(y)]}{\partial y} \right]_{y=x-h(\lambda)}^T \left[\frac{\partial \ln[p_\varepsilon(y)]}{\partial y} \right]_{y=x-h(\lambda)} \right\} \frac{\partial h(\lambda)}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\Lambda} \quad (2.41)$$

On va ainsi pouvoir exprimer la matrice d'information de Fisher en fonction du jacobien de h et de la matrice de variance-covariance du bruit que l'on notera R_ε . On supposera dans la suite que le bruit est gaussien, centré, d'écart-type fixe σ , et que ses éléments sont indépendants les uns des autres. La matrice R_ε est donc proportionnelle à la matrice identité et il devient possible d'écrire la matrice d'information de Fisher sous la forme suivante :

$$F_x(\Lambda) = \left[\frac{\partial h(\lambda)^T}{\partial \lambda} R_\varepsilon^{-1} \frac{\partial h(\lambda)}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\Lambda} = \frac{1}{\sigma^2} \left[\frac{\partial h(\lambda)^T}{\partial \lambda} \frac{\partial h(\lambda)}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\Lambda} \quad (2.42)$$

Une fois la matrice d'information de Fisher exprimée, nous allons comparer celle-ci lorsque λ décrit le vecteur de Stokes et lorsqu'il décrit la paramétrisation issue de la décomposition de Cholesky de la matrice de cohérence de Wolf Φ . Cette décomposition peut s'appliquer à la matrice de cohérence, car celle-ci est hermitienne, définie-positive lorsque la lumière n'est pas totalement polarisée (*i.e.* lorsque son déterminant n'est pas nul). Cette hypothèse, bien que théoriquement erronée, est applicable pratiquement. En effet, dans notre application, la lumière ne sera jamais parfaitement polarisée.

La décomposition de Cholesky exprime une matrice en un produit d'une matrice triangulaire K par sa transposée conjuguée :

$$\Phi = K.(K^T)^* = \begin{pmatrix} k_0 & 0 \\ k_2 + ik_3 & k_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_0 & k_2 - ik_3 \\ 0 & k_1 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Cette matrice peut être reliée au vecteur de Stokes par les équations (1.18) et (1.19) et on obtient ainsi l'expression du vecteur de Stokes en fonction de $k = (k_0, k_1, k_2, k_3)$:

$$S = \begin{pmatrix} k_0^2 + k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 \\ k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_3^2 \\ 2k_0k_2 \\ -2k_0k_3 \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Les mesures d'intensité I sont reliées au vecteur de Stokes par l'équation suivante :

$$S = W.I \quad (2.45)$$

où W représente la PMM. Cette matrice est obtenue via un étalonnage préalable du système d'acquisition détaillé dans la section précédente de ce manuscrit. Cette expression peut être également exprimée en fonction de la pseudo-inverse de W , notée P dans la suite. On peut exprimer la fonction déterministe reliant k aux intensités non-bruitées I_{nb} :

$$I_{nb} = P \cdot \begin{pmatrix} k_0^2 + k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 \\ k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_3^2 \\ 2k_0k_2 \\ -2k_0k_3 \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

Le jacobien de cette fonction est le suivant :

$$J = 2P \cdot \begin{pmatrix} k_0 & k_1 & k_2 & k_3 \\ k_0 & -k_1 & -k_2 & -k_3 \\ k_2 & 0 & k_0 & 0 \\ -k_3 & 0 & 0 & -k_0 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

On suppose le bruit d'acquisition gaussien, centré, décorrélé (*i. e.* le bruit présent sur une mesure est indépendant du bruit des autres mesures) et d'écart-type σ . On va donc pouvoir exprimer la matrice d'information de Fisher relative au paramètre k à partir des équations (2.47) et (2.42) :

$$F_I(k) = \frac{4}{\sigma^2} J^T \cdot P^T \cdot P \cdot J \quad (2.48)$$

De même, son inverse est donnée par :

$$F_I^{-1}(k) = \frac{\sigma^2}{4} J^{-1} \cdot W \cdot W^T \cdot (J^{-1})^T \quad (2.49)$$

L'inverse de la matrice d'information de Fisher va nous permettre de déterminer les bornes de Cramér-Rao définie par:

$$\text{var}(k_i) \geq F_I^{-1}(k) \Big|_{(i,i)} \quad (2.50)$$

Si l'on considère la PMM théorique suivante :

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

Les bornes obtenues sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{var}(\hat{k}_0) \geq \frac{\sigma^2}{24k_0^2} \\ \text{var}(\hat{k}_1) \geq \frac{\sigma^2 (k_0^2 + k_2^2 + k_3^2)^2}{24 k_0^4 k_1^2} \\ \text{var}(\hat{k}_2) \geq \frac{\sigma^2 (k_2^2 + 3k_0^2)}{24 k_0^4} \\ \text{var}(\hat{k}_3) \geq \frac{\sigma^2 (k_3^2 + 3k_0^2)}{24 k_0^4} \end{array} \right. \quad (2.52)$$

Un calcul similaire sur le vecteur de Stokes fournit les bornes de Cramér-Rao suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{var}(\hat{S}_0) \geq \frac{2\sigma^2}{3} \\ \text{var}(\hat{S}_i) \geq 2\sigma^2 \text{ pour } i = 1, 2, 3 \end{array} \right. \quad (2.53)$$

Le choix de mener l'estimation sur le vecteur de Stokes plutôt que sur le paramètre k peut, par exemple, s'expliquer par les dépendances en $\frac{1}{k^2}$ et en $\frac{1}{k_0^4 k_1^2}$ des bornes de Cramér-Rao dans les inéquations (2.52). Pour les pixels où la lumière est fortement polarisée, la variance sur l'estimation de k sera très importante. L'équation (2.53) révèle une caractéristique très importante de notre système. En effet, la variance du bruit contenu dans les images de Stokes estimé sera deux fois plus importante que celle du bruit présent sur les images d'intensité. Lorsque les bornes inférieures des variances de chaque canal de l'estimation sont normalisées par la première composante, leurs valeurs optimales sont donc égales à $3\sigma^2$.

Expérimentalement, les bornes de Cramér-Rao obtenue pour la PMM du PSA à 6 états, exprimée dans l'équation (2.29), sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{var}(\hat{S}_0) \geq \sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_1) \geq 2.7881\sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_2) \geq 3.2274\sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_3) \geq 3.5203\sigma^2 \end{array} \right. \quad (2.54)$$

Ce résultat confirme que le système est relativement proche d'un système optimal. De même, pour le PSA à 4 états dont la PMM expérimentale est exprimée par l'équation (2.30), les bornes de la variance sur l'estimation sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{var}(\hat{S}_0) \geq \sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_1) \geq 2.9907\sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_2) \geq 3.1909\sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_3) \geq 3.3135\sigma^2 \end{array} \right. \quad (2.55)$$

En ce qui concerne la configuration alternative à 121 états présentée dans la section 2.5.4, les bornes de Cramér-Rao sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{var}(\hat{S}_0) \geq \sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_1) \geq 1.42\sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_2) \geq 5.44\sigma^2 \\ \text{var}(\hat{S}_3) \geq 2.74\sigma^2 \end{array} \right. \quad (2.56)$$

Les bornes des équations (2.54), (2.55) et (2.56) sont normalisées par rapport à la première composante. Le résultat exprimé par l'équation (2.56) prouve que cette configuration

est sous-optimale, notamment pour la troisième composante, la variance optimale étant égale à $3\sigma^2$. Cela s'explique naturellement par le choix des états qui a été effectué, non pas suivant les retards des LCVR mais suivant les commandes en tension. Cependant, étant donné que le bruit des N images d'intensité sera moyenné (moyenne pondérée suivant les éléments de la PMM) sur ces N images, les résultats fournis par la configuration à 121 états devraient donc être bien meilleurs que ceux obtenus via les autres configurations. Nous avons effectué une mesure en éclairant une demi-boule en acrylique par derrière. On peut voir sur la figure 2.16, les images de Stokes obtenues en utilisant le PSA à 6 états (colonne de droite) et le PSA à 121 états (colonne de gauche).

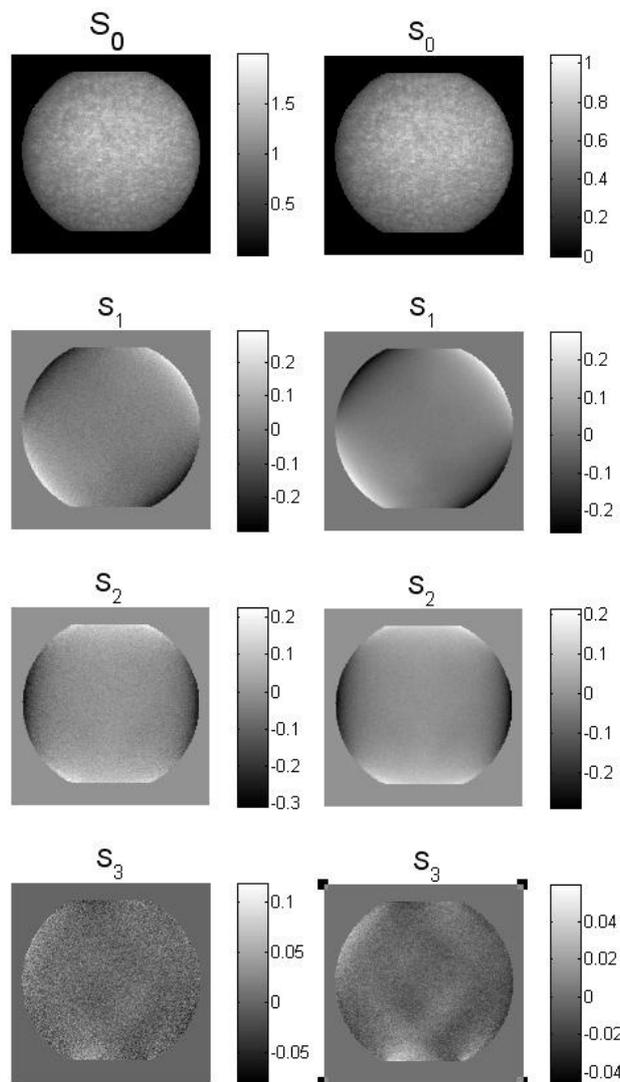


Figure 2.16 - Images de Stokes d'une demi-boule en acrylique vue du dessus, illuminée par derrière. Mesure effectuée à l'aide du PSA à 6 états (colonne de gauche) et du PSA à 121 états (colonne de droite)

2.6.2 Caractérisation du bruit

Nous allons détailler une méthode [1] permettant de caractériser le bruit et d'obtenir une estimation de sa densité de probabilité. On considèrera le bruit comme additif, non-déterministe et non-corrélé avec le signal de l'image réelle. Ainsi, si l'on note $g(i, j)$ le signal de l'image bruitée, $f(i, j)$ le signal de l'image réelle et $n(i, j)$ le bruit, on peut écrire:

$$g(i, j) = f(i, j) + n(i, j) \quad (2.57)$$

Étant données les considérations précédentes, on peut écrire :

$$\sigma_g^2(i, j) = \sigma_f^2(i, j) + \sigma_n^2(i, j) \quad (2.58)$$

On va considérer dans la suite que les zones homogènes de l'image sont prépondérantes par rapport aux contours. Cette méthode a pour hypothèse de base la considération suivante : dans les zones homogènes de l'image, l'écart-type du signal de l'image non-bruitée σ_f est négligeable par rapport à celui du bruit σ_n . Ainsi, on peut écrire que dans les zones homogènes :

$$\sigma_g^2 \approx \sigma_n^2 \quad (2.59)$$

De ce fait, dans les zones homogènes, la valeur de $\hat{\sigma}_n$ peut être interprétée comme étant issue de la différence de g et de μ_g , la moyenne locale de l'image bruitée, la moyenne locale du bruit étant supposée nulle. Comme il est précisé dans [1], l'algorithme possède cinq étapes :

1. A l'aide d'une fenêtre $(2m+1) \times (2m+1)$ parcourant l'image, on calcule les moyennes locales de l'image bruitée :

$$\hat{\mu}_g(i, j) = \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{k=-m}^{k=m} \sum_{l=-m}^{l=m} g(i+k, j+l) \quad (2.60)$$

et ses écarts types locaux :

$$\hat{\sigma}_g(i, j) = \frac{1}{(2m+1)^2 - 1} \sum_{k=-m}^{k=m} \sum_{l=-m}^{l=m} [g(i+k, j+l) - \hat{\mu}_g(i, j)]^2 \quad (2.61)$$

2. On trace ensuite $\hat{\sigma}_g(i, j)$ en fonction de $\hat{\mu}_g(i, j)$.
3. On partitionne ensuite le graphe obtenu en $L \times L$ blocs de même taille.
4. On repère ensuite les blocs possédant le plus de points. Ces blocs sont considérés comme issus des parties homogènes de l'image.
5. Enfin, on calcule la moyenne des $\hat{\sigma}_g(i, j)$ des points appartenant aux blocs « homogènes ».

Ainsi, cette moyenne peut être considérée comme très proche de $\hat{\sigma}_n(i, j)$. Une fois que les zones homogènes de l'image sont repérées, on peut calculer une estimation de la distribution du bruit :

$$\hat{n}(i, j) = \sqrt{\frac{(2m+1)^2}{(2m+1)^2 - 1}} [g(i, j) - \bar{g}(i, j)] \quad (2.62)$$

Avec cette donnée, on peut alors déduire la densité de probabilité du bruit dans l'image considérée.

Nous avons appliqué cette méthode d'estimation du bruit aux images de Stokes de la demi-boule en acrylique (cf. figure 2.16). La figure 2.17 présente les densités de probabilités du bruit estimé.

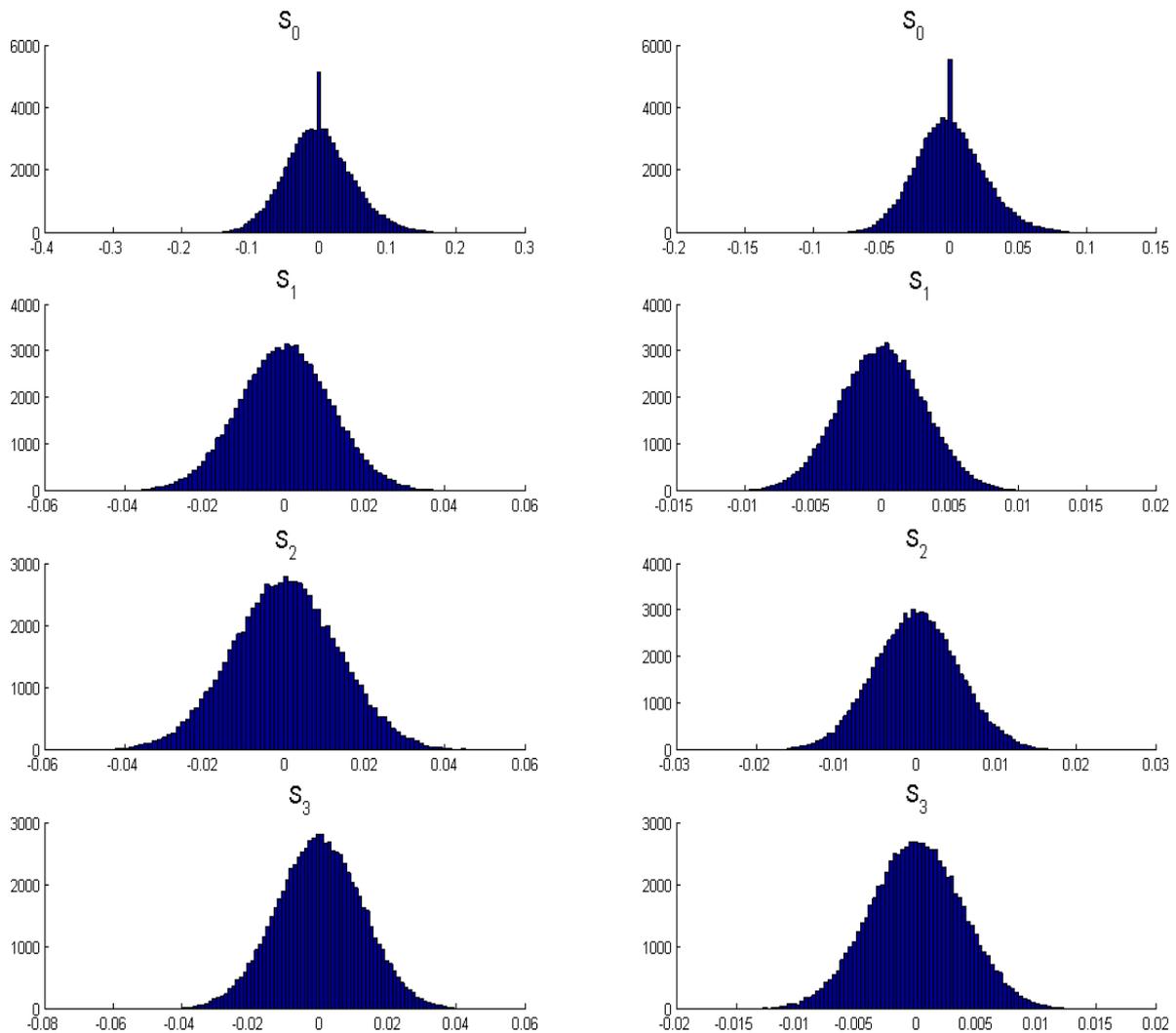


Figure 2.17 - Densités de probabilité du bruit estimé sur les images de Stokes de la figure 2.15. Acquisitions effectuées avec le PSA à 6 états (colonne de gauche) et le PSA à 121 états (colonne de droite)

Afin de tester la validité de notre configuration à 121 états dans le cadre d'une autre application, nous avons acquis l'image de Stokes de la scène visible sur la figure 2.18. Cette scène est composée d'une scène réelle, visible à travers une vitre et d'une scène virtuelle correspondant au reflet d'une seconde scène sur cette même vitre. Nous avons appliqué la méthode développée dans [50] puis celle décrite dans [49], méthode permettant la séparation de l'image réelle de l'image virtuelle.



Figure 2.18 - Image intensité des scènes superposées

Connaissant l'angle de la vitre, les images intensités, premiers éléments des vecteurs de Stokes, S_V et S_R peuvent être estimées. En minimisant l'information mutuelle entre les deux images ainsi reconstruites, une estimation de l'angle de la vitre peut être obtenue. L'information mutuelle peut être exprimée comme étant la probabilité jointe des deux images, estimée à partir de leur histogramme joint, normalisée par leurs entropies. L'information mutuelle des deux images reconstruites en fonction de l'estimée de l'angle de la vitre est visible figure 2.19.

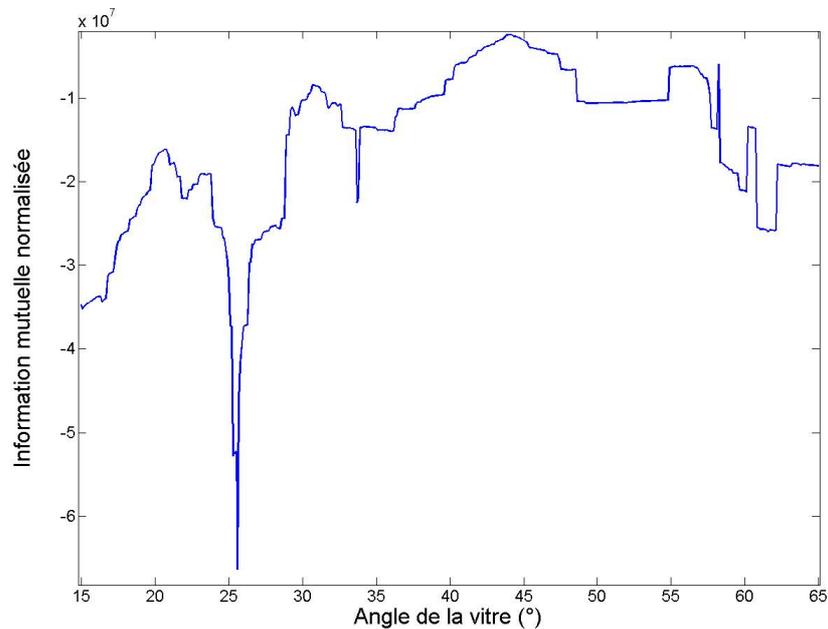


Figure 2.19 - Information mutuelle des images réelles et virtuelles reconstruites en fonction de l'estimée de l'angle de la vitre

La précision de cette estimation est en dessous du demi-degré. En effet, l'orientation de la vitre a été fixée à 25.5° (à un demi-degré près), le minimum de l'information mutuelle étant obtenu en 25.60° . Les images reconstruites sont visibles sur les figures 2.20 et 2.21. L'angle théorique utilisé dans [49] est le même et l'angle estimé à l'aide d'un polariseur linéaire orienté à 0° , 45° et 90° est de 27° .



Figure 2.20 - Estimation de l'image réelle



Figure 2.21 - Estimation de l'image virtuelle

2.6.3 Principe de l'estimation de l'état de polarisation

Comme nous l'avons vu précédemment, les erreurs d'alignement et de dimensionnement des optiques introduisent un bruit qui rendra plus ou moins délicat toute analyse ultérieure des données. Ce bruit peut surtout engendrer une perte de la validité physique des mesures. De plus,

la phase de restauration d'images de polarisation peut fournir des résultats contrevenant aux contraintes d'admissibilité physique déduites de la décomposition d'un vecteur de Stokes quelconque (1.22) :

$$\begin{cases} S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \\ S_0 \geq 0 \end{cases} \quad (2.63)$$

Les méthodes classiques basées sur le maximum de vraisemblance cherchent à estimer le paramètre \hat{x} qui correspond le mieux aux données mesurées y . Cela peut être exprimé par :

$$\hat{x} = \arg \max P(y | x) \quad (2.64)$$

De telles méthodes n'incluent aucune connaissance *a priori* sur le comportement statistique de l'image. Une autre approche consiste à chercher l'estimée maximisant la probabilité d'obtenir de telles mesures :

$$\hat{x} = \arg \max P(x | y) \quad (2.65)$$

Les méthodes bayésiennes telles que le maximum *a posteriori* (MAP) sont basées sur cette approche. Dans [8], un champ de Markov gaussien généralisé (noté GGMRF pour « Generalized Gaussian Markov Random Field ») est choisi pour décrire la distribution *a priori* $g(x)$ de l'estimation. En effet, cette distribution *a priori* est stable, *i. e.* convexe :

$$\log g(x) = -\lambda^p \left(\sum_{s \in S} a_s |x_s|^p + b_{s,r} |x_s - x_r|^p \right) \quad (2.66)$$

où s représente un pixel de l'ensemble des sites possibles S , r un pixel du voisinage de s noté $V(s)$, et λ est un paramètre inversement proportionnel à l'échelle de x . Quand $p = 1$, on retrouve une distribution laplacienne et, lorsque $p = 2$, une distribution gaussienne. Quand $1 < p < 2$, on

obtient un comportement intermédiaire. Afin d'homogénéiser la GGMRP, les coefficients $b_{s,r}$ et a_s sont définis comme suit :

$$b_{s,r} = b_{r,s}, a_s = \sum_{r \in V(s)} b_{s,r} \quad (2.67)$$

Ainsi on obtient une estimation du MAP :

$$\hat{x} = \arg \min \left(|y_s - x_s|^q + \sigma^q \lambda^p \sum_{r \in V(s)} b_{s,r} |x_s - x_r|^p \right) \quad (2.68)$$

On peut donc écrire :

$$\hat{\mathbf{S}}_s = \arg \min \left(\|\mathbf{I}_s - \mathbf{M}_{PMM} \mathbf{S}_s\|^q + \sigma^q \lambda^p \sum_{r \in V(s)} \|\mathbf{S}_s - \mathbf{S}_r\|^p \right) \quad (2.69)$$

où \mathbf{M}_{PMM} est la PMM. La minimisation s'effectue sous les contraintes d'admissibilité physique définies précédemment. Le paramètre q a la même signification que p dans l'équation (2.66), excepté que p est utilisé pour le comportement local et q pour la distribution *a priori* de x .

