

N° d'ordre :

École Doctorale Mathématiques, Sciences de  
l'Information et de l'Ingénieur

---

UdS – INSA – ENGEES

## THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Strasbourg**  
**Discipline : Electronique, électrotechnique, automatique**  
**Spécialité optique et laser**

par

**Hanan HALAQ**

**Interférométrie holographique numérique en temps réel**

Soutenue publiquement le 6 Janvier 2010

### Membres du jury

*Directeur de thèse* : M. Dalibor Vukicevic, Professeur, UDS Strasbourg

*Rapporteur externe* : M. Pascal Picart, Professeur, ENSIM Mans

*Rapporteur externe* : M. Pierre Ambs, Professeur, ESSAIM Mulhouse

*Examineur* : M. Nazif Demoli, Professeur, Institute of physics Zagreb

*Examineur* : M. Marc Torzynski, Maître de conférences, UDS Strasbourg

*Examineur* : Mme. Rachida Saoudi, Maître de conférences, UJM Saint Etienne



## REMERCIEMENTS

*Ce travail a été effectué entre novembre 2006 et novembre 2009 à l'Université de Strasbourg, au sein du Laboratoire des systèmes photoniques de l'École nationale supérieure de physique de Strasbourg dirigé par Monsieur Patrick Meyrueis que je remercie de m'avoir accueillie.*

*Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur Dalibor Vukicevic qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Je le remercie de m'avoir proposé un sujet scientifique innovant ainsi que pour son implication et sa disponibilité. Son expérience dans le domaine de l'optique et son sens physique ont été d'une aide précieuse au cours de ces trois années.*

*Je remercie Monsieur Pascal Picart et Monsieur Pierre Ambs pour avoir rapporté ce manuscrit, ainsi que Monsieur Marc Torzynski, Monsieur Nazif Demoli et Madame Rachida Saoudi pour avoir accepté de juger mon travail.*

*Je tiens à remercier Monsieur Marc Torzynski pour son aide précieuse et ses suggestions lors de la rédaction du manuscrit ainsi que pour sa relecture des articles.*

*J'ai eu le plaisir de travailler avec Monsieur Nazif Demoli durant quelques mois. Ce fut non seulement très utile pour assurer la continuité des travaux, mais également très agréable en raison de sa disponibilité et de sa patience.*

*Merci à Monsieur Yoshitane Takakura pour le réconfort lorsque le moral était bas, pour son aide et ses conseils.*

*Enfin, je souhaiterais remercier les thésards, les maîtres de conférences et le personnel du laboratoire LSP que j'ai eu la chance de côtoyer pendant ces trois ans.*

*Je terminerai par remercier mes proches : mes amis, ma famille et en particulier ma mère et mon père pour leur patience et leur soutien.*

Sommaire

G

# SOMMAIRE GENERAL

# *SOMMAIRE*

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	01
------------------------------------	----

## **CHAPITRE I : RAPPELS D'OPTIQUE**

I.1 Introduction .....	06
I.2 Les ondes lumineuses .....	06
I.3 Polarisation .....	08
I.3.1 Différents états de polarisation .....	08
I.3.1.1 Lumière polarisée linéairement .....	09
I.3.1.2 Lumière polarisée circulairement .....	10
I.3.1.3 Lumière polarisée elliptiquement .....	11
I.3.2 Représentation en matrice de dispositif de polarisation .....	12
I.3.3 Lames à retard d'onde .....	12
I.4 Diffraction de lumière .....	13
I.4.1 Formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff .....	14
I.4.2 Approximation de Fresnel .....	15
I.4.3 Approximation de Fraunhofer .....	17
I.4.4 Lentilles minces.....	18
I.5 Cohérence .....	21
I.5.1 Cohérence temporelle.....	21
I.5.2 Cohérence spatiale.....	24
I.6 Interférences lumineuses .....	27
I.7 Speckle .....	29
I.8 Conclusion .....	32
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	33

## **CHAPITRE II : HOLOGRAPHIE : CONCEPTS**

II.1 Introduction .....	40
II.2 Enregistrement holographique et reconstruction optique .....	40
II.2.1 Enregistrement des hologrammes .....	40
II.2.2 Reconstruction optique d'un champ d'onde .....	43
II.2.3 Classification des hologrammes à partir des fronts d'onde .....	44
II.3 Eléments du montage holographique .....	46
II.3.1 Composants optiques .....	46
II.3.2 Composants de modulation du faisceau .....	47
II.3.3 Milieu d'enregistrement .....	47
II.3.3.1 Milieu d'enregistrement (holographie classique).....	47
II.3.3.2 Milieu d'enregistrement (holographie numérique) .....	49
II.4 Interférométrie holographique .....	50
II.4.1 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques à double exposition .....	50
II.4.2 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques en temps réel .....	51

II.4.3 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques moyennés dans le temps.....	51
II.5 Conclusion.....	52
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	53

## CHAPITRE III : HOLOGRAPHIE NUMERIQUE

III.1 Introduction.....	60
III.2 Principe général .....	62
III.3 Enregistrement numérique et reconstruction numérique des champs d'ondes....	63
III.3.1 Reconstruction numérique par transformée de Fresnel .....	63
III.3.1.1 Discrétisation .....	65
III.3.1.2 Taille de pixel dans l'image reconstituée .....	65
III.3.2 Reconstruction numérique par transformée de Fourier .....	65
III.3.2.1 Reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier sans lentille .....	65
III.3.2.2 Reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier avec une lentille .....	67
III.3.3 Reconstruction numérique par convolution.....	68
III.3.3.1 Discrétisation .....	68
III.4 Exigences et limites .....	68
III.5 Traitement numérique de l'image.....	69
III.5.1 Elimination de l'image d'ordre zéro.....	69
III.5.1.1 Méthode d'holographie numérique par soustraction .....	69
III.5.1.2 Méthode A ou méthode de soustraction HRO .....	72
III.5.1.3 Méthode B ou méthode d'holographie à décalage de phase par soustraction .....	73
III.5.2 Elimination de l'image d'ordre zéro et l'image conjuguée .....	74
III.5.2.1 Méthode C.....	74
III.5.2.2 Méthode D .....	74
III.5.3 Procédures expérimentales et résultats .....	75
III.5.3.1 Montage de configuration hors axe pour enregistrement des hologrammes de Fourier.....	75
III.5.3.2 Montage de configuration hors axe pour enregistrement des hologrammes de Fresnel.....	76
III.6 Conclusion .....	79
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	81

## CHAPITRE IV : REPLIEMENT SPECTRAL (ALIASING)

IV.1 Introduction .....	88
IV.2 Qu'est-ce-que l'aliasing ?.....	88
IV.2.1 Approche « traitement de signal » .....	88
IV.2.1.1 Analyse de Fourier.....	89
IV.2.1.2 Exemple1 .....	90
IV.2.1.3 Exemple2.....	92

IV.2.2	Approche « traitement d'image » .....	94
IV.2.2.1	Echantillonnage par peigne de Dirac .....	94
IV.2.2.2	Exemple .....	96
IV.3	Cas de l'holographie numérique .....	97
IV.4	Analyse théorique .....	99
IV.4.1	Montage quasi-Fourier .....	99
IV.4.2	Enregistrement et reconstruction continus (holographie analogique).....	100
IV.4.3	Enregistrement et reconstruction discrets (holographie numérique).....	101
IV.4.4	Décalage de l'image reconstruite de l'objet .....	101
IV.4.5	Non-chevauchement des intervalles .....	103
IV.4.6	Non-chevauchement des intervalles en appliquant la méthode de l'holographie numérique par soustraction .....	103
IV.4.7	Point phase du cycle maximum .....	103
IV.5	Expérience .....	104
IV.5.1	Montage .....	104
IV.5.2	Paramètres .....	105
IV.6	Résultats et discussions .....	106
IV.7	Conclusion .....	109
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	110

## **CHAPITRE V : HOLOGRAPHIQUE NUMERIQUE RECONSTRUITE EN TEMPS REEL**

V.1	Introduction.....	121
V.2	Hologramme image.....	122
V.3	Contraintes dans la reconstruction des hologrammes numériques .....	123
V.3.1	Système holographique numérique .....	123
V.3.2	Enregistrement numérique des hologrammes de Fourier moyennés dans le temps .....	123
V.3.3	Enregistrement numérique des hologrammes images moyennés dans le temps .....	125
V.3.4	Reconstruction numérique des hologrammes numériques .....	127
V.3.5	Reconstruction optique des hologrammes numériques .....	127
V.4	Expérience.....	128
V.4.1	Montage d'enregistrement des hologrammes numériques .....	128
V.4.2	Montage d'enregistrement des hologrammes images .....	129
V.4.3	Montage de reconstruction des hologrammes numériques .....	130
V.4.3.1	Modulateur spatial de lumière LCOS .....	131
V.4.3.1.1	Caractérisation de la modulation de phase de notre modulateur .....	132
V.4.3.1.2	Caractérisation de la modulation d'amplitude de notre modulateur .....	135
V.4.3.2	MEMS.....	136
V.4.3.1.1	Micromiroirs Mobiles .....	137
V.4.3.3	Cible USAF-1951 .....	139

V.5 Résultats et discussions.....	140
V.5.1 Reconstruction des hologrammes quasi-Fourier numérique .....	140
V.5.2 Reconstruction des hologrammes images numériques .....	141
V.5.2.1 Reconstruction des hologrammes statiques : la lumière cohérente par rapport à la lumière blanche .....	141
V.5.2.2 Reconstruction des hologrammes dynamiques : en temps réel .....	143
V.6 Conclusion .....	144
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	146
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>153</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>157</b>
<b>RESUME .....</b>	<b>160</b>



**Introduction**

**G**

# **INTRODUCTION GENERALE**

La technique de formation d'image dite « holographie » n'avait suscité dans les premiers temps que peu d'intérêt mais les progrès récents ont largement étendu son champ d'application. Il en résulte que l'holographie joue à présent un rôle de première importance dans l'optique moderne de la formation des images. Son importance scientifique est soulignée par l'attribution en 1971 du prix Nobel à son inventeur Dennis Gabor. Le terme "holographie" est un composé des mots grecs «holos= complète» et « graphein=écrire ». Il désigne une procédure d'enregistrement en trois dimensions et l'affichage des images et des informations sans l'utilisation de lentilles. Par conséquent, l'holographie ouvre des possibilités entièrement nouvelles dans la science, l'ingénierie, le graphisme et l'art. Les applications scientifiques et commerciales concernent, quant à elles, essentiellement les systèmes antifraudes (hologrammes des billets ou de cartes bancaires), les éléments optiques holographiques (HOE), les dispositifs optoélectroniques et les stockages holographiques, les affichages numériques et le contrôle non destructif (détection des défauts de fabrication d'un objet sans le détériorer ).

Le contrôle non destructif par l'interférométrie holographique permet de mesurer avec une très haute précision sans contact et en temps réel les déformations ou les vibrations en comparant le front d'onde d'un faisceau lumineux après réflexion sur un échantillon à tester avec le front d'onde de ce même faisceau enregistré préalablement sur un hologramme dans une configuration de référence.

Les premières tentatives de cette technique prometteuse dans le domaine du contrôle non destructif ont toutes été soldées par un échec dû d'une part à l'utilisation de sources lasers parfois délicates à mettre en œuvre dans un environnement industriel et d'autre part à la procédure d'exploitation des résultats qui nécessitent une phase d'enregistrement de l'hologramme suivi d'une phase de restitution. Jusqu'à une époque récente les seuls supports présentant les caractéristiques adaptées à ce type d'applications étaient les plaques holographiques. Chaque mesure nécessitait alors l'enregistrement d'un hologramme puis un délai nécessaire au développement chimique du support holographique, induisant des coûts importants tant au niveau des consommables qu'au niveau des temps de traitement.

Cependant, avec les progrès des systèmes d'imagerie électronique, il est devenu possible d'enregistrer les hologrammes directement avec une caméra et d'effectuer la reconstruction par voie numérique. Nous avons proposé un montage qui associe les qualités intrinsèques de l'holographie et les moyens d'enregistrement type CCD, avec des systèmes d'affichage type LCD (cristaux liquides) de haute résolution pour enregistrer et reconstruire en temps réel des interférogrammes holographiques numériques en temps réel et en temps moyenné. Ainsi, l'exploitation est immédiate et permet les mesures de déplacement, de déformation, ou la détection des défauts sur l'objet en cours de test sans délai.

Le travail présenté dans ce manuscrit a pour objectif la mise en œuvre de l'holographie numérique pour des applications industrielles. Parmi ceux-ci figurent les déplacements et les déformations statiques et dynamiques sur des objets tels que les structures composites et les rails des chemins de fer.

Cette thèse s'organise de la façon suivante:

Le premier chapitre traite la base physique de l'holographie et de l'interférométrie holographique. Il commence par une description de la théorie ondulatoire de la lumière aussi loin qu'il est nécessaire pour comprendre l'enregistrement, la reconstruction des hologrammes et l'interférométrie holographique. Les différents

paramètres à mesurer qui interviennent dans l'holographie seront également indiqués.

Le deuxième chapitre décrit le processus d'enregistrement et de restitution de l'onde lumineuse provenant d'un objet, c'est-à-dire le processus holographique. Nous verrons également quels sont les composants dont nous aurons besoin pour réaliser un montage holographique et nous allons décrire les différentes techniques d'interférométrie holographique.

Le troisième chapitre sera consacré à l'analyse des trois méthodes d'élimination de l'ordre zéro par soustraction. La description théorique des trois approches est présentée ainsi que les résultats expérimentaux. Pour mettre en évidence l'efficacité de ces différentes méthodes, nous avons procédé à l'enregistrement holographique d'un objet de petite taille (membrane vibrante). Nous avons également appliqué deux autres méthodes proposées par Takaki pour éliminer les deux images indésirables (l'image d'ordre zéro et l'image double).

Le quatrième chapitre traitera du phénomène de repliement spectral dit « aliasing » avec une approche de traitement de signal puis avec une approche de traitement d'image, et par la suite dans le cas de l'holographie numérique. Puis nous avons proposé un montage expérimental qui met en évidence ce phénomène d'aliasing dû au sous-échantillonnage. Nous avons analysé la reconstruction d'hogrammes en particulier lorsque le théorème d'échantillonnage n'est pas satisfait en faisant varier l'ouverture angulaire de la prise de vue. Nous avons montré que le fait d'augmenter l'angle au-delà de la limite de Nyquist conduit à des repliements multiples et à inversions successives de l'image de l'objet reconstruit jusqu'à la disparition de ce dernier. Nous avons procédé à une série d'enregistrements holographiques d'un objet de petite taille (membrane vibrante). Cet objet peut se déplacer transversalement, ce qui permet de faire varier l'ouverture angulaire de la prise de vue et donc l'interfrange. Nous avons pu étudier la récupération des reconstructions des hogrammes malgré les repliements et les perturbations qui apparaissaient. (Le travail décrit dans le chapitre IV a donné lieu à publication.)

Le cinquième chapitre présente l'étude technique que nous avons menée sur les objets tels qu'une membrane, une mire USAF, des pièces mécaniques et des MEMS. Nous présenterons les résultats que nous avons obtenus en associant la technique d'enregistrement des hogrammes images numériques moyennés dans le temps à celle de la reconstruction optique en temps réel en utilisant un modulateur spatial de lumière (SLM) à cristaux liquides sur silicium (LCOS) réflexion. Nous montrerons également comment il est possible d'améliorer la résolution en reconstruisant les hogrammes au moyen de la lumière blanche plutôt que cohérente. Nous montrons aussi l'aptitude de la technique à étudier en temps réel tout phénomène évolutif et qu'il est possible d'enregistrer et de restituer en temps réel des hogrammes d'objets de quelques mm de côté. (Un article basé sur le travail décrit dans le chapitre V est en cours de préparation.)

Enfin, le mémoire s'achève par une conclusion où sont rappelés les principaux résultats et les perspectives de recherche que nous envisageons pour cette technique. Nous tenterons en particulier de cerner les améliorations qu'il reste à apporter au système avant d'envisager son utilisation dans un environnement industriel.



# RAPPELS D'OPTIQUE

## SOMMAIRE

I.1 Introduction .....	06
I.2 Ondes lumineuses .....	06
I.3 Polarisation .....	08
I.3.1 Différents états de polarisation .....	08
I.3.1.1 Lumière polarisée linéairement .....	09
I.3.1.2 Lumière polarisée circulairement .....	10
I.3.1.3 Lumière polarisée elliptiquement .....	11
I.3.2 Représentation en matrice de dispositif de polarisation .....	12
I.3.3 Lames à retard d'onde .....	12
I.4 Diffraction de lumière .....	13
I.4.1 Formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff .....	14
I.4.2 Approximation de Fresnel .....	15
I.4.3 Approximation de Fraunhofer .....	17
I.4.4 Lentilles minces .....	18
I.5 Cohérence .....	21
I.5.1 Cohérence temporelle .....	21
I.5.2 Cohérence spatiale .....	24
I.6 Interférences lumineuses .....	27
I.7 Speckle .....	29
I.8 Conclusion .....	32
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	33

# INDEX DES FIGURES

<i>Figure I.1 Trajectoire de l'extrémité du champ électrique d'une onde plane polarisée circulairement (a) en fonction du temps en une position fixée z (b) instantanée (à l'instant t fixé). Le sens de rotation en (a) est inverse à celui dans (b) car la propagation de l'onde dépend plus exactement en z</i> .....	10
<i>Figure I.2 Système optique qui modifie la polarisation d'une onde plane</i> .....	12
<i>Figure I.3 Les opérations effectuées par les lames quart d'onde (<math>\pi/2</math>) et demi onde (<math>\pi</math>)</i> .....	13
<i>Figure I.4 Géométrie de la formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff</i> .....	14
<i>Figure I.5 Géométrie de l'approximation de Fresnel</i> .....	15
<i>Figure I.6 Position relative des régions de diffraction de Fresnel et de Fraunhofer</i> .....	18
<i>Figure I.7 Epaisseur d'une lentille mince</i> .....	19
<i>Figure I.8 Lentille (a) positive (b) négative</i> .....	19
<i>Figure I.9 Transformée de Fourier optique</i> .....	20
<i>Figure I.10 Interféromètre de Michelson</i> .....	21
<i>Figure I.11 Interféromètre de Young</i> .....	24
<i>Figure I.12 Interférence entre deux ondes planes</i> .....	29
<i>Figure I.13 Photographie du speckle (granularité laser)</i> .....	29
<i>Figure I.14 Représentation de la somme des amplitudes complexes sous la forme de phaseurs dans le plan complexe. (b) Représentation dans le plan complexe de la probabilité de l'amplitude réelle a</i> .....	30
<i>Figure I.15 Formation de speckle objectif</i> .....	31
<i>Figure I.16 Formation de speckle subjectif</i> .....	32

## I.1 Introduction

L'holographie est essentiellement une habile combinaison d'interférence et de diffraction, deux phénomènes basés sur la nature ondulatoire de la lumière.

La diffraction a d'abord été observée et décrite par Grimaldi (1618 - 1663) comme étant toute déviation des rayons lumineux de leur trajet rectiligne, et les perturbations générées par les films minces ont été observées et décrites par R. Hooke (1635 - 1703). I. Newton (1642 - 1727) a découvert la composition de la lumière blanche en couleurs indépendantes. La base mathématique de la théorie ondulatoire permettant d'expliquer ces effets a été fondée par Christian Huygens (1629 - 1695), qui a découvert de plus la polarisation de la lumière. Le principe d'interférence présenté par Th. Young (1773 - 1829) et la construction de l'enveloppe de Huygens ont été utilisés par A. Fresnel (1788 - 1827) pour le calcul de la répartition de lumière dans les figures de diffraction de différents objets avec une excellente précision. Les relations entre la lumière, l'électricité et le magnétisme ont été reconnus par M. Faraday (1791 - 1867). Ces phénomènes ont été résumés par J.C. Maxwell (1831 - 1879) dans ses équations.

Ce chapitre traite la base physique de l'holographie et de l'interférométrie holographique. Les phénomènes primaires constituant l'holographie sont l'interférence et la diffraction, qui ont lieu en raison de la nature ondulatoire de la lumière. Ainsi, ce chapitre commence par une description de la théorie ondulatoire de la lumière aussi loin qu'il est nécessaire pour comprendre l'enregistrement, la reconstruction des hologrammes et l'interférométrie holographique. En interférométrie holographique, la variation d'un paramètre physique (tel que la cohérence, la polarisation, etc.) est mesurée par son influence sur la phase de l'onde. Par conséquent, la dépendance de la phase sur la géométrie de la configuration optique et les différents paramètres à mesurer seront également indiqués.

## I.2 Ondes lumineuses

La lumière peut être décrite comme une onde électromagnétique transverse ou encore comme un courant de particules (appelées en l'occurrence «photons»). Ainsi toute onde électromagnétique qui se propage est constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique tous deux perpendiculaires à la direction de propagation. On décide d'ignorer le champ magnétique par la suite, car il peut être déterminé à partir du champ électrique [1]. On considère donc uniquement le champ électrique  $\vec{E}$  qui est perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière. Étant donné que les ondes électromagnétiques obéissent aux équations de Maxwell, la propagation de la lumière est décrite par l'équation d'onde qui résulte de l'équation de Maxwell. L'équation d'onde dans le vide est décrite par (eq I.1)

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{I.1})$$

$\vec{E}$  est le champ électrique et  $\nabla^2$  est l'opérateur de Laplace

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (\text{I.2})$$

$c$  est la vitesse de la lumière dans le vide.

Le champ électrique  $\vec{E}$  est une grandeur vectorielle perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière. Cependant dans de nombreuses applications, l'onde vibre dans un seul plan. Cette lumière est dite polarisée linéairement. Dans ce cas, il suffit de considérer l'équation d'onde scalaire suivante :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (I.3)$$

qui représente la propagation de la lumière dans la direction  $z$ .

Il peut être facilement vérifié que l'onde plane harmonique polarisée linéairement et décrite par l'équation

$$E(x, y, z, t) = a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0), \quad (I.4)$$

est une solution de l'équation d'onde.

$E(x, y, z, t)$  est l'amplitude du champ électrique à l'instant  $t$ .  $a$  est l'amplitude maximum. Le vecteur d'onde  $\vec{k}$  décrit la direction de propagation de l'onde :

$$\vec{k} = k \vec{n} \quad (I.5)$$

$\vec{n}$  est le vecteur unitaire dans la direction de propagation. Le module de  $\vec{k}$  représente le nombre d'onde exprimé par :

$$|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (I.6)$$

La fréquence angulaire  $\omega$  est proportionnelle à la fréquence  $f$  de l'onde lumineuse :

$$\omega = 2\pi f. \quad (I.7)$$

La fréquence  $f$  et la longueur d'onde, sont reliées par la vitesse de lumière :

$$c = \lambda f. \quad (I.8)$$

Le terme qui varie dans l'espace est :

$$\varphi = -\vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0. \quad (I.9)$$

Il représente la phase, avec  $\varphi_0$  la phase constante. On doit préciser que cette définition n'est pas standard. Certains auteurs désignent l'ensemble de l'argument de la fonction cosinus,  $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0$  comme phase. La définition de l'équation (I.9) est favorable pour décrire le processus holographique et est donc utilisée dans cette thèse.

Les longueurs d'onde dans le vide d'une lumière visible s'étendent de 400nm (violet) à 780nm (rouge foncé) environ. L'ordre de fréquence correspondante est de  $7,5 \cdot 10^{14}$  Hz à  $3,8 \cdot 10^{14}$  Hz. Les détecteurs de lumière comme par exemple l'œil humain, photodiodes, films photographique ou les CCD ne sont pas capables de détecter de telles fréquences en raison des contraintes et techniques physiques. La seule quantité directement mesurable est l'intensité  $I$ . Elle est proportionnelle à la moyenne quadratique du champ électrique

$$I = \varepsilon_0 c \langle E^2 \rangle_t = \varepsilon_0 c \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E^2 dt, \quad (I.10)$$

$\langle \rangle_t$  correspond à la moyenne temporelle de l'onde lumineuse. La constante  $\varepsilon_0$  est la permittivité dans le vide.



Si l'onde est plane l'équation de l'intensité devient égale à :

$$I = \varepsilon_0 c a^2 \left\langle \cos^2(\omega t - \vec{k}r - \varphi_0) \right\rangle_t = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c a^2, \quad (\text{I.11})$$

Selon l'équation (I.11) l'intensité est calculée par le carré de l'amplitude.

L'équation (I.4) peut être écrite sous la forme complexe comme :

$$E(x, y, z, t) = a \exp\left(i(\omega t - \vec{k}r - \varphi_0)\right), \quad (\text{I.12})$$

Un avantage de la représentation complexe est qu'on peut factoriser la partie temporelle et la partie spatiale :

$$E(x, y, z, t) = a \exp(i\varphi) \exp(i\omega t) \quad (\text{I.13})$$

Dans de nombreux calculs, seule la distribution spatiale de l'onde est intéressante. Dans ce cas seule la partie spatiale du champ électrique, appelée amplitude complexe, doit être prise en compte :

$$A(x, y, z) = a \exp(i\varphi) \quad (\text{I.14})$$

Les équations (I.13) et (I.14) ne sont pas valables que dans le cas des ondes planes mais aussi dans le cas général des ondes tridimensionnelles dont l'amplitude  $a$  et la phase  $\varphi$  sont des fonctions dépendantes de l'espace  $x, y$  et  $z$ .

En notation complexe l'intensité est simplement le module au carré de l'amplitude complexe :

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c |A|^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c A^* A = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c a^2 \quad (\text{I.15})$$

Dans la plupart des calculs pratiques, la valeur absolue de l'intensité n'est pas intéressante. Le facteur  $(1/2)\varepsilon_0 c$  est négligé, ce qui implique que l'intensité est exprimée comme  $I = |A|^2$ .

### I.3 Polarisation

La polarisation joue un rôle très important dans l'interaction de la lumière avec la matière. La polarisation est une propriété fondamentale de la lumière telle que l'intensité, la phase, la cohérence ou la longueur d'onde. Elle est déterminée par la direction du vecteur champ électrique [2].

Pour arriver à modifier la polarisation de la lumière, on considère une onde électromagnétique qui se propage dans l'espace, rencontre un matériau quelconque et interagit avec ce dernier. Comme conséquence de cette interaction une fraction d'énergie est absorbée par l'onde incidente et la deuxième partie d'énergie est transmise. Au cours de cette propagation, l'état de polarisation de cette onde transmise par rapport à l'onde incidente a été modifiée. Mais la biréfringence peut également être utilisée pour modifier l'état de polarisation de la lumière, ce qui est souvent très utile. Les composants optiques qui permettent cela sont appelés lames d'onde biréfringentes ou lames  $\sim a$  retard.

#### I.3.1. Différents états de polarisation

Toute onde électromagnétique qui se propage dans le vide est constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique tous deux perpendiculaires à la direction de propagation.

On considère le champ électrique  $\vec{E}$  perpendiculaire à la direction de propagation. Dans le cas d'une lumière monochromatique, les trois composantes du vecteur

champ électrique  $E(r,t)$  varie sinusoidalement sachant que le temps, l'amplitude et la phase sont différents. Ainsi à chaque position  $r$ , l'extrémité du vecteur  $E(r,t)$  se déplace dans le temps et décrit une courbe qui peut être linéaire, circulaire ou plus généralement, elliptique. Dans le cas elliptique, son orientation et son ellipticité permettent de déterminer l'état de polarisation de l'onde [3].

On considère une onde plane monochromatique de fréquence  $f$  qui se propage selon l'axe  $z$  avec une vitesse  $c$ . Le champ électrique peut être décrit par :

$$\vec{E}(z,t) = E_x \vec{x} + E_y \vec{y}. \tag{I.16}$$

Sachant que :

$$E_x = a_x \cos \left[ 2\pi f \left( t - \frac{z}{c} \right) - \varphi_x \right] \tag{I.17}$$

et

$$E_y = a_y \cos \left[ 2\pi f \left( t - \frac{z}{c} \right) - \varphi_y \right]. \tag{I.18}$$

$(E_x, E_y)$  sont les deux composantes réelles du champ électrique transverse,  $(a_x, a_y)$  et  $(\varphi_x, \varphi_y)$  sont les amplitudes et les phases du champ électrique suivant les deux axes perpendiculaires  $Ox$  et  $Oy$ . Les équations (I.16), (I.17) et (I.18) représentent les équations paramétriques de l'ellipse :

$$\frac{E_x^2}{a_x^2} + \frac{E_y^2}{a_y^2} - 2 \cos \varphi \frac{E_x E_y}{a_x a_y} = \sin^2 \varphi \tag{I.19}$$

Avec  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$  est la différence de phase.

L'état de polarisation d'une onde est déterminé par la forme de l'ellipse. Cependant la forme de l'ellipse dépend de deux paramètres, du rapport d'amplitude  $\frac{a_x}{a_y}$  et de la différence de phase  $\varphi_y - \varphi_x$ .

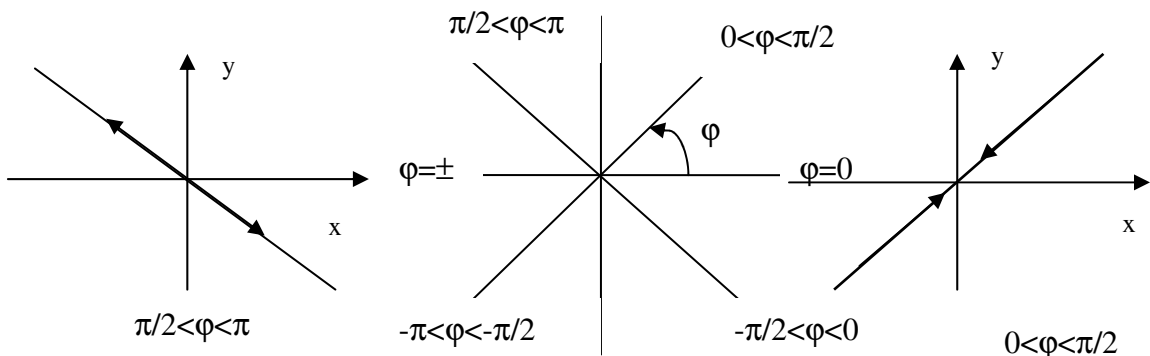
### 1.3.1.1. Lumière polarisée linéairement

Dans le cas d'une polarisation rectiligne, l'extrémité du vecteur champ-électrique décrit un segment de droite. La lumière est dite linéairement polarisée :

- Si on a une des composantes qui disparaît (par exemple suivant l'axe des  $x$ ), la lumière est linéairement polarisée (suivant l'axe des  $y$ ).
- Si la différence de phase est  $\varphi = 0$  ou  $\pi$ , alors l'équation (I.19) devient égale à

$$E_y = \pm \frac{a_y}{a_x} E_x, \text{ ce qui représente une équation d'une droite de pente } \pm \frac{a_y}{a_x} \text{ (les}$$

signes + et - correspondent respectivement à  $\varphi = 0$  ou  $\pi$ ).



### I.3.1.2. Lumière polarisée circulairement

Dans le cas d'une polarisation circulaire l'extrémité du vecteur champ électrique décrit un cercle. Les composantes du champ selon les deux axes orthogonaux  $Ox$  et  $Oy$  sont :

$$\begin{cases} a_x = a_y = a_0 \\ \varphi = \pm \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (\text{I.20})$$

Donc, les équations (I.17) et (I.18) deviennent

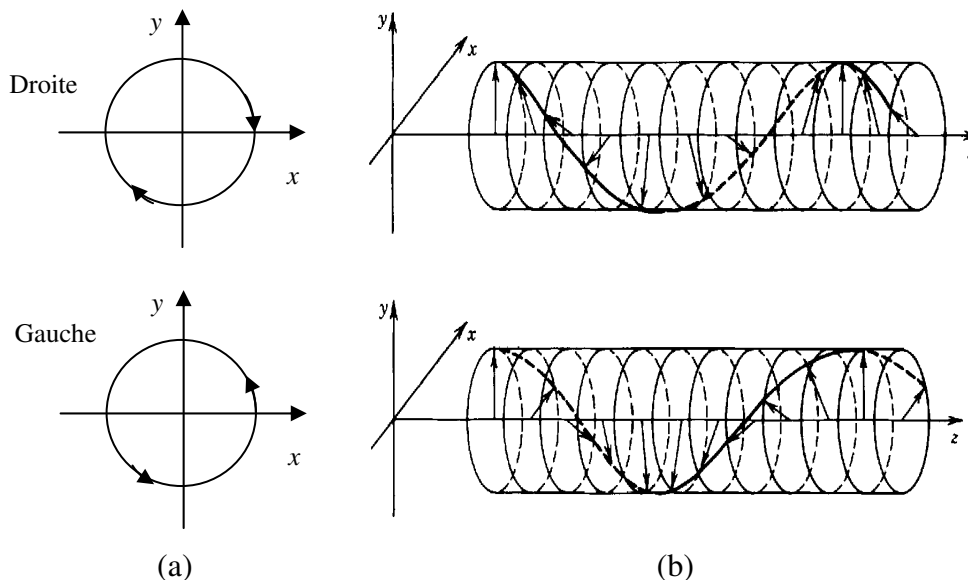
$$E_x = a_0 \cos \left[ 2\pi f \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_x \right] \quad (\text{I.21})$$

$$E_y = \pm a_0 \sin \left[ 2\pi f \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_x \right] \quad (\text{I.22})$$

En remplaçant (I.20) dans (I.19) on trouve l'équation suivante :

$$E_x^2 + E_y^2 = a_0^2 \quad (\text{I.23})$$

Dans le cas où  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ , la rotation du champ électrique en un point bien défini suit le sens des aiguilles d'une montre, on dit que la lumière a une polarisation circulaire droite. Et dans le cas où  $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ , la rotation du champ électrique est dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, on dit la lumière a une polarisation circulaire gauche.

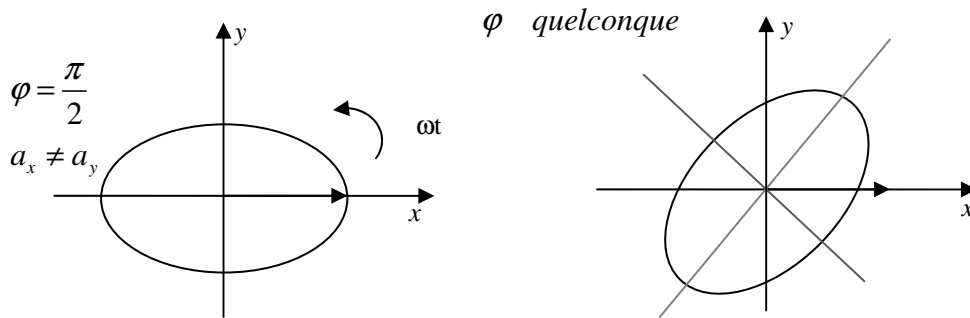


**Figure 1.1 :** Trajectoire de l'extrémité du champ électrique d'une onde plane polarisée circulairement (a) en fonction du temps en une position fixée  $z$  (b) instantanée (à l'instant  $t$  fixé). Le sens de rotation en (a) est inverse à celui dans (b) car la propagation de l'onde dépend plus exactement en  $z$ .

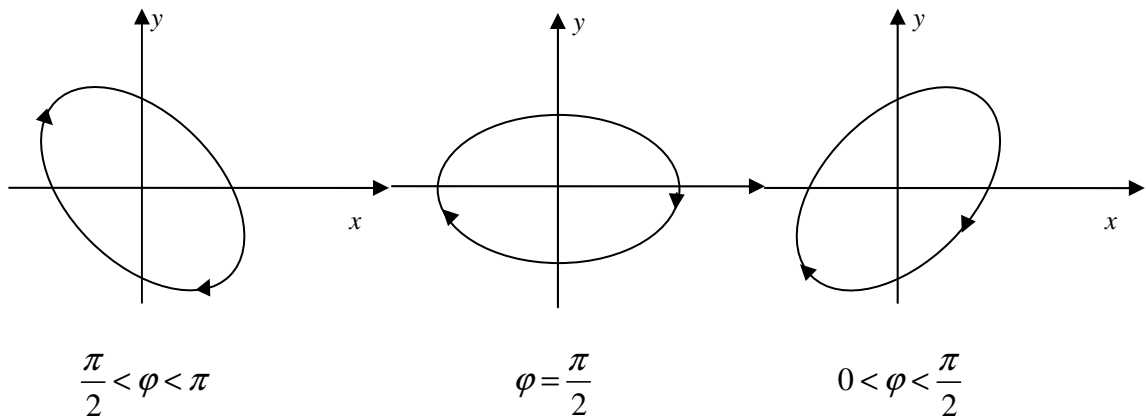
**I.3.1.3. Lumière polarisée elliptiquement**

Dans le cas d'une polarisation elliptique l'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse [4]. Les composantes du champ selon les deux axes orthogonaux  $x$  et  $y$  sont d'amplitudes différentes ou déphasées d'un angle quelconque différent de 0 et de  $\frac{\pi}{2}$ .

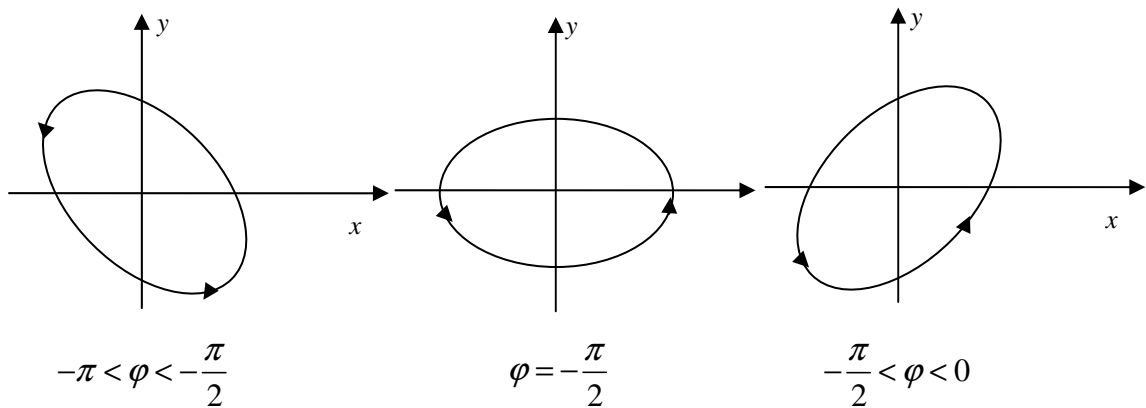
$$a_x \neq a_y, \quad \varphi \neq 0, \pm \frac{\pi}{2} \tag{I.24}$$



**Elliptique droite**



**Elliptique gauche**



### 1.3.2 Représentation matricielle d'un dispositif de polarisation

Considérons la transmission d'une onde plane de polarisation quelconque qui passe à travers un système optique qui modifie sa polarisation, (figure I.2). Nous supposons que le système est linéaire, et que nous remplissons la condition du principe de superposition des champs optiques.

Les enveloppes complexes de deux composantes du champ électrique de l'onde incidente  $A_{1x}$  et  $A_{1y}$  et ceux de l'onde transmise,  $A_{2x}$  et  $A_{2y}$ , sont reliées par :

$$\begin{aligned} A_{2x} &= T_{11}A_{1x} + T_{12}A_{1y} \\ A_{2y} &= T_{21}A_{1x} + T_{22}A_{1y}, \end{aligned} \quad (I.25)$$

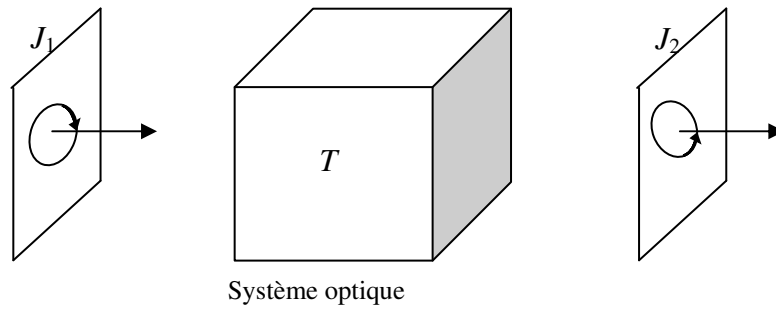


Figure I.2 : Système optique qui modifie la polarisation d'une onde plane.

avec  $T_{11}, T_{12}, T_{21}$  et  $T_{22}$  des constantes décrivant le dispositif. Nous pourrions convertir les équations (I.25) en une notation matricielle en définissant  $T$  comme une matrice (2x2)

$$\begin{bmatrix} A_{2x} \\ A_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \end{bmatrix}. \quad (I.26)$$

Si les ondes incidentes et transmises sont décrites respectivement par  $J_1$  et  $J_2$ , cependant (I.26) peut être réécrite dans la forme suivante :

$$J_2 = TJ_1. \quad (I.27)$$

La matrice  $T$  est appelée la matrice de Jones qui décrit le système optique. Les vecteurs  $J_1$  et  $J_2$  décrivent les ondes d'entrée et de sortie.

La structure de la matrice de Jones  $T$  d'un système optique donné détermine ses effets sur l'état de polarisation et l'intensité de l'onde incidente.

### 1.3.3 Lames à retard d'onde

Le système est représenté par la matrice suivante :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-i\Gamma) \end{bmatrix} \quad (I.28)$$

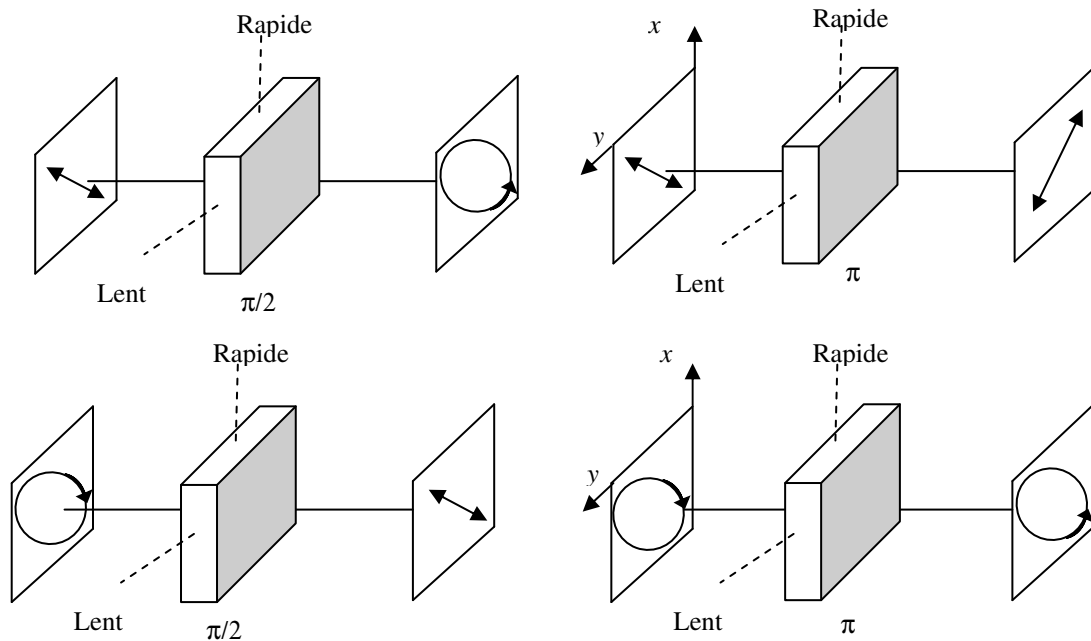


Figure I.3 : Opérations effectuées par les lames quart d'onde ( $\pi/2$ ) et demi onde ( $\pi$ ).

Les lames d'onde biréfringentes ou lames à retard transforment l'onde incidente dont les composantes du champ électrique sont  $(A_x, A_y)$  en une onde transmise dont ces composantes sont  $(A_x, \exp(-j\Gamma) A_y)$ . La composante suivant l'axe  $y$  est retardée d'une phase  $\Gamma$  et la composante suivant l'axe  $x$  reste intacte. Les axes  $x$  et  $y$  sont appelés respectivement les axes rapide et lent de la lame à retard. En appliquant la matrice (I.27), on peut voir (Figure I.3) quelques exemples typiques des modifications de polarisation par des lames à retard.

#### I.4 Diffraction de lumière

La **diffraction** est le comportement des ondes lorsqu'elles rencontrent un obstacle. Cet obstacle peut être des trous transparents sur un écran opaque ou des trous opaques sur une structure transparente.

La diffraction a été définie par Sommerfeld comme « toute déviation des rayons lumineux de leur trajet rectiligne qui ne peut s'expliquer ni par réflexion ni par réfraction ». Christian Huygens expliqua sa vision par rapport au phénomène de propagation de la façon suivante : chaque point de l'espace atteint par un front d'onde d'une onde progressive agit comme une source d'ondelettes sphériques secondaires dont l'enveloppe forme le profil du front d'onde qui progresse. Fresnel ajouta à la construction de l'enveloppe de Huygens le principe d'interférences de Young. En faisant quelques hypothèses supplémentaires sur les amplitudes et les phases des sources secondaires, et en admettant que les différentes ondelettes pouvaient interférer entre elles, Fresnel fut en mesure de calculer la répartition de la lumière dans les figures de diffraction avec une excellente précision. Kirchhoff donna aux idées de Huygens et de Fresnel des bases mathématiques plus solides [5].

### I.4.1 Formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff

Un certain nombre préliminaires mathématique qui constituent les fondements des théories les plus récentes de la diffraction ont été discutées dans le livre de Goodman [5]. Considérons le problème de diffraction par une ouverture  $\Sigma$  percée dans un écran opaque infini. Comme le montre la figure (Figure I.4), supposons que l'ouverture soit éclairée par l'onde sphérique provenant d'un point source  $S$  situé à la distance  $r_{SP}$  du point  $P$  situé à la distance  $r_{PB}$  du point d'observation  $B$ . Les vecteurs unitaires dans les directions correspondantes sont  $\vec{r}_{PB}$  et  $\vec{r}_{SP}$ , et  $\vec{n}$  est la normale à l'ouverture [6].

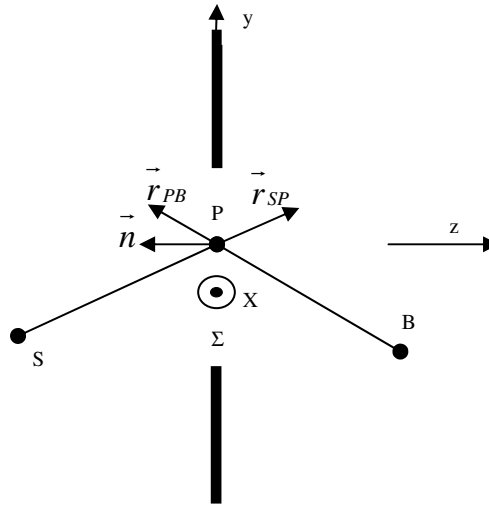


Figure I.4 : Géométrie de la formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff.

Le champ au point d'observation  $B$  est exprimé par la formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff :

$$E(B) = \frac{iE_0}{\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{e^{-ik(\vec{r}_{SP} + \vec{r}_{PB})}}{r_{SP}r_{PB}} \left[ \frac{\cos(\vec{r}_{SP}, \vec{n}) - \cos(\vec{r}_{PB}, \vec{n})}{2} \right] dx dy. \quad (I.29)$$

Où  $\cos(\vec{r}_{SP}, \vec{n})$  représente le cos de l'angle formé par le vecteur  $\vec{r}_{SP}$  joignant  $S$  à  $P$  et la normale et  $\cos(\vec{r}_{PB}, \vec{n})$  représente le cos de l'angle formé par le vecteur  $\vec{r}_{PB}$

joignant  $P$  à  $B$  et la normale. Dans cette formule, on a supposé que  $k \gg \frac{1}{r_{PB}}$  c'est-à-

dire que  $r_{PB}$  est bien plus grande que la longueur d'onde. Et on a supposé aussi que  $r_{SP}$  est grande devant la longueur d'onde.

Le facteur d'obliquité  $\cos(\vec{r}_{SP}, \vec{n}) - \cos(\vec{r}_{PB}, \vec{n})$  relie les angles incidents et transmis. Quand nous considérons que le plan de l'ouverture est placé à une distance symétrique par rapport au plan de la source et au plan de l'observation, ou que la distance entre la source de lumière et le plan de l'ouverture est très grande, voire infiniment grande, les ondes incidentes sont quasiment planes sur le plan de l'ouverture, le facteur d'obliquité devient égal à  $1 + \cos \theta$ , où  $\theta$  est l'angle entre  $\vec{n}$  et  $\vec{r}_{PB}$ . Si en plus  $\vec{r}_{PB}$  et  $\vec{r}_{SP}$  sont presque perpendiculaires à l'écran, ou que tous  $S$  et  $B$  sont placés à grande distance du plan de l'ouverture, le facteur d'obliquité devient proche de 2 ce qui revient à dire :

$$\frac{\cos(\vec{r}_{SP}, \vec{n}) - \cos(\vec{r}_{PB}, \vec{n})}{2} \approx 1$$

Donc l'équation devient égale à :

$$E(B) = \frac{iE_0}{\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{e^{ikr_{SP}}}{r_{SP}} \frac{e^{ikr_{PB}}}{r_{PB}} dx dy. \quad (I.30)$$

Cette équation peut être interprétée comme la formulation mathématique du principe de Huygens, qui n'est rien d'autre qu'une intégrale de superposition de contribution d'un ensemble infini de points source sphérique. Chaque point source a une amplitude de la forme  $E_0 e^{ikr_{SP}} / r_{SP}$ , répartie à travers l'ouverture  $\Sigma$ . Donc si on connaît la distribution d'amplitude du champ d'onde à travers l'ouverture, on pourra retrouver le champ  $E(B)$  au point d'observation.

#### I.4.2 Approximation de Fresnel

Nous sommes dans les conditions de diffraction à distance finie, ce sont les conditions de la diffraction de Fresnel qui peuvent être exprimées par les intégrales de Fresnel [6].

Nous allons maintenant utiliser le principe de Huygens-Fresnel explicitement de coordonnées rectangulaires. Considérons de nouveau la diffraction de la lumière monochromatique par une ouverture finie  $\Sigma$  percée dans un plan opaque infiniment étendu. Comme l'indique la figure (Figure I.5), nous supposons que l'écran est un plan dans lequel nous avons défini un système de coordonnées rectangulaires  $\eta$  qui est  $\xi$ . En outre nous supposons que la région d'observation est un plan parallèle au plan de l'ouverture, situé à la distance  $z$ . l'amplitude du champ au point  $(x,y)$  s'écrit sans difficulté :

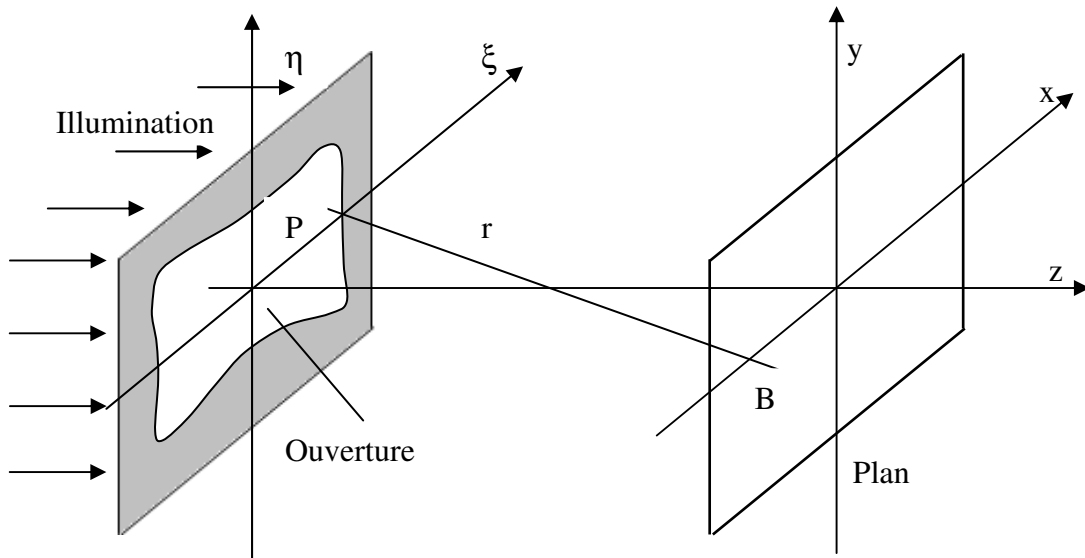


Figure I.5 : Géométrie de l'approximation de Fresnel [6].



$$\begin{aligned}
 E(x, y, z) &= \frac{1}{i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(\theta) d\xi d\eta \\
 &= \frac{z}{i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r^2} d\xi d\eta
 \end{aligned} \tag{I.31}$$

Parce que  $\cos(\theta) = z/r$ . D'après la figure I.5,  $r$  est donné rigoureusement par :

$$r = \sqrt{z^2 + (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2} \tag{I.32}$$

$z$  désigne la distance entre l'ouverture et le plan d'observation. Puisque la distance  $z$  est grande, nous pouvons prendre  $r$  constant au dénominateur, donc on peut remplacer  $r$  par  $z$  mais pas dans l'exponentielle. Effectuons le développement limité de  $r$ .

L'approximation de Fresnel utilise le développement binomial dans l'exponentielle de racine carrée. Dans le cas général :  $\sqrt{1+b} = 1 + \frac{b}{2} - \frac{b^2}{8} + \dots$  avec  $|b| < 1$

Dans notre cas, on va supposer que les deux termes de ce développement suffisent à représenter la racine carrée, donc on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{z^2 + (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2} \\
 &= z \sqrt{1 + \left(\frac{\xi - x}{z}\right)^2 + \left(\frac{\eta - y}{z}\right)^2} \\
 &\approx z \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\xi - x}{z}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y}{z}\right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{I.33}$$

Cette approximation permet de réécrire l'amplitude du champ au point B sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 E(x, y, z) &= \frac{1}{i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{1}{z} e^{ikz \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\xi - x}{z}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y}{z}\right)^2 \right]} d\xi d\eta \\
 &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{ik}{2z} [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]} d\xi d\eta
 \end{aligned} \tag{I.34}$$

Si nous effectuons la multiplication dans l'exposant et si nous remplaçons  $\nu = x/(z\lambda)$  et  $\mu = y/(z\lambda)$  dans l'équation (I.34) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 E(\nu, \mu) &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{ik}{2z} [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]} d\xi d\eta \\
 &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{z\lambda} (\xi^2 + \eta^2)} e^{\frac{i\pi}{z\lambda} (x^2 + y^2)} e^{-\frac{2i\pi}{z\lambda} (x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \\
 &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{i\pi}{z\lambda} (x^2 + y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{z\lambda} (\xi^2 + \eta^2)} e^{-2i\pi \left( \frac{x}{z\lambda} \xi + \frac{y}{z\lambda} \eta \right)} d\xi d\eta \\
 &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\pi z\lambda (\nu^2 + \mu^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{z\lambda} (\xi^2 + \eta^2)} e^{-2i\pi (\xi\nu + \eta\mu)} d\xi d\eta
 \end{aligned} \tag{I.35}$$

Ainsi, mis à part les facteurs multiplicatifs de phase et d'amplitude qui sont indépendants de  $\xi$  et  $\eta$ , on peut calculer  $E(v, \mu)$  en effectuant la transformation de Fourier du produit du champ  $U(\xi, \eta)$  et de la fonction « Chirp » en deux dimensions  $e^{\frac{i\pi}{z\lambda}(\xi^2 + \eta^2)}$ .

