

N° d'ordre : 1127

École Doctorale Mathématiques, Sciences de
l'Information et de l'Ingénieur

UdS – INSA – ENGEES

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Strasbourg
Discipline : Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : Optique et Laser

par

Anthony Bichler

**Modélisation et simulation de la propagation optique dans
une fibre optique multimode précontrainte. Conception de
capteurs à fibre optique à modulation d'intensité dédiés à
la mesure de températures et d'étirements.**

Soutenue publiquement le 21 septembre 2011

Membres du jury

Directeur de thèse : M. Bruno Serio, Maître de conférences de l'ENSPS, Strasbourg
Rapporteur externe : M. Yannick Bailly, Professeur de l'Université de Franche-Comté, Belfort
Rapporteur externe : M. Emmanuel Bigler, Professeur de l'ENSMM, Besançon
Examineur : M. Christophe Lallement, Professeur de l'ENSPS, Strasbourg
Invité : M. Sylvain Lecler, Maître de conférences de l'ENSPS, Strasbourg
Invité : M. Joël Fontaine, Professeur de l'INSA, Strasbourg
Invité : M. Philippe Nika, Professeur de l'Université de Franche-Comté, Belfort
Invité : M. Sylvain Fischer, Docteur de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg

*À mes parents,
à ma sœur*

Remerciements

Mes premiers remerciements sont pour Sylvain Fischer qui m'a permis de réaliser cette thèse en convention Cifre au sein de la société Phosylab SAS. Je suis très reconnaissant pour la confiance qu'il m'a témoignée tout au long de la thèse ainsi que sa disponibilité, son investissement et son soutien.

Je tiens également à remercier Bruno Serio, mon directeur de thèse, pour ses conseils avisés et son encouragement et Sylvain Lecler, mon co-encadrant, d'avoir suivi au quotidien le travail de thèse. Je tiens à les remercier de s'être montrés à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce mémoire, ainsi que pour l'inspiration, l'aide et le temps qu'ils ont bien voulu me consacrer pour son écriture. Je remercie également Pierre Pfeiffer qui a accepté de relire le mémoire.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance aux membres du Laboratoire des Systèmes Photoniques et de l'Institut d'Electronique du Solide et des Systèmes, doctorants, post-doctorants, maître de conférences et professeurs pour leur aide et leur soutien.

Mes remerciements vont aussi aux membres du Jury ont accepté d'évaluer cette thèse.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis de m'avoir soutenu durant ces quatre années de thèse.

Résumé

Ce mémoire présente la modélisation, la simulation et la conception d'un nouveau capteur de température et d'étirement à fibre optique à modulation d'intensité dont l'élément sensible constituant le transducteur, est composé d'une fibre optique multimode à saut d'indice pincée entre deux mâchoires micro-structurées. L'effet du pincement produit des perturbations locales périodiques de la géométrie et de l'indice optique des éléments constitutifs de la fibre (cœur et gaine). Pour modéliser les couplages radiatifs dus à la courte période de perturbation, nous avons choisi d'utiliser un modèle électromagnétique du couplage de modes développé initialement par Dietrich Marcuse. Cette simulation nous a permis de déterminer la sensibilité du transducteur en fonction de ses caractéristiques propres. A partir de ces résultats, nous avons choisi les paramètres pour dimensionner le capteur en fonction de l'application visée. Les premiers prototypes des mâchoires des transducteurs ont été microstructurés en créneaux de 20 μm de profondeur et de période comprise entre 50 μm et 100 μm gravés dans du métal par usinage au laser femto-seconde. Après évaluation, nous avons proposé et contribué à développer un procédé de fabrication en grande série des mâchoires par injection plastique très performant. Les tests des premiers démonstrateurs de capteur ont permis de valider les modèles de calcul et révélés une réponse expérimentale linéaire en fonction du mesurande. Nous présentons les méthodes d'étalonnage statique et dynamique que nous avons proposées pour établir les spécifications métrologiques du capteur. Dans le cas du capteur de température, nous avons démontré une sensibilité de 35 mV/°C sur la plage comprise entre -18°C et 60°C pour un capteur à base de fibre HCP200 (silice/polymère). La caractérisation dynamique a permis d'établir un modèle de calcul prédictif de la vitesse de réponse du capteur lorsqu'il est utilisé pour mesurer des températures dans un écoulement de gaz.

Mots-clés : capteur à fibre optique, transducteur optique à modulation d'intensité, effet élasto-optique, couplage de modes, réponse mécanique d'une fibre optique multimode, capteur de température, capteur d'étirement, micro-usinage laser, injection plastique de microstructures.

Abstract

This manuscript presents the modeling, simulation and design of a new kind of light modulation optical fiber sensor for temperature and strain measurement. The transducer consists of a multimode fiber step index clamped between two micro-structured jaws. The clamping effect generates local periodical perturbations of both the geometry and the fiber refraction indexes (core and optical cladding). In order to compute the radiative coupling occurring when the waveguide is perturbed by a mechanical deformation of short period, we have chosen to use an electromagnetic model of modes coupling initially developed by Dietrich Marcuse. The simulation allowed us to determine the transducer sensitivity according to its specific characteristics. From these results we have chosen the parameters useful to design the sensor versus the aimed application. The first jaws prototypes of transducers have been microstructured in rectangular pattern etched in metal by femto-second laser micromachining. The elementary pattern size was of 20 micrometers of depth and the pattern layout period was ranging from 50 μm to 100 μm . After evaluation, we proposed to develop a large scale fabrication process of the jaws using plastic injection which was very efficient. The experimental tests of the first sensor prototypes allowed the validation of the computing models and showed a linear response of the sensor versus the measured physical parameter. We present the static and dynamic calibration methods that we have implemented to establish the metrological specifications of the sensor. In the case of the temperature sensor, we demonstrated a 35mv/ $^{\circ}\text{C}$ sensitivity in the range from -18 to 60 degrees Celsius for the HCP200 fiber (silica/polymer). The dynamic characterization allowed to predict its dynamic performances when it was used to measure temperature in a gas flow.

Keywords: optical fiber sensor, light intensity modulation transducer, strain-optic effect, mode coupling, mechanical response of a multimode fiber, temperature sensor, strain sensor, laser micromachining, plastic injection of microstructurations.

Sommaire

Résumé	4
Abstract	5
Introduction générale.....	10
Chapitre I - Etude bibliographique	14
I.1 Principes des capteurs de température.....	14
I.1.1 Capteurs à dilatation.....	14
I.1.2 Capteurs électriques	14
I.1.3 Les capteurs de température par mesure du rayonnement thermique	16
I.1.4 Effet bilame thermique.....	18
I.2 Les capteurs de déplacement/d'étirement	19
I.2.1 Les capteurs de déplacement électriques.....	19
I.2.2 Les capteurs piézoélectriques.....	21
I.3 Etat de l'art des capteurs à fibre optique appliqués aux mesures de température et de déplacement/étirement.....	21
I.3.1 Définition d'un capteur à fibre optique	23
I.3.2 Les capteurs intrinsèques à modulation de phase.....	23
I.3.3 Les capteurs intrinsèques à modulation de polarisation.....	24
I.3.4 Les capteurs intrinsèques à modulation de longueur d'onde.....	25
I.3.5 Capteurs intrinsèques à modulation d'intensité.....	26
Tableau de synthèse des différents types de capteurs traditionnels et à fibres optiques utilisés pour les mesures de température et d'étirement.....	27
I.4 Présentation du brevet d'invention portant sur un capteur multi-physique à fibre optique multimode.....	28
Chapitre II - Elaboration d'un modèle physique du transducteur	34
II.1 Modélisation mécanique	34
II.1.1 Simulation mécanique par éléments finis	36
II.1.2 Contraintes mécaniques dans la fibre optique.....	40
II.1.3 Tenseur élasto-optique	43
II.2 Modélisation électromagnétique	45
II.2.1 Méthodes de simulation de la propagation	45
II.2.2 Calcul des modes d'une fibre optique à saut d'indice.....	47
II.2.3 Généralités sur le couplage de modes	51
II.2.4 Théorie du couplage de modes de Dietrich Marcuse.....	52
II.3 Conclusion	62

Chapitre III - Mise en œuvre du modèle – Etude de sensibilité.....	64
III.1 Répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique	65
III.1.1 Méthode WKB et groupes de modes	65
III.1.2 Fonction de répartition des constantes de propagation normalisées dans le domaine fréquentiel.....	65
III.1.3 Répartition de l'énergie sur les modes guidés	66
III.2 Mise en œuvre du modèle de Marcuse sans l'effet élasto-optique – Comparaison à un modèle simplifié avec couplage total	68
III.2.1 Modèle de couplage binaire : total ou nul	68
III.2.2 Modèle de Marcuse avec amplitude de perturbation constante en fonction du pas de perturbation – Comparaison au modèle simplifié	70
III.2.3 Modèle de Marcuse avec amplitude variable en fonction du pas de perturbation.....	71
III.3 Influence de l'effet élasto-optique	73
Schéma de synthèse du processus de calcul du taux de transmission	76
III.4 Etude de sensibilité	77
III.4.1 Modulation des caractéristiques de mâchoires	78
III.4.2 Influence de la longueur d'onde	81
III.4.3 Modulation des caractéristiques de la fibre optique	82
III.4.4 Influence du type de perturbation	85
III.5 Conclusion	86
Chapitre IV - Fabrication du capteur	88
IV.1 Fabrication des mâchoires	88
IV.1.1 Les méthodes de micro-structuration	89
IV.1.2 Mâchoires en aluminium réalisées par usinage direct au laser.....	90
IV.1.3 Injection plastique des mâchoires en thermoplastique	94
IV.2 Montage des transducteurs	98
IV.2.1 Montage du transducteur aux mâchoires en aluminium.....	99
IV.2.2 Montage des mâchoires en plastique sur la fibre.....	100
IV.2.3 Conclusion sur le procédé d'assemblage des transducteurs – Procédé d'industrialisation	101
IV.3 Réalisation d'une source fibrée à bas coût	102
IV.3.1 La Diode ElectroLuminescente (DEL).....	102
IV.3.2 Méthode de couplage optique.....	103
IV.4 Circuit électronique dédié au capteur	104
IV.5 Conclusion	106

Chapitre V - Caractérisation expérimentale du capteur : applications à des mesures thermiques et mécaniques	109
V.1 Etude du thermomètre optique.....	109
V.1.1 Sensibilité thermo-optique théorique du transducteur	109
V.1.2 Etalonnage statique et dynamique du capteur.....	112
V.1.3 Synthèse des résultats expérimentaux : spécifications métrologiques du capteur de température.....	124
V.2 Etude du transducteur fonctionnant en capteur d'étirement	125
V.2.1 Réponse théorique du transducteur soumis à un étirement.....	125
V.2.2 Montage expérimental d'évaluation du transducteur soumis à un étirement.....	127
V.2.3 Analyse des résultats expérimentaux.....	128
V.3 Conclusion	129
Conclusion générale et perspectives	131
Annexe I – Evaluation théorique des modes guidés dans une fibre optique.....	134
Annexe II – Evaluation théorique des modes rayonnés dans une fibre optique	140
Annexe III – Calcul des coefficients de couplage entre modes guidés et modes rayonnés	143
AIII.1 Expressions mathématiques des champs électromagnétiques considérés	143
AIII.2 Coefficients de couplage généraux	144
AIII.3 Coefficients de couplage pour chaque type de perturbation.....	146
AIII.3.1 Coefficients $k_{\mu,\nu}$ pour une perturbation circulaire	146
AIII.3.2 Coefficients $k_{\mu,\nu}$ pour une perturbation microcourbure.....	146
AIII.3.3 Coefficients $k_{\mu,\nu}$ pour une perturbation elliptique	147
Annexe IV - Modèle électromagnétique statistique	148
AIV.1 Taux de transmission des modes en fonction de leurs constantes de propagation normalisée.....	148
AIV.2 Répartition des constantes de propagation normalisées des modes guidés sur l'intervalle [0 1]	149
AIV.3 Répartition de l'énergie sur les modes guidés	150
AIV.4 Calcul du taux de transmission	151
AIV.5 Comparaison des modèles	151
AIV.6 Amélioration du modèle	152
Annexe V - Simulations mécaniques généralisées	154
AV.1 Contact hertzien	154

AV.2 Modification des paramètres A et CC en fonction des modules d'Young du cœur et de la gaine optique de la fibre ainsi que celui de la mâchoire	155
Annexe VI – Proposition d'une méthode de tracé de rayon appliquée au transducteur	158
AVI.1 Présentation du problème	158
AVI.2 Equation de l'eikonale	159
AVI.3 Réflexion et réfraction des rayons lumineux sur l'interface cœur/gaine optique....	160
AVI.3.1 Point d'intersection entre la trajectoire du rayon et l'interface cœur/gaine optique.	160
AVI.3.2 Vecteur directeur du rayon après réflexion sur l'interface cœur/gaine optique	161
AVI.3.3 Coefficient de réflexion sur une surface non plane	162
AVI.4 Modélisation de la source	164
AVI.5 Convergence de l'algorithme.....	164
Annexe VII – Prise en compte des imperfections de la fibre optique par la méthode dite « Power flow equation »	165
AVII.1 Détermination des coefficients de l'équation de Gloge	165
AVII.2 Equation des puissances couplées de Marcuse	167
AVII.3 Equation différentielle de couplage prenant en compte les défauts de la fibre optique	168
Annexe VIII – Présentation de la méthode WKB pour le calcul des constantes de propagation des groupes de modes	169
Annexe IX - Etude de l'impact de l'effet élasto-optique sur les modes propagés dans la fibre	172
AIX.1 Indices effectifs des modes guidés	172
AIX.2 Modification des distributions d'intensité	173
Annexe X – Présentation des circuits électroniques d'alimentation, de réception et de conditionnement du signal	175
AX.1 Circuit de réception.....	175
AX.2 Circuit de normalisation du signal optique et de conditionnement.....	176
Annexe XI - Caractérisation optique et thermique des fibres optiques	179
AXI.1 Détermination de l'ouverture numérique des fibres optiques	179
AXI.1 Détermination expérimentale des coefficients thermo-optiques des gaines optiques	180
Références	184

Introduction générale

Les premiers brevets exploitant les possibilités offertes par les fibres optiques pour concevoir des systèmes de mesure et des capteurs datent du milieu des années 1970. Les fabrications commerciales ont commencé au début des années 1980. Après plus de 30 années d'existence, le domaine des capteurs à fibre optique peut aujourd'hui être abordé avec un regard critique du point de vue du déploiement de ses applications.

Même si un très grand nombre de capteurs à fibre optique ont été développés, on observe que les applications se sont matérialisées lentement notamment dans les domaines des capteurs mécaniques et thermiques où ils restent encore trop souvent méconnus des ingénieurs. Il y a plusieurs raisons pour expliquer cela. En effet, bien que les capteurs à fibre optique aient été initialement présentés comme des capteurs dont la production en masse conduirait à une réduction du coût, ceci n'a pas été démontré. Certaines configurations sont simples à fabriquer mais souvent, les capteurs à fibre optique de haute qualité destinés à des applications industrielles de pointe, se révèlent plus chers à produire que leurs homologues électriques. Ce qui s'explique par le coût élevé de certains composants tels que les réseaux de Bragg, les coupleurs optiques, les sources de lumière et les connecteurs mis en œuvre. De plus, l'instrumentation récurrente nécessite en supplément de disposer de composants électroniques issus de la production de masse des circuits spécifiques souvent plus onéreux que les composants traditionnels mis en pratique pour interpréter les signaux issus des thermocouples, résistances et jauges par exemple. La plus grande sensibilité des capteurs à fibre optique, comparée aux capteurs traditionnels n'est généralement pas nécessaire dans le domaine industriel. Seuls dans certains secteurs souvent liés à la défense et à l'aéronautique, le développement des capteurs à fibre optique a abouti à une fabrication et une commercialisation à grande échelle. Le gyroscope à fibre optique monomode en est le parfait exemple. En ajoutant à ceci la relative méconnaissance d'une technologie encore considérée comme émergente par les utilisateurs potentiels, associée à une résistance naturelle à l'emploi d'une nouvelle technologie en comparaison à des technologies éprouvées, on comprend mieux le déploiement encore limité des capteurs à fibre optique.

A contrario, les applications nouvelles des capteurs dans l'industrie de l'automobile, du médical et du multi-média par exemple, nécessitent de disposer de capteurs intégrés et communicants, légers, pouvant fonctionner dans des environnements agressifs et immunisés aux sources de bruit d'origine électrique magnétique et électrostatique. Dans ce cas, après avoir d'abord essayé d'implémenter des capteurs électriques, les ingénieurs découvrent parfois avec avantage l'existence des capteurs à fibre optique. On peut citer des applications réussies. Dans le domaine du contrôle des températures des transformateurs électriques de puissance, ces capteurs ne sont pas influencés par les rayonnements. Enfin, ils offrent une perspective sans équivalent pour des applications de contrôle des températures in-vivo en thérapie médicale ou lors d'examen en imagerie par résonance magnétique par exemple.

Les normes de qualité et de fiabilité exigées par l'industrie requièrent le développement de capteurs toujours plus robustes, plus performants, plus légers et compatibles avec des environnements sévères. De plus, avec l'augmentation des sources électromagnétiques, il faut créer des capteurs insensibles à ces rayonnements. Le blindage électromagnétique des capteurs électroniques permet de s'affranchir de ce problème mais en augmente significativement le prix et l'encombrement. De plus, les performances métrologiques peuvent être réduites. Comparés aux capteurs électriques classiques, les capteurs à fibre optique offrent une sensibilité satisfaisante avec potentiellement une plus grande

largeur de bande passante et sont compatibles pour un usage en milieux agressifs (corrosif, explosif, humide par exemple).

Dans ce contexte, la société Phosylab a déposé en 2005 un brevet portant sur un capteur à fibre optique multimode à modulation d'intensité à bas coût et proposé en 2007 une collaboration avec le LSP (Laboratoire des Systèmes Photoniques). Cette recherche a été menée dans le cadre d'une convention CIFRE et fait l'objet du travail de thèse dont les objectifs concernent la modélisation, le prototypage et l'étude du transducteur tenant compte des contraintes d'industrialisation du futur capteur. Les applications visées concernent les mesures de l'étirement mécanique et de la température dans les industries du bâtiment et de l'automobile par exemple. Le transducteur assure une modulation de l'intensité de la lumière qui le traverse lorsqu'il est soumis à un mesurande. Son principe repose sur une technologie permettant une modulation localisée périodique, à l'échelle de quelques dizaines de microns, de la géométrie, en particulier du diamètre, et des indices de réfraction (cœur et gaine optique) d'une fibre optique multimode. Dans cette zone, constituant la partie sensible du capteur, la modification locale de l'ouverture numérique et de la géométrie engendre une perte de lumière constituant la réponse du capteur lorsqu'il n'est soumis à aucun paramètre physique. Différents effets physiques peuvent moduler ces pertes optiques. Une part importante du travail de thèse a été consacrée à l'étude théorique et à l'optimisation de la zone sensible du capteur en fonction du paramètre physique à mesurer. Son originalité repose sur l'utilisation de microstructures (période de l'ordre de la dizaine de microns) plutôt que des microcourbures classiques (courbures de l'ordre du centimètre) permettant ainsi un couplage direct des modes guidés vers les modes rayonnés. D'autres auteurs définissent la notion de microcourbure par rapport au plan de rayon infini en désignant la microcourbure comme une petite variation sphérique du plan en considérant le rayon de courbure fini. Son avantage repose sur le fait que le dispositif fait appel à des composants optiques (fibre optique multimode) et optoélectroniques (diode électroluminescente et photodiode) à bas coût. Pour un capteur à modulation d'intensité, une source de lumière cohérente est inutile. De plus, son implémentation permet de mesurer différents paramètres sans modifications du concept. Enfin l'assemblage du transducteur ne nécessite pas une procédure d'alignement micronique onéreuse.

Compte tenu des objectifs visés et du contexte industriel, le travail de thèse a été structuré en trois étapes menées en parallèle. Une première étape a consisté à établir un modèle opto-mécanique permettant le calcul de la réponse du transducteur en fonction de la forme des microstructurations en tenant compte des propriétés des matériaux (fibre et mâchoires). Cela afin d'optimiser la réponse du transducteur à un mesurande donné. Cette démarche a été accompagnée d'une recherche et d'une mise en pratique de techniques de fabrication du transducteur compatibles avec l'échelle des microstructurations, qui soient économiques et compatibles avec une production en grandes séries. La troisième étape a été consacrée à concevoir des prototypes dédiés aux mesures thermiques et mécaniques. Pour présenter les objectifs, le domaine des capteurs, les résultats théoriques ainsi que les résultats expérimentaux obtenus, le mémoire de thèse a été rédigé en cinq chapitres.

Le premier chapitre commence par présenter une étude bibliographique des différents capteurs de température et d'étirement (capteurs électriques et à fibre optique) disponibles dans l'industrie. Une synthèse est proposée pour comparer les capteurs utilisables pour des applications en instrumentation multi-physique. Pour appréhender la discipline, l'état de l'art des capteurs à fibre optique est présenté. En fin de premier chapitre, l'analyse du brevet d'invention représentant en quelque sorte le cahier des charges techniques du travail de thèse, est présentée.

Le second chapitre de la thèse est consacré à la modélisation physique du transducteur. L'étude mécanique de la fibre optique pincée entre les mâchoires du transducteur a été menée pour une fibre particulière à cœur et gaine en silice. Le but est de déterminer les microdéformations mécaniques du

cœur de la gaine produites par les microstructures des mâchoires. En raison des faibles dimensions des perturbations, comparables à la longueur d'onde, des calculs perturbatifs basés sur un modèle électromagnétique sont menés pour déterminer les pertes par couplages. Le modèle et la procédure de calcul sont présentés.

Le troisième chapitre est consacré à une étude de sensibilité du modèle. Les résultats obtenus ont été ensuite comparés à ceux donnés par une formulation simplifiée du modèle. Pour prendre en compte les phénomènes élasto-optiques, des simulations par éléments finis de la fibre optique sous contraintes sont réalisées et présentées. Cette étude a permis d'identifier les phénomènes physiques dominant et de simplifier le modèle initial de la réponse du transducteur. L'étude de sensibilité a été étendue à l'analyse de l'influence des autres paramètres sur la réponse du capteur. Ainsi, les influences de la longueur d'onde de la source, des caractéristiques des microstructurations des mâchoires telles que la contrainte initiale appliquée, le pas ou la longueur de la perturbation sont calculées et analysées. Les caractéristiques propres de la fibre optique sont aussi étudiées. L'ensemble de ces résultats a permis de comprendre le comportement du transducteur et rendu possible une première optimisation des propriétés intrinsèques et géométriques du capteur pour une grandeur physique donnée à mesurer.

Dans le quatrième chapitre, nous aborderons la réalisation technique du capteur. Il commence par présenter les techniques industrielles pour microstructurer une surface, envisageables pour réaliser les mâchoires du transducteur. Différentes solutions pour le prototypage et la production en masse sont proposées et analysées. Les prototypes réalisés par usinage laser et par injection plastique ainsi que leur caractérisation topographique par microscopies sont présentés. Les circuits optoélectronique développés pour l'interrogation du dispositif sont ensuite présentés et discutés.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à une étude expérimentale destinée à établir les caractéristiques métrologiques du capteur et à en faire la preuve du concept pour des applications en thermique et en mécanique. La première application concerne la mesure des températures d'un écoulement de d'air avec une vitesse initiale nulle ou non (transferts convectifs naturels et forcés). Avec la deuxième application présentée, nous exploitons les propriétés du capteur pour mesurer un étirement mécanique tel que celui qui pourrait être rencontré en surveillance du vieillissement des infrastructures par exemple. Dans les deux cas, les bancs d'essais ainsi que les résultats de caractérisation des performances statiques et dynamiques du capteur sont d'abord présentés, puis comparées aux réponses théoriques issues de la simulation, et enfin discutés au regard des performances des capteurs du domaine. Dans le cas du thermomètre optique, les résultats expérimentaux ont été confrontés aux résultats théoriques afin de permettre d'établir un modèle du comportement dynamique utile pour le dimensionnement du transducteur optique. Enfin, une synthèse des résultats remarquables du travail de thèse est présentée avant de conclure et d'introduire les perspectives attendues des travaux.

«Supposons que les rayons de lumière soient formés de corpuscules émis en toutes directions par les corps lumineux ; ils doivent exciter des vibrations dans l'éther... aussi nécessairement que des pierres le font dans l'eau où elles sont jetées...

Si je devais formuler une hypothèse, ce serait... que la lumière est quelque chose susceptible d'exciter des vibrations dans l'éther...

La lumière n'est ni l'éther, ni un mouvement vibratoire de l'éther, mais quelque chose de différent propagé à partir des corps lumineux...

Les corps n'agissent-ils pas sur la lumière à une certaine distance, et ne courbent-ils pas ses rayons ; et cette action n'est-elle pas plus forte à moindre distance ? »

Sir Isaac Newton (1643-1727)

Chapitre I - Etude bibliographique

Le capteur à fibre optique multimode étudié dans cette thèse est envisageable pour mesurer plusieurs paramètres physiques (température, étirement, compression). Compte tenu de l'ampleur des travaux couvrant ces domaines, seules les applications portant sur des mesures de température et de déplacement/étirement seront présentées dans ce chapitre. Pour prendre en compte les différents aspects de l'étude, l'état de l'art a été divisé en quatre parties. En première partie, nous faisons une synthèse des capteurs de température utilisés dans l'industrie et produits en grande série. En seconde partie, nous étendons la synthèse aux capteurs de déplacement/d'étirement. Nous poursuivons l'analyse en troisième partie par un état de l'art sur les capteurs de température et d'étirement à fibre optique. Ces différents aspects font ensuite l'objet d'une synthèse proposée pour comparer les capteurs en fonction de différents critères. La dernière partie du chapitre est consacrée à la présentation du brevet d'invention portant sur le capteur à fibre optique faisant l'objet de l'étude, déposé en 2005 par la société Phosylab [Fischer, 2009].

I.1 Principes des capteurs de température

Dans cette partie de l'état de l'art, les capteurs de température pouvant être fabriqués en grande série seront présentés. Une énumération en a été proposée en référence suivante [Webster, 1999]. Le capteur développé au cours de cette thèse sera ensuite comparé aux autres capteurs en fonction des différents critères métrologique, pratique et économique.

I.1.1 Capteurs à dilatation

Le premier thermomètre scientifique est apparu au milieu du III^{ème} siècle avant notre ère. Il est l'œuvre d'un ingénieur Grec nommé Philon de Byzance. Ouvert sur l'atmosphère, il répondait à la pression et permettait de déceler des variations de température. Présenté plus tard sous le nom de thermoscope [Hecht, 2003], il était constitué d'un thermomètre à dilatation de liquide. En scellant le tube, le thermomètre à dilatation liquide moderne est apparu au 16^{ème} siècle. Pendant près de 200 ans, il a été le thermomètre de référence pour toutes les mesures de température absolue.

Le thermomètre à dilatation liquide est constitué d'un bulbe surmonté d'une colonne. Ces instruments utilisent à l'origine la dilatation d'un liquide à bas point de congélation (alcool ou mercure par exemple). Ils sont montés sur une armature métallique. Les graduations de température sont soit directement inscrites sur la colonne soit sur l'armature [Gaillard, 1969].

L'équation 1-1 suivante donne une relation entre l'expansion du volume du liquide et la température T .

$$V(T) = V_0(1 + \alpha T + \beta T^2) \quad (\text{Eq. 1-1})$$

où V_0 désigne le volume du liquide en m^3 à 0°C , α et β exprimés en K^{-1} et K^{-2} respectivement les coefficients de dilatation thermique du liquide du premier et du deuxième ordre.

Les thermomètres à liquide ont été exploités pour mesurer des températures sur une plage comprise entre -190°C à 600°C . Suivant le thermomètre et la plage de réponse, la précision peut atteindre le dixième de degré.

I.1.2 Capteurs électriques

a) Thermomètres résistifs

La résistivité de certains matériaux change avec la température de manière connue et prédictible. En effet, une élévation de température produit une augmentation de la résistance et réciproquement une baisse la fait diminuer. Les matériaux utilisés pour réaliser des sondes résistives sont le platine, le cuivre ou le nickel. Le platine est le métal le plus utilisé en raison de sa stabilité

chimique. La valeur de la résistance est déterminée en faisant circuler dans le circuit de la sonde un courant (typiquement de l'ordre du mA) puis en mesurant la tension à ses bornes pour en déduire la valeur de sa résistance. La valeur de la résistance dépendant de la température, il existe une relation polynomiale entre la température et la résistance. Cependant, avec ce type de capteur, l'auto-échauffement produit par effet joule, la concentration des impuretés dans le matériau ainsi que les déformations du circuit de la sonde sont des facteurs qui doivent être contrôlés afin de minimiser l'erreur de mesure. Dans l'industrie, la précision de ces capteurs est de l'ordre du dixième de degré mais les thermomètres standards à résistance de platine peuvent atteindre une précision de $\pm 0,05^\circ\text{C}$ [Webster, 1999].

b) Thermistances

Une thermistance est une résistance élaborée dans un matériau semi-conducteur sensible aux changements de température. Pour une thermistance, le coefficient de température est plus élevé que pour les thermomètres résistifs. Suivant le matériau utilisé, la thermistance peut-être à coefficient de résistance positif, dans ce cas, la résistance augmente avec la température, ou bien à coefficient de résistance négatif dans le cas contraire. L'application la plus répandue des thermistances à coefficients positifs est la compensation des circuits et appareils à semi-conducteur [Thermometrics Inc, 1993]. Les matériaux utilisés pour les réaliser sont généralement le baryum, le plomb, le titanate de strontium ou le silicium [Fabien, 1996]. Typiquement, la plage de mesure de température dépend du matériau utilisé. Elle varie entre -65°C et 150°C pour les versions commerciales des thermistances en silicium [Ketema, 1995]. Cependant, avec ce type de capteur, la résistance n'évolue pas de manière linéaire avec la température. L'équation 1-2 suivante donne la loi générale de comportement d'une thermistance. Il est possible de linéariser cette évolution en intégrant la thermistance dans un circuit électronique de linéarisation.

$$\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = A + \frac{\beta}{T} \quad (\text{Eq. 1-2})$$

où R désigne la résistance du matériau en Ω , R_0 est une résistance de référence qui vaut 1Ω , β la constante du matériau de la thermistance en K^{-1} , A une constante et T la température absolue en K .

c) Thermocouples

Le thermocouple est le capteur actif de température le plus utilisé en raison de sa simplicité d'utilisation. Il est composé de deux fils de métaux différents soudés ensemble à une de leur extrémité comme représenté sur le schéma en figure 1-1 [Manual, 1993]. Lorsque la température de la jonction, appelée soudure chaude, est différente de la température des extrémités des fils (soudure froide), une différence de potentiel apparaît aux bornes du thermocouple par effet Seebeck.

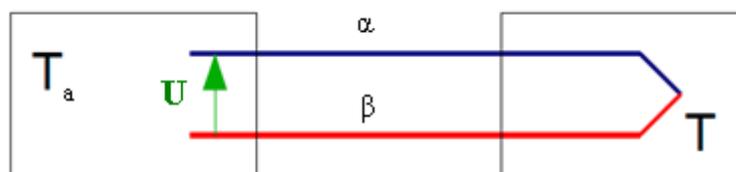


Figure 1-1 : Schéma de principe d'un thermocouple

Suivant les métaux, ou les alliages utilisés pour fabriquer le thermocouple, les propriétés de celui-ci changent (force électromotrice et plage de réponse).

Puisque nous utiliserons ce type de capteur pour réaliser une expérience de calibration par comparaison (voir chapitre V) nous rappelons ici les caractéristiques et les conditions d'utilisation du thermocouple.

En général, lors d'une mesure de température avec un thermocouple, la soudure froide est plongée dans un mélange eau/glace dont la température est de 0°C . Des tables normalisées donnent alors la

valeur de la force électromotrice U_0 développée par le thermocouple en fonction de la température T de la jonction. Lorsque la soudure froide n'est pas à la température de 0°C , il faut connaître précisément sa température T_a . La force électromotrice U produite aux bornes du thermocouple se calcule par intégration de la différence des coefficients Seebeck absolus (S_α et S_β) des deux matériaux (Eq. 1-3a). A la tension mesurée U , on ajoute une tension U_a qui correspond à la tension d'un thermocouple mesurant la température T_a référencée par rapport à 0°C pour obtenir la tension U_0 (Eq. 1-3b). La température en $^\circ\text{C}$ est calculée par une relation polynomiale où U_0 est la variable.

$$U = \int_{T_a}^T (S_\alpha(T) - S_\beta(T)) dT \quad (a) \quad (\text{Eq. 1-3})$$

$$U_0 = \int_0^T (S_\alpha - S_\beta) dT = \int_0^{T_a} (S_\alpha - S_\beta) dT + \int_{T_a}^T (S_\alpha - S_\beta) dT = U_a + U \quad (b)$$

où S_α et S_β désignent les coefficients Seebeck absolus exprimés en $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$.

d) Thermomètres à jonction semi-conductrice

Le principe de ce type de capteur est basé sur l'utilisation de jonctions semi-conductrices réalisées en utilisant la technologie microélectronique. Dans ce cas, un courant circulant dans la jonction base/émetteur d'un transistor bipolaire crée une tension entre la base et l'émetteur (V_{BE}). La relation qui lie la température absolue T à la tension de commande V_{BE} est donnée en équation 1-4 [Lacanette, 1996], [Wegner et al., 1994]. Ce montage représenté en figure 1-2 ci-dessous offre une plus grande linéarité de réponse en température que celle produite par un thermomètre à résistance. Cependant, la tension de décalage varie beaucoup d'un transistor à l'autre. Pour en faire un capteur, cette tension doit donc être déterminée au préalable pour une température donnée.

$$V_{BE} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_F}{I_s}\right) \quad (\text{Eq. 1-4})$$

où k représente la constante de Boltzmann en J.K^{-1} , T la température absolue en K, q la charge d'un électron en C, I_s le courant de saturation inverse de la jonction en A et I_F le courant de collecteur en A.

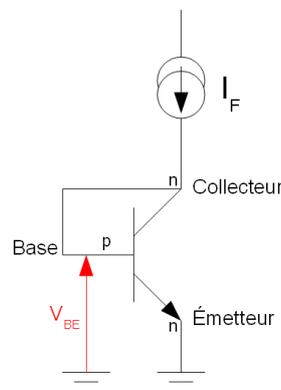


Figure 1-2 : Circuit électrique d'un transistor bipolaire utilisé en capteur de température

I.1.3 Les capteurs de température par mesure du rayonnement thermique

Lorsque l'équilibre énergétique est atteint, la moyenne de l'énergie cinétique des particules agitées constituant un matériau dépend de la température absolue mesurée en degrés Kelvin. Chaque particule chargée en mouvement est une source de rayonnement électromagnétique appelée radiation thermique. Les ondes électromagnétiques émises sont caractérisées par leur amplitude et leur longueur d'onde. Ces deux paramètres donnent une information sur la température de la surface du matériau. Par exemple, plus un objet est chaud, plus il va émettre à des longueurs d'onde courtes comme le

montre la loi de déplacement de Wien donnée par la relation 1-6 ci-dessous [Gaussorgues, 1996]. La loi de Planck exprime la distribution de la luminance monochromatique L_λ rayonnée par un corps noir à la température absolue T .

$$L_\lambda = \frac{2hc_\lambda^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc_\lambda}{k\lambda T}\right) - 1} \quad (\text{Eq. 1-5})$$

où $c_\lambda = c/n_\lambda$ désigne la vitesse du rayonnement en m.s^{-1} dans le milieu d'indice n_λ , c la célérité de la lumière en m.s^{-1} , h la constante de Planck en J.s et k la constante de Boltzmann en J.K^{-1} .

La loi de déplacement de Wien (Eq. 1-6) relie directement la longueur d'onde d'émission maximale λ_m à la température absolue T .

$$\lambda_m T = 2898 \mu\text{m.K} \quad (\text{Eq. 1-6})$$

En l'absence d'optimisation, les ingénieurs choisissent la longueur d'onde de coupure du détecteur en fonction de la température de l'objet à mesurer. En fait le rapport signal à bruit du détecteur et l'effet thermosensible de la méthode utilisée devraient être pris en compte pour choisir la longueur d'onde optimale de mesure correspondant pour une température et un type de détecteur donné. La liste établie ci-après examine les types de détecteur de rayonnement disponibles pour une application en radiométrie en tenant compte de la longueur d'onde à détecter.

a) Détecteurs thermiques

Les détecteurs thermiques sont des capteurs sensibles dans l'infrarouge. Ils ont une réponse linéaire en fonction de la longueur d'onde. La surface de l'élément sensible, appelé bolomètre, est chauffée par absorption du rayonnement thermique. La mesure de la température de cette surface, via des effets de dilatation ou par un capteur, permet de déterminer la valeur du rayonnement thermique collecté [Gaussorgues, 1996].

b) Détecteurs quantiques

L'interaction entre les photons et les atomes d'un matériau semi-conducteur est à l'origine du phénomène utilisé dans les détecteurs quantiques. L'énergie du photon est proportionnelle à sa fréquence ν .

$$E = h\nu \quad (\text{Eq. 1-7})$$

où E désigne l'énergie en Joule et ν la fréquence du photon en Hz.

Lorsqu'un photon incident sur un matériau semi-conducteur est absorbé, si sa longueur d'onde est inférieure à la longueur d'onde de coupure donnée par la largeur de bande interdite du matériau, un électron passe de la bande de valence à la bande de conduction. La mesure du photo-courant généré dans le matériau permet d'analyser le rayonnement collecté. La largeur de bande interdite du semi-conducteur doit être choisie en fonction du rayonnement à observer car si l'énergie des photons n'est pas suffisante, aucun électron ne recevra l'énergie suffisante pour passer dans la bande de conduction. Par exemple, une photodiode silicium est sensible aux photons de longueur d'onde visible et très proche infrarouge entre 300 et 1300 nm alors que l'arséniure de gallium est sensible aux photons proches infrarouges. Une photodiode non polarisée fonctionne en mode photovoltaïque et offre la meilleure sensibilité. Le mode photoconducteur correspond à une polarisation inverse. Il permet d'obtenir une vitesse de réponse plus importante. Les détecteurs quantiques refroidis ou non interviennent largement dans la conception des pyromètres.

c) Détecteurs à effet pyroélectrique

Une substance cristalline pyroélectrique permet de générer des charges électriques en réponse à un flux thermique [Fraden, 1997]. Un cristal est considéré pyroélectrique si sa polarisation dépend spontanément de la température. Un matériau pyroélectrique est composé d'un très grand nombre d'éléments ayant chacun un faible moment dipolaire. A une certaine température, dite point de Curie, le moment dipolaire du cristal est nul. Lorsque la température du matériau change, le cristal se polarise

c'est-à-dire des charges apparaissent à sa surface. La polarisation est uniquement fonction du changement de température pas de la température elle-même. Plusieurs mécanismes qui évoluent avec la température donnent de la pyroélectricité. Le changement de température affecte la distribution aléatoire des dipôles par élongation individuelle de ceux-ci. Ce phénomène est appelé pyroélectricité primaire. Il existe aussi la pyroélectricité secondaire qui peut être décrite comme le résultat de l'effet piézoélectrique, c'est-à-dire le développement de contraintes dans le matériau à cause de la dilatation thermique. En pratique, le matériau pyroélectrique est inséré entre deux électrodes (figure 1-3). Lorsque la température change, cet élément est équivalent à un générateur de courant en parallèle à un condensateur. Les applications sont les détecteurs de mouvement pour les systèmes de sécurité ou les systèmes de détection de pénombre.

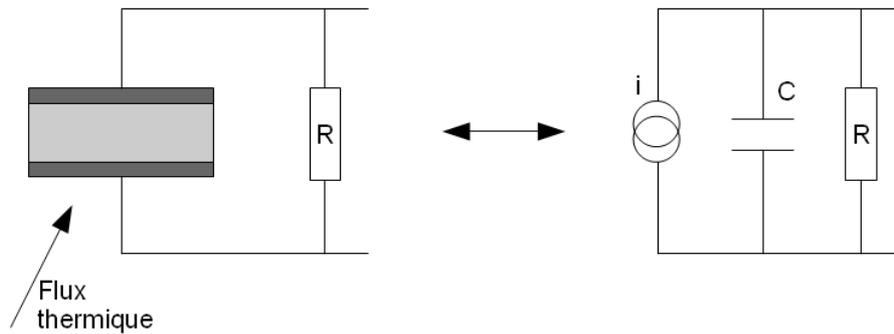


Figure 1-3 : Schéma électrique d'un capteur pyroélectrique et circuit équivalent

I.1.4 Effet bilame thermique

L'effet bilame thermique intervient lorsque deux lames constituées de matériaux ayant des coefficients de dilatation thermique différents sont solidarisiées. Lorsque la température du bilame varie, l'un des éléments va se dilater davantage que l'autre produisant la courbure du dispositif.

Ce système peut servir d'actionneur thermique ou de thermomètre si l'on peut facilement déterminer le degré de courbure. L'avantage du dispositif réside dans la possibilité d'amplifier mécaniquement de la courbure pour produire des déplacements conséquents.

La formule permettant de calculer le rayon de courbure du bilame à une température T est donnée par l'équation 1-8 ci-dessous. Elle dépend des coefficients de dilatation thermique des deux matériaux (α_1, α_2), des modules d'Young (E_1, E_2), de l'épaisseur des deux lames (t_1, t_2) et du rayon de courbure R_0 à la température initiale T_0 . La figure 1-4 représente schématiquement un bilame thermique pour lequel le matériau d'indice 1 présente un coefficient de dilatation thermique inférieur au matériau d'indice 2.

