Thèse de doctorat

présentée à l'Université de Strasbourg

par **Vincent Allègre**

et préparée à l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg
Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre

en vue de l'obtention du titre de Docteur en Sciences de la Terre et de l'Univers
Spécialité : Géophysique

Couplages électrocinétiques en milieux poreux non-saturés

Soutenue publiquement le 15 Octobre 2010,
devant le jury composé de :

Patrick Baud, Pr. IPG Strasbourg	Rapporteur Interne
Christian David, Pr. Université de Cergy	Rapporteur Externe
Dominique Gibert, Pr. Géosciences Rennes	Rapporteur Externe
Jean-Pierre Hulin, Pr. Université d'Orsay	Examinateur
Laurence Jouniaux, CR. IPG Strasbourg	Directrice de thèse
François Lehmann, McF LHyGeS	Directeur de thèse
Alexis Maineult, CR. IPG Paris	Examinateur
Pascal Sailhac, McF IPG Strasbourg	Directeur de thèse

Remerciements

L'écriture de remerciements est toujours délicate, le principal risque étant l'oubli maladroit d'une ou plusieurs personnes. L'exercice reste cependant justifié et indispensable. Se lancer dans la réalisation d'une thèse est à la fois courageux et inconscient. Tout a débuté il y a trois ans, suite à la proposition d'un sujet de thèse dont le titre original : "Phénomènes d'électrofiltration en milieux poreux : prise en compte de la conductivité électrique et du contenu en eau", a attiré mon attention. Une thèse proposée à l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg, pour laquelle j'ai candidaté malgré le caractère septentrional de cette région française.

Je remercie Laurence Jouniaux de m'avoir fait confiance en me confiant ce sujet, malgré les doutes certains de quelques décideurs. Toujours disponible, à l'écoute, et d'une implication permanente, son soutien a toujours été sans faille. L'expérience montre que l'encadrement est primordial à la bonne conduite d'un travail de thèse ; celui dont j'ai pu bénéficier a sans contestes contribué à la finalisation dans les temps de ce travail.

Concevoir une expérience en laboratoire n'est pas chose aisée, compte-tenu de la quantité d'éléments à intégrer. Je tiens à adresser mes sincères remerciements à François Lehmann qui ne m'a jamais refusé son aide lors de cette tâche difficile et ingrate. Les heures passées à mettre au point la chaîne d'acquisition et à jouer avec du sable et de l'eau, le tout rythmé par une maîtrise certaine du coup de masse, me laisseront d'excellents souvenirs. Je le remercie pour les moments passés à discuter, du travail ou d'autres choses, autour d'un café et d'une cigarette.

Le tableau ne serait pas complet sans mon dernier directeur de thèse, Pascal Sailhac. Les longs moments passés à discuter m'ont été très utiles pour orienter mon travail, particulièrement dans l'approche théorique et numérique. Je le remercie sincèrement pour nos échanges, il fût toujours enthousiaste et disponible, sans jamais compter le temps nécessaire. Je le remercie enfin

de m'avoir confié l'enseignement des Travaux Dirigés d'électromagnétisme, qui ont sans aucuns doutes contribuer à construire mon expérience pédagogique.
Être encadré par trois directeurs de thèse n'est pas une mince affaire, et une de mes grandes satisfactions reste d'avoir pu (la plupart du temps) gérer leurs divergences d'opinions lors de (très) longues discussions, parfois (toujours) compliquées, mais constructives.

Merci à Pierre-Daniel Matthey d'avoir pu se rendre disponible lors de la conception de l'expérience de laboratoire. Merci aux collègues de Pau, Clarisse et Pascale de m'avoir accueilli, et de m'avoir accompagné sur le terrain.

Merci également à l'équipe hydrodynamique des milieux poreux de l'IMFS pour leur sympathie, et à son directeur Philippe Ackerer de m'avoir permis d'installer mon expérience dans leur laboratoire, et d'y travailler dans d'excellentes conditions.

Merci aux membres du jury d'avoir accepté d'être présent le jour de la soutenance, aux trois rapporteurs de cette thèse Dominique Gibert, Christian David et Patrick Baud pour les remarques pertinentes de leur rapports ayant sans conteste contribué à améliorer ce manuscrit, et aux deux examinateurs Alexis Maineult et Jean-Pierre Hulin pour leurs questions le jour de la soutenance m'ayant poussé dans mes derniers retranchements.

Je tiens à remercier tous les thésards, post-doc et assimilés de l'IPGS et de la rue Blessig ainsi que leurs moitiés, Ben, Tony, Max, Ed, Emilie, Jojo, Paul, Julien (quand tu veux pour virée an Valais), Aurore (toujours là dans les moments importants...), Marie-Laure (la bakhlava maniaque), Olivier, Julia, Pierre, Zac, Indrah, Elise, Damien, etc...(les oubliés se reconnaîtront) pour les apéros et les soirées passés en leur compagnie, et pour certains nos virées nocturnes toujours exquises, ou du moins, autant que faire se pu (il en vaut au moins trois celui là !).

Merci à Julien et Paul pour les moments passés à refaire le monde chez nous, ou pas, et pour ceux passés à gigoter sur plots, lits ou tout autre objet surélevé au son du gigabringue. Merci à Oli d'avoir sans hésiter parcouru le trajet Avignon-Strasbourg le jour J, prouvant ainsi l'affection d'un vrai "chum", et "c'est pas une ptit'affaaaiiire". Merci à Alex pour les CC, CCB, CC double K, CCB double K et pour toute autre combinaison. Merci aux marteaux killers, titulaires ou remplaçants, pour les entrainements et décrassages du samedi ou du dimanche après-midi. Un clin d'oeil particulier à Tony pour cette énorme soirée du 8 mai 2008, et Max pour sa simplicité

et son écoute, même si l'on sait tous les deux qui restera le super-re.... J'ajoute une dédicace pour ces 93 km de mars 2008 passés (en partie) sur les pavés du Nord avec Edouard dont le souvenir restera indélébile, à très bientôt pour un col pyrénéen. Enfin, merci à tous mes amis d'ici et d'ailleurs...

Merci à ma famille et mes proches de m'avoir encouragé, et s'être déplacé à travers la France pour la soutenance. Je n'en serais pas là sans la présence depuis toujours de ma mère et mon frère, qui m'ont toujours aidé, encouragé, et poussé à continuer.

Enfin, merci à Lucile de m'avoir toujours soutenu, écouté, et supporté durant ces trois années. Sa présence et son reconfort ont toujours été indispensables à mes yeux. L'histoire ne fait que commencer...

à Yves, mon père...

Résumé

Cette thèse a pour objet l'étude des couplages électrocinétiques en milieux non-saturés : d'une part les phénomènes d'électrofiltration liés à l'écoulement de l'eau, et d'autre part les couplages sismo-électriques, c'est à dire le champ électrique associé à la propagation d'une onde sismique sur le terrain. Ces couplages existent en raison du mouvement de particules chargées présentes dans l'eau. Le premier axe développé est une approche expérimentale. Des différences de potentiels d'électrofiltration ont été mesurées lors d'expériences de drainage réalisées dans une colonne de sable. Ces mesures combinées aux mesures des conditions hydrodynamiques ont mené aux premiers enregistrements continus de coefficients d'électrofiltration C en fonction de la saturation S_w. Les valeurs de coefficients normalisées ne varient pas de façon monotone avec la saturation S_w. En effet, C augmente lorsque S_w diminue jusqu'à atteindre un maximum pour $S_w \simeq$ 65-85%, puis diminue avec la saturation. En outre, les valeurs expérimentales semblent pouvoir dépasser d'un facteur 100 la valeur mesurée à saturation. Ce comportement a été observé de façon similaire lors de trois expériences de drainage.

La modélisation de ces signaux constitue le deuxième axe de travail. Une nouvelle expression, intégrant une contribution dynamique liée aux variations temporelles de pression, est proposée. Les résultats illustrent la nécessité d'intégrer cette contribution dynamique pour modéliser les signaux d'une des expériences, particulièrement lorsque C augmente pour S_w =[0.65-0.85 ; 1]. La dernière expérience tend à montrer que les conditions d'écoulement, et plus précisément le flux hydrique, pourraient jouer un rôle important dans le comportement de C.

Le dernier axe développé est une approche de terrain. Les amplitudes de signaux sismo-électriques ont été étudiées en non-saturé, par la mesure d'un champ électrique E_x et d'un déplacement sismique u_x, et comparées au calcul de fonctions de transfert $E_x/\ddot{u}_x$. Une image de saturation du sol a été déduite de l'interprétation conjointe de données radar et de résistivité électrique.

Les amplitudes sismo-électriques liées aux arrivées des ondes P et des ondes de surface, traitées indépendamment, ont pu être comparées à la teneur en eau, puis à des mesures de résistances électriques. Les résultats suggèrent que ces amplitudes sont plus faibles en milieu non-saturé. De plus, le traitement des ondes de volume et des ondes de surface a montré que ces dernières doivent être considérées indépendamment.

Mots-clés : **hydrogéophysique, électrofiltration, potentiels spontanés, sismo-électrique, teneur en eau, écoulements non-saturés, zone non-saturée, propriétés électriques.**

Abstract

The aim of this PhD thesis is to study electrokinetics for unsaturated conditions, both through streaming potential (SP) and seismo-electrics conversion. Electrokinetic coupling results from the motion of charges inside the water. Using an experimental approach, (SP) have been measured during drainage experiments in sand. These measurements were combined with hydrodynamics measurements and led to the first continuous recordings of streaming potential coefficient C as a function of water saturation S_w. The normalized streaming potential coefficient was found to be not monotoneously dependent on water saturation. Values of C increases first when S_w decreases until a maximum value for $S_w \simeq$ 65-85 %, and then decreases for decreasing saturation. In addition, experimental electrokinetic coefficient seems to be larger up to two orders of magnitude than classical values measured for saturated conditions. A similar behaviour was observed for three drainage experiments.

The second part of this manuscript deals with the modelling of this unexpected behaviour. A new model, including a dynamic component linked to pressure temporal variations, is proposed. Modelling results show that this component is necessary to explain electrokinetic coefficient data of the first experiment, particularly for S_w =[0.65-0.85 ; 1]. Processing of the last experiment suggests that hydrodynamic conditions, and particularly the instant fluid flow magnitude, could be involved in the behaviour of C.

The third part of this work deals with a field approach using seismoelectrics. Seismoelectric amplitudes have been studied for unsaturated conditions computing transfert functions defined as $E_x/\ddot{u}_x$. First, the soil water saturation map has been deduced from the joint processing of GPR and ERT data. Thus, seismoelectric amplitudes deduced from P wave and surface waves independently, have been compared to water-content and measured electrical resitance. Results suggest that these amplitudes are smaller in unsaturated soils than for saturated conditions.

In addition, the independent processing of P wave and surface waves shows that surface waves creates some artefacts in the computed transfert functions, and consequently have to be considered apart.

Keywords : **hydrogeophysics, electrokinetics, streaming potentials, seismoelectrics, water content, unsaturated flows, vadose zone, electrical properties.**

Table des matières

Remerciements **i**

Résumé **v**

Abstract **vii**

Introduction générale **1**

1 Les phénomènes électrocinétiques **5**

1.1 Les potentiels spontanés : applications de terrain 6

1.1.1 Application en hydrologie 6

1.1.2 Caractérisation de pollution 8

1.1.3 Applications en domaine volcanique 10

1.1.4 Autres applications 10

1.2 L'électrofiltration : introduction 12

1.3 La double/triple couche électrique 14

1.3.1 Introduction 14

1.3.2 Modèle de double couche électrique (Electrical Double Layer) 14

1.3.3 Vers un modèle de triple couche électrique 17

1.3.4 Expression du potentiel électrique dans la couche diffuse 17

1.4 Les couplages électrocinétiques 18

1.4.1 Les équations couplées 18

1.4.2 Electrofiltration dans un capillaire 20

1.4.3 Quels facteurs influencent le coefficient d'électrofiltration ? 21

1.4.4 Électrofiltration en milieux poreux non-saturés 27

1.5 Les couplages sismo-électromagnétiques 31

1.5.1 Principe 31
1.5.2 Propagation sismique en milieu poreux : Introduction 33
1.5.3 Théorie de Pride (1994) 35
1.5.4 Autres développements théoriques 36
1.5.5 Quelques applications de terrain 37

2 Caractérisation de la zone non-saturée 41
2.1 Description macroscopique du milieu poreux 42
2.1.1 Caractéristiques générales 42
2.1.2 Variables d'état et état énergétique d'un milieu non-saturé 43
2.1.3 Profils hydriques dans les sols 45
2.2 Les écoulements saturés 45
2.2.1 Loi de Darcy 45
2.2.2 Domaine de validité de la loi de Darcy 47
2.3 Hydrodynamique en milieux non-saturés 48
2.3.1 Généralisation de la loi de Darcy 48
2.3.2 Relations $\theta(h)$ et $K(\theta)$ 49
2.3.3 Equation de continuité 53
2.3.4 Équation de Richards en milieu non-saturé 53

3 Électrofiltration en milieux non-saturés 55
3.1 Développements expérimentaux 56
3.1.1 Présentation du dispositif expérimental 56
3.1.2 Tests préliminaires 56
3.1.3 Mesures de résistivité électrique lors d'un drainage 58
3.1.4 Calibration des sondes de teneur en eau 61
3.1.5 Mesures de pressions d'eau 62
3.2 ARTICLE : SP dependence on water-content in sand 63
3.3 Résultats expérimentaux complémentaires 83
3.3.1 Mesures hydrodynamiques 83
3.3.2 Mesures électriques 85
3.3.3 Coefficients d'électrofiltration 88
3.4 Conclusion 91

4 Modélisation des signaux PS **93**

4.1 Introduction d'un modèle statique 95

4.1.1 Formalisation du problème de minimisation 95

4.1.2 C_{min}, un paramètre singulier ? 96

4.2 Un modèle global avec contribution dynamique 101

4.2.1 Préambule - Dynamique des pressions 101

4.2.2 Description du modèle 103

4.2.3 Modèle *a priori* 103

4.3 ARTICLE en préparation : Modelling of SP in unsaturated sand 107

4.3.1 Abstract 108

4.3.2 Introduction 108

4.3.3 Experimental Setup 109

4.3.4 Results and Discussion 111

4.3.5 Conclusions 116

4.3.6 Acknowledgments 117

4.4 Synthèse des données et discussion 118

4.4.1 Résultats complémentaires 118

4.4.2 Le flux joue t-il un rôle important ? 119

4.4.3 Sensibilité des modèles 123

4.5 Conclusions et perspectives 131

5 Sismo-électrique en milieux non-saturés **133**

5.1 Préambule 134

5.1.1 Présentation du site d'étude 134

5.1.2 Contextes géologique et hydrogéologique 135

5.1.3 Résumé des acquisitions 137

5.2 Géométrie du sous-sol et imagerie de la teneur en eau 137

5.2.1 Acquisitions Radar (GPR) 138

5.2.2 Tomographie électrique (ERT) 150

5.3 Modélisation combinée de la teneur en eau 154

5.3.1 Mesures électriques préliminaires 154

5.3.2 Modèle a priori 156

5.3.3 Résultats 158

5.4 Amplitudes des signaux co-sismiques 160

5.4.1 Présentation des données sismo-électriques 160
5.4.2 Contenu fréquentiel et calcul des fonctions de transfert $E_x/\ddot{u}_x$ 163

Conclusion générale et perspectives **175**

Bibliographie **179**

Annexe A : Électrofiltration dans un capillaire poreux saturé **189**

Annexe B : Étalonnage des sondes de teneur en eau **193**

Annexe C : Résolution numérique de l'équation de Richards **195**
C-1 Discrétisation de l'équation 195
C-2 Linéarisation de l'équation 196
C-3 Quelques mots sur le problème inverse 197

Introduction générale

Pourquoi étudier la proche surface... ? Les niveaux les plus superficiels du sol, en particulier la zone non-saturée, sont le théâtre de nombreux échanges hydrologiques, dont la compréhension est importante à différents niveaux. Un géotechnicien porte son attention sur la capacité du sol à retenir un ouvrage, afin d'en garantir l'intégrité. Un hydrologue cherche à comprendre le fonctionnement d'un bassin versant, à caractériser la réponse d'un sol aux précipitations, et contribue à la pérennisation des sols pour les cultures. Un hydrogéologue s'intéresse aux transferts plus profonds au sein d'aquifères, afin d'identifier la ressource en eau, de contrôler son exploitation et de sécuriser son captage. L'étude des risques naturels liés aux glissements de terrain ou aux domaines volcaniques est également intimement liée à la connaissance de la zone non-saturée. Pour toutes ces applications, le géophysicien tente de fournir une image des propriétés physiques du sol et de l'interpréter.

Bien des méthodes sont à sa disposition pour mesurer différentes caractéristiques physiques du milieu. Les méthodes électriques et électromagnétiques permettent l'identification de contrastes de conductivité électrique et de permittivité diélectrique. Les méthodes sismiques aideront à la caractérisation de propriétés mécaniques. Quant aux phénomènes électrocinétiques, ils bénéficient d'un interêt certain pour la compréhension des transports de fluides dans les zones saturée et non-saturée, par l'intermédiaire de leur application de terrain, la Polarisation Spontanée (PS). Les potentiels spontanés sont des potentiels électriques générés naturellement par des couplages dont l'origine peut être l'électrofiltration, l'électro-diffusion, liée à des effets thermoélectriques ou encore à des phénomènes d'oxydo-réduction. La PS est une méthode géophysique passive basée sur la mesure de ces potentiels (ou plutôt de différences de potentiels). Les potentiels d'électrofiltration, qui nous intéressent plus particulièrement dans le cadre de ce travail, sont liés au mouvement de particules chargées dans un électrolyte présent dans un milieu poreux.

Quelles applications pour la PS... ? De nombreux exemples illustrent son utilité sur le terrain. La mesure de potentiels spontanés a notamment permis la détection de panaches de contaminants ou la détection de front d'infiltration salés. Elle a également été beaucoup utilisée pour l'étude de domaines volcaniques, particulièrement pour la caractérisation de systèmes hydrothermaux. Ses applications à l'hydrologie ou encore à l'ingénierie pétrolière sont également importantes. Le premier chapitre de cette thèse commence par dresser une liste (non-exhaustive) de quelques unes de ces applications en s'appuyant sur des travaux antérieurs.
Les phénomènes électrocinétiques sont identifiés depuis longtemps. Helmholtz (1879) fut l'un des premiers à introduire le concept de double couche électrique, caractérisant la nature électrique des interfaces roche/eau, qui a depuis bénéficié de développements théoriques très importants (Gouy, 1910; Stern, 1924; Davis *et al.*, 1978). Cette notion est à la base du phénomène d'électrofiltration. La suite du premier chapitre présente l'historique de l'étude de ce concept, et présente quelques travaux liés aux paramètres influençant l'électrofiltration. La dernière partie de ce chapitre présente de manière formelle la théorie des couplages électrocinétiques, en incluant les couplages sismo-électromagnétiques, et sera étayée de quelques exemples extraits de la littérature.

L'électrofiltration en milieu non-saturé... Darcy (1856) a établi, en mettant au point une expérience relativement simple, une loi de proportionnalité entre les pressions hydrauliques responsables d'un écoulement, et le flux d'eau créé. Cette loi est très utilisée pour caractériser les écoulements saturés. En milieux non-saturés, les écoulements d'eau sont également relativement bien décrits, notamment par l'équation de Richards (Richards, 1931), qui sous-tend néanmoins quelques hypothèses simplificatrices. La caractérisation des écoulements est développée plus longuement dans le deuxième chapitre de ce mémoire. Quelques variables et concepts importants caractérisant le milieu poreux saturé, ainsi que la théorie des écoulements d'eau en milieux non-saturés sont ainsi introduits.
Bien que la théorie des écoulements non-saturés soit établie, aucun moyen fiable n'est à la disposition des hydrologues pour déterminer des flux hydriques sur le terrain. Les flux électriques générés par électrofiltration étant couplés aux flux hydriques, la PS est une méthode de choix pour la détection de circulations d'eau dans la proche surface. Cependant, si la nature des couplages électrocinétiques liés à l'électrofiltration en milieu saturé est maintenant assez bien connue, leur comportement en milieux non-saturés est encore très peu documenté. Historiquement, la conductivité électrique a été suggérée comme étant le paramètre responsable de la dépendance du coefficient d'électrofiltration C en fonction de la teneur en eau. Cette hypothèse sous-entendait que C soit inversement proportionnel à la saturation en eau. Les premières me-

sures de C réalisées en non-saturé (Guichet *et al.*, 2003) venaient alors remettre en cause cette hypothèse. Celles-ci montraient en effet que C pouvait être proportionnel à S_w, et que la relation entre les deux paramètres pouvait même être linéaire. Ces observations n'étaient pas corroborées par d'autres mesures effectuées peu après sur des calcaires (Revil and Cerepi, 2004). Plus tard, un autre jeu de données (Linde *et al.*, 2007), ainsi qu'une théorie (Revil *et al.*, 2007) alimentaient la discussion en proposant que C soit fonction de la perméabilité du milieu en non-saturé, comme l'avaient proposé Perrier and Morat (2000). La nature du phénomène est donc aujourd'hui sujet à controverses. Ces références constituent la revue exhaustive de l'état des connaissances sur l'électrofiltration en milieux non-saturés, et montrent la nécessité d'acquérir de nouvelles données.

Comment s'y prendre... ? Voila l'enjeu de ce travail de thèse : acquérir de nouvelles données expérimentales et tenter d'éclaircir la question de la dépendance de C à la teneur en eau. Le chapitre 3 présente les développements expérimentaux mis en œuvre en ce sens. Le but est de proposer des enregistrements continus du coefficient d'électrofiltration effectués lors d'expériences de drainage. Les questions auxquelles il est nécessaire de répondre étant : comment varie C avec la teneur en eau ? Sa dépendance est-elle monotone comme le suggèrent les précédentes études ? Les modèles existants permettraient-ils de prédire ces données ? Le chapitre 4 poursuit le développement de cet aspect expérimental par une approche de modélisation. Une nouvelle expression est en réalité nécessaire pour modéliser les signaux mesurés. Cette relation s'appuie sur la dynamique du gradient de pression. Plusieurs hypothèses liées aux conditions de drainage et à la nature de la double couche en non-saturé, sont exprimées par l'intermédiaire de cette expression.

À l'échelle du terrain... La sismo-électricité a pour origine les phénomènes électrocinétiques. Ce phénomène est basé sur les couplages entre l'énergie d'une onde sismique se propageant en milieu poreux et le champ électrique associé à cette propagation, généré par le mouvement relatif entre l'eau (contenant des particules chargées) et la matrice poreuse. Depuis une dizaine d'années la sismo-électrique connait un regain d'intérêt. Plusieurs études de terrain ont montré son potentiel pour imager la proche surface avec une résolution importante (Thompson and Gist, 1993; Garambois and Dietrich, 2001; Dupuis *et al.*, 2007). Les développements expérimentaux et théoriques abordés dans les premiers chapitres de ce manuscrit prennent tout leur sens, lorsqu'ils permettent une meilleure compréhension du terrain. La source des couplages sismo-électriques étant une onde sismique, ils dependent de la fréquence. Le coefficient de couplage électrocinétique

L dépend de nombreux paramètres, dont le coefficient d'électrofiltration C. Ce dernier caractérise L à basse fréquence. Par l'intermédiaire de C, le couplage électrocinétique doit donc être fonction de la teneur en eau θ. Sachant qu'une seule étude portant sur les variations des amplitudes sismo-électriques en fonction de la résistance électrique a été réalisée à ce jour (Strasher *et al.*, 2010), ceci nous permet de faire le lien entre l'étude en laboratoire déjà présentée et le terrain. Le dernier chapitre présente donc une étude menée sur le terrain, pour tenter d'exprimer une relation entre les amplitudes des signaux sismo-électriques mesurées *in situ* et la saturation en eau.

CHAPITRE

1

Les phénomènes électrocinétiques

Sommaire

1.1 Les potentiels spontanés : applications de terrain 6

1.2 L'électrofiltration : introduction 12

1.3 La double/triple couche électrique 14

1.4 Les couplages électrocinétiques 18

1.5 Les couplages sismo-électromagnétiques 31

Résumé

Le but de ce chapitre est d'introduire les phénomènes électrocinétiques au sens large. Après avoir présenté quelques applications de terrain où l'électrocinétisme est impliqué par l'intermédiaire de la mesure des Potentiels Spontanés (PS), l'origine de ces phénomènes est discutéé plus en détails. L'historique du concept de double couche électrique (Electrical Double Layer) est alors introduit. Les couplages électrocinétiques sont ensuite exprimés formellement par les équations couplées. Le cas plus précis de l'électrofiltration est ensuite traité par l'introduction de quelques travaux étudiant l'influence de paramètres comme la conductivité électrique ou le pH sur le coefficient d'électrofiltration C. Pour finir, la description et la nature des couplages dits sismo-électromagnétiques sont introduits et illustrés par quelques exemples de terrain.

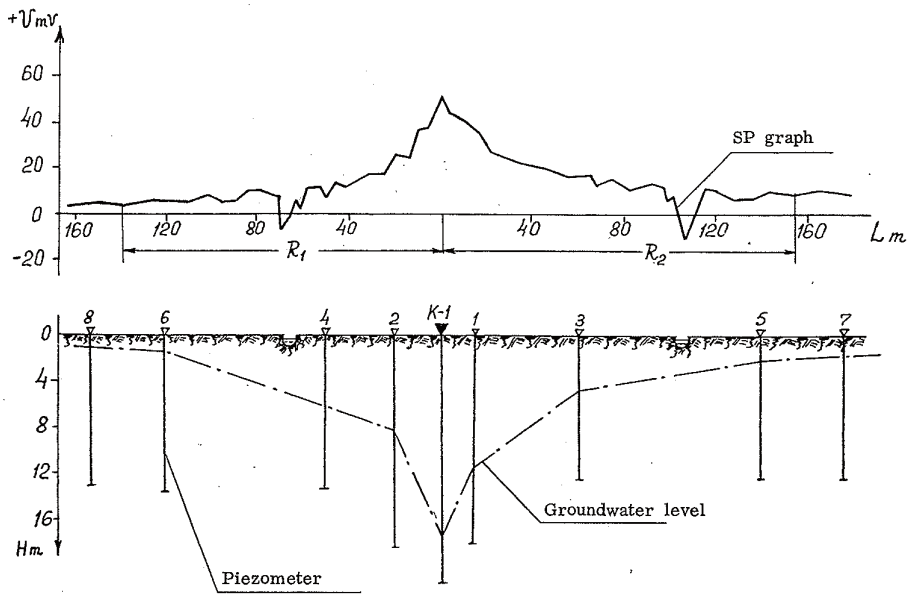


Figure 1.1. Anomalie PS et niveau piezométrique mesurée au cours d'un essai de pompage par Bogolovsky and Ogilvy (1973).

1.1 LES POTENTIELS SPONTANÉS : APPLICATIONS DE TERRAIN

La méthode de polarisation spontanée est une méthode géophysique passive basée sur la mesure de différences de potentiels électriques générées naturellement, appelées Potentiels Spontanés (PS). Ces potentiels électriques peuvent trouver leur origine dans différents couplages physico-chimiques comme l'électrofiltration, l'électro-diffusion, l'oxydoréduction ou encore les effets thermo-électriques. Cette méthode a été appliquée avec succès à des domaines de la géophysique appliquée aussi variés que l'hydrologie, le suivi et la caractérisation de pollutions ou encore à l'étude des systèmes hydrothermaux en domaine volcanique.

1.1.1 APPLICATION EN HYDROLOGIE

L'intérêt pour cette méthode en hydrologie n'est pas récent. Bogolovsky and Ogilvy (1973) mesuraient une anomalie PS à la verticale d'un forage durant un essai de pompage (Figure 1.1). Ils observaient ainsi une anomalie PS positive dont la forme correspond quasiment à l'inverse de l'allure du cône de rabattement produit par le pompage. Récemment, ces données ont été modélisées avec succès afin de déterminer les propriétés hydrauliques du sous-sol (Darnet *et al.*, 2003). De façon similaire, Aubert and Atangana (1996) ont proposé une relation entre la valeur de la différence de potentiel mesurée entre deux électrodes en surface, et la profondeur du

toit d'une nappe phréatique (Figure 1.2), en introduisant le concept de surface SPS. Cette méthode appliquée en domaine volcanique (en prenant en compte une topographie non-nulle) donne alors accès à l'épaisseur de la zone non-saturée. Cette loi est empirique, et n'intègre aucune considération théorique sur l'évolution du coefficient d'électrofiltration en non-saturé (cf. section 1.4.4). Elle a néanmoins permis la caractérisation hydrologique de coulées volcaniques (Aubert and Atangana, 1996). Un des intérêts de cette méthode est donc l'accès à la mesure des flux hydriques dans la proche surface. Thony *et al.* (1997) ont suggéré en ce sens que la relation flux hydrique/amplitude PS pouvait être exprimée de façon linéaire. Cependant, Doussan *et al.*

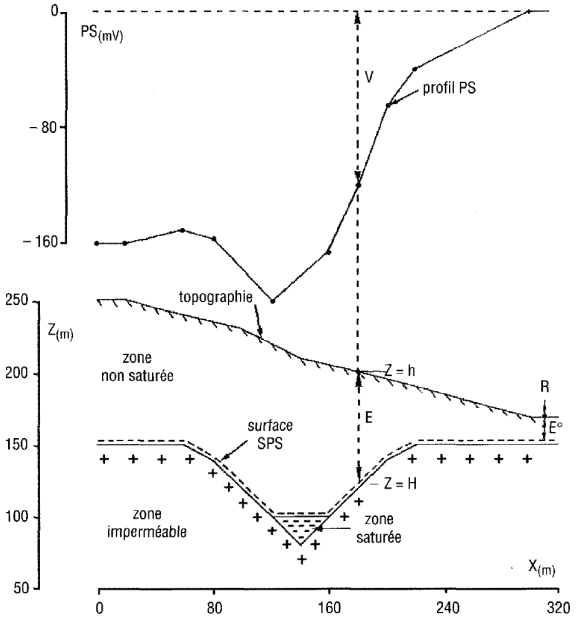


Figure 1.2. Représentation schématique de la surface SPS proposée par Aubert and Atangana (1996). La valeur absolue de l'anomalie PS est empiriquement reliée à l'épaisseur de la zone non-saturée, soit la profondeur E de la nappe. Cette approche prend en compte l'effet de la topographie sur l'anomalie PS (celle-ci augmentant lorsque l'altitude augmente).

(2002) ont pu montrer, lors d'observations à long terme (>200 jours) sur des sables plus ou moins argileux, qu'une telle relation reste difficile à déterminer. Un lien direct est observé entre l'occurence de précipitations et les valeurs de différences de potentiels, mesurées à l'aide de dipôles verticaux placés dans le sol. Les précipitations correspondent ainsi à une augmentation (en valeur absolue) des signaux PS, lorsque l'évaporation correspond à une diminution des signaux (voir pics d'amplitudes sur la figure 1.3). Cependant, ces auteurs mettent en avant quelques difficultés d'interprétation. Si une loi linéaire semble pouvoir exprimer la relation PS-flux à l'échelle d'un événement pluvieux, l'échelle annuelle est plus difficile à contraindre.

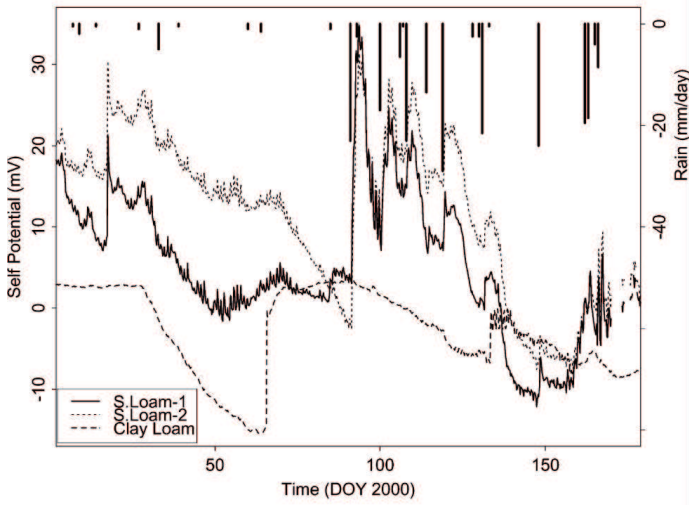


Figure 1.3. Différences de potentiels électriques mesurées par Doussan *et al.* (2002) lors de cycles précipitation/évaporation dans plusieurs types de sols, pour une période > 200 jours. On remarque que l'augmentation des signaux PS (mesurés verticalement par des dipôles de 10 cm) est directement corrélée aux évènements pluvieux identifiés par les barres noires verticales.

Les hétérogénéités de propriétés hydrodynamiques du sol sont mises en avant pour expliquer ces difficultés. En outre, la mesure PS sur le terrain nécessite le plus souvent l'utilisation d'une mixture salée permettant le contact électrique entre les électrodes et le milieu (procédure tout à fait classique pour ce type de mesure). Ce mélange eau salée/terre (ou bentonite) peut induire localement des variations de conductivité électrique trop importantes sur le long terme (sachant que ce paramètre influence fortement l'électrofiltration, cf. section 1.4.3).

1.1.2 CARACTÉRISATION DE POLLUTION

Comme nous l'avons évoqué plus haut, les potentiels spontanés ne sont pas seulement liés à l'électrofiltration mais peuvent être d'origine électrochimique. Ainsi, Naudet *et al.* (2003) ont pu mesurer une anomalie PS associée à la propagation d'un panache de pollution dans le sol. En effectuant un profil de mesure dans une décharge, ils ont pu identifier, au point où l'anomalie est la plus importante, le front d'un panache de polluant (Figure 1.1.2). Après avoir corrigé les mesures des effets liés aux potentiels d'électrofiltration, ces auteurs suggèrent que les signaux PS résiduels sont causés par les polluants agissant comme des "géobatteries". La présence d'un corps conducteur (ici les biofilms) à l'interface de la partie aérobie et anaérobie d'un sol peut créer un courant électrique entre la partie oxygénée où le corps s'oxide, et la zone non-oxygénée où le corps se réduit (Sato and Mooney, 1959).

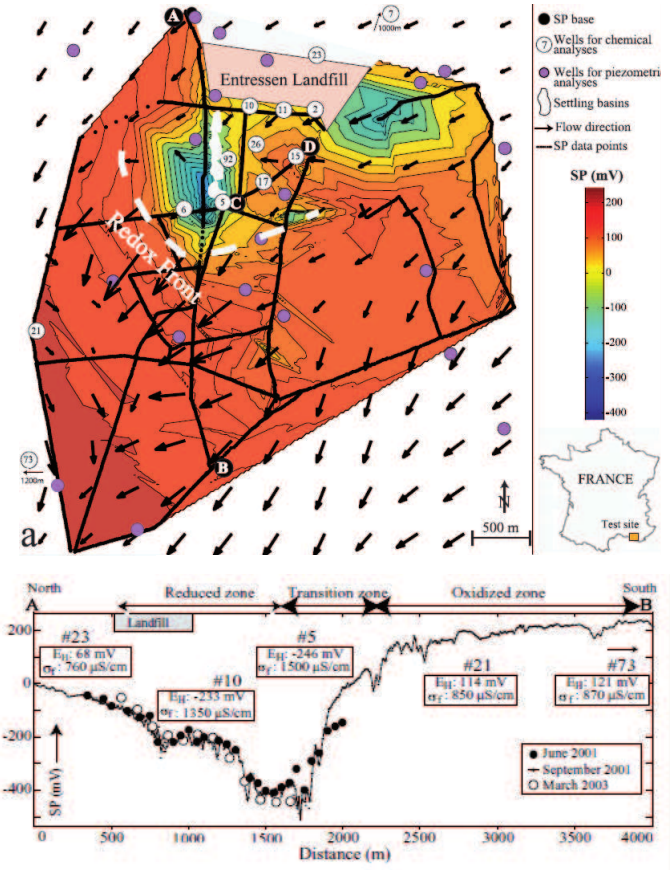


Figure 1.4. (En haut) Carte PS réalisée par Naudet *et al.* (2003) sur la décharge d'Entressen. (En bas) Le maximum d'amplitude du profil PS (A-B) extrait de cette carte (passant à travers la décharge) correspond au front d'oxydo-réduction à l'avant du panache de polluant.

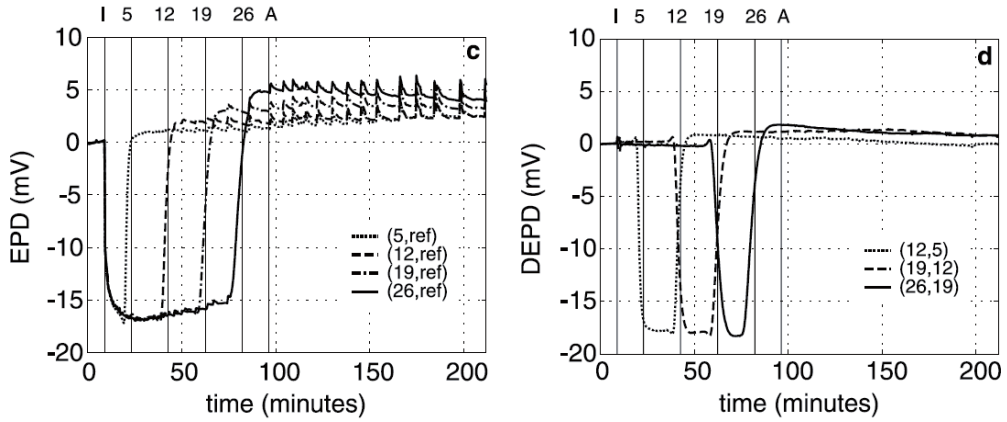


Figure 1.5. Différences de potentiels électriques mesurées lors d'expériences d'écoulements de fronts salés (NaCl) dans une cuve remplie de sable saturé en eau (Maineult *et al.*, 2005). Plusieurs électrodes placées le long de l'écoulement (5,12,19,26) "voient" le passage du front, et sa propagation dans le temps, en mesurant une chute de ΔV (ou une augmentation en valeurs abolues).

Ces deux parties agissent respectivement comme une cathode et une anode, ce qui explique la terminologie "batterie". Ce courant créé ainsi une anomalie de potentiel électrique mesurable en surface, jusqu'à plusieurs volts dans certains cas (Sato and Mooney, 1959). En laboratoire, Maineult *et al.* (2005) ont pu montrer que la mesure de potentiels spontanés permet d'identifier spatialement la propagation ou la diffusion de front d'infiltration salés ou de fronts de pH. Les mesures de PS ont montré une corrélation claire avec l'injection de solution salée ou au changement brutal de pH (Figure 1.5).

1.1.3 APPLICATIONS EN DOMAINE VOLCANIQUE

La mesure de Potentiels Spontanés a été beaucoup utilisée en domaine volcanique pour localiser des systèmes hydrothermaux ou observer des éléments structuraux (Corwin and Hoover, 1979; Finizola *et al.*, 2002, 2004; Onizawa *et al.*, 2009). L'anomalie PS mesurée sur un volcan a le plus souvent une forme caractéristique en W. Cette forme a été observée à différentes reprises sur plusieurs volcans. Finizola *et al.* (2004) ont pu par exemple observer un signal de ce type sur un volcan péruvien (Figure 1.7). Le minimum au centre de l'anomalie PS est relié par les auteurs à la présence du système hydrothermal du volcan. En effet, la remontée de fluides chauds chargés électriquement au sein des cellules de convection du système hydrothermal induirait un signal électrique par électrofiltration. Zlotnicki *et al.* (1998) décrivent cette anomalie par l'intervention de trois effets combinés liés à la topographie, à des phénomènes thermoélectriques et électrocinétiques. Ces trois effets superposés formeraient cette morphologie caractéristique (Figure 1.6). Néanmoins, Ishido (2004) propose une interprétation plus modérée de la forme de cette anomalie. Cet auteur suggère que les phénomènes électrocinétiques associés à la circulation de fluide (de l'eau) dans les systèmes hydrogéologiques sur les flancs du volcan jouent un rôle prépondérant pour la formation de ce type d'anomalie. Plus récemment, Onizawa *et al.* (2009) proposent en étudiant le cas du volcan Izo-Oshima au Japon une modélisation des signaux PS, en intégrant la modélisation des distributions de résistivités électriques sur les flancs du volcan. Ils suggèrent que le mécanisme principal mis en jeu est l'électrofiltration due à l'infiltration des eaux météoriques, et que les effets électrocinétiques et thermoélectriques liés aux remontées hydrothermales - même dans la partie active du volcan - sont parfois négligeables. La question de la formation des anomalies PS en domaines volcaniques est donc encore discutée à ce jour.

1.1.4 AUTRES APPLICATIONS

L'électrocinétisme a trait à un courant électrique créé lors de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux ; le fluide pouvant être un hydrocarbure, l'intérêt porté à cette méthode par les

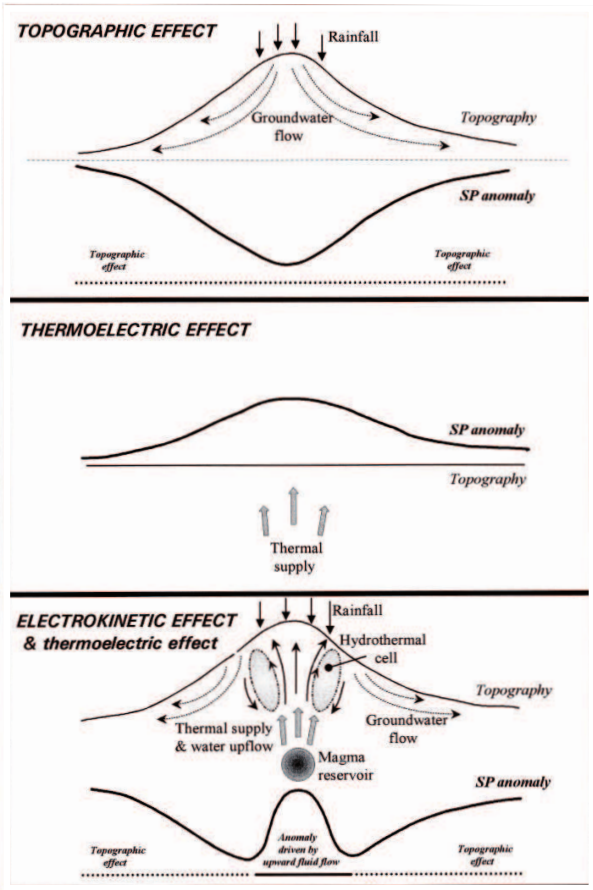
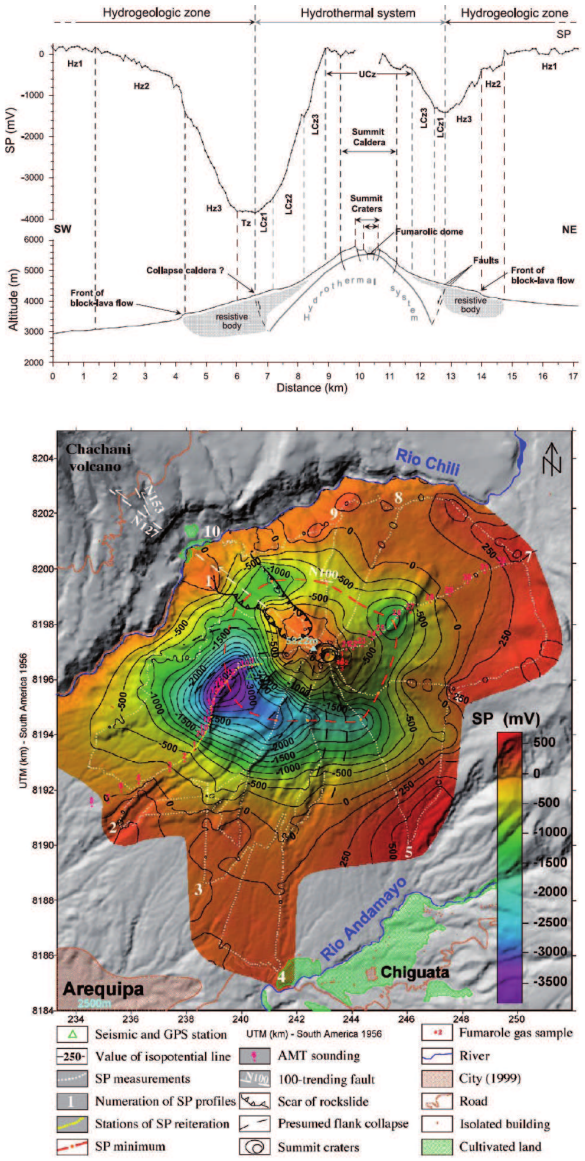


Figure 1.6. Interprétation de l'anomalie PS "en W" proposée par Zlotnicki *et al.* (1998). Selon les auteurs la contribution électrocinétique, liée à la remontée de fluides chauds au centre du volcan, est prépondérante dans l'anomalie globale devant les contributions de la topographie et des effets thermoélectriques.

Figure 1.7. (A haut) Anomalie extraite de mesures PS réalisées au Misti volcano au Pérou par Finizola *et al.* (2004) (Carte 2D en bas). Les auteurs relient la chute de potentiels électriques au système hydrothermal du volcan, et mettent en avant un certain nombre d'éléments structuraux délimitant ce système.



pétroliers est grandissant. Dans ce cadre, Saunders *et al.* (2008) proposent une modélisation des signaux PS associés au pompage d'hydrocarbure dans un réservoir (Figure 1.8). Cette modélisation simule une mesure PS dans un forage placé dans le réservoir. Les résultats mettent en avant la pertinence de la mesure PS pour l'observation du front de propagation de l'interface eau/hydrocarbure (l'eau étant injectée lors du pompage), au sein de ce réservoir au cours d'un pompage.

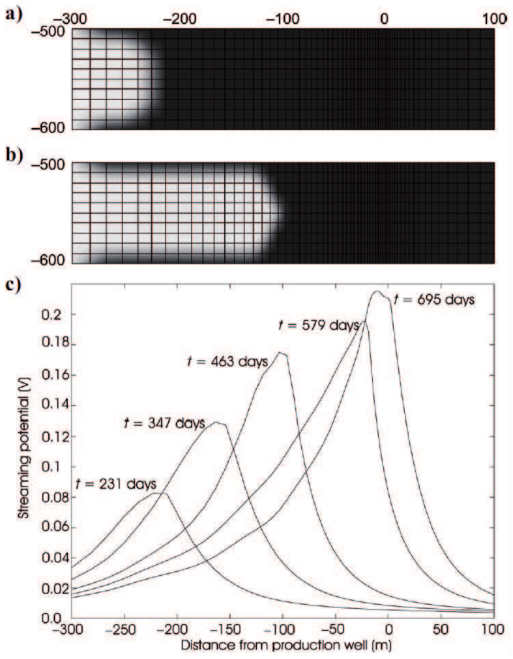


Figure 1.8. (En haut) Coupe verticale de la progression d'un front d'eau lors d'un pompage (forage localisé en $x = 0$) au sein d'un réservoir, modélisée par Saunders *et al.* (2008). (En bas) Signaux PS modélisés à une profondeur de 550 m dans le réservoir pour plusieurs temps. L'augmentation des valeurs de PS montre la pertinence de cette méthode qui permettrait la localisation du front de propagation de l'interface eau/hydrocarbure, et le suivi temporel du pompage.

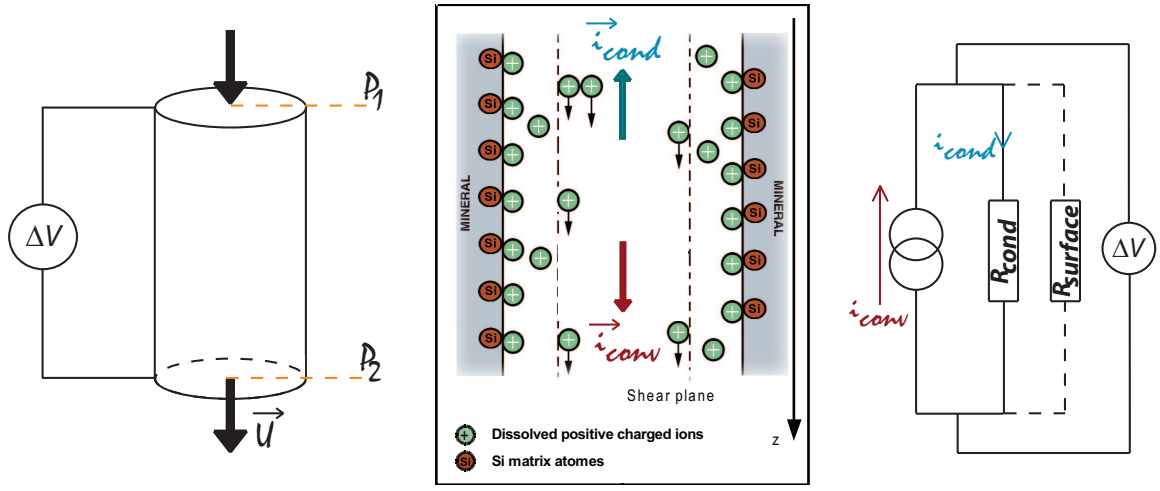


Figure 1.9. Illustration du principe d'électrofiltration. Un gradient de pression $\Delta P = P_1 - P_2$ appliqué à un capillaire provoque un déplacement du fluide qui transporte une partie des charges mobiles de l'électrolyte, et créé un courant dit de convection (i_{conv}). Ce courant est alors compensé par un courant de conduction (i_{cond}, defini par la loi d'Ohm) créant une difference de potentiel électrique ΔV, pouvant être mesurée aux bornes du capillaire. (À droite) Schéma électrique équivalent : une force électromotrice représente le courant de convection (i_{conv}), induit un courant de conduction, et le milieu est assimilé à une résistance électrique. La notation $R_{surface}$ représente l'inverse de la conductance de surface (détails dans le texte).

1.2 L'ÉLECTROFILTRATION : INTRODUCTION

Intéressons nous en particulier à un des mécanismes évoqués, l'électrofiltration. L'électrofiltration est le phénomène physique de production de flux (ou courants) électriques, liée à la circulation d'un fluide dans un milieu poreux. Au contact entre un électrolyte et la matrice poreuse - considérons par exemple de l'eau et du sable - une double couche électrique se forme à la surface des grains. Certaines charges sont adsorbées à la surface des grains et d'autres sont potentiellement mobiles (cf. paragraphe suivant). Si un gradient de pression est appliqué au milieu - par exemple à un capillaire poreux saturé en eau (Figure 1.9) - le déplacement de l'eau dans le capillaire va transporter une partie des charges de l'électrolyte. Ce déplacement de charges créé un courant électrique dit de convection, i_{conv}. Si aucune autre source de courant n'est présente dans le milieu, le courant total doit être conservé, et il se créé un courant dit de conduction i_{cond} pour contrebalancer le premier, et ainsi garantir l'électroneutralité. Ce courant de conduction est donc d'intensité identique au courant de convection (mais de sens opposé), et lié à une différence de potentiel électrique ΔV. En mesurant la différence de potentiel ΔV liée par la loi d'Ohm au courant de conduction généré, et connaissant la différence de pression ΔP (responsable de

l'écoulement) aux bornes du milieu, on peut définir le coefficient d'électrofiltration C tel que (Overbeek, 1952; Dukhin and Derjaguin, 1974) :

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta P} \tag{1.1}$$

Le coefficient d'électrofiltration C est ainsi exprimé en V.Pa^{-1}. C'est l'étude de ce coefficient en conditions non-saturées qui nous intéressera plus tard. Nous voyons que la compréhension des phénomènes d'électrofiltration nécessite de connaître la nature de l'interface eau/roche. Cela revient à caractériser et exprimer la distribution des charges électriques présentent à cette interface et au sein de l'électrolyte. L'origine microscopique de l'électrofiltration va maintenant être abordée avec le concept de double couche électrique.

1.3 LA DOUBLE/TRIPLE COUCHE ÉLECTRIQUE

1.3.1 INTRODUCTION

La double couche décrit la nature électrique d'une interface eau/roche (Figure 1.10). La description de l'interface eau/roche est relativement complexe. Plusieurs couches composées d'ions de nature différente sont identifiées. Cette représentation n'est pas arrivée d'un coup, la recherche associée, notamment par la contribution des géochimistes pour caractériser cette interface date d'un siècle. La description du potentiel électrique créé par la double couche est également un travail entamé depuis de nombreuses décennies. Les quelques paragraphes suivants présentent un petit historique du développement du concept de double/triple couche électrique.

1.3.2 MODÈLE DE DOUBLE COUCHE ÉLECTRIQUE (ELECTRICAL DOUBLE LAYER)

Le premier modèle de double couche électrique fut formulé par Helmholtz (1879). Bien que ce modèle lui soit attribué, selon Grahame (1947), son concept fut au préalable formulé par Quincke (1861). À l'époque, la double couche était vue comme deux couches constituées, pour la première de charges négatives, et pour la seconde de charges positives (par analogie à un condensateur). Gouy (1910), puis Chapman (1913) développèrent l'approche de Helmholtz pour proposer un modèle de double couche diffuse (Adamson, 1990). Le modèle de Gouy-Chapman permet d'exprimer le potentiel électrique à l'interface entre la surface d'un minéral plan et un electrolyte. Ce modèle dérive de l'équation de Poisson-Boltzmann résolue pour un double plan (détails des développements dans (Sposito, 1990)). Stern (1924) puis Grahame (1947) améliore ce modèle en intégrant une deuxième couche à la surface du minéral (couche de Stern, Figure

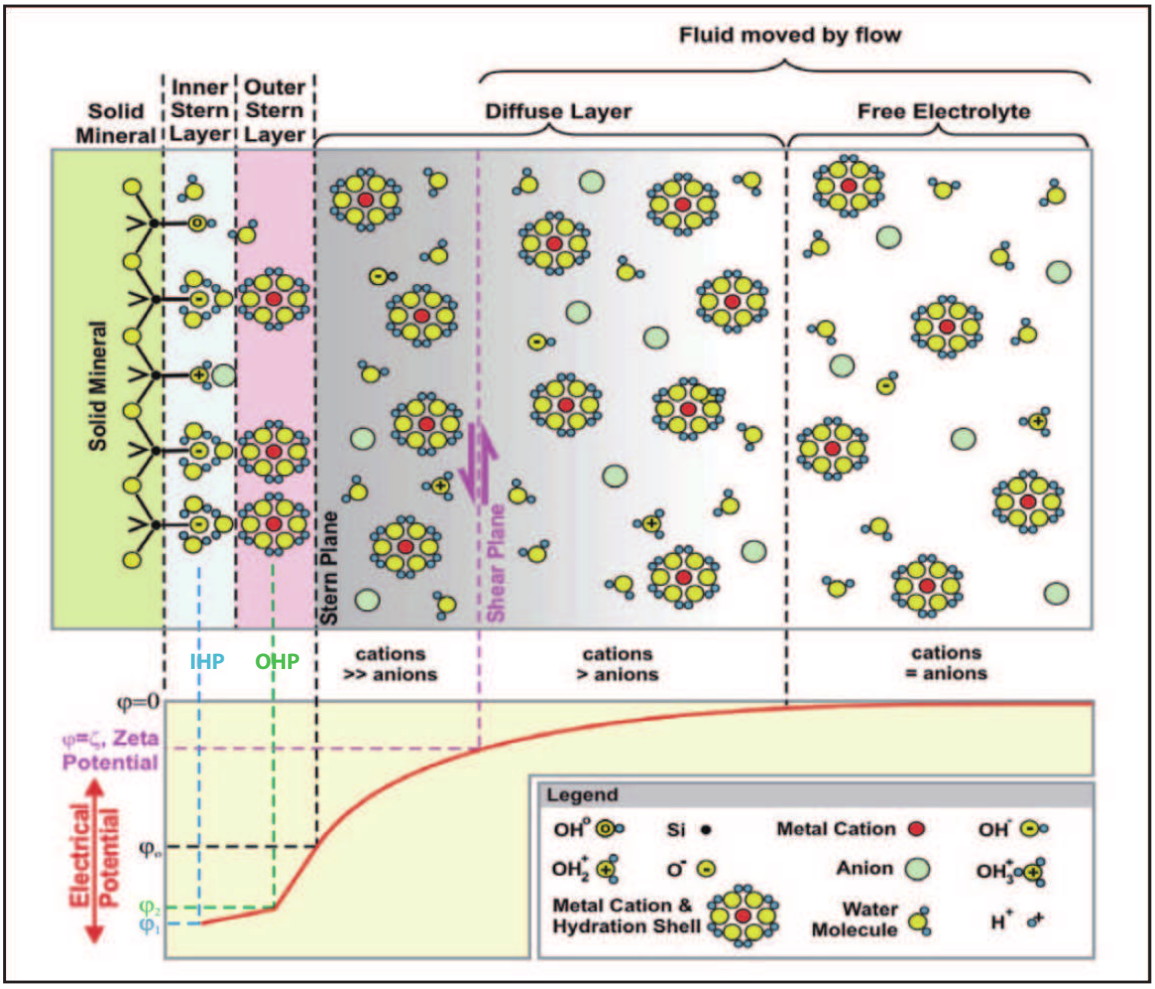


Figure 1.10. Représentation du concept de double couche électrique (modifiée d'après Glover and Jackson (2010)), et potentiel électrique associé à la présence de cette double couche.

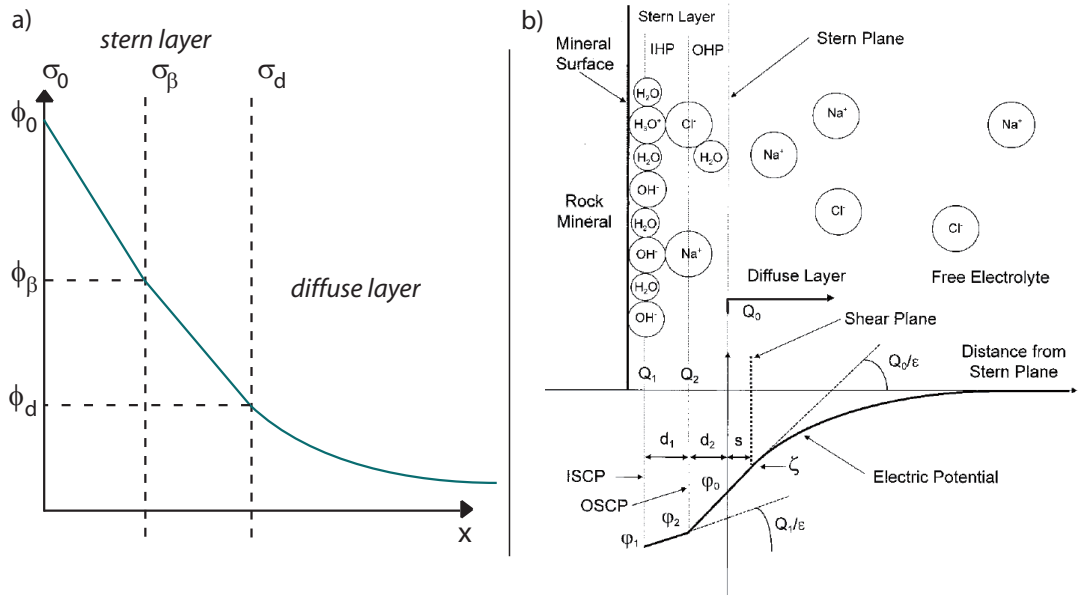


Figure 1.11. (À droite) Modèle de triple couche électrique proposé par Davis *et al.* (1978) (schéma par Lorne *et al.* (1999)). (À gauche) Allure du potentiel électrique prédite par le modèle (schéma modifié de Davis *et al.* (1978)) où trois plans sont identifiés par les densités de charges σ_0, σ_β et σ_d (détails dans le texte). Le potentiel électrique sur le plan de cisaillement (à droite), et appelé potentiel ζ.

1.10). En effet, la vision de Gouy et Chapman ne permet pas de traiter le cas d'ions réels (ayant un diamètre précis) mais seulement le cas de charges électriques ponctuelles (ou densité surfacique de charges uniforme). Ce modèle décrit une première couche compacte constituée d'ions adsorbés à la surface minérale. Vient ensuite une seconde couche représentée par le modèle de Gouy-Chapman. Dans l'approche de Stern, deux plans caractérisés par des densités de charge différentes sont définis au sein de la couche compacte : le plan interne de Helmholtz (IHP : Inner Helmholtz Plane) et le plan externe de Helmohltz (OHP : Outer Helmholtz Plane) (Figure 1.10). L'IHP délimite la partie de la couche compacte où les ions sont adsorbés ou liés chimiquement à la surface du minéral (la nature des liaisons et des sites potentiels de réactions est abordée plus tard), alors que l'OHP délimite la partie où les ions sont à l'équilibre électrostatique avec les charges adsorbées. L'ajout d'une couche compacte chargée, contrebalançant la charge électrique à la surface du minéral, la plupart du temps négative, induit une allure différente du potentiel électrique (Figure 1.10). Ainsi, le potentiel électrique varie linéairement entre la surface du minéral et l'OHP, puis avec une pente différente jusqu'à la couche diffuse. Au sein de la couche diffuse, la décroissance du potentiel électrique est exponentielle (cf. paragraphe 1.3.4), et définie par la théorie classiquement adoptée, développée par Debye and Hückel (1923).

1.3.3 VERS UN MODÈLE DE TRIPLE COUCHE ÉLECTRIQUE

Le modèle de Stern (1924) est à la base du modèle communément accepté pour décrire l'interface eau/roche, et proposé par Davis *et al.* (1978). Celui-ci comprend trois couches et est illustré par la figure 1.11. Un troisième plan est ajouté dans ce modèle pour décrire plus précisément l'adsorption des ions dans la couche de Stern (plan β - Figure 1.11a). Celui-ci permet de différencier les deux types de complexation intervenant au sein de cette couche, formant des complexes dits "internes" (avec liaisons chimiques) et d'autres dits "externes" (sans liaisons chimiques, on parle alors de "physi-sorption"). Ainsi la surface du minéral est caractérisée par une densité de charges notée σ_0, et associée à l'adsorption des ions H^+ et HO^- (complexes internes). Le deuxième plan est associé à l'adsorption de complexes externes (Cl^- et Na^+ dans le cas d'un electrolyte de chlorure de sodium - Figure 1.11b). Quelques éléments supplémentaires portant sur la description de la double couche sont abordés dans la rubrique [1.1 Pour compléter] (p. 21).

1.3.4 EXPRESSION DU POTENTIEL ÉLECTRIQUE DANS LA COUCHE DIFFUSE

L'approche généralement adoptée pour la résolution de l'équation de Poisson et permettant d'exprimer le potentiel électrique dans la double couche diffuse est celle de Debye and Hückel (1923). La distribution des charges présentes dans la double couche diffuse est supposée suivre une distribution de Boltzmann ; l'équation régissant le potentiel électrique en son sein est donc l'équation de Poisson-Boltzmann :

$$\nabla^2\Phi = -\sum_{l=1}^{L}\frac{ez_lN_l}{\epsilon_0\epsilon_f}\exp\left(-\frac{ez_l}{kT}\Phi\right) \tag{1.2}$$

où L est le nombre d'espèces présentes, Φ le potentiel électrique dans la couche diffuse, e la charge élementaire [C] ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C), z_l est la valence des ions de l'espèce l présents, N_l le nombre d'ions de l'espèce l présents par unité de volume. ϵ_0 et ϵ_f sont respectivement les permittivités électriques du vide ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F.m^{-1}) et du fluide ($\epsilon_f = 80$ pour l'eau). Le paramètre k est la constante de Boltzmann (1.28×10^{-23} J.K^{-1}), et T la température [K].
En introduisant la longueur χ, comme la distance normale à la surface des grains, le développement limité du second membre de l'equation 1.2 s'écrit tel que :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\chi^2} - \sum_{l=1}^{L}\frac{(ez_l)^2N_l}{\epsilon_0\epsilon_f kT}\left[1 - \frac{1}{2!}\frac{ez_l}{kT}\Phi + ...\right]\Phi = 0 \tag{1.3}$$

L'approximation de Debye (Debye and Hückel, 1923) permet la résolution de cette équation (Pride, 1994). En appliquant la condition $\left|\frac{ez_l\zeta}{kT}\right| \ll 2$, l'équation 1.2 peut se linéariser :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\chi^2} = -\sum_{l=1}^{L}\frac{(ez_l)^2N_l}{\epsilon_0\epsilon_f kT} \tag{1.4}$$

dont la solution est donnée par :

$$\Phi = \zeta\exp\left(-\frac{\chi}{d}\right) \tag{1.5}$$

La longueur d est la longueur de Debye, définie telle que :

$$\frac{1}{d^2} = \sum_{l=1}^{L}\frac{(ez_l)^2N_l}{\epsilon_0\epsilon_f kT} \tag{1.6}$$

La longueur de Debye est définie telle qu'en $\chi = d$, le potentiel électrique est $\Phi = \zeta/e$. Elle est en quelque sorte une mesure de l'épaisseur de la couche diffuse mobile. Le potentiel ζ (zêta) est introduit ici (évoqué par les figures 1.10 et 1.11b). Il s'agit du potentiel électrique en $\chi = 0$, soit $\zeta = \Phi(0)$, et le plan de cisaillement est situé à cette distance (Figure 1.11b). Pour reprendre les notations de Davis *et al.* (1978), le potentiel ζ est égal à Φ_d (Figure 1.11a). Nous verrons plus tard que ζ a une influence sur les valeurs de coefficient d'électrofiltration. Notons que l'approximation de Debye, $\left|\frac{ez_l\zeta}{kT}\right| \ll 2$, implique de faibles valeurs du potentiel ζ, par exemple pour une interface eau / silice (Pride and Morgan, 1991). En effet, on peut montrer que pour un ion monovalent, et ζ =25 mV, $\left|\frac{e\zeta}{kT}\right| = 1$, et que dans ce cas cette condition est difficilement applicable. La valence de l'électrolyte, sa concentration, ainsi que son pH influencent la distribution du potentiel électrique dans la couche diffuse (Adamson, 1990).

1.4 LES COUPLAGES ÉLECTROCINÉTIQUES

1.4.1 LES ÉQUATIONS COUPLÉES

Après avoir introduit la double couche électrique permettant de comprendre l'origine des phénomènes électrocinétiques, passons à la description des couplages électrocinétiques. La description de Onsager (1931) des processus thermodynamiques irréversibles, exprimée par l'équation :

$$\mathbf{J}_i = \sum_j L_{ij}\mathbf{X}_j \tag{1.7}$$

relie les flux $\mathbf{J_i}$ associés au phénomène physique considéré, aux forces $\mathbf{X_i}$ qui les ont générés, par l'intermédiaire des coefficients L_{ij}, appelés coefficients de transports. Onsager (1931) introduit également les relations de réciprocité suivantes :

$$L_{ij} = L_{ji} \tag{1.8}$$

Dans le cadre de l'étude de la zone non-saturée plusieurs potentiels peuvent être considérés comme autant de sources de courants électriques (Sailhac *et al.*, 2004) :

- la charge hydraulique, notée P, décrit l'état énergétique de l'eau dans le milieu,
- le potentiel électrique V, est relié au flux électrique par la loi d'Ohm,
- le potentiel de jonction Φ_J, créé par les gradients de concentration chimiques C_c des solutions présentes,
- et la température T, à l'origine d'effet thermo-électrique.

L'expression de la densité de courant électrique totale peut alors s'écrire :

$$\mathbf{J} = -\mathscr{L}_T \frac{\boldsymbol{\nabla} T}{T} + \boldsymbol{\nabla}\Phi_J + \mathscr{L}_e \boldsymbol{\nabla} V - \mathscr{L}_{ek} \boldsymbol{\nabla} P. \tag{1.9}$$

La loi d'Ohm identifie le coefficient $\mathscr{L}_e = -\sigma_r$, où σ_r est la conductivité électrique du milieu [S.m^{-1}]. L'électrocinétisme intervient dans le dernier terme de cette équation et implique $\mathscr{L}_{ek} = -\sigma_r C$ avec C le coefficient d'électrofiltration en [V.Pa^{-1}] (cf. équation 1.1). Notons ici que P est la charge hydraulique, et intègre les contributions de la pression h et de la gravité liée à l'altitude z (détails dans le chapitre 2). Le potentiel de jonction peut également s'exprimé tel que : $\boldsymbol{\nabla}\Phi_J = \alpha_m \boldsymbol{\nabla} C_c / C_c$, où α_m est le coefficient de couplage de jonction fluide (Jouniaux *et al.*, 2009). Notons que $\mathscr{L}_T = -T\pi\sigma_r$ [W.m.s^{-1}] en raison de l'effet Peltier, où π est le coefficient de Peltier. L'effet inverse est appelé effet Seebeck (à l'origine du fonctionnement d'un thermocouple). En négligeant les gradients de température (c.à.d en considérant la température constante) et les gradients de concentration, les relations de l'électrocinétisme peuvent s'écrire :

$$\mathbf{J} = -\sigma_r \boldsymbol{\nabla} V + \sigma_r C \boldsymbol{\nabla} P \tag{1.10}$$

$$\mathbf{q} = \mathscr{L}_{ek} \boldsymbol{\nabla} V + \frac{k}{\eta} \boldsymbol{\nabla} P \tag{1.11}$$

où $\mathbf{J}$ est la densité de courant électrique totale et $\mathbf{q}$ est le flux hydrique (décrivant l'écoulement du fluide). Ces deux relations sont réciproques, l'équation 1.10 incluant les courants électriques générés par électrofiltration, et l'équation 1.11 les flux hydriques générés par électro-osmose ($\mathscr{L}_{ek}\boldsymbol{\nabla} V$). Le premier terme de l'équation 1.10 est la loi d'Ohm ($-\sigma_r \boldsymbol{\nabla} V$) et le deuxième terme de l'équation 1.11, $k/\eta \boldsymbol{\nabla} P$, est la loi de Darcy, avec η la viscosité dynamique [Pa.s] et k la perméabilité [m^2]. La conservation de la densité de courant totale implique :

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} = 0. \tag{1.12}$$

Dans le cas d'un milieu poreux, il est donc possible d'identifier différents types de sources électrocinétiques en développant l'expression 1.12 :

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} = -\sigma_r \boldsymbol{\nabla}^2 V - \boldsymbol{\nabla} V \cdot \boldsymbol{\nabla}\sigma_r + \boldsymbol{\nabla}(C\sigma_r) \cdot \boldsymbol{\nabla} P + \sigma_r C \boldsymbol{\nabla}^2 P. \tag{1.13}$$

L'équation 1.13 est une forme générale dans le cas d'un milieu hétérogène dans lequel le coefficient d'électrofiltration C, et la conductivité électrique σ_r varient. Dans ce cas, des sources liées à des contrastes de couplages et de conductivité électrique peuvent apparaître, définies par le deuxième et le troisième terme de l'équation 1.13.

Ces sources secondaires peuvent être négligées dans le cas d'un milieu homogène et isotrope, où C et σ_r sont constants. L'équation 1.13 se réduit alors à l'équation de Poisson suivante, dont le seule terme source dépend des laplaciens de pression totale :

$$\boldsymbol{\nabla}^2 V = C\boldsymbol{\nabla}^2 P. \tag{1.14}$$

Voyons maintenant le cas particulier d'un écoulement dans un capillaire, afin de définir l'expression de C.

1.4.2 ELECTROFILTRATION DANS UN CAPILLAIRE

Smoluchowski (1903) a proposé un modèle encore très utilisé de nos jours pour exprimer le coefficient d'électrofiltration C (équation 1.15). Cette expression est dérivée dans le cas d'un capillaire poreux saturé. Plusieurs hypothèses sont inhérentes à cette formulation :

- le capillaire est cylindrique, saturé en eau, et a un rayon grand devant la longueur de Debye,
- l'écoulement, décrit par la loi de Poiseuille, est stationnaire,
- l'épaisseur de la double couche est considérée du même ordre de grandeur que le rayon ionique des ions adsorbés,
- l'électrolyte est considéré monovalent (1 :1).

Ainsi, la formule de Helmholtz-Smoluchowski est connue sous la forme suivante :

$$C_{HS} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \zeta}{\eta \sigma_w} \tag{1.15}$$

avec ϵ_0 la permittivité électrique du vide ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F.m^{-1}), ϵ_r la permittivité électrique relative du fluide ($\epsilon_r = 80$ pour l'eau), et σ_w la conductivité électrique du fluide [S.m^{-1}]. L'annexe 5.4.2.3 présente le détail de la démonstration de l'équation 1.15 basée sur le travail de Rice and Whitehead (1965). Nous voyons que cette expression dépend du potentiel ζ, dépendant lui-même de la description de l'interface eau/roche. C'est pourquoi nous allons maintenant présenter plusieurs exemples de paramètres physico-chimiques qui influencent le coefficient d'électrofiltration, par l'intermédiaire de quelques références bibliographiques.

1.1 Pour compléter...

La double couche et le potentiel ζ

La double couche électrique

La compréhension de la double couche a été aidée par l'apport d'études de la communauté des chimistes et géochimistes. La description faite ici de la double couche ne prend en compte qu'une interface silice/eau relativement simple. Des descriptions de double couche électrique ont également été proposées pour un grand nombre d'oxides. En effet, la nature des sites potentiels apparaissant à l'interface de la matrice est très varié selon la composition du milieu ou de la nature de l'électrolyte. Citons par exemple le cas du calcium adsorbé à la surface des hydroxides de fer et d'aluminium (Kinniburgh *et al.*, 1975; Davis *et al.*, 1978), ou le cas particulier des carbonates (Davis and Kent, 1990). Un grand nombre de références concernant la nature des sites de réactions pour différents types de complexes, et une description poussée de la double couche peut être trouvée dans Adamson (1990) et Dukhin and Derjaguin (1974).

Le potentiel ζ et les écoulements capillaires

Depuis l'expression de l'équation de Smoluchowski, d'autres contributions ont permis d'étendre cette description pour différents rayons capillaires (Rice and Whitehead, 1965), puis à des études prenant en compte plusieurs densités surfaciques de charges à l'interface (Levine, 1975). Encore aujourd'hui, ces problématiques d'écoulement en capillaires sont étudiées pour déterminer expérimentalement le potentiel ζ, et appliquées à des cas plus complexes, comme des tubes coniques (Chun *et al.*, 2003).

1.4.3 QUELS FACTEURS INFLUENCENT LE COEFFICIENT D'ÉLECTROFILTRATION ?

De nombreux auteurs ont déduit des valeurs de potentiels ζ à partir de mesures de coefficient d'électrofiltration sur des échantillons de roches broyées ou consolidées. Ces valeurs de potentiel ζ peuvent être étudiées en fonction d'autres paramètres comme la conductivité électrique du fluide, de son pH ou de la température. Un grand nombre de facteurs influence le potentiel ζ et par conséquent le coefficient d'électrofiltration C.

1.4.3.1 La conductivité électrique du fluide

Morgan *et al.* (1989) proposent des mesures de coefficient d'électrofiltration réalisées sur des échantillons de feldspaths, de granite et de quartzite saturés avec une solution de NaCl à différentes conductivités électriques pour un pH=5.5 (Figure 1.12a).

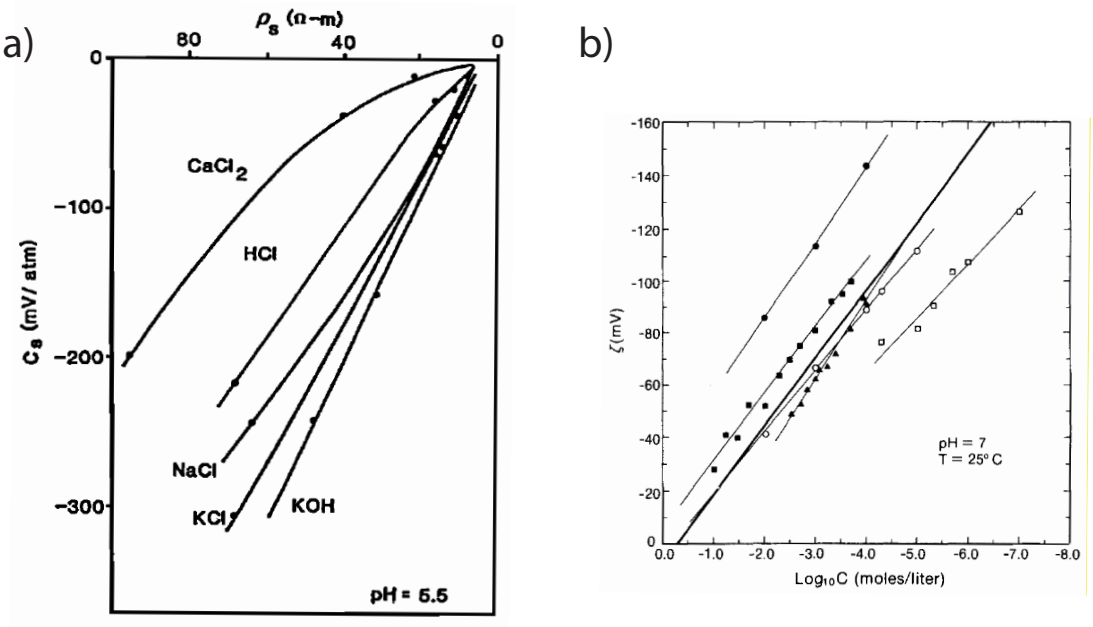


Figure 1.12. (a) Différences de potentiels mesurées en fonction de la résistivité du fluide saturant par Morgan *et al.* (1989) pour plusieurs solutions saturantes. (b) Compilation de valeurs de potentiels ζ (mesurés sur des échantillons riches en silice) modélisées par Pride and Morgan (1991) (équation 1.16).

On remarque que l'amplitude du coefficient d'électrofiltration C diminue (en valeurs absolues) lorsque la conductivité électrique de la solution augmente ($\equiv$ résistivité diminue). Pride and Morgan (1991) proposent une compilation de potentiels ζ déduits de mesures de coefficient d'électrofiltration sur des échantillons très riches en silice remplis d'une solution à différentes concentrations de KCl. Ces auteurs déduisent des valeurs expérimentales une relation entre le potentiel ζ et la concentration de l'électrolyte :

$$\zeta = 8 + 26 log_{10}(C_0) \tag{1.16}$$

où ζ est exprimé en mV, et C_0 est la concentration de l'électrolyte exprimée en mol.L^{-1}. Ces observations prédisent également une diminution importante du potentiel ζ lorsque la conductivité électrique (ou la concentration) de l'électrolyte augmente (Figure 1.12b). Plus récemment Lorne *et al.* (1999) ont proposé une autre loi pour exprimer la dépendance de ζ en fonction de la résistivité du fluide :

$$\zeta_{(\mathrm{pH}\,=\,5.7)} = -26 \left(\frac{\rho_w}{100} \right)^{0.23 \pm 0.014} \tag{1.17}$$

où ρ_w est la résistivité du fluide [S.m^{-1}]. Cette loi est empirique et déduite de mesures de potentiels ζ effectuées sur des échantillons de grès de Fontainebleau broyés (Figure 1.13), pour

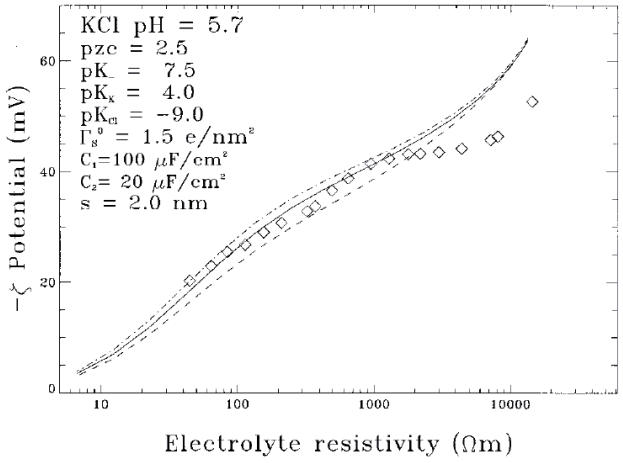


Figure 1.13. Potentiels ζ déduits de mesures de coefficient d'électrofiltration pour des solutions de NaCl à différentes conductivités électriques (Lorne *et al.*, 1999).

un pH=5.7. Le pH a également son importance (cf. paragraphe suivant), une correction liée au pH doit alors être appliquée pour utiliser cette relation.

Jaafar *et al.* (2009) ont étudié l'effet sur le potentiel ζ de solutions saumures très conductrices. Ces auteurs observent que le coefficient d'électrofiltration n'est pas nul à ces concentrations (Figure 1.14), pour lesquelles les modèles basés sur l'équation de Poisson-Boltzmann prédisent la disparition de la couche diffuse. Ils proposent ainsi que la couche diffuse puisse exister même dans de telles conditions afin de compenser la densité de charges dans la couche de Stern. La présence de cette couche diffuse, dont l'épaisseur ne peut diminuer d'avantage - puisque limitée par le rayon ionique des charges la composant - expliquerait également la stabilisation de ζ pour des concentrations comprises entre 0.4 et $\simeq$ 7 mol.L^{-1}. Enfin, une nouvelle compilation de mesures effectuées sur des sables et des grès, en fonction de la conductivité électrique de la solution, peut être trouvée dans Allègre *et al.* (2010) (cf. chapitre 3, section 3.3, fig. B1).

1.4.3.2 Le pH

L'effet du pH de la solution saturante a également été étudié. Ishido and Mizutani (1981) rapportent des mesures de potentiels ζ sur du quartz en fonction du pH. Les résultats montrent que l'amplitude du signal PS mesuré [mV] augmente en valeur absolue lorsque le pH augmente (Figure 1.15). La courbe à pH=10.8 est un cas particulier : la diminution illustrée par cette courbe est en réalité liée à l'augmentation de la conductivité électrique créée par l'ajout (d'où la diminution de ΔV) d'ions hydroxyde à la solution pour augmenter son pH. Notons que les autres

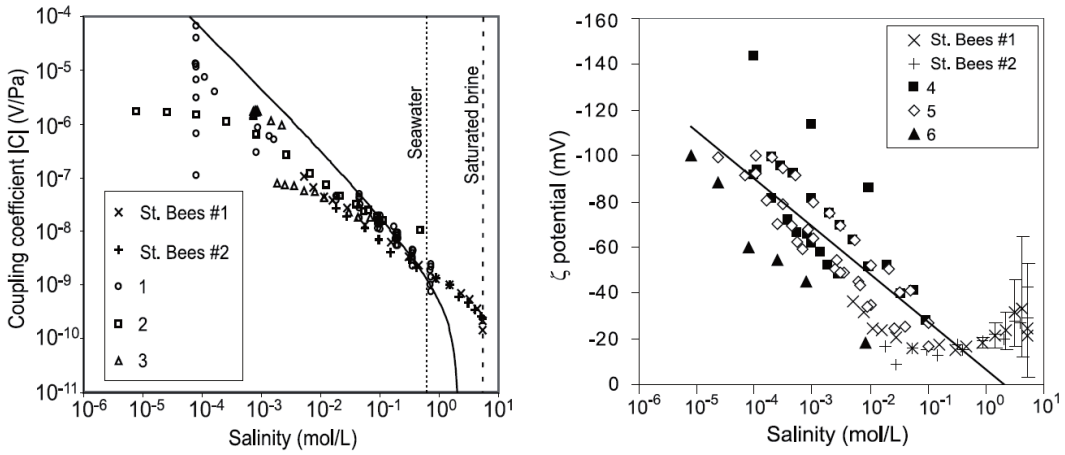


Figure 1.14. (À gauche) Coefficients d'électrofiltration mesurés sur des échantillons de grès saturés de solutions saumures très concentrées par Jaafar *et al.* (2009). (À droite) valeurs de potentiels ζ déduits des mesures de C ; ces mesures se stabilisent aux grandes concentrations (explications dans le texte).

solutions ont des conductivités électriques semblables. Cette dépendance des ΔV en fonction du pH a également été rapportée par Hase *et al.* (2003) (Figure 1.15). Ces auteurs ont effectué des mesures de potentiels ζ sur des échantillons de roches volcaniques, montrant également une augmentation de ζ en valeur absolue lorsque le pH augmente. De plus, le potentiel ζ peut changer de signe, et devenir positif pour de très faibles pH. Les valeurs d'IEP (Iso-Electric Point) ou point de charge nulle - c'est le pH pour lequel le potentiel électrique en surface est nul - de certains minéraux présents, en sont à l'origine.