#### I.4.3 Approximation de Fraunhofer

Dans l'équation (I.35),  $r$  était approximée par :

$$r \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{x\xi + y\eta}{z} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2z}. \quad (\text{I.36})$$

L'approximation de Fraunhofer néglige le terme  $(\xi^2 + \eta^2)/2z$ , donc l'équation devient:

$$\begin{aligned} E(v, \mu) &= \frac{1}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{ik \left[ z + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{x\xi + y\eta}{z} \right]} d\xi d\eta \\ &= \frac{1}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{i2\pi}{\lambda} \frac{1}{2z} [2z^2 + x^2 + y^2 - 2x\xi - 2y\eta]} d\xi d\eta \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\pi z \lambda (v^2 + \mu^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{-2i\pi(\xi v + \eta \mu)} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (\text{I.37})$$

Mis à part les facteurs multiplicatifs qui précèdent l'intégrale, on constate maintenant que l'intégrale de la formule de Fresnel-Kirchhoff est réduite à la transformée de Fourier de la distribution du champ sur l'ouverture [6].

Pour trouver la région où l'approximation de Fraunhofer est valable, nous étudions la phase qui représente le terme négligé dans (I.36), qui devrait rester nettement inférieur à 1 radian.

$$k \left( \frac{\xi^2 + \eta^2}{2z} \right) \ll 1 \quad (\text{I.38})$$

Où  $\xi^2 + \eta^2 \ll z\lambda/\pi$ . Donc une ouverture de largeur 1cm et de longueur d'onde de  $0,5\mu\text{m}$  exige une distance d'observation de  $z \gg 300\text{m}$  pour que l'approximation de Fraunhofer soit valable. Les régions de Fresnel dites de champ proche et les régions de Fraunhofer dites de champ lointain sont représentées dans la Figure I.6, mais pas à l'échelle.

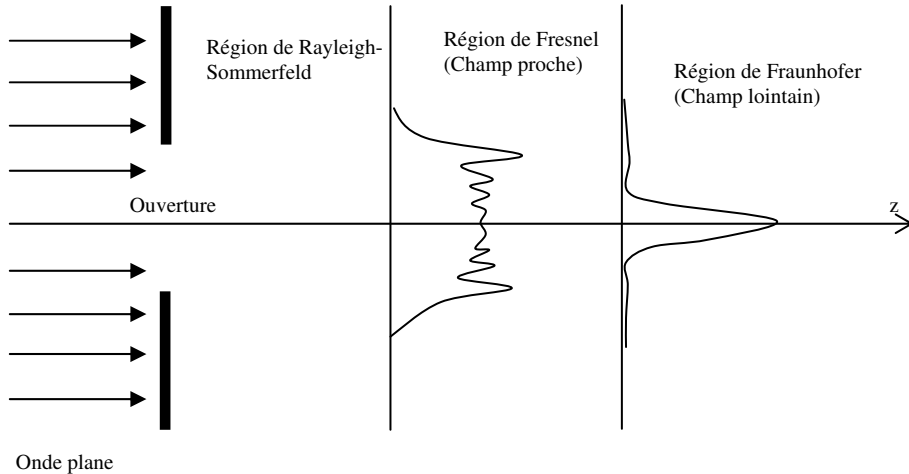


Figure I.6 : Position relative des régions de diffraction de Fresnel et de Fraunhofer.

L'observation de la figure de diffraction de Fraunhofer dans la pratique est possible sans passer par l'équation (I.37) de la diffraction d'ouverture : on a à éclairer l'ouverture par une onde sphérique convergente vers le plan d'observation ou de placer de façon appropriée une lentille positive entre le plan d'ouverture et le plan d'observation.

#### I.4.4 Lentilles minces

Une lentille est constituée d'un matériau optiquement dense, généralement du verre, dans lequel la vitesse de propagation des ondes est moins grande que dans l'air. Une lentille est dite mince si un rayon lumineux entrant par une face au point de coordonnées  $(x,y)$  émerge en un point de la face opposée ayant sensiblement les mêmes coordonnées, c'est-à-dire si la translation du rayon lumineux à l'intérieur de la lentille est négligeable [5,6]. Ainsi une lentille mince retarde simplement la phase de l'onde incidente d'une quantité proportionnelle à l'épaisseur de la lentille en tout point de coordonnées  $(x,y)$ . Soit  $\Delta_0$  l'épaisseur maximale de la lentille et soit  $\Delta(x,y)$  l'épaisseur au point de coordonnées  $(x,y)$  (Figure I.7). Le retard total de phase subi par l'onde au point de coordonnées  $(x,y)$  à la traversée de la lentille peut alors s'écrire :

$$\phi(x, y) = kn\Delta(x, y) + k[\Delta_0 - \Delta(x, y)] \tag{I.39}$$

où  $n$  est l'indice de réfraction du matériau constituant la lentille,  $kn\Delta(x, y)$  est le retard de phase introduit par la lentille,  $k[\Delta_0 - \Delta(x, y)]$  est le retard introduit par la région restante de l'espace libre entre les deux plans tangents. Ceci revient à représenter l'effet produit par une lentille mince à l'aide d'une transformation de phase de la forme :

$$t_l(x, y) = e^{ik\Delta_0} e^{ik(n-1)\Delta(x, y)} \tag{I.40}$$

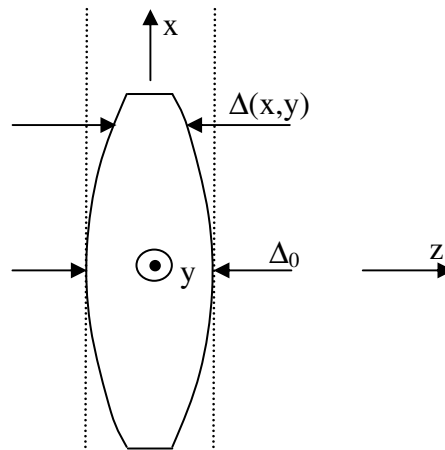


Figure I.7 : Epaisseur d'une lentille mince.

En pratique, les faces des lentilles sont des surfaces sphériques avec les rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$  qui sont assimilées à des surfaces paraboliques, (Figure I.8). Avec ces approximations paraxiales, la fonction épaisseur devient :

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 - \frac{x^2 + y^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{I.41})$$

La distance focale est définie par :

$$f = \frac{1}{(n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (\text{I.42})$$

La transformation de phase peut alors se mettre sous la forme :

$$t_l(x, y) = \exp \left[ -\frac{ik}{2f} (x^2 + y^2) \right] \quad (\text{I.43})$$

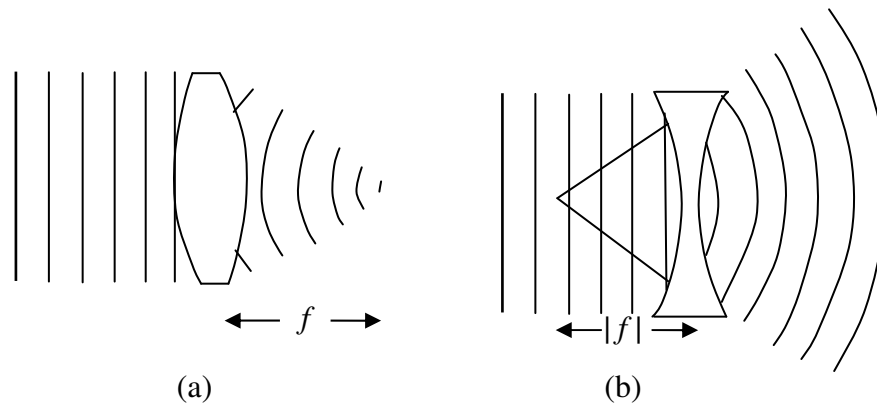


Figure I.8 : Lentille (a) positive (b) négative.

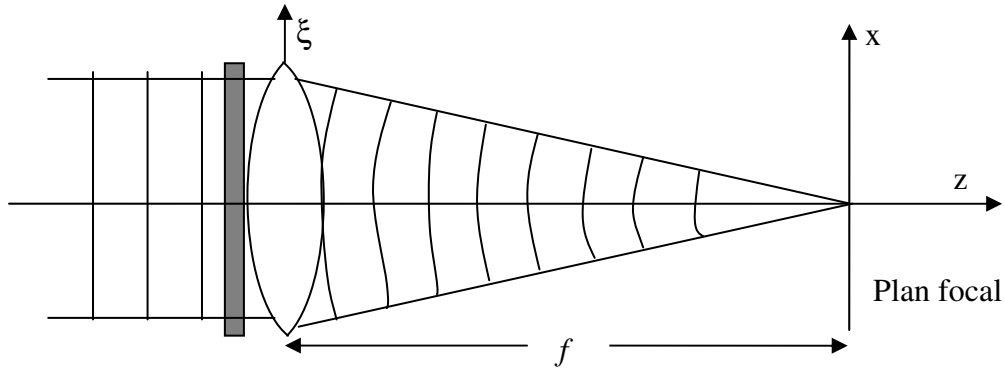


Figure I.9 : Transformée de Fourier optique.

Si la distance focale  $f$  est positive, l'onde sphérique converge alors en un point de l'axe de la lentille situé à la distance  $f$  de cette dernière si elle est éclairée par une onde plane. Une telle lentille est dite lentille positive ou lentille convergente. Par contre si  $f$  est négative, l'onde sphérique diverge à partir d'un point situé sur l'axe de la lentille à une distance  $f$  en avant de celle-ci qui est appelée une lentille négative ou lentille divergente, (Figure I.8). Nous devons noter que la phase de transition (I.43) d'une lentille est décrite par la fonction Chirp.

Maintenant, nous pouvons montrer qu'une lentille mince positive produit une figure de diffraction de Fraunhofer à une distance qui est de loin inférieure à celle prédite par (I.38). Ce qui revient à dire que la lentille réalise une transformation de Fourier bidimensionnelle d'une distribution donnée. On va supposer un objet transparent placé contre la lentille et éclairé par une onde plane (Figure I.9). Si l'image est représentée par la fonction  $U(\xi, \eta)$ , alors la distribution d'amplitude à l'arrière de la lentille est :

$$U_L(\xi, \eta) = U(\xi, \eta) \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda f}(\xi^2 + \eta^2)\right] \quad (\text{I.44})$$

(le diamètre de la lentille est supposé infini). Pour trouver la distribution  $E(v, \mu, f)$  à l'arrière du plan focal de la lentille, on applique la formule de diffraction de Fresnel (I.36) et on obtient :

$$\begin{aligned} E(v, \mu, f) &= \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} e^{i\pi\lambda f(v^2 + \mu^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ U(\xi, \eta) e^{-\frac{i\pi}{\lambda f}(\xi^2 + \eta^2)} \right] e^{\frac{i\pi}{\lambda f}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-2i\pi(\xi v + \eta \mu)} d\xi d\eta \\ &= \frac{e^{ikf} e^{i\pi\lambda f(v^2 + \mu^2)}}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{-2i\pi(\xi v + \eta \mu)} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{I.45})$$

Le facteur quadratique de phase qui précède l'intégrale ne dépend pas de la fonction d'entrée, donc il est sans importance dans notre cas. La figure dans le plan focal est la transformée de Fourier de l'entrée, ou autrement dit, nous reconnaissons la figure de diffraction du champ incident sur la lentille à une distance égale à la distance focale de la lentille.

## I.5 Cohérence

En optique, le sens original du mot cohérence a été attribué à la capacité des ondes lumineuses de produire le phénomène d'interférence. Aujourd'hui, la notion de cohérence est plus généralement définie par la propriété de corrélation entre les grandeurs de champ optique. Le phénomène d'interférence est le phénomène le plus simple qui révèle la corrélation entre les ondes lumineuses. Il existe deux aspects généraux de la cohérence : la cohérence temporelle et la cohérence spatiale [7].

La cohérence temporelle décrit la corrélation entre deux ondes qui proviennent d'une même source et à deux instants différents. Elle peut être mesurée à l'aide d'un interféromètre de Michelson. La cohérence spatiale décrit la corrélation mutuelle à deux endroits différents d'un même front d'onde et elle est mesurée en utilisant l'interféromètre de Young.

### I.5.1 Cohérence temporelle

Considérons un interféromètre de Michelson (Figure I.10). La source lumineuse S émet une lumière de longueur d'onde  $\lambda$  [1]. Cette onde se divise en deux ondes à l'aide d'une séparatrice. L'une parcourt le trajet  $[IM_1P]$  et l'autre le trajet  $[IM_2P]$ , pour se superposer sur l'écran où elles interfèrent. L'onde qui suit le trajet  $[IM_2P]$  parcourt un chemin plus long que l'onde qui suit le trajet  $[IM_1P]$ . Donc on a un décalage de phase entre les deux ondes qui peut être exprimé par :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \{ [IM_2P] - [IM_1P] \} = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \quad (I.46)$$

Ou encore par :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi c}{\lambda} \{ t_{IM_2P} - t_{IM_1P} \} \quad (I.47)$$

Où  $t_{IM_2P}$  et  $t_{IM_1P}$  sont les temps mis par les ondes pour parcourir les trajets  $IM_2P$  et  $IM_1P$ . Généralement Pour que le phénomène d'interférence se produise, il faut que la différence de marche  $\delta$  soit plus petite que la longueur de cohérence  $L$  ou encore, il faut que  $t_{IM_2P} - t_{IM_1P}$  soit inférieur au temps de cohérence.

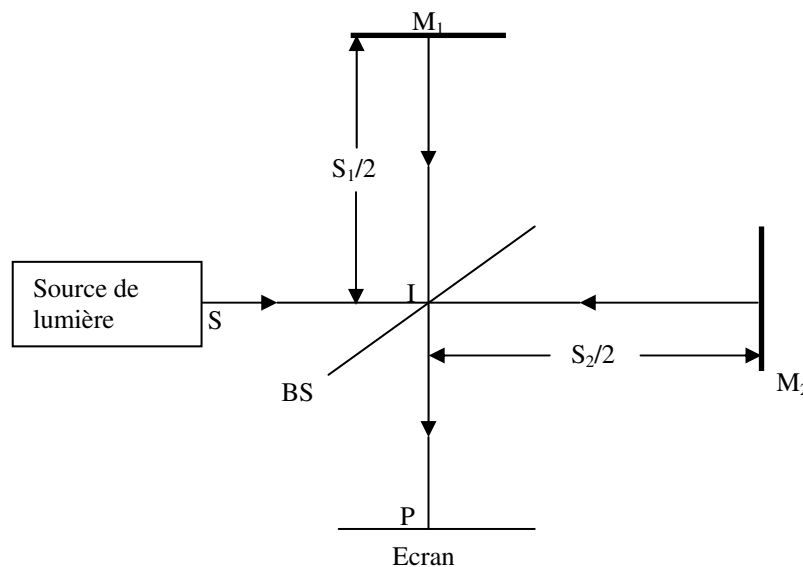


Figure I.10 : Interféromètre de Michelson

Selon l'analyse de Fourier, la longueur de cohérence  $L$  d'un train d'onde est inversement proportionnelle à la largeur de la bande spectrale  $\Delta f$  :  $L = \frac{c}{\Delta f}$

La visibilité est définie par :

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (\text{I.48})$$

C'est la mesure de contraste de la figure d'interférence.

Avec  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$

$I_{\max}$  et  $I_{\min}$  sont calculés par insertion respective de  $\Delta\varphi = 0$  et  $\Delta\varphi = \pi$  dans l'équation ci dessus.

Dans le cas idéal où la longueur de cohérence est infinie, la visibilité devient égale à

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad (\text{I.49})$$

La fonction d'auto-cohérence est décrite par :

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau) &= \langle E(P, t + \tau) E^*(P, t) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E(P, t + \tau) E^*(P, t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S(P, \nu) e^{-i2\pi\nu\tau} d\nu \end{aligned} \quad (\text{I.50})$$

Ce qui nous conduit à écrire :

$$S(P, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau \quad (\text{I.51})$$

$E(P, t)$  et  $E(P, t + \tau)$  représentent respectivement les champs électriques des ondes aux instants  $t$  et  $t + \tau$ .

Ce résultat est l'équivalent en optique du théorème bien connu de Wiener-Khintchine (processus aléatoire stationnaire). Le théorème de Wiener-Khintchine définit la densité spectrale de puissance d'un processus stochastique stationnaire au sens large comme étant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation correspondante.

On va démontrer le théorème de Wiener-Khintchine [8] :

On sait que

$$\begin{aligned} E(P_1, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} E(P_1, \nu) e^{-i2\pi\nu t} d\nu \\ E(P_1, \nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} E(P_1, t) e^{i2\pi\nu t} dt \end{aligned} \quad (\text{I.52})$$

On remplace l'équation (I.52) dans l'équation (I.53), on trouve :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} E^*(P_2, t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} E(P_1, \nu) e^{-i2\pi\nu(t+\tau)} d\nu \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} E^*(P_2, t) e^{-i2\pi\nu t} dt \right] E(P_1, \nu) e^{-i2\pi\nu\tau} d\nu \end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} E(P_1, \nu) E^*(P_2, \nu) e^{-i2\pi\nu\tau} d\nu \quad (\text{I.53})$$

Sachant que :

$$\langle E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t) dt \quad (\text{I.54})$$

Et que :

$$\langle E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_{12}(\nu) e^{-i2\pi\nu\tau} d\nu, \quad (\text{I.55})$$

on déduit que :

$$G_{12}(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{E(P_1, \nu) E^*(P_2, \nu)}{2T} \right] \quad (\text{I.56})$$

La fonction  $G_{12}(\nu)$  peut être appelée densité spectrale mutuelle, ou densité spectrale croisée, des vibrations de lumière aux points  $P_1$  et  $P_2$ . Elle représente la généralisation de la densité spectrale, qui se réduit à  $S(P, \nu)$  quand les deux points coïncident. La densité spectrale mutuelle en optique ressemble au concept du spectre de puissance croisé dans la théorie des processus aléatoires stationnaires. L'équation montre que la fonction de corrélation définie par  $E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t)$  n'est autre que la transformée de Fourier de la densité spectrale mutuelle  $G_{12}(\nu)$ .

Dans le cas où  $P_1 = P_2 = P$ , et en le remplaçant dans l'équation (I.55), on trouve :

$$\langle E(P, t + \tau) E^*(P, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(P, \nu) e^{-i2\pi\nu\tau} d\nu, \quad (\text{I.57})$$

où  $S(P, \nu)$  est la densité spectrale au point  $P$

$$S(P, \nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|E(P, \nu)|^2}{2T} \quad (\text{I.58})$$

La fonction d'auto-corrélation (auto-cohérence) normalisée est représentée par :

$$\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)} = \frac{\langle E(P, t + \tau) E^*(P, t) \rangle}{\langle |E(P, 0)|^2 \rangle} \quad (\text{I.59})$$

Elle est appelée aussi degré complexe de cohérence de l'onde.

Dans le cas où la longueur de cohérence est finie, l'intensité résultante de cette interférence s'écrit comme :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \cos \Delta\varphi \quad (\text{I.60})$$

$I_{\max}$  et  $I_{\min}$  deviennent :

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \quad (\text{I.61})$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \quad (\text{I.62})$$

On remplace ces équations (I.61) et (I.62) dans l'équation (I.48) et on trouve :

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\gamma| \quad (\text{I.63})$$

Si on suppose que  $I_1 = I_2$ , l'équation (I.63) devient :



$$V = |\gamma|. \quad (\text{I.64})$$

$|\gamma|$  est égale à la visibilité, et donc représente la capacité de deux ondes à interférer.

Si  $|\gamma| = 1$ , on dit que la source de lumière est cohérente. Si  $|\gamma| = 0$ , on dit que la source de lumière est complètement incohérente. Et si  $0 < |\gamma| < 1$ , on dit que la source de lumière est partiellement cohérente.

### 1.5.2 Cohérence spatiale

La cohérence spatiale est mesurée par interférométrie de Young. On considère une source  $\sigma$  qui éclaire un écran  $A$  percé de deux trous  $P_1$  et  $P_2$  (Figure I.11). La source  $\sigma$  est une source étendue incohérente, c'est-à-dire que tous les éléments sont considérés comme des sources ponctuelles incohérentes. La source  $\sigma$  émet de la lumière quasi-monochromatique. La distance entre les deux trous est égale à  $a$ , les ondes issues des deux trous arrivent sur l'écran d'observation et interfèrent. La source  $\sigma$  est parallèle à l'écran  $A$ , et on supposera que le milieu entre la source et l'écran est homogène. On supposera que la taille  $h$  de la source  $\sigma$  est petite par rapport à la distance  $R$  entre la source et l'écran  $A$ , et que les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont petits [1,8].

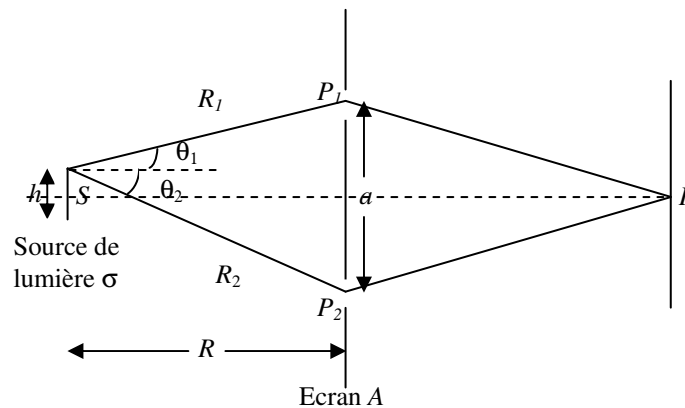


Figure I.11 : Interféromètre de Young.

En général,  $R_1$  est différente de  $R_2$  et l'état d'interférence en  $P$  dû aux ondes issues de  $P_1$  n'est pas le même que celui dû aux ondes issues de  $P_2$ . Ce sont donc les intensités des deux phénomènes d'interférence dans l'écran, celui dû à  $P_1$  et celui dû à  $P_2$  qu'il faut ajouter.

Cette addition provoque une baisse du contraste des interférences. Cette compensation est évitée si la condition suivante est respectée pour chaque point de la source de lumière.

$$R_1 - R_2 < \frac{\lambda}{2} \quad (\text{I.65})$$

Avec :

$$\begin{cases} R_1^2 = R^2 + \left(\frac{a-h}{2}\right)^2 \\ R_2^2 = R^2 + \left(\frac{a+h}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (\text{I.66})$$

$h$  la largeur de la source de la lumière. Supposant que  $a \ll R$  et  $h \ll R$  ce qui donne lieu à :

$$R_1 - R_2 \approx \frac{ah}{2R} \quad (\text{I.67})$$

On remplace l'équation (I.67) dans l'équation (I.65) et on a :

$$\frac{ah}{2R} < \frac{\lambda}{2} \quad (\text{I.68})$$

La distance de cohérence est donc exprimée par :

$$\frac{a_k h}{2R} = \frac{\lambda}{2} \quad (\text{I.69})$$

Contrairement à la cohérence temporelle, la cohérence spatiale dépend non seulement des propriétés de la source de lumière mais aussi de la géométrie de l'interféromètre.

Nous allons maintenant déterminer l'intensité mutuelle  $J_{12}$  et le degré de cohérence  $j_{12}$  des points  $P_1$  et  $P_2$  sur un écran  $A$ .

Considérons que la source soit divisée en éléments  $d\sigma_1, d\sigma_2, \dots$  centrés sur les points  $S_1, S_2, \dots$  de petites dimensions par rapport à la longueur d'onde. Si  $E_{m1}(t)$  et  $E_{m2}(t)$  sont respectivement les distributions complexes des vibrations lumineuses sur le point  $P_1$  et le point  $P_2$  dues aux éléments  $d\sigma_m$ , la distribution du champ électrique total représente la somme des distributions du champ électrique de chaque vibration prise séparément, d'où l'expression suivante :

$$E_1(t) = \sum_m E_{m1}(t), \quad E_2(t) = \sum_m E_{m2}(t), \quad m = 1, 2, \dots \quad (\text{I.70})$$

Donc dans le cas de la cohérence spatiale, la fonction de corrélation croisée est définie par :

$$J(P_1, P_2) = \langle E_1(t)E_2^*(t) \rangle = \sum_m \langle E_{m1}(t)E_{m2}^*(t) \rangle + \sum_{m \neq n} \langle E_{m1}(t)E_{m2}^*(t) \rangle \quad (\text{I.71})$$

On va supposer que les vibrations de lumière qui surgissent des différents éléments d'une source sont statistiquement indépendantes (mutuellement incohérentes), et de valeur moyenne égale à zéro, pour que :

$$\langle E_{m1}(t)E_{n2}^*(t) \rangle = \langle E_{m1}(t) \rangle \langle E_{n2}^*(t) \rangle = 0 \quad \text{quand } m \neq n.$$

Si  $R_{m1}$  et  $R_{m2}$  sont les distances entre  $P_1$  et  $P_2$  des éléments de la source, alors :

$$E_{m1}(t) = A_m \left( t - \frac{R_{m1}}{v} \right) \frac{e^{-i2\pi\bar{\nu}(t-R_{m1}/v)}}{R_{m1}}, \quad E_{m2}(t) = A_m \left( t - \frac{R_{m2}}{v} \right) \frac{e^{-i2\pi\bar{\nu}(t-R_{m2}/v)}}{R_{m2}}, \quad (\text{I.72})$$

où  $|A_m|$  caractérise l'intensité et  $\arg A_m$  la phase de la radiation du même élément et  $v$  est la vitesse de la lumière dans le milieu entre la source et l'écran. Donc :

$$\begin{aligned} \langle E_{m1}(t)E_{m2}^*(t) \rangle &= \left\langle A_m \left( t - \frac{R_{m1}}{v} \right) A_m^* \left( t - \frac{R_{m2}}{v} \right) \right\rangle \frac{e^{i2\pi\bar{\nu}(R_{m1}-R_{m2})/v}}{R_{m1}R_{m2}} \\ &= \left\langle A_m(t)A_m^* \left( t - \frac{R_{m2}-R_{m1}}{v} \right) \right\rangle \frac{e^{i2\pi\bar{\nu}(R_{m1}-R_{m2})/v}}{R_{m1}R_{m2}} \end{aligned} \quad (\text{I.73})$$

La différence de chemin optique  $R_{m2} - R_{m1}$  est petite par rapport à la longueur de cohérence de la lumière et donc on peut négliger le retard  $\frac{R_{m2} - R_{m1}}{v}$  dans le terme le terme  $A_m^*$ , et on obtient donc

$$J(P_1, P_2) = \sum_m \langle A_m(t) A_m^*(t) \rangle \frac{e^{i2\pi\bar{v}(R_{m1} - R_{m2})/v}}{R_{m1} R_{m2}} \quad (\text{I.74})$$

La quantité  $\langle A_m(t) A_m^*(t) \rangle$  caractérise l'intensité de radiation des éléments de la source  $d\sigma_m$ . Dans tous les cas pratiques le nombre total des éléments de la source peut être supposé aussi large qu'on peut considérer la source effectivement continue. On note  $I(S)$  l'intensité par unité de surface de la source, c'est-à-dire  $I(S_m) d\sigma_m = \langle A_m(t) A_m^*(t) \rangle$ , l'équation devient :

$$J(P_1, P_2) = \int_{\sigma} I(S) \frac{e^{i\bar{k}(R_1 - R_2)}}{R_1 R_2} dS \quad (\text{I.75})$$

Où  $R_1$  et  $R_2$  représentent respectivement les distances entre le point de la source  $S$  et les points  $P_1$  et  $P_2$ , et  $\bar{k} = 2\pi\bar{v}/v = 2\pi/\bar{\lambda}$  est le nombre d'onde dans le milieu. Le degré de cohérence complexe  $j(P_1, P_2)$  est égal à :

$$j(P_1, P_2) = \frac{1}{\sqrt{I(P_1)}\sqrt{I(P_2)}} \int_{\sigma} I(S) \frac{e^{i\bar{k}(R_1 - R_2)}}{R_1 R_2} dS, \quad (\text{I.76})$$

$$\text{Ou } I(P_1) = J(P_1, P_1) = \int_{\sigma} \frac{I(S)}{R_1^2} dS, \quad I(P_2) = J(P_2, P_2) = \int_{\sigma} \frac{I(S)}{R_2^2} dS, \quad (\text{I.77})$$

Sont les intensités moyennes aux points  $P_1$  et  $P_2$ .

L'équation (I.76) implique que le degré de cohérence complexe  $j(P_1, P_2)$ , qui décrit la corrélation des vibrations entre un point fixe  $P_2$  et un point variable  $P_1$  sur un plan éclairé par une source incohérente quasi-monochromatique étendue, est égale à l'amplitude complexe normalisée au point correspondant à  $P_1$  sur une certaine figure de diffraction, centrée sur  $P_2$ . Cette figure doit être obtenue en remplaçant la source par une ouverture de diffraction de même taille et même forme que la source, et l'onde traversant l'ouverture sera une onde sphérique convergente en  $P_2$ , la distribution d'amplitude sur le front d'onde dans l'ouverture est proportionnelle à la distribution de l'intensité à travers la source. Ce résultat a été établi premièrement par Van Cittert et plus tard par Zernike ce qui nous renvoie au théorème de Van Cittert - Zernike. Ce théorème définit le degré de cohérence complexe de la lumière émise par la source comme étant la transformée de Fourier de la distribution spatiale de l'intensité sur la source.

Dans la plupart des applications l'intensité  $I(S)$  peut être supposée indépendante de la position  $S$  sur la surface (intensité uniforme). Le problème lié à la diffraction est donc celui de la diffraction d'une onde sphérique d'amplitude uniforme par une ouverture de même taille et même forme que la source.

Nous supposons que la source est un plan dans lequel nous avons défini le système de coordonnées  $(\xi, \eta)$  avec comme axes  $O\xi$  et  $O\eta$  et un point source  $S$ . En outre nous supposons que le plan d'écran est un plan parallèle au plan de la source où nous avons défini le système de coordonnées  $(X, Y)$  dont le centre du repère est  $O'$ , le

point  $P_1$  est de coordonnées  $(X_1, Y_1)$  et le point  $P_2$  est de coordonnées  $(X_2, Y_2)$ . Donc si  $R$  représente la distance  $OO'$  :

$$R_1^2 = (X_1 - \xi)^2 + (Y_1 - \eta)^2 + R^2, \text{ et } R_2^2 = (X_2 - \xi)^2 + (Y_2 - \eta)^2 + R^2, \quad (\text{I.78})$$

Donc :

$$R_1 \approx R + \frac{(X_1 - \xi)^2 + (Y_1 - \eta)^2}{2R} \quad \text{et} \quad R_2 \approx R + \frac{(X_2 - \xi)^2 + (Y_2 - \eta)^2}{2R}. \quad (\text{I.79})$$

Seuls les termes principaux  $X_1/R$  et  $Y_1/R$  restent, alors que  $\xi/R$  et  $\eta/R$  sont éliminés. Donc :

$$R_1 - R_2 \approx \frac{(X_1^2 + Y_1^2) - (X_2^2 + Y_2^2)}{2R} - \frac{(X_1 - X_2)\xi + (Y_1 - Y_2)\eta}{R}. \quad (\text{I.80})$$

Nous supposons que :

$$\frac{(X_1 - X_2)}{R} = p, \quad \frac{(Y_1 - Y_2)}{R} = q, \quad (\text{I.81})$$

$$\psi = \frac{\bar{k}[(X_1^2 + Y_1^2) - (X_2^2 + Y_2^2)]}{2R} \quad (\text{I.82})$$

et l'équation (I.76) devient égale à :

$$j_{12} = \frac{e^{i\psi} \iint_{\sigma} I(\xi, \eta) e^{-i\bar{k}(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta}{\iint_{\sigma} I(\xi, \eta) d\xi d\eta}. \quad (\text{I.83})$$

On suppose que la taille de la source de lumière est égale à  $h$  et la distance entre les deux points  $P_1$  et  $P_2$  est égale à  $a$ . Donc si on a  $a \ll R$  et  $h \ll R$ , alors le degré de cohérence  $|j_{12}|$  est égal à la valeur absolue de la transformée de Fourier normalisée de la fonction d'intensité de la source.

$$\text{Donc : } |j_{12}| = |TF(I(\xi, \eta))|.$$

## I.6 Interférences lumineuses

Le phénomène d'interférence est la superposition de deux ou plusieurs ondes lumineuses cohérentes [1]. Si chaque onde est décrite par  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  qui est une solution de l'équation d'onde, alors la superposition d'ondes exprimée par :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}, t), \quad i = 1, 2, \dots \quad (\text{I.84})$$

est une solution aussi, parce que l'équation d'onde est une équation différentielle linéaire.

On considère le cas d'interférence de deux ondes lumineuses de même longueur d'onde. Les ondes doivent avoir la même polarisation, c'est-à-dire qu'on peut utiliser le formalisme scalaire. Les amplitudes complexes des deux ondes sont :

$$A_1(x, y, z) = a_1 \exp(i\phi_1) \quad (\text{I.85})$$

et

$$A_2(x, y, z) = a_2 \exp(i\phi_2) \quad (\text{I.86})$$

L'amplitude complexe est donc calculée par la somme des amplitudes individuelles :

$$A = A_1 + A_2 \quad (\text{I.87})$$

D'après l'équation (I.15) l'intensité devient égale à :

$$\begin{aligned} I &= |A_1 + A_2|^2 = (A_1 + A_2)(A_1 + A_2)^* \\ &= a_1 + a_2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\varphi \end{aligned} \quad (\text{I.88})$$

$I_1$  et  $I_2$  sont des intensités individuelles et :

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (\text{I.89})$$

L'intensité résultante est la somme des intensités individuelles plus le terme d'interférence  $2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\varphi$ , qui dépend de la phase entre les deux ondes.

En P (Figure I.11), la différence de marche  $\delta$  entre les 2 rayons est exprimée par :

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \varphi \quad (\text{I.90})$$

Si  $\delta = k\lambda$ , il y a interférence constructive et on observe des franges brillantes pour :

$$\Delta\varphi = 2n\pi \quad \text{pour } n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{I.91})$$

Si  $\delta = (2k+1)\lambda/2$ , il y a interférence destructive et on observe des franges sombres pour :

$$\Delta\varphi = (2n+1)\pi \quad \text{pour } n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{I.92})$$

La valeur  $n$  est appelée l'ordre des franges d'interférence. La figure d'interférence se compose de franges sombres et brillantes comme résultat d'interférences destructives et constructives.

La superposition des deux ondes qui interfèrent sous un angle  $\theta$  avec une distance équidistant, (Figure I.12), l'interfrange  $d$  est la distance entre deux franges et peut être calculée par une considération géométrique. La Figure I.12 montre que :

$$\sin \theta_1 = \frac{\Delta l_1}{d}; \quad (\text{I.93})$$

et que

$$\sin \theta_2 = \frac{\Delta l_2}{d}; \quad (\text{I.94})$$

$\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les angles entre les directions de propagation de chaque front d'onde avec la verticale de l'écran.  $\Delta l_2$  est la distance supplémentaire parcourue par le front d'onde  $W_2$  par rapport  $W_1$  au point  $P_1$ . La différence de chemin optique entre deux franges brillantes ou sombres est donc égale à :

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \lambda \quad (\text{I.95})$$

En remplaçant les équations (I.93) et (I.94) dans (I.95), on trouve :

$$d = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2} = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}} \quad (\text{I.96})$$

On suppose que  $\cos(\theta_1 - \theta_2)/2 \approx 1$  et  $\theta = \theta_1 + \theta_2$ . L'équation (I.96) devient:

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (\text{I.97})$$

La fréquence spatiale  $f$  est inversement proportionnelle à l'interfrange  $d$ .

$$f = d^{-1} = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{I.98})$$

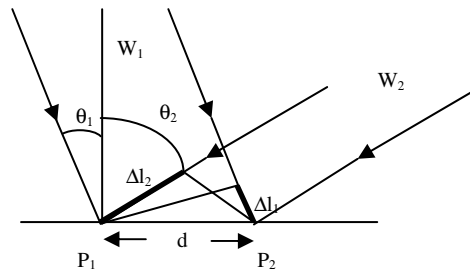


Figure I.12: *Interférence entre deux ondes planes.*

### I.7 Speckle

Le terme anglais *speckle* ou encore *tavelures* en français, définit une figure d'interférences aléatoires entre les rayons diffusés par chaque point d'un écran, qu'on observe lorsqu'un laser illumine un objet, en réflexion ou en transmission. Cette figure est d'aspect granulaire, présentant des « taches » claires et sombres, causées, respectivement, par les interférences constructives et destructives de la lumière laser diffusée comme dans la Figure I.13. On a la formation de figure de speckle, si une surface présente des irrégularités de forme d'amplitude supérieure ou égale à la longueur d'onde de la lumière visible. Quand on éclaire un objet par réflexion, sachant que notre objet est opaque, la figure de speckle résulte des interférences entre les ondelettes réfléchies par les petites facettes qui forment la surface de notre objet. Alors que dans le cas d'un objet diffusant éclairé par transmission, la figure de speckle résulte des interférences entre les ondelettes diffusées par les différents centres diffuseurs rencontrés [9].

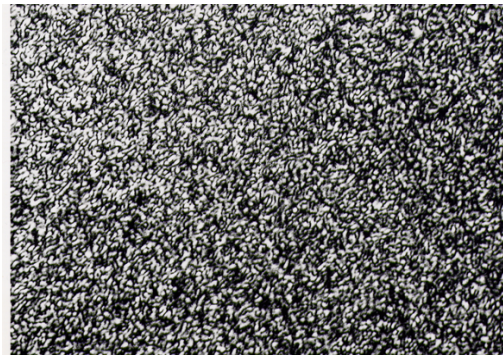


Figure I.13 : *Photographie du speckle (granularité laser).*

On va essayer de décrire ses propriétés statistiques, qui sont liées aux dimensions macroscopiques de l'objet.

Pour aider à l'élaboration d'un modèle statistique du speckle, nous allons d'abord faire quelques hypothèses pour simplifier les calculs [10]. Notamment, nous supposons que le champ incident au point  $(x,y,z)$  est parfaitement polarisé et

parfaitement monochromatique. Dans ces conditions, l'amplitude complexe du signal analytique est de la forme suivante :

$$u(x, y, z; t) = A(x, y, z)e^{i2\pi\nu t}, \quad (\text{I.99})$$

$\nu$  est la fréquence optique et  $A(x, y, z)$  est l'amplitude complexe du phaseur. Cette dernière est exprimée par :

$$A(x, y, z) = |A(x, y, z)|e^{i\theta(x, y, z)} \quad (\text{I.100})$$

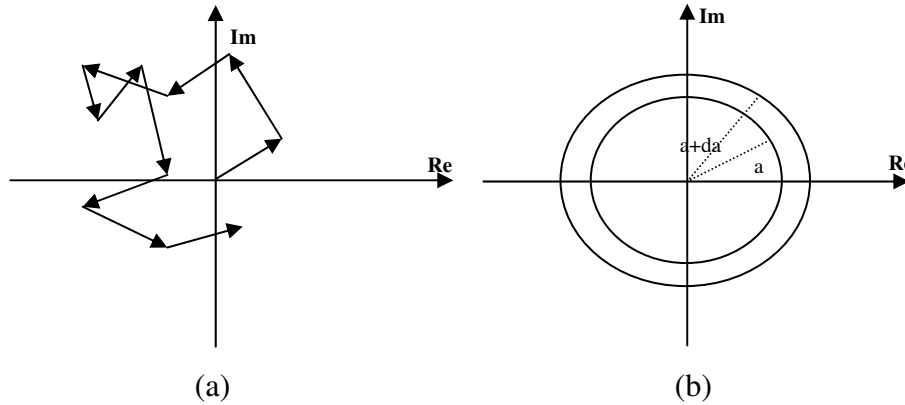
L'amplitude du champ en un point de coordonnées  $(x, y, z)$  est égale à la somme des amplitudes complexes de toutes les ondelettes interférant en ce point. Donc l'amplitude du champ complexe du phaseur est représentée par :

$$A(x, y, z) = \sum_{k=1}^N |a_k| e^{i\phi_k} \quad (\text{I.101})$$

Où  $a_k$  est l'amplitude réelle,  $\phi_k$  est la phase de la  $k$ -ième surface de diffusion et  $N$  est le nombre total de contributions.

La figure (I.14) représente graphiquement la somme de "phaseurs" dans le plan complexe. Deux hypothèses sont nécessaires :

- (i) l'amplitude réelle  $a_k$  et la phase  $\phi_k$  sont indépendantes pour chaque contribution,
- (ii) les phases  $\phi_k$  des contributions sont uniformément distribuées entre  $-\pi$  et  $\pi$ .



**Figure I.14 :** (a) Représentation de la somme d'amplitudes complexes sous la forme de phaseurs dans le plan complexe. (b) Représentation dans le plan complexe de la probabilité de l'amplitude réelle  $a$ .

On montre alors que les parties réelle et imaginaire du champ (respectivement  $a_R = a \cos \phi$  et  $a_I = a \sin \phi$  obéissent à une même distribution gaussienne, de moyenne nulle:

$$P(a_{R,I}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{a_{R,I}^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{I.102})$$

On peut raisonner dans le plan complexe, comme représenté sur la figure I.14(b): la probabilité d'avoir une amplitude réelle  $a$ , c'est-à-dire la probabilité de se trouver dans la couronne située entre les rayons  $a$  et  $a + da$ , est :

$$P(a)da = \int_{\text{couronne}} P(a_R)P(a_I) da_R da_I$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{\text{couronne}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{a_R^2}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{a_I^2}{2\sigma^2}\right) da_R da_I \\
 &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{a_R^2 + a_I^2}{2\sigma^2}\right) 2\pi a da \\
 P(a) da &= \frac{a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right) da
 \end{aligned} \tag{I.103}$$

On en déduit la probabilité de l'intensité  $I$ , sachant que

$$P_I(I) = P_a(a = \sqrt{I}) \frac{da}{dI} = \frac{P_a(\sqrt{I})}{2a} = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right) \tag{I.104}$$

La distribution d'intensité d'une figure de speckle suit donc une loi exponentielle décroissante. Donc la moyenne  $\bar{I}$  de l'intensité est égale à son écart-type  $\sigma_I$  ( $\bar{I} = \sigma_I = 2\sigma^2$ ). Le contraste  $C$  d'une figure de speckle est donc unitaire :

$$C = \frac{\sigma_I}{\bar{I}} = 1.$$

L'observation du speckle peut être faite de deux manières différentes :

1. En plaçant un écran au voisinage de l'objet diffusant : c'est le speckle objectif.
2. En utilisant un système de projection (l'œil, une lentille ou un objectif) : c'est le speckle subjectif.

Dans le cas du speckle objectif, la taille caractéristique des grains de speckle est donnée par :

$$d_{sp} = \frac{\lambda z}{L} \tag{I.105}$$

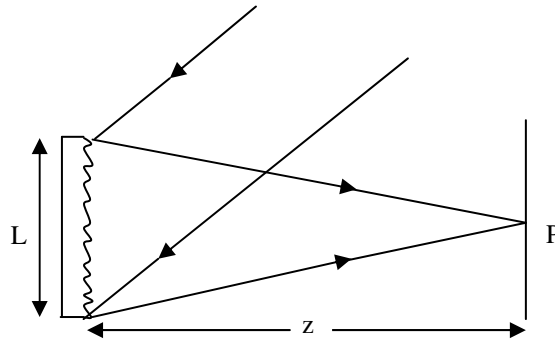


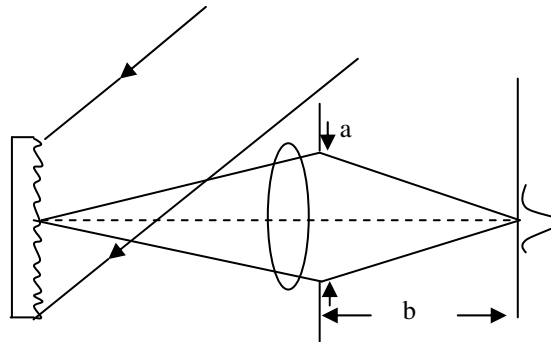
Figure I.15 : Formation de speckle objectif.

$L$  est la taille de la surface diffusante et  $z$  la distance d'observation. La différence principale qui existe entre le speckle subjectif et le speckle objectif est que la taille du grain de speckle est cette fois-ci déterminée par l'ouverture de la pupille de sortie. En fait, la taille de ce grain est celui de la tache de diffraction correspondant à cette pupille de sortie, soit :

$$d_{sp} = \frac{\lambda b}{a} \tag{I.106}$$

Cette fois,  $b$  est la distance entre la pupille de sortie et le plan image et  $a$  le diamètre de cette pupille.





*Figure I.16 : Formation de speckle subjectif.*

## I.8 Conclusion

Nous avons fait un rappel sur l'optique fondamentale sur laquelle repose l'holographie tel que l'aspect ondulatoire de la lumière, la polarisation, la cohérence, la diffraction, l'interférence et le speckle. La réalisation d'interférences et d'hologrammes nécessite d'avoir deux faisceaux qui ont la même polarisation et qui proviennent d'une lumière cohérente. L'interférence et la diffraction, sont produites à cause de la nature ondulatoire de la lumière. Ainsi, nous avons décrit la théorie ondulatoire de la lumière pour comprendre l'enregistrement et la reconstruction d'hologrammes et l'effet de l'interférométrie holographique. En interférométrie holographique la variation d'un paramètre physique est mesurée par son influence sur la phase d'un champ d'ondes optiques.



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] U. Schnars and W. P. O. Juptner , " Digital holography: Digital hologram Recording, Numerical Reconstruction, and Related Techniques ", Springer-Verlag Berlin Heidelberg ,pp:5-18, (2005).
- [2] Jawad Elsayed Ahmad, "Mise au point de méthodes planimétriques pour la stéréovision", Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (UMR 7005 CNRS-ULP), Université Louis Pasteur – Strasbourg I.  
[http://eprints-scd-ulp.u-strasbg.fr:8080/930/01/ELSAYED\\_AHMAD\\_Jawad\\_2007.pdf](http://eprints-scd-ulp.u-strasbg.fr:8080/930/01/ELSAYED_AHMAD_Jawad_2007.pdf)
- [3] Bahaa E.A.Saleh, and Malvin Carl Teich, "Fundamentals of photonics", John Wiley & Sons Inc, pp:196–201,(1991).
- [4] <http://www.physique.usherbrooke.ca/morris/cours/phq120/polarisation1.pdf>
- [5] J.W.Goodman, "Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie", Masson, Paris, 1972.p29-31.
- [6] Thomas Kreis, "Handbook of Holographic Interferometry, Optical and Digital Methods", WILEY-VCH Verlag GmbH & Co.KGaA, (2005)
- [7] W.Lauterborn et T.Kurz, "Coherent optics Fundamentals and applications", SpringerVerlag Berlin, pp : 35-52, (1993).
- [8] Max Born and Emil Wolf, "Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation,Interference and Diffraction of Light (7th Edition) ", Cambridge University Press, pp: 554-574, (1999).
- [9] J.C Dainty, A.E.Ennos, M.Frabcon, J.W.Goodman, T.S.McKechnie and G.Parry, "Laser Speckle and Related Phenomena", Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, , pp: 9-18, (1975).
- [10] Juliette SELB, "Source virtuelle acousto-optique pour l'imagerie des milieux diffusants", soutenue le : 19 novembre 2002 à l'UNIVERSITE PARIS XI.  
<http://www.nmr.mgh.harvard.edu/~juliette/TheseJulietteSelb.pdf>



# HOLOGRAPHIE : CONCEPTS

## SOMMAIRE

II.1 Introduction .....	40
II.2 Enregistrement holographique et reconstruction optique .....	40
II.2.1 Enregistrement des hologrammes .....	40
II.2.2 Reconstruction optique (d'un champ d'onde).....	43
II.2.3 Classification des hologrammes à partir des fronts d'onde .....	44
II.3 Eléments du montage holographique .....	46
II.3.1 Composants optiques .....	46
II.3.2 Composants de modulation du faisceau.....	47
II.3.3 Milieu d'enregistrement .....	47
II.3.3.1 Milieu d'enregistrement (holographie classique).....	47
II.3.3.2 Milieu d'enregistrement (holographie numérique) .....	49
II.4 Interférométrie holographique .....	50
II.4.1 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques à double exposition .....	50
II.4.2 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques en temps réel .....	51
II.4.3 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques moyennés dans le temps.....	51
II.5 Conclusion.....	52
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	53

# INDEX DES FIGURES

<i>Figure II.1 Montage holographique de base, division de front d'onde</i> .....	41
<i>Figure II.2 Montage holographique de base, division d'amplitude</i> .....	42
<i>Figure II.3 Amplitude de transmittance par rapport à l'énergie reçue [1]</i> .....	43
<i>Figure II.4 Reconstruction holographique [1]</i> .....	44
<i>Figure II.5 Montages d'enregistrement holographique</i> .....	45

# INDEX DES TABLES

*Table II.1 Les matériaux d'enregistrement utilisés dans l'interférométrie  
holographique* .....48



## II.1 Introduction

Holographie tient son nom du mot grec "holos" qui signifie "l'ensemble" et "graphein" écrire. C'est un moyen d'enregistrement et de reconstruction de l'ensemble des informations contenues dans un front d'onde, à savoir l'amplitude et la phase, et pas seulement l'intensité comme en photographie ordinaire [1].

En 1948, D. Gabor (1900 - 1979) proposa un nouveau procédé de formation des images sans lentille par reconstruction des surfaces d'onde [2-4]. Son objectif était l'application de cette nouvelle approche à la microscopie électronique pour éviter les aberrations. Cependant, l'application de la technique pour la microscopie électronique ne s'est pas concrétisée jusqu'à présent en raison de plusieurs problèmes pratiques. Les idées de Gabor dans le domaine optique ont été reconnues et confirmées, par exemple, par G.L. Rogers [5], H.M.A. El-Sum et P. Kirkpatrick [6], et A. Lohmann [7]. Mais l'intérêt pour l'holographie a diminué après quelques années, principalement en raison de la mauvaise qualité de l'image holographique obtenue dans cette période. La révolution de l'holographie a été lancée par le développement du laser, une puissante source de lumière cohérente. Cela a été accompagné par la solution au problème de l'image conjuguée rencontrée dans le montage en ligne de Gabor. En 1962, Leith et Y. Upatnieks [8,9] ont reconnu la ressemblance de l'holographie de Gabor au problème des antennes à ouverture synthétique de la technologie des radars et introduisent la technique de la référence inclinée dite hors axe. En 1962, Y.N. Denisyuk a combiné les idées de Gabor à celle de Lippmann dans son invention d'un hologramme par réflexion [10].

Pour bien saisir ce qu'est l'interférométrie holographique, il faut comprendre d'abord le processus d'enregistrement et de restitution de l'onde lumineuse provenant d'un objet, c'est-à-dire le processus holographique. L'enregistrement holographique consiste à enregistrer sur un support bidimensionnel un réseau de franges microscopiques qui est le résultat d'interférence entre une onde cohérente de référence et l'onde diffractée par l'objet (phase d'enregistrement). Le support porteur d'information s'appelle l'hologramme. Dans la seconde étape, appelée restitution, l'hologramme développé est éclairé par l'onde de référence utilisée lors de l'enregistrement pour restituer l'image de l'objet. En holographie traditionnelle, ce réseau est enregistré sur une plaque photosensible et l'image est reconstruite optiquement. Nous verrons également quels sont les composants dont nous avons besoin pour réaliser un montage holographique et nous allons citer les différentes techniques d'interférométrie holographique.

## II.2 Enregistrement holographique et reconstruction optique

### II.2.1 Enregistrement des hologrammes

Tout champ lumineux se compose à la fois d'une distribution d'amplitude et d'une distribution de phase. Cependant, tous les milieux sensibles tels que les films photographiques enregistrent seulement l'intensité : la phase est perdue dans le processus d'enregistrement. Mais si on enregistre l'interférence de deux ondes de même fréquence, la répartition de l'intensité résultant dépend à la fois de l'amplitude et de la différence de phase  $\Delta\phi$ . Ce principe d'enregistrement est utilisé en holographie, où l'information de phase est codée par interférence en une intensité enregistrable. Il est évident que pour obtenir une distribution d'intensité stable dans

le temps au cours de l'enregistrement  $\Delta\varphi$  doit être stationnaire c'est-à-dire que les deux ondes doivent être mutuellement cohérentes [1].

Gabor a montré qu'en éclairant la figure d'interférence enregistrée par un des deux champs d'onde qui interfèrent, nous pouvons reconstruire l'autre : ce champ d'onde reconstruit se compose donc à la fois de la distribution d'amplitude et de la distribution de phase, et non seulement de l'intensité. Les figures II.1 et II.2 montrent deux montages holographiques basiques, utilisés pour enregistrer le champ lumineux réfléchi par la surface d'objet.

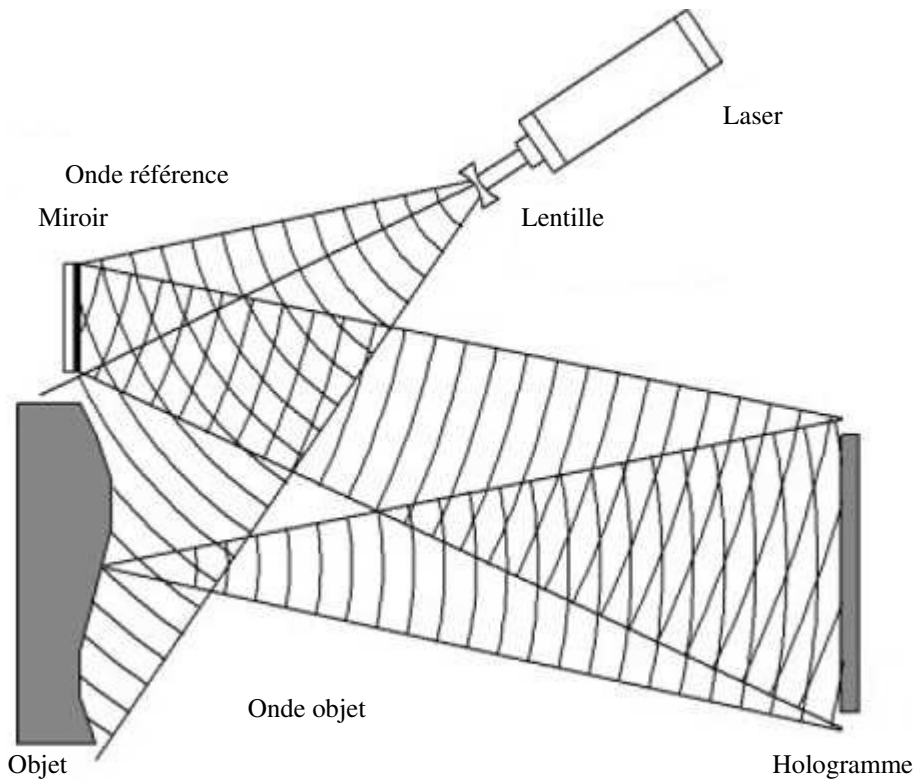


Figure II.1 : Montage holographique de base, division de front d'onde.

Ce champ est appelé onde objet, et l'autre champ qui est nécessaire pour avoir l'interférence est appelé onde référence. Pour avoir une cohérence mutuelle, les deux ondes doivent provenir de la même source de lumière cohérente, le laser. La division en onde objet et onde référence est effectuée par division de front d'onde, ou par division d'amplitude. On va supposer que la lumière réfléchiée par chaque point  $P$  de l'objet est une onde sphérique qui est appelée onde objet, cette dernière est sous la forme :

$$E_p = \frac{E_{0P}}{p} e^{-i(kp+\varphi)} \quad (\text{II.1})$$

Où  $p$  est la distance entre le point  $P$  et le point  $Q = (x, y, 0)$  sur la plaque photographique. Le facteur temporel  $\omega t$  de (I.12) peut être négligé.