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{6(1+m)^2(\alpha_2 - \alpha_1)(T - T_0)}{t \left[3(1+m)^2 + (1+mn) \left(m^2 + \frac{1}{mn} \right) \right]} \quad (\text{Eq. 1-8})$$

$$n = \frac{E_1}{E_2}$$

$$m = \frac{t_1}{t_2}$$

$$t = t_1 + t_2$$

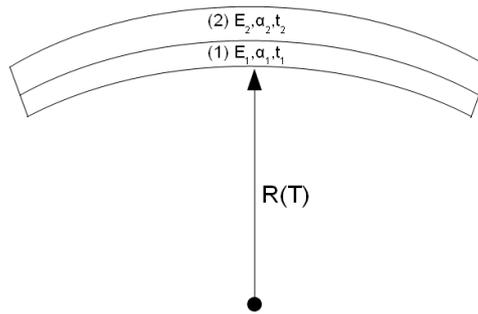


Figure 1-4 : Schéma de principe d'un bilame thermique

Le rapport des modules d'Young des matériaux n n'a pas d'impact majeur sur la courbure du bilame. En effet en posant $n=1$, l'erreur commise sur le calcul du rayon de courbure est inférieure à 3%. Pour la plupart des bilames thermiques, les matériaux sont de même épaisseur c'est-à-dire $m=1$ et la courbure initiale est nulle. Avec ces approximations, l'équation 1-8 se simplifie comme suit :

$$\frac{1}{R} = \frac{3}{2} \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)(T - T_0)}{t} \quad (\text{Eq. 1-9})$$

La constante $\frac{3}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ représente la courbure spécifique du bilame.

$$k = \frac{3}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{t}{R(T - T_0)} \quad (\text{Eq. 1-10})$$

Dans le cas de bilames plans, ce n'est pas le rayon de courbure qui est mesuré en fonction de la température mais l'amplitude de déformation et, dans le cas de bilame hélicoïdaux, des variations angulaires. La précision d'un bilame thermique commercial est typiquement de l'ordre du pourcent de la pleine échelle de mesure pour des bilames fonctionnant entre 0°C et 600°C [Bourdon]. Les bilames thermiques trouvent principalement des applications en détection de seuil de température pour réguler des appareils de chauffage. Ils ont été miniaturisés en silicium en utilisant la technologie microélectronique [Serio, 2005].

I.2 Les capteurs de déplacement/d'étirement

Il existe différents types de capteurs susceptibles d'être utilisés pour faire des mesures de déplacement et/ou d'étirement pour des applications industrielles. Afin d'appréhender ce domaine, nous proposons d'en faire l'inventaire dans les 3 paragraphes suivants.

I.2.1 Les capteurs de déplacement électriques

a) Les capteurs de déplacement résistifs

Les capteurs de déplacement résistifs sont généralement des potentiomètres dont la valeur de la résistance renseigne sur la position. Ce dispositif électromécanique comporte un élément résistif fixe sur lequel coulisse une électrode conductrice en contact. Électriquement, l'élément résistif est « divisé » au point de contact. Le circuit équivalent correspond à un diviseur de tension (voir figure 1-5). La tension de sortie est linéaire avec le déplacement de l'électrode de contact. Le signal analogique de sortie peut être utilisé directement pour asservir une action ou numérisé pour être enregistré. Il est possible de mesurer des déplacements linéaires ou angulaires. La linéarité obtenue avec ce type de capteur est d'environ 1% ; et 0,1% dans le meilleur des cas. Leur durée de vie varie entre 100.000 et 10.000.000 de cycles de mesure.

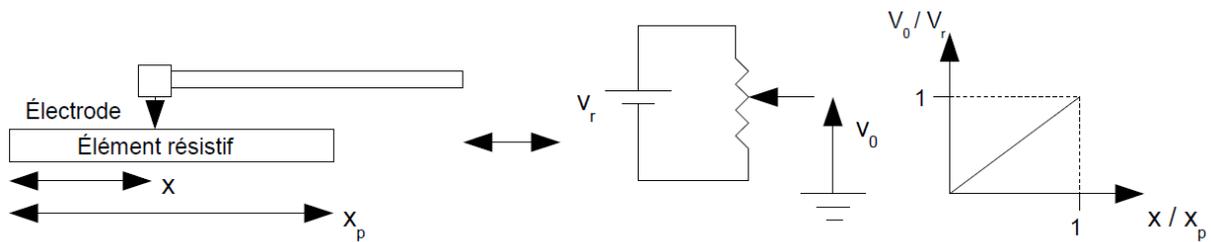


Figure 1-5 : Schéma d'un capteur résistif et de son circuit équivalent

b) Les capteurs de déplacement inductifs

Les capteurs de déplacement inductifs sont basés sur un effet magnétique. Ils peuvent être actifs ou passifs. Les capteurs actifs utilisent le principe du générateur électrique. Dans ce cas, une tension apparaît aux bornes d'un conducteur lorsque celui-ci est en mouvement relatif par rapport à un champ magnétique stationnaire. Habituellement, il s'agit d'une translation. Dans le cas des capteurs passifs, la réponse du transducteur sera alors une modulation du signal. La figure 1-6 présente un tel dispositif. L'inductance de la bobine (équation 1-11) va être modulée par la largeur de l'espace d'air entre le cœur et le reste du capteur.

$$L = \frac{n^2}{l} \mu \mu_0 A \quad (\text{Eq. 1-11})$$

où n représente le nombre de spires, l la longueur du chemin parcouru par le flux en m, μ la perméabilité relative du circuit, μ_0 la perméabilité du vide en H.m^{-1} et A la surface de la section transverse en m^2 .

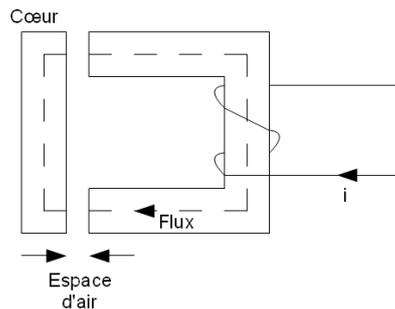


Figure 1-6 : Schéma de principe d'un capteur de déplacement inductif

c) Les capteurs de déplacement capacitifs

Les capteurs capacitifs sont beaucoup utilisés dans l'industrie en raison de leur robustesse, et pour des applications scientifiques en raison de leur précision. Un condensateur, composé de deux électrodes entre lesquelles se trouve un matériau diélectrique (figure 1-7) constitue l'élément sensible de ce type de capteur.

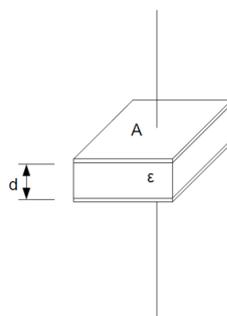


Figure 1-7 : Schéma d'un condensateur

La capacité du condensateur C s'exprime en fonction de la surface des électrodes A , de l'espacement des électrodes d et enfin de la permittivité diélectrique ε du matériau entre les électrodes.

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \quad (\text{Eq. 1-12})$$

Pour réaliser un capteur de déplacement, il suffit de faire varier l'un des paramètres de l'équation 1-12. Cependant, lorsque le déplacement est fonction de l'écart entre les électrodes d , la réponse du capteur n'est pas linéaire. Un circuit de linéarisation doit être prévu. La figure 1-8 représente un circuit basique permettant de déterminer la valeur de la capacité du condensateur.

$$E_0 = -E_e \frac{C_f}{C_x} \quad (\text{Eq. 1-13})$$

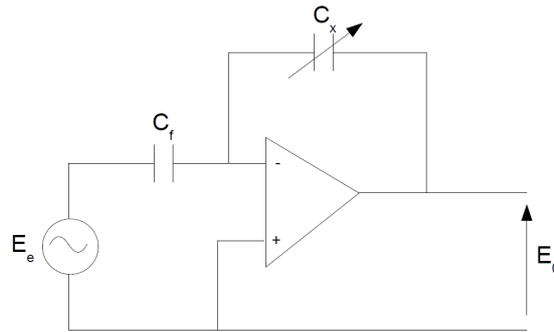


Figure 1-8 : Schéma de principe du circuit de mesure d'une capacité variable

I.2.2 Les capteurs piézoélectriques

La piézoélectricité, découverte par Jacques et Pierre Curie en 1880 réside dans la capacité de certains matériaux à produire des charges électriques sous l'action d'une contrainte mécanique. Le phénomène inverse se produit lorsque les matériaux sont soumis à l'action d'un champ électrique convenablement orienté dans le cristal. Le quartz présente un comportement piézoélectrique dû à sa structure cristalline particulière. Le réseau cristallin est décrit par la maille élémentaire de Bravais [Nye, 1985]. Les 11 sous-groupes centrosymétriques ne présentent pas d'effet piézoélectrique. Parmi les 21 sous-groupes non centrosymétriques, 20 présentent un effet piézoélectrique [Brissaud, 2007]. Les matériaux ferroélectriques représentent une classe importante des matériaux piézoélectriques [Xu, 1991], [Cross, 1993]. Les capteurs piézoélectriques sont surtout utilisés pour les mesures de force, d'accélération et de vibration ou pour réaliser des actionneurs.

I.3 Etat de l'art des capteurs à fibre optique appliqués aux mesures de température et de déplacement/étirement

Le développement des capteurs à fibre optique est précédé de deux importantes avancées scientifiques : l'invention du laser (1960) et la fabrication de fibres optiques à faible taux d'atténuation (1966) [Grattan et al., 2000]. En 1983, se tint la première conférence scientifique sur les capteurs à fibre optique. En 30 ans, beaucoup d'idées ont été proposées pour réaliser des capteurs appliqués dans différents domaines pour différents paramètres physiques. Différentes configurations ont été commercialisées avec succès, comme par exemple le gyroscope à fibre optique monomode produit par les sociétés Ixfiber, Litef, Hitachi. Un autre type de capteurs ayant fortement pénétré le marché est le capteur distribué à fibres optiques. Les plus répandus sont les capteurs à réseaux de Bragg mais il ne faudrait pas oublier les capteurs distribués exploitant les effets Stokes et anti-Stokes pour la mesure de température et de contrainte. Ces capteurs sont fortement utilisés pour la surveillance et implantés dans les ouvrages d'art, pipelines et autres structures similaires. Leur optique et l'électronique d'interrogation est complexe et justifie leur prix. Leur performance peut dépasser la résolution en température de $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ sur des longueurs de 100 km de fibre. Les capteurs à fibre optique

présentent de nombreux avantages, notamment l'immunité vis-à-vis des interférences électromagnétiques [Grattan et al., 2000], [Lee, 2003]. Par exemple, dans un milieu sous fort rayonnement électromagnétique, les capteurs électroniques traditionnels nécessitent un blindage qui augmente le coût et peut diminuer les performances métrologiques. Des investigations menées par différentes équipes ont montré que les capteurs à fibre optique survivent mieux dans les environnements difficiles (milieu explosif, centrale nucléaire, milieu sous fort rayonnement électromagnétique). Dans certaines applications, notamment dans le domaine médical, il est nécessaire que les capteurs soient peu invasifs, de petites tailles et légers. L'endoscope à fibre optique monomode est l'application la plus connue dans ce domaine. La même fibre optique sert à amener la lumière à l'intérieur du corps et à recueillir la lumière diffusée par les tissus. Du point de vue métrologique, les capteurs à fibre optique ont une grande sensibilité et une grande dynamique de mesure. Bien que les capteurs à fibre optique soient très performants, ils restent plus onéreux que les capteurs conventionnels. Le développement des technologies télécoms dans les quinze dernières années a permis la réalisation de réseaux de capteurs à fibre optique [Grattan et al., 2000].

Enfin, les capteurs à fibre optique sont capables de mesurer un grand nombre de paramètres physiques. La figure 1-9 présente un diagramme établi en 2003 représentant les domaines d'applications chiffrés des capteurs à fibre optique [Lee, 2003]. Les trois paramètres les plus étudiés dans les laboratoires de recherche et dans l'industrie sont l'étirement, la température et la pression. Les technologies utilisées pour la mesure sont présentées sur le graphique en figure 1-10. Avec 44,2% des dispositifs présentés lors de la conférence OFS-15 en 2002, le réseau de Bragg fibré est la technologie la plus étudiée [Lee, 2003].

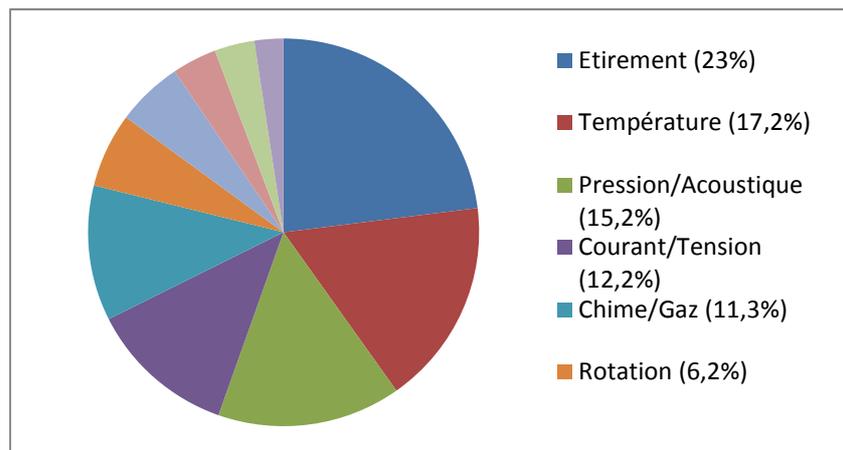


Figure 1-9 : Distribution des domaines d'applications présentée lors de la conférence OFS-15 [Lee, 2003]

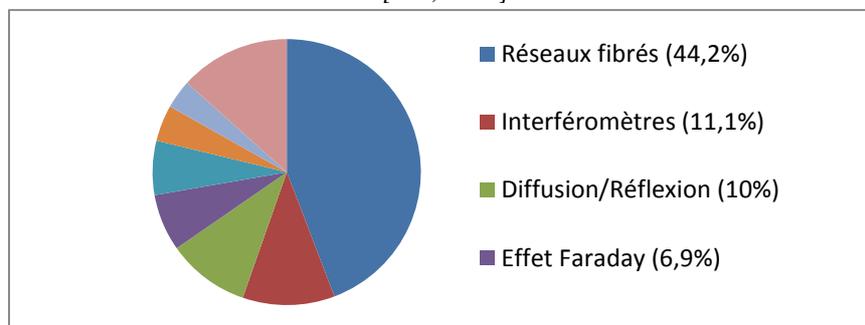


Figure 1-10 : Distribution des sujets des travaux présentés lors de la conférence OFS-15 en fonction de la technologie [Lee, 2003]

I.3.1 Définition d'un capteur à fibre optique

Une définition d'un capteur à fibre optique pourrait être celle d'un dispositif dans lequel l'information est créée dans le chemin optique de la lumière guidée par réaction avec la grandeur mesurée avant d'être acheminée vers un ou plusieurs récepteurs par l'intermédiaire d'une ou plusieurs fibres optiques. Si la fibre optique ne sert qu'à guider la lumière, le capteur peut être qualifié d'extrinsèque. Si la modification de l'une des caractéristiques de la lumière se fait au sein de la fibre optique par action du mesurande, le capteur peut-être qualifié d'intrinsèque [Ferretti, 1996]. Dans cette étude nous nous intéressons à l'étude d'un capteur de type intrinsèque. Son principe a fait l'objet d'un dépôt de brevet que nous décrirons en paragraphe I.4. La lumière est une onde électromagnétique caractérisée par sa phase, sa polarisation, sa longueur d'onde et son amplitude. Pour chacun de ces paramètres, il existe un type de capteur à fibre optique intrinsèque.

I.3.2 Les capteurs intrinsèques à modulation de phase

La lumière peut être décomposée en ondes électromagnétiques variant sinusoidalement dans l'espace et dans le temps. La phase représente la situation instantanée dans le cycle. La phase absolue n'a de sens que si elle est exprimée dans un repère spatio-temporel. En pratique, seule la différence de phase est mesurable. Pour que deux ondes lumineuses interfèrent, il faut presque dans tous les cas, qu'elles soient issues d'une même source cohérente et que les chemins optiques parcourus par les deux ondes soient inférieurs à longueur de cohérence de la source.

La plupart des capteurs à fibre optique à modulation de phase sont des interféromètres [Yuan et al., 2000], [Ghorai et al., 2005]. La figure 1-11 présente le schéma typique d'un tel dispositif. Une lumière cohérente est injectée dans une fibre optique monomode. Un coupleur équilibré (50/50) répartit l'énergie lumineuse entre les deux branches de l'interféromètre. Un bras sert de référence ; l'autre est placé sous l'influence de la grandeur à mesurer par interaction avec la fibre optique et donc avec la lumière guidée dans celui-ci. Au repos, le déphasage entre les deux ondes issues des deux bras est réglé pour être annulé. Ce cas correspond à une intensité lumineuse en sortie maximale. La différence de phase est proportionnelle à la variation de chemin optique dans la branche de mesure. Par exemple, lorsqu'un étirement du bras de mesure produit une élongation de longueur δ sans modifier l'indice de réfraction de la fibre, la différence de phase produite en sortie de l'interféromètre à fibre optique vaut :

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (\text{Eq. 1-14})$$

où λ représente la longueur d'onde la lumière dans la fibre.

Ce déphasage module l'intensité lumineuse en sortie de l'interféromètre en vérifiant l'équation 1-15.

$$I = I_0 \cos^2(\Delta\varphi) \quad (\text{Eq. 1-15})$$

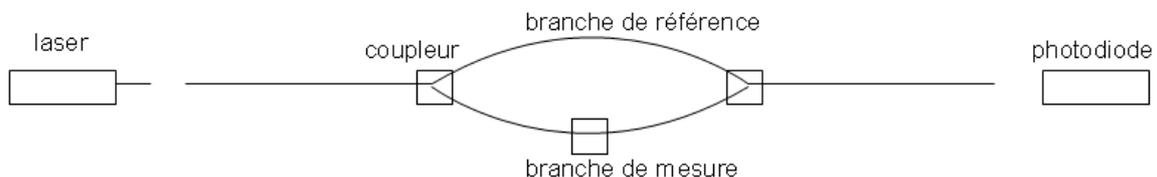


Figure 1-11 : Schéma de principe de capteur interférométrique à modulation de phase

Dans un interféromètre à fibre optique, il est préférable que la fibre optique soit monomode car, dans une fibre multimode, le déphasage serait différent pour chaque mode. En revanche, ils interfèrent entre eux dans la fibre optique. Il existe des exceptions, par exemple, Kumar a développé un capteur de température à modulation de phase en faisant interférer les deux premiers modes d'une fibre optique monomode désaccordée [Kumar et al., 2000]. Le gyroscope à fibre optique monomode est un autre exemple de capteur intrinsèque à modulation de phase. Il est très utilisé et développé dans l'industrie. Son principe de fonctionnement est basé sur l'effet Sagnac qui correspond à un phénomène non

réciroque apparaissant dans un guide optique annulaire en rotation. Lorsque la vitesse de rotation du gyroscope est nulle, les deux signaux lumineux sont en phase. La rotation fait apparaître une différence de chemin optique et donc un déphasage entre deux ondes contre-propagatives.

I.3.3 Les capteurs intrinsèques à modulation de polarisation

La polarisation est une autre propriété mise à profit pour réaliser des capteurs à fibre optique. Elle est liée à la nature vectorielle des ondes électromagnétiques. La lumière est constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui, en champ lointain peuvent être considérés perpendiculaires à la direction de propagation. C'est l'évolution temporelle de l'extrémité du vecteur champ électrique dans le plan d'onde qui définit l'état de polarisation de l'onde. La figure 1-12 présente différents états de polarisation pour une onde lumineuse parfaitement polarisée. La polarisation est dite rectiligne lorsque la figure décrite par le vecteur champ électrique est un segment de droite (a) ; elliptique lorsque la figure est une ellipse (b) ou encore circulaire lorsque la figure est un cercle (c).

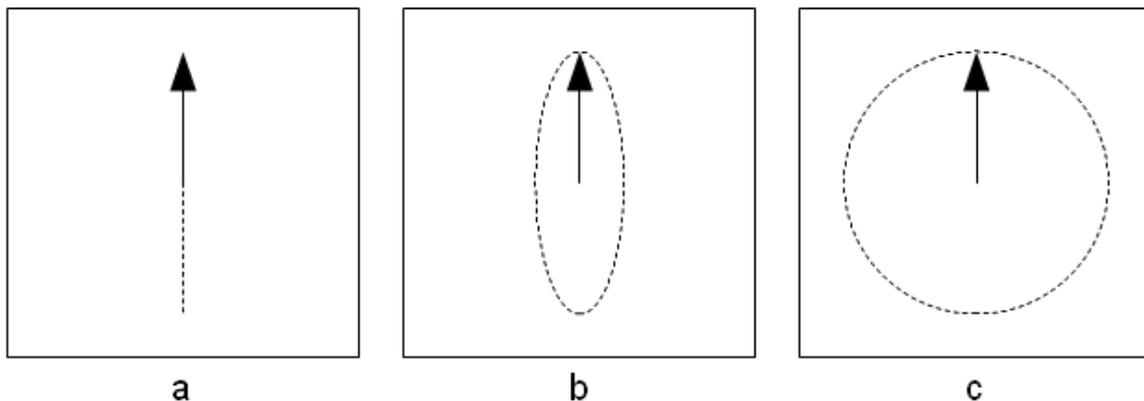


Figure 1-12 : Différentes représentations de l'état de polarisation d'une onde électromagnétique

Pour modifier la polarisation ou polariser une lumière, il faut utiliser des polariseurs, des lames quart ou demi onde et/ou des réflexions. Ces composants interviennent dans la conception des capteurs à fibres optiques fonctionnant par analyse polarimétrique.

L'effet Faraday décrit une interaction entre la lumière et un champ magnétique dans un matériau. Sous l'action de cet effet, la polarisation de la lumière effectue une rotation angulaire β proportionnelle à la composante du champ magnétique parallèle à la direction de propagation (équation 1-16). La figure 1-13 présente la modification de la polarisation rectiligne de la lumière dans une fibre optique par effet Faraday.

$$\beta = \nu dB \quad (\text{Eq. 1-16})$$

où β représente l'angle de rotation de la polarisation, ν la constante de Verdet, d la longueur sur laquelle est appliqué le champ magnétique sur la lumière et B la composante du champ magnétique dans la direction de propagation de la lumière.

Pour la silice, la constante de Verdet vaut $4,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ [Henry, 1991].

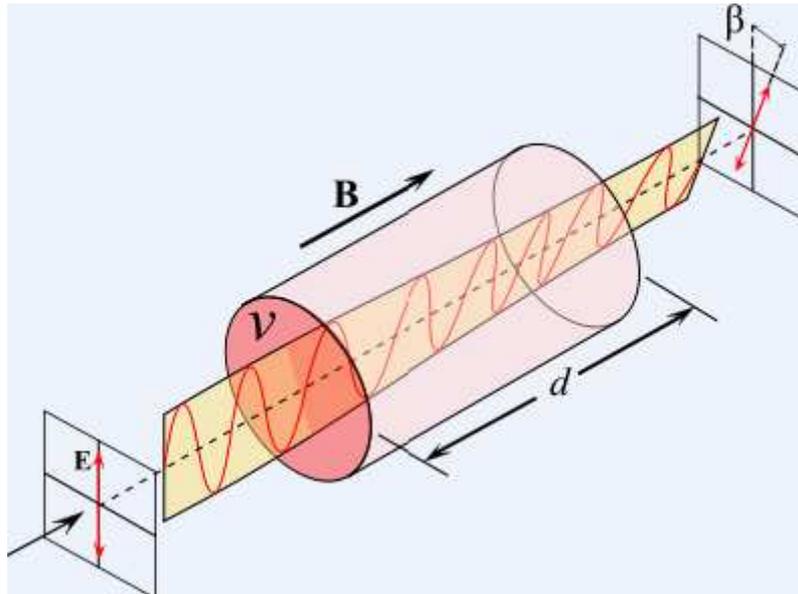


Figure 1-13 : Modification de la polarisation de la lumière par effet Faraday

Enfin, la biréfringence agit également sur la polarisation ; elle trouve son origine dans une anisotropie des matériaux. Elle peut toutefois apparaître dans des matériaux isotropes en raison d'une anisotropie de la géométrie des conditions physiques, comme par exemple l'ellipticité du cœur de la fibre optique, une contrainte latérale interne, un effort latéral externe, une torsion ou encore une courbure. Les fibres optiques (monomode) sont naturellement biréfringentes. Cette biréfringence est souvent mise à profit pour fabriquer des capteurs variés de très hautes performances comme des capteurs de vibrations par exemple [Lebrun, 2011]. Les inconvénients liés à l'emploi de ce type de capteur sont le coût et les problèmes mécaniques liés à l'alignement des composants.

I.2.4 Les capteurs intrinsèques à modulation de longueur d'onde

Avec ce type de capteur, une lumière présentant un spectre large est injectée dans une fibre optique. Seule une bande spectrale donnée du spectre va être réfléchie, transmise ou absorbée au passage de la lumière dans le réseau de la fibre optique. L'analyse de la lumière en sortie de fibre permet d'en déduire le mesurande. Le réseau de Bragg fibré est généralement imprimé dans une fibre optique monomode par insolation ultraviolet produisant ainsi une modulation de l'indice de réfraction périodique. Ce type de capteur à fibre optique est le plus utilisé actuellement. Il fonctionne de la même manière qu'un réseau de Bragg traditionnel. Pour un réseau de période Λ et n_{eff} l'indice effectif du mode, la longueur d'onde réfléchie par le réseau λ_b est donnée par la relation :

$$\lambda_b = 2n_{eff}\Lambda \quad (\text{Eq. 1-17})$$

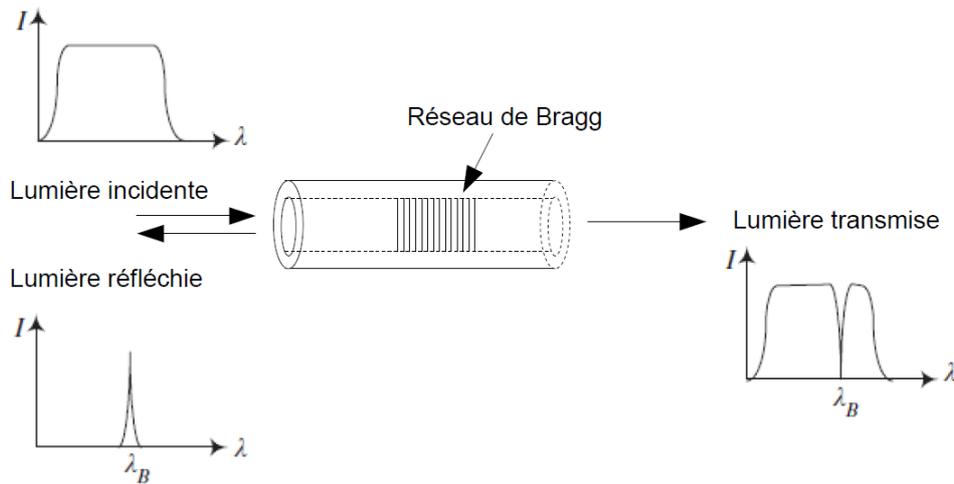


Figure 1-14 : Schéma de principe d'un capteur à réseau de Bragg fibré

Le réseau de Bragg fibré est un composant qui a été utilisé pour la mesure de différents paramètres physiques : l'étirement ou la force [Kang et al., 2007], [Cusano et al., 2004], [Li et al., 2005], [Yang et al., 2007], [Tao et al., 2000], [Ferraro et al., 2002], [Ho et al., 2002], la température [Zhao et al., 2007], [Zhan et al., 2007], [Hathaway et al., 1999], [Hirayama et al., 2000], la pression [Takahashi et al., 2000], [Lim et al., 2001], [Ni et al., 2007] ou bien encore pour mesurer deux paramètres physiques simultanément comme la température et un autre paramètre [Mandal et al., 2005], [Zhao et al. 2004], [Franzao et al., 2007], [Dong et al., 2001], [Liu et al., 2003], [Frazao et al., 2005], [Chehura et al., 2007], [Wu et al., 2005], [Chen et al., 2003]. Typiquement, la sensibilité attendue avec ce type de capteur est d'environ 1pm/ μm dans les mesures d'étirement et environ 12pm/ $^{\circ}\text{C}$ pour les mesures de température et -0,5pm/bar pour les mesures de pression [Lee, 2003]. Bien que le prix du réseau de Bragg ait beaucoup diminué ces dernières années, son coût reste élevé. De plus il doit être associé à un dispositif d'interrogation onéreux qui doit pouvoir mesurer des variations de longueur d'onde réfléchie de l'ordre du pico-mètre.

I.3.5 Capteurs intrinsèques à modulation d'intensité

Les capteurs à modulation d'intensité sont les dispositifs sensibles à fibre optique les plus simples car ils n'utilisent pas d'éléments optiques nécessitant un ou plusieurs réglages très précis. Dans ce cas, la fibre optique est contrainte (forme et/ou écrasement) ou usinée. La lumière injectée dans la fibre n'a pas besoin d'être cohérente. Le mesurande va moduler ou créer des pertes dans la fibre optique. Les types de capteur à modulation d'intensité les plus répandus sont les capteurs à microcourbures. Le nom « microcourbure » est trompeur car la fibre en silice ne peut pas être courbée avec un rayon de courbure inférieur à quelques millimètres. Il vient du fait que ces courbures ont d'abord été considérées comme un ensemble de petites perturbations involontaires à l'origine des pertes dans les réseaux télécoms longue distance. La partie sensible du capteur est un bout de fibre optique pour lequel l'axe optique décrit une courbure périodique dont le pas et la période sont millimétriques ou centimétriques. La figure 1-15 présente deux types de capteurs à microcourbures présentant des perturbations différentes. Les différents paramètres physiques mesurables avec ce type de capteur sont la pression, la force, l'accélération, la température [Yadav et al., 2007], l'étirement [Luo et al., 1999] et enfin le champ électromagnétique [Lagakos et al., 1987]. Ce type de capteur est très sensible à la pression et à la force [Lagakos et al., 1987]. C'est pour ces deux paramètres que l'on trouve le plus de travaux publiés [Jeunhomme et al., 1975], [Pandey et al., 2006], [Pandey et al., 2007], [Knapp, 2002], [Fegadolli et al., 2008], [Efendioglu et al., 2009].

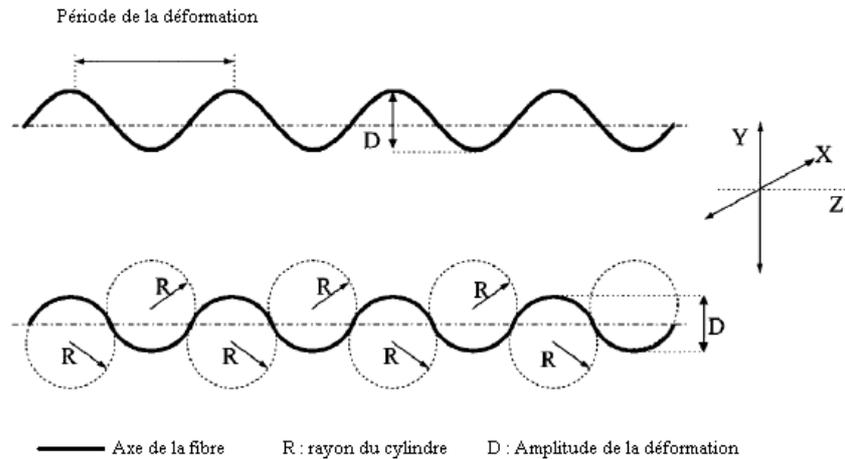


Figure 1-15 : Exemples d'implémentation d'un capteur à microcourbures

Si la fibre n'est pas contrainte par la déformation, il faut la pré-contraire par usinage, ou par préformage [Arregui et al., 2000] ou encore utiliser, par exemple, les propriétés optiques de certains matériaux comme la variation de réflexion en tant qu'élément sensible [Naci et al., 1997]. Le filtrage spatial des modes permet de supprimer certains modes. Pour cela, une fibre optique monomode est soudée sur une fibre multimode. Ce principe a été utilisé pour élaborer un capteur d'étirement [Ribeiro et al., 2004]. Une fibre monomode est soudée sur fibre multimode dont le cœur a un diamètre de 5 à 20 fois supérieur à celui de la fibre monomode. En bout de fibre multimode, une surface réfléchissante est déposée. La partie sensible à l'étirement du capteur est la fibre multimode. Le mesurande mélange les modes et la fibre monomode filtre spatialement les modes pour ne conserver que le mode fondamental. Les deux principaux défauts de ces capteurs sont la faible répétabilité et la grande sensibilité de l'élément sensible aux effets physiques extérieurs.

Tableau de synthèse des différents types de capteurs traditionnels et à fibres optiques utilisés pour les mesures de température et d'étirement

Pour conclure cette étude bibliographique, les tableaux ci-dessous font la synthèse des propriétés des capteurs disponibles pour faire des mesures de température et d'étirement.

i) Tableau de synthèse des capteurs de température

Capteurs	Dynamique	Résolution	Sensibilité	Applications	Coût
Bilame thermique	0 – 600°C	6 à 12°C		Régulation thermique	Faible
Pt100	-200 – 850°C	0,15	0,385Ω/°C	Précision	Moyen
Thermocouple	-200 – 2320°C	1 à 4,5°C	0,007 à 0,071mV/°C	Précision	Moyen
Thermomètre à jonction	-50 – 150°C	1°C	2.5mV/°C	Electronique	Très faible
Microcourbure		Jusqu'à 4.10 ⁻⁶ °C		Laboratoire	Faible
Réflexion [Naci et al., 1997]	20 – 500°C	3,5.10 ⁻⁴ °C	1.10 ⁻⁴ °C	Laboratoire	-
Phase [Cortes et al., 1998]	55 – 120°C	0,1°C	3.10 ⁻³ °C	Laboratoire	-
Réseau de Bragg [Hirayama et al., 2000]	0 – 250°C		12pm/°C	R&D	-

ii) Tableau de synthèse des capteurs de déplacement/d'étirement

Capteurs	Dynamique	Résolution	Sensibilité	Applications	Coût
Capteur résistif	De qq μm à 4m	0,1% à 1% de la pleine échelle	-	Industrielles	Faible
Capteur capacitif	Environ 1mm	0,1% de la pleine échelle	0,5mV/ μm	Industrielles	Faible
Capteur inductif	De 2mm à 5m	1% de la pleine échelle	-		Moyen
Microcourbure [Luo et al., 1999]	300 μe	-	-	Laboratoire	-
Phase	100 μe	~ 10 n e	-	Laboratoire	-
Réseau de Bragg [Lee, 2003], [Cusano et al., 2004]	1000 μe	0,5 μm 1 μe	1pm/ μe	R&D	Elevé

I.4 Présentation du brevet d'invention portant sur un capteur multi-physique à fibre optique multimode

Le capteur à fibre optique étudié dans le cadre de la thèse est protégé par un brevet d'invention intitulé « Transducteur à fibre optique multimode et à couplage de modes, procédé de réalisation ». En 2007, Sylvain Fischer, l'inventeur du concept et fondateur de la société Phosylab S.A.S., a proposé au Laboratoire des Systèmes Photoniques de développer son invention dans le cadre d'une thèse en convention CIFRE en collaboration avec sa société-[Fischer, 2009]. Ce paragraphe propose un résumé du contexte et des aspects techniques qui font l'objet des revendications du brevet d'invention. L'architecture du capteur (forme et composants), le principe de fonctionnement et les procédés de fabrication sont décrits.

i) Contexte

Les capteurs à fibres optiques sont étudiés depuis de nombreuses années. Le réseau de Bragg fibré a permis la conception de capteurs à fibre optique très précis et multiplexables en réseaux de larges envergures notamment pour la surveillance des structures du génie civil. Cependant, la technologie des réseaux de Bragg reste d'un coût encore élevé (lié au monochromateur très résolu nécessaire pour la lecture). Les capteurs à fibres optiques multimodes, quant à eux, sont devenus très compétitifs du fait notamment que leurs procédés de fabrication admettent des tolérances très élargies en comparaison avec les technologies à fibre optique monomode. Le capteur à fibre optique multimode à modulation d'intensité, présenté dans ce brevet est sensible à au moins l'un des paramètres suivant : température, déformation longitudinale selon l'axe de symétrie cylindrique de la fibre et à la compression. Pour son fonctionnement, comme il s'agit d'un capteur passif, il faut une source lumineuse et une photodiode en sortie du capteur pour déterminer l'atténuation. Contrairement aux réseaux de Bragg fibrés, aucun dispositif coûteux n'est nécessaire. Le transducteur, partie sensible du capteur, est composée d'une fibre optique multimode enserrées entre deux mâchoires micro-structurées. Au repos, il présente déjà un certain taux de perte. Celui-ci va être modulé par différents effets physiques qui dépendent du paramètre à mesurer.

ii) Architecture du transducteur

Le capteur est composé de l'élément sensible au mesurande appelé transducteur et de son électronique d'interrogation. Le transducteur est une fibre optique multimode pincée entre deux mâchoires micro-structurées (figure 1-16). La forme de la micro-structuration dépend du type de pré-perturbation (voir partie suivante). La forme extérieure, quant à elle, dépend du paramètre physique à

mesurer et/ou du mécanisme dans lequel il est intégré. Les deux mâchoires sont solidarisées par soudure, collage, sertissage ou par clipsage. Sur au moins l'une des mâchoires se trouve une extension à une de ses extrémités longitudinales afin de tenir le capteur ou bien faisant office de bras de levier. La fibre optique utilisée dépend de l'application choisie. Le cœur est généralement en verre et la gaine optique est soit en verre soit en polymère. Le transducteur présente deux modes de fonctionnement : soit la DEL et la photodiode sont placées de part et d'autre du transducteur : c'est un fonctionnement en transmission ; soit elles sont placées à la même extrémité du transducteur : c'est un fonctionnement par réflexion. La fibre est alors clivée à son extrémité et un dépôt argenté y est placé afin de réfléchir la lumière.

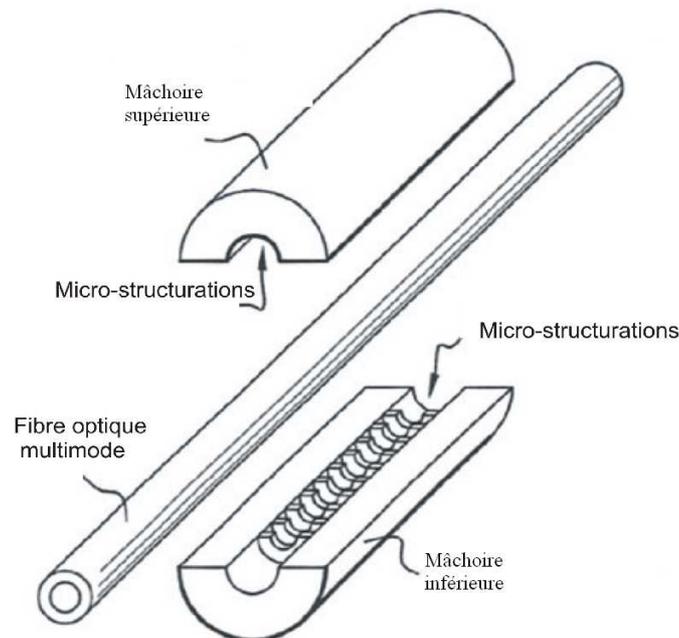


Figure 1-16 : Schéma du transducteur

iii) Principe de fonctionnement

Dans une fibre optique multimode, l'énergie lumineuse se répartit sur les modes guidés. Ils constituent un ensemble fini et discret. Un groupe de modes guidés rassemble les modes qui ont la même constante de propagation. Le premier groupe de modes a la constante de propagation la plus grande. Le dernier groupe de modes a la constante de propagation la plus petite. En pratique, on note M est le nombre de groupes modes guidés de la fibre optique. Les modes rayonnés, lorsqu'ils sont excités laissent l'énergie lumineuse s'échapper du cœur de la fibre. Lorsqu'une fibre optique multimode est soumise à une perturbation, certains modes optiques peuvent échanger de l'énergie entre eux. Cette perturbation va modifier la structure des modes de la fibre tout au long du segment perturbé. Les modes sont alors dits couplés. Les coefficients de couplage quantifient l'importance de l'échange d'énergie entre les modes tout au long du segment perturbé. Ainsi une perturbation permet le couplage entre modes guidés d'une part et entre modes guidés et modes rayonnés d'autre part. De ce dernier type de couplage, il ressort une perte d'énergie dans la fibre optique. Les modes rayonnés sont dits absorbants sous réserve que rien dans l'environnement (tube ou gaine mécanique) ne recouple l'énergie vers le cœur de la fibre. Au-delà d'une certaine distance, tous les modes guidés ont perdu toute leur énergie. Cette distance est propre à chaque mode et est appelée « longueur effective d'atténuation ». Selon la théorie de la perturbation, si celle-ci présente un spectre contenant une seule fréquence spatiale F c'est-à-dire si la perturbation est sinusoïdale de fréquence spatiale Λ , les modes couplés sont alors ceux dont la différence de constante de propagation $\Delta\beta$ est égale à $2\pi/\Lambda$:

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{\Lambda} = 2\pi F \quad (\text{Eq. 1-18})$$

La figure 1-17 est une représentation schématique des modes de la fibre optique en fonction de leur constante de propagation β . Si la fréquence maximale du spectre de perturbation est inférieure à F_M ($F_M = \Delta\beta_M$) alors aucun couplage n'est possible. Si la fréquence maximale du spectre est comprise entre F_1 et F_M alors seul le couplage de certains modes sera possible. Enfin, si la fréquence maximale du spectre est supérieure à F_1 alors tous les couplages ont lieu.