1.4.3.3 La composition minéralogique

Voyons enfin comment la nature des roches (broyées ou consolidées) influence le potentiel ζ. Morgan *et al.* (1989) présentent des mesures de coefficient d'électrofiltration pour trois types de roches ou minéraux : feldspath alcalin, quartzite et granite (Figure 1.16a). Ils montrent que les valeurs de potentiels ζ mesurées varient selon l'échantillon, particulièrement lorsque la conductivité électrique de l'électrolyte est faible. Guichet *et al.* (2006) ont démontré l'importance de la présence de calcite au sein d'une roche. Des mesures de coefficients d'électrofiltration réalisées sur des échantillons de sable (contenant 98% quartz et 2% calcite), saturés en solutions de $CaCl_2$, pour des pH de 4 à 12, ont montré que la précipitation de calcite dans le sable tend à diminuer les valeurs de potentiels ζ en valeur absolue (Figure 1.16b), et montrent même que ζ peut être positif.

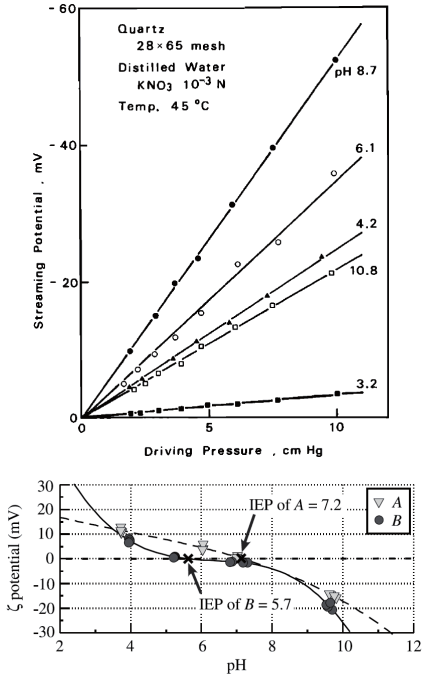


Figure 1.15. (En haut) Différences de potentiels ΔV mesurées par Ishido and Mizutani (1981) sur du quartz, pour différentes valeurs de pH de solution de KNO_3. (En bas) Mesures de potentiels ζ effectuées par Hase *et al.* (2003) sur des échantillons de roches volcaniques.

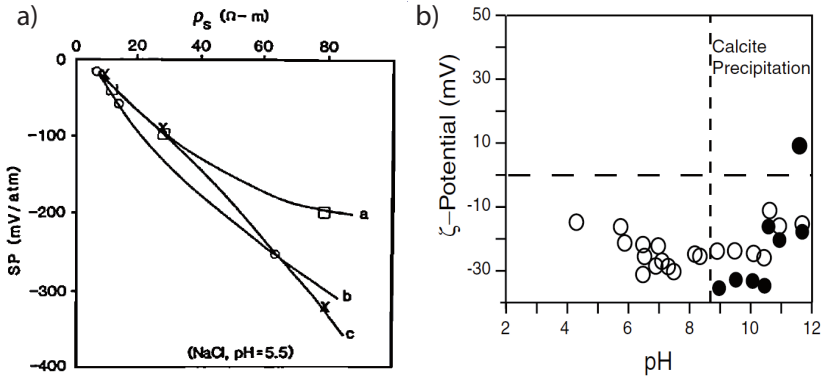


Figure 1.16. (a) Mesures de ΔV effectuées par Morgan *et al.* (1989) en fonction de la résistivité électrique sur trois types de minéraux ou roches. (b) Potentiels ζ mesurés en fonction du pH par Guichet *et al.* (2006), lors de la précipitation de calcite dans un sable.

1.2 Pour compléter...

Autres facteurs influents sur l'électrofiltration

La température

L'effet de la température sur le potentiel ζ a également été étudié. Ishido and Mizutani (1981) rapportent des mesures de coefficient d'électrofiltration lors d'expériences de chauffage (Figure 1.17a). Hase *et al.* (2003) ont également rapporté ce type de mesures effectuées lors de cycles de chauffage sur des échantillons de granite consolidés. Ces auteurs ont observé de la même façon que le coefficient d'électrofiltration C augmente (en valeurs absolues) lorsque la température augmente. Ainsi, la valeur de C augmente jusqu'à un facteur 2 (selon la conductivité électrique) lorsque T varie de $25^{\circ}C$ à $200^{\circ}C$ Hase *et al.* (2003). Néanmoins, la dépendance en température reste faible devant celle sur la conductivité électrique ou le pH.

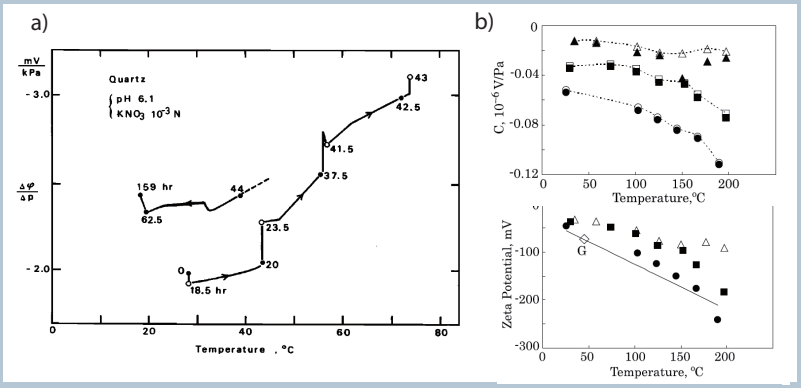


Figure 1.17. Coefficients d'électrofiltration mesurés par (a) Ishido and Mizutani (1981) sur des échantillons de quartz, et par (b) Tosha *et al.* (2003) sur des grès, en fonction de la température.

La perméabilité

Jouniaux and Pozzi (1995a) ont mesuré la dépendance du coefficient d'électrofiltration à la perméabilité intrinsèque de grès de Fontainebleau. Ils montrent que le coefficient C diminue lorsque la perméabilité de l'échantillon diminue. Cette diminution d'intensité est expliquée par l'effet de la conductivité électrique de surface qui devient non négligeable par rapport à la conductivité du fluide lorsque la perméabilité diminue. Jouniaux and Pozzi (1995b) montrent lors de tests de déformations que C augmente brusquement juste avant la fracture de l'échantillon. Cette augmentation est causée par l'augmentation de ζ, elle même induite par l'apparition de nouvelles surfaces de contacts pendant la fracturation de l'échantillon. En ce sens, les phénomènes d'électrofiltration ont un temps été présentis comme une méthode potentielle à la détection de précurseurs de séismes (Corwin and Morrison, 1977) ou d'éruptions volcaniques.

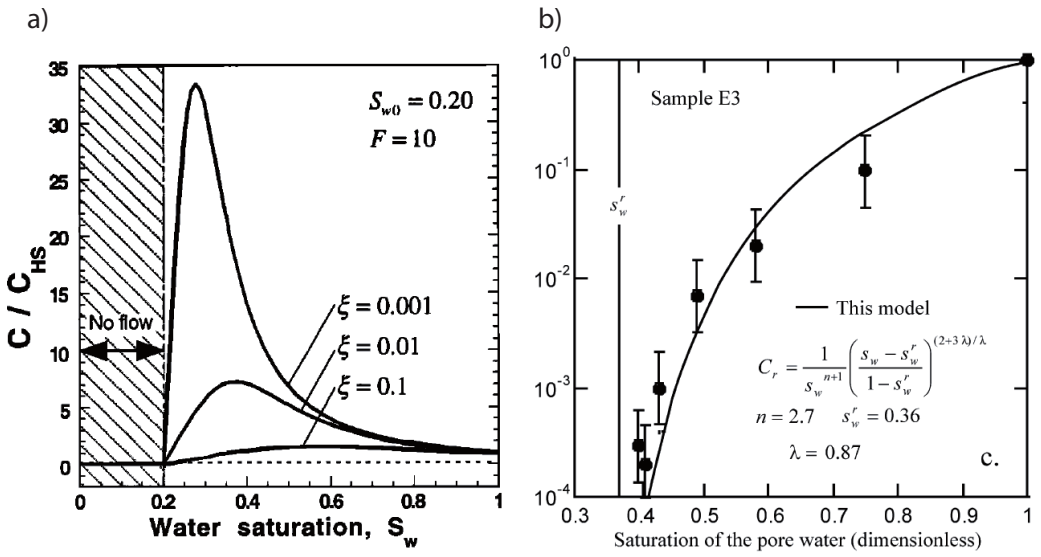


Figure 1.18. (a) Modèle de coefficient d'électrofiltration C_r proposé par Revil *et al.* (1999) correspondant à l'équation 1.18. (b) Modèle de coefficient d'électrofiltration C_r proposé par Revil *et al.* (2007). Le modèle est comparé à des données mesurées sur des échantillons de calcaires (détails dans le texte).

1.4.4 ÉLECTROFILTRATION EN MILIEUX POREUX NON-SATURÉS

L'effet lié à la variation de teneur en eau est étudié plus particulièrement dans ce travail. Historiquement la dépendance du coefficient d'électrofiltration en fonction de la teneur en eau a été introduite par l'intermédiaire de la conductivité électrique du milieu σ_r. En effet, il est admis que σ_r est relativement bien décrite en milieu non-saturé par des relations comme la loi d'Archie (Archie, 1942), qui prédit : $\sigma_r \propto S_w^n$, où n est l'indice de saturation. Ainsi, Revil *et al.* (1999) proposent l'expression suivante pour décrire l'évolution du coefficient d'électrofiltration en non-saturé dans le domaine hautes salinités (avec les notations des auteurs) :

$$C = \frac{C_{HS}}{S_e^2 \left[1 + 2\left(\frac{F}{S_e^2} - 1\right)\frac{\xi}{S_e}\right]} \tag{1.18}$$

avec C_{HS} le coefficient d'électrofiltration de Helmholtz-Smoluchowski [V.Pa^{-1}] (équation 1.15), F le facteur de formation ϕ^{-m} (détails en chapitre 5), où m caractérise la cimentation du milieu, S_e la saturation effective (cf. chapitre 2) et ξ la conductivité de surface normalisée, définie par $\xi = \sigma_s/\sigma_w$ avec σ_s est la conductivité électrique de surface (Figure 1.18a). Cette expression prédit une augmentation puis une diminution du coefficient C normalisé par C_{HS}, lorsque la saturation en eau diminue. Plus tard, Darnet *et al.* (2003) et Sailhac *et al.* (2004) utilisaient également une expression du coefficient d'électrofiltration inversement proportionnel à S_e^n.

Perrier and Morat (2000) suggéraient que le coefficient d'électrofiltration pouvait être exprimé en fonction d'un modèle de perméabilité relative, par analogie aux lois de comportement de perméabilité ($K(\theta)$) existantes (cf. section 2.2). Dans ce cas, l'hypothèse adoptée est de considérer que les chemins électriques subissent la même perturbation au cours de la désaturation du milieu que les chemins hydriques. Néanmoins, notons que la tortuosité affectant les chemins hydriques peut être une fois et demi supérieure à celle affectant les chemins électriques dans le réseau poreux (David, 1993). L'expression du coefficient d'électrofiltration a donc été formulée telle que :

$$C(S_w) = C_{sat}\frac{k_r}{S_w^n} \quad \text{avec} \quad k_r = \left(\frac{S_w - 0.1}{0.9}\right)^2 \tag{1.19}$$

où C_{sat} est la valeur de C mesurée à saturation [V.Pa^{-1}], et k_r un modèle de perméabilité relative fonction de la saturation S_w (voir chapitre 2 pour plus de détails). L'équation 1.19 suppose, comme l'équation 1.18, que C est inversement proportionnel à S_w^n. Seulement, le modèle k_r intègre également une dépendance en puissance de la saturation, qui compense en quelque sorte la puissance présente au dénominateur. En conséquence, ce modèle conduit à un coefficient d'électrofiltration relatif, c.à.d $C(S_w)/C_{sat}$ qui diminue de façon monotone lorsque S_w diminue. Ces expressions n'ont pu être confrontées à des données, jusqu'à la publication des premières données expérimentales de coefficient d'électrofiltra-tion mesurées en milieu non-saturé.

En effet, Guichet *et al.* (2003) proposent la première expérience permettant la mesure de différences de potentiels électriques et celle de la teneur en eau, ce qui conduit à la représentation de C en fonction de la saturation (Figure 1.19). Ces auteurs ont proposé sur la base des mesures présentées par la figure 1.19, la relation suivante :

$$C(S_e) = C_{sat}S_w \tag{1.20}$$

Comme l'exprime l'équation 1.20, ces données expérimentales prédisent un comportement du coefficient d'électrofiltration relatif, très différent de la seule théorie existante (équation 1.18), et plus proche de l'équation 1.19. Ainsi, C_r semble diminuer lorsque S_w diminue, la relation $C = f(S_w)$ pouvant être linéaire.

Plus récemment Revil *et al.* (2007) ont proposé une nouvelle relation pour exprimer le coefficient d'électrofiltration relatif tel que :

$$C_r = \frac{C(S_w)}{C_{sat}} = \frac{k_r}{S_w^{n+1}} \tag{1.21}$$

où k_r est exprimée par le modèle de Mualem (1976) (cf. chapitre 2). À l'instar de l'expression 1.19, l'équation 1.21 prédit que le coefficient relatif C_r augmente lorsque la saturation augmente (Figure 1.18b).

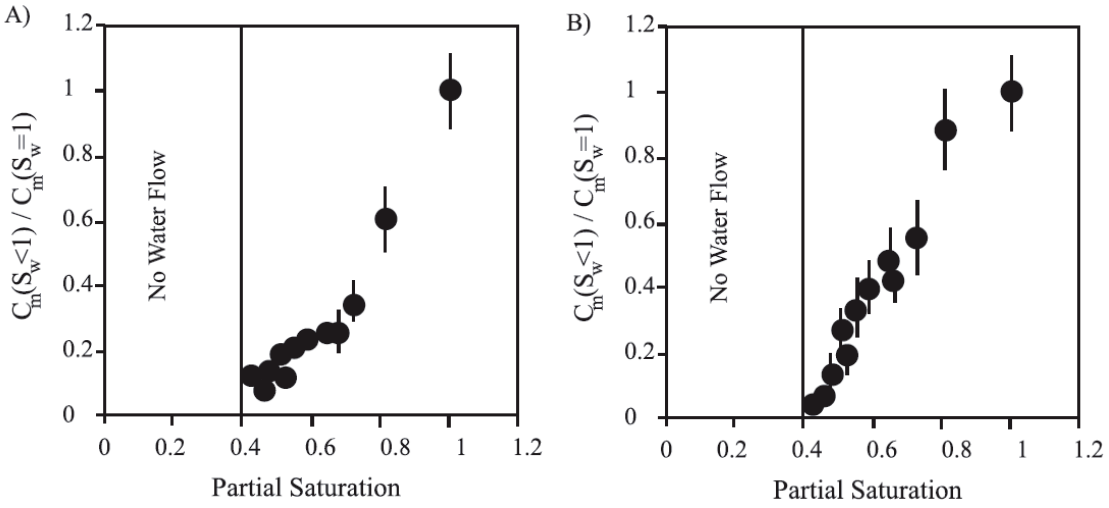


Figure 1.19. Données de coefficient d'électrofiltration relatif C_r mesurées par Guichet *et al.* (2003) lors d'écoulement d'eau dans une colonne de sable provoqués par l'injection de gaz inerte. Les valeurs de C_r décrivent une dépendance monotone avec la saturation S_w.

Sur la figure 1.18b, le modèle de Revil *et al.* (2007) est comparé à des données expérimentales (Revil and Cerepi, 2004), qu'il prédit relativement bien. Néanmoins, notons que la valeur de C_{sat} (Figure 1.18b) est ajustée et non mesurée expérimentalement. Précisons également que les mesures de C_r ont été effectuées sur des échantillons de roches consolidées (calcaires), à un pH relativement important (pH = 8). Compte-tenu de l'influence du pH sur ζ présentée plus tôt, ces conditions expérimentales sont assez particulières.

Une des caractéristique importante de ce modèle est l'hypothèse adoptée pour exprimer l'évolution du potentiel électrique dans la double couche lorsque le milieu poreux se désature. Celle-ci est formulée par l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^{N} q_i C_i^0 = \frac{Q_{V,sat}}{s_w^0} \tag{1.22}$$

où q_i est la charge de l'espèce i en solution [C], C_i^0 sa concentration [C.m^{-3}], $Q_{V,sat}$ l'excès de charge [C] dans la couche diffuse par unité de volume à saturation, et s_w^0 est la saturation. Cette expression sous-entend une augmentation de l'excès de charge lorsque le milieu de désature ($s_w^0 < 1$). L'importance de cette hypothèse est explicitée lorsqu'elle est mise en regard de l'équation 1.21, dans laquelle un élément important est la puissance $n + 1$ de la saturation au dénominateur. Cette puissance "compense" en quelque sorte la puissance de la saturation $(2 + 3\lambda)/\lambda$, et détermine la courbure du modèle. La valeur de n détermine également cette puis-

sance (Figure 1.4.4). Intrinsèquement, les bases physiques de ce modèle induisent une diminution monotone du coefficient d'électrofiltration relatif C_r lorsque la saturation diminue.

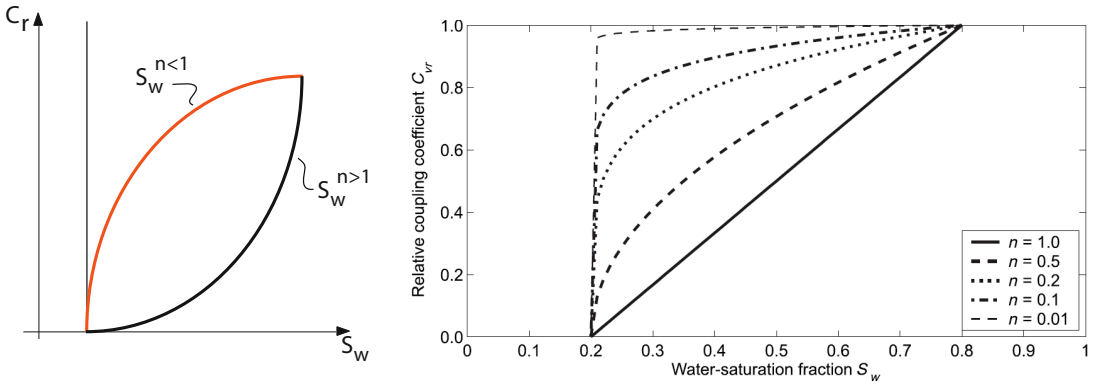


Figure 1.20. (À gauche) Représentation schématique de l'influence de la puissance $n+1$ (cf. équation 1.21) du modèle de Revil *et al.* (2007). Le choix des paramètres du modèle de perméabilité relative (c.à.d $(2+3\lambda)/\lambda$) et de n détermine la courbure concave ou convexe de ce modèle. (À droite) Coefficient d'électrofiltration relatif calculé à partir de l'équation 1.23 en fonction de la saturation S_{wn}. Le coefficient d'électrofiltration est ici maximum lorsque $S_w = 0.8$. Les différentes valeurs utilisées pour l'exposant n montrent les variations de courbures de la courbe, pouvant être reliées à la salinité de l'électrolyte utilisé.

Dans le cadre de la modélisation de signaux PS associés au pompage d'hydrocarbure dans un réservoir, Saunders *et al.* (2008) proposent, sans l'utiliser, un modèle de coefficient d'électrofiltration relatif tel que :

$$C_{\nu r} = S_{wn}^{n} \quad \text{avec} \quad S_{wn} = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{r0}}, \tag{1.23}$$

où S_{wc} et S_{r0} sont les saturations résiduelles des phases liquides mouillante (eau) et non mouillante (hydrocarbure) respectivement, et $0.01 < n < 1$. Ce modèle est original dans le sens où il ne prédit pas le maximum de $C_{\nu r}$ pour $S_w = 1$ mais pour $S_w = 0.8$ (Figure 1.4.4). Ceci est dû à la prise en compte de trois phases (eau+air+hydrocarbure) dans l'expression de la saturation S_{wn}. La modélisation a également apporté sa pierre à l'édifice de la compréhension du comportement de C en non-saturé. Jackson (2010) propose en ce sens un modèle de tubes capillaires permettant de prédire l'allure du coefficient C lors d'écoulements biphasiques eau/air ou eau/hydrocarbure en imbibition (Figure 1.21). Cette modélisation montre que le coefficient C_r peut augmenter lorsque la saturation diminue, puis rediminuer ensuite après une valeur de saturation limite fonction de la valeur de n, ce paramètre traduisant la fraction de capillaires à petit rayon présents dans le milieu. Ce modèle prédit un coefficient relatif C_r supérieur à 1, ce qui est parfaitement nouveau, C_r étant normalisé par sa valeur a priori maximum, C_{sat}.

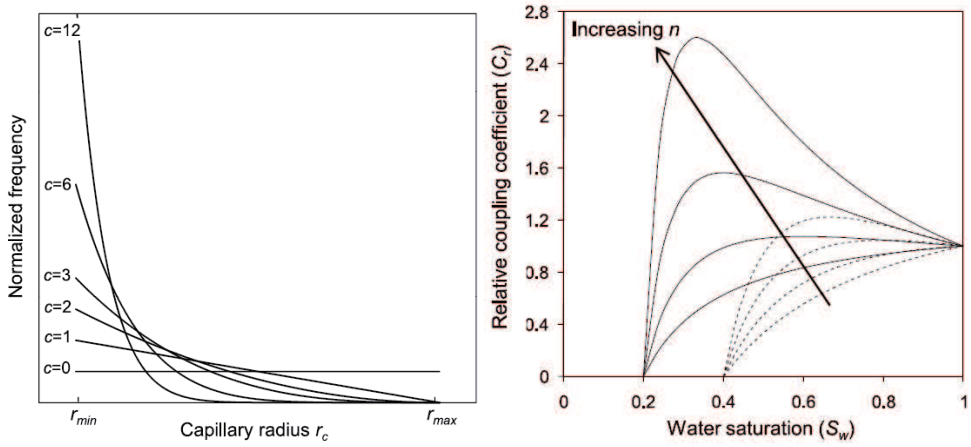
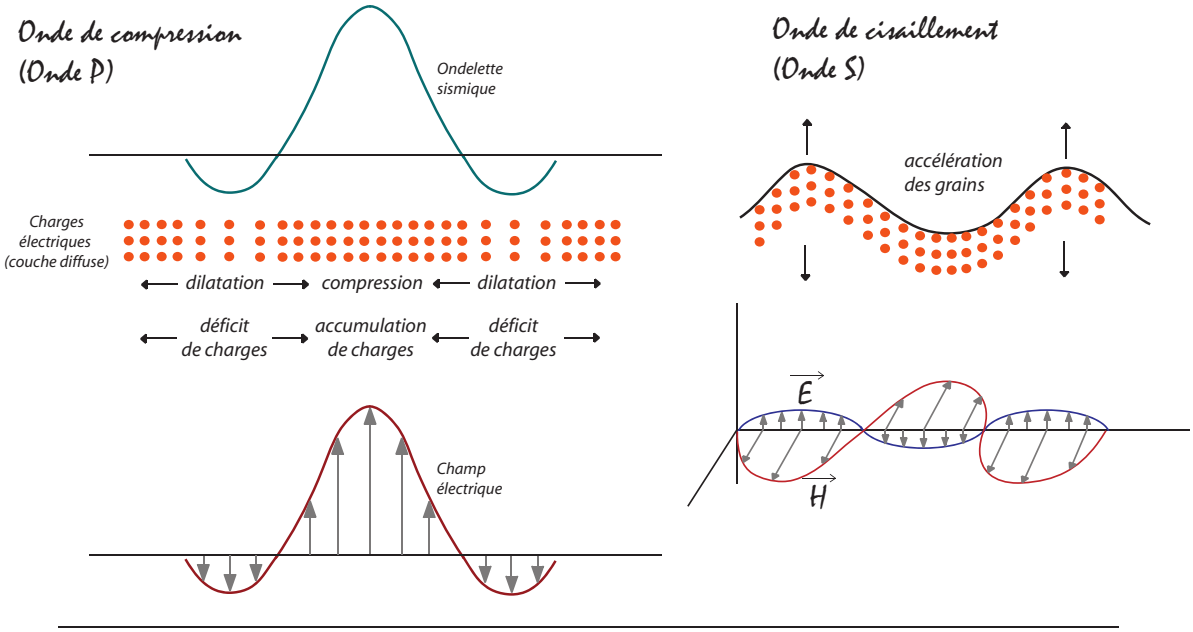


Figure 1.21. (À gauche) Le paramètre c caractérise la distribution des rayons capillaires dans le milieu. Si c est nul, la distribution des grains est uniforme, et plus c augmente, plus la distribution s'enrichit de capillaires fins. Le paramètre n est proportionnel à c, tel que : $n \propto r_c^c$. (À droite) Coefficients d'électrofiltration relatifs C_r en fonction de la saturation en eau modélisés par Jackson (2010), lors de simulations d'imbibition d'eau dans un réservoir pour plusieurs valeurs de n.

1.5 LES COUPLAGES SISMO-ÉLECTROMAGNÉTIQUES

1.5.1 PRINCIPE

Les couplages sismo-électromagnétiques trouvent leur origine dans l'électrocinétisme. Ces couplages caractérisent un champ électromagnétique associé à la propagation d'une onde sismique dans un milieu poreux. Dans le cas d'une onde P (onde de compression), les charges de la couche diffuse sont accumulées ou en déficit au passage de l'onde (Figure 1.22). Ces déplacements successifs génèrent des courants de convection par électrofiltration, et un champ électrique E par conduction (comme nous l'avons déjà présenté, Figure 1.9). Dans le cas d'une onde S (onde de cisaillement), c'est l'accélération des grains qui induit le déplacement des charges de la double couche, générant un champ magnétique H orthogonal à la direction de cisaillement. Notons que dans ce cas, un champ électrique de faible amplitude est également généré par induction. La figure 1.22 illustre les différents signaux sismo-électriques enregistrables sur le terrain ainsi qu'un exemple type de dispositif de mesures. Le principe d'une acquisition sismo-électrique sur le terrain consiste à disposer une série de dipôles électriques en surfaces (couples d'électrodes) et de géophones, puis de créer une source sismique (coup de masse). Les signaux sismiques sont alors enregistrés par les géophones. Des signaux électriques co-sismiques (Figure 1.22) sont enregistrés simultanément. Un deuxième type de signal peut être enregistré.



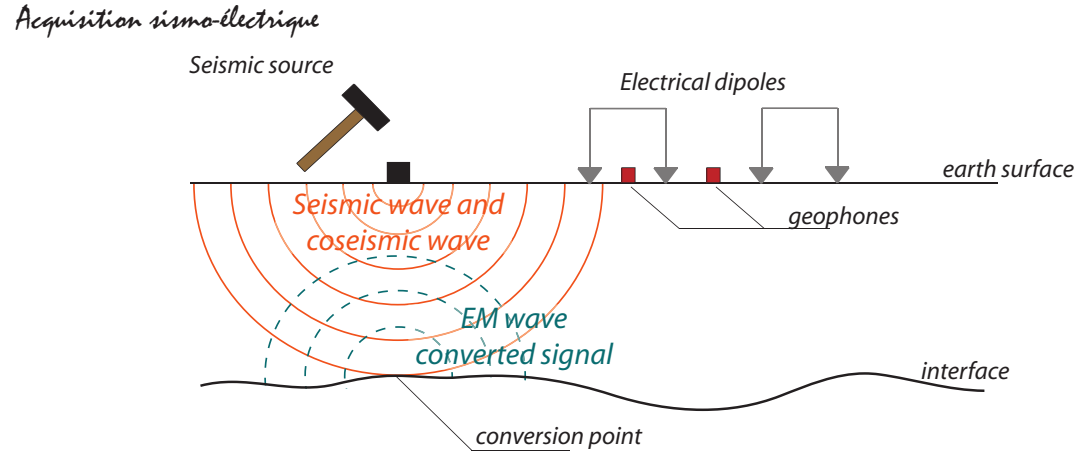


Figure 1.22. (En haut) Champs électrique et magnétique associés à la propagation des ondes P et S respectivement. Dans le cas de l'onde P, les compressions/dilatations accumulent ou séparent les charges de la double couche, créant ainsi des courants électriques par électrofiltration. Pour l'onde S, c'est l'accélération des grains liée au cisaillement qui déplace relativement les charges, et créé un champ magnétique. (schéma modifié de *Garambois, 1999*). (En bas) Schéma de principe d'une acquisition sismo-électrique su le terrain.

Celui-ci correspond à une conversion de l'énergie sismique sur une interface - c.à.d un contraste de propriétés mécaniques ou électriques - en onde électromagnétique. Cette onde se propageant à la vitesse d'une onde électromagnétique, soit quasiment la vitesse de la lumière, est alors enregistrée au temps de parcours aller de l'onde sismique jusqu'à l'interface par tous les capteurs.

1.5.2 PROPAGATION SISMIQUE EN MILIEU POREUX : INTRODUCTION

La théorie sur la propagation des ondes sismiques en milieux poreux saturés a été développée par Biot (1956a,b). Cette description repose sur plusieurs hypothèses importantes :

- les longueurs d'ondes sismiques sont très grandes devant la taille des pores ; ceci est vérifié très facilement dans les milieux granulaires, la longueur d'onde sismique étant métrique, mais peut devenir difficile à appliquer à des milieux très fracturés (failles, macroporosité),
- les éléments du milieu poreux ont un comportement élastique,
- le milieu est considéré homogène et isotrope (phase solide et phase liquide),
- la phase liquide est considérée comme un fluide Newtonien.

Dans un milieu élastique, deux types d'ondes sismique de volumes sont identifiés : une onde de compression se propageant le plus rapidement, l'onde P (pour Primary), et une onde de cisaillement plus lente, l'onde S (pour Secondary). Avec une approche poroélastique, Biot (1956a,b) décrit le comportement de trois ondes de volumes. La première est une onde de compression (de première espèce) notée P_f, dont le comportement est quasiment élastique (c.à.d proche de celui d'une onde P classique), et la seconde est une onde de cisaillement, l'onde S. Le modèle de Biot (1956a,b) prédit également l'existence d'une seconde onde de compression (de seconde espèce) notée P_s, se propageant à très faible vitesse. Notons que ces ondes ont un comportement plus ou moins dispersif (cf. 1.4 Pour compléter...).

Pride *et al.* (1992) ont dérivé les équations générales décrivant la propagation d'ondes sismiques planes dans un milieu poreux isotrope. Les relations mécaniques reliant contraintes et déformation sont telles que :

$$\nabla \cdot \tau_B = -\omega^2(\rho_B \mathbf{u_s} + \rho_f \mathbf{w}) \tag{1.24}$$

$$\tau_B = (K_G \nabla \cdot \mathbf{u_s} + C \nabla \cdot \mathbf{w})\mathbf{I} + G_{fr}(\nabla \mathbf{u_s} + \nabla \mathbf{u_s}^T - \frac{2}{3}\nabla \cdot \mathbf{u_s}\mathbf{I}) \tag{1.25}$$

$$-p = C \nabla \cdot \mathbf{u_s} + M \nabla \cdot \mathbf{w} \tag{1.26}$$

avec $\mathbf{I}$ la matrice identité, et ϕ la porosité. τ_B le tenseur des contraintes défini tel que : $\tau_B = \phi\tau_f + (1-\phi)\tau_s$ où τ_s et τ_f caractérisent les contraintes supportées par les phases solide et liquide respectivement [N.m^{-2}]. Les paramètres ρ_B et ρ_f dénotent les masses volumiques du milieu et de la phase liquide respectivement [kg.m^{-3}], et $\mathbf{u_s}$ et $\mathbf{u_f}$ sont les vecteurs déplacements des

phases solide et liquide. Le vecteur $\mathbf{w}$ caractérise le déplacement relatif solide/fluide et est défini par : $\mathbf{w} = \phi(\mathbf{u_s} - \mathbf{u_f})$. Notons alors que la dérivée première de cette relation mène à la vitesse de Darcy, $\mathbf{q} = \dfrac{\partial \mathbf{w}}{\partial t}$. Avec une approche élastique, l'équation d'onde mène aux expressions des vitesses des ondes P et S suivantes :

$$V_p = \sqrt{\frac{K + 4/3\ G_{fr}}{\rho}}, \tag{1.27}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \tag{1.28}$$

où G_{fr} est le module de cisaillement du milieu [GPa], K son module d' incompressibilité [GPa], et ρ sa densité [kg.m^{-3}]. Avec une approche poro-élastique de la propagation sismique, V_s est corrigée d'un facteur lié à son atténuation fonction de la densité (cf. 1.4 Pour compléter...). L'onde P_s est très dispersive et très fortement atténuée, et par conséquent difficile à enregistrer. À basse fréquence, l'onde P_f traduit la propagation de la pression interstitielle dans les pores et revient à l'expression de l'onde P classique en milieux élastiques. En revanche, l'onde P_s doit être vue comme une onde de diffusion de la pression des pores. La dispersion des différentes ondes est illustrée dans la rubrique [1.4 Pour compléter...], par la figure 1.24.

1.3 Pour compléter...

Coefficients mécaniques du milieu poreux

Les coefficients relatifs à la déformation évoqués dans le texte sont définis par les relations suivantes :

$$K_G = \frac{K_{fr} + \phi K_f + (1+\phi)K_s\Delta}{1+\Delta} \tag{1.29}$$

$$C = \frac{K_f + K_s\Delta}{1+\Delta} \tag{1.30}$$

$$M = \frac{K_f}{\phi(1+\Delta)} \tag{1.31}$$

$$\Delta = \frac{K_f}{\phi K_s^2}[(1-\phi)K_s + K_{fr}] \tag{1.32}$$

avec K_f et K_s les modules d'incompressibilité des phases fluide et solide [GPa], et K_{fr} le module d'incompressibilité du squelette [GPa] (lorsque le milieu est sec). Le module K_G ou module de Gassman (Gassman, 1951), est défini comme la variation de pression de confinement appliquée à un échantillon entrainant une certaine variation relative du volume de cet échantillon. Il caractérise ainsi la compressibilité du matériau (liquide+fluide) à une augmentation de la pression de confinement.

1.5.3 THÉORIE DE PRIDE (1994)

La base des couplages sismo-électromagnétiques est la combinaison de la théorie de Biot et de celle de Maxwell sur l'électromagnétisme. Pour exprimer ces couplages de façon formelle, les équations locales doivent être homogénéisées pour pouvoir s'appliquer au milieu poreux. Pride (1994) a proposé une telle théorie en intégrant ces équations locales, à partir d'une méthode d'homogénéisation sur un volume élémentaire représentatif du milieu poreux. Par analogie aux équations 1.10 et 1.11, Pride (1994) dérive les équations de transports décrivant l'évolution de la densité de courant totale $\mathbf{J}$ et du mouvement relatif pore/fluide $\mathbf{w}$, en définissant ainsi les couplages sismo-électriques en milieu poreux saturé telles que :

$$\mathbf{J} = \sigma(\omega)\mathbf{E} + L(\omega)(-\nabla p + \omega^2 \rho_f \mathbf{u_s}) \tag{1.33}$$

$$-i\omega\mathbf{w} = L(\omega)\mathbf{E} + \frac{k(\omega)}{\eta}(-\nabla p + \omega^2 \rho_f \mathbf{u_s}) \tag{1.34}$$

où p est la pression intersticielle (la pression d'eau), ρ_f la masse volumique de l'eau. On note que plusieurs des paramètres déjà évoqués sont maintenant fonction de la fréquence (ou de la pulsation ω [rad.s^{-1}]), comme $\sigma(\omega)$ exprimée dans la relation constitutive : $\sigma(\omega)\mathbf{E}$. Le couplage électrocinétique $L(\omega)$ est également fonction de la fréquence et exprimé par la relation :

$$L(\omega) = L_0 \left[1 - i\frac{\omega}{\omega_t}\frac{m}{4}\left(1 - 2\frac{d}{\Lambda}\right)^2 \left(1 - i^{3/2} d \sqrt{\frac{\omega\rho_f}{\eta}}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \tag{1.35}$$

Le paramètre ω_t correspond à la fréquence critique permettant de délimiter les domaines d'atténuation liées aux intéractions visqueuses d'une part (à basses fréquences), et aux forces inertielles d'autre part (à hautes fréquences). La fréquence critique correspondante, $f_c = 2\pi\omega_t$, est également appelée fréquence de Biot. Pride (1994) exprime ce paramètre tel que : $\omega_t = \phi\eta/\alpha_\infty k_0 \rho_f$ avec α_∞ la tortuosité, telle que $\phi/\alpha_\infty = 1/F$. Le coefficient L_0 est la partie stationnaire du couplage (c.à.d à fréquence nulle). Le paramètre Λ caractérise la géométrie du milieu (Johnson *et al.*, 1986), et est analogue au rayon moyen des pores. On remarque donc que le facteur $2\dfrac{d}{\Lambda}$ (d étant la longueur de Debye) peut être facilement très inférieur à 1. Dans le cas d'un sable saturé d'eau par exemple, Λ sera de l'ordre de la centaine de μm, et d de l'ordre de l'Angström. Avec cette approximation, L_0 peut s'écrire :

$$L_0 = -\frac{\sigma_w \phi C}{\alpha_\infty}\left(1 - 2\frac{d}{\Lambda}\right) \simeq -\frac{\sigma_w \phi C}{\alpha_\infty}, \tag{1.36}$$

cette expression est alors équivalente à celle du coefficient d'électrofiltration $C = -L/\sigma_r$ déjà présentée. Dans le but d'appliquer la sismo-électrique sur le terrain (en d'autres termes à la zone non-saturée), on voit ici toute l'importance de connaître le comportement de C en fonction de la teneur en eau, ce qui constitue le principal objectif de cette thèse.

Notons également que la perméabilité est maintenant une grandeur dynamique (équation 1.34), et exprimée telle que :

$$k(\omega) = k_0 \left[\left(1 - i\frac{\omega}{\omega_t}\frac{4}{m} \right)^{1/2} - i\frac{\omega}{\omega_t} \right]^{-1} \tag{1.37}$$

avec k_0 la perméabilité statique. Cette expression est strictemnt identique à celle trouvée par Johnson *et al.* (1987).

1.5.4 AUTRES DÉVELOPPEMENTS THÉORIQUES

Après la contribution théorique importante amenée par Pride (1994), une regain d'intérêt est observé pour l'étude des phénomènes sismo-électriques. Ainsi, Pride and Haartsen (1996) puis Haartsen and Pride (1997) ont grandement contribué à la compréhension du phénomène en proposant une théorie exprimant les équations de base des champs d'ondes sismo-électriques complets. En résumé, deux effets sont à noter ; la contribution la plus importante au signal sismo-électrique est le signal dit "co-sismique" créé par le passage de l'onde sismique, et dont l'origine est l'électrofiltration (Figure 1.22). La deuxième contribution est liée à la conversion d'une partie de l'énergie sismique aux interfaces entre milieux de propriétés mécaniques ou électriques différentes, appelée onde "convertie". C'est le passage de l'onde au travers de l'interface qui distribue les charges du milieu de part et d'autre de celle-ci, créant ainsi un dipôle électrique, générant une onde électromagnétique. Elle a été pour la première fois observée sur le terrain par Thompson and Gist (1993). Haartsen and Pride (1997) précisent que l'onde électromagnétique ainsi générée possède les caractéristiques fréquentielles de l'onde sismique incidente. Ils précisent en outre qu'aucune onde électromagnétique n'est générée ni se propage "en dehors" du champ sismique, sans la présence d'une interface. Ainsi, un point important est que le champ électrique co-sismique est borné à l'onde sismique.

Afin de caractériser quantitativement le rapport entre les amplitudes des signaux sismo-électriques co-sismiques et les signaux sismiques associés, Garambois and Dietrich (2001) proposent l'expression des fonctions de transfert reliant les champs électrique et magnétique $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$, respectivement à l'accélération $\ddot{\mathbf{u}}_{\mathbf{P_f}}$ et à la vitesse $\dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{s}}$, et fonction de certains modules mécaniques :

$$\mathbf{E} \simeq \frac{1}{\sigma_f}\frac{\epsilon_0\epsilon_r\rho_f\zeta}{\eta}\left(1 - \frac{\rho_B}{\rho_f}\frac{C}{H}\right)\ddot{\mathbf{u}}_{\mathbf{P_f}} \tag{1.38}$$

$$\mathbf{H} \simeq \frac{\phi}{\alpha_\infty}\frac{\epsilon_0\epsilon_r\rho_f|\zeta|}{\eta}\sqrt{\frac{G_{fr}}{\rho_B}}|\dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{s}}| \tag{1.39}$$

Les modules mécaniques C et H sont définis dans la rubrique [1.3 Pour compléter...]. On retrouve dans l'équation 1.38 le terme $\epsilon_0\epsilon_r\zeta/\eta\sigma_f$ défini précédemment comme le coefficient

d'électrofiltration de Helmholtz-Smoluchowski (équation 1.15). Dans le dernier chapitre de ce manuscrit, nous étudierons le comportement des amplitudes des signaux co-sismiques exprimées par le rapport $\mathbf{E}/\ddot{\mathbf{u}}_{\mathbf{P_f}}$, et les comparerons à l'équation 1.38. Garambois *et al.* (2002) ont proposé une modélisation des signaux sismo-électriques en intégrant les signaux co-sismiques et convertis dans le cas d'un milieu tabulaire. Toutes ces études caractérisent les phénomènes sismo-électriques en milieux saturés. Jusqu'alors aucune théorie permettant de décrire ces phénomènes en non-saturé n'a été proposée.

1.5.5 QUELQUES APPLICATIONS DE TERRAIN

Des signaux sismo-électriques ont déjà été mesurés à plusieurs reprises sur le terrain dans le cadre d'applications comme l'imagerie de la proche surface ou en vue d'applications dans le domaine pétrolier. Ces mesures sont relativement délicates à mettre en place car les signaux sont très faibles en amplitudes (de l'ordre de 100 μV). Ainsi, il est souvent nécessaire de filtrer les données avant d'envisager leur exploitation. En ce sens, Butler and Russel (1993) ont proposé une méthode de filtrage permettant de rejeter les harmoniques du 50 Hz ou du 60 Hz, dans le cas d'un bruit stable (en amplitude et en fréquence), même de grande amplitude. Cette méthode permet d'améliorer radicalement le rapport signal sur bruit. Les conversions sismo-électriques

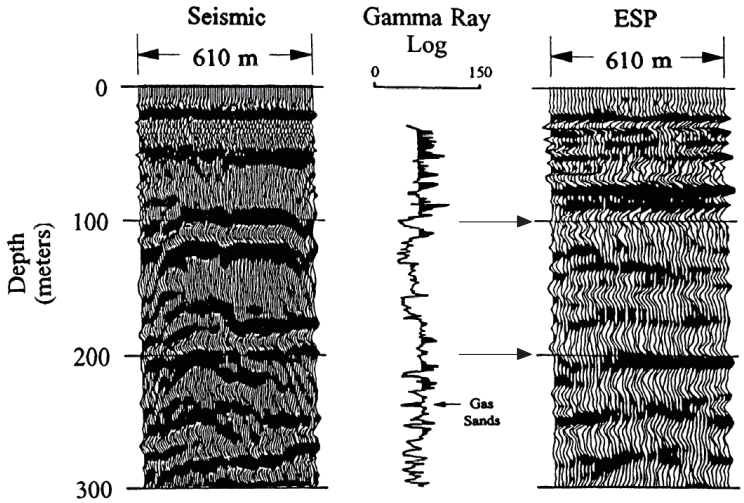


Figure 1.23. Signaux sismiques et sismo-électriques mesurés en surface par Thompson and Gist (1993). Des arrivées converties sont identifiées à 100 m, puis 200 m de profondeur.

pouvant intervenir aux interfaces laissent entrevoir le potentiel de la méthode pour l'imagerie haute résolution de la proche surface.

1.4 Pour compléter...

Vitesse, atténuation et dispersion des ondes sismiques en milieu poreux

Expressions des lenteurs

Pride and Haartsen (1996) proposent les expressions des lenteurs des ondes P_f, P_s, S et de l'onde électromagnétique. Ces grandeurs sont exprimées en fonctions des modules mécaniques du milieu :

$$2{s_{P_f,P_s}}^2 = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \frac{4\tilde{\rho}\rho}{MH - C^2}\left(\frac{\rho_t}{\rho} + \frac{\tilde{\rho}L^2}{\tilde{\epsilon}}\right)} \tag{1.40}$$

$$2{s_s}^2 = 2{s_{EM}}^2 = \frac{\rho_t}{G} + \mu_0\tilde{\epsilon}\left(1 + \frac{\tilde{\rho}L^2}{\tilde{\epsilon}}\right) + \sqrt{\left[\frac{\rho_t}{G} - \mu_0\tilde{\epsilon}\left(1 + \frac{\tilde{\rho}L^2}{\tilde{\epsilon}}\right)\right]^2 - 4\mu_0\frac{\rho_f^2 L^2}{G}} \tag{1.41}$$

avec,

$$\gamma = \frac{\rho M + \tilde{\rho}H(1 + \tilde{\rho}L^2/\tilde{\epsilon}) - 2\rho_f C}{HM - C^2} \tag{1.42}$$

Ces lenteurs sont des grandeurs complexes ; leur partie réelle donne la vitesse de phase des ondes P_f, P_s, S et électromagnétique, alors que leur partie imaginaire conduit à leur atténuation. Comme nous l'avons déjà évoqué, l'onde P_s est dispersive ; ce caractère est illustré par la figure 1.24.

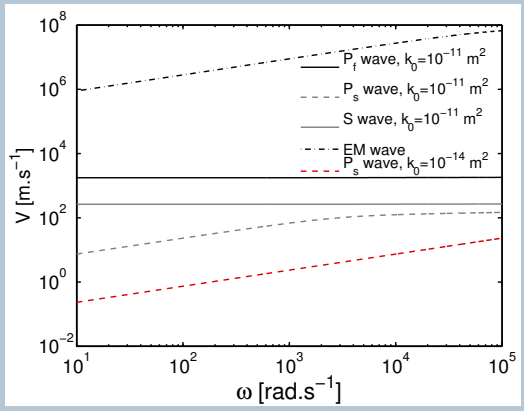


Figure 1.24. Relations de dispersion calculées à l'aide des équations 1.40 et 1.41 pour les ondes P_f, P_s, S et EM. L'onde P_s est bien plus lente et dispersive que les autres.

Les mécanismes de dispersion et d'atténuation des ondes sismiques en milieu poreux sont complexes, et ont été étudiés en milieux non-saturés (Mavko and Nur, 1979; Dutta and Odé, 1979a,b), et notamment par l'intermédiaire du phénomène de squirt-flow (Dvorkin and Nur, 1993; Dvorkin *et al.*, 1994).
Ces quelques paragraphes ne constituent qu'une maigre introduction à la théorie de propagation sismique en milieux poreux, pour plus de détails le lecteur pourra se reporter aux thèses de Clarisse Bordes (2005) ou Louis de Barros (2007).

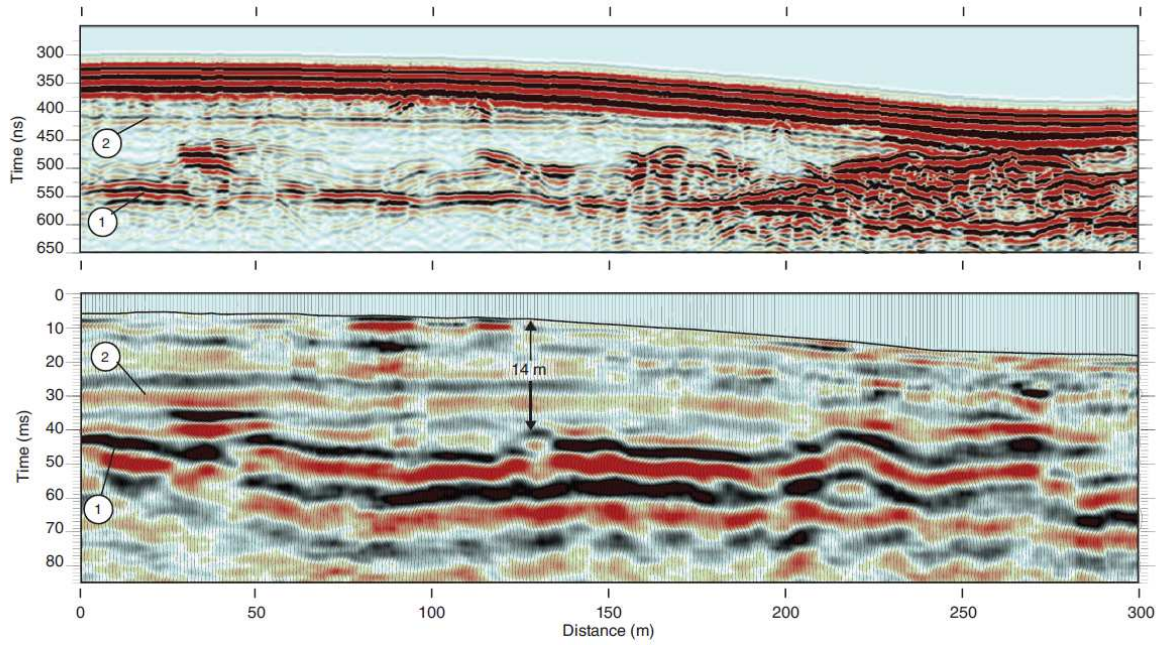


Figure 1.25. (En haut) Section radar permettant d'identifier une interface interprétée comme le toit de la nappe (à t $\simeq$ 550 ns). (En bas) Section sismo-électrique correspondante déduite de l'analyse des arrivées converties sur le toit de la nappe (après sommation de tirs en mode CMP) par Dupuis *et al.* (2007). La correspondance entre les profondeurs obtenues par les deux méthodes est très bonne. La source utilisée est un lâcher de poids, et les mesures ont été réalisées en surface à l'aide de dipôles de 4 m.

En ce sens, Garambois and Dietrich (2001) ont montré qu'une conversion au toit d'une nappe phréatique proche de la surface, pouvait être mesurée et modélisée. Thompson and Gist (1993) ont même suggéré que des arrivées converties pouvaient permettre d'imager des interfaces à des profondeurs importantes, pour l'étude de roches réservoirs. En effet, en appliquant une méthode de stack à des tirs CMP (Common Mid Point), ils ont pu mesurer en surface de telles arrivées provenant d'une profondeur de 200 m (Figure 1.23). Notons que ces mesures sont anecdotiques, car les amplitudes des signaux sont extrêmement faibles ($\simeq 1\mu$V). En utilisant une approche relativement similaire, Dupuis *et al.* (2007) ont réalisé une image de la proche surface à partir de l'analyse des ondes converties sur le toit d'un aquifère. Celui-ci est ainsi imagé à une profondeur de 15 m, avec une résolution particulièrement bonne, et confirmée par une section radar réalisée en parallèle (Figure 1.25). Une étude menée récemment a permis d'entrevoir le comportement des signaux co-sismiques en fonction de la teneur en eau.

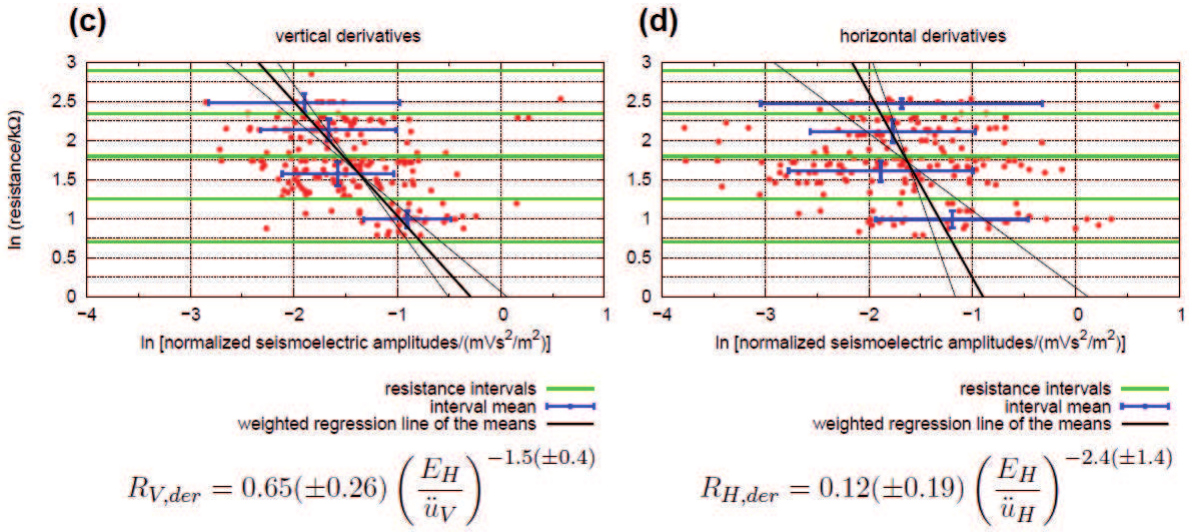


Figure 1.26. Amplitudes des signaux co-sismiques (échelle logarithmique) mesurés sur le terrain en fonction de la résistance électriques aux bornes des dipôles (Strasher *et al.*, 2010). Les relations entre R et $E_x/\ddot{u}_x$ sont déduites d'une analyse statistique réalisée sur environ 200 mesures.

Strasher *et al.* (2010) ont en ce sens réalisé des campagnes d'acquisition sismo-électriques à plusieurs reprises, dans le but de mesurer les amplitudes de signaux co-sismiques dans différentes conditions de saturation en eau. Ils proposent ainsi des lois de comportement de ces amplitudes en fonction de la résistance électrique mesurée aux bornes des dipôles électriques et de la teneur en eau (Figure 1.26). Bien que les mesures soient assez dispersées, les résultats obtenus montrent une augmentation des amplitudes lorsque la saturation en eau diminue. Cette étude sera approfondie dans le dernier chapitre de cette thèse.

CHAPITRE 2

Caractérisation des écoulements d'eau dans la zone non-saturée

Sommaire

2.1 Description macroscopique du milieu poreux 42

2.2 Les écoulements saturés 45

2.3 Hydrodynamique en milieux non-saturés 48

Résumé

Ce chapitre a pour but d'introduire quelques concepts et variables caractérisant les milieux poreux saturés ou non. Afin de comprendre ce qu'est la zone non-saturée, quelques paramètres des milieux poreux sont définis. Les variables liées à la phase liquide présente au sein d'un milieu saturé, ainsi que quelques concepts importants liés à l'état non-saturé sont ensuite introduits. Enfin, les écoulements en milieux poreux saturés et non-saturés sont définis.

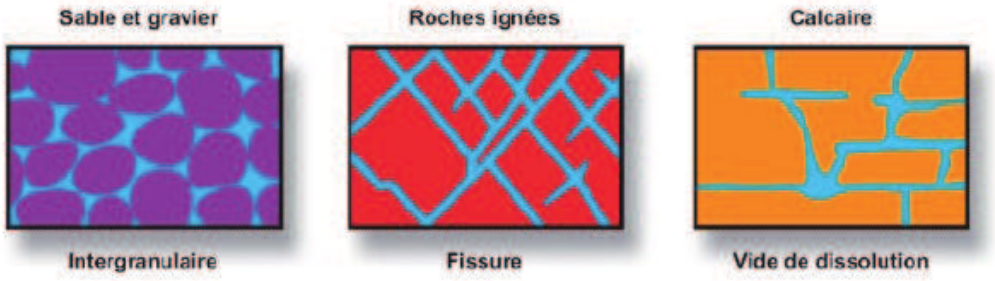


Figure 2.1. Trois types de porosité pouvant être rencontrées pour des milieux granulaires, dans des roches magmatiques et des roches sédimentaires (calcaires).

2.1 DESCRIPTION MACROSCOPIQUE DU MILIEU POREUX

2.1.1 CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES

La classification et l'étude des différents types de sols est une science à part entière. Le but de ce paragraphe n'est pas de dresser un portrait exhaustif des types de sols et roches rencontrées dans la nature mais d'introduire quelques paramètres structuraux intrinsèques à un milieu dit poreux. La porosité est une des caractéristiques importantes. Elle est définie par le rapport entre le volume de vides V_{vides}, et le volume total V_{tot} d'un échantillon telle que :

$$\phi = \frac{V_{vides}}{V_{tot}}. \tag{2.1}$$

La porosité peut être liée à la structure comme dans le cas d'un milieu granulaire (sable), ou formée dans une roche intacte par des mécanismes de refroidissement (roches magmatiques), ou par fracturation (d'origine tectonique), ou encore par des mécanismes chimiques, de dissolution par exemple (calcaire) (Figure 2.1). Une deuxième caractéristique importante dans notre cas est la granulométrie. En effet, dans la mesure où le milieu utilisé plus tard dans ce travail est un sable, il est important de noter qu'un sable naturel est caractérisé par une distribution de tailles de grains. Par l'intermédiaire d'une courbe dite de refus cumulé, il est possible de déterminer la courbe granulométrique d'un sable (exemples dans (Rivière, 1977)). Cette courbe caractérise la dispersion de taille des particules. Cette distribution aura une importance dans l'expression des courbes de rétention (cf. section 2.3.2). Elle joue également un rôle sur la porosité, par l'intermédiaire de l'agencement des grains dans le milieu.

2.1.2 VARIABLES D'ÉTAT ET ÉTAT ÉNERGÉTIQUE D'UN MILIEU NON-SATURÉ

2.1.2.1 Teneur en eau

Si une partie ou la totalité du volume de pores est occupé par un fluide (considérons de l'eau), la teneur en eau θ est définie comme le rapport entre le volume d'eau et le volume total du milieu telle que :

$$\theta = \frac{V_w}{V_{tot}} \tag{2.2}$$

où V_w est le volume d'eau présent dans le milieu [m^3]. La teneur en eau volumique s'exprime donc en [$m^3.m^{-3}$]. Dans le cas d'un milieu dit saturé, c.à.d si toute la porosité est occupée d'eau, $\theta = \theta_s = \phi$, avec θ_s la teneur en eau à saturation [$m^3.m^{-3}$]. Cette grandeur peut être normalisée par la porosité et ainsi s'exprimer en pourcentage. La saturation en eau est introduite telle que : $S_w = \theta/\phi$. Cette dernière exprime la fraction du volume de pores occupé par le fluide. Ainsi, pour $S_w = 1$ ou 100 %, le milieu est saturé en eau.

2.1.2.2 Énergie potentielle du fluide

Dans les milieux saturés et non-saturés, l'eau est soumise partout à la pression atmosphérique. La valeur de pression à laquelle est soumise la phase liquide peut être inférieure ou supérieure à la pression atmosphérique P_a selon les cas. Le potentiel de pression, noté Φ_p, exprimé en Pa, est défini comme la pression à laquelle est soumise l'eau (c'est la pression au sein de la phase liquide). Cette pression peut aussi être exprimée en hauteur d'eau. Souvent utilisée en hydraulique, hydrologie, ou en hydrogéologie pour exprimer la pression de l'eau, et est alors appelée charge. La charge est la hauteur de la colonne d'eau nécessaire pour créer Φ_p. C'est une énergie, $\Phi_p/\rho g$, désignée d'une manière simplifiée par le terme charge (voir Th. de Bernoulli). Elle s'exprime en [m], la relation entre ces deux grandeurs est alors donnée par :

$$\Phi_p = \rho_f g h \tag{2.3}$$

où ρ_f est la masse volumique de l'eau [$kg.m^{-3}$], et g l'accélération de la pesanteur [$m.s^{-2}$]. Si le milieu est saturé, la pression d'eau est positive et traduit le poids de la colonne d'eau appliquée en un point. A l'équilibre, le profil de pression est dit hydrostatique. Dans le cas non-saturé, l'eau est sous tension et soumise aux forces de capillarité et d'adsorption créées par la matrice solide. Ces forces sont liées à la tension superficielle entre la phase dite mouillante (l'eau) et la phase non mouillante (l'air pour simplifier).

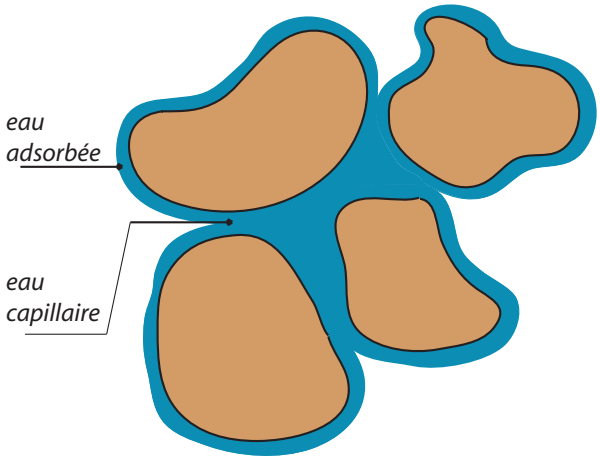


Figure 2.2. Représentation de l'eau liée par adsorption aux grains et par capillarité dans un réseau poreux non-saturé.

Cette tension superficielle (ou tension de surface) peut être facilement illustrée par un fluide remontant un capillaire fin plongé dans l'eau. Dans un milieu poreux, les forces de capillarité et d'adsorption traduisent la capacité de la matrice solide à retenir le fluide, ou capacité de rétention. La répartition de ces forces est relativement difficile à exprimer au regard de la structure complexe d'un réseau poreux (Figure 2.2). Quoiqu'il en soit, ces forces s'opposent à l'écoulement de l'eau dans le milieu lorsque celui-ci se désature.

La pression de l'eau peut être rapportée à une pression de référence. Cette référence est choisie comme la pression de la phase non mouillante, par exemple la pression de l'air dans le milieu, p_{air}. La pression capillaire p_c est alors définie, comme la différence entre les pressions d'eau et d'air :

$$p_c = p_{air} - \Phi_p. \tag{2.4}$$

En pratique, une de nos hypothèses de travail sera de considérer l'air à pression atmosphérique P_a. Si la pression capillaire est assez importante, c.à.d lorsque le milieu est très désaturé, la pression Φ_p devient négative, on peut également parler de succion.

Comme tous les corps, l'eau subit une force liée à l'accélération de la pesanteur g. On définit naturellement un potentiel de gravité qui peut s'écrire Φ_g, et dont la valeur est donnée par la différence de cote z entre le point considéré et une altitude de référence, qui traduit l'énergie potentielle de l'eau. Notons que l'eau s'écoulera toujours du point caractérisé par l'énergie potentielle la plus importante vers le point d'énergie potentielle la plus faible. D'autres potentiels peuvent être définis pour exprimer l'état énergétique total d'un sol, comme le potentiel osmotique, ou le potentiel d'enveloppe lié à la compressibilité de la matrice.

Nous négligerons leur influence, et pouvons exprimer le potentiel total de la phase liquide tel que :

$$\Phi_{tot} = \Phi_p + \Phi_g = P = \rho_w g(h - z) \tag{2.5}$$

avec P la pression totale exprimée en Pa. Par analogie à la relation entre h et Φ_p, elle peut s'exprimer en mètre de colonne d'eau telle que : $H = h - z$, et est alors désignée par le terme charge (ou charge hydraulique, ou charge totale). Le signe $-$ est choisi par convention, et correspond à l'axe z orienté positivement vers le bas.

2.1.3 PROFILS HYDRIQUES DANS LES SOLS

La figure 2.3 illustre la répartition des pressions, des charges hydrauliques et de la teneur en eau dans un sol type. La frange capillaire indiquée sur la figure 2.3 est une zone où l'eau remonte par capillarité. Celle-ci est donc sous tension, sa pression est inférieure à la pression atmosphérique, le milieu étant pourtant saturé. Les profils de pression et de teneur en eau sont rectilignes dans les zones saturées, et caractérisent l'équilibre hydrostatique. Dans ces zones, la pression d'eau h est donnée par la hauteur de la colonne d'eau dans le milieu. Les profils de pression et de teneur en eau dans la zone non-saturée ne sont pas linéaires. La relation entre h et θ est en effet non-linéaire. Cette relation a été beaucoup étudiée, et de nombreux modèles existent pour l'exprimer (Gardner, 1958; Brooks and Corey, 1964; van Genuchten, 1980).

2.2 LES ÉCOULEMENTS SATURÉS

2.2.1 LOI DE DARCY

Darcy (1856) mit au point une expérience ayant pour but de faire circuler un fluide (de l'eau) dans une colonne remplie de sable. En mesurant la différence de charge hydraulique entre le bas et le haut de la colonne ΔH pour un debit Q donné, il pu établir une relation reliant ces deux grandeurs :

$$\frac{Q}{S} = q = K_s \frac{\Delta H}{L}, \tag{2.6}$$

où S est la section moyenne de la colonne [m^{-2}], L sa longueur [m]. La variable q est définie comme le flux moyen [$\mathrm{m.s}^{-1}$] au travers de la section S, et donc au rapport entre le débit et la section. Cette grandeur est également appelée vitesse de filtration ou vitesse de Darcy. L'équation 2.6 fait apparaître une constante de proportionnalité K_s [$\mathrm{m.s}^{-1}$], ou conductivité hydraulique, qui caractérise la capacité du milieu poreux à laisser circuler le fluide saturant.

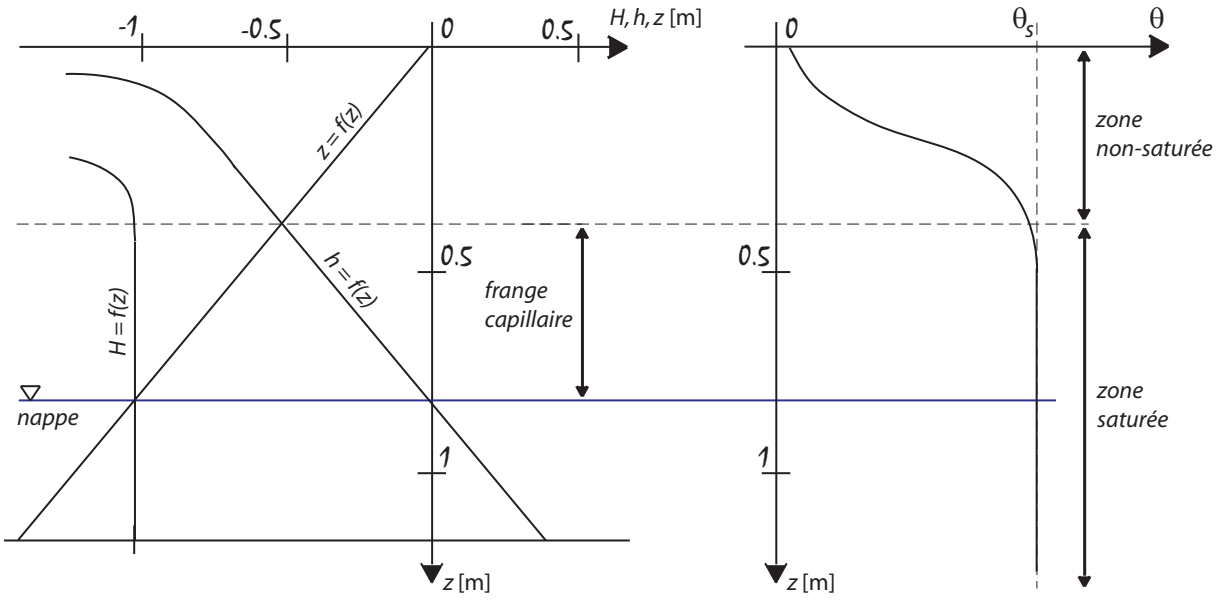


Figure 2.3. Exemple de profils de pressions h, de charges H, et de teneur en eau θ ,pouvant être rencontrés dans un sol type.

La conductivité hydraulique est parfois appelée perméabilité par certaine communauté (hydrogéologie, géophysique), mais ne doit pas être confondue avec la perméabilité intrinsèque notée k. Ces deux grandeurs sont liées par l'intermédiaire de la viscosité dynamique du fluide η_f, par $K_s = \rho_w g k/\eta_f$, où η_f =10^{-3} Pa.s pour l'eau. Notons que la différence de charge ΔH est donnée en mètres, ce qui implique que le gradient de charge hydraulique $\Delta H/L$ est sans dimensions dans l'équation 2.6. Dans le cas d'un écoulement vertical, la charge hydraulique est définie comme la somme des contributions du potentiel matriciel (ou potentiel de pression) h, et du potentiel gravitaire. Si le milieu étudié est homogène et isotrope, la loi de Darcy peut s'écrire en trois dimensions telle que :

$$\mathbf{q} = -\frac{k}{\eta_f}\boldsymbol{\nabla}(P - \rho_f g z) = -K_s \boldsymbol{\nabla}(H - z). \tag{2.7}$$

La perméabilité k est une caractéristique intrinsèque au milieu, caractérisant sa capacité à transmettre un fluide en son sein. La composition du milieu, déterminant sa texture et sa surface spécifique, influence la valeur de ce paramètre. De plus, la structure du matériau modifie la perméabilité du milieu par l'intermédiaire de la distribution granulométrique, et donc de l'agencement des grains. Cet agencement déterminera des chemins plus ou moins "accidentés" pour le passage de l'eau. La tortuosité du milieu est le paramètre qui définit ce caractère accidenté (Figure 2.4).

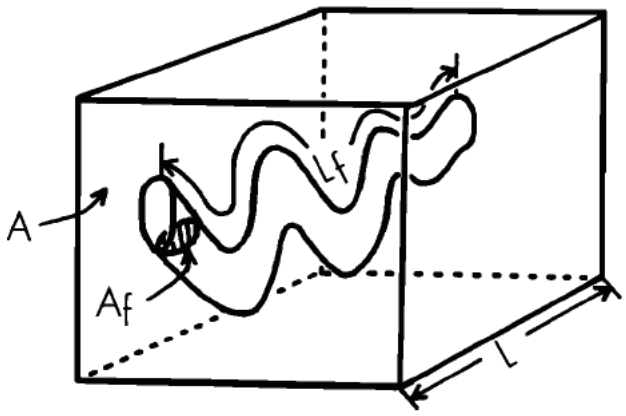


Figure 2.4. Illustration de la tortuosité d'un capillaire au sein d'un modèle de tubes capillaires utilisé dans une étude sur l'électrofiltration (Ishido and Mizutani, 1981). La différence de longueur entre L_f la longueur réelle du capillaire poreux et la longueur L de l'élément de volume considéré (telle que $L_f > L$), illustre l'effet de la tortuosité.

Ainsi, le trajet à parcourir entre deux points A et B relativement proches, peut être très long si la tortuosité du milieu est importante.

2.2.2 DOMAINE DE VALIDITÉ DE LA LOI DE DARCY

La loi de Darcy ne s'applique pas à tout type de milieu ni d'écoulement. Son application nécessite 1) que le milieu soit homogène et isotrope, 2) que le fluide soit incompressible, 3) que l'écoulement soit stationnaire, et caractérisé par un régime laminaire. Ce régime peut être rencontré dans la nature au sein de nappes captives par exemple. En revanche, il est très peu probable de l'observer dans la zone non-saturée, où les échanges sont des phénomènes le plus souvent transitoires (infiltration, évaporation). La caractérisation du régime d'écoulement (laminaire ou non) peut être faite par l'intermédiaire du nombre de Reynolds défini tel que :

$$Re = \frac{d.v}{\mu_w} \tag{2.8}$$

avec v la vitesse de l'écoulement [m.s^{-1}], μ la viscosité cinématique telle que $\mu_w = \eta_f/\rho_w$ [m^2.s^{-1}], et d une longueur caractéristique du système. Dans le cas d'un écoulement dans une conduite, d est le diamètre de la conduite. Pour l'analogie avec le milieu poreux, cette longueur caractéristique peut être le diamètre moyen des pores. La valeur de d peut être déduite de quantiles caractéristiques de la granulométrie comme le d_{10} ou le d_{50} (Bear, 1972).

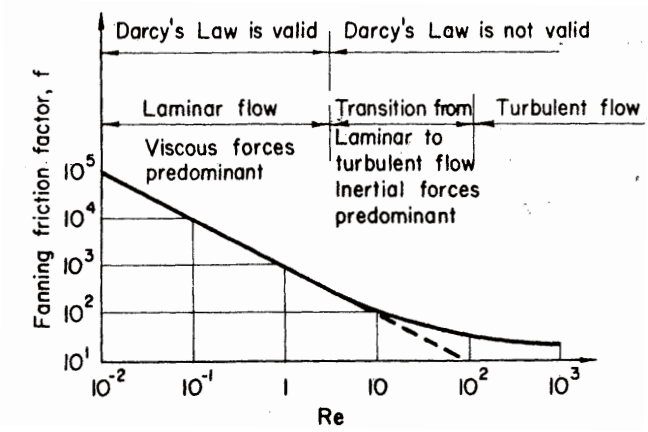


Figure 2.5. Domaines de validité de la loi de Darcy exprimés par la relation entre le coefficient de friction f et le nombre de Reynolds par Bear (1972).

Le calcul de Re nécessite une estimation de la vitesse du fluide dans les pores. Si Re est compris entre 1 et 10, l'écoulement peut être qualifié de Darcien (Bear, 1972). Il est également possible de comparer le nombre de Reynolds au coefficient de friction de Fanning f. Celui-ci traduit l'importance des pertes de charges dues à la friction lors d'un écoulement dans une conduite (Bear, 1972). Ce coefficient peut être adapté au milieu poreux par l'intermédiaire d'une longueur caractéristique (le diamètre moyen des grains). Bear (1972) propose une représentation schématique de la relation entre f et Re (Figure 2.5) définissant les domaines de validité de la loi de Darcy.

2.3 HYDRODYNAMIQUE EN MILIEUX NON-SATURÉS

2.3.1 GÉNÉRALISATION DE LA LOI DE DARCY

En milieu non-saturé, la loi de Darcy se généralise, et la conductivité hydraulique devient dépendante de la teneur en eau du milieu :

$$\mathbf{q} = -K(\theta)\boldsymbol{\nabla}(p_w - \rho_f g z) \tag{2.9}$$

avec p_w la pression d'eau telle que $p_w = \rho_f g h$ [Pa]. La conductivité hydraulique en non-saturé est définie par rapport à la conductivité hydraulique à saturation K_s telle que :

$$K(\theta) = K_s.k_{rw}(\theta) \tag{2.10}$$

où $k_{rw}(\theta)$ est un modèle de perméabilité relative liée à la phase fluide.
Les relations entre h et θ, et entre K et θ (ou encore $K(h)$ et $\theta(h)$), sont non-linéaires et peuvent

être introduites par différentes fonctionnelles. Nous allons maintenant présenter deux modèles existants pour définir ces relations.

2.3.2 RELATIONS $\theta(H)$ ET $K(\theta)$

2.3.2.1 Modèle de Brooks & Corey - Mualem

Le premier modèle présenté est le modèle de Brooks et Corey - Mualem. Brooks and Corey (1964) proposent un modèle de rétention, c.à.d une relation reliant la charge de pression h à la teneur en eau θ, par l'intermédiaire de différents paramètres hydrodynamiques caractérisant le milieu poreux :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \begin{cases} \alpha|h|, & \text{si } \alpha|h| < 1 \\ S_e = 1 & \text{, si } \alpha|h| > 1 \end{cases} \tag{2.11}$$

où θ_r est appelée teneur en eau résiduelle. Cette valeur particulière de teneur en eau caractérise la fraction de fluide restant adsorbée aux grains quand le milieu est désaturé. Cette valeur n'est pas intrinsèque au milieu, et dépend des conditions expérimentales. En effet, sa valeur peut varier selon les conditions de pressions appliquées à un échantillon ou dans le milieu naturel. Le cas expérimental extrême consiste à chauffer un échantillon, ce qui mène à $\theta_r = 0$. S_e est appelée saturation effective, α [m^{-1}] correspond à l'inverse de la pression d'entrée d'air h_a. Cette grandeur est la pression minimale nécessaire pour que le milieu poreux se désature. Ce paramètre dépendra de la granulométrie. Cette relation de rétention est combinée à un modèle de perméabilité relative. Celui-ci est donné par Mualem (1976) et s'exprime tel que :

$$K(S_e) = K_s . {S_e}^{L+2+\frac{2}{\lambda}} \tag{2.12}$$

avec L un nouveau paramètre relié à la distribution des pores ainsi qu'à la tortuosité de l'écoulement. Le paramètre λ est lié à la distribution de taille des grains et donc à la courbe granulométrique du milieu (Rivière, 1977; Rawls *et al.*, 1982).

2.3.2.2 Modèle de van Genuchten - Mualem

Le deuxième modèle reprend la théorie de Mualem (1976) pour la relation $K(\theta)$, et la combine au modèle de retention de van Genuchten (van Genuchten, 1980), exprimé par :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + ((\alpha|h|)^n)^m} & \text{, si } h \leq 0 \\ S_e = 1 & \text{, si } h > 0 \end{cases} \tag{2.13}$$

avec m et n deux paramètres sans dimensions du modèle, reliés par l'expression : $m = 1 - 1/n$.

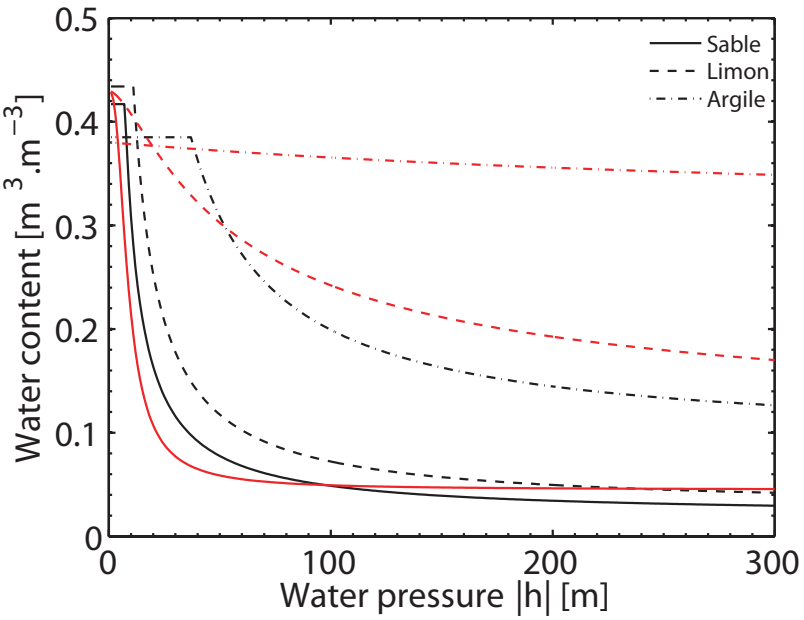


Figure 2.6. Relation $\theta(h)$ calculées avec les expressions de Brooks et Corey - Mualem (en noir), et de van Genuchten - Mualem (en rouge), pour trois types de sols. Les caractéristiques hydrodynamiques de ces trois sols correspondent aux valeurs rapportées dans les tableaux 2.1 et 2.2.

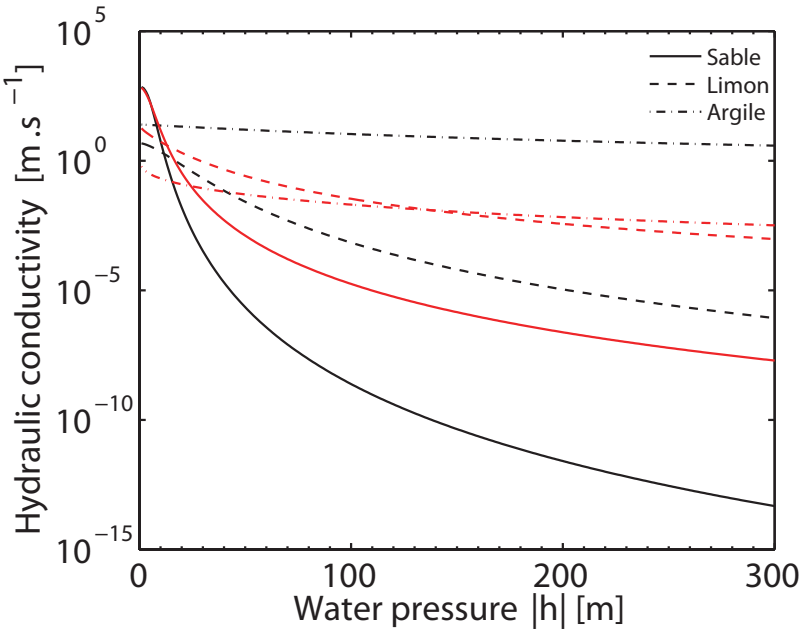


Figure 2.7. Relation $K(h)$ calculées avec les expressions de Brooks et Corey - Mualem (en noir), et de van Genuchten - Mualem (en rouge), pour trois types de sols

Tableau 2.1. Valeurs moyennes des paramètres du modèle de Brooks et Corey - Mualem pour onze classes de sols (D'après Rawls *et al.* (1982)).

	Texture	K_s [cm.j^{-1}]	θ_s	θ_r	α [cm^{-1}]	λ
	Sand	504.00	0.417	0.020	0.138	0.592
Sable	Loamy Sand	146.60	0.401	0.035	0.115	0.474
	Sandy Loam	62.16	0.412	0.041	0.068	0.322
	Loam	16.32	0.434	0.027	0.090	0.220
	Silt loam	31.68	0.486	0.015	0.048	0.211
	Sandy clay loam	10.32	0.330	0.068	0.036	0.250
Limon	Clay loam	5.52	0.390	0.075	0.039	0.194
	Silty clay loam	3.60	0.432	0.040	0.031	0.151
	Sandy clay	2.88	0.321	0.109	0.034	0.168
	Silty clay	2.16	0.423	0.056	0.029	0.127
Argile	Clay	1.44	0.385	0.090	0.027	0.131

En utilisant cette relation, l'expression de la conductivité hydraulique en non-saturé est donnée par :

$$K(S_e) = K_s.{S_e}^L \left[1 - \left(1 - (S_e)^{\frac{1}{m}}\right)^m\right]^2 \tag{2.14}$$

Les valeurs caractéristiques des paramètres θ_r, θ_s, L, α, λ, n et m des deux derniers modèles présentés sont reportés dans les tableaux 2.1 et 2.2. Les figures 2.6 et 2.7 montrent l'allure de ces deux modèles pour trois types de sols. Ces courbes sont valables seulement lorsque le milieu est à l'équilibre. Ainsi, un modèle $h(\theta)$ calculé à l'équilibre pour un jeu de paramètre donné ne correspondra pas à une courbe $h(\theta)$ mesurée en dynamique (lors d'un drainage par exemple). Notons également que ces relations sont marquées par une forte hystérésis entre drainage et imbibition (cf. 1.5 Pour compléter...). Les deux modèles présentés ne caractérisent pas l'écoulement de la même façon. L'une des différences notables est la prise en compte de la pression d'entrée d'air ($h_a = 1/\alpha$). Cette pression, pouvant atteindre -200 cm d'eau dans les argiles (cf. Tableau 2.3), est la pression minimale à atteindre pour que la phase non mouillante pénètre le milieu au préalable saturé. En d'autres termes, un seuil de pression capillaire à l'interface entre les deux phases doit être atteint pour que le drainage de la phase fluide puisse commencer (Figure 2.8). Graphiquement, h_a est illustrée par la présence d'un "palier" de teneur en eau (correspondant à la teneur en eau à saturation θ_s), au début des courbes $\theta(h)$ (Figure 2.6).

Tableau 2.2. Valeurs moyennes des paramètres du modèle van Genuchten - Mualem pour douze classes de sols (D'après Carsel and Parrish (1988)).