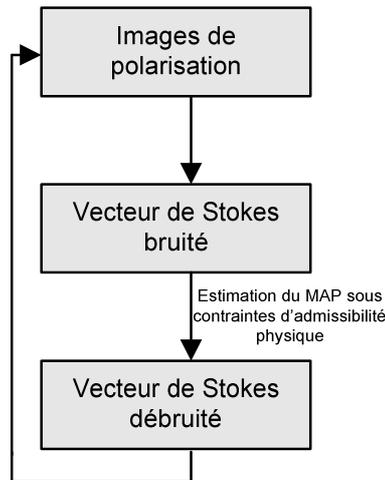


Figure 2.22 - Application itérative de l'estimation du MAP

Afin de renforcer le respect des contraintes et de relaxer les estimations par rapport aux mesures originales, l'étape de minimisation va être itérée comme le montre la figure 2.22. Après application de la méthode présentée [47], les mesures correspondantes vont être recalculées à partir du vecteur de Stokes estimé et l'algorithme pourra être à nouveau appliqué. Les résultats correspondant à cette méthode sont visibles dans [47].

Le choix de travailler sur le vecteur de Stokes plutôt que sur la matrice de cohérence s'explique par l'étude de l'information de Fisher relative à ces deux paramétrisations de l'état de polarisation.

2.6.4 Efficacité de l'estimation du MAP

Dans un premier temps, la méthode présentée dans la partie précédente a été appliquée à l'image de Stokes d'un polariseur linéaire générant en théorie un état de polarisation incident ayant pour vecteur de Stokes $\mathbf{S}_{in} = (1 \ 1 \ 0 \ 0)^t$. La méthode n'a pas été itérée suivant le principe illustré figure 2.21. Nous utilisons ici le PSA à 6 états. Les images traitées sont de taille 50×50 et correspondent au centre des images 600×800 acquises par la caméra CCD. Ce « zoom » a été effectué afin de s'assurer un vecteur de Stokes incident effectif le plus proche de sa valeur théorique et le plus stable spatialement. La minimisation a été effectuée à l'aide de la fonction « fmincon » provenant de l'« optimization toolbox » de Matlab™. Le vecteur de Stokes obtenu par simple multiplication matricielle (cf. équation(2.5)) a été utilisé pour initialiser l'optimisation.

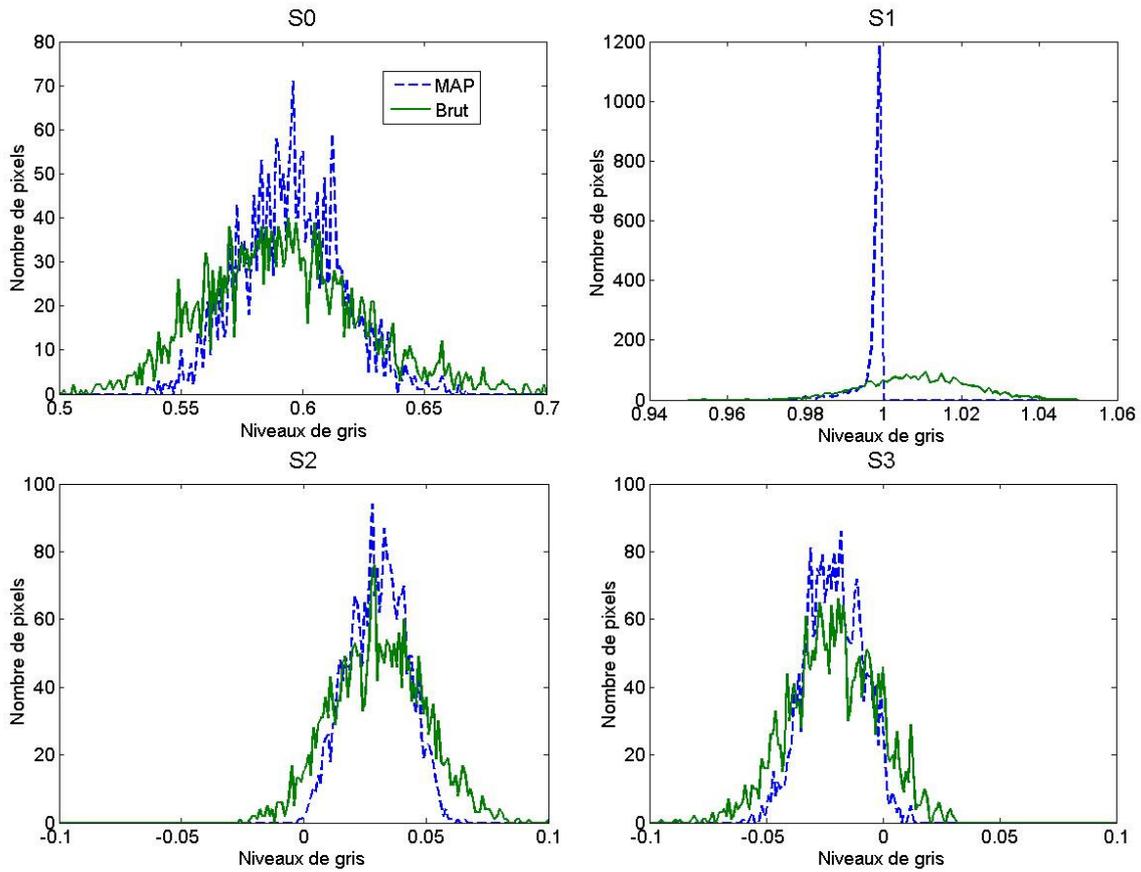


Figure 2.23 - Histogramme des quatre canaux du vecteur de Stokes avant et après application de la méthode d'estimation du MAP pour un vecteur de Stokes incident $S=[1,1,0,0]$

La figure 2.23 correspond aux histogrammes des quatre canaux de l'image de Stokes mesurée et de l'estimée du MAP. 78% des pixels ne sont pas physiquement admissibles sur l'image mesurée. L'estimation du MAP permet d'assurer le respect des contraintes de réalisabilité physique sur l'ensemble des pixels (si l'on ne prend pas en compte les pixels appartenant aux bords de l'image). Il faut garder à l'esprit que la première composante n'est pas normalisée. D'un point de vue statistique, l'efficacité de la méthode se retrouve essentiellement sur la composante S_1 . En effet, l'erreur quadratique moyenne est réduite d'un facteur quatre une fois l'estimation du MAP effectuée, l'erreur moyenne relative passant de 1,3% à 0,3%. L'image de l'erreur absolue commise sur le deuxième canal de Stokes est présentée figure 2.24.

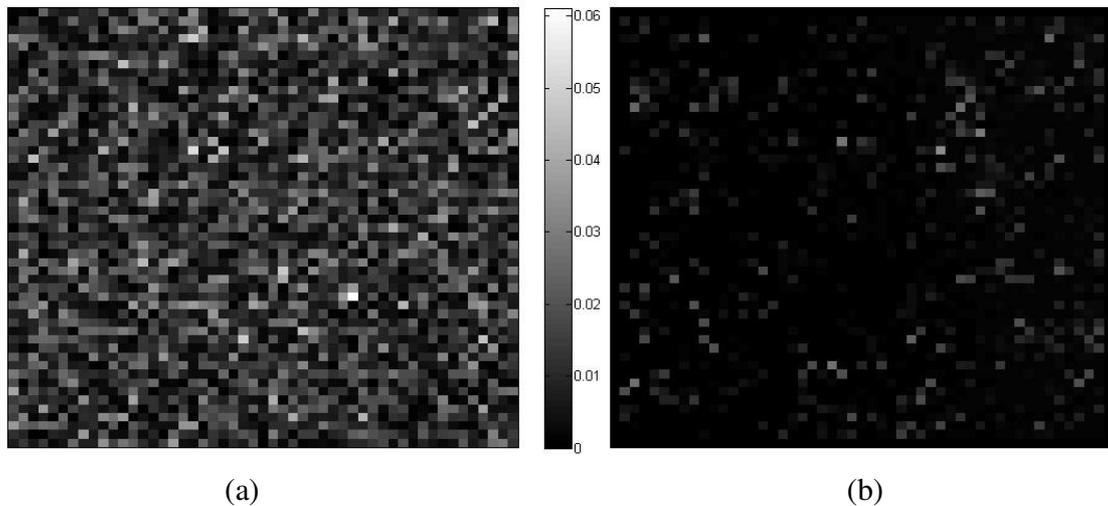


Figure 2.24 - Image de l'erreur absolue commise sur le deuxième canal de Stokes (a) mesuré et (b) obtenu par estimation du MAP pour un vecteur de Stokes incident $S=[1,1,0,0]$

L'effet de la méthode sur les autres composantes est naturellement marginal étant donné le vecteur de Stokes incident choisi. Sur ces canaux, seul le terme de régularisation (*i. e.* le second terme de la fonction objectif, terme de ressemblance au voisinage, voir équation (2.69)) influe réellement. Il est alors évident que l'estimation du MAP permettra une restauration d'autant plus efficace que la lumière incidente issue de la scène sera polarisée. Dans les zones faiblement polarisées, seul le terme de régularisation sera pris en compte lors de la phase de minimisation.

Dans un second temps, nous avons testé l'algorithme sur une scène réelle. Celle-ci est composée d'un bouchon cylindrique en plastique noir à réflexion spéculaire, afin d'obtenir une estimation qualitative de son efficacité. Le degré de polarisation, correspondant à l'image de Stokes mesuré et à l'estimée du MAP, est visible sur les figures 2.25 (a) et (b) respectivement.

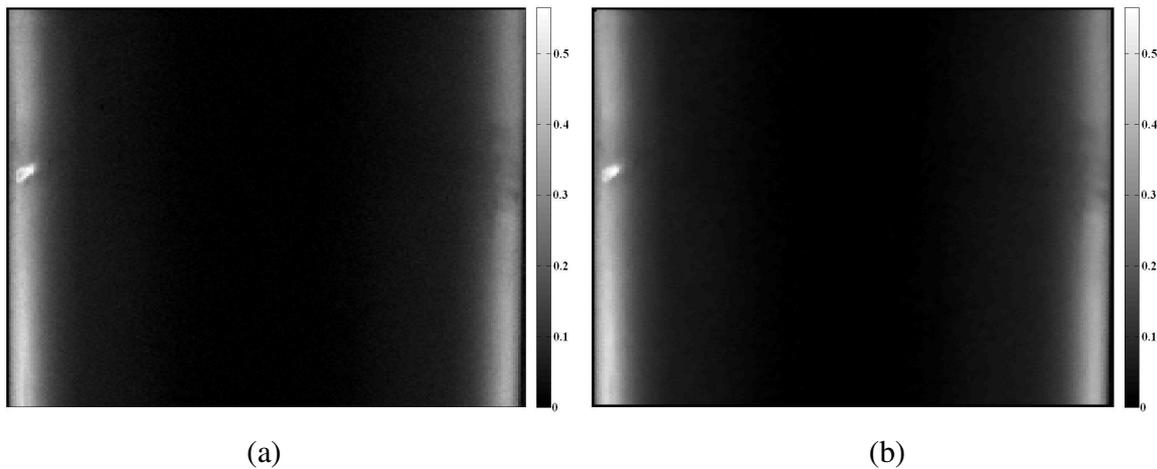


Figure 2.25 - Degré de polarisation du cylindre en plastique noir calculé à partir de (a) l'image de Stokes mesurée et (b) de l'estimée du MAP (images de taille 190x209)

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, le DOP sur la partie centrale du cylindre devrait être quasiment nul. On remarque que cette hypothèse est mieux respectée sur l'estimée du MAP que sur les données brutes. Ce détail va se révéler primordial dans la suite de cette thèse. En effet, le DOP est la somme quadratique des deuxième, troisième et quatrième canaux de Stokes normalisés (cf. équation (1.23)). Le bruit sur ces composantes va donc engendrer une polarisation résiduelle, dans les zones non-polarisantes, qui sera handicapante pour l'analyse de ces images. Une coupe horizontale des images de la figure 2.25 est visible figure 2.26. On y observe le lissage provoqué par l'étape de restauration. Enfin, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant, ce lissage ne sera pas pénalisant pour notre application.

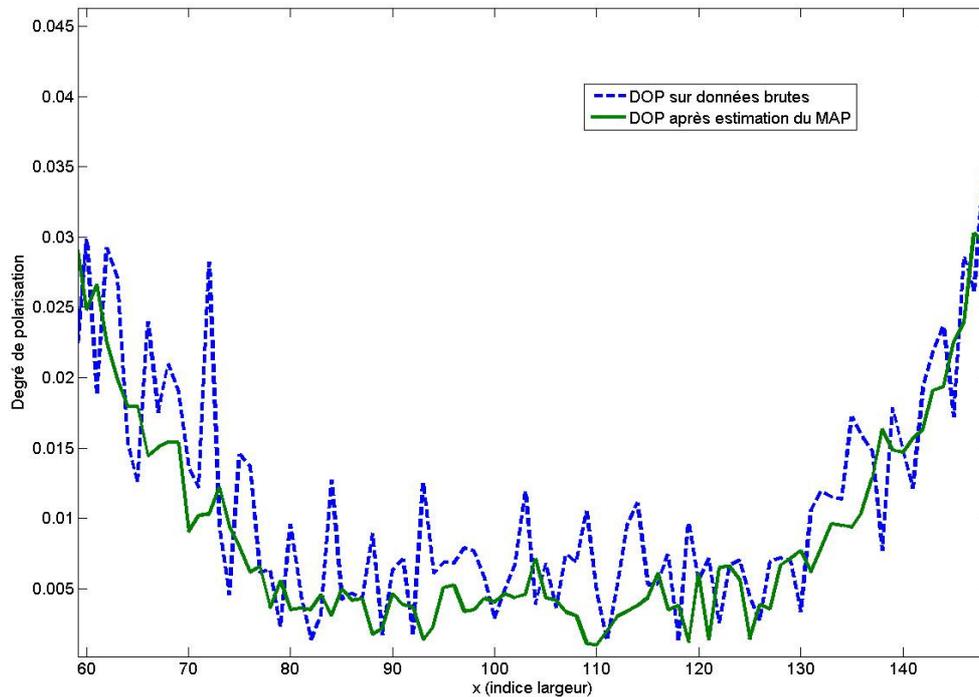


Figure 2.26 - Degré de polarisation (DOP) sur la ligne $y=150$ de l'image du cylindre en plastique noir, calculé à partir de l'image de Stokes mesurée et de l'estimée du MAP (coupes horizontales des images de la figure 2.25)

Conclusion

Les choix de conception du polarimètre de Stokes ont été justifiés. Le système d'acquisition de l'état de polarisation a été détaillé à travers la caractérisation des retardeurs à cristaux liquides nématiques, technologie de modulation utilisée dans cette thèse. Une étude de la répartition des erreurs de détermination de l'état de polarisation a été présentée. Le bruit inhérent à la technologie utilisée dans notre polarimètre justifie la phase de restauration exposée ci-avant. Celle-ci nous permet d'aborder l'analyse des images de polarisation ; des informations concernant la géométrie locale de surfaces à réflexion spéculaire pourront ainsi être déduites de l'étude de ces images.

Chapitre 3

Reconstruction 3D et polarimétrie

Les méthodes classiques de stéréovision atteignent leurs limites notamment lorsque la scène contient des objets transparents ou semi-transparentes. En effet, pour de tels objets, la mise en correspondance devient rédhibitoire car la mesure de corrélation tiendra fortement compte de la scène placée derrière les surfaces transparentes. L'algorithme livrera alors des résultats erronés dus aux distorsions engendrés par la réfraction et ne détectera pas de façon correcte la surface transparente. Enfin, pour les surintensités, la mise en correspondance reste très difficile à traiter. C'est pour ces multiples raisons que la polarisation de la lumière va être prise en compte dans la suite. Dans ce chapitre, après un état de l'art des méthodes de reconstruction 3D basées entre autre sur la polarimétrie, nous décrivons la méthode développée dans cette thèse. Celle-ci se distingue des méthodes existantes car elle utilise la mesure complète de l'état de polarisation de la lumière ambiante, totalement dépolarisée, après interaction avec la scène. L'efficacité de cette méthode et l'impact d'une restauration préalable des mesures sont étudiés quantitativement puis qualitativement.

3.1 Etat de l'art

Dans cette partie, nous allons décrire les méthodes permettant de reconstruire des surfaces (transparentes ou non) à partir des données polarimétriques de l'onde après réflexion sur la scène. Dans la suite de ce rapport, nous appellerons θ_i l'angle d'incidence de l'onde, θ_r l'angle de réflexion de l'onde, θ_t l'angle de réfraction de l'onde, θ (ou θ_i) le zénith de la normale à la surface et α son azimuth (cf. figure 3.2). R et T décriront les ondes réfléchies et transmises respectivement. Les indices \perp et \parallel symboliseront respectivement les composantes perpendiculaires et parallèles du champ électrique de ces ondes.

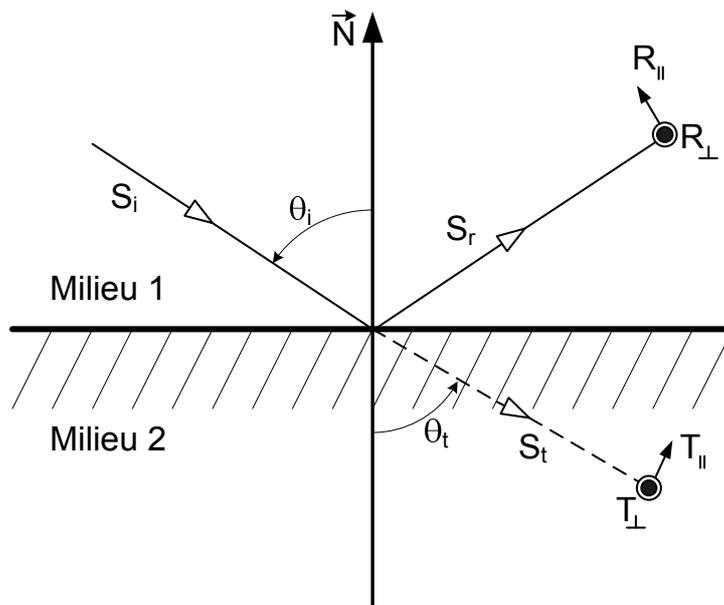


Figure 3.1 - Réfraction et réflexion d'une onde plane (dans le plan d'incidence)

3.1.1 Modèle de Fresnel

D'après le modèle de réflectance de Fresnel, lorsqu'une onde plane change de milieu de propagation, une partie de cette onde va être réfléchie et une autre réfractée (cf. figure 3.1).

Ces deux ondes peuvent être séparées en deux composantes orthogonales, déterminées à l'aide des relations suivantes [22] :

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t) \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} R_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} A_{\parallel} \\ R_{\perp} = \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} A_{\perp} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} T_{\parallel} = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} A_{\parallel} \\ T_{\perp} = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} A_{\perp} \end{cases} \quad (3.3)$$

où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des milieux 1 et 2 respectivement. Si l'on considère que $n_1 = 1$ (air) et que $n_2 = n$, et que le milieu 2 est à réflexion totalement spéculaire, la relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle d'incidence peut s'écrire :

$$\rho = \frac{2 \sin(\theta_i) \tan(\theta_i) \sqrt{n^2 - \sin^2(\theta_i)}}{n^2 - \sin^2(\theta_i) + \sin^2(\theta_i) \tan^2(\theta_i)} \quad (3.4)$$

De même, bien que la polarisation de la composante diffuse soit très faible, il existe une relation entre le degré de polarisation de celle-ci et l'angle d'incidence [4] :

$$\rho = \frac{\left(n - \frac{1}{n}\right)^2 \sin^2(\theta_i)}{2 + 2n^2 - \left(n + \frac{1}{n}\right)^2 \sin^2(\theta_i) + 4 \cos(\theta_i) \sqrt{n^2 - \sin^2(\theta_i)}} \quad (3.5)$$

La fonction $\rho(\theta_i)$ de la composante spéculaire est représentée pour le domaine visible et pour un indice de réfraction égal à 1,5 sur la figure 3.3. On appelle angle de Brewster θ_B l'angle

d'incidence pour lequel $R_{\parallel} = 0$. À l'angle de Brewster (de l'ordre de 60° pour le verre), le degré de polarisation est égal à 1 et $\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1} = n$.

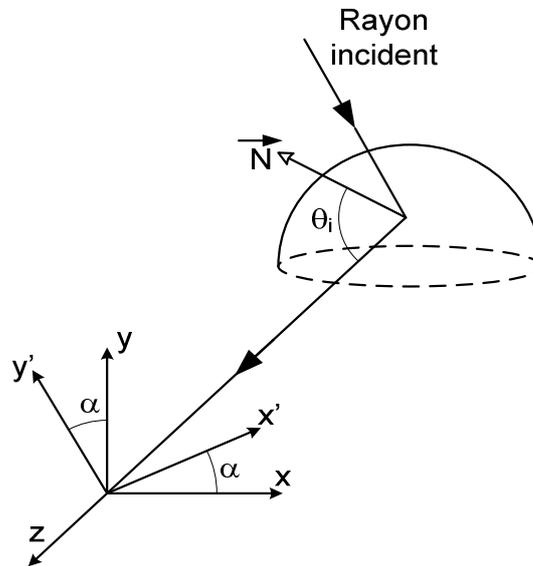


Figure 3.2 - Zénith θ_i et azimut α de la normale \vec{N} [31]

D'après les figures 3.1 et 3.2, il apparaît que l'angle d'incidence θ_i de l'onde correspond au zénith de la normale à la surface [31]. De plus, la direction du plan d'incidence caractérisée par l'angle α correspond à l'azimut de la normale. Le degré de polarisation est la principale donnée utilisée dans les méthodes de reconstruction. En effet, sa mesure nécessite un système optique plus simple que celui nécessaire à la mesure complète du vecteur de Stokes. Un simple polariseur soumis à une rotation d'angle contrôlable, placé devant la caméra, permet une mesure relativement correcte du degré de polarisation. L'intensité totale de l'onde varie sinusoidalement en fonction de l'angle du polariseur. La connaissance du maximum I_{\max} et du minimum I_{\min} de cette sinusoïde permet le calcul du degré de polarisation [62] :

$$\rho = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.6)$$

Pour déterminer correctement, en chaque pixel, I_{\max} et I_{\min} , dans [37-40, 45] les intensités, obtenues pour 36 angles du polariseur, sont utilisées pour déterminer la sinusoïde la plus proche des mesures. La direction du plan d'incidence est donnée par l'angle du polariseur lorsque $I = I_{\min}$. Cependant, cette sinusoïde est π -périodique. En considérant l'objet convexe, il devient possible de lever cette ambiguïté. Une fois calculés le zénith et l'azimut de la normale en chaque pixel, la reconstruction de la surface est possible (cf. section 3.3).