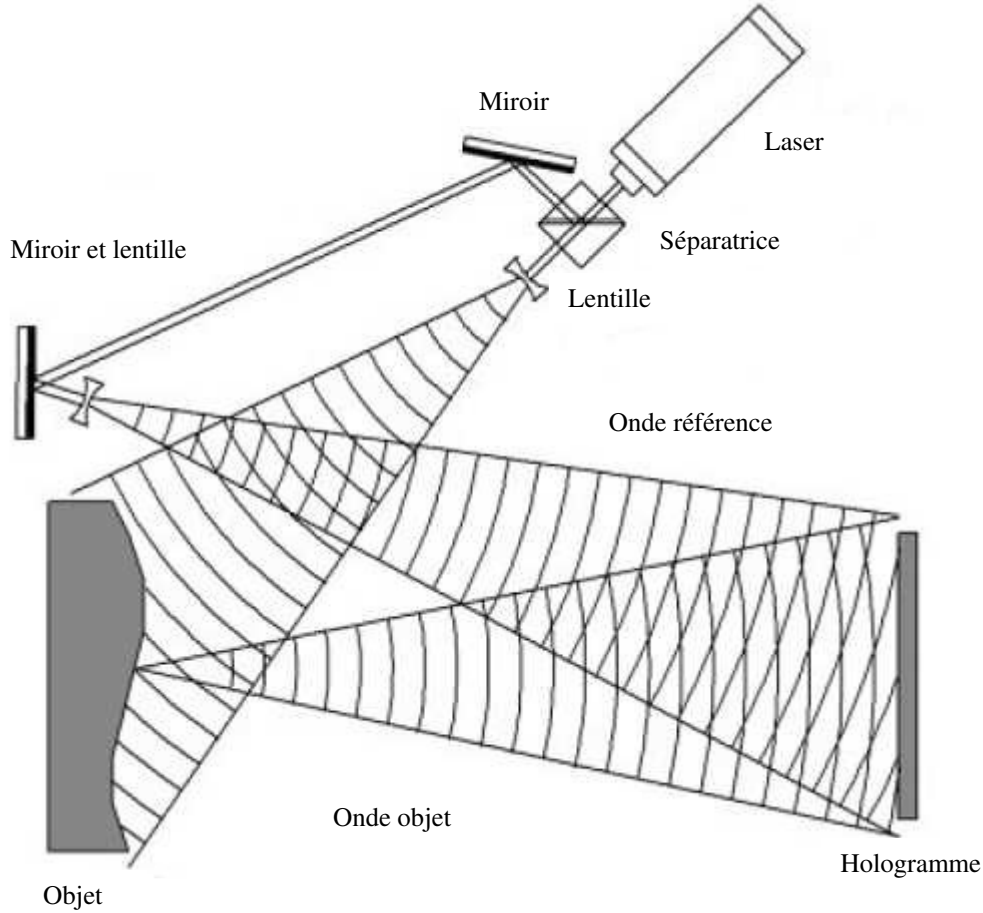


Figure II.2 : Montage holographique de base, division d'amplitude.

L'onde de référence est supposée être une onde sphérique émise par  $R$ .

$$E_R = \frac{E_{0R}}{r} e^{-i(kr+\psi)}, \quad (\text{II.2})$$

avec  $r$  la distance entre  $R$  et  $Q$ . La plaque photographique enregistre l'intensité suivante :

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |E_P + E_R|^2 = E_P E_P^* + E_R E_R^* + E_P^* E_R + E_P E_R^* \\ &= \frac{E_{0P}^2}{p^2} + \frac{E_{0R}^2}{r^2} + \frac{E_{0P}}{p} e^{i(kp+\varphi)} \frac{E_{0R}}{r} e^{-i(kr+\psi)} + \frac{E_{0P}}{p} e^{-i(kp+\varphi)} \frac{E_{0R}}{r} e^{i(kr+\psi)} \\ &= \frac{E_{0P}^2}{p^2} + \frac{E_{0R}^2}{r^2} + \frac{2E_{0P}E_{0R}}{pr} \cos(-k(r-p) - \psi + \varphi). \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Pendant la durée de l'exposition  $t_B$ , la plaque photographique reçoit l'énergie

$$B(x, y) = \int_0^{t_B} I(x, y, t) dt. \quad (\text{II.4})$$

Par transformation, cette énergie se traduit par un noircissement et/ou un changement de l'indice de réfraction. Le degré de transmission complexe,  $\tau$ , qui est généralement une fonction variable dans l'espace est exprimé par :

$$\tau = \tau(x, y) = T(x, y) e^{i\theta(x, y)}. \quad (\text{II.5})$$

Il contient le cas de l'hologramme, en amplitude où  $\theta = \text{constante}$ , et celui de l'hologramme de phase avec  $T$  constante et  $\theta$  fonction de  $x$  et  $y$ . Si la plaque exposée

est traitée pour produire un hologramme d'amplitude, la partie réelle de la transmittance en amplitude  $T$  dépend de l'énergie  $B$  reçue, comme indiqué dans la figure II.3. On supposera que la transmittance en amplitude du film après développement est une fonction linéaire de l'intensité reçue pendant l'exposition. La courbe est estimée par une droite

$$\begin{aligned} T &= \alpha - \beta B \\ &= \alpha - \beta t_B I \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

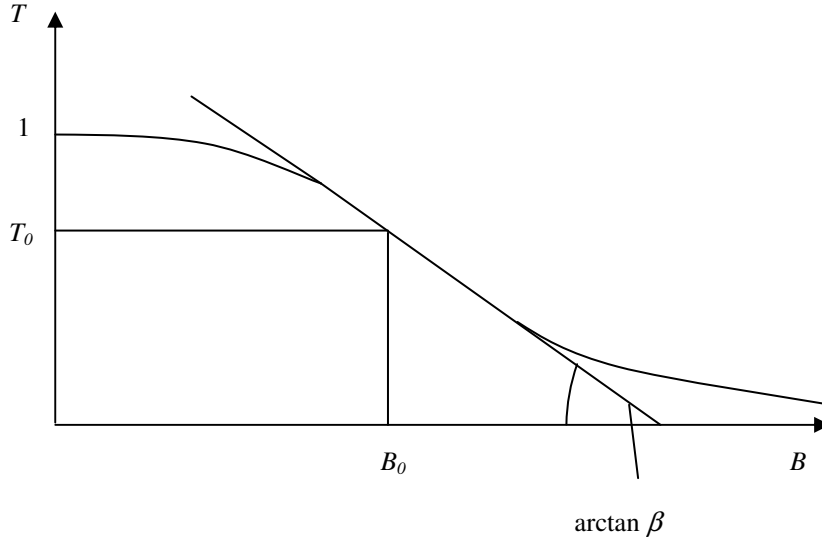


Figure II.3 : Amplitude de transmittance par rapport à l'énergie reçue [1].

Pour une intensité  $I$  constante dans le temps.  $\alpha$  représente une transmittance de milieu uniforme et  $\beta$  est la pente de la transmittance en amplitude de valeur positive. La partie réelle de transmittance en amplitude après traitement est égale à :

$$\begin{aligned} T &= \alpha - \beta t_B (E_P E_P^* + E_R E_R^* + E_P^* E_R + E_P E_R^*) \\ &= \alpha - \beta t_B \left( \frac{E_{0P}^2}{p^2} + \frac{E_{0R}^2}{r^2} + \frac{E_{0P} E_{0R}}{pr} e^{-i(k(r-p)+\psi-\phi)} + \frac{E_{0P} E_{0R}}{pr} e^{i(k(r-p)+\psi-\phi)} \right) \\ &= T_0 - \beta t_B \frac{E_{0P} E_{0R}}{pr} (e^{-i(k(r-p)+\psi-\phi)} + e^{i(k(r-p)+\psi-\phi)}) \\ &= T_0 - \frac{2\beta t_B E_{0P} E_{0R}}{pr} \cos(-k(r-p) - \psi + \phi), \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

où  $T_0$  est la transmittance « moyenne »  $T_0 = \alpha - \beta t_B (E_{0P}^2 / p^2 + E_{0R}^2 / r^2)$ .

### II.2.2 Reconstruction optique (d'un champ d'onde)

Pour la reconstruction optique de l'onde objet, nous éclairons la plaque photographique développée (hologramme), avec l'onde référence  $E_R$  (Figure II.4), ce qui donne lieu à une modulation de l'onde référence par la transmission  $\tau(x, y)$ .

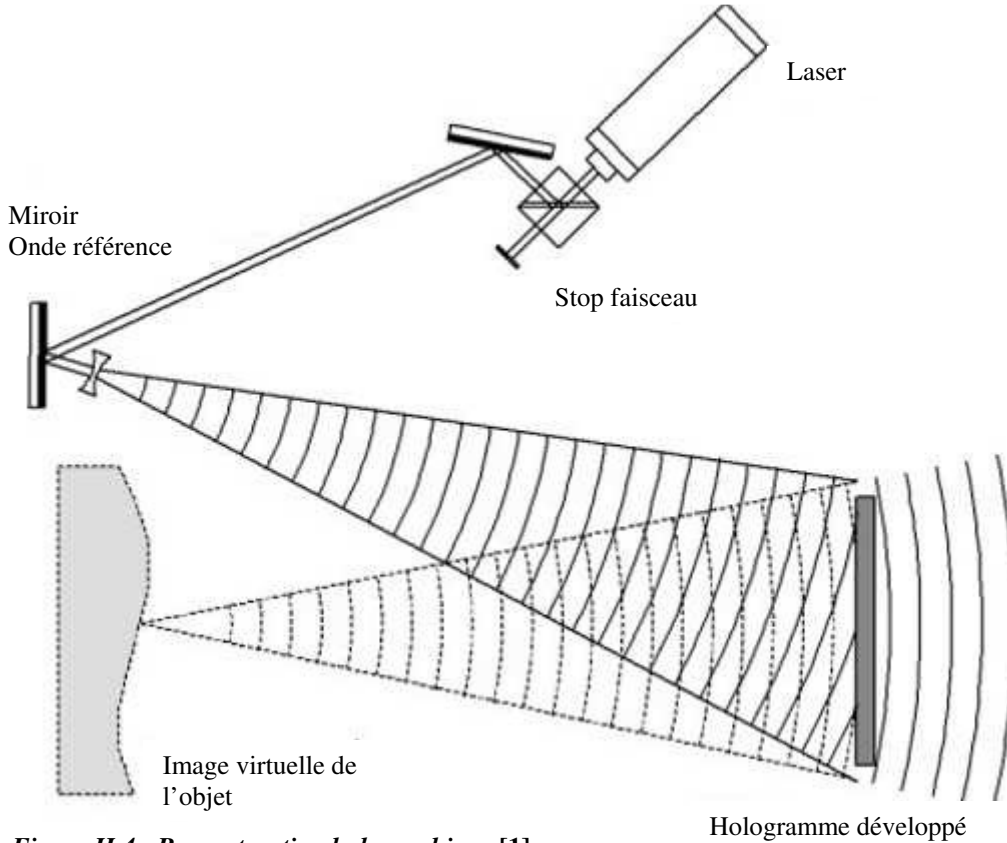


Figure II.4 : Reconstruction holographique [1].

Pour un hologramme d'amplitude, directement derrière l'hologramme, nous obtenons les amplitudes complexes.

$$\begin{aligned}
 E_{reconstr} &= TE_R \\
 &= \alpha E_R - \beta t_B E_R (E_P E_P^* + E_R E_R^* + E_P^* E_R + E_P E_R^*) \\
 &= (\alpha - \beta t_B (|E_R|^2 + |E_P|^2)) E_R - \beta t_B E_R^2 E_P^* - \beta t_B |E_R|^2 E_P
 \end{aligned} \tag{II.8}$$

Le premier terme

$$(\alpha - \beta t_B (|E_R|^2 + |E_P|^2)) E_R = T_0 E_R$$

est l'ordre zéro de diffraction (terme DC), ce n'est que l'onde de référence multipliée par la transmittance moyenne. Le deuxième terme

$$\beta t_B E_R^2 E_P^* = \beta t_B \frac{E_{0R}^2}{r^2} e^{-i2(kr+\psi)} \frac{E_{0P}}{p} e^{i(kp+\phi)}$$

est proportionnel au conjugué de l'onde objet originale. Le troisième terme est, à une constante multiplicative près, une réplique exacte de l'onde objet originale.

$$\beta t_B |E_R|^2 E_P^* = \beta t_B \frac{E_{0R}^2}{r^2} \frac{E_{0P}}{p} e^{-i(kp+\phi)}$$

### II.2.3 Classification des hologrammes à partir des fronts d'onde

La distance entre l'objet et l'hologramme et le placement d'un élément optique entre l'objet et l'hologramme permet de déterminer le nom de l'enregistrement reçu par l'hologramme. Les différents types d'hologrammes sont appelés « image »,

« Fraunhofer », « Fresnel », et « Fourier ». La figure II.5 représente les schémas du montage qui permettent d'enregistrer ces différents hologrammes [11].

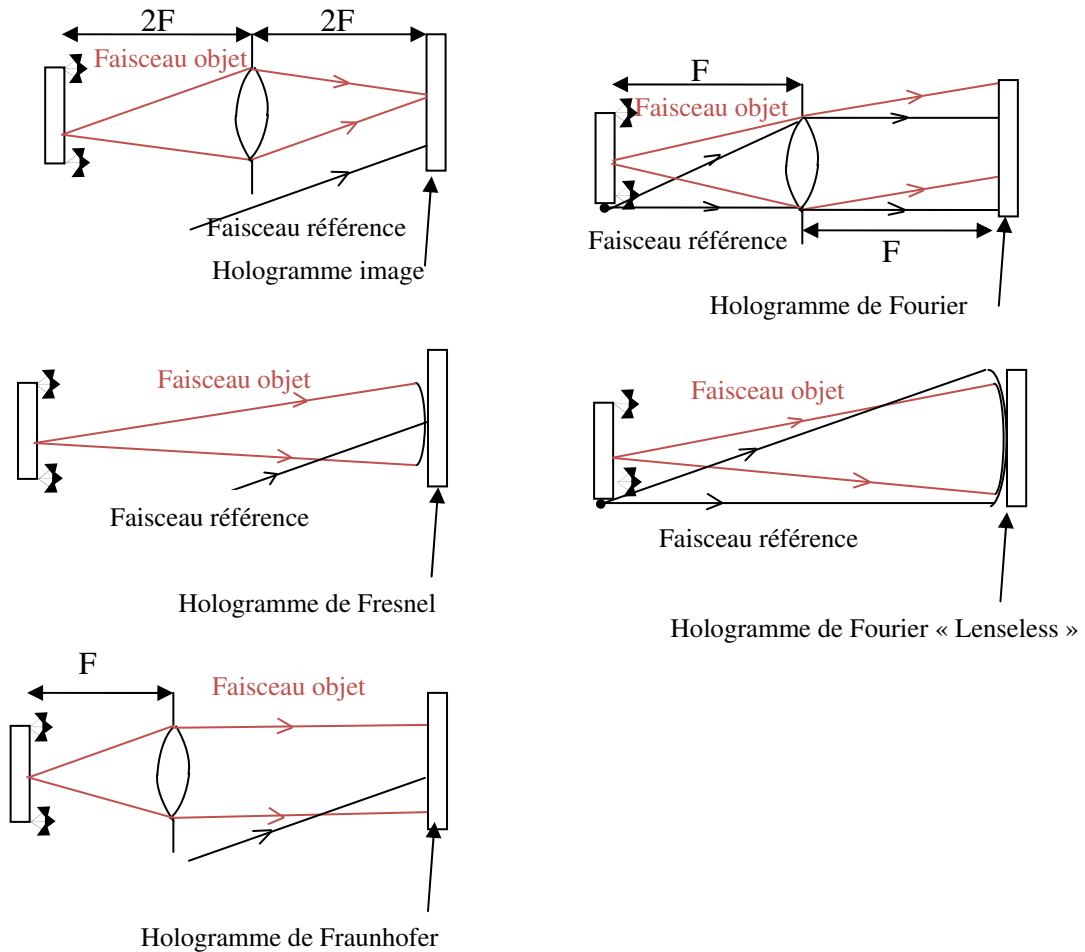


Figure II.5 : Montages d'enregistrement holographique.

Un hologramme est dit hologramme de Fresnel si l'objet se trouve dans la région de diffraction en champ proche. Un hologramme est dit hologramme de Fraunhofer s'il est enregistré à une distance infinie de l'objet (région de diffraction de Fraunhofer) ou s'il est projeté pour être à une distance infinie en utilisant une lentille. L'onde objet évolue comme une lumière parallèle sur le film holographique. La condition de champ lointain est accomplie si la distance entre la plaque photographique et l'objet est plus large par rapport à la taille de l'objet qui est exprimé par :  $z_0 \gg \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{\lambda}$

Où  $x_0$  et  $y_0$ , représentent les deux dimensions de la surface de l'objet.

Un hologramme est dit hologramme d'image, si l'objet à reconstruire est focalisé dans le plan de dispositif de système d'image.

Un hologramme est appelé hologramme de transformée de Fourier « lenseless » si l'onde de référence est une onde qui diverge à partir d'un point situé dans le plan de l'objet. Les deux ondes objet et référence sont des ondes sphériques qui divergent avec la même courbure et par conséquent, ils interfèrent pour produire un diagramme de franges d'interférences sinusoïdale de fréquence spatiale unique et constante. Un hologramme est dit hologramme de transformée de Fourier si l'objet est placé dans le

plan focal objet de la lentille, et si le support holographique se trouve dans le plan focal image, réalisant ainsi exactement une transformation de Fourier.

Par rapport aux hologrammes de Fourier et de transformée de Fourier lenseless, les hologrammes de Fresnel ont des franges de densité plus élevée et donc, nécessite un dispositif d'enregistrement de haute résolution. Pour cette raison, les hologrammes de Fourier sont généralement préférés quand l'enregistrement est effectué avec un dispositif d'enregistrement électronique.

### II.3 Eléments du montage holographique

#### II.3.1 Composants optiques

Pour produire des hologrammes de bonnes qualités, les composants optiques et mécaniques doivent toujours être fixés de manière à prévenir les mouvements parasites ou les vibrations [1]. Les sources de vibrations comme les transformateurs, les ventilateurs, le refroidissement à l'eau, etc. doivent être tenues à l'écart du montage holographique. Un obturateur mécanique ne devrait pas être monté sur la même table isolée contre les vibrations. Si les mouvements ne peuvent pas être évités, un laser pulsé doit être utilisé.

La qualité du faisceau laser agrandi en éclairant l'objet peut être nettement améliorée en utilisant un filtre spatial, c'est-à-dire un objectif de microscope suivi d'un trou microscopique. Les poussières et les rayures sur les surfaces optiques produisent un bruit spatial. Le filtre spatial permet d'obtenir une source considérée comme ponctuelle générant une onde sphérique et supprime l'essentiel du bruit indésirable. Ainsi, il produit un éclairage propre qui est proche du profil gaussien idéal du faisceau laser.

La polarisation joue un rôle mineur dans l'interférométrie holographique. Bien sûr, on doit garantir que l'onde objet et l'onde référence ont une même polarisation pour obtenir un bon contraste des franges holographiques. Plus souvent les configurations holographiques ont des axes optiques uniquement dans le plan horizontal, les déviations verticales sont assez rares. Il est recommandé d'utiliser les lasers dans une orientation telle que les normales aux fenêtres de Brewster du laser sont dans un plan vertical. Cela empêche tout miroir réfléchissant d'être positionné accidentellement à l'angle de Brewster, ce qui coupe la réflexion [12].

Les fibres optiques sont un moyen de véhiculer la lumière laser sur des chemins différents de la propagation de la lumière (en ligne droite) [13,14]. Donc, la séparation du faisceau laser en faisceau objet et faisceau référence, ainsi que les parties des chemins de ces faisceaux peuvent être dissociées du reste de l'arrangement holographique. Les zones qui sont inaccessibles par les rayons droites deviennent accessibles à l'interférométrie holographique si les fibres optiques sont utilisées. Généralement, on peut affirmer que l'influence des fibres optiques sur la cohérence temporelle peut être négligée. Mais la cohérence spatiale est affectée de manière significative si les fibres multimodes sont utilisées. Plusieurs modes peuvent se propager dans la fibre, interfèrent et produisent des speckles. Ceci peut être toléré pour le faisceau objet. Puisque l'objet diffuse également, il dégrade la cohérence spatiale. Mais une bonne cohérence spatiale de l'onde de référence lors de l'enregistrement ainsi que lors de la reconstruction est cruciale. Des fibres monomodes de diamètre inférieur à 50  $\mu\text{m}$  devraient être utilisées [15].

### II.3.2 Composants de modulation du faisceau

Il existe un certain nombre de méthodes d'interférométrie qui exigent la modulation du faisceau laser, comme par exemple les méthodes d'échantillonnage de phase qui utilisent un dispositif de décalage de phase ou les méthodes hétérodynes utilisées comme décalage de fréquence [1].

Un décalage de phase peut être introduit à l'aide d'un miroir ou d'un réseau en déplacement, d'une plaque de verre en translation, d'une lame demi-onde, par extension de la fibre optique ou en utilisant un modulateur acousto-optique ou électro-optique. Tous ces instruments de décalage permettent de produire des décalages continus ou discrets entre les faisceaux objet et référence.

Le principe de base de cette méthode de mesure consiste à moduler le déphasage entre les faisceaux objet et référence d'un interféromètre. En mesurant la figure d'intensité qui en résulte, la phase de l'onde peut être déterminée à l'aide d'un système de traitement de données.

La méthode de décalage de phase la plus utilisée consiste à placer un miroir réfléchissant sur un actionneur piézoélectrique, sur le trajet du faisceau de référence. Le piézo-cristal peut être contrôlé électriquement avec une haute précision. Un décalage de miroir de  $\lambda/8$  correspond à un changement de chemin optique de  $2\pi/8$ . Dû au double passage de l'onde réfléchie, ceci donne lieu à un décalage de phase de  $\pi/2$ . Si l'onde référence est transmise à travers les fibres optiques, un moyen commun pour effectuer le décalage de phase est d'envelopper une partie de fibre autour d'un cylindre piézoélectrique qui se dilate quand une tension est appliquée [16]. L'étirement de la fibre crée un décalage de phase. Les caractéristiques et la procédure de décalage de phase en font une technique difficile à maîtriser mais dont les performances sont excellentes.

### II.3.3 Milieu d'enregistrement

#### II.3.3.1 Milieu d'enregistrement (holographie classique)

Les matériaux d'enregistrement appropriés pour l'interférométrie holographique doivent présenter un certain nombre de propriétés, comme une sensibilité spectrale bien adaptée aux longueurs d'onde du laser disponibles, une caractéristique de transfert linéaire, une haute résolution et un faible bruit. Ils devraient être faciles à manipuler, réutilisables ou au moins recyclables et peu coûteux. Aucun matériel n'a été trouvé jusqu'ici qui réponde à tous ces besoins, donc pour une application particulière, on doit faire un choix optimal. Une sélection de matériaux d'enregistrement est présentée au tableau II.1 [17].



Milieu	Type d'hologramme	processus	Réutilisable	Exposition nécessaire	Sensibilité spectrale	Résolution [mm <sup>-1</sup> ]
halogénures d'argent	Amplitude/phase	Chimique	Non	5x10 <sup>-3</sup> -5x10 <sup>-1</sup>	400-700	1000-10000
Gélatine bichromatée	Phase	Chimique	Non	10 <sup>2</sup>	350-580	>10000
Photorésines	Phase	Chimique	Non	10 <sup>2</sup>	UV-500	~3000
Photopolymères	Phase	Post-exposition	Non	10-10 <sup>4</sup>	UV-650	200-1500
Photochromiques	Amplitude	Aucun	Oui	10 <sup>2</sup> -10 <sup>3</sup>	300-700	>5000
Photo Thermoplastiques	Phase	Charge	Oui	10 <sup>-1</sup>	400-650	500-1200 (Passe-bande)
LiNbO <sub>3</sub>	Phase	Aucun	Oui	10 <sup>4</sup>	350-500	>1500
Bi <sub>12</sub> SiO <sub>20</sub>	Phase	Aucun	Oui	10 <sup>1</sup> -10 <sup>2</sup>	350-500	>10000
CCD	Amplitude	Aucun	Oui	10 <sup>-4</sup> -10 <sup>-3</sup>	400-1000	~75

*Table II.1 : Matériaux d'enregistrement utilisés dans l'interférométrie holographique.*

Les matériaux d'enregistrement les plus couramment utilisés sont les émulsions photographiques d'halogénure d'argent. Ces émulsions sont commercialement disponibles sur des plaques de verre ou un film. Ils montrent une forte sensibilité ainsi qu'une résolution spatiale élevée. Les principaux inconvénients sont le processus chimique et son utilisation unique. Normalement, un hologramme d'amplitude est enregistré, mais par le blanchiment, on peut obtenir également un hologramme de phase.

Les résines photosensibles sont des films organiques sensibles à la lumière qui produisent une image en relief après exposition et développement. Même s'ils sont relativement lents, présentent des effets non-linéaires à efficacité de diffraction supérieure que 0,05, ils ont trouvé certaines utilités grâce à une reproduction facile et l'absence de toute structure à grain.

Les photopolymères sont des matières organiques qui peuvent être dopées par un photo sensibilisateur pour produire des variations d'épaisseur et d'indice de réfraction dues à la photo polymérisation ou au « cross-linking ». Des couches épaisses peuvent être produites pour fournir des hologrammes de phase en volume avec une efficacité de diffraction et une sélectivité angulaire élevée, et qui peuvent être lus immédiatement après exposition [17].

Les photochromiques subissent des changements réversibles de couleur lorsqu'elles sont exposées à la lumière. Tout en offrant une résolution élevée, les photochromiques ont un usage limité en raison de leur faible efficacité de diffraction et faible sensibilité.

Les photothermoplastiques, avant l'introduction des capteurs CCD et de l'holographie numérique, ont été largement utilisés en interférométrie holographique [18], comme support d'enregistrement réutilisable qui ne demande pas un traitement chimique. Le support d'enregistrement est un empilement transparent de quatre couches : le substrat de verre, une couche conductrice transparente agissant comme un élément chauffant, un photoconducteur et un film photothermoplastique [17].

Les capteurs CCD n'ont généralement pas la résolution requise pour l'holographie hors axe. Cela d'une part, a conduit au développement des méthodes dites « electronic speckle pattern interferometry » (ESPI), et d'autre part à l'holographie numérique. L'holographie numérique utilise tous les avantages de la caméra CCD : acquisition rapide des hologrammes primaires, stockage numérique rapide, évaluation numérique à la place de la reconstruction optique. En raison de l'importance pour l'holographie numérique, les capteurs CCD sont traités plus en détail.

### II.3.3.2 Milieu d'enregistrement (holographie numérique)

Le sigle de trois lettres CCD signifie *Charged Coupled Device* et se traduit en français par DTC, c'est-à-dire «dispositif à transfert de charges». Il a été inventé dans les années 60. Il est utilisé pour enregistrer les images des objets, stocker les informations ou transférer des charges électriques. L'une des applications la plus populaire est l'imagerie [19]. Les CCD sont utilisés comme dispositifs d'imagerie dans les caméras électroniques et les scanners. Il existe plusieurs catégories de caméras, dont la caméra à balayage par ligne, qui ne contient qu'une ligne de pixels, et la caméra à balayage de surface, qui contient une matrice rectangulaire de pixels. En holographie numérique, on ne s'intéresse qu'à la dernière architecture.

Une matrice CCD est formée de Y lignes et de X colonnes de pixels.

Le processus de l'imagerie de CCD s'effectue en trois étapes :

1. l'exposition à la lumière :

L'effet photoélectrique interne convertit la lumière en une charge électronique sur chaque pixel,

2. transfert de charges :

la fonction de transfert de charge déplace les paquets de charge à l'intérieur de chaque pixel.

3. les charges accumulées dans ce pixel sont converties en tension électrique amplifiée à la sortie.

Trois types de CCD sont habituellement utilisés :

- le « Interligne Transfert CCD »,
- le « frame Transfert CCD »,
- le « Full frame Transfert CCD ».

En principe, les trois types de CCD sont adaptés pour l'holographie numérique. L'avantage du capteur CCD de transfert interligne est qu'il est équipé d'un obturateur électronique, qui permet d'acquérir des hologrammes à une vitesse plus élevée.

La prise des images CCD est complètement différente de la technique utilisée en photographie conventionnelle. Ici, il faut se munir d'un ordinateur pour la prise des images CCD. Un logiciel d'acquisition des images accompagne généralement les caméras CCD et l'utilisateur devra en étudier le fonctionnement. Ce logiciel permet d'établir la communication entre la caméra et l'ordinateur, facilite la mise au point du CCD, accumule les images, les sauvegarde et y effectue certains traitements de base.

## II.4 Interférométrie holographique

### II.4.1 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques à double exposition

La méthode de l'interférométrie holographique par double exposition est similaire à celle utilisée pour réaliser un hologramme conventionnel. On effectue sur le même support d'enregistrement (plaques holographiques, films holographiques, films thermoplastiques, cristaux photoréfractifs, photopolymères, capteurs CCD ou CMOS...) une première exposition avec l'objet au repos, puis une seconde exposition avec l'objet déplacé ou déformé. A la restitution on obtient la superposition de deux ondes issues de l'objet au cours des deux expositions. Ces deux ondes interfèrent, et donnent lieu à des franges d'interférences qui caractérisent le déplacement ou la déformation de l'objet entre les deux poses [1].

L'amplitude complexe de l'onde diffractée issue de l'objet au repos au point  $P$  est :

$$E_1(P) = E_{01}(P)e^{i\phi(P)}. \quad (\text{II.9})$$

Qui est enregistrée holographiquement.  $E_{01}$  est l'amplitude réelle et  $\phi(P)$  est la distribution de la phase.  $\phi(P)$  varie dans l'espace de manière aléatoire. La variation d'un paramètre à mesurer, par exemple la forme de l'objet (en raison de la déformation d'un objet opaque ou un changement dans la distribution de l'indice de réfraction d'un objet transparent) change la distribution de la phase au point  $P$  par  $\Delta\phi(P)$ . Ainsi, l'amplitude complexe de l'onde diffractée issue de l'objet déformé ou déplacé est

$$E_2(P) = E_{02}(P)e^{i(\phi(P)+\Delta\phi(P))}. \quad (\text{II.10})$$

L'énergie reçue sur le support au cours des deux expositions est

$$\begin{aligned} E(P) &= |E_1(P) + E_2(P)|^2 \\ &= (E_{01}(P)e^{i\phi(P)} + E_{02}(P)e^{i(\phi(P)+\Delta\phi(P))})(E_{01}(P)e^{-i\phi(P)} + E_{02}(P)e^{-i(\phi(P)+\Delta\phi(P))}) \\ &= I_1(P) + I_2(P) + \sqrt{I_1(P)I_2(P)}(e^{-i\Delta\phi(P)} + e^{i\Delta\phi(P)}) \\ &= I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos(\Delta\phi(P)) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Pour des amplitudes identiques,  $E_{01}(P) = E_{02}(P)$ , on obtient

$$I(P) = 2I_1(P)\{1 + \cos(\Delta\phi(P))\}. \quad (\text{II.12})$$

Le changement de phase  $\Delta\phi$  est appelé phase d'interférence. Si la variation spatiale de la phase d'interférence observée sur une surface reconstruite est faible, la distribution de l'intensité (II.12) représente l'irradiance de l'objet, modulé par un cosinus dans la figure de franges. Les franges brillantes sont les contours où la phase d'interférence est un multiple entier pair de  $\pi$ , les franges sombres correspondent à un multiple entier impair de  $\pi$ . En clair, si la phase d'interférence change aussi rapidement d'un point à un autre, disons de plus de  $\pi$ , de sorte que le théorème d'échantillonnage soit violé, nous n'allons pas pouvoir reconnaître aussi facilement la distribution d'intensité qui devient aléatoire.

### II.4.2 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques en temps réel

L'interférométrie holographique en temps réel consiste à enregistrer un hologramme lorsque l'objet est au repos. Après traitement, l'hologramme est remplacé exactement dans sa position initiale de l'enregistrement. Le positionnement doit être effectué à une fraction de longueur d'onde près [1]. Si on éclaire l'hologramme par l'onde référence originelle, alors la reconstitution du front d'onde de l'image virtuelle coïncide avec l'onde diffractée directement par l'objet qui se trouve encore dans sa position initiale. Si l'objet se déplace, se déforme, l'onde issue de l'objet interfère avec l'onde restituée holographiquement et donne lieu à des franges d'interférence caractéristiques des déplacements ou déformations de l'objet. On suit simultanément la variation dynamique de l'objet et l'évolution des franges en temps réel avec l'œil ou à l'aide d'une caméra.

### II.4.3 Enregistrement et reconstruction des interférogrammes holographiques moyennés dans le temps

L'interférométrie holographique moyennée dans le temps est une technique bien adaptée pour l'analyse des vibrations des objets. Elle permet de visualiser non seulement la carte des déplacements de l'objet en vibration périodique mais également les lignes nodales [1,21,22].

Cette technique peut être considérée comme une généralisation de l'interférométrie à double exposition dans le cas d'un objet en vibration avec exposition multiple.

La surface vibrante est enregistrée holographiquement avec un temps d'exposition qui est plus grand que la période des vibrations,  $T \gg 2\pi / \omega$ .

On considère maintenant une modulation de phase en fonction du temps :

$$\phi(P, t) = \Delta\phi(P) \sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad \Delta\phi(P) = \frac{4\pi}{\lambda} Z(P).$$

Avec  $P$  un point appartenant à un objet plan qui vibre sinusoïdalement avec une pulsation  $\omega$  et  $Z(P)$  est l'amplitude de la vibration. On enregistre et on reconstitue holographiquement  $N$  distributions différentes d'intensité ayant chacune la forme suivante :

$$E_{01}(P) e^{i\Delta\phi(P) \sin(\omega t)} \tag{I.13}$$

Cette ensemble de fronts d'onde reconstruits simultanément interfèrent et on a la relation suivante :

$$\begin{aligned} E_{av}(P) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E_{01}(P)}{T} \int_0^T e^{i\Delta\phi(P) \sin(\omega t)} dt \\ &= E_{01}(P) J_0(\Delta\phi(P)). \end{aligned} \tag{II.14}$$

L'intensité de l'image reconstruite est alors exprimée par :

$$I(P) = I_1(P) J_0^2(\Delta\phi(P)). \tag{II.15}$$

Où  $J_0$  est une fonction de Bessel de première espèce, d'ordre zéro. Elle est exprimée par :

$$J_0(\Delta\phi(P)) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i\Delta\phi(P) \cos(\theta - \varphi)] d\theta \quad (\text{II.16})$$

Les franges sont à présent les contours des modes de vibration dans l'espace. Les lignes nodales sont représentées par les franges brillantes. Les franges noires correspondent aux zéros de la fonction de Bessel.

## II.5 Conclusion

L'holographie et l'interférométrie holographique jouent un rôle très important dans la théorie moderne de la formation des images. Le principe de l'holographie consiste à enregistrer et à restituer l'onde lumineuse provenant d'un objet. Un inconvénient important de l'interférométrie holographique est celui de l'utilisation de milieux photosensibles de type photographiques qui nécessitent une phase de développement chimique en milieu humide ce qui est inadapté pour de nombreuses applications industrielles. C'est pour cette raison que l'holographie analogique a laissé place à l'holographie numérique détaillée dans le chapitre suivant.



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] Thomas Kreis , " Handbook of holographic interferometry :Optical and Digital Methods, " WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Berlin, pp:105 -106 (2005).
- [2] D. Gabor. "A new microscopic principle". *Nature*, Volume 161, Issue 4098, pp. 777-778 (1948).
- [3] D. Gabor. "Microscopy by reconstructed wavefronts". *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Volume 197, Issue 1051, pp. 454-487 (1949).
- [4] D. Gabor. "Microscopy by reconstructed wavefronts: II". *Proceedings of the Royal Society of London. Series B* Volume 64, Issue 6, pp. 449-469 (1951).
- [5] G. L. Rogers. "Experiments in diffraction microscopy", *Proc. Roy. Soc. Edinb.*, volume 63A ,pp :193–221, (1952).
- [6] El-Sum, H. M. A. and P.Kirkpatrick, "Microscopy by reconstructed wavefronts". *Phys. Rev.*, volume 85, pp763, (1952).
- [7] A. W. Lohmann. "Optische Einseitenbandübertragung angewandt auf das Gabor-Mikroskop". *Optica Acta*, volume 3, pp 97–99, (1956).
- [8] E. N. Leith and J. Upatnieks, "Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects". *Journal Optical Society of America*, volume 54, pp: 1295–1301, (1964).
- [9] E. N. Leith and J. Upatnieks, "Wavefront reconstruction with continuous-tone objects". *Journal Optical Society of America*, volume 53, pp:1377–1381, (1963).
- [10] Y. N. Denisyuk, "Photographic reconstruction of the optical properties of an object in its own scattered field", *Soviet Physics Doklady*, volume7, pp:543, (1962).

- [11] Stian Magnussen, "Holographic interferometry and its application in visualizing particle movements in continuous flow", The Department of Physics and Technology in partial fulfilment of the requirements , UNIVERSITY OF BERGEN Norway 2004.
- [12] N. Abramson. "The Making and Evaluation of Holograms", Journal of Modern Optics, 1362-3044, Volume 29, pp: 726, (1982).
- [13] B. E. Jones. "Optical fibre sensors and systems for industry". Journal of Physics E: Scientific Instruments, Volume 18, Issue 9, pp. 770-782 (1985).
- [14] F. Solitro, L. Gatti, F. Bedarida, and L. Michetti, "Multidirectional holographic interferometer (MHOI) with fiber optics for study of crystal growth in microgravity". In R. J. Pryputniewicz, editor, Laser Interferometry: Quantitative Analysis of Interferograms, volume 1162 of Proc. of Soc. Photo-Opt. Instr. Eng., pages 62–65, (1989).
- [15] J. A. Gilbert, T. D. Dudderar, M. E. Schultz, and A. J. Boehlein, "The monomode fiber – a new tool for holographic interferometry". Experimental Mechanics , volume23,pp:190–195, (1983).
- [16] C. R. Mercer and G. Beheim, "Fiber optic phase stepping system for interferometry", Applied Optics, volume 30, pp:729–734, (1991).
- [17] P. Hariharan, "Optical Holography: Principles, Techniques and Applications". Cambridge University Press, pp: 114-116, (1984).
- [18] R. J. Parker. "A quarter century of thermoplastic holography", in K. Stetson and R. Pryputniewicz, editors, International Conference on Hologram Interferometry and Speckle Metrology, pp: 217–224, (1990).
- [19] U. Schnars and W. Juptner, "Digital holography-digital hologram recording, numerical reconstruction and related techniques", Springer New York, pp:61-62, (2005).



- [20] Joseph W. Goodman, "Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie". Masson, 1ère édition. pp : 227-233, (1972).
- [21] Paul Smigielski, "Holographie industrielle", Teknea (30 septembre 1994).



# HOLOGRAPHIE NUMERIQUE

## SOMMAIRE

III.1 Introduction.....	60
III.2 Principe général .....	62
III.3 Enregistrement numérique et reconstruction numérique des champs d'ondes.....	63
III.3.1 Reconstruction numérique par transformée de Fresnel .....	63
III.3.1.1 Discrétisation .....	65
III.3.1.2 Taille de pixel dans l'image reconstituée .....	65
III.3.2 Reconstruction numérique par transformée de Fourier .....	65
III.3.2.1 Reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier sans lentille.....	65
III.3.2.2 Reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier avec une lentille .....	67
III.3.3 Reconstruction numérique par convolution.....	68
III.3.3.1 Discrétisation .....	68
III.4 Exigences et limites .....	68
III.5 Traitement numérique de l'image.....	69
III.5.1 Elimination de l'image d'ordre zéro.....	69
III.5.1.1 Méthode d'holographie numérique par soustraction .....	69
III.5.1.2 Méthode A ou méthode de soustraction HRO .....	72
III.5.1.3 Méthode B ou méthode d'holographie à décalage de phase par soustraction .....	73
III.5.2 Elimination de l'image d'ordre zéro et l'image conjuguée .....	74
III.5.2.1 Méthode C.....	74
III.5.2.2 Méthode D .....	74
III.5.3 Procédures expérimentales et résultats .....	75
III.5.3.1 Montage de configuration hors axe pour enregistrement des hologrammes de Fourier.....	75
III.5.3.2 Montage de configuration hors axe pour enregistrement des hologrammes de Fresnel.....	76
III.6 Conclusion .....	79
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	81

# INDEX DES FIGURES

<i>Figure III.1 Géométrie et le système de coordonnées en holographie numérique</i> .....	63
<i>Figure III.2 Holographie numérique de Fourier sans lentille</i> .....	66
<i>Figure III.3 Holographie numérique de Fourier avec lentille</i> .....	67
<i>Figure III.4 Principe de l'holographie numérique off-axis de Fourier</i> .....	70
<i>Figure III.5 Montage expérimental pour l'enregistrement des hologrammes numériques hors axe de « lensless» Fourier</i> .....	76
<i>Figure III.6 Comparaison des différentes méthodes. (a) Reconstruction d'hologramme sans application de l'une des méthodes d'élimination d'ordre zéro. (b) Reconstruction de l'hologramme avec application de la méthode de soustraction HRO. (c) Reconstruction de l'hologramme avec application de méthode d'holographie numérique par soustraction. (d) Reconstruction de l'hologramme avec application de la méthode de décalage de phase</i> .....	76
<i>Figure III.7 Montage expérimentale d'enregistrement des hologrammes numériques de Fresnel</i> .....	77
<i>Figure III.8 Photo de notre objet test collé devant un diffuseur</i> .....	78
<i>Figure III.9 Photo du montage de la Figure III.7</i> .....	78
<i>Figure III.10 Restitution de l'hologramme avec présence de l'ordre zéro et -1. (b) Restitution de l'hologramme sans l'ordre zéro de diffraction en appliquant la méthode A. (c) Restitution de l'hologramme sans l'ordre zéro de diffraction en appliquant la méthode B.</i> .....	79
<i>Figure III.11 (a) Restitution de l'hologramme avec l'ordre de diffraction -1. (b) Restitution de l'hologramme sans l'ordre de diffraction -1 en appliquant la méthode C. (c) Restitution de l'hologramme sans l'ordre de diffraction -1 en appliquant la méthode D.</i> .....	79

### III.1 Introduction

Le processus holographique se décompose en deux étapes. La première consiste à enregistrer sur un support bidimensionnel, les interférences entre une onde cohérente de référence et l'onde diffractée par l'objet : c'est la phase d'enregistrement. Le support porteur d'information s'appelle l'hologramme. Dans la deuxième étape, appelée restitution, l'hologramme développé est éclairé par l'onde de référence utilisée lors de l'enregistrement pour restituer l'image de l'objet. En holographie traditionnelle, ce réseau est enregistré sur une plaque photosensible et l'image est reconstruite optiquement [1]. En holographie numérique, la plaque est remplacée par un capteur matriciel (CCD, CMOS) et l'image est reconstruite par transformée de Fourier discrète.

Les avantages de l'holographie numérique par rapport à l'holographie classique sont : le traitement chimique est évité, le temps d'exposition est très bref, les informations des hologrammes sont directement récupérables ce qui permet leur exploitation immédiate. L'inconvénient de l'holographie numérique est que pendant l'enregistrement l'ouverture numérique est faible due à la résolution de la caméra CCD, ce qui entraîne la présence du bruit de speckle et le repliement des ordres de diffraction. Le repliement des ordres de diffraction provoque une perte d'information dans l'objet reconstruit.

La reconstruction holographique est également dégradée par la superposition (chevauchement) de l'image d'ordre zéro, appelée aussi terme DC, de l'image réelle et de l'image conjuguée. C'est un problème qu'on trouve aussi bien dans l'holographie analogique "on line" que dans l'holographie numérique.

Bien que l'holographie soit adaptée à l'enregistrement des informations sur l'objet dans trois dimensions, son utilité a été limitée par l'existence de l'image d'ordre zéro et l'image conjuguée. Dans la forme originale proposée par Gabor dite « in-line » où l'onde éclairant l'objet sert aussi de référence, l'holographie souffre de certaines limitations qui restreignent les champs d'application. Une limitation importante est liée à la transparence de l'objet [2]. Ainsi avec un hologramme de Gabor, il est possible de restituer l'image d'un objet parfaitement absorbant sur un fond transparent, mais pas un objet transparent sur un fond opaque. Une deuxième limitation est liée à la formation d'images jumelles. En effet, dans le montage holographique proposé par Gabor, les axes de l'onde de référence et de l'onde diffractée par l'objet sont parallèles. Il en résulte lors de la restitution de l'hologramme le chevauchement de l'image virtuelle et l'image d'ordre zéro sur l'image réelle de l'objet. Le problème ne réside pas dans la présence des trois images, mais dans le fait qu'elles sont inséparables [3].

Un certain nombre de techniques ont été proposées pour éliminer ou atténuer l'image d'ordre zéro et l'image jumelle. Une d'entre elles a été proposée par Gabor [4]. La plus satisfaisante a été celle de Leith et Upatnieks « off-axis », qualifiée aussi d'holographie à référence inclinée [5]. La différence essentielle entre ce type d'holographie et l'holographie de Gabor, lors de l'enregistrement, est que l'onde de référence est séparée et entièrement distincte de l'onde éclairant l'objet : dans ce montage, l'image d'ordre zéro, l'image réelle et l'image virtuelle sont spatialement séparées.

Néanmoins, en raison de sa forte intensité le terme DC perturbe le champ restitué en couvrant une partie de l'objet. L'image double est également d'aucune utilité, mais elle réduit la taille de la surface de l'image réelle dans le champ total reconstruit. Contrairement à l'holographie analogique, en holographie numérique, il existe quelques méthodes numériques pour éliminer le terme DC et l'image double. Un

certain nombre de procédures pour l'élimination des deux termes de perturbation ont été proposées. Certaines sont purement numériques [6], d'autres exigent plus d'effort expérimental [7,8]. Ces dernières méthodes peuvent être interprétées comme des méthodes hybrides.

Il existe plusieurs approches qui permettent d'éliminer l'image d'ordre zéro. Kreis et Jüptner [6] ont proposé une méthode purement numérique qui consiste à faire la soustraction de l'intensité moyenne de chaque valeur d'intensité stockée, autrement dit application d'un filtre passe haut avec une fréquence de coupure égale à la plus petite fréquence différente de zéro. Dans la microscopie holographique hybride nous remarquons deux différentes approches. L'une a été présentée par Poon [9] qui est basée sur le balayage d'un objet tridimensionnel par une lentille à zone plate de Fresnel dépendante de temps. Cette technique donne des reconstructions d'objets sans l'ordre zéro mais elle est lente, ce qui est dû à l'opération de balayage. Dans l'autre, Takaki [7], a étudié et comparé quatre méthodes d'élimination d'ordre zéro et de l'image conjuguée qui sont basées sur l'utilisation de deux obturateurs et d'un modulateur de phase à cristaux liquides pour changer les paramètres d'enregistrement de l'hologramme. Ces quatre méthodes sont :

- 1) pour éliminer l'ordre zéro, trois images sont enregistrées dont deux (l'une avec le faisceau de référence seulement et l'autre avec le faisceau objet seulement) sont soustraites de la figure d'interférence,
- 2) pour éliminer l'ordre zéro, deux figures d'interférence avec un déphasage différent sont enregistrées et soustraites,
- 3) pour éliminer l'ordre zéro et -1, il faut enregistrer quatre hologrammes, le premier  $I_r$  avec le faisceau de référence seulement, le deuxième  $I_o$  avec le faisceau objet seulement, le troisième  $I$  avec les deux faisceaux (objet et référence) et le quatrième  $I_p(\theta)$  avec un décalage de phase de  $\pi/2$ . En appliquant l'algorithme suivant :

$$(I - I_o - I_r) - e^{i\theta} [I_p(\theta) - I_o - I_r] = [1 - e^{i2\theta}] OR^* \quad (\text{III.1})$$

avec  $\theta = \pi/2$ , on arrive à éliminer les deux termes indésirable (0,-1),

- 4) pour éliminer l'ordre zéro et -1, trois hologrammes doivent être enregistrés, le premier  $I$  avec les deux faisceaux (objet et référence), les deux autres avec différents modulations de phase,  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , et en appliquant l'algorithme suivant :

$$\begin{aligned} & -\frac{I_p(\theta_1)}{1 - \exp(-i\theta_1)} + \frac{I_p(\theta_2)}{1 - \exp(-i\theta_2)} \\ & + \left[ \frac{1}{1 - \exp(-i\theta_1)} - \frac{1}{1 - \exp(-i\theta_2)} \right] I \\ & = \left\{ \frac{[\exp(i\theta_1) - 1]}{[\exp(-i\theta_1) - 1]} - \frac{[\exp(i\theta_2) - 1]}{[\exp(-i\theta_2) - 1]} \right\} OR_0^* , \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

avec  $\theta_1 = 2\pi/3$  et  $\theta_2 = -2\pi/3$  on aura un grossissement maximum de l'ordre +1 et l'élimination des deux ordres de diffraction (0,-1).

Les images reconstruites sont obtenues en utilisant la reconstruction hors-axe des hologrammes en ligne, mais cette approche est limitée aux petits objets discrets, comme les champs de particules.

Yamaguchi et Zhang [10] ont proposé une solution qui utilise des enregistrements multiples avec des déphasages de 0,  $\pi/2$ ,  $\pi$  et  $3\pi/2$  pour supprimer les termes

indésirables d'un hologramme numérique, sans sacrifier des zones actives d'un capteur CCD. Toutefois, un système holographique numérique à décalage de phase repose sur l'enregistrement des hologrammes numériques sur une table optique stable. Cette méthode n'est applicable que dans un laboratoire et ne peut être appliquée sur des tables qui sont en mouvement au cours de la procédure d'enregistrement.

Demoli et al [8], ont mis en place une méthode dite d'holographie par soustraction qui assure quant à elle intrinsèquement la suppression de l'ordre zéro, à partir de deux hologrammes identiques mais présentant des figures de speckle stochastiquement différentes : le premier hologramme est soustrait du second, puis l'image est reconstruite par transformation de Fourier du résultat.

Une approche itérative pour l'élimination de l'image double a été présentée dans [11,12]. Pedrini et al [13] ont décrit comment on peut supprimer le terme DC et des parties de l'image jumelle en interférométrie holographique numérique en ligne en appliquant un filtre passe bande dans le domaine des fréquences spatiales.

Gu-Liang Chen et al [14] ont mis en place une nouvelle approche qui adopte une opération numérique visant à supprimer l'image d'ordre zéro de la reconstruction dans l'holographie numérique. La méthode nécessite seulement l'enregistrement d'un hologramme numérique et maintient sous le contrôle le rapport d'intensité de l'onde objet et l'onde référence dans la procédure d'enregistrement. Également les performances de suppression numérique sont simples et efficaces en soustrayant l'intensité générée numériquement de l'onde objet et l'onde référence de l'hologramme numérique. En 2008 Gu-Liang Chen et al [15] ont proposé une autre approche pour éliminer les deux images, l'image d'ordre zéro et l'image double de la reconstruction holographique, qui utilise un hologramme numérique de Fresnel hors-axe sans la nécessité d'une phase supplémentaire. La méthode consiste à multiplier l'hologramme numérique par une onde référence numérique et faire la convolution du résultat de la multiplication par une fonction chirp.

Dans ce chapitre nous avons analysé trois méthodes d'élimination de l'ordre zéro par soustraction. La première, proposé par Demoli, consiste à soustraire deux enregistrements identiques mais présentant des figures de speckle "stochastiquement" différentes, puis de reconstituer l'hologramme en appliquant la transformée de Fourier au résultat. La deuxième méthode de soustraction HRO (Hologramme, Référence, Objet) consiste à enregistrer séparément l'intensité de l'onde objet seul et l'intensité de l'onde référence seul et leur soustraction de l'enregistrement de l'hologramme numérique. La dernière méthode est la méthode de décalage de phase proposé par Takaki qui consiste à soustraire deux enregistrements holographiques un avec décalage de phase égale à  $\pi$  et l'autre sans aucun décalage de phase. La description théorique des trois différentes approches est présentée ainsi que les résultats expérimentaux. Pour mettre en évidence l'efficacité des différentes méthodes pour l'élimination de l'ordre zéro, nous avons procédé à l'enregistrement holographique d'un objet de petite taille (membrane vibrante). Nous avons également appliqué les deux autres méthodes proposées par Takaki pour éliminer les deux images indésirables (l'image d'ordre zéro et l'image double). Nous avons obtenu des résultats satisfaisants.

### III.2 Principe général

Considérons la diffraction de la lumière monochromatique par une ouverture finie. Comme l'indique la figure III.1, nous supposons que notre objet se trouve dans un

plan dans lequel nous avons défini un système de coordonnées  $(x_1, y_1)$ , et son champ de diffraction est donné par  $u(x_1, y_1)$ . En outre nous supposons que la région d'observation (la position de camera CCD) est un plan parallèle au plan de l'objet, situé à la distance  $d$  ( $h(x_2, y_2)$  représente l'intensité dans le plan de l'hologramme). La région de la reconstruction numérique est un plan parallèle au plan de caméra CCD placée à une distance  $d'$  du plan de ce dernier ( $u'(x_3, y_3)$  est le champ d'image reconstitué). Donc  $u'(x_3, y_3)$  est une fonction complexe, qui implique que nous aurons immédiatement accès aux deux composants d'intensité et de phase dans le plan de restitution [16-18]. C'est un avantage essentiel qui le différencie de la technique de reconstruction optique.

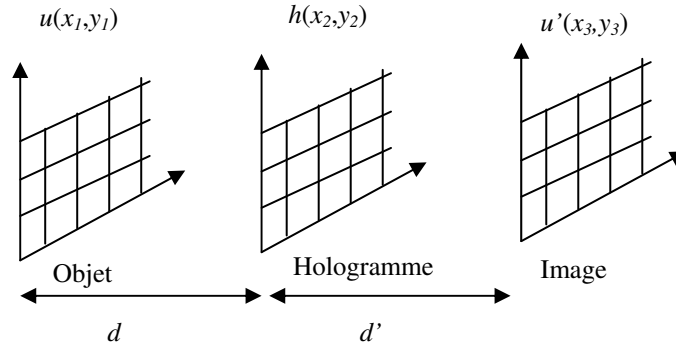


Figure III.1 : Géométrie et système de coordonnées en holographie numérique.

En utilisant l'expression mathématique du principe de Fresnel-Kirchhoff, l'amplitude du champ dans le plan image est donnée par la formule de diffraction :

$$u'(x_3, y_3) = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} r)}{r} dx_2 dy_2 \quad (\text{III.3})$$

$$r = \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + d'^2} \quad (\text{III.4})$$

La quantité  $r$  qui figure dans l'exposant de l'expression (III.3) est la distance entre un point dans le plan hologramme et un point dans le plan image.  $R(x_2, y_2)$  est l'amplitude du champ d'onde de référence on l'utilise pour éclairer l'hologramme. Trois différentes approches ont été proposées comme solution numérique de l'intégrale de diffraction ci-dessous.

### III.3 Enregistrement numérique et reconstruction numérique des champs d'ondes

#### III.3.1 Reconstruction numérique par transformée de Fresnel

L'approximation de Fresnel remplace  $r$  dans le dénominateur par  $d'$ , en supposant que  $d'$  est plus grand que  $(y_2 - y_3)$  et  $(x_2 - x_3)$ . Le même remplacement dans le numérateur causera par contre des erreurs inacceptables. Le développement binomial de la racine carrée permet de faire l'approximation suivante [16]:

$$r = d' + \frac{(x_2 - x_3)^2}{2d'} + \frac{(y_2 - y_3)^2}{2d'} - \frac{1}{8} \frac{[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^2}{d'^3} + \dots \quad (\text{III.5})$$



Le quatrième terme peut être négligé, s'il est très petit par rapport à la longueur d'onde :

$$\frac{1}{8} \frac{[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^2}{d^3} \ll \lambda \quad (\text{III.6})$$

Ou

$$d' \gg \sqrt[3]{\frac{1}{8} \frac{[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^2}{\lambda}} \quad (\text{III.7})$$

La distance  $r$  devient égale à :

$$r = d' + \frac{(x_2 - x_3)^2}{2d'} + \frac{(y_2 - y_3)^2}{2d'} \quad (\text{III.8})$$

Cette approximation, que nous appelons approximation de Fresnel, permet de réécrire l'intégrale de diffraction de l'équation (III.3) par [19]:

$$u'(x_3, y_3) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} d') \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda d'} ((x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2)\right] dx_2 dy_2 \quad (\text{III.9})$$

Dans l'holographie numérique, l'onde référence peut être une onde plane ou sphérique. Cette onde éclaire la caméra CCD, soit en incidence normale ou en incidence oblique. L'onde plane qui arrive sur la caméra CCD, avec une incidence normale est la plus adaptée pour l'évaluation numérique avec une amplitude et une phase constantes spatialement. Elle peut être exprimée par :  $R(x_2, y_2) = R + 0i$ , avec  $R$  est l'amplitude de l'onde de reconstruction numérique. On peut prendre  $R=1$  [17].