	Texture	K_s [cm.j^{-1}]	θ_s	θ_r	α [cm^{-1}]	λ
Sable	Sand	712.80	0.43	0.045	0.145	2.68
	Loamy Sand	350.20	0.41	0.057	0.124	2.28
	Sandy Loam	106.10	0.41	0.065	0.075	1.89
Limon	Loam	24.96	0.43	0.078	0.036	1.56
	Silt	6.00	0.46	0.034	0.016	1.37
	Silt loam	10.80	0.45	0.067	0.020	1.41
	Sandy clay loam	31.44	0.39	0.100	0.059	1.48
	Clay loam	6.24	0.41	0.095	0.019	1.31
	Silty clay loam	1.68	0.43	0.089	0.010	1.23
	Sandy clay	2.88	0.38	0.100	0.027	1.23
	Silty clay	0.48	0.36	0.070	0.005	1.09
Argile	Clay	4.80	0.38	0.068	0.008	1.09

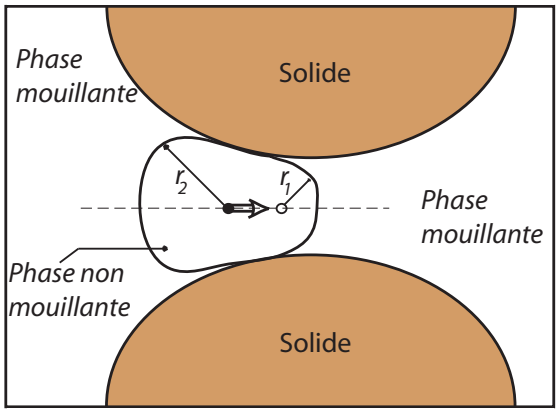


Figure 2.8. Illustration du concept de pression d'entrée d'air en milieu non-saturé, modifié de (Bear, 1972).

Tableau 2.3. Valeurs de remontée capillaire observées dans plusieurs types de sols (Bear, 1972).

Milieu	Remontée capillaire [cm]
Coarse sand	2-5
Sand	12-35
Fine sand	35-70
Silt	70-150
Clay	>200-400

Plus le milieu a une granulométrie fine, plus cette valeur est importante. Le modèle de Brooks and Corey (1964) est bien plus sensible à ce paramètre que celui de van Genuchten (1980). Certaines études ont tenté de trouver une équivalence entre les paramètres de ces deux modèles (Morel-Seytoux *et al.*, 1996). Il en résulte, qu'une équivalence générale entre tous les paramètres est difficile à déterminer, car dépendante des propriétés physiques des milieux étudiés, ainsi que des caractéristiques de l'écoulement.

2.3.3 EQUATION DE CONTINUITÉ

Au même titre que l'équation de conservation de la quantité de charge dans l'étude des potentiels électriques, l'équation de conservation de la masse permet de garantir la continuité du flux d'eau lors de l'écoulement dans le milieu poreux. Celle-ci s'écrit,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho S_w) = -\boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{q}) - S_c \tag{2.15}$$

où $\mathbf{q}$ est le flux d'eau dans un élément de volume, ρ est la masse volumique, ϕ est la porosité. Le terme S_c est un terme source pouvant caractériser un apport d'eau dans le milieu (infiltration, pluviométrie...) ou un déficit d'eau dans le milieu (décharge, captage...).

2.3.4 ÉQUATION DE RICHARDS POUR LES ÉCOULEMENTS EN MILIEU NON-SATURÉ

En combinant cette dernière équation à la loi de Darcy généralisée (équation 2.9), il vient l'équation de l'écoulement en non-saturé (Bear, 1972) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla} \cdot \left[\frac{k k_{rw}(\theta)}{\eta} \boldsymbol{\nabla}(P - \rho g z) \right] - S_c. \tag{2.16}$$

La masse volumique du fluide (de l'eau) et sa viscosité sont constantes. L'équation précédente se simplifie et peut se réécrire pour devenir l'équation de Richards (Richards, 1931) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla} \cdot (K(\theta)\boldsymbol{\nabla}(h(\theta) - z)) \tag{2.17}$$

La résolution de l'équation 2.17 nécessite la connaissance des relations $K(\theta)$ et $h(\theta)$. L'équation de Richards est résolue numériquement par la méthode des éléments finis de type Galerkin (Pinder and Gray, 1977), en utilisant un schéma implicite en temps (détails en Annexe C). Le système d'équations obtenu étant fortement non-linéaire, les équations sont linéarisées par la méthode de Newton-Raphson (cf. Lehmann and Ackerer (1998) et Annexe C). Le problème inverse est résolu par un processus d'optimisation non-linéaire. La fonction objectif est une combinaison des différences entre pressions d'eau mesurées et calculées, et teneur en eau mesurées et calculées (cf. Annexe C).

1.5 Pour compléter...

Hystéresis drainage/imbibition de la courbe de rétention

Le processus consistant à vider un échantillon au préalable saturé de sa phase mouillante (eau), au profit d'une phase non mouillante (air) est appelé drainage. Si dans le cas contraire l'air est remplacé par une phase liquide, le processus est l'imbibition. Comme nous l'avons évoqué plus haut, la courbe de rétention relie la pression d'eau h à la saturation ou teneur en eau. Imaginons un cycle de drainage, suivi par une imbibition. La figure 2.9 montre que les chemins de désaturation/saturation sont différents. Lors de l'imbibition suivant la phase de drainage, la pression capillaire ne dépendra pas uniquement de la saturation à un temps donné, mais également de l'historique du drainage. C'est ce concept qui est appelé hystéresis. Ainsi, une saturation plus importante est atteinte pour une pression capillaire donnée lors d'un drainage qu'en imbibition.

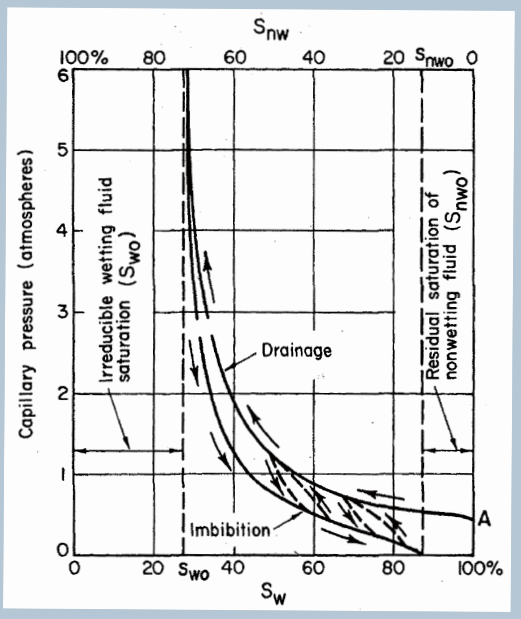


Figure 2.9. Illustration de l'hystéresis d'une courbe de rétention reliant la pression capillaire notée h_c et la saturation S_w (Bear, 1972). Ici, S_{w0} est la saturation résiduelle, soit $S_{w0} = \theta_r/\phi$.

CHAPITRE 3

Électrofiltration en milieux non-saturés - Une approche expérimentale

Sommaire

3.1 Développements expérimentaux 56
3.2 ARTICLE : SP dependence on water-content in sand 63
3.3 Résultats expérimentaux complémentaires 83
3.4 Conclusion 91

Résumé

Nous présentons dans ce chapitre l'approche expérimentale adoptée afin d'étudier les variations de potentiels d'électrofiltration en fonction de la teneur en eau. Une expérience de laboratoire a pour cela été mise au point. Celle-ci est introduite ici, ainsi que les tests préliminaires ayant conduit à la version finale de la chaine d'acquisition. Un article intitulé "Streaming potential dependence on water-content in Fontainebleau sand" présente ensuite plus longuement l'expérience et le protocole expérimental. Les signaux PS bruts et de coefficients d'électrofiltration y sont montrés, puis une interprétation empirique de ces signaux est proposée. La dernière section de ce chapitre s'attarde sur deux expériences de drainage complémentaires. Les signaux hydrodynamiques et électriques sont comparés à ceux des deux premières expériences. Des différences en terme d'écoulement sont mises en avant et sont reliées aux signaux PS observés.

3.1 DÉVELOPPEMENTS EXPÉRIMENTAUX

3.1.1 PRÉSENTATION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

L'expérience présentée ici est une colonne de plexiglass d'environ 1.3 m de hauteur et de 10 cm de diamètre. Dix électrodes impolarisables placées tous les 10 cm permettent la mesure de différences de potentiels électriques liées à l'électrofiltration (signaux PS). À ces mesures électriques sont associées des mesures de pressions d'eau et de teneurs en eau. Pour des raisons détaillées dans le paragraphe suivant, ces deux derniers types de capteurs sont placés avec un décalage vertical de 5 cm par rapport aux électrodes. Les mesures de pressions et de teneurs en eau permettent de suivre l'hydrodynamique lors d'expériences de drainage. La figure 3.1 présente une photo de ce dispositif. Une desciption détaillée du dispositif ainsi que du protocole expérimental de ces expériences de drainage est décrit dans un article publié en 2010 dans *Geophysical Journal International* (*GJI*), et présenté dans la section 3.2.

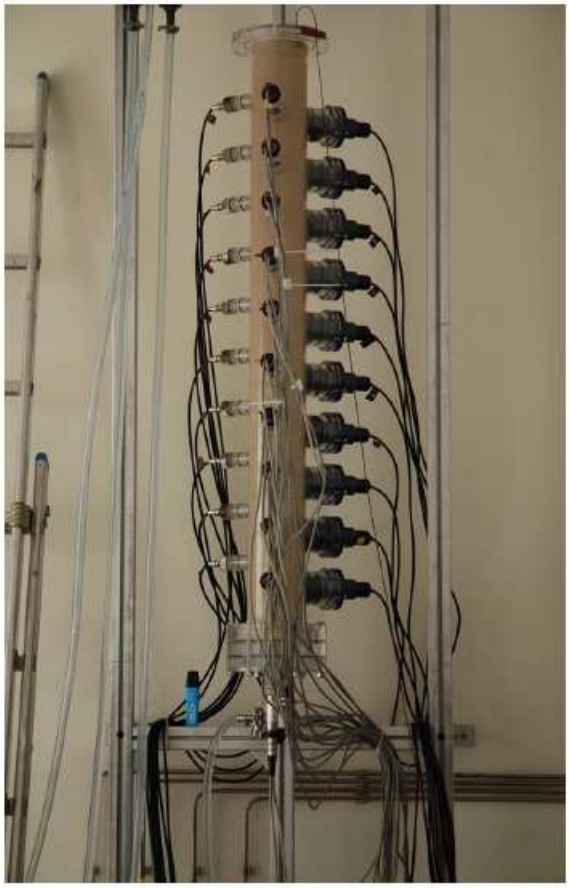


Figure 3.1. Photo du dispositif expérimental

3.1.2 TESTS PRÉLIMINAIRES

Commençons par la présentation de la chaîne d'acquisition développée. La figure 3.2 illustre les différents éléments la composant dans sa configuration finale. Lors de l'élaboration d'une chaîne d'acquisition impliquant plusieurs appareils de mesures et différents types de capteurs, la première étape est de contrôler les perturbations électriques que peuvent engendrer leurs utilisations, et particulièrement lors de la mesure de potentiels d'électrofiltration, souvent de très faibles amplitudes. Quelques tests préliminaires ayant permis de concevoir le dispositif expérimental final sont présentés. Le premier test concerne l'influence de la mesure de teneur en eau sur les signaux PS. En effet, les sondes utilisées pour effectuer ces mesures (ML2x Δ-

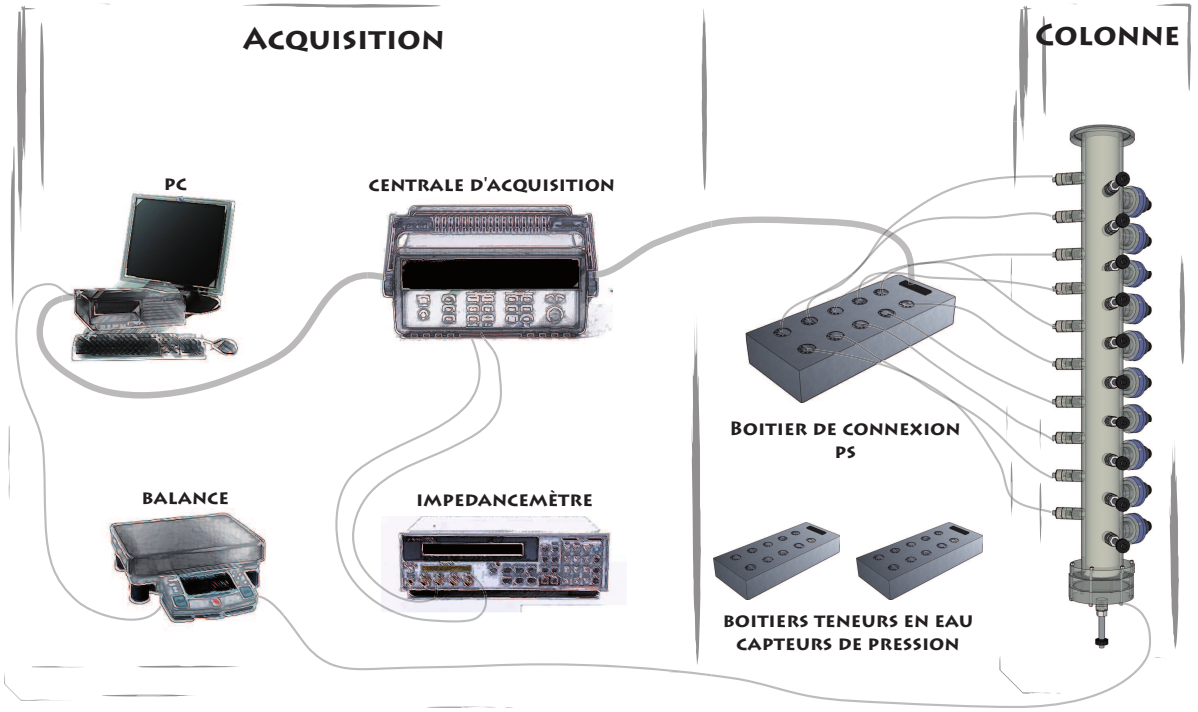


Figure 3.2. Schéma de la chaîne d'acquisition développée, dans sa configuration finale

T Devices) sont basées sur une mesure d'impédance électrique du milieu (Gaskin and Miller, 1996). Celles-ci produisent un champ électrique, qui malgré sa courte durée dans le temps et sa fréquence relativement élevée (100 MHz), pourrait perturber l'enregistrement des signaux PS. La figure 3.3a présente deux mesures de signaux PS, sans, puis avec, une mesure de teneur en eau effectuée simultanément. Les deux courbes présentées correspondent à des enregistrements réalisés dans le même milieu, pour une teneur en eau identique (milieu saturé). L'utilisation des sondes de teneurs en eau augmente le bruit haute fréquence des signaux PS, mais ne semble pas provoquer de dérive des électrodes sur une période de mesures allant jusqu'à environ 20 h (Figure 3.3). Notons que tous les câbles utilisés pour relier les électrodes à la centrale d'acquisition sont blindés, et que les tresses de chaque câble sont reliées à la terre (via la centrale d'acquisition), sans quoi le bruit haute fréquence serait probablement de plus grande amplitude. L'ordre de grandeur de celui-ci est de 0.5 mV lorsque la mesure de teneur en eau est effectuée (et $\simeq$ 0.1 mV dans le cas contraire). Les sondes de teneur en eau ont finalement été placées avec un décalage vertical de 5 cm dans la colonne finale, c.à.d au centre de chaque dipôle électrique, afin de limiter leur effet. Cette configuration prend tout son sens dans le fait que chaque dipôle se verra allouer une valeur de teneur en eau, que l'on supposera alors intégrée dans le volume délimité par deux électrodes consécutives.

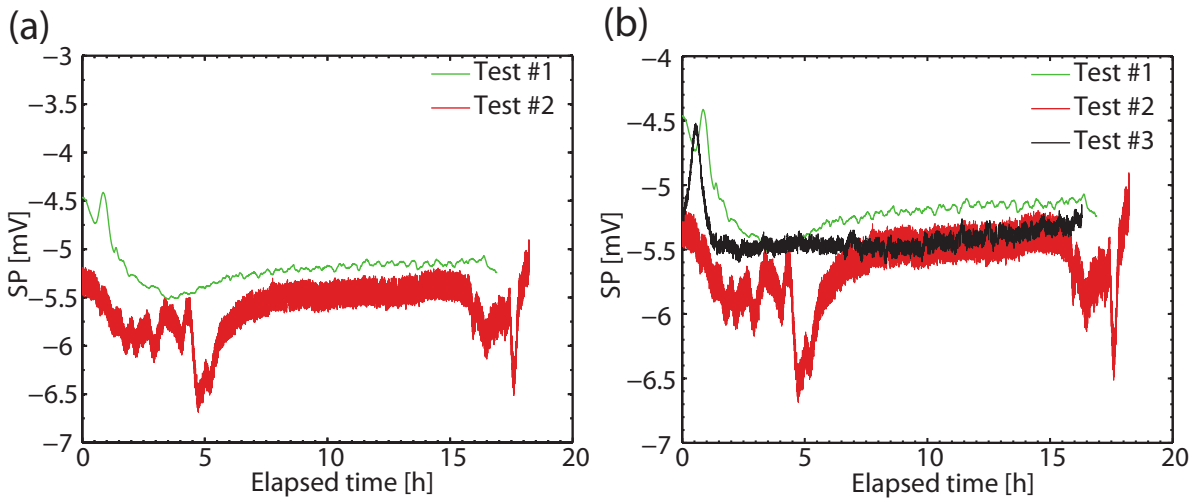


Figure 3.3. (a) Signaux PS tests mesurés sans (courbe verte), puis avec (courbe rouge), une mesure de teneur en eau simultanée. (b) Courbe noire : signaux PS intégrés sur 100 périodes du signal à 50 Hz, ceci permettant la réduction du bruit HF d'un facteur 2.

La centrale d'acquisition utilisée permet d'intégrer tout type de mesure sur un certain temps. Cette intégration consiste en un filtrage numérique moyennant les signaux sur 10, 20, 100 ou 200 périodes du 50 Hz ($T_{50Hz} = 20$ ms), correspondant à une mesure de 200 ms, 400 ms, 2 s ou 4 s. Un compromis doit alors être trouvé entre la durée de mesure relativement importante avec l'intégration maximum (200 périodes $\equiv 4s$), et le rapport signal sur bruit souhaité. En effet, 30 capteurs sont utilisés en tout. Une mesure trop longue pourrait décaler nos observations en temps, particulièrement les signaux PS et les mesures de pressions, et ainsi fausser notre interprétation. Différents essais nous ont mené à intégrer la mesure PS sur 100 périodes du 50 Hz, soit 2 s nécessaires pour chaque dipôle (9 au total $\equiv$ 40 s). Cette opération est suffisante pour améliorer significativement le rapport signal sur bruit, comme le montre la figure 3.3b.

3.1.3 MESURES DE RÉSISTIVITÉ ÉLECTRIQUE LORS D'UN DRAINAGE

3.1.3.1 Mesure en deux points

L'utilité de l'impédancemètre intégré à la chaîne d'acquisition (Figure 3.2) était de mesurer la résistivité électrique au cours des expériences de drainage. Ce paragraphe aborde brièvement quelques uns des nombreux tests réalisés en vue de cette mesure, et présente les difficultés rencontrées. L'idée de départ était d'utiliser les électrodes impolarisables par paires et d'utiliser l'impédancemètre pour mesurer l'impédance complexe aux bornes de chaque dipôle. L'appareil en question injecte le courant nécessaire - courant alternatif de 120 Hz à 1kHz - à la création

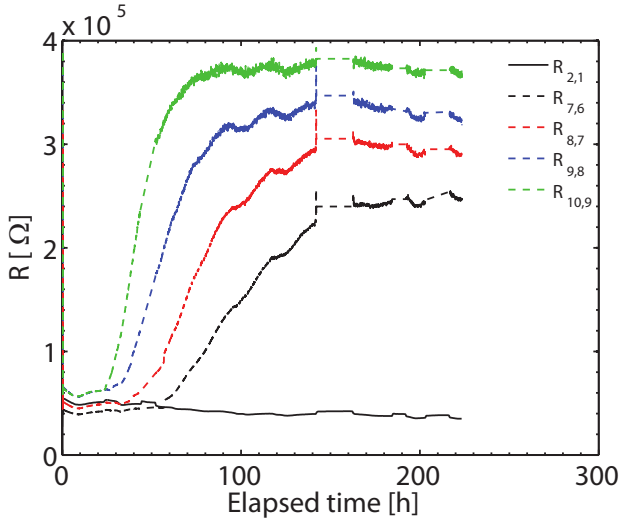


Figure 3.4. Résistances électriques déduites des mesures d'impédance complexe lors de l'expérience #1.

d'une différence de potentiel électrique de 1 V aux bornes du milieu. Connaissant le courant et la différence de potentiels, il permet la mesure du module de l'impédance électrique $|Z|$ et du déphasage φ entre les signaux injecté et mesuré. L'impédance électrique est une grandeur complexe ; la résistance électrique correspond à la partie réelle de Z. La relation entre les deux grandeurs est donnée par : $R = |Z|.cos(\varphi)$ [Ω]. Dans ces conditions, la mesure d'impédance est effectuée en deux points, et n'a pas posé de problèmes majeurs (Figure 3.4). Les résistances obtenues augmentent au cours du drainage. Cette observation est cohérente avec la diminution de la teneur en eau (la phase liquide étant le conducteur dans le milieu poreux). Les valeurs passent de 60 kΩ en milieu saturé, à environ 400 kΩ après 130 h de drainage. Des sauts d'amplitudes très importants, probablement dus à des artefacts, ont été observés et ont été retirés des enregistrements.

Afin d'obtenir des valeurs de résistivités électriques, les résistances doivent être converties par l'intermédiaire d'un facteur lié à la géométrie des électrodes (cf. chapitre 5 pour plus de détails), tel que : $\rho = A.R$ où A est exprimé en mètre. L'hypothèse de départ était que la résistivité globale de la colonne pouvait correspondre à la somme des résisitivités mesurées aux bornes de chaque dipôle. Ceci sous-entend que les "tranches de sables" de 10 cm d'épaisseur, peuvent être assimilées à des résistances en série. Afin de vérifier cette hypothèse, des mesures ont été effectuées en milieu homogène : de l'eau, dont la résistivité électrique est connue. Des couples formés de deux électrodes consécutives ont été utilisés (#2-#1, #3-#2 etc...), ainsi que des dipôles plus grands (#3-#1 ou #5-#3 par exemple). Les dipôles n'étant pas de la même taille,

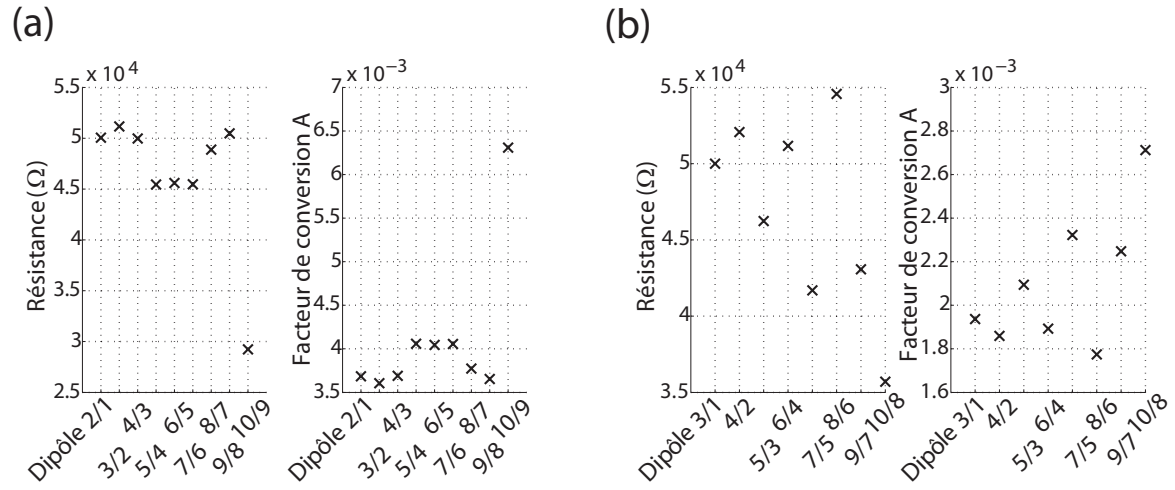


Figure 3.5. (a) Résistances électriques mesurées aux bornes de dipôles formés de deux électrodes consécutives placés dans l'eau, et facteur de conversion A correspondant. (b) Résistances électriques mesurées aux bornes de dipôles (i,i+3) placés dans l'eau, et facteur de conversion A correspondant. La résistivité de l'eau est mesurée à 98 Ω.m.

les résistances mesurées sont différentes. Cependant, le facteur de conversion A, déduit de ces mesures, est différent lui aussi pour chaque dipôle, et malgré l'homogénéité du milieu (Figure 3.5). Ceci rend donc impossible la moindre conversion. L'hypothèse de départ est par la même occasion caduque. La géométrie de la colonne en est probablement responsable. Une hypothèse probable est que le diamètre la colonne (10 cm) soit trop faible devant la longueur du dipôle. Les lignes de courants sont alors déformées par les bords de la colonne, et le courant ne circule pas de façon homogène dans le volume délimité par les électrodes.

3.1.3.2 Mesures en quatre points

Le principe détaillé d'une mesure en quatre points peut être trouvé dans le dernier chapitre de ce mémoire. En une phrase : elle consiste à injecter le courant aux bornes de deux électrodes et à mesurer une différence de potentiel aux bornes de deux autres électrodes. Par exemple, le courant est injecté aux bornes des électrodes #9 et #6 (Fig. 1, section 3.2), et la différence de potentiels mesurée aux bornes des électrodes #8 et #7. En milieu homogène, le résultat est le même que précédemment : le facteur de conversion déduit de ces mesures n'est pas constant.
Un moyen de garantir l'homogénéité du courant, est de l'injecter sur toute la surface de la colonne. Pour se faire, deux électrodes circulaires (tamis en inox) ont été placées à chaque extrémité de celle-ci. Ainsi, les lignes de courants sont en théorie toute verticales, parallèles entre elles, et

la densité de courant J est constante quelque soit la position dans la colonne. A nouveau, deux difficultés expérimentales se sont posées. La colonne de sable faisant 1.3 m de haut, sa résistance lorsque le milieu est saturé est de l'ordre de 1 MΩ, et quasiment 10 MΩ à la fin d'un drainage. Malgré l'utilisation d'un module source de 50 Volts, nous ne sommes pas parvenus à injecter un courant suffisant pour garantir une mesure correcte de résistance.
Un moyen permet malgré tout de mesurer correctement la résistivité électrique dans cette colonne. Celui-ci consiste à mesurer la résistance uniquement entre des tamis circulaires placés dans le sable, à des distances raisonables les uns des autres (de l'ordre de 10-20 cm). Un test effectué dans un modèle réduit de la colonne a montré l'efficacité de cette méthode. Malheureusement, celle-ci n'a pu être appliquée à temps à la grande colonne.

3.1.4 CALIBRATION DES SONDES DE TENEUR EN EAU

Figure 3.6. Sonde de teneur en eau

La majorité des sondes, utilisées sur le terrain ou en laboratoire, et référencées dans la littérature sont basées sur une mesure capacitive ou sur le principe d'une sonde TDR (Time Domain Reflectometry, (Topp *et al.*, 1980)). Les sondes utilisées ici ne sont pas basées sur une mesure purement capacitive, ou purement temporelle comme les sondes TDR. Celles-ci, développées par Δ-T devices Inc., effectuent une mesure d'impédance. Le principe de fonctionnement est détaillé par (Gaskin and Miller, 1996). Un courant électrique d'une amplitude donnée y est généré puis se propage dans le pic central de la sonde (Figure 3.6), les trois autres pics servant de blindage. Ce signal est réfléchi au bout du pic, et le coefficient de réflexion est ensuite relié à l'impédance du milieu. La hauteur de sable intégrée par la mesure est de l'ordre 6-7 cm. La sonde ne transmet pas directement une valeur de θ mais une tension, d'où la nécessité d'un étalonnage. La procédure d'étalonnage a été réalisée dans un modèle réduit de la colonne de 30 cm de haut, conservant la même géométrie. Neuf mélanges sable/eau ont été préparés par pesée afin de contrôler leur teneur en eau. Les dix sondes ont ensuite été étalonnées indépendamment pour chaque mélange. La figure 3.7 présente la relation *tension de sortie / teneur en eau* obtenue. La meilleure loi correspondant à ces mesures est une loi en puissance :

$$\theta = \left(\frac{V_{output} - b}{a} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.1}$$

où V_{output} la tension de sortie de la sonde en Volts et a, b deux coefficients ajustés. Par la suite, les mesures seront converties en utilisant une loi spécifique pour chaque sonde, car les coefficients a et b obtenus sont légèrement différents d'une sonde à l'autre.

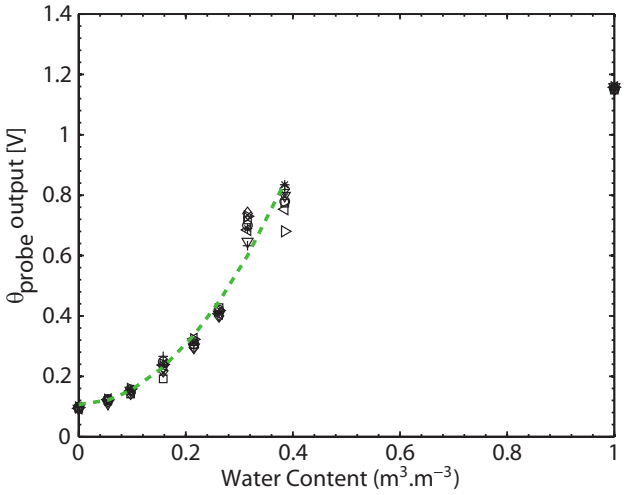


Figure 3.7. Calibrations des sondes de teneurs en eau. Neuf mélanges sable/eau sont utilisés, dans une gamme telle que $\theta = [0; \theta_s]$. Les symboles représentent la compilation de toutes les mesures de tension $[V]$, et la ligne pointillée verte le meilleur modèle de calibration trouvé. Le point à $\theta = 1$ correspond à une mesure effectuée dans l'eau.

Les paramètres de chaque sonde déduits de leur étalonnage sont rapportés en Annexe B. L'étude des résidus entre le modèle et les calibrations nous permet d'estimer l'incertitude sur la mesure de S_w à environ 5%.

3.1.5 MESURES DE PRESSIONS D'EAU

Les pressions d'eau sont mesurées à l'aide de capteurs de pression piezoresistif (33 et 35xx, Keller Inc.). Chaque capteur est vissé sur le coté de la colonne à l'aide d'un cylindre de plexiglass rempli d'eau. Cette eau permet à la membrane de chaque capteur d'être en contact avec l'eau du milieu poreux par l'intermédiaire d'une bougie poreuse saturée en eau (placée au bout de chaque cylindre, cf. Fig. 1 section 3.2). Ces capteurs, munis d'un convertisseur analogique/numérique, convertissent directement la pression en hauteur d'eau. La pression mesurée est la pression d'eau p_w ou Φ_p (cf. chapitre 2), et non la pression capillaire. Ils sont donc au préalable mis à zéro à pression atmosphérique. Par exemple, à l'équilibre hydrostatique, le capteur situé à 10 cm (en dessous) du haut de la colonne, renverra une valeur de pression h de 10 cm, soit $p_w \simeq 10^3$ Pa. L'erreur de mesure des capteurs fournie par le constructeur est inférieure à 1 cm. L'intégrité de la mesure de pression est garantie tant que la pression de l'eau n'est pas inférieure à -0.7 bar ou supérieure à 0.7 bar (soit 7 m de colonne d'eau), et qu'aucune bulle d'air ne pénètre dans la bougie. Dans ce cas, le capteur "décroche" est renvoie une pression nulle instantanément (Figure

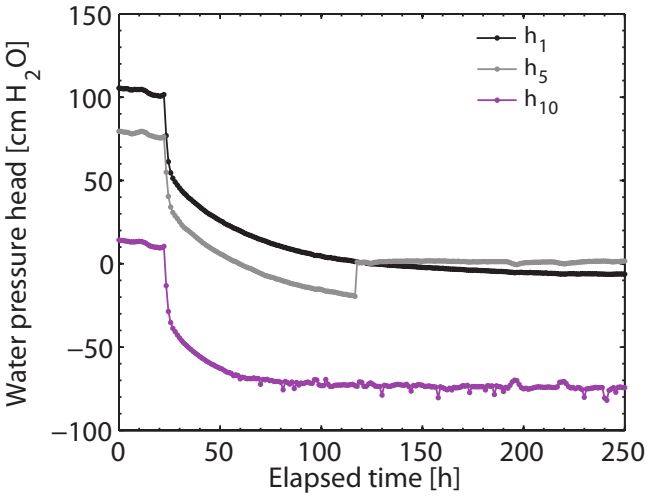


Figure 3.8. Exemple d'une mesure de pression lors du décrochage d'un capteur (h_5) au cours de l'expérience #1. De l'air s'insère dans la bougie poreuse ; le capteur mesure alors une différence de pression nulle avec la pression atmosphérique et renvoie $p_w = 0$.

3.8).

3.2 ARTICLE : STREAMING POTENTIAL DEPENDENCE ON WATER-CONTENT IN FONTAINEBLEAU SAND

Nous présentons dans cette section un article publié dans *Geophysical Journal International* en 2010. Après avoir brièvement rappelé les bases théoriques des phénomènes d'électrofiltration ainsi que les quelques modèles proposés dans la littérature pour décrire le comportement du coefficient d'électrofiltration en milieux non-saturés, le dispositif expérimental y est présenté et le protocole expérimental détaillé. Deux expériences de drainage ayant des conditions d'écoulement très proches y sont traitées. Les mesures hydrodynamiques sont d'abord présentées afin de caractériser l'écoulement. Puis, les mesures de potentiels d'électrofiltration brutes ainsi que les courbes de coefficients d'électrofiltration sont représentées en fonction du temps et de la saturation en eau. Ces mesures sont ensuite confrontées aux modèles proposés dans la littérature, et une approche empirique conclut l'interprétation des signaux expérimentaux en fonction de la teneur en eau.

Geophysical Journal International

Geophys. J. Int. (2010) doi: 10.1111/j.1365-246X.2010.04716.x

Streaming potential dependence on water-content in Fontainebleau sand

V. Allègre,[1] L. Jouniaux,[1] F. Lehmann[2] and P. Sailhac[1]

[1] *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UdS-CNRS UMR* 7516 *Université de Strasbourg,* 5 *rue rené Descartes,* 67084 *Strasbourg, France. E-mail: vincent.allegre@unistra.fr*

[2] *Laboratoire d'Hydrologie et de Géochimie de Strasbourg, UdS-CNRS UMR* 7517 *Université de Strasbourg,* 1 *rue Blessig,* 67000 *Strasbourg, France*

Accepted 2010 June 26. Received 2010 June 25; in original form 2009 October 7

SUMMARY

The electrokinetic potential results from the coupling between the water flow and the electrical current because of the presence of ions within water. The electrokinetic coefficient is well described in fluid-saturated media, however its behaviour under unsaturated flow conditions is still discussed. We propose here an experimental approach to investigate streaming potential variations in sand at unsaturated conditions. We present for the first time continuous records of the electrokinetic coefficient as a function of water content. Two drainage experiments have been performed within a column filled with a clean sand. Streaming potential measurements are combined with water pressure and water content measurements every 10 cm along the column. In order to model hydrodymanics during the experiments, we solve Richards equation coupled with an inverse problem to estimate the hydraulic parameters of the constitutive relations between hydraulic conductivity, water pressure and water content. The electrokinetic coefficient C shows a more complex behaviour for unsaturated conditions than it was previously reported and cannot be fitted by the existing models. The normalized electrokinetic coefficient increases first when water saturation decreases from 100 to about 65–80 per cent, and then decreases as the water saturation decreases, whereas all previous works described a monotone decrease of the normalized electrokinetic coupling as water saturation decreases. We delimited two water saturation domains, and deduced two different empirical laws describing the evolution of the electrokinetic coefficient for unsaturated conditions. Moreover, we introduce the concept of the electrokinetic residual saturation, $S_w^{r,ek}$, which allows us to propose a new model derived from the approach of the relative permeability used in hydrodynamics.

Key words: Electrical properties; Hydrogeophysics; Hydrology; Permeability and porosity; Fracture and flow.

1 INTRODUCTION

The self-potential (SP) method is a passive geophysical method based on the natural occurrence of electric fields on the Earth's surface. The SP anomalies are usually explained by the electrokinetic, electrochemical and thermoelectric effects (Marshall & Madden 1959). Therefore, the SP method has been used for a variety of geophysical applications. The SP method has been used to image contaminant plumes (Naudet *et al.* 2003), and to detect salt concentration fronts (Maineult *et al.* 2004, 2005). Numerous SP observations are interpreted through the electrokinetic coupling, for instance to characterize geothermal and volcanic areas (Finizola *et al.* 2002, 2004). However, the electrokinetic origin involved to explain the positive SP anomalies observed on active volcanoes is still under debate (Ishido 2004; Onizawa *et al.* 2009).

Recent models on electrokinetics have been proposed for reservoir geophysics and petroleum investigations (Jackson 2008; Saunders *et al.* 2008), and self-potentials have been monitored during hydraulic tests in boreholes (Marquis *et al.* 2002; Darnet *et al.* 2006; Maineult *et al.* 2008). Moreover recent developments allow us to use SP measurements in boreholes as an electrical flowmeter (Pezard *et al.* 2009). The electrokinetic coupling is also directly involved in seismo-electromagnetic effects (Pride 1994; Garambois & Dietrich 2001, 2002; Bordes *et al.* 2006; Strahser *et al.* 2007; Bordes *et al.* 2008).

For hydrological applications, Bogolovsky & Ogilvy (1970) described a method to infer water table variations from self-potential measurements. Moreover, the inversion of SP observations can yield an estimate of the vadose zone hydraulic properties (Gibert & Pessel 2001; Sailhac & Marquis 2001; Darnet *et al.* 2003; Sailhac *et al.* 2004; Titov *et al.* 2005). However, inferring a firm link between SP intensity and water flux (Jouniaux *et al.* 1999; Doussan *et al.* 2002; Darnet & Marquis 2004) or deformation (Jouniaux *et al.* 1994; Henry *et al.* 2003) is difficult, although it has been proposed to predict permeability using electrokinetic theory (Glover *et al.* 2006; Glover & Walker 2009).

© 2010 The Authors
Journal compilation © 2010 RAS

Electrokinetic contribution to self-potentials takes its origin in the electrical double-layer (EDL), or electrical triple-layer (Davis *et al.* 1978), which is located at the electrolyte/grain interface of a saturated porous media. This concept has been first introduced by Stern (1924), and then modelled and improved by electrochemists (Overbeek 1952; Dukhin & Derjaguin 1974). The electrokinetic coefficient is defined as the ratio between the macroscopic induced electrical potential and the driving pore pressure. Indeed the water flow carries the ions present in the water and can induce an electrical current. The electrokinetic coefficient depends on some fluid parameters, as electrical conductivity and dynamic viscosity, and on the so-called zeta potential (ζ) (Smoluchowski 1905), which is the electrical potential at the shear plane of the EDL. Its understanding is crucial for electrokinetics. The ζ potentials inferred from streaming potential measurements on crushed samples have been reported as a function of pH (Ishido & Mizutani 1981; Hase *et al.* 2003), temperature (Ishido & Mizutani 1981; Tosha *et al.* 2003), and mineral composition (Massenet & Pham 1985; Morgan *et al.* 1989; Pozzi & Jouniaux 1994; Guichet *et al.* 2006). The influence of the fluid electrical conductivity has also been investigated (Pride & Morgan 1991; Lorne *et al.* 1999a; Jouniaux *et al.* 2000). It is usually reported that variations of electrical conductivity from 0.001 to 1 S m^{-1} induces a three orders of magnitude change of the electrokinetic coefficient.

However, the variation of the electrokinetic coefficient with saturation is still discussed and not yet understood. The interpretation of SP observations applied to reservoir geophysics requires a good estimation of the electrokinetic coefficient in unsaturated conditions (Jackson 2008; Maineult *et al.* 2008). Moreover the influence of water content on seismoelectromagnetics is still not known. Experimental measurements on streaming potentials as a function of water content within sand showed that the electrokinetic coefficient decreases when water saturation decreases (Guichet *et al.* 2003) and showed that this coefficient is roughly linearly dependent on the effective water saturation. Perrier & Morat (2000) suggested a model in which the electrokinetic coefficient is dependent on a relative permeability model. Linde *et al.* (2007) and Revil *et al.* (2007) proposed a theoretical model describing the electrokinetic coefficient, based on a relative permeability model too. These two models suggest that the electrokinetic coefficient decreases with decreasing water saturation, however its dependence on water saturation was not found to be linear. Recently Jackson (2008) suggested that the electrokinetic coefficient depends on water saturation as a power law. Few experimental studies have been published on this subject. Since continuous records of the electrokinetic coefficient as a function of water saturation have not been published, to our knowledge, we developed an experimental setup which allows to acquire several independently continuous records of the streaming potential as a function of water saturation. We discuss our results in light of the previous available models and experimental data.

Unsaturated flow occurring in the vadose zone are relatively complex and depends on parameters such as water pressure, water content and hydraulic conductivity. Moreover, both the retention relation, which links water pressure to water content (Brooks & Corey 1964), and the relation between hydraulic conductivity and water content (Mualem 1976a) are strongly non-linear. The equation describing variations of these hydraulic parameters and water flow in unsaturated conditions was proposed by Richards (1931). The understanding of the hydrodynamics is essential before undertaking the study of the electrokinetic coefficient in unsaturated conditions.

In this work, several drainage experiments were performed, monitoring streaming potentials, water pressure, water content, and cumulative outflow in sand. Using the water pressure and the water-content measurements, we deduced the hydrodynamic parameters of the retention model and hydraulic conductivity model by inversion. Then the water pressure was calculated with a better signal to noise ratio than the measured one. The electrokinetic coefficient was deduced from the streaming potential measurements and from the computed total water pressures as a function of the measured water-content.

2 THEORETICAL BACKGROUND

2.1 Electrokinetic phenomena

Using near-equilibrium thermodynamics (Onsager 1931), and neglecting temperature and concentration gradients, one can write coupling relations which link both the macroscopic electrical (**J**) and hydrological (**q**) fluxes to their driving forces; the macroscopic electrical potential gradient, ∇V (V m^{-1}) and the macroscopic total water pressure gradient ∇P (Pa m^{-1}),

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla V \\ \nabla P \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Analysing eq. (1), the Ohm's law implies $L_{11} = \sigma_r$, with σ_r the bulk electrical conductivity (S m^{-1}). Moreover, Darcy's law implies $L_{22} = k/\eta_w$, where k (m^2) is the permeability of the medium and η_w (Pa s) the dynamic viscosity of the fluid. The streaming current associated with the driving pressure through the electrokinetic coupling, is induced by an excess of charges in the diffuse part of the EDL. The electrokinetic coupling L_{12} is related to the electrokinetic coefficient C (V Pa^{-1}) as $L_{12} = -C\sigma_r$ (A Pa^{-1} m^{-1}). If the porous medium is water saturated, C will be written as C_{sat}. Consequently, the coupled equation for the electrical current density can be written

$$\mathbf{J} = -\sigma_r \nabla V + C_{sat}\sigma_r \nabla P. \tag{2}$$

One can write the conservation of the electrical current density,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{3}$$

with ρ the surface charge density (C m^{-2}). For geological materials, one classically assume steady-state with $\partial\rho/\partial t = 0$, thus there remains only the left-hand term of eq. (2), with divergence operator $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$. Therefore, using eq. (2) and integrating eq. (3) in the case of a unidirectional flow through a cylindrical saturated porous capillary, one can derive the well-known Helmholtz–Smoluchowski (Smoluchowski 1905) relation of the saturated electrokinetic coefficient

$$C_{sat} = \frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \zeta}{\eta_w \sigma_w} \tag{4}$$

with the fluid electrical permittivity $\epsilon_0\epsilon_r$ (F m^{-1}), the fluid dynamic viscosity η_w (Pa s), the fluid electrical conductivity (S m^{-1}) and ζ (V), the zeta potential described as the electrical potential inside the EDL at the shear plane. The electrokinetic coefficient can be deduced by applying a driving pressure and by measuring the induced electrical potential. The total water pressure P (Pa) must be considered as the combination of capillary and gravity effects: $P = \rho_w g(h - z)$, where ρ_w is the density of the fluid (kg m^{-3}), g is gravity (m s^{-2}), h is the pressure head (m) and z is the elevation (m).

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

2.2 Unsaturated flow equations

Considering the mass conservation equation and general form of Darcy's law in 1-D leads to the mixed form of Richards equation (Richards 1931), which describes unsaturated water flow in a porous medium,

$$\frac{\partial\theta(h)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}\left[K(h)\frac{\partial h}{\partial z} - K(h)\right] = 0, \tag{5}$$

where h is the pressure head (m), K is the hydraulic conductivity ($\mathrm{m\,s^{-1}}$) as a function of θ or h, t is time (s) and z the distance from the reference altitude (m). The vertical coordinate z is defined to be positive downward, and the reference elevation is set so that $z = 0$ corresponds to the top of the column. The symbol θ represents the volumetric water content (or moisture content) ($\mathrm{m^3\,m^{-3}}$).

Hydraulic conductivity and pressure head depend non-linearly on water content. The $\theta(h)$ and $K(\theta)$ relations are assumed respectively using the Brooks & Corey (1964) model,

$$Se = \frac{\theta - \theta_\mathrm{r}}{\theta_\mathrm{s} - \theta_\mathrm{r}} \begin{cases} \left(\frac{h_a}{|h|}\right)^{\lambda}, & \text{if } \frac{h_a}{|h|} < 1 \\ 1\,, & \text{if } \frac{h_a}{|h|} > 1 \end{cases} \tag{6}$$

and the Mualem (1976a) model,

$$K(S_\mathrm{e}) = K_\mathrm{s}.{S_\mathrm{e}}^{L+2+\frac{2}{\lambda}} \tag{7}$$

with S_e the effective water saturation defined by,

$$S_\mathrm{e} = \frac{\theta - \theta_\mathrm{r}}{\theta_\mathrm{s} - \theta_\mathrm{r}} \tag{8}$$

or by,

$$S_\mathrm{e} = \frac{S_\mathrm{w} - {S_\mathrm{w}}^r}{1 - {S_\mathrm{w}}^r}. \tag{9}$$

In eq. (6), $\theta_\mathrm{s} = \phi$ is the water content in saturated conditions with ϕ the porosity, and θ_r is the residual water content which represents the water fraction adsorbed to the matrix grains when the medium becomes highly unsaturated. The parameter K_s is the hydraulic conductivity at saturation [$\mathrm{m\,s^{-1}}$], S_w is the water saturation, and is linked to the water content by: $S_\mathrm{w} = \theta/\phi$. Thus the residual adsorbed water saturation is defined as ${S_\mathrm{w}}^r = \theta_\mathrm{r}/\phi$. The air entry pressure is h_a [m], which characterize the threshold pressure for water content to begin to decrease during a drainage. The parameter λ is an hydrodynamic parameter depending on the pore size distribution, which classically varies from 0.9 to 3.2 for sands (Haverkamp *et al.* 1998, personal commumnication; Haverkamp *et al.* 2005; Leij *et al.* 2005). The parameter L of the eq. (7) takes into account the correlation between the pore size and flow tortuosity, it is chosen at $L = 0.5$ which is a classical value in the literature (Mualem 1976a).

Boundary conditions must be applied to Richards equation at the top and the bottom of the system. For the high and low extremity of the profile, which is a vertical 1-D cylindrical column of sand, the following boundary conditions on pressure head (Dirichlet) and flux (Neumann) can be assumed,

$$h(z,t) = h_D(t) \;\text{ or }\; \left(-K(h)\frac{\partial h}{\partial z} + K\right)_{z=0,l} = q_N(t) \tag{10}$$

with z equal to zero or l (the length of the profile). The variables $h_D(t)$ and $q_N(t)$ are respectively the imposed pressure head and net flux. A zero flux (at the top) and an imposed pressure head (at the bottom) are used as boundary conditions in the inversion process for both experiments presented in this paper.

The mixed form of the Richards equation is solved by the standard Galerkin finite element method (Pinder & Gray 1977) with a fully implicit scheme in time. The system of equations obtained is highly non-linear. To linearize the equations, the Newton method described in Lehmann & Ackerer (1998) is used.

The inverse problem is solved following a non-linear optimization process. The objective function to be minimized is defined in eq. (11). This function is the difference between measured and computed pressure head at each iteration, respectively h_i^{n+1} and $\hat{h}_i^{n+1}$, and/or water content θ_i^{n+1} and $\hat{\theta}_i^{n+1}$.

$$\begin{aligned}\mathcal{O}(\mathbf{p}) = &\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{N_m} w_{ih}^{n+1}\left[h_i^{n+1} - \hat{h}_i^{n+1}(\mathbf{p})\right]^2 \\ &+ \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{N_m} w_{i\theta}^{n+1}\left[\theta_i^{n+1} - \hat{\theta}_i^{\,n+1}(\mathbf{p})\right]^2.\end{aligned} \tag{11}$$

The vector $\mathbf{p}$ represents adjusted parameters of the model, h_i^{n+1} and θ_i^{n+1} are the measured pressure head and water content at location i and time $n+1$ respectively. The pressure head and water content $\hat{h}_i^{n+1}$ and $\hat{\theta}_i^{\,n+1}$ are the computed model at iteration i and time $n+1$. Differences between measurements and models are computed in a least-square sense, and weight functions w_{ih} and/or $w_{i\theta}$ are also added. For more details on both forward and inverse problem process mentioned here, see Lehmann & Ackerer (1998) and Hayek *et al.* (2007). We used this approach to inverse the water pressure and the water-content measurements in order to deduce the unknown hydraulic parameters introduced by eqs (6) and (7). Hopmans *et al.* (2002) explained that pressure measurements during a drainage experiment allow a good estimation of these hydraulic parameters in the inverse approach, without knowing K_s or θ_s. In contrast, they added that these two parameters should be measured and known in the case of measuring only the cumulative water outflow without any pressure measurements. The total water pressures, ΔP are obtained from differences of water pressures, h. The uncertainty on water pressure measurements is almost 1 cm (in terms of water height) or 100 Pa. This uncertainty is too large to infer total water pressure differences (which are only 600 Pa of maximum amplitude in our case) with a good signal to noise ratio. Thus, the computed water pressures, which show a better signal to noise ratio, were used to calculate the total water pressure P. Hence, the electrokinetic coefficients were deduced from the streaming potential measurements and from computed total water pressure in Section 4.2.

2.3 Electrokinetic coefficient in unsaturated conditions

Since the electrokinetic equations were developed in saturated conditions, the effect of water content on the electrokinetic coupling is still in debate. Sprunt *et al.* (1994) showed that the streaming potential could be enhanced when bubbles are flowing within the water. It was first proposed that the electrokinetic coefficient was inversely proportional to the effective saturation with a power n, meaning that the electrokinetic coefficient decreases with increasing water saturation (Revil *et al.* 1999a; Darnet & Marquis 2004; Sailhac *et al.* 2004). Then the first experimental study on the electrokinetic coefficient behaviour in unsaturated conditions was reported by Guichet *et al.* (2003). In their work, several drainage experiments were carried out by injecting inert gas into a 1 meter long column filled with water saturated Fontainebleau sand, and streaming potentials and water content were monitored. Their study showed, contrary to predictions, that the electrokinetic coefficient linearly increases

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

with the effective water saturation S_e,

$$C(S_w) = C_{sat} S_e \tag{12}$$

with C_{sat}, the saturated electrokinetic coefficient.

Then Perrier & Morat (2000) suggested that the electrokinetic coefficient depends on a relative permeability model k_r,

$$C(S_w) = C_{sat} \frac{k_r}{{S_w}^n} \tag{13}$$

with k_r a relative permeability model defined as: $k_r = ((S_w - 0.1)/0.9)^2$ (Adler *et al.* 1997), and assuming that the relative electrical conductivity is equal to S_w^n. The parameter n is the Archie saturation exponent (Archie 1942), and is assumed to be 2 by Perrier & Morat (2000). This exponent has been observed to be about 2 for consolidated rocks and in the range $1.3 < n < 2$ for coarse-texture sand (Schön 1996; Guichet *et al.* 2003; Lesmes & Friedman 2006). Note that the use of Archie's law is valid in the absence of surface electrical conductivity.

Recently a new formulation including another relative permeability model was proposed by (Revil *et al.* 2007),

$$C(S_w) = C_{sat} \cdot \frac{k_r}{{S_w}^{n+1}} \tag{14}$$

assuming that the charge density of the pore space is inversely proportional to the water saturation S_w, and considering the similar behaviour of hydraulic and electrical conductivity for unsaturated conditions. The Mualem relative permeability k_r (Mualem 1976a), introduced by eq. (7), is chosen with $L = 1$ instead of $L = 0.5$.

Recently (Saunders *et al.* 2008) proposed a power law to describe the behaviour of the unsaturated relative electrokinetic coefficient during imbibition,

$$C_r(S_w) = {S_{wn}}^{n_s}. \tag{15}$$

This relation, where n_s is a positive exponent between 0.01 and 1, was used in a numerical calculation to compute downhole SP monitoring during the injection of water in oil reservoirs. This expression depends on a particular normalized water saturation given by,

$$S_{wn} = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{ro}} \tag{16}$$

with S_{wc} and S_{ro}, the connate water saturation and oil saturation respectively. Eqs (15) and (16) imply the maximum of the relative electrokinetic coefficient to be around $S_w = 80$ per cent which had never been reported by experimental studies or theoretical developments up to now. In the present work, only two different phases (water and air) are considered, so that the eq. (16) would be strictly equivalent to effective water saturation, $S_{wn} = S_e$.

3 EXPERIMENTAL SETUP

Several drainage experiments in sand were performed using the experimental apparatus depicted in Fig. 1. During water flow, streaming potentials are monitored, as well as water pressure, water content, temperature and cumulative outflow. Streaming potentials are measured using 10 non-polarizable silver–silver chloride electrodes placed every 10 cm along the column. Each electrode rod is put into a porous ceramic cup (of 6 mm diameter and 28 mm length), filled with deionized water, which is in contact with the porous medium. These cups remain saturated until a pressure less than 0.1 MPa (or 1 atm) is applied, so that the cups remain electrically conducting. Therefore streaming potential measurements are still possible when the sand is unsaturated. The experimental setup consists of a 1.3 m long and 10 cm diameter plexiglass column. Each SP difference is measured between one electrode and the reference one, located at the bottom of the column. A pressure transmitter is located in the centre of each of the nine dipoles formed by each pair of consecutive electrodes. These sensors (33 and 35xx, Keller Inc.) are floating piezoresistive transducers, and measure water pressure from –0.07 to 0.07 MPa with almost 100 Pa accuracy. Moreover, water content measurements are combined to water pressure, at the same locations along the column, in order to monitor the dynamic of the water flow. Water content is measured using Theta probes ML2x (Δ-T Devices Ltd.) which are based on medium impedance measurements (Gaskin & Miller 1996). All Theta probes were calibrated using a scale-down of the column, with exactly the same geometry, using nine sand/water mixtures prepared in the whole range of water content (from 0 to θ_s with step of 0.05). Then a calibration model linking the weighted water content to the measured voltage output of the nine probes was deduced. We had also planned to measure the electrical resistivity each 10 cm along the column. Unfortunately all tests performed up to now could not allow us to deduce a correct relation which links the measured electrical resistance and the true resistivity of the medium. We measured the electrical resistivity as a function of water content by a weighting method to deduce the Archie saturation exponent n, as explained in Appendix B.

We adopt the following protocol for each drainage experiment.

(i) The column was first filled with Fontainebleau sand (Sifraco NE34) saturated with deionized water. As deionized water has a low conductivity, its conductivity increases when it is in contact with the sand. Therefore, the water was forced to circulate through the sand until its conductivity reached a constant value (reported in Table 3), so that the mixture water/sand could be considered in chemical equilibrium.

(ii) Before the drainage begins, a reservoir connected to the bottom of the column (see R1 in Fig. 1) was placed at the top level of the column. Thereby, both the sand surface and the surface of water in the reservoir represent of a free pressure surface, so that the medium is in hydrostatic state.

(iii) To start the drainage, the reservoir was moved downwards at the bottom of the column. Thus a hydraulic head difference was applied to the medium at around 1 m of water height which induces the fluid flow. After each experiment, a sample of water was collected to measure its pH and electrical conductivity.

The sand was packed as uniformly as possible, and the most heavily possible in laboratory (see Appendix A). Moreover several drainage are performed before any measurements. Unfortunately no method exists to reproduce the structure of an undisturbed soil. Packing of the column depends on the method used, on the operator and on the scale of the column (Corey 2002). During the whole experiment, until water outflow stopped, streaming potentials, water pressure and water content were recorded every 80 s using a HP34970A switch unit (Agilent Technologies) coupled with a HP34901a multiplexer module, remotely controlled by a computer. This unit provides a internal impedance greater than 10 GΩ. Electrical potential differences were also integrated on 100 periods of the 50 Hz signal, so that each measurement was performed over 2 s. This averaging allows the automatic rejection of the 50 Hz anthropogenic electrical noise. We detailed in Appendix A the tests that we performed to ensure that we have measured correctly the streaming potentials. In the next part we will present all the signals measured as a function of time. In addition, petrophysical characteristics of the sand are reported in Table 1. We discuss in this paper two experiments: the first one lasted about 200 hr, and the second one 300 hr. These

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

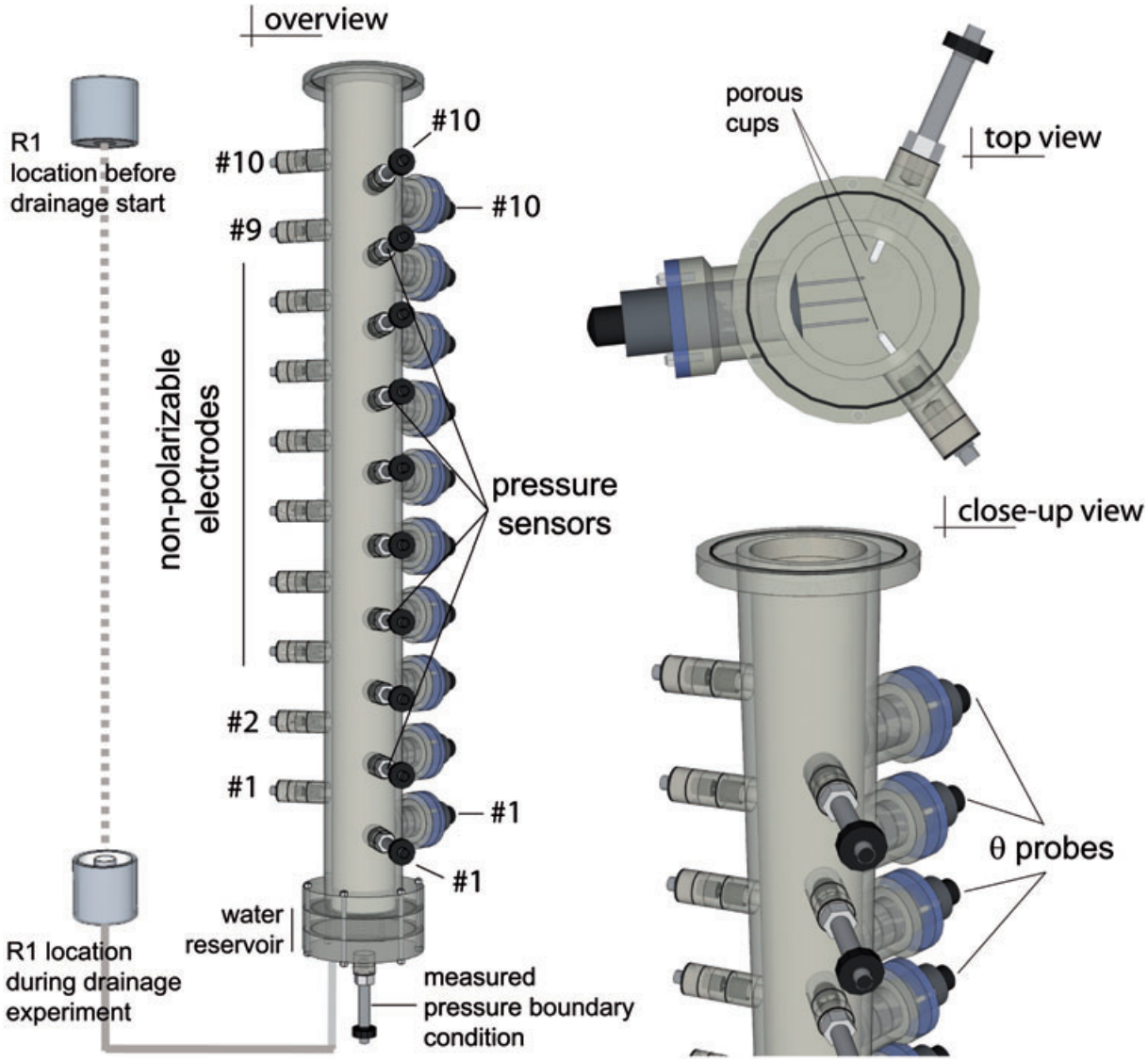


Figure 1. Sketch of the experimental setup. The plexiglas column is 10 cm diameter and 1.3 m height. Ten non-polarizable electrodes are located every 10 cm along the column. The water reservoir R1 is used to apply the pressure condition at the bottom of the column. A pressure sensor monitors this boundary condition during the experiment.

Table 1. Petrophysical characteristics of the sand.

ϕ (–)	Grains size (μm)	q_{25}, q_{60}, q_{75} (μm)	SiO_2 (per cent)	Others components (per cent)
0.36–0.37	100–300	247, 220, 165	>99.7	<0.3

experiments allowed us to obtain independently seven continuous records for the behaviour of the electrokinetic coefficient versus water saturation.

4 EXPERIMENTAL RESULTS

4.1 Hydrodynamic measurements

Water pressures and water-content measurements were used to estimate the hydraulic parameters of the sand K_s, h_a, λ, θ_s and θ_r using the numerical scheme described in Section 2 (eqs 6 and 7). Before drainage starts ($t \simeq 20$ hr), when the medium is still in hydrostatic equilibrium, a 10 cm pressure head shift between each sensor is observed (see Fig. 2a). The dashed and solid lines are the results of the inversion process and fit the measured water pressure head quite well. Measured water saturations begin to decrease one after the other during the drainage, as time progresses (see Fig. 2b). This time shift is related to the air entry pressure, defined as h_a, so that a pressure head around -40 cm is required before the water content begins to decrease. The time axis should be interpreted as representing the direction of decreasing water saturation. Thus, curves in Fig. 2(b) characterize the water front propagation within the column, and consequently informs us about the flow dynamics of the experiment. Estimated values for K_s, h_a, λ, θ_s and θ_r are reported in Table 2. Measured value of K_s is also reported in

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

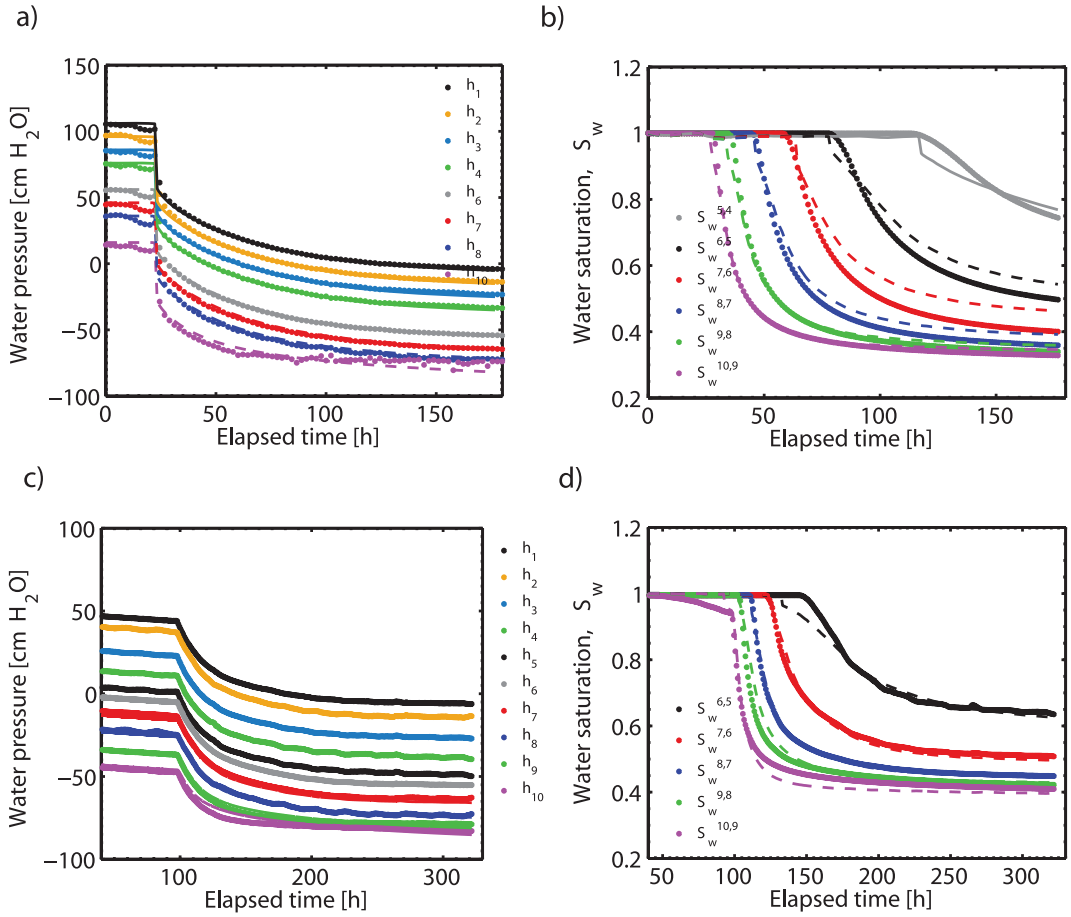


Figure 2. Measured (dots) and computed (lines) water pressure head (expressed in water height) for experiment #1 (a) and experiment #2 (c). Indice #1 of h_1 indicates the measurement at the bottom and indice #10 the one at the top of the column. Measured (dots) and computed (lines) water saturation for experiment #1 (b) and experiment #2 (d). Exponent i of each $S_w{}^i$ indicates the location of the θ probe inside the column. Drainage started at 22 hr for experiment #1 and 95 hr for experiment #2.

Table 2. Hydrodynamic parameters values deduced from the inversion process.

Experiment	K_s ($\times 10^{-5}$) (m s^{-1})	K_s^{meas} ($\times 10^{-5}$) (m s^{-1})	h_a (m)	λ	θ_r	θ_s (m^3 m^{-3})	$S_w{}^r$ (–)
1	1.65	17.2	0.4	3.88	0.11	0.355	0.305
2	2.72	17.2	0.45	3.65	0.12	0.358	0.33

Notes: The $S_w{}^r$ values are deduced from θ_r through $S_w{}^r = \theta_r/\phi$. The K_s^{meas} is the measured permeability of our sand. The saturation Archie exponent is measured $n = 1.45$.

Table 2. It is slightly greater than the computed K_s considering that the permeability range is over 22 orders of magnitude, and still in the classical range for sandy texture soils (Carsel & Parrish 1988). Using measured value or inverted value of K_s lead to the same results for the calculated pressures during the drainage experiments, and fit the measured pressures. The results are in good agreement with classical values in the literature for this kind of medium (Rawls *et al.* 1982). Figs 2(c) and (d) show the results for the second experiment. The similarity of the estimated values of K_s, h_a and λ let us conclude that the two experiments are very similar in terms of hydrodynamics. The estimated values of λ are significantly higher than values introduced in Section 2.2. Using the technical specifications of the sand, we can compute the Trask (or sorting) index S_o and the Hazen (or uniformity) coefficient C_u (Rivière 1977). This calculation requires the quantile q_{25}, q_{60} and q_{75} of the granulometric curve, and gives information on granulometric caracteristics of the sand. We found $S_o = 1.22$ and $C_u = 1.46$ demonstrating that the grain size is very well sorted (monodisperse), resulting in relatively high values of λ.

4.2 Electrokinetic measurements

Streaming potentials are measured between one electrode and the reference (electrode #1, see Fig. 1). As for water-content measurements, a time-shift is observed between the beginning of the decrease of each record. Water content measurements were assumed to be integrated over a volume delimited by two consecutive non-polarized electrodes forming a dipole because each water content probe is located in the middle of a dipole. Thus the entire column can be divided into nine different horizontal layers 10 cm high, in which measured streaming potential, measured and computed total water pressure differences and measured water saturations are known as a function of time. Streaming potential differences for each dipole were inferred from the raw measurements, for the top-five layers

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

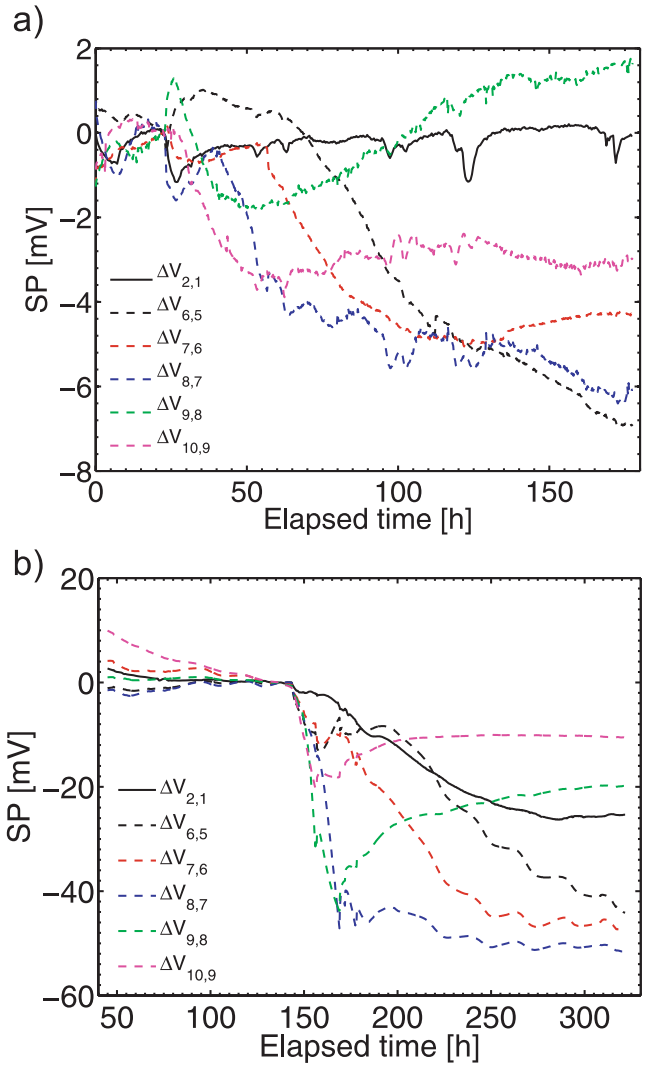


Figure 3. The streaming potentials signals for several dipoles during the drainage for experiment #1 (a) and experiment #2 (b). The SP differences at the beginning are zero, because the voltage shift before the experiment was cancelled. Indices indicate the location of dipoles: $\Delta V_{10,9}$ is SP between electrodes #10 and #9 (see Fig. 1). The dashed lines are the dipoles located in the unsaturated part of the sand at the end of the drainage. The dipole $\Delta V_{2,1}$ (solid black line) is always located in the saturated part. Drainage started at 22 and 95 hr for experiments #1 and #2, respectively.

in the column. The maximum absolute value of streaming potential is around 7 mV for the first experiment, and almost 45 mV at the end of the second experiment (see Fig. 3). Consequently, signals of the first experiment (Fig. 3a) are slightly more noisy than those of the second one (Fig. 3b). The streaming potential absolute values increase during the drainage, when the water saturation decreases.

We need the total water pressure differences in order to compute the electrokinetic coefficient for each layer inside the column. Total water pressure differences (Fig. 4) are inferred for each layer from computed water pressures. Since we showed that the computed values fit the measured values well (Fig. 2), computed values of water pressure were preferred over the measured water pressures. The drainage start is characterized by a jump of the computed ΔP. This jump is about 60 Pa for both experiments. After several hours, ΔP inside the layers in the unsaturated part of the column increases. The maximum of ΔP at the end of the experiment depends on the saturation degree in the considered layer; the lower the saturation degree, the higher the ΔP. Thus, $\Delta P_{10,9} \simeq 550$ Pa and $\Delta P_{9,8} \simeq 450$ Pa for the first experiment. Computed ΔP corresponding to layers always located in the saturated part of the column (Fig. 4) progressively decrease from the start jump to zero.

Using measured streaming potential and computed total water pressure, the following equation leads to electrokinetic coefficient,

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta P}. \tag{17}$$

Electrokinetic coefficients were computed only in the four layers located in the unsaturated part of the column, that is, $C_{10,9}$, $C_{9,8}$, $C_{8,7}$ and $C_{7,6}$ for the first experiment, and for $C_{10,9}$, $C_{9,8}$, $C_{8,7}$ for the second one. The data from other dipoles (i.e. $C_{6,5}$ and lower for exp. 1, and $C_{7,6}$ and lower for exp. 2) were not used because the small values of ΔP gave an unacceptable signal to noise ratio. The electrokinetic coefficient at saturation was measured during another experiment, and the electrical resistivity was measured at various water contents (see Appendix B).

Obtained values of electrokinetic coefficient are all negative, which involves a negative zeta potential, as expected in sand (Pride & Morgan 1991; Lorne *et al.* 1999a). The water electrical conductivity and the minimum values of the electrokinetic coefficient observed in each horizontal layer are given in Table 3. These electrokinetic coefficient maximum values (in absolute value) are higher than measured values for similar water conductivities (Ishido & Mizutani 1981; Lorne *et al.* 1999a) (Fig. B1b).

Classically, the minimum value (i.e. greatest negative value) of the electrokinetic coefficient is identified in saturated conditions. Measurements of $C_{\rm sat}$ performed on our sand are presented in Appendix B (Fig. B1). The values of $C_{\rm sat}$ corresponding to water salinities of experiments #1 and #2 are reported in Table 3. First, the electrokinetic coefficients appear to be not monotonously dependent on water saturation during our drainage experiments (i.e. when water saturation decreases) (Fig. 5). Second, it is clear that the extremum value of the electrokinetic coefficient $C_{\rm min}$, regardless of the considered dipole, is much greater than the $C_{\rm sat}$ (in absolute value). We also point out that the signals of the first experiment are scattered at the drainage start as shown by a statistical analysis on the uncertainty of the un-normalized measurements (Fig. B3). This is why the small values near zero can be either small negative values or small positive values.

5 DISCUSSION

We found the electrokinetic coefficients for unsaturated conditions to increase for decreasing water-saturation between 100 and 65–80 per cent. The coefficients for unsaturated conditions exceed the coefficient at saturation by a factor of 10–200 (Fig. 6). Our measurements are the first continuous records of the variation in electrokinetic coefficient with water-saturation; thus the proposed power laws (eqs 19 and 25) that fit the data are not expected to explain the underlying physics but more simply to provide a first basis for empirical models. Current models do not predict but fail to explain this behaviour. Only the observed decrease in electrokinetic coefficient with water-saturation below about 0.65–0.8 can be addressed by current models as will be shown below. The exact physical meaning of the observed increase in electrokinetic coefficient with decreasing saturation is not yet understood. Recently, Jackson (2010) suggested that the relative electrokinetic coefficient $C_{\rm r} = C(S_{\rm e})/C_{\rm sat}$ could be larger than one, but still considerably lower than found in our measurements. Jackson (2010) proposed

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

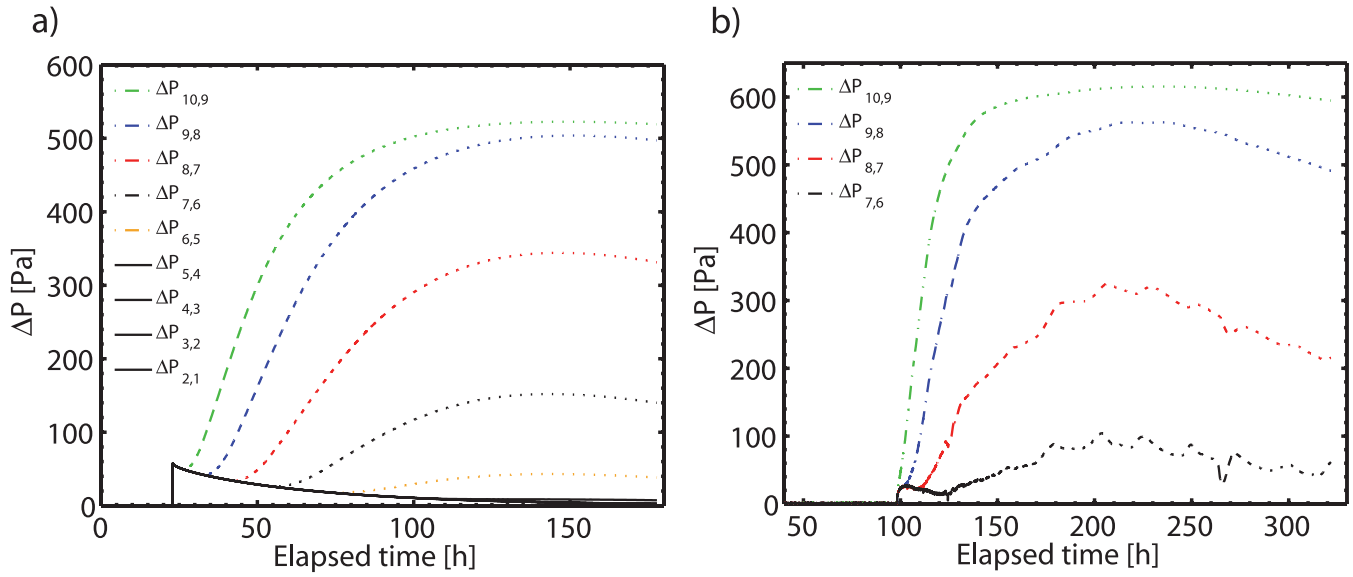


Figure 4. The computed total water pressure (Pa), deduced from computed water pressures using $\Delta P = \rho_w g(h - z)$, for (a) experiment #1 and (b) experiment #2. The dashed lines identify the layers located in the unsaturated sand at the end of the drainage. The black lines identify the layers always located in the saturated part (these lines are mixed up).

Table 3. Minimum values of C(S_w) in the unsaturated layers and saturated values C_{sat}.

Exp #1		Exp #2	
Dipole	C_{min} (V Pa^{-1})	Dipole	C_{min} (V Pa^{-1})
10, 9	-1.67×10^{-5}	10, 9	-6.7×10^{-5}
9, 8	-2.04×10^{-5}	9, 8	-2.7×10^{-4}
8, 7	-4.8×10^{-5}	8, 7	-5.9×10^{-4}
7, 6	-5.3×10^{-5}	/	/
$\sigma_w(\times 10^{-4})$ (S m^{-1})		$\sigma_w(\times 10^{-4})$ (S m^{-1})	
103.2		66.4	
C_{sat} (V Pa^{-1})		C_{sat} (V Pa^{-1})	
-1.6×10^{-6}		-2.5×10^{-6}	

Notes: The water electrical conductivity was measured at the end of each drainage. The equilibrium phase is detailed in Appendix A.

that the increase in C_r with decreasing water saturation was linked to the fraction of small capillaries in the medium. However, a direct comparison with Jackson's model for water/oil imbibition is not possible since our experiment represent drainage of water from sand.

The electrokinetic coefficient is normalized to its extremum value, which is usually observed at saturation. Since we observed an extremum around 70 per cent of saturation we also normalized the electrokinetic coefficient by the minimum value observed during each drainage C_{min} (Fig. 7) computed through:

$$C_{norm} = \frac{C(S_w)}{C_{min}}. \quad (18)$$

The comparison between our results and the current models (normalized to an extremum value at saturation, C_{sat}), could help the interpretation of the electrokinetic coefficient behaviour at saturations below our observed extremum value, meaning below about 70 per cent of saturation. In addition to our data set, the experimental results of Guichet *et al.* (2003), performed on sand, are also reported (Fig. 7). This comparison shows some consistency of our measurements normalized to the minimum value with existing published values of relative coefficient C_r (normalized to C_{sat}). As the electrokinetic coefficient values are negative, the normalization by its minimum implies positive values. During the first experiment, when S_w decreases from 1 to 0.8, C_{norm} in the four unsaturated layers increases. Then, for ${S_w}^{min} < S_w < 0.8$, C_{norm} monotonously decreases. The parameter ${S_w}^{min}$ is introduced here to characterize the minimum of the measured water saturation. It is preferred to ${S_w}^r$, since ${S_w}^r$ is a parameter which clearly depends on experimental conditions, like applied ΔP or temperature for instance. Thus, in the conditions of our experiments, there was no flow for $S_w < 0.35 (\equiv S_e < 0.08)$ and for $S_w < 0.4 (\equiv S_e < 0.11)$ for the first and the second drainage respectively. For the second experiment (Fig. 7b), C_{norm} increases when S_w decreases from 1 to about 0.95 considering the dipole (8, 7) and from 1 to 0.8 for the dipole (9, 8). The value of C_{norm} for the dipole (10, 9) is maximum when S_w is around 0.65. The slope of the increasing part of this signal (for $0.55 < S_w < 1$) is smaller than for the two other dipoles. Therefore, a shift from $\simeq$15 to $\simeq$20 per cent (for $C_{10,9}$ of exp. #2) of the maximum location is observed between the two experiments, however both experiments describe a similar behaviour of $C(S_w)$ in the whole range of water saturation. Thus, one can conclude that the electrokinetic coefficient does not depend monotonously on the water-content, either linearly nor as a power law, as suggested by previous studies. The maximum of the normalized electrokinetic coefficient is located between 0.65 and 0.95 of water saturation. This complex behaviour of the electrokinetic coefficient has never before been reported, especially the large increase for $0.8-0.95 < S_w < 1$ (excluding $C_{10,9}$ of the second experiment), and is a very important result for the understanding of electrokinetic phenomena in unsaturated media.