Dans le cas où la fréquence maximale du spectre de perturbation est F_2 c'est-à-dire seuls certains modes guidés sont couplés aux modes rayonnés, le couplage entre modes guidés permet aux modes guidés non couplés directement aux modes rayonnés de perdre une partie de leur énergie : c'est le couplage indirect. Suivant le spectre de perturbation choisi, il est possible de provoquer un couplage sélectif de modes. En ce qui concerne l'amplitude des composantes spectrales de la perturbation, elle détermine la force du couplage entre les modes et donc leur longueur efficace d'atténuation. Notons qu'il est préférable de limiter la longueur de la perturbation (longueur du motif dans le tube) à la plus petite longueur efficace d'atténuation des modes guidés pour établir une meilleure efficacité de la modulation des pertes.

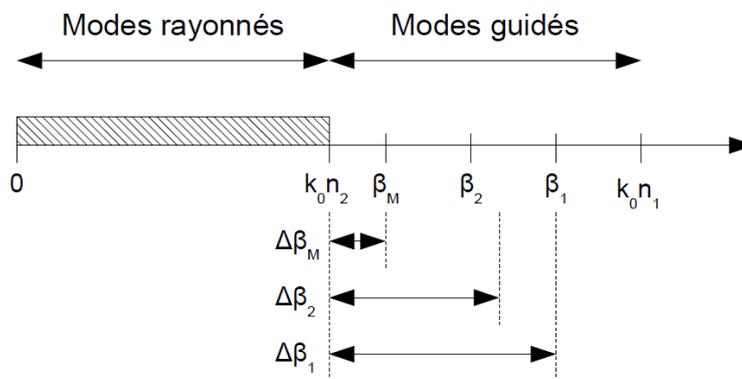


Figure 1-17 : Représentation schématique des modes propagés dans une fibre optique (n_1 : indice du cœur, n_2 : indice de la gaine optique)

iv) Pré-perturbations

En pratique, le transducteur de l'invention consiste en une fibre optique pincée dans un milieu perturbateur appelé « milieu environnant » qui est structuré à l'échelle de la dizaine de microns afin qu'il applique à la surface ou au volume de la fibre une perturbation avec un spectre spatial déterminé. Celle-ci est placée dans un sillon micro-structuré de forme déterminée. La pré-perturbation est la perturbation imposée à la fibre par le milieu environnant. Il en existe trois types.

Perturbation de type microcourbure

La microcourbure est une courbure de la fibre optique dans le plan contenant son axe de propagation et l'axe de fermeture du milieu environnant. Le sillon qui accueille la fibre est parallélépipédique. La figure 1-18 présente le schéma d'un tel transducteur. Il faut noter que les deux micro-structurations ne sont pas symétriques. Il s'agit d'une perturbation périodique où l'une des structurations est déphasée de π par rapport à l'autre.

Les capteurs dits à microcourbure n'utilisent absolument pas ce principe mais une macrocourbure. En effet, la macrocourbure modifie l'axe optique de la fibre et celui-ci suit la courbure imposée à la fibre. La structure des modes de la fibre change de manière déterminée de sorte que l'on peut dire que la nouvelle structure des modes s'adapte en quelque sorte à la nouvelle position de la fibre. Mathématiquement, cette modification est analysable même si la modélisation procède par approximation au premier ou au second ordre des solutions exactes des modes dans la macrocourbure. La microcourbure, quant à elle, est traitée comme une perturbation qui ne modifie pas la modélisation de la structure de modes (modes de la fibre au repos) mais couple les modes entre eux. De plus, la

perturbation par microcourbure s'entend le plus souvent comme une succession de microcourbure tout au long du segment perturbé de la fibre. Dans la pratique, le couplage des modes qui reflète le fait que la structure des modes de la fibre au repos n'a pas le temps de s'adapter aux changements d'états successifs (plusieurs micro-courbures) de la fibre et par conséquent perdent une partie de leur énergie.

Perturbation de type modulation isotrope des diamètres

La modulation isotrope des diamètres de la fibre optique multimode est une perturbation radiale. L'axe optique n'est pas modifié et la section transverse reste circulaire. Le sillon qui accueille la fibre est en forme de demi-cylindre. La figure 1-19 présente le schéma d'un tel transducteur.

Comme dans le cas des microcourbures, la structure modale de la fibre reste inchangée. La perturbation provoque le couplage entre les modes de la fibre optique.

Perturbation de type modulation anisotrope des diamètres

La modulation anisotrope des diamètres d'une fibre optique multimode est une perturbation de la section transverse suivant l'axe de fermeture du milieu environnant. Le sillon est de la même forme et est structuré de la même manière que dans le cas des microcourbures sauf que les perturbations des deux éléments sont en phase. Il en résulte une déformation de la section transverse qui passe de la forme circulaire à la forme elliptique ou pseudo-elliptique. La figure 1-20 présente le schéma d'un tel transducteur.

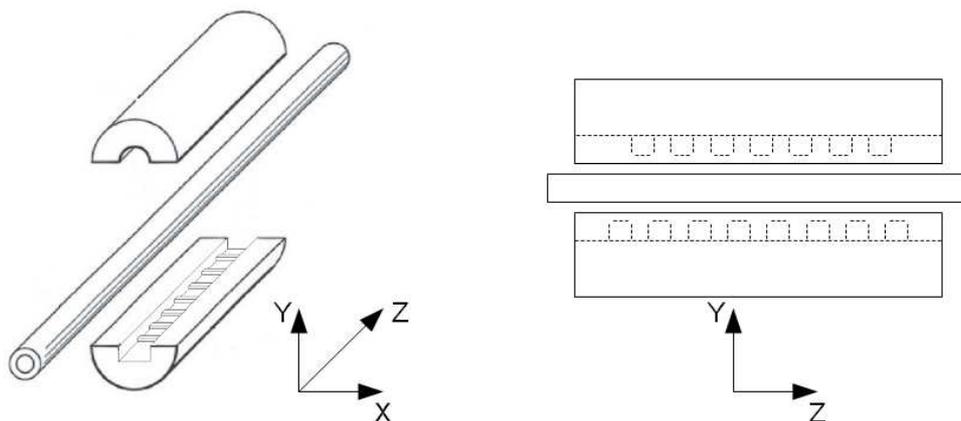


Figure 1-18 : Schéma d'un transducteur avec une perturbation de type microcourbure

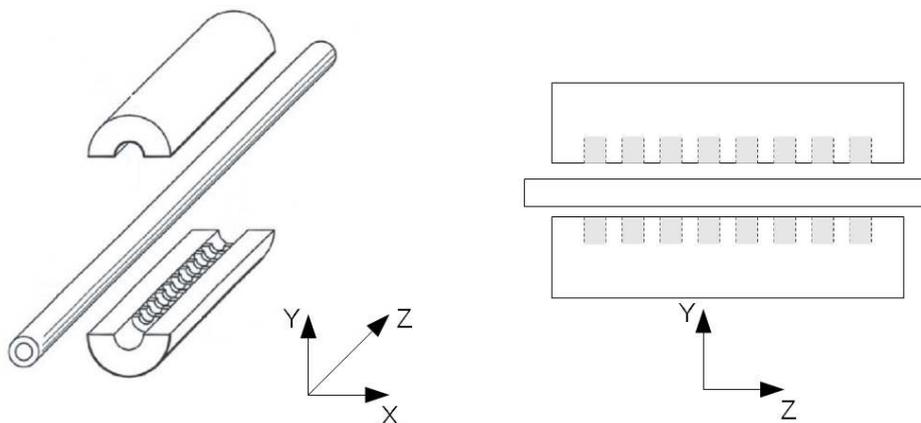


Figure 1-19 : Schéma d'un transducteur avec une perturbation de type modulation isotrope des diamètres

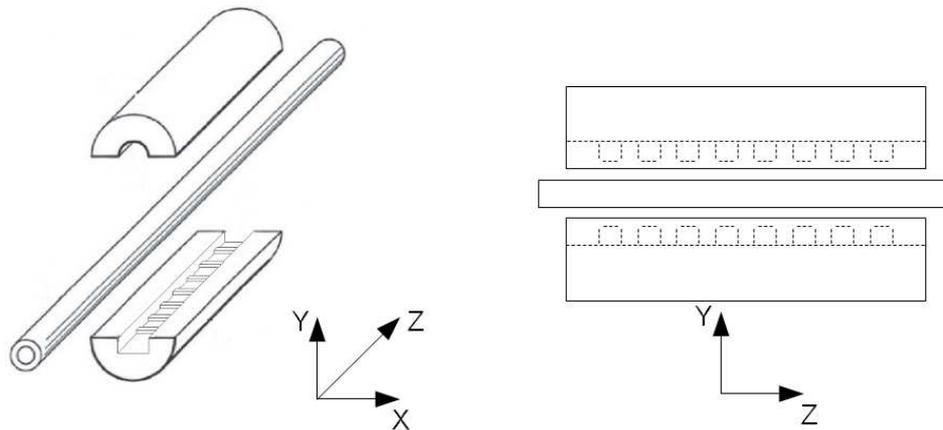


Figure 1-20.: Schéma d'un transducteur avec une perturbation de type modulation anisotrope des diamètres

v) Modulation des pertes optiques

La pré-perturbation de la fibre optique ne sert qu'à la sensibiliser à un paramètre physique donné. Elle va provoquer des pertes optiques qui vont amener le transducteur à son point de fonctionnement. Le mesurande module les pertes par différents effets physiques.

L'*effet thermo-optique* est la variation de l'indice de réfraction d'un milieu avec la température. Dans le cas d'une fibre optique, il y a deux milieux aux propriétés optiques différentes : le cœur et la gaine optique. Chacun d'entre eux va avoir son indice de réfraction qui évolue différemment avec la température. L'ouverture numérique locale (de la partie de la fibre soumise au changement de température) va donc varier. Il s'agit d'une modulation par l'ouverture numérique.

La *dilatation thermique* est un phénomène thermo-géométrique qui va modifier les dimensions d'un objet avec la température. L'impact sur le transducteur est double. En premier lieu, la modification de la dimension longitudinale du transducteur va modifier le spectre de perturbation. En second lieu, la section transverse va être modulée c'est-à-dire l'amplitude de perturbation va changer.

L'*effet élasto-optique* est la modification de l'indice de réfraction d'un milieu à cause d'une contrainte appliquée sur celui-ci. La pré-perturbation a déjà pour effet de modifier les indices de réfraction locaux de la fibre optique. Tout phénomène provoquant une modification de la section transverse (dilatation thermique, pression hydrostatique, force axiale) va modifier l'amplitude de perturbation et donc les indices locaux de réfraction par effet élasto-optique.

vi) Fabrication du transducteur

Les méthodes de réalisation peuvent être soit l'usinage (mécanique ou laser) soit la gravure (attaque chimique après masquage par exemple).

Les deux parties du milieu environnant sont soudées ensemble. Alternativement à la soudure, les deux éléments sont collés, sertis ou clipsés ensemble autour de la fibre optique.

«Le champ électromagnétique est pour le physicien moderne aussi réel que la chaise sur laquelle il est assis...

Il fallait une imagination scientifique hardie pour réaliser pleinement que ce n'est pas le comportement des corps, mais de quelque chose qui se trouve entre eux, c'est-à-dire le champ, qui pourrait être essentiel pour ordonner et comprendre les événements...»

*Albert Einstein (1879-1955) et
Léopold Infeld (1898-1968)*

Chapitre II - Elaboration d'un modèle physique du transducteur

Le transducteur est ici un assemblage constitué d'une fibre optique multimode enserrée entre deux mâchoires dont la surface de pincement a été microstructurée pour fonctionnaliser le dispositif. Un des objectifs du travail de thèse a été de déterminer un modèle multi-physique du comportement de cet assemblage, constituant un transducteur transformant des paramètres physiques tels que la déformation ou la température en paramètres optiques. La modélisation a été essentielle pour comprendre les modifications portées à la propagation de la lumière à l'endroit où les propriétés du guide d'onde sont modifiées par les contraintes exercées par les mâchoires. Elle a aussi été indispensable pour établir l'algorithme pour optimiser la fonction de modulation de la surface des mâchoires en fonction de l'application envisagée pour le capteur. En effet, cette modélisation a notamment permis d'étudier la forme optimale de la microstructuration de surface (géométrie, période et amplitude).

Dans ce chapitre, avant de nous intéresser à l'étude théorique de la propagation optique dans une fibre optique multimode, nous commençons par évaluer la déformation locale du guide d'onde cylindrique lorsqu'il est soumis à la pression des mâchoires. Nous calculons ensuite les indices locaux de réfraction dont la valeur est modifiée par les contraintes mécaniques engendrées. Les modifications des indices de réfraction du cœur et de la gaine optique trouvent leur origine dans l'effet élasto-optique produit par les contraintes mécaniques apparues dans la fibre optique. Dans le cas du transducteur proposé, nous allons montrer que le champ des contraintes n'est ni homogène ni isotrope dans une section droite de la fibre conduisant à une répartition spatiale inhomogène et anisotrope des indices de réfraction (cœur et gaine optique). Le calcul du couplage de modes, via la théorie de Marcuse que nous présenterons, permet de calculer le taux de modulation de la lumière lié à la perturbation locale. Ces résultats étaient nécessaires pour disposer d'une procédure de calcul de la géométrie des mâchoires (profondeur, période, longueur) optimisant la perturbation de la fibre en fonction de la nature d'un mesurande à détecter.

II.1 Modélisation mécanique

Le système mécanique à étudier est complexe car il ne présente qu'une symétrie par rapport à un plan (pas de symétrie de révolution). De plus, les zones de contact entre la fibre et les mâchoires sont des génératrices et non des surfaces. Par conséquent, une solution formelle du problème du contact mécanique entre la génératrice en surface de la fibre optique et le profil modulé de la mâchoire ne nous est pas apparue triviale. La recherche bibliographique n'a pas permis d'identifier des travaux contredisant ce sentiment. Ainsi, pour résoudre le problème mécanique, nous avons entrepris d'implémenter une technique de résolution numérique discrète en utilisant la méthode des éléments finis pour approcher la solution [Rapin, 1993], [Braess, 2001], [Fish et al., 2007], [Carey et al., 1986]. Le grand rapport de forme entre le diamètre de la fibre (quelques centaines de micromètres) et la longueur des mâchoires (quelques dizaines de millimètres) ainsi que la résolution spatiale de calcul à atteindre de l'ordre du micromètre requièrent un très grand nombre de mailles pour une modélisation complète en dimension trois d'espace (environ 2 milliards). Dans l'état actuel des performances numériques, une simulation en trois dimensions complète, tenant compte des effets de bords, par la méthode des éléments finis aurait nécessité une parallélisation massive sur un grand nombre de processeurs. Plutôt que de simuler mécaniquement l'intégralité du transducteur, la simulation sur une période, avec application de conditions aux limites périodiques sur les contraintes et les déformations permet de limiter le nombre des mailles. Cette simulation sur une plage réduite du transducteur

présente encore deux problèmes : le nombre de mailles reste grand (environ 1 million) et la version 3.3 de Comsol© que nous avons utilisé n'est pas adaptée pour traiter des conditions périodiques sur les champs de contraintes et de déformation. De plus, la simulation par éléments finis n'est pas la méthode idéale dès lors que les surfaces de contact entre les éléments simulés sont négligeables. Dans ce cas, la théorie analytique du contact hertzien est particulièrement bien adaptée. Sa mise en œuvre dans le cas particulier de la géométrie de l'assemblage faisant intervenir deux mâchoires planes (coordonnées cartésiennes) et un guide d'onde cylindrique (coordonnées cylindriques) a nécessité de faire des approximations pour résoudre complètement le problème en le décomposant en deux systèmes à deux dimensions.

Le premier calcul a consisté à faire une approximation en assimilant le guide d'onde cylindrique à un guide d'onde plan infini suivant la direction Ox (figure 2-1a) introduisant une invariance dans cette direction. Ainsi la réponse mécanique a été simulée dans le plan Oyz (figure 2-1a) correspondant à une section droite prise à l'axe et contenant la génératrice. Autrement dit, cette simulation correspond au pincement d'un guide d'onde rectangulaire de dimension infinie dans la direction Ox . Ainsi, les résultats obtenus, dans ce cas, ne pourront qu'être indicatifs ; ils fourniront un ordre de grandeur de la déformation produite par les mâchoires. Ce calcul prend en compte la modulation de la mâchoire. L'évaluation de la déformation est utile, on souhaite déterminer son amplitude approximative suivant la direction Oy . Cette valeur est nécessaire pour le calcul des couplages de modes optiques. L'amplitude de la déformation dans cette direction est d'autre part nécessaire pour compléter la simulation par un calcul dans une direction transversale du guide d'onde de forme circulaire c'est-à-dire le plan Oxy (figure 2-1b). Cette seconde simulation correspond à un disque qui serait contraint entre deux plans par une force appliquée (figure 2-1b). Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé une méthode analytique offrant l'avantage de permettre des calculs sans avoir à dépouiller de données discrètes issues d'un calcul numérique, étape particulièrement longue, fastidieuse et source d'erreur. Nous avons utilisé des formules établies par Hertz (1881) [Johnson, 1996], [Timoshenko et al., 1951] dans son modèle du contact hertzien qu'il a développé pour déterminer les contraintes et les déformations. Le modèle du contact hertzien fait intervenir les lois de Hooke [Soutas-Little, 1973], [Atanackovic et al., 2000]. Elles représentent les lois fondamentales de la mécanique linéaire. Elles lient les 4 composantes du tenseur des contraintes σ_{ij} (Eq. 2-1a) aux 4 composantes du tenseur des déformations ε_{ij} (Eq. 2-1b), en deux dimensions, en faisant intervenir les propriétés mécaniques du matériau.

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (a) \tag{Eq. 2-1}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left((1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (b)$$

où E désigne le module d'Young du matériau (exprimé en GPa), ν désigne le coefficient de Poisson et δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Pour l'analyse des résultats, nous avons posé et défini l'écrasement de la fibre optique E_c comme la différence entre le diamètre de la gaine optique avant pincement d_{go} avec le diamètre calculé suivant l'axe Oy de la gaine optique lorsqu'elle est sous l'action d'une contrainte $d_{\sigma oy}$.

$$E_c = d_{go} - d_{\sigma oy} \tag{Eq. 2-2}$$

Les simulations mécaniques présentées dans cette partie introduisent des paramètres géométriques nécessaires pour résoudre le modèle électromagnétique de la propagation optique dans le transducteur. Les paramètres dimensionnels et physiques du couple cœur/gaine optique de la fibre en silice [référence du catalogue Sédi-Fibre : HCL200] choisie sont indiqués dans le tableau 2-1 suivant.

Diamètre du cœur (d_{co})	200 μm
Diamètre de la gaine optique (d_{go})	240 μm
Ouverture numérique (ON)	0,22
Indice de réfraction du cœur	1,456.

Tableau 2-1 : Propriétés de la fibre optique multimode utilisée dans le transducteur

Les propriétés des matériaux pour la simulation sont indiquées dans le tableau 2-2 ci-dessous. Le calcul a été fait pour des mâchoires en aluminium. Une autre version du transducteur avec des mâchoires en plastique existe. Pour l'appliquer à ce cas, il faudrait modifier les propriétés mécaniques des mâchoires et refaire la première simulation, celle par éléments finis. Celle-ci représenterait un temps de calcul et un dépouillement minutieux très important.

Matériau	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson
Aluminium	70	0,345
Silice	69	0,17

Tableau 2-2 : Propriétés mécaniques des matériaux constituant le couple mâchoires/fibre du transducteur

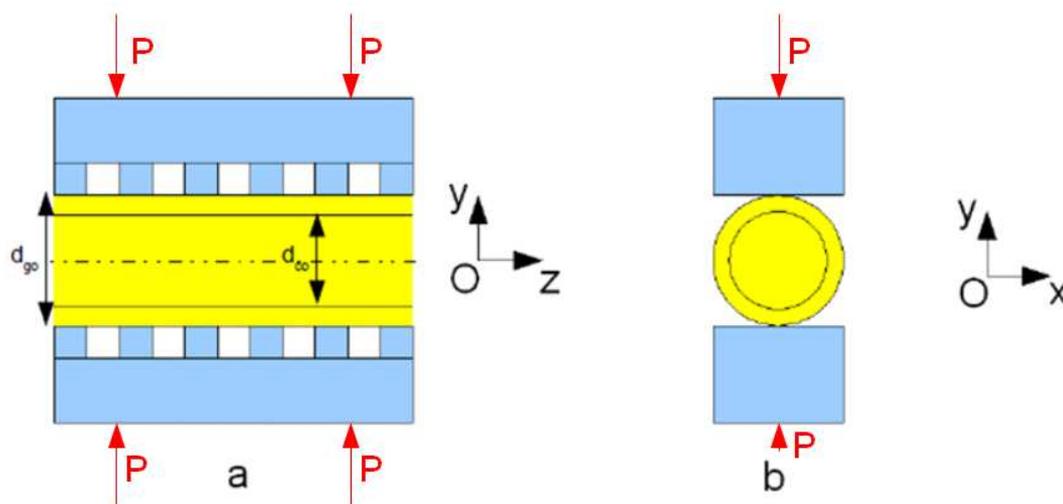


Figure 2-1 : Configurations géométriques des sections simulées : (a) section droite longitudinale (parallèle à la direction de propagation optique) prise sur un diamètre, (b) section droite transversale (perpendiculaire à la direction de propagation optique)

II.1.1 Simulation mécanique par éléments finis

Pour évaluer la déformation produite par les mâchoires dans une coupe suivant la direction (Oy), nous avons commencé par calculer par la méthode des éléments finis le problème de la configuration présentée en figure 2-1a. Le calcul a été implémenté sous le logiciel de simulation de phénomènes physiques Comsol© version 3.3.

Comsol© est un logiciel qui permet de traiter un grand nombre de problèmes physiques par la méthode des éléments finis. Pour le maillage de l'espace, le logiciel propose un maillage intégré. En chaque point du maillage de la structure, la grandeur physique de la simulation est déterminée. La résolution du calcul matriciel par décomposition LU est rapide car elle utilise un noyau Matlab© très performant. Comsol© permet également de faire des simulations multiphysiques c'est-à-dire pour un même problème avec une géométrie fixée, le logiciel permet de calculer plusieurs champs de grandeurs physiques différentes. Nous avons utilisé le module « mécanique des structures », fournit par Comsol© appliqué pour notre simulation avec une géométrie en deux dimensions. Les conditions aux limites correspondent aux déplacements des deux mâchoires évalués en fonction de l'écrasement

E_c . La plus grande valeur d'écrasement possible avant rupture des matériaux déterminée par simulation sous Comsol® a été retenue ($E_c=20\mu\text{m}$ pour une fibre HCL200). Chaque mâchoire se déplace en direction de la fibre d'une valeur égale à la moitié de l'écrasement.

Le maillage adopté dans ce cas était constitué de triangles équilatéraux identiques. Seule cette configuration était possible avec la version 3.3 de Comsol® que nous avons utilisée. Pour assurer la convergence de l'algorithme et pour éviter les artéfacts de calcul nous avons choisi pour mailler la géométrie, la plus petite maille compatible avec nos moyens de calcul (quelques micromètres de côté). Le schéma en figure 2-1a montre un schéma de principe de l'assemblage du transducteur pour une structuration des mâchoires à rapport cyclique constant dont le serrage produit une modulation spatiale de la forme de l'interface cœur/gaine optique, donc du diamètre, périodique. La courbe en figure 2-2b représente la déformation de l'interface optique entre le cœur et la gaine dans le cas décrit figure 2-1a. Ce résultat a été calculé sous Comsol® initialisé avec les paramètres suivants :

- Pas de perturbation P de $80\ \mu\text{m}$;
- Rapport cyclique R_c constant de $0,5$;
- Ecrasement de la fibre E_c de $20\ \mu\text{m}$.

L'adoption d'un rapport cyclique variable pourrait être envisagée dans le futur. Ce choix mériterait une investigation qui n'a pas été entreprise dans le cadre de ce travail en raison du temps disponible. La valeur de la déformation suivant Oy est utilisée pour initialiser le modèle de calcul des contraintes dans une section droite transversale présenté au paragraphe suivant.

Le résultat en figure 2-2b montre que la courbe de réponse mécanique de la fibre soumise à un pincement de forme rectangulaire est bien une fonction périodique de même période que celle de la microstructuration. Pour déterminer une formulation analytique de la déformation du cœur de la fibre, nous avons calculé et représenté en figure 2-3 le périodogramme de cette courbe. Un périodogramme permet d'établir les composantes fréquentielles d'un signal. Il représente la valeur des coefficients de Fourier de la fonction. Pour ce calcul, nous avons normalisé la déformation. Le résultat de la décomposition en série de Fourier montre l'existence d'une composante fondamentale représentant une fonction sinusoïdale. Par conséquent, dans le domaine élastique dans lequel la réversibilité de l'action mécanique peut être supposée vérifiée, on peut considérer la déformation produite par le pincement de la fibre par la mâchoire microstructurée de forme rectangulaire comme sinusoïdale pure. Dans ce cas, l'assemblage mâchoires/fibre se comporte comme un filtre spatial de type passe-bas en supprimant les harmoniques supérieurs de la fonction créneau d'entrée. On peut écrire :

$$D(z) = A \sin\left(2\pi \frac{z}{P}\right) + CC \quad (\text{Eq. 2-3})$$

où $D(z)$ désigne la fonction de la déformation représentant la différence entre l'interface perturbée et l'interface non perturbée (figure 2-2a), P le pas, $CC(P)$ la composante continue qui est fonction du pas P (elle est déterminée en calculant la valeur moyenne d'une période de la déformation), $A(P)$ l'amplitude qui est fonction du pas P .

Elle est obtenue en calculant la moitié de la valeur de l'amplitude pic à pic de la déformation.

Le calcul des variables de cette expression (A et CC) permet d'exprimer une relation analytique de la déformation en fonction du pas de perturbation. Cette expression sera utile pour les calculs futurs (voir paragraphe II.2.4.d). On observe que pour un écrasement de $20\ \mu\text{m}$ des mâchoires et un pas de perturbation de $80\ \mu\text{m}$, la génératrice du cœur est modulée par une ondulation $0,8\ \mu\text{m}$ d'amplitude. Marcuse a démontré [Marcuse, 1991 p159] que pour une amplitude 20 fois inférieure, le mode fondamental perdait toute son énergie au bout de 5 m de fibre.

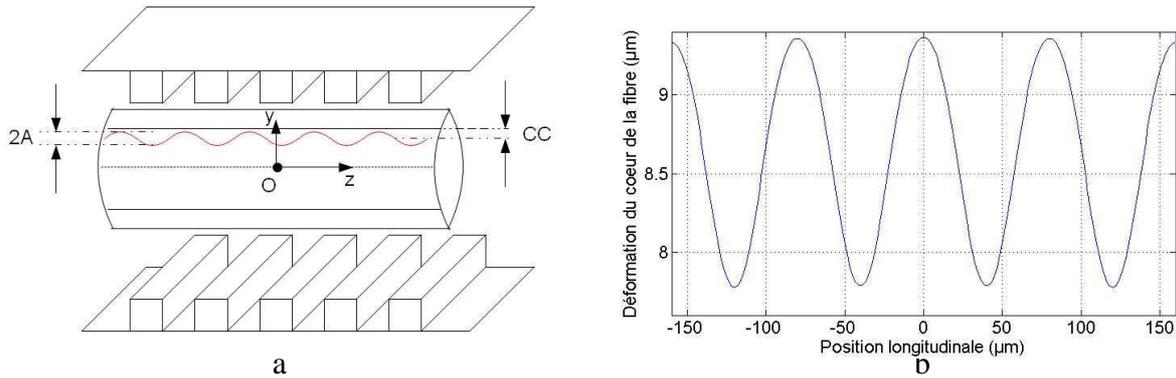


Figure 2-2 : Déformation de l'interface cœur/gaine optique : (a) section droite longitudinale, (b) déformation suivant (Oz) calculée sous Comsol ($P=80 \mu\text{m}$, $E_c=20 \mu\text{m}$, $R_c=0,5$)

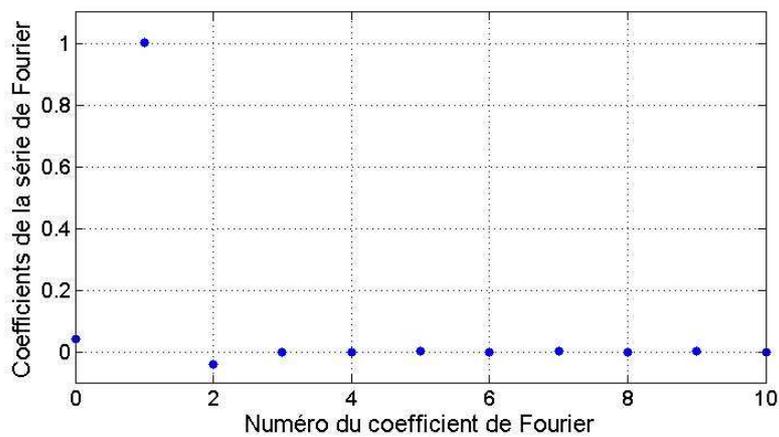


Figure 2-3 : Périodogramme de la déformation normalisée

L'amplitude de perturbation et la composante continue de la déformation dépendent de la fibre optique considérée (géométrie et propriétés mécaniques) ainsi que des paramètres géométriques et physiques des mâchoires. Dans la suite de l'exposé, seules les perturbations avec un rapport cyclique de 0,5 ont été considérées. Cette valeur est un bon compromis car elle offre une amplitude de perturbation significative ($1 \mu\text{m}$ pour un pas de $90 \mu\text{m}$) et permet de répartir la pression de contact sur une surface évitant ainsi la rupture du matériau. Néanmoins, une étude avec des rapports cycliques variables sera intéressante mais, comme nous l'avons déjà indiqué, très longue à traiter. En effet, pour chaque cas (pas de perturbation donné et rapport cyclique donné), il faut modéliser la structure sous Comsol©, fixer les conditions aux limites, mailler le système et résoudre le problème. Ensuite, il faut déduire des résultats numériques les valeurs de A et CC .

Etant donné que les lois de Hooke sont linéaires (Eq. 2-1) et, de plus, ayant montré que la déformation périodique a une amplitude petite comparée au diamètre de la fibre optique ($<0,5\%$), nous avons considéré que dans notre cas l'amplitude et la composante continue de la déformation sont directement proportionnelles à l'écrasement de la fibre optique. Ainsi, pour une fibre donnée, connaissant le pas de la microstructuration et l'écrasement imposé, par une relation analytique, on pourra déterminer les paramètres A et CC nécessaires au calcul des indices locaux.

Pour établir la dépendance entre A et CC et le pas de perturbation P , nous avons simulé sous Comsol© le champ de déformation pour différentes valeurs du pas de perturbation comprises entre 20 et $100 \mu\text{m}$ (à rapport cyclique constant). Ce calcul était long en raison des durées nécessaires pour affiner le modèle et pour calculer la solution des différentes simulations (17 simulations). En effet, chaque simulation nécessite de réaliser un nouveau maillage, initialiser le problème aux conditions aux

limites, exécuter le calcul et enfin en déduire par analyse l'amplitude A et la composante continue CC de la déformation. La figure 2-4 montre une évolution de l'amplitude de la déformation $A(P)$ en fonction du pas de perturbation calculée pour un écrasement de $20\ \mu\text{m}$. On observe une évolution monotone croissante non linéaire de la courbe. En effet, pour des pas de perturbation inférieurs à $30\ \mu\text{m}$, l'amplitude de déformation est très faible puis croît de manière quasi linéaire pour des valeurs de pas comprises entre 40 et $100\ \mu\text{m}$. En figure 2-5, nous avons représenté l'évolution de la composante continue de la déformation $CC(P)$ en fonction du pas de la perturbation pour les mêmes paramètres de calcul. Lorsque le pas de la perturbation tend vers 0, il n'y a plus de perturbation périodique ; la fibre optique est soumise à un écrasement entre deux plans. En augmentant, le pas de la perturbation, celle-ci est mieux imprimée dans la fibre, l'amplitude augmente et la composante continue diminue.

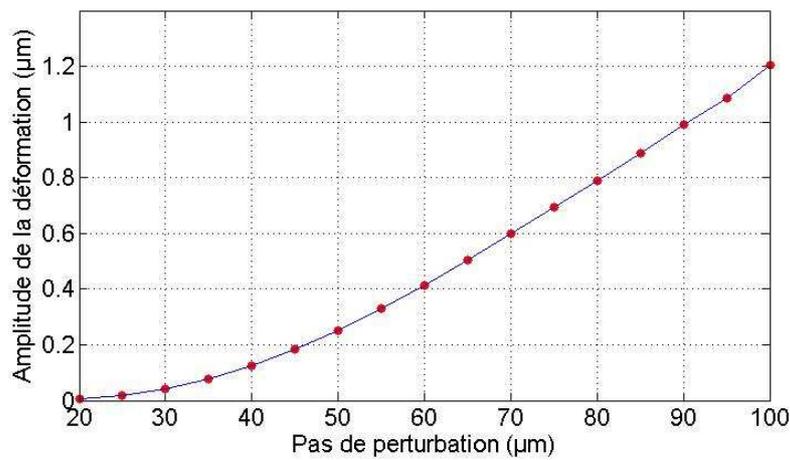


Figure 2-4 : Evolution de l'amplitude A de la déformation pour un écrasement de $20\ \mu\text{m}$ en fonction du pas de perturbation

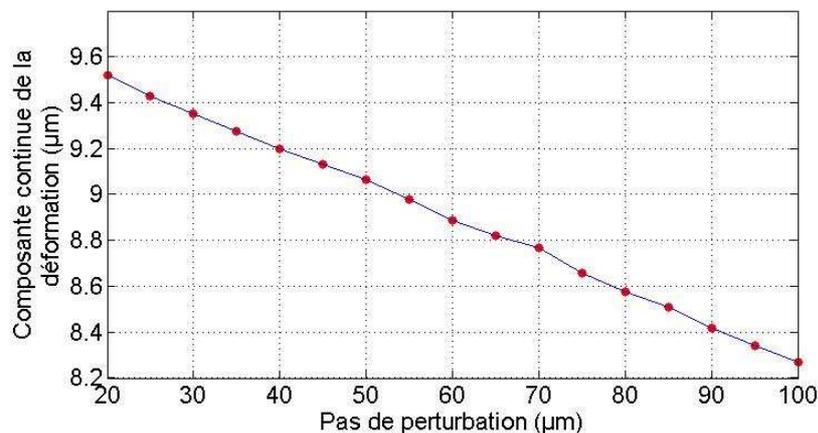


Figure 2-5 : Evolution de la composante continue CC de la déformation pour un écrasement de $20\ \mu\text{m}$ en fonction du pas de perturbation

En conclusion de cette étude, nous avons observé une réponse mécanique sinusoïdale de la fibre soumise à l'action de deux mâchoires à microstructurations rectangulaires identiques. La période spatiale de la déformation est donnée par le pas de la perturbation des microstructures des mâchoires. Nous avons pu déterminer le lien entre le pas de perturbation P et l'amplitude A et la composante continue CC de la déformation de la fibre optique. Ces résultats obtenus pour un rapport cyclique constant, après de nombreuses simulations, sont importants car ils permettent de déterminer analytiquement la valeur de la déformation de la fibre pour un pas de perturbation donné. Cette valeur

est un paramètre nécessaire pour le calcul analytique des contraintes mécaniques au sein de la fibre optique utile pour déterminer les modifications locales des indices de réfraction. Le paragraphe suivant présente le calcul analytique des contraintes dans la section transversale de la fibre optique.

II.1.2 Contraintes mécaniques dans la fibre optique

Les formules de la mécanique des milieux continus permettent de calculer les contraintes et les déformations à l'intérieur de solides soumis à des sollicitations extérieures. Or, lorsque le contact entre le solide et un élément excitateur devient ponctuel, ces formules divergent. En pratique, le contact entre un cylindre et un plan n'est pas une droite car les solides se déforment et la pression de contact crée une surface d'interaction plate le long de la génératrice. Le physicien Heinrich Rudolf Hertz a proposé une modélisation (1881) pour expliquer les franges d'interférence apparaissant au niveau du contact entre deux lentilles superposées. Les expériences qu'il a produites ont notamment montré que les lentilles se déformaient au point de contact et qu'une zone de contact apparaissait dans ce cas [Johnson, 1996], [Timoshenko et al., 1951].

Pour établir le modèle du contact hertzien d'un cylindre écrasé par deux plans parallèles, nous devons d'abord évaluer la déformation du cylindre en contact avec un plan communément appelé le problème du contact hertzien entre un plan et un cylindre. Cette approche permet de poser le problème et de définir les notations. Dans ce cas, on considère un cylindre de longueur infinie suivant la direction Oz posé sur une surface plane de dimension infinie en Oz et Ox et exerçant une contrainte sur le plan du fait de son seul poids. En faisant l'hypothèse que le plan et le cylindre ont une dimension infinie dans la direction de la génératrice du cylindre Oz , le problème à trois dimensions peut être ramené au calcul en deux dimensions dans une section droite perpendiculaire à la génératrice du cylindre Oxy (figure 2-6). On définit ensuite le module d'Young équivalent du système cylindre/plan E^* (Eq. 2-4) à partir des caractéristiques mécaniques du cylindre (E_2, ν_2) et de celles du plan (E_1, ν_1).

Le modèle de Hertz suppose que la zone de contact est une bande de largeur $2a$ (Eq. 2-5) qui dépend du rayon du cylindre R , et du module d'Young équivalent du système E^* et d'un paramètre P homogène à une force par unité de longueur. Dans notre cas, c'est l'écrasement de la fibre optique qui est imposé. A la fin de ce paragraphe (Eq. 2-14), l'écrasement de la fibre est exprimé en fonction de P .

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1-\nu_2}{E_2} \quad (\text{Eq. 2-4})$$

$$a = \sqrt{\frac{4PR}{\pi E^*}} \quad (\text{Eq. 2-5})$$

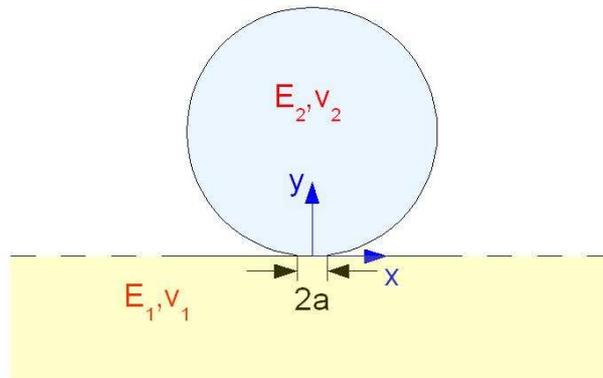


Figure 2-6: Configuration du contact hertzien entre un plan et un cylindre

Au niveau de la génératrice du cylindre en contact avec le plan, en $y = 0$, la contrainte est uniquement dirigée suivant l'axe Oy et vaut d'après le modèle de Hertz [Johnson, 1996], [Timoshenko et al., 1951] :

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a^2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad \text{pour } |x| < a \quad (\text{Eq. 2-6})$$

Les contraintes mécaniques suivant les directions Ox et Oy , dans le cylindre peuvent être calculées en utilisant les formules de McEwen [Johnson, 1996]. Comme l'expression des contraintes σ_x et σ_y est compliquée, on passe par deux intermédiaires de calcul m et n (Eq. 2-7).

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2} + (a^2 - x^2 + y^2) \right] \\ n^2 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2} - (a^2 - x^2 + y^2) \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-7})$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{2P}{\pi a^2} \left[m \left(1 + \frac{y^2+n^2}{m^2+n^2} \right) - 2y \right] \\ \sigma_y &= -\frac{2P}{\pi a^2} m \left(1 - \frac{y^2+n^2}{m^2+n^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-8})$$

Après avoir posé les notations, on peut résoudre le problème du calcul des contraintes dans un cylindre contraint entre deux plans.