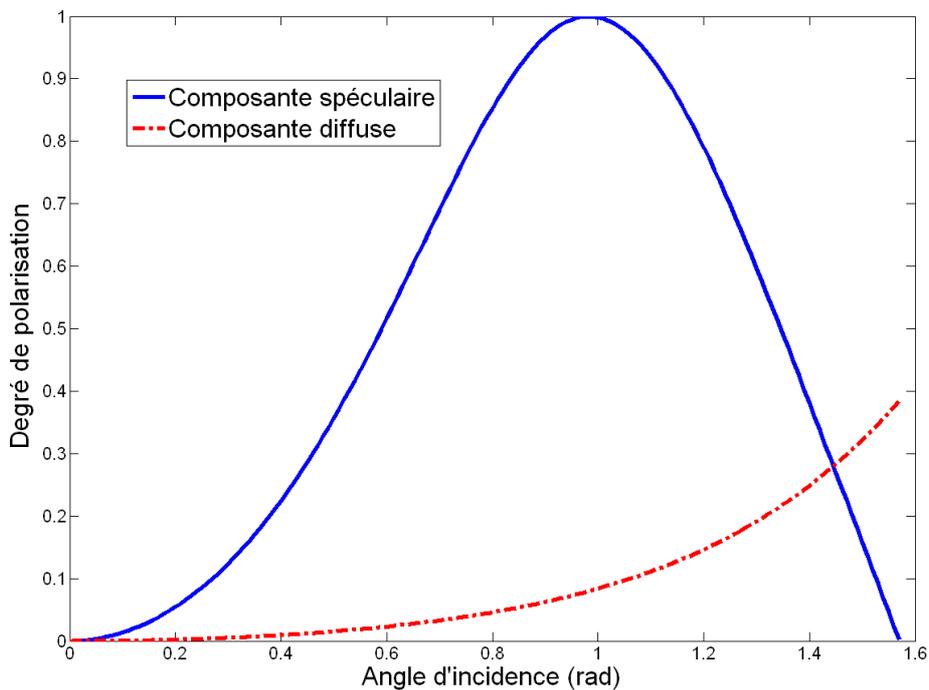


Figure 3.3 - Degré de polarisation des composantes spéculaire et diffuse en fonction de l'angle d'incidence pour un indice de réfraction égal à 1,5

Il apparaît sur la figure 3.3 que la connaissance du degré de polarisation ne permet pas de calculer directement l'angle d'incidence. En effet, la fonction $\rho(\theta_i)$, sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, n'est pas bijective, seulement surjective, dans le domaine visible. En ce qui concerne l'azimut de la normale, l'ambiguïté ne peut être levée que si la surface à reconstruire est convexe (ou concave) et lisse en tout point. Dans la littérature, on trouve principalement deux types d'approche : d'une part celles basées sur la mesure du degré de polarisation et la détermination du zénith en utilisant

les équations (3.4) ou (3.5) et d'autre part celles basées sur la mesure de la direction du plan d'incidence sous plusieurs angles de vues.

3.1.2 Matrice de Mueller d'une réflexion spéculaire

Dans [30], Koshikawa utilise le calcul de la matrice de Mueller en chaque pixel pour déterminer l'orientation locale de la surface. Pour cela, il utilise la décomposition polaire de la matrice de Mueller d'une réflexion et un éclairage polarisé circulairement, dont le vecteur de Stokes est de la forme $(I_c \ 0 \ 0 \ I_c)$. Dans l'approche développée par Koshikawa, les mesures préalables de trois paramètres P , U et V , dépendant de l'indice de réfraction et de l'angle d'incidence, sont nécessaires. En effet, le vecteur de Stokes après transformation par la matrice de Mueller décomposée est de la forme :

$$\frac{1}{2}(R_{\perp}^2 + R_{\parallel}^2)I_c \begin{pmatrix} 1 \\ P \cos(2\alpha) - V \sin(2\alpha) \\ P \cos(2\alpha) + V \sin(2\alpha) \\ U \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Une fois le vecteur de Stokes mesuré en tout point de la surface, et les fonctions $P(\theta_i)$, $U(\theta_i)$ et $V(\theta_i)$ déterminées, il ne reste plus qu'à identifier les éléments du vecteur de Stokes pour déterminer l'angle d'incidence et l'azimut (connu à π près).

3.1.3 Mesure de la direction du plan d'incidence

Dans [61], Wolff propose d'utiliser deux caméras. Sa méthode permet de s'affranchir de la connaissance de l'indice de réfraction. Cependant, le problème de la mise en correspondance n'est pas résolu (notamment pour les objets transparents!). La solution apportée se limite donc aux surfaces planes, où les normales ont évidemment toutes la même orientation. Dans sa conclusion, Wolff propose de combiner cette méthode avec la projection d'une grille sur la scène. Enfin, il énonce la possibilité de reconstruire la surface en utilisant de façon itérative la carte de disparités

issue de l'approche multi-vues avec les cartes de la distribution des normales issues des données polarimétriques.

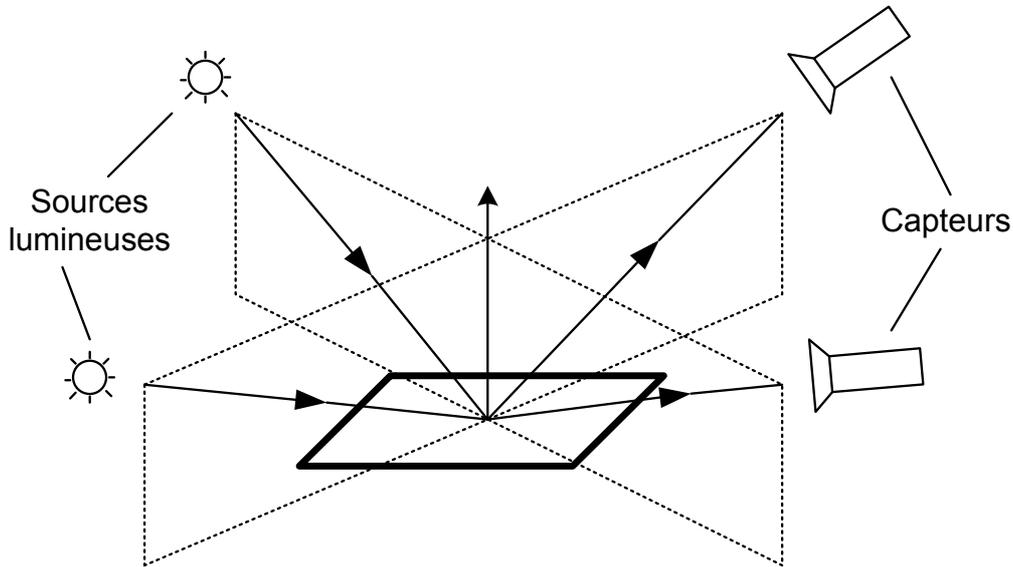


Figure 3.4 - Intersection de deux plans d'incidence

Les erreurs commises lors de la détermination des zéniths dépendent fortement du type de matériaux. Pour des surfaces en verre ou en plastique, l'erreur avoisine les 3.5° , 8° pour de l'aluminium lisse et 12° pour de l'aluminium brossé (le fait de brosser l'aluminium permet de tester la reconstruction pour des surfaces dont la composante diffuse est plus importante).

Une autre approche, plus générale que celle proposée par Wolff, est celle développée par Rahmann dans [45]. Les hypothèses posées dans ce travail sur la forme de l'objet sont les suivantes : la surface est sans discontinuité et la présence de concavités est possible tant qu'elle n'engendre ni interrélflexion ni occlusion. La méthode s'appuie sur plusieurs considérations géométriques. La projection de la normale à la surface sur le plan image nous fournit la direction du plan d'incidence α . Si l'on appelle v la projection de la normale à la surface au point \mathbf{X} sur le plan image et v_\perp le vecteur orthogonale à v , on peut écrire :

$$v_\perp(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} v(\mathbf{X}) \quad (3.8)$$

où $v(\mathbf{X}) = (\cos(\alpha(\mathbf{X})), \sin(\alpha(\mathbf{X})))^t$

À partir de la connaissance de v_{\perp} , on peut définir les « courbes de profil » issues des points reliés par ce vecteur. Comme il est démontré dans [44], ces « courbes de profil » peuvent être interprétées comme la projection orthographique sur le plan image des courbes d'iso-profondeur parallèles à ce plan, comme illustrée sur la figure 3.4 tirée de [45].

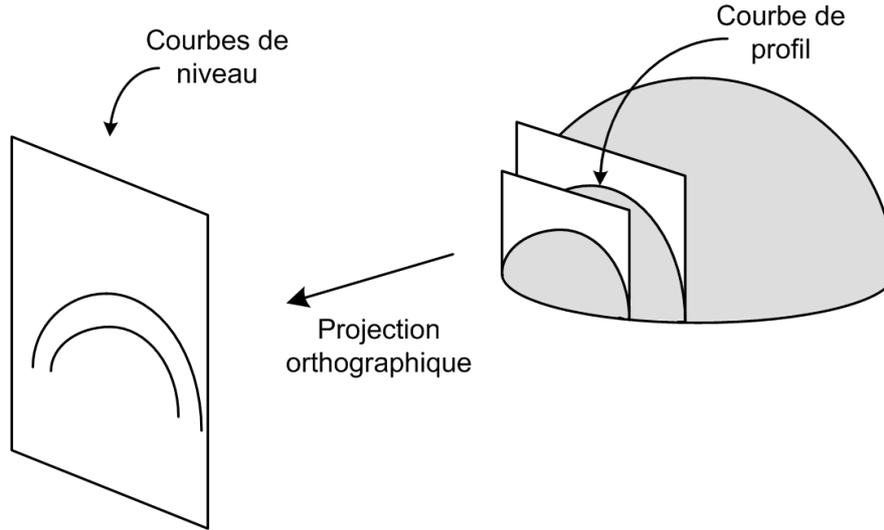


Figure 3.5 - Projection des courbes d'iso-profondeur sur le plan image (tirée de [45])

Ainsi, cette approche substitue la recherche de N valeurs de profondeur à la détermination de la position dans l'espace des $N \times N$ pixels correspondant aux points de la surface. Si l'on appelle I_i l'image de phase (*i. e.* l'image de la direction du plan d'incidence) mesurée par la i -ème caméra, \hat{I}_i l'image de phase estimée à partir des cartes de gradient estimées, la surface reconstruite (z, x, y) minimisera la fonction suivante :

$$E = \sum_i \int_D \left(\hat{I}_i(p, q, P_i) - I_i(x, y, z, P_i) \right)^2 dx dy \quad (3.9)$$

où D est l'ensemble des points issus de la discrétisation du plan image, P_i la matrice de projection, $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ et $q = \frac{\partial z}{\partial y}$. D'après l'auteur, une optimisation globale, appliquée sur l'ensemble des points de D , risquerait de converger très lentement, voire ne pas converger du

tout. Il mène donc la minimisation de la fonction (3.9) en partant de la résolution la plus faible et réitère, en initialisant avec le résultat ainsi obtenu, l'algorithme à la résolution supérieure. Les résultats expérimentaux valident cette approche. En effet, appliquée à un morceau de sphère capturée sous 5 angles de vue, l'algorithme permet de reconstruire la zone acquise avec une erreur relative inférieure à 0.03. Cette erreur relative est l'erreur moyenne calculée à partir de la différence entre la reconstruction et la vérité terrain, rapportée au rayon de la sphère.

3.1.4 Segmentation suivant l'angle de Brewster

Dans [38], Miyazaki *et al.* posent un grand nombre d'hypothèses sur la forme de l'objet : indice de réfraction connu et constant en tout point, surface convexe, lisse (optiquement et géométriquement), absence d'auto-occlusions, etc. Ensuite, après une segmentation suivant l'angle de Brewster et quelques considérations géométriques, ils arrivent à lever l'ambiguïté pour certaines zones de l'objet. Enfin, ils soumettent l'objet à une faible rotation (« tilt » dont la direction est connue), calculent la variation du degré de polarisation entre les deux images sur les zones de l'objet où l'ambiguïté règne. Selon le signe de cette variation, ils déterminent si l'angle d'incidence est supérieur ou non à l'angle de Brewster et lèvent ainsi totalement l'ambiguïté. L'erreur moyenne de reconstruction est de l'ordre de 11% sur la hauteur de l'objet. L'erreur moyenne commise sur la détermination du zénith est égale à 8.5°. Ces erreurs sont notamment dues à l'erreur de mesure, qui est en moyenne égale à 0.17 pour le degré de polarisation.

3.1.5 Degré de polarisation dans l'infrarouge

Dans [39], Miyazaki *et al.* proposent de combiner la mesure du degré de polarisation dans le domaine visible et dans l'infrarouge. En effet, dans ce dernier domaine, la fonction $\rho(\theta_i)$ est bijective. Mais les mesures étant très bruitées (car l'intensité des ondes émises dans l'infrarouge est très faible dans leur protocole expérimental), ils ne déterminent qu'une relation d'ordre avec l'angle de Brewster et lèvent ainsi l'ambiguïté. Cependant, cette méthode nécessite la détermination préalable de l'indice de réfraction. L'erreur commise sur le zénith atteint 10° pour les angles d'incidences faibles. Ces fortes erreurs sont dues au fait que la dérivée de la variation du degré de polarisation est quasiment nulle pour des angles proches de zéro, et l'identification est donc moins robuste pour ces angles.

3.1.6 Composante diffuse

Cette méthode ne s'applique qu'à des objets opaques dont la réflexion est à composante principalement diffuse. En effet, le degré de polarisation de celle-ci, bien que très faible, est bijectif sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$. Dans [40], Miyazaki *et al.* enlèvent la composante spéculaire de l'image à l'aide de considérations chromatiques et calculent le degré de polarisation. Les angles d'incidence sont calculés avec un indice de réfraction arbitraire, puis, par égalisation de l'histogramme des angles d'incidence avec celui d'un hémisphère, les zéniths calculés sont corrigés. Peu de contraintes sont imposées sur le type d'objets restructuribles. Les résultats obtenus via cette méthode apparaissent visuellement comme étant de bonne qualité, mais aucune estimation de l'erreur n'est présentée.

3.2 De Stokes à la distribution des normales

Dans cette partie, nous allons décrire les principes retenus pour le développement de la méthode de reconstruction ainsi qu'un raffinement apporté à la méthode de relaxation. Dans [31], Koshikawa utilise la décomposition polaire de la matrice de Mueller [34](décomposition utilisée notamment dans [2]). Cette décomposition développe la matrice de Mueller comme étant la superposition d'un polariseur \mathbf{P} et d'un retardeur \mathbf{L} soumise à une rotation correspondant à l'orientation du plan d'incidence :

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(-\alpha).\mathbf{P}.\mathbf{L}.\mathbf{R}(\alpha) \quad (3.10)$$

Soit :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\alpha) & -\sin(2\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(2\alpha) & \cos(2\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 + R_{\parallel}^2) & \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 - R_{\parallel}^2) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 - R_{\parallel}^2) & \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 + R_{\parallel}^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{\perp}R_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\perp}R_{\parallel} \end{pmatrix} \dots \quad (3.11)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) & 0 \\ 0 & -\sin(2\alpha) & \cos(2\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sous éclairage naturel (non polarisé), l'onde obtenue après réflexion a pour vecteur de Stokes [46]:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 + R_{\parallel}^2) \\ \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 - R_{\parallel}^2)\cos(2\alpha) \\ \frac{1}{2}(R_{\perp}^2 - R_{\parallel}^2)\sin(2\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Ainsi, il est possible de calculer R_{\perp}^2 et R_{\parallel}^2 à partir du vecteur de Stokes. Or, d'après le modèle de Fresnel, les courbes de R_{\perp}^2 et de R_{\parallel}^2 correspondent au graphe donné figure 3.6. Ces deux courbes devraient nous permettre de calculer l'angle d'incidence et *ipso facto* le zénith de la normale à la surface en chaque pixel. Cependant, il s'agit de quantités non-normalisées. En effet, un coefficient d'intensité doit être pris en compte si la lumière incidente n'est pas parfaitement isotrope, ce qui sera évidemment le cas quelles que soient les précautions prises en ce qui concerne l'illumination de la scène.

La normale retenue sera la solution au sens des moindres carrés, c'est-à-dire le couple (θ, α) minimisant la fonction suivante:

$$f(\theta, \alpha) = \sum_{i=1}^4 [\hat{S}_i(\theta, \alpha) - S_i]^2 \quad (3.13)$$

où \hat{S}_i représente le i -ème canal du vecteur de Stokes théorique décrit par l'équation (3.12) et S_i le i -ème canal du vecteur de Stokes mesuré. Cette solution permet de contourner le problème posé par la non-bijectivité du degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence. Il est bien évident qu'en l'absence de polarisation circulaire, le quatrième canal peut être ignoré dans l'équation (3.13).

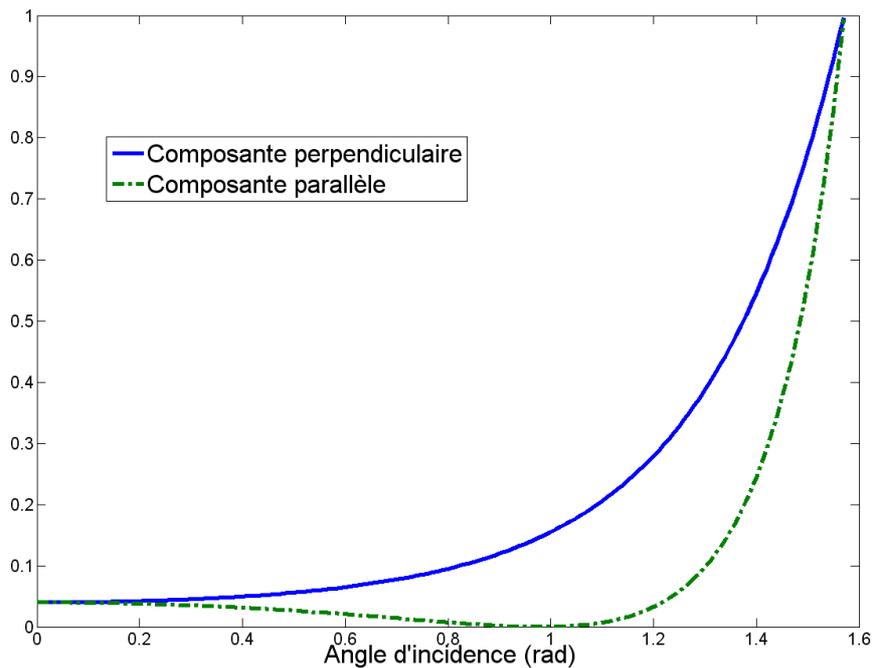


Figure 3.6 - Composantes perpendiculaire R_{\perp} et parallèle R_{\parallel} en fonction de l'angle d'incidence

Lors de la phase de minimisation, les deuxième et troisième paramètres du vecteur de Stokes peuvent nous permettre de déterminer à π près l'azimut α . En considérant des objets géométriquement lisses, et ne présentant donc pas de rupture de continuité dans l'orientation de la

normale, il est possible de lever l'ambiguïté sur l'azimut. Connaissant l'azimut sur les bords de la surface, nous sommes en mesure de propager la levée de l'ambiguïté des bords vers le centre de l'objet.

Dans [40], Miyazaki *et al.* calculent les angles d'incidence avec un indice de réfraction arbitraire, puis modifient l'histogramme des angles d'incidence pour qu'il corresponde à celui d'une hémisphère. Il est également possible de calculer l'indice de réfraction à l'aide de R_{\perp}^2 et de R_{\parallel}^2 . En effet, lorsque $R_{\parallel}^2 = 0$, l'angle d'incidence est égal à l'angle de Brewster θ_B , qui vérifie deux propriétés :

$$\tan(\theta_B) = n \quad (3.14)$$

$$\theta_B + \theta_t = \frac{\pi}{2} \quad (3.15)$$

En injectant ces deux équations dans l'expression (3.2) de R_{\perp}^2 et en considérant que $\theta_B \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, on trouve :

$$R_{\perp}^2 = \left(\sin(\theta_B)^2 - \cos(\theta_B)^2 \right)^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 \quad (3.16)$$

Si l'indice de réfraction est constant, on peut donc faire la moyenne des R_{\perp}^2 pour lesquels $R_{\parallel} = 0$, puis, en considérant que $n \geq 1$, en estimer une valeur (cf. figure 3.7). Cette hypothèse est vérifiée pour la plupart des matériaux.

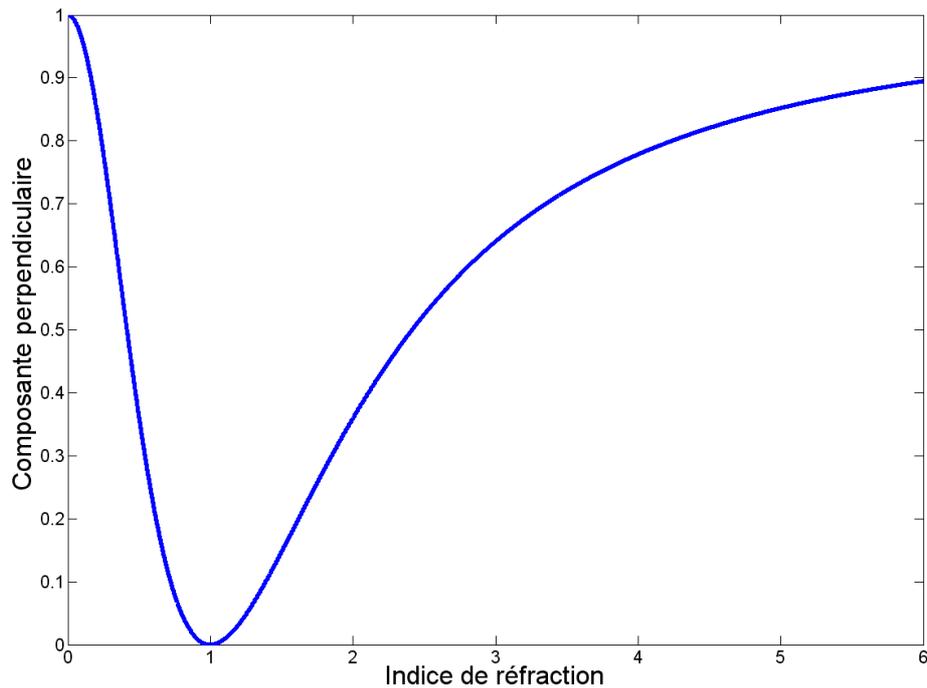


Figure 3.7 - Composante perpendiculaire R_{\perp}^2 lorsque $R_{\parallel} = 0$ en fonction de l'indice de réfraction

Le calcul de l'indice de réfraction nécessitera une normalisation au préalable de la composante R_{\perp}^2 . Cette normalisation est une étape délicate, puisqu'elle nécessitera la présence d'un nombre relativement important de points correspondants à un angle d'incidence le plus proche possible de $\pi/2$.

3.3 Des normales à la reconstruction

3.3.1 Détermination du gradient

Le problème traité dans cette partie est le suivant : comment, à partir du zénith et de l'azimut (coordonnées sphériques incomplètes) des normales à une surface, peut-on reconstruire cette même surface ? Cela revient donc à identifier la fonction f définie par :

$$z(x, y) = f(\theta, \alpha) \quad (3.17)$$

où x, y, z correspondent aux coordonnées cartésiennes d'un point de la surface, θ et α au zénith et à l'azimut de la normale à la surface au point (x, y, z) .