We compare our measurements, normalized using eq. (18), to the four C_r models introduced in Section 2 (normalized to the value at saturation) by eqs (12), (13) and (15) (Fig. 8). Hydraulic parameter λ deduced from our modelling of water-flow (Table 2) and $L = 0.5$ were used in eq. (7), to compute eq. (14). In addition, a modified model from Perrier & Morat (2000) is also computed using ${S_w}^r$ from the inversion process, instead of the value 0.1 for ${S_w}^r$ they used in their k_r model (eq. 13). Furthermore, the saturation Archie exponent n needed to compute these models is deduced from electrical resistivity measurements carried out on a small-scale column (used

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

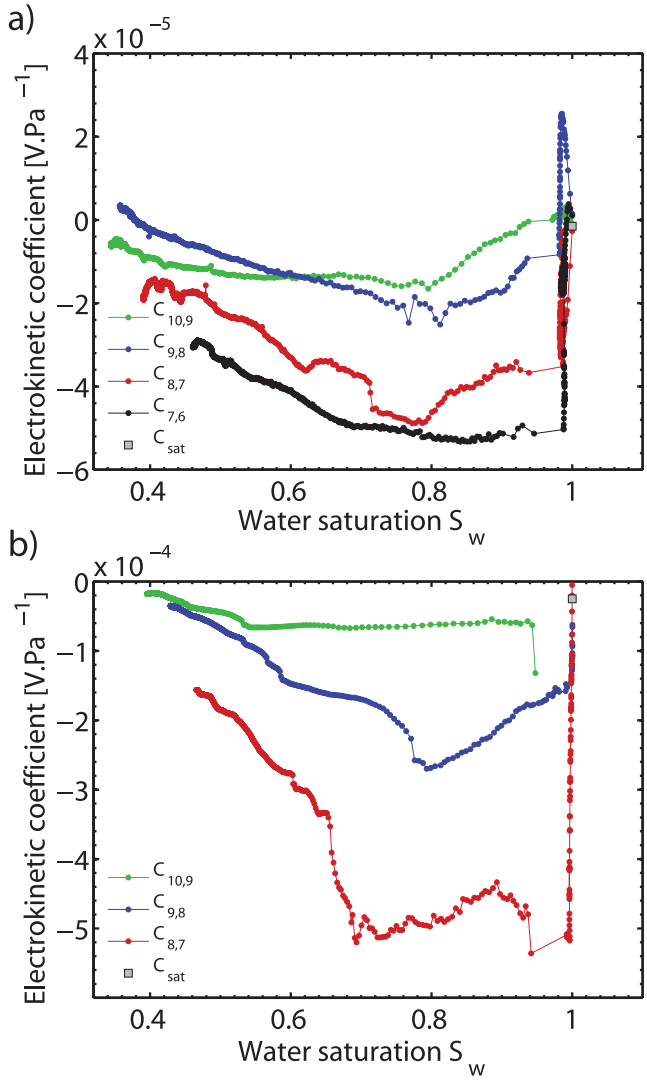


Figure 5. Raw (i.e. non-normalized) electrokinetic coefficient for experiment #1 (a), and for experiment #2 (b). The grey square is the measured C_{sat} (see Appendix B for details). It is equal to -1.6×10^{-6} V Pa^{-1} for experiment #1 and to -2.5×10^{-6} V Pa^{-1} for experiment #2.

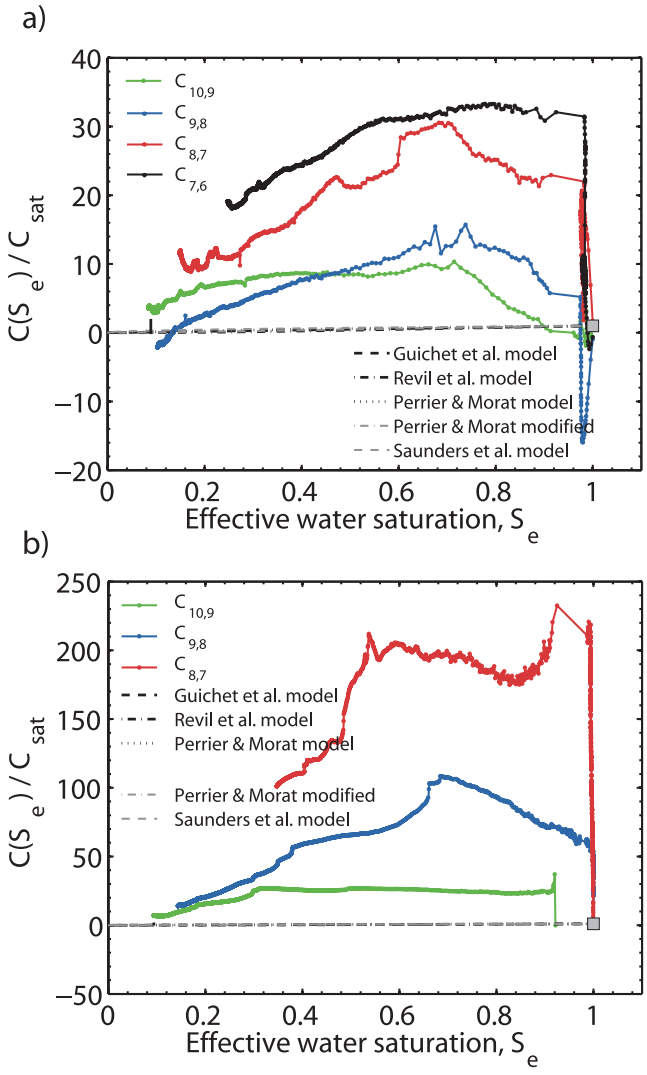


Figure 6. The relative electrokinetic coefficient computed with C_{sat} reported in Table 3, for experiment #1 (a) and experiment #2 (b). The absolute value of C_{min} is one to two orders of magnitude larger than C_{sat} and implies large maximum values of C_r. The Guichet *et al.* (2003), Perrier & Morat (2000) and Revil *et al.* (2007) models are also reported using parameters of Table 2 ($n = 1.45$ was measured, see Appendix B), and Saunders *et al.* (2008) model is computed for $n_s = 0.5$.

for Theta probe calibration), and its value is $n = 1.45$ (see Appendix B for details). These models describe a uniform decrease of the normalized electrokinetic coefficient as water saturation decreases. Moreover, their common feature is that C_{sat} is the maximum value of the electrokinetic coefficient. Although these models depend on a combination of S_e or S_w, we compared them to a power law of the effective water saturation. The Guichet *et al.* (2003), Saunders *et al.* (2008) and the Perrier & Morat (2000) models show a convex curvature. Comparing these three models to a law of the form ${S_e}^{\beta}$ leads to β equal to 1, 0.5 and $\simeq$0.8, respectively. By contrast, the Revil *et al.* (2007) and the modified Perrier & Morat (2000) models show a concave curvature. The same comparison to a power law would lead to exponents around 1.55 and 1.2, respectively. It seems that our data set, when ${S_e}^{min} < S_e < 1$, would be better fitted by a model with a convex curvature, which corresponds to an exponent β less or close to 1. One can conclude that our data set cannot be explained by existing models in the whole range of saturation, because of the presence of two different behaviours of the electrokinetic coefficient, in two water saturation domains.

In order to model the behaviours of C_{norm} for ${S_e}^{min} < S_e < 0.7$–0.9 and for 0.7–$0.9 < S_e < 1$, we propose to fit our measurements by an empirical law introduced by eq. (19). These two domains exclude the dipole $C_{10,9}$ of the second experiment (with the maximum value of C_{norm} located at $S_e = 0.55$), which will be considered apart.

$$\frac{C(S_w)}{C_{min}} = \alpha \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\beta} = \alpha {S_e}^{\beta}, \qquad (19)$$

where α and β are adjusted parameters (–) and S_e is the effective water saturation. This empirical law, based on our continuous records, is an alternative law which can be used when the behaviour of the electrokinetic coefficient as a function of water saturation is necessary. The eq. (19) was fitted (Fig. 9) in a least-square sense to electrokinetic coefficient data. A constraint was used to force $\max(C_{norm}) \simeq 1$, within a tolerance of 10 per cent. The fit of eq. (19) was performed independently for ${S_e}^{min} < S_e < 0.7$–0.9 and for 0.7–$0.9 < S_e < 1$, except for the dipole $C^2_{10,9}$ for which the

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

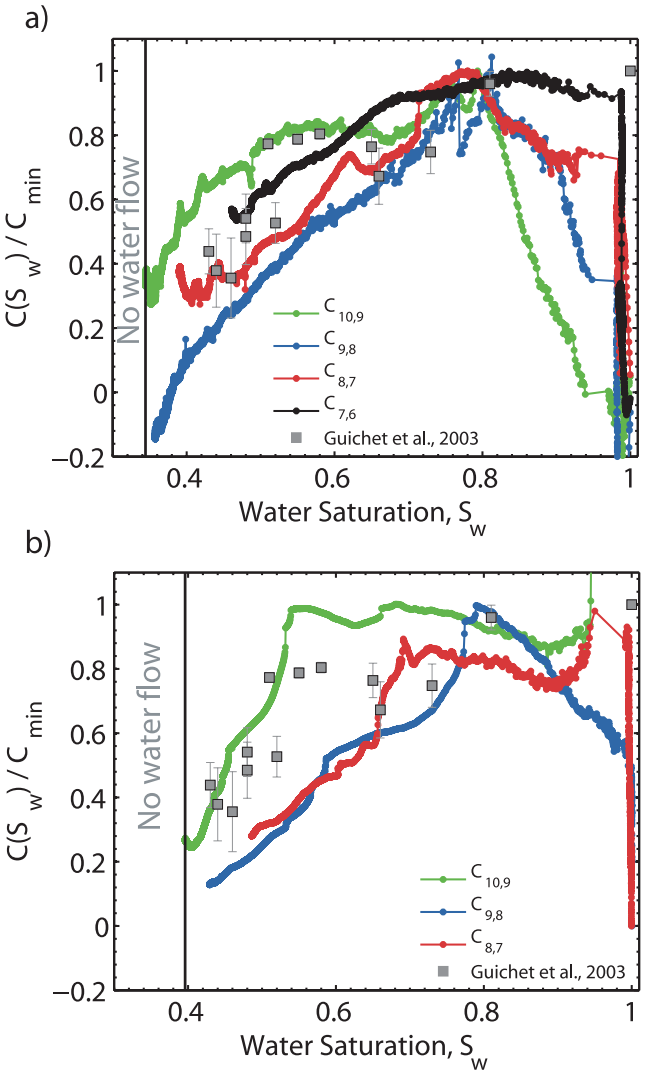


Figure 7. The electrokinetic coefficient deduced from measured SP data and computed total water pressures for experiment #1 (a) and experiment #2 (b). These values are normalized to the minimum value (eq. 18). The grey squares are experimental data on sand from Guichet *et al.* (2003), normalized to C_{sat}.

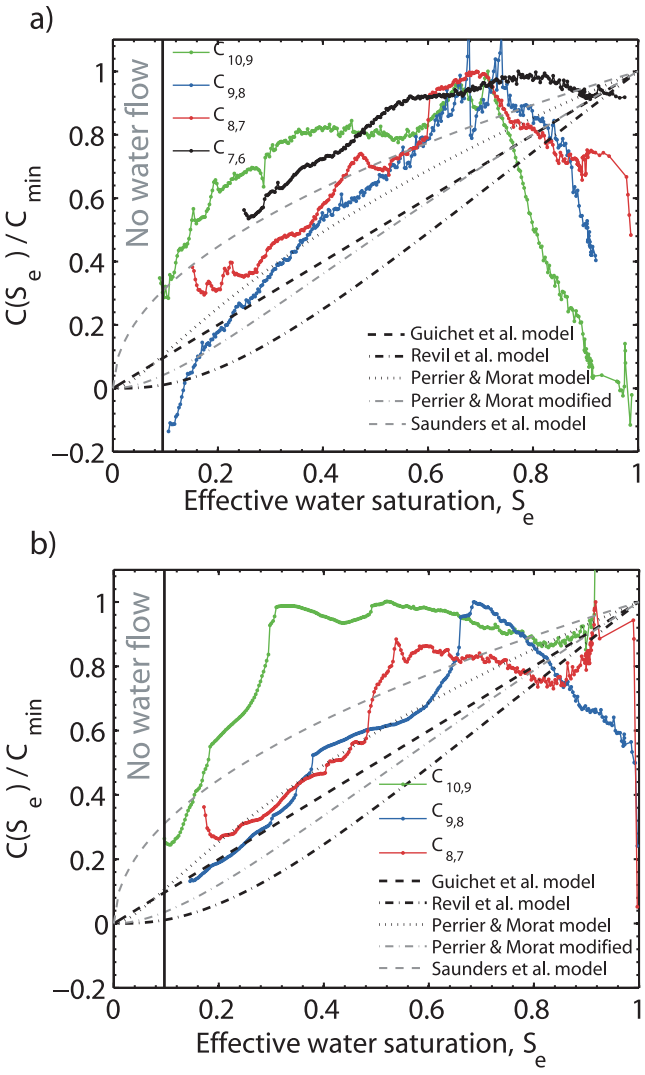


Figure 8. The electrokinetic coefficient deduced from our measurements, normalized to the minimum value, for experiment #1 (a) and experiment #2 (b). The Guichet *et al.* (2003), Perrier & Morat (2000) and Revil *et al.* (2007) models of $C_{\text{r}}(S_{\text{e}})$ (i.e. normalized to C_{sat}) are computed using parameters of Table 2, and Saunders *et al.* (2008) model is computed with $n_{\text{s}} = 0.5$.

equation was fitted for $S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.55$, $0.55 < S_{\text{e}} < 0.9$ and in the whole saturation domain ($S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.9$). The dipole $C_{8,7}$ of the second experiment was not fitted for $0.9 < S_{\text{e}} < 1$, because less than ten points were available in this part where water saturation decreases very fast. We first consider all the dipoles except $C_{10,9}$ for the second experiment. Computed values of α and β are reported in Table 4. These values show that a power law from $S_{\text{e}}^{0.32}$ to $S_{\text{e}}^{1.22}$ for $S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.7{-}0.9$ fits the data, depending on the chosen dipole (Fig. 9). Saunders *et al.* (2008) suggested that this exponent could vary between 0.01 and 1, which is consistent with our results in the domain $S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.55{-}0.9$. The fit of the eq. (19) in the range $0.7{-}0.85 < S_{\text{e}} < 1$ leads to negative values of β. We deduce that β can varies from -8.5 to -0.58. The dipole $C_{10,9}$ of the second experiment shows some different behaviour, so that exponent β was adjusted three times, for $S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.55$, for $0.55 < S_{\text{e}} < 0.9$ and in the whole range of saturation. Adjusted values of β are then 0.65, -0.26 and 0.25, respectively. Thus, the widest range of β would be from -8.5 to -0.26 for $0.55{-}0.9 < S_{\text{e}} < 1$ and from 0.32 to 1.22 for $S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.55{-}0.9$. Moreover, we can conclude that the exponent β is less or very close to 1. Thus, an empirical law based on all signals, is here proposed to characterize the behaviour of the electrokinetic coefficient in unsaturated conditions:

$$C_{\text{norm}} = \alpha S_{\text{e}}^{\beta}$$

$$\text{with} \begin{cases} -8.5 < \beta < -0.26, & \text{for } 0.55 - 0.9 < S_{\text{e}} < 1 \\ 0.32 < \beta < 1.22, & \text{for } S_{\text{e}}^{\text{min}} < S_{\text{e}} < 0.55 - 0.9. \end{cases} \quad (20)$$

The $C_{10,9}^{1}$ signal shows a distinct maximum as a function of saturation (see Fig. 9a), whereas the one for $C_{10,9}^{2}$ is less marked. However, the dipole (10, 9) seems to have a particular behaviour in both experiments compared to other dipoles in terms of fitted β, so that it will be considered independently in the next part of this work.

We concluded previously that both Perrier & Morat (2000) and Revil *et al.* (2007) models could not fit our measurements using the eqs (13) and (14). We propose to modify these two relations by introducing a new parameter that we can call the electrokinetic residual

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

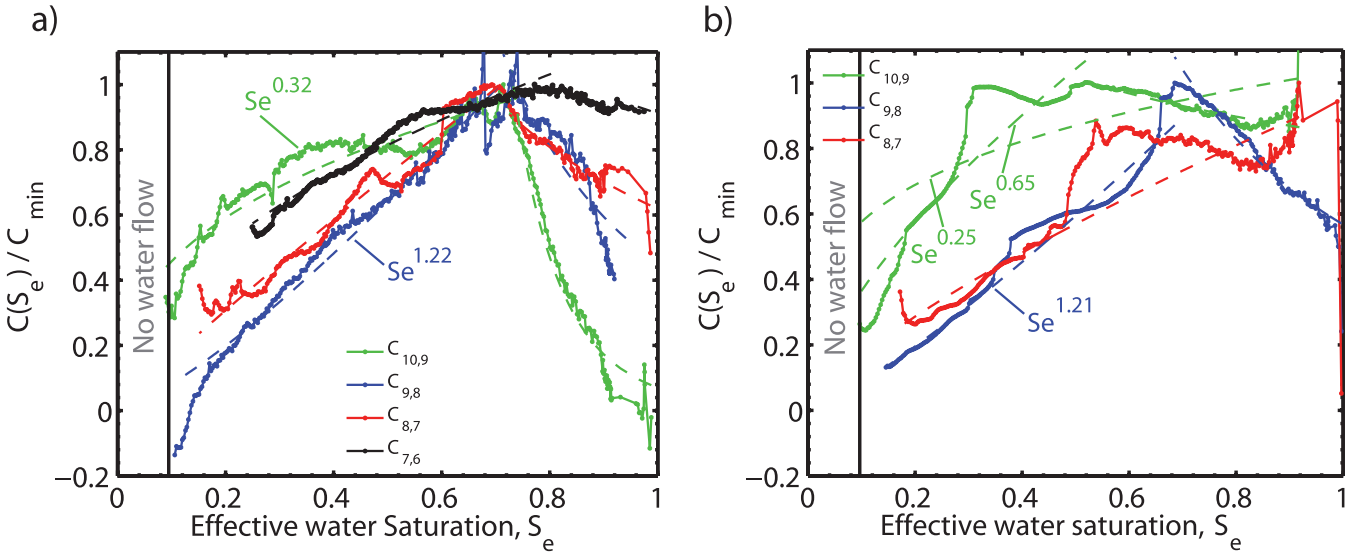


Figure 9. The electrokinetic coefficient deduced from our measurements, normalized to the minimum value, for experiment #1 (a) and experiment #2 (b). The results of least-square adjustments using eq. (19) are represented with dashed lines.

Table 4. Fitted parameters of eq. (19) in decreasing and increasing phase of the electrokinetic coefficient.

	$S^{\min} < S_e < 0.7-0.85$		$0.7-0.85 < S_e < 1$	
Dipole	α [–]	β [–]	α [–]	β [–]
$C^1_{10,9}$	1.04	0.32	0.07	−8.5
$C^1_{9,8}$	1.51	1.22	0.45	−2.6
$C^1_{8,7}$	1.42	0.97	0.62	−1.19
$C^1_{7,6}$	1.14	0.49	0.91	−0.58
$C^2_{10,9}$	1.64	0.65	0.85	−0.26
$C^2_{9,8}$	1.38	1.21	0.56	−1.69
$C^2_{8,7}$	0.96	0.75	/	/
	$S^{\min} < S_e < 0.9$			
$C^2_{10,9}$	0.26			

Note: Exponents 1 and 2 mean first and second experiment, respectively.

saturation, written $S_w^{r,ek}$. This parameter corresponds to the water saturation at which electrokinetic coupling stops. We consider that the residual water saturation $S_w{}^r$, classically used in hydrodynamics to characterize the volume of adsorbed water in unsaturated conditions, is different from $S_w^{r,ek}$. Using this concept, let us write again two relations based on eqs (13) and (14) to describe the normalized electrokinetic coefficient

$$C_{\text{norm},1} = \frac{\Gamma_{w,1}}{S_w{}^n} \tag{21}$$

$$C_{\text{norm},2} = \frac{\Gamma_{w,2}}{S_w{}^{n+1}}, \tag{22}$$

where $\Gamma_{w,1}$ and $\Gamma_{w,2}$ are deduced by analogy to relative permeability models. $\Gamma_{w,1}$ is defined by,

$$\Gamma_{w,1} = \left(\frac{S_e - S_w^{r,ek}}{1 - S_w^{r,ek}}\right)^2 = S_{ek}{}^2 \tag{23}$$

and $\Gamma_{w,2}$ by,

$$\Gamma_{w,2} = \left(\frac{S_e - S_w^{r,ek}}{1 - S_w^{r,ek}}\right)^{L+2+\frac{2}{\lambda}} = S_{ek}{}^{L+2+\frac{2}{\lambda}} \tag{24}$$

with S_{ek} the electrokinetic water saturation. The functions $\Gamma_{w,1}$ and $\Gamma_{w,2}$ are very close to those in Adler *et al.* (1997) and Mualem (1976a), respectively. We also propose the following relationship, which is modified from the eq. (19),

$$C_{\text{norm}} = \left(\frac{S_e - S_w^{r,ek}}{1 - S_w^{r,ek}}\right)^{\beta_{ek}} = S_{ek}{}^{\beta_{ek}}. \tag{25}$$

We used eqs (21), (22) and (25) to fit four electrokinetic coefficient curves from the two experiments presented in this work, $C^1_{9,8}$, $C^1_{8,7}$, $C^2_{9,8}$ and $C^2_{8,7}$. These relations are fitted in a least-square sense with $S_w^{r,ek}$ adjusted but constrained to be positive. The parameter β_{ek} of the eq. (25) is also adjusted. The results of this calculation are shown in Figs 10(b), (d) and (f). As it was noticed before, the dipoles $C^1_{10,9}$ and $C^2_{10,9}$ were considered independently (Figs 10a,c and e). In the same way than for eq. (19), the eqs (21), (22) and (25) were fitted to $C^2_{10,9}$ in the whole range of saturation, and for $S_e{}^{\min} < S_e < 0.55$ independently. The values of $S_w^{r,ek}$ (Table 5) are smaller than $S_w{}^r$ values (Table 2). The fitted $S_w^{r,ek}$ from eqs (21) and (22) are very similar only for a given dipole. These two models are extremely dependent on the chosen $\Gamma_{w,i}$ (particularly on the power exponent) and on Archie's saturation exponent n, which is involved in the behaviour of the unsaturated electrical conductivity. Indeed, the numerator and the denominator exponents balance each other. These models are roughly equivalent, leading to similar values of $S_w{}^{r,ek}$. Moreover, these two models seem to have not enough degrees of freedom to fit data from dipoles $C^1_{10,9}$ and $C^2_{10,9}$. The third model fit (equation 25) gives some higher and very homogeneous values of $S_w^{r,ek}$, around 0.13 for dipoles $C^1_{9,8}$, $C^1_{8,7}$, $C^2_{9,8}$ and $C^2_{8,7}$, and around 0.09 for dipoles $C^1_{10,9}$ and $C^2_{10,9}$. Values of β_{ek} are also very homogeneous from a dipole to another. The results gives $\beta_{ek} \simeq 0.2$ for $C^1_{10,9}$ and $C^2_{10,9}$, and $0.4 < \beta_{ek} < 0.6$ for $C^1_{9,8}$, $C^1_{8,7}$, $C^2_{9,8}$ and $C^2_{8,7}$. These coherent values for both parameters $S_w^{r,ek}$ and β_{ek} lead to the conclusion that the model we propose through eq. (25) is more appropriate than the models given by eqs (21) and (22).

In order to roughly estimate the thickness of the adsorbed water layer corresponding to the electrokinetic residual saturation, we propose to use the method described by Knight (1991) to compute the equivalent number of monolayers of water. This method uses the assumption that all the water is present as a layer with constant

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

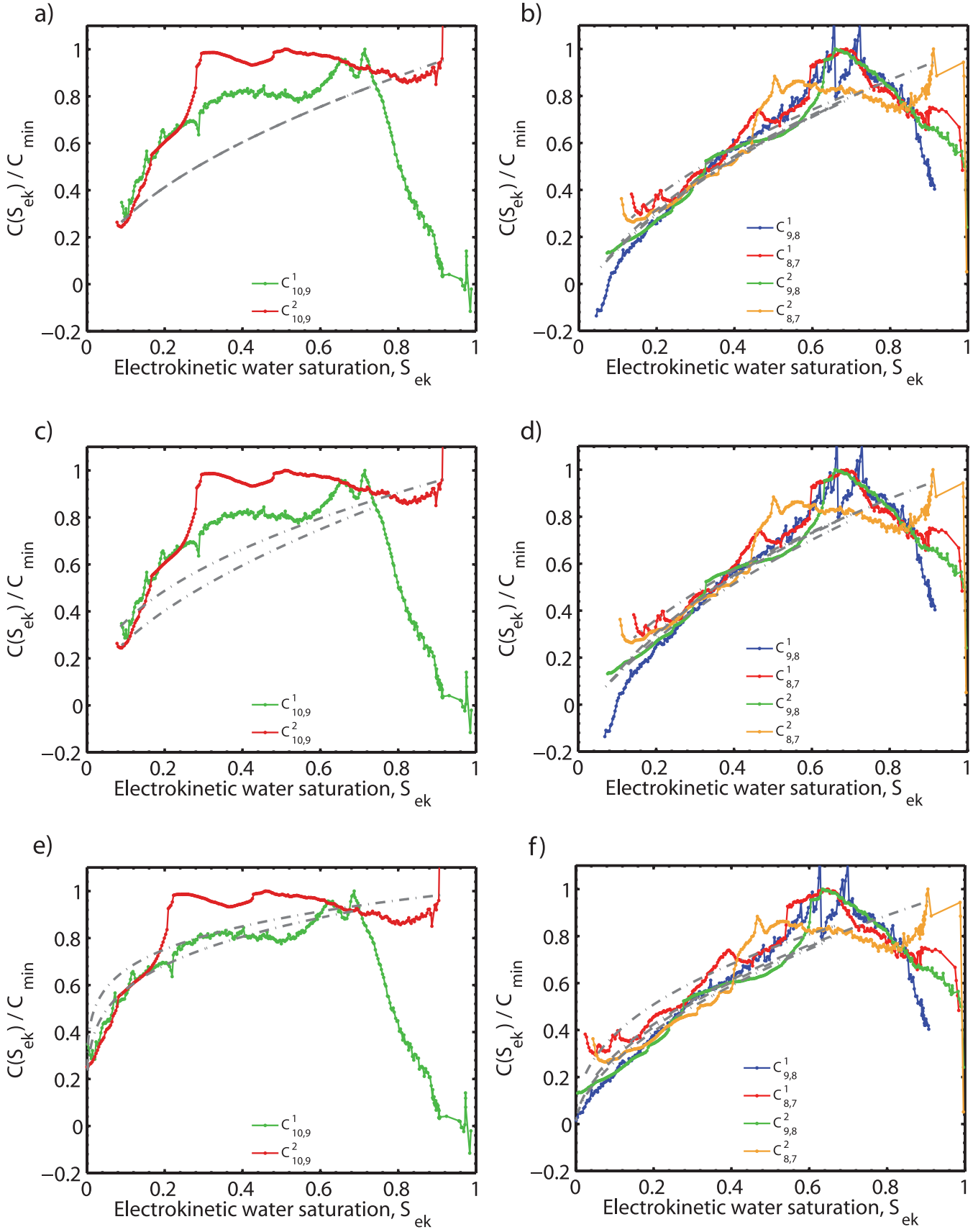


Figure 10. Fit of eqs (21), (22) and (25) for dipoles $C^1_{9,8}$, $C^1_{8,7}$, $C^2_{9,8}$ and $C^2_{8,7}$ (b, d, f), and for dipoles $C^1_{10,9}$, $C^2_{10,9}$ (a, c, e). See Table 5 for the values of β and $S_w^{r,ek}$.

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

Table 5. Fitted parameters of eqs (21), (22) and (25) compared to our data set.

	eq. (21)	eq. (22)	eq. (25)	
	$S_w^{r,ek}$	$S_w^{r,ek}$	$S_w^{r,ek}$	β_{ek}
$C^1_{10,9}$	/	/	0.088	0.24
$C^1_{9,8}$	0.064	0.04	0.13	0.55
$C^1_{8,7}$	0.019	0.011	0.13	0.42
$C^2_{10,9}$	/	/	0.09	0.18
$C^2_{9,8}$	0.059	0.57	0.12	0.57
$C^2_{8,7}$	0.05	0.053	0.11	0.53
	Number of monolayers			
$C^1_{10,9}$	/	/	2.4	
$C^1_{9,8}$	1.73	1.08	3.74	
$C^1_{8,7}$	0.51	0.3	3.59	
$C^2_{10,9}$	/	/	2.5	
$C^2_{9,8}$	1.62	1.57	3.39	
$C^2_{8,7}$	1.37	1.46	3.17	

Note: The value $n = 1.45$ is used for the Archie saturation exponent.

thickness and that covers all the surface area of pores. Although the interface is composed of an EDL rather than monolayers in saturated conditions (Revil & Glover 1997), this approach gives the possibility to roughly estimate the thickness of the adsorbed layer expected at different electrokinetic residual saturation $S_w^{r,ek}$. We estimated the internal surface area of the sand, from its technical specifications, to be 11.3 $m^2\,kg^{-1}$. Taking 0.35 nm as the thickness of a monolayer of water (Thorp 1959), we computed the equivalent number of monolayers of water (Table 5) corresponding to the fitted values of $S_w^{r,ek}$. These values constitute the thickness of the adsorbed water at the grain surface. The equivalent numbers of monolayers inferred from adjusted $S_w^{r,ek}$ of the Table 5 for eq. (25), vary from 2.4 to 3.74, which corresponds to thickness from 0.84 nm to 1.31 nm. One monolayer of water would correspond to electrokinetic residual saturation of 0.04, which could be considered as a minimum value of $S_w^{r,ek}$. On the other hand, Knight (1991) considered that a thickness of 0.5 monolayer of water is possible. This would lead to a minimum value of $S_w^{r,ek}$ of 0.02. Physically, the introduction of $S_w^{r,ek}$ involves the possibility of electrokinetics to appear while water flow is too small to be measured. Therefore the electrokinetics occurring at such low saturations appear within the residual water.

Then, considering the electrical double layer model in the 'thin double layer approximation' (or Debye approximation), we computed the so-called Debye length, which is a measure of the diffuse double layer thickness,

$$\chi = \sqrt{\frac{\epsilon k_B T}{e^2 C}}, \tag{26}$$

where k_B is the Bolztmann's constant, T is the temperature in Kelvin, e is the elementary charge (C) and C is the concentration equivalent to the ions per unit of volume deduced from electrical conductivity measurements. For measured $\sigma_w = 103.2 \times 10^{-4}$ S m^{-1} (first experiment) and $\sigma_w = 66.4 \times 10^{-4}$ S m^{-1} (second experiment), we computed $\chi \simeq 15$ nm. These values are in good agreement with the values published in the literature for such electrolyte concentrations (Pride 1994).

We point out that the values of the electrokinetic residual saturation deduced from our experiments are ranging between 0.09 and 0.13 (using eq. 25). The thickness of adsorbed water layer corresponding to $S_w^{r,ek}$ is about 1 nm, which is below the electrical double layer thickness in saturated state of $\simeq$15 nm.

6 CONCLUSIONS

An unexpected behaviour of the electrokinetic coefficient has been presented in this work. Indeed, it has been shown that the normalized electrokinetic coefficient increases and then decreases when water saturation decreases during a drainage, with a maximum of $C(S_w)/C_{min}$ for $S_w = 0.65 - 0.8$. We have demonstrated by using inverse hydraulic parameters, that existing models could not explain this complex behaviour. We propose first that an empirical power law, as αS_e^{β}, could model electrokinetic coefficient data. Moreover, we introduce the concept of the electrokinetic residual saturation $S_w^{r,ek}$. Using this parameter, and although only this parameter is adjusted, it allows us to better fit our data set and to propose a new model (eq. 25). We show that the values of $S_w^{r,ek}$ are roughly 0.1, which would correspond to a thickness of adsorbed water of about 1 nm. Most of the values of the β_{ek} exponent are in the range 0.4–0.6 for saturation up to 0.8. Other drainage experiments are needed to confirm the model that we propose. Streaming potential and hydrodynamic measurements should be jointly inverted, taking into account electrical conductivity variations, in order to deduce a robust law of the electrokinetic coefficient behaviour in unsaturated conditions. Further studies should explain the underlying physical processes in the whole range of saturation. The comparison between drainage and imbibition experiments should give some pieces of explanations.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the French National Scientific Center (CNRS), by ANR-TRANSEK, and by REALISE the 'Alsace Region Research Network in Environmental Sciences in Engineering' and the Alsace Region. We thank P. W. Glover and an anonymous reviewer for their very constructive reviews. The authors would like to thank M. Pierre-Daniel Matthey for his useful advises during the experiment conception, and M. Julien Allègre for his contribution in the numerical design of the experimental setup.

REFERENCES

Adler, P.M., Thovert, J.-F., Jacquin, C., Morat, P. & Moul, J.-L.L., 1997. Electrical signals induced by the atmospheric pressure variations in unsaturated media, *C.R. Acad. Sci. Paris, serie IIa,* **324,** 711–718.

Ahmad, M.U., 1964. A laboratory study of streaming potentials, *Geophys. Prospect.,* **12,** 49–64.

Archie, G.E., 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics, *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.,* pp. 146–154.

Bogolovsky, V.A. & Ogilvy, A.A., 1970. Natural potential anomalies as a quantitive index of the rate of seepage from water reservoirs, *Geophys. Prospect.,* **18,** 261–268.

Bordes, C., Jouniaux, L., Dietrich, M., Pozzi, J.-P. & Garambois, S., 2006. First laboratory measurements of seismo-magnetic conversions in fluid-filled fontainebleau sand, *Geophys. Res. Lett.,* **33,** L01302, doi:10.1029/2005GL024582.

Bordes, C., Jouniaux, L., Garambois, S., Dietrich, M., Pozzi, J.-P. & Gaffet, S., 2008. Evidence of the theoretically predicted seismo-magnetic conversion, *Geophys. J. Int.,* **174,** 489–504.

Brooks, R.J. & Corey, A.T., 1964. Hydraulic properties of porous media, *Hydrol. Pap.,* **3,** 318–333.

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

Carsel, R.F. & Parrish, R.S., 1988. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics, *Water Resour. Res.,* **24**(5), 755–769.

Corey, A.T., 2002. Simultaneous determination of water transmission and retention properties. Direct methods, in *Methods of Soil Analysis. Part 4. Physical Methods,* Vol. 5, eds Dane, J.H. & Topp, G.C., Soil Science Society of America, Inc., Madison, WI.

Darnet, M. & Marquis, G., 2004. Modelling streaming potential (sp) signals induced by water movement in the vadose zone, *J. Hydrol.,* **285,** 114–124.

Darnet, M., Marquis, G. & Sailhac, P., 2003. Estimating aquifer hydraulic properties from the inversion of surface streaming potential (sp) anomalies, *Geophys. Res. Lett.,* **30,** 1679.

Darnet, M., G. Marquis, & Sailhac, P., 2006. Hydraulic stimulation of geothermal reservoirs:fluid flow, electric potential and microseismicity relationships, *Geophys. J. Int.,* **166,** 438–444.

Davis, J.A., James, R.O. & Leckie, J., 1978. Surface ionization and complexation at the oxide/water interface, *J. Colloid Interface Sci.,* **63,** 480–499.

Doussan, C., Jouniaux, L. & Thony, J.-L., 2002. Variations of self-potential and unsaturated flow with time in sandy loam and clay loam soils, *J. Hydrol.,* **267,** 173–185.

Dukhin, S.S. & Derjaguin, B.V., 1974. Electrokinetic phenomena, in *Surface and Colloid Science,* Vol. 7, p. 322, ed. Matijevic, E., John Wiley and Sons, New York.

Finizola, A., Sortino, F., Lenat, J.-F. & Valenza, M., 2002. Fluid circulation at stromboli volcano (aeolian islands, italy) from self potential and co2 surveys, *J. Volc. Geotherm. Res.,* **116,** 1–18.

Finizola, A., Lenat, J.-F., Macedo, O., Ramos, D., Thouret, J.-C. & Sortino, F., 2004. Fluid circulation and structural discontinuities inside Misti volcano (Peru) inferred from sel-potential measurements, *J. Volc. Geotherm. Res.,* **135**(4), 343–360.

Garambois, S. & Dietrich, M., 2001. Seismoelectric wave conversions in porous media: field measurements and transfer function analysis., *Geophysics,* **66,** 1417–1430.

Garambois, S. & Dietrich, M., 2002. Full waveform numerical simulations of seismoelectromagnetic wave conversions in fluid-saturated stratified porous media., *J. geophys. Res.,* **107**(B7), ESE 5–1–ESE 5–18.

Gaskin, G.J. & Miller, J.D., 1996. Measurement of soil water content using a simplified impedance measuring technique, *J. Agric. Eng. Res.,* **63,** 153–160.

Gibert, D. & Pessel, M., 2001. Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: application to self-potential profiles, *Geophys. Res. Lett.,* **28,** 1863–1866.

Glover, P.W.J. & Walker, E., 2009. Grain-size to effective pore-size transformation derived from electrokinetic theory, *Geophysics,* **74,** E17–E29.

Glover, P.W.J., Zadjali, I.I. & Frew, K.A., 2006. Permeability prediction from MICP and NMR data using an electrokinetic approach, *Geophysics,* **71,** F49–F60.

Guichet, X., Jouniaux, L. & Pozzi, J.-P., 2003. Streaming potential of a sand column in partial saturation conditions, *J. geophys. Res.,* **108**(B3), 2141, doi:10.1029/2001JB001517.

Guichet, X., Jouniaux, L. & Catel, N., 2006. Modification of streaming potential by precipitation of calcite in a sand-water system: laboratory measurements in the ph range from 4 to 12, *Geophys. J. Int.,* **166,** 445–460.

Hase, H., Ishido, T., Takakura, S., Hashimoto, T., Sato, K. & Tanaka, Y., 2003. Zeta potential measurement of volcanic rocks from aso caldera, *Geophys. Res. Lett.,* **23**(30), 2210, doi:10.1029/2003GL018694.

Haverkamp, R., Leij, F.J., Fuentes, C., Sciortino, A. & Ross, P.J., 2005. Soil water retention: I. Introduction of a shape index, *Soil Sci. Soc. Am. J.,* **69,** 1881–1890.

Hayek, M., Lehmann, F. & Ackerer, P., 2007. Adaptative multi-scale parametrization for one-dimensional flow in unsaturated porous media, *Adv. Water Resour.,* **31**(1), 28–43, doi:10.1016/j.advwatres.2007.06.009

Henry, P., Jouniaux, L., Screaton, E.J., Hunze, S. & Saffer, D.M., 2003. Anisotropy of electrical conductivity record of initial strain at the toe of the nankai accretionary wedge, *J. geophys. Res.,* **108**(B9), ETG 2–1–ETG 2–12.

Hopmans, J., Simunek, J., Romano, N. & Durner, W., 2002. Simultaneous determination of water transmission and retention properties. Direct methods, in *Methods of Soil Analysis. Part 4. Physical Methods,* Vol. 5, eds Dane, J.H. and Topp, G.C., Soil Science Society of America, Inc., Madison, WI.

Ishido, T., 2004. Electrokinetic mechanism for the w-shaped self-potential profile on volcanoies, *Geophys. Res. Lett.,* **31,** L15616, doi:10.1029/2004GL020409.

Ishido, T. & Mizutani, H., 1981. Experimental and theoretical basis of electrokinetic phenomena in rock water systems and its applications to geophysics, *J. geophys. Res.,* **86,** 1763–1775.

Jaafar, M.Z., Vinogradov, J. & Jackson, M.D., 2009. Measurement of streaming potential coupling coefficient in sandstones saturated with high salinity NaCl brine, *Geophys. Res. Lett.,* **36,** L21306, doi:10.1029/2009GL040549.

Jackson, M.D., 2008. Characterization of multiphase electrokinetic coupling using a bundle of capillary tubes model, *J. geophys. Res.,* **113,** B04201, doi:10.1029/2007JB005490.

Jackson, M.D., 2010. Multiphase electrokinetic coupling: Insights into the impact of fluid and charge distribution at the pore scale from a bundle of capillary tubes model, *J. geophys. Res.,* **115,** B07206, doi:10.1029/2009JB007092.

Jouniaux, L. & Pozzi, J.-P., 1997. Laboratory measurements anomalous 0.1-0.5 hz streaming potential under geochemical changes: implications for electrotelluric precursors to earthquakes, *J. geophys. Res.,* **102,** 15 335–15 343.

Jouniaux, L., Lallemant, S. & Pozzi, J., 1994. Changes in the permeability, streaming potential and resistivity of a claystone from the Nankai prism under stress, *Geophys. Res. Lett.,* **21,** 149–152.

Jouniaux, L., Pozzi, J.-P., Berthier, J. & Massé, P., 1999. Detection of fluid flow variations at the Nankai trough by electric and magnetic measurements in boreholes or at the seafloor, *J. geophys. Res.,* **104,** 29 293–29 309.

Jouniaux, L., Bernard, M.-L., Zamora, M. & Pozzi, J.-P., 2000. Streaming potential in volcanic rocks from mount peleé, *J. geophys. Res.,* **105,** 8391–8401.

Knight, R., 1991. Hysteresis in the electrical resistivity of partially saturated sandstones, *Geophysics,* **56**(12), 2139–2147.

Lehmann, F. & Ackerer, P., 1998. Comparison of iterative methods for improved solutions of the fluid flow equation impartially saturated porous media, *Trans. Porous Media,* **31,** 275–292.

Leij, F.J., Haverkamp, R., Fuentes, C., Zatarain, F. & Ross, P.J., 2005. Soil water retention: II. Derivation and application of shape index, *Soil Sci. Soc. Am. J.,* **69,** 1891–1901.

Lesmes, D.P. & Friedman, S.P., 2006. Relationships between the electrical and hydrogeological properties of rocks and soils, in *Hydrogeophysics,* eds Rubin, Y. and Hubbard, S., Springer, Dordrecht.

Li, S.X., Pengra, D.B. & Wong, P., 1995. Onsager's reciprocal relation and the hydraulic permeability of porous media, *J. geophys. Res.,* **51**(6), 5748–5751.

Linde, N., Jougnot, D., Revil, A., Matthai, S.K., Renard, D. & Doussan, C., 2007. Streaming current generation in two-phase flow conditions, *Geophys. Res. Lett.,* **34,** LO3306, doi:10.1029/2006GL028878.

Lorne, B., Perrier, F. & Avouac, J.-P., 1999a. Streaming potential measurements. 1. Properties of the electrical double layer from crushed rock samples, *J. geophys. Res.,* **104**(B8), 17 857–17 877.

Maineult, A., Bernabé, Y. & Ackerer, P., 2004. Electrical response of flow, diffusion and advection in a laboratory sand box, *Vadose Zone J.,* **3,** 1180–1192.

Maineult, A., Bernabé, Y. & Ackerer, P., 2005. Detection of advected concentration and ph fronts from self-potential measurements, *J. geophys. Res.,* **110,** B11205, doi:10.1029/2005JB003824.

Maineult, A., Strobach, E. & Renner, J., 2008. Self-potential signals induced by periodic pumping test, *J. geophys. Res.,* **113,** B01203, doi:10.1029/2007JB005193.

Marquis, G., Darnet, M., Sailhac, P., Singh, A.K. & Gérard, A., 2002. Surface electric variations induced by deep hydraulic stimulation: an example from the Soultz HDR site, *Geophys. Res. Lett.,* **29,** doi:10.1029/2002GL015046.

Marshall, D.J. & Madden, T.R., 1959. Induced polarization, a study of its causes, *Geophysics,* **24**(4), 790–816.

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

Massenet, F. & Pham, V.N., 1985. Experimental and theoretical basis of self-potential phenomena in volcanic areas with reference to results obtained on Mount Etna, *Earth planet. Sci. Lett.,* **73,** 415–429.

Morgan, F.D., Williams, E.R. & Madden, T.R., 1989. Streaming potential properties of westerly granite with applications, *J. geophys. Res.,* **94**(B9), 12 449–12 461.

Mualem, Y., 1976a. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resour. Res.,* **12,** 513–522.

Naudet, V., Revil, A., Bottero, J.-Y. & Bégassat, P., 2003. Relationship between self-potential (SP) signals and redox conditions in contaminated groundwater, *Geophys. Res. Lett.,* **30**(21), HLS 2-1–HLS 2-4.

Onizawa, S., Matsushima, N., Ishido, T., Hase, H., Takakura, S. & Nishi, Y., 2009. Self-potential distribution on active volcano controlled by three-dimensional resistivity structure in izu-oshima, japan, *Geophys. J. Int.,* **178,** 1164–1181.

Onsager, L., 1931. Reciprocical relation in irreversible processes: I, *Phys. Rev,* **37**(4), doi:10.1103/PhysRev.37.405.

Overbeek, J.T.G., 1952. Electrochemistry of the double layer., in *Colloid Science, Irreversible Systems,* Vol. 1, pp. 115–193, ed. Kruyt, H.R., Elsevier, New York.

Pengra, D.B., Li, S.X. & Wong, P., 1999. Determination of rock properties by low frequency ac electrokinetics, *J. geophys. Res.,* **104**(B12), 29 485–29 508.

Perrier, F. & Froidefond, T., 2003. Electrical conductivity ans streaming potential coefficient in a moderately alkaline lava series, *Earth planet. Sci. Lett.,* **210,** 351–363.

Perrier, F. & Morat, P., 2000. Characterization of electrical daily variations induced by capillary flow in the non-saturated zone, *Pure appl. Geophys,* **157,** 785–810.

Pezard, P., Gautier, S., Borgne, T.L., Legros, B. & Deltombe, J.-L., 2009. Muset: a multiparameter and high precision sensor for downhole spontaneous electrical potential measurements, *Comptes Rendus - Geosci.,* **341,** 957–964.

Pinder, G.F. & Gray, W.G., 1977. *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology,* Academic Press, New York.

Pozzi, J.-P. & Jouniaux, L., 1994. Electrical effects of fluid circulation in sediments and seismic prediction, *C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. II,* **318**(1), 73–77.

Pride, S., 1994. Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustics of porous media, *Phys. Rev. B,* **50,** 15 678–15 695.

Pride, S. & Morgan, F.D., 1991. Electrokinetic dissipation induced by seismic waves, *Geophysics,* **56**(7), 914–925.

Rawls, W.J., Brakensiek, D.L. & Saxton, K.E., 1982. Estimation of soil water properties, *Trans. ASAE,* **25,** 1316–1320.

Revil, A. & Glover, P.W., 1997. Theory of ionic-surface electrical conduction in porous media, *Phys. Rev. B,* **55**(3), 1757–1773.

Revil, A., Pezard, P.A. & Glover, P.W.J., 1999a. Streaming potential in porous media: 1. Theory of the zeta potential, *J. geophys. Res.,* **104**(B9), 20 021–20 031.

Revil, A., Linde, N., Cerepi, A., Jougnot, D., Matthai, S. & Finsterle, S., 2007. Electrokinetic coupling in unsaturated porous media, *J. Colloid Interface Sci.,* **313,** 315–327.

Richards, L.A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous medium, *Physics,* **1,** 318–333.

Rivière, A., 1977. *Méthodes granulométriques: Techniques et interpr(c)tations,* Masson, Paris.

Sailhac, P. & Marquis, G., 2001. Analytic potentials for the forward and inverse modeling of SP anomalies caused by subsurface fluid flow, *Geophys. Res. Lett.,* **28,** 1851–1854.

Sailhac, P., Darnet, M. & Marquis, G., 2004. Electrical streaming potential measured at the ground surface: forward modeling and inversion issues for monitoring infiltration and characterizing the vadose zone, *Vadose Zone J.,* **3,** 1200–1206.

Saunders, J.H., Jackson, M.D. & Pain, C.C., 2008. Fluid flow monitoring in oilfields using downhole measurements of electrokinetic potential, *Geophysics,* **73,** E165–E180.

Schön, J., 1996. *Physical Properties of Rocks—Fundamentals and Principles of Petrophysics,* Vol. 18, Elsevier Science Ltd., Handbook of Geophysical Exploration, Seismic Exploration.

Smoluchowski, M., 1905. Zur theorie der elektrischen kataphorese und der oberflchenleitung, *Physikalische Z,* **6,** 529–536.

Sprunt, E.S., M., T.B. & Djabbarah, N.F., 1994. Streaming potential from multiphase flow, *Geophysics,* **59**(5), 707–711.

Stern, O., 1924. Zur theorie der electrolytischen doppelschicht, *Z. Electrochem.,*(30), 508–516.

Strahser, M.H., Rabbel, W. & Schildknecht, F., 2007. Polarisation and slowness of seismoelectric signals: a case study, *Near Surf. Geophys.,* **5,** 97–114.

Thorp, J.M., 1959. The dielectric behaviour of vapors adsorbed on porous solids, *Trans. Faraday. Soc.,* **55,** 442.

Titov, K., Revil, A., Konosavsky, P., Straface, S. & Troisi, S., 2005. Numerical modelling of self-potential signals associated with a pumping test experiment, *Geophys. J. Int.,* **162,** 641–650.

Tosha, T., Matsushima, N. & Ishido, T., 2003. Zeta potential measured for an intact granite sample at temperatures to 200c, *Geophys. Res. Lett.,* **30**(6), 1295, doi:10.1029/2002GL016608.

APPENDIX A: INSTRUMENTAL AND EXTERNAL FACTORS INFLUENCING SP MEASUREMENTS

We present in this section some test experiments carried out to investigate the different sources of electrical noise on SP measurements. This noise could be induced by acquisition process or by experimental setup.

The first experiments were performed in water to study the influence of water content probes on SP measurements. Actually these probes apply an electrical field to perform the measurements and it could perturb the streaming potential measurements. Some SP measurements were combined to water content measurements (black and red curve) and compared to SP alone (green curve) (Fig. A1). The shielded part of SP electrode's cables is connected to a secure ground point on the acquisition unit. We observe that the high

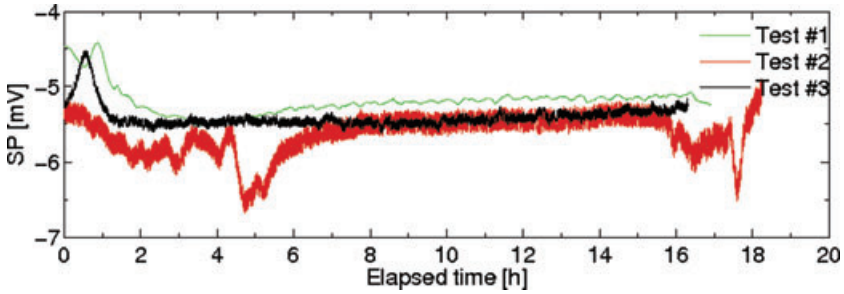


Figure A1. SP signals measured in water without any other measurements (green curve) and SP measurements combined to water content measurements, without the ground connection (red curve), and integrated on 100 periods of 50 Hz (black curve).

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

frequency noise increases when water content is measured. The amplitude of this noise is around 0.2 mV, which is negligible in regards to the typical SP values presented in this paper. In order to reject anthropogenic noise, the signals are integrated on several periods of the 50 Hz signal. The black signal on the Figure is integrated on 100 periods of the 50 Hz, corresponding to 2 s of measurement, and the red one is integrated on 10 periods only. The impact of this integration is important, so that we chose to integrate all SP measurements on 100 periods of the 50 Hz for each experiment. Finally, some more larger fluctuations (around 1 mV) are identified on the red curve, with a 12 hr delay. These variations are linked to temperature fluctuations which are detailed below.

Finally, water content probes have been placed into the column 5 cm (see Fig. 1) from SP electrodes to minimize their effects.

The same experimental protocol was used to fill the column to ensure the repeatability of all experiments. The column has been filled by imbibition in order to limit the formation of air bubbles and to ensure a uniform paking. When the sand is dropped into the column, the water volume is maintained larger than the sand volume. Thus, the medium remains saturated and the water content is uniform in the whole column. Finally, a first test drainage is carried out to ensure the sand packing.

The chemical equilibrium stability of the mixture (sand with water) and temperature fluctuations have been monitored during the equilibrium phase, before the drainage experiment. The water electrical conductivity, σ_w, and pH during the chemical equilibrium phase (described in the Section 3) are measured in the stocked water and in the outflow water, which is the water sampled at the column exit after flow (Fig. A2). We observe the stabilization of both σ_w and pH values after recycling the pore volume four times. This stabilization, considering the measurement accuracy, is obtained after almost 7 d, in the same flow conditions than for the drainage experiment.

Temperature fluctuations have also been monitored, using two thermocouples, inside and outside the column during the first experiment (Fig. A3b), and are compared to raw SP measurements

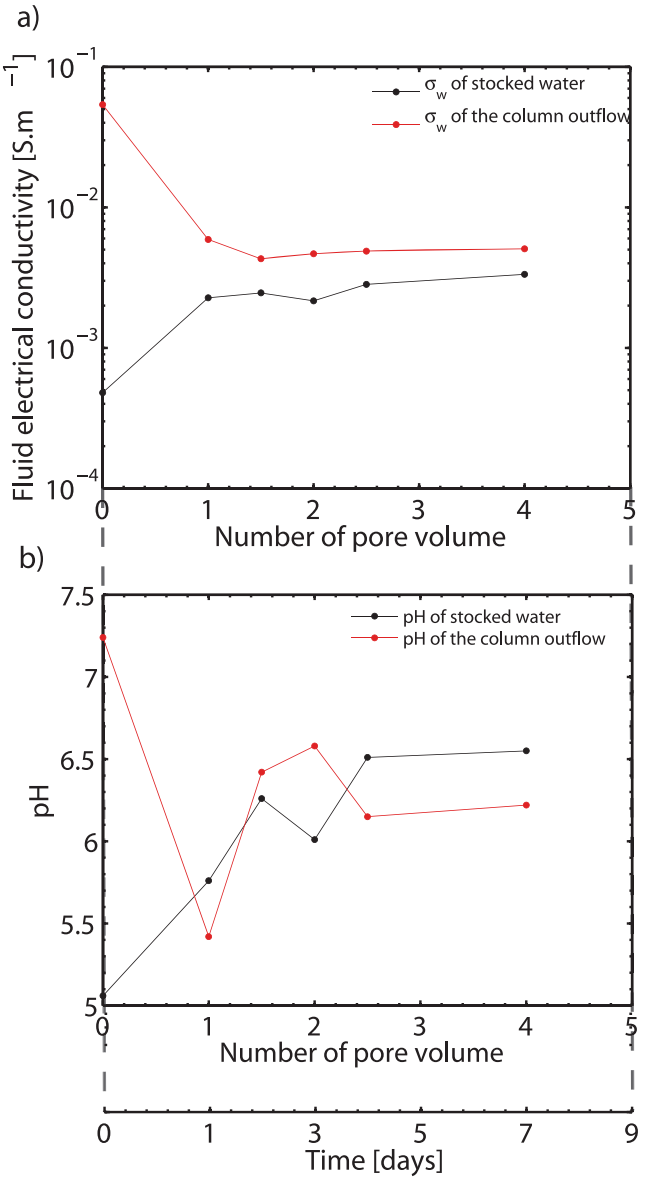


Figure A2. Water electrical conductivity and pH measured during the equilibrium phase of the first experiment, in the stocked water and in the outflow water. The flow conditions are the same than those during a drainage experiment.

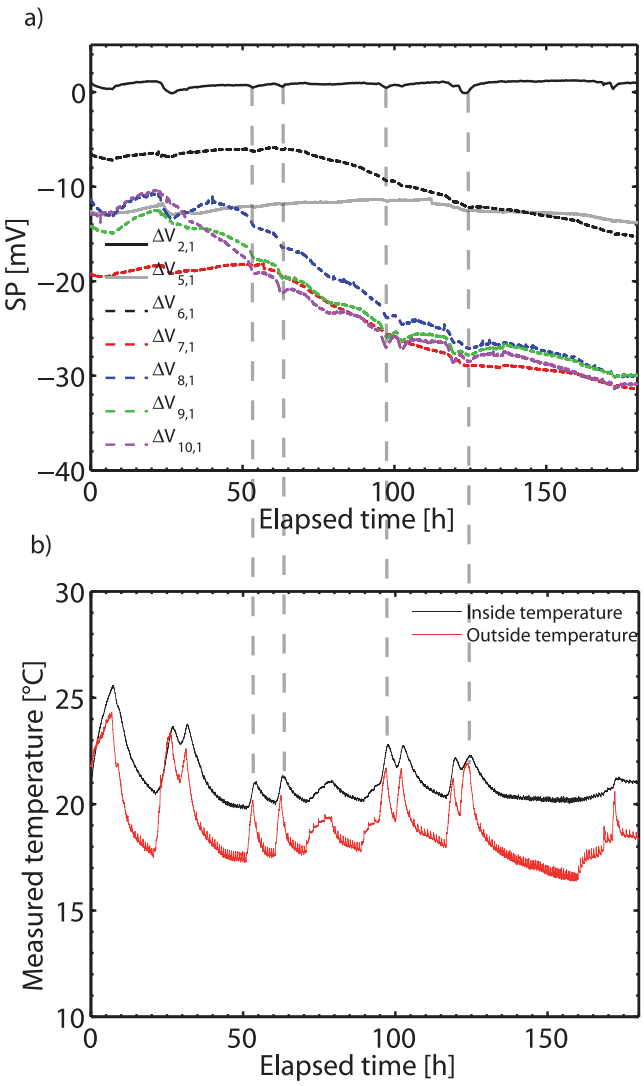


Figure A3. Raw SP measurements of the first experiment (a) and temperature monitored inside and outside the column at the same time (b).

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

(Fig. A3a). Some periodical variations linked to day/night cycles are clearly identified on the temperature measurements. The maximum value of temperature fluctuations inside the column is about 2 °C.

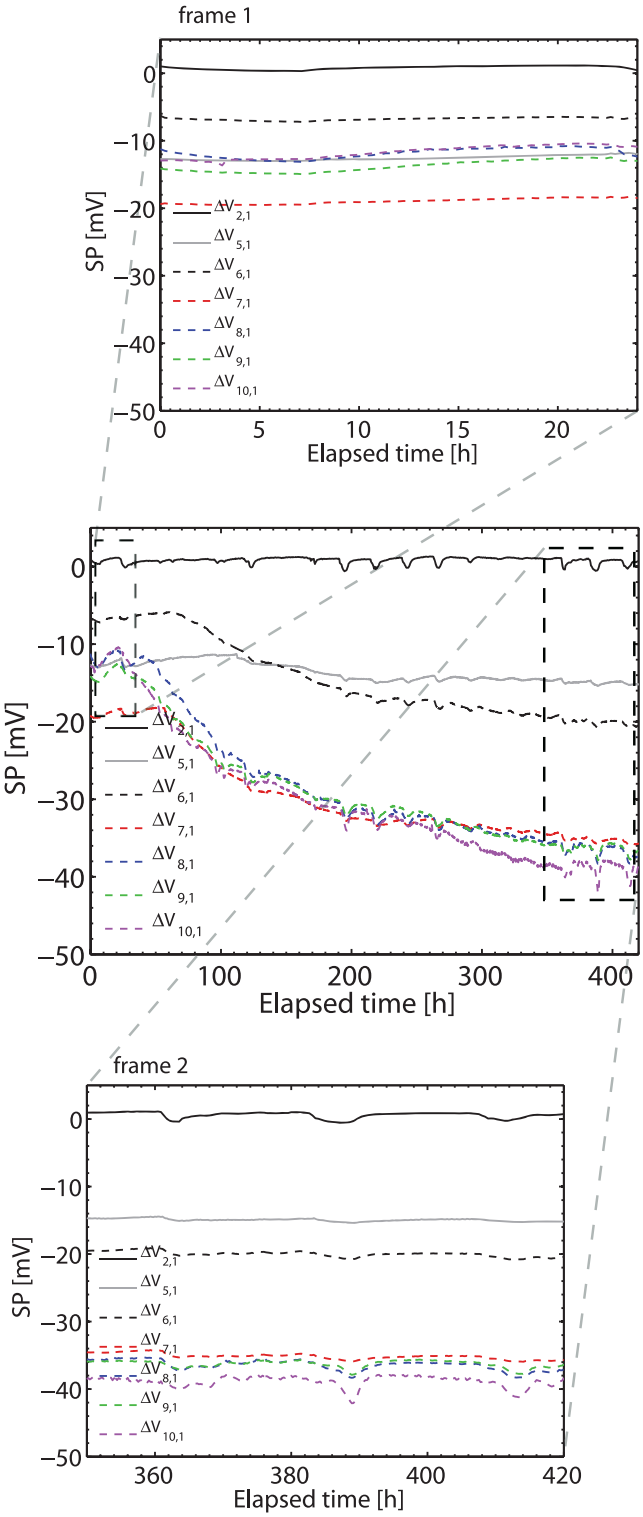


Figure A4. Raw SP measurements for the first experiment. The frame #1 is a zoom on the first 24 hr of the recording (before the drainage start), and the second frame is a zoom on the last 40 hr of the recording (after the flow stop).

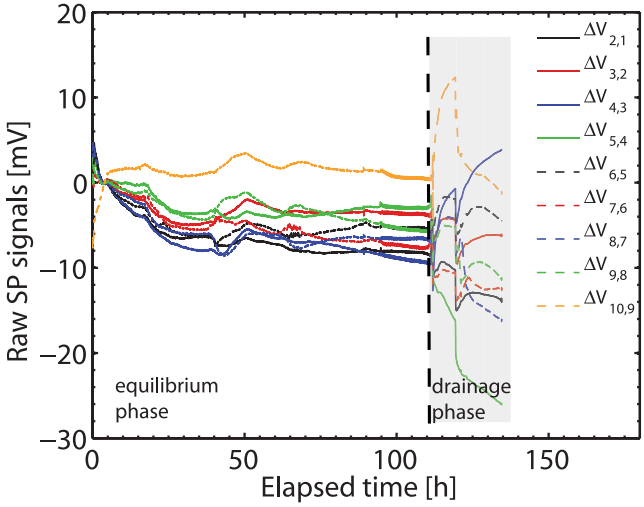


Figure A5. An example of experimental recording during the equilibrium phase. A 30 hr stable phase is identified just before the drainage start.

Corresponding peaks in the raw SP signals are identified by dashed lines (Fig. A3) and clearly correlated to temperature. However, the noise amplitude involved in SP data by temperature fluctuations is negligible, in regards to characteristic SP signals measured during a drainage experiment.

The two experiments presented in this paper are very long (around 300–400 hr), so that it is important not to have a drift in the SP signals.

Raw SP recordings of the first experiment are reported (Fig. A4). The first frame represents almost 24 hr of measurements before the drainage start. The second frame represents more than 40 hr of measurements after the drainage stopped. These two examples show a very stable SP signals for all dipoles when there is no water flow. Moreover, the SP measured with the dipole (2, 1) is stable around 1 mV for 400 hr of recording, as we could expect in the part of the column which remains saturated. These examples reject the possibility of electrodes drifting during the experiment and attest their accuracy.

Another example of a long raw SP recording before a drainage experiment not presented in this paper shows a quite stable electrical potential values during 50 hr after a long equilibrium phase (Fig. A5). This example is representative of recorded signals of different phases during an experiment.

We concluded from all these test experiments that the instrumental and external sources of electrical noise are small enough to allow us to detect a streaming potential induced by a drainage experiment.

APPENDIX B: ELECTRICAL AND ELECTROKINETIC CHARACTERIZATION OF THE SAND

The C_{sat} value can be measured in steady-state saturated flow. Streaming Potential (SP) is measured for several applied pore pressures within a sample of sand (Fig. B1a). These measurements were performed using another experimental setup (Jouniaux *et al.* 2000), to be able to apply large enough pressure differences (up to 30 000 Pa) to induce a measurable electrokinetic coefficient, which was -3×10^{-7} V Pa^{-1} (with $\sigma_w = 0.055$ S m^{-1}). The slope of the regression leads to the value of C_{sat}. These measurements have been made at a higher water salinity than the one observed in both experiments presented in this paper. Assuming that

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

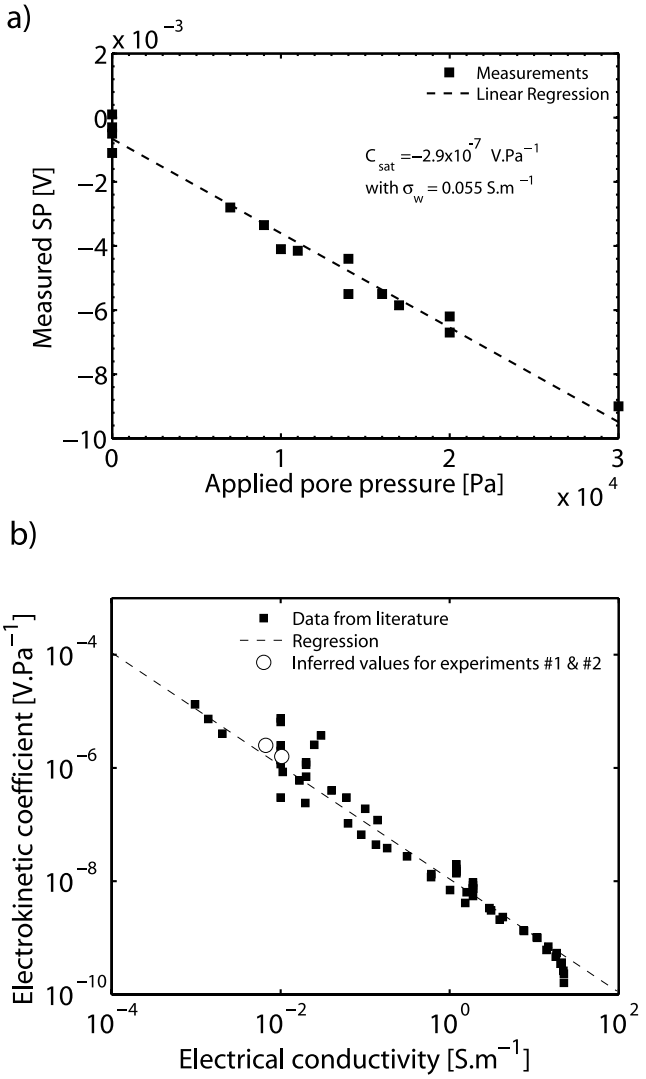


Figure B1. (a) SP measured on Sifraco NE34 sand sample. The slope of the regression (black dashed line) leads to the value of the electrokinetic coefficient at saturation, $C_{sat} = -2.9 \times 10^{-7}$ V Pa^{-1} for water conductivity $\sigma_w = 0.05 \times 10^{-2}$ S m^{-1}. (b) The inferred values of C_{sat} at conductivities used in experiment #1 and #2 (empty circles). Comparison with data collected (in absolute terms) on sands and sandstones at pH 7−8 (when available) from Ahmad (1964), Guichet *et al.* (2003, 2006), Ishido & Mizutani (1981), Jaafar *et al.* (2009), Jouniaux & Pozzi (1997), Li *et al.* (1995), Lorne *et al.* (1999a), Pengra *et al.* (1999), Perrier & Froidefond (2003). The regression (black dashed line) leads to $C_{sat} = -1,1 \times 10^{-8} \cdot \sigma_w^{-1}$ V Pa^{-1}.

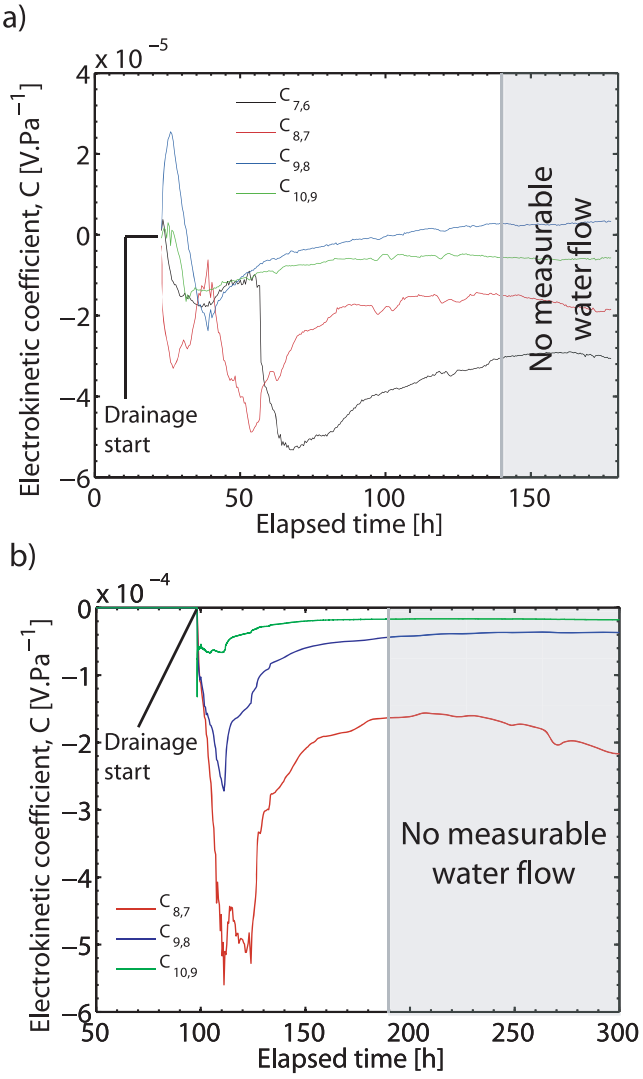


Figure B2. The raw electrokinetic coefficient measurements deduced from measured SP and computed ΔP, for experiment #1 (a), and for experiment #2 (b).

the Helmholtz–Smoluchowski equation is valid, we inferred the C_{sat} values corresponding to the conductivities of the two experiments of this paper. This calculation leads to $C_{sat} = -1.6 \times 10^{-6}$ V Pa^{-1} (with $\sigma_w = 103.2 \times 10^{-4}$ S m^{-1}) for the first one and $C_{sat} = -2.5 \times 10^{-6}$ V Pa^{-1} (with $\sigma_w = 66.4 \times 10^{-4}$ S m^{-1}) for the second one. Measurements of C_{sat} performed on sand and sandstone samples collected in the literature are shown as a function of the water electrical conductivity, σ_w (Fig. B1b). The regression leading to $C_{sat} = 10^{-8} \cdot \sigma_w^{-1}$ shows that our values of C_{sat} are in the general trend deduced from other studies on sand and sandstones.

Raw electrokinetic coefficient computed through eq. (2), using measured SP and computed ΔP (Figs 3 and 4 respectively), are reported (Figs B2a and b). No water flow was measurable at $\simeq$140 hr and $\simeq$190 hr after the drainage start for experiment #1 and #2 respectively. At this step, measured water-content and water pressures stopped to decrease and kept stable (see Fig. 2). Then, the minimum of water saturation was reached for all the dipoles. Thus, electrokinetic coefficient data presented as a function of water saturation in this paper correspond to $\simeq$140 hr and $\simeq$190 hr of measurements from the drainage start. We can also observe on these Figures the scattering of the measurements at the beginning of the experiment #1 which we detail below.

In addition, we propose a statistical study of our data set to estimate its uncertainty. We applied a sliding window to the $C(S_w)$ data set. The width of the window is defined in terms of water saturation interval $S_w = 0.05$. This value corresponds to the error on water saturation measurements. In each window we analysed the measurements distribution as an histogram. The obtained distributions were non-symmetric (as Gaussian distribution for instance), so that we decided to represent the median value of the distribution in each window (coloured circles in the Fig. B3). We computed the error bars using the minimum and the maximum value of $C(S_w)$ in each window. Thus, error bars include 100 per cent of the

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

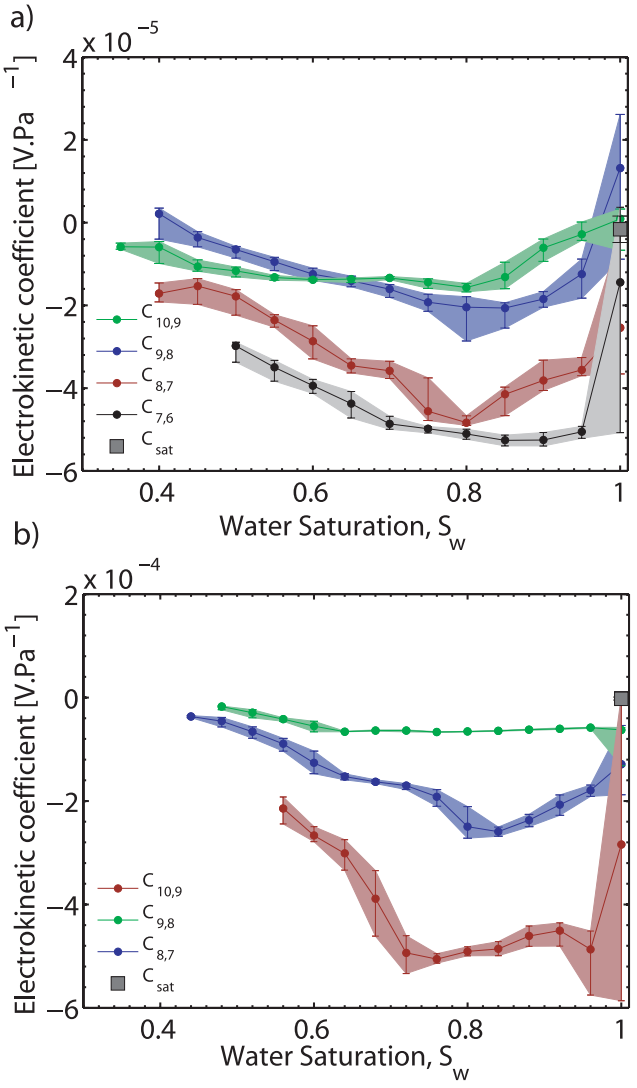


Figure B3. Statistical study of the raw electrokinetic coefficients for experiment #1 (a) and experiment #2 (b). A sliding window of $S_w = 0.05$ width is applied to the data set. The median of the distribution is chosen for each window to represent the data. The error bars correspond to the minimum and maximum values of the distribution for each window. The inferred values of C_{sat} are represented by squares.

uncertainty linked to all the noise sources we cannot control during the experiment.

The uncertainty is maximum at the beginning of each experiment (Fig. B3). We observe that the inferred C_{sat} is included in error bars.

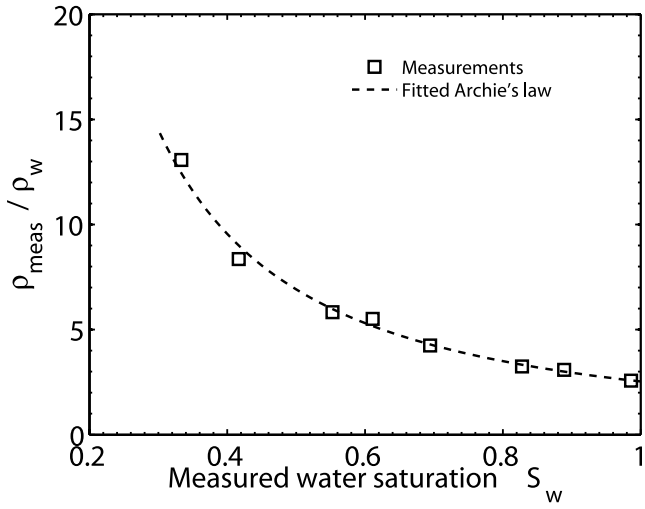


Figure B4. True electrical resistivity of the sand. The black squares are measured ρ_r/ρ_w for nine water/sand mixtures. The water-content was controlled by weight. The black dashed line is the best Archie's law fitting the data. Results lead to $n = 1.45$ for the Archie saturation exponent.

Furthermore, error bars also include the zero when some signals change in sign at very low saturations. This analysis confirms that our measurements are precise and accurate enough to follow the electrokinetic coefficient behaviour as a function of water saturation.

The electrokinetic coefficient models computed in Section 5 need the Archie saturation exponent n to be known. Rather than to choose n from some published values, we decided to measure electrical resistivity of the unsaturated sand in a small-scale column (already used for Theta probe calibrations). Nine sand mixtures were prepared by weight to obtain nine different homogeneous unsaturated media. The values of θ varies from θ_r to θ_s to ensure a good coverage of the whole saturation domain. We also measured the porosity (equivalent to θ_s) which was equal to 0.36. Measurements of electrical resistance were carried out with circular stainless steel (same diameter than the column) placed at each extremity, and using an impedancemeter (Agilent 4263b) combined with the same acquisition system than for experiments #1 and #2. Thus, the simple and short cylindrical geometry of this experiment allowed us to easily convert raw electrical resistance values in terms of true electrical resistivity ρ_{meas}. The values ρ_{meas} normalized by the measured water electrical resistivity are shown as a function of water saturation (Fig. B4). Then, Archie's law was fitted to the data in a least square sense, and results gave $n = 1.45$ for the second Archie exponent.

© 2010 The Authors, *GJI*
Journal compilation © 2010 RAS

3.3 RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX COMPLÉMENTAIRES

Au cours de chaque drainage les différences de potentiels électriques ΔV, les pressions d'eau h, les teneurs en eau θ et la température T sont mesurées toutes les 80 s. Nous présentons dans cette section deux expériences de drainage complémentaires (exp. #3 et #4) aux deux déjà traitées dans l'article de la section précédente (exp. #1 et #2). Nous détaillerons ici les mesures hydrodynamiques, les mesures électriques et enfin les résultats de coefficient d'électrofiltration expérimentaux. Ils pourront ainsi être comparés aux résultats précédents.

3.3.1 MESURES HYDRODYNAMIQUES

Les conditions initiales de chaque expérience sont identiques (milieu saturé, équilibre hydrostatique). La différence majeure entre ces expériences et les deux précédentes réside dans les conditions de drainage. Lors des deux premières expériences, une membrane en nylon a été placée à la base de la colonne. Cette membrane permet d'appliquer une dépression importante à la base de la colonne, c.à.d placer le réservoir R1 (Fig. 1, section 3.2) en dessous de la base de la colonne, sans laisser rentrer d'air dans le réservoir d'eau à sa base ("water reservoir", Fig. 1, section 3.2). Ce réservoir d'eau permet de transmettre la pression du déversoir R1 à la colonne. Cette membrane ayant une pression d'entrée d'air importante, l'air ne pénètre pas dans le réservoir (même quand tout le sable est désaturé), et permet de continuer l'expérience. La présence d'une membrane est intégrée lors de la résolution de l'équation de Richards. Son épaisseur et sa conductivité hydraulique ont été choisie telles que son influence sur l'écoulement soit minime. Cette influence a en réalité diminué la vitesse d'écoulement lors des deux premières expériences. Les deux expériences présentées maintenant ont été réalisées sans membrane, et sont donc caractérisées par des écoulements plus rapides, bien que la condition à la limite inférieure (position du déversoir R1) ait été la même.

Les courbes de pressions d'eau et de teneur en eau mesurées en fonction du temps sont présentées en figure 3.9a et 3.9b. On observe que le temps nécessaire au drainage de la colonne est jusqu'à 3 fois inférieur à ceux observés lors des expériences #1 et #2. Les mesures hydrodynamiques sont inversées en utilisant le schéma numérique décrit au chapitre 2. Les paramètres θ_r, θ_s, h_a, et λ des relations $h(\theta)$ et $K(\theta)$ du modèle de Brooks et Corey - Mualem sont ainsi déterminés. Les valeurs de ces paramètres pour les quatre expériences traitées sont reportées dans le tableau 3.1.

L'abaissement du déversoir a pour effet de déclencher la phase de drainage. La dépression appliquée à la base de la colonne est transmise quasi instantanément à l'ensemble des capteurs de

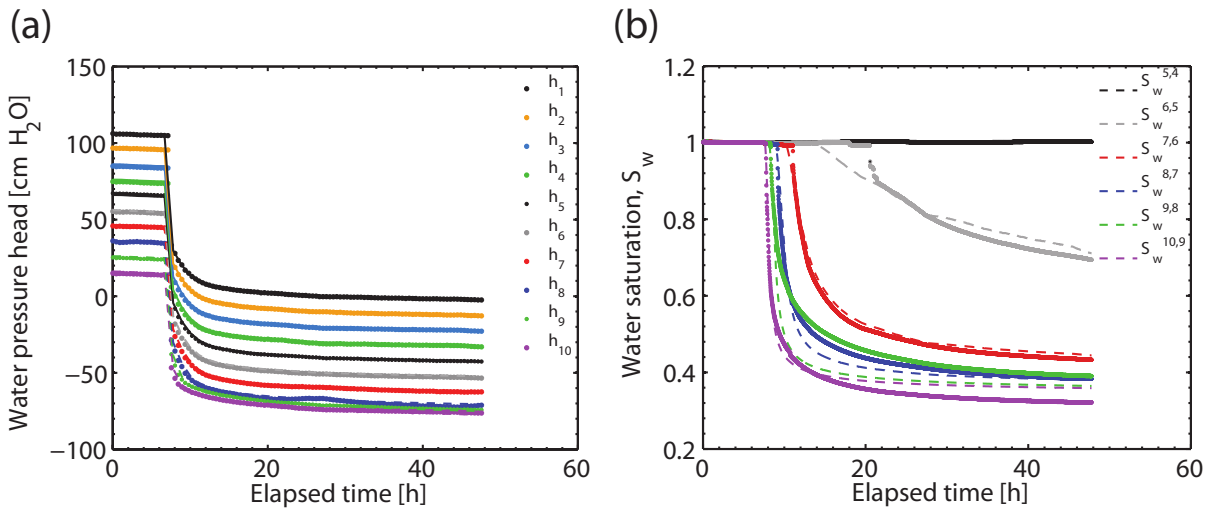


Figure 3.9. (a) Pressions d'eau mesurées (points) et calculées (lignes) pour l'expérience #3, en unités de hauteur d'eau, tracées en fonction du temps. Chaque courbe correspond à une position différente le long de la colonne. Ainsi, l'indice #1 de h_1 correspond à la mesure du bas de la colonne et l'indice #10 à celle du haut. (b) Saturations en eau mesurées (points) et calculées (lignes) tracées en fonction du temps. L'exposant i de ${S_w}^i$ précise la position de chaque sonde θ probe dans la colonne. Le début du drainage est localisé à environ 8h.

pression. En revanche, les teneurs en eau ne diminuent qu'à partir d'un certain seuil de pression. Comme le montrent les courbes de rétention du modèle de Brooks et Corey présentées au chapitre 2, cet effet est lié à la pression d'entrée d'air, h_a. La valeur de ce paramètre, intrinsèque au milieu, est d'environ 40 cm pour le sable utilisé. Après un temps suffisant, le flux à la sortie de la colonne devient nul, les pressions d'eau et les teneurs en eau ne varient alors quasiment plus, marquant ainsi la fin de l'expérience. Le temps total des deux premières expériences, de l'ordre de 200-300 heures, est trois fois supérieur à celui des deux dernières expériences. Cette différence de dynamique est illustrée par la figure 3.11a qui présente les courbes de masses cumulées mesurées à la sortie de la colonne pour les quatre expériences de drainage. Une courbe en exponentielle du temps permet de modéliser ces données :

$$m_{cumul} = m_0 e^{-\frac{t}{m_1}} + m_2 \tag{3.2}$$

où m_0, m_1 et m_2 sont des constantes ajustées. Les courbes de flux moyens sont ensuite déduites en dérivant cette expression une fois en fonction du temps (Figure 3.11b). Le maximum du flux moyen varie d'un ordre de grandeur, passant de 2.15 m.s^{-1}à 4.72 m.s^{-1}de l'expérience #1 à #3, et la diminution est d'autant plus rapide que ce maximum est important.

Tableau 3.1. Paramètres hydrodynamiques déduits de l'inversion des quatre expériences de drainage. Les valeurs ${S_w}^r$ sont calculées avec les valeurs θ_r telles que ${S_w}^r = \theta_r/\phi$. K_s^{meas} est la mesure de perméabilité du sable en [m.s^{-1}], et K_s la conductivité hydraulique à saturation calculée numériquement [m.s^{-1}].