Contraintes normales dans un cylindre contraint entre deux plans parallèles

Lorsqu'un cylindre de longueur supposée infinie est contraint entre deux plans parallèles, la contrainte résultante est la somme de trois termes : les contraintes dues aux deux contacts hertziens ainsi qu'une tension bi-axiale, proportionnelle à P [Timoshenko et al., 1951]. La figure 2-7 représente la géométrie du système. Le calcul du module d'Young équivalent E^* (Eq. 2-4) et de a (Eq. 2-5) est le même que pour le cas précédent. Les formules des expressions Eq. 2-9 et Eq. 2-10 sont les intermédiaires de calcul pour les contraintes dues aux deux contacts hertziens. Les expressions des contraintes suivant les directions Ox et Oy sont données Eq. 2-11. Le centre du repère cartésien choisi pour établir les formules est placé à la position du contact entre le cylindre et un des plans.

$$\begin{aligned} m_1^2 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2} + (a^2 - x^2 + y^2) \right] \\ n_1^2 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2} - (a^2 - x^2 + y^2) \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-9})$$

$$\begin{aligned} m_2^2 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + (2R - y)^2)^2 + 4x^2(2R - y)^2} + (a^2 - x^2 + (2R - y)^2) \right] \\ n_2^2 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + (2R - y)^2)^2 + 4x^2(2R - y)^2} - (a^2 - x^2 + (2R - y)^2) \right] \end{aligned}$$

(Eq. 2-10)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{P}{\pi} \left[\frac{1}{R} - \frac{2}{a^2} \left(m_1 \left(1 + \frac{y^2+n_1^2}{m_1^2+n_1^2} \right) + m_2 \left(1 + \frac{(2R-y)^2+n_2^2}{m_2^2+n_2^2} \right) - 4R \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{P}{\pi} \left[\frac{1}{R} - \frac{2}{a^2} \left(m_1 \left(1 - \frac{y^2+n_1^2}{m_1^2+n_1^2} \right) + m_2 \left(1 - \frac{(2R-y)^2+n_2^2}{m_2^2+n_2^2} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-11})$$

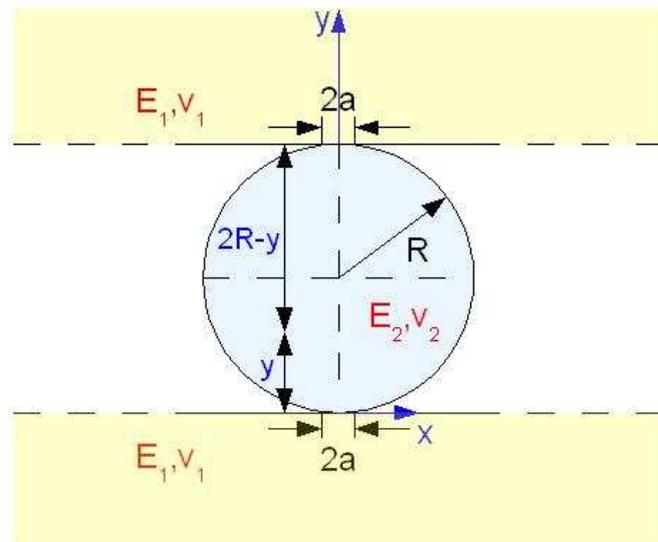


Figure 2-7: Configuration d'un cylindre contraint entre deux plans

Comme il y a invariance suivant la direction longitudinale Oz , toutes les sections transverses du cylindre, quelque soit la position z , sont soumises aux mêmes contraintes. Les déformations, dans ce cas, sont déduites des contraintes à partir des lois de Hooke pour des contraintes planes [Johnson, 1996], [Timoshenko et al., 1951]. L'équation 2-12 relie les déformations ($\varepsilon_X, \varepsilon_Y$) aux contraintes (σ_X, σ_Y) ainsi qu'aux caractéristiques mécaniques du cylindre (E_2, ν_2). L'écrasement du cylindre E_c se calcule en intégrant la déformation ε_Y le long de l'axe Oy (Eq. 2-13). Il est lié à la pression linéique appliquée P , au rayon du cylindre R et aux caractéristiques mécaniques des matériaux du cylindre et des plans (Eq. 2-14). Grâce à cette équation, pour un écrasement donné, on pourra calculer les contraintes dans le cylindre.

$$\varepsilon_X = \frac{1-\nu_2}{E_2} \sigma_X - \frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_2} \sigma_Y \tag{Eq. 2-12}$$

$$\varepsilon_Y = \frac{1-\nu_2}{E_2} \sigma_Y - \frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_2} \sigma_X$$

$$E_c = \int_0^{2R} \varepsilon_Y(x=0, y) dy \tag{Eq. 2-13}$$

$$E_c = 2P \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \left(1 - \frac{\nu_2}{1-\nu_2} - 2 \ln\left(\frac{4R}{a}\right) \right) \tag{Eq. 2-14}$$

Les figures 2-8 et 2-9 représentent respectivement les contraintes suivant les directions Ox (σ_X) et Oy (σ_Y) d'un cylindre en silice subissant un écrasement de 20 μm entre deux plans en aluminium. Les contraintes sont maximales aux points de contact entre les plans et le cylindre puis décroissant en s'en éloignant. Ces graphiques sont calculés avec le logiciel Matlab.

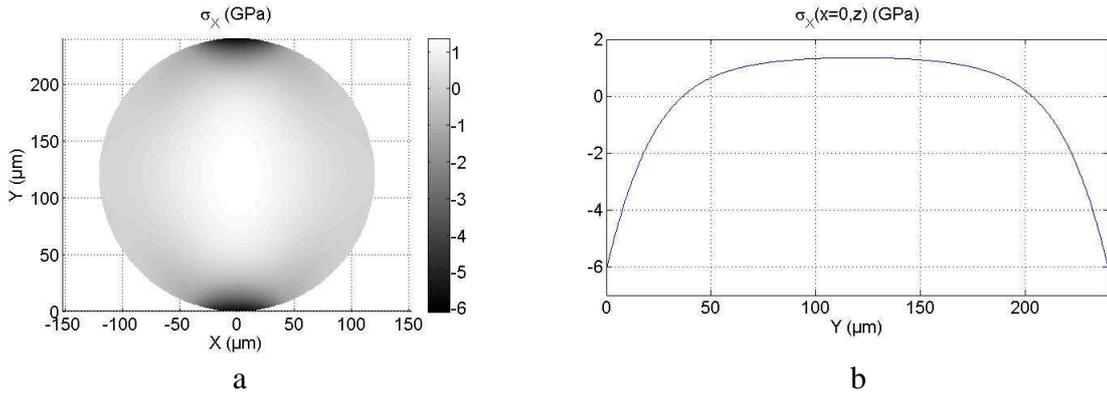


Figure 2-8 : Contrainte σ_x dans le cylindre contraint entre deux plans parallèles :

- (a) champ de contrainte dans toute la section transversale perpendiculaire à l'axe du cylindre,
- (b) profil de la contrainte le long de l'axe $x=0$

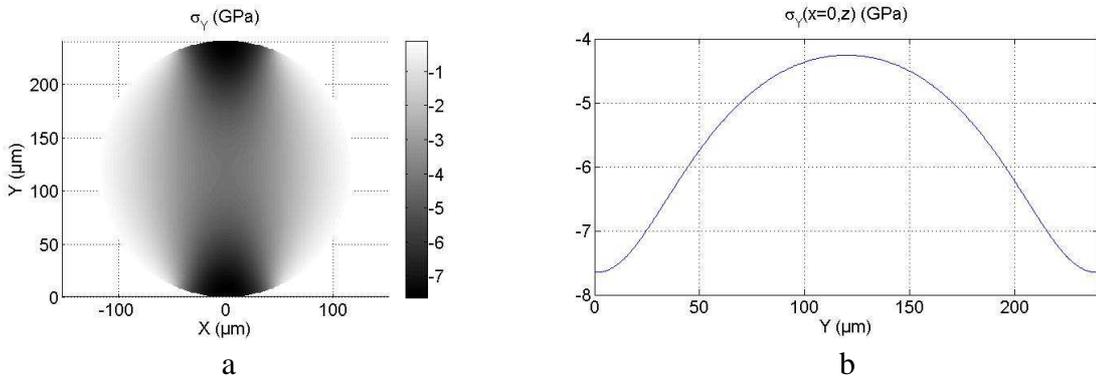


Figure 2-9 : Contrainte σ_y dans le cylindre contraint entre deux plans parallèles :

- (a) champ de contrainte dans toute la section transversale perpendiculaire à l'axe du cylindre,
- (b) profil de la contrainte le long de l'axe $x=0$

Connaissant les contraintes dans la fibre optique, nous allons maintenant nous intéresser aux modifications d'indice optique qu'elles induisent par effet élasto-optique.

II.1.3 Tenseur élasto-optique

Nous allons ici d'abord introduire les notions de vecteur déplacement et de tenseur de permittivité dans un milieu anisotrope avant de décrire comment ce dernier est modifié par un champ de contraintes.

Lorsqu'une onde plane se propage dans un milieu diélectrique anisotrope, non magnétique et non absorbant, les champs électriques et magnétiques satisfont [Bruhat, 1992], [Sivoukhine, 1984], [Hecht, 1987], [Born et al., 1980], [Taillet, 2006] :

les équations de Maxwell ;

une relation constitutive ;

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}_r \mathbf{E} \quad (\text{Eq. 2-15})$$

une loi de conservation de l'énergie, qui s'applique à la densité de l'énergie électromagnétique

$w = w_e + w_m$, où $w_e = \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}$ et $w_m = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$, et le vecteur de Poynting $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}$:

$$\frac{dw}{dt} + \text{div } \mathbf{S} = 0 \quad (\text{Eq. 2-16})$$

De cette loi de conservation et du fait que le milieu considéré est non magnétique et parfaitement transparent (non absorbant), il découle que le tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ est symétrique réel. La matrice 3x3 représentant ce tenseur est donc diagonalisable dans une base orthogonale d'états propres. Dans notre cas, les états de polarisation sont des états de polarisation linéaire. Dans cette base, nous notons :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-17})$$

où n_i sont les « indices propres » du milieu.

Trois cas de figure peuvent se produire :

$n_x \neq n_y \neq n_z$: le milieu est biaxe. $D_i = \varepsilon_0 n_i^2 E_i$ ($i = x, y$ ou z) et les trois « vecteurs propre » $\frac{\mathbf{E}_i}{\|\mathbf{E}_i\|}$

forment une base orthonormée : on appelle ce trois directions les directions principales.

$n_x = n_y \neq n_z$: le milieu est uniaxe.

$n_x = n_y = n_z$: toutes les directions sont équivalentes et le milieu est isotrope.

Dans un matériau anisotrope, l'ellipsoïde des indices détermine l'indice de réfraction n vu par une onde lumineuse en fonction de la direction \mathbf{d} (vecteur unitaire) de son vecteur déplacement diélectrique \mathbf{D} , dans le repère généré par les directions principales.

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-18})$$

$$\frac{p^2}{n_x^2} + \frac{q^2}{n_y^2} + \frac{r^2}{n_z^2} = \frac{1}{n} \quad (\text{Eq. 2-19})$$

Le champ de contrainte appliqué à la fibre provoque un changement d'indice, de telle sorte que le tenseur d'imperméabilité $\boldsymbol{\varepsilon}_r^{-1}$ (inverse du tenseur de permittivité diélectrique) varie d'une quantité

$\left[\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{ij} \right]$ (matrice 3x3). Dans le système d'axes propres (Ox, Oy, Oz), le champ de contrainte

déforme l'ellipsoïde des indices et fait intervenir des termes croisés.

$$\left(\frac{1}{n_x^2} + \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{xx} \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{yy} \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{zz} \right) z^2 + 2\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{yz} yz + 2\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{xz} xz + 2\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{xy} xy = 1 \quad (\text{Eq. 2-20})$$

Les axes (Ox , Oy , Oz) ne sont plus les axes propres : l'ellipsoïde a subi une déformation (termes diagonaux) ainsi qu'une rotation (termes extra-diagonaux).

La silice, étant un matériau isotrope en l'absence d'un champ de contrainte, les termes croisés de l'ellipsoïde des indices (Eq. 2-20) sont nuls. Les autres trois termes de variation (Eq. 2-22) qui apparaissent dans l'équation 2-21 dépendent du tenseur élasto-optique P_{ij} et du tenseur des déformations ε_{ij} [Parmentier et al., 2003] (Eq. 2-23). Les valeurs des composantes du tenseur élasto-optique, pour la silice sont ($P_{11} = 0,121$, $P_{12} = 0,270$) [Parmentier et al., 2003].

Dans le cadre du système simulé dans le paragraphe précédent (contraintes planes), il n'y a pas de déformation suivant l'axe Oz donc pas de variation d'indice de réfraction suivant cette direction. Les indices de réfraction suivant les axes Ox et Oy deviennent inhomogènes et anisotropes car les contraintes sont inhomogènes et anisotropes. L'équation 2-24 est finalement l'expression des nouveaux indices de réfraction obtenus dans la section transverse de la fibre suivant les axes Ox et Oy .

$$\left(\frac{1}{n_{Si}^2} + \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{xx}\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_{Si}^2} + \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{yy}\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_{Si}^2} + \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{zz}\right)z^2 = 1 \quad (\text{Eq. 2-21})$$

$$\frac{1}{n_X^2} = \frac{1}{n_{Si}^2} + \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{xx}$$

$$\frac{1}{n_Y^2} = \frac{1}{n_{Si}^2} + \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{yy} \quad (\text{Eq. 2-22})$$

$$\frac{1}{n_Z^2} = \frac{1}{n_{Si}^2} + \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{zz}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{xx} \\ \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{yy} \\ \Delta\left(\frac{1}{n_{Si}^2}\right)_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} \\ P_{12} & P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{12} & P_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-23})$$

$$n_X = \frac{n_{Si}}{\sqrt{1+n_{Si}^2(P_{11}\varepsilon_x+P_{12}\varepsilon_y)}}$$

$$n_Y = \frac{n_{Si}}{\sqrt{1+n_{Si}^2(P_{11}\varepsilon_y+P_{12}\varepsilon_x)}} \quad (\text{Eq. 2-24})$$

Les figures 2-10 et 2-11 représentent les indices de réfraction dans le cœur de la fibre subissant un écrasement de $20 \mu\text{m}$ pour, respectivement, un vecteur déplacement électrique parallèle à l'axe Ox et parallèlement à l'axe Oy . Ces indices sont tous supérieurs à l'indice de réfraction en l'absence de contrainte. Pour comprendre cette tendance, il faut penser à la loi de Gladstone qui permet de calculer l'indice de réfraction d'un gaz en fonction de sa concentration. Plus la concentration du gaz est élevée, plus l'indice de réfraction sera grand. L'écrasement de la fibre va rapprocher les atomes de la fibre donc augmenter la densité.

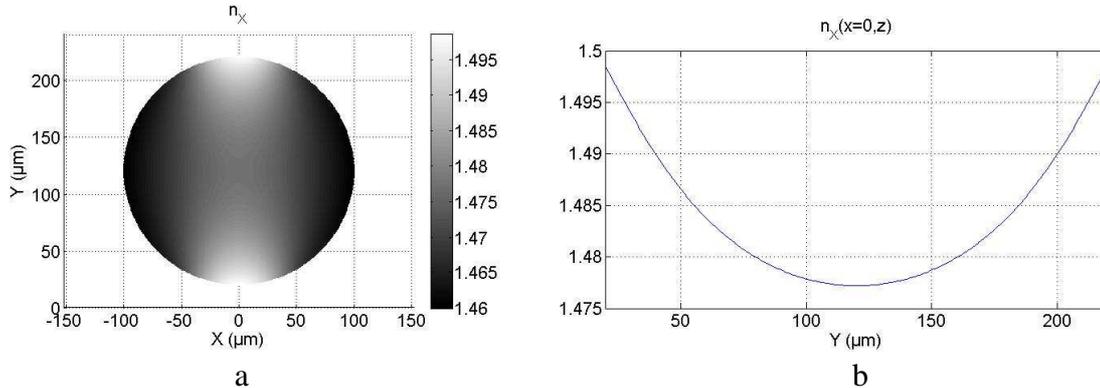


Figure 2-10 : Indice de réfraction dans le cœur de la fibre en silice

suivant l'axe Ox pour un écrasement de $20\ \mu\text{m}$:
 (a) indice sur toute la surface du cœur,
 (b) profil de l'indice suivant l'axe $x=0$

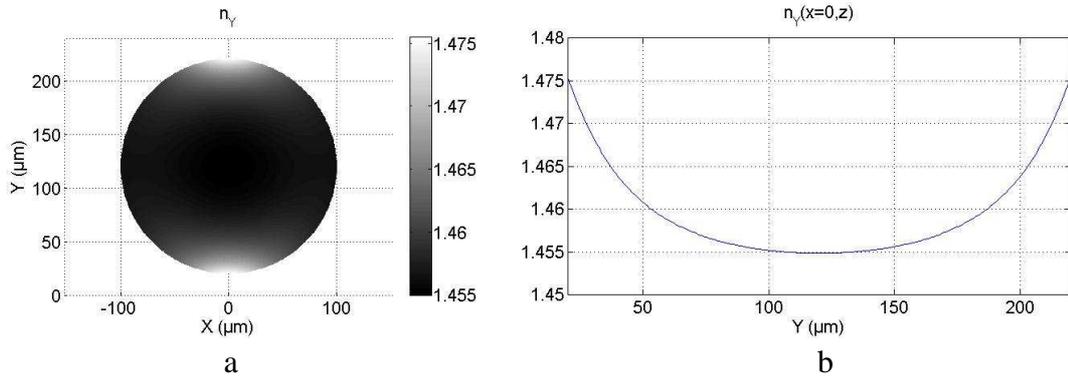


Figure 2-11 : Indice de réfraction dans le cœur de la fibre en silice
 suivant l'axe Oy pour un écrasement de $20\ \mu\text{m}$:
 (a) indice sur toute la surface du cœur,
 (b) profil de l'indice suivant l'axe $x=0$

Nous constatons que la mâchoire a certes permis de moduler périodiquement l'interface cœur/gaine optique de la fibre pour la sensibiliser mais qu'elle a également, par effet élasto-optique rendu l'indice de réfraction du cœur anisotrope et inhomogène à des dimensions grandes comparées à la longueur d'onde. Connaissant maintenant la géométrie et les propriétés optiques de notre fibre perturbée, nous allons étudier la propagation de la lumière dans le transducteur.

II.2 Modélisation électromagnétique

La propagation de la lumière dans les fibres optiques perturbées peut être modélisée par différentes méthodes. La résolution numérique des équations de Maxwell est dans certains cas difficile à mettre en œuvre ou bien elle nécessite une très grande puissance de calcul. C'est pourquoi la méthode géométrique du tracé de rayons, la première proposée historiquement, a été la méthode la plus utilisée pour décrire la propagation lumineuse dans un guide d'onde cylindrique perturbé et notamment pour les fibres optiques multimodes.

Le paragraphe suivant présente une synthèse des méthodes de modélisation de la propagation des ondes optiques dans une fibre optique multimode et conclut sur le choix adopté pour calculer la propagation de la lumière dans le cas d'étude.

II.2.1 Méthodes de simulation de la propagation

Le tableau 2-3 présente les différentes méthodes de simulation de la propagation lumineuse dans une fibre optique.

	Méthodes modales	Méthodes dites «numériques»
Méthodes électromagnétiques	(a) Résolution analytique des équations de Maxwell	(b1) FDTD + (b2) méthode des éléments finis
Méthodes géométriques	(c) Tracé de rayons	(d) Résolution numérique de l'équation de l'eikonale

Tableau 2-3 : Tableau de synthèse des méthodes de simulation de la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique

(a) Résolution analytique des équations de Maxwell

La résolution analytique des équations de Maxwell, dans le cas d'une fibre optique fait apparaître plusieurs solutions : ce sont les modes électromagnétiques de la fibre [Snitzer, 1961],

[Belanger], [Marcuse, 1991], [Snyder et al., 1996]. La détermination des modes guidés est assez aisée dans le cas d'une fibre optique cylindrique à saut d'indice. Dès que la géométrie et les indices de réfraction deviennent trop compliqués, il n'existe plus de solution analytique. Suivant la source utilisée, l'énergie lumineuse se répartit différemment sur les modes guidés. Il faut donc déterminer la fonction de répartition de l'énergie. Le calcul des modes est parfois laborieux et très dépendant de la géométrie, mais une fois obtenu, il permet des calculs plus rapides et avec une plus faible erreur numérique.

(b1) Méthode des éléments finis

Initialement proposée pour résoudre des problèmes de mécanique des fluides [Carey et al., 1986], la méthode des éléments finis sert aussi à résoudre les équations de Maxwell. Cette méthode nécessite un maillage de l'espace. Les valeurs des composantes des champs électriques et magnétiques sont évaluées à chaque nœud du maillage. Le défaut de cette méthode est que la distance entre deux points du maillage doit être très inférieure à la longueur d'onde, ce qui nécessite une forte discrétisation et demande vite une grande quantité de mémoire et une grande puissance de calcul. Pour une source donnée, le résultat obtenu, par cette méthode est l'état stationnaire de l'onde électromagnétique dans le milieu. Son avantage est sa grande adaptabilité (géométrie et matériaux).

(b2) Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)

La méthode dite FDTD, abréviation anglaise pour Finite-Difference Time Domain est une méthode de calcul basée sur l'utilisation des différences finies pour résoudre les équations différentielles de Maxwell dans l'espace et le temps à partir de conditions initiales données. Cette méthode a été initialement proposée en 1966 par K.S. Yee [Yee, 1966], [Taflove et al., 1961]. Contrairement à la méthode des éléments finis, en FDTD, toutes les composantes du champ électromagnétique ne sont pas calculées à tous les nœuds du maillage, ni aux mêmes instants. La cellule de Yee (figure 2-12) montre à quels points de l'espace sont évaluées les différentes composantes du champ électromagnétique. La FDTD a un intérêt pour étudier, en particulier les états transitoires et les ondes non monochromatiques. Cette méthode flexible est très adaptable. Cependant, elle nécessite beaucoup de ressources en terme de mémoire et de puissance de calcul.

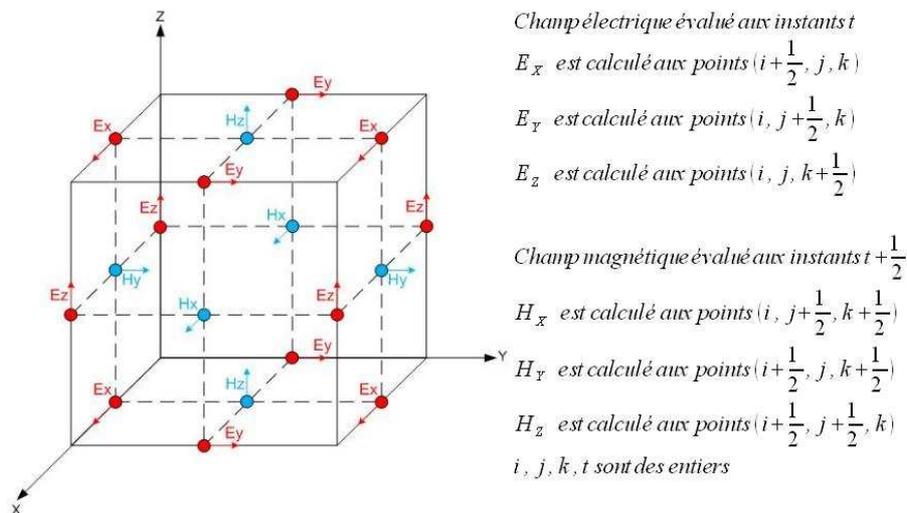


Figure 2-12 : Cellule de Yee

(c, d) Tracé de rayons / Résolution de l'équation de l'eikonale

Avec ce modèle, le faisceau lumineux est supposé être constitué de rayons se propageant dans la fibre optique avec un certain angle d'inclinaison par rapport à l'axe optique [Witkowsky et al., 2008], [Snyder et al., 1975], [Love et al., 1980]. Les conditions d'injection de la lumière dans la fibre,

c'est-à-dire la proportion de rayons qui sont inclinés de la même manière par rapport à l'axe optique, sont liées au diagramme d'émission de la source. La propagation des rayons suit les lois de l'optique géométrique. Dans une fibre à saut d'indice, le trajet du rayon est une suite de lignes brisées. Les changements de direction des rayons interviennent à l'interface cœur/gaine optique de la fibre. Dans des cas plus complexes, une approche numérique est nécessaire pour déterminer la trajectoire d'un rayon, comme par exemple, pour le cas d'une fibre dont l'indice de réfraction du cœur est variable. Cette méthode géométrique est uniquement valable si aucun phénomène ondulatoire n'intervient c'est-à-dire dans le cas où les dimensions des interfaces sont grandes par rapport à la longueur d'onde.

Choix de la méthode

La modélisation de la propagation de la lumière dans une fibre optique multimode peut actuellement se faire principalement par deux méthodes : le tracé de rayons ou l'analyse modale. La résolution numérique par différences finies ou éléments finis est plus rare car elle nécessite une grande puissance de calcul et une grande capacité de mémoire. Dans le cas présent, avec des perturbations de l'ordre de la dizaine de micromètres sur plusieurs millimètres de longueur, les deux approches (tracé de rayons et méthode modale) sont envisageables. Par souci de précision et aussi par volonté d'investigation de cette méthode peu utilisée, nous avons retenu la méthode modale pour modéliser puis simuler la propagation de la lumière au sein d'une fibre optique multimode. Cette méthode présente l'avantage d'être analytique et prend en compte les phénomènes dus à la nature ondulatoire de la lumière que ne peut traiter la méthode géométrique qui nécessite, par ailleurs, de développer des programmes de tracé de rayons qui prennent rapidement beaucoup de ressources. L'annexe VI présente la théorie du tracé de rayons dans le cas de notre capteur.

II.2.2 Calcul des modes d'une fibre optique à saut d'indice

La première étape de la modélisation est d'établir la nature des modes guidés c'est-à-dire des modes qui se propagent et dont l'énergie reste confinée dans le cœur et cela dans le cas d'une fibre optique non perturbée. Cette démonstration classique est présentée dans de nombreux ouvrages [Snitzer, 1961], [Belanger], [Marcuse, 1991], [Snyder et al., 1996], [Gloge, 1971]. La seconde étape consistera à déterminer les modes rayonnés. Ces modes se propagent dans la gaine optique. Ils ne sont pas confinés dans le cœur. L'étape suivante étant de calculer les couplages entre modes causés par la perturbation de la fibre optique.

II.2.2.a Détermination des modes guidés

La fibre optique à saut d'indice est une structure diélectrique à symétrie cylindrique composée de deux matériaux d'indice de réfraction différents. Le cœur a un indice de réfraction $n_{co} = \sqrt{\epsilon_{co}}$ supérieur à l'indice de réfraction de la gaine optique $n_{go} = \sqrt{\epsilon_{go}}$. Les équations de Maxwell (Eq. 2-25) se simplifient car il n'y a ni charge, ni courant et les matériaux sont non magnétiques ($\mu = \mu_0$). C'est dans l'article de Snitzer de 1961 qu'apparaît pour la première fois une description complète des modes guidés d'une fibre optique multimode à saut d'indice [Snitzer, 1961]. Cette description a ensuite été reprise abondamment dans la littérature [Belanger], [Marcuse, 1991], [Snyder et al., 1996], [Gloge, 1971].

$$\begin{aligned} \text{rot}\mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} & \text{div}\mathbf{E} &= 0 \\ \text{rot}\mathbf{H} &= \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} & \text{div}\mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-25})$$

La fibre optique est considérée de longueur infinie. La variable longitudinale z est séparée des variables transverses r et θ . Le champ électromagnétique est recherché avec la forme de l'équation 2-26.

$$\mathbf{E}(r, \theta, z, t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} E_r(r, \theta) \\ E_\theta(r, \theta) \\ E_z(r, \theta) \end{bmatrix} (e^{-j\beta z} e^{j\omega t} + cc) \quad (\text{Eq. 2-26})$$

$$\mathbf{H}(r, \theta, z, t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_r(r, \theta) \\ H_\theta(r, \theta) \\ H_z(r, \theta) \end{bmatrix} (e^{-j\beta z} e^{j\omega t} + cc)$$

où cc désigne le complexe conjugué de $e^{-j\beta z} e^{j\omega t}$ et β est la constante de propagation du modes.

Si β est réel, on dira que le mode est guidé ; si β est imaginaire, on parlera de mode évanescent. Dans le cas d'une onde plane se propageant dans un milieu infini, isotrope et homogène d'indice de réfraction n , β s'exprime en fonction de l'indice de réfraction du milieu et du vecteur d'onde $k_0 = \frac{\omega}{c}$. c est la célérité de la lumière.

$$\beta = k_0 n \quad (\text{Eq. 2-27})$$

Comme le milieu est composé de deux indices et que la structure est guidante ($n_{co} > n_{go}$), les valeurs des constantes de propagation des modes guidés sont restreintes à l'intervalle de l'équation 2-28.

$$k_0 n_1 > \beta > k_0 n_2 \quad (\text{Eq. 2-28})$$

La résolution des équations de Maxwell dans le cœur et la gaine optique et l'application des conditions aux limites amène à l'équation 2-29 dite équation caractéristique. m est la constante de séparation. C'est un entier. Le détail du calcul du champ électromagnétique est donné dans l'annexe I.

$$\left[\frac{J'_m(ua)}{(ua)J_m(ua)} + \frac{K'_m(wa)}{(wa)K_m(wa)} \right] \left[\frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} \frac{J'_m(ua)}{(ua)J_m(ua)} + \frac{K'_m(wa)}{(wa)K_m(wa)} \right] = m^2 \left(\frac{1}{u^2 a^2} + \frac{1}{w^2 a^2} \right) \left(\frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} \frac{1}{u^2 a^2} + \frac{1}{w^2 a^2} \right) \quad (\text{Eq. 2-29})$$

où J_m représente la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m , K_m la fonction de Bessel d'ordre m modifiée pour la variable complexe, f' la dérivée de f , a le rayon de la fibre optique,

$$u^2 = k_0^2 n_{co}^2 - \beta^2$$

$$w^2 = \beta^2 - k_0^2 n_{go}^2.$$

Cette équation implicite permet le calcul des constantes de propagation β des modes guidés. Les constantes de propagation sont normalisées entre 0 et 1 (Eq. 2-30) et sont ensuite présentées sous forme d'abaques. Elles dépendent de l'ouverture numérique ON (Eq. 2-30a), du rayon du cœur a et de la longueur d'onde λ . La fréquence normalisée de la fibre V (Eq. 2-30b) est déduite de ces paramètres (Eq. 2-31). Il est donc possible de déterminer les constantes de propagation des modes en connaissant uniquement la fréquence normalisée et l'ouverture numérique de la fibre. La figure 2-13 représente un abaque donnant les constantes de propagation normalisées b (Eq. 2-31) en fonction de la fréquence normalisée de la fibre V calculé par résolution numérique de l'équation caractéristique (Eq. 2-29) sous Matlab pour une ouverture numérique de 0,4. On observe que pour des fréquences inférieures à 2,4, un unique mode est propagé (HE_{11} , voir annexe I). Dans ce cas la fibre est qualifiée de monomode. Au-delà de cette fréquence limite, la fibre est dite multimode. Par exemple, pour une fréquence $V = 3$, quatre modes guidés existent. En figure 2-14, nous avons représenté un abaque calculé pour une ouverture numérique de 0,22. Certains modes ont des constantes de propagation très proches et peuvent être regroupés en ce qu'on appelle des groupes de modes.

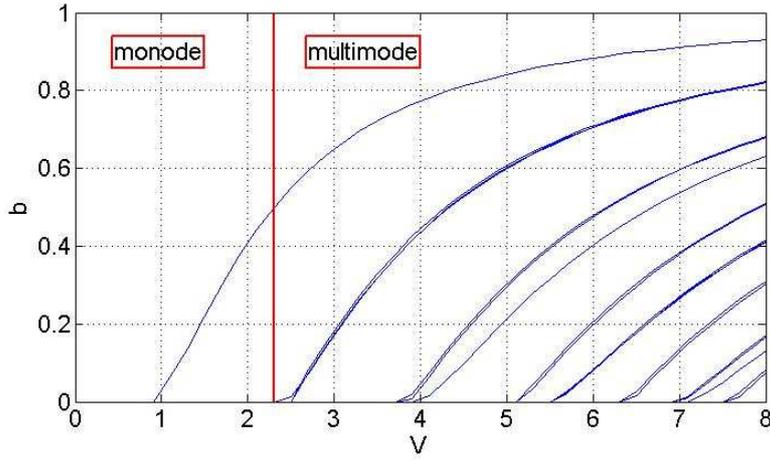


Figure 2-13: Abaque des constantes de propagation normalisées b en fonction de la fréquence normalisée V pour une ouverture numérique de 0,4

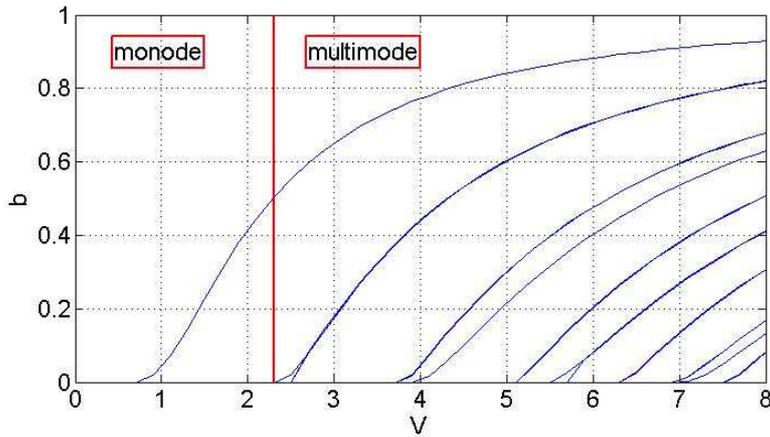


Figure 2-14: Abaque des constantes de propagation normalisées b en fonction de la fréquence normalisée V pour une ouverture numérique de 0,22

$$ON = \sqrt{n_{co}^2 - n_{go}^2} \quad (a) \tag{Eq. 2-30}$$

$$V = k_0 \cdot a \cdot ON \quad (b)$$

$$b = \frac{\beta - k_0 n_{go}}{k_0 (n_{co} - n_{go})} \tag{Eq. 2-31}$$

Pour chaque valeur de la constante de séparation m , l'équation caractéristique (Eq. 2-29) admet plusieurs solutions β donc plusieurs modes. m est également appelé indice azimutal du mode. Pour $m = 0$, l'équation caractéristique se simplifie en deux équations. L'équation 2-32 correspond à un mode transverse électrique ou mode TE car le champ électrique suivant la direction longitudinale est nul. L'équation 2-33 est l'équation caractéristique d'un mode TM.

$$\frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} \frac{J_0'(ua)}{(ua)J_0(ua)} + \frac{K_0'(wa)}{(wa)K_0(wa)} = 0 \tag{Eq. 2-32}$$

$$\frac{J_0'(ua)}{(ua)J_0(ua)} + \frac{K_0'(wa)}{(wa)K_0(wa)} = 0 \tag{Eq. 2-33}$$

Lorsque m est non nul, les solutions de l'équation caractéristique sont les constantes de propagation de modes dits hybrides car toutes leurs composantes vectorielles sont non nulles. Chaque mode guidé apparaît au-delà d'une certaine fréquence normalisée. C'est la fréquence de coupure du mode. Si la

fréquence normalisée est inférieure à la fréquence de coupure du mode alors le mode devient évanescent. Il existe d'autres modes propagatifs, dont l'énergie n'est pas localisée dans le cœur de la fibre, ce sont les modes rayonnés. En utilisant l'équation caractéristique (Eq. 2-29) ainsi que les relations de récurrence sur les fonctions de Bessel, les fréquences de coupures V_c sont déterminées par les équations 2-34 et 2-35. Comme il existe deux équations distinctes qui permettent de déterminer les fréquences de coupure des modes guidés, il y a deux sous-familles de modes hybrides.

$$J_m(V_c) = 0 \quad (\text{Eq. 2-34})$$

$$J_{m-2}(V_c) = \frac{1-n^2}{1+n^2} J_m(V_c) \quad (\text{Eq. 2-35})$$

où $n = \frac{n_{co}}{n_{go}}$.

Les figures 2-13 et 2-14 mettent en évidence que lorsque l'ouverture numérique diminue, certains modes ont des constantes de propagation très proches. L'approximation de faible guidage est le fait de considérer que l'indice de réfraction du cœur est très proche de l'indice de réfraction de la gaine optique. On parle alors de modes linéairement polarisés (modes LP). L'équation 2-36 est l'équation caractéristique dans le cadre de l'approximation de faible guidage. Comme l'ouverture numérique est supposée nulle, l'abaque des constantes de propagation normalisées en fonction de la fréquence normalisée (figure 2-15) est unique. Les composantes du champ électromagnétique sont calculées dans l'annexe I.

$$\left[\frac{J'_m(ua)}{(ua)J_m(ua)} + \frac{K'_m(wa)}{(wa)K_m(wa)} \right] = \pm m \left(\frac{1}{u^2 a^2} + \frac{1}{w^2 a^2} \right) \quad (\text{Eq. 2-36})$$

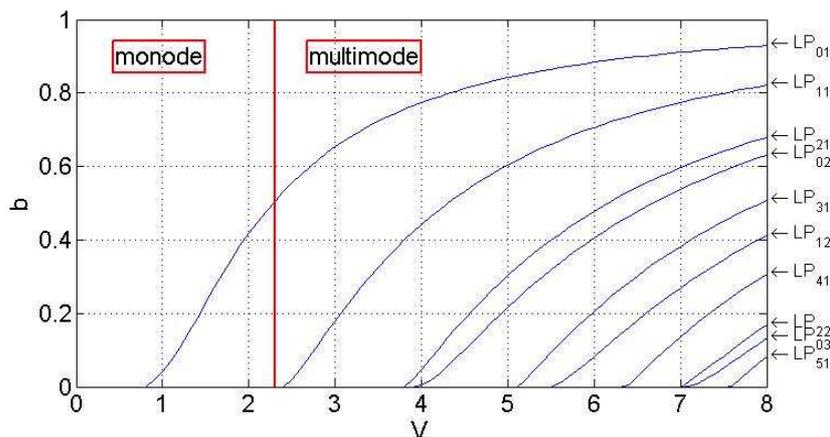


Figure 2-15: Abaque des constantes de propagation normalisées b en fonction de la fréquence normalisée V dans l'approximation de faible guidage

Dans notre cas, en raison de la faible ouverture numérique de notre fibre optique ($ON = 0,22$), nous avons considéré cette hypothèse de faible guidage.

II.2.2.b Détermination des modes rayonnés

La forme du champ électromagnétique des modes rayonnés reste la même que celle des modes guidés (Eq. 2-26). Les modes rayonnés ne restent pas confinés dans le cœur de la fibre ; ils se propagent dans la gaine. Le développement des équations de Maxwell (Eq. 2-25) et de l'équation d'onde se font de la même manière que pour les modes guidés. La constante de propagation de ces modes peut avoir une valeur quelconque inférieure à $k_0 n_2$. A la différence des modes guidés, les modes rayonnés constituent un continuum de modes. Le détail des calculs pour obtenir toutes les composantes du champ électromagnétique est donné en annexe II.

II.2.2.c Décomposition du champ électromagnétique sur les modes idéaux de la fibre optique

Les modes guidés et rayonnés que nous venons de déterminer dans les deux paragraphes précédents sont les modes idéaux de la fibre non perturbée. Les composantes transversales des champs électromagnétiques des modes idéaux forment une base orthonormée complète c'est-à-dire que pour toute lumière injectée dans la fibre optique, le champ électromagnétique transversal de celle-ci se décompose de manière unique sur la base des modes idéaux de la fibre [Marcuse, 1991].

Le champ électromagnétique (\mathbf{E} , \mathbf{H}) est la somme d'un champ transversale (\mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t) et d'un champ longitudinal (\mathbf{E}_z , \mathbf{H}_z). L'opérateur rotationnel (\mathbf{rot}) appliqué à un vecteur quelconque peut être exprimé fonction de ses composantes transversales et longitudinales (Eq. 2-38). La combinaison de cette équation avec les équations de Maxwell (Eq. 2-25) donne la relation (Eq. 2-39) qui lie les composantes transversales du champ (\mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t) aux composantes longitudinales (\mathbf{E}_z , \mathbf{H}_z).

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_t + \mathbf{H}_z \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-37})$$

$$(\mathbf{rot} \mathbf{H})_t = \mathbf{rot}_t \mathbf{H}_z + \mathbf{e}_z \wedge \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} \quad (\text{Eq. 2-38})$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{rot} \mathbf{H})_z &= \mathbf{rot}_t \mathbf{H}_t \\ \mathbf{E}_z &= \frac{1}{i\omega\epsilon_0 n^2} \mathbf{rot}_t \mathbf{H}_t \\ \mathbf{H}_z &= \frac{-1}{i\omega\mu_0} \mathbf{rot}_t \mathbf{E}_t \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-39})$$

Le champ électromagnétique transversal de la source (\mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t) se décompose, de manière unique sur la base des champs électromagnétiques transversaux des modes idéaux :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \sum_{v=1}^N a_v \mathbf{E}_{vt} + \int_0^\infty a_\rho \mathbf{E}_{\rho t} \\ \mathbf{H}_t &= \sum_{v=1}^N b_v \mathbf{H}_{vt} + \int_0^\infty b_\rho \mathbf{H}_{\rho t} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-40})$$

où \mathbf{E}_{vt} est la composante transverse du champ électrique du mode guidé v et $\mathbf{E}_{\rho t}$ est celle du mode rayonné.

II.2.3 Généralités sur le couplage de modes

L'injection de la lumière dans une fibre optique excite les modes guidés et les modes rayonnés c'est-à-dire que chaque mode reçoit une partie de l'énergie injectée. Or, les modes rayonnés comme leur nom l'indique laissent l'énergie s'échapper de la fibre. Il ne reste alors plus que l'énergie répartie sur les modes guidés après une certaine longueur de fibre. Dès que la fibre est perturbée (courbure, mise sous contrainte), de l'énergie est échangée entre les modes. C'est le phénomène du couplage de modes. Lorsque l'énergie est couplée entre deux modes guidés, il n'y a pas de perte en transmission; seule la distribution spatiale de l'intensité lumineuse change dans la fibre. Dès qu'un mode guidé est couplé à un mode rayonné, de l'énergie s'échappe de la fibre. Il y a alors perte en transmission.

La théorie du couplage de modes dans les fibres optiques a été introduite au début des années 1970 [Huang, 1994] par Snyder [Snyder, 1972], Marcuse [Marcuse, 1973], Yariv [Yariv, 1973] et Kogelnik [Kogelnik, 1975].

Pour de faibles perturbations, la structure modale de la fibre optique ne changent quasiment pas. La décomposition du champ électromagnétique dans la zone perturbée (\mathbf{E}^p , \mathbf{H}^p) se fait sur les modes idéaux (guidés et rayonnés) de la fibre non perturbée (\mathbf{e}_v , \mathbf{h}_v) (Eq. 2-41) [Gloge, 1971]. Le symbole $\sum \int$ signifie qu'il y a sommation sur l'ensemble discret des modes guidés et intégration sur le continuum des modes rayonnés.