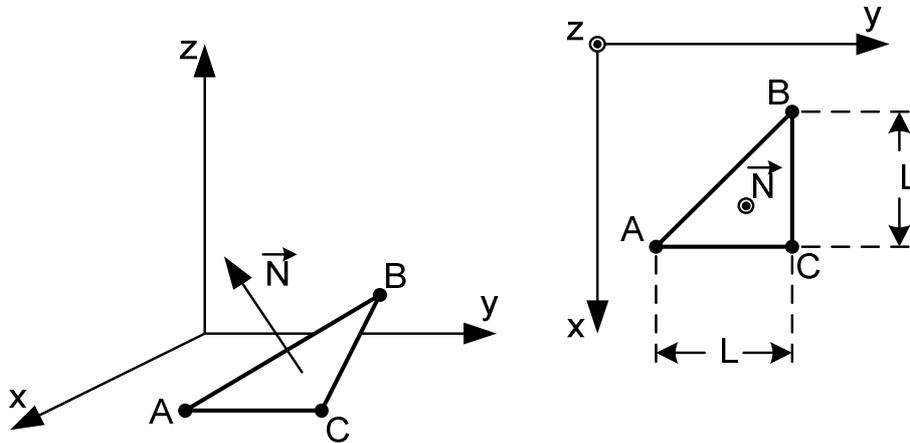


Figure 3.8 - (a) Surface élémentaire et normale (b) projection sur le plan $z=0$

Ce problème a été traité à plusieurs reprises, notamment dans le cadre du « shape from shading » (reconstruction 3D à partir d'une seule image se basant sur les ombres induites par les reliefs de l'objet à reconstruire). En effet, Les méthodes proposées dans le cadre du « shape from shading » livrent souvent les cartes des dérivées partielles de la surface : $p(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x}$ et $q(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y}$. Nous allons donc exprimer ces dérivées partielles en fonction des coordonnées sphériques de la normale. D'après la figure 3.8, on peut écrire les relations suivantes liant les coordonnées cartésiennes des points A , B et C :

$$\begin{aligned} x_C &= x_A + L \\ y_C &= y_A \\ y_B &= y_A + L \\ x_B &= x_A - L \end{aligned} \quad (3.18)$$

La normale \vec{N} du triangle ABC peut donc s'exprimer comme suit :

$$\vec{N} = \vec{CB} \times \vec{CA} \quad (3.19)$$

Soit :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} L(z_A - z_C) \\ L(z_C - z_B) \\ -L^2 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Or, en notant (x_N, y_N, z_N) les coordonnées cartésiennes de \vec{N} et (u, α, θ) ses coordonnées sphériques, on peut écrire que :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cos(\alpha) \sin(\theta) \\ u \sin(\alpha) \sin(\theta) \\ u \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

On en déduit ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= z_C - z_A = \frac{\cos(\alpha) \tan(\theta)}{L} \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= z_B - z_C = \frac{\sin(\alpha) \tan(\theta)}{L} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Une fois la relation entre le gradient et les coordonnées sphériques de la normale exprimée, nous allons pouvoir passer en revue quelques-unes des méthodes de reconstruction 3D. Il faut garder à l'esprit que toutes ces méthodes fournissent une surface approximative, à un facteur d'échelle près suivant l'axe Oz . Nous ne présentons ici que les méthodes permettant d'obtenir la surface à partir des cartes de gradients. Ils en existent de nombreuses, généralement réparties en trois catégories : locales, itératives [17] et globales. Les méthodes de reconstruction locales sont basées sur le développement en série de Taylor de la fonction $z = f(x, y)$. Les méthodes de reconstruction itératives sont le plus souvent basées sur la relaxation, développée notamment dans [22]. Les méthodes globales correspondent à la projection de la surface sur une base de fonctions, et donc à la détermination des coefficients de projection sur cette base à partir des gradients. Après une vue d'ensemble des méthodes locales, trois méthodes seront détaillées

dans ce mémoire : la relaxation introduite par Horn [22], l'utilisation de la transformée de Fourier par Wei et Klette dans [57, 59], et l'utilisation d'une base d'ondelettes gaussiennes par Kovési dans [33]. Comme nous allons le voir par la suite, le choix de la méthode devra se faire suivant le type de surface à reconstruire (à pente moyenne nulle ou non), le temps de calcul disponible et l'importance du bruit présent dans les images des gradients.

3.3.2 Méthodes locales

Ces algorithmes reposent sur la discrétisation du développement en série de Taylor de la fonction $z = f(x, y)$:

$$\begin{cases} z_{i,j} = z_{i-1,j} - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{L^k p_{i-1,j}^{(k)}}{k!} \\ z_{i,j} = z_{i,j-1} - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{L^k q_{i,j-1}^{(k)}}{k!} \end{cases} \quad (3.23)$$

$p_{i,j}^{(k)}$ et $q_{i,j}^{(k)}$ représentant la $k^{\text{ème}}$ dérivée de f suivant x et y respectivement. Une fois les deux expressions de (3.23) sommées, on obtient :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{L^k (p_{i-1,j}^{(k)} + q_{i,j-1}^{(k)})}{k!} \quad (3.24)$$

Si l'on limite le développement à $k = 1$ ou à $k = 2$, on obtient les méthodes des rectangles ou des trapèzes respectivement. Ces méthodes sont globalement peu robustes au bruit. En effet, les erreurs vont se cumuler au fur et à mesure du balayage de l'image. Plusieurs alternatives ont été proposées pour limiter la propagation des erreurs, comme par exemple l'initialisation de l'intégration à partir du centre de l'image [10], ou à partir des coins de l'image, avant de moyenniser les quatre surfaces obtenues [29]. De plus, ces algorithmes sont très sensibles au chemin d'intégration choisi. Les méthodes locales « de proche en proche » telles que celle de Coleman et Jain ont une complexité en $O(N)$. Bien que peu gourmandes en temps de calcul, ces

méthodes ne seront pas utilisées dans la suite, étant donné le bruit relativement important présent dans nos mesures.

3.3.3 Méthodes de relaxation

La méthode de relaxation a été proposée par Horn dans [22]. Le principe de cette méthode est le suivant : en partant d'une surface plane $Z(x, y) = 0$, on va déformer localement cette surface en fonction de la valeur des dérivées partielles. En itérant ces déformations un nombre suffisant de fois, on récupérera une surface correcte à un facteur d'échelle près.

En notant $Z_n(x, y)$ l'altitude du point de la surface de coordonnées (x, y) à l'itération n , on peut écrire :

$$Z_{n+1}(x, y) = \frac{1}{4} [Z_n(x+1, y) + Z_n(x-1, y) + Z_n(x, y+1) + Z_n(x, y-1)] + \dots \quad (3.25)$$

$$\dots \frac{L}{4} [p(x+1, y) - p(x-1, y) + q(x, y+1) - q(x, y-1)]$$

avec $p(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x}$ et $q(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y}$. Cette méthode lisse la surface, car l'altitude d'un point va être calculée comme étant l'altitude moyenne de son 4-voisinage additionnée des variations du gradient de la surface suivant x et y . Cette méthode a pour principal défaut son temps d'exécution. En effet, une surface correcte n'est obtenue que pour un grand nombre d'itérations (dépendant notamment de la taille de l'image).

Une autre méthode existe, très proche de la précédente, basée sur l'algorithme de Gauss-Seidel. Elle consiste en la modification du premier terme de l'équation (3.25) (correspondant à la moyenne locale), pour qu'il soit mis à jour à partir des valeurs des pixels précédents, déterminées à l'itération courante :

$$Z_{n+1}(x, y) = \frac{1}{4} [Z_n(x+1, y) + Z_{n+1}(x-1, y) + Z_n(x, y+1) + Z_{n+1}(x, y-1)] + \dots \quad (3.26)$$

$$\dots \frac{L}{4} [p(x+1, y) - p(x-1, y) + q(x, y+1) - q(x, y-1)]$$

Enfin, d'autres méthodes, telles que la méthode « successive overrelaxation » [42], consistent en l'ajout d'un coefficient, fixé par l'utilisateur, aux différents termes de l'équation (3.26) afin d'accélérer la convergence de l'algorithme. Les méthodes de relaxation ne sont pas applicables aux surfaces possédant une pente moyenne non nulle. En présence d'un bruit important, elles apparaissent cependant comme étant les plus robustes.

3.3.4 Passage dans l'espace de Fourier

Wei et Klette dans [59] et [58], proposent d'utiliser la transformée de Fourier pour résoudre le problème de la reconstruction (toujours dans le cadre du « shape from shading »). La reconstruction d'une surface à partir des deux dérivées partielles correspond en réalité à un problème d'intégration. La transformée de Fourier permet de répondre rapidement à ce problème. En effet, pour une fonction f , la transformée de Fourier de sa dérivée vérifie :

$$TF[f'(x)] = 2\pi i u F(u) \text{ avec } TF[f(x)] = F(u) \quad (3.27)$$

La première version de l'algorithme, détaillée dans [59], cherche à minimiser la fonction de coût suivante :

$$E = \iint_{\Omega} \left[|Z_x + p|^2 + |Z_y + q|^2 \right] dx dy + \lambda \iint_{\Omega} \left[|Z_{xx} + p_x|^2 + |Z_{yy} + q_y|^2 \right] dx dy \quad (3.28)$$

où Z_x et Z_y désignent les composantes inconnues du gradient de la surface recherchée, et Z_{xx} et Z_{yy} les dérivées secondes suivant x et y respectivement. p_x et q_y correspondent aux dérivées de p et q suivant x et y respectivement. Les auteurs aboutissent ainsi à la transformée de Fourier de la surface $z(x, y)$:

$$Z(u, v) = \frac{(u + \lambda u^3)P(u, v) + (v + \lambda v^3)Q(u, v)}{u^2 + v^2 + \lambda(u^4 + v^4)} \quad (3.29)$$

où P, Q correspondent aux transformées de Fourier de p, q respectivement. λ est un facteur de pondération. De façon similaire, dans [58], les auteurs étudient la fonction de coût suivante qui apparaît être plus robuste :

$$E = \iint_{\Omega} \left[|Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 \right] dx dy + \lambda \iint_{\Omega} \left[|Z_x|^2 + |Z_y|^2 \right] dx dy + \dots \quad (3.30)$$

$$\dots \mu \iint_{\Omega} \left[|Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 \right] dx dy$$

Cette fonction de coût ajoute naturellement un deuxième facteur de pondération μ . La transformée de Fourier de la surface minimisant cette fonction vérifie :

$$Z(u, v) = \frac{juP(u, v) + jvQ(u, v)}{(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2} \quad (3.31)$$

Il ne reste ensuite qu'à appliquer la transformée de Fourier inverse pour obtenir une surface approchant la surface décrite par p et q . La complexité de cette méthode est en $O(N \log N)$.

3.3.5 Utilisation des « shapelets »

L'approche développée par Peter Kovesi dans [33] s'appuie sur la transformée en ondelettes. Via une projection sur une base formée de fonctions gaussiennes, il calcule la corrélation entre le gradient de la surface et les gradients des fonctions formant la base appelées « shapelet ». La dérivation est une opération linéaire et, donc, la corrélation entre les gradients de deux fonctions est équivalente à la corrélation directe de ces fonctions. Ces corrélations sont appliquées par l'intermédiaire de filtres gaussiens. Ce filtrage correspond en réalité à la sélection d'une bande de fréquences dans l'image. L'utilisation de gaussiennes se justifie simplement par le fait que les fonctions de la base doivent vérifier plusieurs conditions : reconstruction simple et sans ambiguïté de la surface associée à chaque fonction, couverture complète du spectre de l'image, respect de la phase du gradient (la fonction de transfert du gradient de la shapelet doit être positive pour les fréquences positives et inversement). L'auteur prend en compte le fait que les zéniths et azimuts sont, dans la plupart des cas, obtenus par des moyens très différents, ou, du

moins, qu'ils sont sujets à des sources d'erreurs différentes. Il propose donc que la corrélation corresponde au produit des corrélations sur la valeur absolue du gradient d'une part, et sur l'azimut d'autre part :

$$C_i = \left[\left| \tan(\theta_f) \right| * \left| \tan(\theta_{S_i}) \right| \right] \cdot \left[\cos(\alpha_f) * \cos(\alpha_{S_i}) + \sin(\alpha_f) * \sin(\alpha_{S_i}) \right] \quad (3.32)$$

où (θ_f, α_f) et $(\theta_{S_i}, \alpha_{S_i})$ sont les couples zénith/azimut de la surface et du shapelet respectivement et $*$ l'opérateur de corrélation. Une fois toutes les corrélations calculées et sommées entre elles, on obtient une surface approchant la surface originale à un facteur d'échelle et à un offset près :

$$Z = \sum_i C_i \quad (3.33)$$

Cette méthode présente plusieurs avantages. Premièrement, une reconstruction approximative est possible à partir de l'azimut ou du zénith seul. De plus, on peut également obtenir une surface sans lever l'ambiguïté sur l'azimut. Le terme de corrélation des azimuts est modifié afin que le résultat évolue de 1 lorsqu'ils sont parfaitement identiques, vers 0 lorsqu'ils sont orthogonaux, puis de nouveau vers 1 lorsqu'ils ont des directions parfaitement opposées :

$$C_i^{(\alpha)} = \frac{\cos(2\alpha_f)\cos(2\alpha_{S_i}) + \sin(2\alpha_f)\sin(2\alpha_{S_i}) + 1}{2} \quad (3.34)$$

Cela a pour conséquence la présence de nombreux artefacts dégradant la surface obtenue. Cette option ne sera donc pas utilisée dans ce travail. De plus, pour un nombre important de gaussiennes, la reconstruction devient rédhibitoire, tant en terme de temps de calcul que de mémoire.

3.3.6 Relaxation multi résolution

Nous avons tenté de diminuer le nombre d'itérations inhérent à la méthode de relaxation présentée auparavant. Cette méthode consiste en l'application successive de la méthode de relaxation à différentes résolutions. On commence par appliquer la relaxation classique à une résolution très faible (e. g. 4×4). Puis, on applique la relaxation à la résolution supérieure en

initialisant l'algorithme avec le résultat fourni par la relaxation à la résolution inférieure. On réitère le procédé jusqu'à la résolution originale de l'image. Cette méthode permet de diminuer le nombre d'itérations nécessaire à l'obtention d'un résultat satisfaisant. On peut voir sur le tableau 3.1 que, pour un temps de calcul comparable, la précision obtenue, sur une surface simulée du type $z(x, y) = \sin(x)\sin(y)$, par la version multi résolution de la relaxation, est meilleure. Cette simulation a été effectuée sous MatlabTM sur un pentium IV 2,4GHz avec 1Go de mémoire vive.

	Erreur quadratique moyenne	Temps de calcul (sec)
Relaxation	1.7813	3.422
Relaxation multirésolution	1.2937	1.922

Tableau 3.1 - comparatif relaxation vs relaxation multirésolution (image de taille 128×128, d'altitude maximale 128)

On peut également arrêter l'exécution de la relaxation lorsque la méthode converge, c'est-à-dire lorsque la surface n'évolue plus suffisamment entre deux itérations. Mais cette solution n'a pour l'instant pas été retenue car, en pratique, elle ne permet pas de contrôler le temps d'exécution, qui peut atteindre plusieurs minutes selon la taille des surfaces et la précision requise.

3.4 Tests et analyse des résultats

3.4.1 Conditions de validité de la méthode

Tout d'abord, il convient de bien définir les limites de notre méthode. En effet, la plupart des méthodes, existantes dans la littérature et détaillées précédemment, considèrent que « surface transparente » implique que la surface externe de l'objet soit à réflexion spéculaire. Cela est effectivement vrai pour beaucoup de matériaux (par exemple, verre sans impureté, plexiglas), sans que cette implication puisse être généralisée aux objets semi-transparents ou translucides.

Les méthodes basées sur le calcul du degré de polarisation, et plus particulièrement sur la relation entre le degré de polarisation et l'angle d'incidence, considèrent implicitement que la

polarisation mesurée ne découle que de la première interaction onde/matière. Or, il est bien évident que, si l'objet est effectivement transparent, une partie plus ou moins importante de la lumière collectée en chaque pixel proviendra de l'intérieur de l'objet. Si l'on considère un objet transparent, à réflexion purement spéculaire, on peut développer le vecteur de Stokes mesuré S comme suit :

$$S = S^{(ref)} + S^{(trans)} \quad (3.35)$$

Où $S^{(ref)}$ représente le vecteur de Stokes issu de l'interaction entre l'onde incidente et la surface extérieure de l'objet. $S^{(trans)}$ représente le vecteur de Stokes de l'onde provenant de l'intérieur de l'objet, dont l'intensité peut être non-négligeable du fait de la transparence de celui-ci. Si l'onde provenant de l'intérieur de l'objet est effectivement complètement dépolarisée, comme le suppose la plupart des méthodes détaillées précédemment, on peut donc écrire :

$$S \approx \begin{pmatrix} S_0^{(ref)} \\ S_1^{(ref)} \\ S_2^{(ref)} \\ S_3^{(ref)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_0^{(trans)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Et le degré de polarisation de S peut donc s'exprimer comme suit :

$$\rho_S \approx \frac{\sqrt{S_1^{(ref)2} + S_2^{(ref)2} + S_3^{(ref)2}}}{S_0^{(ref)} + S_0^{(trans)}} \quad (3.37)$$

Il devient ainsi clair que l'intensité de la lumière provenant de l'intérieur de l'objet mettra d'autant plus en défaut ces méthodes qu'elle sera importante, comparée à l'intensité de la lumière provenant de la surface extérieure de l'objet. Cette constatation implique donc une limite très contraignante, autant en terme d'objets pouvant être reconstruits qu'en terme d'illumination de la scène. De ce fait, l'application de ces méthodes à des surfaces transparentes ne pourra se faire efficacement que si le comportement de ces objets se rapproche de celui d'un objet opaque à réflexion spéculaire, du fait notamment des conditions d'illumination. Ceci constitue la première

contrainte à laquelle l'objet et les conditions d'illuminations doivent répondre. Elle exclue tous les objets imagés selon un point de vue qui laisserait apparaître dans l'image la scène placée derrière cet objet. Elle explique ainsi la présence, dans la plupart des protocoles d'acquisition associés à ces méthodes, d'un support sur lequel l'objet est posé et dont le comportement doit se rapprocher de celui d'un corps noir. Elle limite également toutes ces méthodes aux objets pleins. Aucun objet creux ne pourra être reconstruit, les réflexions internes engendrées par une cavité ne pouvant pas être prises en compte.

En deuxième approximation, on peut considérer que la lumière provenant de l'objet est effectivement dépolarisée par les multiples réflexions internes, mais que le dernier changement de milieu de propagation induit une polarisation de l'onde non-négligeable. En effet, lorsqu'une onde ayant pour vecteur de Stokes \mathbf{S} change de milieu de propagation, l'état de polarisation de l'onde transmise \mathbf{S}' peut être déduite comme suit :

$$\mathbf{S}' = \mathcal{T} \cdot \mathbf{S} \quad (3.38)$$

où \mathcal{T} représente la matrice de Mueller d'une transmission définie par le modèle de changement de milieu de propagation de Fresnel :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} T_{\perp} + T_{\parallel} & T_{\perp} - T_{\parallel} & 0 & 0 \\ T_{\perp} - T_{\parallel} & T_{\perp} + T_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{T_{\perp}T_{\parallel}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{T_{\perp}T_{\parallel}} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

où T_{\perp} et T_{\parallel} représentent respectivement les composantes orthogonale et parallèle au plan d'incidence (cf. équation (3.3)). Or, ces quantités peuvent être reliées aux composantes de l'onde réfléchie R_{\perp} et R_{\parallel} :

$$\begin{cases} T_{\perp} = 1 - R_{\perp} \\ T_{\parallel} = 1 - R_{\parallel} \end{cases} \quad (3.40)$$

Ainsi, pour un pixel donné, le vecteur de Stokes mesuré \mathbf{S} correspondra à la somme du vecteur de Stokes issu de la réflexion sur la surface externe de l'objet \mathbf{S}'_{ext} et du vecteur de Stokes issu de l'intérieur de l'objet \mathbf{S}'_{int} . En prenant en compte l'inclinaison α du plan d'incidence, on peut écrire que :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}'_{\text{ext}} + \mathbf{S}'_{\text{int}} = \mathbf{R}(-\alpha) \cdot \mathcal{R} \cdot \mathbf{R}(\alpha) \cdot \mathbf{S}_{\text{ext}} + \mathbf{R}(-\alpha) \cdot \mathcal{T} \cdot \mathbf{R}(\alpha) \cdot \mathbf{S}_{\text{int}} \quad (3.41)$$

avec \mathbf{S}_{ext} et \mathbf{S}_{int} les vecteurs de Stokes des ondes provenant de l'extérieur et de l'intérieur de l'objet avant interaction, comme l'illustre la figure 3.9. Ces deux ondes sont supposées complètement dépolarisées.

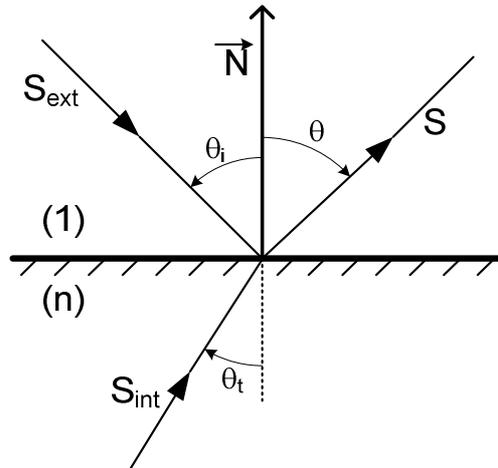


Figure 3.9 - Notations utilisées pour décrire le changement de milieu de propagation à la surface de l'objet

En notant I_{ext} et I_{int} leurs intensités respectives, il vient que le vecteur de Stokes mesuré sera de la forme :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(I_{\text{ext}} - I_{\text{int}}) \begin{pmatrix} (R_{\perp} + R_{\parallel}) \\ \cos(2\alpha)(R_{\perp} - R_{\parallel}) \\ \sin(2\alpha)(R_{\perp} - R_{\parallel}) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{\text{int}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Le degré de polarisation associé à ce vecteur de Stokes est le suivant :

$$\rho = \frac{\text{abs}(I_{\text{ext}} - I_{\text{int}})(R_{\perp} - R_{\parallel})}{2I_{\text{int}} + (R_{\perp} + R_{\parallel})(I_{\text{ext}} - I_{\text{int}})} \quad (3.43)$$

Sur la figure 3.10, on peut voir le degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence et de la proportion de l'intensité lumineuse provenant de l'intérieur de l'objet. Sur la figure 3.11, le degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence est représenté pour 0%, 1%, 5% et 10% de lumière provenant de l'intérieur de l'objet.