Expérience	K_s (x10^{-5})	K_s^{meas} (x10^{-5})	h_a [m]	λ	θ_r	θ_s [m^3.m^{-3}]	${S_w}^r$ [-]
#1	1.65	17.2	0.4	3.88	0.11	0.355	0.305
#2	2.72	17.2	0.45	3.65	0.12	0.358	0.33
#3	7.3	17.2	0.40	7.2	0.15	0.39	0.38
#4	30	17.2	0.40	9.5	0.11	0.356	0.31

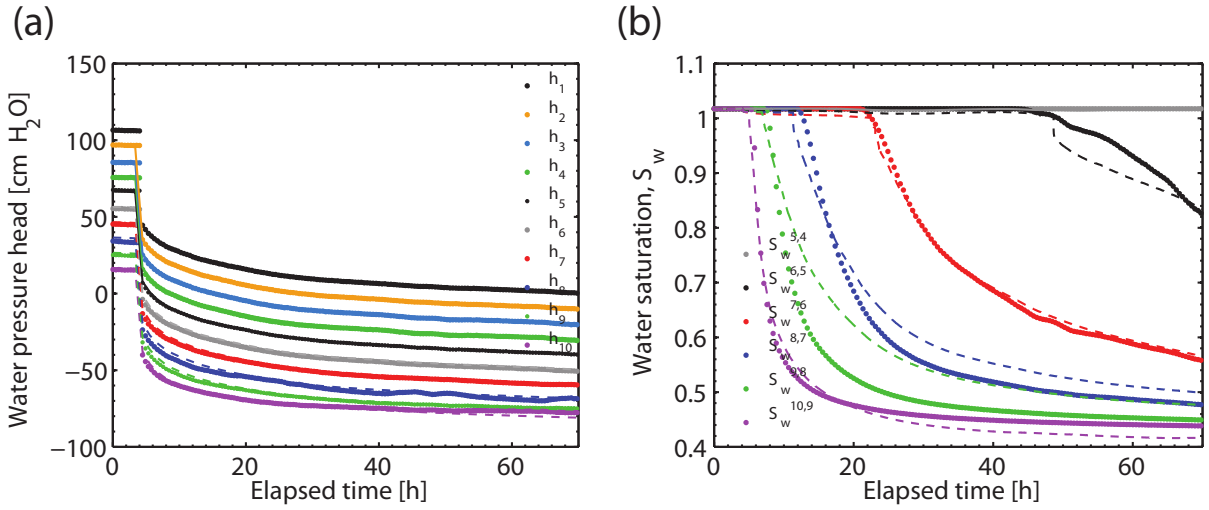


Figure 3.10. (a) Pressions d'eau mesurées (points) et calculées (lignes) pour l'expérience #4, en unités de hauteur d'eau, tracées en fonction du temps. Chaque courbe correspond à une position différente le long de la colonne. Ainsi, l'indice #1 de h_1 correspond à la mesure du bas de la colonne et l'indice #10 à celle du haut. (b) Saturations en eau mesurées (points) et calculées (lignes) tracées en fonction du temps. L'exposant i de ${S_w}^i$ précise la position de chaque sonde θ probe dans la colonne. Le début du drainage est localisé à environ 5h.

3.3.2 MESURES ÉLECTRIQUES

Les figures 3.12a et 3.13a présentent les mesures brutes de potentiels d'électrofiltration pour les expériences #3 et #4. Ces différences de potentiels sont ramenées à zéro dans la phase précédent le drainage, ainsi l'interprétation se fait sur des variations relatives. Les signaux PS correspondant aux 9 dipôles de la colonne (un dipôle étant formé de deux électrodes consécutives) sont ensuite déduits des données brutes par simple différence (cf. figures 3.12b et 3.13b). Ainsi, $\Delta V_{10,9}$

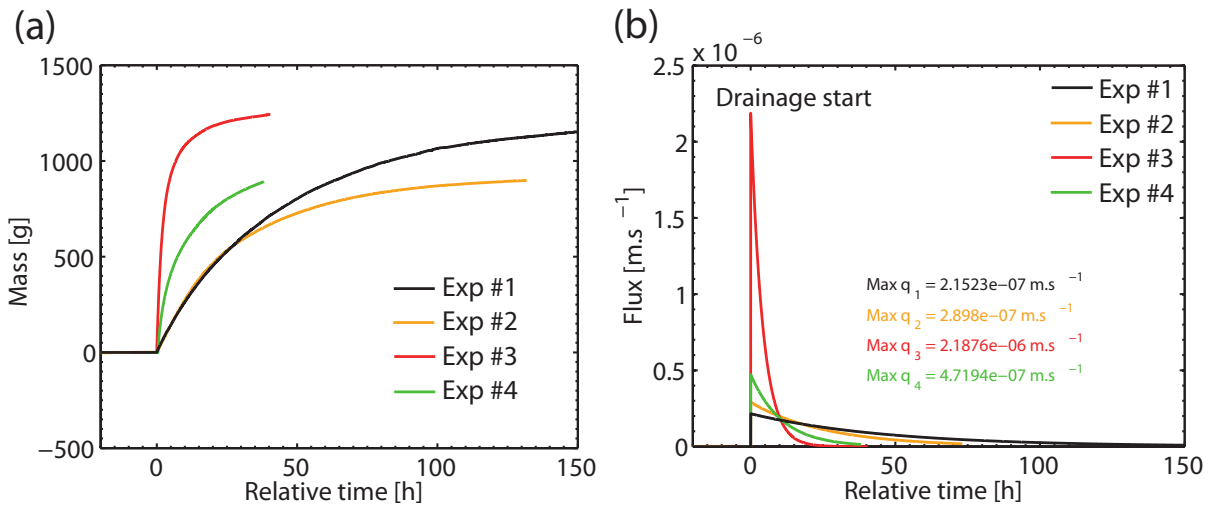


Figure 3.11. (a) Courbes de masses cumulées ajustées aux mesures effectuées à la base de la colonne au cours des quatre expériences de drainage. (b) Flux moyens [m.s^{-1}] déduits des mesures de masses cumulées, tels que : $q = Q/S = 1/S.\partial m/\partial t$, où Q est le débit [m^3.s^{-1}] et S la section [m^2].

sera calculé tel que : $\Delta V_{10,9} = \Delta V_{10,1} - \Delta V_{9,1}$. Nous interpréterons donc les signaux par "couche" ; deux électrodes consécutives délimitant une couche de 10 cm d'épaisseur, chacune étant affectée d'une mesure de différence de potentiels électriques, de différence de pressions et de teneur en eau.

Les conductivités électriques de l'eau mesurées sont très proches entre les expériences #3 et #4, et de l'ordre de 55×10^{-4} S.m^{-1}. Cette valeur étant plus faible que lors des deux premières expériences, les signaux PS observés sont de plus grande amplitude ; le coefficient d'électrofiltration étant inversement proportionnel à la conductivité électrique du fluide. Un pic, d'une amplitude de l'ordre de 3 à 5 mV, est identifié au début des enregistrements (Figure 3.13a), et suivi d'un palier de quelques minutes (environ une dizaine de mesures). Les signaux diminuent ensuite de façon comparable à ceux observés lors des autres drainages. Ce pic de départ est bien marqué sur tous les dipôles dès le début de la phase de drainage (à la seconde près). Une légère oscillation des signaux, dont l'amplitude dépend du dipôle considéré, est localisée environ 30 h après le début de l'expérience #3. Vraisemblablement due à une variation de pression (elle-même induite par un changement de température), cette oscillation étant enregistrée lorsque le flux moyen est très faible (et l'écoulement terminé - Figure 3.11), elle ne gènera pas l'interprétation. La partie utile du signal est donc située avant 30 h. Les potentiels mesurés lors de la dernière expérience présentent de la même façon un pic en début de drainage (Figure 3.13).

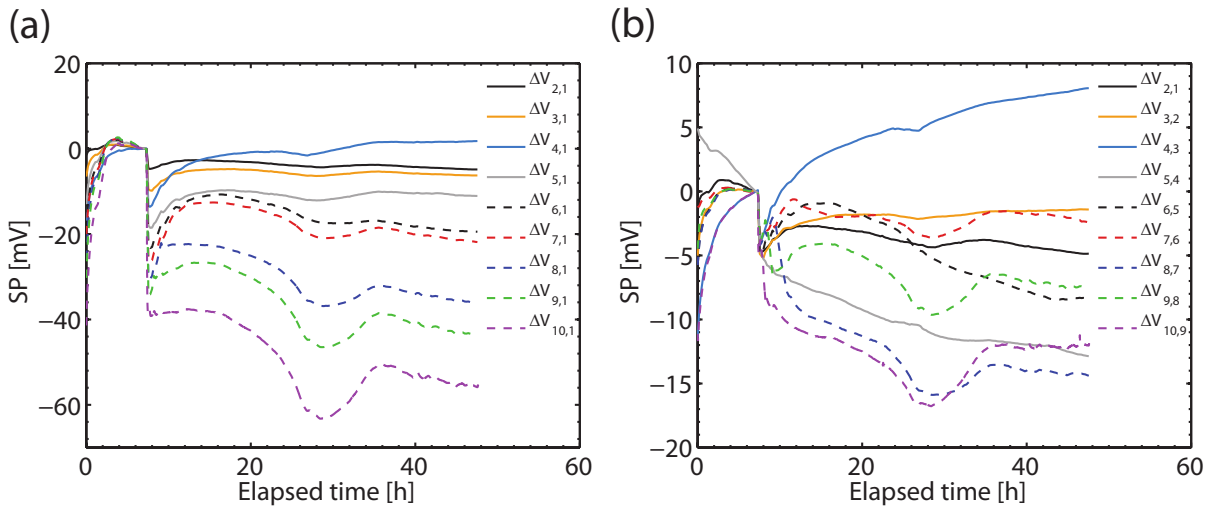


Figure 3.12. (a) Différences de potentiels électriques mesurés pour différents dipôles ($\Delta V_{i,1}$) au cours du drainage de l'expérience #3. Chaque dipôle est identifié par ses indices. (b) Différences de potentiels électriques déduites pour chacun des 9 dipôles de la colonne ($\Delta V_{i,i-1}$). Par exemple, $\Delta V_{10,9}$ correspond au signal entre les electrodes #10 et #9. Les lignes pointillées correspondent aux dipôles situés dans la zone non-saturée à la fin du drainage. La ligne noire correspond au dipôle (2,1). Le début du drainage est localisé à $t = 8$ h.

Cependant, après cette phase, ils augmentent fortement, changent de signe, puis diminuent pour rejoindre un comportement proche des signaux précédents. Ce changement de signe est inattendu, et non-physique. En effet, d'après la définition du coefficient de couplage, le signe des potentiels d'électrofiltration est directement lié au sens de l'écoulement. Un changement de signe impliquerait donc une inversion du sens de l'écoulement, ce qui est impossible lors des expériences réalisées. Une première hypothèse est que la phase d'équilibre précédent la phase de drainage ait été interrompue prématurément, c.à.d avant que l'équilibre chimique entre l'eau et le sable ne soit atteint. Ceci a pu amener la conductivité électrique du fluide à augmenter lors du drainage (l'eau se chargeant au contact du sable), et à rendre l'interprétation des signaux impossible. La seconde hypothèse a trait à une mesure préalable de résistivité électrique du sable. Lors de cette expérience test, les électrodes ont été utilisées pour débiter du courant et d'autres pour mesurer une différence de potentiel, selon un principe se rapprochant de celui d'une tomographie électrique sur le terrain. Bien que le courant injecté ait la forme d'un créneau, changeant de signe, afin de limiter les effets de polarisation, les électrodes ont pu se polariser lors de ce test. Ceci pourrait également expliquer le comportement décrit précédemment.

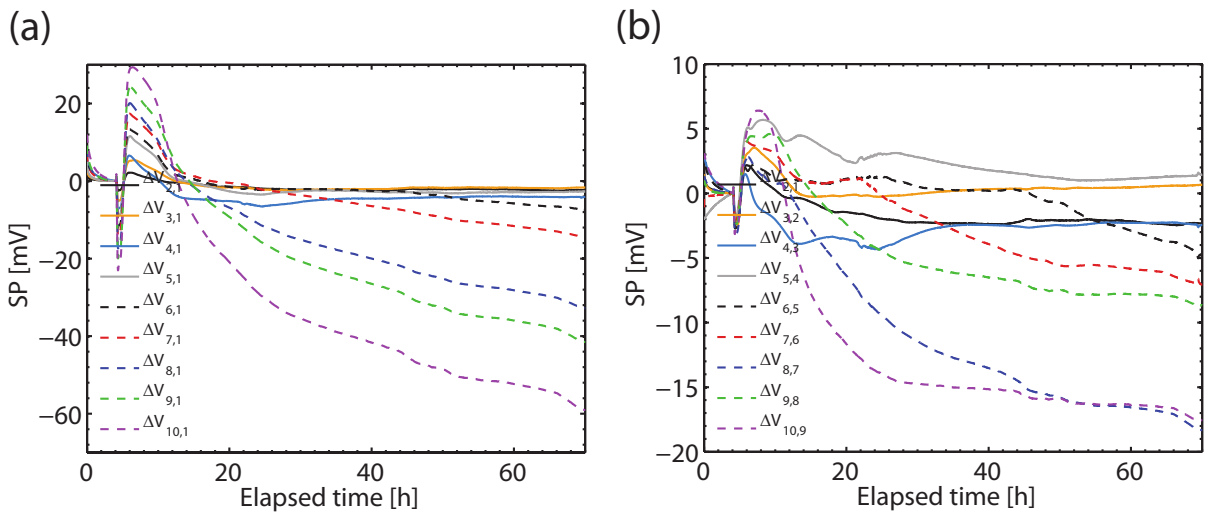


Figure 3.13. (a) Différences de potentiels électriques mesurés pour différents dipôles ($\Delta V_{i,1}$) au cours du drainage de l'expérience #4. Chaque dipôle est identifié par ses indices. (b) Différences de potentiels électriques déduites pour chacun des 9 dipôles de la colonne ($\Delta V_{i,i-1}$). Par exemple, $\Delta V_{10,9}$ correspond au signal entre les electrodes #10 et #9. Les lignes pointillées correspondent aux dipôles situés dans la zone non-saturée à la fin du drainage. La ligne noire correspond au dipôle (2,1). Le début du drainage est localisé à $t = 4$ h.

3.3.3 COEFFICIENTS D'ÉLECTROFILTRATION

Le calcul des coefficients d'électrofiltration dans chaque couche de la partie non-saturée, en utilisant l'équation (4) de la section 3.2, nécessite la connaissance des différences de pression totale. Les $\Delta P_{i,i-1}$ sont déduits des pressions d'eau calculées, ${h_i}^{calc}$, lors de l'inversion, auxquelles est ajoutée la contribution du potentiel gravitaire, indispensable dans le cas d'un écoulement vertical. Ainsi, les différences de pression totale sont données telles que : $\Delta P_{i,i-1} = \rho_w g[({h_i}^{calc} - z_i) - ({h_{i-1}}^{calc} - z_{i-1})]$, le signe $-$ indiquant que l'axe des z est pris positif vers le bas.

La figure 3.14 présente les différences de pressions calculées pour les couches situées dans la partie non-saturée de la colonne, soit les dipôles $(10, 9)$, $(9, 8)$, $(8, 7)$ et $(7, 6)$ (en pointillés sur la figure 3.14). Tous les autres dipôles ont un comportement identique, car situés dans la partie de la colonne restant saturée au cours du drainage. Lors de chaque expérience, un pic de pression est observé et marque le début du drainage. Son amplitude est fonction de la façon dont se transmet la pression dans la colonne (présence ou non d'une membrane poreuse), et varie entre

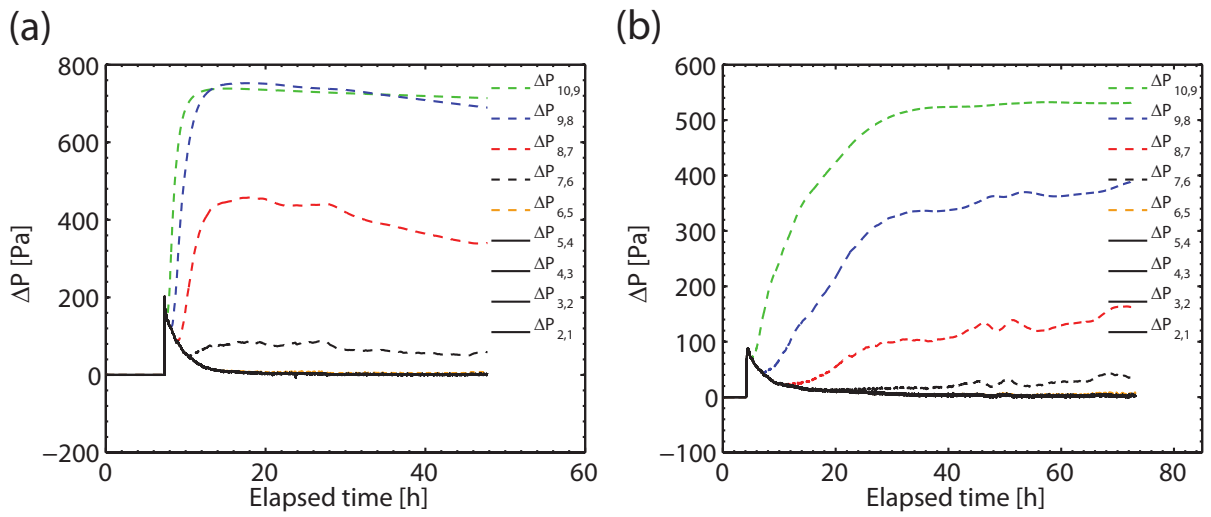


Figure 3.14. Différences de pression totale [Pa] déduites des pressions calculées telles que : $\delta P = \rho_w g(h - z)$, tracées en fonction du temps. Les lignes pointillées correspondent aux couches situées dans la partie non-saturée de la colonne. La ligne noire correspond aux couches dans la partie saturée. (a) Expérience #3. (b) Expérience #4.

25 Pa pour l'expérience #2 et 200 Pa environ pour l'expérience #3. L'intensité de ce pic est directement corrélée au maximum du flux présenté en figure 3.11. La principale caractéristique de ces courbes est l'augmentation des ΔP lorsque le milieu se désature. On note les prémices d'une diminution de ΔP après plusieurs dizaines d'heures, lorsque le flux devient nul. Cette diminution des différences de charges correspond au début de la phase d'équilibre du milieu, après l'arrêt de l'écoulement, lorsque l'eau se redistribue par capillarité. Le temps nécessaire à cet équilibre peut être relativement important. Il dépendra principalement de la granulométrie du sable utilisé (di Carlo et al., 2006), et plus particulièrement de la pression d'entrée d'air, h_a. Pour le sable utilisé dans ce travail, le temps d'équilibre hydrostatique peut atteindre 17 jours. Les coefficients d'électrofiltration sont représentés en fonction du temps dans la figure 3.15 pour les expériences #3 et #4. En raison du problème lié à l'équilibre chimique sable/eau évoqué au paragraphe précédent, l'expérience #4 ne sera pas interprétée, mais les figures correspondantes sont néanmoins présentées. Un minimum est clairement observé sur les courbes de coefficient d'électrofiltration comme lors des expériences précédentes.

Souvent le coefficient d'électrofiltration relatif est introduit pour les milieux non-saturés. Il est défini comme le rapport des coefficients mesurés et de C_{sat}. Par analogie à l'étude de la perméabilité d'un milieu non-saturé, cette normalisation permet la représentation de l'évolution relative de C par rapport à l'état saturé. Dans le cadre de ce travail, une normalisation classique

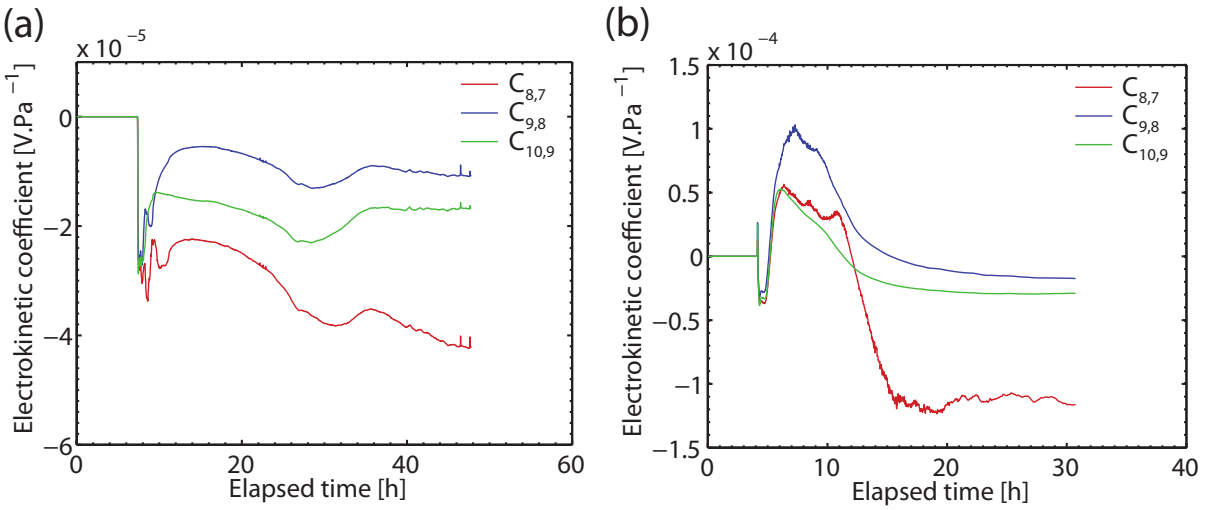


Figure 3.15. Coefficients d'électrofiltration déduits des mesures PS et des différences de pression totale calculées, tracés en fonction du temps. (a) Valeurs correspondant aux dipôles $C_{10,9}$, $C_{9,8}$ et $C_{8,7}$ de l'expérience #3. (b) Valeurs correspondant aux dipôles $C_{10,9}$, $C_{9,8}$ et $C_{8,7}$ de l'expérience #4. Rappelons que $\sigma_w \simeq 55 \times 10^{-4} S.m^{-1}$ pour ces deux expériences.

par la valeur de C_{sat} mène à des coefficients relatifs supérieurs à 1, comme le montre l'exemple de la figure A7 de la section 3.2, ou encore la figure 3.16 pour les expériences #3 et #4. La normalisation par C_{sat} vient du fait que cette valeur est le maximum classiquement observé (en valeur absolue), ou le minimum, puisque C est négatif. Dans ce travail, une normalisation par la valeur minimum de C (ou maximum en valeur absolue) a également été utilisée, c.à.d $C(S_e)/C_{min}$. De cette manière, l'allure des courbes de coefficients normalisés est plus facilement comparable à celle des modèles de la littérature (Figure 3.17). La valeur minimum de $C(S_e)$, utilisée pour la normalisation, est inférieure à celle de C_{sat}, ou supérieure en valeur absolue. Cette valeur peut être jusqu'à 200 fois supérieure en valeur absolue au C_{sat} mesuré dans le cas de l'expérience #2 (Figure 6, section 3.2). Le tableau 3.2 rapporte ces valeurs pour chaque dipôle de la zone non-saturée pour les expériences #1 à #3. La figure 3.17 illustre un comportement relativement proche des expériences précédentes. Ainsi, le coefficient d'électrofiltration commence par augmenter avant de diminuer lorsque la saturation diminue. Néanmoins, les maxima sont plus difficilement identifiables, particulièrement pour le dipôle $(8, 7)$. La comparaison de ces mesures aux modèles existant mène aux mêmes conclusions que celles de la section 3.2. Ainsi, ces modèles ne peuvent décrire correctement ce jeu de données, en raison de la présence de deux domaines de saturation dans lesquels le comportement de $C(S_e)$ est différent.

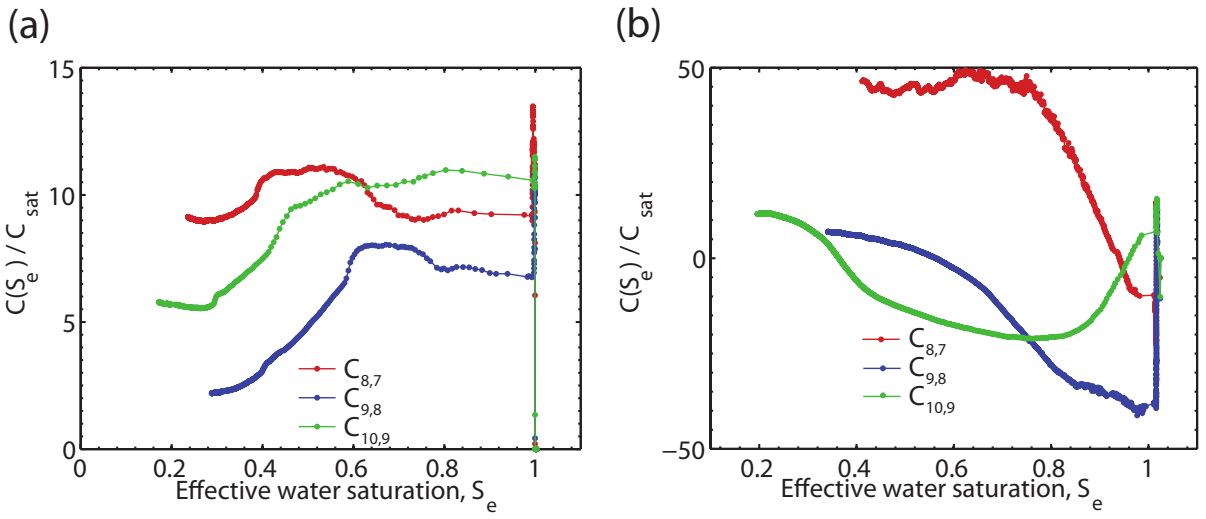


Figure 3.16. Coefficients d'électrofiltration non normalisés représentés en fonction des saturations mesurées. (a) Expérience #3. (b) Expérience #4. Seuls les dipôles $C_{10,9}$, $C_{9,8}$ et $C_{8,7}$ sont représentés. Le carré gris représente la valeur du coefficient d'électrofiltration à saturation, et est égal à -2.9×10^{-6} V.Pa^{-1} pour les expériences #3 et #4.

Tableau 3.2. Valeurs minimum de C(S_w) dans la partie non-saturée de la colonne, et valeurs à saturation C_{sat} pour les quatre expériences.

Exp #1		Exp #2		Exp #3	
Dipole	C_{min} [V.Pa^{-1}]	Dipole	C_{min} [V.Pa^{-1}]	Dipole	C_{min} [V.Pa^{-1}]
10, 9	-1.67x10^{-5}	10, 9	-6.7x10^{-5}	10, 9	-2.7x10^{-5}
9, 8	-2.04x10^{-5}	9, 8	-2.7x10^{-4}	9, 8	-2x10^{-5}
8, 7	-4.8x10^{-5}	8, 7	-5.9x10^{-4}	8, 7	-2.7x10^{-5}
7, 6	-5.3x10^{-5}	/	/	/	/
σ_w(x10^{-4}) [S.m^{-1}]		σ_w(x10^{-4}) [S.m^{-1}]		σ_w(x10^{-4}) [S.m^{-1}]	
103.2		66.4		55.2	
C_{sat} [V.Pa^{-1}]		C_{sat} [V.Pa^{-1}]		C_{sat} [V.Pa^{-1}]	
-1.6x10^{-6}		-2.5x10^{-6}		-2.9x10^{-6}	

3.4 CONCLUSION

Le dispositif élaboré dans le cadre de ce travail, présenté dans la section 3.2, a permis de mesurer les potentiels d'électrofiltration associés à l'écoulement d'eau lors d'un drainage. Le comportement des coefficients d'électrofiltration déduits des mesures et de la modélisation des écoulements

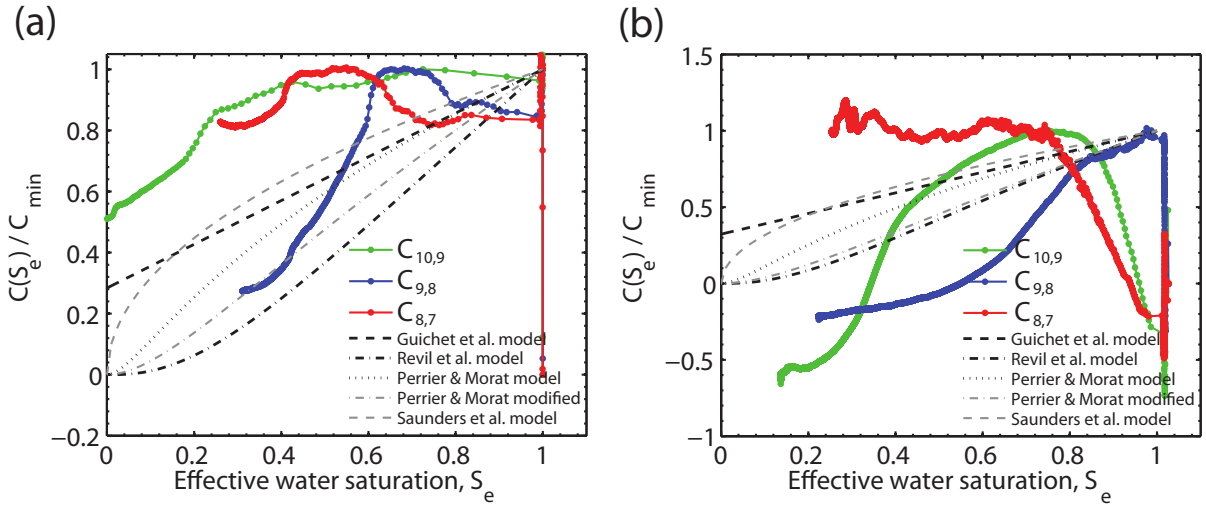


Figure 3.17. Coefficient d'électrofiltration déduits des mesures, normalisés par leur valeur minimum, tracés en fonction de la saturation effective, pour a) l'expérience #3 et b) l'expérience #4. Les modèles de Guichet *et al.* (2003), Perrier and Morat (2000), Revil *et al.* (2007) et Saunders *et al.* (2008) sont calculés avec les valeurs des paramètres présentées dans le tableau 2 de la section 3.2 (et $n = 1.45$ cf. Annexe B de cette section). La valeur $n_s = 0.5$ est choisie pour le modèle de Saunders *et al.* (2008). (À rapprocher de la Fig. 8, pour les exp. #1 et #2, de l'article en section 3.2).

est inattendu. En effet, C semble augmenter lorsque la saturation diminue au cours du drainage, et atteindre un maximum lorsque celle-ci est de l'ordre de 0.7. Les valeurs de coefficient d'électrofiltration diminuent ensuite jusqu'à la fin du drainage. Ce comportement n'a encore jamais été rapporté dans des travaux précédents. La section 3.2 présente deux lois empiriques pouvant le modéliser.

Cependant, ces lois n'expliquent pas le comportement du couplage dans tout le domaine de saturation, elles présentent une singularité au niveau du maximum observé de $C_{norm}(S_e)$, et par conséquent restent insatisfaisantes. Une loi plus élaborée, définie sur tout le domaine de saturation, est donc nécessaire.

CHAPITRE 4

Modélisation des signaux d'électrofiltration expérimentaux

Sommaire

4.1 Introduction d'un modèle statique 95

4.2 Un modèle global avec contribution dynamique 101

4.3 ARTICLE en préparation : Modelling of SP in unsaturated sand . 107

4.4 Synthèse des données et discussion 118

4.5 Conclusions et perspectives 131

Résumé

Nous présentons dans ce chapitre deux nouveaux modèles permettant d'expliquer les variations des signaux PS mesurés en milieux non-saturés. Le premier est dit "statique", puis est complété d'une partie transitoire dans un deuxième modèle dit "global". Une contribution dynamique est introduite par l'intermédiaire de la dérivée temporelle des différences de pressions ΔP enregistrées lors des expériences de drainage. Le modèle statique est établi pour modéliser le domaine dans lequel C diminue avec la saturation, et correspond à l'intervalle de temps où la saturation est bien inférieure à 0.7. Trois des quatre expériences de drainage présentées au chapitre précédent sont traitées. Nous verrons que l'apport d'une partie dynamique permet de modéliser les signaux PS de l'expérience #1, et plus particulièrement lors de l'augmentation du coefficient d'électrofiltration, pour $S_e = [0.7; 1]$ environ. L'interprétation des trois expériences est relativement délicate. J'ai choisi de rédiger ce chapitre en commençant par une première partie, présentant les résultats des modélisations utilisant uniquement le modèle statique. Le

modèle dynamique sera ensuite introduit. Les signaux mesurés et modélisés seront présentés, cependant les observations resteront volontairement qualitatives dans un premier temps, jusqu'à la présentation d'un article en préparation intitulé : Modelling of streaming potential in unsaturated sand. Celui-ci revient sur les expressions des deux modèles et présente les résultats obtenus uniquement pour la première expérience. L'influence du terme dynamique y est clairement démontré et le résultat de la minimisation est discuté. L'interprétation générale, intégrant les trois expériences, ainsi qu'une discussion plus détaillée basée sur une analyse de sensibilité des modèles sont proposées en fin de chapitre. Ce n'est que dans cette dernière partie que le domaine de validité des deux modèles sera discuté et que certaines hypothèses seront formulées. En particulier, la question des valeurs maximum de C_{norm}, différentes selon le dipôle, est abordée par l'intermédiaire du rôle joué par le flux au début de la désaturation. Cette organisation est choisie pour que l'interprétation des trois expériences, dont les résultats sont différents, soit la plus lisible et compréhensible possible.

4.1 INTRODUCTION D'UN MODÈLE STATIQUE

Les lois empiriques présentées au chapitre précédent ne permettent pas de prédire les signaux PS dans toute la gamme de saturation en eau. Il est donc nécessaire de proposer un modèle continu dans tout le domaine de saturation. Dans un premier temps l'expression suivante est introduite :

$$\widetilde{C} = C_{sat} + C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_s} \tag{4.1}$$

où C_{sat} est le coefficient d'électrofiltration à saturation [V.Pa^{-1}], C_{min} un paramètre ajusté, homogène à un coefficient d'électrofiltration [V.Pa^{-1}], S_e la saturation effective mesurée et n_s un paramètre ajusté, sans dimension. Ce modèle peut également s'écrire en termes de différences de potentiels électriques tel que :

$$\widetilde{\Delta V} = C_{sat}\Delta P + C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_s}\Delta P \tag{4.2}$$

Il est important de noter que les équations 4.1 et 4.2 prédisent $\widetilde{C} = C_{sat}$ lorsque $S_e = 1$. Cette condition est importante car C_{sat} (valeur à saturation) reste la seule valeur physique connue et bien documentée à ce jour.

4.1.1 FORMALISATION DU PROBLÈME DE MINIMISATION

L'équation 4.2 est utilisée pour modéliser les données en ajustant les paramètres C_{min} et n_s. Les signaux de tous les dipôles seront intégrés simultanément dans le calcul, pour chaque expérience (#1 à #3). Le problème à résoudre est un problème de minimisation. La fonction à minimiser prendra une forme relativement simple, telle que :

$$\mathscr{O}(\mathbf{p}) = \sum_{i}^{N} |\Delta V_i - \widetilde{\Delta V_i}(\mathbf{p})|^2 \tag{4.3}$$

avec $\widetilde{\Delta V_i}$ et ΔV_i les différences de potentiels électriques respectivement calculées et mesurées au temps i, et $\mathbf{p}$ le vecteur de paramètre tel que $\mathbf{p} = (n_s, C_{min})$. Le problème est donc résolu par moindres carrés, mais sans intégrer d'incertitudes dans le calcul ni de critère de régularisation (nous en reparlerons). L'équation à ajuster étant non-linéaire, l'algorithme utilisé doit être choisi en conséquence. Nous avons choisi un algorithme basé sur une méthode de "zone de confiance" (trust-region method), dont nous allons brièvement décrire le fonctionnement.

Considérons pour cela une fonction $f(x)$ à minimiser, où x représente le point courant dans l'espace des paramètres. Le principe de l'algorithme est de définir une zone autour de ce point afin de vérifier s'il y est possible de modifier x en $x+s$, tel que : $f(x+s) < f(x)$ (c.à.d diminuer la valeur de la fonction). Si cette condition n'est pas atteinte, la zone de confiance autour de

x est rétrécie. Le cas échéant, le pas s est déterminé en résolvant le problème approché par un développement de Taylor au deuxième ordre, qui peut s'écrire :

$$min \left\{ \frac{1}{2} s^T H s + s^T g \; ; \quad ||Ds|| < \Delta \right\} \tag{4.4}$$

où g est le gradient de f au point x, H le hessien, D est une matrice d'échelle et Δ un scalaire définissant la taille de la zone de confiance. Plutôt que de calculer g et H dans un espace à n paramètres - ce qui est réalisé de manière classique (Moré and Sorensen, 1983) mais très couteux en temps de calcul - l'algorithme définit un sous problème à deux dimensions basé sur le calcul de gradients conjugués (Byrd *et al.*, 1988). Un sous espace S est alors défini tel que : $S =< s_1, s_2 >$, avec s_1 la direction du gradient et s_2 une direction de Newton (ou direction de courbure négative), devant respecter la condition :

$$H.s_2 = -g \quad avec \quad s_2^T.H.s_2 < 0 \tag{4.5}$$

Il est alors possible de résoudre l'équation 4.4 afin de déterminer le pas s. Dans notre cas, les dérivées premières et secondes de la fonction (gradient et hessien) sont approximées par différences finies, mais il reste possible de les fournir comme données d'entrée. Après chaque résolution, si $f(x+s) < f(x)$, alors le paramètre Δ est ajusté. Ces étapes sont répétées jusqu'à la convergence. Cette dernière est atteinte lorsque la valeur de la fonction est diminuée d'un pas inférieur à un pas minimum dF, fixée à 10^{-6} dans notre cas. D'autres algorithmes pourraient aussi bien résoudre des problèmes de ce type, comme celui de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963) ou encore la méthode Simplex (Dantzig, 1951). Ceux-ci ont été testés et montrent une différence avec l'algorithme choisi au niveau du temps de calcul et du nombre d'itérations, mais convergent vers la même solution.

4.1.2 C_{MIN}, UN PARAMÈTRE SINGULIER ?

Le modèle statique est tout d'abord utilisé pour modéliser les signaux PS, avec C_{min} et n_s comme deux paramètres communs à tous les dipôles. Nous verrons dans le paragraphe suivant que C_{min} doit être considéré indépendamment pour chaque dipôle. Dans le cas de ce modèle, le problème est linéarisé en passant par une échelle logarithmique et se réduit à une simple régression linéaire. Il peut alors se réécrire en termes de coefficient d'électrofiltration comme suit :

$$log(\widetilde{C} - C_{sat}) = n_s \; log\left[S_e(1 - S_e)\right] + log(C_{min}) \tag{4.6}$$

où $\widetilde{C}$ est le coefficient d'électrofiltration calculé. En tout, 200 points sont utilisés et échantillonnés uniformément en $log\left[S_e(1 - S_e)\right]$.

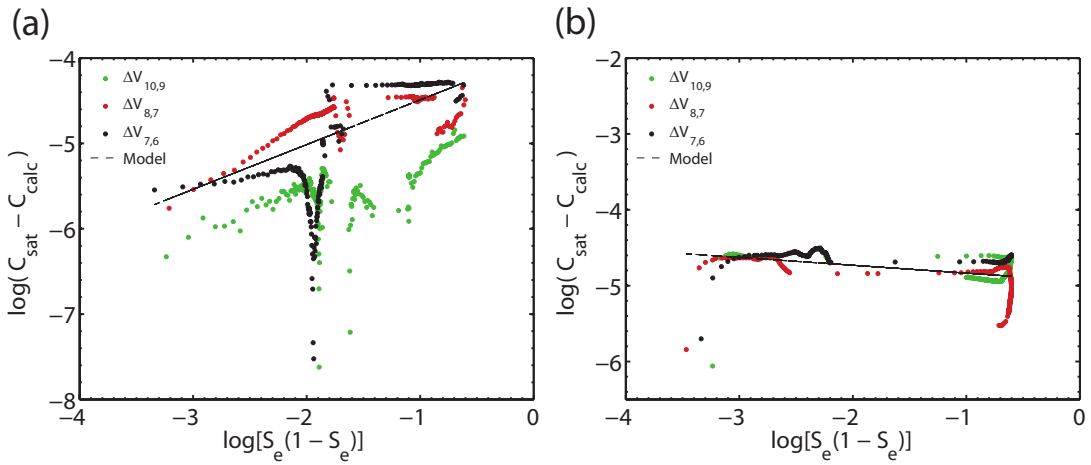


Figure 4.1. Résultat de la modélisation des données PS mesurées en utilisant l'équation 4.6, pour l'expérience #1 (a) et #3 (b). Le paramètre $\widetilde{C}$ (équation 4.6) est ici noté C_{calc}. Les données sont échantillonnées uniformément en $\log[S_e(1-S_e)]$. Le calcul est effectué sur les différences de potentiels électriques ΔV (équaton 4.3) mais sont présentés en terme de coefficient d'électrofiltration.

La figure 4.1 présente un exemple de cette régression pour les expériences #1 et #3, et la figure 4.2 présente les résultats de la modélisation en termes de différences de potentiels électriques. L'échantillonnage des données expérimentales, en $log\,[S_e(1-S_e)]$, dans toute la gamme de saturation n'est pas uniforme. En effet, les points se regroupent en deux domaines, en particulier sur la figure 4.1b. La séparation est localisée lorsque $S_e(1-S_e) \simeq 10^{-2} - 10^{-1}$, c.à.d pour $S_e = [0.89; 0.99]$, en tout début de drainage. Les points de l'expérience #1 sont quant à eux assez dispersés. L'hypothèse de linéarité dans un diagramme log-log sous-jacente à l'équation 4.6, entre $log\,[S_e(1-S_e)]$ et $log(\widetilde{C} - C_{sat})$ pourrait ne pas s'appliquer à toute la gamme de saturation. Nous reviendrons sur cette remarque par la suite avec l'étude du deuxième modèle. En outre, les données semblent être décalées en vertical selon le dipôle, particulièrement dans le cas de l'expérience #1 (Figure 4.1a). Le paramètre C_{min} étant lié à l'ordonnée à l'origine dans l'équation 4.6, il apparait impossible que les trois séries de points soient représentées par une même droite, et donc une même ordonnée à l'origine. En d'autres termes, il semble judicieux d'introduire le paramètre C_{min} différemment d'un dipôle à l'autre. Ceci est également justifié par le fait que les valeurs de C_{min} mesurées lors des expériences sont différentes entre les dipôles. Afin de confirmer ce résultat, essayons de reprendre le calcul précédent avec C_{min} dépendant du dipôle considéré. Le vecteur de paramètres devient alors $\mathbf{p} = (n_s, C_{min}^{10,9}, C_{min}^{9,8}, C_{min}^{8,7})$).

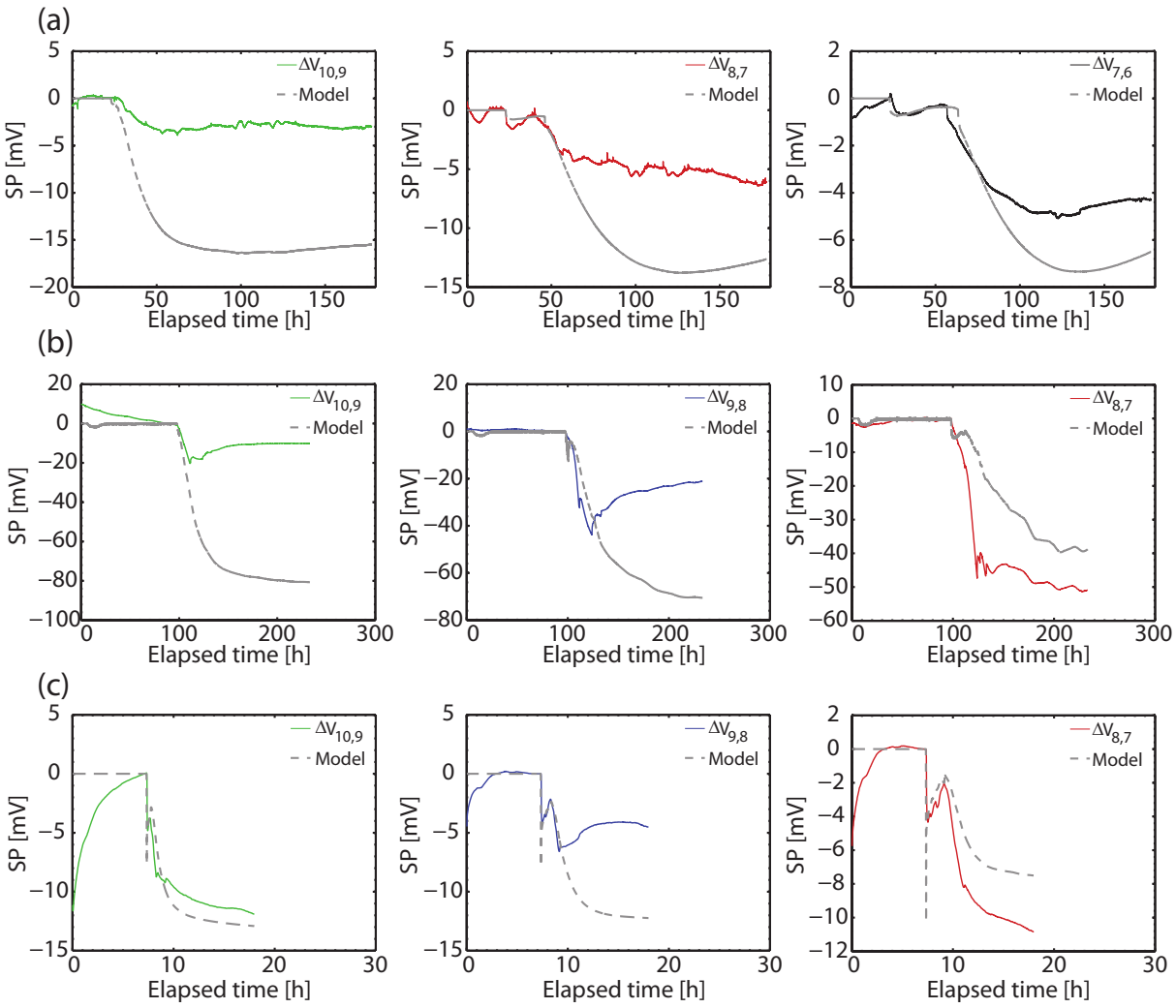


Figure 4.2. Différences de potentiels électriques mesurées pour l'expérience #1 (a), #2 (b) et #3 (c), et meilleur modèle obtenu en utilisant l'équation 4.6 et considérant le même C_{min} pour les trois dipoles. Les dipôles présentés pour l'expérience #1 sont (10,9), (8,7) et (7,6), et ceux des expériences #2 et #3 sont (10,9), (9,8) et (8,7).

Tableau 4.1. Paramètres du meilleur modèle statique obtenu en utilisant l'équation 4.1. Les coefficients d'électrofiltration C_{min} (modélisés et mesurés) sont exprimés en V.Pa^{-1}.

Expérience		n_s [-]	$C_{min}^{10,9}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{8,7}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{7,6}$ (x10^{-5})
#1	modèle	0.52	-2.1	-1.4	-6.4
	mesures		-1.67	-4.8	-5.3
		n_s [-]	$C_{min}^{10,9}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{9,8}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{8,7}$ (x10^{-5})
#2	modèle	-0.06	-1.2	-15	-40
	mesures		-6.7	-27	-59
#3	modèle	-0.08	-1.2	-0.85	-1.8
	mesures		-2.75	-2	-2.75

Si les trois dipôles sont inclus dans le calcul, la fonction "objectif" à minimiser prendra alors la forme :

$$\mathscr{O}(\mathbf{p}) = \mathscr{O}_1(n_s, C_{min}^{10,9}) + \mathscr{O}_2(n_s, C_{min}^{8,7}) + \mathscr{O}_3(n_s, C_{min}^{7,6}) \tag{4.7}$$

où les fonctions $\mathscr{O}_{1,2,3}$ sont déterminées avec l'équation 4.3, dans laquelle les ΔV_i sont les différences de potentiels mesurées aux bornes du dipôle concernée (respectivement (10,9), (8,7) et (7,6)). Les ΔV mesurés et calculés sont présentés en figure 4.3. Les résultats sont globalement améliorés par l'ajout d'un degré de liberté lié au paramètre C_{min}. Les valeurs des paramètres obtenus pour ce calcul sont rapportées dans le tableau 4.1. Les valeurs de C_{min} sont très différentes d'un dipôle à l'autre, comme celles mesurées au cours des expériences (Tableau 4.1). Ceci nous conforte dans le fait que ce paramètre doit être considéré indépendamment d'une expérience à l'autre. La qualité de l'ajustement reste assez médiocre dans le cas des expériences #1 et #2 (dont les dynamiques d'écoulement sont très proches). Il est possible que le problème soit mal posé et que le modèle "statique" ne convienne pas à toute la gamme de saturation, du moins pour les deux premières expériences. En revanche, il semble que les données de l'expérience #3 soient relativement bien prédites par ce modèle, particulièrement dans le cas des dipoles $\Delta V_{10,9}$ et $\Delta V_{8,7}$ dans tout le domaine de saturation et pour le dipole $\Delta V_{9,8}$ au début de l'enregistrement. Notons que cette expérience est caractérisée par un écoulement bien plus rapide que ceux des deux expériences précédentes. Les valeurs obtenues pour n_s sont relativement proches entre les expériences #2 et #3, mais très éloignées de celle de l'expérience #1 (et de signe opposé).

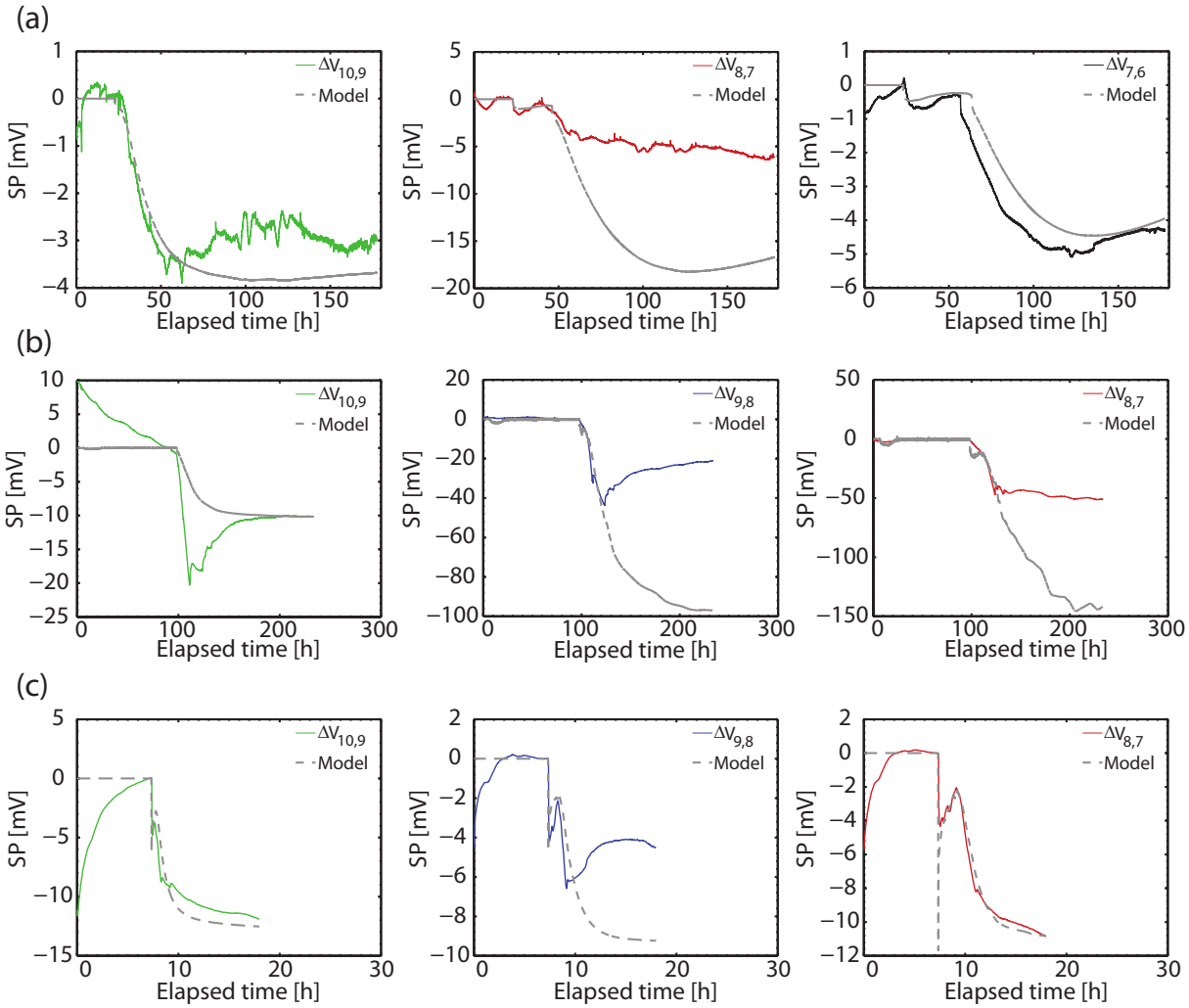


Figure 4.3. Différences de potentiels électriques mesurées pour l'expérience #1 (a), #2 (b) et #3 (c), et meilleur modèle obtenu en utilisant l'équation 4.6 où C_{min} est ajusté pour chaque dipôle. Les dipôles présentés pour l'expérience #1 sont (10,9), (8,7) et (7,6), et ceux des expériences #2 et #3 sont (10,9), (9,8) et (8,7).

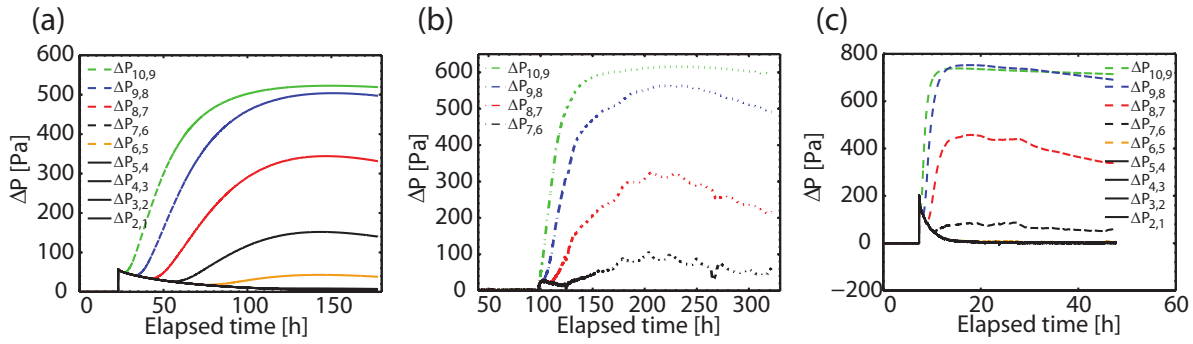


Figure 4.4. Différences de pressions totales ΔP calculées au niveau de chaque dipôle de la colonne, pour les expériences #1 (a), #2 (b) et #3 (c).

4.2 UN MODÈLE GLOBAL AVEC CONTRIBUTION DYNAMIQUE

4.2.1 PRÉAMBULE - DYNAMIQUE DES PRESSIONS

La base physique du modèle que nous présentons maintenant s'appuie sur la variation temporelle des signaux de pression ΔP. La figure 4.4 rappelle l'allure des différences de pressions déduites des pressions d'eau modélisées. Toutes les mesures de pressions montrent globalement le même comportement ; après un pic identifiant le début du drainage les différences de pressions augmentent puis se stabilisent. Les dérivées $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ sont calculées par différences finies sur deux échantillons consécutifs (Figure 4.5). Le bruit observé sur les dérivées calculées pour l'expérience #1 est lié à de très faibles oscillations numériques présentes dans les pressions calculées. Celles-ci sont produites par le code d'inversion utilisé (Lehmann and Ackerer, 1998), mais leur origine reste floue. En revanche, le bruit des signaux de l'expérience #2 est lié à la variabilité des mesures de pressions. Pour cette expérience, la condition à la limite inférieure (base de la colonne) est égale dans le code, à la mesure du capteur prévu à cet effet (cf. Figure 1, section 4.2), contrairement à l'expérience #1, pour laquelle cette condition est fixée à 2 cm. La variabilité de la condition à la limite s'est donc propagée durant l'inversion. Ces signaux ont été lissés en appliquant un filtre : une fenêtre glissante d'une largeur de 10 échantillons a été utilisée, et la moyenne dans chaque fenêtre a été conservée pour représenter les données. Les courbes ont ensuite été rééchantillonnées afin de conserver le nombre de points initial. Le maximum de $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ est plus faible et décalé dans le temps selon le dipôle. Ainsi, plus le dipôle est situé bas dans la colonne, et plus ce maximum est faible et tardif. Cette observation est parfaitement logique compte tenu des remarques faites précédemment sur le flux moyen mesuré, qui ne fait que diminuer au cours de l'expérience (cf. section 4.2).

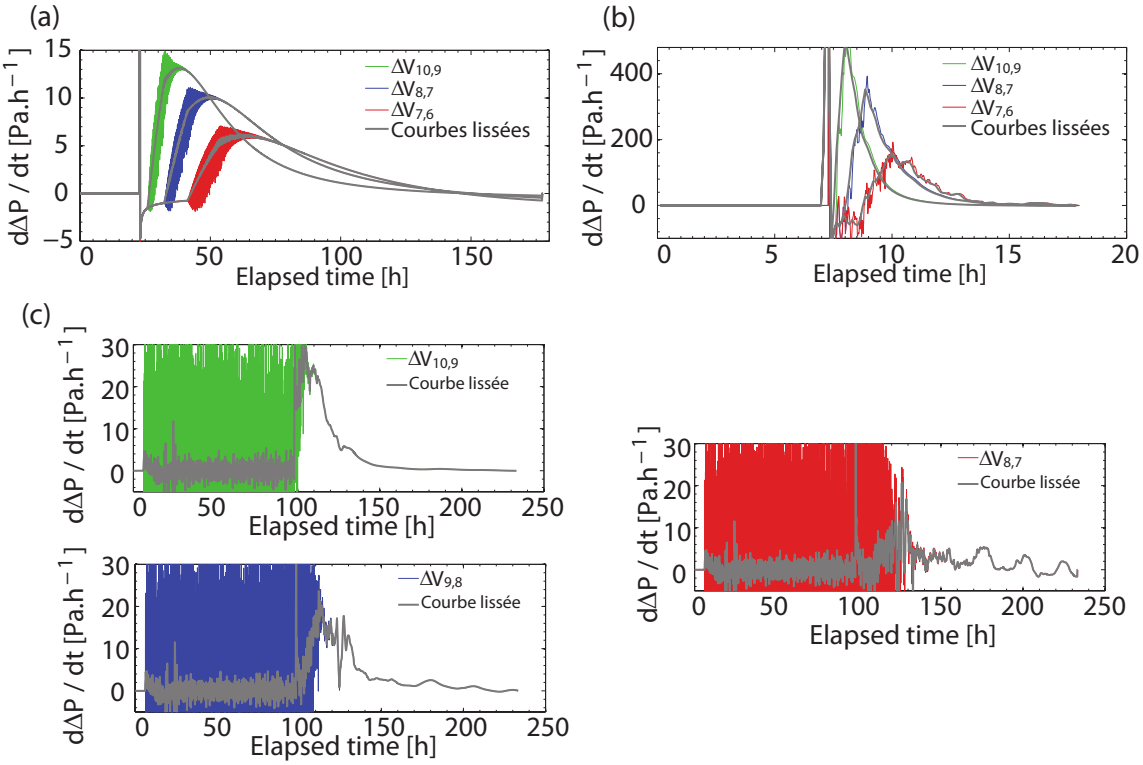


Figure 4.5. Dérivées temporelles des différences de pressions ΔP, pour les expériences #1 (a), #3 (b) et #2 (c). Compte-tenu du bruit présent dans les signaux, ceux-ci sont filtrés en utilisant une fenêtre glissante de largeur fixe, dans laquelle la moyenne des points est conservée.

Ces courbes présentent une similitude avec les signaux d'électrofiltration mesurés. En effet, le maximum de chaque dérivée est relativement proche dans le temps du maximum observé dans les données de C_{norm} (c.à.d lorsque $S_e \simeq 0.7$). Nous avons décidé de rajouter un terme transitoire proportionnel aux dérivées $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ dans le modèle global.

4.2.2 DESCRIPTION DU MODÈLE

Indroduisons maintenant le modèle que nous appelerons global, incluant un terme fonction des dérivées temporelles de ΔP, formulé en termes de différences de potentiels électriques tel que :

$$\widetilde{\Delta V} = C_{sat}\Delta P + C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_s}\Delta P + \tau C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_d}\frac{\partial \Delta P}{\partial t} \tag{4.8}$$

où n_d est un paramètre sans dimensions, et τ a la dimension d'un temps exprimé en heures. C'est une constante de temps caractéristique, lié à la dynamique de l'écoulement. L'équation 4.8 peut également s'exprimer en termes de coefficients d'électrofiltration telle que :

$$\widetilde{C} = C_{sat} + C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_s} + \tau C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_d}\frac{\partial ln(\Delta P)}{\partial t} \tag{4.9}$$

Dans les équations 4.8 et 4.9, le temps τ est caractéristique de la durée d'influence du terme dynamique. Cette approche est nouvelle car dans la théorie des phénomènes électrocinétiques, le coefficient d'électrofiltration est considéré comme un paramètre statique. En effet, C est défini en considérant la densité de courant électrique totale $\mathbf{J}$ comme nulle. Ceci revient à faire l'hypothèse que le flux électrique est conservé et stationnaire. La seule analogie possible existant dans la littérature concerne la mesure de C dans le domaine spectral, où son comportement est alors relié à la fréquence (Reppert *et al.*, 2001). Ajouter un terme transitoire à l'expression du coefficient C est donc une approche relativement nouvelle.

4.2.3 MODÈLE *A PRIORI*

Avant d'utiliser l'équation 4.8 (ou 4.9), définissons notre modèle *a priori*. Celui-ci s'appuie sur les calculs déjà présentés. Considérons l'hypothèse qu'une contribution dynamique est nécessaire à la modélisation des données PS. Cette contribution sera par définition prépondérante lorsque le dernier terme de l'équation 4.9 sera non négligeable (c.à.d lorsque la dérivée partielle $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ sera non négligeable). Nous proposons donc de considérer deux intervalles de temps délimités par une valeur caractéristique de la dérivée pour chaque dipôle. Cette valeur est choisie au moment où $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ change de comportement, et plus précisément lorsque $\frac{\partial^2 \Delta P}{\partial t^2}$ change de signe. Ce point est un point d'inflexion de la courbe $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$.

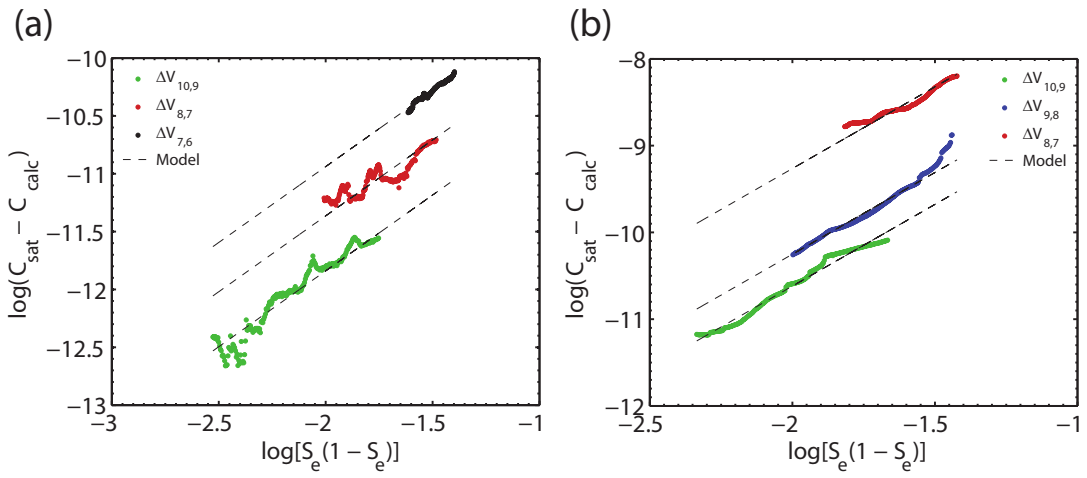


Figure 4.6. Modélisation des coefficients d'électrofiltration par l'équation 4.6 pour l'expérience #1 (a) et #2 (b). Seuls les points appartenant au "domaine statique" sont utilisés. Le paramètre C_{min} est ajusté pour chaque dipôle.

Les données correspondant aux temps inférieurs à ce temps critique constituent le domaine dynamique, et ceux correspondant aux temps plus longs sont liés au comportement statique.
Le modèle *a priori* sera le modèle ajusté aux points situés uniquement dans le domaine "statique" en utilisant l'équation 4.1 (ou 4.6). Cette hypothèse peut paraître forte dans la mesure où le comportement dynamique pourrait ne pas être négligeable dans ce domaine. Cependant, nous verrons plus loin, en étudiant les temps caractéristiques τ indroduits dans les équations 4.8 et 4.9, que cette hypothèse n'est pas aberrante a posteriori. L'idée sous-jacente est d'établir un modèle statique *a priori* en considérant le domaine dans lequel le coefficient d'électrofiltration diminue avec la saturation, après avoir atteint le maximum identifié de C_{norm}. Ainsi, le domaine "statique" correspond à l'intervalle de temps où la saturation effective est bien inférieure à 0.7. Nous voyons que l'hypothèse de linéarité entre les deux termes de l'équation 4.6 est parfaitement justifiée pour le domaine de saturation sélectionné (contrairement aux résultats de la figure 4.1). Dautre part, il apparait maintenant plus clairement que les trois droites présentées sur cette figure prédisent bien mieux les données, qu'une seule droite, c.à.d si le paramètre C_{min} varie selon le dipôle. Le résultat équivalent en terme de ΔV est présenté en figure 4.7. Les paramètres correspondant sont rapportés dans le tableau 4.2. L'ajustement est plutôt bon pour le domaine statique (fin du signal). Les résidus dans cette partie du signal sont très faibles. Les signaux des dipôles (10,9) sont bien prédits dans tout le domaine de saturation, particulièrement pour l'expérience #2. Le modèle statique a priori semble donc suffisant pour expliquer le comportement au niveau de ce dipôle.

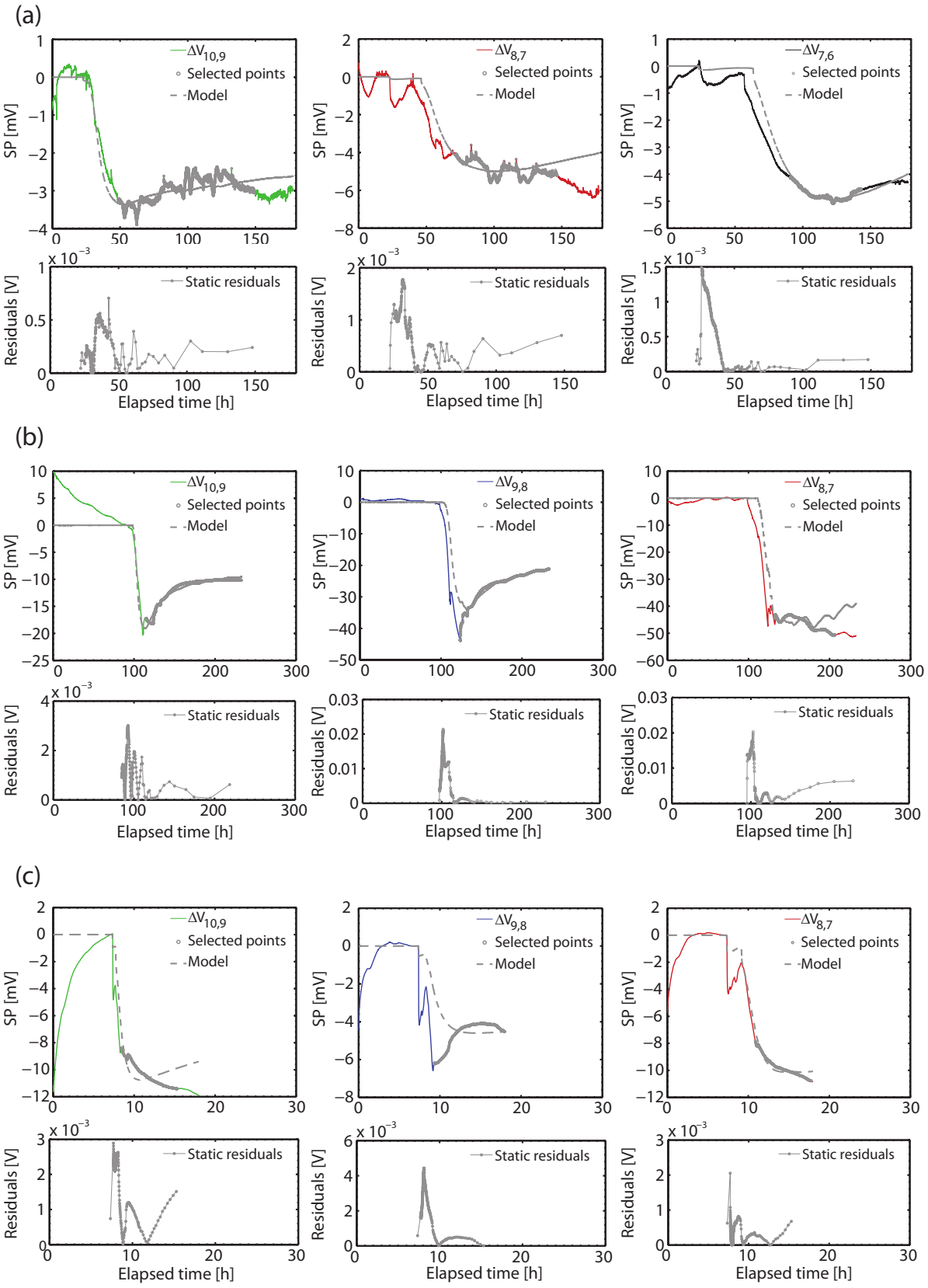


Figure 4.7. Signaux PS modélisés en utilisant l'équation 4.2 uniquement dans le domaine statique (modèle statique a priori), pour l'expérience #1 (a), #2 (b) et #3 (c). Les cercles gris représentent les points utilisés lors du calcul. Il sont localisés à des temps supérieurs au temps correspondant à $\frac{\partial^2 \Delta P}{\partial t^2} = 0$. Le paramètre C_{min} est ajusté pour chaque dipôle.

Tableau 4.2. Paramètres du meilleur modèle statique obtenu en utilisant l'équation 4.1. Les coefficients d'électrofiltration C_{min} sont exprimés en V.Pa^{-1}.

Expérience		n_s [-]	$C_{min}^{10,9}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{8,7}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{7,6}$ (x10^{-5})
#1	modèle	1.31	-99	-16	-20
	mesures		-1.67	-4.8	-5.3
		n_s [-]	$C_{min}^{10,9}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{9,8}$ (x10^{-5})	$C_{min}^{8,7}$ (x10^{-5})
#2	modèle	1.88	-110	-150	-400
	mesures		-6.7	-27	-59
#3	modèle	0.27	-2	-0.56	-3.1
	mesures		-2.75	-2	-2.75

En revanche, tous les autres signaux ne peuvent s'expliquer uniquement avec l'équation 4.2 appliqué au domaine statique. Il semble que les principaux écarts résiduels entre données et modèle se trouvent au début de l'expérience (Figure 4.7a, b, c). À ce moment de l'expérience, les dérivées $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ augmentent rapidement. Les valeurs de paramètres obtenus sont maintenant plus homogènes entre les expériences. Tous les paramètres n_s sont de même signe, et varient dans une gamme allant de 0.27 à 1.88. Les valeurs des C_{min} sont néanmoins légèrement surestimées par rapport aux valeurs mesurées. Le comportement lié au dipôle (10,9) (celui placé le plus haut dans la colonne) semble donc singulier pour chaque expérience. Cette observation est également importante (nous y reviendrons par la suite). Après ces différents tests, la majorité des signaux (particulièrement des expériences #1 et #2) restent mal expliqués. Les résidus entre modèle et mesures sont encore importants en début d'expérience. Ils sont compris entre 1 et 2 mV pour l'expérience #1 (entre 35 et 50 h pour le dipôle (10,9), 60 et 80 h pour le dipôle (7,6), Figure 4.7a), et atteignent quasiment 20 mV lors de l'expérience #2 (entre 100 et 115 h pour le dipole (8,7), Figure 4.7b). Il est donc nécessaire d'étudier l'apport du deuxième terme de l'équation 4.9 au modèle *a priori*.

4.3 ARTICLE EN PRÉPARATION : MODELLING OF STREAMING POTENTIAL IN UNSATURATED SAND

Avant de pousser l'analyse du modèle global à toutes les expériences, cette section introduit un article en préparation. Cet article revient sur l'analyse déjà présentée en début de chapitre concernant les deux modèles, en se focalisant sur l'expérience #1. Après avoir effectué quelques rappels sur l'expérience et le système d'acquisition, les signaux PS de l'expérience #1 y sont présentés et comparés aux modèles proposés dans la littérature afin de démontrer l'importance d'un nouveau modèle compatible avec ces données, dans tout le domaine de saturation. Les résultats obtenus avec les modèles statique et global sont comparés et l'importance de la contribution dynamique est mise en avant. Enfin, une analyse de sensibilité et des corrélations entre les différents paramètres est développée.

Modelling of Streaming Potential in unsaturated sand

V. Allègre[1], F. Lehmann[2], P. Sailhac[1] and L. Jouniaux[1]

Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR 7516 CNRS-UdS, France.
Laboratoire d'Hydrologie et de Géochimie de Strasbourg, UMR 7517 CNRS-UdS, France.

4.3.1 ABSTRACT

Electrokinetic phenomena arise from the coupling between water flow and electrical currents in porous media, owing to the presence of ions in water. Electrokinetics is often involved in the interpretation of self-potential observations in geophysics. However, the streaming potential coefficient in unsaturated porous media is not well-known. We present here a conceptual model applied to measurements of streaming potential obtained from drainage experiments in sand. The normalized electrokinetic coefficient shows an unexpected behavior, since its maximum value is observed at around 70 % of the effective saturation rather than at full saturation. We present three streaming-potential signals, applying a numerical model including a "quasi-static" and a "dynamic" component. The dynamic component is based on the first derivative with respect to time of the driving pore pressure. The two components of our model are described in detail, and several hypotheses are proposed to interpret the importance of the dynamic effect.

4.3.2 INTRODUCTION

Self-potential is often used for various applications based on electrokinetic effects related to fluid flow. This method has been successfully used in hydrogeophysics to determine the hydraulic properties of aquifers (Darnet *et al.*, 2003), to characterize fluid flow in the vadose zone (Sailhac *et al.*, 2004), as well as for the detection of contaminant plumes (Naudet *et al.*, 2003) or saline fronts (Maineult *et al.*, 2006). Self-potential observations can also be related to microseismicity (Darnet *et al.*, 2006), hydraulic fractures (Wishart *et al.*, 2006), and electrical disturbances induced by magmatic intrusion (Saracco *et al.*, 2004). Moreover, electrokinetic effects are directly involved in seismo-electromagnetic phenomena (Bordes *et al.*, 2006). Studies on streaming potential in rocks have considered the effect of high salinity (Jaafar *et al.*, 2009), flow state (Kuwano *et al.*, 2006) and liquid carbon dioxide (Moore *et al.*, 2004), but few results are reported for unsaturated conditions. We present here a relationship between the streaming potential (SP) coefficient and water-content, using it to model unexpected SP measurements in sand for unsaturated conditions. If the total electrical current density **J** is zero (i.e. there is no source of

current in the medium), the SP coefficient C [V.Pa^{-1}] is the ratio between the SP difference ΔV [V] and the driving-pressure difference ΔP [Pa],

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta P}. \tag{4.10}$$

The SP coefficient is usually negative, and has long been considered as inversely proportional to the water saturation (Sailhac *et al.*, 2004). The first experimental study of the dependence of SP on water content (Guichet *et al.*, 2003) showed that the SP coefficient is proportional to the effective water saturation S_e, defined as $S_e = (\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)$, where θ is the volumetric water content [m^3.m^{-3}], θ_s the water content at saturation [m^3.m^{-3}] and θ_r the residual water content [m^3.m^{-3}].

Then, some authors proposed models in which the SP coefficient depends on the water saturation according to a power-law (Perrier and Morat, 2000; Linde *et al.*, 2007; Revil *et al.*, 2007; Saunders *et al.*, 2008). All these models assume a monotonous decrease of the SP coefficient (in absolute terms) with decreasing water saturation, varying from the value at saturation C_{sat} to zero. We propose a new model based on recent drainage experiments yielding SP measurements exhibiting an unexpected behavior. Details of the experimental setup and protocol, as well as several experiments, are given in Allègre *et al.* (2010). In the following equation, we first propose an empirical law describing the variation of the normalized SP coefficient up to about 70% of the effective water saturation :

$$C_{norm} = \frac{C(S_e)}{C_{min}} = \left(\frac{S_e - S_w^{r,ek}}{1 - S_w^{r,ek}} \right)^{\beta_{ek}} = {S_{ek}}^{\beta_{ek}} \tag{4.11}$$

where C_{min} is the minimum measured value of $C(S_e)$, and introducing a new parameter $S_w^{r,ek}$ for the residual electrokinetic saturation, approximately equal to 0.1, using an exponent β_{ek} approximately equal to 0.5. We propose here a new modelling approach able to explain the measurements over the whole range of saturation.

4.3.3 EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup consists of a Plexiglass column of 1.3 m height and 10 cm diameter (Figure 4.8). SP values are measured using non-polarizing silver-silver chloride electrodes. Each electrode rod is placed in a porous ceramic cup filled with deionized water. These cups remain saturated down to an applied pressure of less than 0.1 MPa, thus ensuring the electrode/sand electrical contact. Therefore, SP is still measurable at low saturations. Each SP difference is measured between one electrode and the reference (electrode #1) located at the base of the column. A pressure transducer is located in the center of each dipole formed by a pair of consecutive

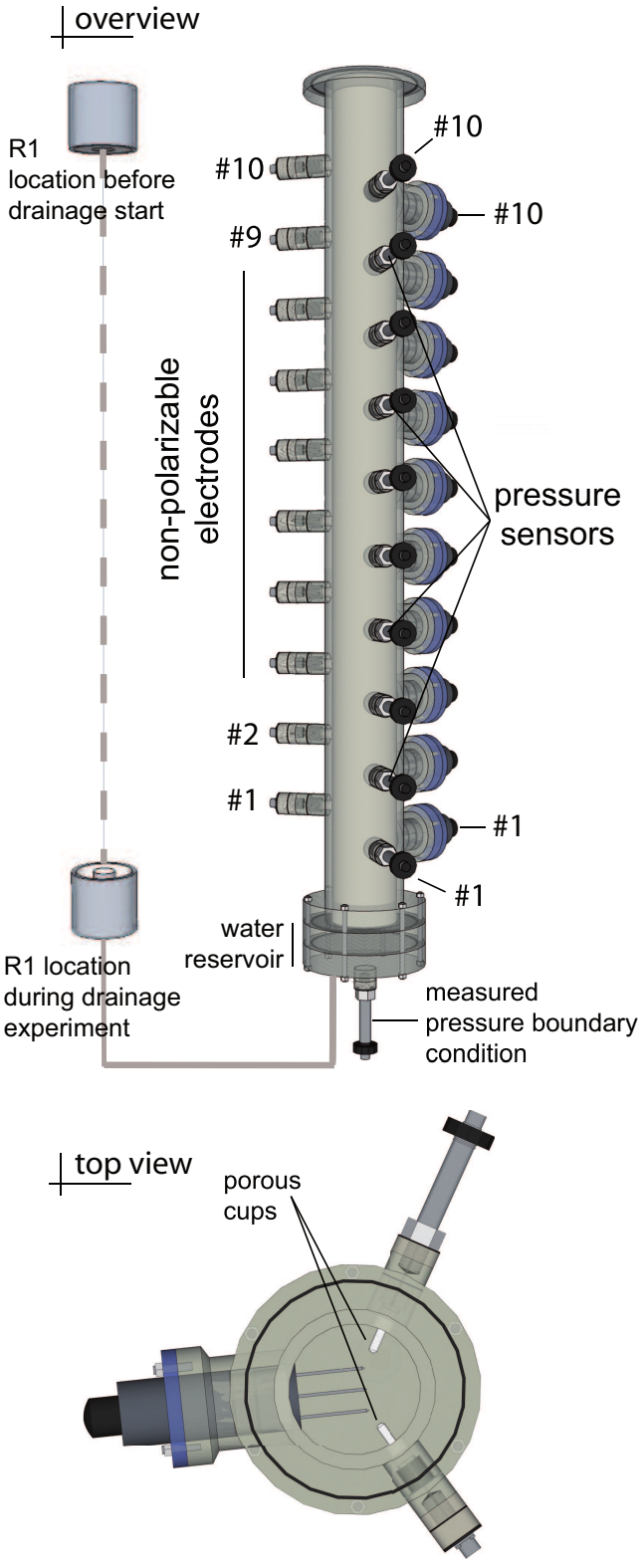


Figure 4.8. Sketch diagram of the experimental setup. Ten non-polarizable electrodes are placed at intervals of 10 cm along the column, with 10 pressure transducers and water-content probes. The reservoir R1 is used to apply a constant pressure to the medium. The top boundary condition is a free pressure surface, considered to represent zero flux.

electrodes. Moreover, to monitor the water flow dynamics, water content and water pressure measurements are combined at the same positions along the column. The water-content probes are calibrated using a scale-down of the column with the same geometry, by preparing nine sand/water mixtures covering the whole range of water contents. Then, we derive a calibration model linking the weighted water-content to the voltage output of the nine probes, leading us to estimate the uncertainties on water content at 5%. Tests are then performed to ensure that the streaming potential is correctly measured, as described in detail by Allègre *et al.* (2010).

4.3.4 RESULTS AND DISCUSSION

4.3.4.1 Electrokinetic Measurements

A drainage experiment was performed to measure SP differences, water pressure and water content, applying a constant pressure at the column base as a boundary condition (see reservoir R1 in Figure 4.8). When drainage ceases, the top half of the column is unsaturated. The hydrodynamic measurements allow us to solve Richards' equation, using a 1D finite element code (Lehmann and Ackerer, 1998). The measured pressure head h_i and water content θ_i are computed by inverting the hydrodynamic parameters of the Brooks and Corey (1964) retention model and Mualem (1976) permeability model. Then, the computed water pressures, expressed in meters of head, are used to obtain the total water pressure differences through : $\Delta P_i = \rho_w g(h_i - z)$, where ρ_w is the fluid density [kg.m^{-3}], g is the acceleration due to gravity [m.s^{-2}] and z is the vertical location [m]. The ΔP_i values are computed for every dipole formed by two consecutive electrodes. The SP coefficient is calculated using measured ΔV_i and computed ΔP_i. We use two different approaches to normalize the SP coefficient values. The first modelling approach consists of computing the so-called relative SP coefficient, C_r, which corresponds to the measured coefficient as a function of water saturation normalized by its value at saturation, C_{sat}. In another approach, we normalize our data by the minimum measured value of $C(S_e)$ (the maximum in absolute terms), which is not observed in saturated conditions. During drainage experiments, the normalized SP coefficient first increases with decreasing water saturation (Figure 4.9). Then, it reaches a maximum located at around $S_e = 0.7$, and thereafter decreases. This unexpected behavior was recently reported for the first time (Allègre *et al.*, 2010) and cannot be explained by current models (Figure 4.9a,b). Moreover, we note that the maximum value of the relative SP coefficient can exceed forty times the measured C_{sat}. These new observations still need to be explained. We propose a model with a static component, intended to model measurements up to about $S_e = 0.7$, and a dynamic component to take account of the unexpected behavior in the range $S_e = [0.7\,;\,1]$.