Si on développe les termes quadratiques dans l'exposant, on trouve :

$$u'(x_3, y_3) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} d') \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_3^2 + y_3^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda d'} (x_3 x_2 + y_3 y_2)\right] dx_2 dy_2 \quad (\text{III.10})$$

Cette équation est appelée l'approximation de Fresnel ou encore transformée de Fresnel en raison de sa similarité mathématique avec la transformée de Fourier.

Pour numériser la transformée de Fresnel les remplacements suivants sont introduits

$$f_x = \frac{x_3}{\lambda d'} ; \quad f_y = \frac{y_3}{\lambda d'}$$

Ainsi l'équation (III.10) devient égale à

$$u'(f_x, f_y) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} d') \exp\left[i\pi\lambda d' (f_x^2 + f_y^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left[-i2\pi (x_2 f_x + y_2 f_y)\right] dx_2 dy_2 \quad (\text{III.11})$$

On peut dire que l'approximation de Fresnel est la transformée de Fourier de

$$h(x_2, y_2) \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_2^2 + y_2^2)\right] :$$

$$u'(f_x, f_y) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} d') \exp[i\pi\lambda d' (f_x^2 + f_y^2)].$$

$$\mathfrak{F} \left\{ h(x_2, y_2 \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_2^2 + y_2^2) \right]) \right\} \quad (\text{III.12})$$

### III.3.1.1 Discrétisation

On suppose que le capteur CCD a une forme rectangulaire de taille  $M \times N$  pixels, chaque pixel de dimension  $\Delta x \times \Delta y$ . La forme discrète de l'équation (III.10) peut être écrite comme suivant.

$$u'(m, n) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} d') \exp \left[ \frac{i\pi\lambda d'}{NM} \left( \frac{m^2}{\Delta x^2} + \frac{n^2}{\Delta y^2} \right) \right].$$

$$\sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k, l) \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda d'} (k^2 \Delta x^2 + l^2 \Delta y^2) \right] \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{km}{M} + \frac{ln}{N} \right) \right] \quad (\text{III.13})$$

$$\Delta x_3 = \frac{\lambda d'}{M \Delta x}, \quad \Delta y_3 = \frac{\lambda d'}{N \Delta y}$$

Cette équation, appelée la transformée de Fresnel discrète, est calculée numériquement en utilisant l'algorithme FFT.

### III.3.1.2 Taille de pixel dans l'image reconstituée

Dans la théorie de la transformée de Fourier, il y a une relation qui existe entre les différents composants  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta f_x$ ,  $\Delta f_y$  :

$$\Delta f_x = \frac{1}{M \Delta x} ; \quad \Delta f_y = \frac{1}{N \Delta y}$$

$$\Delta x_3 = \frac{\lambda d'}{M \Delta x} ; \quad \Delta y_3 = \frac{\lambda d'}{N \Delta y}$$

## III.3.2 Reconstruction numérique par transformée de Fourier

Il existe deux méthodes pour créer un hologramme de transformée de Fourier. La première méthode prend l'hologramme sans lentille et utilise une onde de référence sphérique pour éliminer le facteur de phase quadratique. La seconde méthode utilise une lentille pour produire la transformée de Fourier de l'objet qui n'est autre que la figure de diffraction de Fraunhofer sans le terme de phase quadratique.

### III.3.2.1 Reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier sans lentille.

La distribution du champ au plan de la caméra CCD peut être décrite par la diffraction de Fresnel :

$$u'(x_3, y_3) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} d') \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_3^2 + y_3^2) \right]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda d'} (x_2^2 + y_2^2) \right] \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda d'} (x_3 x_2 + y_3 y_2) \right] dx_2 dy_2 \quad (\text{III.14})$$

Dans le cas du montage d'enregistrement holographique de la figure III.2 qui est appelé holographie de Fourier lensless, l'onde référence est maintenant une onde sphérique qui diverge à partir d'un point situé dans le plan de l'objet. L'onde référence au plan de la caméra CCD est donc décrite par :

$$R(x_2, y_2) = \frac{\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{d'^2 + x_2^2 + y_2^2}\right)}{\sqrt{d'^2 + x_2^2 + y_2^2}} \quad (\text{III.15})$$

$$\approx \frac{1}{d'} \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}d'\right) \exp\left(-i\frac{\pi}{\lambda d'}(x_2^2 + y_2^2)\right)$$

En remplaçant l'équation (III.15) dans (III.14) on trouve l'équation suivante:

$$u'(x_3, y_3) = \frac{1}{i\lambda d'^2} \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda d'}(x_3^2 + y_3^2)\right] \quad (\text{III.16})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda d'}(x_3 x_2 + y_3 y_2)\right] dx_2 dy_2$$

Pour numériser la transformée de Fourier les remplacements suivants sont introduits

$$f_x = \frac{x_3}{\lambda d'} ; \quad f_y = \frac{y_3}{\lambda d'}$$

Ainsi l'équation (III.14) devient égale à :

$$u'(f_x, f_y) = \frac{1}{i\lambda d'^2} \exp\left[i\pi\lambda d'(f_x^2 + f_y^2)\right] \mathfrak{F}\{h(x_2, y_2)\} \quad (\text{III.17})$$

Ce qui n'est autre que la distribution du champ dans le domaine de diffraction de Fraunhofer. La différence entre l'hologramme de Fraunhofer (champ lointain) et l'hologramme de Fourier est que l'hologramme de Fourier « lensless » est reconstruit par une simple transformée de Fourier de l'objet tandis que l'hologramme de Fraunhofer est reconstruit par la transformée de Fourier de l'objet multiplié par un facteur de phase quadratique. La reconstruction numérique de l'hologramme enregistré par la caméra est déterminé par le module de la distribution du champ et donc l'équation devient égale à:  $|u'(f_x, f_y)| \approx |\mathfrak{F}\{h(x_2, y_2)\}|$

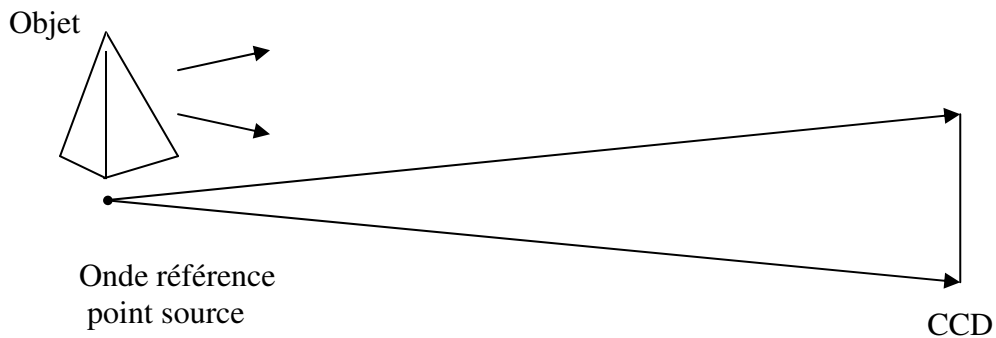


Figure III.2 : Holographie numérique de Fourier sans lentille.

### III.3.2.2 Reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier avec une lentille.

La distribution du champ au plan de la caméra CCD peut être décrite par la diffraction de Fresnel :

$$u'(x_3, y_3) = \frac{1}{i\lambda d'} \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} d') \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda d'}(x_3^2 + y_3^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda d'}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda d'}(x_3 x_2 + y_3 y_2)\right] dx_2 dy_2 \quad (\text{III.18})$$

Dans le cas du montage d'enregistrement holographique de la Figure III.3 qui est appelé holographie de Fourier, l'onde référence est toujours une onde sphérique qui diverge à partir d'un point situé dans le plan de l'objet, par contre on introduit une lentille convergente donc les deux ondes sphériques référence et objet deviennent des ondes planes après leur passage à travers la lentille. L'onde référence au plan de la caméra CCD est donc décrite par  $R(x_2, y_2) = 1$ . Alors la distribution d'amplitude à

l'arrière de la lentille est égale  $h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda f}(x_2^2 + y_2^2)\right]$  :

$$u'(x_3, y_3) = \frac{1}{i\lambda f} \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} f\right) \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda f}(x_3^2 + y_3^2)\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda f}(x_2^2 + y_2^2)\right)] \cdot \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda f}(x_2^2 + y_2^2)\right) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda f}(x_3 x_2 + y_3 y_2)\right) dx_2 dy_2$$

$$u'(f_x, f_y) = \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda} f}}{i\lambda f} \exp[i\pi\lambda f(f_x^2 + f_y^2)] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(x_3 x_2 + y_3 y_2)} dx_2 dy_2 \quad (\text{III.20})$$

donc

$$u'(f_x, f_y) = \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda} f}}{i\lambda f} \exp[i\pi\lambda f(f_x^2 + f_y^2)] \mathfrak{F}\{h(x_2, y_2)\} \quad (\text{III.21})$$

La reconstruction numérique de l'hologramme enregistré par la caméra est déterminé par le module de la distribution du champ et donc l'équation devient égale à :

$$|u'(f_x, f_y)| \approx |\mathfrak{F}\{h(x_2, y_2)\}| \quad (\text{III.22})$$

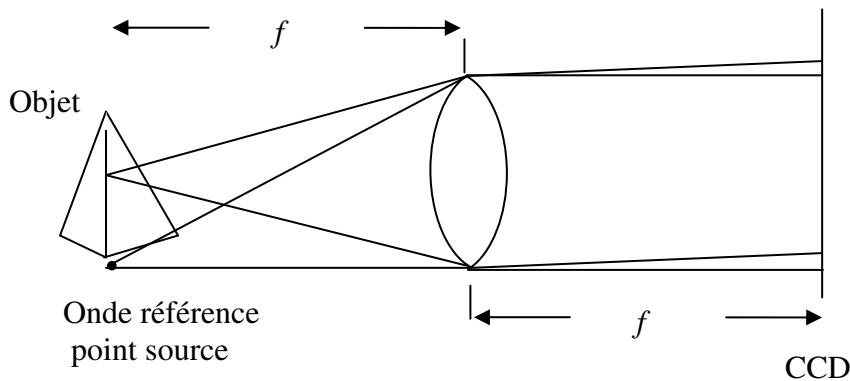


Figure III.3 : Holographie numérique de Fourier avec lentille.

### III.3.3 Reconstruction numérique par convolution

L'approximation de la convolution permet de réécrire l'intégrale de diffraction :

$$u'(x_3, y_3) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2, y_2) R(x_2, y_2) g(x_3, y_3, x_2, y_2) dx_2 dy_2 \quad (\text{III.23})$$

Avec la réponse impulsionnelle  $g(x_3, y_3, x_2, y_2)$ , qui est définie par la fonction suivante :

$$g(x_3, y_3, x_2, y_2) = \frac{1}{i\lambda} \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{d'^2 + (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}}}{\sqrt{d'^2 + (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}} \quad (\text{III.24})$$

Selon l'équation précédente le système linéaire invariant dans l'espace est caractérisé par :

$$g(x_3, y_3, x_2, y_2) = g(x_3 - x_2, y_3 - y_2)$$

Ce qui permet de réécrire l'intégrale comme une convolution :

$$u'(x_3, y_3) = (h.R) \otimes g \quad (\text{III.25})$$

Le théorème de convolution considère que la transformée de Fourier de la convolution de  $h.R$  et  $g$ , est égale au produit de  $\mathfrak{F}(h.R)$  et  $\mathfrak{F}(g)$ .

Il en résulte que l'intégrale de diffraction est donnée par :

$$u'(x_3, y_3) = \mathfrak{F}^{-1}(\mathfrak{F}(h.R) \cdot \mathfrak{F}(g)) \quad (\text{III.26})$$

#### III.3.3.1 Discrétisation

Comme la méthode de Fresnel, la version discrète de la réponse impulsionnelle est donnée par :

$$g(k, l) = \frac{1}{i\lambda} \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{d'^2 + \left(k - \frac{M}{2}\right)^2 \Delta x^2 + \left(l - \frac{N}{2}\right)^2 \Delta y^2}\right)}{\sqrt{d'^2 + \left(k - \frac{M}{2}\right)^2 \Delta x^2 + \left(l - \frac{N}{2}\right)^2 \Delta y^2}} \quad (\text{III.27})$$

La transformée de Fourier peut être calculée analytiquement :

$$G(m, n) = \mathfrak{F}\{g(k, l)\} = \frac{1}{i\lambda} \exp\left(\frac{i2\pi d'}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 \left(m - \frac{M^2 \Delta x^2}{2d' \lambda}\right)}{M^2 \Delta x^2} + \frac{\lambda^2 \left(n - \frac{N^2 \Delta y^2}{2d' \lambda}\right)}{N^2 \Delta y^2}}\right) \quad (\text{III.28})$$

## III.4 Exigences et limites

L'holographie numérique est fondée sur l'échantillonnage numérique de la figure d'interférence produite par les interférences microscopiques entre l'onde référence et l'onde objet. La taille finie et la résolution limitée du capteur CCD impose de

sérieuses restrictions sur comment et où la méthode peut être appliquée. La figure d'interférence doit être échantillonnée en respectant le critère de Shannon.

La fréquence maximale à résoudre est déterminée par l'angle maximal  $\theta_{\max}$  entre les deux ondes selon l'équation

$$f_{\max} = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta_{\max}}{2} \quad (III.29)$$

Les émulsions photographiques utilisées en holographie classique ont des résolutions qui peuvent atteindre 5000 lignes/mm. En utilisant ces matériaux, on arrive à enregistrer des hologrammes avec un angle allant jusqu'à 180° entre les deux ondes référence et objet. Alors que l'inter-pixel d'un CCD haute résolution est de l'ordre de  $\Delta x \approx 5 \mu\text{m}$ . La fréquence spatiale que peut résoudre le capteur CCD est exprimée par :

$$f_{\max} = \frac{1}{2\Delta x}, \quad (III.30)$$

est donc dans l'ordre de 100 lignes / mm.

L'angle maximal entre l'onde référence et l'onde objet doit satisfaire (eq.III.31)

$$\theta_{\max} \leq 2 \arcsin \left( \frac{\lambda}{4 \max(\Delta x)} \right) \quad (III.31)$$

Cette équation ne dépend que sur la longueur d'onde et sur la distance inter-pixel (pitch) maximum du support d'enregistrement (CCD, CMOS) [19]. Elle ne comprend pas d'informations explicites sur la taille de l'objet et la distance entre l'objet et le détecteur. L'équation (III.31) est une condition nécessaire à l'enregistrement mais elle n'est pas suffisante, car elle ne précise pas si les trois ordres de diffraction se chevauchent ou non lors de la reconstruction du champ de l'objet, ou si les fréquences spatiales de l'onde référence ont des « bonnes » valeurs.

### III.5 Traitement numérique de l'image

#### III.5.1 Elimination de l'image d'ordre zéro

##### III.5.1.1 Méthode d'holographie numérique par soustraction

Le montage d'enregistrement utilisé ici est représenté sur la Figure III.5, l'onde de référence est une onde sphérique qui diverge à partir d'un point situé dans le plan de l'objet. Un hologramme enregistré dans ces conditions particulières peut être appelé hologramme de Fourier [20,21], ce dernier utilise l'onde de référence sphérique pour éliminer le facteur de phase quadratique non désiré. Dans le cas de cet hologramme on a l'onde référence et l'onde objet qui sont des ondes sphériques et qui ont la même courbure, qui interfèrent pour produire un diagramme de franges d'interférence sinusoïdales. Les franges holographiques sont enregistrées optiquement en utilisant un capteur CCD dans le plan d'hologramme et l'image est reconstruite par transformée de Fourier discrète en utilisant un logiciel.

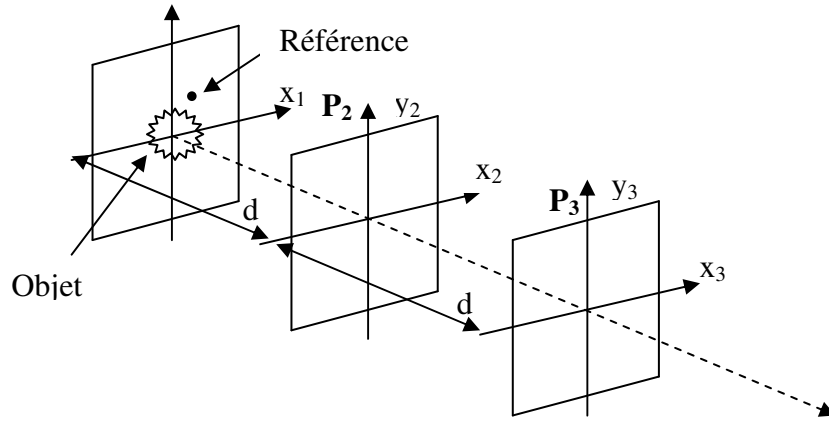


Figure III.4 : Principe de l'holographie numérique off-axis de Fourier.

La lumière diffusée par chaque point de l'objet est décrite par une amplitude complexe de la forme :  $|O(x_1, y_1)| \exp[i\theta(x_1, y_1)]$ . L'amplitude complexe de l'onde de référence a pour expression  $R_0 \delta(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$ . L'amplitude complexe dans le plan de l'objet est égale à :

$$u(x_1, y_1) = R_0 \delta(x_1 - x_0, y_1 - y_0) + O(x_1, y_1) \quad (\text{III.32})$$

La distribution d'amplitude dans le plan de CCD est décrite par la diffraction de Fresnel [8] :

$$u(x_2, y_2) = \frac{1}{i\lambda} \exp\left(\frac{i2\pi d}{\lambda}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, y_1) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1 \quad (\text{III.33})$$

L'équation (III.33) peut être exprimée :

$$u(x_2, y_2) = C \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} (x_2^2 + y_2^2)\right\} \left\{ \left[ R_0 \exp(-i2\pi(x_0 f_x + y_0 f_y)) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} (x_0^2 + y_0^2)\right\} \right] + TF \left\{ O(x_1, y_1) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} (x_1^2 + y_1^2)\right\} \right\} \right\}, \quad (\text{III.34})$$

avec  $C$  la constante complexe qui est de la forme suivante :  $C = \frac{1}{i\lambda} \exp\left(\frac{i2\pi d}{\lambda}\right)$ ,

et  $TF$  qui représente l'opérateur de transformée de Fourier,  $f_x$  et  $f_y$  les fréquences

spatiales  $f_x = \frac{x_2}{\lambda d}$ ,  $f_y = \frac{y_2}{\lambda d}$

On peut remplacer le deuxième terme de l'équation (III.34) par la formule suivante :

$$O(x_2, y_2) = TF \left\{ O(x_1, y_1) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} (x_1^2 + y_1^2)\right\} \right\}$$

$$O(x_2, y_2) = |O(x_2, y_2)| \exp\{i\theta(x_2, y_2)\}$$

On remplace l'équation ci-dessus dans l'équation (III.34) et on trouve :

$$u(x_2, y_2) = C \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} (x_2^2 + y_2^2)\right\} \cdot \left[ R_0 \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda d} (x_0 x_2 + y_0 y_2)\right) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda d} (x_0^2 + y_0^2)\right\} + |O(x_2, y_2)| \exp\{i\theta(x_2, y_2)\} \right] \quad (III.35)$$

L'intensité est exprimée en général comme suivant

$$I(x_2, y_2) = u(x_2, y_2) u(x_2, y_2)^* \quad (III.36)$$

Donc l'intensité enregistrée au niveau de la caméra CCD peut être exprimée par :

$$I(x_2, y_2) = R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\left\{\theta(x_2, y_2) + \frac{2\pi}{\lambda d} \left[x_0 \left(x_2 - \frac{x_0}{2}\right) + y_0 \left(y_2 - \frac{y_0}{2}\right)\right]\right\}. \quad (III.37)$$

$$\text{Avec } \theta_c(x_2, y_2) = \theta(x_2, y_2) + \frac{2\pi}{\lambda d} \left[x_0 \left(x_2 - \frac{x_0}{2}\right) + y_0 \left(y_2 - \frac{y_0}{2}\right)\right] \quad (III.38)$$

L'équation (III.37) devient égale :

$$I(x_2, y_2) = R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \quad (III.39)$$

En mettant  $R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2$  comme facteur on trouve l'équation suivante :

$$I(x_2, y_2) = \left[ R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 \right] \left\{ 1 + \frac{2R_0 |O(x_2, y_2)|}{R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2} \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \right\} \quad (III.40)$$

$$\text{Or la visibilité est égale } V(x_2, y_2) = \frac{2R_0 |O(x_2, y_2)|}{R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2}$$

$$K(x_2, y_2) = \frac{|O(x_2, y_2)|^2}{R_0^2} \text{ ce qui implique que : } V(x_2, y_2) = \frac{2[K(x_2, y_2)]^{1/2}}{1 + K(x_2, y_2)}$$

Donc l'équation finale de l'intensité au niveau de CCD est :

$$I(x_2, y_2) = \left[ R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 \right] \left\{ 1 + \frac{2[K(x_2, y_2)]^{1/2}}{1 + K(x_2, y_2)} \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \right\} \quad (III.41)$$

La figure des franges primaires (le seul hologramme) est décrite par l'équation (III.40). Supposant qu'une deuxième figure de franges est décrite par  $|O[x_2 + \Delta x(x_2), y_2 + \Delta y(y_2)]| \exp(i\theta_c(x_2, y_2))$ . Pour un petit décalage de speckle  $[\Delta x(x_2), \Delta y(y_2)]$  la soustraction des deux hologrammes est calculée par [8] :

$$\Delta I(x_2, y_2) = |O[x_2 + \Delta x(x_2), y_2 + \Delta y(y_2)]|^2 - |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 \left\{ |O[x_2 + \Delta x(x_2), y_2 + \Delta y(y_2)]| - |O(x_2, y_2)| \right\} \times \cos(\theta_c(x_2, y_2)) \quad (III.42)$$

En développant le terme  $|O[x_2 + \Delta x(x_2), y_2 + \Delta y(y_2)]|^2 - |O(x_2, y_2)|^2$  en une série de Taylor et en le remplaçant dans l'équation (III.42) on obtient :



$$\Delta I(x_2, y_2) = \left[ \Delta x(x_2) \frac{\partial}{\partial x_2} + \Delta y(y_2) \frac{\partial}{\partial y_2} \right] |O(x_2, y_2)|^2 \times \left\{ 1 + [K(x_2, y_2)]^{-1/2} \cos(\theta_c(x_2, y_2)) \right\} \quad (\text{III.43})$$

Pour simplifier l'analyse on va supposer que  $R_0^2 = 1$ . On peut récrire les équations (III.41) et (III.43) sous la forme suivante :

$$I(K) = F_{00}(K) [1 + F_{01}(K) \cos \theta_c] \quad (\text{III.44})$$

$$\Delta I(K) = F_{10}(K) [1 + F_{11}(K) \cos \theta_c], \quad (\text{III.45})$$

$$F_{00}(K) = 1 + K \quad (\text{III.46})$$

$$F_{10}(K) = \left( \Delta x \frac{\partial}{\partial x_2} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y_2} \right) K \quad (\text{III.47})$$

$$F_{01}(K) = \frac{2K^{1/2}}{1 + K}, \quad (\text{III.48})$$

$$F_{11}(K) = \frac{1}{K^{1/2}}, \quad (\text{III.49})$$

Avec

Où  $F_{00}$  et  $F_{10}$  représentent l'ordre zéro (intensité moyenne) et  $F_{01}$  et  $F_{11}$  représentent les intensités diffractées respectivement lors de la reconstruction d'un seul hologramme et lors de la soustraction des deux hologrammes.

Dans le cas d'un seul hologramme on a :

$$F_{00}(K) > F_{01}(K)$$

Dans le cas de la soustraction de deux hologrammes on a :

$$F_{10}(K) < F_{11}(K) \text{ pour } K < 1$$

Donc ce qui explique que dans le cas d'un seul hologramme les ordres de diffractions -1 et 1 ne peuvent pas dépasser l'ordre zéro, ce qui est possible dans le cas de la soustraction des deux hologrammes dans le cas de  $K$  petit.

On conclut de cette analyse théorique que cette méthode nécessite de soustraire deux hologrammes identiques mais présentant des figures de speckle stochastiquement différentes.

La modification stochastique de la figure de speckle entre les deux enregistrements est obtenue spontanément en raison des inévitables micro-fluctuations du montage (vibrations, courants de convection, etc.) qui ne perturbent cependant pas la figure de franges primaires proprement dites, de sorte que l'image reconstruite est identique à l'objet. Si par contre la figure primaire de franges est elle même modifiée, par exemple en raison d'une déformation ou d'un déplacement de l'objet, la reconstruction sera affectée d'un réseau de franges secondaires venant se superposer à l'image de l'objet : la méthode d'holographie par soustraction est également une méthode implicite d'interférométrie.

### III.5.1.2 Méthode A ou méthode de soustraction HRO

L'intensité enregistrée au niveau de caméra CCD peut être exprimée comme

$$I(x_2, y_2) = R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos \{ \theta_c(x_2, y_2) \} \quad (\text{III.50})$$

L'enregistrement séparé de l'intensité de l'onde objet seule et l'intensité de l'onde

référence seule et leur soustraction à partir de l'enregistrement de l'hologramme numérique est obtenue par l'utilisation de deux obturateurs [7, 16, 18]. On capture la distribution d'intensité du faisceau de référence  $|R|^2$  en mettant un obturateur devant le faisceau objet, de la même manière on capture la distribution d'intensité du faisceau objet  $|O|^2$  de l'objet diffusant en mettant un obturateur devant l'onde référence.

Quand on capture la distribution d'intensité du faisceau de référence on trouve :

$$I_R = R_0^2 \quad (\text{III.51})$$

Quand on capture la distribution d'intensité du faisceau d'objet on trouve :

$$I_o = |O(x_2, y_2)|^2 \quad (\text{III.52})$$

Donc l'image d'ordre zéro est éliminée par le calcul suivant :

$$I(x_2, y_2) - I_R - I_o = 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \quad (\text{III.53})$$

Les détails d'objet initialement perturbé par les termes d'ordre zéro sont révélés. L'inconvénient de cette méthode est que l'enregistrement de trois images exige le triple de quantité de stockage, et qu'on a besoin d'enregistrer trois images séparées et au cours de ces trois enregistrements l'objet ne doit pas changer de position ce qui n'est pas toujours possible en temps réel.

### III.5.1.3 Méthode B ou méthode d'holographie à décalage de phase par soustraction

L'intensité enregistrée au niveau de la caméra CCD peut être exprimée comme suivant [7] :

$$I(x_2, y_2) = R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \quad (\text{III.54})$$

Quand on introduit un déphasage  $\alpha$  entre le faisceau de référence et le faisceau objet, l'intensité de l'hologramme résultante est :

$$I_p(x_2, y_2) = R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2) + \alpha\} \quad (\text{III.55})$$

La soustraction de  $I_p$  de  $I$  donne :

$$\begin{aligned} \Delta I(x_2, y_2) &= I(x_2, y_2) - I_p(x_2, y_2) \\ \Delta I(x_2, y_2) &= 2R_0 |O(x_2, y_2)| (\cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} - \cos\{\theta_c(x_2, y_2) + \alpha\}) \end{aligned} \quad (\text{III.56})$$

En développant l'équation (III.55) et (III.56) on a :

$$\begin{aligned} I_p(x_2, y_2) &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + [2R_0 |O(x_2, y_2)| \cdot \\ &\{\cos(\theta_c(x_2, y_2)) \cos(\alpha) - \sin(\theta_c(x_2, y_2)) \sin(\alpha)\}] \end{aligned} \quad (\text{III.57})$$

$$\begin{aligned} \Delta I(x_2, y_2) &= 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cdot \\ &[(1 - \cos(\alpha)) \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} + \sin(\alpha) \sin\{\theta_c(x_2, y_2)\}] \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

L'image d'ordre zéro est éliminée si  $\alpha \neq 0$ .

$$\text{Si } \alpha = 0 ; I_p(x_2, y_2) \equiv I(x_2, y_2) \quad (\text{III.59})$$

$$\text{Et donc } \Delta I(x_2, y_2) = I(x_2, y_2) - I_p(x_2, y_2) = 0 \quad (\text{III.60})$$

Si  $\alpha \neq 0$  ; la soustraction de  $I_p(x_2, y_2)$  de  $I$  donne :

$$\Delta I(x_2, y_2) = I(x_2, y_2) - I_p(x_2, y_2) \quad (\text{III.61})$$

$$\Delta I(x_2, y_2) = 2R_0 |O(x_2, y_2)| \left[ (1 - \cos(\alpha)) \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} + \sin(\alpha) \sin\{\theta_c(x_2, y_2)\} \right] \quad (\text{III.62})$$

Donc on a choisi  $\alpha = \pi$  pour avoir les deux termes de diffraction d'ordre +1 et -1 dominants. En remplaçant  $\alpha = \pi$  dans l'équation (III.58) :

$$\Delta I(x_2, y_2) = 4R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \quad (\text{III.63})$$

Dans cette méthode on n'a besoin que de l'enregistrement de deux hologrammes.

### III.5.2 Elimination de l'image d'ordre zéro et l'image conjuguée

#### III.5.2.1 Méthode C

Cette méthode consiste à acquérir quatre hologrammes, le premier avec interférence des deux faisceaux objet et référence, le deuxième avec seulement le faisceau objet, le troisième avec seulement le faisceau référence et le quatrième avec un décalage incrémental de chemin optique de  $\lambda/4$  entre les deux faisceaux. Donc le terme d'ordre zéro est éliminé par application de la méthode HRO et le terme de diffraction d'ordre -1 est éliminé par utilisation de la modulation de phase [7].

L'intensité du premier hologramme enregistré au niveau de la caméra CCD peut être exprimée comme suivant :

$$\begin{aligned} I(x_2, y_2) &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2)\} \\ &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + R_0^* O(x_2, y_2) e^{i\theta_c} + R_0 O^*(x_2, y_2) e^{-i\theta_c} \end{aligned} \quad (\text{III.64})$$

L'intensité du quatrième hologramme dans lequel on a introduit un déphasage  $\theta$  entre le faisceau de référence et le faisceau objet est :

$$\begin{aligned} I_p(x_2, y_2) &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2) + \theta\} \\ &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + R_0^* O(x_2, y_2) e^{i(\theta_c + \theta)} + R_0 O^*(x_2, y_2) e^{-i(\theta_c + \theta)} \end{aligned} \quad (\text{III.65})$$

Pour obtenir le terme de diffraction d'ordre +1 on utilise l'algorithme suivant :

$$\begin{aligned} (I - I_o - I_r) - e^{i\theta} [I_p(x_2, y_2) - I_o - I_r] &= R_0^* O(x_2, y_2) e^{i\theta_c} + R_0 O^*(x_2, y_2) e^{-i\theta_c} \\ &\quad - e^{i\theta} [R_0^* O(x_2, y_2) e^{i(\theta_c + \theta)} + R_0 O^*(x_2, y_2) e^{-i(\theta_c + \theta)}] \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

En factorisant par  $R_0^* O$  dans l'équation (III.66) on trouve

$$(I - I_o - I_r) - e^{i\theta} [I_p(x_2, y_2) - I_o - I_r] = [1 - e^{i(2\theta + \theta_c)}] R_0^* O \quad (\text{III.67})$$

On a choisi  $\theta = \pi/2$  pour avoir le résultat voulu. C'est ce qu'on voit dans la figure (Figure III.12(b)).

#### III.5.2.2 Méthode D

Cette méthode utilise seulement la modulation de phase. On a besoin dans cette méthode d'acquérir trois images d'interférences entre les faisceaux objet et référence pour trois décalages angulaires  $0, \theta_1$  et  $\theta_2$ . Les distributions de l'intensité correspondant à chaque décalage de phase sont exprimées par les équations suivantes [7] :

$$\begin{aligned} I_{p_1}(x_2, y_2) &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2) + \theta_1\} \\ &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + R_0^* O(x_2, y_2) e^{i(\theta_c + \theta_1)} + R_0 O^*(x_2, y_2) e^{-i(\theta_c + \theta_1)}, \end{aligned} \quad (\text{III.68})$$

et

$$\begin{aligned}
 I_{p_2}(x_2, y_2) &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + 2R_0 |O(x_2, y_2)| \cos\{\theta_c(x_2, y_2) + \theta_2\} \\
 &= R_0^2 + |O(x_2, y_2)|^2 + R_0^* O(x_2, y_2) e^{i(\theta_c + \theta_2)} + R_0 O^*(x_2, y_2) e^{-i(\theta_c + \theta_2)}.
 \end{aligned} \tag{III.69}$$

Ces deux distributions d'intensités et la distribution d'intensité avec la modulation de phase égale à zéro  $I$  sont utilisées pour obtenir le terme  $OR_0^*$  :

$$\begin{aligned}
 &-\frac{I_{p_1}(x_2, y_2)}{\exp(-i\theta_c)(1-\exp(-i\theta_1))} + \frac{I_{p_2}(x_2, y_2)}{\exp(-i\theta_c)(1-\exp(-i\theta_2))} \\
 &+ \left[ \frac{1}{\exp(-i\theta_c)(1-\exp(-i\theta_1))} - \frac{1}{\exp(-i\theta_c)(1-\exp(-i\theta_2))} \right] I(x_2, y_2) \\
 &= \left\{ \frac{\exp(2i\theta_c)(\exp(i\theta_1)-1)}{(\exp(-i\theta_1)-1)} - \frac{\exp(2i\theta_c)(\exp(i\theta_2)-1)}{(\exp(-i\theta_2)-1)} \right\} OR_0^*,
 \end{aligned} \tag{III.70}$$

On a supposé que  $\theta_1 = 2\pi/3$  et  $\theta_2 = -2\pi/3$ . Ce qui nous a permis d'éliminer l'image d'ordre zéro et l'image jumelle. On a comparé la restitution de l'hologramme avec application de la méthode HRO et la restitution d'un hologramme en appliquant la méthode à décalage de phase (c'est ce qui est illustré dans les figures III.12 (a) et III.12 (c)). Et on a pu constater l'efficacité de cette dernière à éliminer l'image d'ordre zéro, et l'image jumelle en même temps.

### III.5.3 Procédures expérimentales et résultats

#### III.5.3.1 Montage de configuration hors axe pour enregistrement des hologrammes de Fourier

On utilise le montage de la figure (Figure III.6). Le faisceau continu rouge du laser Krypton est divisé en un faisceau objet et un faisceau référence. Le faisceau objet est expansé puis collimaté pour éclairer une membrane vibrante de diamètre 32 mm. Le faisceau référence est expansé puis focalisé hors-axe dans le plan objet pour former le point source de référence nécessaire à l'enregistrement holographique. L'angle entre les faisceaux référence et objet est de l'ordre de 3 degrés et le rapport de leurs intensités a été ajusté à 6 au moyen d'un séparateur et d'un atténuateur variables. Les hologrammes sont enregistrés à une distance de 1 mètre de l'objet au moyen du capteur CCD d'une caméra numérique Lumenera Infinity 2 (capteur monochrome Sony ICX205AK de 1392x1040 pixels carrés de 4.65 microns de coté).

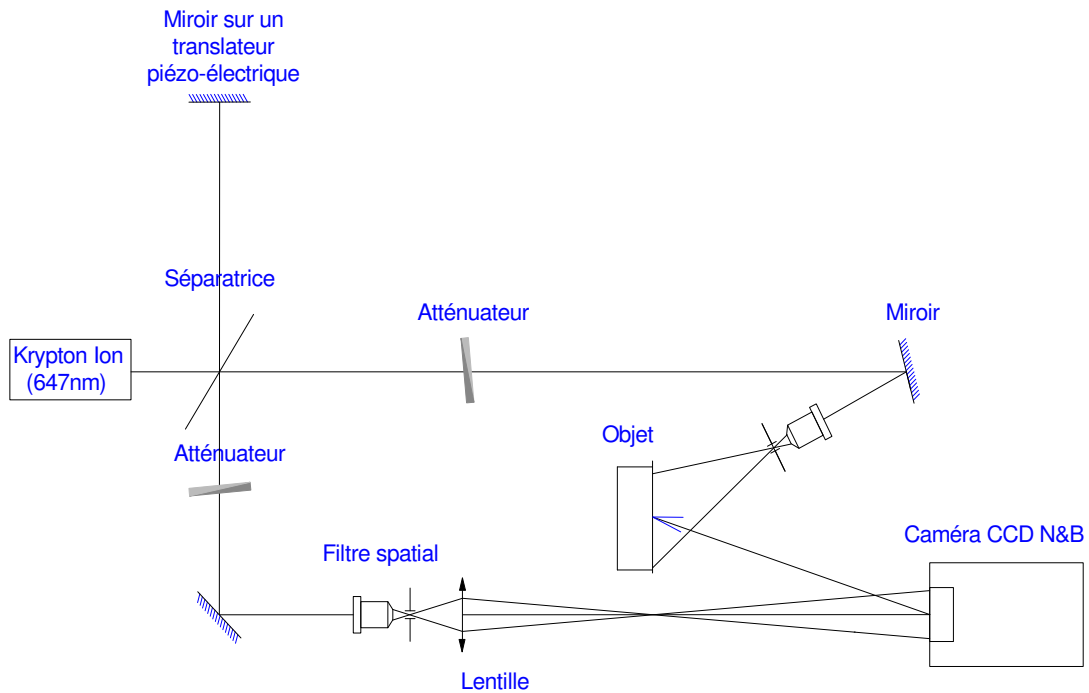


Figure III.5 : Montage expérimental pour l'enregistrement des hologrammes numériques hors axe de « lensless » Fourier.

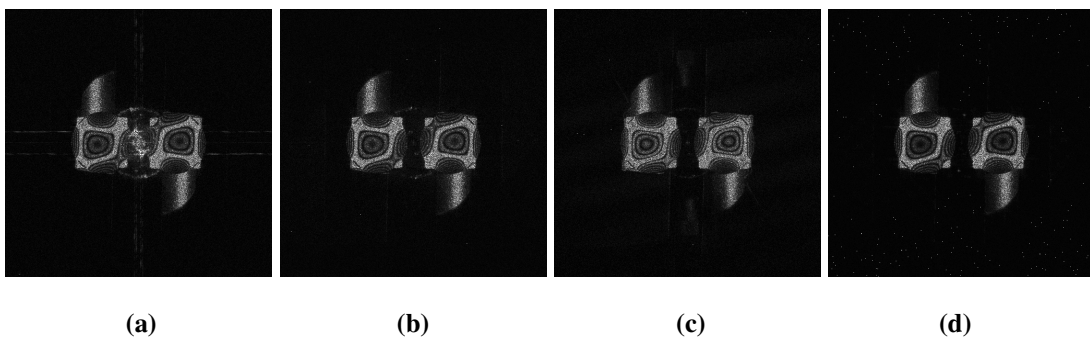
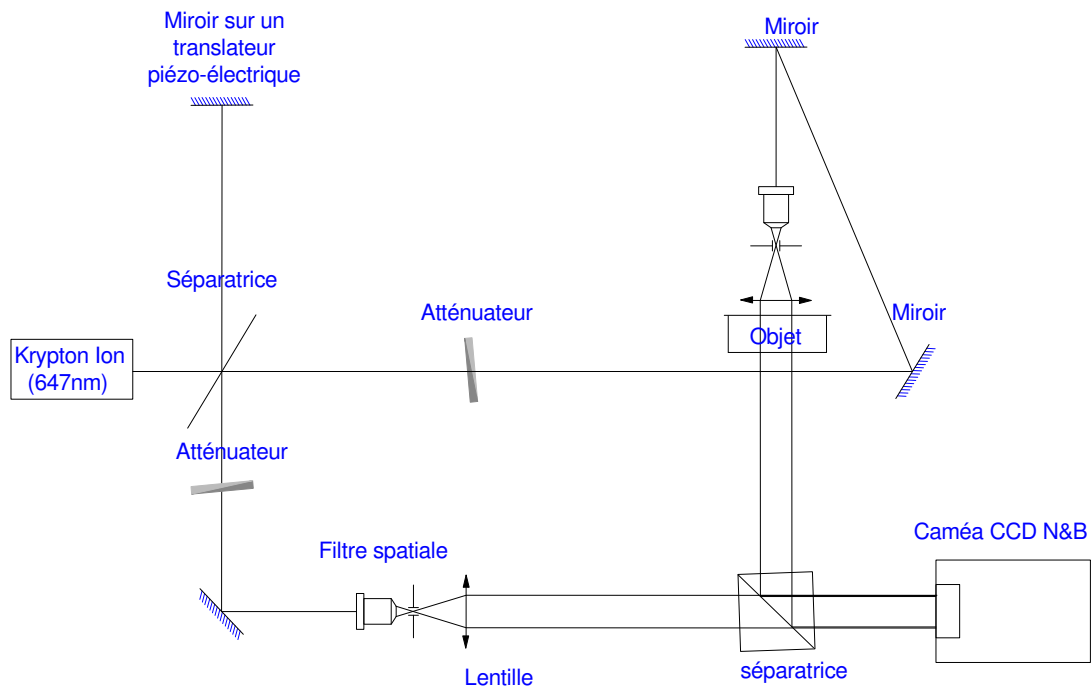


Figure III.6 : Comparaison des différentes méthodes. (a) Reconstruction d'hologramme sans application de l'une des méthodes d'élimination d'ordre zéro. (b) Reconstruction de l'hologramme avec application de la méthode de soustraction HRO. (c) Reconstruction de l'hologramme avec application de méthode d'holographie numérique par soustraction. (d) Reconstruction de l'hologramme avec application de la méthode de décalage de phase.

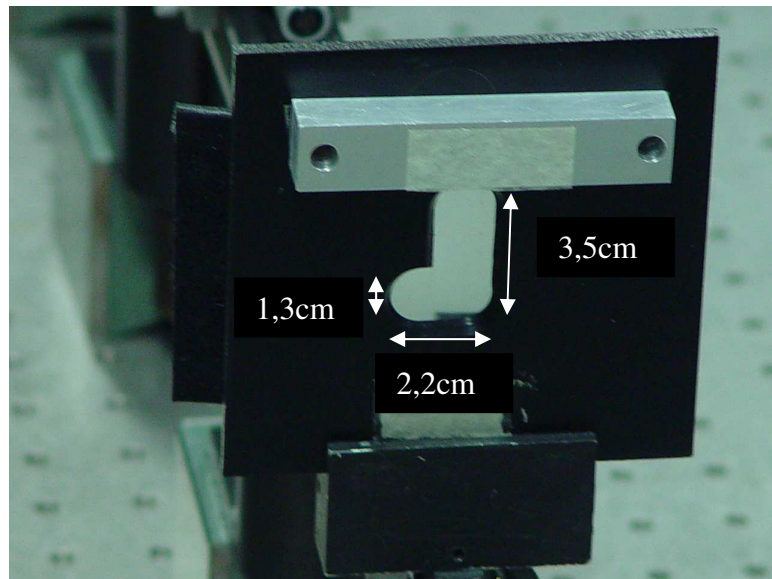
### III.5.3.2 Montage de configuration hors axe pour enregistrement des hologrammes de Fresnel

Le montage expérimental est illustré dans la figure III.8. La source lumineuse utilisée est un laser Krypton ion dont la longueur d'onde  $\lambda = 647\text{nm}$ . Le faisceau de ce dernier est ensuite divisé en un faisceau objet et un faisceau référence. Le faisceau objet est expansé puis collimaté pour éclairer un diffuseur de la forme d'une chaussette. Le faisceau référence passe à travers un miroir réfléchissant monté sur un

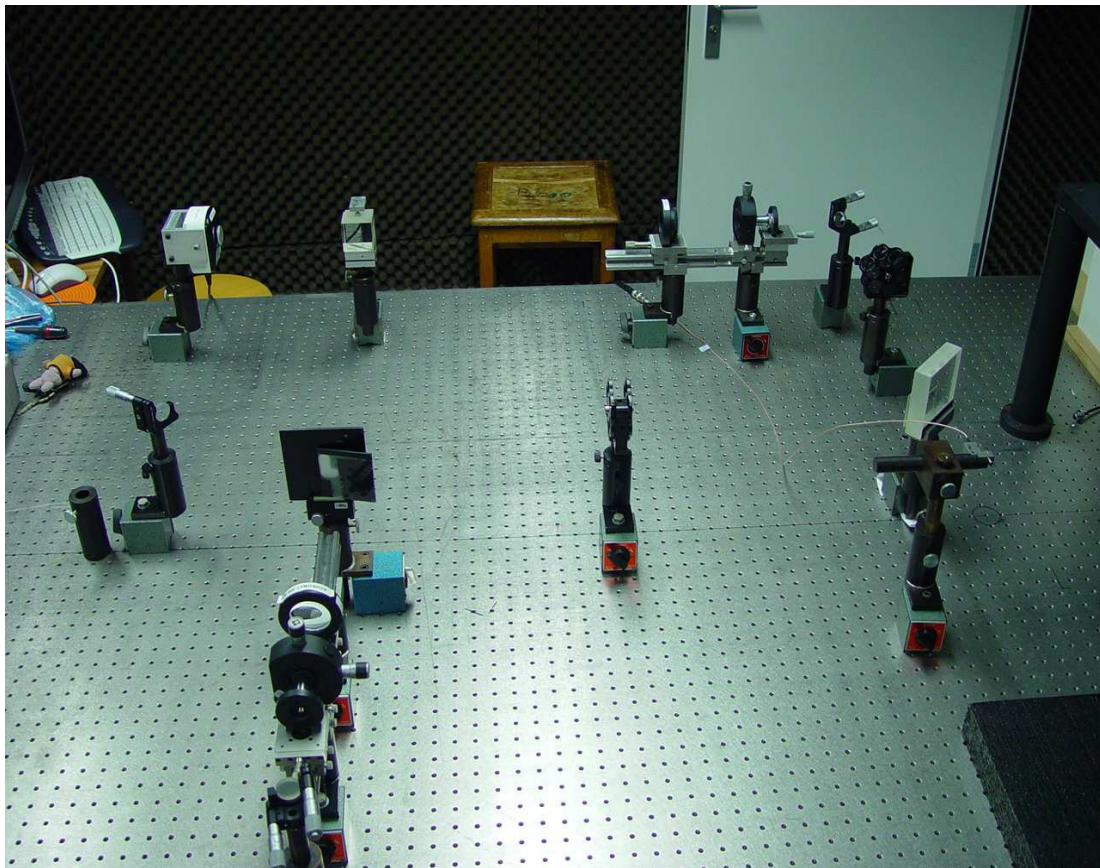
système de translation précis, un translateur piézoélectrique ensuite il est expansé puis collimaté. Les deux faisceaux sont rassemblés par un cube séparateur pour interférer sur la camera CCD. Le rapport d'intensité entre les faisceaux référence et objet a été ajusté à 3 au moyen de deux séparateurs et de deux atténuateurs variables. Les hologrammes sont enregistrés à une distance de 91 centimètres de l'objet au moyen du capteur CCD d'une caméra numérique Lumenera Infinity 2. La méthode utilisée ici est le décalage de phase. Le principe de cette technique consiste à enregistrer au minimum trois interférogrammes obtenus en lumière monochromatique, séparées par un déphasage constant introduit par la translation nanométrique du miroir montée sur une cale piézo-électrique. Cette translation est obtenue par application d'une tension bien précise pour chaque déphasage voulu.



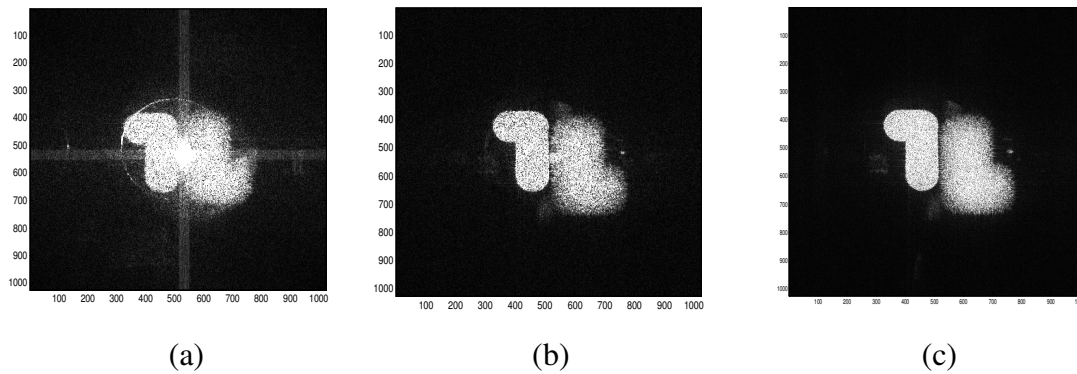
*Figure III.7 : Montage expérimental d'enregistrement des hologrammes numériques de Fresnel.*



*Figure III.8 : Photo de notre objet test collé devant un diffuseur.*



*Figure III.9 : Photo du montage de la Figure III.7.*



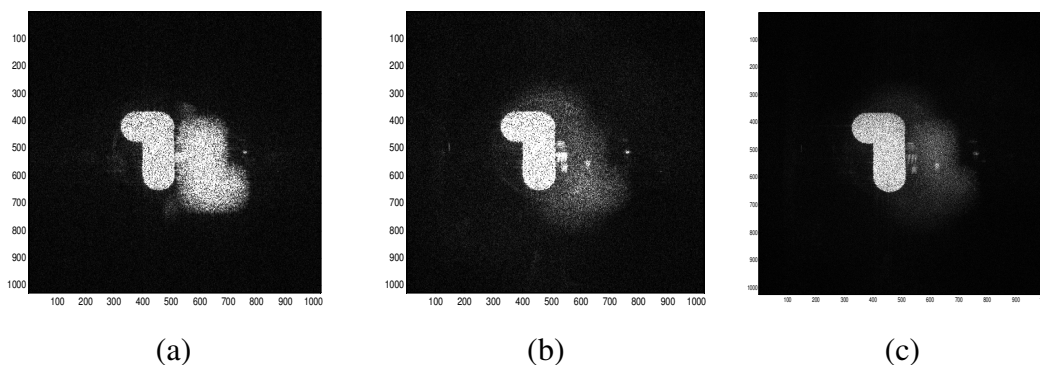
**Figure III.10 :** (a) Restitution de l'hologramme avec présence de l'ordre zéro et -1. (b) Restitution de l'hologramme sans l'ordre zéro de diffraction en appliquant la méthode A. (c) Restitution de l'hologramme sans l'ordre zéro de diffraction en appliquant la méthode B.

Nous avons comparé les deux méthodes A et B dans les mêmes conditions et au même instant. Les figures III.11 (b) et III.11 (c) montrent les images restituées à l'aide des méthodes A et B respectivement. Dans chaque cas l'image d'ordre zéro est éliminée.

Nous avons aussi comparé les méthodes C et D dans les mêmes conditions et au même moment. Les figures III.12 (b) et III.12 (c) montrent les images restituées en utilisant les méthodes C et D respectivement. L'image d'ordre zéro et l'image conjuguée sont éliminées.

Nous remarquons que les images restituées à l'aide des méthodes B et D sont moins bruitées que celles avec les méthodes A et C.

La technique de décalage de phase est difficile à maîtriser mais les performances sont excellentes.



**Figure III.11 :** (a) Restitution de l'hologramme avec l'ordre de diffraction -1. (b) Restitution de l'hologramme sans l'ordre de diffraction -1 en appliquant la méthode C. (c) Restitution de l'hologramme sans l'ordre de diffraction -1 en appliquant la méthode D.

### III.6 Conclusion

En conclusion, cette étude présente trois approches simples pour supprimer l'ordre zéro de diffraction de l'hologramme numérique et deux approches pour éliminer les deux images indésirables qui reposent sur la méthode de décalage de phase. L'avantage de premières approches est que la procédure expérimentale et l'opération de suppression sont simples à réaliser. En plus, les résultats expérimentaux indiquent que la performance de ces approches est efficace pour la suppression de l'image



d'ordre zéro. Donc l'image d'ordre zéro est filtrée, ainsi que le contraste et la qualité d'image reconstruite sont améliorés. Par contre la méthode de décalage de phase est difficile à mettre en œuvre puisque lors de l'enregistrement il faut une très grande stabilité de la table optique. Nous avons trouvé une grande difficulté pour réaliser nos hologrammes.

La méthode de Demoli est très facile. Elle consiste en une simple soustraction de deux hologrammes enregistrés à deux instants différents. Pour tenter d'expliquer cette méthode, il a imposé une condition pour avoir un bon fonctionnement, cette condition consiste à soustraire deux hologrammes identiques présentant des figures de speckle stochastiquement différentes. Ainsi en précisant que la méthode devient efficace quand il y a des vibrations au niveau de la table optique.

La méthode de soustraction HRO (Hologramme Référence Objet) est la plus efficace par rapport aux deux autres méthodes parce qu'elle peut être appliquée dans le cas de l'holographie « in line » et dans le cas de l'holographie « off-axis » alors que la méthode de Demoli ne peut être appliquée que dans le cas de l'holographie off-axis. Par contre la méthode proposée par Demoli est bien adaptée pour les applications en temps réel, elle est rapide par rapport aux deux autres méthodes, reste à vérifier son fonctionnement dans le cas de l'holographie « in-line ».



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Thomas Kreis , " Handbook of holographic interferometry :Optical and Digital Methods, " Wiley-VCH, Berlin, 105 -106 (2004).
- [2] Joseph W. Goodman, " Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie". Masson, 1ère édition. (1972).
- [3] Gabor D., "A new microscopic principle," Nature, vol. 161, pp. 777-778, 1948.
- [4] Gabor D., and W. P. Goss, "Interference Microscope with Total Wavefront Reconstruction, " J. Opt. Soc. Am., vol. 56, no. 7, p. 849, 1966.
- [5] Leith E. N. and J. Upatnieks, "Reconstructed Wavefronts and Communication Theory ," J. Opt. Soc. Am., vol. 52, no. 10, p. 1123, 1962.
- [6] Th. Kreis and W. Jüptner. "Suppression of the dc term in digital holography". Opt. Eng., 36(8),2357–2360, (1997).
- [7] Y. Takaki, H. Kawai, H. Ohzu , " Hybrid holographic microscopy free of conjugate and zero-order images, " Appl. Opt. **38**, 4990–4996 (1999).
- [8] N. Demoli, J. Meštrović, and M. Sović," Subtraction digital holography," Applied Optics, 42(5), 798–804 (2003).
- [9] T.-C. Poon, K. B. Doh, B. W. Schilling, M. H. Wu, K. Shinoda, Y. Suzuki, "Three dimensional microscopy by optical scanning holography, " Opt. Eng. **34**, 1338–1344 (1995).
- [10] I. Yamaguchi and T. Zhang, "Phase-shifting digital holography, " Opt. Lett. **22**, 1268 (1997).
- [11] L. Onural and P. D. Scott. "Digital decoding of in-line holograms. "Opt. Eng., 26(11):1124–1132, 1987.
- [12] L. Onural and M. T. Özgen. "Extraction of three-dimensional object-location information directly from in-line holograms using Wigner analysis. " Journ. Opt. Soc. Amer. A, 9(2):252–260, 1992.