Les coefficients de décomposition du champ électromagnétique a_v sont supposés identiques pour la décomposition du champ électromagnétique dans la zone perturbée et la zone non perturbée. Ils dépendent de la coordonnée longitudinale z car la perturbation va coupler les modes.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^P &= \sum \int a_v(z) \mathbf{e}_v \\ \mathbf{H}^P &= \sum \int a_v(z) \mathbf{h}_v\end{aligned}\quad (\text{Eq. 2-41})$$

Le champ électromagnétique de chaque mode guidé \mathbf{e}_v est le produit d'un terme dépendant des coordonnées transversales (r, θ) \mathbf{e}'_v et d'un propagateur $e^{j\beta_v z}$ dépendant de la coordonnée longitudinale z (voir Eq. 2-26). Au paragraphe précédent, nous avons vu que les vecteurs \mathbf{e}'_v et \mathbf{h}'_v sont la somme d'un vecteur transversale et d'un vecteur longitudinal (voir Eq. 2-37).

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_v &= \mathbf{e}'_v(r, \theta) e^{j\beta_v z} \\ \mathbf{h}_v &= \mathbf{h}'_v(r, \theta) e^{j\beta_v z}\end{aligned}\quad (\text{Eq. 2-42})$$

$$\begin{aligned}\mathbf{e}'_v &= \mathbf{e}_{vt} + \mathbf{e}_{vz} \\ \mathbf{h}'_v &= \mathbf{h}_{vt} + \mathbf{h}_{vz}\end{aligned}\quad (\text{Eq. 2-43})$$

Pour une fibre à saut d'indice parfaite, la permittivité diélectrique dépend uniquement du rayon du cœur a de la fibre optique (Eq. 2-44). La perturbation se manifeste par une déformation de la fibre et/ou par une modification des indices de réfraction. De manière générale, la perturbation modifie localement la permittivité diélectrique qui dépend des trois coordonnées de l'espace $\epsilon_m(r, \theta, z)$.

$$\epsilon(r) = \begin{cases} \epsilon_{co} & \text{pour } r \leq a \\ \epsilon_{go} & \text{pour } r > a \end{cases}\quad (\text{Eq. 2-44})$$

Pour chaque mode guidé d'indice p , a_p va évoluer le long de l'axe z . L'équation différentielle 2-45 permet de déterminer sa valeur pour n'importe quelle position z . La somme est étendue à tous les modes de la fibre. Le coefficient C_{pq} (Eq. 2-46) est alors le coefficient de couplage entre le mode p et le mode q . Pour déterminer l'évolution des coefficients a_p , il faut résoudre un système de N équations différentielles couplées où N est le nombre total de modes. Le coefficient de couplage s'exprime en fonction du champ électromagnétique des deux modes et de la permittivité locale de la fibre optique. L'intégrale est étendue à toute la section transverse de la fibre optique.

$$\frac{da_p(z)}{dz} + i\beta_p a_p(z) = i \sum_{q \neq p} a_q(z) C_{pq}\quad (\text{Eq. 2-45})$$

$$C_{pq} = \frac{\omega}{2} \iint (\epsilon_m - \epsilon) \left(\mathbf{e}_{pt} \cdot \mathbf{e}_{qt}^* + \frac{\epsilon_m}{\epsilon} \mathbf{e}_{pz} \cdot \mathbf{e}_{qz}^* \right) dS\quad (\text{Eq. 2-46})$$

Bien que ce modèle élaboré par Allan Snyder permette de bien comprendre comment exprimer mathématiquement le couplage de modes, il n'est pas facilement applicable dans le cas du travail de thèse pour plusieurs raisons. Tout d'abord, le coefficient de couplage de l'équation 2-46 est dépendant de la variable z donc il est nécessaire de l'évaluer pour chaque valeur de la coordonnée longitudinale. Ensuite, la résolution du système 2-45 est très difficile à mettre en œuvre avec des coefficients de couplage non constants et un très grand nombre de modes. Enfin, l'intégrale qui intervient dans le calcul du coefficient de couplage ne peut être déterminée que numériquement vu la complexité des expressions mathématiques des champs électromagnétiques et la permittivité diélectrique ϵ_m .

Les fibres optiques utilisées véhiculent, dans notre cas, un très grand nombre de modes (6069 modes LP pour la fibre HCL200 de Sedi Fibres). C'est pourquoi les coefficients de couplage devront être déterminés de manière analytiques et seront recherchés sous une forme indépendante de z . Dietrich Marcuse dans son livre « Theory of dielectric optical waveguides » [Marcuse, 1991] propose un modèle de couplage de modes dans une fibre optique à saut d'indice pour différentes perturbations qui correspondent aux perturbations proposées dans le brevet d'invention.

II.2.4 Théorie du couplage de modes de Dietrich Marcuse

Parmi toutes les manières d'obtenir le système d'équations différentielles couplées, deux ayant un sens physique particulier ont été retenues par Marcuse. Elles s'appliquent pour le couplage entre les modes d'un guide d'onde optique diélectrique (non magnétique) à saut d'indice, faiblement absorbant dont les caractéristiques optiques et géométriques changent au long de l'axe de propagation du guide,

dans l'approximation de faible guidage [Marcuse, 1991]. Ces deux modèles sont deux manières de décrire une même réalité physique.

Dans la suite du mémoire, les coefficients de couplage seront écrits en coordonnées cylindriques mais ils restent valables pour des guides d'onde de géométries différentes. Seuls les couplages de modes entre modes co-propagatifs dans le sens des z croissants seront considérés.

II.2.4.a Le formalisme des modes idéaux

Le guide d'onde est considéré comme un guide idéal dont l'interface cœur/gaine optique varie légèrement. L'approximation consiste ici à considérer que les modes optiques sont ceux du guide d'onde idéal en l'absence de perturbation. Le champ électromagnétique est alors décomposé sur ces modes et les coefficients d'expansion varient le long de l'axe de propagation. Le coefficient de couplage $K_{\mu,\nu}$ (Eq. 2-47) couplant un mode μ à un mode ν est comparable au coefficient donné précédemment (Eq. 2-46). La différence entre les deux coefficients de couplage est due aux notations prises par les deux auteurs.

Ce formalisme est particulièrement indiqué lorsque les dimensions du guide d'onde ne varient pas mais lorsque les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique changent le long de l'axe de propagation (inhomogénéités, variations opto-réfractives...).

$$K_{\mu,\nu} = \frac{\omega \varepsilon_0}{4j} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (n^2(r, \theta, z) - n_0^2) \left[\begin{array}{l} E_{\mu,r}^*(r, \theta) \cdot E_{\nu,r}(r, \theta) \\ + E_{\mu,\theta}^*(r, \theta) \cdot E_{\nu,\theta}(r, \theta) \\ + \frac{n_0^2}{n^2(r, \theta, z)} E_{\mu,z}^*(r, \theta) \cdot E_{\nu,z}(r, \theta) \end{array} \right] r dr d\theta \quad (\text{Eq. 2-47})$$

où E_μ et E_ν désignent les champs électriques des modes idéaux μ et ν , ω la pulsation de l'onde lumineuse, n_0 la distribution de l'indice de réfraction de la fibre non perturbée et $n(r, \theta, z)$ est la distribution de l'indice de réfraction de la fibre perturbée.

$$K_{\mu,\nu} = \frac{1}{2j} C_{p,q} \quad (\text{Eq. 2-48})$$

II.2.4.b Le formalisme des modes locaux

L'interface cœur/gaine optique du guide d'onde varie très légèrement. Pour chaque valeur de z , il est possible d'approximer localement le guide d'onde par un guide d'onde idéal. Le champ électromagnétique est décomposé sur les modes locaux qui en chaque point coïncident avec les modes du guide d'onde idéal dont les dimensions sont celle du guide d'onde réel au point considéré. Le coefficient de couplage $R_{\mu,\nu}$ (Eq. 2-49) fait intervenir la dérivée de la permittivité diélectrique.

Ce formalisme est particulièrement indiqué lorsque les dimensions du guide d'onde varient alors que les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique ne varient pas le long de l'axe de propagation (variation du diamètre du cœur, courbures, variations d'ellipticité...).

$$R_{\mu,\nu} = \frac{\omega \varepsilon_0}{4(\beta_\mu - \beta_\nu)} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\partial n^2(r, \theta, z)}{\partial z} \left[\begin{array}{l} E_{\mu,r}^{*l}(r, \theta) \cdot E_{\nu,r}^l(r, \theta) \\ + E_{\mu,\theta}^{*l}(r, \theta) \cdot E_{\nu,\theta}^l(r, \theta) \\ + E_{\mu,z}^{*l}(r, \theta) \cdot E_{\nu,z}^l(r, \theta) \end{array} \right] r dr d\theta \quad (\text{Eq. 2-49})$$

où E_μ^l et E_ν^l désignent les champs électriques des modes locaux μ et ν et ω la pulsation de l'onde lumineuse, $\frac{\partial n^2(r, \theta, z)}{\partial z}$ la dérivée par rapport à z de la permittivité diélectrique de la fibre perturbée.

II.2.4.c Coefficients de couplage dans l'approximation du faible guidage

Les expressions du coefficient de couplage dans le formalisme des modes idéaux et celles dans le formalisme des modes locaux se rejoignent dans l'approximation du faible guidage. Toutefois, cette équivalence est valable uniquement dans le cadre de deux hypothèses supplémentaires :

- Faibles amplitudes des variations géométriques du guide par comparaison avec les dimensions du guide d'onde et/ou faibles variations des indices de réfraction en comparaison avec leurs valeurs nominales ;

- Lentes variations de la dimension de la perturbation longitudinale Λ au fil de la dimension z en comparaison avec la longueur d'onde ($\Lambda > \lambda$) et faibles amplitudes de la dérivée.

L'expression des coefficients de couplage (Eq. 2-47 et Eq. 2-49), dans l'approximation du faible guidage deviennent respectivement les expressions Eq. 2-50 et Eq. 2-51. La démarche mathématique de simplification des coefficients de couplage est expliquée dans le livre de Marcuse [Marcuse, 1991 pp. 113-128]. Dans les expressions simplifiées, les composantes du champ électrique des modes sont uniquement évaluées à l'interface cœur/gaine optique et la double intégration devient une intégrale sur θ . Maintenant, on voit apparaître la perturbation géométrique par les expressions $f(z)$ (dépendance longitudinale de la perturbation) et $g(\theta)$ (dépendance orthoradiale de la perturbation). L'équivalence des deux coefficients implique la relation Eq. 2-52. Cette équation différentielle a pour solution une sinusoïde de fréquence spatiale Λ_c avec Λ_c donné par l'équation 2-53. Cette relation est très importante. Elle nous dit qu'un mode μ de constante de propagation β_μ se couple à un mode ν de constante de propagation β_ν si dans le spectre de la perturbation il y a la fréquence spatiale Λ_c vérifiant l'équation 2-53.

$$K_{\mu,\nu} = \frac{\omega \varepsilon_0}{4j} (n_{co}^2 - n_{go}^2) a f(z) \int_0^{2\pi} g(\theta) \begin{bmatrix} \frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} E_{\mu,r}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,r}(a, \theta) \\ + E_{\mu,\theta}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,\theta}(a, \theta) \\ + E_{\mu,z}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,z}(a, \theta) \end{bmatrix} d\theta \quad (\text{Eq. 2-50})$$

$$R_{\mu,\nu} = \frac{\omega \varepsilon_0}{4(\beta_\mu - \beta_\nu)} (n_{co}^2 - n_{go}^2) a \frac{\partial f(z)}{\partial z} \int_0^{2\pi} g(\theta) \begin{bmatrix} E_{\mu,r}^*(a + f(z), \theta) \cdot E_{\nu,r}(a + f(z), \theta) \\ + E_{\mu,\theta}^*(a + f(z), \theta) \cdot E_{\nu,\theta}(a + f(z), \theta) \\ + E_{\mu,z}^*(a + f(z), \theta) \cdot E_{\nu,z}(a + f(z), \theta) \end{bmatrix} d\theta \quad (\text{Eq. 2-51})$$

$$\frac{-1}{\beta_\mu - \beta_\nu} \frac{\partial f}{\partial z} = -j f(z) \quad (\text{Eq. 2-52})$$

$$\Lambda_c = \frac{2\pi}{|\beta_\mu - \beta_\nu|} \quad (\text{Eq. 2-53})$$

Comme dans notre cas les deux expressions Eq. 2-50 et Eq. 2-51 sont équivalentes, nous avons choisi de ne retenir le coefficient de couplage de l'équation 2-50. L'expression des champs électriques des modes se calcule de manière analytique. Il reste maintenant à décrire de manière simple et analytique la perturbation de la fibre $f(z)$ et $g(\theta)$.

II.2.4.d Nature de la perturbation

La perturbation modifie la géométrie de la fibre optique et donc l'interface cœur/gaine optique. L'équation 2-54 donne un exemple de fonction de déformation générale décrivant un grand nombre de perturbations possibles.

$$r(\theta, z) = a + f(z) \cos(m\theta) \quad (\text{Eq. 2-54})$$

Si m vaut 0, le cosinus est égal à 1. La déformation correspond à une modulation du rayon du cœur de la fibre qui préserve sa circularité mais dont le rayon varie le long de l'axe de propagation.

Si m vaut 1, la fonction de déformation décrit une courbe sinusoïdale de l'axe optique de la fibre qui est quelquefois appelée microcourbure. Au point ($r = a, \theta = 0^\circ$), le déplacement vaut $f(z)$. Aux points ($r = a, \theta = 90^\circ$) et ($r = a, \theta = 270^\circ$), le déplacement est nul. Enfin, au point ($r = a, \theta = 180^\circ$), le déplacement vaut $-f(z)$.

Si m vaut 2, les points à $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ et 315° sont invariants. A $\theta = 0^\circ$ et 180° , le déplacement vaut $f(z)$ et à $\theta = 90^\circ$ et 270° , le déplacement vaut $-f(z)$. Donc pour $m = 2$, la déformation transforme la fibre circulaire en une fibre périodiquement elliptique.

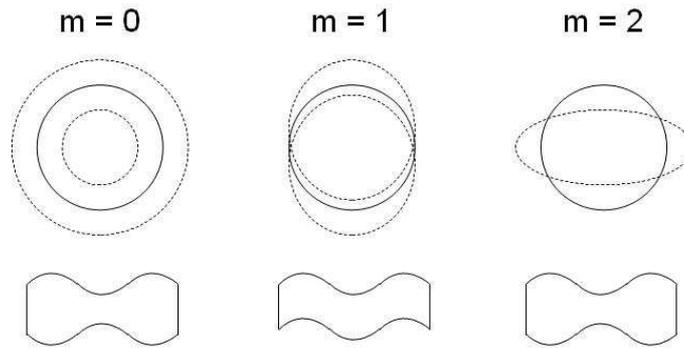


Figure 2-16 : Déformations transversales possibles de la fibre en fonction du paramètre m

Dans le transducteur, la fibre optique est enserrée entre deux mâchoires où la perturbation a été gravée sur une surface plane et où les deux mâchoires sont en phase. Cette perturbation correspond à une perturbation elliptique ($m = 2$). Pour vérifier cette hypothèse, la déformation réelle du contour de la fibre a été calculée par éléments finis, normalisée puis présentée en figure 2-17. La normalisation a été faite par rapport au point où le déplacement est maximal c'est-à-dire au point de contact entre la fibre et la mâchoire.

La fonction de la figure 2-17 est continue, dérivable et π -périodique. Elle est décomposable en série de Fourier. En combinant les équations 2-3 et 2-54, on obtient une expression analytique pour le rayon du cœur (Eq. 2-55).

La figure 2-18 est le périodogramme des coefficients A_k de la décomposition en série de Fourier de la déformation normalisée du contour de la fibre. Le paramètre m utilisé précédemment est équivalent à $2k$. Le coefficient maximal est obtenu pour $k = 1$ c'est-à-dire $m = 2$. La déformation réelle de la fibre optique, dans notre cas, se rapproche donc d'une déformation elliptique. Dans la suite de l'analyse, l'approximation elliptique sera conservée. Pour affiner le modèle de simulation, un plus grand nombre de coefficients pourrait être conservé.

$$r(\theta, z) = a + \left[A \sin \left(2\pi \frac{z}{p_{as}} \right) + CC \right] \left[\sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(2k\theta) \right] \quad (\text{Eq. 2-55})$$

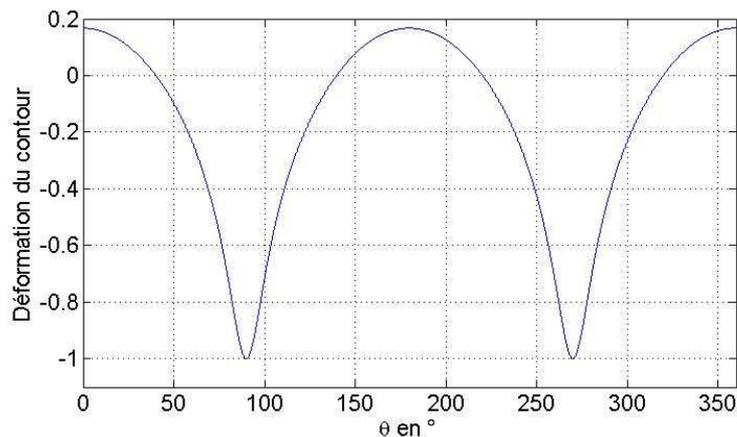


Figure 2-17 : Déformation normalisée du contour de la fibre optique

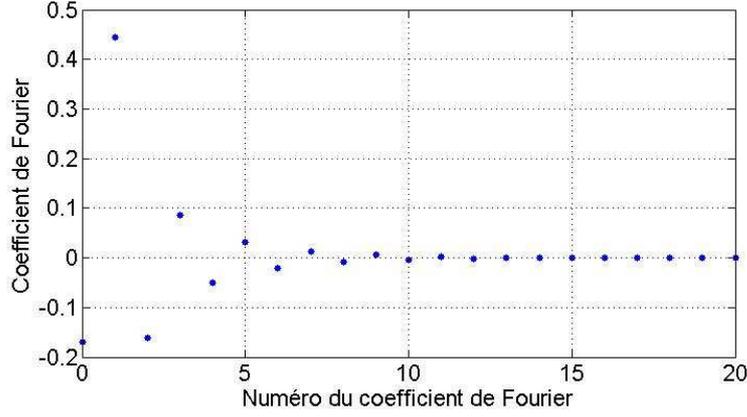


Figure 2-18 : Périodogramme des coefficients de la décomposition en série de Fourier de la déformation normalisée du contour de la fibre optique

Finalement, maintenant que nous connaissons les fonctions $f(z)$ et $g(\theta)$ décrivant la perturbation géométrique le coefficient de couplage est entièrement déterminé (Eq. 2-56). Il peut s'écrire comme le produit d'un coefficient $k_{\mu,\nu}$ et de la dépendance longitudinale de la perturbation. $k_{\mu,\nu}$ ne dépend que des champs électriques des modes μ et ν au niveau de l'interface cœur/gaine optique et de la déformation transversale du cœur de la fibre. L'intégrale se calcule analytiquement. Les formules littérales du coefficient de couplage sont données dans l'annexe III.

$$K_{\mu,\nu} = \frac{\omega \varepsilon_0}{4j} (n_{co}^2 - n_{cl}^2) a f(z) \int_0^{2\pi} \cos(m\theta) \begin{bmatrix} \frac{n_{co}^2}{n_{cl}^2} E_{\mu,r}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,r}(a, \theta) \\ + E_{\mu,\theta}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,\theta}(a, \theta) \\ + E_{\mu,z}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,z}(a, \theta) \end{bmatrix} d\theta$$

$$K_{\mu,\nu} = k_{\mu,\nu} f(z)$$

(Eq. 2-56)

Pour déterminer les variations de la puissance véhiculée par chaque mode guidé, le coefficient de couplage est ensuite injecté dans les équations différentielles de couplage. Pour commencer, on décompose le champ électromagnétique sur les modes de la fibre (Eq. 2-57). L'indice t signifie que seule la composante transverse du champ électromagnétique est prise en compte. Les signes + (sens de z croissants) et - (sens des z décroissants) se réfèrent au sens de la propagation de la lumière dans le guide d'onde. On rappelle que les coefficients de décomposition sont solutions de l'équation différentielle 2-58. De plus, lorsque le guide d'onde est perturbé, les coefficients de décomposition du champ électromagnétique sur les modes sont solutions des équations différentielles de couplage (Eq. 2-59). Pour simplifier le système d'équations différentielles, une nouvelle variable c_μ (Eq. 2-60) est dérivée des coefficients de décomposition a_μ .

$$\begin{aligned} E_t^+ &= \sum \int a_\mu^+(z) E_{\mu,t} \\ H_t^+ &= \sum \int a_\mu^+(z) H_{\mu,t} \\ E_t^- &= \sum \int a_\mu^-(z) E_{\mu,t} \\ H_t^- &= \sum \int -a_\mu^-(z) H_{\mu,t} \end{aligned}$$

(Eq. 2-57)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 a_\mu^+}{dz^2} + \beta_\mu^2 a_\mu^+(z) &= 0 \\ \frac{d^2 a_\mu^-}{dz^2} + \beta_\mu^2 a_\mu^-(z) &= 0 \end{aligned}$$

(Eq. 2-58)

$$\begin{aligned} \frac{da_\mu^+}{dz} &= -j\beta_\mu a_\mu^+(z) + \sum_\nu [K_{\mu,\nu}^{++}(z) a_\nu^+(z) + K_{\mu,\nu}^{+-}(z) a_\nu^-(z)] \\ \frac{da_\mu^-}{dz} &= +j\beta_\mu a_\mu^-(z) + \sum_\nu [K_{\mu,\nu}^{-+}(z) a_\nu^+(z) + K_{\mu,\nu}^{--}(z) a_\nu^-(z)] \end{aligned}$$

(Eq. 2-59)

$$\begin{aligned} a_\mu^+ &= c_\mu^+ e^{-j\beta_\mu z} \\ a_\mu^- &= c_\mu^- e^{+j\beta_\mu z} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-60})$$

$$\begin{aligned} \frac{dc_\mu^+}{dz} &= \sum_\nu [K_{\mu,\nu}^{++}(z)c_\nu^+(z)e^{j(\beta_\mu-\beta_\nu)z} + K_{\mu,\nu}^{+-}(z)c_\nu^-(z)e^{j(\beta_\mu-\beta_\nu)z}] \\ \frac{dc_\mu^-}{dz} &= \sum_\nu [K_{\mu,\nu}^{-+}(z)c_\nu^+(z)e^{-j(\beta_\mu-\beta_\nu)z} + K_{\mu,\nu}^{--}(z)c_\nu^-(z)e^{-j(\beta_\mu-\beta_\nu)z}] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-61})$$

Le modèle de Marcuse a permis donner une forme simple aux coefficients de couplage $K_{\mu,\nu}$. Les équations différentielles de couplage vont être développées pour donner la forme du coefficient de décomposition a_μ en fonction de z pour le cas du couplage entre deux modes guidés et pour le cas du couplage entre un mode guidé et un mode rayonné.

II.2.4.e Cas du couplage entre deux modes guidés

Dans ce paragraphe, on considère un mode guidé qui échange de l'énergie avec uniquement un autre mode guidé. La perturbation de la fibre va être sinusoïdale, $f(z)$ prend la forme de l'équation 2-62. Pour que le couplage entre les modes μ et ν ait un sens, la différence de leurs constantes de propagation doit être proche de $\frac{2\pi}{\Lambda}$ (Eq. 2-53). Le système d'équations différentielles (Eq. 2-63) est déduit de l'équation 2-61.

$$f(z) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) = \frac{A}{2} (e^{j\frac{2\pi}{\Lambda} z} + e^{-j\frac{2\pi}{\Lambda} z}) \quad (\text{Eq. 2-62})$$

$$\begin{aligned} \frac{dc_\mu^+}{dz} &= K_{\mu,\nu}^{++} c_\nu^+(z) e^{j(\beta_\mu-\beta_\nu)z} = \frac{A}{2} k_{\mu,\nu}^{++} c_\nu^+(z) \left[e^{j(\beta_\mu-\beta_\nu+\frac{2\pi}{\Lambda})z} + e^{j(\beta_\mu-\beta_\nu-\frac{2\pi}{\Lambda})z} \right] \\ \frac{dc_\mu^-}{dz} &= K_{\mu,\nu}^{+-} c_\nu^-(z) e^{-j(\beta_\mu-\beta_\nu)z} = \frac{A}{2} k_{\mu,\nu}^{+-} c_\nu^-(z) \left[e^{-j(\beta_\mu-\beta_\nu-\frac{2\pi}{\Lambda})z} + e^{-j(\beta_\mu-\beta_\nu+\frac{2\pi}{\Lambda})z} \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-63})$$

L'introduction de nouveaux paramètres (Eq. 2-64) simplifie le système d'équations différentielles. Après plusieurs intermédiaires de calculs (Eq. 2-65 à Eq. 2-67), on aboutit à un système d'équations différentielles couplées. Pour la résolution de ce système, on considère qu'au départ, seul le mode ν est excité (Eq. 2-68). Les coefficients d'expansion a_μ et a_ν en fonction de z sont donnés en équation 2-70.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2} (\beta_\mu - \beta_\nu - \frac{2\pi}{\Lambda}) \\ h_{\mu,\nu}^{++} &= j \frac{A}{2} k_{\mu,\nu}^{++} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-64})$$

$$\begin{aligned} c_\mu^+(z) &= C_\mu^+(z) e^{j\delta z} \\ c_\nu^+(z) &= C_\nu^+(z) e^{-j\delta z} \end{aligned}$$

$$\frac{dc_\mu^+}{dz} = -j h_{\mu,\nu}^{++} c_\nu^+(z) \left[e^{2j(\delta+\frac{2\pi}{\Lambda})z} + e^{2j\delta z} \right] \quad (\text{Eq. 2-65})$$

$$\frac{dc_\nu^+}{dz} = -j h_{\mu,\nu}^{++} c_\mu^+(z) \left[e^{2j\delta z} + e^{2j(\delta+\frac{2\pi}{\Lambda})z} \right]$$

$$\frac{dc_\mu^+}{dz} = -j h_{\mu,\nu}^{++} c_\nu^+(z) e^{j\delta z} \quad (\text{Eq. 2-66})$$

$$\frac{dc_\nu^+}{dz} = -j h_{\mu,\nu}^{++} c_\mu^+(z) e^{j\delta z}$$

$$\frac{dC_\mu^+}{dz} + j\delta C_\mu^+(z) = -j h_{\mu,\nu}^{++} C_\nu^+(z) \quad (\text{Eq. 2-67})$$

$$\frac{dC_\nu^+}{dz} - j\delta C_\nu^+(z) = -j h_{\mu,\nu}^{++} C_\mu^+(z)$$

$$\begin{aligned} C_\mu^+(0) &= 0 \\ C_\nu^+(0) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-68})$$

$$C_{\mu}^{+}(z) = -jh_{\mu,\nu}^{++} \frac{\sin\left(z\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}\right)}{\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}} \quad (\text{Eq. 2-69})$$

$$C_{\nu}^{+}(z) = \cos\left(z\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}\right) + j\delta \frac{\sin\left(z\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}\right)}{\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}}$$

$$a_{\mu}^{+}(z) = -jh_{\mu,\nu}^{++} \frac{\sin\left(z\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}\right)}{\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}} e^{j\delta z} e^{-j\beta_{\mu}z} \quad (\text{Eq. 2-70})$$

$$a_{\nu}^{+}(z) = \left[\cos\left(z\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}\right) + j\delta \frac{\sin\left(z\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}\right)}{\sqrt{h_{\mu,\nu}^{++2} + \delta^2}} \right] e^{-j\delta z} e^{-j\beta_{\nu}z}$$

Pour illustrer ce calcul, on va considérer deux modes guidés d'une fibre optique μ et ν qui sont couplés l'un à l'autre et qui ne peuvent pas échanger d'énergie avec les autres modes de la fibre (guidés ou rayonnés). Parmi les nouveaux paramètres introduit équation 2-71, η est un paramètre sans dimension qui caractérise le couplage appelé paramètre normalisé de désaccord de phase. La puissance d'un mode est égale au module au carré du coefficient de décomposition (Eq. 2-73) dans le cas d'une base orthonormée. En figure 2-19, nous avons représenté 3 graphiques qui représentent la puissance des deux modes guidés en fonction de la variable Z et du paramètre de désaccord de phase η . On voit que si le paramètre de désaccord de phase est nul, l'énergie s'échange complètement entre les deux modes : tantôt toute la puissance est véhiculée par un des modes, tantôt il ne véhicule rien. Plus le paramètre de désaccord de phase devient grand, moins il y a d'énergie échangée entre les modes.

$$\alpha = h_{\mu,\nu}^{++} \quad \eta = \frac{\delta}{\alpha} \quad (\text{Eq. 2-71})$$

$$k = |\alpha|\sqrt{1 + \eta^2} \quad a_{\mu}^{+}(z) = -j \frac{\alpha}{|\alpha|} \sin(z.k) e^{-jz(\beta_{\mu} - \delta)} \quad (\text{Eq. 2-72})$$

$$a_{\nu}^{+}(z) = \left[\cos(z.k) + j \frac{\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \sin(z.k) \right] e^{-jz(\beta_{\nu} + \delta)}$$

$$P_{\mu}(z) = |a_{\mu}^{+}(z)|^2 = \frac{\sin^2(z.k)}{1 + \eta^2} \quad (\text{Eq. 2-73})$$

$$P_{\nu}(z) = |a_{\nu}^{+}(z)|^2 = 1 - \frac{\sin^2(z.k)}{1 + \eta^2}$$

$$Z = z.k \quad (\text{Eq. 2-74})$$

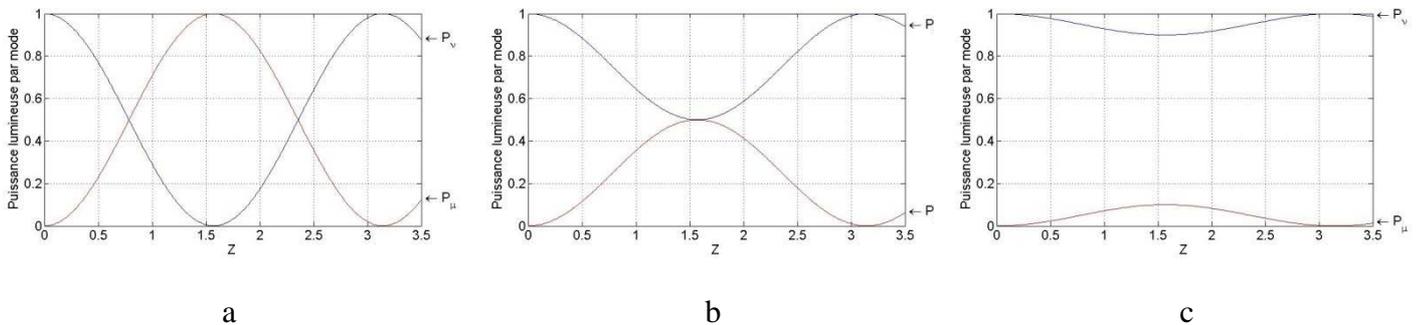


Figure 2-19: Evolution de la puissance véhiculée par les modes μ et ν en fonction de Z pour différentes valeurs de η :
(a) $\eta = 0$, (b) $\eta = 1$, (c) $\eta = 3$

Comme nous allons le voir, dans notre cas, le couplage entre modes guidés sera négligé ; c'est le couplage des modes guidés vers les modes rayonnés qui domine et qui contribue à la variation du taux de transmission du transducteur.

II.2.4.f Cas du couplage entre un mode guidé et un mode rayonné

Le couplage entre un mode guidé et un mode rayonné peut-être décrit de la même manière qu'entre deux modes guidés. Cependant, par définition, un mode rayonné laisse l'énergie qu'il porte s'éloigner du cœur de la fibre optique sous réserve qu'aucun phénomène ne recouple cette énergie dans le cœur du guide d'onde. De plus, les modes guidés forment un continuum.

En reprenant l'équation 2-61 pour le couplage entre le mode guidé μ et le mode rayonné ρ co-propagatifs dans le sens des z croissants et en considérant que l'énergie du mode guidé reste quasiment constante sur la longueur L de la perturbation c'est-à-dire $C_\mu^+(0) = C_\mu^+(L)$, le coefficient C_ρ est solution de l'équation différentielle 2-75. L'intégration de cette équation fait alors apparaître la transformée de Fourier \mathcal{F} de la perturbation pour la variable $f = \frac{\beta_\mu - \beta_\rho}{2\pi}$. Si le mode rayonné n'était pas excité avant la perturbation, l'équation 2-77 donne la valeur du coefficient C_ρ après le segment de fibre perturbée.

$$\frac{dC_\rho^+}{dz} = C_\mu^+(0)k_{\mu,\rho}^{++}f(z)e^{j(\beta_\rho - \beta_\mu)z} \quad (\text{Eq. 2-75})$$

$$C_\rho^+(L) - C_\rho^+(0) = C_\mu^+(0)k_{\mu,\rho}^{++} \int_0^L f(z)e^{-j(\beta_\mu - \beta_\rho)z} dz \quad (\text{Eq. 2-76})$$

$$C_\rho^+(L) = C_\mu^+(0)k_{\mu,\rho}^{++} \mathcal{F}\left(\frac{\beta_\mu - \beta_\rho}{2\pi}\right) \quad (\text{Eq. 2-77})$$

En admettant que l'énergie couplée est définitivement perdue, alors le coefficient d'atténuation en puissance $\alpha_{\mu,\rho}$ du mode guidé μ couplé au mode rayonné ρ est déduit de l'équation 2-77.

$$\alpha_{\mu,\rho} = \frac{1}{2} |k_{\mu,\rho}^{++}|^2 \left| \mathcal{F}\left(\frac{\beta_\mu - \beta_\rho}{2\pi}\right) \right|^2 \quad (\text{Eq. 2-78})$$

En considérant qu'un mode guidé est en réalité couplé au continuum des modes rayonnés, le coefficient d'atténuation pour le mode guidé μ avec l'ensemble des modes rayonnés co-propagatifs est l'intégrale de l'équation 2-78 sur l'ensemble des constantes de propagation des modes rayonnés (Eq. 2-79).

$$\alpha_\mu = \frac{1}{2} \Sigma_{TE, TM} \int_0^{k_0 n_{cl}} |k_{\mu,\rho}^{++}|^2 \left| \mathcal{F}\left(\frac{\beta_\mu - \beta_\rho}{2\pi}\right) \right|^2 \frac{\beta}{\rho} d\beta \quad (\text{Eq. 2-79})$$

Le terme Σ intervient ici pour rappeler que pour chaque mode guidé ou rayonné, il y a deux polarisations possibles.

Pour illustrer ce type de couplage, on va considérer une fibre optique dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2-4. Comme la fréquence normalisée V (Eq. 2-31) de cette fibre vaut 2,4, il n'y a qu'un seul mode guidé : le mode fondamental (LP_{01}).

Rayon du cœur (a)	5 μm
Longueur d'onde (λ)	1 μm
Indice de réfraction du cœur (n_{co})	1,46
Indice de réfraction de la gaine optique (n_{go})	1,458

Tableau 2-4 : Propriétés de la fibre optique monomode de l'exemple illustrant le couplage radiatif

On va considérer une modulation du rayon du cœur de la fibre qui varie de manière sinusoïdale en fonction de z . Dans ce cas, le paramètre m vaut 0 (cf Figure 2-16) et le rayon de la fibre r est donné par l'équation 2-80.

$$r(\theta, z) = a + b \cdot \cos(2\pi Fz) \quad (\text{Eq. 2-80})$$

où a désigne le rayon de la fibre optique avant la perturbation, b l'amplitude de la perturbation et F la fréquence spatiale de la perturbation.

Dans le cas où le paramètre m est nul et que l'indice azimutal ν du mode guidé est également nul (mode guidé unique d'une fibre monomode), celui-ci ne peut que se coupler à des modes rayonnés d'indices azimutaux μ valant 0 ou 1 (cf annexe II). Comme chaque mode (guidé ou rayonné) peut avoir 2 polarisations, la somme dans la formule du coefficient d'atténuation (Eq. 2-79) comportera 8 termes. Ce coefficient est homogène à l'inverse d'une longueur. Marcuse propose un coefficient adimensionnel normalisé par le carré de l'amplitude de la perturbation [Marcuse, 1991] en le multipliant par le rayon (a) au cube et en le divisant par l'amplitude de la perturbation (b) élevée au carré : $\frac{2\alpha.a^3}{b^2}$.

Pour chaque constante de propagation des modes rayonnés, ce coefficient adimensionnel est calculé. A chaque constante de propagation β_ϕ des modes rayonnés, on associe un angle de radiation Φ défini par l'équation 2-81a.

$$\begin{aligned} \beta_\phi &= k_0 n_{go} \cos(\phi) & a \\ \beta_\phi &\in [0 k_0 n_{go}] & b \\ \phi &\in [0 90] & c \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-81})$$

La figure 2-20 représente le coefficient adimensionnel de perte du mode LP_{01} en fonction de l'angle de radiation Φ du mode rayonné considéré. Cette courbe obtenue via les algorithmes décrits dans ce chapitre et implémenté pendant la thèse est similaire à celle obtenue par Marcuse [Marcuse, 1991]. On constate que le maximum de cette courbe est obtenu pour un angle Φ de $3,74^\circ$. Cela signifie que pour que le couplage soit maximal, il faut que le pas de perturbation soit choisi de telle manière qu'il couple le mode LP_{01} au mode rayonné correspondant à cet angle de radiation. La valeur de la constante de propagation du mode guidé LP_{01} β_g (ici, $\beta_g = 9167546 \text{ m}^{-1}$) est calculée par résolution de l'équation caractéristique (Eq. 2-36). Après application de l'équation 2-53, on détermine le pas de perturbation optimal ($\Lambda = 240 \mu\text{m}$) (Eq. 2-82). Pour ce pas de perturbation, la valeur du coefficient de perte adimensionnel est de 0.0345. Supposons que l'on veuille que 63% de l'énergie du mode soit perdu au bout d'une longueur de 1 cm, l'amplitude de perturbation b doit valoir alors $0,054 \mu\text{m}$ (Eq. 2-83). Ce qui est très peu en regard du rayon de la fibre optique.

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\beta_g - k_0 n_{go} \cos(\phi)} = 240 \mu\text{m} \quad (\text{Eq. 2-82})$$

$$b = \sqrt{\frac{2\alpha.a^3}{0,0345}} = 0,054 \mu\text{m} \quad (\text{Eq. 2-83})$$

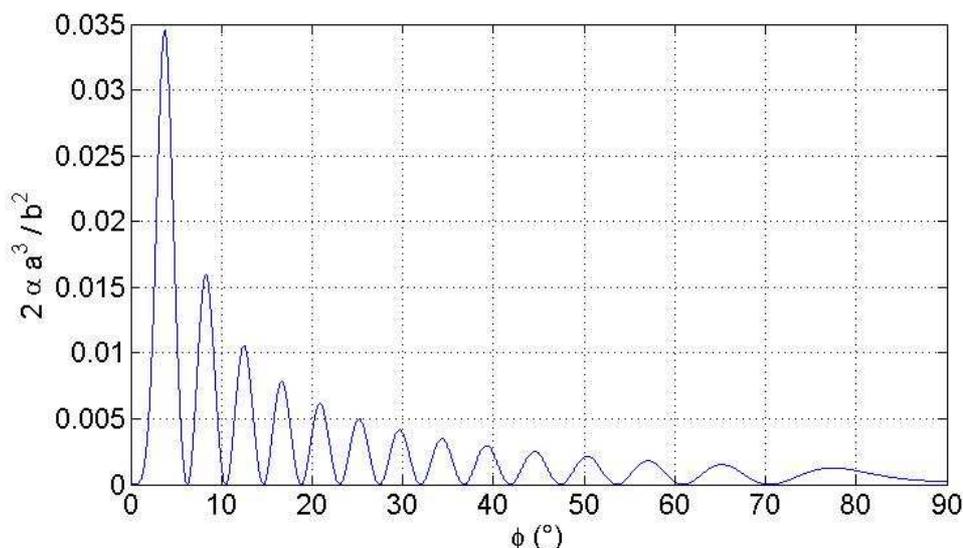


Figure 2-20: Pertes radiatives du mode LP_{01} normalisées dues à une perturbation sinusoïdale du rayon du cœur en fonction de l'angle de radiation

Cet exemple permet d'illustrer le couplage radiatif dans un cas très simple (fibre monomode, pas de modulation des indices de réfraction, perturbation sinusoïdale du rayon du cœur, amplitude de la perturbation inférieure au micron). Pour le calcul du couplage de modes dans le transducteur, nous n'allons évaluer pour chaque mode guidé que les coefficients de perte 2α entre le mode guidé et les modes rayonnés et cela en fonction du pas de perturbation Λ choisis.

Dans une fibre optique multimode, lorsque la perturbation est sinusoïdale de pas Λ , seuls certains modes guidés sont couplés aux modes rayonnés (Eq. 2-53). En effet, pour qu'un mode guidé de constante de propagation β_i puisse se coupler aux modes rayonnés, il faut qu'il puisse au minimum se coupler au mode rayonné de constante de propagation la plus élevée $\beta_{r,max}$ ($\beta_{r,max} = k_0 n_{go}$). La figure 2-21 est une représentation schématique des constantes de propagation des modes d'une fibre optique multimode qui montre quels modes guidés suivant la valeur de leur constante de propagation sont couplés aux modes rayonnés en fonction du pas de perturbation Λ .