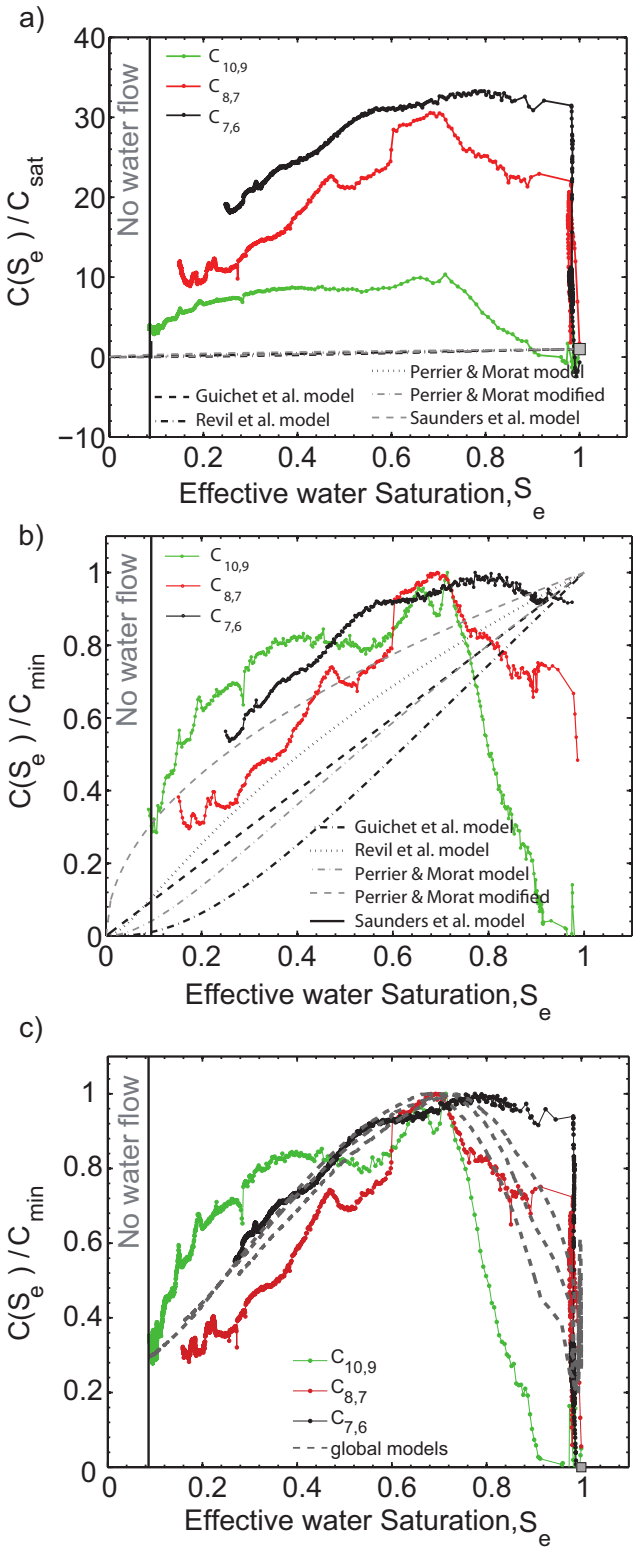


Figure 4.9. Streaming potential coefficient plotted as a function of effective water saturation. a) Relative SP coefficient. b) SP coefficient normalized by C_{min}, compared with existing models from Guichet *et al.* (2003), Perrier and Morat (2000), Revil *et al.* (2007) and Saunders *et al.* (2008). This last model was computed for $n_i = 0.5$. c) Model using equation (4.14). Water conductivity is 0.01 S/m.

4.3.4.2 Static Model

The first SP model introduced here, which we call the static model, can be defined by :

$$\widetilde{\Delta V} = C_{sat}\Delta P + C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_s} \tag{4.12}$$

where $\widetilde{\Delta V}$ is the computed SP [V], C_{sat} the SP coefficient at saturation and n_s a dimensionless exponent. The equation (4.12) is expected to model the SP coefficient mainly in the range up to $S_e = 0.7$. The model parameters C_{min} [V.Pa^{-1}] and n_s (dimensionless) are fitted parameters. When water saturation is equal to unity, the limit of equation (4.12) is $\widetilde{\Delta V} = C_{sat}\Delta P$, which is the definition of the SP coefficient at saturation. This is an important statement, because C_{sat} is the only reference value that is physically well-known in saturated conditions. In order to find n_s and C_{min}, we minimize the objective function :

$$\mathscr{O}(\mathbf{p}) = \sum_i ||\Delta V_i - \widetilde{\Delta V_i}||^2 \tag{4.13}$$

where ΔV_i and $\widetilde{\Delta V_i}$ represent the measured and computed SP difference at each saturation S_e^i and $\mathbf{p} = (n_s,\ C_{min})$ is the parameter-vector. The inversion process is performed using a interior-reflective Newton method algorithm. The minimization is performed in a least-square sense, without any weighting function or regularization criteria. Note that n_s is a parameter common to all dipoles, whereas C_{min} is a "local" parameter and depends on a given dipole. We make this assumption because the measurements show that the value of C_{min} is different from one dipole to another. This hypothesis is backed up by some tests performed with C_{min} taken as a common parameter, which led to poor results. Thus, parameters $C_{min}^{10,9}$, $C_{min}^{8,7}$, and $C_{min}^{7,6}$ are used for dipoles (10,9), (8,7) and (7,6) respectively. Using this procedure, the n_s and C_{min} parameters are adjusted to minimize equation (4.13). We note that the data are sampled with a uniform distribution following $log[S_e(1-S_e)]$. We observe that this equation fails to account very well for the behavior of SP data for dipoles (8,7) and (7,6) (Figure 4.10a). The computed residuals support this observation (Figure 4.10e and f). While the results for dipole (10,9) are quite acceptable, equation (4.12) nevertheless fails to explain the rapid drop of SP at the start of drainage (between $\simeq$ 20 to 40 hours), which corresponds to the part of the normalized SP coefficient curve associated with decreasing saturation (Figure 4.9b), for $0.7 < S_e < 1$, which is the behavior we are trying to characterize here.

4.3.4.3 Global Model

To improve the results discussed above, particularly for $0.7 < S_e < 1$ (Figure 4.9b), we introduce a new term into equation (4.12), which we call the dynamic component, derived from the first

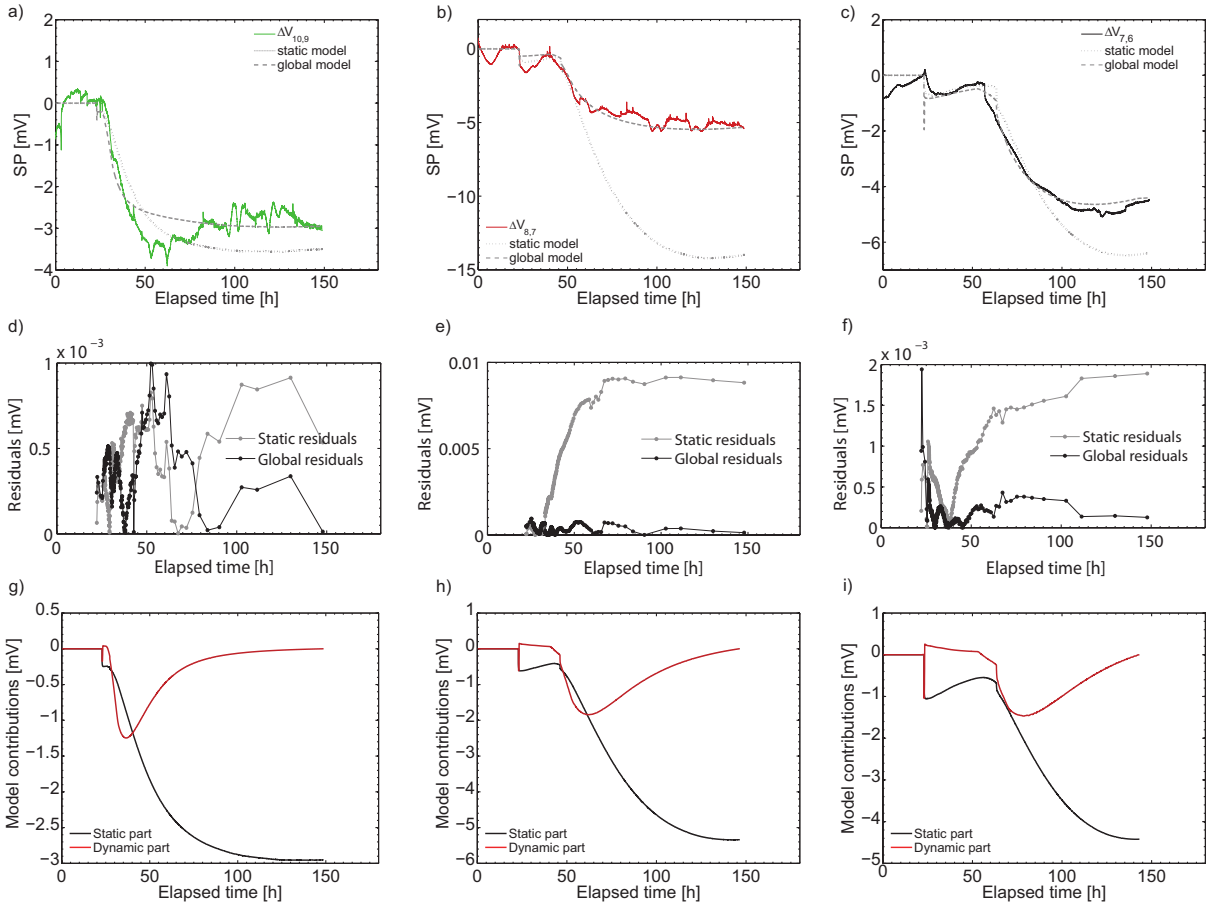


Figure 4.10. SP measurements, with static (equation 4.12) and global (equation 4.14) model for a) dipole (10,9), b) dipole (8,7) and c) dipole (7,6). The static and global residuals plotted versus time for d) dipole (10,9), e) dipole (8,7) and f) dipole (7,6). Contributions of static (black) and dynamic (red) components to the global model for g) dipole (10,9), h) dipole (8,7) and i) dipole (7,6).

Tableau 4.3. Parameter values obtained for the best fit of equation 4.14, and relative uncertainties derived from the covariance matrix, expressed in percentages. The electrokinetic coefficients are expressed in V/Pa.

			$C_{min}^{10,9}$ (measured) ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ (measured) ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{7,6}$ (measured) ($\times 10^{-5}$)	
			-1.6	-4.8	5.3	
	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{7,6}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
p_k	0.14	0.5	-0.58	-1.9	-3.4	33.1
	Δn_s	Δn_d	$\Delta C_{min}^{10,9}$	$\Delta C_{min}^{8,7}$	$\Delta C_{min}^{7,6}$	$\Delta\tau$
u_{p_k}	39	19	1	0.97	0.95	23

derivative of ΔP versus time. Thus, the equation (4.12) becomes :

$$\begin{aligned} \widetilde{\Delta V} &= C_{sat}\Delta P + C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_s} \\ &\quad + \tau C_{min}\left[S_e(1-S_e)\right]^{n_d}\frac{\partial \Delta P}{\partial t} \end{aligned} \tag{4.14}$$

where t is time [h], n_d is a dimensionless exponent and τ is a the characteristic time [h]. The τ parameter should be understood as the period of time during which the dynamic term acts as the main contribution to the observed SP. The computed values of n_s and C_{min} from the static model are used as *a priori* values for the global model. Starting from this *a priori* basis, the equation (4.13) is minimized, allowing us to adjust the six parameters n_s, n_d, $C_{min}^{10,9}$, $C_{min}^{8,7}$, $C_{min}^{7,6}$ and τ together. This model is found to fit the observations much better than the current models with $n_s = 0.14$ and $n_d = 0.5$ (Figure 4.9c). In Table 4.3, we report the parameter values so obtained, as well as relative uncertainties derived from standard deviations calculated using $u_{p_k} = \sigma_k / p_k$, where u_{p_k} and σ_k are the relative uncertainty and the standard deviation of the parameter p_k, respectively. Standard deviations are derived from the covariance matrix (computed for the set of parameters yielding the best fit), which is also used to obtain the correlation coefficient matrix (Table 4.4). We observe some high values of correlation coefficients (higher than 0.95) between C_{min} parameters, and between n_s and C_{min}. Further experimental investigations with different fluid flow conditions should allow us to confirm or exclude these correlations. The global residuals (in absolute terms) computed according to the fit of equation (4.14) are much smaller than those obtained using equation (4.12) (Figure 4.10d, e, and f).

Tableau 4.4. Combination of the covariance and correlation matrices computed for the set of values of parameter **p** leading to the best fit of equation (4.14). The figures on the diagonal represent the variance of parameter p_k, while the bottom-left part indicates elements of the covariance matrix and the top-right part indicates the correlation coefficients between parameters.

	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$ V/Pa)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$ V/Pa)	$C_{min}^{7,6}$ ($\times 10^{-5}$ V/Pa)	τ (h)
n_s	0.003	-0.59	0.97	0.98	0.98	-0.87
n_d	0.003	0.009	-0.54	-0.56	-0.56	0.88
$C_{min}^{10,9}$	0.006	-0.006	0.013	0.98	0.98	-0.86
$C_{min}^{8,7}$	0.006	-0.005	0.01	0.01	0.98	-0.87
$C_{min}^{7,6}$	0.005	-0.05	0.01	0.01	0.01	-0.86
τ	-0.38	0.65	-0.75	-0.7	-0.66	60.7

The improvement is particularly marked for $0.7 < S_e < 1$, which corresponds to t=20-40 h, t=45-65 h and t=60-80 h, for dipoles (10,9), (8,7) and (7,6) respectively. In addition, we observe no recurrent deviations of identical sign, leading to a zero-centered Gaussian distribution of residuals. Moreover, by comparing the contributions of the static and dynamic components on the global model, we show that the dynamic component is larger (in absolute terms) than the static component at the beginning of the experiment for dipoles (10,9) and (8,7) (Figure 4.10g, h, and i) and significant for dipole (7,6). We may conclude that the dynamic component is needed in our model to explain SP behavior, particularly at the beginning of the experiment when SP shows a decrease while S_e ranges from 1 to 0.7. We note that existing models do not take account of this behavior.

4.3.5 CONCLUSIONS

We can describe the dependence of SP on water content through a model including a static and a dynamic component. We demonstrate that the dynamics of driving pressure, linked to time-variations of the total water pressure difference, could have an important effect on SP. This is a new conceptual approach in electrokinetic studies. Indeed, this type of dynamic behavior has not been observed before, in spite of the large number of electrokinetic studies with saturated samples, because these experimental runs were generally performed in a steady-state. However, for fully saturated media, our model shows that the additional terms tend to zero while still accounting for the dynamic component. The physical meaning of each parameter in the pro-

posed model should be studied further, possibly in relation to the excess of charge density in unsaturated conditions. More experiments and results are needed to improve our understanding of this unexpected evolution of the SP coefficient.

4.3.6 ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the French National Scientific Centre (CNRS), by ANR-TRANSEK, and by REALISE the "Alsace Region Research Network in Environmental Sciences in Engineering" and the Alsace Region. Dr M.S.N. Carpenter post-edited the English style.

4.4 SYNTHÈSE DES DONNÉES ET DISCUSSION

4.4.1 RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES

Reprenons la démarche présentée dans l'article précédent afin de modéliser les signaux PS des expériences #2 et #3. Dans un premier temps, le modèle statique est déterminé en utilisant l'équation 4.2 dans le domaine statique, et constitue le modèle *a priori*. L'équation 4.8 est ensuite utilisée pour modéliser les signaux PS dans toute la gamme de saturation en ajustant tous les paramètres, y compris n_s (commun à tous les dipôles) et C_{min} (différent pour chaque dipôle). Le vecteur de paramètres ajustés pour l'expérience #2 sera par exemple : $\mathbf{p} = (n_s, C_{min}^{10,9}, C_{min}^{9,8}, C_{min}^{8,7}, n_d, \tau)$. Finalement, les paramètres n_s et C_{min} sont différents de ceux du modèle a priori. La contribution "statique" du modèle global est donc différente du modèle statique a priori. Les signaux PS mesurés et modélisés, les contributions de chaque terme du modèle global, ainsi que les résidus déduits après minimisation pour chaque modèle (statique a priori et global) sont présentés par les figures 4.11 et 4.12 pour les expériences #2 et #3. Les paramètres correspondants sont rapportés dans le tableau 4.5. Comme pour l'expérience #1, l'ajout du

Tableau 4.5. Valeurs des paramètres obtenus pour le meilleur modèle calculé avec l'équation 4.9, pour les trois expériences. Les coefficients d'électrofiltration C_{min} sont exprimés en V.Pa^{-1}.

	Exp	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{9,8}$ / $C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ / $C_{min}^{7,6}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
	#1	1.31	/	-99	-16	-20	/
a priori	#2	1.88	/	-110	-150	-400	/
	#3	0.27	/	-2	-0.56	-3.1	/
	#1	0.14	0.5	-0.58	-1.9	-3.4	33.1
global	#2	1.58	0.014	-32	-96	-240	0.78
	#3	0.042	0.14	-1.2	-0.69	-1.9	0.77

terme dynamique améliore la modélisation des dipôles (9,8) et (8,7) de l'expérience #2 au début du drainage (lorsque les signaux PS chutent rapidement de 0 à -40 mV). De plus, la contribution dynamique est importante à ce moment de l'expérience (Figure 4.11h et i). La différence entre les deux modèles est plus ténue s'agissant du dipôle (10,9), qui semble être globalement mieux prédit par le modèle *a priori* compte-tenu des résidus (Figure 4.11e et f).

Il semble que la partie dynamique contribue à mieux reproduire la pente de la courbe pour ce dipôle entre 100h et 105h environ, c'est à dire à mieux reproduire dans le temps le tout début de la désaturation. En revanche, les résidus du modèle global sont plus importants à la fin du signal par rapport à ceux du modèle a priori. Dans ce domaine, correspondant *a priori* au domaine statique, le modèle éponyme permet de mieux prédire les données. Le terme dynamique a donc permis de se rapprocher des signaux mesurés uniquement en début de drainage (au moment où le coefficient C_{norm} augmente).

4.4.2 LE FLUX JOUE T-IL UN RÔLE IMPORTANT ?

Les signaux de l'expérience #3 sont modélisés de façon quasiment similaire par les modèles global et a priori. Les résidus obtenus dans le cas du modèle global sont légèrement plus faibles au début du drainage, sont bien plus grands que ceux du modèle a priori à la fin du signal. Finalement, l'ajout d'une autre contribution n'améliore pas radicalement les résultats observés précédemment. On voit même que le modèle statique, appliqué à tout le domaine de saturation, est la meilleure option pour modéliser les signaux de cette expérience (Figure 4.3). On remarque également que la contribution dynamique est plus faible que la contribution statique lors de cette expérience que lors des deux précédentes (Figure 4.12g à i). En effet, elle ne permet pas de corriger suffisamment le modèle a priori en début de drainage. Rappelons que cette expérience est caractérisée par les plus fortes pressions ΔP. Le terme dynamique étant proportionnel à $\frac{\partial}{\partial t} ln(\Delta P)$ (c.à.d à $\frac{1}{\Delta P}\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$), la contribution dynamique est logiquement moins importante lorsque les pressions sont plus grandes.

L'expérience #3 est également caractérisée par la vitesse d'écoulement la plus importante. Le terme dynamique introduit dans l'équation 4.9 ne semble pas forcément dominant lorsque l'écoulement est le plus rapide (comme nous pouvions le penser a priori) ; dynamique ne rimant pas ici avec vitesse d'écoulement. Cette observation est étayée par les résultats concernant les dipôles (10,9) des trois expériences, pour lesquels l'équation 4.2 mène à un résultat acceptable (Figure 4.7). Ce dipôle, placé le plus haut dans la colonne, correspond à la partie de chaque expérience pour laquelle le flux est le plus important (à l'instant où la désaturation commence, Figure 4.13a). Le flux diminuant de façon monotone au cours du drainage (Figure 3.11b), ceci implique que lorsque le front de saturation passe au niveau des différents dipôles, le flux est différent selon le dipôle. En d'autres termes, la valeur maximum du flux q enregistrée au niveau de chaque dipôle - au moment où la saturation commence à diminuer au niveau de ce dipôle - est différente, et de plus en plus faible, plus le dipôle est placé bas dans la colonne (Figure 4.13a).

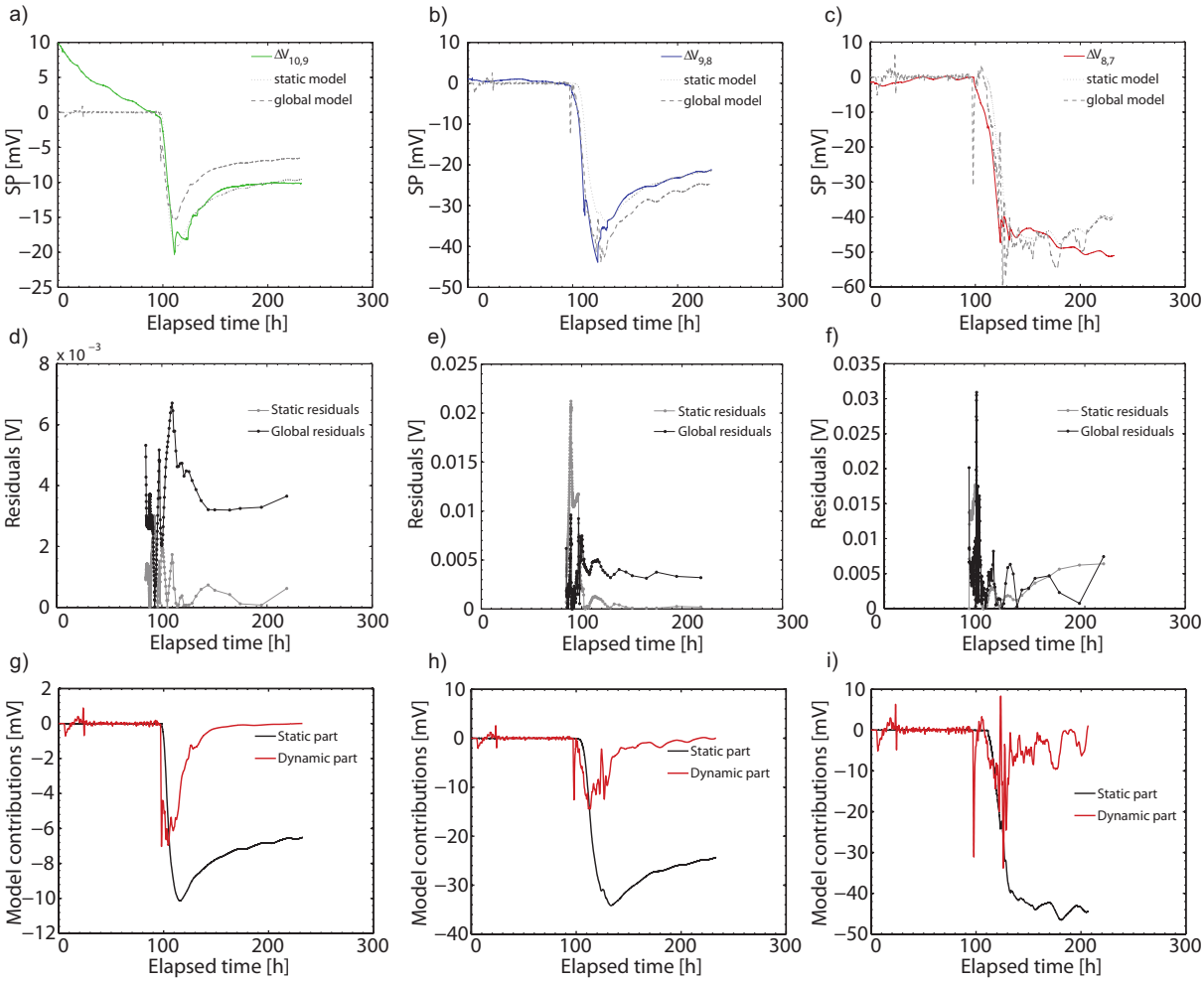


Figure 4.11. (a, b, c) Différences de potentiels électriques mesurées et calculées en utilisant les équations 4.1 et 4.9, pour l'expérience #2. Le modèle statique est ici le modèle a priori, c.à.d ajusté uniquement dans le domaine statique. (d, e, f) Résidus observés pour le meilleur fit de l'équation 4.2 (modèle a priori) et de 4.9 (modèle global). (g, h, i) Contributions statique et dynamique au modèle global.

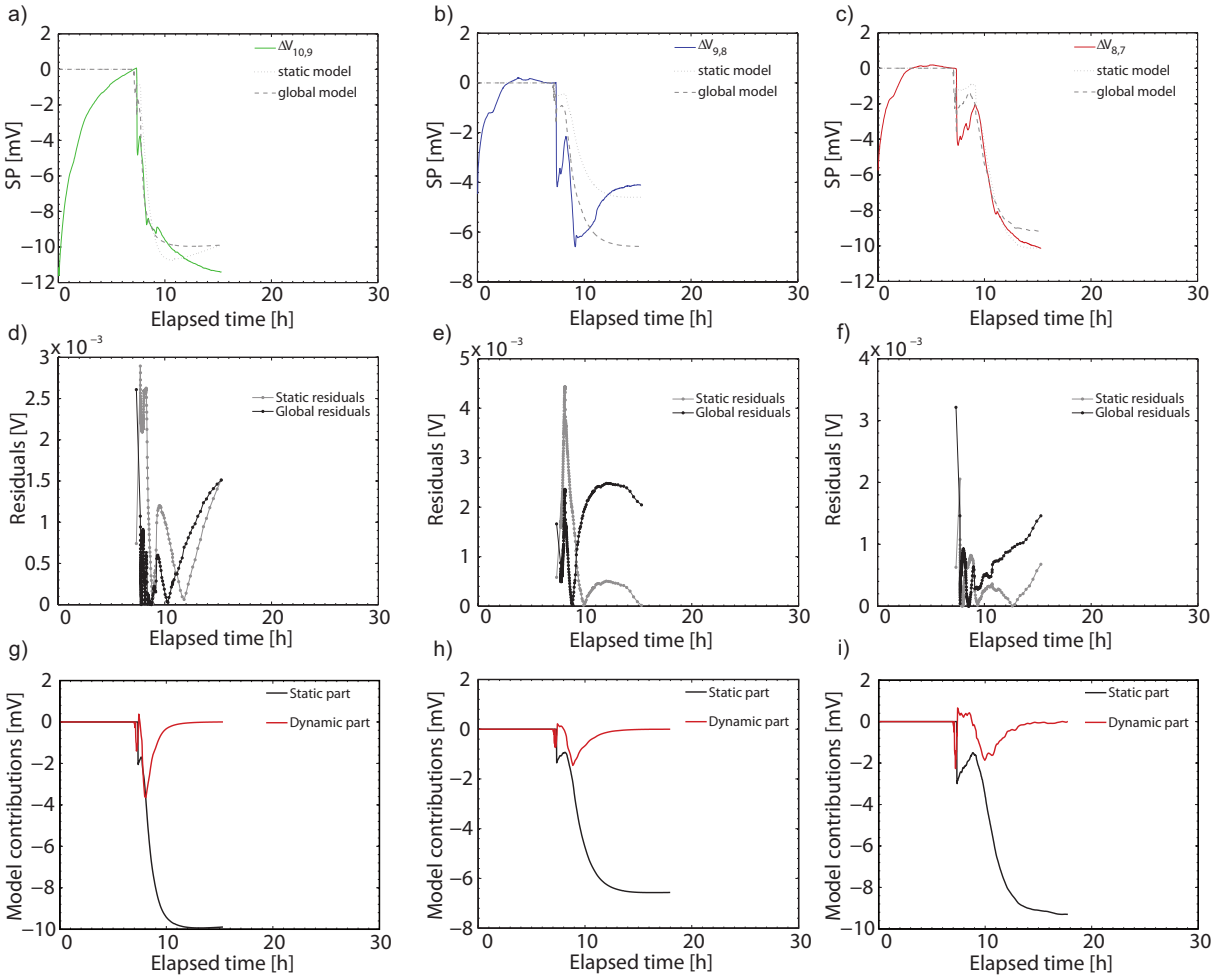


Figure 4.12. (a, b, c) Différences de potentiels électriques mesurées et calculées en utilisant les équations 4.1 et 4.9, pour l'expérience #3. Le modèle statique est ici le modèle a priori, c.à.d ajusté uniquement dans le domaine statique. (d, e, f) Résidus observés pour le meilleur fit de l'équation 4.2 (modèle a priori) et de 4.9 (modèle global). (g, h, i) Contributions statique et dynamique au modèle global.

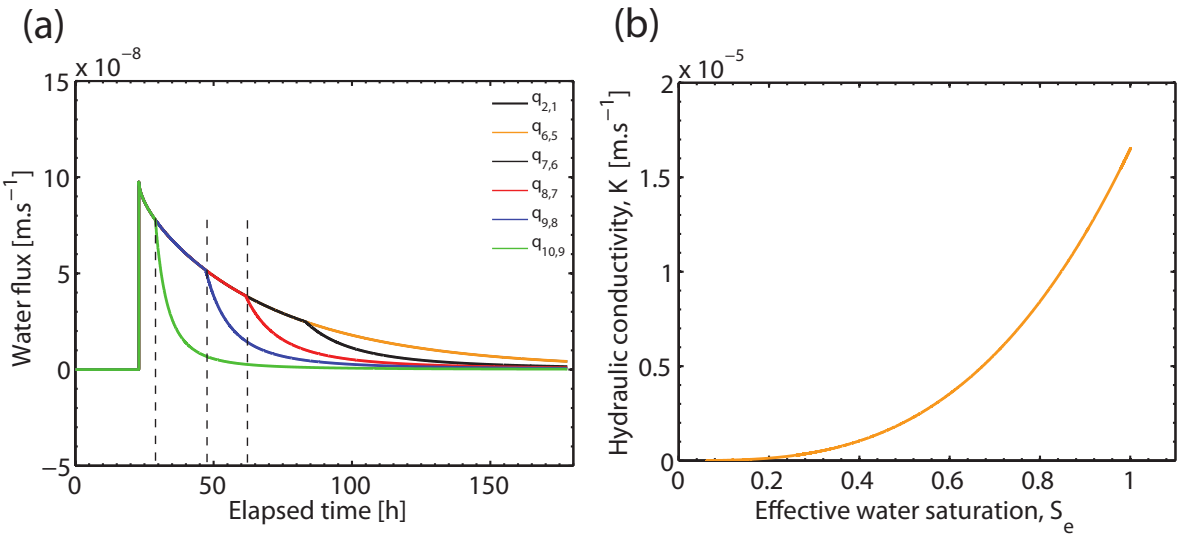


Figure 4.13. (a) Flux instantanés calculés au niveau de chaque dipôle lors de l'inversion des données de l'expérience #1. Les lignes noires pointillées indiquent le passage du front de saturation au niveau des dipôles (10,9), (9,8) et (8,7). Avant ces lignes pointillées les courbes sont confondues. (b) Conductivité hydraulique K [m.s^{-1}] calculée à partir des valeurs de saturation mesurées lors de l'expérience #1 avec l'équation 2.12.

Ce phénomène s'explique en partie par la diminution de la conductivité hydraulique en fonction de la saturation (Figure 4.13b), mais également par la diminution des gradients de pressions. La conductivité hydraulique est le pont entre les valeurs de pressions ΔP et le flux. Ce dernier n'est pas pris en compte en tant que tel dans la contribution dynamique de l'équation 4.9. Intégrer le flux dans cette équation peut constituer une perspective à ce travail. Ainsi, le comportement lié au dipôle (10,9) pourrait être singulier lors de chaque expérience, de part l'importance de la vitesse d'écoulement dans l'évolution de C en non-saturé. En outre, un calcul effectué indépendamment sur chaque dipôle a montré que les paramètres obtenus pour le modèle global étaient très proches pour les dipôles (8,7) et (7,6), et non pour le dipôle (10,9). Ces paramètres sont rapportés dans le tableau 4.6. Les dipôles (8,7) et (7,6) contribuent de manière plus importante à la solution obtenue avec le modèle global, que le dipôle (10,9).

La contribution dynamique serait donc prépondérante lorsque le terme lié à $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ est non négligeable, mais seulement lorsque l'écoulement n'est pas trop rapide (flux trop important). Cette remarque est une constatation à ce stade, et d'autres expériences, dont les conditions hydrodynamiques couvriraient une gamme plus large, doivent être menées pour apporter des éléments d'explications. La valeur différente de flux q, observée au début de la désaturation de chaque dipôle, pourrait être à l'origine des différents C_{min} mesurés pour chaque dipôle.

Tableau 4.6. Valeurs des paramètres obtenus pour le meilleur modèle calculé avec l'équation 4.9,

	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
global	0.14	0.5	-0.5	-1.9	-3.4	33.1
(10,9)	0.55	1.87	-2	/	/	30
(8,7)	0.21	0.34	/	-1.86	/	30
(7,6)	0.15	0.58	/	/	-3.7	30

4.4.3 SENSIBILITÉ DES MODÈLES

4.4.3.1 Analyse des résidus

En supposant que les erreurs de mesures soient distribuées de façon normale, les résidus calculés après minimisation devraient se distribuer en suivant une distribution gaussienne à moyenne nulle. Le cas échéant, une erreur récurrente indiquerait un biais dans les données où une mauvaise hypothèse de départ, comme une mauvaise théorie (un modèle pas adapté). Les résidus sont calculés après minimisation, et correspondent aux écarts résiduels entre les signaux PS et le meilleur modèle global (équation 4.9). Ils sont d'abord calculés indépendamment pour chaque dipôle, puis pour tous les dipôles (c.à.d pour toutes les données intégrées au calcul), pour les trois expériences présentées (Figure 4.14). Les résidus globaux ont une distribution relativement homogène pour les expériences #1 et #2. En revanche, les résidus obtenus pour l'expérience #3 sont moins satisfaisants. Ceci va dans le sens des résultats précédents qui montrent que l'équation 4.9 ne mène pas à la meilleure modélisation des signaux de cette expérience (par rapport au modèle statique).

Les distributions déduites au niveau de chaque dipôle sont bien centrées sur zéro (Figure 4.14a, b, c). Cependant, des modes formés de résidus de même signe (positif ou négatif) décalés par rapport à la moyenne, apparaissent pour les dipôles (10,9) des expériences #1 et #2 (Figures 4.14a, b). Le problème semble donc moins bien contraint à l'échelle du dipôle. Cette observation suggère que chaque dipôle pourrait alors conduire à un jeu de paramètres différent. Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le dipôle (10,9) pouvait être considéré indépendamment. Le rôle du flux a été avancé comme hypothèse.

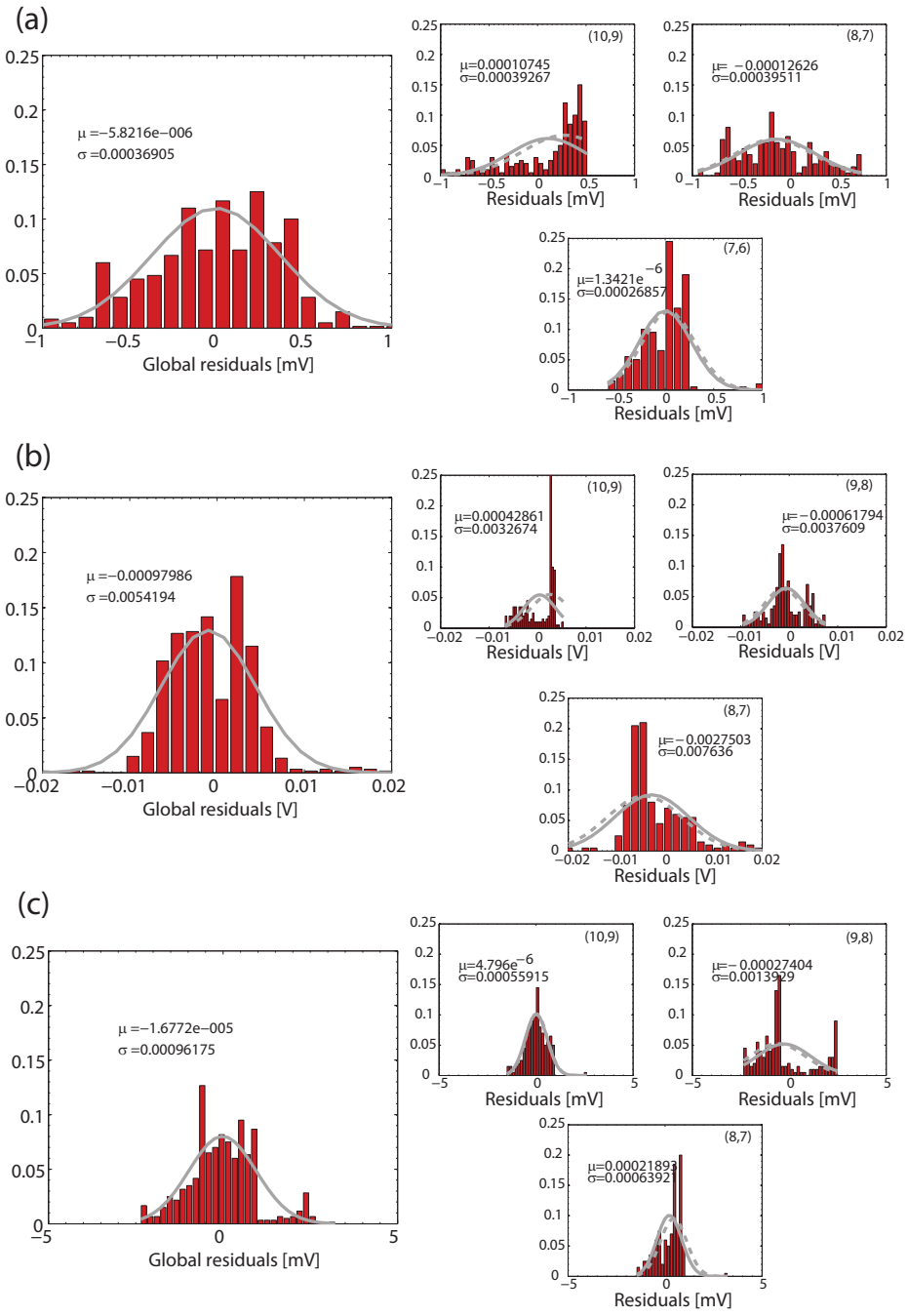


Figure 4.14. Résidus du modèle global (calculés pour tous les dipôles d'une expérience) et résidus calculés pour chaque dipôle correspondant au meilleur modèle global obtenu pour les expériences #1 (a), #2 (b) et #3 (c). L'axe des ordonnées représente la fraction du nombre total de résidus pour chaque classe (20 classes sont utilisées au total). Les courbes grises sont les distributions gaussiennes correspondantes et les courbes grises pointillées sont des "gaussiennes" calculées à partir des médianes et écarts à la médiane de chaque distribution.

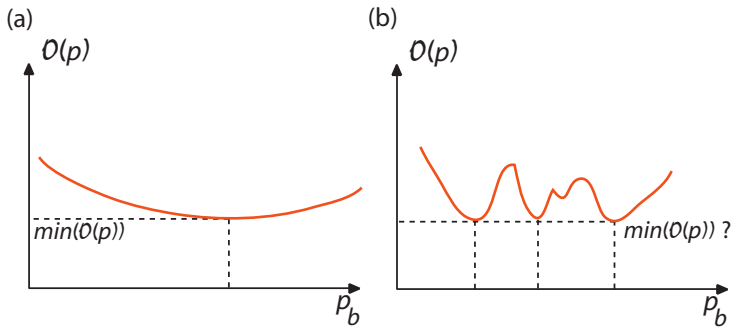


Figure 4.15. (a) Exemple d'une fonction à fond plat. (b) Exemple d'une fonction à fond accidenté. Dans ce dernier cas, il est difficile d'identifier clairement le minimum de la fonction.

4.4.3.2 Analyse des corrélations et incertitudes

Nous proposons maintenant d'effectuer une analyse de sensibilité et d'étudier la robustesse du modèle global. Le but de cette analyse est, dans un premier temps, d'observer l'influence sur la fonction minimisée, d'une perturbation du jeu de paramètres final $\mathbf{p_b}$ correspondant au meilleur modèle global. En d'autre termes, le but est d'étudier la morphologie de la fonction minimisée au voisinage du point correspondant au jeu de paramètres $\mathbf{p_b}$. Si les paramètres sont bien contraints, la fonction sera très incurvée et une légère perturbation de $\mathbf{p_b}$ modifiera fortement sa valeur. Dans le cas contraire, si la fonction est caractérisée par un "fond plat", sa valeur sera très peu influencée par la perturbation des paramètres. Dans ce cas, la zone de confiance autour de la valeur de chaque paramètre sera large, et leur incertitude plus importante. Cette remarque sous-entend néanmoins une certaine régularité de la fonction objectif. En effet, un fond très accidenté pourrait être plus difficile à interpréter qu'un fond plat (Figure 4.15). Dans notre cas, l'allure de la fonction est relativement régulière et le problème ne se posera pas. Le modèle contenant en tout six paramètres, le meilleur moyen de représenter la fonction minimisée et d'utiliser des couples de paramètres. Chaque paramètre est perturbé autour de sa valeur finale de $\pm$ 5%.Au total, quinze couples sont possible, c'est pourquoi ces calculs sont représentés seulement pour illustrer les corrélations entre les paramètres pour l'expérience #1 (Figure 4.16). Afin de conclure sur les valeurs des paramètres obtenus, leurs corrélations peuvent être calculées. Rappelons que la fonction minimisée prend la forme suivante :

$$\mathscr{O}(\mathbf{p}) = \sum_{1}^{N} |y - \hat{y}|^2 \tag{4.15}$$

où y et $\hat{y}$ représentent les différences de potentiels électriques mesurées et calculées (respectivement ΔV_i et $\widetilde{\Delta V_i}$).

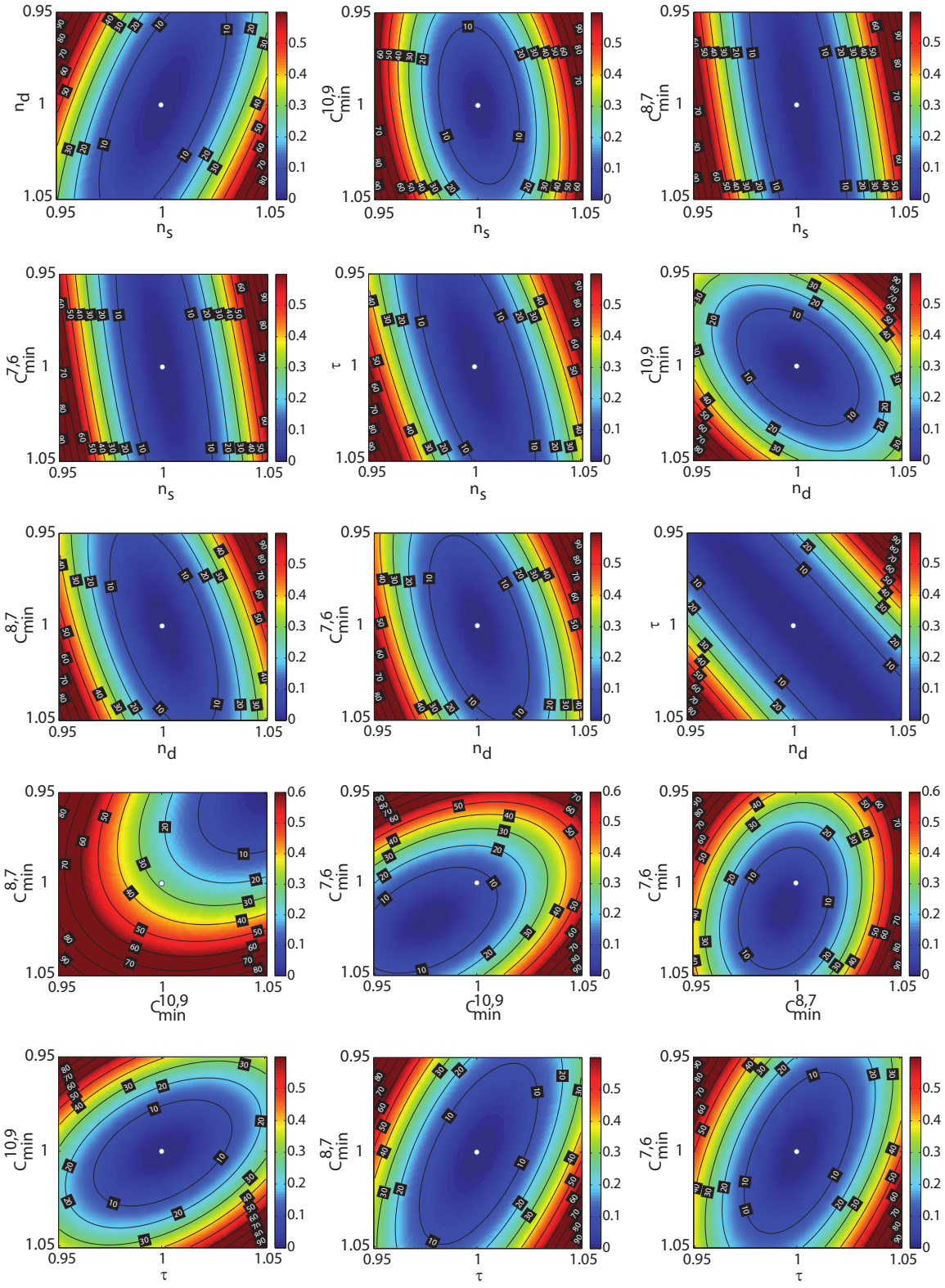


Figure 4.16. Fonction objectif calculée pour chaque couple de paramètre perturbé de $\pm 5\%$ autour de leur valeur finale obtenue après minimisation. Les échelles sont relatives ; le point repéré par les coordonnées [1 ; 1] correspondant au couple de paramètre trouvé après minimisation. L'échelle de couleur indique le pourcentage de variation de la fonction autour de sa valeur minimum.

L'équation (4.15) peut également s'écrire sous forme matricielle,

$$\mathscr{O}(\mathbf{p}) = (y - \hat{y})^T (y - \hat{y}). \tag{4.16}$$

Afin d'étudier la forme de la fonction $\mathscr{O}$ au voisinage du minimum atteint, il est possible de calculer ces dérivées par rapport aux paramètres p_k du jeu de paramètres p_b correspondant, soit :

$$\frac{\partial \mathscr{O}}{\partial p_k} = 2 \sum_{1}^{N} (y_i - \hat{y}_i) \frac{\partial \hat{y}}{\partial p_k} = 2(y - \hat{y}) J^T J \tag{4.17}$$

où J est la matrice jacobienne, composée des dérivées partielles en chaque point du meilleur modèle calculé par rapport aux paramètres, telle que :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial p_1} & \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial p_k} \\ \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial p_1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{y}_N}{\partial p_1} & \frac{\partial \hat{y}_N}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_N}{\partial p_k} \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

Une approximation de la matrice de covariance est alors définie comme suit :

$$C = \sigma_y^2 (J^T J)^{-1} \tag{4.19}$$

où ${\sigma_y}^2$ est un estimateur de la variance des erreurs sur les mesures tel que : $\sigma_y^2 = \mathscr{O}(\mathbf{p}) \ / \ (n_{obs} - n_p)$, avec n_{obs} le nombre total d'observations et n_p le nombre de paramètres. Les valeurs de covariances restant peu lisibles, il est possible de normaliser cette matrice afin d'obtenir les coefficients de corrélations entre paramètres estimés, tels que :

$$C_r = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii} C_{ij}}} \tag{4.20}$$

Les coefficients de corrélations sont plus faciles à interpréter, ils donneront une information plus lisible sur la qualité de la minimisation et sur la confiance à donner aux valeurs des paramètres. Le tableau 4.7 rapporte pour les trois expériences les valeurs d'écarts-type, de covariances et de coefficients de corrélations calculées pour le jeu de paramètre final p_b.

Les valeurs de variances permettent également d'estimer les incertitudes relatives sur chaque paramètre en calculant :

$$u_{p_k} = \frac{\sigma_{p_k}}{p_k} \tag{4.21}$$

où σp_k est l'écart-type du paramètre p_k. Ces incertitudes sont rapportées dans le tableau 4.8.

Tableau 4.7. Combinaison des matrices de covariance et corrélation calculées pour le jeu de paramètres final correspondant au minimum de $\mathscr{O}(\mathbf{p})$ atteint pour le modèle global. Les éléments de la diagonale sont les variances des paramètres p_k, les éléments de la partie inférieure gauche sont les valeurs de covariances entre paramètres et celles de la partie supérieure droite sont les coefficients de corrélations entre paramètres. Le premier tableau correspond à l'expérience #1, le deuxième à l'expérience #2 et le dernier à l'expérience #3. Les coefficients d'électrofiltration $C_{min}^{i,i-1}$ sont exprimés en V.Pa^{-1}.

	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{7,6}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
n_s	0.003	-0.59	**0.97**	**0.98**	**0.98**	-0.87
n_d	0.003	0.009	-0.54	-0.56	-0.56	0.88
$C_{min}^{10,9}$	0.006	-0.006	0.013	**0.98**	**0.98**	-0.86
$C_{min}^{8,7}$	0.006	-0.005	0.01	0.01	**0.98**	-0.87
$C_{min}^{7,6}$	0.005	-0.05	0.01	0.01	0.01	-0.86
τ	-0.38	0.65	-0.75	-0.7	-0.66	60.7

	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{9,8}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
n_s	0.02	-0.21	**0.96**	**0.99**	**0.99**	-0.9
n_d	-0.002	0.004	-0.23	-0.23	-0.23	0.53
$C_{min}^{10,9}$	0.038	-0.004	0.07	**0.96**	**0.96**	**-0.91**
$C_{min}^{9,8}$	0.036	-0.003	0.061	0.06	**0.99**	**-0.92**
$C_{min}^{8,7}$	0.036	-0.003	0.06	0.057	0.06	**-0.92**
τ	-0.033	0.008	-0.058	-0.055	-0.054	0.06

	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{9,8}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
n_s	0.004	-0.78	**0.97**	**0.94**	**0.97**	-0.89
n_d	-0.007	0.021	-0.77	-0.74	-0.77	**0.96**
$C_{min}^{10,9}$	0.007	-0.013	0.01	**0.93**	**0.96**	-0.9
$C_{min}^{9,8}$	0.007	-0.012	0.012	0.01	**0.93**	-0.85
$C_{min}^{8,7}$	0.007	-0.012	0.013	0.011	0.01	-0.88
τ	-0.015	0.038	-0.029	-0.025	-0.026	0.07

Les incertitudes sur les paramètres sont relativement importantes particulièrement pour n_s pour les trois expériences, ainsi que n_d et τ dans le cas des expériences #2 et #3. Nous ne sommes donc pas en mesure de donner avec cette modélisation des gammes précises de variations des paramètres du modèle, du moins basées sur les trois expériences. Les valeurs des coefficients de corrélations obtenus sont également importantes (Tableau 4.7) ; beaucoup sont supérieures à 0.9. Les corrélations les plus fortes apparaissent entre les paramètres n_s et C_{min}, et entre les différents C_{min}. Ces valeurs importantes peuvent être liées au processus de minimisation, intrinsèque au modèle ou bien liées à un phénomène physique. Cette hypothèse est séduisante dans le cas des corrélations entre les paramètres C_{min}. Tout d'abord, les paramètres C_{min} calculés sont relativement proches des valeurs mesurées pendant les expériences (particulièrement pour l'expérience #1), et les incertitudes associées sont très faibles, ce qui donne confiance en les valeurs obtenues. Il est donc possible que les corrélations de ces paramètres soient physiques. Les valeurs de C_{min} pourraient dépendre des conditions hydrodynamiques, comme nous l'avons évoqué précédemment par l'intermédiaire du flux. Ces remarques restent spéculations, et d'autres expériences sont indispensables pour aller plus loin.

Le paramètre τ semble également corrélé à n_d dans les expériences #2 et #3. En revanche, la corrélation est moins marquée pour l'expérience #1, la valeur de 33h est obtenue, et son incertitude reste raisonnable. Rappelons que τ représente la durée d'influence de la dynamique dans le modèle global. Dans la section, les domaines statique et dynamique ont été délimités autour d'une valeur caractéristique. En reformulant le modèle global :

$$\widetilde{C} = C_{sat} + C_{min}[S_e(1-S_e)]^{n_s}\left[1 + \tau[S_e(1-S_e)]^{n_d-n_s}\frac{\partial ln(\Delta P)}{\partial t}\right], \tag{4.22}$$

un cas limite de l'influence dynamique peut être déduit de l'équation 4.22 tel que :

$$\alpha_d = \tau[S_e(1-S_e)]^{n_d-n_s}\frac{\partial ln(\Delta P)}{\partial t} << 1. \tag{4.23}$$

Si l'équation 4.23 est respectée, alors la dynamique commence à devenir négligeable. Il est possible de tester notre hypothèse de départ en déterminant a posteriori si le temps correspondant à la condition de l'équation 4.23 est proche ou non du temps limite défini a priori. La figure 4.17 montre que ces temps sont de 61 h, 91 h et 104 h pour les dipôles (10,9), (8,7) et (7,6) respectivement, pour $\alpha_d = 0.25$. Les temps limites ont été définis a priori à 50 h, 72 h et 91 h pour les dipôles (10,9), (8,7) et (7,6). Il apparaît un décalage de l'ordre de 10h entre les valeurs de temps limite. Il serait possible de réintégrer cette information comme a piori dans un nouveau calcul afin d'ajuster ces temps. Le temps τ est grossièrement retrouvé par la largeur de chaque courbe quand $\alpha_d = 0.3 - 0.4$ (Figure 4.17). Ce temps est physiquement lié à un seuil d'influence de la contribution dynamique.

Tableau 4.8. Valeurs du jeu de paramètres obtenus pour le meilleur modèle *a priori* et pour le modèle global pour les trois expériences. Incertitudes relatives exprimées en pourcentage déduites des écarts-type selon l'équation 4.21.

	Exp	n_s	n_d	$C_{min}^{10,9}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{9,8}$ / $C_{min}^{8,7}$ ($\times 10^{-5}$)	$C_{min}^{8,7}$ / $C_{min}^{7,6}$ ($\times 10^{-5}$)	τ (h)
	#1	1.31	/	-99	-16	-20	/
a priori	#2	1.88	/	-110	-150	-400	/
	#3	0.27	/	-2	-0.56	-3.1	/
	#1	0.14	0.5	-0.58	-1.9	-3.4	33.1
p_k	#2	1.58	0.014	-32	-96	-240	0.78
	#3	0.042	0.14	-1.2	-0.69	-1.9	0.77
		Δn_s	Δn_d	$\Delta C_{min}^{10,9}$	$\Delta C_{min}^{9,8}/C_{min}^{8,7}$	$\Delta C_{min}^{8,7}/C_{min}^{7,6}$	$\Delta\tau$
	#1	**39**	19	1	0.97	0.95	23
u_{p_k}	#2	9.5	**437**	3.2	3.5	3.9	31
	#3	**152**	**103**	1.04	0.9	1.02	35

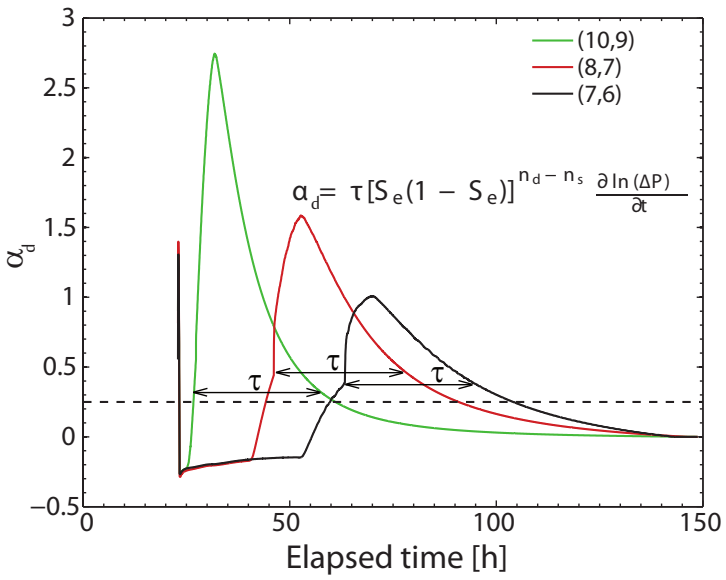


Figure 4.17. Paramètre α_d défini par l'équation 4.23 pour les dipôles (10,9), (8,7) et (7,6) de l'expérience #1. La ligne pointillée représente la valeur $\alpha_d = 0.25$.

Le processus de minimisation est assez simple en l'état. Il serait possible de le complexifier en ajoutant une régularisation à l'équation 4.3 par exemple, qui permettrait de prendre en compte l'écart à un modèle de référence ; pourquoi pas le modèle statique *a priori* qui semble pertinent pour les trois expériences. Il serait également envisageable d'ajouter des incertitudes à cette fonction, et de se rapprocher d'un problème de moindres carrés généralisés en pondérant les observations par leurs erreurs. Enfin, des améliorations sont possibles sur les signaux d'entrée, particulièrement dans le cas de l'expérience #2, pour laquelle le filtrage des données de $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ n'est pas suffisemment poussé pour améliorer substantiellement le rapport signal sur bruit. L'expérience #3 constitue une exception, en ce sens que le modèle statique ajusté sur tout le domaine de saturation, permet d'obtenir de meilleurs résultats que le modèle global (Figure 4.3c). Dans ce cas, la contribution dynamique ne semble pas jouer un rôle prépondérant. Rappelons à nouveau que cette expérience est caractérisée par l'écoulement le plus rapide et des différences de pressions ΔP plus importantes. Il semble que la nature des conditions hydrodynamiques, particulièrement le flux, pourrait jouer un rôle capital. Finalement, les deux modèles présentés ont permis de modéliser les signaux mesurés lors des trois expériences.

4.5 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce chapitre a présenté deux modèles permettant de reproduire les variations des signaux PS mesurés lors des trois expériences. Pour chaque expérience, les expressions proposées ont permis de modéliser les signaux tout au long du drainage, et en particulier au début, lorsque le coefficient d'électrofiltration C_{norm} augmente pour $S_e = [0.7; 1]$. Ce comportement ne pouvait être expliqué par les modèles existants dans la littérature, ceux-ci proposant une décroissance monotone du coefficient d'électrofiltration relatif C_r dans tout le domaine de saturation. Les modèles permettent également d'expliquer les coefficients mesurés jusqu'à 100 fois supérieurs aux valeurs observées précédemment, par l'intermédiaire du paramètre C_{min} parfois d'un ordre de grandeur supérieur à C_{sat}.

Un modèle global intégrant une contribution dynamique basée sur les variations de $\frac{\partial \Delta P}{\partial t}$ a été présenté. Celui-ci a permis sans conteste d'améliorer la modélisation basée sur le modèle statique, particulièrement en début de drainage. L'exemple de l'expérience #1 est le plus convaiquant concernant ce modèle. L'article présenté dans ce chapitre s'appuie sur les signaux de cette expérience pour démontrer l'importance d'une contribution dynamique au modèle global.

L'interprétation générale est cependant plus complexe. Nous avons vu tout d'abord que les deux expériences suivantes ne conduisaient pas à des résultats aussi clairs. Il apparait que le modèle statique ajusté sur le domaine statique permettait d'obtenir de bons résultats, particulièrement

pour les dipôles (10,9) des trois expériences. Il semble que ce dipôle ait un comportement singulier. En outre, les signaux de l'expérience #3 ont été mieux prédits par le modèle statique appliqué à tout le domaine de saturation. Cette expérience étant caractérisée par l'écoulement le plus rapide, un lien entre le comportement des signaux électriques et le flux est à envisager. De plus, ceci implique que le terme transitoire de l'équation 4.9 ne soit pas prépondérant lorsque l'écoulement est le plus rapide, mais le plus lent. Ces observations sont très qualitatives et d'autres expériences couvrant une gamme plus importante de flux permettraient peut être d'identifier une limite ou un seuil d'influence du terme dynamique. Les expériences menées dans ce travail sont des drainages et par définition non-stationnaire. La pertinence d'un terme transitoire dans l'expression du coefficient d'électrofiltration pourrait être investiguée lors d'expériences en non-saturé à flux constant. Notons que ce type d'expérience est très difficile à mettre en place et à contrôler.

Nous avons également remarqué que les incertitudes sur les paramètres ajustés ainsi que leurs corrélations étaient relativement importantes. Nous ne sommes pas en mesure de proposer une gamme de variation précise de ces paramètres, en tout cas, pas une gamme basée sur l'ensemble des expériences. Ceci ne remet pas en cause la pertinence des modèles proposés, mais suggère d'autres tests et expériences. En effet, les corrélations observées entre les paramètres C_{min}, qui sont parfois relativement proches des C_{min} mesurés, pourraient représenter un lien physique entre les signaux mesurés.

Le problème de minimisation pourrait être développé par l'apport d'autres informations a priori. La qualité des signaux d'entrée pourrait également être améliorée. Ces remarques sont autant de questions qui appellent d'autres expériences. Il est probable que la comparaison de ces expériences de drainage avec des expériences menées en imbibition apporterait des éléments de réponses.

Enfin, notre approche est basée sur l'influence d'un terme fonction des conditions hydrodynamiques de chaque expérience, et doit être rapprochée du comportement électrique du milieu. Il va de soi que la définition de double couche électrique doit être étudiée en non-saturé. Dans ces conditions, d'autres interfaces peuvent être prises en compte, comme les interfaces air/eau, au niveau desquelles une double couche peut se former. Certains travaux, ayant trait à l'électrofiltration lié à des écoulements dans des capillaires non-saturés, montrent l'importance de ces interfaces dans l'expression du potentiel électrique (Lac and Sherwood, 2009; Sherwood, 2009). Cet aspect du problème, non abordé dans ce travail, doit également être pris en compte dans de futurs travaux.

CHAPITRE 5

Amplitudes sismo-électriques en milieux non-saturés : une approche de terrain

Sommaire

5.1 Préambule 134

5.2 Géométrie du sous-sol et imagerie de la teneur en eau 137

5.3 Modélisation combinée de la teneur en eau 154

5.4 Amplitudes des signaux co-sismiques 160

Résumé

Ce chapitre aborde l'étude des amplitudes de signaux sismo-électriques enregistrés sur le terrain. Cette partie complète les travaux présentés précédemment, en ce sens qu'elle tend à caractériser des variations de signaux d'origine électrocinétique sur le terrain en conditions non-saturées. Nous commencerons par présenter le site d'étude. Les résultats d'acquisitions radar et électrique seront ensuite combinés afin d'établir une représentation de la géométrie ainsi que de l'état de saturation du sous-sol. Les signaux sismo-électriques (co-sismiques) seront alors présentés, et la méthodologie de traitement des données pour le calcul des amplitudes sera détaillée. L'interprétation des résultats considèrera les différentes formes d'ondes enregistrées, en traitant séparément les ondes de volume et les ondes de surface. Enfin, la problématique du milieu non-saturé est abordée par l'étude des fonctions de transfert sismo-électrique en fonction de la teneur en eau.

5.1 PRÉAMBULE

Le but de ce chapitre est de comparer les amplitudes de signaux sismo-électriques mesurés sur le terrain, à des valeurs de teneurs en eau. Le site et les différentes acquisitions sont d'abord présentés. Puis, la géométrie du sous-sol est interprétée à l'aide des acquisitions radar. Ainsi, trois profils radar ont permis d'identifier plusieurs interfaces en profondeur, correspondant notamment à des contrastes de granulométrie. Ces données donnent également accès à une information sur la teneur en eau, de par le lien exprimé par une loi reliant la permitivité diélectrique et θ. L'analyse de vitesse des ondes radar enregistrées sur le terrain permet ainsi de déterminer des profils de vitesses, de permittivités, puis de teneurs en eau à plusieurs positions. Ces informations ont permis de définir un modèle de saturation basé sur le radar. Une tomographie électrique ayant été réalisée, la suite du chapitre présente l'inversion des données de résistivité apparente, menant à une image de résistivité électrique du sous-sol. La teneur en eau (ou saturation) est également fonction de la résistivité. Le facteur de formation F de la loi d'Archie (loi qui relie ρ à θ) est alors ajusté en minimisant l'écart entre la saturation déduite du radar, et celle déduite de la résistivité électrique. Les deux méthodes conduisant à la saturation sont donc interprétées conjointement sur une partie du profil. Il est alors possible d'obtenir une image de saturation sur tout le domaine investigué par la tomographie électrique (domaine plus important que celui du radar). Les données sismo-électrique et sismique sont ensuite présentées, et leur contenu fréquentiel est comparé. Cette comparaison montre la nécessité de filtrer les données sismo-électriques, afin de déduire des fonctions de transferts $E_x/\ddot{u}_x$. Ces fonctions de transfert sont d'abord calculées en utilisant toutes les formes d'ondes enregistrées, puis indépendamment pour les ondes P et les ondes de surface. Elles sont ensuite comparées à des mesures de résistances électriques réalisées aux bornes de chaque dipôle de mesure. À la fin du chapitre, les rapports $E_x/\ddot{u}_x$ déduits des mesures sont comparés aux valeurs de saturation déduites des acquisitions radar et électrique. Les variations de θ étant relativement faibles latéralement, il est difficile de déduire une loi entre ces rapports et la teneur en eau. Néanmoins, les fonctions de transfert observées sont plus faibles en conditions non-saturées que les fonctions théoriques calculées pour un milieu saturé.

5.1.1 PRÉSENTATION DU SITE D'ÉTUDE

Le site où a été conduite cette campagne de terrain se trouve dans le sud-ouest de la France, à la limite entre les Landes et le Lot-et-Garonne, dans la forêt domaniale de Campet. Ce site jouit d'une grande facilité d'accès, et de deux avantages primordiaux pour la mesure de signaux sismo-électriques : la composition très simple du sous-sol, du sable principalement, et un bruit ambiant

(50Hz) tout à fait raisonnable. Ce dernier aspect est particulièrement important dans la mesure où les signaux sismo-électriques sont de très faible amplitude. Une sablière à proximité exploite le sous-sol, et produit un sable très proche en terme de composition du sable de Fontainebleau. Ceci nous donne l'avantage de travailler dans un milieu proche de celui utilisé en laboratoire. Ce site a été choisi pour sa proximité de l'Université de Pau, dont un des laboratoire est impliqué dans ce projet (ANR-TRANSEK) piloté à Strasbourg, dont le but est d'étudier par différentes approches les phénomènes sismo-électromagnétiques. Les mesures présentées ont été réalisées en collaboration avec C. Bordes et P. Sénéchal du LMIGP de Pau (Université de Pau et des Pays de l'Adour).

5.1.2 CONTEXTES GÉOLOGIQUE ET HYDROGÉOLOGIQUE

Le contexte géologique de la région est relativement simple depuis la phase de convergence pyrénéenne. Le bassin aquitain est un bassin d'avant pays formé pendant la compression pyrénéenne. Il trouve son analogue dans le bassin de l'Èbre au sud des Pyrénées du coté espagnol. Pour rappeler quelques dates, l'ouverture du golfe de Gascogne commence lors de l'ouverture de l'Atlantique Nord à l'Aptien-Albien (au Crétacé inférieur, $\simeq$ 110 Ma). Au cours de la fin de l'ère secondaire et du tertiaire, la plaque ibérique effectue une rotation puis converge vers le Nord pour entrer en collision avec la plaque eurasienne au cours du Crétacé supérieur. L'apogée des Pyrénées intervient à l'Éocène (tertiaire, $\simeq$ 40Ma). La convergence a pour effet de former ces bassins d'avant pays qui se remplissent par la suite des produits d'érosion de la chaîne. Le bassin a continué à se remplir de depôts fluviatils au cours du quaternaire, qui viennent recouvrir les dépôts précédents. C'est cette couverture quaternaire qui est présente maintenant.
Du point de vue de l'hydrogéologie, le bassin aquitain consiste en un empilement de plusieurs aquifères. Les différentes phases de transgression/régression marine ont déposé entre le Jurassique et le Pliocène une série de sables constituant des aquifères, pour certains captifs (Figure 5.1). La principale ressource exploitée dans la région provient de l'aquifère Éocène. Le bassin aquitain est le plus grand bassin sédimentaire français, devant le bassin de Paris, et constitue la plus grande ressource en eaux souterraines du territoire. S'agissant de ce travail, seuls les dépôts les plus superficiels sont concernés (Pliocène et Miocène). Quelques puits et logs de forages sont disponibles suite à des études menées par le BRGM dans les années 90. Le site d'étude a été choisi à proximité d'un de ces forages. Celui-ci a donné accès à la profondeur de nappe, mesurée à 6.3 m lors des acquisitions. Le log original du forage est reproduit en figure 5.1. Lors de la réalisation du forage, la nappe a été mesurée à 4.8 m, ce qui implique un battement minimum d'environ 2 m.

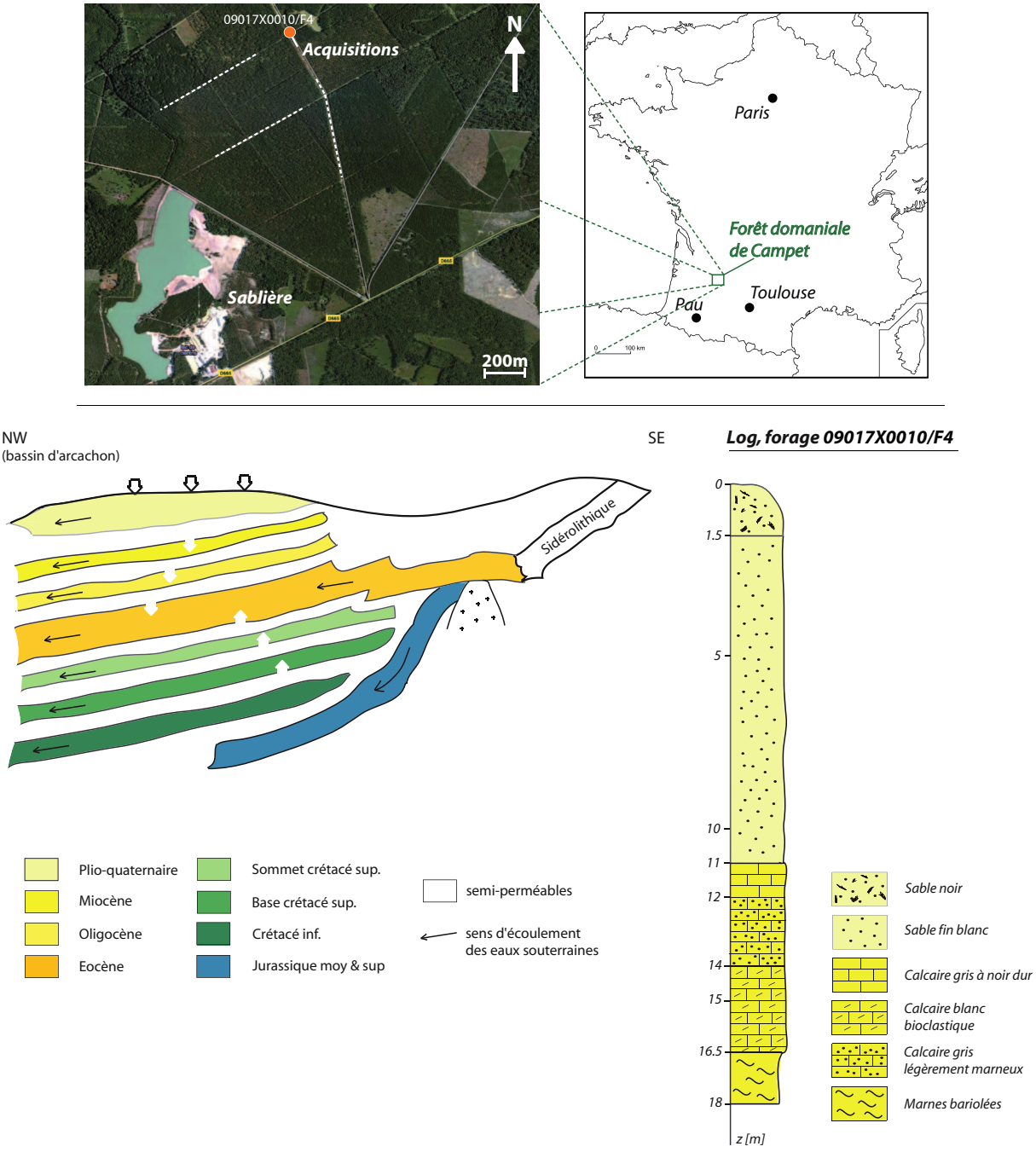


Figure 5.1. (En haut) Carte (Google Maps) du secteur où ont été réalisées les acquisitions. Les lignes pointillées blanches identifient quelques pare-feu. Le cercle orange indique la position du forage situé à proximité (n° 09017X0010/F4). (En bas, à gauche) Schéma (modifié de Besbes *et al.* (1978)) de la structure des aquifères du bassin aquitains. Les eaux souterraines peuvent se transmettre entre les différents niveaux (flèches blanches). (En bas, à droite) Log du forage (données BRGM) situé à proximité des acquisitions où la profondeur de la nappe a été mesurée à 6.3 m.

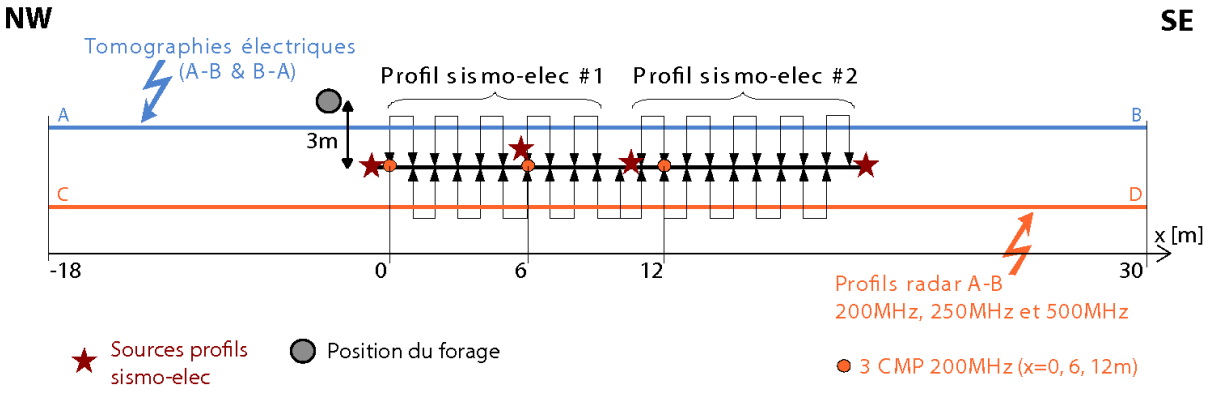


Figure 5.2. Schéma récapitulatif de l'ensemble des acquisitions. Deux profils sismo-électriques de 10m de long ont été mis en place l'un après l'autre. La source sismique est une frappe au marteau, et les différences de potentiels électriques sont enregistrées par les dipôles d'1 m le long du profil. Ces profils sont centrés sur les trois profils radar, et sur le profil de tomographie électrique. Les résistances électriques ont été mesurées aux bornes de chaque dipôle par un multimètre alternatif à une fréquence de 120 Hz. Trois CMP ont été réalisés à x=0m, x=6m, et x=12m.

5.1.3 RÉSUMÉ DES ACQUISITIONS

La figure 5.2 rapporte l'ensemble des acquisitions effectuées sur deux jours. Deux profils sismo-électriques de 10 m de long ont été mis en place l'un derrière l'autre. Il s'agit d'enregistrer les signaux électriques en surface, liés à la propagation d'une onde sismique. Ces ondes sismiques sont générées par une source au marteau (principe illustré par la Figure 1.22). Des dipôles de 1 m de large sont placés le long de ces profils sans se chevaucher. Afin d'accéder à l'état de saturation du sol, deux tomographies électriques, 3 profils radar (à 200 MHz, 250 MHz et 500 MHz), et 3 CMP à 200 MHz (détails dans le paragraphe suivant) ont été réalisés. Les résistances électriques ont également été mesurées aux bornes de chaque dipôle juste après les acquisitions sismo-électriques. Deux échantillons de sable ont été prélevés pour effectuer des mesures de résistivité électrique en laboratoire (cf. section 5.3).

5.2 GÉOMÉTRIE DU SOUS-SOL ET IMAGERIE DE LA TENEUR EN EAU

Nous allons aborder dans cette partie le résultat des acquisitions radar et électrique mises en oeuvre afin de caractériser d'une part la géométrie du sous-sol, et d'autre part de cartographier l'état de saturation du milieu.

5.2.1 ACQUISITIONS RADAR (GPR)

5.2.1.1 Quelques rappels théoriques

La méthode Radar ou GPR (Ground Penetrating Radar) est basée sur la mesure de temps de trajet d'ondes électromagnétiques aux fréquences radar. Cette méthode a été utilisée pour de nombreuses applications, dont l'étude de la zone non-saturée (Garambois *et al.*, 2002; Bano, 2006; Annan, 2006). Les relations de l'électromagnétisme ont été formulées par Maxwell (1864) telles que :

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{b} = 0, \tag{5.1}$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{h} = \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} + \mathbf{j}, \tag{5.2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}, \tag{5.3}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{d} = \rho, \tag{5.4}$$

où $\mathbf{b}$ est l'induction magnétique [Tesla], $\mathbf{e}$ le champ électrique [V.m^{-1}], $\mathbf{d}$ le déplacement diélectrique [C.m^{-2}], $\mathbf{h}$ le champ magnétique [A.m^{-1}], $\mathbf{j}$ la densité de courant électrique [A.m^{-2}] et ρ la densité de charges électriques [C.m^{-3}]. Les relations constitutives permettent de relier les champs et courants introduits ci-dessus. Elles s'écrivent telles que :

$$\mathbf{d} = \epsilon \mathbf{e} \tag{5.5}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} \tag{5.6}$$

$$\mathbf{b} = \mu \mathbf{h} \tag{5.7}$$

Pour simplifier, la conductivité électrique σ [S.m^{-1}], la permittivité électrique ϵ [F.m^{-1}] et la perméabilité magnétique μ [H.m^{-1}] sont considérées indépendantes de la fréquence. Dans l'hypothèse d'un milieu homogène isotrope, on déduit des équations de Maxwell, l'équation suivante :

$$\Delta \mathbf{e} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} = 0, \tag{5.8}$$

où $\Delta \mathbf{e}$ est le Laplacien de $\mathbf{e}$. En domaine fréquentiel l'équation 5.8 devient :

$$\Delta \mathbf{e} + (\omega^2 \mu\epsilon - i\omega\mu\sigma)\mathbf{e} = 0 \tag{5.9}$$

où ω est la pulsation. Cette équation permet de différencier deux domaines dans les méthodes électromagnétiques. À hautes fréquences, le nombre d'onde peut se simplifier en $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$, en considérant l'approximation $\omega^2\mu\epsilon >> \omega\mu\sigma$.

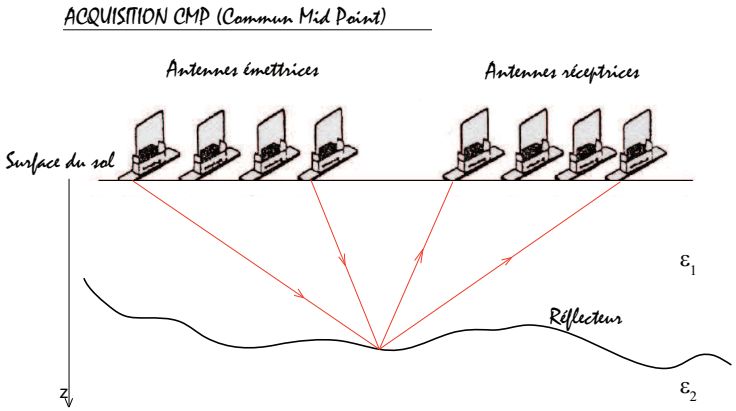


Figure 5.3. Illustration du principe d'acquisition Radar en Point Milieu Commun (CMP). Le profil est centré sur une position fixe, et les antennes sont éloignées d'un intervalle régulier, noté offset.

Cette approximation revient alors à négliger un des termes de l'équation 5.8 qui se réduit à l'équation d'onde :

$$\Delta \mathbf{e} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} = 0 \tag{5.10}$$

Cette approximation est celle utilisée dans le cadre du radar puisque la gamme de fréquence concernée est globalement comprise entre 1MHz et 1GHz. Le radar est donc une méthode purement propagative en théorie. Dans le cas contraire, si $\omega\mu\sigma >> \omega^2\mu\epsilon$, c.à.d à basse fréquence (ou si la conductivité électrique du milieu est élevée), l'équation 5.8 devient une équation de diffusion. Cette dernière remarque est importante dans le cas du radar, car celui-ci sera limité aux milieux dont la conductivité électrique n'est pas trop importante, auquel cas l'énergie est dissipée par diffusion ; la conductivité électrique contrôlant l'atténuation. Dans le cadre de cette approximation haute fréquence (c.à.d pour de faibles conductivités électriques), il est possible d'exprimer la vitesse v des ondes électromagnétiques en fonction de la permittivité électrique relative ϵ_r (Davis and Annan, 1989), telle que :

$$v \simeq \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \tag{5.11}$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide ($\simeq 30$ cm.ns^{-1}).

5.2.1.2 Acquisitions CMP - Analyses de vitesses et déduction de la teneur en eau

Le premier type d'acquisition possible sur le terrain est une acquisition dite en point milieu commun (Common Mid Point). La figure 5.3 présente le dispositif dans cette configuration. Deux antennes, une émettrice l'autre réceptrice, dites "non blindées" (c.à.d désolidarisées), sont

placées le long d'un profil et éloignées l'une de l'autre à intervalles réguliers (cet intervalle est noté offset, Figure 5.4). Connaissant la distance entre les deux antennes ainsi que le temps de trajet des ondes enregistré pour chaque position, ce dispositif permet de déterminer la vitesse du milieu (considérée constante) en utilisant la simple loi $v = d/t$ où v est la vitesse [m.s^{-1}] (elle sera exprimée en cm.ns^{-1} par la suite), d la distance parcourue [m] et t le temps [s] (en ns par la suite).

Trois types d'ondes peuvent être enregistrées avec ce dispositif (Figure 5.4). La première arrivée correspond à l'onde directe dans l'air. Les antennes étant non-blindées cette arrivée apparait très bien sur les enregistrements, bien que la radiation des antennes soit dirigée au mieux vers le bas. La pente de la droite correspondante (air wave, Figure 5.4) est donnée par l'inverse de la vitesse d'une onde électromagnétique dans l'air, soit quasiment la vitesse de la lumière : $c \simeq 30$ cm.ns^{-1}. L'onde directe dans le sol apparaitra comme une droite passant par l'origine dont la pente est donnée par $1/V_1$, l'inverse de la vitesse V_1 du premier milieu. Si des réflecteurs sont atteints par des ondes et que celles-ci reviennent à la surface, des arrivées dites réfléchies sont enregistrées.

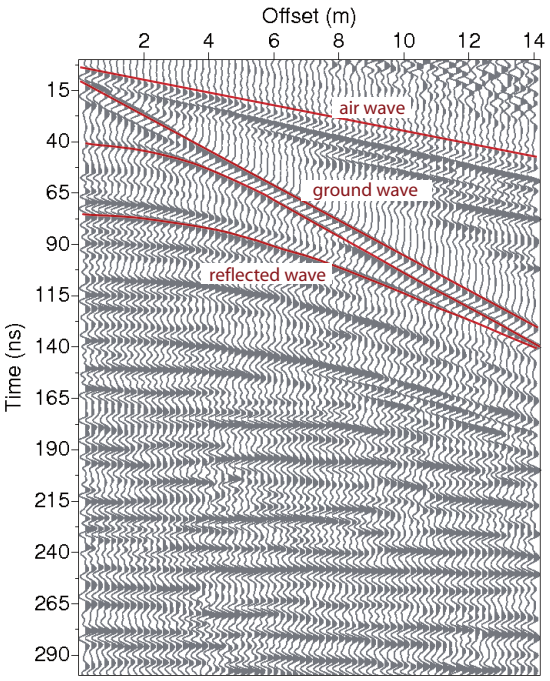


Figure 5.4. Exemple du CMP enregistré à la position x=6 m sur le profil global (Figure 5.2). La fréquence des antennes est 200 MHz.

Ces dernières sont caractérisées par des hyperboles de réflexion sur les radargrammes. Les hyperboles de réflexion sont utilisées pour déterminer les vitesses des différents milieux séparant les réflecteurs. Elles donnent accès à une vitesse dite RMS (pour Root Mean Square), ou "moyenne", intégrée sur l'épaisseur de sol entre deux réflecteurs. L'équation de chaque hyperbole sera fonction de la vitesse du milieu telle que :

$$t = t_0 + \frac{x_0^2}{{v_1}^2} \tag{5.12}$$

où x_0 est la distance entre antennes [m] (noté offset sur la figure 5.4), t le temps [s], et v_1 la vitesse [m.s^{-1}] du milieu entre la surface et le premier réflecteur par exemple.