- [13] G. Pedrini, P. Fröning, H. Fessler, and H. J. Tiziani. "In-line digital holographic interferometry, " *Appl. Opt.*, 37(26):6262–6269, 1998. {108}
- [14] Gu-Liang Chen, Ching-Yang Lin, Ming-Kuei Kuo, and Chi-Ching Chang, "Numerical suppression of zero-order image in digital holography , " 9 July 2007 / Vol. 15, No. 14 / OPTICS EXPRESS.
- [15] G.L. Chen<sup>1</sup>, C.Y. Lin<sup>2</sup>, M.K. Kuo<sup>3</sup> and C.C. Chang, "Numerical reconstruction and twin-image suppression using an off-axis Fresnel digital hologram, "Volume 90, Numbers 3-4 / mars 2008, Applied Physics B: Lasers and optics.
- [16] Oystein Skotheim, "HoloVision-A software package for reconstruction and analysis of digitally sampled holograms, ", Norwegian University of Science and Technology,(2001).  
[http://www.edge.no/projects/holovision/doc/holovision-thesis\\_OyS\\_2001-04-01.pdf](http://www.edge.no/projects/holovision/doc/holovision-thesis_OyS_2001-04-01.pdf)
- [17] Thomas M. Kreis, M.Adams, and P.O.Jüptner, "Methods of digital Holography : A Comparison," Proc.SPIE vol.3098, 224–233 (1997).
- [18] U. Schnars and W. Juptner, "Digital holography-digital hologram recording, numerical reconstruction and related techniques", Springer New York, 56-57 (2005).
- [19] Pascal Picart and Julien Leval, "General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography," J. Opt. Soc. Am. A, vol. 25, pp.1744-1761, 2008
- [20] J.B.Develis and G.O.Reynolds, "Theory and applications of holography", Addison-Wesley, reading ,Mass., 14-16, 61 (1967)
- [21] Joseph W Goodman , "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill Book Companies, 319-320(1968).



## REPLIEMENT SPECTRAL (ALIASING)

### SOMMAIRE

IV.1	Introduction .....	88
IV.2	Qu'est-ce-que l'aliasing ? .....	88
IV.2.1	Approche « traitement de signal » .....	88
IV.2.1.1	Analyse de Fourier .....	89
IV.2.1.2	Exemple1 .....	90
IV.2.1.3	Exemple2 .....	92
IV.2.2	Approche « traitement d'image » .....	94
IV.2.2.1	Echantillonnage par peigne de Dirac .....	94
IV.2.2.2	Exemple .....	96
IV.3	Cas de l'holographie numérique .....	97
IV.4	Analyse théorique .....	99
IV.4.1	Montage quasi-Fourier .....	99
IV.4.2	Enregistrement et reconstruction continus (holographie analogique) .....	100
IV.4.3	Enregistrement et reconstruction discrets (holographie numérique) .....	101
IV.4.4	Décalage de l'image reconstruite de l'objet .....	101
IV.4.5	Non-chevauchement des intervalles .....	103
IV.4.6	Non-chevauchement des intervalles en appliquant la méthode de l'holographie numérique par soustraction .....	103
IV.4.7	Point phase du cycle maximum .....	103
IV.5	Expérience .....	104
IV.5.1	Montage .....	104
IV.5.2	Paramètres .....	105
IV.6	Résultats et discussions .....	106
IV.7	Conclusion .....	109
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	110

# INDEX DES FIGURES

<i>Figure IV.1 (a) Signal <math>s(t)</math>, (b) sa transformée de Fourier.</i>	89
<i>Figure IV.2 (a) Signal <math>s(t)</math> continu, (b) transformée de Fourier du signal continu <math>s(t)</math></i>	90
<i>Figure IV.3 (a) Signal <math>s(t)</math> échantillonné. (b) Transformée de Fourier du même signal continu, mais échantillonné. Le spectre devient périodique.</i>	90
<i>Figure IV.4 Phénomène de repliement du spectre : lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant, la périodisation engendre un mélange du spectre avec ses versions décalées, donnant ainsi l'illusion que le spectre se replie (le spectre observé est dans la fenêtre en pointillée)</i>	90
<i>Figure IV.5 Transformée de Fourier du même signal continu, mais échantillonné. Le spectre devient périodique</i>	91
<i>Figure IV.6 Phénomène de repliement du spectre : lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant</i>	92
<i>Figure IV.7 Transformée de Fourier du même signal continu, mais échantillonné. Le spectre devient périodique</i>	93
<i>Figure IV.8 Phénomène de repliement du spectre : lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant.</i>	93
<i>Figure IV.9 Deux peignes étendus <math>p_1</math> et <math>p_2</math>.</i>	94
<i>Figure IV.10 Peigne de Dirac bidimensionnelle</i>	95
<i>Figure IV.11 Deux peignes non étendus <math>\hat{p}_1</math> et <math>\hat{p}_2</math></i>	95
<i>Figure IV.12 Phénomène de repliement de l'image réelle sur l'image conjuguée spectre, lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant</i>	97
<i>Figure IV.13 Configuration holographique numérique hors axe quasi-Fourier. (<math>P_1</math>) plan d'entrée; (<math>P_2</math>) plan d'hologramme.</i>	99
<i>Figure IV.14 Reconstruction d'un hologramme dont l'objet test est une membrane</i>	102
<i>Figure IV.15 (a) Chevauchement de l'image réelle sur l'image conjuguée aux deux extrémités de l'image. (b) Chevauchement de l'image réelle et l'image conjuguée sur l'ordre zéro de diffraction.</i>	102
<i>Figure IV.16 Schéma du montage expérimental.</i>	105
<i>Figure IV.17 Photo de la membrane</i>	105
<i>Figure IV.18 Séquence</i>	106
<i>Figure IV.19 Images montrant la reconstruction de l'intervalle 0 (les septes premières images, représentent le cas sans aliasing), 1er intervalle (de la neuvième</i>	

*jusqu'à la seizième image), et 2<sup>ème</sup> intervalle (de la dix-septième image jusqu'à la vingt-septième image). La flèche rouge indique la direction de déplacement, tandis que le signe moins désigne l'inversion.....107*

*Figure IV.20 Limites de la totalité d'intervalles définis par les conditions expérimentales .....108*

*Figure IV.21 Limites des intervalles sans la présence de chevauchement obtenues par introduction de l'objet (une membrane de diamètre 32mm) dans l'analyse.....108*

*Figure IV.22 : Limites des intervalles sans la présence de chevauchement obtenues par introduction de l'objet (une membrane de diamètre 32mm) dans l'analyse, mais avec l'utilisation de la méthode de la soustraction. ....109*



## IV.1 Introduction

En holographie numérique, la figure primaire des franges holographiques est enregistrée optiquement sur un capteur matriciel (CCD, CMOS) et reconstruite numériquement en utilisant un logiciel informatique. Le capteur matriciel transforme une image continue en une image discrète. En pratique, il faut utiliser l'algorithme de la Transformée de Fourier Rapide (FFT) qui permet de calculer économiquement la Transformée de Fourier discrète (DFT) d'une image échantillonnée. C'est-à-dire que le réseau de franges enregistré par le capteur est reconstruit par transformée de Fourier discrète, ce qui nécessite d'échantillonner le signal en respectant le critère de Shannon. Ce critère énonce que la fréquence d'échantillonnage du signal doit être supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal. Autrement dit, l'espacement des franges interférentielles qui constituent l'hologramme doit être suffisamment grand par rapport à l'inter-pixel (pitch) du capteur CCD. L'angle entre le faisceau objet et le faisceau référence est limité à seulement quelques degrés afin de répondre au théorème d'échantillonnage. L'hologramme sera sous-échantillonné si l'angle d'enregistrement est plus grand que l'angle maximum acceptable, ce qui implique un repliement (*aliasing*) dans l'image reconstruite, qui reproduit les hautes fréquences dans le spectre des basses fréquences.

Le repliement de l'ordre de diffraction -1 sur l'ordre de diffraction +1, conduit à des erreurs dans la reconstruction qui font obstacle à la réalisation de l'interférométrie, la métrologie et l'évaluation des données.

Dans ce chapitre, nous allons expliquer le phénomène de repliement spectral dit *aliasing* dans l'approche de traitement de signal et dans l'approche de traitement d'image, et par la suite dans le cas d'holographie numérique. Puis, nous allons proposer un montage expérimental qui met en évidence ce phénomène de repliement spectral (*aliasing*) et qui est dû au sous échantillonnage. Nous allons analyser la reconstruction d'hologramme en particulier lorsque le théorème d'échantillonnage n'est pas satisfait en faisant varier l'ouverture angulaire de la prise de vue. Nous allons montrer que le fait d'augmenter l'angle au-delà de la limite de Nyquist conduit à des repliements multiples et à l'inversement de l'image de l'objet reconstruit jusqu'à la disparition de ce dernier. Nous allons procéder à une série d'enregistrements holographiques d'un objet de petite taille (membrane vibrante). Cet objet peut se déplacer transversalement, ce qui permet de faire varier l'ouverture angulaire de la prise de vue et donc de l'interfrange. Nous allons étudier les reconstructions des hologrammes malgré les repliements et les perturbations qui apparaissent.

## IV.2 Qu'est-ce-que l'*aliasing* ?

### IV.2.1 Approche « *traitement de signal* »

Le problème de repliement spectral est lié à l'utilisation du convertisseur analogique numérique [1]. Le convertisseur analogique numérique transforme le signal continu en un signal numérique, ce qui nous oblige à passer par deux étapes : la première étape consiste à échantillonner le signal acquis, la deuxième étape est la phase de reconstruction qui consiste à essayer de récupérer le signal original à partir des seuls échantillons dont on dispose.

Donc, le problème qui se pose est de savoir comment s'assurer que le signal reconstruit est une représentation correcte du signal original et éviter ainsi

l'apparition de tels phénomènes. La théorie du signal a fourni depuis longtemps une explication sur l'origine de ces phénomènes, ainsi qu'un critère simple permettant de l'éviter. Intuitivement, on sent bien que plus on prend plus d'échantillons en des points suffisamment rapprochés les uns aux autres, mieux on pourra reconstruire plus précisément notre signal original. L'analyse de Fourier nous donne les outils pour étudier ce phénomène.

#### IV.2.1.1 Analyse de Fourier

La question qui se pose est : « comment faut-il procéder pour échantillonner le signal afin de représenter avec précision le signal original ». La réponse est donnée par le théorème d'échantillonnage qui s'applique à la classe des fonctions à bande spectrale limitée. Pour comprendre l'effet de l'échantillonnage sur un signal, on peut analyser l'impact que cette opération a sur son spectre. On a un signal  $s(t)$  qui a une transformée de Fourier  $\hat{s}(f)$ .

La fonction  $s(t)$  s'écrit comme :

$$s(t) = \int \hat{s}(f) \cdot e^{i2\pi ft} \cdot df \quad (IV.1)$$

Cette transformation s'appelle la transformation de Fourier inverse de  $\hat{s}$  (notée  $s(t) = TF^{-1}(\hat{s})$ ). Elle permet de retrouver exactement  $s(t)$  à partir de  $\hat{s}(f)$ .

On propose d'étudier un signal périodique idéal :  $s(t) = a \sin(2\pi f_0 t + \phi_0)$  avec  $\phi_0$  la phase (voir Figure IV.1(a)). Son spectre est représenté dans la Figure IV.1(b) ; on voit apparaître deux pics d'amplitude  $a$  localisés aux fréquences  $f_0$  et  $-f_0$ .

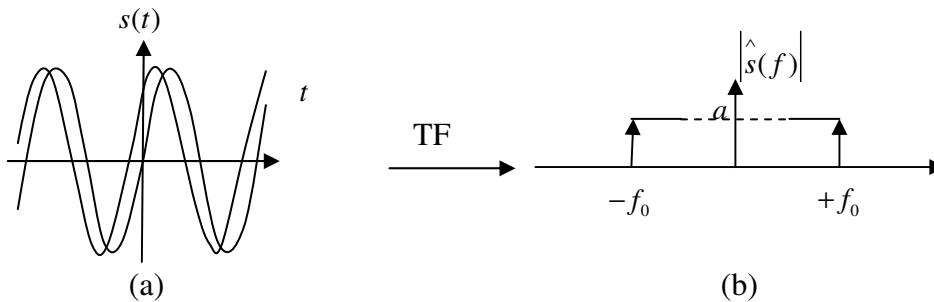


Figure IV.1 : (a) Signal  $s(t)$ , (b) sa transformée de Fourier.

On peut alors démontrer que (voir Figure IV.3(b)) le spectre du signal échantillonné  $\hat{s}_e$  s'écrit :  $\hat{s}_e(f) = f_e \cdot \sum_k \hat{s}(f + k \cdot f_e)$ . Autrement dit l'échantillonnage de  $s$  avec une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  implique la périodisation de  $\hat{s}$  avec une fréquence  $f_e$ .

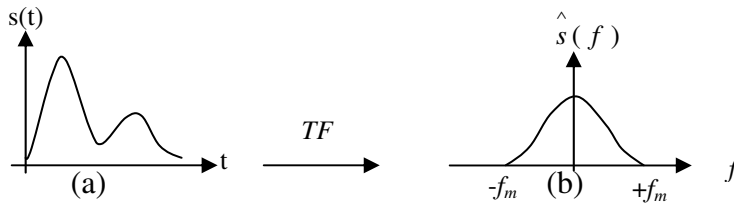


Figure IV.2 : (a) Signal  $s(t)$  continu. (b) Transformée de Fourier du signal continu  $s(t)$ .

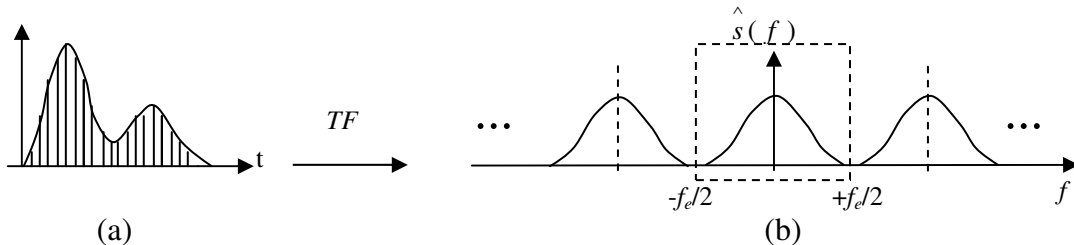


Figure IV.3 : (a) Signal  $s(t)$  échantillonné. (b) Transformée de Fourier du même signal continu, mais échantillonné. Le spectre devient périodique.

En conclusion, il est nécessaire de connaître le spectre seulement dans l'intervalle  $[-f_e/2, f_e/2]$ , puisque le spectre du signal échantillonné est périodique et de période  $f_e$  et que si  $\hat{s}(f)$  n'est pas inclus dans  $[-f_e/2, f_e/2]$  alors les spectres périodisés adjacents se superposent. C'est ce qu'on appelle le phénomène de repliement spectral (voir Figure IV.4). La conséquence est l'important théorème de Nyquist : il n'est pas possible de représenter correctement les fréquences supérieures à  $f_e/2$  avec un échantillonnage de fréquence  $f_e$ . Pire, si des fréquences supérieures à  $f_e/2$  sont présentes dans le spectre, alors elles viennent perturber les fréquences inférieures à  $f_e/2$ .

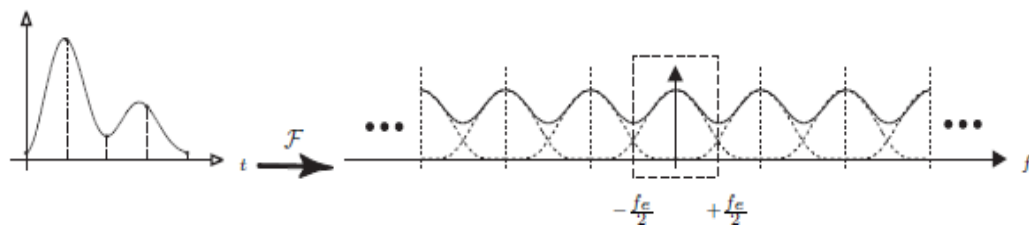


Figure IV.4 : Phénomène de repliement du spectre : lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant, la périodisation engendre un mélange du spectre avec ses versions décalées, donnant ainsi l'illusion que le spectre se replie (le spectre observé est dans la fenêtre en pointillée)

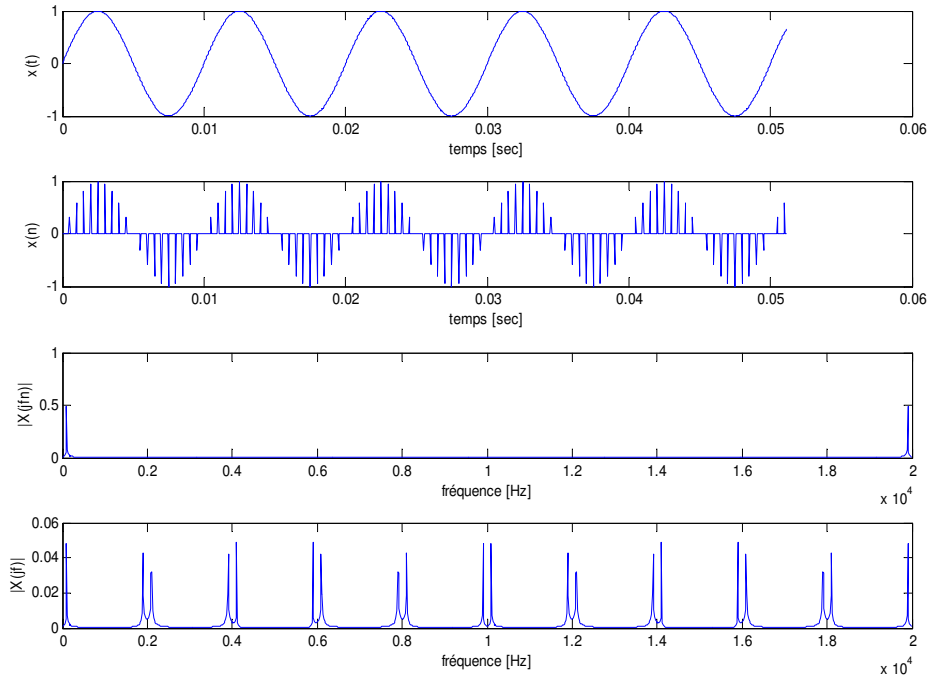
Donc, l'échantillonnage d'un signal à une fréquence  $f_e$  ne provoque pas de perte d'information si et seulement si la fréquence maximale  $f_{\max}$  du signal vérifie la condition suivante :

$$f_{\max} < f_e/2$$

#### IV.2.1.2 Exemple 1

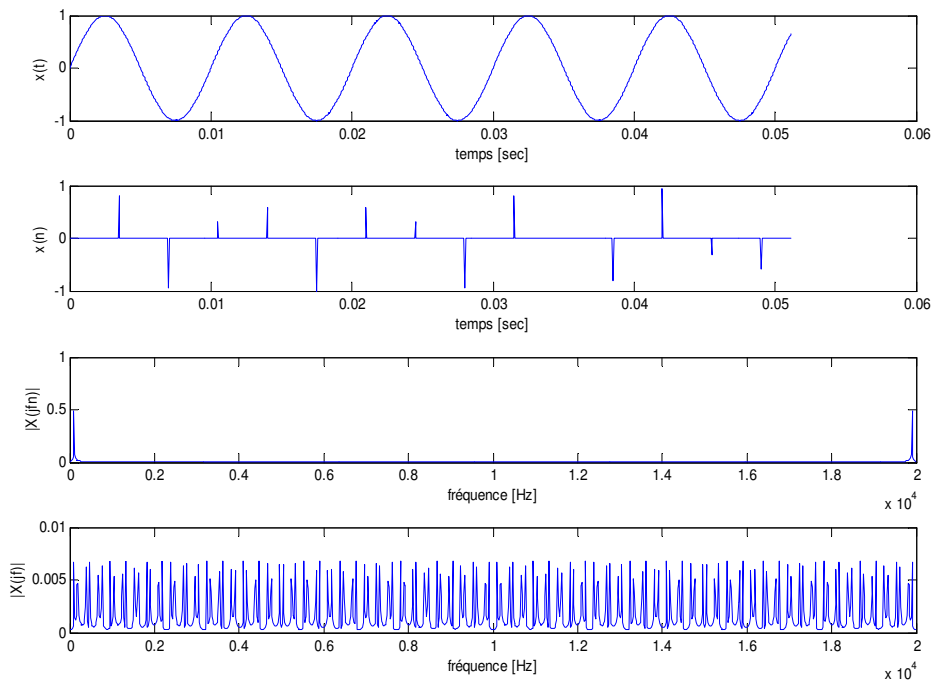
Un signal sinusoïdal  $x(t) = \sin(2\pi t f_0)$  de fréquence  $f_0 = 100\text{Hz}$  et de fréquence d'échantillonnage  $f_e = 20\text{kHz}$  et de taille  $N = 1024\text{pts}$  est représenté sur la figure IV.5 ainsi que le signal échantillonné et leur spectre respectifs. On a échantillonné le

signal  $x(t)$  avec une fréquence  $f_e = 20\text{kHz}$  et on a essayé d'avoir le plus d'échantillons possible par période, presque 10 échantillons par période, et on a le spectre qui devient périodique ce qui confirme ce qu'on vient de dire (voir Figure IV.5).



**Figure IV.5 :** Transformée de Fourier du même signal continu, mais échantillonné. Le spectre devient périodique.

Par contre quand on a pris moins d'échantillons par période on voit bien que les spectres périodisés adjacents se superposent. C'est ce qu'on appelle le phénomène de repliement spectral (voir Figure IV.6).



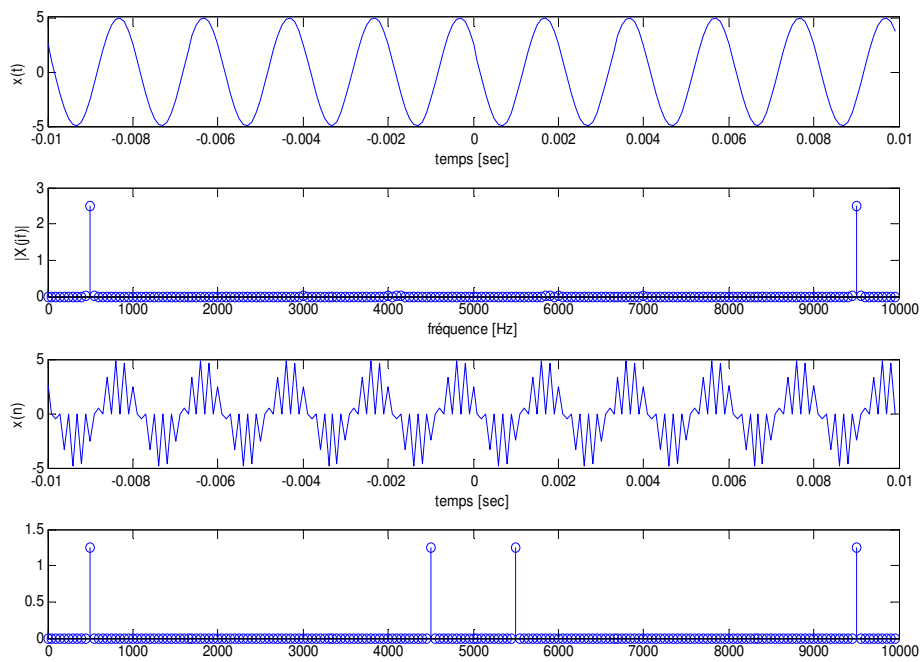
**Figure IV.6 :** Phénomène de repliement du spectre : lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant.

### IV.2.1.3 Exemple 2

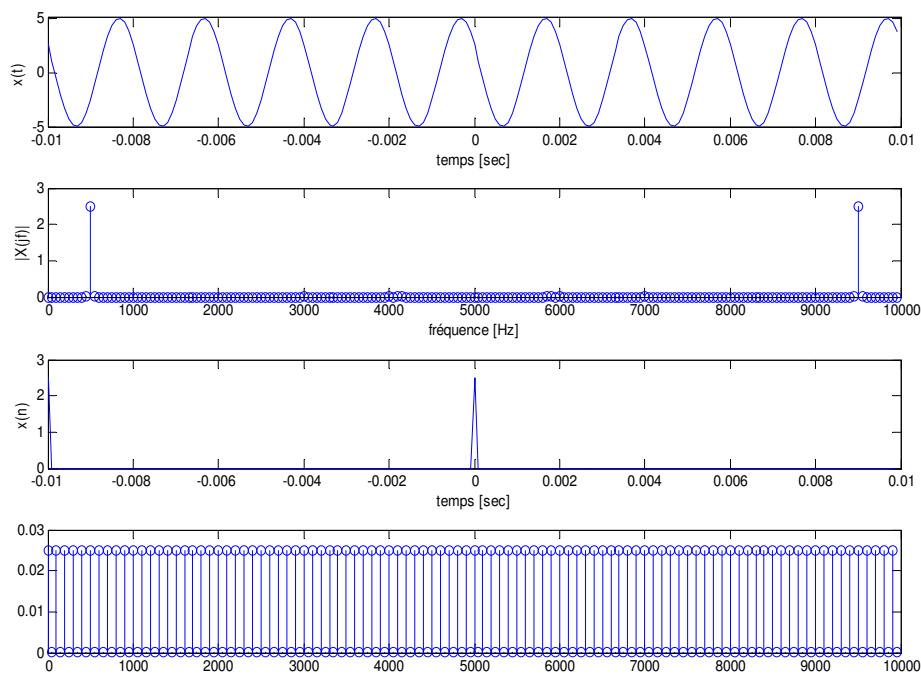
On va générer un signal sinusoïdal  $x(t) = 5 \cos(2\pi t f_0 + \pi/3)$  de fréquence  $f_0 = 500\text{Hz}$  qui est représentée sur la figure IV.7 et la figure IV.8 ainsi que le signal échantillonné et leur spectre respectifs.

On a échantillonné le signal  $x(t)$  avec une fréquence  $f_e = 10000\text{Hz}$  et on a essayé d'avoir le plus d'échantillons possible par période presque dix échantillons par période, et on a les spectres qui deviennent périodiques ce qui confirme ce qu'on vient de dire (voir Figure IV.7).

Par contre quand on a pris moins d'échantillons par période on voit bien que les spectres périodisés adjacents se superposent. C'est ce qu'on appelle le phénomène de repliement spectral (voir Figure IV.8).



**Figure IV.7 :** Transformée de Fourier du même signal continu, mais échantillonné. Le spectre devient périodique.



**Figure IV.8 :** Phénomène de repliement du spectre : lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant.

### IV.2.2 Approche « traitement d'image »

Le repliement spectral (aliasing en anglais) a pour origine les erreurs d'échantillonnage, c'est-à-dire, celles qui se produisent quand on transforme une image continue en une image discrète, à l'aide d'un capteur CCD. Les limitations physiques de la capacité des stockages numériques imposent, lors de la numérisation d'un signal analogique, de ne garder qu'une partie discrète des valeurs du signal original. C'est lorsque l'image présente des discontinuités que l'échantillonnage pose des problèmes. Ces discontinuités, sont bien détectées par la transformation de Fourier. On va donner une interprétation spectrale de cet effet sur le signal échantillonné.

#### IV.2.2.1 Échantillonnage par peigne de Dirac

On considère un ensemble d'échantillons de l'image  $g_e(x, y)$  prélevés suivant un réseau rectangulaire. Cet ensemble est obtenu en faisant le produit du signal analogique initial  $g(x, y)$  par un peigne de Dirac bidimensionnel  $\beta(x, y)$ , centré en chacun des pixels de l'image, il est défini par :

$$\begin{aligned} g_e(x, y) &= g(x, y)\beta(x, y) = g(x, y) \sum_{(m,n) \in \mathfrak{R}^2} \delta_{mX, nY}(x, y) \\ &= g(x, y) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left( \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta_{mX}(x) \right) \delta_{nY}(y) \\ &= g(x, y) \left( \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta_{mX}(x) \right) \left( \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_{nY}(y) \right). \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

$\beta(x, y)$  est égale au produit de deux peignes monodimensionnels orthogonaux étendus  $p_1$  et  $p_2$  :

$$p_1(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta_{mX}(x) \quad \text{et} \quad p_2(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_{nY}(y). \quad (\text{IV.1})$$

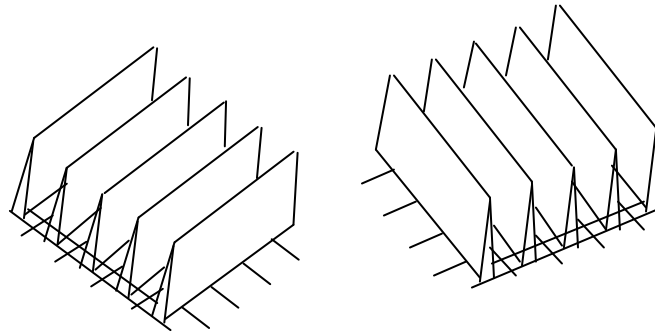


Figure IV.9 : Deux peignes étendus  $p_1$  et  $p_2$ .

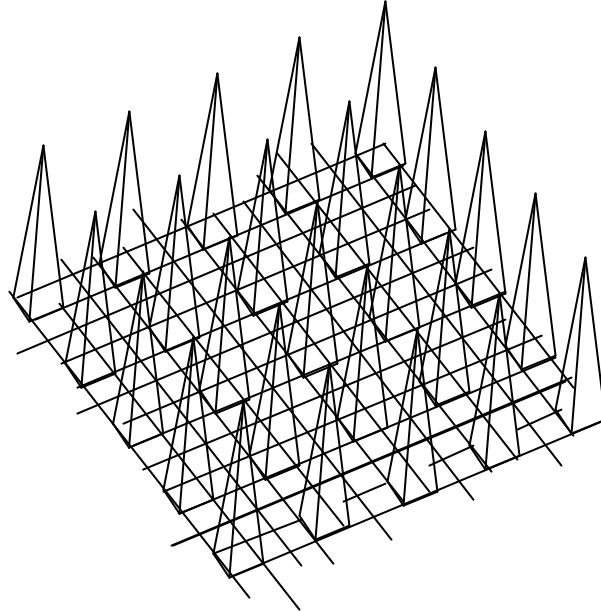


Figure IV.10 : Peigne de Dirac bidimensionnelle.

L'image échantillonnée  $g_e$  consiste donc en un réseau de fonctions  $\delta$  séparées par des intervalles de largeur  $X$  suivant l'axe des  $x$  et de largeur  $Y$  suivant l'axe des  $y$ .

La transformée de Fourier  $\hat{g}_e$  de la fonction échantillonnée  $g_e$  est la convolution dans le domaine des fréquences du peigne de Dirac  $\hat{\beta}$  (transformée de Fourier de la fonction d'échantillonnage) et de  $\hat{g}$  (transformée de Fourier de l'image avant échantillonnage).

La transformée du peigne est elle même la convolution des transformées  $\hat{p}_1$  et  $\hat{p}_2$  des deux peignes étendus orthogonaux, qui sont deux peignes monodimensionnels non étendus, respectivement sur l'axe des abscisses et sur celui des ordonnées :

$$\hat{p}_1(f_x, f_y) = \delta(f_y) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta_{m/X}(f_x) \quad (\text{IV.3})$$

$$\hat{p}_2(f_x, f_y) = \delta(f_x) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta_{n/Y}(f_y) \quad (\text{IV.4})$$

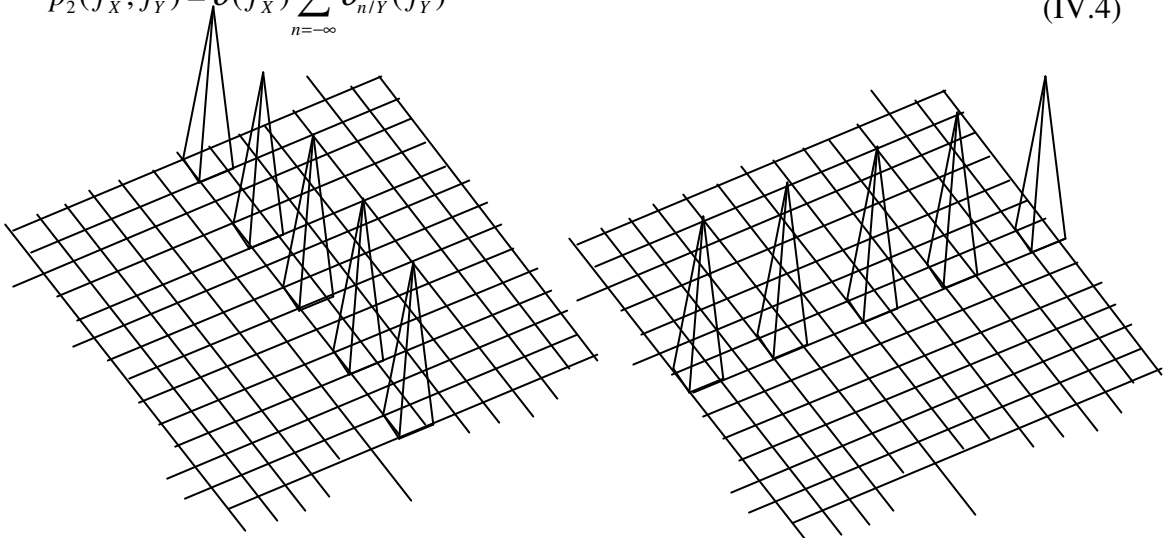


Figure IV.11 : Deux peignes non étendus  $\hat{p}_1$  et  $\hat{p}_2$ .



On trouve donc, après calcul:

$$\hat{\beta}(f_x, f_y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f_x - \frac{m}{X}, f_y - \frac{n}{Y}\right)$$

C'est à dire que la transformée de Fourier de la fonction d'échantillonnage est elle-même un peigne de Dirac bidimensionnel, de période  $1/X$  suivant l'axe des  $x$  et  $1/Y$  suivant l'axe des  $y$  (dans le domaine des fréquences). La transformée du signal échantillonné s'écrit donc, après calcul du produit de convolution :

$$\hat{g}_e(f_x, f_y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{g}\left(f_x - \frac{m}{X}, f_y - \frac{n}{Y}\right)$$

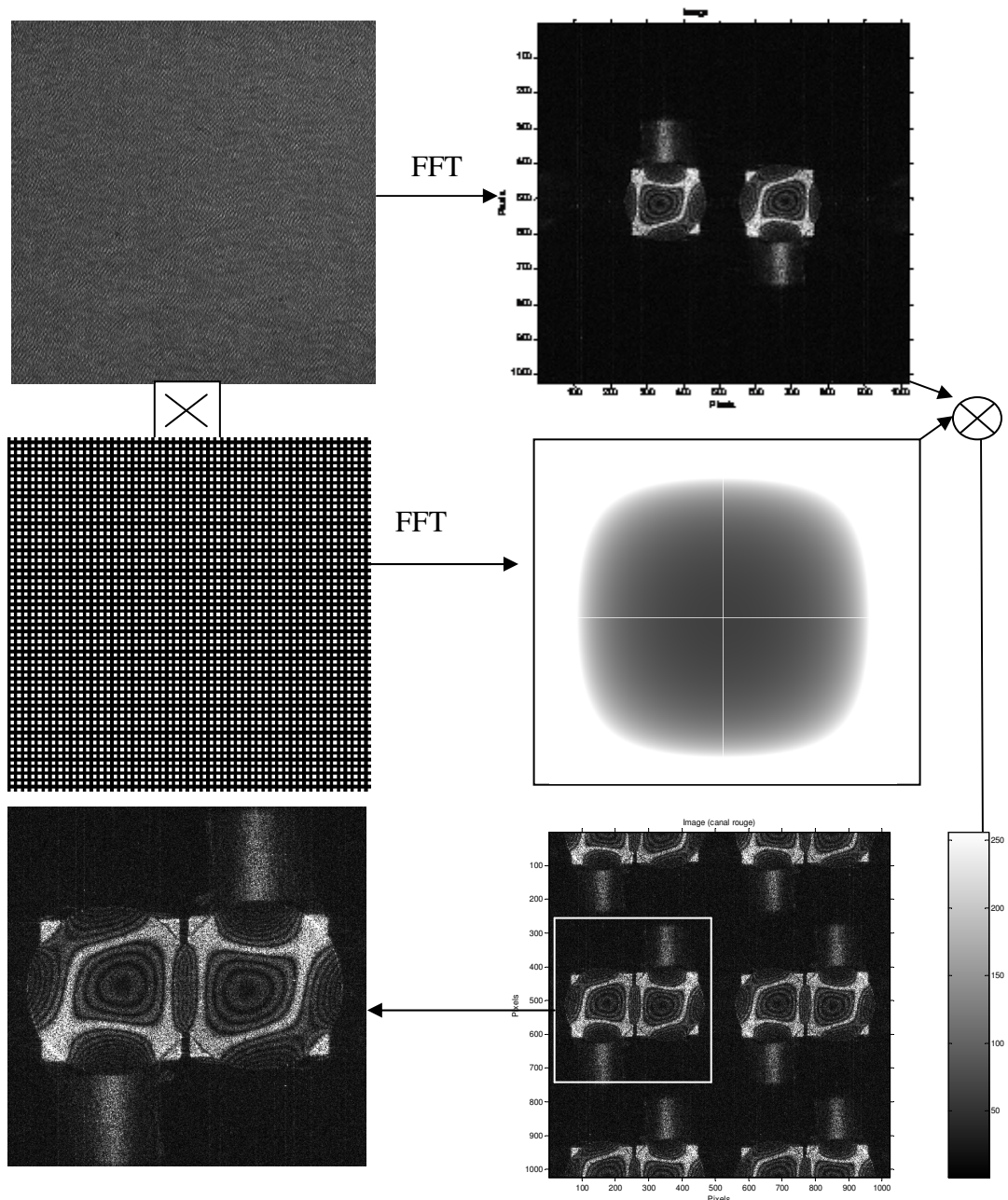
Ce qui nous amène à dire que la transformée de Fourier du signal échantillonné est périodique et qu'elle est la somme des translats de la transformée de Fourier du signal avant échantillonnage autour de chaque point de coordonnées  $\left(\frac{m}{X}, \frac{n}{Y}\right)$  dans le plan fréquentiel  $(f_x, f_y)$ .

Lors de l'analyse ou de l'affichage du signal échantillonné d'une image, on est amené à effectuer la reconstruction du signal continu original (c'est-à-dire l'inverse de l'échantillonnage). Pour que cette opération puisse se faire sans perte de données, il faut de manière équivalente, pouvoir recomposer le spectre du signal original.

Si on désire retrouver la fonction originale, il est nécessaire de prélever des échantillons en des points suffisamment rapprochés les uns des autres, les intervalles  $1/X$  et  $1/Y$  entre les diverses régions spectrales seront assez grands pour que l'on soit sûr que des régions voisines ne se chevauchent pas et qu'on évite le phénomène d'aliasing.

#### IV.2.2.2 Exemple

Pour mettre en évidence ce phénomène, nous avons pris un hologramme enregistré hors axe d'un objet de petite taille (membrane vibrante). Puis, nous avons appliqué une transformée de Fourier discrète sur le réseau de franges enregistrées par le capteur. Ensuite, nous l'avons convolué avec la transformée de Fourier du peigne de Dirac. Et après, nous avons obtenu l'image de l'objet qui devient périodique. A la fin nous avons sélectionné la partie qui nous intéresse où on voit bien le recouvrement de l'ordre 1 sur l'ordre -1 de diffraction.



Sélection de la partie qui nous intéresse

Figure IV.12 : Phénomène de repliement de l'image réelle sur l'image conjuguée spectre, lorsque le pas d'échantillonnage est insuffisant.

### IV.3 Cas de l'holographie numérique

Grâce aux systèmes optiques réels, le signal continu est transformé en un signal discret ce qui engendre des contraintes dues à la largeur spectrale du signal. Selon le théorème d'échantillonnage, la fréquence d'échantillonnage du signal doit être supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal afin d'éviter la perte d'information [2,3]. Cependant, le sous échantillonnage a pour origine le repliement spectral ou les erreurs d'échantillonnage [4,6]. L'exemple typique est l'holographie numérique [7,8], où l'information d'entrée est formée optiquement

tandis que l'information de sortie est formée numériquement, où les hologrammes sont des images (contrairement aux hologrammes analogiques) enregistrées par des capteurs matriciels (CCD, CMOS) et traitées sur ordinateur. Dans le cas de l'holographie numérique, il faut donc que l'espacement des franges interférentielles qui constituent l'hologramme soit suffisamment grand par rapport à la distance inter-pixels (pitch) du capteur CCD. Cet espacement dépend de l'ouverture angulaire du champ de prise de vue. D'une part, ces images sont limitées en résolution ce qui est dû aux propriétés du détecteur. D'autre part, la facilité et la rapidité des hologrammes acquises permettent de faire des applications polyvalentes telles que la compensation des aberrations de lentilles [9, 10], l'analyse de vibrations [11-13], l'analyse de flux [14, 15], l'imagerie microscopique [10, 16], ou l'affichage en temps réel [17]. L'inconvénient d'être en possession d'une zone de visualisation étroite impose de connaître les limites d'échantillonnage [18-30]. Pour éviter ces limites, différentes techniques ont été mises en place: (i) l'élargissement de la zone de visualisation [19, 21, 30], (ii) l'utilisation de la synthèse d'ouverture [20, 23, 26-28], (iii) l'utilisation des réseaux de diffraction [24], (iv) la méthode de « padding » [25], et (v) l'approche de cisaillement latéral ou « lateral shear » [29]. Une étude approfondie de formation d'image dans l'holographie numérique de Fresnel a été réalisée par P. Picart et al [31]. Cette étude a traité l'influence de la largeur du capteur, la surface de pixels, la focale, et les aberrations de l'onde de référence. L'auteur a donné une formule explicite du théorème de Shannon pour l'holographie numérique. Cette formule dépend que de la longueur d'onde et de l'inter-pixel du capteur CCD. Elle ne contient pas d'informations explicites sur la taille de l'objet et la distance entre l'objet et le détecteur afin d'éviter le recouvrement des trois ordres de diffraction. C'est ce qui est contradictoire avec notre analyse. Toutefois, il existe de plus en plus d'applications qui demandent d'avoir des conditions expérimentales de sous-échantillonnage en holographie numérique pour récupérer des signaux acceptables pour l'exploitation.

Dans les systèmes d'holographie numérique hors-axe, la bande passante du signal d'entrée est définie par l'angle entre le faisceau objet et le faisceau de référence ainsi que la taille de l'objet, alors que la reconstruction du signal de sortie est limitée par la (faible) résolution spatiale du photo-détecteur. L'hologramme sera sous échantillonné si l'angle d'enregistrement est plus grand que l'angle maximum acceptable. Plusieurs études, dans différentes équipes, ont été faites dans les conditions de sous-échantillonnage pour mettre en évidence le phénomène de l'aliasing. Par exemple, le sous-échantillonnage des données d'interférence et le traitement des données provenant des interférogrammes échantillonnés en dessous de la fréquence de Nyquist. La rapidité de l'acquisition et du traitement des données ont été augmentées dans l'interféromètre de lumière blanche à balayage [32]. De même, l'utilisation du sous-échantillonnage dans l'acquisition des signaux de résonance magnétique nucléaire (RMN) permet de corriger la reconstruction des images en réduisant la quantité nécessaire de stockage et la vitesse d'acquisition de données d'un système [33]. Dans un autre exemple, en réduisant le taux d'échantillonnage dans la spectroscopie par transformée de Fourier, le temps de balayage peut être diminué de façon appropriée et, par conséquent, les spectres sont obtenus avec une bonne intégrité et une bonne réduction du bruit [34].

Ainsi, dans un système typique, les paramètres expérimentaux sont ajustés pour répondre au théorème de l'échantillonnage.

Dans ce chapitre, nous analysons les reconstructions numériques des hologrammes enregistrés lorsque le théorème d'échantillonnage n'est pas satisfait, ce qui introduit un repliement (*aliasing*) dans l'image reconstruite. La formation de l'image reconstruite dans la configuration holographique numérique hors axe et quasi-Fourier et les effets de sous-échantillonnage sont décrits, où le cas d'une seule dimension est considéré pour simplifier. Le système expérimental, les résultats et les conclusions sont présentés dans la suite.

## IV.4 Analyse Théorique

### IV.4.1 Montage quasi-Fourier

Nous considérons le système holographique numérique dans lequel le champ d'amplitude d'entrée comprend l'onde de référence qui est une onde sphérique qui diverge à partir d'un point situé dans le plan de l'objet. Elle peut être exprimée par  $\delta(\xi)$  avec comme amplitude  $R_0$ , et l'onde objet qui est off axis diffusée par chaque point de l'objet est représentée par  $s(\xi)$ , c'est à dire:

$$\psi(\xi) = R_0\delta(\xi) + s(\xi - b), \quad (\text{IV.5})$$

Avec la distance  $b$  qui peut être variée le long de l'axe  $\xi$ . Le schéma du système est présenté dans la Figure IV.12, où  $B$  représente la largeur spatiale de  $s(\xi)$  et les flèches représentent la direction des ondes de référence et d'objet [35].

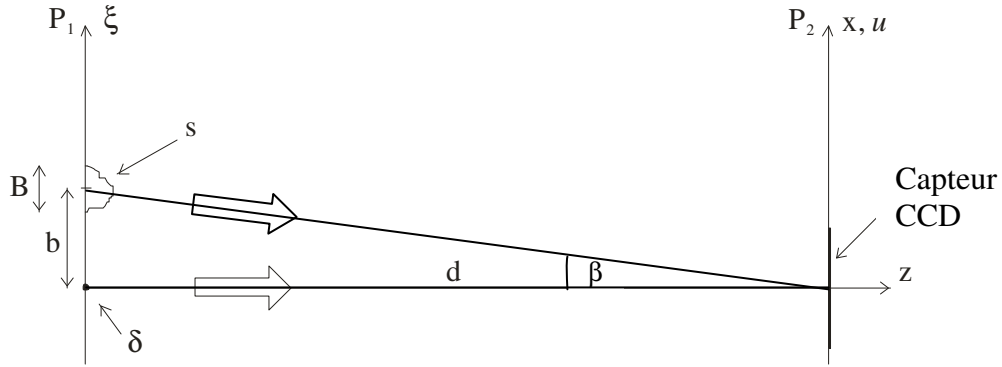


Figure IV.13 : Configuration holographique numérique hors axe quasi-Fourier. ( $P_1$ ) plan d'entrée; ( $P_2$ ) plan d'hologramme.

La distribution du champ d'amplitude à une distance  $d$  du plan d'entrée est calculée selon l'approximation de Fresnel,

$$\psi(x) = \zeta(x) FT\{\psi(\xi)\zeta(\xi)\} = \zeta(x)\left[R_0 + FT\{s(\xi - b)\zeta(\xi)\}\right], \quad (\text{IV.6})$$

où  $FT$  représente l'opérateur transformée de Fourier,  $\zeta(x) = \exp[i(\pi/\lambda d)x^2]$  le terme quadratique de diffraction,  $\lambda$  la longueur d'onde, et où le terme constant de diffraction  $(1/i\lambda d)\exp[i(2\pi/\lambda)d]$  est négligé. D'après l'équation (IV.6), l'intensité est donnée par :

$$I(x) = DC(x) + R_0 FT\{s(\xi - b)\zeta(\xi)\} + CC(x), \quad (\text{IV.7})$$

où  $DC(x)$  représente le terme de diffraction d'ordre zéro et  $CC(x)$  représente le terme de diffraction d'ordre -1. Puisque la reconstruction de l'hologramme est la transformée de Fourier inverse de l'équation (IV.7), la distribution du champ reconstruit n'est autre que le terme DC et les deux termes d'image objet symétriquement positionnés par rapport au point central du terme DC, i.e.

$$\psi(\xi) \propto DC(\xi) + s(\xi - b)\zeta^*(b) + s(\xi + b)\zeta(b), \quad (IV.8)$$

et, comme les trois termes sont séparés spatialement, le module est représenté par :

$$|\psi(\xi)| \propto |DC(\xi)| + |s(\xi - b)| + |s(\xi + b)|. \quad (IV.9)$$

Evidemment, le terme de diffraction quadratique n'est d'aucune importance dans cette analyse.

Par ailleurs, l'intensité décrite par l'équation (IV.7) peut être exprimée par :

$$I(x) = I_0(x) \{1 + V(x) \cos(\vartheta(x) + 2\pi u_c x + \varphi_b)\}, \quad (IV.10)$$

où  $I_0(x)$  est l'intensité moyenne,  $V(x) = 2\sqrt{K(x)}/[1 + K(x)]$  est la visibilité (ou la profondeur de la modulation du réseau cosinus),  $K(x)$  est le rapport des deux faisceaux référence et objet,  $\vartheta(x)$  est la phase d'objet,  $u_c = b/(\lambda d)$  est la fréquence porteuse, et  $\varphi_b = -\pi b^2/(\lambda d)$  est le décalage de phase (provenant du terme de diffraction quadratique). L'équation (IV.6) démontre les principales caractéristiques de l'hologramme numérique de quasi-Fourier: (i) il y a deux reconstructions situées symétriquement, (ii) l'emplacement des images de l'objet reconstruit sont définies par la fréquence porteuse  $u_c$ , (iii) le décalage de phase  $\varphi_b$  n'a aucune influence sur le signal de sortie.

#### IV.4.2 Enregistrement et reconstruction continus (holographie analogique)

Dans le cas de l'holographie analogique, un détecteur de type continu<sup>1</sup> de taille  $L$  (tel qu'une plaque ou un film photographique) utilisé dans le plan  $P_2$  donne l'intensité sous la forme suivante :

$$I_c(x) = I(x) \text{rect}\left(\frac{x}{L}\right), \quad (IV.11)$$

où la fonction  $\text{rect}$  est définie par  $\text{rect}\left(\frac{x}{L}\right) = \begin{cases} 1 & |x| \leq L/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ .

La distribution du champ complexe dans le plan de sortie de coordonnée  $\xi$  est donnée par :

$$\psi_c(\xi) = \left[ DC(\xi) + s(\xi - b)\zeta^*(b) + s(\xi + b)\zeta(b) \right] \otimes \text{sinc}\left[ L(\lambda d)^{-1} \xi \right], \quad (IV.12)$$

ce qui démontre, en général, que: (i) l'enregistrement et la reconstruction continus n'impose pas de limitations à la distance  $b$ , et (ii) la taille finie d'hologramme impose une limitation de la résolution lorsqu'il s'agit des petits hologrammes, c'est-à-

<sup>1</sup> Voir Tableau II.1, CHAPITRE II Page 50.

dire  $L \rightarrow 0$ , la taille de speckle, étant approximativement égale à  $(\lambda d/L)$ , devient grande et, par conséquent, le lissage devient important.

#### IV.4.3 Enregistrement et reconstruction discrets (holographie numérique)

L'intensité détectée par un capteur discret dans le plan  $P_2$  (tel que le capteur CCD) peut être décrite [16] par:

$$I_d(x) = \left[ I(x) \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{\alpha\Delta x}\right) \right] \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{rect}\left(\frac{x}{N\Delta x}\right), \quad (\text{IV.13})$$

Où  $\Delta x$  représente le pas des pixels,  $\alpha$  le facteur de remplissage,  $N$  le nombre total de pixels du capteur dans la direction  $(x)$ , et  $\text{comb}(x/\Delta x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\Delta x)$  est le peigne de Dirac. Pour simplifier, l'analyse nous négligeons l'influence de facteur de remplissage, ce qui donne

$$I_d(x) = I_0(x) \left\{ 1 + V(x) \cos[\vartheta(x) + 2\pi u_c x + \varphi_b] \right\} \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{rect}\left(\frac{x}{N\Delta x}\right). \quad (\text{IV.14})$$

L'eq. (IV.14) décrit un échantillonnage (de fréquence:  $u_s = 1/\Delta x$ ) du signal de bande passante  $W_0 = B/(\lambda d)$  centrée autour de la fréquence porteuse  $u_c$ . La valeur de la  $n$ ème cordonnée discrète est donnée par  $x_n = n\Delta x$ , tandis que la fréquence de Nyquist du système est égale à  $u_N = u_s/2 = 1/(2\Delta x)$ .

Dans cette analyse, le paramètre variable est la distance entre l'objet et le point source de référence et par conséquent, la fréquence porteuse  $u_c$ . L'angle moyen entre l'onde objet et l'onde de référence est:  $\beta = \tan^{-1}(b/d)$ . Généralement, la fréquence porteuse peut être écrite également comme:  $u_c = mu_s + \Delta u_c$ , où  $m$  est un entier et  $\Delta u_c = u_c - mu_s$  la fréquence résiduelle qui satisfait les propriétés suivantes: (i)  $\Delta u_c/u_s < 1$  et (ii)  $\Delta u_c = \Delta b(\lambda d)^{-1}$ . Ainsi, dans le cas discret:  $2\pi u_c n\Delta x = 2\pi(m + \Delta u_c/u_s)n$ . En insérant cette équation dans l'équation (IV.14) et en effectuant la reconstruction nous avons:

$$\begin{aligned} \psi_d(k\Delta\xi) \propto & \left[ \text{DC}(k\Delta\xi) + s(k\Delta\xi - k_{\Delta b}\Delta\xi) \zeta^*(k_{\Delta b}\Delta\xi) + s(k\Delta\xi + k_{\Delta b}\Delta\xi) \zeta(k_{\Delta b}\Delta\xi) \right] \\ & \otimes \text{sinc}\left[ N\Delta x(\lambda d)^{-1} k\Delta\xi \right] \otimes \text{comb}\left[ \Delta x(\lambda d)^{-1} k\Delta\xi \right], \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

où  $k\Delta\xi$  est la valeur discrète des coordonnées de restitution et  $k_{\Delta b}\Delta\xi$  est la position dans l'image reconstruite de l'objet. Maintenant, l'équation (IV.15) décrit une reconstruction substantiellement différente de celle décrite par l'équation (IV.12), donc la position  $k_{\Delta b}\Delta\xi$  peut être différente de la position  $k_b\Delta\xi$  qui serait réalisée par un capteur discret infini ( $N \rightarrow \infty$ ).

#### IV.4.4 Décalage de l'image reconstruite de l'objet

Nous allons analyser uniquement l'image réelle reconstruite de l'objet comme c'est indiqué sur la Figure IV.14. La distance entre le centre de notre objet et le point source de référence au départ est égale à  $b=16\text{mm}$ . Ainsi, en augmentant  $b$  de 1mm pour chaque acquisition, l'image réelle reconstruite à la sortie du système se déplace vers la droite jusqu'à ce qu'elle atteigne l'extrémité de la trame (0ème intervalle), elle

se replie sur elle-même (inversée) et revient vers le centre de l'image (1er intervalle). Après avoir atteint le point DC, l'image est de nouveau repliée (doublement inversée = normale) et le déplacement s'effectue maintenant vers la droite (2ème intervalle), ainsi de suite. Généralement, quand nous avons le déplacement de l'image réelle vers la droite dans le même intervalle, l'image réelle est normale, tandis que le déplacement de l'image réelle vers la gauche qui a lieu dans quelques intervalles est inversée. Le chevauchement apparaît soit dans le cas de repliement de l'image réelle sur l'image conjuguée aux deux extrémités de l'image, ou soit dans le cas de repliement de l'image réelle et l'image conjuguée sur l'image d'ordre zéro, comme nous pouvons le voir dans la Figure IV.15.