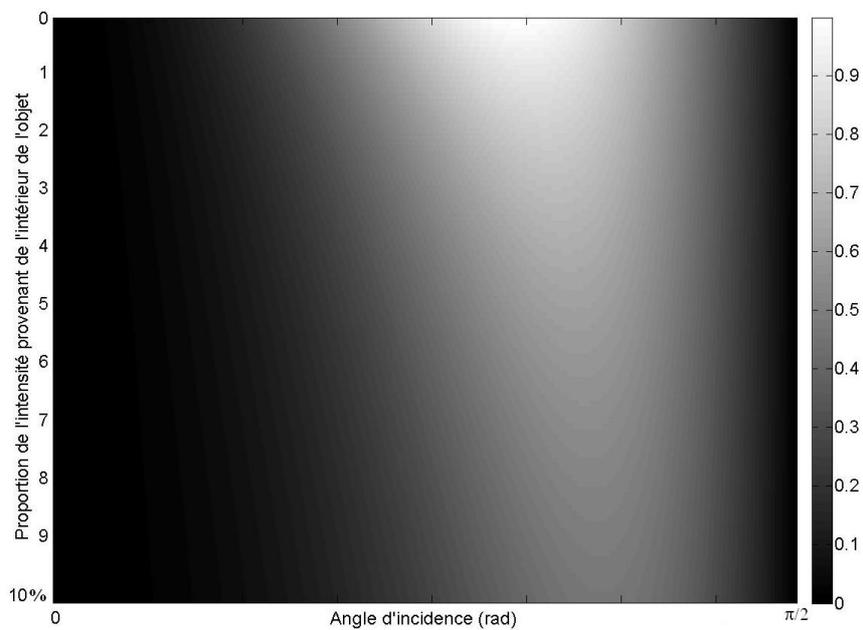


Figure 3.10 - Degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence (abscisses) et de la proportion de l'intensité lumineuse provenant de l'intérieur de l'objet (ordonnées)

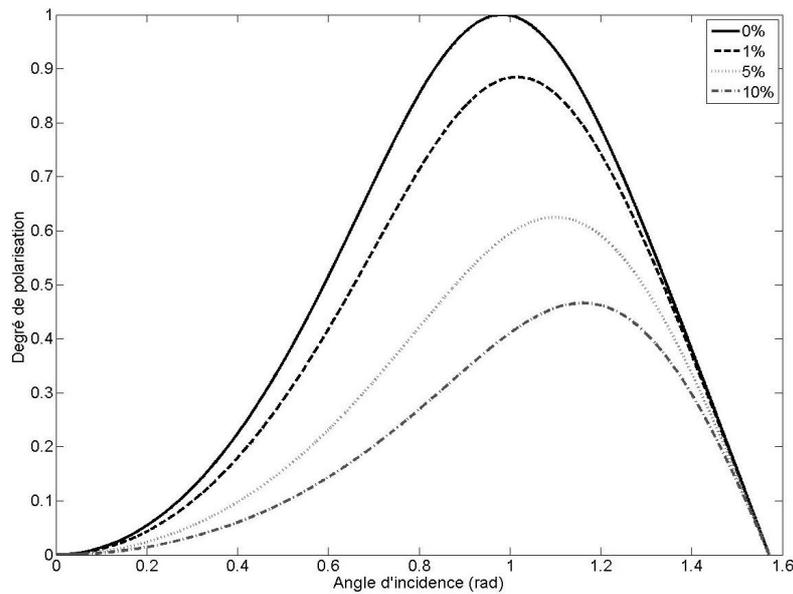


Figure 3.11 - Degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence lorsqu'une partie de la lumière provient de l'intérieur de l'objet

Détail intéressant, lorsque l'intensité de la lumière provenant de la réflexion sur la surface extérieure devient négligeable, l'équation (3.43) nous permet de retrouver le degré de polarisation d'une réflexion diffuse :

$$\lim_{\left(\frac{I_{\text{ext}}}{I_{\text{int}}}\right) \rightarrow 0} \rho = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{2 - R_{\perp} - R_{\parallel}} \quad (3.44)$$

En effet, une réflexion diffuse peut être interprétée de la façon suivante : la lumière pénètre dans l'objet et devient partiellement polarisée. Une partie de cette lumière est diffusée à l'intérieur de la couche superficielle de l'objet, devenant ainsi complètement dépolarisée du fait des multiples réflexions associées à la diffusion. Cette lumière est ensuite réfractée en direction de la caméra et est partiellement polarisée du fait du dernier changement de milieu de propagation. En résumé, l'évolution du degré de polarisation en fonction de la proportion de l'intensité provenant de l'intérieur de l'objet, remet fortement en cause l'application de la plupart des méthodes présentées précédemment. Les conditions d'illumination permettant de limiter l'influence de la composante transmise S'_{int} sont définies dans la section suivante.

Autre contrainte importante, aucune discontinuité ne doit être présente sur la surface extérieure de l'objet. Cette seconde contrainte est notamment imposée par les algorithmes de reconstruction développés dans la section 3.3. De plus, que ces contraintes soient imposées par la validité des équations liant le degré de polarisation à l'angle d'incidence ou par la méthode de reconstruction, la surface extérieure de l'objet devra être convexe, au moins du point de vue de la caméra. Plus précisément, si l'on parcourt, sur le plan image, la projection de la surface extérieure de l'objet à partir de son sommet (point de l'objet le plus proche de la caméra), en suivant n'importe quel chemin correspondant à une distance au sommet strictement croissante, l'altitude des points correspondants à ce chemin devra être décroissante. Plus formellement, considérons une fonction de distance euclidienne au sommet de l'objet définie par :

$$f : \begin{matrix} (x, y) \\ \mathbb{R}^2 \end{matrix} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{avec : } f(x, y) = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \quad (3.45)$$

où (x_0, y_0) sont les coordonnées du point de l'objet le plus proche de la caméra dans le repère de la caméra, (x, y) les coordonnées d'un point de la surface extérieure de l'objet dans ce même repère.

De même, la fonction de distance au plan image est définie par :

$$D : \begin{matrix} (x, y) \\ \mathbb{R}^2 \end{matrix} \rightarrow \mathbb{R} \quad (3.46)$$

Tout objet à reconstruire devra vérifier cette seconde contrainte exprimée de la manière suivante :

Si la fonction f est strictement croissante, alors D doit être croissante.

Enfin, étant donnée l'approche choisie pour la détermination de l'indice de réfraction du matériau composant l'objet, il est bien évident que celui-ci ne peut être déduit que si la surface de

l'objet extérieure présente au moins une zone suffisamment étendue, orientée suivant l'angle de Brewster.

3.4.2 Illumination de la scène

Afin d'obtenir une illumination la plus isotrope possible, diffuse et dépolarisée, nous avons décidé d'utiliser un globe sphérique. Celui-ci est composé de deux parties hémisphériques, en plastique translucide blanc, superposables. Ce globe est éclairé par six lampes classiques, de type « lampe de bureau » munies d'ampoules à incandescence d'une puissance de 60 Watts, disposées autour de la sphère, de façon symétriques par rapport à son centre. L'objet étudié est placé au centre du globe. Bien entendu, une ouverture a été découpée dans la sphère de diffusion afin d'observer l'objet. Une plaque noire est placée derrière l'objet afin d'éviter toute lumière parasite. Cette plaque est donc dimensionnée suivant les dimensions de l'objet. De plus, comme nous l'avons évoqué dans la présentation de notre méthode, l'éclairage devra être complètement dépolarisé et isotrope. Les interrélflexions sont admises à partir du moment où l'ensemble des polarisations induites par les premières réflexions est négligeable par rapport à la dernière. De même, une ombre peut être présente. C'est-à-dire que l'absorption d'une portion de la lumière incidente par une partie de l'objet est admise tant que la polarisation induite par le passage de la lumière dans cette partie est négligeable par rapport à celle issue de la réflexion sur la surface de l'objet directement visible par la caméra. Ces deux dernières contraintes étant difficilement vérifiables autrement qu'après reconstruction complète de l'objet, nous nous cantonnerons à des objets totalement convexes.

3.4.3 Test qualitatif

L'objet sur lequel a été testée notre méthode est le coin d'un gobelet en plastique, découpé de sorte que la surface ainsi obtenue réponde globalement aux contraintes définies précédemment. Nous avons volontairement choisi un objet possédant certaines concavités restreintes, ainsi que des interrélflexions. L'algorithme utilisé pour cette reconstruction est celui de Wei et Klette. Les figures présentées dans la suite détaillent tout le processus de façon séquentielle : la figure 3.12 présente les images d'intensité, la figure 3.13 les images de Stokes, la figure 3.14 les coordonnées sphériques correspondantes et la figure 3.15 la carte de profondeur et la reconstruction 3D obtenue. La détermination du couple zénith/azimut en chaque pixel a été intégrée à la méthode du maximum *a posteriori* détaillée dans la section 2.6.3. En effet, la

reconstruction obtenue à partir des coordonnées sphériques déduites des images de Stokes brutes est apparue trop sensible aux erreurs présentes sur le DOP dans les zones fortement dépolarisées. Nous avons donc choisi de retenir les coordonnées sphériques de la normale (θ, α) minimisant la fonction f suivante :

$$f(\alpha, \theta) = \left(\left\| \mathbf{I} - \mathbf{M}_{PMM} \hat{\mathbf{S}}(\theta, \alpha) \right\|^q + \sigma^q \lambda^p \sum_{r \in V(s)} \left\| \hat{\mathbf{S}}(\theta, \alpha) - \mathbf{S}_r \right\|^p \right) \quad (3.47)$$

où \mathbf{I} représente les images d'intensité, \mathbf{S}_r le vecteur de Stokes d'un pixel voisin du pixel courant, déterminé par inversion matricielle, \mathbf{S} le vecteur de Stokes théorique défini par l'équation (3.12). \mathbf{M}_{PMM} est la PMM du PSA. La minimisation s'effectue sous les contraintes d'admissibilité physique définies précédemment. Les paramètres p et q permettent respectivement de modifier les distributions *a priori* d'un pixel, connaissant son voisinage, et du vecteur de Stokes, connaissant le vecteur \mathbf{I} .

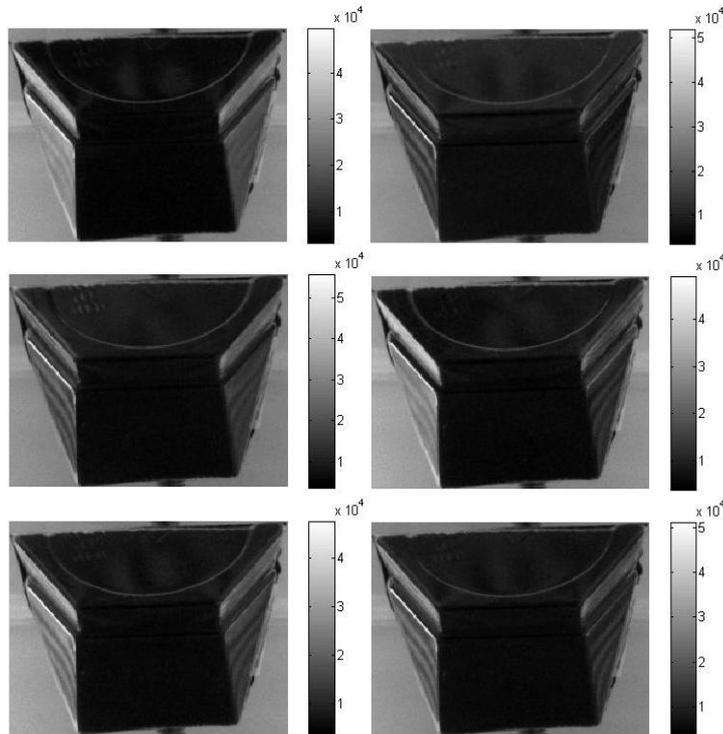


Figure 3.12 - Images d'intensité d'un objet en plastique sous illumination omnidirectionnelle non-polarisée.

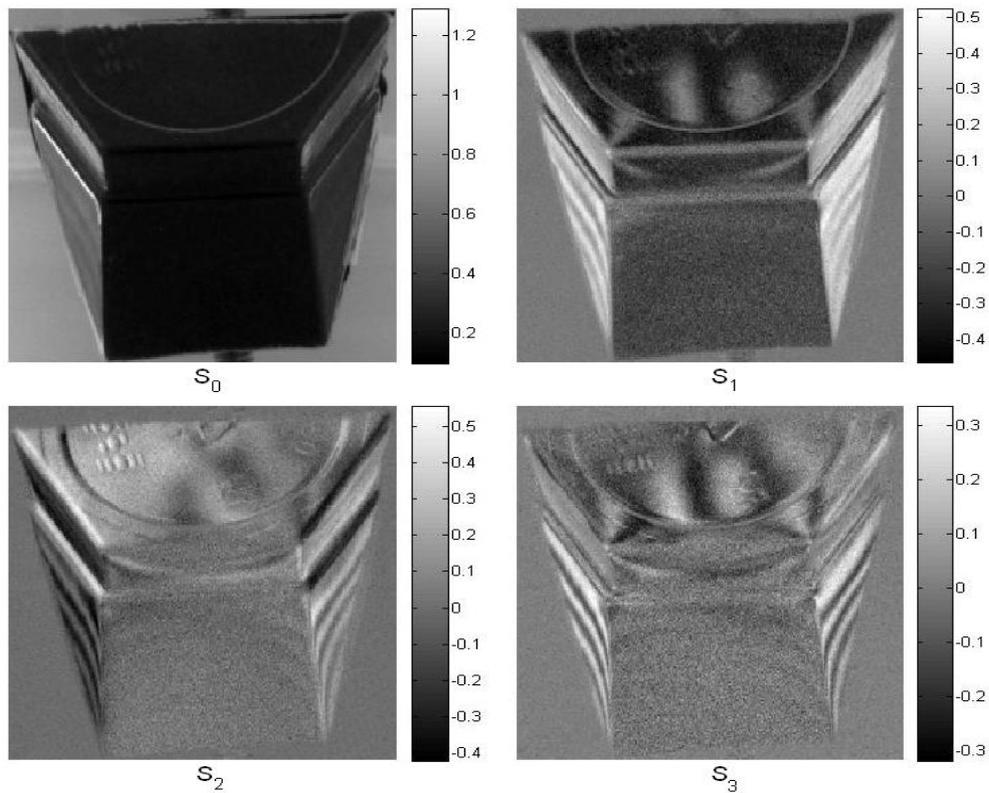


Figure 3.13 - Image de Stokes normalisée déterminée à partir des images d'intensité de la figure 3.12

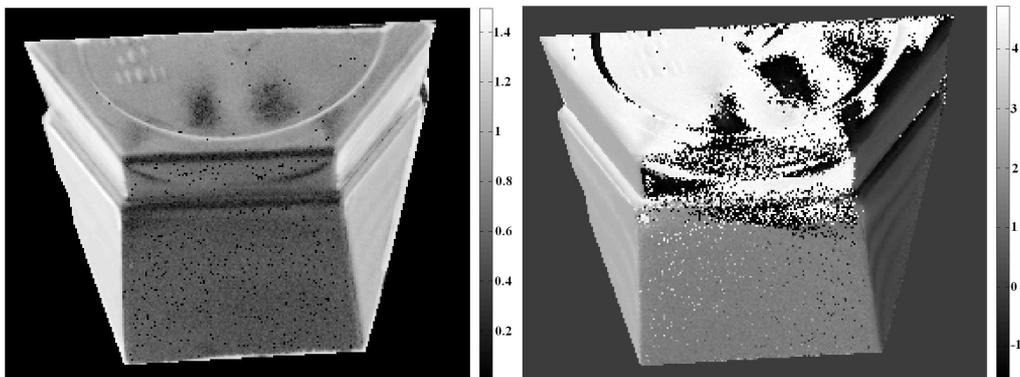


Figure 3.14 - Zéniths et azimuts issus de l'image de Stokes visible figure 3.13

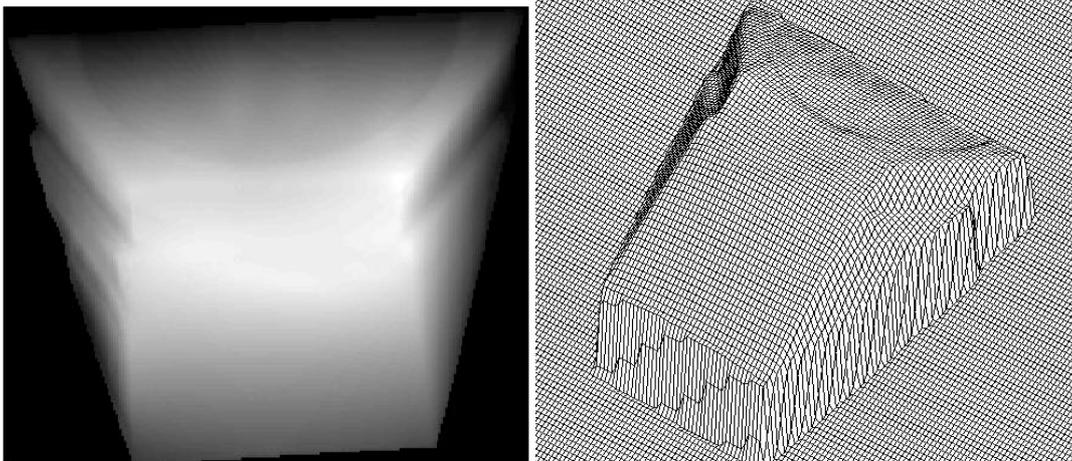


Figure 3.15 - Carte de profondeur et reconstruction 3D obtenues à partir des coordonnées sphériques des normales visibles figure 3.14

On remarque plusieurs défauts, notamment sur la partie centrale de l'objet, zone la plus sensible aux erreurs d'intégration. On remarque également que les concavités présentes sur les côtés de l'objet sont correctement reconstruites malgré les interrélaxions induites par celles-ci. On peut également observer que les points marginaux, pixels où l'algorithme de détermination des coordonnées sphériques ne converge pas, n'influencent que très peu la reconstruction du fait du lissage provoqué par la méthode de Wei et Klette. Les artefacts sur les côtés triangulaires (artefacts clairement visibles sur les images d'intensité et de Stokes figures 3.12 et 3.13) sont dus au matériau composant l'objet. En effet, l'usinage de l'objet a introduit une modification de sa biréfringence. Ces artefacts introduisent une erreur de reconstruction importante sur le côté gauche. Cette erreur est quasiment inexistante sur le côté droit, bien que ces artefacts soient visiblement plus importants sur la figure 3.14.

Conclusion

Dans ce chapitre, un état de l'art des méthodes de reconstruction 3D d'objets transparents basées sur la polarimétrie est fourni. Une méthode alternative basée sur la mesure complète du vecteur de Stokes est proposée puis testée. Plusieurs algorithmes d'intégration de surface sont passés en revue. Le choix d'une combinaison de ces différentes méthodes (protocole d'imagerie,

détermination de la distribution des normales, reconstruction 3D), dépend essentiellement des contraintes induites par l'application en termes de temps de calcul, d'objets à traiter et de l'illumination.

Chapitre 4

Extensions

Dans un premier temps, trois solutions alternatives à la reconstruction de surfaces sont proposées. La première se base sur un rétro-éclairage de l'objet transparent à reconstruire. La seconde utilise les informations polarimétriques à partir de deux angles de vue. La dernière approche s'appuie sur la mesure stéréoscopique du vecteur de Stokes linéaire sur plusieurs bandes spectrales. Ces deux dernières méthodes sont appliquées à des objets opaques à facettes, i. e. composés exclusivement de plans. Dans ce chapitre, l'utilisation d'un modèle de réflexion plus polyvalent est proposée. Celui-ci se base sur la prise en compte de la composante diffuse de la réflexion de la lumière sur l'objet imagé. La détermination de la matrice de Mueller correspondante est détaillée.

4.1 Rétro-éclairage

Afin de contourner les problèmes d'ambiguïté posés par la non-surjectivité du DOP de la composante réfléchie, nous avons essayé de travailler sur la composante transmise. Cette méthode permet de déterminer les cartes des zéniths et des azimuts (avec une ambiguïté à π -près) de façon très rapide. En effet, le DOP de la composante transmise est bijectif comme le montre la figure 4.1. La correspondance entre DOP et zénith peut donc être faite en temps réel. La vitesse de rafraîchissement sera donc essentiellement limitée par le calcul du DOP et par la méthode de reconstruction (l'algorithme de Wei & Klette semble être le plus indiqué dans cette application). Cette solution ne peut être appliquée qu'à des objets convexes, à fond plat. Les images de Stokes de la figure 3 ont été utilisées pour déterminer le DOP et l'azimut de la figure 4.2 et la distribution des normales présentée figure 4.3. En réalité, cet objet se rapproche d'une demi-boule sans être totalement hémisphérique. Tout d'abord il ne possède pas de point pour lequel la normale est exactement à $\pi/2$. De plus, le rayon de courbure n'est pas tout à fait constant comme il le serait pour une hémisphère.

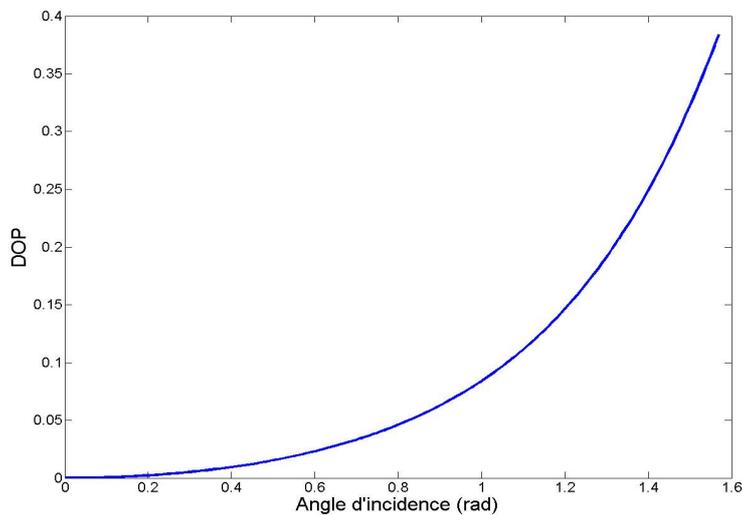


Figure 4.1 - DOP de la composante transmise en fonction de l'angle d'incidence

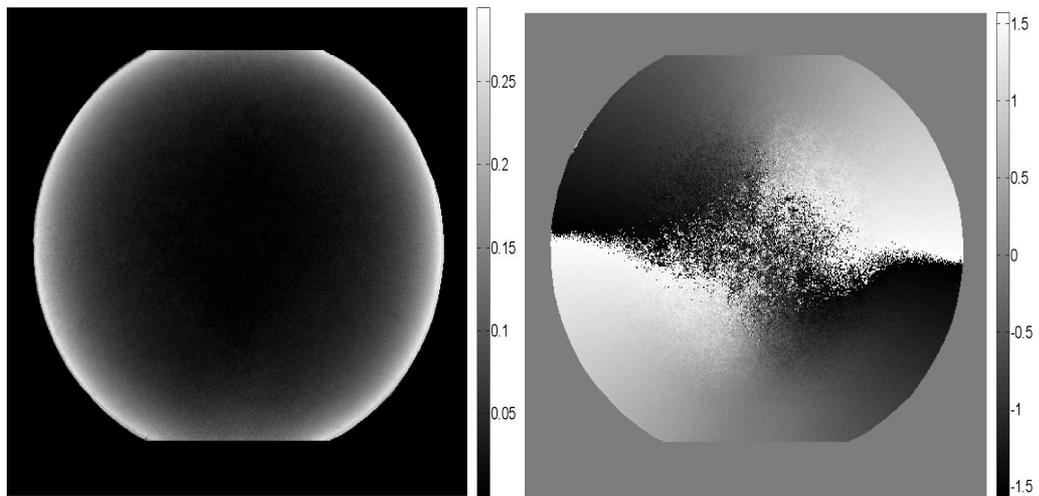


Figure 4.2 - DOP et azimuth pour une demi-boule en acrylique à fond plat rétro-éclairé. Valeurs déterminées à partir de l'image de Stokes de la figure 2.16 (colonne de droite)

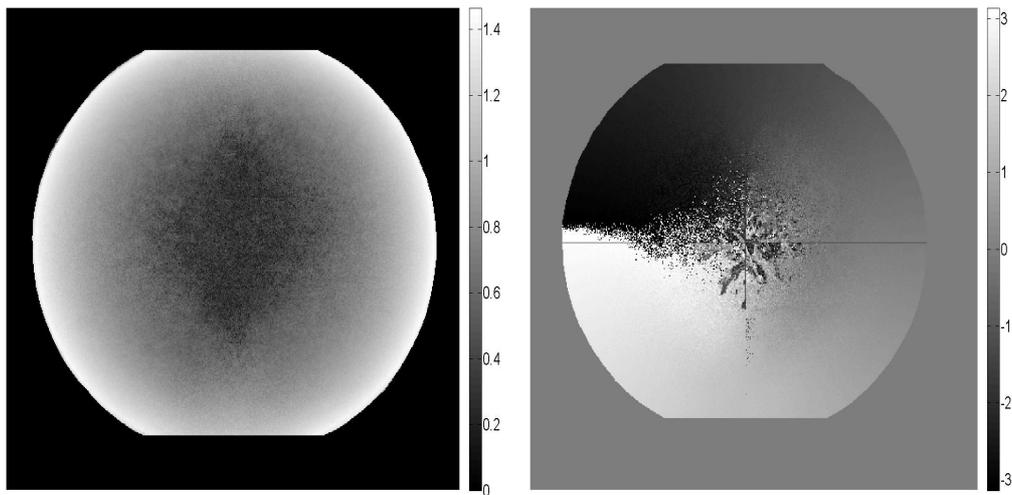


Figure 4.3 - Zéniths et azimuths corrigés, calculés à partir du DOP et de l'azimut ambigu de la figure 4.2

Les reconstructions et les cartes de disparités présentées dans les figures 4.4 et 4.5 sont issues des méthodes de Wei & Klette et des « shapelets » respectivement.