Trois CMP, localisés à $x = 0$ m, $x = 6$ m et $x = 12$ m (Figure 5.2), ont été effectués le long de notre profil à l'aide d'antennes de 200 MHz. La figure 5.4 présente l'exemple du CMP situé

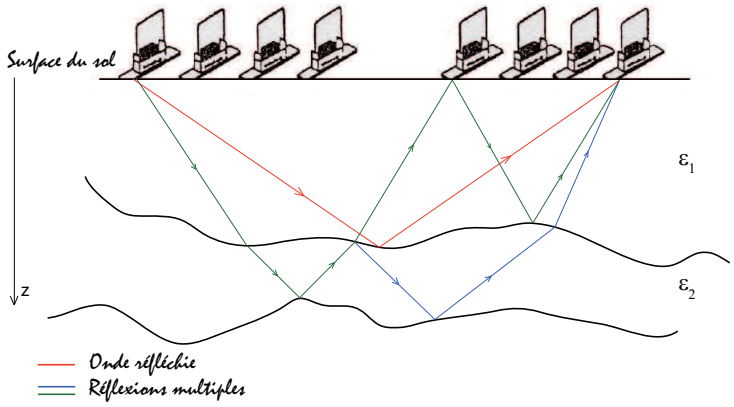


Figure 5.5. Schéma de principe des réflexions multiples. Deux types de multiples sont représentées avec une réflexion double dans le milieu deux, et une réflexion à la surface libre.

à $x = 6$m sur le profil, pour lequel les arrivées directes dans l'air et le sol sont clairement identifiées. Beaucoup de ce qui semble être des hyperboles de réflexion apparaissent sur cette image (reflected wave, Figure 5.4). Il faut néanmoins être prudent en interprétant ces hyperboles, qui pour certaines peuvent être des arrivées dites "multiples". Ces arrivées correspondent à des ondes ayant effectué plusieurs réflexions multiples sur différentes interfaces avant d'être enregistrées (Figure 5.5). Afin d'effectuer l'analyse des vitesses à partir des hyperboles observées, nous proposons de réaliser une analyse de semblance. Cette démarche permet de comparer par intercorrélations une collection d'hyperboles de réflexion calculées dans une gamme de vitesse choisie, au signal enregistré. Nous pouvons ensuite représenter le maximum de corrélations entre vitesse calculées et enregistrées dans un diagramme vitesse/temps (Figure 5.6). Les croix oranges sur cette figure identifient les maxima de corrélation pointés. Ces maxima correspondent donc à des hyperboles de réflexions que nous pouvons surimposer sur les radargrammes des CMP enregistrés (Figure 5.7). Selon le CMP, 3 à 5 hyperboles sont identifiées. Les vitesses RMS augmentent globalement avec la profondeur. Considérant ces premiers résultats, il ne semble pas qu'une réflexion au toit de la nappe soit observée, puisque celle-ci a été mesurée à 6.3 m de profondeur. Une telle interface induirait un contraste de permittivité important et une chute de la vitesse plus franche que celles observées. En utilisant la formule de Dix (1955), la vitesse d'intervalle v_n de la couche n est déterminée telle que :

$$v_n{}^2 = \frac{\sum_1^N v_{RMS,i}^2 \Delta t_i}{\sum_1^N \Delta t_i}, \tag{5.13}$$

où Δt_i est l'intervalle de temps entre deux réflexions consécutives.

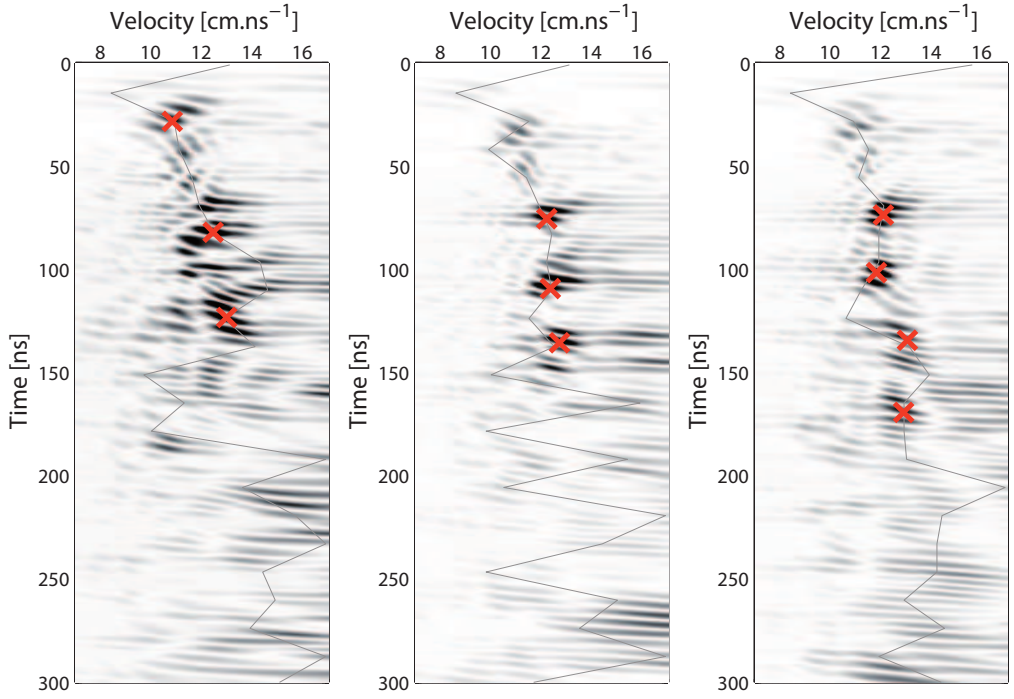


Figure 5.6. Analyse de semblance effectuée sur les trois CMP en x=0m (a), x=6m (b), et x=12m (c). Ces figures représentent les corrélations entre le signal enregistré et une collection d'hyperboles de réflexions calculées pour des vitesses comprises entre 7 et 17 cm.ns^{-1}. Les croix rouges indiquent les maxima de corrélations.

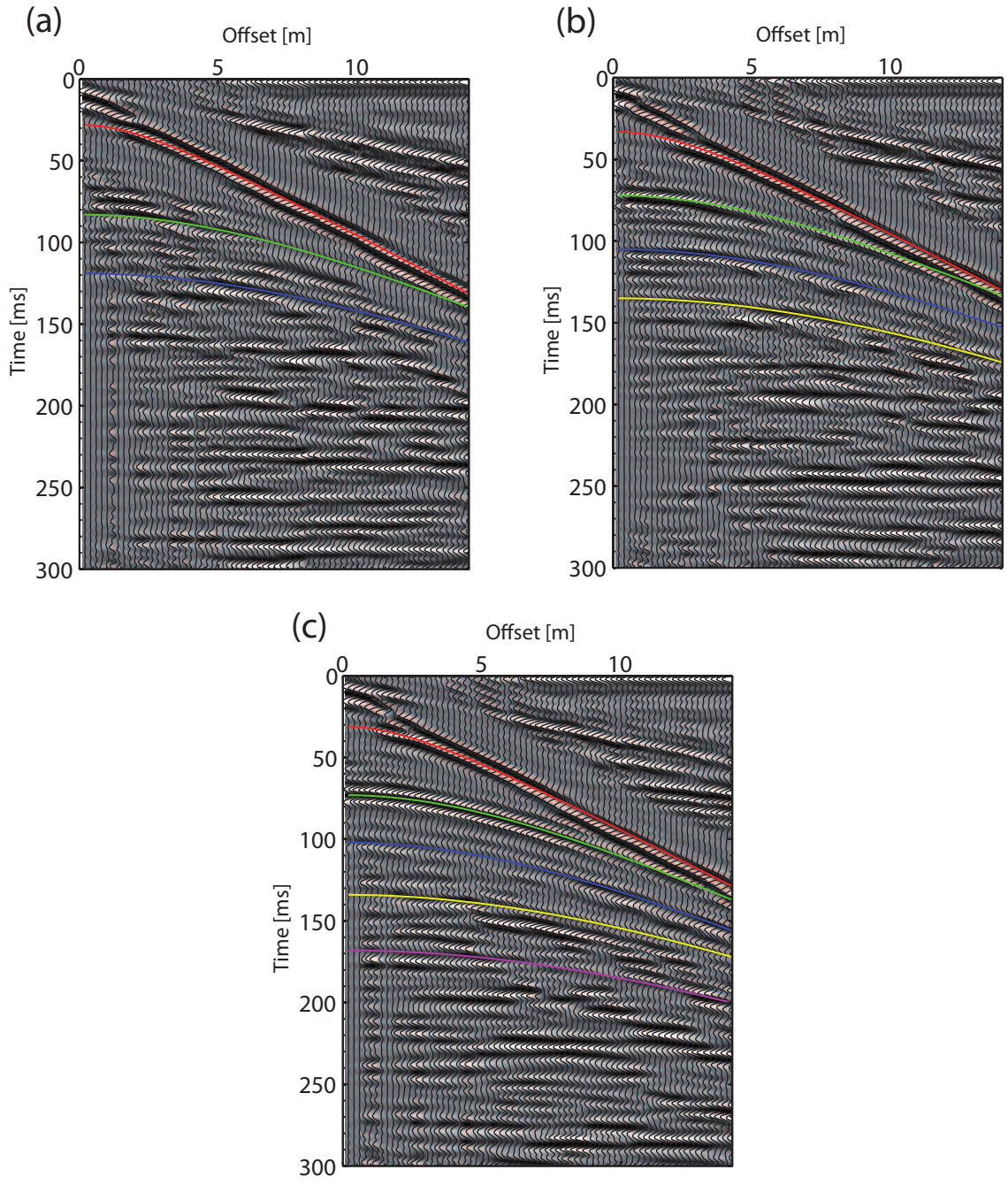


Figure 5.7. Radargrammes des CMP réalisés à x=0 m (a), x=6 m (b) et x=12 m (c) et hyperboles déduites de l'analyse de semblance présentée ci-dessus. L'hyperbole à environ 100 ns est une multiple des deux premières réflexions.

Tableau 5.1. Vitesses d'intervalles déduites de l'analyse de semblance pour les trois CMP. Trois milieux sont identifiés par les indices #1, #2 et #3. Les valeurs de permittivités électriques correspondantes sont calculées avec l'équation 5.11. Les teneurs en eau sont déduites des permittivités pour chaque milieu en utilisant la formule de Topp *et al.* (1980). La valeur de h indique la profondeur de l'interface déduite du calcul des vitesses d'intervalles.

CMP		h [m]	v [cm.ns^{-1}]	ϵ_r	θ (eq. 5.14)
	#1	/	10.9	7.57	0.14
x =0m	#2	1.52	13.2	5.16	0.083
	#3	5.12	13.8	4.73	0.073
	#1	/	11.1	7.3	0.13
x =6m	#2	1.82	13.5	4.93	0.078
	#3	4.43	13.1	5.24	0.085
	#1	/	11.2	7.17	0.13
x =12m	#2	1.74	13.1	5.24	0.085
	#3	4.26	13.5	5.93	0.078

Cette relation permet de passer des vitesses v_{RMS}, aux vitesses d'intervalles v, c.à.d aux vitesses vraies (considérées constantes) entre chaque réflecteur. Les vitesses d'intervalle correspondant aux trois premiers milieux sont rapportées dans le tableau 5.1. Les profils de vitesses verticaux obtenus peuvent ensuite être convertis en profils de permittivité électrique (équation 5.11), puis de teneur en eau (ou de saturation avec $\theta = \phi S_w$), en utilisant une formule reliant ϵ_r et θ. Plusieurs expressions de ce type existent dans la littérature. Celle que nous utiliserons a été proposée par Topp *et al.* (1980) :

$$\theta = -5.3 \times 10^{-2} + 2.92 \times 10^{-2}\epsilon_r - 5.5 \times 10^{-4}\epsilon_r^2 + 4.3 \times 10^{-6}\epsilon_r^3 \tag{5.14}$$

Compte-tenu de la nature du milieu, de la relative faible fraction d'argiles présentes ainsi que des valeurs de porosité mesurées (cf. section 5.3.1), cette expression est tout à fait applicable. La gamme de porosité utilisée par Topp *et al.* (1980) est comprise, pour des sols relativement peu argileux, entre 20% et 55%. La figure 5.8 présente les profils de saturation en eau, déduits des profils de teneurs en eau ($\theta = \phi S_w$), eux-même déduits des vitesses d'intervalles (Tableau 5.1). Les variations de saturation avec la profondeur sont assez faibles d'un point de vue global. La saturation passe d'environ 0.35 en surface, à 0.2 à 5 m de profondeur. Une interface apparait à environ 1.5 m de profondeur, où S_w passe de 0.3 à 0.2 environ, et correspond probablement à

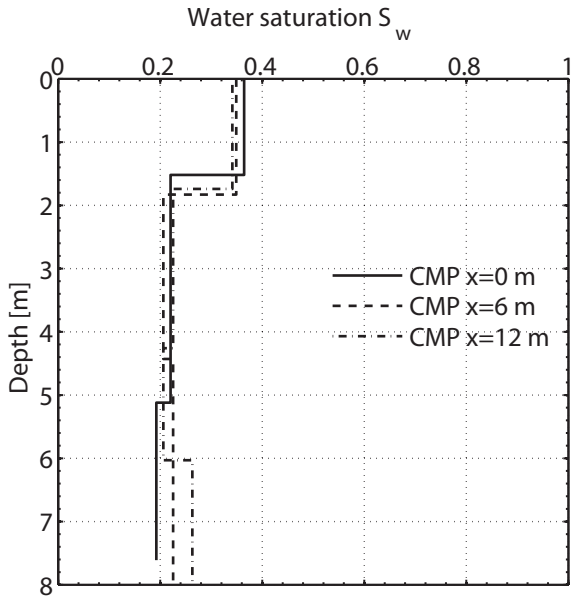


Figure 5.8. Profils verticaux de saturation en eau déduits de l'analyse de vitesse et des vitesses d'intervalles (Tableau 5.1). Les vitesses sont converties en permittivité électrique (équation 5.11), puis en teneur en eau en utilisant la loi de Topp *et al.* (1980) (équation 5.14), puis en saturation avec $S_w = \theta/\phi$.

un contraste de teneur en eau, lui-même lié à un contraste de granulométrie. Cette interface est d'ailleurs clairement identifiée sur le log du forage (Figure 5.1), comme le passage entre deux sables de composition différente (un sable noir et un sable blanc). Ces résultats montrent en outre que la nappe affleurant à une profondeur de 6.3 m, n'est pas imagée par les acquisitions CMP.

5.2.1.3 Profils radar - Géométrie du sous-sol

Présentons maintenant les trois profils réalisés à trois fréquences : 500 MHz et 250 MHz en utilisant des antennes blindées, et 200 MHz avec des antennes non-blindées. Commençons par le profil effectué avec les antennes non-blindées 200 MHz (Figure 5.9). Tous les profils temps/position ont été convertis en profondeur/position en utilisant les vitesses d'intervalles présentées au paragraphe précédent. Les signaux sont filtrés (bande passante type Butterworth), afin de recentrer le spectre sur la fréquence dominante, $\simeq$ 120 MHz pour des antennes de 200 MHz (le filtre multiplie les amplitudes par 0, 1, 1, 0 aux fréquences 100, 110, 130, 140 MHz). Un gain AGC (Automatic Gain Control) est aussi appliqué afin d'accentuer les contrastes. Ce gain tend à diminuer les arrivées de plus fortes amplitudes (les plus précoces), et à augmenter celles de plus faibles

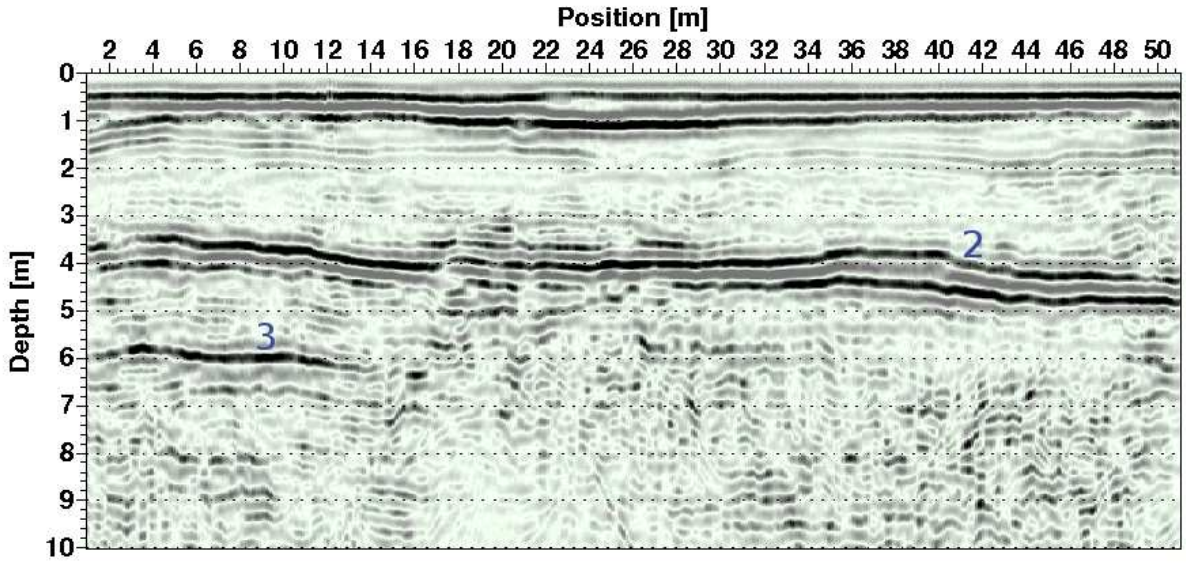


Figure 5.9. Profil radar effectué à 200 MHz (antennes non-blindées). Les temps sont convertis en profondeurs en utilisant les profils de vitesses d'intervalles rapportées dans le tableau 5.1.

amplitudes (les plus tardives). L'image obtenue est plus homogène. Une interface est identifiée à environ 4 m de profondeur (2 sur la Figure 5.9). Celle-ci est trop superficielle pour être le toit de la nappe. Il s'agit vraisemblablement d'un contraste de granulométrie au sein du sable blanc. Cette interface est à nouveau imagée sur le profil à 250 MHz, aux mêmes profondeurs 3.5-4 m (2 sur la Figure 5.10), avec une résolution améliorée par l'augmentation de la fréquence. Notons que pour une vitesse de l'ordre de 13 cm.ns^{-1}, la résolution est d'environ $\lambda/4 \simeq 25$ cm.
Une interface est également observée sur le profil 200 MHz, avec un contraste plus ténu vers 6 m de profondeur dont on perd parfois la progression latéralement (3 sur la Figure 5.9). Cette interface est relativement proche de la profondeur de nappe mesurée. Il pourrait s'agir de la frange capillaire. En effet, Bano (2006) a montré que la zone de transition saturé / non-saturé pouvait créer une réflexion plus ou moins franche selon le gradient de saturation présent. Ainsi, si la frange capillaire varie d'épaisseur latéralement, ou si le gradient de teneur en eau au sein de la zone de transition est plus ou moins important, cela expliquerait les variations latérales de l'intensité des réflexions observées le long du profil. Ceci induirait une frange capillaire dont l'épaisseur pourrait atteindre plus de 50 cm ce qui est parfaitement plausible pour ce type de milieux (cf. Tableau 2.3).
Un nouveau réflecteur, situé à environ 1-1.5m de profondeur (1 sur la Figure 5.10), est identifié sur le profil à 250 MHz. Cette interface correspond au contraste observé lors du prélèvement des échantillons pour le laboratoire, c.à.d à la limite de deux horizons différents, entre un sable plus

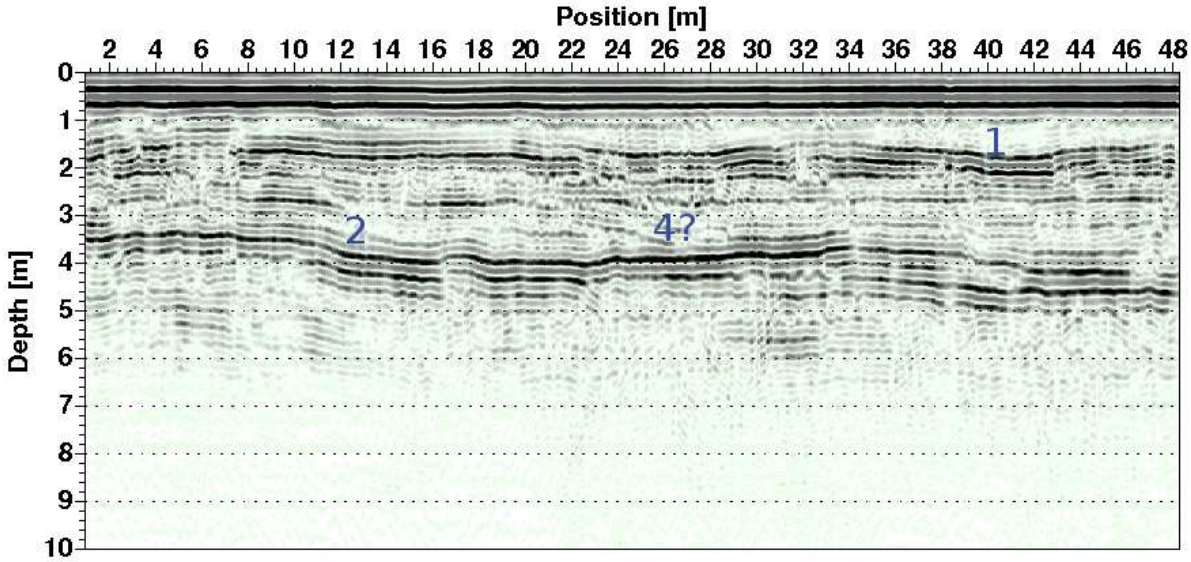


Figure 5.10. Profil radar effectué à 250 MHz (antennes non-blindées). Les temps sont convertis en profondeurs en utilisant les profils de vitesses d'intervalles rapportées dans le tableau 5.1.

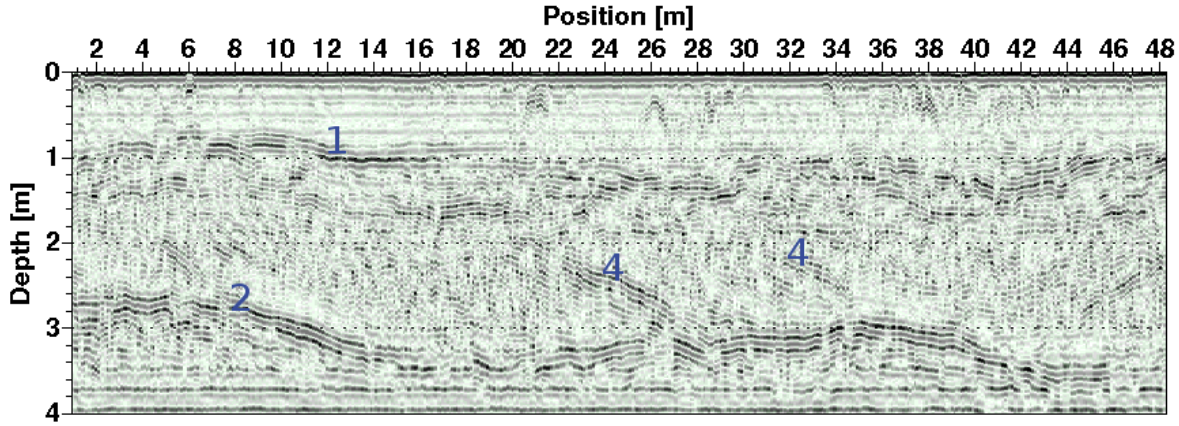


Figure 5.11. Profil radar effectué à 500 MHz (antennes non-blindées). Les temps sont convertis en profondeurs en utilisant les profils de vitesses d'intervalles rapportées dans le tableau 5.1. Ces vitesses d'intervalles sont également utilisées pour réaliser la migration du profil.

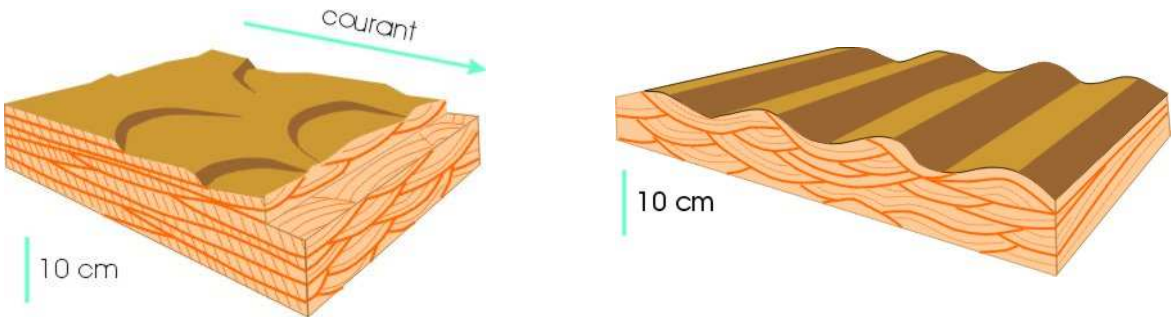


Figure 5.12. Stratification en auges (à gauche) et stratification entrecroisées de rides de vagues (à droite). Ces figures sédimentaires sont caractéristiques d'un dépôt fluviatile. Elles peuvent être rattachées à un milieu de dépôt comme une plaine anastomosée par exemple (Source : Cours processus sédimentaires, Laboratoire de pétrologie sédimentaire, Université de Liège).

riche en matière organique et un autre très pauvre en matière organique (cf. log Figure 5.1). Le dernier profil à 500 MHz (Figure 5.11) met à nouveau en évidence les interfaces déjà identifiées. Une structure intéressante, oblique, située vers 2-3 m de profondeur pour une position latérale de 22-26 m environ, est également identifiée (4 sur les Figures 5.10 et 5.11). Précisons que le profil à 500 MHz est migré ; les erreurs de pendages d'interfaces sont corrigées, et cette structure n'est donc pas un artéfact. La longueur d'onde de ces structures est de l'ordre de 10 m, et leur échelle verticale semble atteindre 50 cm. Bien que la géométrie (suggérée par le profil radar) soit à plus grande échelle comparée à la figure 5.12, cet élément pourrait corespondre à une stratification en auges, ou encore à des figures sédimentaires telles que des rides de vagues (Figure 5.12). Ces structures sont logiquement observées dans un milieu de dépôt comme celui de cette région (dépôt fluviatile). Ces figures pourrait également correspondre à des paléodunes façonnées par une érosion éolienne, recouverte plus tard par d'autres dépôts.

5.2.1.4 Variations latérales de teneur en eau

Le profil à 200 MHz non-blindé a été réalisé pour tenter de suivre les variations latérales superficielles de teneur en eau. En effet, les antennes non-blindées étant séparées de 1m, il est possible de pointer les temps de trajet de l'onde directe dans le sol entre les deux antennes (Figure 5.13). On note que la longueur d'onde de cette onde est d'environ 90 centimètres, le profil reflète donc les variations de teneur en eau très proches de la surface. Ces variations sont relativement faibles latéralement. Une diminution de la teneur en eau est à noter vers 24 m. Ce point correspond à la croisée de deux pares feu (chemins tracés dans la forêt landaise afin de gêner la progression des feux) où le sable a probablement été tassé par les passages de véhicules, ce qui pourrait

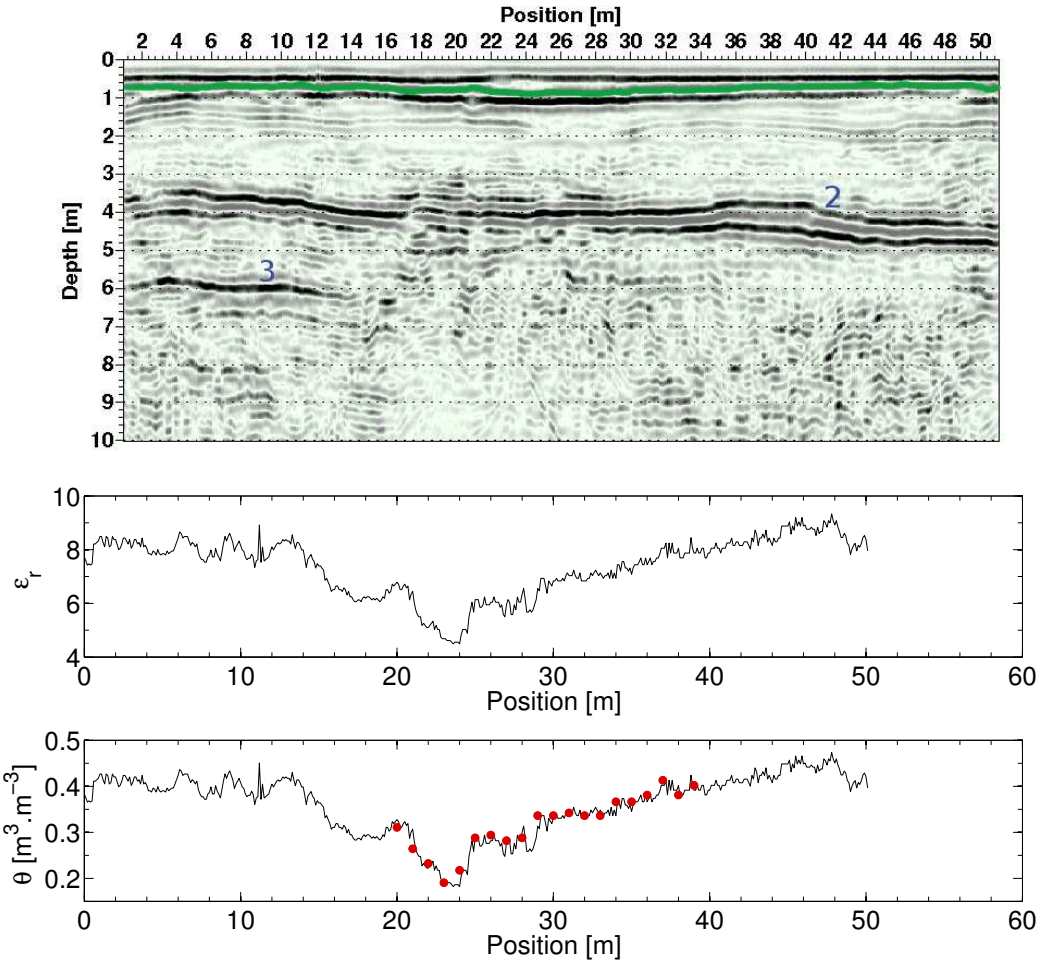


Figure 5.13. (En haut) Profil radar à 200MHz, la ligne verte identifie les arrivées de l'onde directe dans le sol entre les deux antennes. (Au centre) Profil de permittivité électrique relative déduit des vitesses (équation 5.11). (En bas) Profil de teneur en eau superficielle déduit des valeurs de permittivités en utilisant la loi de Topp *et al.* (1980). Les points rouges identifient sur le profil la position des dipôles sismo-électriques.

expliquer cette chute de θ. Cette courbe de teneur en eau pourra par la suite être confrontée aux amplitudes sismo-électriques mesurées.

5.2.2 TOMOGRAPHIE ÉLECTRIQUE (ERT)

Deux tomographies électriques en configuration Wenner-Schlumberger ont été réalisées (profil A-B, Figure 5.2). Après quelques rappels théoriques, nous présenterons l'image de résistivité obtenue après inversion des données. Ces données seront ensuite interprétées conjointement en terme de saturation en eau avec les données radar déjà présentées.

5.2.2.1 Quelques rappels théoriques

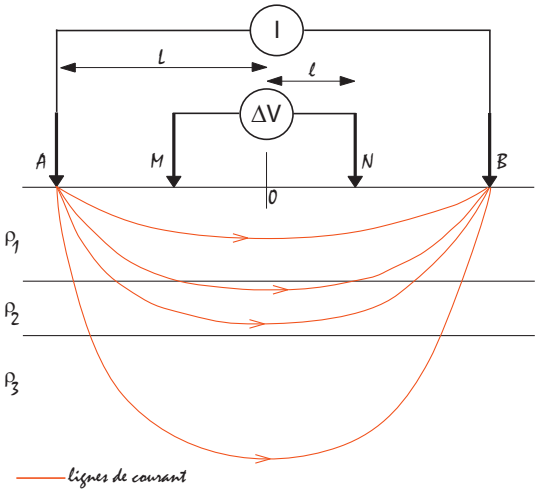


Figure 5.14. Principe d'une mesure de résistance électrique en quatre points pour une configuration Wenner-Schlumberger, à la surface d'un milieu tabulaire. Les lignes de courant sont représentées schématiquement par les traits oranges.

Le principe de la tomographie électrique est la mesure de la conductivité électrique ou de la résistivité électrique du sous-sol. Plusieurs séries de quadrupôles permettent cette mesure, en injectant le courant entre deux électrodes et en mesurant une différence de potentiel électrique entre les deux autres. La loi d'Ohm conduit ainsi à la résistance électrique entre les deux électrodes de mesures telle que : $R = \Delta V/I$, où ΔV est la différence de potentiel en Volts et I le courant injecté en Ampère. Dans le cas d'une géométrie cylindrique, il est très simple de déduire la résistivité d'un milieu homogène des mesures de résistance. Si le courant est injecté entre les deux extrémités du cylindre (sur toute sa section), la relation entre R [Ω] et ρ [Ω.m] est déduite de la géométrie par $\rho = R\frac{S}{l}$, avec S la section du cylindre [m^2] et l sa longueur [m]. Ceci est valable dans le cas d'un milieu homogène, si le courant est injecté sur toute la section du cylindre.

Sur le terrain, la relation entre R et ρ dépendra de la configuration choisie, c.à.d de la position relative des électrodes. Nous avons choisi dans notre étude d'utiliser une configuration "Wenner-Schlumberger" et de séparer les électrodes de 1 m. Cela nous permet d'imager avec une résolution suffisante des structures a priori sub-horizontales entre 0 et 5m de profondeur (Dahlin and Zhou, 2004). La figure 5.14 montre l'allure que peuvent avoir les lignes de courant lors d'une mesure

de ce type. La configuration choisie, c.à.d la géométrie des électrodes, déterminera la valeur du facteur de conversion - ou facteur géométrique - entre résistance et résistivité. Ce facteur, K, est défini par la relation $\rho = K\frac{\Delta V}{I}$, où K est calculé avec l'expression :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN} \tag{5.15}$$

où AM, AN, BM et BN sont les distances définies sur la figure 5.14. Notons que plus l'écart entre les électrodes est important et plus le volume investigué sera grand. Ainsi, les lignes de courant peuvent intégrer les contributions de plusieurs couches de résistivités et d'épaisseurs différentes dans le cas d'un milieu tabulaire (Figure 5.14). Par conséquent, pour chaque position la résistivité électrique déduite de la mesure sera dite "apparente". La résistivité apparente ρ_a correspond donc à une sorte de moyenne, ou plutôt à une combinaison des contributions de toutes les couches traversées par les lignes de courant au cours de l'injection. Le but d'une tomographie électrique est d'obtenir, non pas une image de résistivité apparente, mais une image de la résistivité vraie en fonction de la profondeur, d'où la nécessité d'inverser les données.

5.2.2.2 Inversion des données électriques

Introduisons d'abord le problème direct. L'équation à résoudre pour déterminer la conductivité électrique du milieu est l'équation de Poisson :

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi_\sigma) = -I\delta(r - r_s) \tag{5.16}$$

où σ est la conductivité électrique du milieu [S.m^{-1}], I l'intensité du courant injecté [A] et r_s la position de la source de courant dans l'espace. Le potentiel ϕ_σ est le potentiel électrique généré par une seule source ponctuelle. Si plusieurs sources sont présentes la superposition de celles-ci doit être intégrée dans l'équation 5.16. La résolution du problème direct (équation 5.16) est réalisée par différences finies.

Le code utilisé (DCIP2D) est basé sur l'approche de Oldenburg *et al.* (1993). Cet article décrit en détails l'algorithme implémenté dans le programme. Celui-ci utilise une approche de "sous-espace", à l'instar de l'algorithme utilisé dans le chapitre 4. La fonction objectif ψ_d est exprimée sous la forme :

$$\psi_d = \left|\left| W_d \left(d - d^{obs} \right) \right|\right|^2 \tag{5.17}$$

où d représente le modèle, d^{obs} les observations, et W_d est une matrice de poids pondérant les données. Si les erreurs de mesures sont considérées non corrélées et suivant une distribution gaussienne, alors cette matrice peut prendre la forme d'une matrice de covariance. Un des aspects intéressant de ce programme est qu'il laisse la possibilité à l'utilisateur de spécifier des erreurs

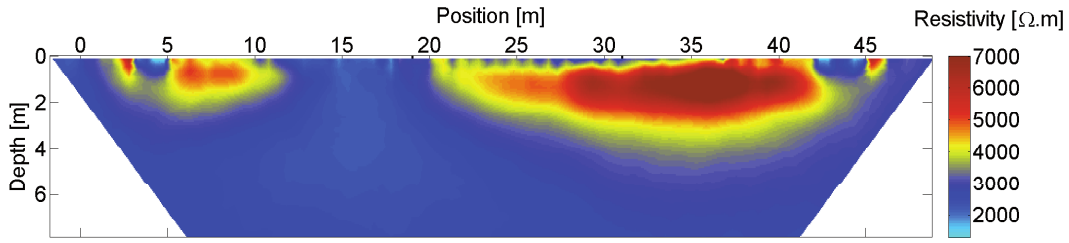


Figure 5.15. Résistivité électrique obtenue après inversion des données de résistivités apparentes (Figure 5.16).

les mesures. Nous avons utilisé cette option en effectuant une première tomographie (A-B sur la figure 5.2), puis une deuxième (B-A), sur le même profil mais en inversant le sens des dipôles d'injection, c.à.d en inversant le sens du courant injecté. En théorie, la valeur de résistance mesurée est la même ; en pratique, elle nous permet d'intégrer une incertitude sur chaque point, égale à la différence (en valeur absolue) entre les deux valeurs mesurées : $\Delta\rho_a = |\rho_a^{A-B} - \rho_a^{B-A}|$. Ces incertitudes sont de l'ordre de la centaine de Ω.m en moyenne.

Pour finir, il est possible d'ajouter à la fonction minimisée (équation 5.17) un critère de régularisation lié à un modèle de référence m_0. La philosophie ici est de guider l'inversion vers un modèle réaliste, qui intègre des informations a priori. Ceci permet d'éviter de trouver un modèle permettant à l'algorithme de converger, mais sans réalité géologique. Ainsi, une deuxième fonction ψ_m peut être ajoutée à la première :

$$\psi_m = (m - m_0)^T \left\{\alpha_s W_s^T W_s + \alpha_x W_x^T W_x + \alpha_z W_z^T W_z\right\} (m - m_0). \tag{5.18}$$

où m correspond au modèle calculé à l'itération courante. Le paramètre α_s controle le poids accordé à un modèle de référence m_0 par rapport aux données dans l'inversion. Les paramètres α_x et α_z interviennent dans la forme du modèle final lui permettant d'accentuer les contrastes de conductivités électriques dans les directions x et z, ceci conduisant à une image plus ou moins lissée. Dans notre cas, les éléments des matrices W_s, W_x et W_z seront toujours fixés à 1. Enfin, le modèle initial est calculé à partir des données, et égal à la moyenne des résistivités apparentes mesurées. Nous avons effectué un premier test avec ces paramètres par défaut, soient : $w_s = w_x = w_z = 1$, $\alpha_s = 0.001$, $\alpha_x = \alpha_z = 1$, et un modèle de référence égal au modèle initial. Puis, un deuxième test a été effectué (celui que nous présentons ici) en prenant comme modèle de référence une solution intermédiaire (résultat à l'itération 12) du premier calcul. La solution finale est très peu différente de la première, mais la convergence est plus rapide. La figure 5.15 présente l'image de résistivité électrique obtenue.

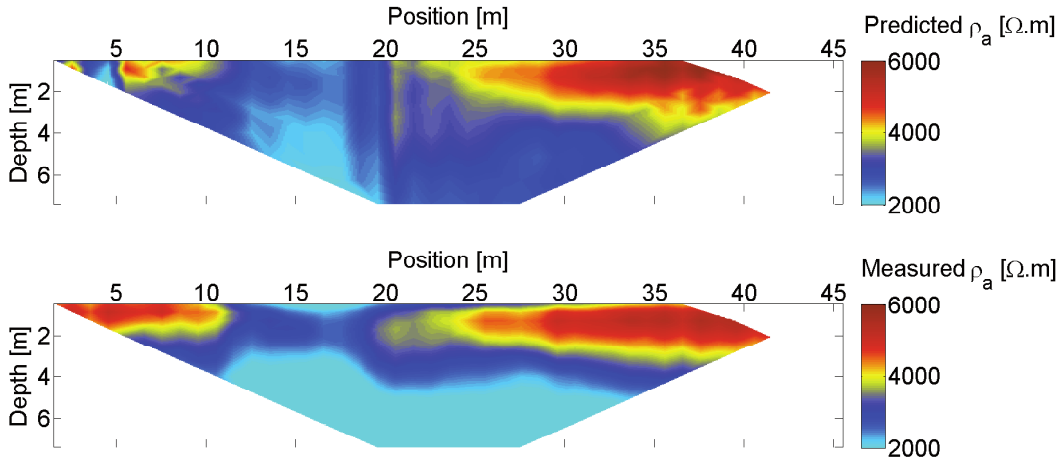


Figure 5.16. Résistivités apparentes calculées (en haut) et mesurées (en bas). L'échelle de résistivité est la même entre les deux images.

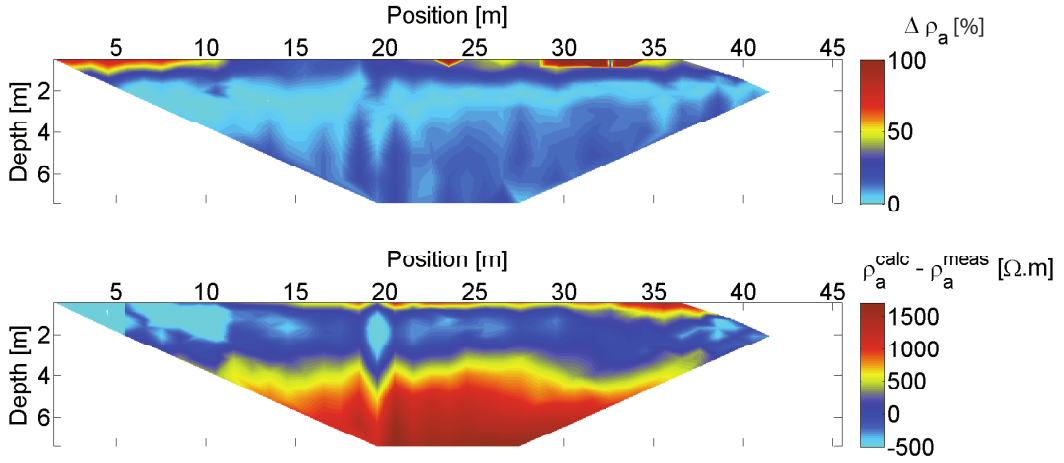


Figure 5.17. Résidus entre résistivités apparentes calculées et mesurées (en bas) et incertitudes calculées par le code (en haut). L'échelle de résistivité est la même entre les deux images.

Les résistivités varient entre 2000 et 7000 Ω.m. Deux lobes résistants, dont la résistivité atteint environ 7000 Ω.m, apparaissent sur la figure 5.15, entre 5 et 10 m pour le premier, et entre 28 et 42 m pour le second. Ces deux lobes délimitent un contraste de 7000 à 3000 Ω.m à environ 2.5-3 m de profondeur, qui peut être rapproché de l'interface observée sur les profils radar. À l'instar des acquisitions radar, la nappe ne semble pas être imagée par la tomographie électrique. La figure 5.16 présente les pseudo-sections de résistivités apparentes mesurées et calculées. Un

problème lors de l'acquisition a rendu inexploitable certaines données à l'extrémité droite du profil. Ces données auraient pu être intégrées au calcul avec une incertitude très importante par exemple, mais nous avons préféré les retirer. C'est pourquoi un "trou" apparait sur la figure 5.16 sur les dix derniers mètres du profil. La minimisation de l'écart entre les données et les résistivités apparentes calculées est plutôt bonne. Les mêmes contrastes sont observés particulièrement pour des pseudo-profondeurs d'environ 3 m. La figure 5.17 illustre quant à elle plus précisément les erreurs résiduelles entre données et modèle. Comme prévu les résidus montrent que la sensibilité de la configuration choisie est excellente entre la surface et 3-4 m de profondeur. Ceci est une conséquence du type de configuration et du faible espacement inter-électrode (1 mètre). Les erreurs prédites lors du calcul sont également les plus faibles dans cet intervalle de profondeur.

5.3 MODÉLISATION COMBINÉE DE LA TENEUR EN EAU

5.3.1 MESURES ÉLECTRIQUES PRÉLIMINAIRES

Lors de cette campagne, des échantillons de sable ont été prélevés approximativement au centre du profil. Deux différents sables ont été identifiés de part et d'autre d'une interface située à environ 1 mètre de profondeur. Dans un premier temps, la porosité de chaque sable a été mesurée. Pour ce faire, 300 mL d'eau sont versé dans une éprouvette d'un volume total de 500 mL. Puis le sable est ajouté en pluie dans l'eau, tout en tassant au maximum (coups de masse), jusqu'à un volume de 500 mL. Le tout est réalisé sur une balance. Ainsi, en mesurant le volume d'eau surnageant, c.à.d la fraction des 300 mL d'eau initial n'ayant pas saturé le volume de pores ; la porosité peut être calculée par simple différence de volumes. Nous trouvons ainsi une valeur de 37% pour le sable le plus superficiel (pour une profondeur $z < 1$m) et 33% pour le second sable. Le même protocole avait été adopté lors de l'approche expérimentale présentée au chapitre 3 et menait à une incertitude sur la valeur de porosité de l'ordre de $\pm$ 2%.

Dans l'optique de l'analyse des données de résistivités électriques (cf. paragraphe suivant), des mesures électriques ont également été effectuées sur ces échantillons. L'idée de départ est de tenter de calibrer une loi reliant la résistivité électrique à la saturation en eau. Une manière de déduire une valeur de teneur en eau, ou plus précisément de saturation, à partir de mesures de résistivité est d'utiliser la loi d'Archie (Archie, 1942) :

$$\rho = \rho_w \phi^{-m} S_w^{-n} \tag{5.19}$$

avec ρ la résitivité du milieu [Ω.m], ρ_w la résistivité de l'eau des pores [Ω.m], ϕ est la porosité, S_w la saturation. Le paramètre m est lié à la cimentation ou compaction du milieu ou de la roche, et varie classiquement entre 1.5 et 2.5 selon les données disponibles dans la littérature

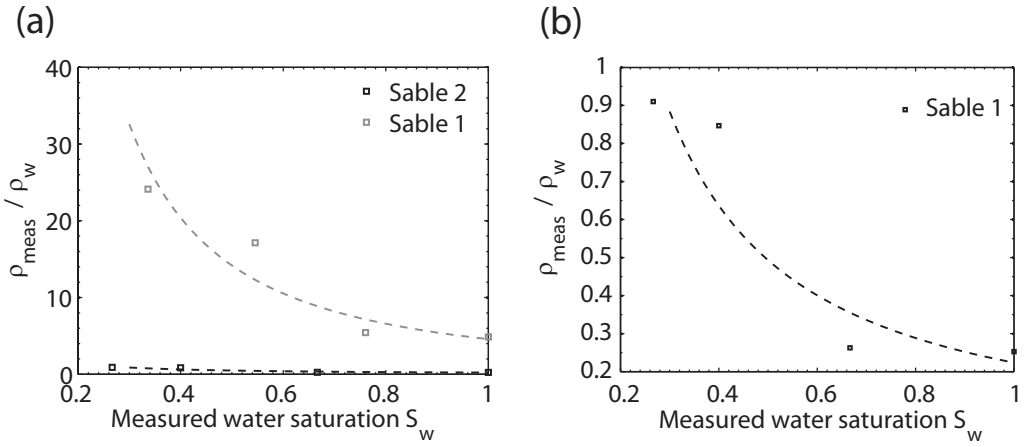


Figure 5.18. (a) Résistivtés électriques normalisées par la résistivité de l'eau mesurées en laboratoire sur les deux échantillons de sable prélevés sur le terrain, et meilleure modélisation obtenue à l'aide de la loi d'Archie (équation 5.19). Les valeurs obtenues pour les paramètres d'Archie pour le sable 2 sont $m_2 = 1.37$ et $n_2 = 1.63$. L'analyse du sable 1 mène à $n_1 = 1.15$. (b) Résistivtés électriques normalisées par la résistivité de l'eau mesurées en laboratoire, pour le sable 1.

(Lesmes and Friedman, 2006). Le paramètre n ou indice de saturation est quant à lui beaucoup moins bien documenté. De nombreux auteurs considèrent souvent l'hypothèse $m = n = 2$, mais sans réelle justification, car très peu de données sont disponibles. Selon Lesmes and Friedman (2006), il est possible de considérer n dans une gamme variant de 1.3 à 2.

C'est pourquoi des mesures de résistance ont été réalisées dans une petite colonne cylindrique, pour plusieurs mélanges sable/eau, à différente saturation. Chaque mesure est faite à partir d'un échantillon de sable sec, avec la même eau (eau distillée), et sur une durée comparable ($\simeq$ 10 min). La valeur exacte de la conductivité électrique de l'eau n'était pas mesurable après le mélange avec le sable, le paramètre m ne pourra être ajusté. Seul l'exposant n de la loi d'Archie pourra être ajusté. En appliquant la formule définie au paragraphe 5.2.2.1, dans le cas du cylindre, nous avons pu remonter aux valeurs correspondantes de résistivité électrique. Une loi d'Archie a ensuite été ajustée à ces données pour les deux sables (Figures 5.18). La valeur obtenue est $n_2 = 1.63$ pour le sable le plus profond (sable 2), et $n_1 = 1.15$. Les valeurs de ρ^{meas}/ρ_w mesurées lors de ce test pour le sable 1 sont très faibles (Figure 5.18). La première hypothèse pour expliquer cette observation est que l'eau (distillée avant d'être ajoutée au sable) se soit chargée très rapidement ($\simeq$ 10min) à son contact, rendant la valeur ρ_w mesurée avant le remplissage caduque. La deuxième explication est liée à la loi d'Archie, qui rappelons le, est une loi empirique établie sur des sables pauvres en matière organique, dans une certaine gamme

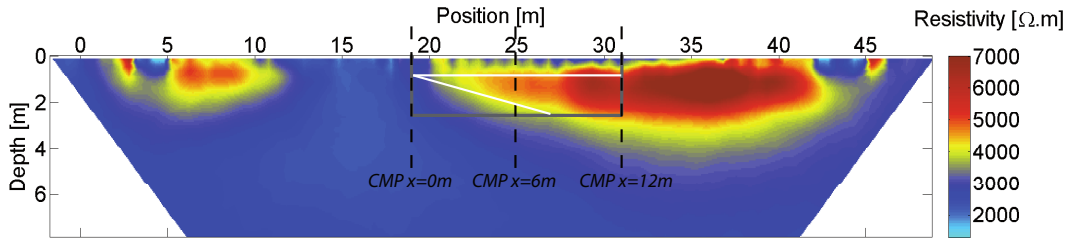


Figure 5.19. Image de résistivité électrique obtenue après inversion des données. Le cadre gris indique le domaine où ont été effectués les acquisitions radar. Les lignes pointillées verticales identifient les positions des CMP. Les lignes blanches correspondent aux sous-domaines choisi pour le modèle a priori (Figure 5.21). C'est dans ce domaine que les données électriques et radar sont comparées, afin d'obtenir une image de saturation en eau.

de porosité. Plusieurs lois du même type ont ensuite été proposées pour des milieux riches en argiles, comme celle de Waxman and Smits (1968) pour ne citer que celle-ci. Le premier sable, riche en argiles, peut être caractérisé par une conductivité électrique de surface non négligeable et donc sortir du domaine d'applicabilité de la loi d'Archie. Les valeurs de m obtenues (Figure 5.18) ne seront donc pas utilisées, mais ajustées par la suite. Seules les valeurs n_1 =1.15 et n_2 =1.63 seront conservés.

5.3.2 MODÈLE A PRIORI

L'interprétation des données électriques peut profiter d'une approche conjointe avec les données radar dans le domaine délimité sur la figure 5.19. Ce domaine est approximativement compris entre 0 et 2.5 m de profondeur, entre 19 et 31 m sur le profil, c.à.d borné par les CMP réalisés sur le profil ($x = 0$ m et $x = 12$ m). La figure 5.20 présente les profils de vitesses déduits des CMP, et les profils de résistivité électrique extraits de l'image de résistivité inversée (Figure 5.15). Les résitivités électriques et les vitesses d'intervalle de ces profils verticaux varient de façon similaire. La résitivité électrique augmente lorsque la vitesse augmente, ce qui implique une possible diminution de la teneur en eau. On remarque, plus en profondeur, une chute de la valeur de ρ, non reproduite en terme de vitesse radar, c'est pourquoi les deux méthodes ne seront comparées qu'entre 0 et 2.5 m de profondeur (Figure 5.19). Un modèle de saturation a priori est établi à partir des informations déduites des données radar et électriques déjà présentées 5.21. L'hypothèse de base est que les réflexions observées dans les données radar sont liées à des contrastes de teneur en eau. Ce modèle a priori est déduit de l'analyse de vitesse faite sur les CMP, de l'interprétation de l'image de résistivité électrique et d'informations collectées sur

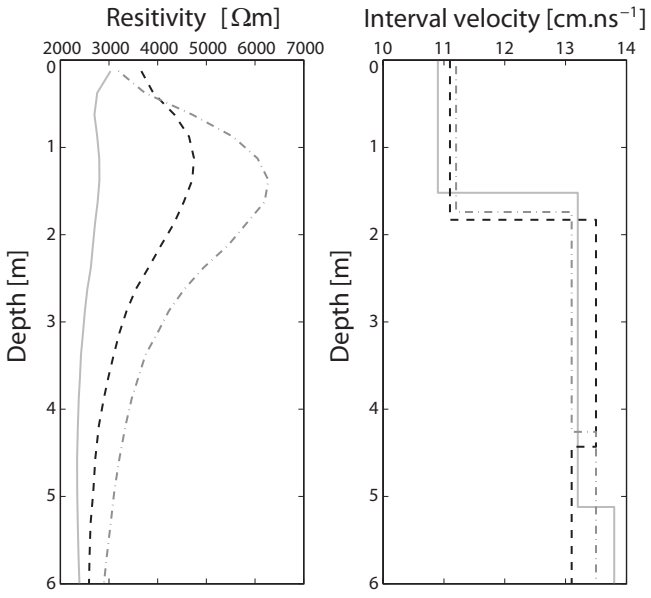


Figure 5.20. (À gauche) Profils verticaux de résistivité électrique extrait de l'image 2D inversée. Les trois profils correspondent aux positions des trois CMP radar. (À droite) Profils de vitesses d'intervalles pour les trois CMP radar réalisés à $x = 0$ m (ligne grise), $x = 6$ m (ligne noire pointillée) et $x = 12$ m (ligne grise pointillée).

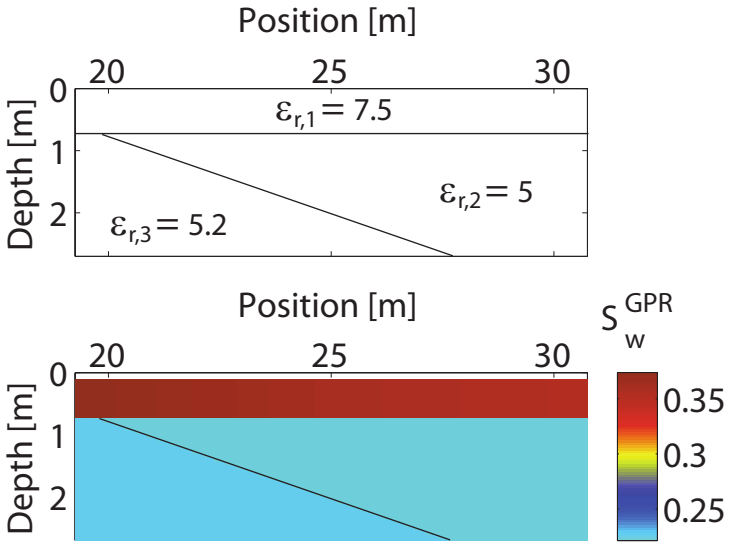


Figure 5.21. (En haut) Modèle de permittivité diélectrique a priori déduit de l'analyse des vitesse réalisée sur les CMP. (En bas) Modèle de saturation calculée en utilisant la loi de Topp *et al.* (1980), et les valeurs de permittivités relatives ci-dessus. Ce modèle constitue le modèle a priori auquel sont comparées les mesures de résistivité électrique.

le terrain. Une interface, placée à environ 1m de profondeur, caractérise le passage du sable 1 au sable 2. Cette interface a été mise en évidence lors du prélèvement des échantillons de sable. Une information liée à la structure oblique présente sur le profil radar à 500MHz (4 sur la figure 5.11), correspondant à la deuxième réflexion observée sur les CMP, est ajoutée. Cette interface, correspondant à un contraste d'environ 2000 Ω.m, ressort assez clairement sur l'image de résistivité électrique à la même profondeur (Figure 5.19). C'est pourquoi, le contraste de permittivité associé, certes faible (entre 5 et 5.2), est tout de même considéré. Chacun de ces de ces "sous-domaines" est affecté d'une valeur de permittivité diélectrique (Figure 5.21), issue de l'analyse de vitesse (Tableau 5.1). Ces valeurs sont ensuite utilisées pour déduire les valeurs de saturation correspondantes (Figure 5.21), constante dans chaque "sous-domaine", en utilisant la loi de Topp *et al.* (1980) (équation 5.14).
Nous utilisons également comme a priori les porosités de chaque sable, de part et d'autre de l'interface à 1m de profondeur, égales à 0.38 (sable 1) et 0.33 (sable 2). Le paramètre n a été calibré pour chaque sable. Enfin, la valeur de ρ_w mesurée dans un lac sur le terrain : $\rho_w = 40$ Ω.m constitue la dernière information dont nous disposons.

5.3.3 RÉSULTATS

Afin de déduire la saturation en eau à partir de données de résistivités électriques, il serait possible d'utiliser la loi d'Archie (équation 5.19), en faisant une hypothèse sur le facteur de formation pour chaque sable. L'approche que nous allons adopter est différente. L'idée est de considérer les teneurs en eau déduites des acquisitions radar comme a priori (Figure 5.21), et d'inverser les paramètres de la loi d'Archie en y intégrant les résistivités électriques mesurées. Les paramètres ρ_w et n étant fixés, le facteur de formation $F = \phi^{-m}$ sera le paramètre ajusté. Partant du modèle a priori introduit au paragraphe précédent, nous cherchons alors à minimiser la fonction suivante :

$$\mathscr{O}(\mathbf{F}, n) = \sum_{i}^{N} \left| S_w^{GPR} - S_w^{\rho}(\mathbf{F}, n) \right|^2 \tag{5.20}$$

où S_w^{GPR} et S_w^{ρ} sont respectivement les saturations déduites du radar (loi de Topp *et al.* (1980)) (Figure 5.21), et déduites des résistivités mesurées en utilisant la loi d'Archie (équation 5.19). Le paramètre n est l'indice de saturation de la loi d'Archie, et fixé à 1.14 et 1.63 pour les sables 1 et 2 respectivement, et $\rho_w = 40$ Ω.m. Le paramètre $\mathbf{F}$ est le facteur de formation ajusté.
L'algorithme présenté au chapitre 5 est également utilisé ici. Le facteur de formation ajusté dans chaque "sous-domaine" permet de déterminer la saturation en eau à partir des résistivités mesurées (Figure 5.22b). Dans le milieu #1, on trouve F =15, soit m =2.7 pour $\phi = 0.38$.

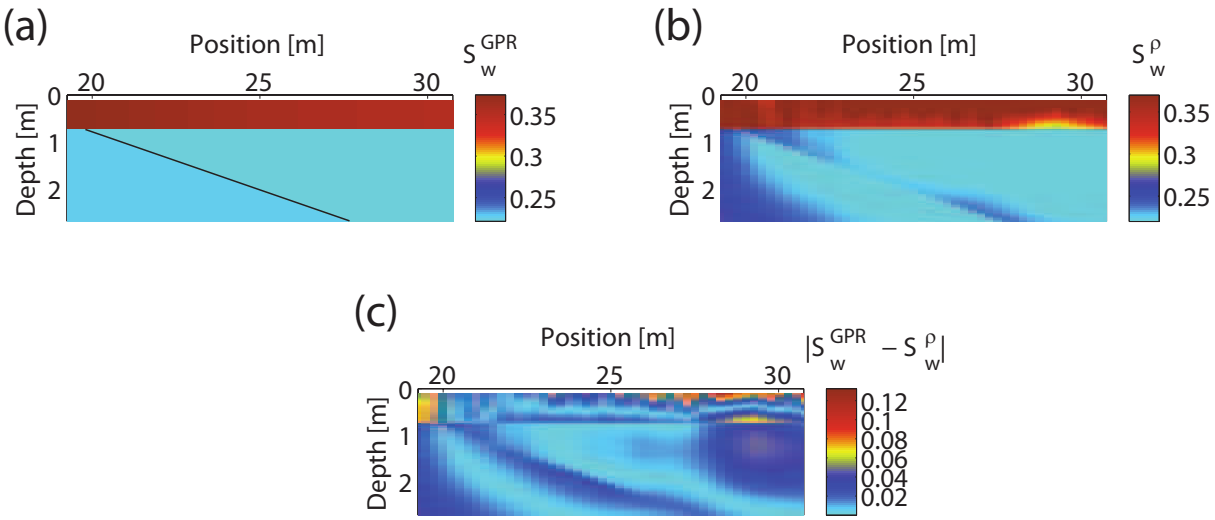


Figure 5.22. (a) Modèle de teneur en eau établi à partir de l'analyse de vitesse effectuée sur les CMP. Les valeurs des milieux 1, 2 et 3 sur cette figure sont déduites des teneurs de en eau du tableau 5.1. (b) Modèle de teneur en eau déduit des données de résistivités par la loi d'Archie. L'équation 5.19 est calculée en utilisant le facteur de formation F ajusté. (c) Résidus entre S_w^{GPR} et S_w^{ρ} après minimisation de l'équation 5.20.

Les valeurs F =6 et F =7.7 sont déduites pour les milieux #2 et #3, ce qui mène à m =1.62 et m =1.84, pour une porosité de 0.33. Les résidus entre S_w^{GPR} et S_w^{ρ} sont assez faibles, menant à une incertitude moyenne de 5% (Figure 5.22d). La valeur obtenue pour le premier sable (m=2.7) est trop importante pour ce type de milieu, dont les deux autres valeurs sont plus représentatives (Lesmes and Friedman, 2006). Ceci est probablement lié à la limite d'applicabilité de la loi d'Archie discutée précédemment. Les valeurs différentes obtenues pour m de part et d'autre du contact oblique (Figure 5.22) identifient une compaction différente des deux sables, ou bien deux sables de granulométries différentes. Ceci est cohérent avec l'interprétation proposée pour cette structure 5.12, dont l'origine sédimentaire induit un granoclassement. Cette approche est préliminaire mais permet de retrouver des paramètres intrinsèques au milieu, comme le facteur de formation, et d'obtenir une image de la saturation en intégrant dans le même calcul des données de résistivités et des données radar. Les teneurs en eau déterminées localement (au niveau des trois CMP), consitue un bon a priori pour obtenir une image de saturation sur tout le domaine correspondant à la tomographie électrique.

L'intérêt de cette partie du travail est méthodologique ; puisque a priori les méthodes radar et électrique sont de résolutions très différentes, leur intégration au sein d'un même calcul est difficile. Cependant, une étude couplée pour l'étude de la saturation en eau est envisageable.

Des développements dans ce sens pourraient être intéressants. Les données radar sont en effet de très bonne qualité sur ce site, dont la structure est relativement simple (quasi-tabulaire). Une modélisation des ondes radar, en 1D pour commencer, intégrant les formes d'onde, couplée à la modalisation de la résistivité électrique est une perspective, qui n'a pu être abordée dans le cadre de ce travail.

5.4 ÉTUDE DE L'AMPLITUDE DES SIGNAUX SISMO-ÉLECTRIQUES CO-SISMIQUES EN MILIEUX NON-SATURÉS

5.4.1 PRÉSENTATION DES DONNÉES SISMO-ÉLECTRIQUES

Deux profils de 10 m de long ont été réalisés sur deux jours (Figure 5.23a). Les dipôles, d'une largeur de 1 m, ont été placés les uns à la suite des autres sans chevauchement. Les enregistrements ont été effectués en utilisant un système d'acquisition sismique développé par DMT (DMT GmbH & Co. - 3 sur la figure 5.23b) du laboratoire de Pau (LMIGP). Ces boîtiers sont des numériseurs disposant de deux canaux indépendant. Leur impédance d'entrée est de 20 kΩ et un gain de 1 a été fixé. Un boîtier différent a été utilisé pour chaque dipôle afin d'éviter des problèmes d'aliasing pouvant intervenir si les deux canaux sont sollicités simultanément. Les mesures de potentiels électriques sur le terrain - comme en laboratoire - sont très faibles et nécessitent d'être amplifiés. Chaque dipôle est relié à un préampli, lui même connecté à un boîtier DMT (2 sur la figure 5.23b). Ces préamplis ont été développés par Pierre-Daniel Matthey, ingénieur de l'équipe géophysique expérimentale de l'IPGS. Ils permettent d'amplifier le signal d'un facteur 10, dans une passante à 3 dB, de 0 à 11 kHz. Le rapport signal sur bruit, en présence de 50 Hz sur le terrain, est donc sans conteste amélioré. Précisons que ces préamplis ne filtrent pas le 50 Hz. En outre, leur impédance d'entrée est élevée en comparaison de l'impédance électrique entre les électrodes afin d'éviter toute perte d'énergie par le cablâge. L'ordre de grandeur de la résistance aux bornes des dipôles est de 10 kΩ. À vide, c.à.d sans préamplis, le rapport d'impédances entre le boîtier DMT et le milieu est seulement de 2. Les pertes en amplitude seraient donc énormes sans préamplis branchés. Pour palier ce problème, l'impédance de ces derniers est très supérieure à celle du milieu, soit 16 MΩ à 10Hz, et 323 kΩ à 300 Hz. Des géophones horizontaux sont placés tous les 50 cm le long du profil, pour l'enregistrement sismique simultané à la sismo-électrique. La fréquence de coupure de ces géophones est de 50Hz, ce qui aura une implication sur le traitement des données. La figure 5.24 compare deux enregistrements sismo-électrique (électrogramme) effectués sans et avec préamplis. Le rapport signal sur bruit des enregistrements est amélioré avec les préamplis (Figure 5.24). Le

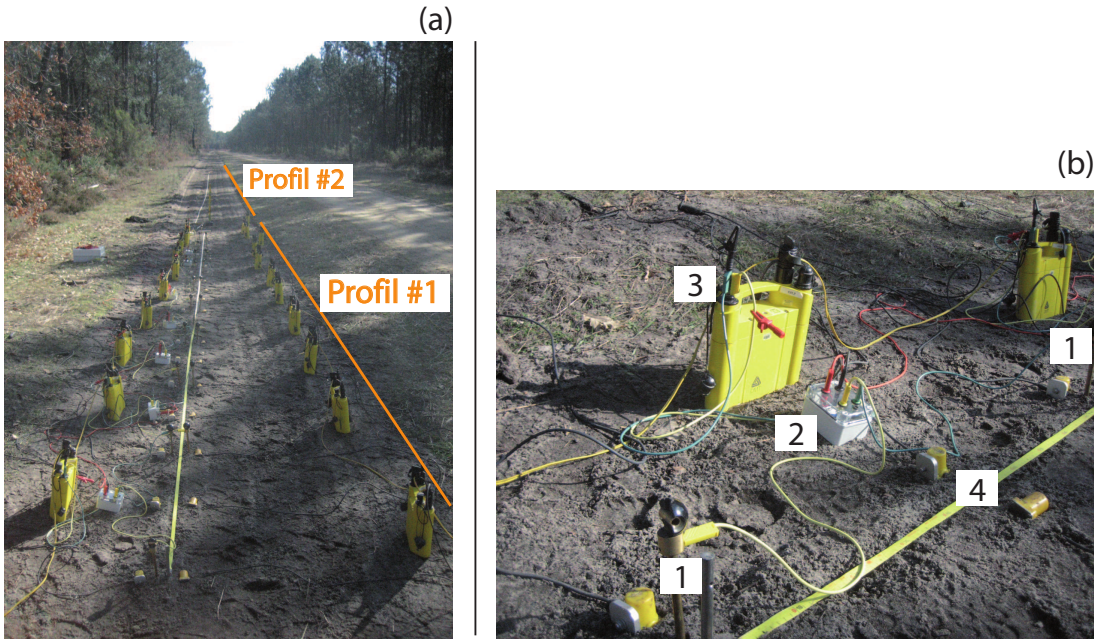


Figure 5.23. (a) Prises de vue du dispositif de terrain avec les deux profils de 10 m. (b) Gros plan sur les branchements au niveau d'un dipôle : 1. Electrodes, 2. Boîtier préamplificateur, 3. enregistreur/numériseur DMT, 4. Géophones horizontaux et verticaux placés tous les 50cm.

site est plutôt épargné par le 50 Hz dont l'amplitude sur les signaux est faible. Ces acquisitions correspondent à un seul tir, c'est à dire qu'elles ne sont pas stackées (ou sommées). La qualité des signaux électriques est donc extrèmement bonne, puisque l'on distingue l'arrivée de l'onde directe (onde P) après seulement une frappe (un seul coup de marteau). Les signaux acquis sur les deux profils ont été stackés 25 fois, c.à.d que 25 frappes au marteau ont été sommées pour chaque position de source. L'amplitude et le rapport signal sur bruit seront ainsi encore améliorés. Cinq positions de tir, avec 25 frappes chacune, ont été établies sur le profil total de 20 m (2×10 m). Les deux tirs extrèmes et le tir central nous donnent accès à trois électrogrammes et trois sismogrammes de 20 m. Le déclenchement automatique provoque une perturbation très importante en tout début de chaque enregistrement (cf. trigger, Figure 5.24). Ceci est dû au transfert du signal du trigger automatique depuis l'enregistreur vers la masse, dans un câble non-blindé d'environ 20 m. Pour palier ce problème, tout les déclenchements ont été effectués manuellement. Ainsi, l'opérateur déclenche au niveau de l'enregistreur le début de l'acquisition juste avant la frappe, ce qui nécessite une bonne synchronisation entre le frappeur et l'opérateur. Le délai entre le début du signal utile et le début de l'enregistrement est donc variable d'un tir à l'autre. Un géophone de référence placé à environ 1m de la source permet de comparer la

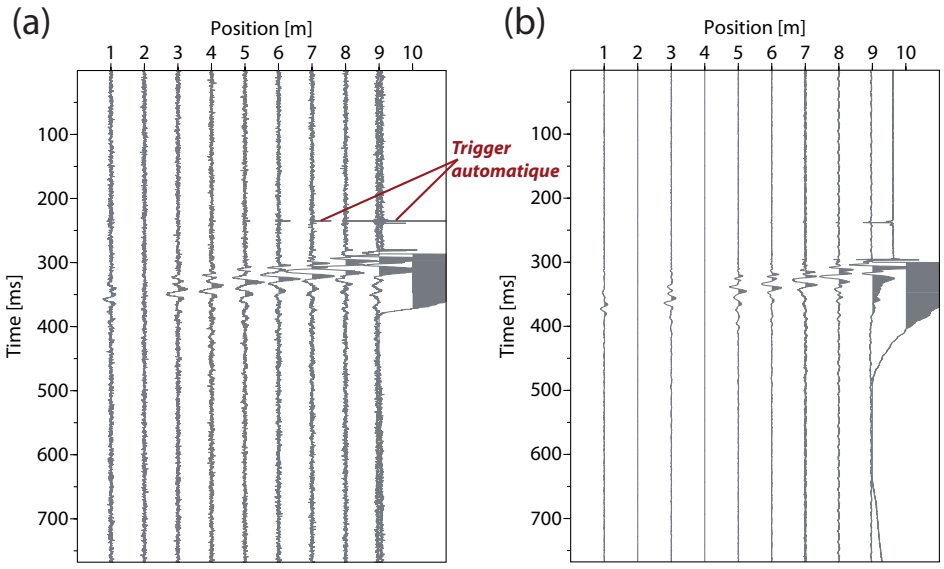


Figure 5.24. (a) Signaux bruts non-stackés pour une acquisition sans préamplis. Chaque trace correspond à une différence de potentiel électrique mesurée aux bornes d'un dipôle de 1 m le long du profil. Le signal électrique est lié à l'arrivée d'une sonde sismique, générée par un coup de marteau (un seul coup dans ce cas). (b) Même type d'acquisition effectuée avec préamplis. Les arrivées ne sont pas comparables, car le déclenchement manuel induit un décalage en temps différent selon le tir (détails dans le texte).

différence de temps entre chaque enregistrement "manuel" et 5 tirs supplémentaires effectués en déclenchement automatique. Avant de stacker les données, les temps d'arrivées enregistrés pour les 25 frappes doivent donc être corrigés tels que :

$$t_{corr} = t_{rec} - \Delta t = t_{rec} - (t_{ref}^{man} - t_{ref}^{auto}) \tag{5.21}$$

où t_{corr} est le temps corrigé, t_{rec} les temps de l'enregistrement brut, et t_{ref}^{man} et t_{ref}^{auto} sont respectivement les temps de première arrivée au géophone de référence sur l'enregistrement brut (déclenchement manuel) et sur celui effectué par déclenchement automatique.

Cette opération effectuée pour les trois tirs aux positions x =-0.5 m, x =10.5 m et x =20.5 m ; il est possible de stacker les enregistrements et obtenir les électrogrammes et sismogrammes pour ces trois positions (Figure 5.25). Différentes formes d'ondes sont enregistrées à la fois sur les électrogrammes et sur les sismogrammes (Figure 5.25). Les premières arrivées sont observées au même moment sur les enregistrements électriques et sismiques (Figure 5.25). Celles-ci peuvent être pointées afin de déterminer la vitesse de propagation V_P de l'onde de volume (Figure 5.26). Une interface semble provoquer une arrivée réfractée sur certaines hodochrones (Figure 5.26). Deux milieux sont donc identifiés de part et d'autre d'une interface localisée à environ 1.6 m

de profondeur. Des ondes de surfaces sont également enregistrées, particulièrement sur le tir à x =-0.5 m. Notons également la présence, sur les électrogrammes, d'une arrivée simultanée sur plusieurs traces (Figure 5.25a) qui pourrait correspondre à une onde convertie sur une interface. Deux arrivées de ce type sont même enregistrées sur le tir central (Figure 5.25b). Une onde dite convertie se propage sur son trajet retour à la vitesse d'une onde électromagnétique, d'où le temps identique quelque soit la position du dipôle. La première est pointée à $t = 10$ ms et la deuxième à $t = 15$ ms (Figure 5.25), ce qui correspond, compte-tenu des vitesses de propagations presentées, à des profondeurs de 1.7 m et 3 m environ. Ces interfaces pourraient correspondre aux réflecteurs 1 et 2 identifiés sur les profils radar. Le but de cette étude n'est pas de se concentrer sur l'étude des ondes converties, mais cette observation ouvre des perspectives très intéressantes pour de prochains travaux, tant l'enregistrement d'ondes converties - dont les amplitudes sont extrèmement faibles - est difficile sur le terrain.

5.4.2 CONTENU FRÉQUENTIEL ET CALCUL DES FONCTIONS DE TRANSFERT $E_X/\ddot{U}_X$

5.4.2.1 Signaux complets

L'amplitude de la transformée de Fourier des électrogrammes et des accélérogrammes renseignent sur le contenu fréquentiel des acquisitions (Figure 5.28). Nous présentons ici les accélérogrammes plutôt que les sismogrammes, car la fonction de transfert (cf. chapitre 1, équation 1.38) relie le champ électrique E_x à l'accélération horizontale $\ddot{u}_x$, c.à.d à la dérivée des signaux de la figure 5.25. Le spectre obtenu pour les accélérogrammes est globalement plus haute fréquence que celui des électrogrammes. Ceci est en partie dû à la dérivation qui revient à multiplier par ω^2 en domaine féquentiel. La fréquence de coupure des géophones (50 Hz, comme évoqué au paragraphe précédent) joue pour beaucoup dans cette différence de fréquence. Les fonctions de transferts sont calculées en utilisant des arrivées cohérentes entre l'électrique et la sismique, c'est pourquoi nous avons décidé de filtrer les signaux sismo-électriques. Cette opération n'est pas classique, puisque souvent, la sismique est de meilleure qualité que la sismo-électrique. L'opération n'a que peu d'incidence sur le signal utile qui est conservé, compte-tenu de l'excellente qualité des enregistrements sismo-électriques. Dans un premier temps, un filtre construit sur le modèle de la fonction de transfert des géophones (c.à.d leur bande passante - Figure 5.28f) est appliqué aux signaux électriques. La fréquence de coupure de 50 Hz est alors commune aux acquisitions sismique et électrique. Le filtrage n'est cependant pas suffisant pour rapprocher le contenu fréquentiel des signaux (Figure 5.28c et b). Un deuxième filtre est alors appliqué aux données électriques (Figure 5.28f).

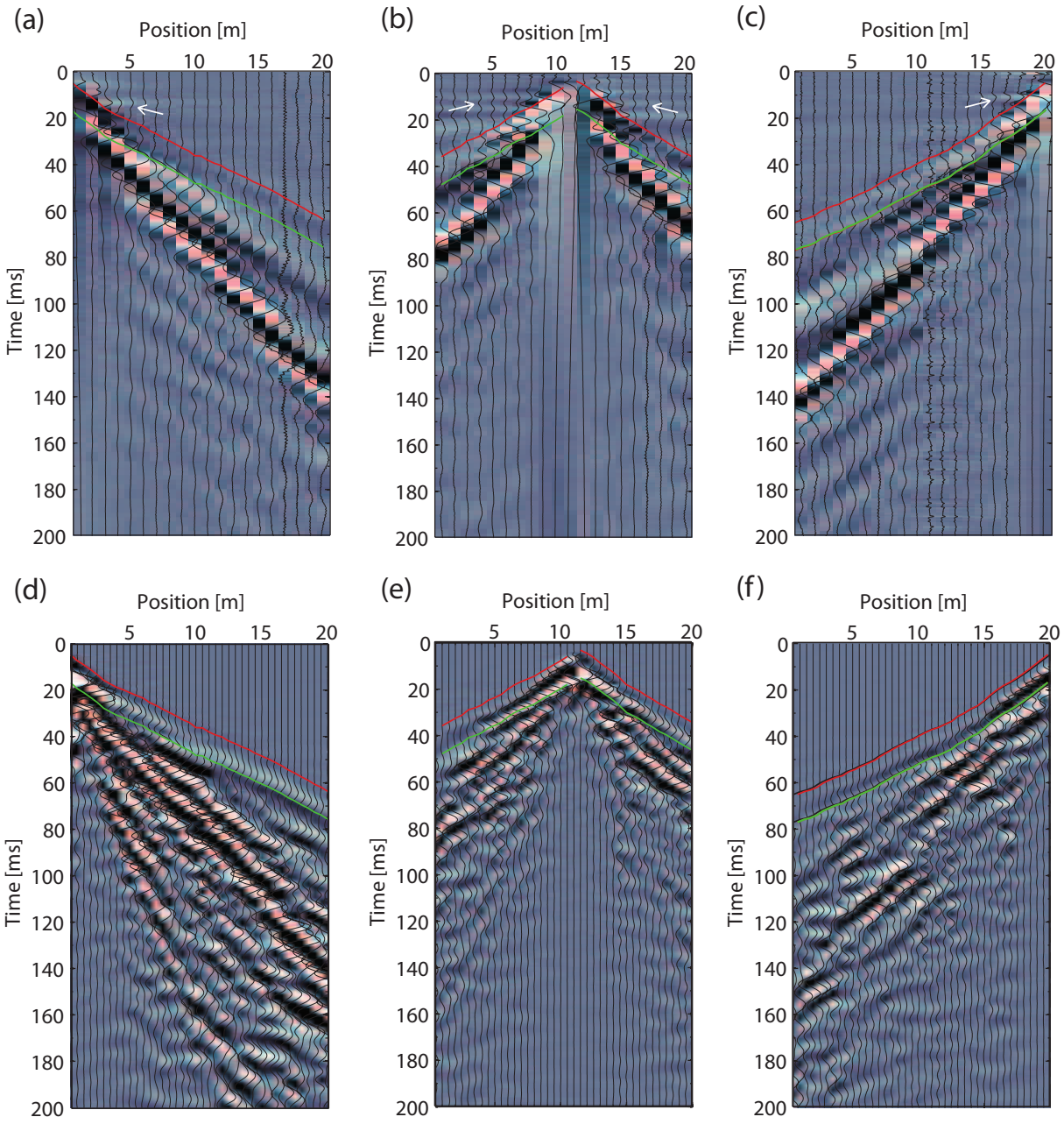


Figure 5.25. (a, b, c) Électrogrammes stackés 25 fois, respectivement enregistrés aux positions x =-0.5 m, x =10.5 m et x =20.5 m. (d, e, f) Sismogrammes stackés 25 fois, respectivement enregistrés aux positions x =-0.5 m, x =10.5 m et x =20.5 m. Les 200 premières millisecondes d'enregistrements sont présentées. Les lignes rouges identifient les arrivées des ondes P pointées sur les enregistrements sismiques, et les lignes vertes sont placées 15 ms après ces arrivées. Les flèches blanches (a, b et c) indiquent des arrivées simultanées, correspondants à une onde convertie sur une interface.