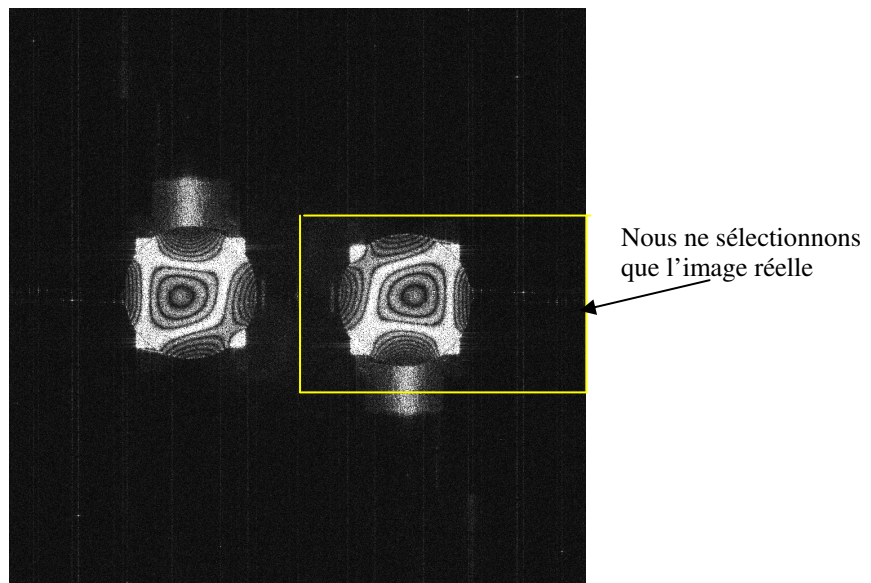


Figure IV.14 : Reconstruction d'un hologramme dont l'objet test est une membrane.

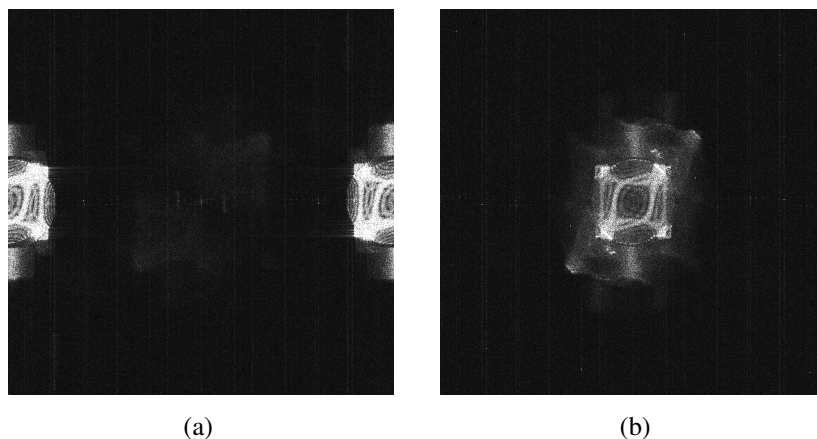


Figure IV.15 (a) Chevauchement de l'image réelle sur l'image conjuguée aux deux extrémités de l'image. (b) Chevauchement de l'image réelle et de l'image conjuguée sur l'ordre zéro de diffraction.

#### IV.4.5 Non-chevauchement des intervalles

Afin de préserver l'information complète sur l'objet d'entrée, nous définissons les intervalles où il n'y a pas de chevauchement pour des valeurs de la fréquence porteuse  $u_c$  :

$$\left[ i \frac{u_s}{2} + \frac{1}{2}(W_{DC} + W_o), (i+1) \frac{u_s}{2} - \frac{W_o}{2} \right], \quad i = 0, 2, 4, \dots \quad (\text{IV.16a})$$

$$\left[ i \frac{u_s}{2} + \frac{W_o}{2}, (i+1) \frac{u_s}{2} - \frac{1}{2}(W_{DC} + W_o) \right], \quad i = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{IV.16b})$$

où  $W_{DC} \leq 2W_o$  représente la largeur de bande de l'ordre zéro de diffraction. Les intervalles correspondants à la distance latérale  $b$  peuvent être facilement calculés à partir de la relation  $b = u_c \cdot \lambda d$ , tandis que les intervalles de l'angle entre l'onde objet et l'onde de référence ( $\beta$ ) sont:

$$\left[ \tan^{-1} \left( i \xi_N + \frac{3B}{2d} \right), \tan^{-1} \left( (i+1) \xi_N - \frac{B}{2d} \right) \right], \quad i = 0, 2, 4, \dots \quad (\text{IV.17a})$$

$$\left[ \tan^{-1} \left( i \xi_N + \frac{B}{2d} \right), \tan^{-1} \left( (i+1) \xi_N - \frac{3B}{2d} \right) \right], \quad i = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{IV.17b})$$

où  $\xi_N = u_N \cdot \lambda d$  est la distance latérale maximale définie par le théorème d'échantillonnage.

#### IV.4.6 Non-chevauchement des intervalles en appliquant la méthode de l'holographie numérique par soustraction

En appliquant la méthode par soustraction [36], les intervalles où il n'y a pas de chevauchement de la fréquence porteuse, s'écrit :

$$\left[ i \frac{u_s}{2} + \frac{1}{2}W_o, (i+1) \frac{u_s}{2} - \frac{W_o}{2} \right], \quad i = 0, 2, 4, \dots \quad (\text{IV.18a})$$

$$\left[ i \frac{u_s}{2} + \frac{W_o}{2}, (i+1) \frac{u_s}{2} - \frac{1}{2}W_o \right], \quad i = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{IV.18b})$$

Les intervalles d'angle correspondant sont,

$$\left[ \tan^{-1} \left( i \xi_N + \frac{B}{2d} \right), \tan^{-1} \left( (i+1) \xi_N - \frac{B}{2d} \right) \right], \quad i = 0, 2, 4, \dots \quad (\text{IV.19a})$$

$$\left[ \tan^{-1} \left( i \xi_N + \frac{B}{2d} \right), \tan^{-1} \left( (i+1) \xi_N - \frac{B}{2d} \right) \right], \quad i = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{IV.19b})$$

et sont ainsi significativement élargis.

#### IV.4.7 Point phase du cycle maximum

Le point phase du cycle maximum, défini comme un rapport de la fréquence spatial la plus élevé résolu par le capteur CCD et la largeur de la bande de l'objet,



$$\phi = \frac{\lambda d}{2\Delta x B}, \quad (\text{IV.20})$$

montre la valeur de la phase dans l'intervalle maximal atteint par le signal de bande passante.

## IV.5 Expérience

### IV.5.1 Montage

Le faisceau continu rouge du laser Krypton de longueur d'onde 647nm est divisé en un faisceau objet et un faisceau référence. Le montage d'enregistrement utilisé ici est représenté sur la Figure IV.16. C'est un montage hors axe de quasi-Fourier. Le faisceau objet est expansé puis collimaté pour éclairer une membrane vibrante de diamètre 32 mm qui est montrée dans la Figure IV.17. La membrane a été montée sur un actionneur piézoélectrique. Un signal de fréquence de 4200 Hz et d'amplitude 1 V a été appliqué à la membrane pour provoquer un mode de vibration stationnaire. Le faisceau référence est expansé puis focalisé hors-axe dans le plan objet pour former le point source de référence nécessaire à l'enregistrement holographique. L'angle entre les faisceaux référence et objet varie de 2 à 10 degrés et le rapport de leurs intensités a été ajusté à 6 au moyen d'un séparateur et d'un atténuateur variables.

Les hologrammes sont enregistrés à une distance de 1 mètre de l'objet au moyen du capteur CCD d'une caméra numérique Lumenera Infinity 2 (capteur monochrome Sony ICX205AK de 1392x1040 pixels carrés de 4,65 microns de côté). L'interférogramme holographique moyenné dans le temps de la membrane permet d'obtenir un hologramme avec des franges interférentielles comme information sur notre objet de petite taille (membrane vibrante). Les hologrammes numériques sont enregistrés de façon séquentielle, étape par étape, en augmentant à chaque fois de 1 mm, la distance de la membrane du point de référence de la source. Pour pouvoir appliquer la méthode d'holographie numérique par soustraction deux hologrammes sont enregistrés sur le capteur matriciel pour chaque position de l'objet.

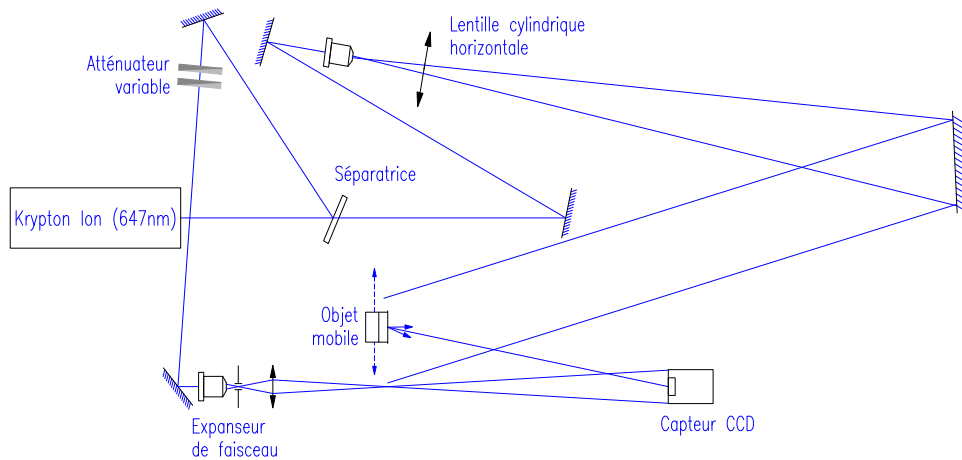


Figure IV.16 : Schéma du montage expérimental.

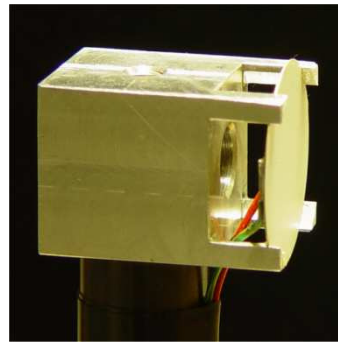


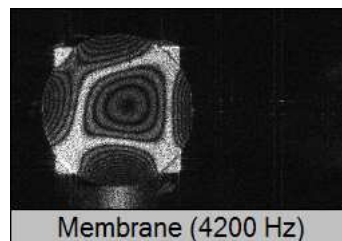
Figure IV.17 : Photo de la membrane.

#### IV.5.2 Paramètres

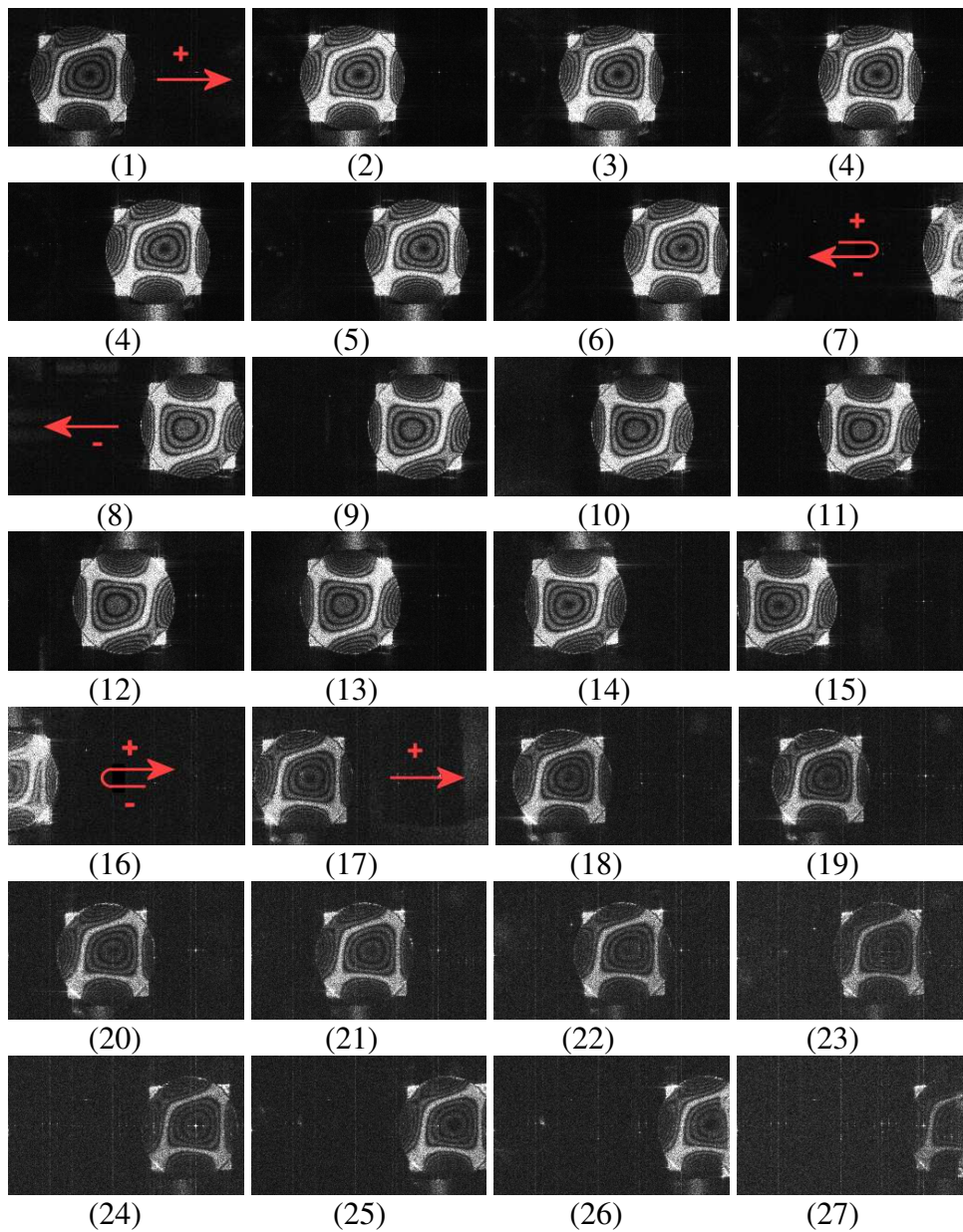
Les paramètres expérimentaux pour l'analyse de la Figure IV.16 sont :  $\lambda = 0,647 \mu\text{m}$  (laser Krypton ion),  $\Delta x = 4.65 \mu\text{m}$ ,  $B = 32 \text{ mm}$ ,  $N = 1040$  pixels (capteur CCD), et  $d = 1056 \text{ mm}$  (distance entre l'objet et le capteur CCD) ; il peut être facilement vérifié que le critère de Shannon est satisfait pour tous les angles inférieurs à l'angle maximal  $\beta_N = 4,0 \text{ deg}$  ( $0,06963 \text{ rad}$ ) et que la distance latérale maximale est égale à  $\xi_N = d \tan(\beta_N) = 73,6 \text{ mm}$ . En plus, d'autres paramètres peuvent être calculés tel que: la fréquence d'échantillonnage,  $u_s = 215,0 \text{ mm}^{-1}$ , la fréquence de Nyquist (la fréquence spatiale maximale résolue par le capteur CCD),  $u_N = 107,5 \text{ mm}^{-1}$ , la bande passante de l'objet, est égale à  $W_B = 46.8 \text{ mm}^{-1}$ , et le terme DC de la bande passante, est égal à  $W_{DC} \approx 93,6 \text{ mm}^{-1}$ . Pour la distance entre le centre de la membrane et le point de référence,  $b$ , les valeurs minimale et maximale sont égales  $b_{\min} = 48,0 \text{ mm}$  et  $b_{\max} = 57,6 \text{ mm}$ , respectivement. En appliquant la technique de soustraction la valeur minimale devient égale à  $b_{\min} = 16,0 \text{ mm}$ .

## IV.6 Résultats et discussions

Les reconstructions de la membrane sont obtenues par : (i) le calcul de la transformée de Fourier de l'enregistrement numérique des hologrammes, (ii) en prenant le module au carré de la transformée de Fourier obtenue, et (iii) en découpant la fenêtre du centre vers le bord de la moitié droite de l'image reconstruite qui contient la reconstruction de l'objet, c'est-à-dire l'image réelle de l'objet (l'ordre 1 de diffraction). Ces images sont ensuite multipliées par un facteur constant et finalement utilisées pour la composition d'un film. La séquence (Figure IV.18) montre la translation de la membrane le long de la ligne horizontale, démontrant clairement le concept de sous-échantillonnage appliqué au signal de bande limitée dans l'holographie numérique. Certaines de ces images sont présentées dans la Figure IV.19. Les sept premières images de la Figure IV.19 illustrent le cas où, pour de petits angles entre les faisceaux de référence et d'objet, l'enregistrement numérique des hologrammes est dépourvu de l'aliasing. La huitième et la dix-septième image démontrent le repliement et l'inversement de l'image reconstruite, comme indiqué par la flèche rouge et des signes (+, -), où le paramètre  $b$  est égal à :  $b = 73,6 \text{ mm}$  (la huitième image),  $b = 147,2 \text{ mm}$  (la dix-septième image). Les sept premières images et les images de la dix-huitième image jusqu'à la dernière image de la Figure IV.19 illustrent le cas du décalage de l'image reconstruite soit à droite : ( $16 \text{ mm} \leq b \leq 57,6 \text{ mm}$ ) et ( $163,2 \text{ mm} \leq b \leq 204,8 \text{ mm}$ ) soit à gauche : ( $89,6 \text{ mm} \leq b \leq 131,2 \text{ mm}$ ) les images à partir de la neuvième jusqu'à la seizième image. La dernière image montre que l'image de l'objet commence à disparaître. Le point de la phase du cycle maximum, calculée en fonction de l'eq. (IV.20), est égale à 2,3, qui comprend un total de quatre intervalles dans l'analyse. Les résultats pour les limites de la totalité des intervalles (les valeurs minimale et maximale) en fonction de la distance latérale de l'objet, l'angle, et la fréquence sont présentés dans les graphiques (Figure IV.20, Figure IV.21, Figure IV.22). La Figure IV.20 montre l'extension de la totalité des intervalles définis par les conditions expérimentales (voir le paragraphe IV.5.2). Les paramètres de l'objet ne sont pas inclus dans ce calcul. Par l'introduction de l'objet à une distance latérale  $b$  de l'axe optique, le non-chevauchement des intervalles peut être déterminé. Ces intervalles sont tracés dans la Figure IV.21. Evidemment, seules les valeurs porteuses étroites sont disponibles pour l'expérimentation. En appliquant la technique de la soustraction, les valeurs porteuses sont considérablement élargies, comme c'est montré dans la Figure IV.22.



*Figure IV.18 : Séquence*



*Figure IV.19 : Images montrant la reconstruction de l'intervalle 0 (les sept premières images représentent le cas sans aliasing), 1er intervalle (de la neuvième jusqu'à la seizième image) et 2<sup>ème</sup> intervalle (de la dix-septième image jusqu'à la vingt-septième image). La flèche rouge indique la direction de déplacement, tandis que le signe moins désigne l'inversion.*

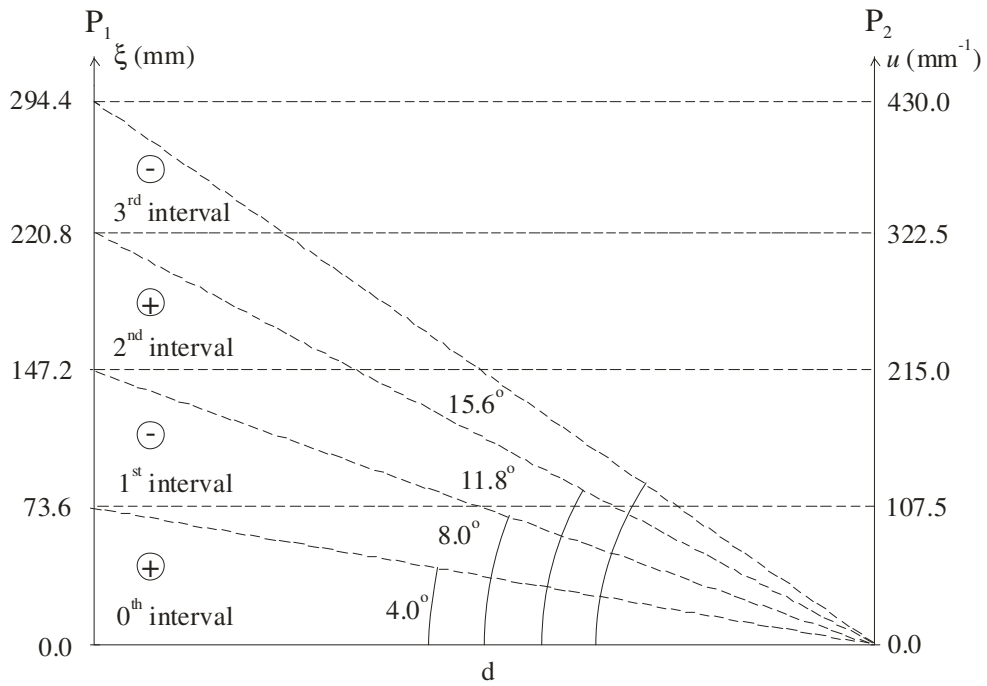


Figure IV.20 : Limites de la totalité d'intervalles définis par les conditions expérimentales.

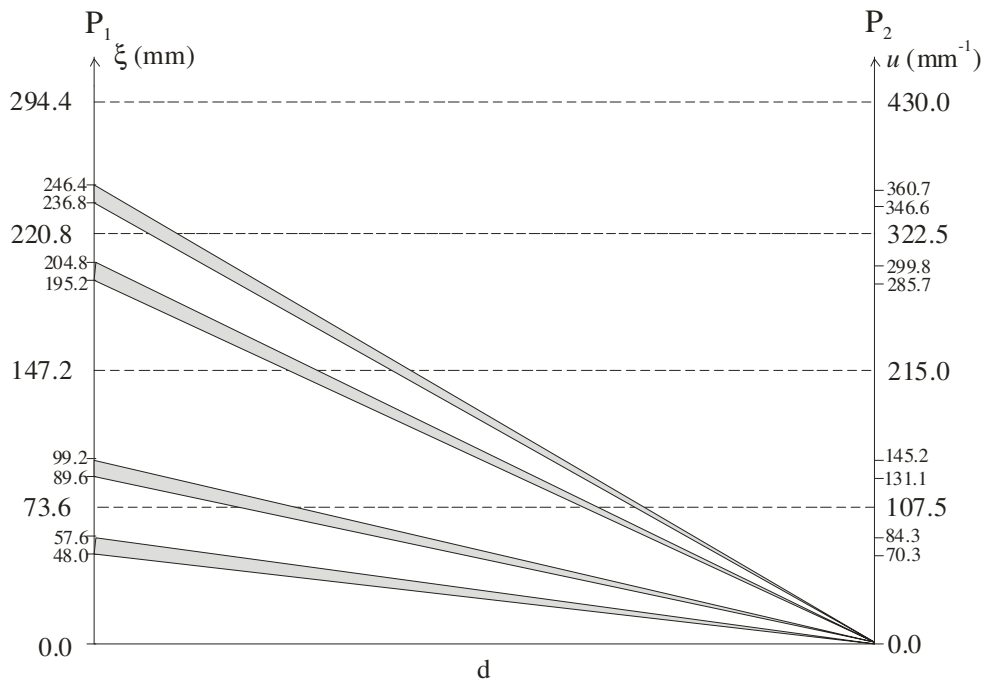
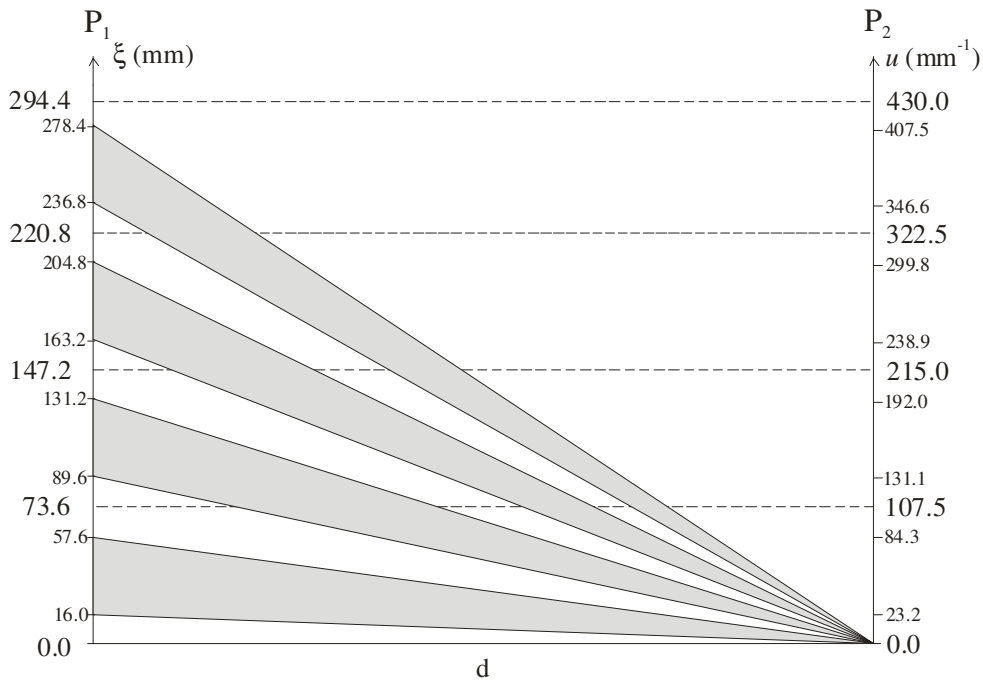


Figure IV.21 : Limites des intervalles sans la présence de chevauchement obtenues par introduction de l'objet (une membrane de diamètre 32mm) dans l'analyse.



*Figure IV.22 : Limites des intervalles sans la présence de chevauchement obtenues par introduction de l'objet (une membrane de diamètre 32mm) dans l'analyse, mais avec l'utilisation de la méthode de la soustraction.*

#### IV.7 Conclusion

L'holographie numérique a été limitée par la faible résolution spatiale de la caméra CCD. La faible résolution spatiale conduit au sous échantillonnage au cours de l'enregistrement numérique des hologrammes ce qui implique la présence de l'aliasing dans ces derniers. Pour obtenir un hologramme de bonne qualité et des mesures précises, le théorème d'échantillonnage doit être satisfait au cours de l'enregistrement numérique des hologrammes. Pour mettre en évidence ce phénomène, nous avons procédé à une série d'enregistrements des interférogrammes holographique numérique en temps moyenné dans la configuration holographique dite hors d'axe (off-axis) qualifiée aussi d'holographie à référence inclinée d'un objet de petite taille (membrane vibrante). Cet objet peut se déplacer transversalement, ce qui permet de faire varier l'ouverture angulaire de la prise de vue et donc l'interfrange. Dans ce chapitre, les effets de l'accroissement de l'angle entre le faisceau de référence et le faisceau d'objet au-delà de la limite de Nyquist sur la reconstruction de l'hologramme sont analysés. Nous avons observé que malgré la présence de repliement sur les images nous arrivions à récupérer les reconstructions des interférogrammes des modes vibratoires.

Pour décrire le repliement et l'inversement de l'image reconstruite de l'objet à plusieurs reprises jusqu'à ce que l'image de ce dernier disparaisse deux paramètres ont été définis : (i) la phase de la durée maximale du cycle, définie comme le rapport de la fréquence spatiale maximale résolue par la surface du capteur CCD et de la taille de l'objet, et (ii) les intervalles de non-chevauchement pour correctement préserver les informations utiles. Nous avons également démontré que le non-chevauchement des intervalles peut être étendu de manière significative par l'application de la méthode d'holographie numérique par soustraction.



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] <http://www.ann.jussieu.fr/~frey/papers/scivi/Mignot%20P.,%20Echantillonna%20et%20antialiasing.pdf>.
- [2] E. T. Whittaker, "Interpolary Function Theory ", Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics,33 (Cambridge U. P.), (1935).
- [3] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," Proc. IRE 37, 10- (1949).
- [4] A. Jerri, "The Shannon sampling theorem – its various extensions and applications," Proc. IEEE 65, 1565-1596 (1977).
- [5] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics (McGraw-Hill, 1996).
- [6] R. N. Bracewell, The Fourier Transform and Its Applications (McGraw-Hill, 2000), Chap.10.
- [7] U. Schnars and W. P. O. Jüptner, "Digital recording and numerical reconstruction of holograms,"Measurement Science and Technology 13, R85-R101 (2002).
- [8] U. Schnars and W. Jüptner, Digital Holography (Springer-Verlag, 2005).
- [9] A. Stadelmaier and J. H. Massig, "Compensation of lens aberrations in digital holography," Opt. Lett. 25,1630-1632 (2000).
- [10] L. Miccio, D. Alfieri, S. Grilli, P. Ferraro, A. Finizio, L. De Petrocellis, and S. D. Nicola, "Direct full compensation of the aberrations in quantitative phase microscopy of thin objects by a single digital hologram," Appl. Phys. Lett. 90, 041104-1-3 (2007).
- [11] N. Demoli and D. Vukicevic, "Detection of hidden stationary deformations of vibrating surfaces by use of time-averaged digital holographic interferometry," Opt. Lett. 29, 1423-2425 (2004), <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=ol-29-20-2423>
- [12] G. Pedrini, W. Osten, and M. E. Gusev, "High-speed digital holographic interferometry for vibration measurement," Appl. Opt. 45, 3456-3462 (2006).



- [13] N. Demoli and I. Demoli, "Dynamic modal characterization of musical instruments using digital holography," *Opt. Express* 13, 4812-4817 (2005), <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=oe-13-13-4812>
- [14] N. Demoli, D. Vukicevic, and M. Torzynski, "Dynamic digital holographic interferometry with three wavelenths," *Opt. Express* 11, 767-774 (2003), <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=oe-11-7-767>.
- [15] J. M. Desse, P. Picart, and P. Tankam, "Digital three-color holographic interferometry for flow analysis," *Opt. Express* 16, 5471-5480 (2008).
- [16] B. Kemper and G. von Bally, "Digital holographic microscopy for live cell applications and technical inspection," *Appl. Opt.* 47, A52-A61 (2008).
- [17] N. Demoli, "Real-time monitoring of vibration fringe patterns by optical reconstructing of digital holograms: mode beating detection," *Opt. Express* 14, 2117-2122 (2006), <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=oe-14-6-2117>.
- [18] C. Wagner, S. Seebacher, W. Osten, and W. Jüptner, "Digital recording and numerical reconstruction of lensless Fourier holograms in optical metrology," *Appl. Opt.* 38, 4812-4820 (1999).
- [19] T. Mishina, F. Okano, and I. Yuyama, "Time-alternating method based on single-sideband holography with half-zone-plate processing for the enlargement of viewing zones," *Appl. Opt.* 38, 3703-3713 (1999).
- [20] F. Le Clerc, M. Gross, and L. Collot, "Synthetic-aperture experiment in the visible with on-axis digital heterodyne holography," *Opt. Lett.* 26, 1550-1552 (2001).
- [21] T. Mishina, M. Okui, and F. Okano, "Viewing-zone enlargement method for

- sampled hologram that uses high-order diffraction," *Appl. Opt.* 41, 1489-1499 (2002).
- [22] T. Kreis, "Frequency analysis of digital holography," *Opt. Eng.* 41, 771-778 (2002).
- [23] J. H. Massig, "Digital off-axis holography with a synthetic aperture," *Opt. Lett.* 27, 2179-2181 (2002).
- [24] C. Liu, Z. Liu, F. Bo, Y. Wang, and J. Zhu, "Super-resolution digital holographic imaging method," *Appl. Phys. Lett.* 81, 3143-3145 (2002).
- [25] P. Ferraro, D. De Nicola, A. Finizio, G. Coppola, and G. Pierattini, "Recovering image resolution in reconstructing digital off-axis holograms by Fourier-transform method," *Appl. Phys. Lett.* 85, 2709-2711 (2004).
- [26] S. A. Alexandrov, T. R. Hillman, T. Gutzler, and D. D. Sampson, "Synthetic aperture Fourier holographic optical microscopy," *Phys. Rev. Lett.* 97, 168102-1-4 (2006).
- [27] V. Mico, Z. Zalevsky, P. Garcia-Martinez, and J. Garcia, "Synthetic aperture superresolution with multiple off-axis holograms," *J. Opt. Soc. Am. A* 23, 3162-3170 (2006).
- [28] S. Zhang, "Application of super-resolution image reconstruction to digital holography," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing* 2006, Article ID 90358-1-7 (2006).
- [29] P. Ferraro, C. Del Core, L. Miccio, S. Grilli, S. De Nicola, A. Finizio, and G. Coppola, "Phase map retrieval in digital holography: avoiding the undersampling effect by lateral shear approach," *Opt. Lett.* 32, 2233-2235 (2007).
- [30] Y. Takaki and Y. Hayashi, "Increased horizontal viewing zone angle of a hologram by resolution redistribution of a spatial light modulator," *Appl. Opt.*

- 47, D6-D11 (2008).
- [31] Pascal Picart and Julien Leval, "General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 25, pp.1744-1761, 2008
- [32] P. de Groot and L. Deck, "Three-dimensional imaging by sub-Nyquist sampling of white-light interferograms," *Opt. Lett.* **18**, 1462-1464 (1993).
- [33] P. Perez and A. Santos, "Undersampling to acquire nuclear magnetic resonance images," *Med. Eng. Phys.* 26, 523-529 (2004).
- [34] D. A. Naylor, B. G. Gom, T. R. Fulton, M. K. Tahic, and G. R. Davis, "Increased efficiency through undersampling in Fourier transform spectroscopy," in *Fourier Transform Spectroscopy/Hyperspectral Imaging and Sounding of the Environment, Technical Digest (CD)* (Optical Society of America, 2005), paper FtuD14,  
<http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=FTS-2005-FTuD14>.
- [35] Nazif Demoli, Hanan Halaq, Kristina Sariri, Marc Torzynski, and Dalibor Vukicevic, "Undersampled digital holography". *OPTICS EXPRESS* 15842 / 31 August 2009/Vol. 17, No.18.  
[http://www.opticsinfobase.org/DirectPDFAccess/A8D9C1FF-BDB9-137E C570A0D35BF9CE63\\_185213.pdf?da=1&id=185213&seq=0](http://www.opticsinfobase.org/DirectPDFAccess/A8D9C1FF-BDB9-137E C570A0D35BF9CE63_185213.pdf?da=1&id=185213&seq=0)
- [36] N. Demoli, J. Meštrović, and I. Savić, "Subtraction digital holography," *Appl. Opt.* 42, 798-804 (2003).



# HOLOGRAPHIE NUMERIQUE RECONSTRUITE EN TEMPS REEL

## SOMMAIRE

V.1 Introduction.....	121
V.2 Hologramme image.....	122
V.3 Contraintes dans la reconstruction des hologrammes numériques .....	123
V.3.1 Système holographique numérique .....	123
V.3.2 Enregistrement numérique des hologrammes de Fourier moyennés dans le temps .....	123
V.3.3 Enregistrement numérique des hologrammes images moyennés dans le temps .....	125
V.3.4 Reconstruction numérique des hologrammes numériques .....	127
V.3.5 Reconstruction optique des hologrammes numériques .....	127
V.4 Expérience.....	128
V.4.1 Montage d'enregistrement des hologrammes numériques .....	128
V.4.2 Montage d'enregistrement des hologrammes images .....	129
V.4.3 Montage de reconstruction des hologrammes numériques .....	130
V.4.3.1 Modulateur spatial de lumière LCOS .....	131
V.4.3.1.1 Caractérisation de la modulation de phase de notre modulateur .....	132
V.4.3.1.2 Caractérisation de la modulation d'amplitude de notre modulateur.....	135
V.4.3.2 MEMS.....	136
V.4.3.1.1 Micromiroirs Mobiles .....	137
V.4.3.3 Cible USAF-1951 .....	139
V.5 Résultats et discussions.....	140
V.5.1 Reconstruction des hologrammes quasi-Fourier numérique .....	140
V.5.2 Reconstruction des hologrammes images numériques .....	141
V.5.2.1 Reconstruction des hologrammes statiques : la lumière cohérente par rapport à la lumière blanche .....	141
V.5.2.2 Reconstruction des hologrammes dynamiques : en temps réel .....	143
V.6 Conclusion .....	144
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	146

# INDEX DES FIGURES

<i>Figure V.1 Formation de l'hologramme image</i> .....	123
<i>Figure V.2 Principe de l'holographie numérique off-axis de Fourier</i> .....	124
<i>Figure V.3 Système d'imagerie à seule lentille</i> .....	126
<i>Figure V.4 Montage expérimental pour enregistrer des hologrammes numériques à référence inclinée de quasi-Fourier</i> .....	129
<i>Figure V.5 Montage expérimental pour enregistrer des hologrammes images numériques</i> .....	130
<i>Figure V.6 Montage de reconstruction d'hologrammes en temps réel en utilisant comme source de lumière un laser Nd Yag</i> .....	131
<i>Figure V.7 Montage de reconstruction d'hologrammes en temps réel en utilisant comme source de lumière une lumière blanche (LED)</i> .....	131
<i>Figure V.8 Principe de fonctionnement d'un SLM à cristaux liquides nématiques en hélice</i> .....	132
<i>Figure V.9 Montage de caractérisation de la modulation de phase du SLM LCOS</i> .....	133
<i>Figure V.10 Exemple de figure de niveau de gris affiché sur le SLM LCOS</i> .....	134
<i>Figure V.11 Images enregistrées sur notre capteur CCD en utilisant le montage de la figure (Figure V.7) et affichant deux figures différentes de niveaux de gris sur notre SLM LCOS</i> .....	135
<i>Figure V.12 Courbe de modulation de phase</i> .....	135
<i>Figure V.13 Exemple de figure de niveau de gris affiché sur le SLM LCOS</i> .....	136
<i>Figure V.14 Courbe de modulation d'amplitude</i> .....	136
<i>Figure V.15 Miroir mobile en rotation</i> .....	138
<i>Figure V.16 Structure à double cadre pour un miroir de torsion à balayage autour de deux axes</i> .....	138
<i>Figure V.17 Mire de résolution USAF de la société Edmund, utilisée pour mesurer la résolution du système</i> .....	139
<i>Figure V.18(a) Cible test USAF 1951. (b) Élément d'une cible test USAF</i> .....	140
<i>Figure V.19 (a) Reconstruction optique de la membrane à la fréquence de résonance 4200Hz. (b) Reconstruction numérique de la membrane à la fréquence de résonance 4200Hz</i> .....	141

*Figure V.20 (a) Reconstruction optique de la pièce mécanique. (b) Reconstruction numérique de la pièce mécanique.....141*

*Figure V.21 (a) Reconstruction de l'hologramme image de la mire USAF avec la lumière laser. (b) Reconstruction de l'hologramme image de la mire USAF avec la lumière blanche.....142*

*Figure V.22 (a) Reconstruction de l'hologramme image de la pièce mécanique avec la lumière laser. (b) Reconstruction de l'hologramme image de la pièce mécanique avec la lumière blanche .....142*

*Figure V.23 (a) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière laser. (b) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière blanche .....143*

*Figure V.24 (a) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière laser. (b) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière blanche .....143*

*Figure V.25 (a) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière laser. (b) Reconstruction optique de l'hologramme image moyenné dans le temps du MEMS avec la lumière blanche .....144*

# INDEX DES TABLES



*Table V.1 Résolution de la mire en lignes/millimètre, pour les groupes allant de -2 à 9* .....140

## V.1 Introduction

En général, l'enregistrement des hologrammes numériques est réalisé en utilisant un capteur photosensible optique [1], tandis que l'image enregistrée peut être reconstituée numériquement ou optiquement. La reconstruction numérique a ouvert de nouvelles possibilités dans la résolution des problèmes tels que la suppression de l'image d'ordre zéro [2-4], la compensation des aberrations [5, 6], les mesures dynamiques [7-10], la détection des déformations dissimulées dans les figures de vibration [11, 12], ou le multiplexage et le démultiplexage des informations pour la reconstruction à distance [13]. Toutefois, la reconstruction optique avec la lumière cohérente souffre du bruit de speckle surtout lorsqu'elle est réalisée avec des écrans à cristaux liquides à pixels de grande taille [14,15]. La meilleure façon d'améliorer la reconstruction optique est d'utiliser une source de lumière blanche. Typiquement, des sources de lumière blanche sont utilisées en configuration plan image en holographie classique [16-18]. Les hologrammes images ont des propriétés très intéressantes puisqu'ils peuvent être éclairés par une source incohérente (à la fois spatialement et temporellement) et produisent des reconstructions d'image très brillante. Un autre avantage est qu'ils ont une efficacité de diffraction élevée car l'information est codée au niveau local [19]. L'inconvénient est que l'angle sous lequel l'image peut être vue est limité par l'ouverture angulaire de la lentille. L'application des conditions d'échantillonnage à l'holographie numérique [20, 21], l'holographie en configuration plan image est plus appropriée pour les petits objets que l'holographie de Fresnel. Ainsi, l'holographie numérique en configuration plan image est généralement appliquée à la microscopie holographique à haute vitesse d'acquisition de l'image [22] et utilisée comme technique de mesure de vitesse du fluide [23]. Les hologrammes images numériques sont reconstruits par un classique vidéo projecteur avec trois canaux à cristaux liquides sur silicium (LCOS) [24]. À cette fin, trois hologrammes sont calculés pour trois longueurs d'onde (sélectionnées en fonction du laser optimal pour la reconstruction) et sont affichés individuellement sur les canaux rouge, vert et bleu et envoyés au système d'affichage. Ainsi, chaque composante de couleur est regroupée l'une avec l'autre et la reconstruction en couleur est obtenue avec une source de lumière blanche. Cependant, la vitesse de calcul nécessaire pour produire des hologrammes images [24] pourrait être insuffisante pour de nombreuses applications (par exemple : la surveillance des vibrations).

Le problème de transfert électronique de données saisies par holographie optique sur un capteur CCD et de leurs reconstructions optoélectroniques qui reposent sur l'utilisation des afficheurs à cristaux liquides (LCD) a été considéré par de nombreux scientifiques et entreprises depuis 1965 [25-27,14]. Le rêve de fournir la télévision holographique qui fournit des informations complètes sur les objets 3D et des scènes n'a pas été accompli jusqu'à présent. L'inconvénient majeur de ce genre de composants étant la taille de leurs pixels qui reste assez grande devant celle des grains des plaques holographiques classiques. C'est pourquoi, il n'était pas possible de réaliser des hologrammes d'objets volumineux. L'évolution rapide dans la technologie de ces éléments d'imagerie ces dernières années, permet de trouver, actuellement, des éléments avec des tailles relativement petites (environ  $4\mu\text{m}$  dans le cas des CCD et  $7\mu\text{m}$  dans le cas des LCD). Il est donc possible d'augmenter le volume des objets holographiés et d'améliorer la qualité des hologrammes obtenus. Ces dernières années, l'interférométrie holographique numérique apparaît comme un outil polyvalent pour le Contrôle Non Destructif et à des fins de diagnostic dans les matériaux d'Ingénierie. Etant donné que tout le processus est contrôlé

numériquement, il est possible de suivre en temps réel et en utilisant les techniques d'interférométrie holographique en temps réel et en temps moyenné, le déplacement, la déformation, ou les défauts sur l'objet test sous étude.

Dans ce chapitre nous allons présenter l'étude technique que nous avons menée sur des objets tels que la membrane, la mire USAF, les pièces mécaniques et un MEMS. Tout au long de ce chapitre, nous allons présenter les résultats que nous avons obtenus en associant la technique d'enregistrement des hologrammes images enregistrés numériquement moyennés dans le temps à celle de la reconstruction optique instantanée en temps réel en utilisant un modulateur spatial de lumière (SLM) avec un écran à cristaux liquides sur silicium (LCOS) à matrice active LCD en réflexion. Ensuite, nous allons effectuer les reconstructions des hologrammes numériques avec les sources de lumière blanche et cohérente, et notamment détailler les composants que nous avons utilisés dans le montage. Puis, nous montrons aussi l'aptitude de la technique à étudier en temps réel tout phénomène évolutif et qu'il est possible d'enregistrer et de restituer en temps réel des hologrammes d'objets de quelques mm<sup>2</sup>. Enfin, nous donnerons des conclusions sur l'avantage que peut apporter l'utilisation de cette technique pour l'interférométrie holographique numérique.

## V.2 Hologramme image

L'hologramme image est enregistré dans le plan focal image de la lentille (Figure V.1). Cet enregistrement est utilisé lorsque l'objet n'est pas trop profond. Il conserve toutes les données qui le caractérisent, à savoir : la profondeur de champ et la parallaxe. Cet hologramme est réalisé à l'aide d'une lentille qui forme l'image de l'objet enregistré dans un espace chevauchant l'avant et l'arrière du plan du support holographique, entre espace réel et virtuel, ce qui veut dire que cette image formée à proximité du matériel d'enregistrement, interfère avec le faisceau de référence permettant ainsi la formation de l'image holographique (voir Figure V.1). Sa profondeur de champ et sa parallaxe sont réduites [19,28]. Cette technique a le mérite de réduire au minimum les exigences en matière de source d'éclairage de l'hologramme.

L'avantage de l'hologramme en lumière blanche est qu'on peut l'enregistrer en transmission ou en réflexion ce qui permet de présenter une image très brillante, visible avec une source blanche et sans irisation. L'image 3D semble centrée sur le support holographique. La distance  $z_1$  entre l'objet et le support holographique pour former l'image de l'hologramme est liée aux exigences de cohérence spatiale et temporelle de la source (eq.V.1)

$$\Delta s = \left( \frac{z_1}{z_r} \right) \Delta r, \quad (\text{V.1})$$

L'équation (V.1) décrit la manière dont le degré de cohérence spatiale, liée au diamètre  $\Delta r$  de la source, à la distance  $z_r$  entre la source de lumière et l'hologramme, détermine la résolution  $\Delta s$  de l'image, c'est-à-dire le plus petit détail que peut voir la caméra [28]. Comme dans le cas de l'hologramme image  $z_1 \rightarrow 0$  et donc si le faisceau de référence est de diamètre large avec une cohérence spatiale faible, il peut être utilisé pour générer l'hologramme image avec une résolution suffisante. La conséquence est que l'hologramme image peut être une image très brillante quand il est éclairé par des sources étendues. Bien sûr, si  $z_1 = 0$  la résolution de l'image de l'un

des deux côtés du plan de l'objet se dégrade quand une source large est utilisée. L'équation qui relie la résolution  $\Delta\sigma$  dans l'image produite par l'illumination de l'hologramme avec la bande passante  $\Delta\lambda$  de l'éclairage de la source est [28]

$$\Delta\sigma = \theta_r z_1 \left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right), \quad (\text{V.2})$$

où  $z_1$  est la distance entre l'hologramme et l'image,  $\lambda$  est la longueur d'onde, et  $\theta_r$  est l'angle entre le faisceau de référence et la normale sur l'hologramme. On constate que lorsque  $\theta_r$  et  $z_1$  sont petits, la bande passante de la source d'éclairage peut être large et pourtant avoir un effet limité sur la distance minimale résolvable de l'image. On peut même utiliser une source de lumière blanche, le plan central de l'image située sur l'hologramme apparaîtra alors achromatique. Mais cela est compensé en partie par le fait que l'angle sur lequel l'image peut être vue est limité par l'ouverture de la lentille. Cependant les points images de ce plan disperseront la couleur d'exposition et brouilleront l'image, ce qui dégradera la résolution.

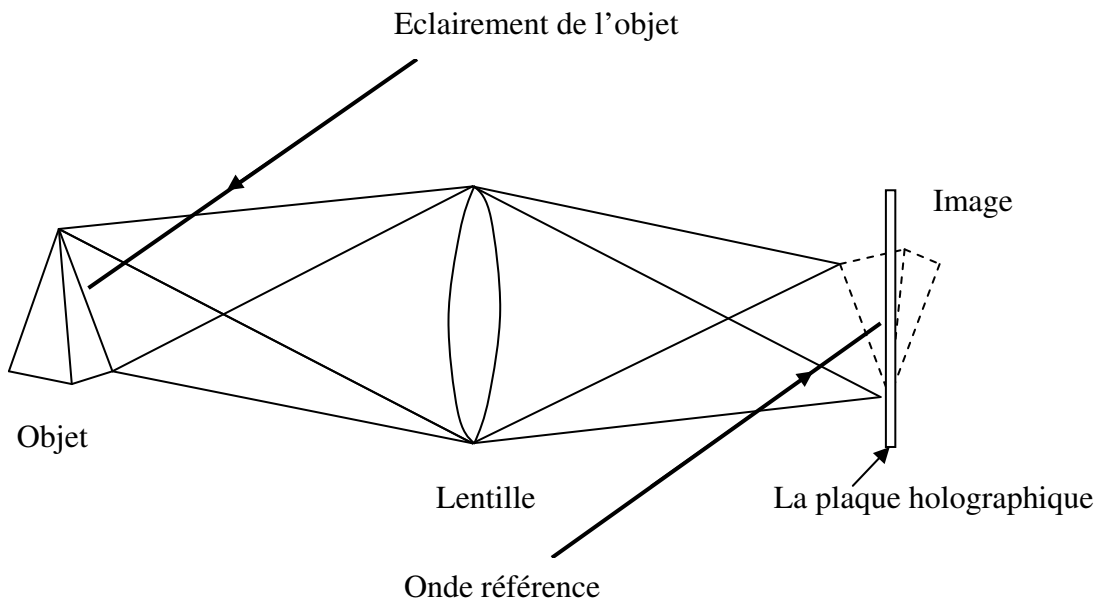


Figure V.1 : Formation de l'hologramme image.

### V.3 Contraintes dans la reconstruction des hologrammes numériques

#### V.3.1 Système holographique numérique

Nous considérons un système composé de trois montages: deux pour l'enregistrement numérique des hologrammes de Fourier et des hologrammes images moyennés dans le temps, et le troisième pour la reconstruction optique instantanée des hologrammes enregistrés.

#### V.3.2 Enregistrement numérique des hologrammes de Fourier moyennés dans le temps

Le montage d'enregistrement des hologrammes de Fourier est représenté sur la figure (Figure V.4) [15]. Il utilise un laser polarisé linéairement comme source de

lumière et une caméra CCD comme capteur photosensible. L'enregistrement optique des interférogrammes est effectué en utilisant le montage de Fourier hors-axe (Figure V.2). Nous avons utilisé comme source de lumière un laser polarisé linéairement. Nous avons à l'entrée de notre montage deux ondes : le front d'onde de l'objet et l'onde référence focalisée hors-axe dans le plan objet pour former le point source de référence, tandis qu'à la sortie nous avons notre hologramme. Les ondes objet et référence sont placées dans le plan  $P_1$ , une caméra CCD se trouve dans le plan  $P_2$  et le plan de reconstruction numérique est obtenu au plan  $P_3$ . La reconstruction optique de notre interférogramme ou de notre hologramme est réalisée en utilisant le laser comme source de lumière, un écran à cristaux liquides (LCD) comme support d'information d'entrée, et un autre capteur CCD comme photo détecteur de sortie.

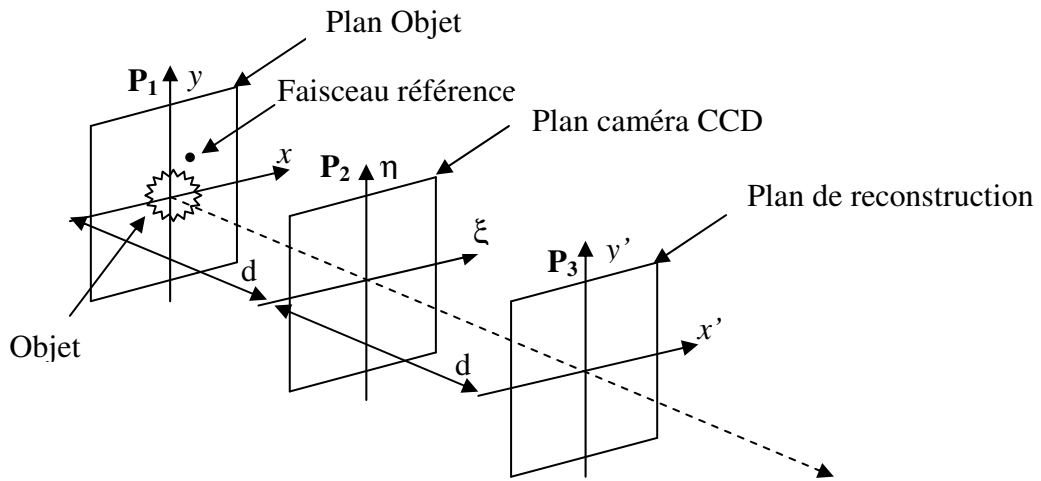


Figure V.2 : Principe de l'holographie numérique off-axis de Fourier.

Pour étudier les vibrations, l'amplitude totale de l'onde reçue sur la caméra CCD est égale à :

$$u_1(x, y, t) = \delta(x - x_0, y - y_0) + o(x, y, t), \quad (V.3)$$

où  $o(x, y, t)$  est la lumière diffusée par chaque point de l'objet et  $(x_0, y_0)$  est la position du point source. En supposant que seules les harmoniques des vibrations hors du plan de l'objet se produisent et que l'éclairage est presque normal à la surface,  $o(x, y, t) = o(x, y) \exp[i(4\pi/\lambda)h(x, y) \sin \omega t]$ , où  $o(x, y)$  est le front d'onde statique,  $h(x, y)$  est l'amplitude de vibration,  $\lambda$  est la longueur d'onde, et  $\omega = 2\pi f$  avec  $f$  la fréquence de vibration.

La distribution du champ diffracté dans le plan d'hologramme peut être décrite par l'approximation de Fresnel :

$$u_1(\xi, \eta, t) \propto \exp[i(\pi/\lambda d)(\xi^2 + \eta^2)] FT\{u_1(x, y, t) \exp[i(\pi/\lambda d)(x^2 + y^2)]\}, \quad (V.4)$$

où les termes constants sont négligés et  $d$  est la distance entre le plan du capteur CCD et l'objet. L'exposition est obtenue par l'intégration de l'intensité instantanée pendant une durée  $\tau$ , où  $\tau \gg 1/f$ .

Le terme qui nous intéresse est le terme de diffraction d'ordre +1 qui nous permet de reconstruire l'image de notre objet:

$$E(\xi, \eta) \propto \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda d} (\xi x_0 + \eta y_0)\right] FT \left\{ o(x, y) J_0 \left[ \frac{4\pi}{\lambda} h(x, y) \right] \exp\left[i(\pi / \lambda d)(x^2 + y^2)\right] \right\}, \quad (\text{V.5})$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro [15]. Cette exposition est alors enregistrée par le capteur CCD, où l'enregistrement peut être décrit comme la discrétisation de  $E(\xi, \eta)$  par la zone active des pixels, ce qui donne (eq.V.6)

$$E_{\text{CCD}}(k\Delta\xi, l\Delta\eta) \propto \left[ E(\xi, \eta) \otimes \text{rect}\left(\frac{\xi}{\alpha\Delta\xi}, \frac{\eta}{\beta\Delta\eta}\right) \right] \text{comb}\left(\frac{\xi}{\Delta\xi}, \frac{\eta}{\Delta\eta}\right) \\ \times \text{rect}\left(\frac{\xi}{M\Delta\xi}, \frac{\eta}{N\Delta\eta}\right) \quad (\text{V.6})$$

La fonction peigne de Dirac est exprimée par

$$\text{comb}\left(\frac{\xi}{\Delta\xi}, \frac{\eta}{\Delta\eta}\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(\xi - n\Delta\xi, \eta - m\Delta\eta)$$

$(k, l)$  sont des nombres entiers,  $(\Delta\xi, \Delta\eta)$  sont les pas de pixels,  $(\alpha, \beta)$  sont les parties actives de pixels, et  $(M, N)$  représentent  $N$  lignes de  $M$  colonnes de pixels de la caméra CCD. Le terme d'exposition a maintenant des valeurs discrètes en remplaçant les variables continues  $(\xi, \eta)$  par  $(k\Delta\xi, l\Delta\eta)$ .

### V.3.3 Enregistrement numérique des hologrammes images moyennés dans le temps

Le montage d'enregistrement des hologrammes images est représenté sur la figure (Figure V.5). Il utilise un laser polarisé linéairement comme source de lumière et une caméra CCD comme capteur photosensible. L'enregistrement optique des interférogrammes est effectué en utilisant le montage en configuration plan image (Figure V.3). Dans le cas de l'enregistrement de l'hologramme image la caméra CCD est positionnée au plan image de l'objet tandis que l'angle entre le faisceau référence et le faisceau objet est défini par le cube séparateur.