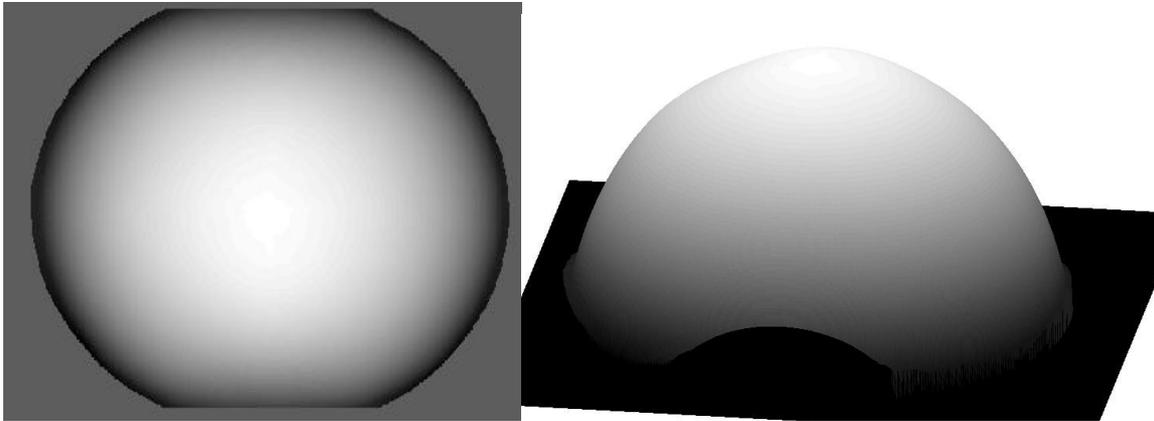


Figure 4.4 - Carte de profondeur et reconstruction obtenues à l'aide de la méthode de Wei et Klette à partir des zéniths et azimuts de la figure 4.3

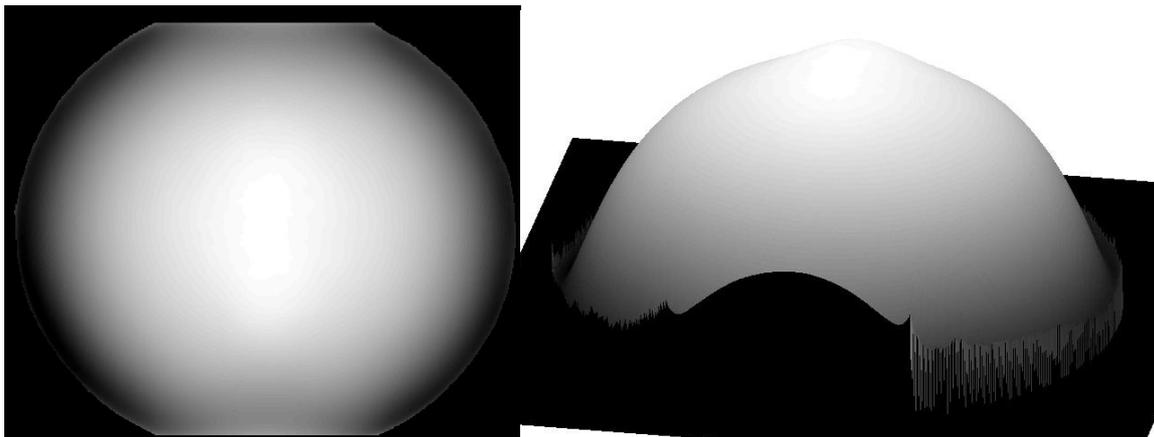


Figure 4.5 - Carte de profondeur et reconstruction obtenues à l'aide de la méthode des « shapelets » de Kovesi à partir des zéniths et azimuts de la figure 4.3

On note la présence d'artefacts sur les bords de la reconstruction obtenue par la méthode des « shapelets ». De même, le sommet de la boule n'est pas correctement reconstruit. Cette erreur vient du fait que le zénith et l'azimut sont fortement bruités dans cette zone. Contrairement à la méthode de Wei et Klette qui impose une limite au gradient, la méthode des « shapelets » ne filtre pas les fortes valeurs du gradient. Bien entendu, ce raffinement peut être aisément apporté à cette méthode.

4.2 Polarimétrie multi-vues

Les résultats présentés dans le chapitre précédent laissent penser que le modèle classiquement utilisé pour déterminer la relation entre le degré de polarisation et le zénith de la normale à la surface n'est pas une base de travail suffisamment fiable dans notre application. Les contraintes d'illumination ne pouvant être méticuleusement respectées, l'ajout d'un nouvel apport informationnel a été exploré : celui de la stéréovision. En théorie, deux images intensité prises sous deux angles de vues différents permettent de mesurer la distance de chaque point d'une scène à la caméra [5]. Cependant, l'appariement des pixels entre les deux images est délicat et les mesures de disparités sont entières. De ce fait, ce type de méthode fournit des résultats d'une qualité aléatoire dans le cas d'un objet faiblement texturé. La question de l'utilité d'inclure l'information stéréoscopique aux méthodes de reconstruction basée sur la polarimétrie a déjà été abordée, notamment dans [61], [45]. Le problème de la mise en correspondance de primitives qui dépendent entre autres de la scène placée derrière la surface à reconstruire, de l'éclairage, de l'angle de vue et/ou du matériau composant l'objet n'a pas reçu de solution générale. Pour être polyvalente, cette solution doit s'affranchir de la correspondance entre zénith et DOP, mais surtout du problème posé par la dépendance des données polarimétriques envers l'angle de vue. Plusieurs considérations ont motivé l'approche présentée dans cette partie. Une classification des zones de l'image suivant le DOP et l'azimut de polarisation doit nous permettre de segmenter l'objet suivant l'orientation moyenne de la surface composant chaque classe. Ainsi, cette segmentation nous livre une version facettée de l'objet. Les zones texturées de l'objet, que ces textures apparaissent dans les données polarimétriques ou les images d'intensité, peuvent nous permettre d'apparier une partie des images. Une fois associés à un plan, *i. e.* à une classe, ces points de correspondance vont nous permettre de déduire une équation de plan dans l'espace. Evidemment, ce premier résultat devra être affiné dans une seconde phase. Un résumé de la méthode est visible figure 4.6. L'opération est répétée sur la segmentation de l'image de droite et les deux surfaces ainsi estimées sont moyennées pour obtenir une première approximation.

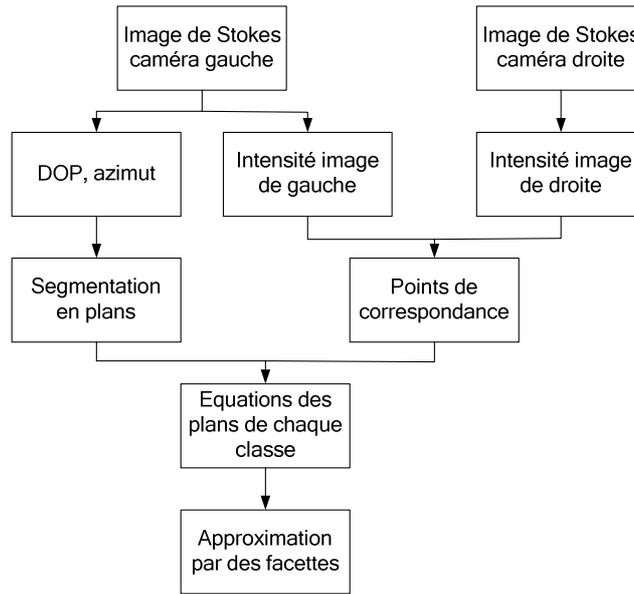


Figure 4.6 - Résumé de la méthode d'approximation de la surface par des plans

Une contrainte sous-jacente est imposée à l'objet : chaque classe doit posséder au moins 3 points de correspondance. Chaque classe doit être suffisamment étendue, de sorte que l'erreur due à la discrétisation des disparités n'influence pas trop l'orientation des plans. Afin de ne pas avoir à déplacer le PSA entre les images, ce qui pourrait modifier la PMM réelle, l'objet à reconstruire est placé sur un rail. Dans la suite, nous utiliserons l'abus de langage suivant : le terme « caméra de gauche » désignera le système d'acquisition lorsque l'objet est à l'extrême droite de ce rail et inversement pour le terme « caméra de droite ». Le modèle de projection utilisé dans ce chapitre est la projection perspective. La détermination des paramètres intrinsèques [21] et extrinsèques du dispositif a été réalisée à l'aide de la « Camera Calibration Toolbox » pour Matlab™ développée par Jean-Yves Bouguet. Pour effectuer l'étalonnage, ce logiciel se base sur une série d'images (figure 4.7). Pour chaque position de la mire vue de la caméra de gauche, une image est concomitamment acquise par la caméra de droite. Dans la pratique, la mire est placée sur un support et est déplacée entre les deux prises de vue. Les paramètres extrinsèques du dispositif stéréoscopique et la position relative des 10 mires sont représentés figure 4.8.

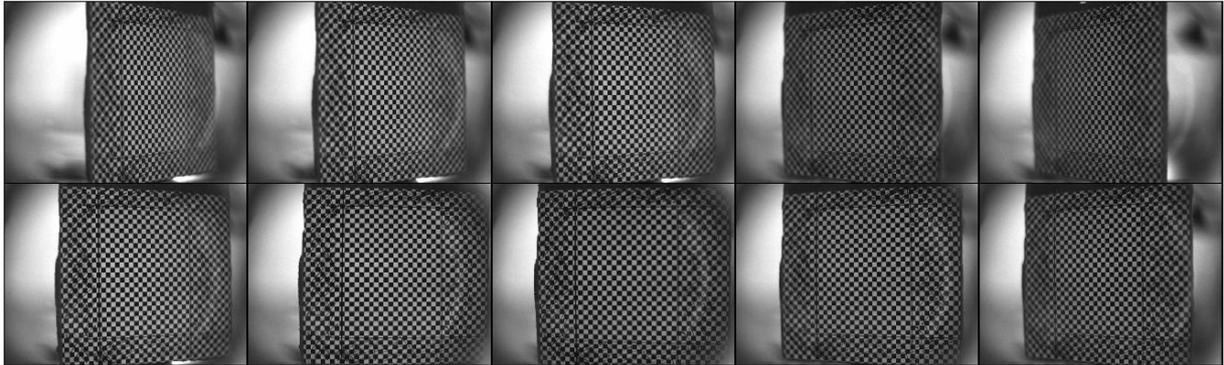


Figure 4.7 - Mire d'étalonnage, vue de gauche

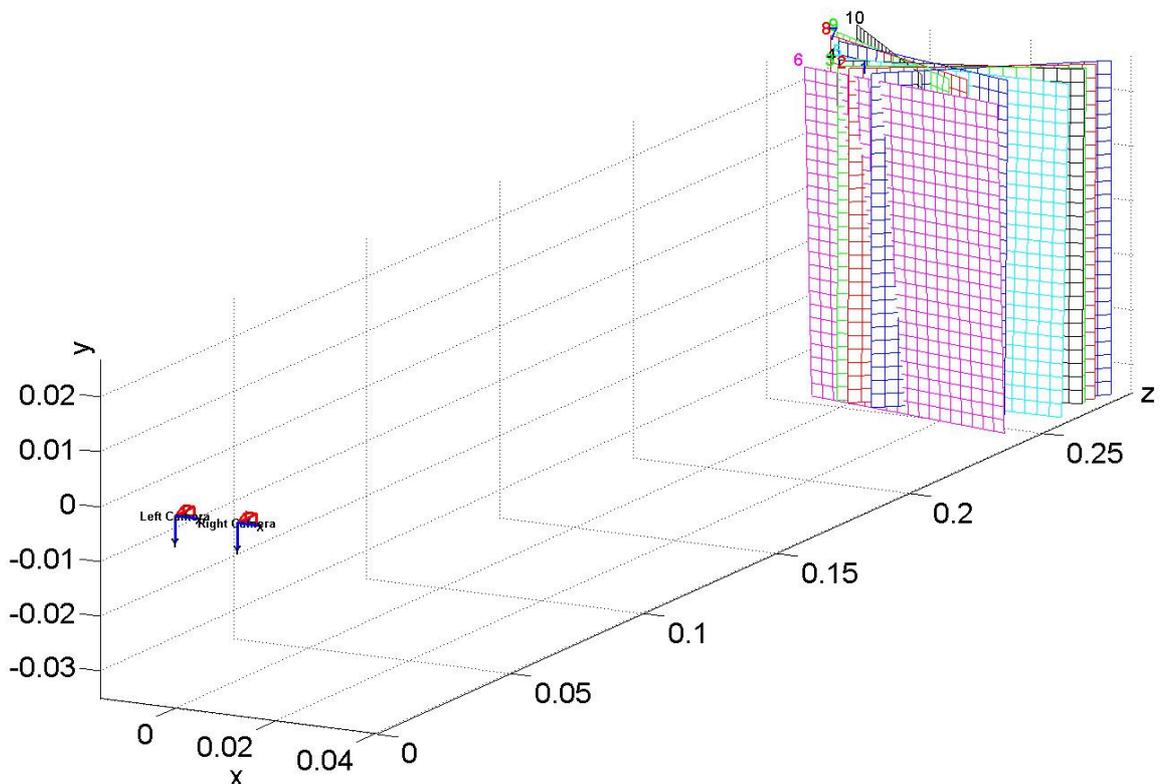


Figure 4.8 - Métrique associée au dispositif stéréoscopique (en mètres)

Afin de faciliter la perception de la distance par la caméra de notre système d'acquisition, le mouvement entre les deux vues est une translation pure [14]. Afin de faciliter les appariements, cette translation est horizontale. La rectification préalable des images a tout de même été nécessaire, malgré le soin particulier apporté à la mise en place du rail ; pour certains points de la scène, un décalage vertical de 2 ou 3 pixels subsiste sur les images avant rectification. Nous

avons, dans un premier temps, tester cette méthode sur un objet dont la métrique est connue, et pour lequel l'appariement des images ne sera *a priori* pas le point critique. L'image intensité de droite est visible sur la figure 4.9.

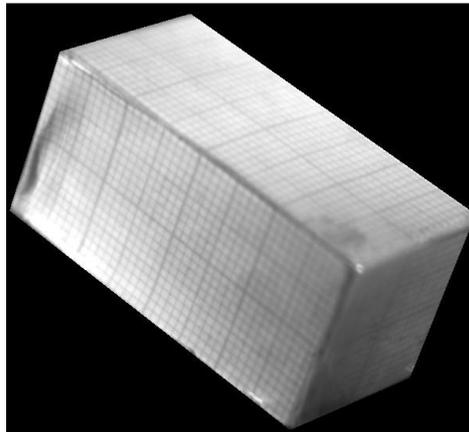


Figure 4.9 - Parallélépipède recouvert de papier millimétré

La segmentation, visible figure 4.10(a), a été réalisée avec la fonction « K-means » de Matlab™. Cette classification a été effectuée sur les données polarimétriques, DOP et azimuth. On applique à la carte de segmentation un algorithme distinguant les classes disjointes. En effet, l'algorithme des K-moyennes n'introduit aucun terme de régularisation spatiale. De ce fait, beaucoup de classes se limitent à des singletons. Un filtrage médian est appliqué à la première carte de segmentation afin de supprimer une partie de ces classes. Les classes peu étendues ou ne possédant pas assez de points appariés sont ignorées dans la suite de la méthode. La fonction de mise en correspondance des images d'intensité est une partie de code Matlab™ issue de l'implémentation de [28] par Shawn Lankton. L'algorithme réalise une simple correspondance de l'image de gauche vers l'image de droite, puis inversement. Il ne conserve que les points où les deux disparités sont identiques, comme on peut le voir sur la figure 4.10(b). La corrélation est la somme de la différence absolue des intensités et de leurs gradients. Le calcul des équations des plans de chaque classe utilise la pseudo-inverse de Moore-Penrose. Lorsque la classe possède moins de vingt pixels, elle est ignorée. De même, bien que 3 points appariés soient suffisants pour déterminer l'équation d'un plan, une classe sera ignorée si elle ne possède pas plus de 6 points. Cela permet d'assurer une meilleure robustesse à cette étape déterminante. La reconstruction obtenue est visible sur la figure 4.11. Celle-ci est entachée de plusieurs erreurs

notables. Tout d'abord les points de jonctions entre les différents plans ne sont pas correctement reconstruits. En effet, à aucun niveau de l'algorithme, nous ne cherchons à assurer cette contrainte, et ce afin de respecter la métrique propre à chaque plan. Et il est bien évident qu'une classe restreinte au niveau d'une arête possèdera très peu de points appariés, rendant ainsi critique la détermination de l'équation de son plan. De plus, chacune des faces possède de grandes zones où les pixels ne sont pas appariés. Si ces points orphelins sont globalement localisés sur le même côté d'un plan, ils peuvent également compromettre sa localisation.

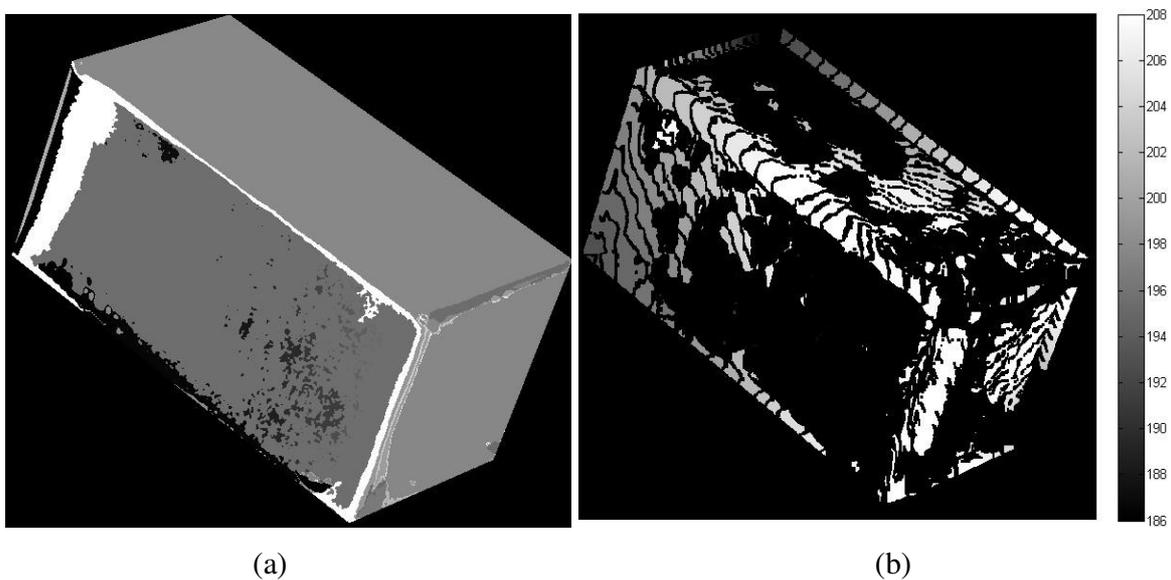


Figure 4.10 – Pour la vue de la caméra gauche (a) Carte de segmentation, 705 classes distinctes (b) Carte des disparités, avec en noir les pixels non appariés

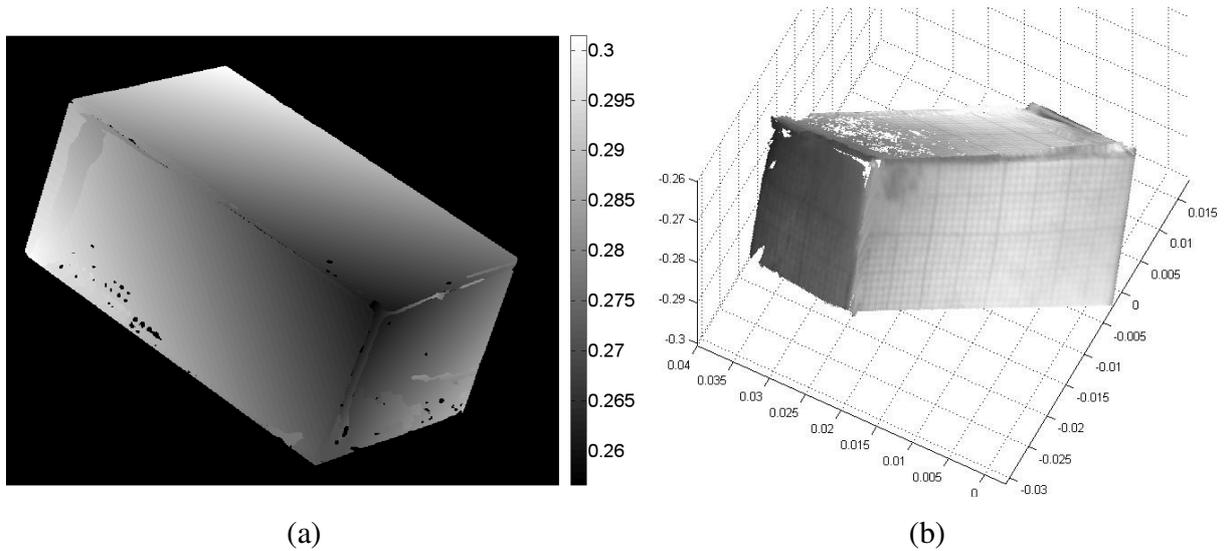
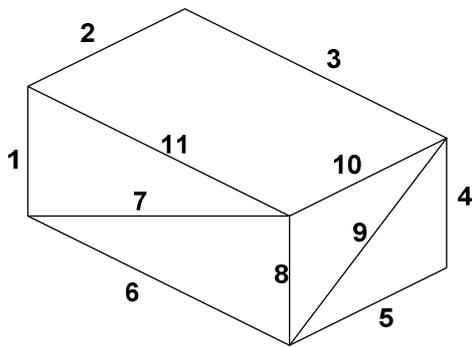


Figure 4.11 – (a) Carte de profondeur, vue de la caméra de droite (en mètres) (b) Reconstruction 3D moyennée sur les deux cartes de profondeur dans le repère de la caméra de droite (en mètres)

Les angles entre les normales des trois faces sont de 96.6° , 90.3° et 90.8° , l'erreur la plus importante étant obtenue entre les faces de droite et de gauche sur la figure 4.11(a). Dans le tableau 4.1, la mesure de certaines arêtes et diagonales de la reconstruction est présentée. L'erreur semble être dépendante de la direction de l'arête, ce qui laisse penser à une erreur relativement faible au niveau de l'étalonnage. En effet, le dispositif de mesure rend difficile la détermination des paramètres extrinsèques. La focale, suivant x ou y est estimée à 3440 pixels à ± 7 pixels près et les coordonnées du centre optique à (736, 673) à ± 10 . Il convient également de garder à l'esprit que nous n'avons utilisé que les algorithmes « basiques » pour chacune des étapes de la méthode. La mise en correspondance de vues binoculaires a été largement explorée et un grand nombre de méthodes existent dans la littérature. Des méthodes basées sur une mesure de corrélation pixel par pixel sur une fenêtre glissante de taille fixe ou variable [27], [9], avec détection d'occlusions [15], [65] ont été proposés. D'autres approches utilisent l'extraction préalable de primitives diverses telles que des contours. Certaines méthodes utilisent également les champs de Markov [53]. Dans [48], un grand nombre d'algorithmes d'appariement sont analysés, classés puis testés. Cet article constitue une excellente base en vue de l'élaboration d'une stratégie de mise en correspondance dense.