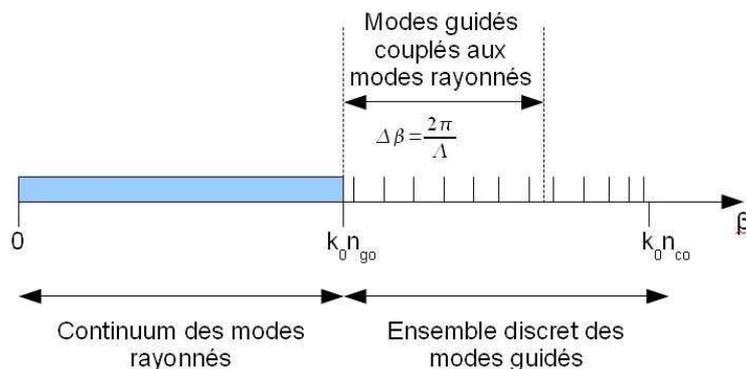


Figure 2-21: Schéma des modes guidés couplés aux modes rayonnés en fonction de leurs constantes de propagation pour une perturbation sinusoïdale de pas Λ

II.2.4.g Equation des puissances couplées

Dans les deux paragraphes précédents, on a utilisé le système d'équations différentielles couplées (Eq. 2-61) pour voir comment la puissance fluctue dans la fibre soumise à une perturbation. La phase et l'amplitude de chaque mode pour chaque position z ne nous intéresse pas. Seule la puissance lumineuse véhiculée par les modes présente un intérêt dans le travail de thèse. On a vu que la puissance lumineuse est donnée par le module au carré du coefficient d'expansion (Eq. 2-73) qui varie très rapidement dans l'espace car le nombre d'onde k est de l'ordre de 10^6 . La puissance moyenne du mode est alors calculée par l'équation 2-84.

$$P_\mu = \langle |a_\mu^+(z)|^2 \rangle \quad (\text{Eq. 2-84})$$

Marcuse a démontré [Marcuse, 1991 pp.177-241] que du système d'équations différentielles couplées, on peut déduire un système d'équations différentielles où les puissances des modes sont les solutions. L'équation différentielle en terme de puissance (Eq. 2-85), pour un mode guidé μ véhiculant la puissance P_μ fait intervenir le coefficient d'atténuation 2α calculé dans le paragraphe précédent (Eq. 2-79) ainsi que le coefficient de couplage entre modes guidés (Eq. 2-56) du paragraphe II.2.4.e. Dans le cas où le nombre de modes est très grand, la somme Σ (couplage entre modes guidés) peut être remplacée par une intégrale [Snyder et al., 1976].

$$\frac{dP_\mu}{dz} = \underbrace{-2\alpha_\mu P_\mu}_{\text{terme d'atténuation}} + \underbrace{\sum_\nu K_{\mu,\nu} (P_\nu - P_\mu)}_{\text{couplage entre modes guidés}} \quad (\text{Eq. 2-85})$$

Si l'on considère une perturbation sinusoïdale de longueur L , sa transformée de Fourier est un sinus cardinal dans le domaine des fréquences spatiales dont le lobe central a une largeur $\frac{2}{L}$. Pour savoir si le couplage entre modes guidés peut être négligé, il faut comparer cette valeur à l'intervalle des

constantes de propagation des modes guidés (Eq. 2-28) divisé par 2π . Pour une fibre optique d'ouverture numérique 0,22 et une source de longueur d'onde 630 nm, le rapport entre la largeur de l'intervalle des constantes de propagation divisé par 2π et la largeur du lobe central du sinus cardinal est inférieure à 0,05% c'est-à-dire si on suppose que les modes se répartissent uniformément entre $k_0 n_{co}$ et $k_0 n_{go}$, un mode guidé peut au maximum à un mode sur 2000. Pour la fibre HCL 200, cela fait au maximum 3 modes. Le couplage entre modes guidés peut donc être négligé. L'équation différentielle de couplage en terme de puissance se simplifie en l'équation 2-86.

$$\frac{dP_\mu}{dz} = -2\alpha_\mu P_\mu \quad (\text{Eq. 2-86})$$

Pour conclure ce paragraphe sur le couplage de modes, les coefficients de couplages du modèle de Marcuse sont exprimés de manière analytique donc « facile » à implémenter et rapide à calculer. Les approximations du modèle sont quasiment toutes respectées pour le cas d'étude sauf une : les indices de réfraction changent (effet élasto-optique) surtout au point de contact entre la fibre optique et la mâchoire. La modification des indices de réfraction influe fortement sur la propagation de la lumière : les constantes de propagation et les distributions de l'intensité des modes changent.

II.3 Conclusion

La simulation mécanique du transducteur a été faite pour un cas particulier car le temps de simulation et le temps de dépouillement des données est conséquent : l'étude d'un rapport cyclique variable, la modulation du rapport entre le diamètre de la gaine optique et celui du cœur ou encore la modification des propriétés mécaniques des matériaux n'ont pas été réalisées. Les simulations mettent en évidence que la perturbation réelle de la fibre soumise à une perturbation en créneaux est sinusoïdale.

Pour décrire la propagation de la lumière dans la fibre optique, nous avons choisi une méthode électromagnétique de couplage de modes. La théorie de Marcuse a été choisie car ses approximations en font une méthode qui s'exprime analytiquement et dont le calcul des coefficients de couplage est rapide. L'amplitude de la perturbation réelle de la fibre sert à initialiser le calcul des coefficients de couplage de mode. L'une des approximations de la théorie est une variation des indices de réfraction négligeable. Or, nous avons vu (figures 2-10 et 2-11) que les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique, du fait de l'écrasement varient et deviennent inhomogènes et anisotropes.

Dans le chapitre suivant, avant d'étudier l'impact de l'effet élasto-optique, nous allons mettre en œuvre le modèle de Marcuse. La première étape est de déterminer, pour la fibre donnée (HCL200), la fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique. Ensuite, le modèle électromagnétique est confronté à un modèle simplifié pour comprendre les paramètres importants qui modifient le taux de transmission du transducteur. De là, on détermine quel est l'impact de l'effet élasto-optique sur ces paramètres afin d'en tenir compte. Enfin, une étude de sensibilité va regarder l'influence de plusieurs caractéristiques du transducteur sur le taux de transmission de celui-ci. Cette étude va permettre de comprendre son fonctionnement et d'optimiser ce fonctionnement pour l'application choisie.

«La conclusion de tout ceci est qu'il faut effacer son opinion aussi bien que celle des autres devant les décisions de l'expérience...

L'art de l'investigation scientifique est la pierre angulaire de toutes les sciences expérimentales. Si les faits qui servent de base au raisonnement sont mal établis ou erronés, tout s'écroulera ou deviendra faux ; et c'est ainsi que, le plus souvent, les erreurs dans les théories scientifiques ont pour origine des erreurs de fait...

Les théories qui représentent l'ensemble de nos idées scientifiques sont sans doute indispensables pour représenter la science. Elles doivent aussi servir de point d'appui à des idées investigatrices nouvelles. Mais ces théories et ces idées n'étant point la vérité immuable, il faut être toujours prêt à les abandonner, à les modifier ou à les changer dès qu'elles ne représentent plus la réalité. En un mot, il faut modifier la théorie pour l'adapter à la nature, et non la nature pour l'adapter à la théorie.»

Claude Bernard (1813-1878)

Chapitre III - Mise en œuvre du modèle – Etude de sensibilité

Dans ce chapitre, le modèle multiphysique de simulation va être mis en œuvre pour prédire le comportement du transducteur fonction de ses différents paramètres et des grandeurs à mesurer. L'objectif étant de calculer la variation du taux de transmission fonction de ces paramètres. Les effets de plusieurs paramètres physiques vont être précisés dans la dernière partie du chapitre. L'influence de la fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique et l'impact de l'effet élasto-optique doivent être déterminés pour compléter le modèle de simulation. Dans la seconde partie du chapitre, nous étudierons la sensibilité du transducteur en fonction de ses caractéristiques propres :

- le pas de perturbation ;
- l'amplitude de perturbation ;
- l'écrasement de la fibre optique ;
- la longueur de perturbation ;
- l'ouverture numérique de la fibre optique ;
- le diamètre de la fibre optique.

Pour que le transducteur permette de mesurer une grandeur physique, une condition nécessaire sera que celle-ci modifie de façon significative et non ambiguë au moins l'une des caractéristiques citées ci-dessus.

En premier lieu, nous allons nous intéresser à la répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique. Pour cela, nous allons commencer par voir comment se répartissent les constantes de propagation des modes sur le domaine fréquentiel. Deux modèles de calcul des constantes de propagation sont comparés : le modèle des modes linéairement polarisés (modes LP) et le modèle des groupes de modes issu de la méthode WKB. Ces répartitions modales sont ensuite comparées à la répartition de l'énergie mesurée en sortie de la fibre optique.

En second lieu, après avoir choisi une fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique qui tienne compte de la réalité physique, nous allons mettre en œuvre le modèle électromagnétique de Marcuse d'abord sans tenir compte de l'effet élasto-optique. Le résultat va être confronté à un modèle simplifié binaire supposant qu'un couplage entre deux modes est soit total soit nul c'est-à-dire un modèle supposant que dès que les conditions font qu'un mode guidé est couplé au continuum des modes rayonnés, il perd l'intégralité de son énergie. Ces deux comparaisons, répartition de l'énergie sur les modes et modèle de calcul du couplage, vont mettre en évidence sur le calcul du taux de transmission du transducteur :

- l'influence de la répartition des constantes de propagation dans le domaine fréquentiel ;
- l'influence de la connaissance de la valeur exacte des constantes de propagation ;
- l'influence de la répartition de l'énergie sur les modes guidés ;
- l'influence de la méthode de calcul des couplages sur le calcul de la réponse théorique du transducteur ;
- l'influence de l'amplitude de perturbation.

En troisième lieu, nous allons étudier l'impact de l'effet élasto-optique sur le taux de transmission du transducteur. Les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique étant devenus anisotropes et inhomogènes, en raison des contraintes exercées lors de la fermeture des mâchoires, les modes guidés ne sont plus ceux de la fibre optique à saut d'indice initiale. Leurs constantes de propagation et leurs distributions d'intensité sont modifiées.

Grâce à l'étude des influences des paramètres du paragraphe précédent, nous constaterons que ce sont principalement les bornes du domaine fréquentiel sur lequel les constantes de propagation se

répartissent qui importent. Celles-ci, pour tenir compte de l'effet élasto-optique seront déterminées par une simulation par éléments finis.

En dernier lieu, fort de cette compréhension physique du modèle du transducteur, nous présenterons les courbes de l'étude de sensibilité du taux de transmission aux variations des différentes caractéristiques du transducteur en fonction du pas de perturbation. Ces courbes étant une donnée indispensable pour permettre une optimisation du transducteur et son utilisation pour mesurer une grandeur physique donnée.

III.1 Répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique

Dans le chapitre II, nous avons distingués les modes exacts dont les constantes de propagation sont solutions de l'équation caractéristique (Eq. 2-29) des modes linéairement polarisés (modes LP) obtenus par l'approximation de faible guidage (Eq. 2-36). Dans ce paragraphe, nous utilisons également les constantes de propagation des groupes de modes qui sont les solutions d'une équation propre dérivée de l'équation d'onde et qui ont l'avantage d'avoir une expression analytique simple. Les répartitions des constantes de propagation des modes LP et des groupes de modes dans le domaine fréquentiel sont alors comparées dans le but de vérifier si la connaissance exacte des valeurs des constantes de propagation est essentielle ou non au calcul de la réponse du transducteur. Dans un second temps, nous analyserons le diagramme d'émission de la fibre optique à partir duquel nous calculerons la fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique.

III.1.1 Méthode WKB et groupes de modes

Pour une fibre à saut d'indice, le nombre de modes N est fonction de la fréquence normalisée V de la fibre optique (Eq. 3-1). Le nombre de groupes de modes M dépend du nombre de modes N (Eq. 3-2). Dans l'approximation WKB, les modes appartenant au même groupe de modes d'indice m (m allant de 1 à M) ont la même constante de propagation (Eq. 3-3). Elle dépend de l'ouverture numérique de la fibre ON , de l'indice de réfraction du cœur n_{co} et du vecteur d'onde k_0 .

$$N = \frac{V^2}{2} \quad (\text{Eq. 3-1})$$

$$M = \sqrt{N} \quad (\text{Eq. 3-2})$$

$$\beta_m = k_0 n_{co} \sqrt{1 - \frac{ON^2 m^2}{n_{co}^2 M^2}} \quad (\text{Eq. 3-3})$$

La démarche mathématique de la méthode WKB est présentée dans l'annexe VIII.

III.1.2 Fonction de répartition des constantes de propagation normalisées dans le domaine fréquentiel

Les constantes de propagation des modes guidés sont comprises dans un intervalle dont les bornes dépendent de la longueur d'onde de la source et des indices de réfraction du cœur et de la gaine optique de la fibre. En normalisant cet intervalle entre 0 et 1, les bornes du domaine fréquentiel sont les mêmes quelque soit la fibre optique ; ce qui permet de les comparer. Pour voir comment se répartissent les constantes de propagation normalisées dans le domaine fréquentiel, nous calculons la fonction de répartition F . Celle-ci donne la probabilité P de trouver une constante de propagation normalisée d'un mode b_m inférieure à b (Eq. 3-4). La fonction de répartition est calculée pour chaque valeur de b en faisant le rapport entre le nombre de constantes de propagation normalisées inférieures ou égales à b et le nombre total de constantes de propagation N_b (Eq. 3-5).

$$F(b) = P(b_m \leq b) \quad (\text{Eq. 3-4})$$

$$F(b) = \frac{1}{N_b} \sum_{m=1}^{N_b} \delta_{1,(b_m \leq b)} \quad (\text{Eq. 3-5})$$

$$\delta_{1,(b_m \leq b)} = \begin{cases} 1 & \text{si } b_m \leq b \\ 0 & \text{si } b_m > b \end{cases}$$

La figure 3-1 représente les fonctions de répartition des modes dans le domaine fréquentiel calculées pour les modes LP et les groupes de modes afin de les comparer. Les caractéristiques de la fibre optique sont celles de la fibre HCL200 c'est-à-dire :

- Ouverture numérique 0,22 ;
- Indice de réfraction du cœur 1,456 ;
- Diamètre du cœur 200 μm .

La longueur d'onde de la source est fixée à 630 nm. La fréquence normalisée de la fibre optique est de 220. Pour des fréquences normalisées élevée ($V > 50$), la fonction de répartition des modes LP coïncide avec la première bissectrice du plan c'est-à-dire que les constantes de propagation de ces modes se répartissent uniformément sur le domaine fréquentiel. Pour les groupes de modes, la situation est différente. En effet, d'après l'équation 3-3, les constantes de propagation normalisées des groupes de modes proches de 1 sont plus proches, en terme fréquentiel, les unes des autres que celles proches de 0. Cela se traduit sur la fonction de répartition par une dérivée de plus en plus importante lorsque b tend vers 1.

La résolution de l'équation caractéristique dans l'approximation de faible guidage et la résolution de l'équation d'onde par l'approximation WKB sont deux méthodes différentes permettant de calculer les constantes de propagation des modes guidés. Nous voyons que les répartitions des constantes de propagation sont différentes. Nous allons utiliser ces deux modèles pour calculer la réponse du transducteur afin de déterminer si la connaissance exacte des valeurs des constantes de propagation est indispensable ou pas. Mais avant cela, nous devons définir quelle quantité d'énergie sera portée par les différents modes. Pour répartir l'énergie sur les modes de la fibre, il faut étudier le diagramme d'émission de la fibre optique.

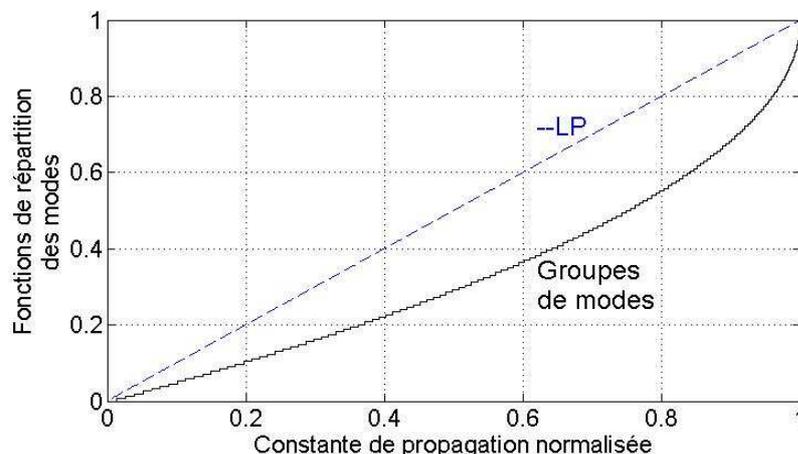


Figure 3-1 : Fonctions de répartition des modes dans le domaine fréquentiel
(Courbe en tirets : modes LP ; Courbe continue : groupes de modes)

III.1.3 Répartition de l'énergie sur les modes guidés

La répartition de l'énergie sur les modes dépend des conditions d'injection de la lumière dans la fibre optique ainsi que des défauts de celle-ci. En effet, les défauts vont provoquer des pertes mais aussi des couplages entre modes guidés. Pour des conditions d'injection donnée, la répartition de l'énergie sur les modes guidés va dépendre de la longueur de la fibre. Gloge a formulé une équation [Gloge, 1972] permettant de déterminer pour une longueur donnée la répartition de la puissance lumineuse en fonction de l'angle du rayon considéré. Nous avons mesuré grâce à un analyseur de

faisceau le diagramme d'émission de la fibre optique pour une longueur de fibre de 2 m. La figure 3-2 représente le diagramme d'émission mesuré. D'un point de vue géométrique, avec une ouverture numérique de 0,22, l'angle maximal d'un rayon subissant une réflexion totale est de 12,7°. On constate cependant que pour les angles supérieurs à cet angle limite, la puissance émise n'est pas nulle. En effet, la faible section transversale de la fibre optique (diamètre : 200 µm) ajoute à la réfraction un phénomène de diffraction. Pour déterminer comment répartir l'énergie sur les modes de la fibre optique, il faut comparer le diagramme d'émission aux répartitions des modes sur le domaine fréquentiel. Pour réaliser cette comparaison, il faut établir le lien entre les constantes de propagation normalisée d'un mode b et son angle de propagation en sortie de la fibre. Ce lien est donné par l'équation 3-6. Le diagramme d'émission est tronqué à l'angle limite de réflexion totale dans la fibre optique c'est-à-dire, dans ce cas 12,7°.

$$b = \frac{n_{co} \cdot \cos(\theta) - n_{go}}{n_{co} - n_{go}} \quad (\text{Eq. 3-6})$$

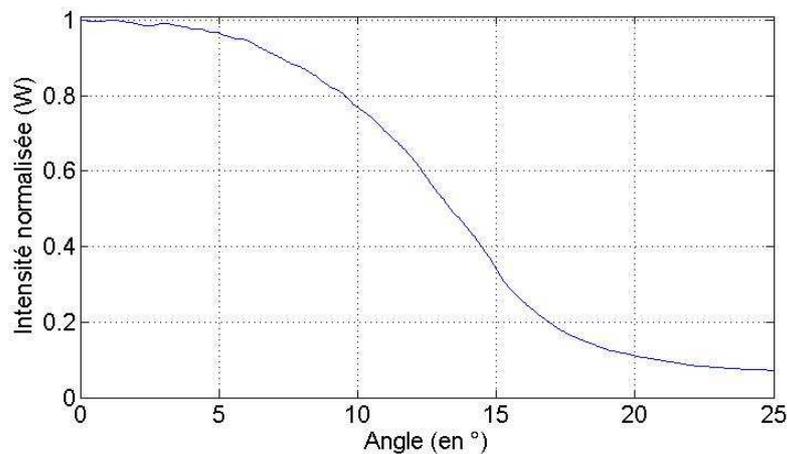


Figure 3-2 : Diagramme d'émission mesuré en sortie de la fibre optique

La figure 3-3 compare les fonctions de répartitions des modes LP et des groupes de mode avec la répartition de l'énergie dans le domaine fréquentiel. Les courbes rouges et noires étant très proches, on peut donc conclure que l'énergie se répartit uniformément sur les groupes de modes et non sur les modes LP. Comme le modèle de couplage des modes de Marcuse utilise les modes LP, il faut donner un poids à chaque mode suivant sa constante de propagation. La méthodologie que nous avons choisie est de regrouper les modes LP par groupes de modes. Chaque mode LP appartient au groupe de modes dont la constante de propagation est la plus proche. L'énergie est alors répartie uniformément sur les groupes de modes et chaque mode LP du groupe de modes reçoit la même quantité d'énergie que les autres modes de ce groupe. Cela nous permet d'avoir deux modèles différents ne donnant pas les mêmes valeurs de constantes de propagation mais correspondant cependant à une même distribution d'énergie.

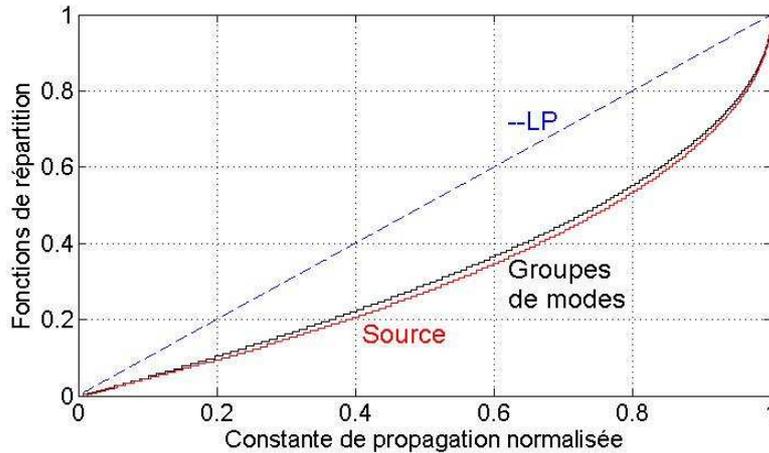


Figure 3-3 : Fonctions de répartition des modes et de l'énergie dans le domaine fréquentiel

Dans ce début de chapitre III, nous avons introduit la notion de groupes de modes issus de l'équation d'onde et de l'approximation WKB. Nous avons montré que l'énergie lumineuse se répartit uniformément sur les groupes de modes. Cela a permis de définir une méthodologie pour répartir l'énergie sur les modes LP. Maintenant, nous sommes en mesure de mettre en œuvre le modèle électromagnétique de Marcuse qui tient compte de coefficients de couplage entre modes et de le comparer à un modèle simplifié binaire supposant qu'un couplage ne sera selon le cas total ou nul. Cette comparaison dans un premier temps sera réalisée sans tenir compte de l'effet élasto-optique. Nous verrons également l'influence de l'amplitude de perturbation.

III.2 Mise en œuvre du modèle de Marcuse sans l'effet élasto-optique – Comparaison à un modèle simplifié avec couplage total

Après avoir déterminé la fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique pour le modèle LP et celui des groupes de modes, nous allons confronter le modèle de Marcuse à un modèle simplifié binaire de couplage total ou nul. Cette comparaison va permettre d'identifier ce que le modèle électromagnétique rigoureux de Marcuse apporte comparé à un modèle plus simple. Dans toute cette partie, l'effet élasto-optique n'est, dans un premier temps, pas pris en compte.

III.2.1 Modèle de couplage binaire : total ou nul

Lorsque l'on parle de couplage de modes, il faut considérer deux aspects : la condition pour que deux modes soient couplés et la force du couplage. Comme nous l'avons montré précédemment, pour qu'un mode de constante de propagation β_1 soit couplé à un mode de constante de propagation β_2 , il faut que le spectre de la perturbation comprenne la fréquence spatiale correspondant au pas de perturbation Λ donnée par l'équation 3-7. Pour un mode rayonné, la constante de propagation la plus élevée est $k_0 n_{g0}$. Le pas de perturbation le plus grand Λ_L pour coupler un mode guidé de constante de propagation β_g aux modes rayonnés est donné par l'équation 3-8. La figure 3-4 montre les modes guidés pouvant être couplés directement aux modes rayonnés par une perturbation sinusoïdale de pas Λ . Si le pas de perturbation diminue, un plus grand nombre de modes guidés sera couplé aux modes rayonnés. Le modèle électromagnétique de couplage de modes de Marcuse permet de calculer les coefficients de couplage (donnés en m^{-1}) entre modes c'est-à-dire la force du couplage. Plus ce coefficient est grand, plus le mode va perdre de l'énergie en se propageant dans la zone perturbée.

Dans le modèle simplifié binaire d'un couplage total ou nul, ce coefficient est supposé infini c'est-à-dire que dès qu'un mode est couplé, on considère qu'il perd instantanément toute son énergie.

$$|\beta_1 - \beta_2| = \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (\text{Eq. 3-7})$$

$$\Lambda_L = \frac{2\pi}{\beta_g - k_0 n_{go}} \quad (\text{Eq. 3-8})$$

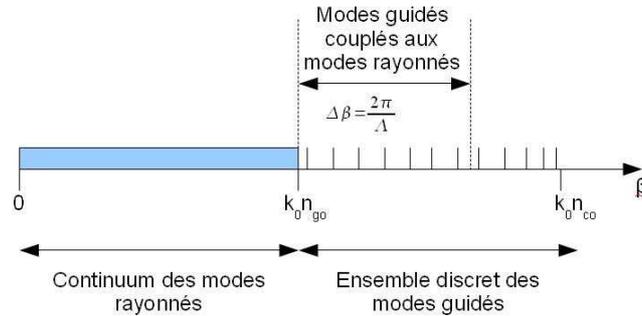


Figure 3-4 : Schéma des modes guidés couplés aux modes rayonnés en fonction de leurs constantes de propagation pour une perturbation sinusoïdale de pas Λ

Avec le modèle de couplage total, le calcul du taux de transmission est très rapide. En effet, il suffit de déterminer, pour chaque pas de perturbation, les modes guidés couplés aux modes rayonnés puis de leur assigner une énergie. Sur la courbe du taux de transmission en fonction du pas de perturbation, il y a un pas particulier ; celui qui correspond au couplage de tous les modes. Comme la fréquence normalisée de la fibre est très grande ($V=220$), le nombre de modes est supérieur à 6000, la constante de propagation la plus élevée des modes guidés est très proche de $k_0 n_{co}$ ($\Delta < 3 \cdot 10^{-6}$). Le pas le plus grand permettant le couplage de tous les modes guidés aux modes rayonnés Λ_{CT} est logiquement déterminé par l'équation 3-9. Pour des pas de perturbation inférieurs à celui-ci, le taux de transmission est nul. La figure 3-5 représente les courbes du taux de transmission du transducteur calculé avec le modèle de couplage total pour les constantes de propagation des modes LP et celles des groupes de modes avec une répartition uniforme de l'énergie sur les groupes de modes. Les deux courbes sont quasiment superposées c'est-à-dire que pour le modèle de couplage total et dans la limite d'une fibre avec un grand nombre de modes ($V > 50$), il n'est pas nécessaire de connaître avec précision les valeurs des constantes de propagation des modes.

$$\Lambda_{CT} = \frac{\lambda}{n_{co} - n_{go}} \quad (\text{Eq. 3-9})$$

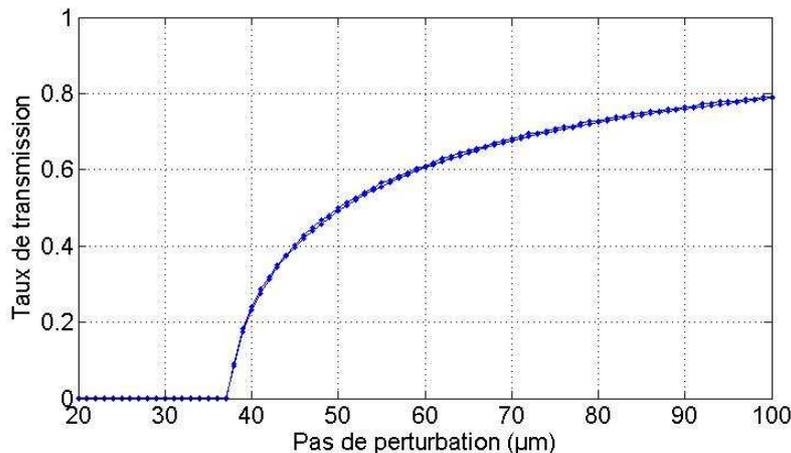


Figure 3-5 : Taux de transmission du transducteur en fonction du pas de perturbation calculés avec le modèle de couplage total pour les constantes de propagation des modes LP et celles des groupes de modes avec une répartition uniforme de l'énergie sur les groupes de modes

III.2.2 Modèle de Marcuse avec amplitude de perturbation constante en fonction du pas de perturbation – Comparaison au modèle simplifié

Plusieurs hypothèses doivent être faites pour permettre une comparaison rigoureuse. Dans le chapitre II, nous avons vu que l'amplitude de la perturbation variait en fonction du pas de la perturbation (figure 2-4), allant de quasiment 0 μm pour un pas de perturbation de 20 μm à 1,2 μm pour un pas de perturbation de 100 μm . Pour confronter le modèle de couplage total au modèle de Marcuse, il est nécessaire de n'avoir qu'un seul paramètre différent. Pour cela, dans un premier temps, l'amplitude de perturbation est supposée figée à 1 μm . La perturbation imprimée dans les mâchoires est une succession de créneaux. Or, nous avons au chapitre II que la perturbation transmise à la fibre est une sinusoïde (Eq. 2-3, figure 2-2b) définie par deux paramètres : l'amplitude A et la composante continue de la perturbation CC . CC dépend également du pas de perturbation (figures 2-4 et 2-5). Cependant, pour la même raison, nous supposons ici CC nul. Les coefficients de couplage sont proportionnels à l'amplitude de la perturbation. La perturbation sinusoïdale étant de longueur finie, la transformée de Fourier de celle-ci n'est plus un pic de Dirac mais un sinus cardinal (Eq. 3-10). Sur la figure 3-6, nous avons représenté les courbes des taux de transmission en fonction du pas de perturbation calculées avec le modèle de couplage total et le modèle de Marcuse pour une amplitude de perturbation constante et une longueur de perturbation de 12 cm. On constate que ces courbes ont la même forme et une dérivée similaire. Pour un pas de perturbation allant de 40 à 100 μm , l'écart entre les deux courbes est quasiment constant. En retirant cette composante continue à la courbe du modèle de Marcuse, on retrouve la courbe du modèle de couplage total. Le modèle de Marcuse que nous avons choisi en raison des faibles dimensions de la perturbation comparées à la longueur d'onde et à la dimension de la fibre optique donne des résultats similaires, en terme de sensibilité au pas de perturbation, au modèle de couplage total. Cette comparaison nous permet cependant de valider rigoureusement l'utilisation d'un modèle simplifié supposant les couplages possibles comme étant totaux. Nous voyons également que le pas de couplage de tous les modes (Eq. 3-9) est aussi un pas particulier pour le modèle électromagnétique de Marcuse.

$$|F(f)| = A \frac{L}{2} \left| \frac{\sin\left(\pi L \left(f - \frac{1}{Pas}\right)\right)}{\pi L \left(f - \frac{1}{Pas}\right)} \right| \quad (\text{Eq. 3-10})$$

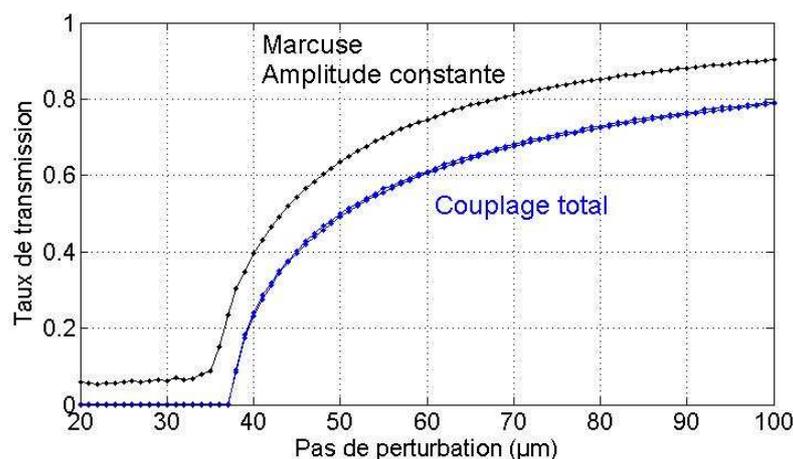


Figure 3-6 : Comparaison entre le modèle de couplage total et le modèle de Marcuse où l'amplitude de perturbation est fixée à 1 μm

III.2.3 Modèle de Marcuse avec amplitude variable en fonction du pas de perturbation

Après avoir confronté le modèle de couplage total au modèle de Marcuse dans le cas où l'amplitude de perturbation était constante, nous nous intéressons maintenant au taux de transmission théorique du transducteur en fonction du pas de perturbation en tenant compte cette fois-ci du lien entre l'amplitude de perturbation et le pas. La longueur de perturbation est toujours de 12 cm. Nous ignorons, par contre, toujours l'effet élasto-optique. Sur la figure 3-7, nous constatons que la chute de l'amplitude de perturbation en dessous d'un pas de perturbation de $40\ \mu\text{m}$, due à la moins bonne pénétration de la mâchoire dans la fibre optique (figure 2-4), modifie la forme de la courbe rigoureuse de Marcuse. Quelque soit le pas de perturbation, la valeur du taux de transmission obtenu avec le modèle simplifié est inférieure à celle obtenue avec le modèle électromagnétique car comme le couplage est supposé total avec le modèle simplifié, le taux de transmission est forcément inférieur avec cette méthode. Lorsque tous les modes sont couplés, le taux de transmission s'annule avec le modèle simplifié. Ce phénomène apparaît lorsque le pas de perturbation est inférieur à environ $37\ \mu\text{m}$. La courbe correspondant au taux de transmission calculé avec le modèle de Marcuse en tenant compte du lien entre le pas et l'amplitude de perturbation fait apparaître deux régimes de fonctionnement :

- pour un pas de perturbation au dessus de $37\ \mu\text{m}$, où le taux de transmission augmente quand le pas de perturbation augmente aussi, le modèle de couplage total est une bonne approximation à une composante continue près.
- pour un pas de perturbation inférieur à $40\ \mu\text{m}$, où le taux de transmission diminue lorsque le pas de perturbation augmente en raison de la moins bonne pénétration des mâchoires dans la fibre, l'intervalle en terme de pas de perturbation est très restreint (entre 20 et $37\ \mu\text{m}$). Ce régime ne nous intéresse pas car, d'une part, la fabrication de structures de cette taille est très difficile et, d'autre part, en modifiant un paramètre, par exemple l'ouverture numérique de la fibre, cette zone est complètement modifiée.

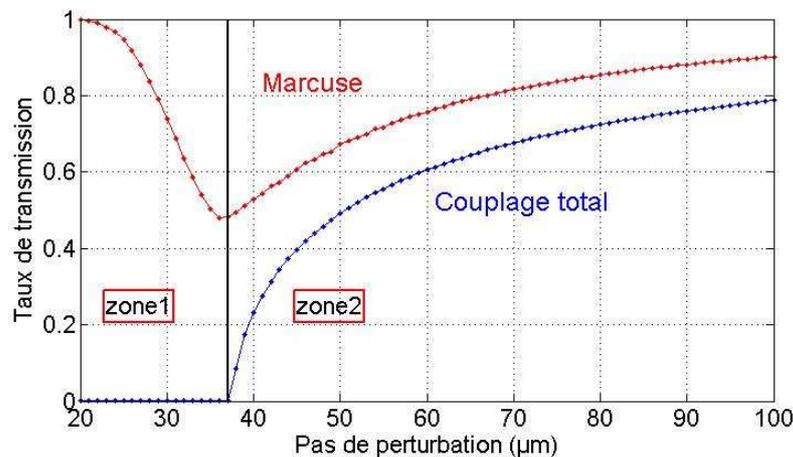


Figure 3-7 : Taux de transmission en fonction du pas de perturbation calculé avec le modèle de Marcuse

Pour chaque valeur du pas de perturbation, le taux de transmission du capteur a été calculé. Il correspond à la somme pondérée par le taux de transmission de chaque mode guidé calculé individuellement. En figure 3-8, nous avons représenté le taux de transmission pour chaque mode guidé pour un pas de perturbation de $70\ \mu\text{m}$ et une longueur de perturbation de 12 cm. Nous pouvons voir qu'au-delà d'une certaine valeur de constante de propagation normalisée, plus aucun mode n'est couplé aux modes rayonnés (taux de transmission égal à 1) car le pas de perturbation ne le permet pas. La fibre optique véhicule plus de 6000 modes guidés. On constate que le taux de transmission des modes est très souvent soit très proche de 0, soit très proche de 1 c'est-à-dire que la perturbation permet la perte par couplage total de certains modes alors que les autres ne sont quasiment pas

affectés. Pour illustrer cela et avoir une idée de la proportion des modes transmis en fonction de leurs constantes de propagation, l'intervalle des constantes de propagation normalisées a été arbitrairement divisé en 100 sous-intervalles. Sur chacun de ces intervalles, le taux de transmission moyen a été calculé. La figure 3-9 en est la représentation pour un pas de perturbation de 70 μm . Les modes de constantes de propagation élevée ($b > 0,5$) ne sont pas couplés car le pas de perturbation n'est pas assez petit pour permettre ce couplage, d'où le plateau unitaire de la figure 3-9. On constate que plus un mode a une constante de propagation petite, plus il a de chance d'être couplé à un mode rayonné. La partie de la courbe qui n'est pas égale à 1 peut être approximée par une exponentielle (équation 3-11). Dans l'annexe IV, ces résultats seront utilisés pour créer un modèle statistique.

$$T = Ae^{\frac{b^2}{\tau}} \quad (\text{Eq. 3-11})$$

où T représente le taux de transmission, b la constante de propagation normalisée, A et τ des constantes déterminées par la régression.

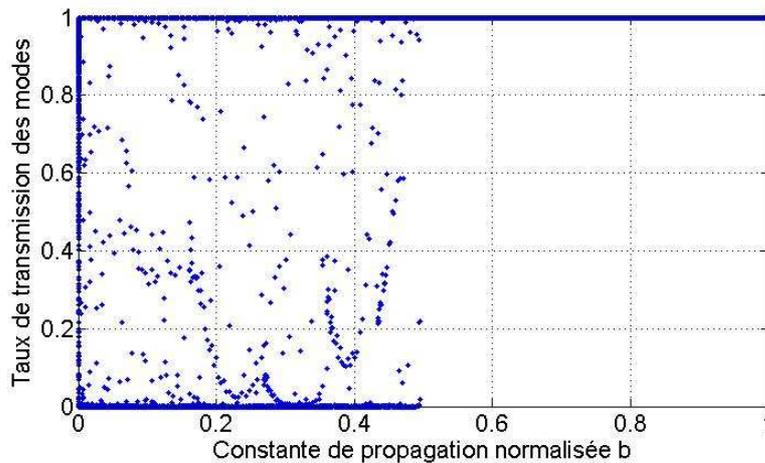


Figure 3-8 : Taux de transmission des modes en fonction de la constante de propagation normalisée b pour un pas de perturbation de 70 μm et une longueur de perturbation de 12 cm

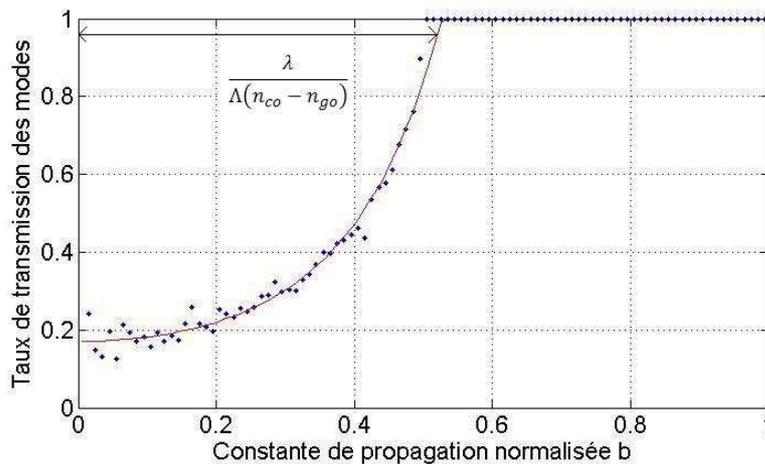


Figure 3-9 : Taux de transmission moyen des modes sur 100 intervalles égaux en fonction de la constante de propagation normalisée b pour un pas de perturbation λ de 70 μm et une longueur de perturbation de 12 cm

Dans ces deux premières parties, nous avons vu que 3 caractéristiques principales déterminent la courbe du taux de transmission en fonction du pas de perturbation :

- la répartition de l'énergie sur les modes guidés ;

- l'amplitude de la perturbation A en fonction du pas de la perturbation ;
- le pas le plus grand permettant le couplage de tous les modes A_{CT} . Il dépend de la longueur d'onde de la source λ et des indices de réfraction du cœur et de la gaine optique (n_{co} et n_{go}).

L'étude du taux de transmission des modes en fonction de leur constante de propagation a montré que, généralement, un mode couplé soit perd toute son énergie sur quelques centimètres de propagation, soit est complètement transmis. Une modification de la valeur de sa constante de propagation n'aura qu'un faible impact sur le taux de transmission.

Sur la base des constatations que nous venons de faire, il va être plus facile de déterminer, maintenant, l'impact de l'effet élasto-optique sur le taux de transmission et le fonctionnement du transducteur.

III.3 Influence de l'effet élasto-optique

Dans le chapitre II, nous avons vu que l'écrasement de la fibre optique induit une anisotropie et une inhomogénéité des indices de réfraction du cœur et de la gaine optique. Les variations des indices sont significatives (2^{ème} décimale). Parmi les 3 caractéristiques influant sur le taux de transmission, l'effet élasto-optique ne jouera que sur les indices de réfraction. N'ayant plus besoin de connaître la valeur exacte de toutes les constantes de propagation, physiquement, nous n'avons plus besoin que de connaître l'indice effectif le plus élevé des modes rayonnés et l'indice effectif le plus élevé des modes guidés. Pour une fibre à saut d'indice homogène non perturbée dont la fréquence normalisée est élevée ($V > 200$), ces indices se confondent respectivement avec l'indice de réfraction de la gaine optique et l'indice de réfraction du cœur.