L'objet est éclairé par une onde monochromatique plane d'amplitude  $A$  sous la forme [29, 30] (eq.V.7)

$$U(x, y) = At_0(x, y) \quad (\text{V.7})$$

La distribution d'amplitude qui arrive sur la lentille est (Figure V.3)

$$U_l(x, y) = C_1 U(x, y) \cdot \exp(-i\pi(x^2 + y^2) / \lambda d_1) \quad (\text{V.8})$$

Avec  $C_1 = (i / \lambda d_1) \exp(-i2\pi d_1 / \lambda)$

La distribution d'amplitude directement à l'arrière de la lentille, si on ne tient pas compte des dimensions finies de l'ouverture de la lentille est :

$$U_l'(x, y) = U_l(x, y) \cdot \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda d_1}\right) \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda f}\right) \quad (\text{V.9})$$

Pour déterminer la distribution de l'amplitude du champ dans le plan du capteur CCD, appliquons la formule de diffraction de Fresnel :

$$O(\xi, \eta) = C_2 \int \int_{-\infty}^{\infty} U_l'(x, y) \exp\left[i\pi \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{\lambda d_2}\right] dx dy \quad (\text{V.10})$$

Où  $C_2 = (i / \lambda d_2) \exp(-i2\pi d_2 / \lambda)$

En remplaçant les équations (V.9) et (V.8) dans l'équation (V.10), nous obtenons : (eq.V.11)

$$O(\xi, \eta) = C_2 \int \int_{-\infty}^{\infty} C_1 A t_0(x, y) \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda d_1}\right) \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda f}\right) \cdot \exp\left[i\pi \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{\lambda d_2}\right] dx dy \quad (V.11)$$

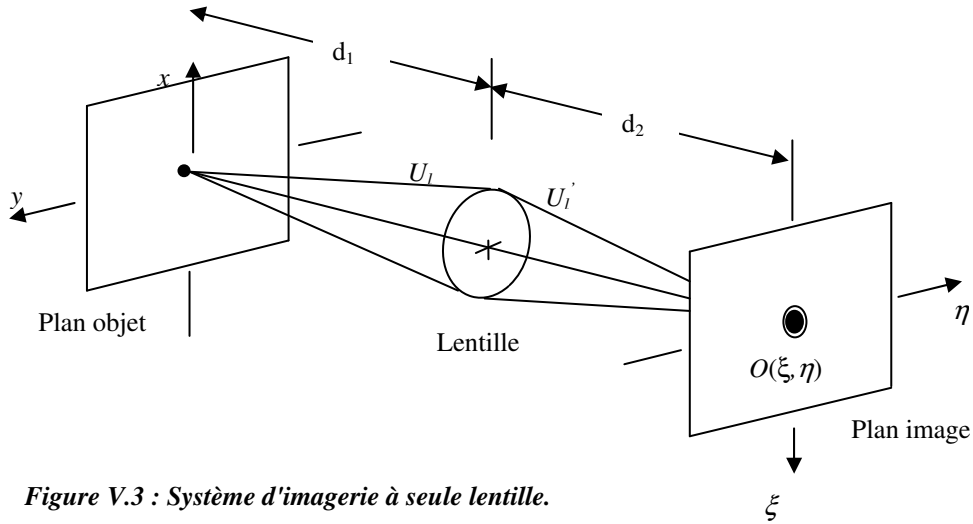


Figure V.3 : Système d'imagerie à seule lentille.

On considère un objet qui vibre sinusoïdalement avec une pulsation  $\omega$ , permettant l'enregistrement d'un hologramme moyenné dans le temps. Cet hologramme enregistré par le capteur CCD pendant le temps d'exposition est exprimé par

$$E(\xi, \eta) = \int_0^{\tau} I(\xi, \eta, t) dt \quad (V.12)$$

La distribution de l'amplitude du champ dans le plan du capteur CCD devient

$$O(x, y, t) = O(x, y) \exp\left[i \frac{4\pi}{\lambda} h(x, y) \sin \omega t\right] \quad (V.13)$$

$h(x, y)$  est l'amplitude de vibration,  $\lambda$  est la longueur d'onde, et  $\omega = 2\pi f$  avec  $f$  la fréquence de vibration.

$$O(\xi, \eta, t) = C_1 C_2 A \exp\left[i\pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda d_2}\right] TF \left\{ t_0(x, y) \exp\left[i \frac{4\pi}{\lambda} h(x, y) \sin \omega t\right] \right\} \quad (V.14)$$

La distribution de l'amplitude de l'onde référence dans le plan du capteur CCD est

$$R(\xi, \eta) = |R(\xi, \eta)| \exp[i\phi(\xi, \eta)] \quad (V.15)$$

L'intensité enregistrée par la caméra CCD peut être exprimée comme

$$I(\xi, \eta, t) = |R(\xi, \eta)|^2 + |O(\xi, \eta, t)|^2 + R^*(\xi, \eta) O(\xi, \eta, t) + R(\xi, \eta) O^*(\xi, \eta, t) \quad (V.16)$$

En effectuant la transformée de Fourier inverse de l'équation (V.15), on obtient l'ordre zéro de diffraction à partir des deux premiers termes et on obtient à partir des deux derniers termes deux reconstructions d'objet situés symétriquement autour du point DC.

Le terme qui nous intéresse est le terme de diffraction d'ordre +1 qui nous permet de reconstruire l'image de notre objet :

$$R^*(\xi, \eta)O(\xi, \eta, t) = |R(\xi, \eta)|^* \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot A \cdot \exp \left[ -i \left( \pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda d_2} + \phi(\xi, \eta) \right) \right] \\ \cdot FT \left\{ t_0(x, y) \cdot \exp [i(4\pi / \lambda)h(x, y) \sin \omega t] \right\} \quad (V.17)$$

En remplaçant l'équation (V.17) dans l'équation (V.12), on trouve

$$E(\xi, \eta) = |R(\xi, \eta)|^* \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot A \cdot \exp \left[ -i \left( \pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda d_2} + \phi(\xi, \eta) \right) \right] \\ \times FT \left\{ t_0(x, y) \cdot J_0 \left[ \frac{4\pi}{\lambda} h(x, y) \right] \right\}, \quad (V.18)$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro. Cette exposition est alors enregistrée par le capteur CCD, où l'enregistrement peut être décrit comme l'échantillonnage de  $E(x, y)$  par la zone active des pixels, ce qui donne :

$$E_{CCD}(k\Delta\xi, l\Delta\eta) \propto \left[ E(\xi, \eta) \otimes \text{rect} \left( \frac{\xi}{\alpha\Delta\xi}, \frac{\eta}{\beta\Delta\eta} \right) \right] \text{comb} \left( \frac{\xi}{\Delta\xi}, \frac{\eta}{\Delta\eta} \right) \\ \times \text{rect} \left( \frac{\xi}{M\Delta\xi}, \frac{\eta}{N\Delta\eta} \right). \quad (V.19)$$

$(k, l)$  sont des nombres entiers,  $(\Delta\xi, \Delta\eta)$  sont les pas de pixels,  $(\alpha, \beta)$  sont les parties actives de pixels, et  $(M, N)$  sont les nombres de pixels de la caméra CCD. Le terme d'exposition a maintenant des valeurs discrètes en remplaçant les variables continues  $(\xi, \eta)$  par  $(k\Delta\xi, l\Delta\eta)$ .

### V.3.4 Reconstruction numérique des hologrammes numériques

L'hologramme numérique obtenu peut être reconstitué numériquement en effectuant la transformée de Fourier inverse [15],  $U_{num}(x', y') = FT^{-1} \{ E_{CCD}(k\Delta\xi, l\Delta\eta) \}$ , La reconstruction numérique d'un hologramme de Fourier est exprimée par

$$U_{num}(x', y') \propto \left\{ \delta(x' - x_0, y' - y_0) \otimes o(x', y') J_0 \left[ \frac{4\pi}{\lambda} h(x', y') \right] \right\} \\ \text{sinc} \left( \frac{\alpha\Delta\xi}{\lambda d} x', \frac{\beta\Delta\eta}{\lambda d} y' \right) \otimes \text{comb} \left( \frac{\Delta\xi}{\lambda d} x', \frac{\Delta\eta}{\lambda d} y' \right) \otimes \text{sinc} \left( \frac{M\Delta\xi}{\lambda d} x', \frac{N\Delta\eta}{\lambda d} y' \right) \quad (V.20)$$

La reconstruction numérique d'un hologramme image est exprimée par

$$U_{num}(x', y') \propto \left\{ FT^{-1} \left( \exp \left[ -i \left( \pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{\lambda d_2} + \phi(\xi, \eta) \right) \right] \right) \otimes t_0(x', y') J_0 \left[ \frac{4\pi}{\lambda} h(x', y') \right] \right\} \\ \text{sinc} \left( \frac{\alpha\Delta\xi}{\lambda d} x', \frac{\beta\Delta\eta}{\lambda d} y' \right) \otimes \text{comb} \left( \frac{\Delta\xi}{\lambda d} x', \frac{\Delta\eta}{\lambda d} y' \right) \otimes \text{sinc} \left( \frac{M\Delta\xi}{\lambda d} x', \frac{N\Delta\eta}{\lambda d} y' \right) \quad (V.21)$$

### V.3.5 Reconstruction optique des hologrammes numériques

Pour la reconstruction optique, nous envoyons directement l'hologramme reçu sur le capteur CCD vers le SLM LCOS. Cet hologramme de valeurs discrètes réparties le long du panneau LCD peut être décrit comme :



$$E_{LCD}(k\Delta\xi', l\Delta\eta') \propto \text{rect}\left(\frac{\xi}{M'\Delta\xi'}, \frac{\eta}{N'\Delta\eta'}\right) \left\{ \left[ E_{CCD}(k\Delta\xi, l\Delta\eta) \text{comb}\left(\frac{\xi}{\Delta\xi'}, \frac{\eta}{\Delta\eta'}\right) \right] \otimes \text{rect}\left(\frac{\xi}{\alpha'\Delta\xi'}, \frac{\eta}{\beta'\Delta\eta'}\right) \right\} \quad (\text{V.22})$$

$(\Delta\xi', \Delta\eta')$  sont les pas de pixels,  $(\alpha', \beta')$  sont les parties actives de pixels, et  $(M', N')$  sont les nombres de pixels de l'écran LCD. La transformée de Fourier de l'équation (V.21),

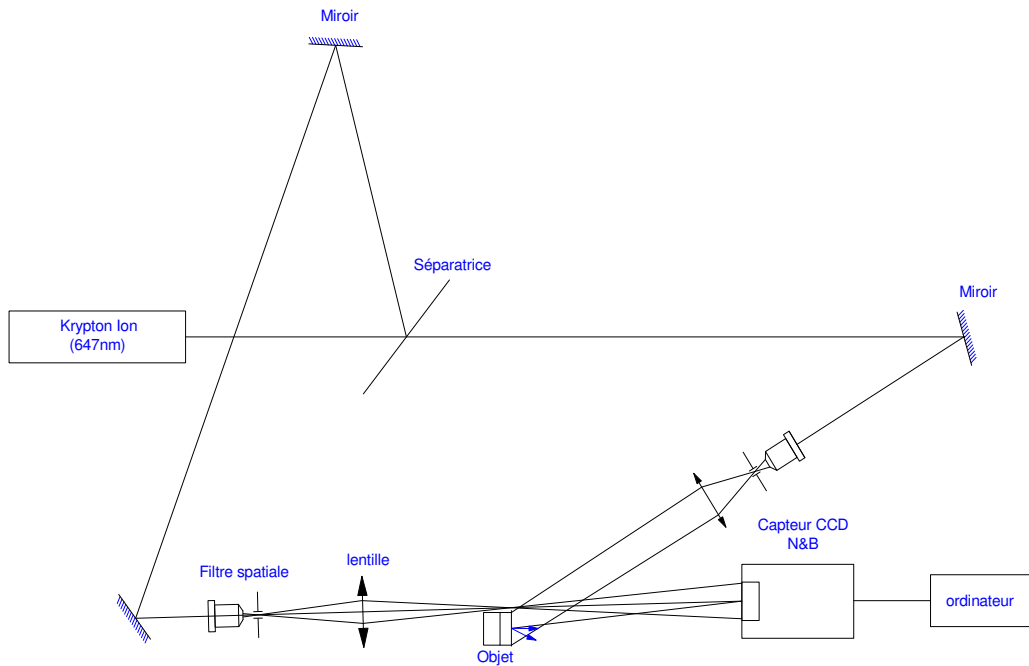
$$U_{opt}(x', y') \propto \text{sinc}\left(\frac{M'\Delta\xi'}{\lambda f} x', \frac{N'\Delta\eta'}{\lambda f} y'\right) \otimes \left\{ \left[ U_{num}(x', y') \otimes \text{comb}\left(\frac{\Delta\xi'}{\lambda f} x', \frac{\Delta\eta'}{\lambda f} y'\right) \right] \otimes \text{sinc}\left(\frac{M\Delta\xi'}{\lambda f} x', \frac{N\Delta\eta'}{\lambda f} y'\right) \right\} \quad (\text{V.23})$$

est d'abord filtré spatialement dans le premier plan de transformée de Fourier, puis élargi conformément à la résolution spatiale du deuxième capteur CCD, et finalement enregistré par ce dernier [15].

## V.4 Expérience

### V.4.1 Montage d'enregistrement des hologrammes numériques

L'enregistrement optique des interférogrammes holographiques numériques moyennés dans le temps, est effectué en utilisant le montage de Fourier hors-axe qui permet d'enregistrer des hologrammes à référence inclinée de Leith et Upatnieks (Figure V.4). Deux objets test ont été utilisés dans ce montage : une pièce mécanique et la membrane. Nous avons utilisé comme source de lumière un laser krypton ion (longueur d'onde = 647 nm). Le faisceau laser est divisé en un faisceau objet et un faisceau auxiliaire. Le faisceau objet est expansé puis collimaté pour éclairer notre objet test. Le faisceau auxiliaire est expansé puis focalisé hors-axe dans le plan objet pour former le point source de référence nécessaire à l'enregistrement holographique. Le rapport d'intensité entre les faisceaux référence et objet a été ajusté à 7 pour la membrane et à 3 pour la pièce mécanique au moyen d'un séparateur et d'un atténuateur variables. Les hologrammes sont enregistrés à une distance de 2,14 mètres de la membrane et de 78cm de la pièce mécanique au moyen du capteur CCD d'une caméra numérique Lumenera Infinity 2 (capteur monochrome Sony ICX205AK de  $1392 \times 1040$  pixels carrés de  $4.65 \mu\text{m}$ ).



**Figure V.4 :** Montage expérimental pour enregistrer des hologrammes numériques à référence inclinée de quasi-Fourier.

#### V.4.2 Montage d'enregistrement des hologrammes images

Le montage expérimental utilisé pour enregistrer un hologramme dans le plan image est représenté dans la figure (Figure V.5). Un laser He-Ne (longueur d'onde = 632,8 nm) a été utilisé comme source de lumière. Le faisceau laser rouge est divisé en un faisceau objet et un faisceau référence à l'aide d'une séparatrice variable. Le faisceau objet est expansé puis collimaté pour éclairer un microsystème électromécanique MEMS vibrant de taille  $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ . Ce faisceau est diffusé par le MEMS et focalisé par une lentille convergente de focale  $f=500\text{mm}$  sur le capteur CCD monochrome (Sony ICX205AK de  $1392 \times 1040$  pixels carrés de  $4.65\mu\text{m}$  de côté), en traversant un cube séparateur.

Le faisceau référence est expansé puis collimaté à l'aide d'une lentille de focale  $f=100\text{mm}$ , réfléchi par un miroir puis par le cube séparateur pour éclairer la caméra CCD. Le faisceau de référence est une onde plane qui est légèrement inclinée par rapport au faisceau objet comme dans le cas des hologrammes hors axe. Le cube séparateur recombine ainsi le faisceau objet et le faisceau référence. Les deux faisceaux interfèrent au niveau de la caméra CCD, permettant ainsi la formation de l'hologramme dans le plan image.

Les hologrammes sont enregistrés à l'aide d'un capteur CCD d'une caméra numérique Lumenera Infinity 2 (capteur monochrome Sony ICX205AK de  $1392 \times 1040$  pixels carrés de  $4.65\mu\text{m}$ ).

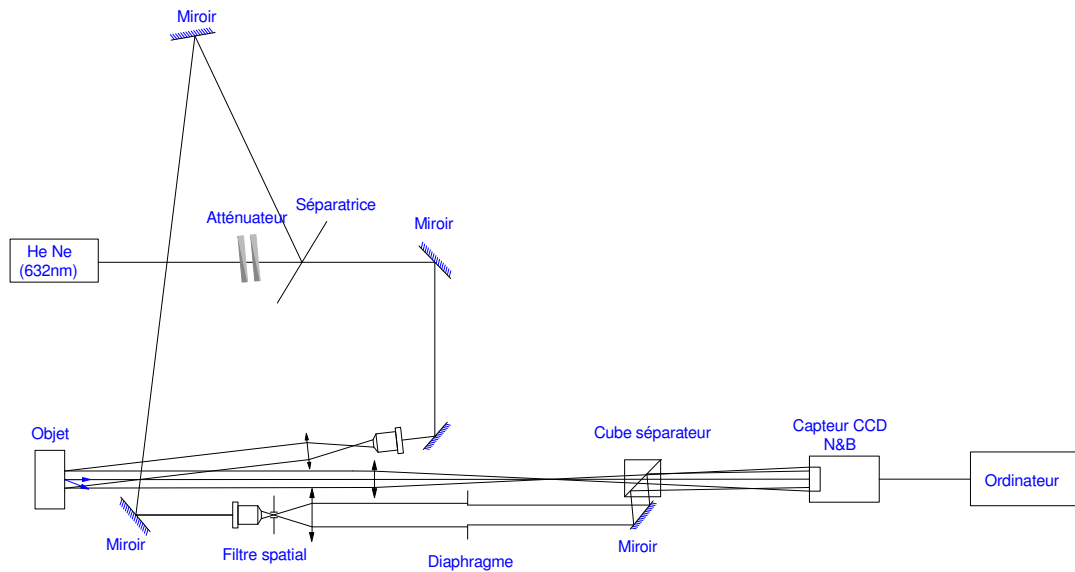


Figure V.5 : Montage expérimental pour enregistrer des hologrammes images numériques.

#### V.4.3 Montage de reconstruction des hologrammes numériques

Pour la reconstruction des hologrammes numériques, deux sources lumineuses différentes sont utilisées : la lumière cohérente (laser Nd Yag de longueur d'onde = 532 nm) et la lumière blanche (LED). Le schéma expérimental de la configuration de reconstruction d'hologrammes est montré dans la Figure V.6 et Figure V.7. La Figure V.6 utilise comme source de lumière la lumière cohérente (laser Nd Yag de longueur d'onde = 532 nm). La Figure V.7 utilise comme source de lumière la lumière blanche (LED). Ces deux figures utilisent le même principe de reconstruction optique des hologrammes numériques. Lors de la reconstruction optique, l'hologramme numérique que nous avons enregistré à l'aide d'un des deux montages précédents, est transféré sur un modulateur spatial de lumière (SLM) à cristaux liquides utilisant la technologie LCOS (Liquid Crystal On Silicon). Puis nous avons utilisé une lentille convergente de focale  $f=300\text{mm}$  pour effectuer l'opération de transformée de Fourier de l'hologramme et nous l'avons affiché sur une caméra CCD. Nous avons utilisé un masque afin de ne sélectionner que l'image réelle et éliminer l'image d'ordre zéro et l'image conjuguée. Nous avons utilisé un capteur CCD d'une caméra numérique Lumenera Infinity 2 (capteur polychromatique Sony ICX205AK de  $1392 \times 1040$  pixels carrés, de  $4.65 \mu\text{m}$  de coté) en couleur pour capturer les reconstructions d'hologrammes en sortie du SLM LCOS. Nous avons testé l'efficacité de cette méthode sur plusieurs objets test tels qu'une membrane de diamètre 32mm placée sur un piézoélectrique, une mire USAF, une pièce mécanique ainsi qu'un MEMS.

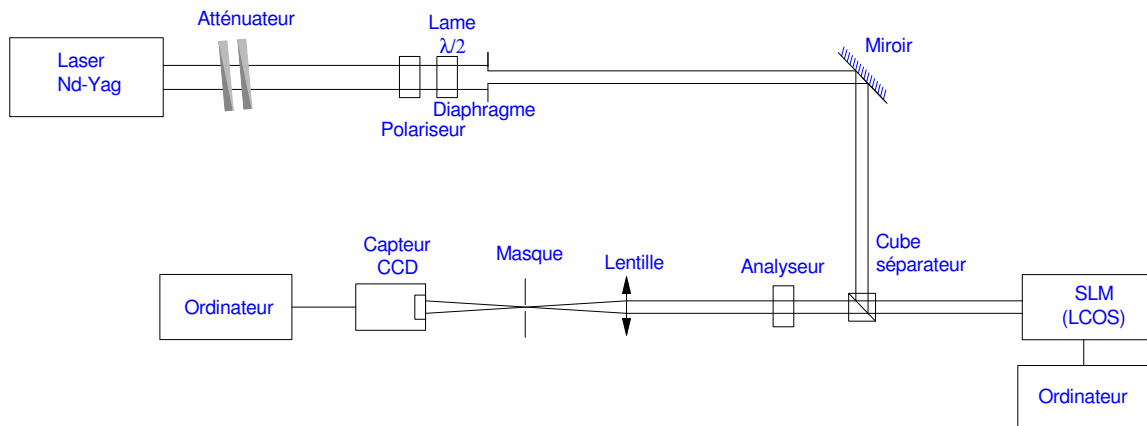


Figure V.6 : Montage de reconstruction d'hologrammes en temps réel en utilisant comme source de lumière un laser Nd Yag.

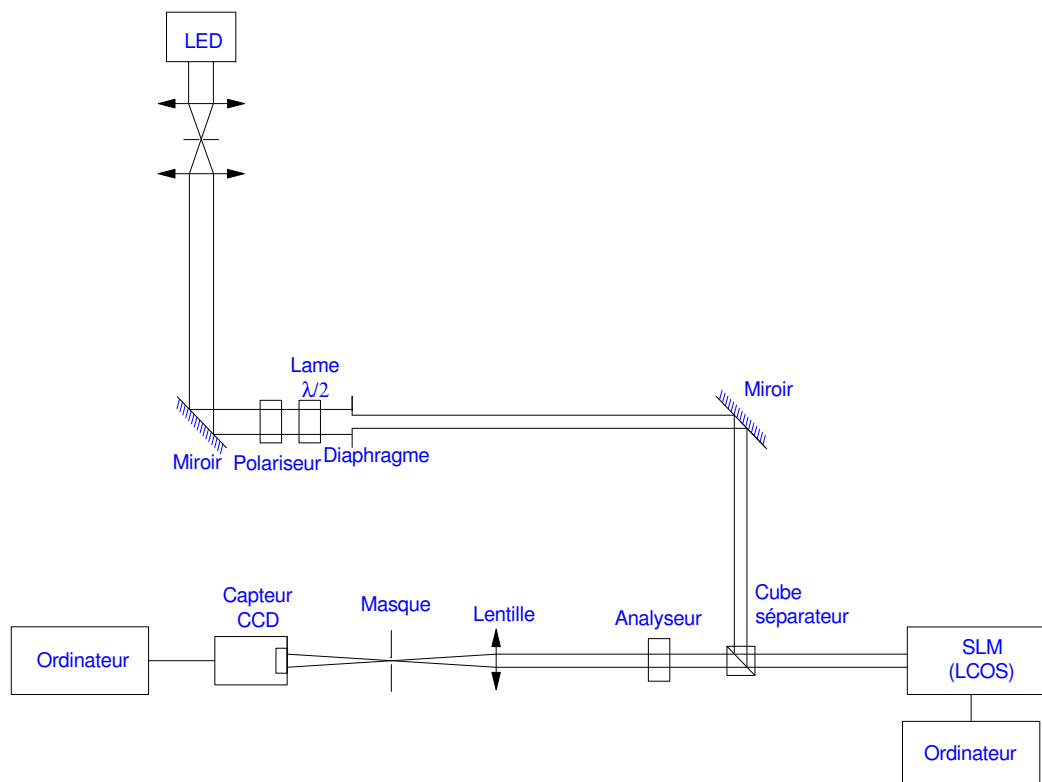


Figure V.7 : Montage de reconstruction d'hologrammes en temps réel en utilisant comme source de lumière une lumière blanche (LED).

#### V.4.3.1 Modulateur spatial de lumière LCOS

Dans ce chapitre, nous décrivons brièvement le modulateur de lumière dans l'espace (SLM), à cristaux liquides nématiques en hélice TN (LCD), qui permet de moduler

l'amplitude, la phase, et la polarisation d'un rayon incident polarisé linéairement. Les applications utilisant ce type de SLMs ont été largement abordées [32-35]. Le LCD TN est essentiellement constitué d'une pile de lames biréfringentes, en sandwich entre deux plaques de verre parallèles [31]. Quand aucune tension n'est appliquée sur la couche, la lumière, non polarisée, traverse le premier polariseur orienté dans la même direction que la première couche de molécules. En raison de la biréfringence, les couches suivantes vont avoir tendance à faire pivoter la direction de polarisation. La taille de la cellule est ajustée de sorte qu'au repos, la polarisation tourne au total de  $90^\circ$ . En fin de course, la lumière rencontre un analyseur croisé avec le polariseur d'entrée : toute l'intensité lumineuse passe. Lorsque la tension est appliquée, les molécules vont avoir tendance à s'orienter le long de la direction du champ électrique créé par cette différence de potentiel. Le champ électrique appliqué ainsi influe sur le retard de phase de la lumière transmise par le biais de l'écran LCD, car l'efficacité de l'indice de réfraction du cristal liquide dépend de l'angle entre les molécules et la direction de la lumière incidente. La propagation de la lumière polarisée linéairement le long de l'axe de torsion dépend de la tension appliquée et elle est décrite théoriquement [36-38] par une matrice de Jones. Ainsi, en appliquant une certaine tension à chaque pixel de l'écran LCD et à l'aide de deux polariseurs, l'un placé à l'entrée du SLM et un autre (analyseur) à la sortie du SLM, permet de contrôler l'amplitude et la phase de la lumière sortant de l'analyseur. Une cellule de TN-NLC est représentée sur la figure (Figure V.8).

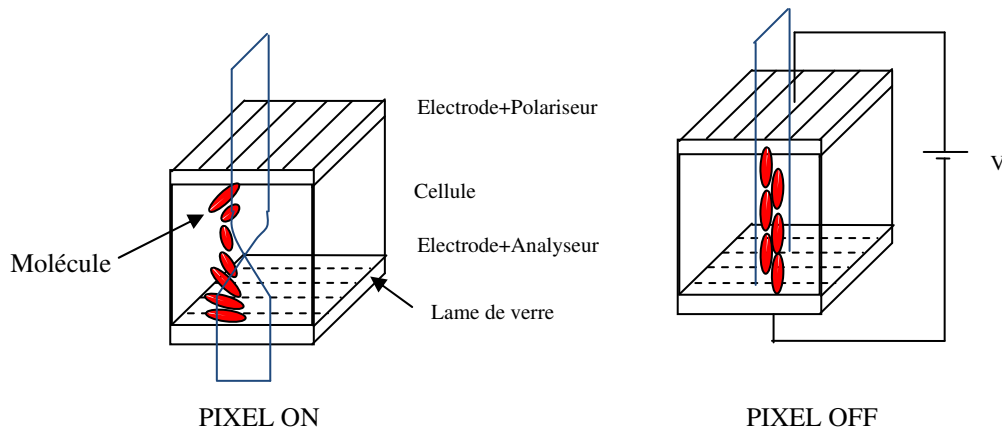


Figure V.8 : Principe de fonctionnement d'un SLM à cristaux liquides nématiques en hélice.

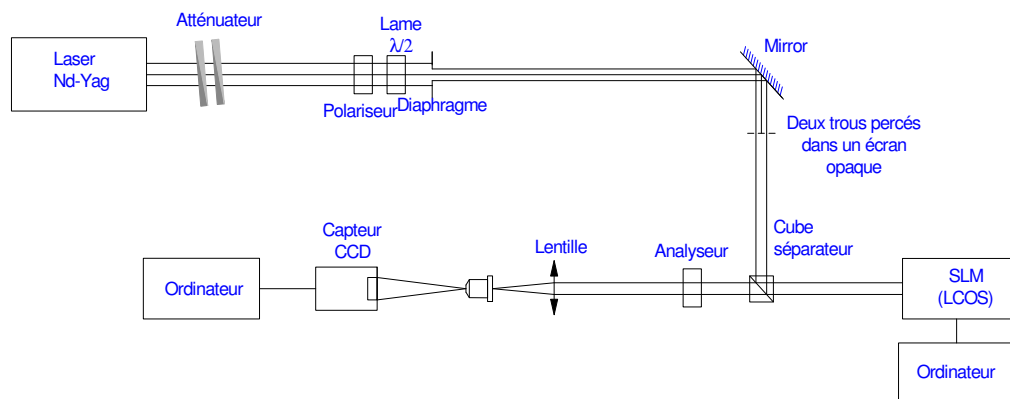
Les afficheurs LCOS remplacent une des lames de verre par un substrat de silicium. La puce de silicium sert à la fois de matrice active et de couche réfléchissante, sur laquelle sont déposées une couche mince de cristal et une lame de verre. Lorsque la lumière arrive sur un pixel où est appliqué un champ électrique, elle est absorbée et n'arrive donc pas jusqu'à la couche réfléchissante et le segment paraît noir. Mais lorsqu'elle arrive sur une zone sans champ électrique, elle peut traverser la cellule, elle se réfléchit sur le silicium et peut de nouveau traverser la cellule, cette zone paraît claire.

#### V.4.3.1.1 Caractérisation de la modulation de phase de notre modulateur

Le modulateur Holoeye HED 6219 utilisé dans nos configurations est en réflexion, nématique en hélice, modulateur de lumière dans l'espace (SLM) à cristaux liquides

sur silicone (LCOS). Il a été sélectionné pour sa capacité à atteindre une très haute résolution, ainsi que pour sa bonne qualité optique [39].

Il a une surface active de  $12.49 \times 6.96 \text{ mm}^2$ , divisé en  $1920 \times 1080$  pixels carrés (pixel pitch =  $6.4 \mu\text{m}$ , facteur de remplissage de 89%). La matrice de cristaux liquides est adressée électriquement par un signal en provenance d'un ordinateur par le biais de la carte graphique interface DVI. Le LCD peut moduler 256 différents niveaux de gris. Le SLM peut fournir une modulation de phase de  $0$  à  $2\pi$  dans le visible (400-700nm), avec généralement la présence d'une certaine quantité de modulation d'amplitude, qui est caractéristique aux modulateurs à cristaux liquides nématiques en hélice [40]. La réponse dépend de l'état de polarisation de la lumière avant et après le SLM et peut être modifiée par un ajustement de la polarisation des éléments indiqués dans la Figure V.6 et la Figure V.7. Dans ce chapitre, nous donnons des détails sur les mesures de la modulation d'amplitude et la modulation de phase.



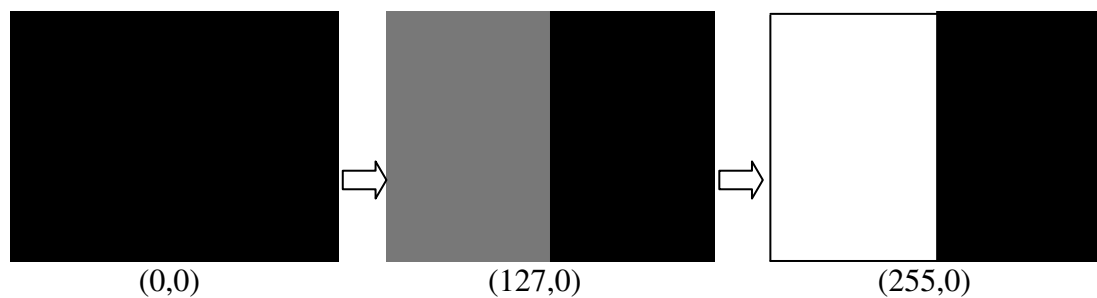
*Figure V.9 : Montage de caractérisation de la modulation de phase du SLM LCOS.*

La modulation de phase d'une source de lumière cohérente peut être réalisée à l'aide d'un modulateur de lumière dans l'espace. Elle peut être mesurée avec différentes méthodes telles que la mesure de la répartition de l'intensité des ordres de diffraction créée par une grille binaire modifiable ou à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder pour écran transmissif, ou à l'aide d'un interféromètre de Michelson ou de type fentes d'Young pour écrans réfléchissants [41]. La méthode qui sera présentée ici a été proposée par le fabricant [42]. Elle consiste à faire passer un faisceau laser à travers deux petits trous percés dans un écran opaque. Les deux faisceaux créés par ces trous interfèrent et donnent lieu à des franges d'interférence parallèles.

Pour caractériser la modulation de phase de notre modulateur, nous avons mis en place le montage ci-dessus (Figure V.9).

Le laser ND YAG convenablement réglé (voir annexes) passe à travers deux trous percés dans un écran opaque. Deux trous de diamètre 3mm et distants de 7mm créent deux faisceaux qui permettent d'éclairer chaque moitié de la surface de l'écran du SLM. Les deux faisceaux seront ensuite réfléchis par le SLM LCOS. Leur polarisation est ajustée après leur passage par un deuxième polariseur (analyseur). Ces deux faisceaux arrivent à interférer en utilisant une lentille, la figure d'interférence résultante serait projetée par l'utilisation d'un objectif microscopique d'un grossissement de 40x pour former l'image sur la caméra CCD. Les figures d'interférence récupérées par la caméra en couleur sont représentées dans la figure (Figure V.10).

Les mesures de décalage de phase ont été faites par l'évaluation du décalage latéral de la figure d'interférences des deux faisceaux. Un des deux faisceaux a été utilisé pour éclairer la moitié de l'écran (l'afficheur) avec une valeur de noir référence égale à 0, formant le faisceau de référence. L'autre faisceau éclaire l'autre moitié de l'écran avec différentes valeurs de gris. La valeur de noir pour le faisceau de référence reste la même tout au long des mesures, alors que la valeur de gris de la zone d'affichage illuminé par l'autre faisceau varie de 0 jusqu'à 255 comme indiqué dans la figure (Figure V.10). A partir des images obtenues nous avons tracé la courbe de modulation de phase. Nous fixons la valeur zéro de phase pour la figure d'interférence du niveau de noir (0,0) qui est pour nous le point de départ. Ensuite nous devons chaque fois soustraire chaque nouvelle figure d'interférence d'un niveau de gris donné de la figure d'interférence du niveau de noir (0,0) (par exemple si on faisait la soustraction de la figure V.11 (b) de la figure V.11 (a) nous aurons la valeur de déplacement de franges). Enfin nous divisons chaque valeur par la moitié de la période ce qui conduira à un déplacement de phase d'un multiple de  $\pi$  ( $\varphi = (2\pi/T) \cdot \text{valeur}$ ). Nous obtenons la courbe de modulation de phase de notre modulateur dans la Figure V.12.



*Figure V.10 : Exemple de figure de niveau de gris affiché sur le SLM LCOS.*

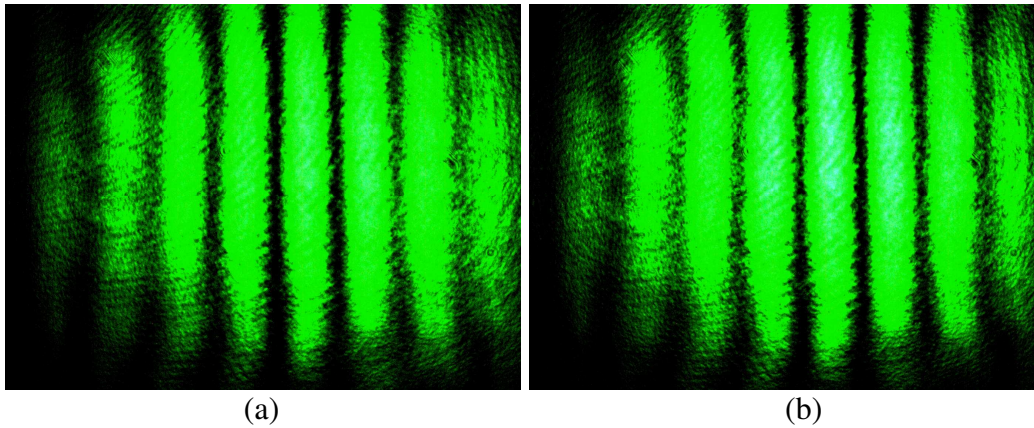


Figure V.11 : Images enregistré sur notre capteur CCD en utilisant le montage de la figure (Figure V.7) (a) en affichant la figure de niveau de gris(0,0) sur notre SLM LCOS, (b) en affichant la figure de niveau de gris(40,0) sur notre SLM LCOS.

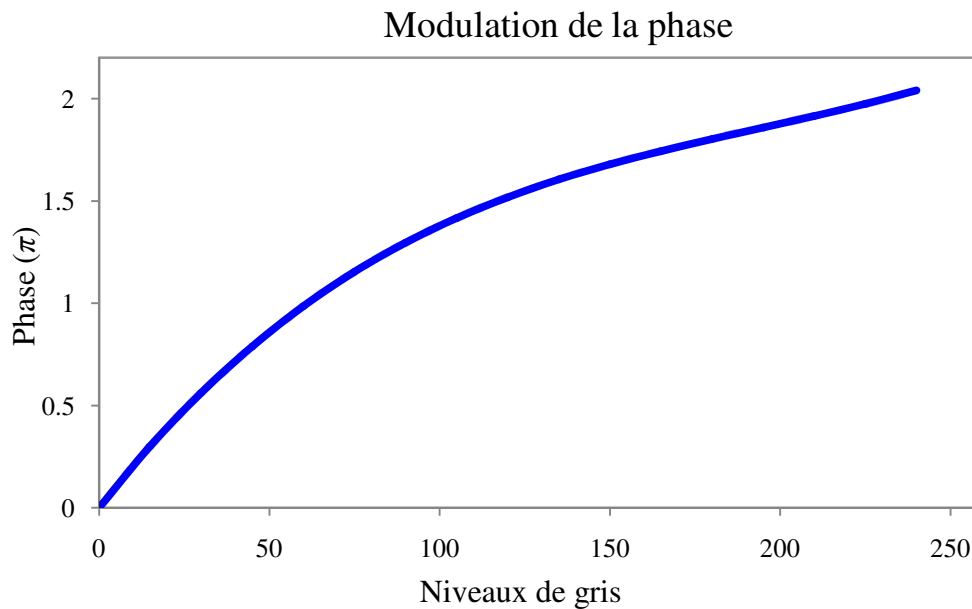


Figure V.12 : Courbe de modulation de phase.

#### V.4.3.1.2 Caractérisation de la modulation d'amplitude de notre modulateur

La modulation d'amplitude a été réalisée en utilisant la même configuration de modulation de phase mais sans le masque à deux trous et en utilisant un Puissance mètre au lieu de la caméra CCD [41]. Nous avons relevé pour chaque figure de niveau de gris l'intensité qui lui correspond. Nous avons ainsi tracé, la courbe de modulation d'amplitude de notre modulateur (Figure V.14).





Figure V.13 : Exemple de figure de niveau de gris affiché sur le SLM LCOS.

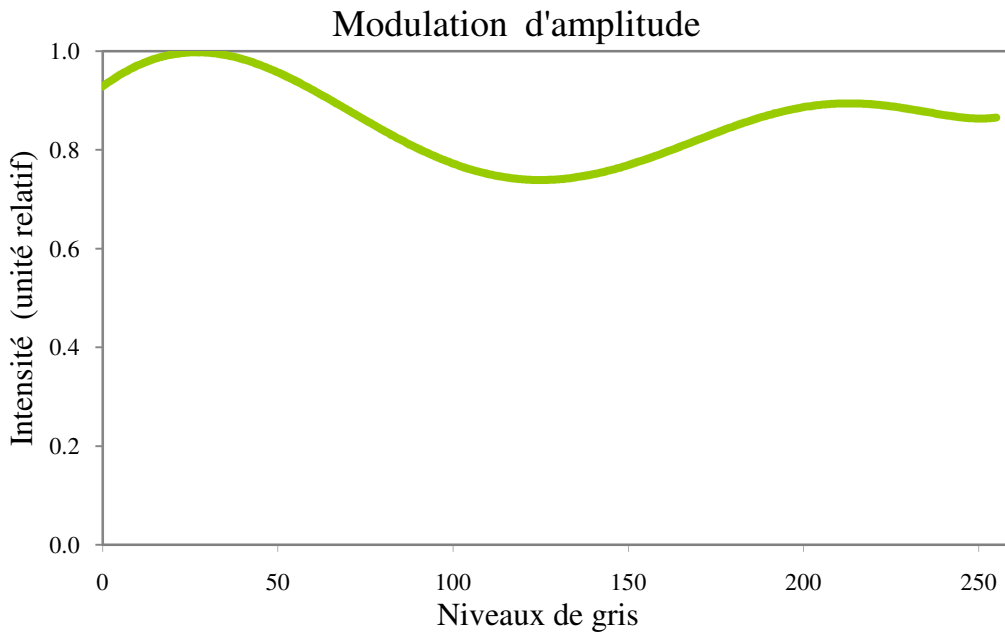


Figure V.14 : Courbe de modulation d'amplitude.

D'après la courbe de modulation d'amplitude nous remarquons la présence de modulation de phase. Nous pouvons dire que nous ne pouvons pas séparer les deux modulations.

#### V.4.3.2 MEMS

Un MEMS, [43] est un microsystème électromécanique, terme qui désigne des systèmes de petite taille, de quelques millimètres à quelques micromètres. Il comprend un ou plusieurs éléments mécaniques, utilise l'électricité comme source d'énergie, et possède une fonction de capteur et/ou d'actionneur. Sa structure est à l'échelle micrométrique fabriquée par intégration à très grande échelle (VLSI), techniques adaptées à l'industrie de la microélectronique. Ils sont généralement constitués d'une couche d'aluminium (ou d'or pour certaines applications) déposée sur un support de silicium (ou SiO<sub>2</sub>, Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>,...).

Les avantages inhérents de l'application de la technologie de la microélectronique aux dispositifs micromécaniques de silicium, y compris les MEMS optiques, ont été présentés en 1982 par Petersen dans l'article [44]. La capacité à diriger la lumière ou la lumière est une exigence clé pour les systèmes optique à espace libre. Au cours des deux dernières décennies depuis le scanner de silicium de Petersen, [45], le domaine des MEMS optiques a connu une croissance explosive [46,47]. Les années

80-90 ont été surtout consacrées au développement de micro capteurs intégrant le transducteur et l'électronique de traitement (Petersen, 1978) [48]. Ensuite, le champ d'étude et de développement s'est étendu et diversifié par l'intégration de microactionneurs, micromoteurs, micropompes et microvalves, micro-instruments optomécaniques, éléments de base des microsystèmes. Les années 90 ont été marquées par l'émergence des MEMS sur des marchés industriels à grands volumes comme l'automobile ou la péri-informatique. Des usines de semi-conducteurs dédiées à la production de MEMS furent construites par des entreprises telles que Bosch ou Motorola.

Récemment, [49] des technologies de MEMS ont été élaborées et appliquées par un certain nombre d'industries afin de produire des composants avec des performances sans précédent, qui comprennent les micro-capteurs inertiels, les capteurs de pression et de température, les capteurs chimiques, les échantillonneurs de l'ADN, un microscope à force atomique (AFM) à pointes de sonde, les injecteurs pour imprimantes à jet d'encre, les micro-miroirs qui définissent les pixels de certains modèles de vidéoprojecteurs, les accéléromètres destinés à des domaines divers tels que l'automobile ou plus récemment le jeu vidéo, les micromoteur sur une puce, les filtres électromécaniques, qui isolent une fréquence du signal d'entrée en utilisant la résonance d'un système masse-ressort, les dispositifs radio fréquence MEMS RF, les bioMEMS pour les applications bio médicales, etc [51,52]. Les MEMS sont devenus populaires pour trois raisons, à savoir, la multiplicité, la microélectronique, et la miniaturisation. L'utilisation des technologies de circuit intégré (IC) de fabrication permet l'intégration directe d'un circuit de contrôle microélectronique avec des éléments de micromécanique. Les MEMS sont capables de réduire la taille physique et le poids des capteurs et des actionneurs, ce qui les rend intéressants pour de nombreuses applications [52,53]. Les fonderies de MEMS peuvent créer des capteurs et des actionneurs miniatures pour tous les domaines imaginables, de l'aérospatiale à la biologie, à la spectroscopie chimique. Ce sont ces caractéristiques qui font des MEMS une technologie indispensable [50-52]. Il est reconnu, toutefois, que le plus grand obstacle à la croissance des applications MEMS est le temps du cycle de conception, parce qu'elle dépend de l'application bien coordonnée de conception avancée, l'analyse, la fabrication et les outils de tests. Les tests des MEMS comprennent des mesures de leurs réponses électriques, optiques et mécaniques pour les signaux d'attaque et des conditions de charge de l'environnement. En outre, afin de comprendre la mécanique des MEMS et les matériaux utilisés pour leur fabrication, de méthodes avancées d'examen non invasifs, capables de mesurer la forme et l'évolution des états de déformation des MEMS et des matériaux soumis à des conditions réelles d'exploitation, sont tenus dans les articles suivants [50-57]. Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle technique de contrôle dans deux dimensions des figures de franges de vibration en temps réel, basée sur la reconstruction optique des hologrammes numérique en temps moyenné. L'efficacité de dispositif proposé testé sur un MEMS a été vérifiée en effectuant des opérations telles que le contrôle des modes vibratoires, l'ajustement des paramètres d'enregistrement d'hologramme ou la recherche des fréquences de résonance. Cette technique est applicable à diverses applications industrielles et scientifiques.

#### ***V.4.3.2.1 Micromiroirs mobiles***

Les micromiroirs considérés dans ce chapitre font partie de systèmes encore à l'état de recherche. La forme de ces miroirs est carrée.

### Déplacement par forces électrostatiques

Tout d'abord, remarquons qu'on peut faire bouger un miroir en rotation ou en translation, suivant la position des attaches et des électrodes (Figure V.15). Dans notre cas le miroir sera en rotation, on applique une différence de tension entre la plaque du miroir et l'électrode située dessous. On obtient alors une capacité variable, et en faisant varier la tension, on fait bouger le miroir qui se rapproche ou s'éloigne de l'électrode.

- le miroir peut prendre 3 états possibles selon les tensions :

- position 1 : tension sur l'électrode 1 et miroir incliné à gauche
- position 2 : tension sur l'électrode 2 et miroir incliné à droite
- position 3: tensions appliquées alternativement sur l'électrode 1 ou 2 le miroir vibre à la fréquence d'adressage.

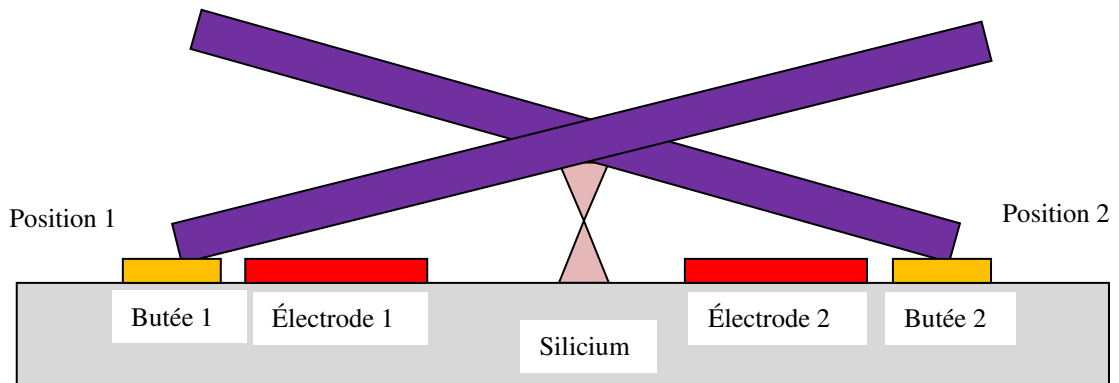


Figure V.15 : Miroir mobile en rotation.

La taille de miroir joue un rôle crucial dans la performance du système optique. L'application d'imagerie à haute résolution nécessite de grands miroirs et de grands angles de balayage.

Pour les applications d'imagerie ou d'affichage comportant un balayage récurrent, il est nécessaire d'avoir un système à deux axes avec des capacités de balayage rapide. [58]. Ceci peut être accompli en combinant deux scanners à une dimension (1-D) ou par un seul scanner à deux axes, généralement conçus avec une structure à cardans comme dans la figure (Figure V.16). La vitesse de numérisation maximale est déterminée par les propriétés mécaniques (Masse et constante de ressort) qui déterminent la fréquence de résonance du dispositif.

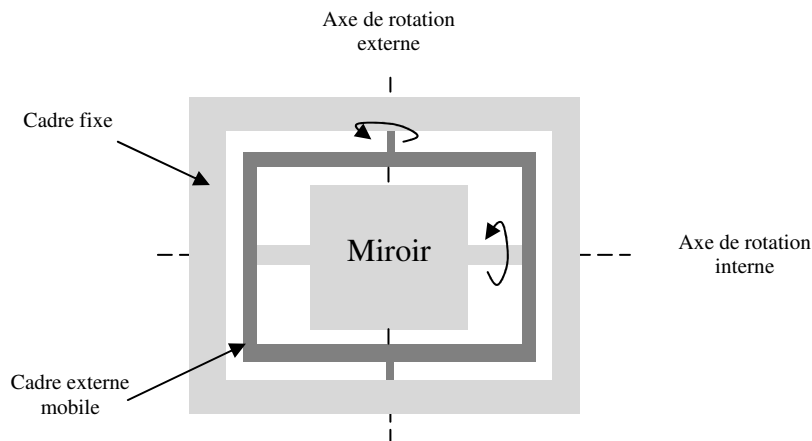


Figure V.16 : Structure à double cadre pour un miroir de torsion à balayage autour de deux axes.

La fréquence propre pour le déplacement de torsion est exprimée par :

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

Pour un miroir carré, on a :

$$I = \frac{1}{12} mL^2$$

$I$  est le moment d'inertie de masse,  $k$  est la constante du ressort,  $L$  est le coté du miroir,  $\omega_0$  est la fréquence propre, et  $m$  est la masse du miroir.

#### V.4.3.3 Cible USAF-1951

Pour mesurer la résolution effective de notre capteur CCD on utilise une cible test USAF-1951 [59]. Ce test de résolution fonctionne comme un test visuel chez un être humain : sur la cible test se trouvent des échantillons, qui se minimisent toujours d'un élément vers l'autre. Plus petit est l'élément résolu par le capteur, plus élevée sera la résolution de ce dernier.

Les mires de résolutions servent à évaluer quantitativement les performances d'un système optique. Ces mires sont disponibles en motifs positifs ou négatifs. Nous avons utilisé le motif négatif. Les mires sont normées selon MIL-STD-150A; il s'agit ici de la norme standard du militaire américain.

Un élément sur la cible d'essai contient 3 lignes horizontales et verticales d'une certaine longueur et largeur ainsi qu'avec une distance bien définie. Par exemple: soit  $x = 1$ , ainsi s'élève la résolution à 1 couple de lignes par millimètre. Un élément possède ainsi la longueur  $L = 2,5/x = 2,5mm$  et une largeur  $l = 0,5/x = 0,5mm$ . Les différentes lignes sont 5 fois plus longues que larges; la distance entre deux lignes correspond exactement à la largeur d'une ligne.

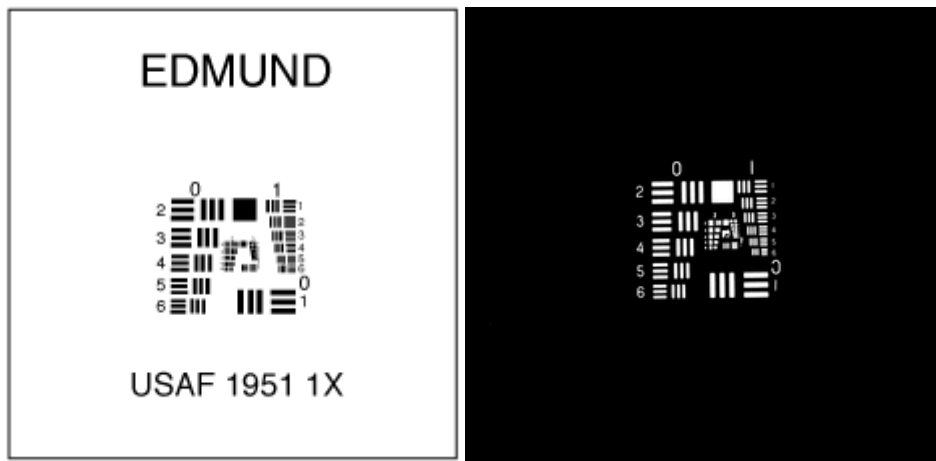


Figure V.17 : Mire de résolution USAF de la société Edmund, utilisée pour mesurer la résolution du système.

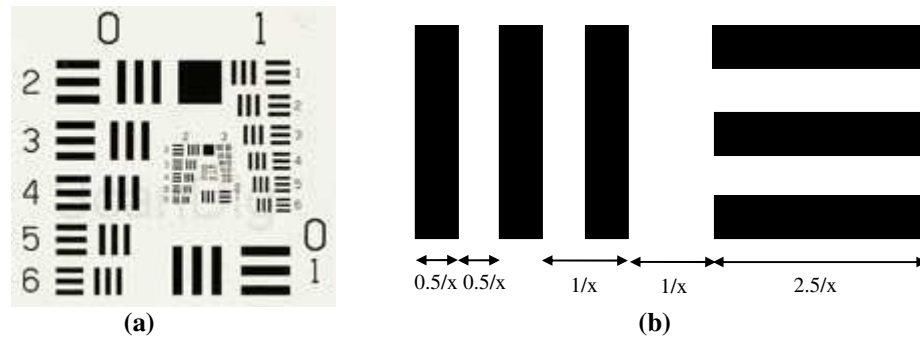


Figure V.18 (a) Cible test USAF 1951. (b) Elément d'une cible test USAF.

Les éléments sont rassemblés par groupes de six. A l'intérieur d'un groupe, entre chaque élément la résolution augmente d'un facteur 1,12 ( $2^{1/6}$ ). D'un groupe à l'autre, la résolution est doublée.

Le tableau V.1 donne la résolution (en paires de lignes/mm) des différents éléments pour les groupes allant de -2 à 9.