Cote	Mesurées	Estimées	Erreur %
1	2.08	2.17	4.32
2	1.92	1.99	3.64
3	4.10	4.23	3.17
4	2.08	2.09	0.48
5	1.92	1.85	3.65
6	4.10	4.30	4.88
7	4.60	4.88	6.09
8	2.08	2.08	0.00
9	2.83	2.74	3.18
10	1.92	1.93	0.52
11	4.10	4.36	6.34

Tableau 1 - Cotes mesurées et estimées (en cm)

Qualitativement, on peut voir, sur la figure 4.11(b), que l'une des extrémités à droite du parallélépipède n'est pas plane, ce qui est effectivement le cas dans la réalité. Dans cette zone, l'enveloppe en papier de l'objet est recourbée comme il est visible sur le côté gauche de la figure 4.9.

4.3 Polarimétrie multi-vues multi-bandes

L'objet précédent représente un cas particulier à plusieurs titres, mis à part le fait qu'il ne soit constitué que de plans. Premièrement, il possède un signal important dans la bande spectrale de travail. De plus, sa texture est relativement fine et la mise correspondance, bien qu'éparse, est donc très fiable. La seconde caractéristique de cet objet ne représente pas le facteur limitant de la méthode, puisque que trois points suffisent à déterminer l'équation d'un plan, même si en pratique une centaine de pixels appariée représente une base de calcul bien plus réaliste. Il suffira donc que les faces présentent des textures peu étendues pour que celles-ci soit reconstructibles. Afin d'étendre la première méthode à des objets plus variés en terme de réponse spectrale, nous avons utilisé un PSA linéaire classique composé d'un filtre interférentiel interchangeable et d'un

polariseur sur une monture rotative placé devant la caméra. Comme nous l'avons évoqué auparavant, les LCVR composant le PSA n'offrent pas une modulation d'aussi bonne qualité aux longueurs d'onde éloignées de 630nm, longueur d'onde pour laquelle ils ont été conçus. À l'aide de ce système, nous allons prendre, pour chacune des deux positions du montage stéréoscopique précédent, pour trois bandes spectrales différentes, 18 images correspondant à 18 orientations du polariseur. Les trois bandes spectrales (et largeurs de bande) choisies dans cet exemple sont les suivantes : 463nm/74, 572nm/70, 667nm/83. Les angles du polariseur sont répartis uniformément entre 0° et 170° inclus, à partir d'un axe de référence arbitraire. À titre d'illustration, la figure 4.12 montre les deux images « couleurs » de l'objet issues de la composition directe du premier canal de Stokes des trois bandes, sans normalisation préalable de ces différents canaux.

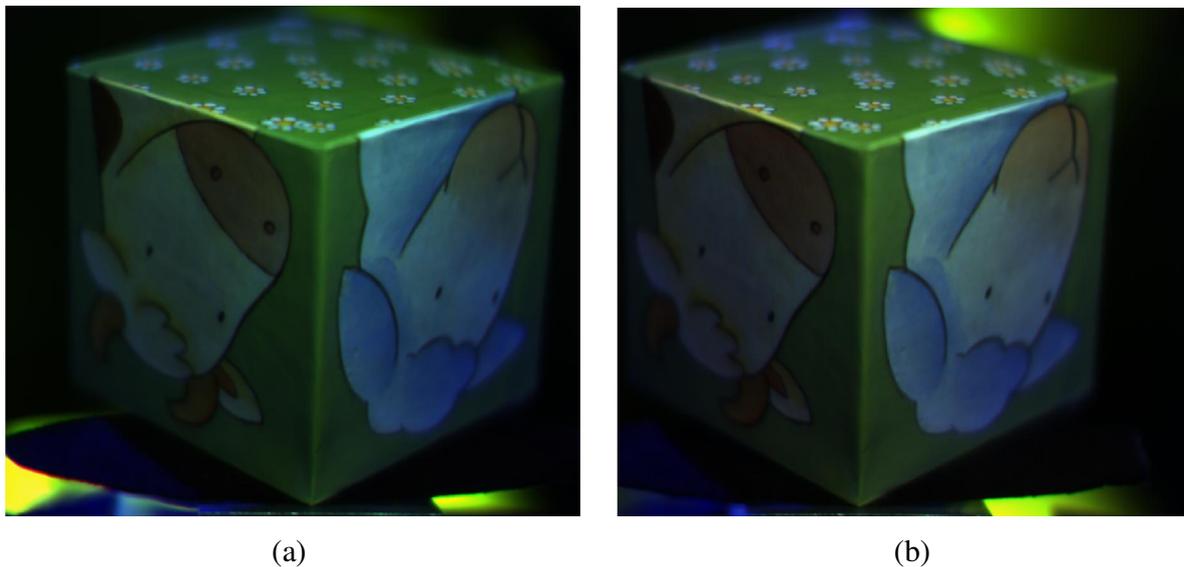


Figure 4.12 - Vues gauche (a) et droite (b) de la caméra

Dans cet exemple, la segmentation a porté simultanément sur les données polarimétriques (DOP et azimuth) des trois bandes spectrales. Les deux vecteurs à segmenter sont donc de taille 1920000×6 , puisque les images d'intensité originales sont chacune de taille 1200×1600 . On peut voir sur la figure 4.13 le résultat fourni par l'algorithme des K-moyennes.

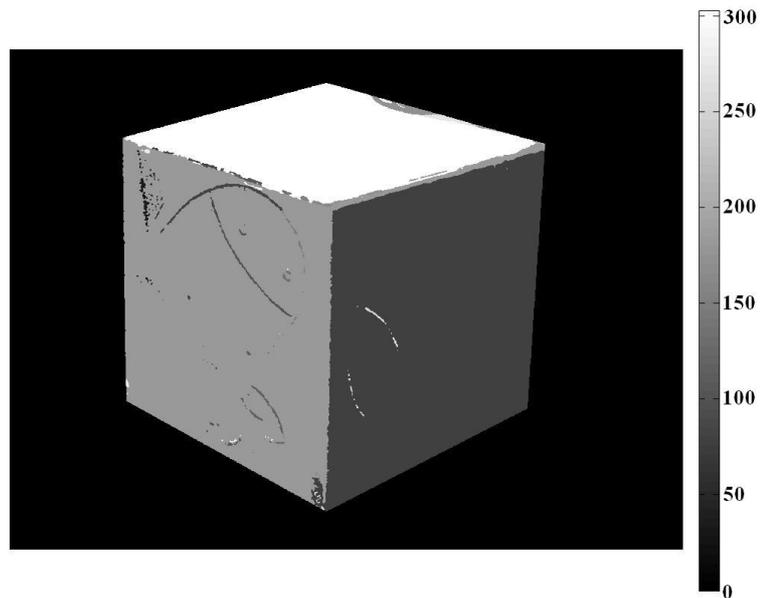


Figure 4.13 - Carte de segmentation sur les données polarimétriques de la vue de droite (303 classes disjointes)

Chacune des faces présente un signal de texture peu étendu et insuffisant pour un appariement fiable d'un nombre suffisant de pixels permettant de limiter l'erreur de détermination de l'équation des plans. Comme nous l'avons évoqué précédemment, cette erreur est due, d'une part à la discrétisation des valeurs de disparités et d'autre part aux erreurs de mise en correspondance. Le résultat fourni par l'algorithme d'appariement utilisé dans la partie précédente sur les images « couleurs » de la figure 4.12 est visible sur la figure 4.14.



Figure 4.14 - Carte de disparité issue de la mise en correspondance des images d'intensité multi-spectrales

Afin d'améliorer la fiabilité de ce résultat, nous avons appliqué l'algorithme de mise en correspondance développé dans le cadre de [48], un algorithme pour lequel la corrélation droite/gauche est basée sur la distance euclidienne. La carte de disparité obtenue est visible figure 4.15(a). La disparité sera alors considérée comme fiable si la même valeur est fournie par ces deux fonctions. Cela va nous permettre d'assurer une plus grande stabilité de chacun des plans (figure 4.15(b)).

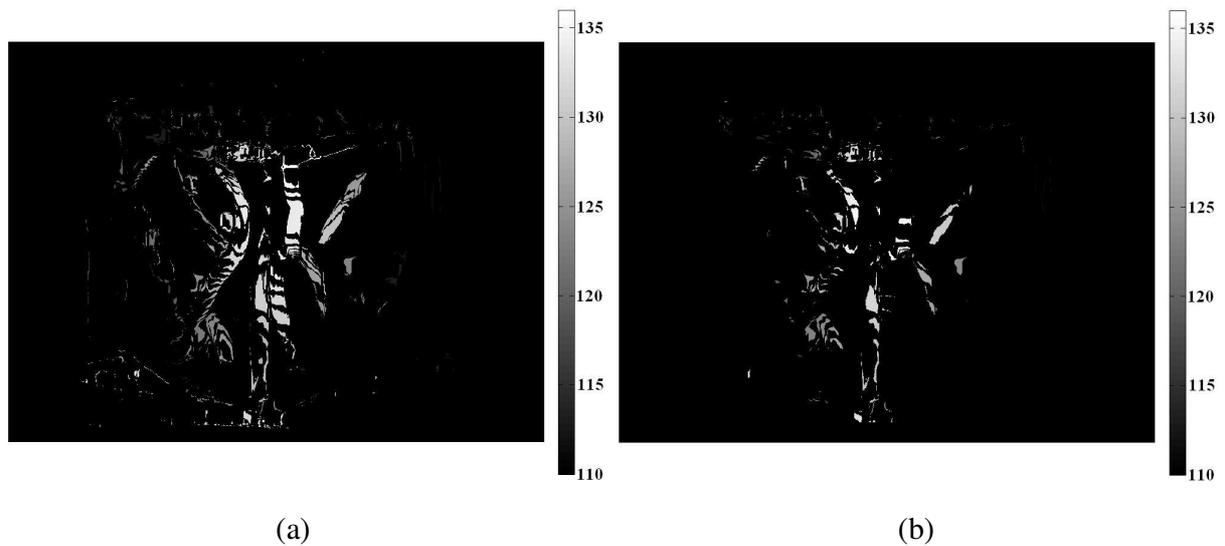


Figure 4.15 - Carte de disparité (a) avec corrélation basée sur la distance euclidienne (b) pour les pixels où les cartes de disparités 4.15 (a) et 4.14 sont égales

Avant de calculer l'équation de chaque plan, on applique une ouverture morphologique du masque associé à chaque classe, afin de séparer les éventuelles arêtes qui seraient attachées à celle-ci. C'est, par exemple, le cas de la face de gauche qui est rattachée, lors de la segmentation, à l'arête séparant la face supérieure de la face de droite (cf. figure 4.13). Une fois l'équation des plans de chaque classe calculée, on détermine la carte de profondeur (figure 4.16). La figure 4.17 présente une vue de la reconstruction finale de l'objet. Les classes ignorées sont laissées vides.

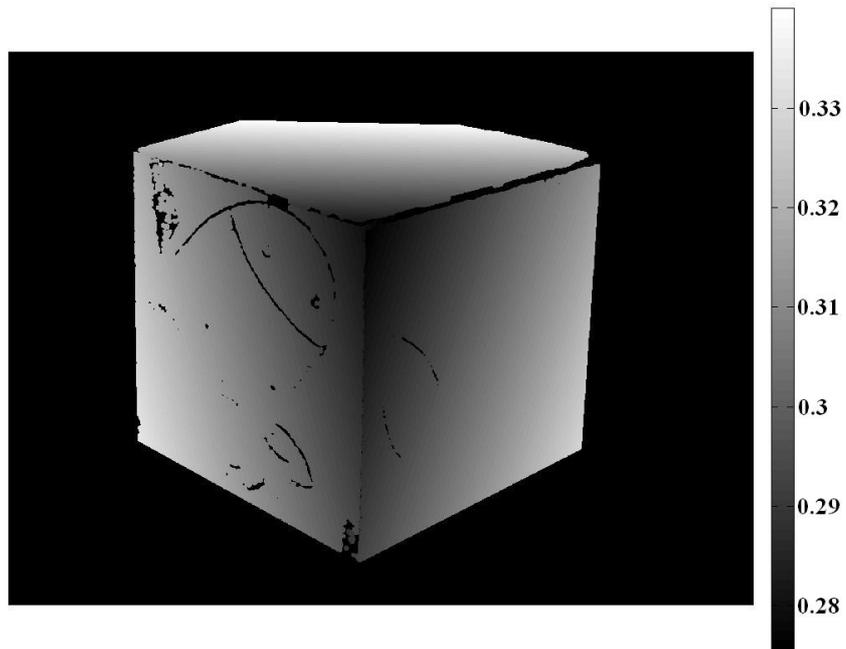


Figure 4.16 - Carte de distance à la caméra (en mètres)

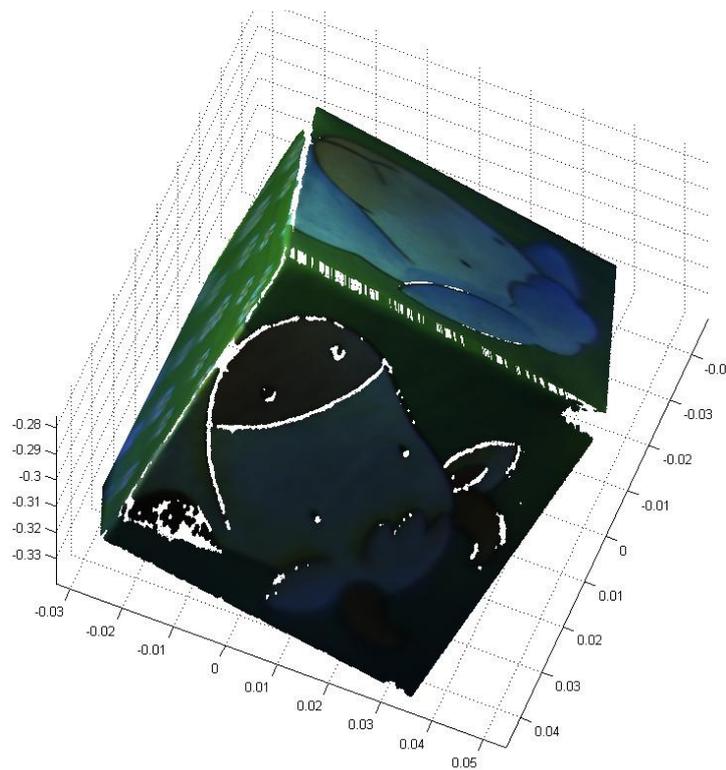


Figure 4.17 - Reconstruction 3D (en mètres)

La partie du cube la plus distante de la caméra, *i. e.* l'extrémité du plan en haut à gauche a été tronqué sur l'image des disparités, car le flou présent sur les images d'intensité rend erratique la mise en correspondance. En effet, l'objectif utilisé dans le système stéréoscopique a une faible profondeur de champ, afin que l'objet, bien que de petite taille, occupe une grande partie de l'image. On remarque sur ce résultat que le plan en haut à droite semble décalé en altitude par rapport au plan du bas. En effet, l'arête séparant les deux classes a été associée à la classe de la face supérieure et, donc, les pixels de cette arête sont considérés comme appartenant au plan supérieur. Il devrait en être de même en ce qui concerne l'arête entre le plan supérieur droit et le plan supérieur gauche. Cependant cette arête a séparé lors de l'ouverture et a été ignorée lors de la reconstruction, car elle ne possédait pas suffisamment de points de correspondance. Cette différence d'interprétation illustre le fait que le résultat final dépend fortement de la carte de segmentation initiale. On remarque également sur cette figure, la nécessité d'utiliser une méthode de segmentation intégrant un *a priori* sur le voisinage de chaque pixel, afin d'obtenir des classes compactes. On pourrait par exemple utiliser un algorithme utilisant les champs de Markov [64] ou les grilles actives [54].

4.4 Prise en compte de la BRDF

4.4.1 Définitions vectorielles des quantités radiométriques

Jusqu'à présent, nous avons considéré les surfaces des objets transparents comme lisses. Cependant, cette hypothèse est très restrictive : les surfaces peuvent admettre des aspérités dues à l'usinage ou encore une texture (rugosité), qui engendre une composante diffuse dans la lumière réfléchie et qu'il convient de prendre en compte. L'interaction locale entre la lumière incidente et l'objet n'est plus décrite par le modèle de Fresnel et nécessite une modélisation physique plus fine. Dans ce paragraphe, on s'attache à définir les quantités radiométriques polarisées qui seront nécessaires à la modélisation de ce cas de figure.

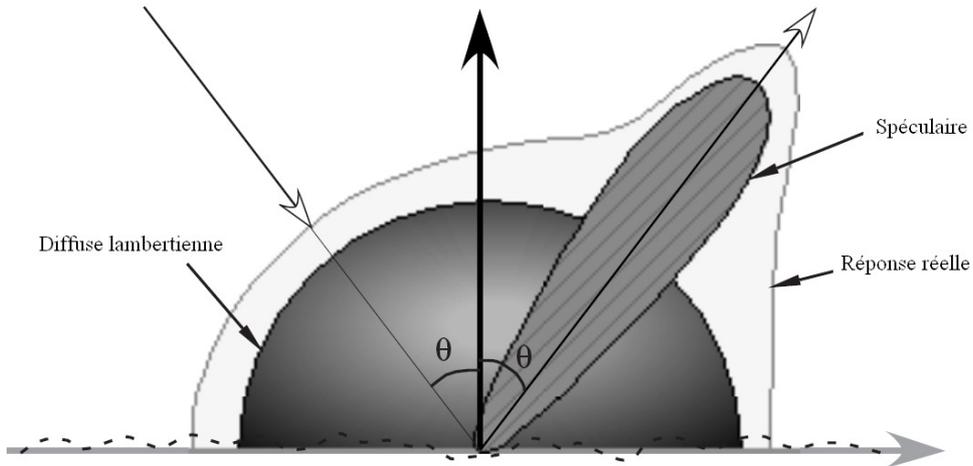


Figure 4.18 - Modélisation de la réflexion par la BRDF

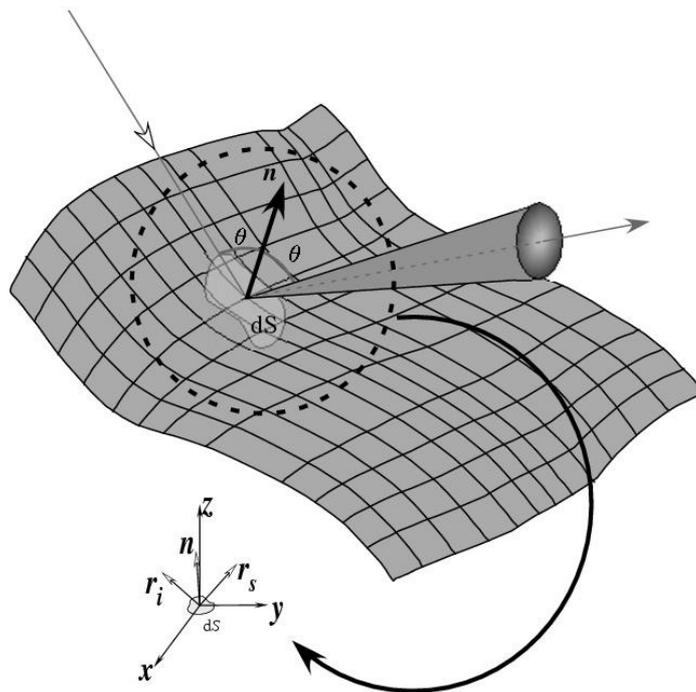


Figure 4.19 - Définition de la radiance

La fonction de réflectance bidirectionnelle (en anglais BRDF pour « bidirectional reflectance distribution function »), liée aux propriétés physiques d'une surface, décrit mathématiquement de façon concise et précise la manière selon laquelle la lumière incidente dans une direction donnée est diffusée par cette dernière dans la demi-sphère supérieure. Elle est

fonction des propriétés physiques de la surface (rugosité, indice optique), de la longueur d'onde ainsi que de la géométrie particulière de l'interaction.

La figure 4.18 montre la géométrie du processus de réflexion bidirectionnelle. La surface est illuminée selon la direction $\omega_i \equiv (\theta_i, \varphi_i)$ par un rayonnement dans le cône d'angle solide $d\omega_i$, avec la réflexion dans la direction $\omega_s \equiv (\theta_s, \varphi_s)$, centrée autour de l'angle solide $d\omega_s$. La fonction de réflectance bidirectionnelle est définie comme le rapport de la radiance directionnelle réfléchie à l'irradiance directionnelle incidente. On note que la radiance est définie comme le flux d'énergie rayonné par unité d'angle solide et unité de surface projetée et admet comme unités le $W.m^{-2}.sr^{-1}$ (cf. figure 4.19). La radiance spectrale est donnée comme la radiance par unité de longueur d'onde et admet alors comme unité le $W.m^{-3}.sr^{-1}$. Par ailleurs, l'irradiance est la densité de flux de puissance incidente par unité de surface (non projetée). L'irradiance est donnée en $W.m^{-2}$. Pour la géométrie cône-surface de la figure 4.20, la surface projetée est calculée par $\cos(\theta_s)dS$ pour le cône de réflexion et par $\cos(\theta_i)dS$ pour le cône d'incidence. On définit également l'irradiance spectrale comme l'irradiance par unité de longueur d'onde donnée en $W.m^{-3}$. Formellement, si on note L_i la radiance incidente et L_s la radiance réfléchie, la BRDF $f(\lambda, \theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s)$ s'exprime comme :

$$f(\lambda, \theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) = \frac{dL_s(\lambda, \theta_s, \varphi_s)}{L_i(\lambda, \theta_i, \varphi_i) \cos(\theta_i) d\omega_i} \quad (4.1)$$

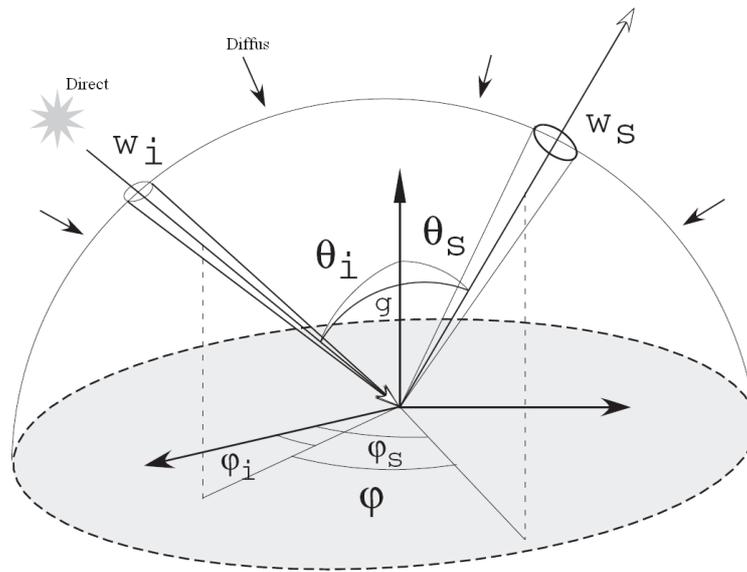


Figure 4.20 - Géométrie de la BRDF

Afin d'étudier la réflexion diffuse polarisée, les grandeurs radiométriques doivent être généralisées au cas vectoriel d'ondes polarisées [26]. Les concepts de radiance, irradiance, intensité et puissance émise sont redéfinies comme étant des vecteurs de Stokes qui prennent en compte leur polarisation. Ainsi, la BRDF est alors généralisée pour devenir une matrice de Mueller qui opère sur les radiances de Stokes [3], [16]. Il vient alors :

$$dL_s(\lambda, \theta_s, \varphi_s) = \mathbf{f}(\lambda, \theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) L_i(\lambda, \theta_i, \varphi_i) \cos(\theta_i) d\omega_i \quad (4.2)$$

où \mathbf{f} représente la matrice de Mueller de la BRDF polarisée. C'est cette grandeur qu'il convient de modéliser sous certaines hypothèses plausibles physiquement. On note qu'une solution analytique générale à ce problème n'existe pas. Plusieurs théories ont été développées, qui restent valables dans un domaine de validité restreint et dépendent de la nature des surfaces et des objets étudiés. Dans la suite, nous supposons que la BRDF dépend uniquement de la différence absolue des azimuts $\varphi = |\varphi_i - \varphi_s|$. Cela revient à réduire le nombre de variables dans la définition de la BRDF. De plus, la dépendance en longueur d'onde est implicitement supposée afin d'alléger les notations.