La complexité des indices de réfraction dans la fibre perturbée inhomogène anisotrope ne permet pas de calculer les indices effectifs des modes de manière analytique. Le logiciel Comsol© dispose d'un solveur de modes qui détermine de manière numérique les indices effectifs des modes. Le système de simulation est une fibre optique infinie dans la direction de propagation de la lumière de 240 μm de diamètre extérieur (cœur + gaine optique) contrainte mécaniquement entre deux plans parallèles (cf II.1.2). Cette approximation est possible car l'amplitude de la perturbation A est au moins 7 fois inférieure à la composante continue CC du déplacement. Comme le système est supposé invariant dans la direction de propagation de la lumière, la simulation devient une simulation en deux dimensions dans le plan transverse de la fibre optique. Les contraintes dans la section transversale de la fibre optique sont calculées avec les formules du contact hertzien (Eq. 2-11). Les figures 2-8 et 2-9 représentent respectivement les contraintes σ_x et σ_y dans la section transversale de la fibre HCL200 soumise à un écrasement de 20 μm . Ensuite, après application du tenseur élasto-optique, nous obtenons les indices locaux de réfraction (Eq. 2-24). Les figures 2-10 et 2-11 représentent respectivement les indices locaux de réfraction suivant les directions Ox et Oy de la fibre HCL200 soumise à un écrasement de 20 μm . L'indice de réfraction dans la direction longitudinale n'est pas modifié car les contraintes sont planes. Dans cette recherche des modes propres via le logiciel Comsol©, nous tenons uniquement compte des modifications d'indices ; la fibre est supposée rester circulaire avec un diamètre extérieur constant de 240 μm .

La détermination de l'indice effectif le plus élevé pour les modes guidés est aisée. A chaque fois que l'on augmente l'écrasement et donc les indices de réfraction, il suffit d'augmenter l'intervalle de recherche des indices effectifs des modes. La détermination de l'indice effectif le plus élevé des modes rayonnés est plus compliqué car il n'y a pas de frontière simple à identifier entre modes guidés et modes rayonnés. Sous Comsol, nous pouvons afficher les distributions de l'intensité des modes. Pour un mode guidé, le champ électromagnétique dans la gaine optique est évanescence c'est-à-dire qu'il décroît de manière exponentielle. Pour un mode rayonné, le champ est toujours oscillant dans la gaine optique c'est-à-dire que l'on peut y trouver des maxima locaux. C'est le critère que nous avons utilisé pour les distinguer. Les figures 3-10 et 3-11 représentent respectivement l'indice maximal des modes

guidés et l'indice maximal des modes rayonnés en fonction de l'écrasement de la fibre optique calculé via Comsol®.

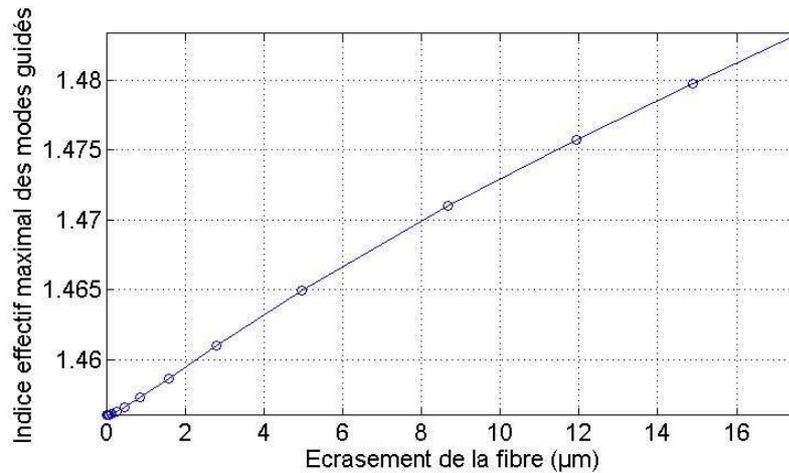


Figure 3-10 : Indice effectif maximal des modes guidés en fonction de l'écrasement de la fibre optique

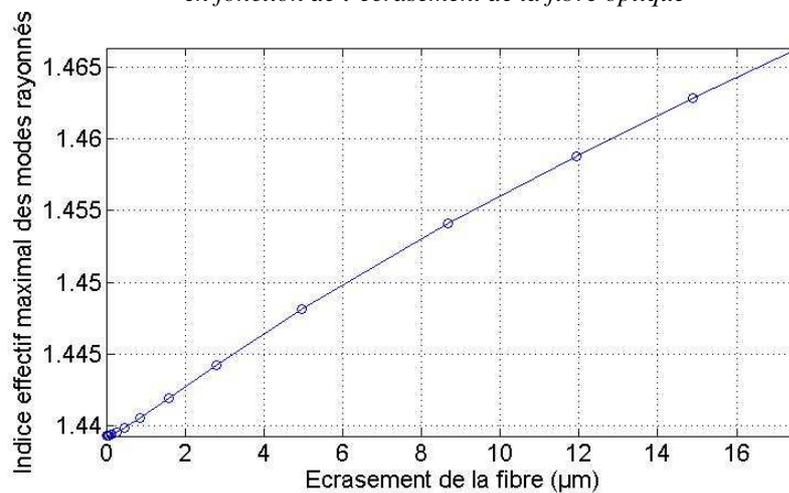


Figure 3-11 : Indice effectif maximal des modes rayonnés en fonction de l'écrasement de la fibre optique

Connaissant maintenant les deux indices modaux que nous venons de calculer, nous allons déterminer l'évolution du pas le plus grand permettant le couplage de tous les modes (Eq. 3-9) et l'ouverture numérique en fonction de l'écrasement de la fibre. L'équation 3-9 était valable pour une fibre à saut d'indice. Dans le cas de cette fibre perturbée, l'indice de réfraction du cœur doit être remplacé par l'indice effectif le plus grand des modes guidés et celui de la gaine optique par l'indice effectif le plus grand des modes rayonnés. Sur la figure 3-12, nous constatons que le pas le plus grand permettant le couplage de tous les modes varie très peu avec l'écrasement de la fibre car bien que les deux indices effectifs des figures 3-10 et 3-11 varient beaucoup, leur différence reste faible. Il en va de même pour l'ouverture numérique de la fibre.

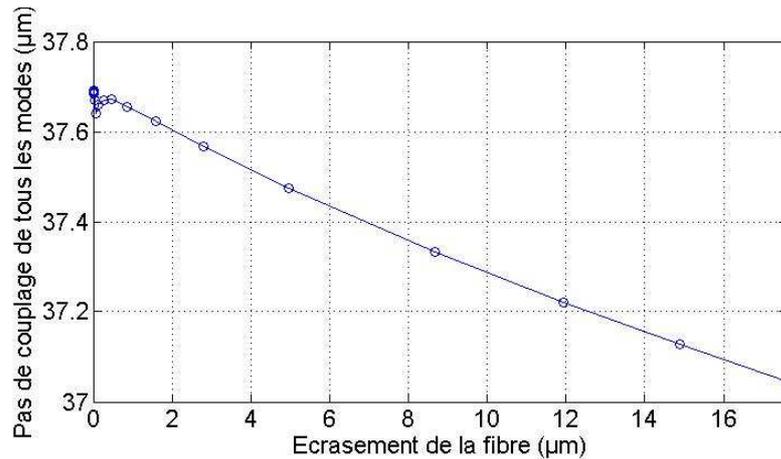


Figure 3-12 : Pas maximal de couplage de tous les modes guidés en fonction de l'écrasement de la fibre optique

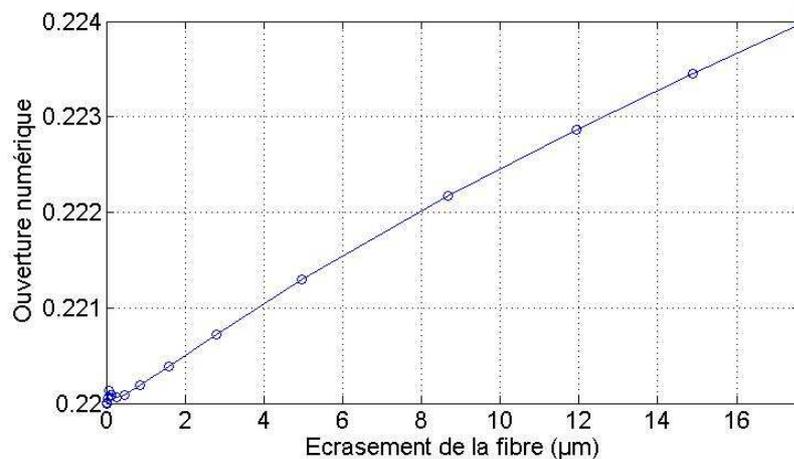


Figure 3-13 : Ouverture numérique en fonction de l'écrasement de la fibre optique

Dans ce paragraphe, nous avons vu que pour la fibre perturbée nous allons pouvoir remplacer respectivement les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique par, respectivement, l'indice effectif le plus élevé des modes guidés et des modes rayonnés. L'effet élasto-optique modifie les indices effectifs des modes ainsi que leurs distributions d'intensité. Ces conséquences n'ont qu'un faible impact sur le taux de transmission. La modification de l'ouverture numérique modifie le nombre de modes et leurs constantes de propagation. Seule la modification du pas le plus grand permettant le couplage de tous les modes a un effet remarquable sur le taux de transmission.

Dans cette première partie, nous avons restreint l'étude de l'effet élasto-optique aux indices effectifs du mode guidé le plus élevé et du mode rayonné le plus élevé. En réalité, l'anisotropie et l'inhomogénéité des indices de réfraction modifient les indices effectifs des modes, lèvent la dégénérescence des modes hybrides et changent les distributions d'intensité des modes. Pour étudier plus précisément l'effet élasto-optique, dans l'annexe IX, nous étudierons une fibre à 9 modes guidés exacts dont 2 sont dégénérés 2 fois.

Dans le premier paragraphe du chapitre, nous avons proposé une fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés qui correspond à la réalité physique mesurée. Ensuite, dans le second paragraphe, nous avons calculé le taux de transmission par différents modèles pour comprendre le fonctionnement du transducteur. La mise en œuvre du modèle de Marcuse et sa comparaison à un modèle simplifié de couplage total ont mis en évidence que les trois caractéristiques qui influent sur le taux de transmission sont :

- la répartition de l'énergie sur les modes guidés ;
- l'amplitude de la perturbation A en fonction du pas de la perturbation ;
- le pas le plus grand permettant le couplage de tous les modes A_{CT} qui dépend de la longueur d'onde de la source λ et des indices de réfraction du cœur et de la gaine optique (n_{co} et n_{go}).

La connaissance exacte des constantes de propagation n'est pas nécessaire. L'effet élasto-optique modifie significativement les indices effectifs des modes mais pas la différence entre l'indice effectif le plus élevé des modes guidés et l'indice effectif le plus élevé des modes rayonnés.

Ces premiers résultats ont été obtenus pour un transducteur ayant des caractéristiques données, appelées caractéristiques initiales. Dans la suite de ce chapitre, le taux de transmission du transducteur va être calculé en fonction du pas de perturbation pour différents cas. Dans chaque simulation seul un paramètre, longueur d'onde, écrasement, longueur de perturbation, ouverture numérique ou diamètre du cœur va être modifié par rapport à la simulation initiale ci-dessus. Ceci afin de permettre une étude de sensibilité du transducteur.

Schéma de synthèse du processus de calcul du taux de transmission

Le schéma 3-1 décrit les différentes étapes du calcul du taux de transmission du transducteur. La couleur bleue représente les paramètres d'entrée. Ce sont des paramètres physiques et géométriques regroupés en trois catégories : les paramètres optiques (longueur d'onde de la source λ , ouverture numérique de la fibre optique ON et indice de réfraction du cœur de la fibre n_c), les paramètres mécaniques (module de Young du matériau du cœur E_c et de la gaine optique E_g de la fibre) et les paramètres géométriques (diamètre du cœur d_c et de la gaine optique d_g de la fibre, pas de perturbation Pas et rapport cyclique de la perturbation R_c). La première étape du calcul consiste à simuler les déformations mécaniques de la fibre optique contrainte par les mâchoires en utilisant le logiciel Comsol© (couleur jaune). De cette simulation, on tire deux paramètres de la fonction analytique décrivant la déformation (CC et A) en fonction du pas de la perturbation. Le paramètre CC représentant la composante continu de l'écrasement, nous a permis de calculer les contraintes et les microdéformations dans une section transversale de la fibre en utilisant les formules du contact hertzien. Les variations des indices locaux de réfraction sont obtenues après application du tenseur élasto-optique P_{ij} sur le vecteur des microdéformations (couleur grise). Elles modifient la structure modale de la fibre optique c'est-à-dire la distribution d'intensité de chaque mode et la largeur de l'intervalle des modes guidés dans le domaine fréquentiel. Les coefficients de couplage (couleur orange) représentent la force du couplage entre deux modes c'est-à-dire la longueur de perturbation à partir de laquelle le mode guidé a perdu toute son énergie. Ils dépendent des champs électromagnétiques des modes guidés et rayonnés. Le coefficient de perte pour chaque mode guidé est obtenu à partir des coefficients de couplage, de la longueur de perturbation et du spectre de la perturbation. Dans le cas d'une perturbation sinusoïdale, le spectre de perturbation se résume à l'amplitude de la sinusoïde A . La dernière étape pour le calcul du taux de transmission est la détermination de la répartition de l'énergie sur les modes guidés (couleur verte). Nous avons montré que l'énergie se répartit uniformément sur les groupes de modes dont les constantes de propagation sont calculées avec la méthode WBK présentée en annexe VIII. Le taux de transmission (couleur rouge) est la somme pondérée des taux de transmission des modes par la fonction de répartition de l'énergie.

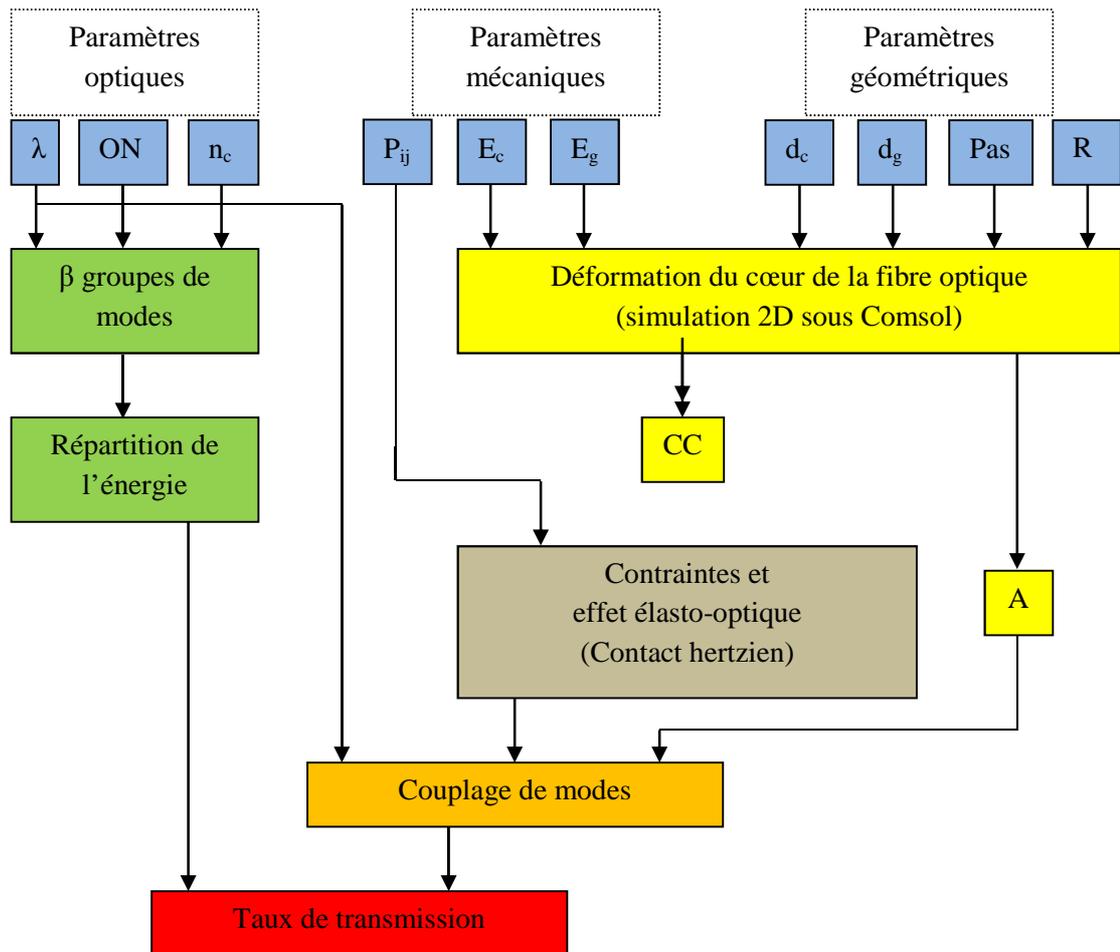


Schéma 3-1 : Processus de détermination du taux de transmission

III.4 Etude de sensibilité

L'un des objectifs de cette thèse est de pouvoir donner, en fonction du paramètre physique que l'on souhaite mesurer les caractéristiques d'un transducteur optimisé pour cette mesure. Le dimensionnement des caractéristiques du transducteur et le choix de la fibre optique est la première étape de la conception d'un capteur. L'étude de sensibilité permet d'évaluer les performances théoriques du capteur (sensibilité, linéarité de la réponse, temps de réponse). Elle doit être complétée par une connaissance très précise des matériaux. En effet, les variations des propriétés mécaniques et optiques des matériaux constituant les mâchoires et la fibre optique vont modifier la réponse du capteur et peut-être restreindre la plage de mesure du capteur. Par exemple, dans le cas d'une mesure de température, lorsque l'on s'approche de la température de transition vitreuse d'un matériau, le module d'Young de celui-ci chute brutalement avec la température. A ce moment, la réponse du capteur fluctue énormément et il est fort probable que le capteur soit détruit. L'étude de sensibilité seule n'est pas suffisante pour concevoir un capteur, il faut connaître les propriétés des matériaux des mâchoires et de la fibre optique soit en les trouvant dans des Handbooks soit en caractérisant les fibres optiques.

Les caractéristiques du transducteur initial sont données dans le tableau 3-3. Dans toute cette étude de sensibilité, nous présenterons tout d'abord les courbes du taux de transmission en fonction du pas de perturbation pour les différents cas d'étude. Pour comprendre l'influence de la variation de l'une des caractéristiques du transducteur, toutes les autres caractéristiques seront identiques à celles du

transducteur initial. La modification des caractéristiques du transducteur peut intervenir à trois niveaux :

- les mâchoires (pas de perturbation, longueur de perturbation, écrasement de la fibre optique) ;
- la source lumineuse (longueur d'onde) ;
- la fibre optique (ouverture numérique, diamètre).

Chaque paramètre physique que l'on mesure avec ce capteur va au moins modifier l'une des caractéristiques du transducteur. Il faut alors quantifier l'impact de chaque modification sur le taux de transmission du transducteur et identifier le phénomène dominant ou les phénomènes co-dominants. L'étude théorique des capteurs de température et d'étirement sera présentée dans le chapitre V.

Dans un premier paragraphe, nous nous intéresserons aux modifications des caractéristiques des mâchoires (longueur de perturbation et écrasement de la fibre optique). Cette première étude va apporter une confirmation supplémentaire du modèle. Dans un second paragraphe, nous nous intéresserons à la modification de la longueur d'onde de la source. Dans le dernier paragraphe, nous regarderons l'influence sur le taux de transmission des modifications des caractéristiques de la fibre optique.

III.4.1 Modulation des caractéristiques de mâchoires

Mis à part le pas de perturbation, les deux caractéristiques des mâchoires que l'on peut moduler sont l'écrasement de la fibre optique et la longueur de la perturbation. Ces deux paramètres sont très importants pour le design du capteur. L'écrasement initial est de 20 μm . Il s'agit d'une très faible valeur. En effet, les techniques actuelles de fabrication (cf chapitre IV), nous avons pu obtenir une précision inférieure à 3 μm sur le moule d'injection. Ce qui se traduit par une fluctuation maximum de l'écrasement d'environ 30%. C'est l'un des points critiques du processus de fabrication du capteur. La longueur de perturbation est un autre paramètre clé car suivant l'espace disponible pour intégrer le capteur dans la structure, il faudra réduire la longueur soit pour des questions d'encombrement, soit pour que tous le capteur soit soumis à la même valeur du paramètre physique à mesurer. Par exemple, si un capteur de température doit être soumis à une température constante tout le long du segment de fibre perturbée.

III.4.1.a Influence de l'écrasement de la fibre optique

L'écrasement initial de la fibre optique est de 20 μm . Cette valeur n'est pas arbitraire. Elle a été déterminée par la simulation comme un écrasement qui laisse une marge de sécurité de plusieurs microns avant que les contraintes dans la fibre optique atteignent le seuil de destruction du matériau. Tous les écrasements seront normalisés par rapport à cette valeur. La modulation de l'écrasement va moduler les paramètres A et CC (Eq. 2-3) de la perturbation. Dans ce contexte, les déformations sont petites et les lois de la mécanique sont linéaires. Les variations relatives des paramètres A et CC par rapport à leur valeurs initiales A_0 et CC_0 sont égales à la variation relative de l'écrasement par rapport à sa valeur initiale (Eq. 3-12). Les coefficients de couplage sont proportionnels à l'amplitude de la perturbation A. Une diminution de l'écrasement se traduit donc par une diminution du taux de transmission. La modification du paramètre CC module l'ouverture numérique de la fibre optique. En effet, plus l'écrasement est diminué, plus l'ouverture numérique de la fibre optique est petite. Cela se traduit, sur la courbe du taux de transmission, par un déplacement du pas de perturbation de couplage de tous les modes vers des pas de perturbation plus élevé.

$$\frac{E-E_0}{E_0} = \frac{A-A_0}{A_0} = \frac{CC-CC_0}{CC_0} \quad (\text{Eq. 3-12})$$

La figure 3-14 représente le taux de transmission du transducteur en fonction du pas de perturbation pour différents écrasements. L'écrasement a été normalisé par rapport à sa valeur initiale de 20 μm .

On constate que plus l'écrasement diminue, plus le minimum de la courbe se déplace vers des pas de perturbation plus élevés. Ce phénomène est dû à l'effet élasto-optique. L'ouverture numérique augmentant avec l'écrasement, le pas de perturbation de couplage de tous les modes se déplace vers les pas de perturbation plus petits. On constate également que les courbes ne se croisent pas. En effet, il est impossible que cela se produise car, comme le taux de transmission est proportionnel à l'écrasement, pour un pas de perturbation de donné, le taux de transmission est une courbe strictement monotone décroissante.

La figure 3-15 représente le taux de transmission du transducteur en fonction de l'écrasement de la fibre pour différents pas de perturbation. Les évolutions présentées en figure 3.15 traduisent les réponses théoriques relatives qu'aurait un capteur sensible à une force qui serait appliquée par les mâchoires, perpendiculairement à l'axe de la fibre pour différents pas de microstructuration. En effet, la compression du capteur dans l'axe de fermeture de la mâchoire sur la fibre va provoquer une variation de l'écrasement de celle-ci.

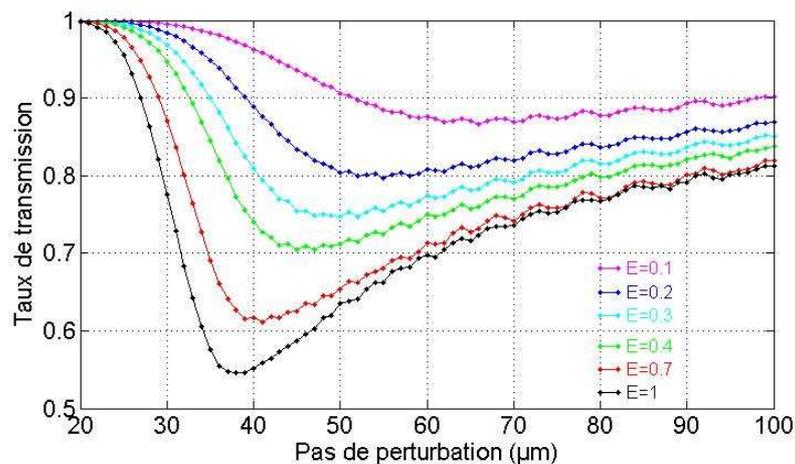


Figure 3-14 : Taux de transmission du transducteur calculé en fonction du pas de perturbation pour différents écrasements de la fibre optique

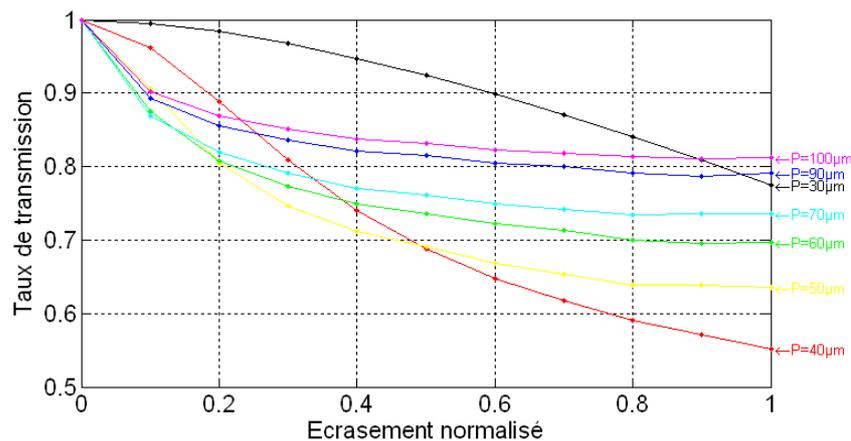


Figure 3-15 : Taux de transmission du transducteur en fonction de l'écrasement normalisé pour différents pas de perturbation

III.4.1.b Influence de la longueur de perturbation

Pour le capteur initial, la longueur de la perturbation est fixée à 12 cm. Cette étude va permettre de déterminer la longueur minimale du capteur. En effet, au-dessous d'une certaine longueur le taux de transmission sera très proche de 1. Le cas limite, lorsque la longueur de perturbation tend

vers l'infini, ramène le modèle au modèle simplifié de couplage total. Quelle est cette longueur où tous les modes perdent toute leur énergie ? Nous avons vu figure 3-8 que certains modes guidés couplés aux modes rayonnés avaient un taux de transmission très proche de 1 donc la longueur de couplage de ces modes est très grande. De plus, lorsque la longueur de perturbation augmente, la transformée de Fourier de la perturbation tend vers un pic de Dirac c'est-à-dire un spectre ne contenant qu'une seule fréquence. Or, nous avons vu au chapitre II, figure 2-20 que pour certaines fréquences spatiales les pertes radiatives d'un mode guidé sont nulles. Pour une fibre fortement multimode, certains modes guidés, pour un pas de perturbation donné vont se trouver dans ce cas.

La figure 3-16 représente le taux de transmission du transducteur en fonction du pas de perturbation pour différentes longueurs de perturbation. A partir d'une longueur de perturbation de 1 cm, on constate que la courbe le taux de transmission en fonction du pas de perturbation présente une amplitude (différence entre le maximum et le minimum de la courbe) conséquente (0,24). L'idéal est donc d'avoir une perturbation d'au moins plusieurs centimètres. La longueur maximale de la perturbation dépendra de l'application et des possibilités technologiques.

Sur la figure 3-17, on a représenté le taux de transmission en fonction de la longueur de perturbation pour différents pas de perturbation. Il est intéressant de voir que pour un pas de perturbation de 100 μm , le taux de transmission augmente avec la longueur de perturbation de 0,003 lorsque celle-ci passe de 1 mm à 8 cm. Ce phénomène ne démontre pas une faille dans le modèle. En effet, lorsque la longueur de perturbation augmente, la largeur du spectre de la perturbation diminue. Vu que le nombre de mode est très grand et que la forme des coefficients de couplage est compliquée, il était théoriquement possible d'observer ce phénomène.

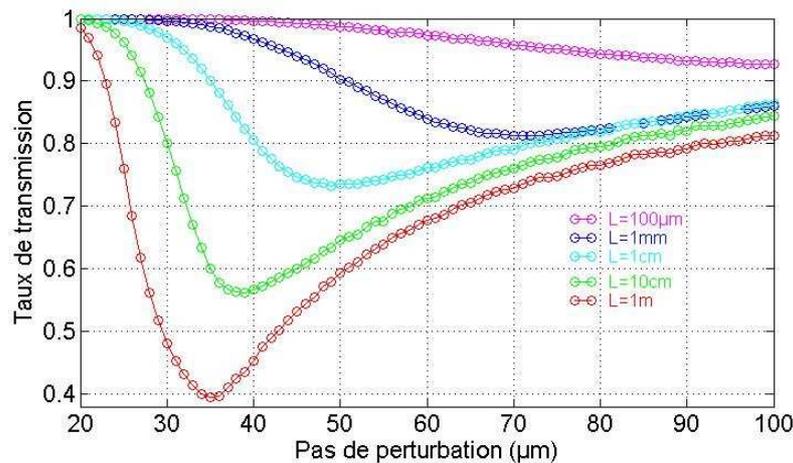


Figure 3-16 : Taux de transmission du transducteur calculé en fonction du pas de perturbation pour différentes longueurs de perturbation

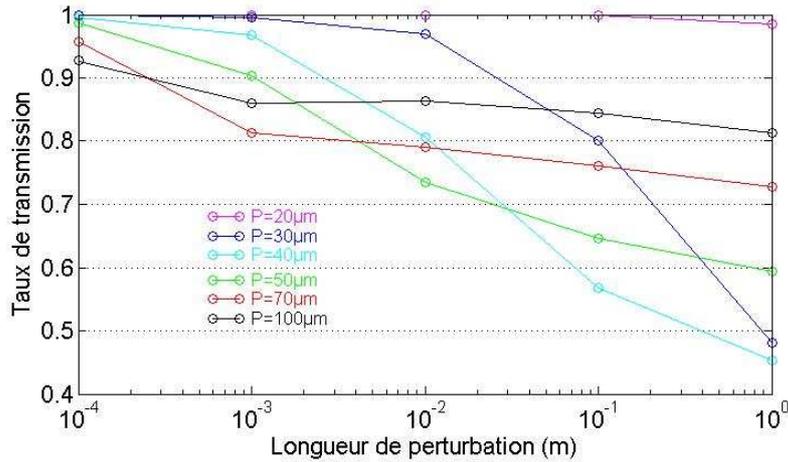


Figure 3-17 : Taux de transmission du transducteur calculé en fonction de la longueur de perturbation pour différents pas de perturbation

Nous venons de présenter les influences des caractéristiques de la mâchoire. Les variations des autres caractéristiques du transducteur (longueur d'onde de la source λ , ouverture numérique ON et diamètre de la fibre optique d_{co}) vont moduler la fréquence normalisée de la fibre optique (Eq. 3-13). Pour chacune des caractéristiques étudiées, les autres sont figées à leurs valeurs initiales. Les résultats sont présentés pour différentes valeurs de la fréquence normalisée de la fibre optique. Le tableau 3-1 permet de convertir la fréquence normalisée en valeur de la caractéristique voulue.

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d_{co}}{2} \cdot ON \quad (\text{Eq. 3-13})$$

V	λ (nm)	ON	d_{co} (μm)
150	948,34	0,1504	132,86
175	812,86	0,1755	155,01
200	711,26	0,2005	177,15
225	632,23	0,2256	199,30
250	569,01	0,2507	221,44
275	517,28	0,2757	243,58
300	474,17	0,3008	265,73

Tableau 3-1: Valeurs correspondantes de longueur d'onde, ouverture numérique et diamètre de la fibre optique en fonction de la fréquence normalisée

III.4.2 Influence de la longueur d'onde

La modification de la longueur d'onde de source va avoir pour premier effet de modifier le vecteur d'onde de la lumière dans le vide donc l'intervalle des constantes de propagation des modes guidés. D'après la formule 3-13, la diminution de la longueur d'onde augmente la fréquence normalisée de la fibre et par conséquent le nombre de modes de la fibre. Il n'est pas aisé de dire comment évolue le taux de transmission en fonction du nombre de modes guidés car ceux-ci se répartissent uniformément sur l'ensemble discret. Or, la modification de la longueur d'onde déplace le pas de perturbation de couplage de tous les modes guidés vers les modes rayonnés Λ_{CT} (Eq. 3-14).

$$\Lambda_{CT} = \frac{\lambda}{n_{co} - n_{go}} \quad (\text{Eq. 3-14})$$

Sur la figure 3-9 on constate que le minimum de la courbe se déplace vers les pas de perturbation plus grande lorsque la fréquence spatiale diminue. Pour savoir si le pas de perturbation où le taux de transmission est minimum correspond bien au pas de perturbation le plus grand qui couple tous les

modes guidés vers les modes rayonnés, nous avons représenté en figure 3-17 le pas où le taux de perturbation est minimal ainsi que le pas théorique le plus grand permettant le couplage de tous les modes guidés vers les modes rayonnés en fonction de la fréquence normalisée. On constate que l'écart entre les deux pas est inférieur à $5 \mu\text{m}$ et que cet écart s'agrandit vers les fréquences normalisées élevées. Or, pour des fréquences normalisées de l'ordre de 300, le pas de perturbation de couplage de tous les modes guidés devient inférieur à $30 \mu\text{m}$, pas de perturbation où l'amplitude de perturbation A devient très petite. La seconde remarque que l'on peut faire sur les courbes de la figure 3-18 est que lorsque la fréquence normalisée diminue et donc que le nombre de modes guidés diminue, l'amplitude de la courbe (différence entre le maximum et le minimum de la courbe) baisse.

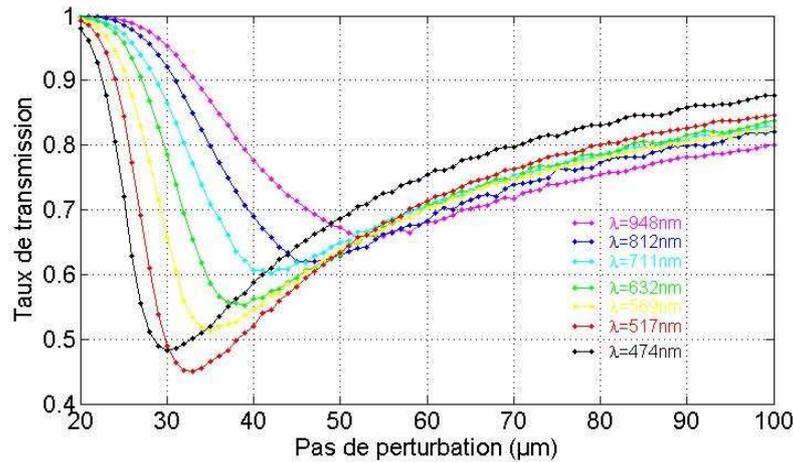


Figure 3-18 : Taux de transmission du transducteur calculé en fonction du pas de perturbation pour différentes longueur d'onde

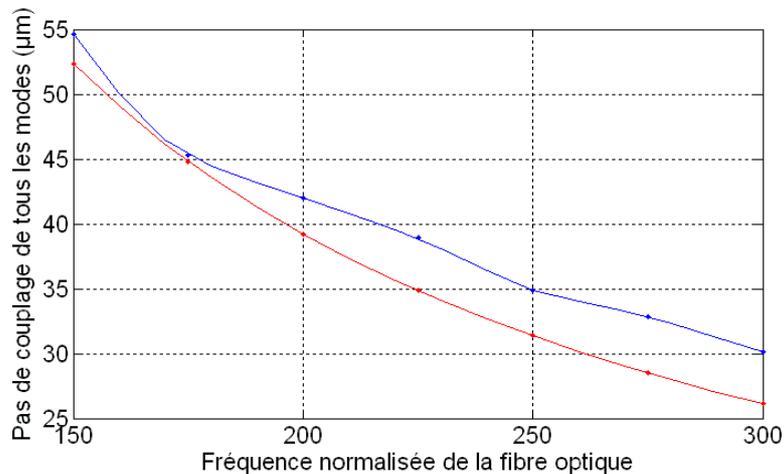


Figure 3-19 : Pas de perturbation permettant le couplage de tous les modes guidés (courbe rouge) comparé au pas de changement de signe de la courbe (courbe bleue) en fonction de la fréquence normalisée de la fibre optique

III.4.3 Modulation des caractéristiques de la fibre optique

Dans cette étude de sensibilité, on ne s'intéresse qu'à la variation du diamètre extérieur de la fibre et à la variation de son ouverture numérique. Les investigations auraient pu être poussées plus loin en faisant également varier le rapport entre le diamètre du cœur et celui de la gaine optique. C'est une simulation qui a été laissée de côté tout comme la variation du rapport cyclique de la perturbation car sa mise en œuvre aurait nécessité de nombreuses simulations mécaniques très coûteuses en temps.

III.4.3.a Influence de l'ouverture numérique de la fibre optique

La modulation de l'ouverture numérique de la fibre optique a les mêmes effets que la variation de la longueur d'onde : modification du pas de perturbation de tous les modes guidés vers les modes rayonnés de modification du nombre de modes guidés. Sur la figure 3-20, on remarque que le minimum de la courbe se déplace en fonction de l'ouverture numérique considérée. Jusqu'à une fréquence normalisée de 225, l'amplitude des courbes est similaire. Au-delà de 225, l'amplitude baisse. En effet, le pas de perturbation théorique maximum de couplage de tous les modes guidés vers les modes rayonnés devient inférieur à $40\ \mu\text{m}$ (figure 3-21), pas de perturbation limite en dessous duquel l'amplitude de perturbation devient très faible (cf figure 2-4).

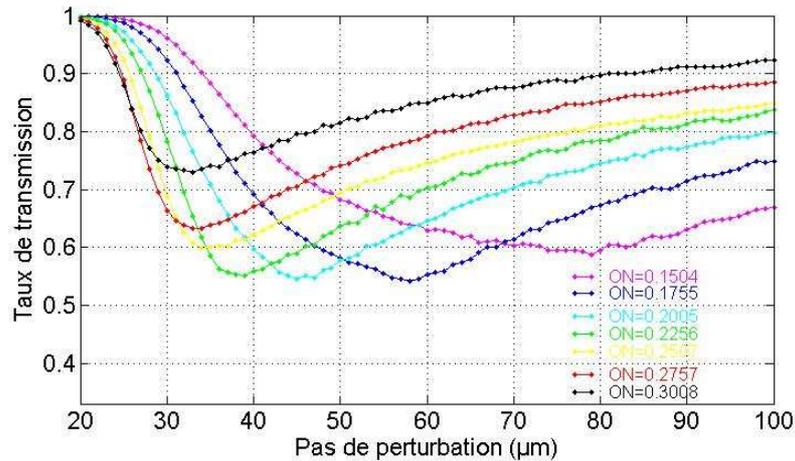


Figure 3-20 : Taux de transmission du transducteur calculé en fonction du pas de perturbation pour différentes ouvertures numériques de la fibre optique

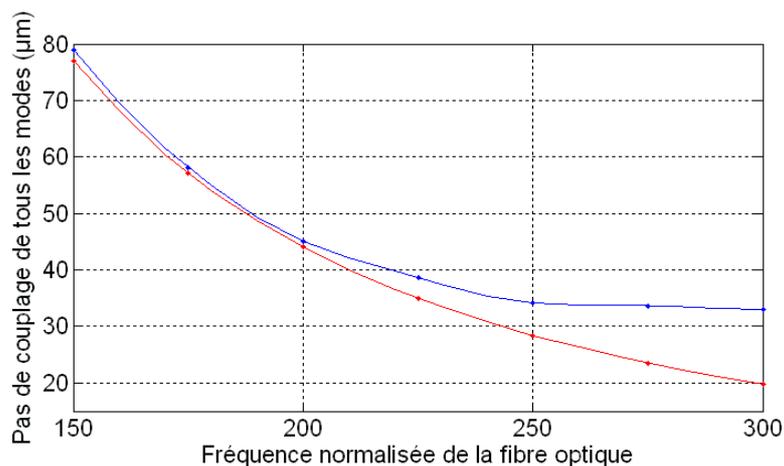


Figure 3-21 : Pas de perturbation permettant le couplage de tous les modes guidés (courbe rouge) comparé au pas de changement de signe de la courbe (courbe bleue) en fonction de la fréquence normalisée de la fibre optique

L'ouverture numérique est directement proportionnelle à la fréquence normalisée de la fibre optique. La figure 3-22 représente la réponse d'un transducteur soumis à des variations d'ouverture numérique pour différents pas de perturbation. On constate que la réponse devient monotone pour des pas de perturbation supérieurs à $70\ \mu\text{m}$. Le transducteur initial a une fréquence normalisée d'environ 225. En utilisant un pas de perturbation compris entre 50 et $100\ \mu\text{m}$, la réponse du transducteur est quasiment linéaire avec la fréquence normalisée donc l'ouverture numérique.

L'effet thermo-optique est une modification des indices de réfraction avec la température. Le transducteur, utilisé comme capteur de température, voit l'ouverture numérique de sa fibre optique varier avec la température. Pour accentuer cet effet, il faut choisir une fibre optique dont le cœur et la gaine optique ont des coefficients thermo-optiques de signes opposés.