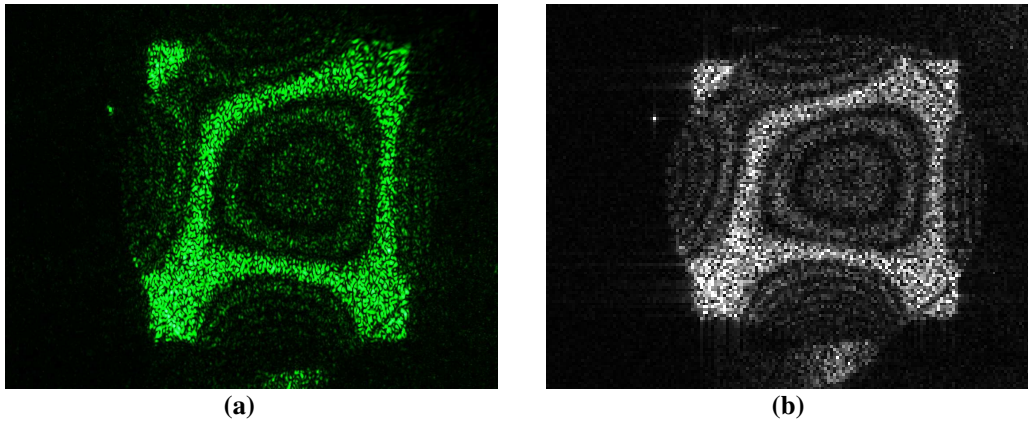
Nombre de lignes /mm pour une cible de Résolution USAF 1951												
Numéro de Groupe												
Elément	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.250	0.500	1.00	2.00	4.00	8.00	16.00	32.0	64.0	128.0	256.0	512.0
2	0.280	0.561	1.12	2.24	4.49	8.98	17.95	36.0	71.8	144.0	287.0	575.0
3	0.315	0.630	1.26	2.52	5.04	10.10	20.16	40.3	80.6	161.0	323.0	645.0
4	0.353	0.707	1.41	2.83	5.66	11.30	22.62	45.3	90.5	181.0	362.0	-----
5	0.397	0.793	1.59	3.17	6.35	12.70	25.39	50.8	102.0	203.0	406.0	-----
6	0.445	0.891	1.78	3.56	7.13	14.30	28.50	57.0	114.0	228.0	456.0	-----

Table V.1 : Résolution de la mire en lignes/millimètre, pour les groupes allant de -2 à 9.

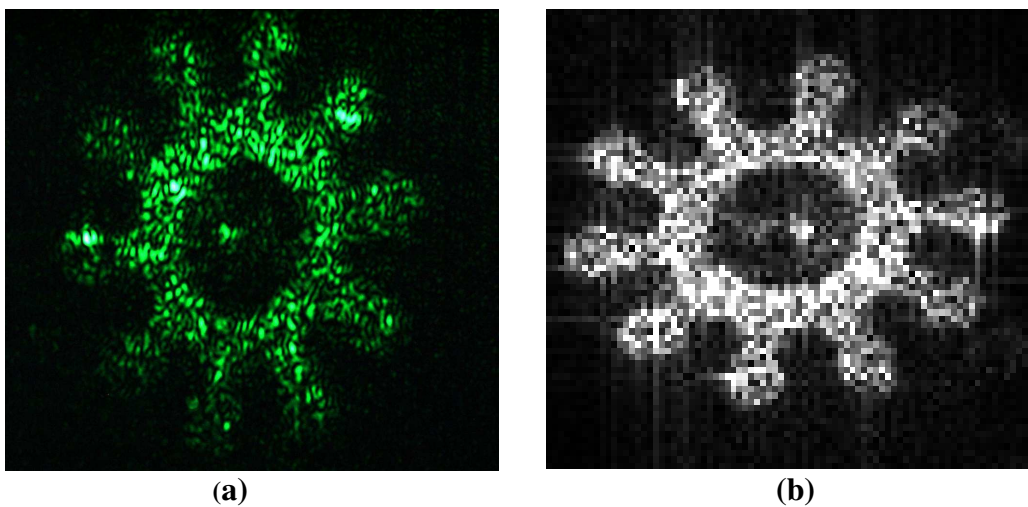
## V.5 Résultats et discussions

### V.5.1 Reconstruction des hologrammes quasi-Fourier numériques

Les reconstructions de la membrane et de la pièce mécanique sont obtenues par transformée de Fourier des hologrammes enregistrés numériquement. Les figures V.19 et V.20 permettent de comparer la reconstruction optique à cette reconstruction numérique. Nous remarquons la présence de larges grains de speckle dans les reconstructions optiques, ces derniers nous permettant de surveiller et localiser n'importe quel changement en temps réel. Nous pouvons dire que notre modulateur de lumière est d'excellente qualité puisque nous avons des reconstructions optiques d'hologrammes comparables à celles obtenues numériquement.



*Figure V.19 : (a) Reconstruction optique de la membrane à la fréquence de résonance 4200Hz. (b) Reconstruction numérique de la membrane à la fréquence de résonance 4200Hz.*



*Figure V.20 : (a) Reconstruction optique de la pièce mécanique. (b) Reconstruction numérique de la pièce mécanique.*

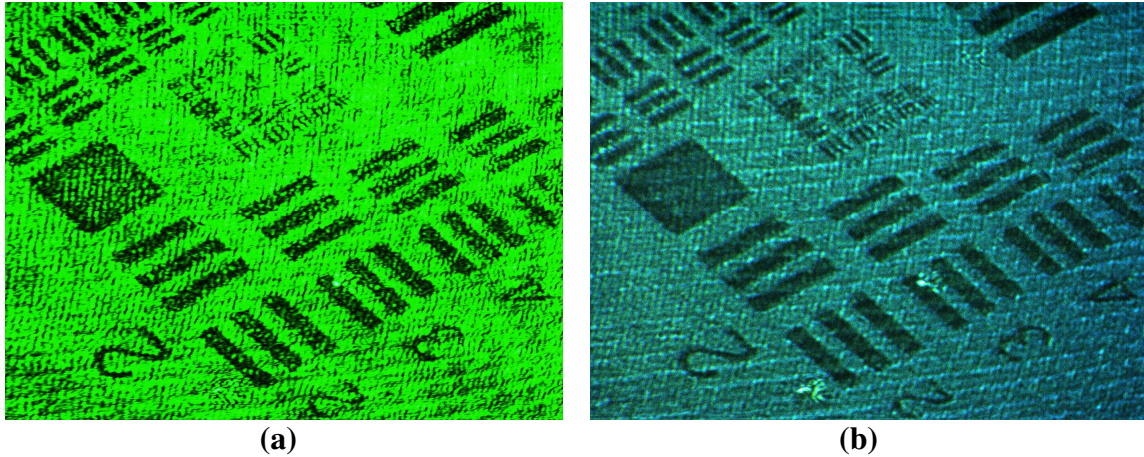
### ***V.5.2 Reconstruction des hologrammes images numériques***

Les paramètres expérimentaux variables incluent : l'angle entre les faisceaux de référence et l'objet, le rapport de leurs intensités, la configuration LCD polariseur /analyseur, le gain électronique de la caméra CCD monochromatique et le temps d'exposition de la caméra CCD monochromatique. Pour comparer l'influence de deux différentes sources de lumière sur les reconstructions optiques des hologrammes numériques enregistré avec la lumière laser He-Ne (632nm), nous nous sommes placés dans les mêmes conditions expérimentales. C'est-à-dire que tous les paramètres expérimentaux une fois sélectionnées sont restés inchangés pendant les reconstructions optiques de ces hologrammes soit par la lumière laser, ou par la lumière blanche (LED).

#### ***V.5.2.1 Reconstruction des hologrammes statiques : la lumière cohérente par rapport à la lumière blanche***

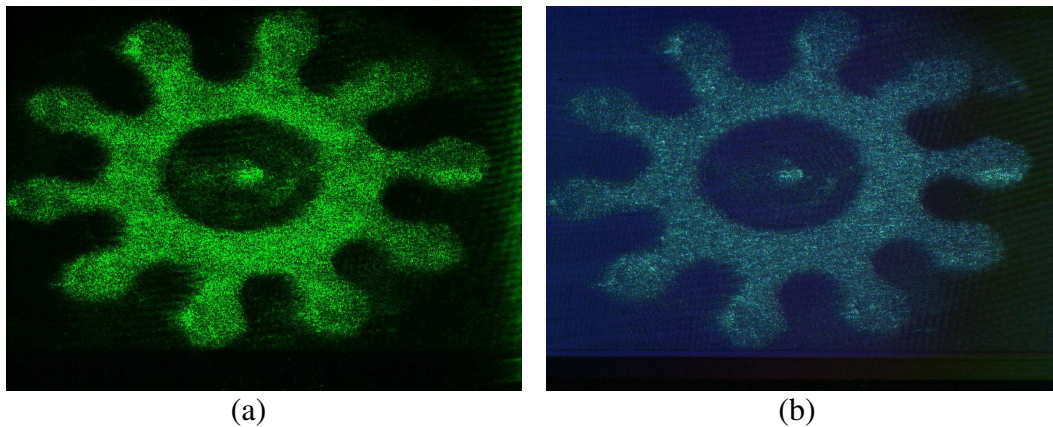
Les résultats obtenus avec la mire USAF comme objet test sont présentés dans les figures (Figure V.21 (a) et Figure V.21 (b)). Pour déterminer la résolution de notre système nous avons remplacé notre objet test par la mire USAF 1951. Ainsi, nous

avons remarqué, à partir de la reconstruction de notre hologramme enregistré avec la lumière laser He-Ne (632nm) que le plus petit détail que notre système arrive à résoudre soit par la lumière laser, ou par la lumière blanche (LED) correspond dans le tableau à l'élément 1 du groupe 4. Cet élément correspond à une résolution de  $x=16 \text{ l/mm}$ , la longueur de chaque ligne correspond à  $L=0,156\text{mm}$  et la largeur  $l=1/16=0,0625\text{mm}=62,5\mu\text{m}$ .



**Figure V.21 :** (a) *Reconstruction de l'hologramme image de la mire USAF avec la lumière laser.* (b) *Reconstruction de l'hologramme image de la mire USAF avec la lumière blanche.*

Les résultats obtenus avec la pièce mécanique comme objet test sont présentés dans la Figure V.22 (a) et la Figure V.22 (b).



**Figure V.22 :** (a) *Reconstruction de l'hologramme image de la pièce mécanique avec la lumière laser.* (b) *Reconstruction de l'hologramme image de la pièce mécanique avec la lumière blanche.*

La reconstruction en lumière blanche des hologrammes numériques offre au moins deux améliorations majeures : premièrement, une meilleure source de lumière et, d'autre part, un plus grand rapport signal / bruit (moins de speckle).

### V.5.2.2 Reconstruction des hologrammes dynamiques : en temps réel.

Nous avons recherché les fréquences résonantes de notre micro miroir MEMS, en balayant l'intervalle entre 1814Hz et 1868Hz suivant l'axe des  $x$  et l'intervalle entre 1416Hz et 1468Hz suivant l'axe des  $y$ . Sur l'axe des  $x$ , la fréquence de résonance est de 1820Hz (amplitude 3.34V). Sur l'axe des  $y$ , la fréquence de résonance est de 1439Hz (amplitude 1.3V).

Les reconstructions optiques instantanées des hologrammes images moyennés dans le temps sont obtenues avec un MEMS 2D comme objet test (voir Figure V.23, Figure V.24, Figure V.25). La Figure V.23 est obtenue lorsque ce MEMS est excité sur l'axe des  $x$  à la fréquence de résonance.

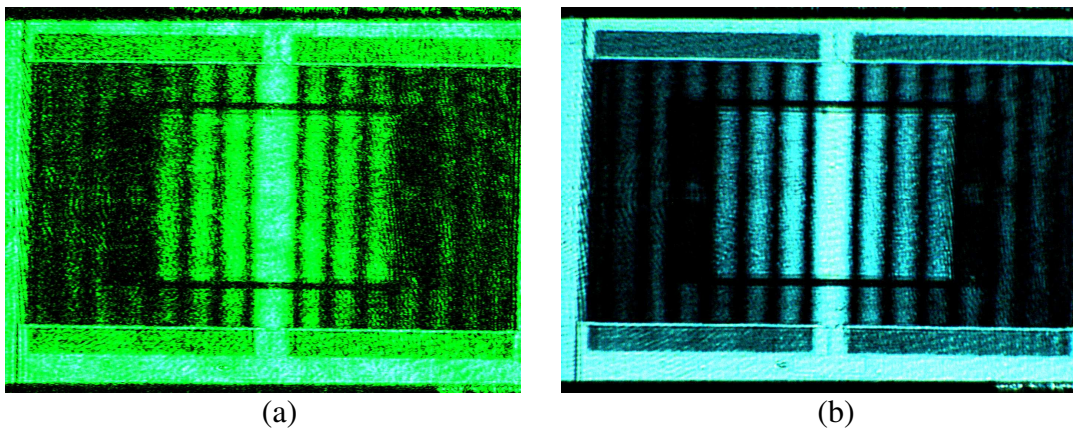


Figure V.23: (a) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière laser. (b) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière blanche.

Les résultats obtenus avec le MEMS 2D excité sur l'axe des  $y$  à la fréquence de résonance sont présentés dans la Figure V.24.

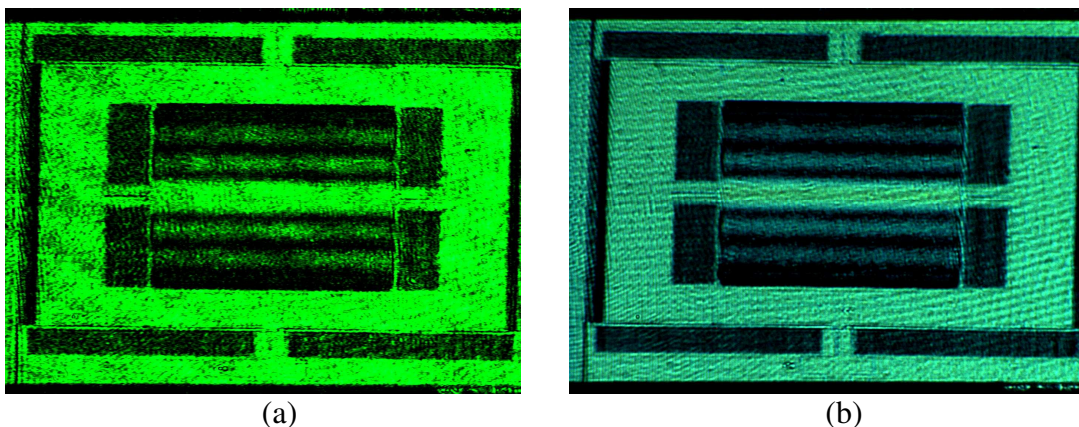


Figure V.24 : (a) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière laser. (b) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière blanche.

La Figure V.25 présente la résonance simultanée sur les axes  $x$  et  $y$ .



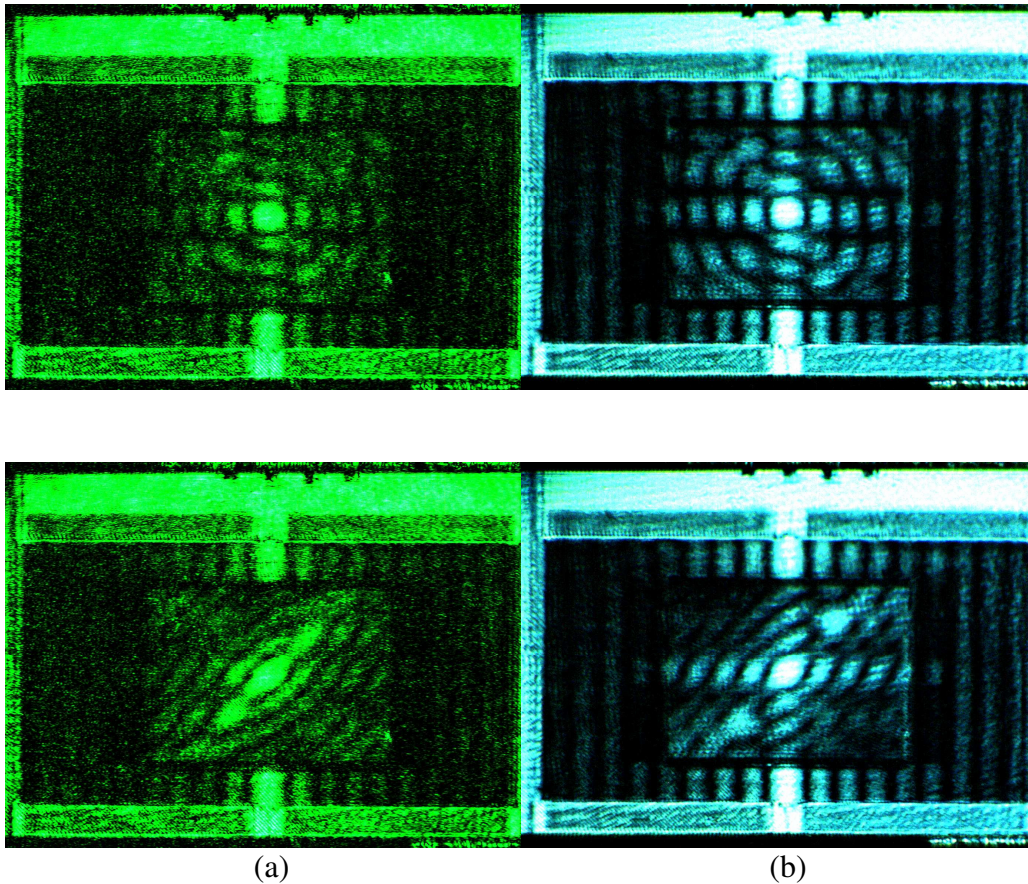


Figure V.25 : (a) Reconstruction optique de l'hologramme image du MEMS moyenné dans le temps avec la lumière laser. (b) Reconstruction optique de l'hologramme image moyenné dans le temps du MEMS avec la lumière blanche.

D'après les résultats obtenus, nous remarquons la présence d'un bruit de speckle important en lumière cohérente. La nature granuleuse de l'image cohérente provient de la rugosité optique de la surface de l'objet et de la grande cohérence de la source laser utilisée pour l'éclairer. Ainsi, quand l'objet considéré a des dimensions voisines de la limite de résolution du système optique, l'effet speckle peut être extrêmement gênant. En pratique on peut résoudre ce problème en plaçant un verre dépoli mobile sur le trajet du faisceau. La grande cohérence de la source est alors partiellement détruite et le speckle est en grande partie supprimé [30]. Par conséquent, on peut observer que l'éclairage incohérent donne de meilleures reconstructions d'hologrammes que l'éclairage cohérent pour un même système optique.

## V.6 Conclusion

Nous avons réalisé un système expérimental afin de faire la reconstruction des hologrammes image dans le plan en temps réel en utilisant un nouvel afficheur LCD de type (HED 6219) qui a été appliqué avec succès dans le système expérimental. Divers objets réfléchissants ont été utilisés pour tester le système expérimental (mire de l'USAF, MEMS, etc.). En particulier, les comportements dynamiques des figures de franges vibrantes ont été enregistrés pour différentes conditions imposées aux MEMS. Pour la première fois dans le domaine de l'holographie numérique, à notre connaissance, une source de lumière blanche est utilisée pour la reconstruction d'hologrammes optiques numériques. A partir des résultats, nous avons pu constater que la reconstruction en lumière blanche a un plus grand rapport signal / bruit

(puisque moins de speckle) par rapport à la reconstruction par lumière laser. Pour conclure, le dispositif s'est avéré suffisamment rapide, efficace et robuste pour être adapté à diverses applications scientifiques et industrielles.



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] U. Schnars and W. P. O. Jüptner, "Digital recording and numerical reconstruction of holograms," *Meas. Sci. Technol.* **13**, R85-R101 (2002).
- [2] T. Kreis and W. P. O. Jüptner, "Suppression of the dc term in digital holography," *Opt. Eng.* **36**, 2357-2360 (1997).
- [3] N. Demoli, J. Meštrović, and I. Sović, "Subtraction digital holography," *Appl. Opt.* **42**, 798-804 (2003).
- [4] G. L. Chen, C. Y. Lin, M. K. Kuo, and C. C. Chang, "Numerical suppression of zero-order image in digital holography," *Opt. Express* **15**, 8851-8856 (2007).
- [5] A. Stadelmaier and J. H. Massig, "Compensation of lens aberration in digital holography," *Opt. Lett.* **25**, 1630-1632 (2000).
- [6] T. Colomb, F. Montfort, J. Kühn, N. Aspert, E. Cuhe, A. Marian, F. Charriere, S. Bourquin, P. Marquet, and C. Depeursinge, "Numerical parametric lens for shifting, magnification, and complete aberration compensation in digital holographic microscopy," *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 3177-3190 (2006).
- [7] N. Demoli, D. Vukicevic, and M. Torzynski, "Dynamic digital holographic interferometry with three wavelengths," *Opt. Express* **11**, 767-774 (2003).
- [8] N. Demoli and I. Demoli, "Dynamic modal characterization of musical instruments using digital holography," *Opt. Express* **13**, 4812-4817 (2005).
- [9] G. Pedrini, W. Osten, and M. E. Gusev, "High-speed digital holographic interferometry for vibration measurements," *Appl. Opt.* **45**, 3456-3462 (2006).
- [10] Y.-S. Choi and S.-J. Lee, "Three-dimensional volumetric measurement of red blood cell motion using digital holographic microscopy," *Appl. Opt.* **48**,

- 2983-2990 ,(2009).
- [11] N. Demoli and D. Vukicevic, "Detection of hidden stationary deformations of vibrating surfaces by use of time-averaged digital holographic interferometry," *Opt. Lett.* **29**, 1423-2425 (2004),  
<http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=ol-29-20-2423>
- [12] A. Asundi and V. R. Singh, "Time-averaged in-line digital holographic interferometry for vibration analysis," *Appl. Opt.* **45**, 2391-2395 (2006).
- [13] M. Paturzo, P. Memmolo, L. Miccio, A. Finizio, P. Ferraro, A. Tulino, and B. Javidi, "Numerical multiplexing and demultiplexing of digital holographic information for remote reconstruction in amplitude and phase," *Opt. Lett.* **33**, 2629-2631 (2008).
- [14] M. Sutkowski and M. Kujawinska, "Application of liquid crystal (LC) devices for optoelectronic reconstruction of digitally stored holograms," *Opt. Lasers Eng.* **33**, 191-201 (2000).
- [15] N. Demoli, "Real-time monitoring of vibration fringe patterns by optical reconstruction of digital holograms: mode beating detection," *Opt. Express* **14**, 2117-2122 (2006).
- [16] L. Rosen, "Focused-image holography with extended sources," *Appl. Phys. Lett.* **9**, 337-339 (1966).
- [17] G. W. Stroke, "White-light reconstruction of holographic images using transmission holograms recorded with conventionally focused images and in-line background," *Phys. Lett.* **23**, 325-327 (1966).
- [18] G. B. Brandt, "Image plane holography," *Appl. Opt.* **8**, pp. 1421-1429 (1969).
- [19] P. Hariharan, "Optical Holography: principles, techniques, and applications", Cambridge University Press, pp. 21-22, (1996).
- [20] A. Stern and B. Javidi, "Space-bandwidth conditions for efficient phase-

- shifting digital holographic microscopy," J. Opt. Soc. Am. A **25**, 736-741 (2008).
- [21] N. Demoli, H. Halaq, K. Šariri, M. Torzynski, D. Vukicevic, "Undersampled digital holography," Opt. Express **17**, 15842-15852 (2009), <http://www.opticsinfobase.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-17-18-15842>
- [22] S. Suzuki, K. Sakaue, K. Iwanaga, "Measurement of energy release rate and energy flux of rapidly bifurcating crack in Homalite 100 and Araldite B by high-speed holographic microscopy," J. Mech. Phys. Solids **55**, 1487-1512 (2007).
- [23] M. P. Arroyo and J. Lobera, "A comparison of temporal, spatial and parallel phase shifting algorithms for digital image plane holography," Meas. Sci. Technol. **19**, 074006-1-13 (2008).
- [24] T. Yamaguchi, G. Okabe, H. Yoshikawa, "Real-time image plane full-color and full-parallax holographic video display system," Opt. Engin. **46**, 125801-1-8 (2007).
- [25] Leith EN, Upatnieks J, Hildebrandt BP and Haines K., " Requirements for wavefront reconstruction television facsimile system", J. Soc Motion Pict Telev Ing; volume74, pp.893-896, (1970).
- [26] L.H. Enloe, J.A. Murphy and C.B. Rubinstein. "Hologram transmission via television". Bell Syst. Tech J.;volume 45, pp. 335-339, (1966)
- [27] C.B. Burckhardt and L.H. Enloe. , "Television transmission of holograms with reduced resolution requirements on the camera tube". Bell Syst. Tech J. ;volume 48, pp.1529-1535, (1969).
- [28] Robert J.Collier, Christoph B.Burckhardt and Lawrence H.Lin , "Optical holography ", Academic Press; 1st edition , pp:204-206, (1971).

- [29] Bahaa E.A. Saleh and Malvin Carl Teich, "Fundamentals of Photonics", John Wiley & Sons Inc (1991).
- [30] J.W.Goodman, "Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie", Masson, Paris, 1972.p79-83
- [31] N. Demoli, J. Meštrović, and I. Sović, " Mapping of correlation filter values optimized to phase constrained spatial light," FIZIKA B 7 (1998) 4, 205–214.
- [32] D. A. Gregory, "Real-time pattern recognition using a modified liquid crystal television in a coherentoptical correlator". Appl. Opt. volume 25, pp. 467-469 (1986).
- [33] F. T. S. Yu. ,S. Jutamulia, T. W. Lin and X. L. Huang, "Real time pseudocolour- encoding using low-cost liquid crystal television". Opt. laser Technol., volume 19, pp.45-47, (1987) 45;
- [34] A. Ogiwara and J. Ohtsubo, "LCTV based optical correlator for binary phase specklegram". Opt. Commun. Volume **93** , pp. 234-244, (1992).
- [35] J. Chen, G. Lai, K. Ishizuka and A. Tonomura, "Method of compensating for aberrations in electronholography by using a liquid-crystal spatial-light modulator, "Appl. Opt., volume 33, pp. 1187-1193, (1994);
- [36] K. Lu and B. E.A.Saleh, "Theory and design of the liquid crystal TV as an optical phase modulator,"Opt. Eng.,volume 29,pp. 240-246, (1990).
- [37] K. Ohkubo and J. Ohtsubo, "Evaluation of LCTV as a spatial light modulator,"Opt. Commun., volume 102, pp.116-124, (1993).
- [38] C. Soutar and K. Lu, "Determination of the physical properties of arbitrary twisted-nematic liquid crystal cell", Opt. Eng., volume 33, pp. 2704-2712, (1994).
- [39] E Martín-Badosa, M Montes-Usategui, A Carnicer, J Andilla, E Pleguezuelos and I Juvells , " Design strategies for optimizing holographic optical

- tweezers setups", *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, volume **9** pp.S267-S277,(2007)
- [40] K .Lu and B. E. A Saleh, "Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial phase modulator ",*Opt. Eng.*,*volume 29* ,pp.240-246,(1990).
- [41] Christian Kohler, Xavier Schwab, and Wolfgang Osten, "Optimally tuned spatial light modulators for digital holography", *Applied optics* , volume 45, pp:960-967, (2006).
- [42] [http://www.holoeye.com/download\\_area.html](http://www.holoeye.com/download_area.html)
- [43] Jan G. Korvink and Oliver Paul, "MEMS: A Practical Guide to Design, Analysis, and Applications ", William Andrew, Inc. And Springer-Verlag GmbH & Co. KG, pp.345-349, (2005).
- [44] K. E. Petersen, "Silicon as a mechanical material, " *Proc. IEEE*, volume 70,pp.420-457, (1982).
- [45] K. E. Petersen, "Silicon torsional scanning mirror, " *IBM J. R&D*, volume 24, pp.631–637, (1980).
- [46] M. C. Wu, "Micromachining for optical and optoelectronic systems, " *Proc. IEEE*, volume 85 ,pp.1833–1856, (1997).
- [47] R. S. Muller and K. Y. Lau, "Surface-micromachined microoptical elements and systems, " *Proc. IEEE*, volume 86, pp.1705–1720, (1998)
- [48] K. E. Petersen, "Dynamic micromechanics on silicon: Techniques and devices", *IEEE Trans. Electron Devices*,vol. ED-25, pp. 1241–1250, (1978).
- [49] Wolfgang Osten, "optical inspection of microsystems", *Optical Science and Engineering* , pp.325-327,(2006).
- [50] Pister and K.S.J., "Frontiers in MEMS design", 1996 *NAE Symp. on Frontiers of Eng.*, National Academy Press, Washington, D.C., 63–66, (1997).
- [51] Peeters, E., "Large-market applications of MEMS", 1996 *NAE Symp. on Frontiers of Eng.*, National Academy Press, Washington, D.C., pp.67–72,



- (1997).
- [52] Judy, J.W., "Microelectromechanical Systems (MEMS): fabrication, design and applications", *J. Smart Mater. Struct.*, volume 10, pp.1115–1134, 2001.
- [53] Furlong, C. and Pryputniewicz, R.J., "Optoelectronic characterization of shape and deformation of MEMS accelerometers used in transportation applications", *Opt. Eng.*, volume 42 ,pp.1223–1231, (2003).
- [54] Furlong, C., Siegel, A.M., Hefti, P., and Pryputniewicz, R.J., "Confocal optoelectronic holography microscope for structural characterization and optimization of MEMS", *Transducers'03*, Boston, MA, pp. 420–423, (2003).
- [55] Furlong, C., Ferguson, C.F., and Melson, M.J., "New optoelectronic methodology for nondestructive evaluation of MEMS at the wafer level", *Proc. SPIE*, volume 5265, pp.69–78, (2003).
- [56] Furlong, C. and Pryputniewicz, R. J., "Study and characterization of a MEMS micromirror device", *Proc. SPIE*, volume 5531, pp.54–63, (2004).
- [57] Furlong, C., Yokum, J.S., Phillips, C.A., and Pryputniewicz, R.J., "Optoelectronic holography shape characterization of microspheres for biomedical applications", *Proc. Symp. On MEMS:Mechanics and Measurements*, Milwaukee, WI, pp. 63–66, (2002).
- [58] P. M. Hagelin and O. Solgaard, "Optical raster-scanning displays based on surface micromachined polysilicon mirrors, " *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, volume 5, pp.67-74, (1999)
- [59] <http://www.filmscanner.info/fr/Aufloesung.html>

Conclusion

G

## CONCLUSION GENERALE

Nous avons au cours de ce travail de thèse étudié et amélioré une technique de formation d'images dite holographie numérique. Les travaux se sont essentiellement portés, d'une part sur l'optimisation des performances du système en vue de son utilisation industrielle, et d'autre part sur la compréhension des phénomènes observés.

Les récents progrès de la capacité de l'ordinateur et la résolution spatiale des capteurs CCD ont permis le stockage numérique des hologrammes. La reconstruction se fait numériquement dans un ordinateur par l'application de la théorie de diffraction. Contrairement aux méthodes antérieures, cette technique offre un accès immédiat à la fois à la phase et à l'intensité à partir des données. Elle est particulièrement applicable dans le domaine de l'interférométrie holographique, dans lequel les différences de phase sont les valeurs d'intérêt. Deux approches pour le processus de reconstruction numérique ont été étudiées, à savoir la méthode de Fresnel et la méthode de Fourier. Une première étude expérimentale a mis en évidence les problèmes liés au repliement des ordres, à la présence de l'ordre zéro de diffraction (DC) et à la présence de bruit de speckle qui réduit la qualité de l'image reconstruite. Cette constatation nous a amené à chercher les moyens d'améliorer la technique. Trois méthodes ont permis d'éliminer l'ordre zéro par soustraction. La première, proposée par Démoli et al<sup>1</sup>, consiste à soustraire deux enregistrements identiques mais présentant des figures de speckle stochastiquement différentes, puis de reconstituer l'hologramme en appliquant la transformée de Fourier au résultat. La deuxième méthode de soustraction appelée HRO<sup>2,3</sup> (Hologramme, Référence, Objet) consiste à enregistrer séparément l'intensité de l'onde objet seule et l'intensité de l'onde référence seule et à effectuer leur soustraction de l'hologramme numérique. La dernière méthode, dite de décalage de phase<sup>2</sup>, consiste à soustraire deux enregistrements, l'un sans introduction de décalage de phase et l'autre après introduction d'un déphasage entre le faisceau de référence et le faisceau objet en utilisant un miroir monté sur un translateur piézoélectrique, puis de reconstituer l'hologramme en appliquant une transformée de Fourier au résultat. La description théorique des trois différentes approches a été étudiée. Nous avons également procédé à une étude expérimentale sur une membrane vibrante (domaine particulier de la mesure interférométrique) afin de comparer les efficacités des différentes méthodes pour l'élimination de l'ordre zéro. La résolution spatiale limitée des capteurs CCD impose des contraintes sévères à la taille de l'objet enregistré. La question du repliement des ordres trouve son origine dans la faible résolution des capteurs CCD : l'angle entre le faisceau objet et le faisceau référence doit être réduit à seulement quelques degrés afin de satisfaire aux conditions d'échantillonnage. Si cet angle d'enregistrement est plus grand que l'angle maximum acceptable, ce qui arrive lorsque les objets observés sont de grandes dimensions, l'hologramme sera sous-échantillonné. En conséquence, seuls de petits objets peuvent être enregistrés et ils doivent être placés loin de la caméra CCD ; les objets de grande taille devront être « réduits » via un système de lentilles. Nous avons réalisé un montage expérimental pour étudier de façon détaillée ce phénomène de repliement spectral (aliasing) : ce montage permet d'analyser la reconstruction de l'hologramme lorsque le théorème d'échantillonnage n'est pas satisfait grâce à un objet qui, mobile transversalement, permet de faire varier l'ouverture angulaire de la prise de vue et donc l'interfrange de l'hologramme. Grâce à ce dispositif, nous avons observé expérimentalement que le fait d'augmenter l'angle au-delà de la limite de Nyquist conduit en effet à des repliements successifs de l'image de l'objet mais sans aucunement empêcher sa reconstruction. Nous avons alors procédé à une série d'enregistrements

holographiques de la membrane vibrante et étudié si les reconstructions des hologrammes présentaient des repliements et si des perturbations apparaissaient. La reconstruction optique des hologrammes numériques par la lumière cohérente introduit des caractéristiques supplémentaires telles que le bruit de speckle, surtout lorsqu'ils sont réalisés avec des écrans à cristaux liquides avec des tailles de pixels qui reste grande devant la taille des grains des plaques holographiques argentiques. La meilleure façon d'améliorer la reconstruction optique est d'utiliser une source de lumière blanche. La largeur spectrale de la source de lumière réduit la longueur de cohérence et agit ainsi comme un filtre passe bas sur la figure de diffraction. On évite ainsi les états d'interférences non contrôlés des générateurs de speckle. Des études réalisées au laboratoire, mais aussi ailleurs, ont déjà montré que des sources moins coûteuses à spectre large telle qu'une simple diode électroluminescente (DEL) pourrait remplacer avantageusement une source laser pour restituer des hologrammes. Les hologrammes images qui peuvent être éclairés par une source incohérente à la fois spatialement et temporellement produisent des reconstructions d'images très brillantes et ont une efficacité de diffraction élevée. Nous avons associé la technique d'enregistrement des hologrammes images enregistrés numériquement moyennés dans le temps à celle de la reconstruction optique en temps réel en utilisant un modulateur spatial de lumière (SLM). Les reconstructions des hologrammes numériques effectuées avec des sources moins coûteuses à spectre large tel qu'une simple diode électroluminescente (DEL) nous ont permis de nous affranchir du problème de bruit de speckle. Nous avons montré aussi l'aptitude de la technique à étudier en temps réel tout phénomène évolutif ainsi que la possibilité d'enregistrer et de restituer en temps réel des hologrammes d'objets de quelques mm de côté. Pour conclure, le dispositif s'est avéré suffisamment rapide, efficace et robuste pour être adapté à diverses applications scientifiques et industrielles.

Cependant, il est intéressant de mentionner les principaux résultats obtenus dans le cadre de cette étude et d'en dégager les perspectives.

Nous avons vu que les résultats déjà obtenus étaient très prometteurs. Ils ont prouvé l'efficacité de notre système puisque les mesures atteignent une précision micrométrique. La possibilité de détecter avec une résolution sub-millimétrique des structures présentant un contraste purement d'amplitude ayant été démontrée, nous pourrions envisager à présent d'étudier des tissus biologiques présentant un contraste de phase ou d'adapter notre système à la microscopie holographique.

A l'issue de ces travaux théoriques et expérimentaux, la restitution des hologrammes images à l'aide d'une lumière blanche apparaît très avantageuse, comparée à celle des mêmes hologrammes mais avec une lumière laser. Nous avons proposé dans ce travail une approche qualitative. A partir des résultats nous avons pu constater que la reconstruction en lumière blanche a un plus grand rapport signal à bruit par rapport à la reconstruction en lumière laser. Afin de compléter cette étude, il serait intéressant, au plan expérimental, de prendre en compte les différents plans d'un volume. L'hologramme image permet la visualisation du vrai relief et donc la reconstruction de l'information en 3D et en lumière blanche, si nous supposons que l'information doit être transmise par voie électronique. L'évolution rapide dans la technologie des éléments d'imagerie (pixels actuellement d'environ  $4\mu\text{m}$  dans le cas des CCD et  $7\mu\text{m}$  dans le cas des LCD) permet d'espérer pouvoir augmenter dans un avenir proche le volume des objets holographiés et d'améliorer la qualité des hologrammes obtenus. Nous pouvons donc présumer des applications potentielles à la métrologie tridimensionnelle.

Ce travail qui s'est intéressé à l'application de l'holographie numérique moyennée dans le temps et en amplitude pourrait ainsi être poursuivi afin d'extraire la distribution de phase des interférogrammes.

Le dispositif que nous avons proposé d'interférométrie holographique en temps réel pourrait également bénéficier de ces avancées technologiques : ainsi, le remplacement du modèle de base utilisé pour cette thèse par deux caméras plus performantes (résolution plus haute, taille des pixels plus faible, et cadence plus élevée), améliorerait le signal enregistré au niveau de la largeur de la bande spectrale explorée ainsi que le rapport signal à bruit et la résolution du système de franges et permettrait donc d'envisager des applications dans le domaine de l'imagerie 3D.

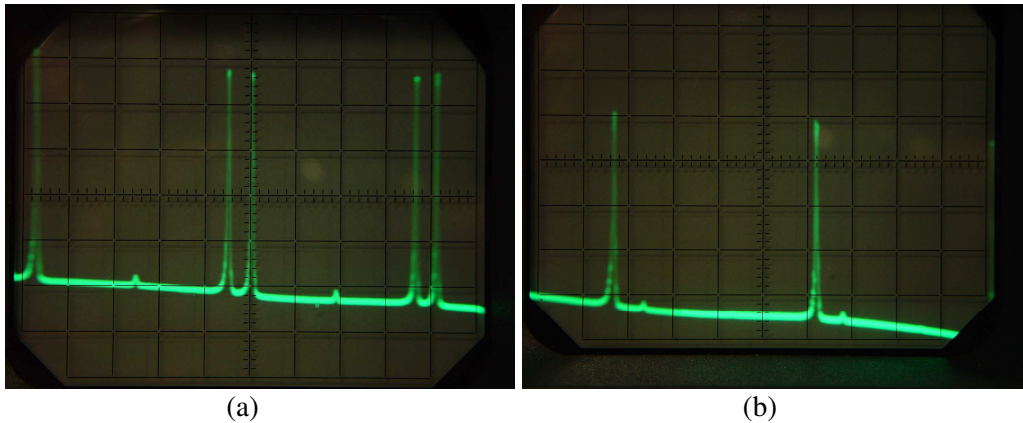
.

Annexes

G

## **ANNEXES**

## I.1 Source de lumière (laser Nd YAG)



**Figure 1 :** (a) la photo de la structure modale du laser ND YAG sans aucun polariseur (b) représente une photo de la structure modale avec application d'un polariseur à  $162^\circ$  à la sortie du laser.

Nous voulions analyser la structure modale de notre laser avant de l'utiliser dans le montage. Donc nous nous sommes servi de notre analyseur de spectre qui est constitué d'un interféromètre de Fabry Péro à balayage avec un intervalle spectral libre égal à  $\Delta\nu_E = 10\text{GHz}$ . L'analyse modale du laser Nd-YAG doublé de longueur d'onde 532 nm est représenté dans les photos ci-dessus en utilisant un analyseur spectral et un oscilloscope. Nous remarquons à partir de la photo (Figure 1(a)) en faisant deux balayages de la cavité fabry Péro que notre laser émet deux systèmes de modes longitudinaux et deux modes transversaux dominants. Donc notre laser Nd YAG ne fonctionne pas en mode transverse  $\text{TEM}_{00}$ , mais fonctionne en mode transverses  $\text{TEM}_{pq}$ . Pour se débarrasser du deuxième mode transverse nous avons placé un polariseur entre l'analyseur spectral et notre laser en changeant la polarisation nous avons pu minimiser le pic parasite (Figure 1 (b)). La cohérence dépend de la pureté spectrale, c'est-à-dire de la forme de la Densité Spectrale de Puissance (DSP) de l'émission laser. En général, on considère une répartition lorentzienne de largeur à mi-hauteur (Full Width at Half Maximum) notée  $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$  (en Hz).

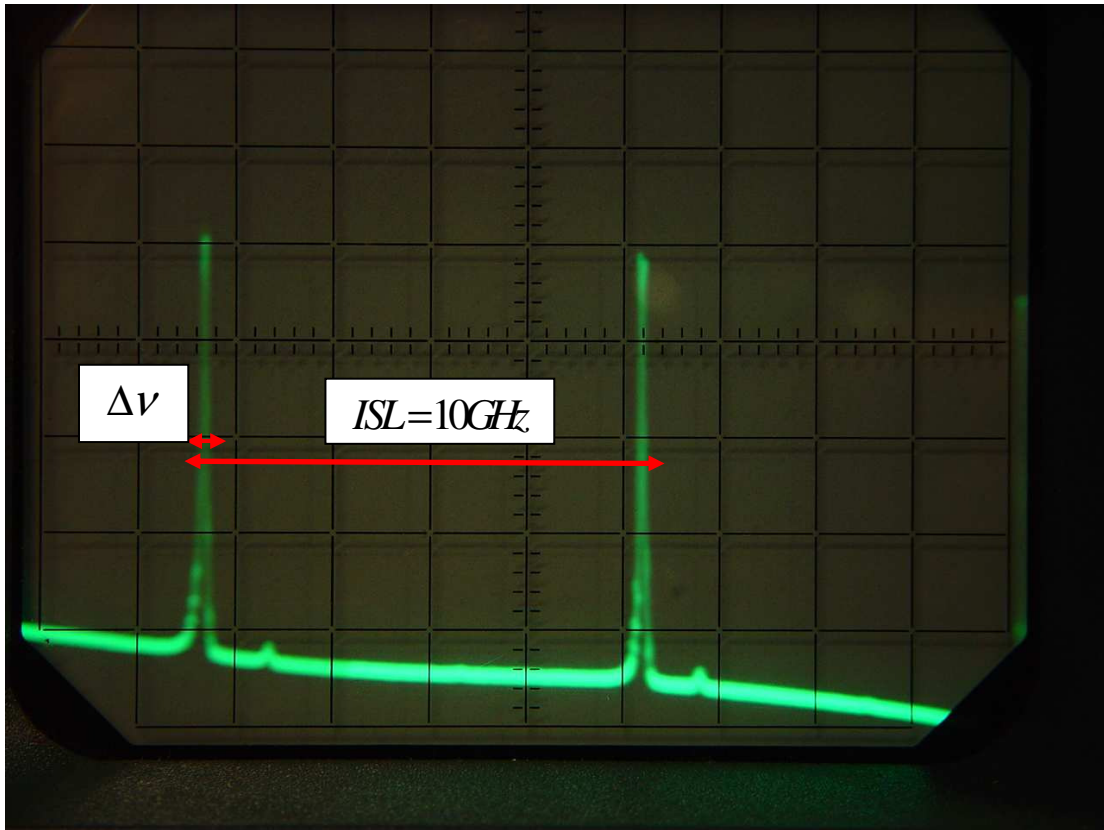


Figure 2 : une photo de la structure modale avec application d'un polariseur à la sortie du laser en faisant tourner la polarisation à  $162^\circ$  avec indication de l'intervalle spectral et la largeur du pic à mi-hauteur sur cette photo.

Sur l'oscilloscope nous avons la largeur spectrale des pics à mi-hauteur est égale à 1mm et l'intervalle spectral libre du Fabry Péro qui est égale à 45mm. Puisque la largeur spectrale des pics à mi-hauteur est égale à :  $\Delta\nu_{FWHM} = \frac{1}{45} \cdot 10GHz = 0.22GHz$

Alors la longueur de cohérence de notre laser est égale à :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \Delta\nu$$

$$L_{coherence} = \frac{\lambda^2}{2 \cdot \Delta\lambda} = \frac{c}{2 \cdot \Delta\nu_{FWHM}} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 0.22 \times 10^9} = 0.6818m$$



Résumé

R

## RESUME

## 1-Historique

L'holographie inventée en 1947 par Dennis Gabor a connu un développement important avec l'apparition du laser, une puissante source de lumière cohérente. Le processus holographique se décompose en deux étapes. La première étape consiste à enregistrer sur un support (le plus souvent) bidimensionnel les interférences entre deux faisceaux de lumière cohérente : le faisceau de lumière de référence et le faisceau de lumière réfléchi et diffracté par l'objet : c'est la phase d'enregistrement. Le support porteur d'information s'appelle l'hologramme. Dans la deuxième étape, appelée restitution, l'hologramme est éclairé par le faisceau de référence utilisé lors de l'enregistrement pour reconstruire l'image de l'objet. En holographie optique analogique, ce réseau (au sens large) est enregistré sur une plaque photosensible et l'image est reconstruite optiquement. Bien que l'holographie soit adaptée à l'enregistrement des informations sur l'objet selon les trois dimensions, son exploitation a été limitée par l'existence de l'image d'ordre zéro (le terme DC) et de l'image conjuguée, également connue sous le nom de l'image double. Dans la forme originale proposée par Gabor dite « en ligne » où l'onde éclairant l'objet sert aussi de référence, il en résulte lors de la restitution de l'hologramme le chevauchement de l'image virtuelle et l'image d'ordre zéro sur l'image réelle de l'objet. L'holographie la plus utilisée est l'holographie dite hors-axe (off-axis) qualifiée aussi d'holographie à référence inclinée. Imaginée en 1962 par Leith et Upatnieks, elle permet de séparer l'image réelle des deux images indésirables. C'est la raison pour laquelle cette configuration a été adoptée dans de nombreux montages d'interférométrie holographique. La technique holographique destinée à l'analyse des vibrations est l'interférométrie holographique moyennée dans le temps. Les franges sont décrites par des fonctions de Bessel. Elle peut être considérée comme une généralisation de l'interférométrie à expositions multiples au cas d'un objet en vibration avec une exposition continue.

## 2-Travaux de thèse

Le but de cette thèse était la mise en œuvre de l'holographie numérique pour des applications industrielles. Parmi ceux-ci figurent les déplacements et les déformations statiques et dynamiques de l'objet. L'entreprise ALSTOM nous a ainsi proposé de résoudre deux problèmes. Le premier concerne la détection des défauts dans les structures composites, le deuxième concerne la détection des défauts dans les rails des chemins de fer. La technique d'interférométrie holographique numérique en temps moyenné est capable de donner une idée très précise du comportement réel d'un ensemble mécanique ou d'un phénomène physique sans contact à partir de la mesure du champ global. Mais jusqu'à présent, hormis de très rares exceptions, tous les exemples présentés consistent en un processus différé. Nous avons donc associé la technique de l'interférométrie holographique à temps moyenné à celle de l'interférométrie holographique en temps réel. Nous avons donc proposé un dispositif original pour surveiller en temps réel les figures de franges de vibration. Le dispositif expérimental se compose de deux parties, une pour l'enregistrement des hologrammes numériques moyennés dans le temps et l'autre pour la reconstruction optique instantanée des hologrammes obtenus. En ce qui concerne le montage d'enregistrement, nous avons utilisé deux variantes : un montage dit « quasi-Fourier » et un autre pour enregistrer un hologramme « image plane » d'un objet réfléchissant. En ce qui concerne la reconstruction optique, nous affichons

l'hologramme numérique sur un modulateur spatial de lumière (SLM) à cristaux liquides nématiques (technologie LCOS, Liquid Crystal On Silicon), une lentille effectuant la transformée de Fourier de l'hologramme nécessaire au décodage de l'image interférométrique. Cette image est alors récupérée par une caméra CCD et affichée sur un moniteur. L'efficacité de cette méthode a été testée sur une membrane vibrante de diamètre 32mm excitée par un piézoélectrique. Le dispositif s'est avéré suffisamment rapide, efficace et robuste pour être adapté à diverses applications scientifiques et industrielles.

Les problèmes que nous avons rencontré au cours de l'enregistrement des hologrammes sont essentiellement liés au repliement des ordres et à la présence de l'ordre zéro de diffraction (DC). En holographie numérique, il existe quelques méthodes numériques efficaces pour éliminer l'ordre zéro diffracté. Nous avons analysé trois méthodes d'élimination de l'ordre zéro par soustraction. La première, proposé par Démoli et al<sup>1</sup>, consiste à soustraire deux enregistrements identiques mais présentant des figures de speckle stochastiquement différentes, puis de reconstituer l'hologramme en appliquant une transformée de Fourier au résultat. La deuxième méthode de soustraction appelée HRO<sup>2,3</sup> (Hologramme, Référence, Objet) consiste à enregistrer séparément l'intensité de l'onde objet seul et l'intensité de l'onde référence seule et d'effectuer leur soustraction de l'enregistrement de l'hologramme numérique. La dernière méthode dite de décalage de phase<sup>2</sup>, consiste à soustraire deux enregistrements, l'un sans introduction de décalage de phase et l'autre après introduction d'un déphasage  $\theta$  entre le faisceau de référence et le faisceau objet en utilisant un miroir monté sur un translateur piézoélectrique sur le trajet du faisceau de référence, puis de reconstituer l'hologramme par transformée de Fourier. La description théorique des trois différentes approches a été étudiée. Nous avons également procédé à une étude expérimentale sur une membrane vibrante (domaine particulier de la mesure interférométrique) afin de comparer les efficacités des différentes méthodes pour l'élimination de l'ordre zéro.

La question du repliement des ordres trouve son origine dans la faible résolution des capteurs CCD : l'angle entre le faisceau objet et le faisceau référence doit être réduit à seulement quelques degrés afin de satisfaire aux conditions d'échantillonnage. Si cet angle d'enregistrement est plus grand que l'angle maximum acceptable, ce qui arrive lorsque les objets observés sont de grandes dimensions, l'hologramme sera sous-échantillonné. En conséquence, seuls de petits objets peuvent être enregistrés et ils doivent être placés loin de la caméra CCD ; les objets de grande taille devront être « réduits » via un système de lentilles. Nous avons réalisé un montage expérimental pour étudier de façon détaillée le phénomène de repliement spectral (aliasing) : ce montage permet d'analyser la reconstruction de l'hologramme lorsque le théorème d'échantillonnage n'est pas satisfait grâce à un objet qui, mobile transversalement, permet de faire varier l'ouverture angulaire de la prise de vue et donc l'interfrange de l'hologramme.

Grâce à ce dispositif, nous avons observé expérimentalement que le fait d'augmenter l'angle au-delà de la limite de Nyquist conduit en effet à des repliements successifs de l'image de l'objet mais sans aucunement empêcher sa reconstruction. Nous avons alors procédé à une série d'enregistrements holographiques de la membrane vibrante et étudier si la récupération des reconstructions des hologrammes présentait des repliements et si des perturbations apparaissaient.

## 1- History

Holography, invented in 1947 by Dennis Gabor, has witnessed a significant development with the advent of the laser, a powerful source of coherent light. The holographic process is a two-step process. The first one consists of recording interferences between two beams of coherent light on a bidimensional media: the reference beam and the beam diffused by the object; this is the recording phase. The media carrying the information is called hologram. The second step, called reconstruction, is where the developed photosensitive medium is illuminated by the reference beam to reconstruct the image of the object. In analogue optical holography, the grating (in the wide sense) is recorded on a photosensitive plate and the image is optically reconstructed. Although holography is suited for recording three dimensional information of the object, it was limited by the existence of the zero-order image (also called the DC term) and the combined image also known as "twin image". In the original form proposed by Gabor called "in-line geometry", the wave illuminating the object serves as a reference. The result is an overlap of the virtual image and the image of zero order on the real image of the object during the restitution of the hologram. The most used setup is an off-axis one, also qualified as holography of tilted reference. It was conducted in 1962 by Leith and Upatnieks, and allows separating the actual image from the two undesirable images. For this reason this configuration has been used in many setups in holographic interferometry. The holographic technique for analyzing of vibration is time averaged holography. The fringes are described by Bessel functions. They can be generated either by multiple exposition interferometry in the case of a vibrating object or a continuous exposition.

## 2-"PhD" research

The purpose of this thesis was the implementation of digital holography for industrial applications. Among them are static and dynamic deformations of the object. The ALSTOM company suggested us to solve two problems. The first one concerns the detection of defects in the composite structures; the second one concerns the detection of defects in the railroad rails. The technique of time averaged digital holographic interferometry is capable of giving a very precise idea of the real behaviour of a mechanical set or a physical phenomenon from measurements of the global field without contact. But until now, except very rare exceptions, all the presented examples concern deferred processes. We thus associated the technique of time averaged digital holographic interferometry to the technique of real-time holographic interferometry. We thus proposed an original device, which consists of a digital hologram on a spatial light modulator (SLM) with nematic LCD (LCOS technology, Liquid Crystal On Silicon), and a Fourier transform lens to decode the interferometric image. This image is then sent to a CCD camera and shown on a monitor. The efficiency of this method was tested on a vibrating membrane of (diameter) 32mm driven by a piezoelectric. The device turned out to be fast enough, effective and robust to be adapted to various scientific and industrial applications.

The problems encountered during the recording of holograms are essentially connected to the overlap of the orders and to the presence of the zero order of

diffraction (DC). In digital holography, there are some effective numerical methods to eliminate the diffracted zero order. We analyzed three methods of elimination of the zero order by subtraction. The first one, proposed by Demoli and al<sup>1</sup>, consists in subtracting two identical recordings but containing different stochastically speckled patterns, then to reconstruct the hologram by applying a Fourier-transform to the result. The second method called HRO<sup>2,3</sup> (Hologram, Reference, Object) consists in recording separately the intensity of the waves with the object only, the intensity of the waves with the reference only and to subtract them from the recording of the digital hologram. The last method called phase shifting<sup>2</sup>, consists in subtracting two recordings, one without introduction of phase shift and the other one after introduction of a phase shift between the reference beam and the object beam by using a mirror mounted on a piezoelectric translator on the path of the reference beam, then to reconstruct the hologram by Fourier transform. The theoretical description of these three approaches was given. We also proceeded on an experimental study on a vibrating membrane (particularly adapted for interferometric measurements) to compare the efficiencies of the methods used for the elimination of the zero order.

The issue of the overlap of the orders comes from the low resolution of the CCD sensors: the angle between the object beam and the reference beam must be reduced to a few degrees only in order to satisfy the sampling conditions. If this recording angle is bigger than the acceptable maximum angle, what happens when the observed objects have large size, the hologram will be undersampled. Consequently, only small objects can be registered (recorded) and they must be placed far away from the CCD camera; the large-sized objects must be “reduced” via a system of lenses. We built an experimental setup to study in a detailed way the phenomenon of spectral overlapping (aliasing). This setup allowed analyzing the reconstruction of the hologram when the sampling theorem is not satisfied thanks to an object which, moving crosswise, permitted to vary the angular aperture of the recording system and thus the interfringe of the hologram.

Thanks to this device, we observed experimentally that increasing the angle beyond the Nyquist limit indeed lead to subsequently folding of the image of the object but without preventing its reconstruction at all. We then proceeded to record a holographic sequence of the vibrating membrane and to study whether the reconstructed holograms were aliased and whether disturbances appeared.



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] N. Demoli, J. Meštrović, and M. Sović," Subtraction digital holography," Applied Optics, 42(5), 798–804 (2003).
- [2] Y. Takaki, H. Kawai, H. Ohzu , "Hybrid holographic microscopy free of conjugate and zero-order images", Appl. Opt. **38**, 4990–4996 (1999).
- [3] Oystein Skotheim, Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim (2002).  
[http://www.edge.no/projects/holovision/doc/holovision-thesis\\_OyS\\_2001-04-01.pdf](http://www.edge.no/projects/holovision/doc/holovision-thesis_OyS_2001-04-01.pdf)