4.4.2 Modèle « microfacettes » polarimétrique de la BRDF

Soit une surface plane présentant une rugosité et qui sera modélisée par la suite par une collection de facettes dont les pentes sont orientées aléatoirement suivant une distribution de probabilité que nous supposerons gaussienne :

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \cos^3(\theta)} \exp\left(-\frac{\tan^2(\theta)}{2\sigma^2}\right) \quad (4.3)$$

telle que $\int p(\theta)d\omega = 1$, où l'intégrale est effectuée sur l'hémisphère supérieure. La pente locale de la surface est donnée par $\tan(\theta)$, dont la variance est σ^2 . Nous supposerons que le rayon de courbure local en chaque point de la surface est suffisamment grand, de sorte que l'interaction locale soit toujours de type Fresnel.

La BRDF scalaire d'une telle surface est donnée dans la littérature [41] sous la forme suivante :

$$f = \frac{1}{8\pi\sigma^2 \cos(\theta)\cos(\theta_s)\cos(\theta_i)} \exp\left(-\frac{\tan^2(\theta)}{2\sigma^2}\right) \rho(\theta_i) \quad (4.4)$$

ρ est la réflectivité de Fresnel de la surface qui dépend de l'indice optique calculée pour l'angle d'incidence local $\theta_i = g/2$. θ est l'angle entre l'axe z et la normale locale. On note les relations suivantes qui relient les angles de la géométrie d'interaction :

$$\begin{cases} \cos(\theta) = \frac{\cos(\theta_i) + \cos(\theta_s)}{2\cos(\theta_i)} \\ \cos(g) = \cos(\theta_i)\cos(\theta_s) + \sin(\theta_i)\sin(\theta_s)\cos(\varphi) \end{cases} \quad (4.5)$$

Par ailleurs, une fois les directions d'incidence et d'observation fixées, l'interaction dans le cadre de ce modèle est parfaitement déterministe. Elle est non dépolarisante si la lumière incidente est complètement polarisée. Nous pouvons relier les champs électriques incident et réfléchi en prenant en compte les changements de bases adéquats pour passer de la base du laboratoire vers la base d'interaction locale et de la base d'interaction locale vers la base du laboratoire :

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel}^s \\ E_{\perp}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\zeta_s) & \sin(\zeta_s) \\ -\sin(\zeta_s) & \cos(\zeta_s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{\parallel} & 0 \\ 0 & r_{\perp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\zeta_i) & \sin(\zeta_i) \\ -\sin(\zeta_i) & \cos(\zeta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel}^i \\ E_{\perp}^i \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel}^s \\ E_{\perp}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel}^i \\ E_{\perp}^i \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{E}^s = \mathbf{T}\mathbf{E}^i \quad (4.8)$$

r_{\parallel} et r_{\perp} sont les amplitudes de Fresnel. Les angles ζ_i et ζ_r sont donnés par :

$$\begin{cases} \cos(\zeta_i) = \frac{(u_i \wedge z) \cdot (u_i \wedge n)}{\sin(\theta_i) \sin(\theta_l)} \\ \cos(\zeta_s) = \frac{(u_s \wedge z) \cdot (u_s \wedge n)}{\sin(\theta_s) \sin(\theta_l)} \end{cases} \quad (4.9)$$

La matrice de Mueller $\mathbf{M} = (m_{ik})$ correspondant à la matrice de transformation des amplitudes \mathbf{T} est obtenue par :

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}(\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*) \mathbf{A}^{-1} \quad (4.10)$$

où \otimes est le produit de Kronecker et \mathbf{A} est la matrice :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Finalement, les éléments de la matrice \mathbf{f} sont obtenus par la généralisation de l'équation (4.4) :

$$f_{jk} = \frac{1}{8\pi\sigma^2 \cos(\theta) \cos(\theta_s) \cos(\theta_i)} \exp\left(-\frac{\tan^2(\theta)}{2\sigma^2}\right) m_{jk}(\theta_i, \theta_s, \varphi) \quad (4.12)$$

Conclusion

Dans ce chapitre, trois méthodes de reconstruction représentant des alternatives aux méthodes de reconstruction existantes ont été développées. L'apport informationnel de la stéréovision et de la polarimétrie multi-spectrale apparaissent comme étant d'importantes pistes vers des méthodes de reconstruction s'affranchissant des modèles de reconstruction classiquement utilisés dans la littérature. Enfin, un modèle de réflexion plus complet est détaillé. La prise en compte de la BRDF dans les algorithmes de reconstruction 3D devrait permettre de traiter un panel d'objets bien plus important.

Conclusion et perspectives

L'objectif général de cette thèse est l'étude et la conception de méthodes de reconstruction tridimensionnelle de surfaces à transparence partielle ou totale incluant l'information polarimétrique. Ce sujet, bien que largement abordé dans la littérature ces dernières années, n'a pas encore reçu de solution polyvalente permettant de s'affranchir d'un contrôle de l'éclairage de l'objet. Dans cette thèse, l'information polarimétrique a été traitée sous la forme du vecteur de Stokes, notamment pour l'intuitivité des calculs auxquels ce vecteur peut être soumis. Les caractéristiques fondamentales d'un état de polarisation sont aisément définissables dans le cadre de ce formalisme. De plus, cette expression de l'état de polarisation permet la définition de la matrice de Mueller, outil polyvalent et bien adapté au traitement d'images et à l'analyse des systèmes partiellement dépolarisants.

Dans une première phase, nous avons fourni un rappel des notions fondamentales associées à l'imagerie de polarisation, de Mueller ou de Stokes. Les quantités usuellement manipulées dans ce type de traitements ont été définies. Un système permettant l'acquisition du

vecteur de Stokes complet a été développé, étalonné puis testé. Ce polarimètre de Stokes contourne un certain nombre de restrictions intrinsèquement présentes dans les systèmes de métrologie polarimétrique et trouve donc naturellement sa place dans les applications de dimensionnement d'objets divers. De plus, à travers les trois configurations étudiées, nous avons cherché à mettre en avant la polyvalence des polarimètres utilisant les retardeurs variables à cristaux liquides nématiques. Correctement étalonné, ce type de technologie permet d'atteindre une fréquence d'acquisition proche de la cadence vidéo. Ces modulateurs spatiaux de lumière offrent également la possibilité d'effectuer des mesures plus fines, via l'augmentation du nombre d'images d'intensité. C'est donc avant tout cette liberté dans le compromis vitesse d'acquisition/qualité des mesures qui justifie l'emploi de ces modulateurs. Dans l'optique de mesures multi-spectrales, il ne représente malheureusement pas le choix idéal, étant donné la faible dynamique des retards potentiellement atteignables aux longueurs d'onde proches des frontières du spectre visible. De plus, la dérive des réponses en tension des retardeurs justifierait la mise en place d'un protocole d'étalonnage automatisé pouvant être régulièrement réitéré. Pour être efficace, cet étalonnage devrait déterminer de façon précise les commandes correspondantes aux retards optimaux dans le cadre d'un polarimètre optimisant la vitesse d'acquisition. La multiplication du nombre de mesures permet certes d'éviter une trop forte dépendance vis-à-vis de cette dérive, mais bien entendu au détriment de la vitesse d'acquisition. Une méthode de restauration a été développée. Celle-ci, bien qu'efficace, reste gourmande, tant en mémoire qu'en temps de calcul. Son application a été restreinte au traitement des images acquises par le polarimètre à 6 états.

Les tests menés sur des objets transparents, d'indice optique fixe, lisses, à réflexion exclusivement spéculaire, convexes et illuminés par un éclairage homogène et dépolarisé démontre une nouvelle fois l'intérêt d'inclure la polarimétrie dans les systèmes de métrologie non-destructive. Cependant, les contraintes fortes imposées aux surfaces étudiées mènent vers un traitement des images spécifique à chaque objet. Un éclairage suffisamment proche des hypothèses énoncées précédemment n'a pas été obtenu de façon satisfaisante. La méthode basée sur une rétro-illumination de l'objet représente une solution très fiable, mais applicables seulement aux objets dont le fond est plat. Ces premiers résultats nous ont encouragés à poursuivre l'investigation vers des solutions moins contraintes.

Dans le cas d'un éclairage non contrôlé, inhomogène, ambiant ou issu d'une source simple, les modélisations de la réflexion classiquement utilisées dans l'analyse des données polarimétriques ne suffisent plus. Le nombre de paramètres inhérent à une modélisation complète de l'état de polarisation mesuré dans le cadre d'une scène complexe rend difficilement applicable ce type d'approche. Cette considération a motivé le développement de deux méthodes alternatives nécessitant la mise en place d'un protocole d'acquisition stéréoscopique. Le problème d'une mise en correspondance dense des données polarimétriques n'a pas été résolu. Dans la méthode développée dans cette thèse, l'objet à reconstruire doit être suffisamment texturé pour permettre une mise en correspondance partielle des images d'intensité. Ce premier essai de fusion stéréoscopie/polarimétrie a été complété par une approche multi-spectrale qui représente un apport informationnel indispensable à l'analyse rigoureuse de scènes complexes, spectralement hétéroclites. Ces deux dernières méthodes offrent notamment l'avantage de ne nécessiter aucun modèle liant les données polarimétriques acquises aux matériaux des objets, à leurs rugosités surfaciques, à l'éclairage, aux types de réflexion rencontrés dans la scène. Bien que les algorithmes utilisés dans les différentes étapes de notre méthode (algorithmes de segmentation et d'appariement) soient relativement simples, les résultats obtenus sont encourageants et justifient pleinement l'emploi d'un dispositif polarimétrique, multi-spectral, multi-vue.

Bibliographie

- [1] Bruno AIAZZI, Luciano ALPARONE, Alessandro BARDUCCI, Stefano BARONTI and Ivan PIPPI. "Estimating Noise and Information of Multispectral Imagery." *Optical engineering* 41, no. 3 (2002): 656-68.
- [2] Makrina ANASTASIADOU. "Imagerie polarimétrique: développements instrumentaux et applications biomédicales." Thèse de l'Ecole polytechnique, 2007.
- [3] R. ANDERSON. "Matrix Description of Radiometric Quantities." *Applied Optics* 30, no. 7 (1991): 858-67.
- [4] Gary A. ATKINSON and Edwin R. HANCOCK. "Recovery of Surface Orientation from Diffuse Polarization." *IEEE Transactions on Image Processing* 15, no. 6 (2006): 1653-64.
- [5] Nicolas AYACHE. *Vision stéréoscopique et perception multisensorielle*: InterEditions, 1989.
- [6] R.M.A. AZZAM. "Photopolarimeter Using Two Modulated Optical Rotators." *Optics Letters* 1, no. 5 (1977): 181 - 83.
- [7] B. BOULBRY, J. C. RAMELLA-ROMAN and T. A. GERMER. "Improved Method for Calibrating a Stokes Polarimeter." *Applied Optics* 46, no. 35 (2007): 8533-41.
- [8] C. BOUMAN and K. SAUER. "A Generalized Gaussian Image Model for Edge-Preserving Map Estimation." *IEEE Transactions on Image Processing* 2, no. 3 (1993): 296-310.

- [9] Yuri BOYKOV, Olga VEKSLER and Ramin ZABIH. "A Variable Window Approach to Early Vision." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20, no. 12 (1998): 1283-94.
- [10] E. North COLEMAN and Ramesh JAIN. "Obtaining 3-Dimensional Shape of Textured and Specular Surfaces Using Four-Source Photometry." In *Shape Recovery*, 180-99: Jones and Bartlett Publishers, 1992.
- [11] Christophe COLLET, Jihad ZALLAT and Yoshitane TAKAKURA. "Clustering of Mueller Matrix Images for Skeletonized Structure Detection." *Optics Express* 12 (2001): 1271-80.
- [12] Eric COMPAIN and Bernard DREVILLON. "High-Frequency Modulation of the Four States of Polarization of Light with a Single Phase Modulator." *Review of Scientific Instruments* 69, no. 4 (1998): 1574 - 80
- [13] F. DELPLANCKE. "Automated High-Speed Mueller Matrix Scatterometer." *Applied optics* 36, no. 22 (1997): 5388 - 95
- [14] Michel DHOME. *Perception visuelle par imagerie vidéo, traité Ic2 information-commande-communication*, Lavoisier Hermes-science, 2003.
- [15] Matthew P. EKLUND, Aly A. FRAGA and Meoumen T. EL-MELEGY. "Robust Correspondence Methods for Stereo Vision." *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence* 17, no. 7 (2003): 1059 - 79.
- [16] D.S. FLYNN and C. ALEXANDER. "Polarized Surface Scattering Expressed in Terms of Bidirectional Reflectance Distribution Function Matrix." *Optical engineering* 34, no. 6 (1995): 1646-50.

- [17] Robert T. FRANKOT and Rama CHELLAPPA. "A Method for Enforcing Integrability in Shape from Shading." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10, no. 4 (1988): 439-51.
- [18] J.J. GIL. "Characteristic Properties of Mueller Matrices." *Journal of the Optical Society of America* 17, no. 2 (2000): 328-34.
- [19] Clark R. GIVENS and Alexander B. KOSTINSKI. "A Simple and Necessary Condition on Physically Realizable Mueller Matrices." *Journal Of Modern Optics* 40, no. 3 (1993): 471-481.
- [20] François GOUDAIL, Patrick TERRIER, Yoshitane TAKAKURA, Laurent BIGUE, Frederic GALLAND and Vincent DEVLAMINCK. "Target Detection with a Liquid-Crystal-Based Passive Stokes Polarimeter." *Applied Optics* 43, no. 2 (2004): 274-82.
- [21] Janne HEIKKILA and Olli SILVEN. "A Four-Step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction." *In proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)*, Puerto Rico, 1997.
- [22] Berthold Klaus Paul HORN. *Robot vision*. MIT Press, 1986.
- [23] Serge HUARD. *Polarisation de la lumière*. MASSON ed, 1994.
- [24] Albéric JAULIN. "Imagerie de polarisation haute cadence à l'aide d'un modulateur de lumière à cristaux liquides ferroélectriques." Thèse de l'Université de Haute-Alsace, 2007.
- [25] Lianhua JIN, Kuniharu TAKIZAWA, Yukitoshi OTANI and Norihiro UMEDA. "Multi-Wavelength Mueller Matrix Polarimeter." *Optical Review* 12, no. 4 (2005): 281-86.
- [26] M.J. KAVAYA. "Polarization Effects on Hard Target Calibration of Lidar Systems." *Applied Optics* 26, no. 5 (1987): 796-804.

- [27] Gyung-Bum KIM and Sung-Chong CHUNG. "An Accurate and Robust Stereo Matching Algorithm with Variable Windows for 3d Measurements." *Mechatronics* 14 (2004): 715-35.
- [28] Andreas KLAUS, Mario SORMANN and Konrad KARNER. "Segment-Based Stereo Matching Using Belief Propagation and a Self-Adapting Dissimilarity Measure." *Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'06)*, 15-18, Honk-Kong, 2006.
- [29] Reinhard KLETTE and Karsten SCHLÜNS. "Height Data from Gradient Fields." In *Proceedings of SPIE on Machine Vision Applications, Architectures, and Systems Integration*, 204-15. Boston (USA), 1996.
- [30] Kazutada KOSHIKAWA. "A Polarimetric Approach to Shape Understanding of Glossy Objects." In *Sixth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 493-95. Tokyo (Japan), 1979.
- [31] Kazutada KOSHIKAWA and Y. SHIRAI. "A Model-Based Recognition of Glossy Objects Using Their Polarimetric Properties." *Advanced Robotics* 2, no. 2 (1987): 137-47.
- [32] Alexander B. KOSTINSKI, Clark R. GIVENS and J. M. KWIATKOWSKI. "Constraints on Mueller Matrices of Polarization Optics." *Applied Optics* 32 (1993): 1646-51.
- [33] Peter KOVESI. "Shapelets Correlated with Surfaces Normals Produce Surfaces." *Proceedings the 10th IEEE International Conference on Computer Vision*, 994-1001. Beijing (China), 2005.
- [34] Shih-Yau LU and Russell A. CHIPMAN. "Interpretation of Mueller Matrices Based on Polar Decomposition." *Journal of Optical Society of America* 13, no. 5 (1996): 1106-13.

- [35] Shih-Yau LU and Russell A. CHIPMAN. "Mueller Matrices and the Degree of Polarization." *Optics Communications* 146, no. 11 (1998): 226-36.
- [36] Antonello De MARTINO, Yong-Ki KIM, Enric GARCIA-CAUREL, Blandine LAUDE and Bernard DREVILLON. "Optimized Mueller Polarimeter with Liquid Crystals." *Optics Letters* 28, no. 8 (2003): 616-18.
- [37] Daisuke MIYAZAKI and Katsushi IKEUCHI. "Shape Estimation of Transparent Objects by Using Polarization Analyses." *IPJSJ Digital Courier* 2 (2006): 407-27.
- [38] Daisuke MIYAZAKI, Masataka KASEGAWA and Katsushi IKEUCHI. "Transparent Surface Modeling from a Pair of Polarization Images." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26, no. 1 (2004): 73-82.
- [39] Daisuke MIYAZAKI, Megumi SAITO, Yoichi SATO and Katsushi IKEUCHI. "Determining Surface Orientations of Transparent Objects Based on Polarization Degrees in Visible and Infrared Wavelengths." *Journal of the Optical Society of America* 19, no. 4 (2002): 687-94.
- [40] Daisuke MIYAZAKI, Robby T. TAN, Kenji HARA and Katsushi IKEUCHI. "Polarization-Based Inverse Rendering from a Single View." *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'03)*, 982, Nice (France) 2003.
- [41] F. NICODEMUS. "Directional Reflectance and Emissivity of an Opaque Surface." *Applied Optics* 4, no. 7 (1965): 767-73.
- [42] William H. PRESS, Saul A. TEUKOLSKY, William T. VETTERLING and Brian P. FLANNERY. *Numerical Recipes in C++*, Cambridge University Press, 2003.
- [43] Nathan J. PUST and Joseph A. SHAW. "Dual-Field Imaging Polarimeter Using Liquid Crystal Variable Retarders." *Applied Optics* 45, no. 22 (2006): 5470-78.

- [44] Stefan RAHMANN. "Polarization Images: A Geometric Interpretation for Shape Analysis." *Proceedings of the intelligence conference on Pattern Recognition (ICPR)*, 542-546, Barcelona (Spain), 2000.
- [45] Stefan RAHMANN and Nikos CANTERAKIS. "Reconstruction of Specular Surfaces Using Polarization Imaging." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 149-155, Kauai Marriott (Hawaï), 2001.
- [46] Romain ROUX, Jihad ZALLAT, Alex LALLEMENT and Ernest HIRSCH. "Impact of Noise on the Polarimetric Imaging Based Shape Recovery of Transparent Objects." *Proceedings of the European Signal Processing Conference*, Florence (Italie), 2006.
- [47] Romain ROUX, Jihad ZALLAT, Alex LALLEMENT and Ernest HIRSCH. "Non-Linear Constrained Polarimetric Data Reduction." *Proceedings of the Physics in Signal and Image Processing*, Mulhouse (France), 2007.
- [48] Daniel SCHARSTEIN and Richard SZELISKI. "A Taxonomy and Evaluation of Dense Two-Frame Stereo Correspondence Algorithms." *International Journal of Computer Vision* 47, no. 1-3 (2002): 7-42.
- [49] Yoav Y. SCHECHNER and Joseph SHAMIR. "Polarization and Statistical Analysis of Scene Containing a Semireflector." *Journal of Optical Society of America* 17, no. 2 (2000): 276-84.
- [50] Yoav Y. SCHECHNER, Joseph SHAMIR and Nahum KIRYATI. "Polarization-Based Decorrelation of Transparent Layers: The Inclination Angle of an Invisible Surface." *Proceedings of the Seventh IEEE international conference on computer vision*, 814-819, Kerkyra (Greece), 1999.

- [51] R. SHRIDAR and R. SIMON. "Normal Form for Mueller Matrices in Polarization Optics." *Journal Of Modern Optics* 41, no. 10 (1994): 1903-15.
- [52] Matthew H. SMITH. "Optimization of a Dual-Rotating-Retarder Mueller Matrix Polarimeter." *Applied Optics* 41, no. 13 (2002): 2488-93.
- [53] Lorenzo J. TARDÒN, Javier PORTILLO and Carlos ALBEROLA-LÒPEZ. "A Novel Markovian Formulation of the Correspondence Problem in Stereo Vision." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* 34, no. 3 (2004): 428-36.
- [54] P. TERRIER, O. LOSSON, V. DEVLAMINCK, F. GALLAND, F. GOUDAIL and P. REFREGIER. "Segmentation Non Supervisée D'images Polarimétriques Passives." In *Colloque GRETSI*, 120-122, Paris (France), 2003.
- [55] J. Scott TYO. "Design of Optimal Polarimeters: Maximization of Signal-to-Noise Ratio and Minimization of Systematic Error." *Applied Optics* 41, no. 4 (2002): 619-30.
- [56] J. Scott TYO. "Noise Equalization in Stokes Parameter Images Obtained by Use of Variable-Retardance Polarimeters." *Optics Letters* 25, no. 16 (2000): 1198 - 200.
- [57] T. G. WEI and R. KLETTE. "Depth Recovery from Noisy Gradient Vector Fields Using Regularization." *Computer Analysis of Images and Patterns, Proceedings* 2756 (2003): 116-23.
- [58] Tiangong WEI and Reinhard KLETTE. "Height from Gradient Using Surface Curvature and Area Constraints." *Communication and information technology research*, 109, University of Auckland (New Zealand), 2001.

- [59] Tiangong WEI and Reinhard KLETTE. "A Wavelet-Based Algorithm for Height from Gradients." *Proceedins of the International Workshop on Robot Vision*, 84-90, Auckland (New Zealand), 2001.
- [60] Emil WOLF and Max BORN. *Principles of Optics*: Cambridge University Press, 1980.
- [61] Lawrence B. WOLFF. "Surface Orientation from Two Camera Stereo with Polarizers." *Proceedins of the Optics, Illimination and Image Sensing for Machine Vision IV*, 287-297, Philadelphia (USA), 1989.
- [62] Lawrence B. WOLFF and Terrance E. BOULT. "Constraining Object Features Using a Polarization Reflectance Model." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13, no. 7 (1991): 625-57.
- [63] Jihad ZALLAT, Samia AINOUZ and M. P. STOLL. "Optimal Configurations for Imaging Polarimeters: Impact of Image Noise and Systematic Errors." *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 8, no. 9 (2006): 807-14.
- [64] Jihad ZALLAT, Christian HEINRICH and Matthieu PETREMAND. "A Bayesian Approach for Polarimetric Data Reduction: The Mueller Imaging Case." *Optics Express* 16, no. 10 (2008): 7119-33.
- [65] C. Lawrence ZITNICK and Takeo KANADE. "A Cooperative Algorithm for Stereo Matching and Occlusion Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22, no. 7 (2000): 675-84.