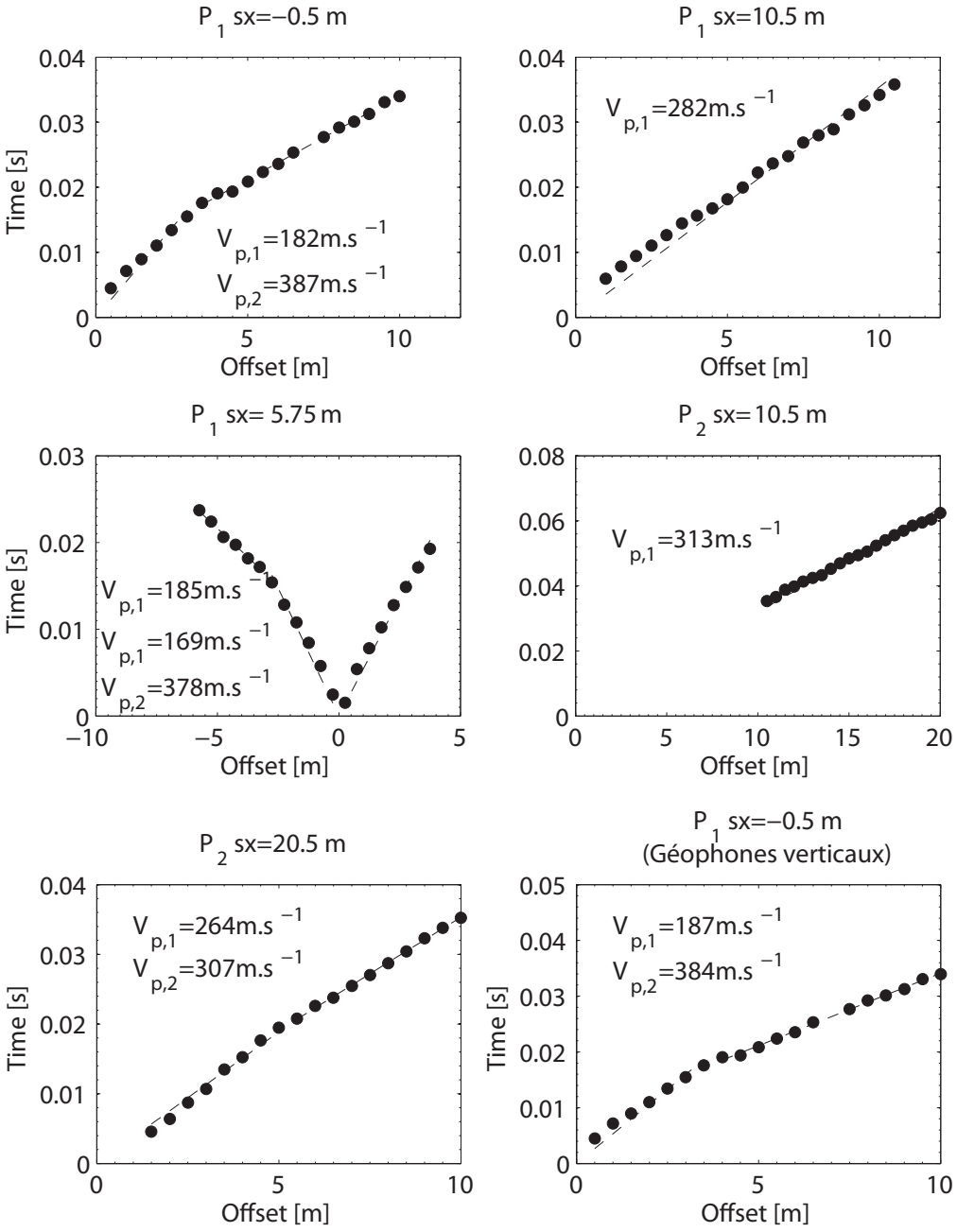


Figure 5.26. Hodochrones des premières arrivées sismiques. Certaines montrent une arrivée réfractée sur une interface en profondeur (cf. rupture de pente, P_1 à s_x = -0.5 m haut à gauche). Les notations P_1 et P_2 renvoient aux profils de 10 m #1 et #2 (Figure 5.2). Les vitesses $V_{p,1}$ et $V_{p,2}$ indiquent les vitesses dans le premier et deuxième milieu dans le cas de la présence d'une onde conique. La position des sources s_x est identifiée par l'axe défini par la figure 5.2.

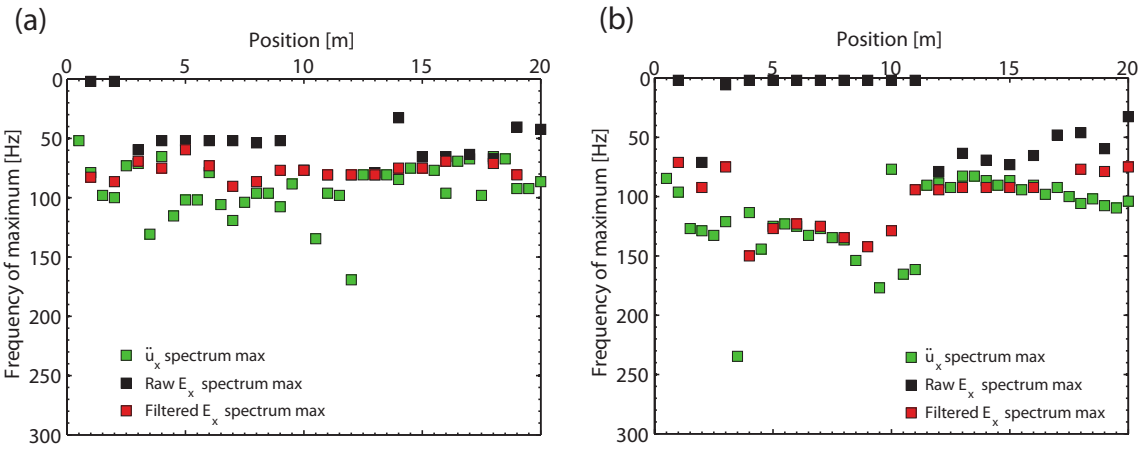


Figure 5.27. (a) Fréquences correspondant aux maxima des spectres des signaux sismiques ($\ddot{u}_x$) et électriques (E_x) bruts et filtrés dans le cas de l'enregistrement complet. (b) Fréquences correspondant aux maxima des spectres des signaux sismiques ($\ddot{u}_x$) et électriques (E_x) bruts et filtrés dans le cas de l'onde P (détails dans le texte, section 5.4.2.2).

L'allure de ce filtre est également calquée sur la fonction de transfert des géophones mais sa fréquence de coupure est située à 80 Hz. Les spectres obtenus pour l'électrique et l'accélération sont alors comparables (Figure 5.28b et d). Ceci est illustré plus clairement par la figure 5.27 qui présente les fréquences correspondant aux maxima des spectres des signaux sismiques et sismo-électrique bruts et filtrés. Les fréquences des signaux d'accélération $\ddot{u}_x$, et de champ électrique E_x filtrés sont les plus proches. Les fonctions de transferts sont calculées par le rapport de la racine de l'énergie du champ électrique E_x sur la racine de l'énergie de l'accélération horizontale $\ddot{u}_x$. L'énergie de chaque trace est donnée par la somme quadratique des amplitudes en domaine temporel ou fréquentiel. Le calcul est fait pour chaque trace et pour les trois tirs aux positions x =-0.5 m, x =10.5 m et x =20.5 m. Les résultats présentés en fonction de la position sur le profil et de la résistance aux bornes des dipôles montrent des fonctions de transfert quasiment invariantes (Figure 5.29). Les valeurs de résistances augmentent d'un facteur 2 environ (de 7 kΩ à 14 kΩ), entre le début et la fin du profil. Ces variations sont cohérentes avec l'image de résistivité électrique trouvée précédemment (Figure 5.15), pour laquelle la résistivité passe de 3 kΩ.m à 7 kΩ.m le long du profil. Cette gamme de variation de résistances est relativement faible. On note que la figure 5.29a présente les fonctions de transferts calculées en utilisant les accélérations au niveau de la première électrode de chaque dipôle (trace impaire), puis la deuxième électrode (trace paire). Beamish (1999) a montré en ce sens que la première électrode détermine la réponse du dipôle au passage de l'onde sismique.

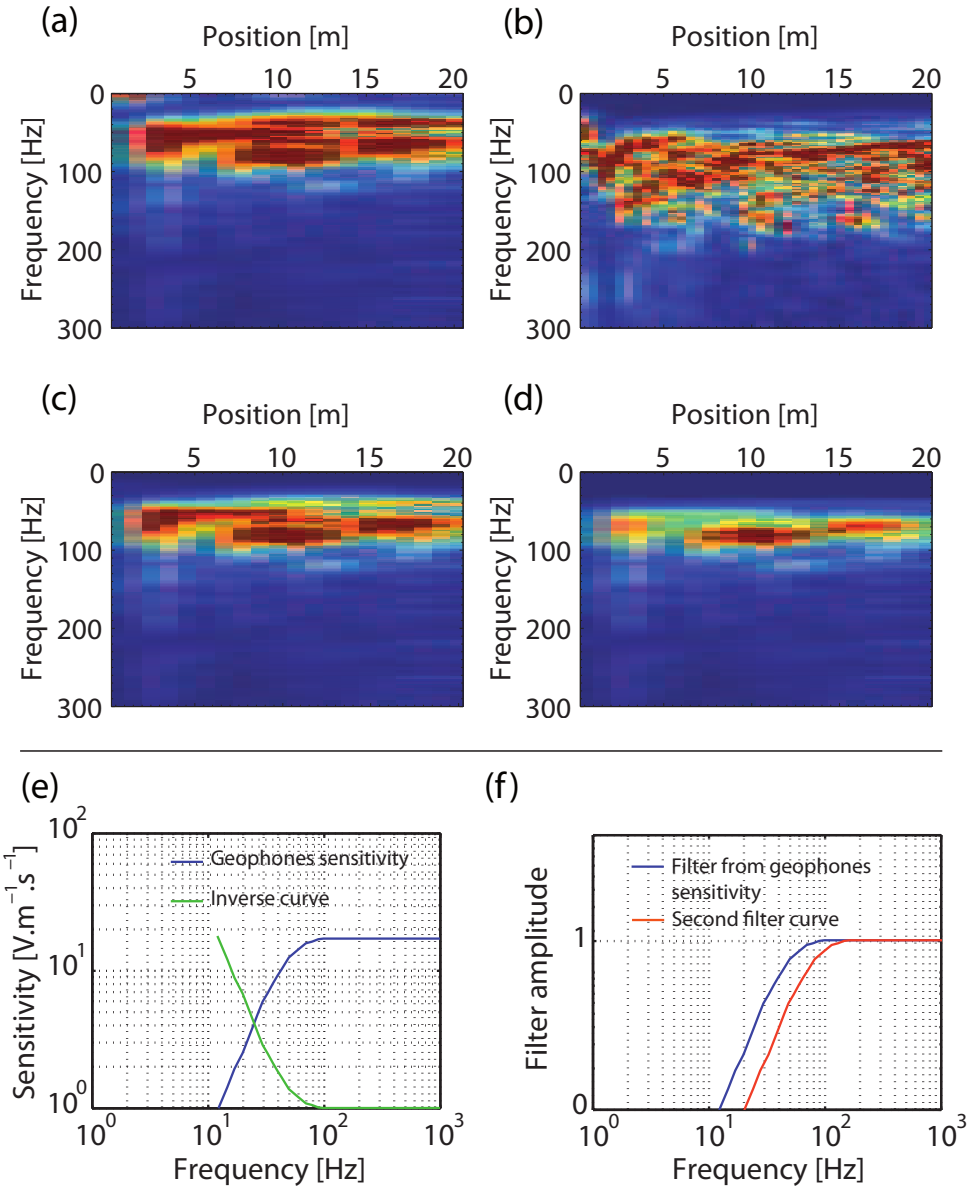


Figure 5.28. (a) Spectres en amplitudes des signaux sismo-électriques bruts et (b) d'accélération brutes pour le tir à x = -0.5 m. Les accélérations en m.s^{-2} sont calculées en utilisant la fonction de transfert des géophones (e, courbe bleue) et en dérivant une fois par rapport au temps. (c) Spectre du champ électrique E_x après utilisation du premier filtre (f, courbe bleue) déduit de la fonction de transferts des géophones. (d) Spectre du champ électrique après application du deuxième filtre (f, courbe orange).

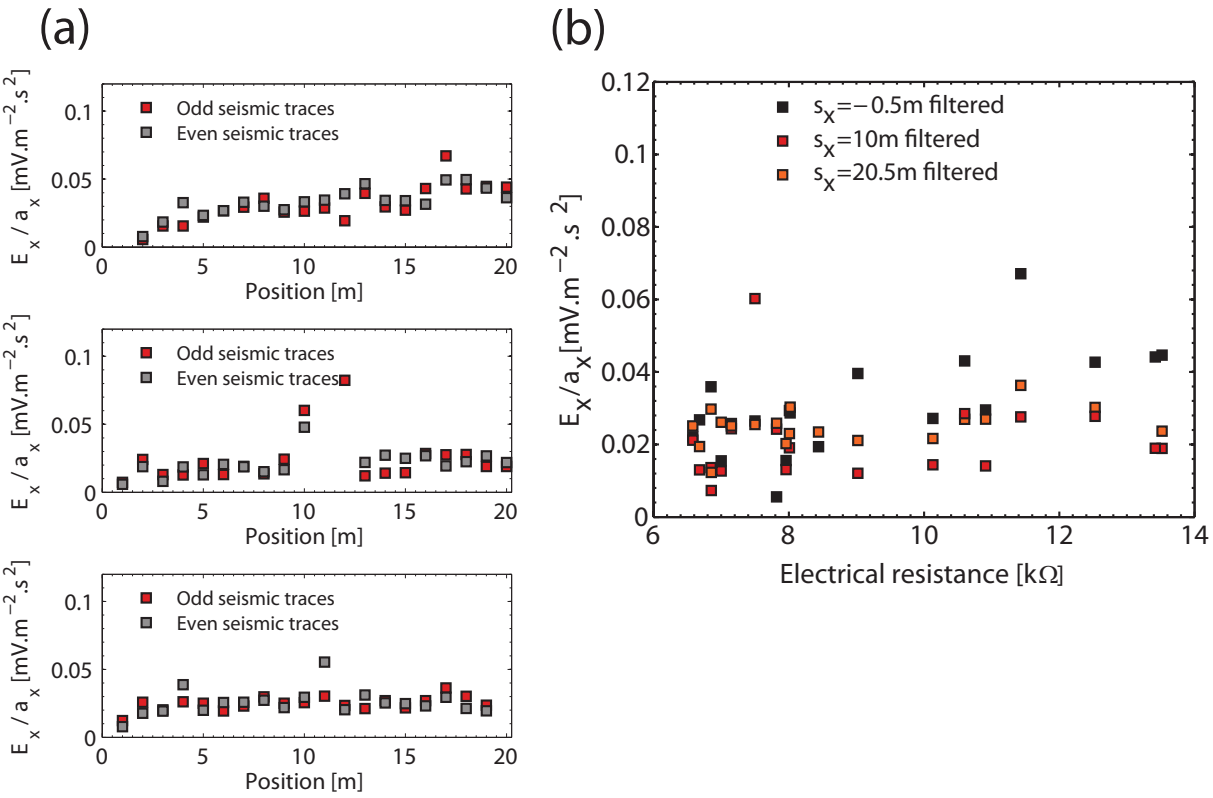


Figure 5.29. (a) Fonctions de transfert sismo-électrique, ou rapports $E_x/\ddot{u}_x$, pour une source à x =-0.5 m (en haut), x =10.5 m (au milieu)et x =20.5 m (en bas). (b) Rapports $E_x/\ddot{u}_x$, pour les trois tirs. La résistance électrique est mesurée en alternatif à 120 Hz aux bornes de chaque dipôle.

Il suggère de plus, que théoriquement, la largeur de dipôle, c.à.d la distance inter-électrodes, n'a pas d'influence sur le temps auquel est enregistré le signal électrique. Les résultats sont très semblables pour les deux calculs présentés ici, ce qui confirme que les deux calculs peuvent être faits. Une tendance se détache des amplitudes obtenues pour le premier tir (x =-0.5 m), pour lequel les rapports $E_x/\ddot{u}_x$ augmentent légèrement lorsque que la résistance augmente (vers la fin du profil). Si cette tendance observée pour le tir x=-0.5 m était liée aux propriétés du milieu - comme une variation de saturation ou un changement de compaction par exemple - elle devrait être retrouvée sur les trois tirs, ce qui n'est pas le cas. Rappelons que les fonctions de transfert sont définies en théorie pour les ondes de volumes (onde P et S). Pour le moment, toutes les formes d'ondes enregistrées ont été conservées dans le calcul. Cet élément doit également être pris en compte pour l'analyse de la tendance observée plus haut. C'est pourquoi, le paragraphe suivant présente les mêmes calculs, mais en considérant indépendamment les ondes de volume (P et S ?), et les ondes de surfaces (plus tardives).

5.4.2.2 Ondes de volume et ondes de surface

Le pointé des premières arrivées a été présenté plus haut (ligne rouge sur la figure 5.25) pour les trois tirs. Afin d'isoler les ondes de volume, seuls les signaux dans une fenêtre de 15 ms après ces pointés sont conservés (Figure 5.30a, b). La fenêtre de 15 ms est fixée arbitrairement pour conserver au moins une période du signal (entre les lignes rouge et verte sur la figure 5.25c). Les spectres des électrogrammes et des accélérogrammes sont plus proches dans le cas des ondes de volume (Figure 5.30), que dans le cas des signaux complets (Figure 5.28). On remarque également que le spectre de l'accélérogramme est plus homogène que le spectre global. Les hétérogénéités observées précédemment (Figure 5.28b) étaient peut être dues à des interférences entre les ondes de surface. Les signaux sont filtrés de la même façon que dans le cas précédent et sont utilisés pour calculer les fonctions de transferts (Figure 5.31a).
La tendance observée auparavant dans les rapports $E_x/\ddot{u}_x$ (légère augmentation vers la fin du profil), pour le tir à x =-0.5 m (Figure 5.29a), n'est plus présente dans le cas des ondes de volume. Afin de complèter ce résultats, un calcul a été effectué en intégrant cette fois-ci uniquement les ondes de surface. Les signaux ont été "mutés" afin de ne conserver que ces arrivées. Les arrivées antérieures à la fenêtre utilisée pour l'onde P (ligne verte, Figure 5.25) sont donc supprimées, puis filtrées en suivant le même protocole que dans le cas précédent. Le traitement des seules ondes de surface mène à nouveau à la tendance observée précédemment (Figure 5.31b).
Cette tendance semble être provoquée par la présence des ondes de surface. Ces ondes ont une polarisation ellipsoïdale résultant de l'interférence entre les ondes de volume. Les fonctions de transfert théoriques associées n'ont jamais été proposées dans la littérature. Elles reliraient vraisemblablement le champ électrique à une combinaison des composantes horizontale et verticale de l'accélération, $\ddot{u}_x$ et $\ddot{u}_z$. L'équation 1.38 utilisée pour calculer les rapports $E_x/\ddot{u}_x$ traite seulement le cas des ondes de volume. Il est donc probable que les amplitudes plus fortes observées à la fin du profil, et créées par les ondes de surface, soient un artefact lié au calcul.

5.4.2.3 Amplitudes sismo-électriques et teneur en eau

Pour terminer cette étude, intéressons nous aux variations des rapports $E_x/\ddot{u}_x$ en fonction de la teneur en eau déduite de l'analyse des données radar et de résistivité. Nous avons pu déterminer des profils horizontaux de teneur en eau à l'aide de l'onde directe radar (Figure 5.13). Puis une image de la saturation a été proposée à partir des données de résistivités électriques (Figure 5.22). Deux profils horizontaux ont été extraits de cette image : le premier est constitué des valeurs de saturation à une profondeur de 2 m, et le second constitué des saturations moyennées sur le premier mètre.

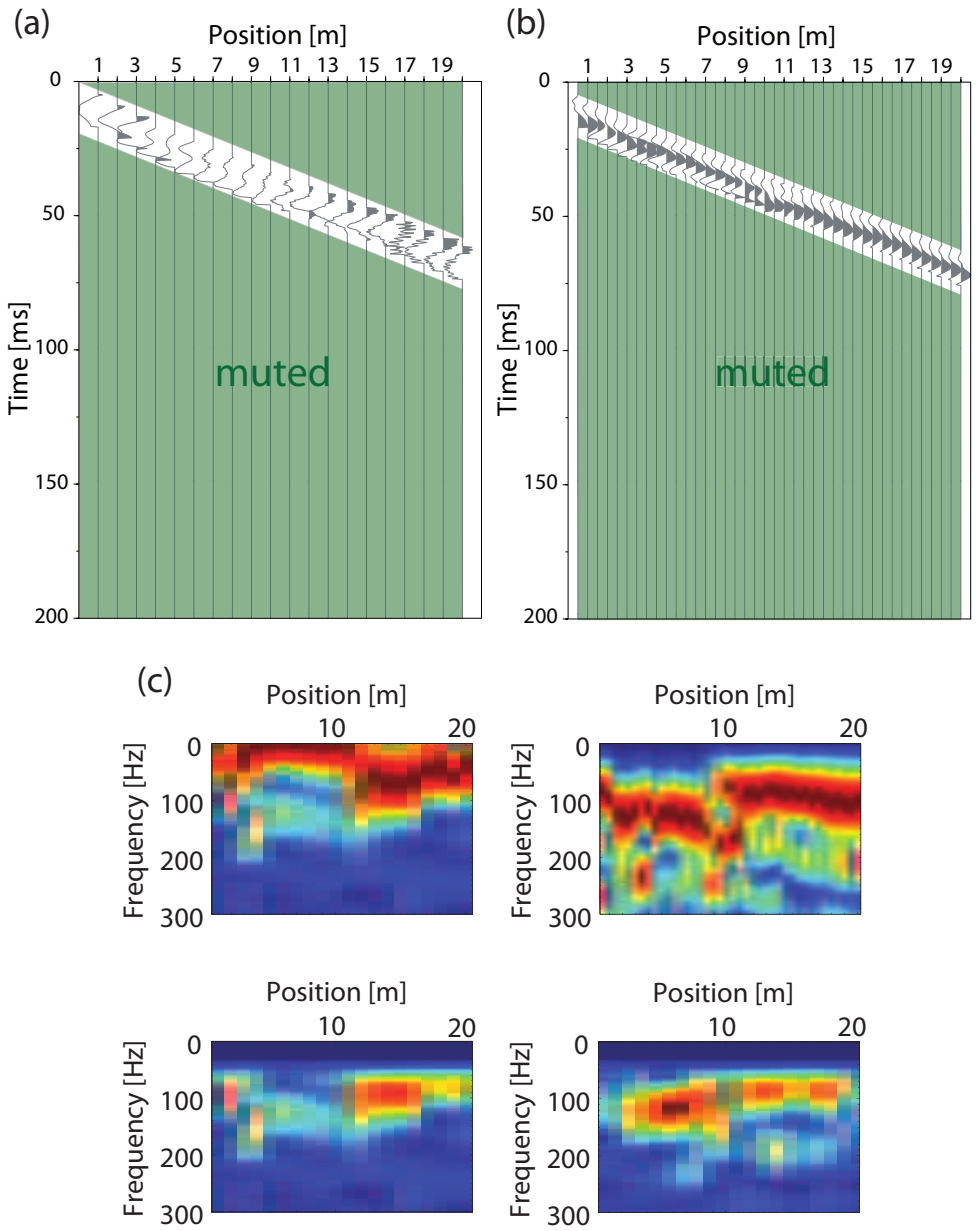


Figure 5.30. Exemples de l'électrogramme (a) et du sismogramme (b) "mutés" pour ne conserver que l'onde de volume dans le cas du tir à x =-0.5 m. (c) Spectres de l'électrogramme muté (haut-gauche), et de l'accélérogramme (haut-droite). Les signaux sismo-électriques sont ensuite filtrés en appliquant le premier filtre présenté precédemment (bas-gauche), puis le deuxième filtre (bas-droite). Les fonctions de transferts sont calculées en utilisant les signaux filtrés par le deuxième filtre.

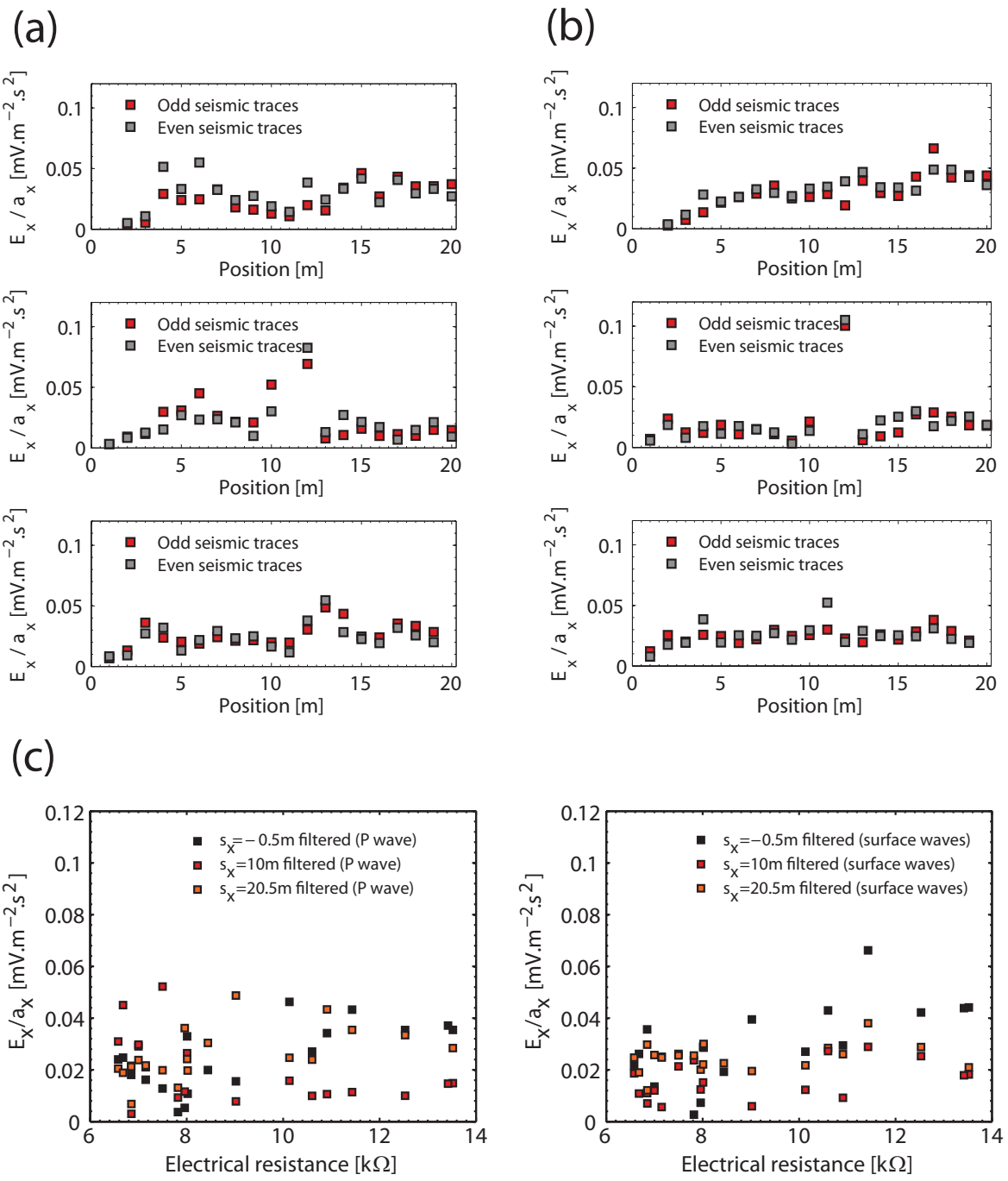


Figure 5.31. Fonctions de transfert calculées à partir de l'onde de volume (a), puis uniquement à partir des ondes de surface (b). (c) Mêmes fonctions de transfert représentées en fonction de la résistance mesurée aux bornes de chaque dipôle, dans le cas de l'onde de volume (à gauche), puis des ondes de surface (à droite).

Tableau 5.2. Paramètres du milieu poreux utilisés pour le calcul des fonctions de transfert théoriques $E_x/\ddot{u}_x$ (équation 1.38).

ϕ	σ_f [S.m^{-1}]	ρ_f [kg.m^{-3}]	ρ_s [kg.m^{-3}]	η [Pa.s]	K_s [GPa]	K_{fr} [GPa]	K_f [GPa]	G_{fr} [GPa]
0.33-0.38	0.022	10^3	2650	10^{-3}	36	0.12	2.2	0.15

Nous ne traiterons pas les signaux sismo-électriques complets, mais seulement le cas des ondes de volume, qui sont les arrivées les plus représentatives de la théorie. Ces fonctions de transfert sont donc tracées en fonction du profil de teneur en eau obtenue à partir de l'onde directe radar (Figure 5.32), puis en fonction de deux autres profils déduits des résistivités électriques (Figure 5.33). Ces deux derniers profils ont été calculés en utilisant la loi d'Archie, en intégrant les valeurs de n déduites en laboratoire, et les facteurs de formation F ajustés (cf. section 5.3). L'un correspond à la saturation S_w^ρ moyennée sur le premier mètre, et le second aux valeurs de S_w^ρ à 2 m de profondeur.

Les fonctions de transfert théoriques sont calculées en utilisant l'équation 1.38. Ce calcul nécessite la connaissance des valeurs de certains modules mécaniques reportées dans le tableau 5.2. Garambois and Dietrich (2001) précisent que l'approximation $C << H$, dans l'équation 1.38, peut être appliquée à de nombreuses roches, le calcul avec et sans ce terme est réalisé. Le calcul de l'équation 1.38 nécessite la connaissance du potentiel ζ, et deux hypothèses sont testées :

- l'équation 1.38 est calculée avec un potentiel ζ déduit de la loi $C = f(\sigma_w)$ présentée en section 3.3 (Annexe B, fig. B1). Cette valeur est notée ζ_1 et vaut -15.5 mV,
- la loi de Pride and Morgan (1991), reliant ζ à la salinité de l'eau, est utilisée et donne $\zeta_2 = -64$ mV,

Il est difficile de deviner une tendance entre les fonctions de transfert et la saturation déduite du radar (Figure 5.32). Aucune incertitude n'est associée pour le moment à ces points, et la dispersion des données est non-négligeable. Les variations de teneur en eau associées aux résistivités électriques sont trop faibles quelque soit le profil considéré (Figure 5.33a, b), et une analyse des fonctions de transfert en fonction de la teneur en eau est impossible. Probablement que ces variations euent été plus importantes si un profil fût installé 10 m en arrière du premier.

D'une manière générale, les valeurs absolues des rapports $E_x/\ddot{u}_x$, déduits des enregistrements de terrain, sont plus faibles d'un ordre de grandeur que les valeurs théoriques déduites de l'équation 1.38 pour un milieu saturé (Figure 5.32 et 5.33). Notons au passage que la valeur du potentiel ζ est importante pour la valeur absolue de $E_x/\ddot{u}_x$ (Figure 5.32).

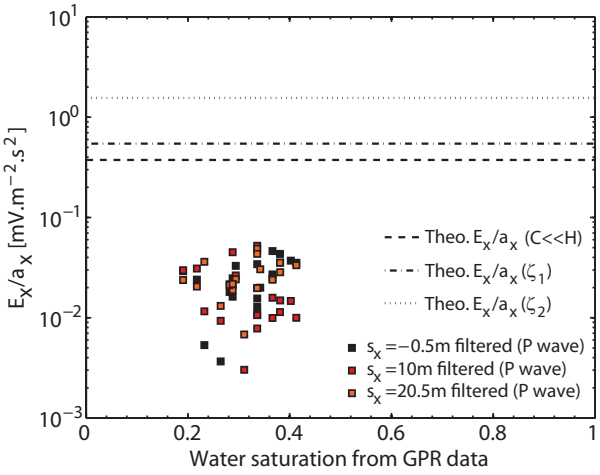


Figure 5.32. Amplitudes des fonctions de transfert sismo-électriques tracées en fonction de la teneur en eau déduite du pointé de l'onde directe dans le sol (Radar). Les tirs à x=-0.5 m (carrés noires), x =10.5 m (carrés rouges) et x =20.5 m (carrés oranges) sont représentés.

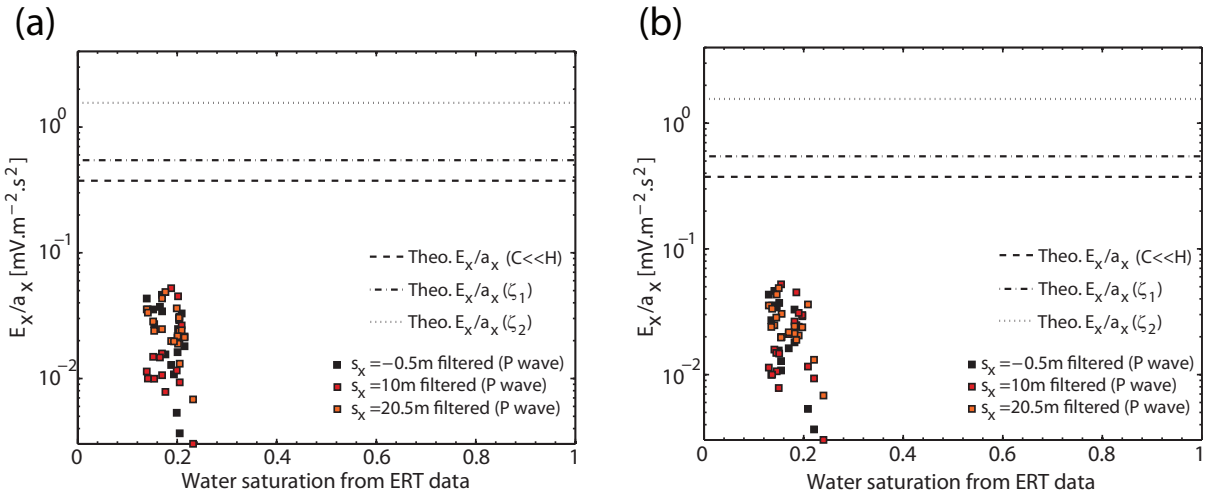


Figure 5.33. Amplitudes des fonctions de transfert sismo-électriques tracées en fonction de la teneur en eau déduite des mesures de résistivité électrique. Les tirs à x =-0.5 m (carrés noires), x =10.5 m (carrés rouges) et x =20.5 m (carrés oranges) sont représentés.

Ces observations sont cohérentes avec une étude menée récemment (Strasher *et al.*, 2010), qui montre que les fonctions de transfert sismo-électriques diminuent en fonction de la résistance, c.à.d lorsque la saturation diminue. Ceci implique que le couplage entre le courant électrique et le flux hydrique dans le cas d'une source sismique est plus faible en milieu non-saturé qu'en milieu saturé. Cette observation s'oppose aux résultats expérimentaux obtenus dans cette étude concernant le coefficient d'électro-filtration C. Cependant, la fonction de transfert décrite par l'équation 1.38 n'est pas stricto senso le coefficient d'électrofiltration. Ce dernier est bien partie prenante dans le phénomène, mais la réalité des couplages sismo-électriques est plus complexe, et amène des difficultés supplémentaires. Par exemple, la propagation d'une onde sismique est fonction de la nature du milieu, de ses propriétés mécaniques, de sa porosité, et la saturation joue également un rôle sur son atténuation. Des travaux portant sur la mesure de signaux sismo-électriques sur des échantillons en laboratoire (Ageeva *et al.*, 1999), suggèrent que les amplitudes sismo-électriques varient également de façon non-linéaire avec la conductivité électrique du fluide σ_w, la porosité, et la saturation en eau, lorsque le coefficient C lui est une fonction linéaire de σ_w. Notons pour finir, que l'équation 1.38 est définie dans le cadre d'un approximation basse fréquence (cf. section 1.5). L'étude des couplages sismo-électriques doit également être effectuée en fonction de la fréquence.

Conclusion générale et perspectives

Un des points importants de ce travail a été le développement d'une expérience permettant la mesure de potentiels d'électrofiltration au cours d'expériences de drainage réalisées dans une colonne de sable. Les résultats de quatre expériences ont été présentés dans le chapitre 3. Trois de ces expériences ont été réellement interprétées, la quatrième étant entachée d'un problème relatif à l'équilibre sable/eau. Le premier résultat est la variation non monotone observée du coefficient d'électrofiltration C en fonction de la saturation S_w. Lors des trois expériences, les valeurs de C mesurées commencent par augmenter lorsque la saturation diminue. Un maximum en terme de coefficient normalisé $C(S_w)/C_{min}$ est alors atteint pour une saturation comprise entre 0.65 et 0.85. La valeur particulière C_{min} correspondant au minimum de C mesuré - ou au maximum en valeur absolue - est alors mise en avant. Les coefficients d'électrofiltration diminuent ensuite lorsque S_w diminuent jusqu'à atteindre une valeur minimum proche de la saturation résiduelle S_w^r. Le deuxième point important est que les valeurs mesurées expérimentalement dépassent parfois de deux ordres de grandeurs la mesure de C en saturé. Un comportement de ce type et de telles valeurs n'ont encore jamais été observés. Il en résulte l'incapacité des différents modèles existants (Revil *et al.*, 2007; Perrier and Morat, 2000) à expliquer ces variations. Ceux-ci prédisent une variation monotone du coefficient d'électrofiltration relatif C_r lorsque la saturation en eau diminue.

Afin d'interpréter ces résultats, une première approche a été de proposer une loi empirique pouvant s'ajuster aux données expérimentales. En premier lieu, deux expressions dérivées de deux modèles existants ont été testées. Puis, une troisième relation introduisant le concept de saturation résisuelle électrocinétique $S_w^{r,ek}$ a été utilisée. Cette saturation sous-entend l'existence d'un phénomène électrocinétique lorsque l'écoulement macroscopique moyen est extrêmement faible. L'écoulement peut alors s'effectuer sous forme de films par exemple. L'expression proposée a permis de modéliser les données expérimentales dans les deux domaines de saturation délimités par la valeur critique de 0.65-0.85 caractérisant le maximum de C_{norm}. Les paramètres

obtenus sont relativement cohérents pour deux expériences dont les conditions expérimentales sont proches. Les valeurs de $S_w^{r,ek}$ ajustées, proches de 0.1, ont également permis de calculer une épaisseur de la couche diffuse par l'intermédiaire d'un modèle équivalent de monocouches d'eau adsorbées aux grains. L'épaisseur déduite est alors de 1 nm environ. Cette valeur est à comparer à la longueur de Debye - considérée comme une mesure de l'épaisseur de la couche diffuse en saturé - égale à 30 nm. Enfin, les valeurs de β_{ek} trouvées lors de l'ajustement sont comprises entre 0.4-0.6 pour le domaine où S_w est inférieure à 0.65-0.85.

La physique impliquée dans ces variations a été abordée dans le chapitre 4 par la modélisation des signaux expérimentaux, pour laquelle une nouvelle expression a été proposée. Celle-ci intègre une contribution dynamique liée à la variation temporelle des différences de pressions mesurées lors des drainages. Cette approche décrit un comportement transitoire du coefficient d'électrofiltration, porté par les dérivées premières des différences de pressions $\partial\Delta P/\partial t$. La première expérience modélisée avec cette expression montre l'importance de la contribution dynamique de l'équation pour ajuster les données. Cette contribution est prépondérante au début du drainage, précisément lorsque C_{norm} augmente lorsque S_w diminue, c.à.d pour S_w = [0.65-0.85 ; 1]. La relation permet donc de prédire de façon continue les deux comportements de C_{norm} (augmentation puis diminution) dans les deux domaines de saturation. Les résultats obtenus pour la deuxième expérience sont très comparables bien que des améliorations soient nécessaires dans le traitement des signaux d'entrée, particulièrement les dérivées des pressions mesurées $\partial\Delta P/\partial t$. La troisième expérience est caractérisée par un écoulement plus rapide. Il apparait que dans ces conditions, le modèle dit statique permet de mieux prédire les données que le modèle global. La contribution dynamique liée aux pressions devient alors inutile. Cette modélisation est basée sur une hypothèse délimitant deux domaines : statique et dynamique. Le point limite entre ces deux domaines est défini a priori lorsque $\partial^2\Delta P/\partial t^2 = 0$. L'étude a posteriori du temps caractéristique τ a montré que cette hypothèse pouvait être affinée mais n'était pas aberrante. Les valeurs des paramètres ajustés $(n_s, n_d, C_{min}^{10,9}, C_{min}^{9,8}, C_{min}^{8,7}, \tau)$ sont différents d'une expérience à une autre et une gamme de variation précise ne peut être donnée pour le moment. Les valeurs de C_{min} ajustées sont relativement proches des valeurs mesurées, ce qui suggère que ce paramètre à une réelle signification physique. Les paramètres estimés pour les dipôles (10,9) pris indépendamment sont différents des paramètres globaux pour chaque expérience. Ce dipôle semble donc avoir un comportement singulier.

L'ensemble de ces observations mènent à un certain nombre d'interrogations :

- Le flux est-il un paramètre important ? Un seuil de vitesse peut il être défini pour délimiter les comportements statique et dynamique ?
- Quelle est la signification physique du paramètre C_{min} ?

Concernant l'aspect numérique, le calcul présenté dans ce travail pourrait être amélioré en intégrant différentes informations a priori supplémentaires. Un modèle de référence basé sur l'équation statique pourrait être testé par exemple. Un test a posteriori a montré que l'hypothèse utilisée pour délimiter les domaines statique et dynamique pouvait être affinée. Cette information pourrait également être intégrée comme a priori dans un nouveau calcul. Plusieurs perspectives expérimentales sont également à considérer. Comme la dynamique de l'écoulement semble importante, des expériences mettant en jeu des écoulements stationnaires non-saturés semblent nécessaires. De plus, des expériences d'imbibition permettraient de confirmer ou d'infirmer le lien du paramètre C_{min} avec les conditions de drainage. Enfin, de nouvelles expériences de drainage couvrant une gamme plus importante de flux pourraient permettre d'affiner l'hypothèse mettant en cause la vitesse d'écoulement.

Le dernier aspect de ce travail, développé dans le chapitre 5, porte sur une étude de terrain des amplitudes sismo-électriques. Deux profils sismo-électriques de 20 m ont permis le calcul de fonctions de transferts $E_x/\ddot{u}_x$. Ces fonctions de transferts ont été comparées à des mesures de résistances électriques ainsi qu'à des valeurs de teneur en eau. Deux formes d'ondes ont été traitées indépendamment : les ondes P et les ondes de surface. Les fonctions de transferts déduites ont montré que seules les ondes P devaient être intégrées au calcul. La prise en compte des ondes de surfaces mène en effet à des artéfacts. Les variations latérales de teneur en eau observées sont trop faibles pour déduire une relation amplitude/saturation. Néanmoins, ces amplitudes semblent être plus faibles d'un ordre de grandeur par rapport aux amplitudes théoriques correspondant au milieu saturé. Quelques perspectives se détachent de ce travail :

- Acquérir de nouveaux profils à l'endroit où les variations de saturation déduites du radar et de l'électrique semblent plus importantes,
- Traiter le cas des fonctions de transferts théoriques liées aux ondes de surface,
- Compte-tenu de la polarisation complexes de ces ondes (composantes verticales et horizontales), acquérir des profils sismo-électriques intégrant les trois composantes des signaux sismiques.

Les valeurs de teneur en eau ont été déduites d'une interprétation conjointe des données radar et de résistivités électriques. Les informations liées à ces deux méthodes ont été intégrées dans

le même calcul et une image de saturation en eau du sol a ainsi été proposée. Le radar a d'abord permis de déduire un modèle de saturation à l'aide d'une relation empirique reliant la permittivité électrique ϵ_r à la teneur en eau θ. Par la suite, la saturation en eau liée aux mesures de résistivité électrique a été ajustée à celle déduite du radar. Cet ajustement a mené aux valeurs de facteur de formation défini par la loi d'Archie, $F = \phi^{-m}$.

Cette approche, relativement simple en l'état, donne des perspectives sur l'étude conjointe de données radar et électrique. A priori, l'inversion jointe de ces données peut être handicapée par la différence de résolution inhérente aux deux méthodes. En réalité, ces différences peuvent être complémentaires. Ainsi, les formes d'ondes radar peuvent être modélisées en intégrant quelques uns de leurs attributs (amplitudes, atténuation). Cette modélisation combinée à une modélisation de la résistivité électrique, pourrait conduire aux valeurs de conductivité électrique et de permittivité diélectrique, en intégrant les variations de paramètres du sol tels que la porosité ou la saturation en eau.

Bibliographie

Adamson, A. W. (1990). *Physical chemistry of surfaces*. New-York : John Wiley & sons Inc.

Ageeva, O. A., Svetov, B. S., Sherman, G. K. and Shipulin, S. V. (1999). E-effect in rocks. *Russian geology and geophysics 40*(8), 1232–1237.

Allègre, V., Jouniaux, L., Lehmann, F. and Sailhac, P. (2010). Streaming potential dependence on water-content in fontainebleau sand. *Geophys. J. Int.*, **182**, 1248–1266.

Annan, A. P. (2006). Gpr methods for hydrological studies. *(eds.) Y. Rubin and S.S. Hubbard, Hydrogeophysics, Springer*, 185–213.

Archie, G. E. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.*, 146–154.

Aubert, M. and Atangana, Q. Y. (1996). Self-potential method in hydrogeological exploration of volcanic areas. *Ground-water 34*(6), 1010–1016.

Bano, M. (2006). Effects of transition zone above a water table on the reflection of gpr waves. *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L13309.

Beamish, D. (1999). Characteristics of near-surface electrokinetic coupling. *Geophys. J. Int.*, **137**, 231–242.

Bear, J. (1972). *Dynamics of fluids in porous media*. New York : American Elsevier Pub. Inc.

Belfort, B. (2006). *Thèse de doctorat : Modélisation des écoulements en milieux poreux non-saturés par la méthode des éléments finis mixtes hydrides*. Université Louis Pasteur, Strasbourg, France.

Besbes, M., de Marsily, G. and Plaud, M. (1978). Balance of the underground water resources in the aquitain basin. *IAHS Publications, Hydrogeology of Great Sedimentary Basins* (120), 294–303.

Biot, M. A. (1956a). Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid : I. low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am. 28*(2), 168–178.

Biot, M. A. (1956b). Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid : Ii. high frequency range. *J. Acoust. Soc. Am. 28*(2), 178–191.

Bogolovsky, V. A. and Ogilvy, A. A. (1973). Deformations of natural electric fiels near drainage structures. *Geophysical Prospecting*, **21**, 716–723.

Bordes, C. (2005). *Thèse de doctorat : Etude expérimentale des phénomènes transitoires sismo-électromagnétiques*. Université Joseph Fourier, Grenoble I, France.

Bordes, C., Jouniaux, L., Dietrich, M., Pozzi, J.-P. and Garambois, S. (2006). First laboratory measurements of seismo-magnetic conversions in fluid-filled fontainebleau sand. *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L01302.

Brooks, R. J. and Corey, A. T. (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrol. Pap.*, **3**, 318–333.

Butler, K. E. and Russel, R. D. (1993). Substraction of powerline harmonics from geophysical records. *Geophysics*, **58**, 898–903.

Byrd, R. H., Schnabel, R. B. and Shultz, G. A. (1988). Approximate solution of the trust region problem by minimization over two-dimensional subspaces. *Mathematical Programming*, **40**, 247–263.

Carsel, R. F. and Parrish, R. S. (1988). Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics. *24*(5), 755–769.

Chapman, D. L. (1913). *Philos. Mag. 25*(6).

Chun, M.-S., Lee, S.-Y. and Yang, S.-M. (2003). Estimation of zeta potential by electrokinetic analysis of ionic fluid flows through a divergent microchannel. *Journal of Colloid and Interface Science*, **266**, 120–126.

Corwin, F. R. and Hoover, D. B. (1979). The self-potential method in geothermal exploration. *Geophysics 44*(2), 226–245.

Corwin, F. R. and Morrison, H. F. (1977). Self-potential preceding earthquakes in central california. *Geophys. Res. Lett. 4*(4), 171–174.

Dahlin, T. and Zhou, B. (2004). A numerical comparison of 2d resistivity imaging with 10 electrode arrays. *Geophys. Prosp.*, **52**, 379–398.

Dantzig, G. B. (1951). Maximization of a linear function subject to linear inequalities. *in Activity Analysis of Production and Allocation, T. C. Koopmans (ed.), John Wiley & Sons*, 339–347.

Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon.* Paris : V. Dalmont.

Darnet, M., G.Marquis and Sailhac, P. (2006). Hydraulic stimulation of geothermal reservoirs :fluid flow, electric potential and microseismicity relationships. *Geophys. J. Int.*, **166**, 438–444.

Darnet, M., Marquis, G. and Sailhac, P. (2003). Estimating aquifer hydraulic properties from the inversion of surface streaming potential (sp) anomalies. *Geophys. Res. Lett. 1679*(30).

David, C. (1993). Geometry of flow paths for fluid transport in rocks. *J. Geophys. Res. 98*(B7), 12,267–12,278.

Davis, J. A., James, R. O. and Leckie, J. (1978). Surface ionization and complexation at the oxide/water interface. *Journal of Colloid and Interface Science*, **63**, 480–499.

Davis, J. A. and Kent, D. B. (1990). Surface complexation modeling in aqueous geochemistry. *in Mineral-water interface geochemistry, ed. M.F. Hochella Jr. and A. F. White*, **23**, 177–260.

Davis, J. L. and Annan, S. P. (1989). Ground-penetrating radar for highresolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophysical Prospecting 37*(5), 531–551.

de Barros, L. (2007). *Thèse de doctorat : Sensibilité et inversion des formes d'ondes sismiques en milieu poreux stratifié.* Université Joseph Fourier, Grenoble I, France.

Debye, P. and Hückel, E. (1923). *Phys. Z.*, **24**, 185.

Dix, C. H. (1955). Seismic velocities from surface measurements. *Geophysics 20*(1), 68–86.

Doussan, C., Jouniaux, L. and Thony, J.-L. (2002). Variations of self-potential and unsaturated flow with time in sandy loam and clay loam soils. *Journal of Hydrology*, **267**, 173–185.

Dukhin, S. S. and Derjaguin, B. V. (1974). *Surface and Colloid Science, edited by E. Matijevic.* New York : John Wiley and sons.

Dupuis, J. C., Butler, K. E. and Kepic, A. W. (2007). Seismoelectric imaging of the vadose zone of a sand aquifer. *Geophysics*, **72**, A81–A85.

Dutta, N. and Odé, H. (1979a). Attenuation and dipersion of compressional waves in fluid-filled porous rocks with partial gas saturation (white model) - part i : Biot theory. *Geophysics 44*(11), 1777–1788.

Dutta, N. and Odé, H. (1979b). Attenuation and dipersion of compressional waves in fluid-filled porous rocks with partial gas saturation (white model) - part ii : Results. *Geophysics 44*(11), 1789–1805.

Dvorkin, J., Nolen-Hoeksema, R. and Nur, A. (1994). The squirt-flow mechanism : Macroscopic description. *Geophysics 59*(3), 428–438.

Dvorkin, J. and Nur, A. (1993). Dynamic poroelasticity : A unified model with the squirt and the biot mechanism. *Geophysics 58*(4), 524–533.

Finizola, A., Lenat, J.-F., Macedo, O., Ramos, D., Thouret, J.-C. and Sortino, F. (2004). Fluid circulation and structural discontinuities inside misti volcano (peru) inferred from sel-potential measurements. *J. Volc. Geotherm. Res. 135*(4), 343–360.

Finizola, A., Sortino, F., Lenat, J.-F. and Valenza, M. (2002). Fluid circulation at stromboli volcano (aeolian islands, italy) from self potential and co2 surveys. *J. Volc. Geotherm. Res.* (116), 1–18.

Garambois, S. and Dietrich, M. (2001). Seismoelectric wave conversions in porous media : Field measurements and transfer function analysis. *Geophysics*, **66**, 1417–1430.

Garambois, S., Senechal, P. and Perroud, H. (2002). On the use of combined geophysical methods to access water content and water conductivity of near surface formations. *Journal of Hydroloy* (259), 32–48.

Gardner, W. R. (1958). Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sciences*, **85**, 228–232.

Gaskin, G. J. and Miller, J. D. (1996). Measurement of soil water content using a simplified impedance measuring technique. *Journal of Agricultural Engineering Research*, **63**, 153–160.

Gassman, F. (1951). über die elastizität poräser medien. *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, **96**, 19–23.

Glover, P. W. J. and Jackson, M. D. (2010). Borehole electrokinetics. *The leading edge*, **29**, 724–728.

Gouy, G. (1910). *J. Phys. Radium 9*(4), 457.

Grahame, D. C. (1947). The electrical double layer and the theory of electrocapillarity. *Chem. Rev*, **41**, 441–501.

Guichet, X., Jouniaux, L. and Catel, N. (2006). Modification of streaming potential by precipitation of calcite in a sand-water system : laboratory measurements in the ph range from 4 to 12. *Geophys. J. Int.*, **166**, 445–460.

Guichet, X., Jouniaux, L. and Pozzi, J.-P. (2003). Streaming potential of a sand column in partial saturation conditions. *J. Geophys. Res. 108*(B3), 2141.

Haartsen, M. W. and Pride, S. R. (1997). Electroseismic waves from point sources in layered media. *J. Geophys. Res. 102*(B12), 24.745–24.769.

Hase, H., Ishido, T., Takakura, S., Hashimoto, T., Sato, K. and Tanaka, Y. (2003). Zeta potential measurement of volcanic rocks from aso caldera. *Geophys. Res. Lett. 23*(30), 2210.

Hayek, M., Lehmann, F. and Ackerer, P. (2008). Adaptative multi-scale parametrization for one-dimensional flow in unsaturated porous media. *Adv. Water Resour.*, **31**, 28–43.

Helmholtz, H. (1879). Studien über elektrische grenzschichten. *Annelen der physik und chemie 7*(7), 337–382.

Ishido, T. (2004). Electrokinetic mechanism for the w-shaped self-potential profile on volcanoies. *Geophys. Res. Lett.* (31), L15616.

Ishido, T. and Mizutani, H. (1981). Experimental and theoretical basis of electrokinetic phenomena in rock water systems and its applications to geophysics. *J. Geophys. Res.*, **86**, 1763–1775.

Jaafar, M. Z., Vinogradov, J. and Jackson, M. D. (2009). Measurement of streaming potential coupling coefficient in sandstones saturated with high salinity nacl brine. *Geophys. Res. Lett.*, **36**, L21306.

Jackson, M. D. (2010). Multiphase electrokinetic coupling : Insights into the impact of fluid and charge distribution at the pore scale from a bundle of capillary tubes model. *J. Geophys. Res.*, **115**, B07206.

Johnson, D. L., Koplik, J. and Dashen, R. (1987). Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *J. Fluid Mech.*, **176**, 379–402.

Johnson, D. L., Koplik, J. and Schwartz, M. (1986). New pore-size parameter characterizing transport in porous media. *Phys. Rev. Lett. 57*(20), 2564–2567.

Jouniaux, L., Maineult, A., Naudet, V., Pessel, M. and Sailhac, P. (2009). Review of self-potential methods in hydrogeophysics. *C. R. Geoscience*, **341**, 928–936.

Jouniaux, L. and Pozzi, J.-P. (1995a). Permeability dependance of streaming potential in rocks for various fluid conductivity. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 485–488.

Jouniaux, L. and Pozzi, J.-P. (1995b). Streaming potential and permeability of saturated sandstones under triaxial stress : consequences for electrotelluric anomalies prior to earthquakes. *J. Geophys. Res.*, **100**, 10,197–10,209.

Kinniburgh, D. G., Syers, J. K. and Jackson, M. L. (1975). Specific adsorption of trace amounts of calcium and strotium by hydrous oxides of iron and aluminium. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **39**, 464–470.

Kuwano, O., Natakani, M. and Yoshida, S. (2006). Effect of the flow state on streaming current. *Geophys. Res. Lett.* (33), L21309.

Lac, E. and Sherwood, J. D. (2009). Streaming potential generated by a drop moving along the centreline of a capillary. *J. Fluid Mech.*, **640**, 55–77.

Lehmann, F. (1996). *Thèse de doctorat : Hydrodynamique en milieux poreux hétérogènes non-saturés : Identification des paramètres par approche inverse.* Université Louis Pasteur, Strasbourg, France.

Lehmann, F. and Ackerer, P. (1998). Comparison of iterative methods for improved solutions of the fluid flow equation inpartially saturated porous media. *Transport in Porous media*, **31**, 275–292.

Lesmes, D. P. and Friedman, S. P. (2006). Relationships between the electrical and hydrogeological properties of rocks and soils. *(eds.) Y. Rubin and S.S. Hubbard, Hydrogeophysics, Springer*, 87–128.

Levine, P. L. (1975). The solution of a modified poisson-boltzmann equation for colloidal particles in electrolyte solutions. *Journal of Colloid and Interface Science 51*(1), 72–86.

Linde, N., Jougnot, D., Revil, A., Matthai, S. K., Renard, D. and Doussan, C. (2007). Streaming current generation in two-phase flow conditions. *Geophys. Res. Lett.*, **34**, LO3306.

Lorne, B., Perrier, F. and Avouac, J.-P. (1999). Streaming potential measurements. 1. properties of the electrical double layer from crushed rock samples. *J. Geophys. Res. 104*(B8), 17.857–17.877.

Maineult, A., Bernabé, Y. and Ackerer, P. (2005). Detection of advected concentration and ph fronts from self-potential measurements. *J. Geophys. Res.*, **110**, B11205.

Maineult, A., Jouniaux, L. and Bernabé, Y. (2006). Influence of the mineralogical composition on the self-potential response to advection of kcl concentration fronts through sand. *Geophys. Res. Lett.* (33), L24311.

Marquardt, D. (1963). An algorithjm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math. 11*(2), 431–441.

Mavko, G. M. and Nur, A. (1979). Wave attenuation in partially saturated rocks. *Geophysics 44*(2), 161–178.

Moore, J., Glaser, S. and Morrison, H. (2004). The streaming potential of liquid carbon dioxide in berea sandstone. *Geophys. Res. Lett.* (31), L17610.

Moré, J. J. and Sorensen, D. C. (1983). Computing a trust region step. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, **3**, 553–572.

Morel-Seytoux, H. J., Meyer, P. D., Nachabe, M., Touma, J., van Genuchten, M. T. and Lenhard, R. J. (1996). Parameter equivalence for the brooks-corey and van genuchten soil characteristics : Preserving the effective capillary drive. *32*(5), 1251–1258.

Morgan, F. D., Williams, E. R. and Madden, T. R. (1989). Streaming potential properties of westerly granite with applications. *J. Geophys. Res. 94*(B9), 12.449–12.461.

Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. , **12**, 513–522.

Naudet, V., Revil, A., Bottero, J.-Y. and Bégassat, P. (2003). Relationship between self-potential (sp) signals and redox conditions in contaminated groundwater. *Geophys. Res. Lett. 30*(21).

Oldenburg, D. W., McGillivray, P. R. and Ellis, R. G. (1993). Generalized sub-space methods for large-scale inverse problems. *Geophys. J. Int.*, **114**, 12–20.

Onizawa, S., Matsushima, N., Ishido, T., Hase, H., Takakura, S. and Nishi, Y. (2009). Self-potential distribution on active volcano controlled by three-dimensional resistivity structure in izu-oshima, japan. *Geophys. J. Int.*, **178**, 1164–1181.

Onsager, L. (1931). Reciprocical relation in irreversible processes : I. *Phys. Rev*, **37**.

Overbeek, J. T. G. (1952). Electrochemistry of the double layer. *Colloid Science, Irreversible Systems, edited by H. R. Kruyt, Elsevier*, **1**, 115–193.

Perrier, F. and Morat, P. (2000). Characterization of electrical daily variations induced by capillary flow in the non-saturated zone. *Pure and Appl. Geophys*, **157**, 785–810.

Pinder, G. F. and Gray, W. G. (1977). Finite element simulation in surface and subsurface hydrology. *New York : Academic Press*.

Press, W. H., Teukolsky, S., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. (1992). *Numerical recipes in fortran, the art of scientific computing.* Cambridge : Second edition, Cambridge University Press.

Pride, S. (1994). Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustics of porous media. *Physical Review B*, **50**, 15678–15695.

Pride, S. and Morgan, F. D. (1991). Electrokinetic dissipation induced by seismic waves. *Geophysics 56*(7), 914–925.

Pride, S. R., Ganji, A. F. and Morgan, D. (1992). Deriving the equations of motion for porous isotropic media. *J. Acoust. Soc. Am. 92*(6), 3278–3290.

Pride, S. R. and Haartsen, M. W. (1996). Electroseismic wave properties. *J. Acoust. Soc. Am. 100*(3), 1301–1315.

Quincke (1861). *Pogg. Ann.*, **113**, 513.

Rawls, W. J., Brakensiek, D. L. and Saxton, K. E. (1982). Estimation of soil water properties. *Trans. ASAE*, **25**, 1316–1320.

Reppert, P. M., Morgan, F. D., Lesmes, D. P. and Jouniaux, L. (2001). Frequency-dependent streaming potentials. *Journal of Colloid and Interface Science* (234), 194–203.

Revil, A. and Cerepi, A. (2004). Streaming potentials in two-phase flow conditions. *Geophys. Res. Lett.* (31), L11605.

Revil, A., Linde, N., Cerepi, A., Jougnot, D., Matthai, S. and Finsterle, S. (2007). Electrokinetic coupling in unsaturated porous media. *Journal of Colloid and Interface Science*, **313**, 315–327.

Revil, A., Pezard, P. A. and Glover, P. W. J. (1999). Streaming potential in porous media : 1. theory of the zeta potential. *J. Geophys. Res. 104*(B9), 20.021–20.031.

Rice, C. L. and Whitehead, R. (1965). Electrokinetic flow in a narrow cylindrical capillary. *J. Phys. Chem. 69*(11), 4017–4023.

Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous medium. *Physics*, **1**, 318–333.

Rivière, A. (1977). *Méthodes granulométriques : Techniques et interprétations*. Paris : Masson.

Sailhac, P., Darnet, M. and Marquis, G. (2004). Electrical streaming potential measured at the ground surface : forward modeling and inversion issues for monitoring infiltration and characterizing the vadose zone. *Vadose Zone J.* (3), 1200–1206.

Saracco, G., Labazuy, P. and Moreau, F. (2004). Localization of self-potential sources in volcano-electric effect with complex continuous wavelet transform and electrical tomography methods for an active volcano. *Geophys. Res. Lett.* (31), L12610.

Sato, M. and Mooney, H. M. (1959). The electrochemical mechanism of sulphide self-potentials. *Geophysics*, **25**, 226–249.

Saunders, J. H., Jackson, M. D. and Pain, C. C. (2008). Fluid flow monitoring in oilfields using downhole measurements of electrokinetic potential. *Geophysics*, **73**, E165–E180.

Sherwood, J. D. (2009). Streaming potential generated by a small charged drop in poiseuille flow. *Phys. Fluids*, **21**, 013101–1–16.

Smoluchowski, M. (1903). Zur theorie der elektrischen kataphorese und der oberflëchenleitung. *Physikalische Z*, **6**, 529–536.

Sposito, G. (1990). Molecular models of ion adsorption on mineral surfaces. *in Mineral-water interface geochemistry, ed. M.F. Hochella Jr. and A. F. White*, **23**, 261–280.

Stern, O. (1924). Zur theorie der electrolytischen doppelschicht. *Z. Electrochem.*, **30**, 508–516.

Strasher, M., Jouniaux, L., Matthey, P. S. P.-D. and Zillmer, M. (2010). Dependence of seismoelectric amplitudes on water content. *in corrections to GJI*.

Thompson, A. H. and Gist, G. A. (1993). Geophysical applications of electrokinetic conversion. *The leading Edge*, 1169–1173.

Thony, J. L., Morat, P., Vachaud, G. and Mouël, J. L. (1997). Field characterization of the relationship between electrical potential gradients and soil water flux. *CR Acad. Sci. Paris, Earth Planetary Sci.*, **325**, 317–321.

Topp, G. C., Davis, J. L. and Annan, A. P. (1980). Electromagnetic determination of soil water content : measurements in coaxial transmission lines. *Water Resources Research 16*(3), 574–582.

Tosha, T., Matsushima, N. and Ishido, T. (2003). Zeta potential measured for an intact granite sample at temperatures to 200c. *Geophys. Res. Lett. 30*(6).

van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **44**, 892–898.

Waxman, M. H. and Smits, L. J. M. (1968). Electrical conductivities in oil-bearing shaly sands. *Trans. AIME*, **243**, 107–122.

Wishart, D., Slater, L. and Gates, E. (2006). Self potential improves characterization of hydraulically-active fractures from azimuthal geoelectrical measurement. *Geophys. Res. Lett.* (33), L17314.

Zlotnicki, J., Boudon, G., Viodé, J., Delarue, J., Mille, A. and Bruère, F. (1998). Hydrothermal circulation beneath mount peleÂ´e inferred by self potential surveying. structural and tectonic implications. *J. Volc. Geotherm. Res.*, **84**, 73–91.

Annexe A : Expression du coefficient d'électrofiltration dans un capillaire poreux saturé

L'intérêt pour l'étude des phénomènes électrocinétiques n'est pas récent, Helmholtz (1873) décrit le modèle de double couche électrique, puis il fut développé par Gouy (1910), Chapman (1913) et enfin par Stern (1924), pour aboutir au modèle décrit au premier paragraphe. Smoluchowski (1917) est le premier a formaliser l'expression du coefficient de couplage électrocinétique dans le cas d'un capillaire poreux complètement saturé, dont le rayon est très supérieur à l'épaisseur de la double couche électrique par la formule :

$$C_{HS} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \zeta}{\eta \sigma f} \tag{A.1}$$

Afin de démontrer l'expression du coefficient de couplage, considérons un capillaire poreux saturé en eau, de rayon a et de longueur L. L'équation de Maxwell-Gauss décrit le champ électrique **E** en fonction de la densité de charges présente dans le fluide tel que :

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E} = -\frac{\rho(r)}{\epsilon_0 \epsilon_r} \tag{A.2}$$

où $\rho(r)$ est la densité de charges électriques, ϵ_0 la constante diélectrique et ϵ_f la permittivité électrique relative du fluide. Le courant électrique élémentaire selon l'axe du capillaire, pour le cas d'un électrolyte monovalent peut s'écrire sous la forme (Levine, 1975) :

$$i_x = \beta e[n_{l+} + n_{l\text{-}}]E + \rho(r)v(r) \tag{A.3}$$

$\beta e[n_{l+} + n_{l\text{-}}]E$ ($\equiv \sigma_f$E) est le terme du courant de conduction et $\rho(r)v(r)$ correspond à la contribution du courant de convection. n_{l+} et $n_{l\text{-}}$ sont les nombres de cations et anions présents en solution. L'équation de Boltzmann permet d'établir le nombre total d'ions en solution :

$$N_{l\pm} = n_0 \exp\left(\frac{e\Phi^0}{kT}\right) \tag{A.4}$$

On reconnait ici le potentiel Φ^0 présent au sein de la double couche électrique, et explicité au chapitre 1. L'expression du courant total dans le capillaire, en coordonnées cylindriques, est donnée par l'intégration suivante :

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^a i_x r d\theta dr \tag{A.5}$$

Les symétries du problème impliquent l'invariance du courant électrique total selon l'angle θ. Ainsi, le courant ne dépend que de la distance à l'axe du capillaire :

$$I = 2\pi \int_0^a i_x r dr \tag{A.6}$$

En intégrant A.3 dans A.6 on écrit :

$$I = 2\pi \int_0^a \sigma_f \cosh\Phi^0(r) r dr + 2\pi \int_0^a \rho(r) v(r) r dr \tag{A.7}$$

L'expression hyperbolique du potentiel électrique dans le premier terme de l'équation ci-dessus est liée à l'excès de conductance à la surface du capillaire créé par la double couche électrique. On négligera cette effet devant la conductivité électrique. En outre, la résolution de l'équation necessite les expressions de $\rho(r)$ et de $v(r)$. L'expression de l'équation de Maxwell-Gauss en coordonnées cylindriques et à 1D s'écrit,

$$\rho(r) = \epsilon_0 \epsilon_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi^0(r)}{\partial r} \right) \tag{A.8}$$

d'autre part, pour un écoulement laminaire dans un capillaire de longueur L, soumis à une variation de pression totale ΔP, la vitesse du fluide a pour expression (loi de Poiseuille) :

$$v(r) = \frac{1}{4\eta L}(a^2 - r^2)\Delta P \tag{A.9}$$

où η est la viscosité dynamique du fluide. On note que l'écoulement de poiseuille satisfait la condition d'une vitesse nulle sur les bords du capillaire, soit $v(a) = 0$, ainsi qu'une vitesse maximum au centre du capillaire, soit $\frac{dv}{dr}|_{\mathrm{r}=0} = 0$. Après l'application de ces conditions aux limites à l'équation A.8, le calcul du premier terme de A.8 mène à l'expression du courant de conduction :

$$I_{\mathrm{cond}} = \pi a^2 \sigma_f E \tag{A.10}$$

quant au deuxième terme, il mène à l'expression du courant de convection :

$$I_{\mathrm{conv}} = -\frac{\epsilon_0 \epsilon_f \Delta P \pi a^2 \zeta}{\eta L} \tag{A.11}$$

En l'absence de source extérieure de courant, la conservation de la densité de courant électrique induit l'égalité de ces deux contributions (convection et conduction) au courant total, soit :

$$J = \frac{(I_{\mathrm{cond}} + I_{\mathrm{conv}})}{\pi a^2} \equiv -\frac{\epsilon_0 \epsilon_f \zeta \Delta P}{\eta L} = \sigma_f \frac{\Delta V}{L} \tag{A.12}$$

ceci mène à l'équation de Helmohltz-Smoluchowski du coefficient d'électrofiltration 1.15 :

$$\frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_f \zeta}{\eta \sigma_f}. \tag{A.13}$$

Annexe B : Étalonnage des sondes de teneur en eau

Comme expliqué dans le chapitre 3, les sondes de teneur en eau ont été étalonnées en utilisant la loi suivante :

$$V_{output} = a\theta^2 + b \tag{B.1}$$

ou encore :

$$\theta = \sqrt{\frac{V_{output} - b}{a}} \tag{B.2}$$

Chaque sonde a été étalonnée séparément, ainsi dix jeux de paramètres (a,b) ont été déduits. Dans le travail présenté ici, un jeu de paramètre moyen a été ajusté en utilisant toutes les sondes. Nous rappelons dans cette annexe, les dix jeux de paramètres dans le tableau B1. La figure B1 présentent le résultat des calibrations pour chaque sonde.

Tableau B1. Paramètres a et b de l'équation B.2 ajustés pour chaque sonde de teneur en eau.

Sonde n°	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10
a	5.07	5.017	4.723	4.455	4.876	4.894	4.894	5.252	5.165	5.318
b	0.104	0.097	0.111	0.123	0.11	0.104	0.096	0.092	0.098	0.128

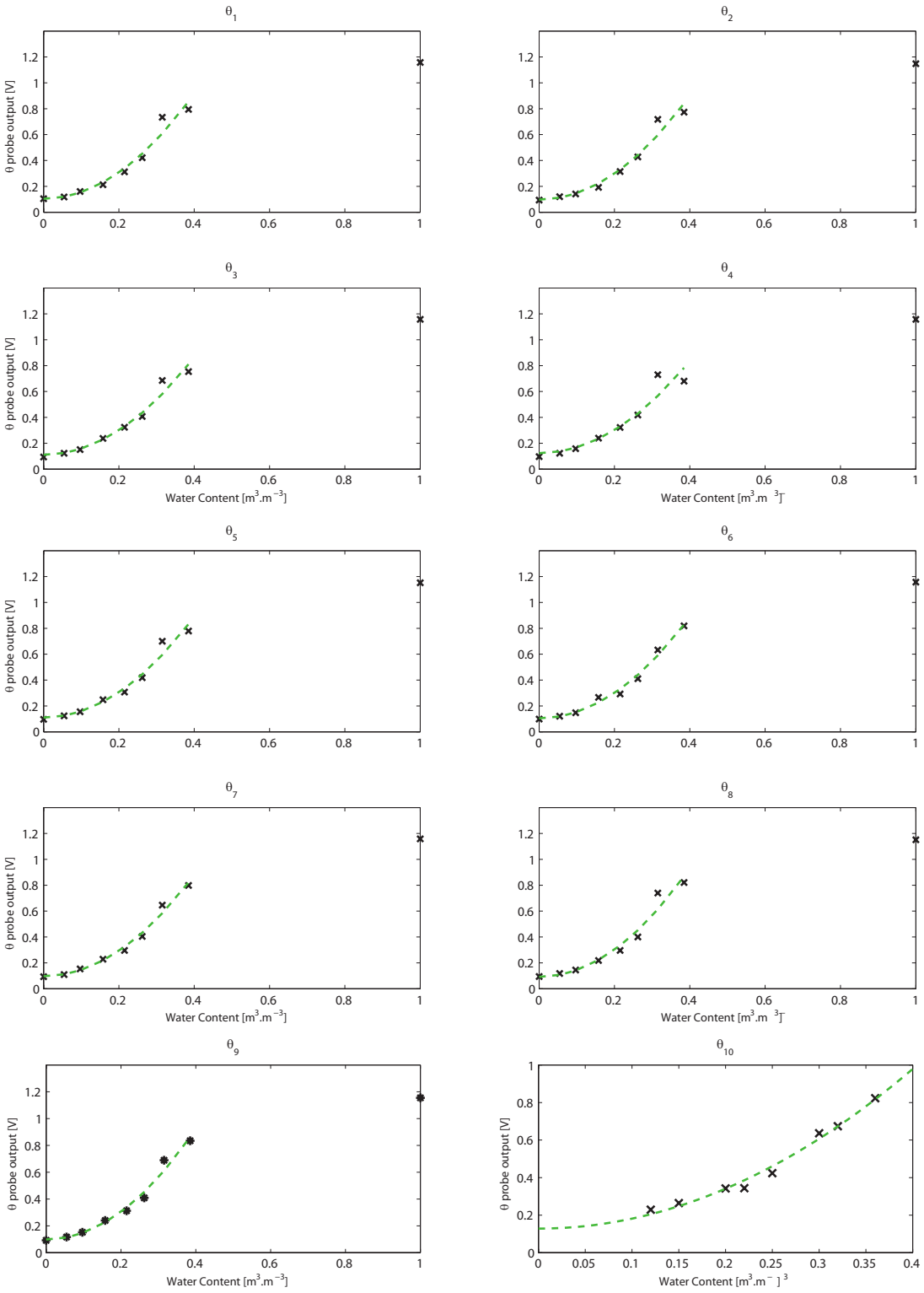


Figure B1. Relations θ / tension de sortie, établies lors de la calibration des sondes de teneur en eau.

Annexe C : Résolution numérique par éléments finis de l'équation de Richards en 1D

Les expériences présentées dans ce travail ont nécessité la connaissance des conditions hydrodynamiques. C'est dans ce cadre que l'équation de l'écoulement a été résolue, ce qui a permis d'accéder aux paramètres du milieu (paramètres des lois $h(\theta)$ et $K(\theta)$).

C-1 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION

Commençons par le problème direct et l'écriture de l'équation 2.17 sous forme discrète. Plusieurs auteurs ont montré que la forme mixte de l'équation de Richards mène à des solutions plus précises (). Cette équation peut en effet s'écrire uniquement en fonction de θ, ou en fonction de h, sa forme mixte étant donnée par l'équation 2.17. Ecrite sous sa forme mixte, pour 1 dimension verticale, l'équation de Richards est telle que :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[K(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1\right)\right] \tag{C-1.1}$$

Dans le code utilisé dans la suite de ce travail, la discrétisation spatiale de l'équation est réalisée par la méthode des éléments finis de type Galerkin (Pinder and Gray, 1977). Cette méthode est basée sur l'utilisation de fontions de bases pour approximer les variables $h(z,t)$, $\theta(h(z,t))$ et $K(h(z,t))$. Les fonctions utilisées ici sont linéaires (d'ordre 1) et illustrées sur la figure C1. Les variables d'état continues sont donc approchées telles que : $h(z,t) \simeq \sum_{i=1}^{Ne+1} \phi_i(z) h_i(t)$, le principe étant le même pour $\theta(h(z,t))$ et $K(h(z,t))$. Les variables discrètes sont ensuite remplacées dans l'équation C-1.1, qui doit par la suite être intégrée sur tout le domaine. La discrétisation temporelle est quant à elle effectuée par différences finies, ce qui conduit au système suivant :

$$[E]\left\{\frac{\theta^{n+1} - \theta^n}{\Delta t^{n+1}}\right\} + [A^{n+1}]\{h^{n+1}\} - \{F^{n+1}\} = 0 \tag{C-1.2}$$

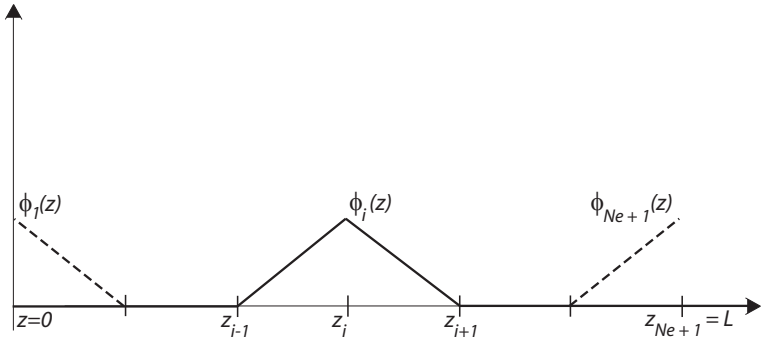


Figure C1. Fonction de bases utilisées pour la discrétisation spatiale des variables θ, h et K.

[E] est la matrice diagonale globale dont les éléments dépendent de la géométrie des nœuds. [A^{n+1}] est la matrice de conductance globale tri-diagonale dont les éléments sont les conductivités hydrauliques au différents nœuds, et {F^{n+1}} est le vecteur global dont les éléments sont également fonctions des termes K^{n+1}. Cette équation est toujours fortement non-linéaire car : $\theta^{n+1} = \theta(h^{n+1})$ et $K^{n+1} = K(h^{n+1})$. Le système doit donc être linéarisé.

C-2 LINÉARISATION DE L'ÉQUATION

La méthode de linéarisation utilisée est la méthode de Newton-Raphson. C'est une méthode itérative qui nécessite la définition d'une solution initiale (en terme de pression h), h^n à l'itération k. A partir de la solution définie au pas de temps k, la solution au pas de temps $k+1$ est calculée par perturbation : $\{h^{n+1,k+1}\} = \{h^{n+1,k}\} + \{\Delta h^{n+1,k}\}$. Le vecteur résidu, noté $\{R^k\}$, est calculé par l'équation C-1.2. Dans la méthode de Newton-Raphson, le vecteur $\{\Delta h^{n+1,k}\}$ est calculé en approchant le vecteur résidu par un développement de Taylor de deuxième ordre. Celui-ci doit être nul après convergence, ce qui est formulé, en négligeant les termes d'ordre supérieurs à 1, par :

$$\{R^{k+1}\} \simeq \{R^k\} + \left[\frac{\partial R^k}{\partial h^{n+1,k}}\right]\{\Delta h^{n+1,k}\} = 0 \qquad \text{(C-2.1)}$$

L'application de la méthode de Newton-Raphson à l'équation 2.17 mène donc au système suivant :

$$\left([A^{n+1,k}] + \frac{[E]}{\Delta t^{n+1}}\left[\frac{\partial \theta^{n+1,k}}{\partial h^{n+1,k}}\right]\right)\{\Delta h^{n+1,k}\} = \{F^{n+1,k}\} - [A^{n+1,k}]\{h^{n+1,k}\} - \frac{[E]}{\Delta t^{n+1}}\{\theta^{n+1,k} - \theta^n\} \qquad \text{(C-2.2)}$$

Cette méthode nécessite donc le calcul des dérivées premières de $\{R^k\}$ par rapport à h, ce qui induit le calcul des dérivées de K par rapport à h, et de la capacité capillaire C par rapport à h ($C = d\theta/dh$). Ces dérivées sont calculées analytiquement à chaque itération. Le système obtenu

est un système tri-diagonal qui est résolu par l'algorithme de Thomas (Press *et al.*, 1992). En effet, la matrice contenant les dérivées partielles $\partial R/\partial h$ et les jacobiens de K et C, n'est pas construite en tant que telle, puisqu'elle représente un nombre d'éléments trop important. Ainsi, seules les diagonales de cette matrice sont déterminées, à partir desquelles le système est inversé menant au vecteur $\{\Delta h^{n+1,k}\}$ à chaque itération.

Au fur et à mesure du processus itératif, le pas de temps Δt^{n+1} peut être ré-évalué en fonction de nombre d'itération nécessaire au calcul de $\{\Delta h^{n+1,k}\}$. Celui-ci est diminué si le nombre d'itération est trop important, ou augmenté dans le cas contraire. Ceci permet à la solution de ne pas être trop instable en début de calcul, et de converger plus rapidement une fois la solution finale plus proche. Dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé un code permettant d'inverser l'équation de l'hydrodynamique en non-saturé. Cet outil nous a permis de modéliser l'écoulement réalisé au cours d'expérience de drainage (cf. chapitre 3). L'approche inverse mise en oeuvre est décrite en détails par Lehmann and Ackerer (1998) et Hayek *et al.* (2008). Nous allons maintenant en présenter les grandes lignes.

C-3 QUELQUES MOTS SUR LE PROBLÈME INVERSE

Généralement, lors de la résolution de l'équation de l'hydrodynamique en milieux non-saturés, les variables d'état mesurées sont la pression en eau h et la teneur en eau θ. En appliquant la méthode des moindres carrés généralisés (Press *et al.*, 1992), la fonction à minimiser au cours de l'inversion est fonction de h et θ telle que :

$$\begin{aligned}\mathscr{O}(\mathbf{p_k}) = &\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{N_m} w_{ih}^{n+1}\left[h_i^{n+1} - \hat{h}_i^{n+1}(\mathbf{p_k})\right]^2 \\ &+ \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{N_m} w_{i\theta}^{n+1}\left[\theta_i^{n+1} - \hat{\theta}_i^{\,n+1}(\mathbf{p_k})\right]^2 \end{aligned} \tag{C-3.1}$$

avec h_i^{n+1} et $\hat{h}_i^{n+1}$ sont les pressions mesurées et calculées. Les vecteurs θ_i^{n+1} et $\hat{\theta}_i^{n+1}$ sont les teneurs en eau mesurées et calculées. $\mathbf{p_k}$ représente le vecteur de paramètre à l'itération k, tel que : $\mathbf{p_k} = (K_s, \theta_s, \theta_r, \alpha, \lambda, L)$. Ces paramètres dépendent du modèle $\theta(h)$ choisi (dans ce cas Brooks & Corey - Mualem). Les paramètres N_m et N représentent les nombres de points de mesures et de temps respectivement. Le problème inverse est résolu en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963; Press *et al.*, 1992).

A chaque itération, un nouveau jeu de paramètre doit être calculé après la résolution de l'équation de Richards discrète C-1.2. La fonction objectif étant une fonction quadratique, il est possible

d'en écrire le développement de Taylor, soit :

$$\mathscr{O}(p_0 + \Delta p) = \mathscr{O}(p_0) + \left(\boldsymbol{\nabla}\mathscr{O}(p_0)\right)^T \Delta p + \Delta p^T \left(\boldsymbol{\nabla}^2\mathscr{O}(p_0)\right) \Delta p + \epsilon \tag{C-3.2}$$

Au minimum de la fonction, on doit vérifier la condition $\mathscr{O}(p_0 + \Delta p) = 0$. Le calcul du nouveau jeu de paramètre $(p_0 + \Delta p)$ nécessite donc de déterminer le gradient $g(p)$ et le hessien $H(p)$ de la fonction à minimiser. Le gradient est le vecteur des dérivées premières de $\mathscr{O}(p)$ par rapport aux paramètres p, et le hessien est la matrice de ses dérivées secondes. Le hessien peut s'écrire en fonction du jacobien J du système. Le jacobien est la matrice des dérivées du vecteur des variables (h, θ) par rapport aux paramètres p. La formulation matricielle de l'algorithme de Levenberg-Marquardt peut alors s'écrire tel que :

$$[H(p) + \lambda I]\{\Delta p\} = [J^T W^{-1} J + \lambda I]\{\Delta p\} = -\{g(p)\} \tag{C-3.3}$$

avec I la matrice identité, et W^{-1} une matrice de poids contenant les erreurs sur les mesures de h et θ. L'équation C-3.3 se ramène à l'algorithme Gauss-Newton si $\lambda = 1$. Les dérivées premières et secondes permettant de construire $g(p)$ et $H(p)$ sont calculées analytiquement, tout comme le jacobien J. Cette méthode est très utilisée pour la résolution du problème inverse en hydrodynamique des milieux non-saturés. D'autres méthodes plus précises, peuvent également être mise en œuvre, comme la méthode des sensibilités et de l'état adjoint. Les développements de ces méthodes appliquées à l'hydrodynamique peuvent être trouvés dans Lehmann (1996). Le problème résolu ici est à une dimension. Le passage à deux dimensions pause d'autres problèmes et peut nécessiter l'utilisation de méthodes en éléments finis plus complexes (Belfort, 2006).