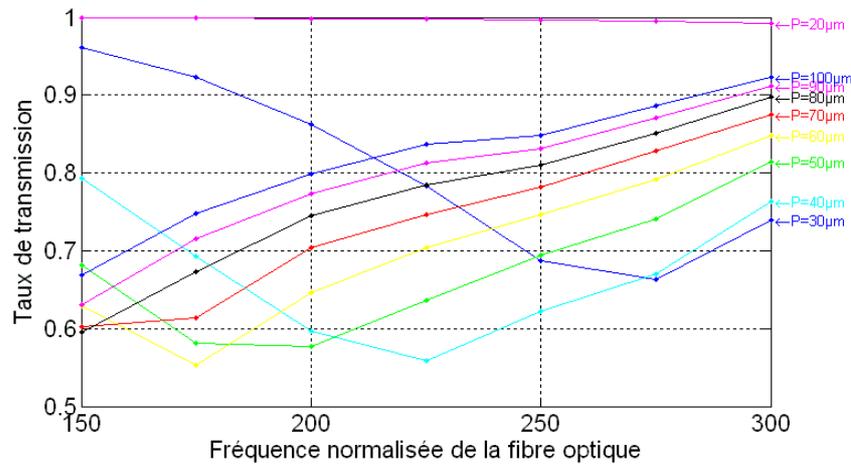


Figure 3-22 : Taux de transmission du transducteur subissant une modulation de son ouverture numérique calculé en fonction de la fréquence normalisée de la fibre pour différents pas de perturbation

La modification de la longueur d'onde et la modification de l'ouverture numérique ont le même effet sur le taux de transmission en fonction du pas de perturbation : ils modifient le pas de perturbation maximal de couplage de tous les modes guidés vers les modes rayonnés. Sur les courbes, il correspond au pas ayant le taux de transmission minimum lorsque la fréquence de la fibre est inférieure à 250.

Bien que la modification de la longueur d'onde et la modulation de l'ouverture numérique de la fibre optique aient le même effet sur le taux de transmission, l'étude de l'influence de la longueur d'onde sert à choisir une source lumineuse alors l'étude de la modulation d'ouverture numérique sert à identifier le pas de la perturbation idéal.

III.4.3.b Influence du diamètre de la fibre optique

La modification du diamètre de la fibre optique fait varier la fréquence normalisée de la fibre optique mais laisse le pas de perturbation maximal de couplage de tous les modes guidés vers les modes rayonnés invariants.

L'amplitude et la composante continue de la perturbation réelle de la fibre optique dépendent du diamètre extérieur de la fibre ainsi que du rapport entre le diamètre du cœur et celui de la gaine optique. Pour cette simulation, ce rapport est conservé mais l'amplitude et la composante continue de la perturbation sont adaptées aux nouvelles dimensions (A , CC , D) par une transformation homothétique (Eq. 3-15) des dimensions initiales (A_0 , CC_0 , D_0).

$$\frac{D-D_0}{D_0} = \frac{A-A_0}{A_0} = \frac{CC-CC_0}{CC_0} \quad (\text{Eq. 3-15})$$

La figure 3-23 représente le taux de transmission en fonction du pas de perturbation pour différents diamètres de fibre optique. On constate que le minimum de chaque courbe est atteint pour à peu près le même pas de perturbation. La réduction du diamètre de la fibre (diminution de V) diminue l'amplitude de la courbe. Aucun raisonnement simple ne permet d'expliquer ce phénomène.

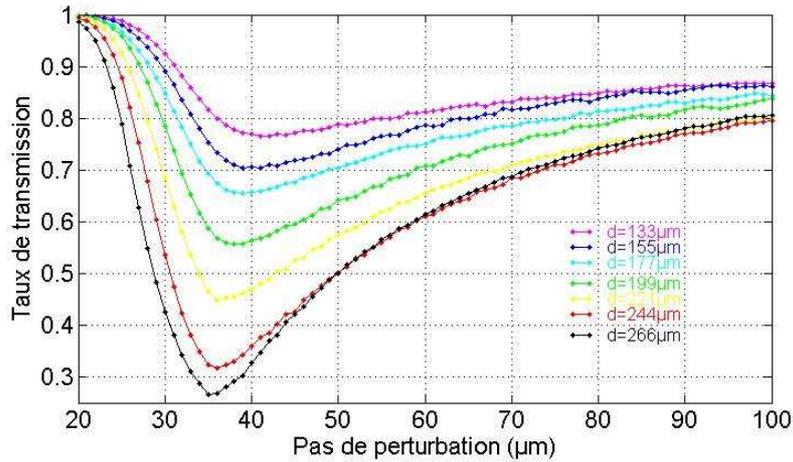


Figure 3-23 : Taux de transmission du transducteur calculé en fonction du pas de perturbation pour différents diamètres de la fibre optique

III.4.4 Influence du type de perturbation

La figure 2-18 représente le périodogramme de la décomposition en série de Fourier du contour réel de la fibre déformée. La perturbation n'est pas rigoureusement une perturbation elliptique ($m=2$) bien que cet harmonique soit dominant. Dans ce paragraphe, nous allons étudier l'influence du type de perturbation (circulaire avec $m=0$, microcourbure avec $m=1$ et elliptique avec $m=2$). Les harmoniques du périodogramme de la figure 2-18 correspondent uniquement aux valeurs paires de m . En comparant le taux de transmission pour les perturbations circulaires et elliptiques, nous verrons si l'approximation consistant à dire que la perturbation réelle est très proche de la perturbation elliptique est justifiée. La comparaison du taux de transmission calculé pour une perturbation de type microcourbure avec les deux autres types de perturbation déterminera l'impact du non alignement des mâchoires.

La figure 3-24 représente les courbes des taux de transmission du transducteur calculés avec le modèle électromagnétique de Marcuse pour une longueur de perturbation de 12 cm pour les trois types de perturbation. Les perturbations circulaires et elliptiques se ressemblent beaucoup (forme de la courbe, minimum de la courbe et des valeurs du taux de transmission). Cette première constatation valide l'approximation de la perturbation réelle à la perturbation elliptique. La perturbation de type microcourbure est différente en terme de valeurs du taux de transmission des deux autres types de perturbation. Or, on constate que lorsque le pas de perturbation augmente ($\text{Pas} > 80 \mu\text{m}$), les trois courbes sont très proches et leurs dérivées sont quasiment identiques.

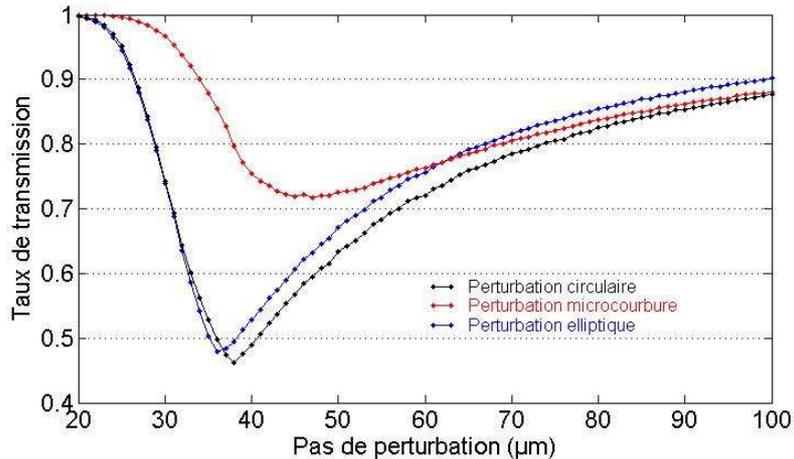


Figure 3-24 : Taux de transmission en fonction du pas de perturbation calculés avec le modèle de Marcuse pour une longueur de perturbation de 12 cm pour les trois types de perturbation

III.5 Conclusion

Le modèle présenté dans le chapitre précédent permet le calcul des coefficients de couplage pour chaque mode guidé. Pour calculer le taux de transmission du transducteur, il faut savoir, en plus, comment l'énergie est répartie sur les modes guidés et quel est l'impact de l'effet élasto-optique sur le taux de transmission. Nous avons montré que l'énergie se répartit uniformément sur les groupes de modes dont les constantes de propagation sont calculées avec la méthode WBK. Les premières simulations, en négligeant l'effet élasto-optique, nous ont montré que le taux de transmission dépend de trois paramètres :

- la répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre optique ;
- l'amplitude de la perturbation en fonction du pas de perturbation ;
- la différence entre l'indice effectif du mode guidé le plus élevé et celui du mode rayonné le plus élevé.

L'effet élasto-optique ne modifiant que le troisième paramètre cité ci-dessus, il est désormais plus facile d'en tenir compte. En second lieu, nous avons déterminé sous Comsol, par éléments finis les indices effectifs du mode guidé le plus élevé et du mode rayonné le plus élevé. Pour la fibre silice/silice, nous avons constaté que cette différence est quasiment constante c'est-à-dire que l'effet élasto-optique ne modifie pas le taux de transmission du transducteur.

La mise en œuvre du modèle, a mis en évidence deux zones de fonctionnement du capteur. Le pas de perturbation limite entre les deux zones est le pas maximal de couplage total de tous les modes guidés vers les modes rayonnés. Suivant les possibilités technologiques et les paramètres physiques à mesurer, il faudra choisir le point de fonctionnement du capteur dans l'une des deux zones.

L'étude de sensibilité permet de comprendre comment évolue le taux de transmission du transducteur en fonction de ses caractéristiques propres et de quantifier les variations. Cela nous permettra, dans le dernier chapitre de déterminer les effets physiques dominants pour un capteur donné ainsi que de calculer leurs impacts sur la modulation du taux de transmission.

L'élaboration des premiers prototypes (chapitre IV) va définir les limitations technologiques (pas de perturbation réalisable, précision sur la valeur de l'écrasement). En fonction de ces limitations, nous choisirons le mode de fonctionnement du capteur (zone 1 ou zone 2). Ensuite, nous définirons simultanément quelle doit-être longueur d'onde en fonction de l'ouverture numérique de la fibre choisie. La valeur de l'écrasement est calculée afin d'avoir une perturbation réelle de la fibre conséquente tout en laissant une marge de sécurité à cause de la précision de réalisation.

«La valeur scientifique d'expériences précises est indépendante de leur interprétation théorique. »

Max Planck (1858-1947)

Chapitre IV - Fabrication du capteur

Le capteur est l'association du transducteur (fibre optique et mâchoires) avec une source lumineuse et une électronique dédiée (comprenant les circuits d'alimentation, de réception et de conditionnement du signal). Ce chapitre présente les méthodes que nous avons testées de fabrication du transducteur et de réalisation du capteur. Dans le chapitre précédent, nous avons étudié l'influence des caractéristiques du transducteur sur son taux de transmission. Ces résultats permettent de dimensionner le transducteur pour l'application visée et de quantifier l'impact qu'auront les écarts de fabrication. Les technologies utilisées pour fabriquer le transducteur ont-elles-mêmes des limitations et des tolérances dont il va falloir tenir compte. En résumé, la fabrication et l'optimisation d'un capteur nécessite trois compétences :

- une connaissance de la réponse du transducteur soumis à la variation de ses caractéristiques (étude de sensibilité),
- une connaissance des caractéristiques mécaniques, thermiques et optiques des matériaux utilisés,
- une connaissance des limitations et tolérances des technologies utilisées.

La fabrication des mâchoires est le point critique à cause de ses dimensions peu conventionnelles. Au début de la thèse, la seule méthode industrielle présentée pour la réalisation de la perturbation des mâchoires était l'usinage laser car connaissant les performances des lasers femto-seconde, la gravure de telles dimensions est possible. Ce capteur étant notamment dédié à l'industrie automobile, il faut identifier des technologies de fabrication permettant de produire de grandes séries.

Premièrement, nous ferons l'inventaire des techniques de micro-structurations identifiées comme permettant la réalisation de la mâchoire et de sa structuration. Deuxièmement, nous discuterons le procédé délicat d'assemblage des transducteurs. Enfin, troisièmement, nous discuterons des procédés de couplage optimaux de la lumière émise par une diode électroluminescente dans une fibre optique. Les circuits électroniques d'alimentation du capteur, de réception du signal du transducteur et de conditionnement du signal sont proposés en annexe X.

IV.1 Fabrication des mâchoires

L'architecture extérieure des mâchoires est définie par le cahier des charges lié à l'application (place dédiée, mesurande, sensibilité, temps de réponse...). A cette étape du travail, nous ne cibons pas une application précise. Une mâchoire sans perturbation est facilement réalisable par différentes méthodes comme l'usinage mécanique, l'injection plastique ou encore la découpe laser. Le point délicat est la réalisation de la perturbation, au fond de la saillie où est placée la fibre optique, qui est une succession de créneaux de 20 à 40 μm de hauteur, de 300 à 500 μm de large avec un pas de perturbation compris dans la plage entre 20 et 100 μm (figure 4-1). Pour commencer, il a fallu identifier les méthodes de micro-structuration compatibles avec cette échelle et permettant la mise en place d'un procédé industriel. Cette échelle de structuration est comprise entre l'usinage mécanique classique où la tolérance est de $\pm 10 \mu\text{m}$ et les méthodes de lithographie où la taille des structures peut-être inférieure au micron. Un très faible écart sur la profondeur de la saillie ou sur la micro-perturbation aurait pour conséquence que la fibre ne soit plus pincée dans la mâchoire et donc plus micro-perturbée. La difficulté de fabrication vient ici principalement du fait que le processus de fabrication doit être compatible avec la mise en place d'un procédé industriel de production de grandes séries.

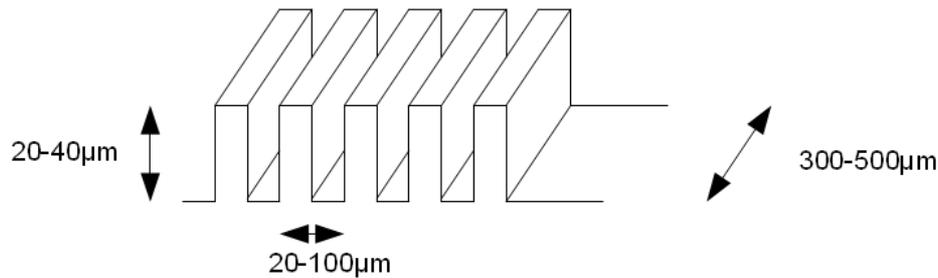


Figure 4-1 : Schéma de la perturbation

Deux processus de fabrication peuvent être imaginés : le premier consiste à commencer par fabriquer la mâchoire sans perturbation puis de l'intégrer ensuite ; le second est la fabrication directe de la mâchoire structurée.

Dans cette partie, nous allons tout d'abord passer en revue les méthodes de micro-structuration utilisables pour la réalisation de la perturbation puis présenter deux prototypes de mâchoires.

IV.1.1 Les méthodes de micro-structuration

Les méthodes issues des micro et nanotechnologies du type photolithographie, e-beam, ion beam, etc. ne sont pas adaptées à ce type de procédés devant être flexibles et à faible coût de mise au point. En effet, les microtechnologies permettent la conception en masse de composants mais les coûts de développement sont trop importants pour une petite société.

Les trois techniques de fabrication que nous avons identifiées compatibles avec nos moyens sont l'usinage laser, l'injection plastique et l'embossage.

IV.1.1.a Usinage laser

L'application des lasers pour la gravure en surface des matériaux a été largement étudiée. Elle repose sur l'utilisation d'un faisceau dont le flux de puissance concentré en un spot très fin permet de graver la surface d'un matériau par ablation directe de matière. Ce procédé permet de réaliser des textures avec différentes morphologies (cavités, rainures,...) à l'échelle de quelques microns sur différents matériaux en fonction de la technologie utilisée.

Le rechargement est une autre technologie laser qui permet d'ajouter localement de la matière. De la poudre est injectée avec un gaz dans la buse laser. Sur le trajet du rayon laser, elle est amenée à une température légèrement supérieure à son point de fusion et est agglomérée par refroidissement. Ce procédé est utilisé pour consolider ou réparer certaines pièces ou encore pour faire du prototypage rapide, cependant la résolution est millimétrique.

Dans notre cas, en raison des dimensions des micro-structurations, le procédé d'ablation de matière est le mieux adapté. Concernant l'ablation laser, les lasers femtosecondes permettent de graver les surfaces sans effets thermiques importants et d'obtenir de façon industrielle des milliers de motifs ayant des dimensions de quelques dizaines de microns seulement. Les structurations qu'ils génèrent présentent un niveau de qualité élevé qui se caractérise par une absence sur les bords des textures de re-déposition de la matière expulsée, et une zone thermiquement affectée très réduite. Ils peuvent être utilisés sur des matériaux thermosensibles.

IV.1.1.b Injection plastique

L'injection plastique est une technologie consistant à injecter sous pression du plastique liquide dans un moule en acier. La structure de ce moule étant le négatif de la pièce à réaliser. Ce procédé de fabrication fait intervenir un mouliste pour la fabrication du moule et un plasturgiste qui procède à l'injection des pièces. Les technologies utilisées pour structurer le moule sont l'usinage

mécanique et l'électro-érosion. Dans notre cas, la gravure de la perturbation en négatif va faire intervenir une autre méthode de fabrication, par exemple, l'usinage laser.

L'injection plastique permet la production économique de surfaces complexes en grandes séries. Cependant, le procédé fait intervenir un savoir-faire conséquent et un grand nombre de paramètres critiques (pression, température, vitesse, agent démoulant, réalisation appropriée des structures microniques,...) pour obtenir des pièces facilement démoulables, avec un remplissage homogène, sans défaut. A l'échelle micrométrique, les effets thermiques restent prépondérants et c'est la maîtrise de l'outillage, de la température de la matière et de la vitesse d'injection qui vont permettre d'obtenir une meilleure qualité.

IV.1.1.c Embossage à chaud

La première étape de l'embossage à chaud, également appelé matriçage à chaud (hot embossing en anglais) consiste à porter un polymère au-delà de sa température de transition vitreuse sans toutefois atteindre sa température de fusion. Dans cet état, le matériau est mou, sans être liquide, et peut donc être travaillé en le pressant dans un moule qui lui donnera sa forme définitive. Reste ensuite à refroidir la pièce. Le procédé d'embossage à chaud a des temps de cycle relativement longs. Il est adapté aux petites et moyennes séries. Sa popularité par rapport au moulage par injection plastique est due à la simplicité de l'outil et de sa mise en œuvre. L'embossage à chaud est la seconde étape d'un processus. En effet, préalablement, il faut donner à la pièce sa forme macroscopique et ses dimensions en partant d'un matériau brut.

Pour chaque méthode de fabrication, il est nécessaire de pouvoir usiner la microperturbation ou de son négatif. IREPA Laser, partenaire de Phosylab et du laboratoire, a un savoir-faire reconnu dans le domaine de l'usinage laser. L'institut nous a mis en contact avec une entreprise de Bordeaux possédant un laser approprié pour l'usinage de la perturbation dans le métal. Puisque les méthodes d'injection plastique et d'embossage à chaud nécessitent des compétences supplémentaires et posent de nouveaux problèmes, les premiers prototypes de mâchoire ont été réalisés en utilisant la méthode de l'usinage laser. Cette première étape de fabrication a deux objectifs : réaliser un premier prototype qui fera la preuve expérimentale du concept et maîtriser une technique de fabrication de la micro-structuration de la perturbation qui sera utile pour d'autres méthodes de fabrication de la perturbation (par exemple, le moule d'injection).

Dans un second temps, après avoir identifié les problèmes intrinsèques des premiers prototypes de mâchoire, nous avons utilisé l'expérience acquise pour fabriquer une première série de mâchoires par injection plastique.

IV.1.2 Mâchoires en aluminium réalisées par usinage direct au laser

Bien que ce premier prototype ait été conçu pour faire la preuve du concept présenté dans le brevet, il a fallu dédier ce capteur à un paramètre physique donné pour définir son architecture. En effet, dans le cas d'un capteur d'étirement, il faut deux points d'attache de part et d'autre de la perturbation. Alors que pour un capteur de température, un seul point d'attache est suffisant. Pour cette première réalisation, le transducteur, devant être polyvalent pour faire des essais en mesure de température et en mesure d'étirement, nous avons choisi une configuration avec deux points d'attache de part et d'autre de la perturbation (voir figure 4-2). Avant de réaliser un transducteur, il faut avoir éclairci un certain nombre de points :

- quelle forme donner aux mâchoires ?
- quel matériau choisir ?
- comment aligner les mâchoires ?
- comment maintenir les mâchoires fermées ?

- comment usiner le sillon au fond duquel sera gravé la perturbation ?

Les paragraphes suivants présentent notre analyse pour répondre à ces questions.

IV.1.2.a Définition du cahier des charges

La réponse à la première question a déjà été donnée au paragraphe précédent. La forme globale du capteur est définie par l'application visée. Les dimensions sont données par l'environnement d'intégration du capteur. Pour ce premier prototype ces contraintes sont inexistantes. Le matériau de la mâchoire doit être choisi en fonction de trois critères : son usinabilité au laser, ses propriétés mécaniques et ses propriétés thermiques. Beaucoup de matériaux (métaux, verres, céramiques...) sont usinables par laser. La technologie d'usinage de structures micrométriques au laser femto-seconde est récente et n'a pas encore été éprouvée sur tous les matériaux. L'aluminium est un matériau qui s'usine facilement avec ce type de laser et ses propriétés mécaniques ($E = 69 \text{ GPa}$) sont proches de celles de la silice et représentait donc un bon candidat pour de premiers tests. Parmi les trois types de perturbation (circulaire, microcourbure et elliptique), pour des raisons de faisabilité, la perturbation circulaire ne peut être mise en œuvre. La différence entre la perturbation microcourbure et la perturbation elliptique réside uniquement dans le décalage des perturbations des deux mâchoires. Nous avons opté pour une perturbation elliptique et les simulations mécaniques du chapitre II et toutes les simulations du chapitre III sont uniquement valables pour ce type de perturbation. Sachant que le pas de perturbation est compris entre 20 et 100 μm et que les tolérances d'alignement au niveau mécanique sont généralement de l'ordre de 40 μm , la perturbation réelle de la fibre optique doit être un cas intermédiaire entre la perturbation elliptique et celle de type microcourbure. Pour aligner les mâchoires au mieux, au niveau des points d'attache, des trous ont été percés afin d'y insérer des goupilles. La fermeture des mâchoires sur la fibre optique sera évoquée dans la partie suivante. Le dernier point à aborder concernant la réalisation de ces mâchoires est l'enserrement de la fibre optique. En effet, lorsque les deux mâchoires se referment sur la fibre optique, il faut que la distance entre les deux perturbations soit égale à la différence entre le diamètre extérieur de la fibre optique et la valeur imposée de l'écrasement de celle-ci. On parle ici d'une distance de 220 μm qui doit être respectée à quelques microns près. Pour une perturbation de 40 μm de long, le volume à retirer représente environ 5 mm^3 . Un usinage laser permettrait d'enlever ce volume de matière et d'atteindre la précision souhaitée mais le temps d'usinage serait considérable (plusieurs jours). La seule manière facile à mettre en œuvre que nous avons identifiée pour l'usinage du sillon est l'usinage mécanique. Or, avec cette technique d'usinage la précision est de l'ordre de 10 μm . Pour limiter l'imprécision, les deux mâchoires n'ont pas été réalisées identiques. En effet, sur l'une des mâchoires la perturbation a été gravée en surface alors que sur l'autre la perturbation a été gravée au fond du sillon par usinage mécanique (figure 4-3).

La valeur d'écrasement de la fibre de 20 μm est une valeur issue d'un compromis entre un écrasement suffisant pour avoir une perturbation réelle de la fibre significative et un écrasement induisant des contraintes dans la fibre assez éloignée du seuil de rupture. Cette valeur imposée de l'écrasement est donc la meilleure connaissant les tolérances sur la fabrication du transducteur.

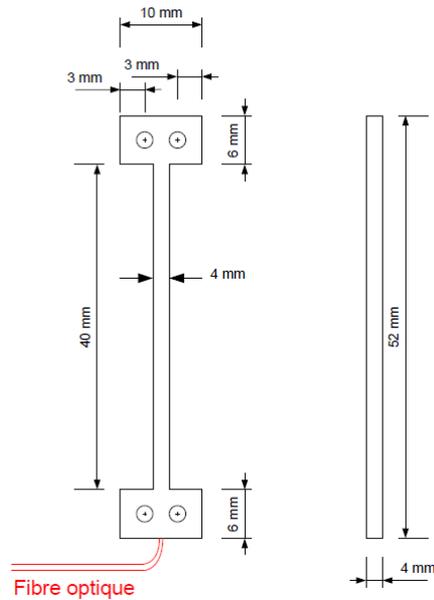


Figure 4-2 : Dessin technique du transducteur de première génération (mâchoires fermées sur la fibre optique)

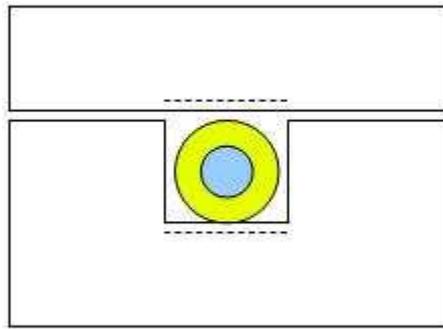


Figure 4-3 : Coupe transversale du transducteur en aluminium

IV.1.2.b Réalisation et caractérisation des mâchoires en aluminium

La réalisation des mâchoires en aluminium se déroule s'obtient à partir de plaques de 2 mm d'épaisseur en suivant les étapes suivantes :

- usinage mécanique de la forme de la mâchoire ;
- usinage mécanique du sillon ;
- usinage laser de la perturbation.

Pour réaliser les mâchoires brutes (sans sillon et sans perturbation), il a fallu rechercher une société vendant de l'aluminium sous forme de plaques. Dans la région de Strasbourg, la société Almet basée à Eckbolsheim est spécialisée dans la vente d'aluminium et d'alliages. C'est auprès de cette société que nous nous sommes procuré une plaque d'aluminium 1050 de 2 mm d'épaisseur.

Dans cette plaque d'aluminium, nous avons découpé les mâchoires brutes en forme de « I » avec les quatre trous (figure 4-2). Pour une telle pièce, l'usinage mécanique n'est pas approprié car cette découpe se ferait avec une fraise qui déformerait la pièce. La géométrie de cet outil engendrerait des entailles dans la mâchoire qui la rendrait fragile à cet endroit. La solution choisie a été la découpe au laser. Pour cette opération, nous nous sommes adressés à la société Viwamétal. Le laser présente un seul inconvénient : la dimension du spot n'étant pas constante avec la hauteur ; les plans de coupe ne sont pas tout à fait parallèles au plan de plaque (quelques degrés).

L'usinage mécanique du sillon est la partie la plus délicate de la réalisation de ces mâchoires. Les fraises à commande numérique dernière génération atteignent des précisions inférieures à 10 μm . Cet usinage a été réalisé par la société Atelier Claus à Illkirch.

Les mâchoires sont désormais prêtes pour la dernière étape de fabrication, l'usinage au laser de la perturbation. IREPA Laser, centre technologique au service des industriels, spécialisé dans le traitement des matériaux par laser, ne pouvait pas faire cette prestation car ils ne disposaient pas encore du laser femto-seconde approprié. C'est grâce à leur réseau que nous avons pris contact avec la société Alphanov qui a réalisée la prestation. L'usinage laser requiert un savoir-faire empirique. Avant de réaliser la perturbation, des tests ont été menés sur le matériau pour trouver les réglages optimaux du laser. En effet, on peut jouer sur trois paramètres : la vitesse de balayage, la durée de l'impulsion et l'intensité du faisceau. Ces premiers tests sur des échantillons d'aluminium 1050 brut ont permis de déterminer les paramètres idéaux pour graver des sillons de largeur et de profondeur déterminée. Suite à cette phase de mise au point, les mâchoires ont été gravées. La réalisation de ces prototypes en aluminium est intervenue bien avant d'avoir les premiers résultats de simulation et avait pour but de tester le procédé de fabrication. La limite technologique en terme de pas de perturbation est de 50 μm . La longueur totale de perturbation a été fixée à 40 mm. Le pas de perturbation a été choisi constant sur trois zones de longueur égale avec des valeurs de 50, 75 et 100 μm . La figure 4-4 est une photographie obtenue au microscope optique dans la zone où la perturbation a un pas de 50 μm sur une mâchoire en aluminium.

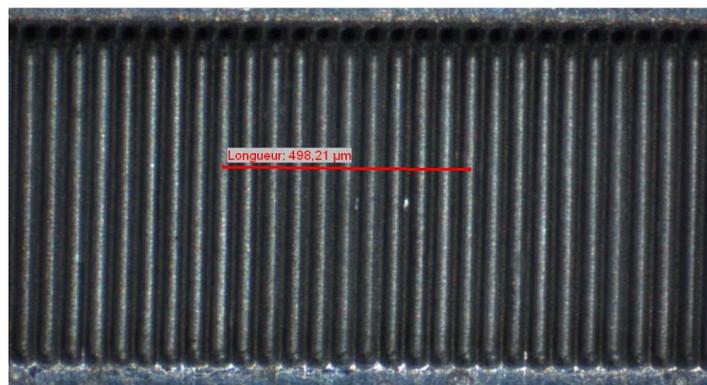


Figure 4-4 : Micrographie du réseau de perturbation d'une mâchoire en aluminium (zone où le pas vaut 50 μm)

IV.1.2.c Retour d'expérience sur le premier tour de fabrication

Cette première réalisation a été riche d'enseignement. La gravure de la perturbation au laser est un succès. Le pas de perturbation et la profondeur, vérifiés par profilomètre optique, ont été très bien respectés. Sur la figure 4-4, on constate que l'erreur sur le pas de perturbation est au maximum de l'ordre de quelques pourcents. La technologie de l'usinage laser est donc totalement adaptée à la réalisation mais ne constitue pas une solution pour la fabrication en grande série car il faut compter plusieurs heures pour graver la perturbation sur une seule mâchoire et le coût de gravure est, hormis les tests d'optimisation, d'environ 400 euros. De plus, l'usinage mécanique du sillon n'est pas une solution satisfaisante car suivant la mâchoire, sa profondeur est fortement variable ce qui veut dire que chaque capteur répondra de manière différente. Dans certains cas, la fibre optique peut même ne pas être pincée.

Cette première réalisation a montré que l'usinage laser permet de graver la perturbation sur la mâchoire du transducteur. Nous avons identifié une entreprise pour sous-traiter ce travail de gravure et mis en place un protocole de fabrication pour l'aluminium. Une réalisation dans un autre métal nécessiterait une petite étude préalable pour optimiser les paramètres. L'étape de prototypage suivante est d'utiliser ces acquis pour réaliser une mâchoire moins couteuse en temps et en argent. Parmi les

méthodes de microstructurations déjà présentées, nous pouvons soit envisager l'embossage, soit l'injection plastique. Nous avons choisi la technologie de l'injection plastique car, en Alsace, il existe plusieurs entreprises et lycées professionnels dans ce domaine.

IV.1.3 Injection plastique des mâchoires en thermoplastique

La réalisation d'un prototype par injection plastique fait intervenir deux industriels ; le mouliste et le plasturgiste. La première phase de réalisation est l'usinage des empreintes qui représentent le négatif de la pièce à réaliser. Cette phase nécessite une étude préalable consistant à simuler différents points ou nappes d'injection du plastique en fusion pour être certain qu'il remplisse l'intégralité du moule et vérifier au besoin ou non l'intégration d'éjecteurs. En effet, une fois la pièce injectée, lorsque le moule s'ouvre, la pièce ne tombe pas d'elle-même. Il faut prévoir des tiges métalliques, appelées éjecteurs, qui poussent la pièce à l'ouverture du moule. Le travail du mouliste est donc triple :

- réaliser les empreintes de la pièce à injecter,
- intégrer des points ou des nappes d'injection aux empreintes afin que le remplissage du moule se fasse,
- intégrer les éjecteurs au moule.

La seconde phase de la réalisation est l'injection des pièces proprement dite. Le plasturgiste a une bonne connaissance des matériaux, surtout de leur viscosité à leur température d'injection. Dans notre cas, le thermoplastique devra remplir les créneaux de la perturbation. Comme les dimensions sont petites, l'un des critères de choix du thermoplastique sera sa viscosité à l'injection.

Pour ce projet de réalisation des mâchoires du transducteur en plastique, nous avons été conseillés par le Pôle Technologie Extrusion. Cette structure met en relation des industriels ayant des besoins en plasturgie avec des moulistes, des plasturgistes et des lycées professionnels. La seconde mission du pôle est de permettre aux entreprises membres d'utiliser le matériel des lycées. Ces prestations s'apparentent à ce qui est proposé par les CRITT (Centres Régionaux pour l'Innovation et le Transfert de Technologie). Les différences entre les prestations sont le prix (environ 4 fois plus cher dans un CRITT) et le fait de pouvoir assister au bon déroulement de la prestation et d'interagir avec le personnel.

Nous avons commencé par rencontrer des professeurs du lycée Schwendy d'Ingersheim pour leur présenter le projet. Grâce à leur concours, nous avons pris contact avec les sociétés ATN (Application Technologies Nouvelles) et Varoplast, toutes deux basées dans le Haut-Rhin. ATN réalise des moules d'injection. Varoplast est une société sœur d'ATN qui n'a pas pour vocation de faire de la production en grande série. Ils sont spécialisés dans le prototypage et les petites séries. Un moule d'injection est composé de deux parties : les empreintes qui sont le négatif de la pièce et la carcasse du moule entrant dans la machine d'injection que la société Varoplast propose de prêter.

IV.1.3.a Définition du cahier des charges des mâchoires en thermoplastique

Ce nouveau tour de fabrication nécessite de répondre à nouveau aux questions posées au début du paragraphe IV.1.2. La principale question est l'application visée qui détermine la forme extérieure des mâchoires. Les autres questions sont purement techniques et non fonctionnelles. Il a été décidé que ce capteur serait dédié à la mesure de température. Pour une sonde thermique, il faut tout de même un point de fixation à l'une des extrémités de la perturbation. De la forme dite « en I » pour le transducteur dédié à l'étirement, on passe à une forme dite « en T » pour le transducteur dédié à la mesure de température. L'empreinte extérieure de la mâchoire étant réalisée par électro-érosion, nous avons eu la possibilité d'améliorer son design. D'une section transversale carrée pour le transducteur dédié à l'étirement, on passe à une section circulaire. Sur la mâchoire en aluminium, il n'y avait pas de

congé qui fasse l'intermédiaire entre la partie rectangulaire où est gravée la perturbation et des deux parties d'attache. Cet élément de transition est ajouté sur la nouvelle mâchoire. Sur le point d'attache, les deux trous sont conservés pour une fixation éventuelle du capteur sur un support ou sur le circuit électronique. Pour l'alignement des mâchoires, les goupilles sont remplacées par des trous et des picots. Pour limiter les coûts de fabrication, les deux mâchoires seront identiques c'est-à-dire que la hauteur du sillon recevant la fibre optique doit être réalisée de manière plus précise que pour les transducteurs précédents. Avec cette technique comme toutes les mâchoires sont réalisées avec le même moule, tous les transducteurs seront identiques et l'écrasement de la fibre aussi.

IV.1.3.b Réalisation des empreintes et choix du matériau thermoplastique

L'une des empreintes est le négatif de la forme extérieure de la mâchoire. La figure 4-5 est une image du logiciel de SolidWorks. Cette pièce mécanique est réalisée par électro-érosion. L'autre empreinte est le négatif du sillon avec la perturbation gravée au fond. Comme l'écrasement de la fibre est fixé à $20\ \mu\text{m}$, la profondeur du sillon de la mâchoire en plastique est de $110\ \mu\text{m}$. La figure 4-6 est une image de SolidWorks représentant la mâchoire inférieure du moule d'injection. En figure 4-7, nous avons une photographie de l'empreinte inférieure du moule que nous avons réalisée.

Les deux fichiers SolidWorks représentant les deux empreintes ont été transmises au mouliste pour leur réalisation. Seule la gravure de la perturbation n'a pas été faite par lui. Après avoir réalisé le négatif du sillon, l'empreinte inférieure du moule a été usiné au laser pour graver le négatif de la perturbation. Le plus important dans cette étape de réalisation réussie était la maîtrise de la profondeur du sillon. Pour réaliser le négatif du sillon, le mouliste a rectifié toute la surface de l'empreinte inférieure. Cette étape cruciale a permis de définir le plan d'altitude d'origine nulle. Ensuite, l'usineur a retiré sur toute la surface $110\ \mu\text{m}$ de matière excepté à l'endroit de la perturbation. Ce processus a permis de réaliser un usinage de grande précision (tolérance sur la hauteur $< 3\ \mu\text{m}$), meilleur que la première réalisation.

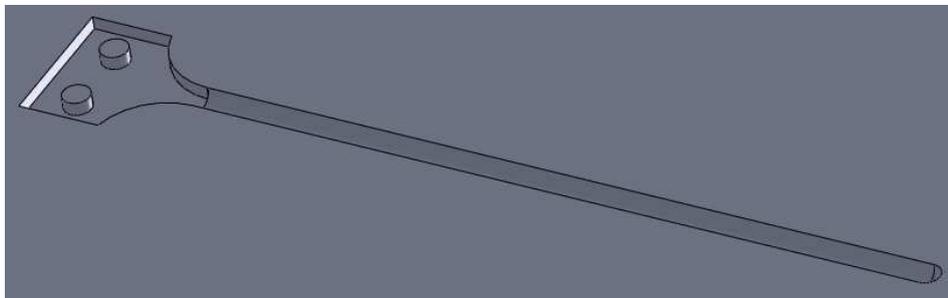


Figure 4-5 : *Empreinte supérieure du moule*
(Image SolidWorks)

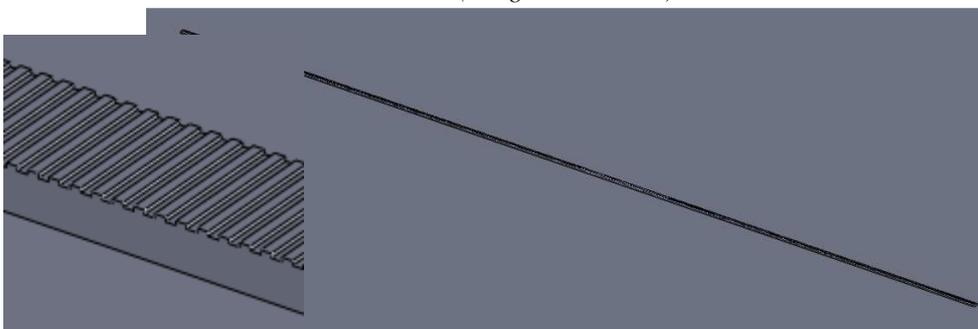


Figure 4-6 : *Empreinte inférieure du moule*
(Image SolidWorks)



Figure 4-7 : Empreinte inférieure du moule avec la perturbation

Les empreintes du moule réalisées, le choix du thermoplastique idéal pour notre application était crucial. Sachant que la fibre en silice a un module d'Young de 69 GPa, il faut choisir pour réaliser la mâchoire un matériau de module d'Young élevé. Cependant, pour la plupart des thermoplastiques il est de l'ordre de quelques GPa. L'autre paramètre intervenant dans le choix est la viscosité du matériau lors de l'injection. D'autant que la perturbation de notre pièce est de dimension micrométrique. Le tableau 4-1 regroupe certaines propriétés des thermoplastiques usuels. Le matériau retenu est le Polysulfure de Phénylène (PPS) car il a le module d'Young le plus élevé et la température d'utilisation maximale la plus grande. Contrairement aux autres thermoplastiques du tableau, le PPS est injecté à une température de 400°C alors que la température d'injection des autres est de 150°C. Lors de l'injection, le PPS est le matériau le plus fluide et le moins visqueux. De plus, c'est un matériau déjà utilisé dans l'industrie automobile pour les caches moteur et l'admission du moteur. Il y aurait donc possibilité de surmoulage.

Thermoplastiques	Abréviation	Module d'Young (GPa)	Température maximale d'utilisation
Polychlorure de vinyle	PVC	2,5 – 4	65
Polyéthylène	PE	0,1 – 1,2	90
Polyamide	PA	2,6 - 3,3	100
Polycarbonate	PC	2,3 – 2,4	120
Polyéthylène téréphtalate	PET	2 – 4	100
Polypropylène	PP	0,9 – 1,5	100
Polystyrène	PS	2,3 – 4,1	60
Acrylonitrile butadiène styrène	ABS	2,1 – 2,4	70 – 85
Polysulfure de Phénylène	PPS	5 – 18	220

Tableau 4-1 : Propriétés des thermoplastiques usuels [Reyne, 2006]

IV.1.3.c Présentation et caractérisation des mâchoires en PPS

Le PPS utilisé est commercialisé par la société Polymix SA. La dénomination du matériau est le PPS R-7-121 produit par la société américaine Chevron Phillips. Son module d'Young est de 18 GPa. Il est de couleur noire. La figure 4-8 présente deux mâchoires en PPS. Sur la mâchoire du bas de la photographie, on voit le sillon ainsi qu'un picot et un trou pour l'alignement. Sur la mâchoire du haut de la photo, on constate qu'il y a une marque de forme circulaire entre les deux trous. C'est la marque de l'éjecteur.



Figure 4-8 : Mâchoire en PPS réalisées par injection plastique

Après cette présentation des mâchoires en PPS, une caractérisation était nécessaire pour vérifier que le plastique en fusion a bien rempli les créneaux du moule d'injection. La figure 4-9 est une image de la perturbation lorsque le pas vaut $75\ \mu\text{m}$ imprimée dans la mâchoire en PPS. Les créneaux ont été remplis par le PPS. On observe sur l'image (figure 4-9) que la surface est granuleuse. Les parties hautes de la perturbation (celles que l'on voit en clair sur la figure 4-9) sont les parties usinées au laser dans le moule. Leur état de surface n'est donc pas totalement lisse. Des mesures au profilomètre optique (figure 4-10) ont permis de vérifier que les profondeurs de gravure étaient correctes à quelques microns près. Cette coupe longitudinale montre que le pas de perturbation, ici $50\ \mu\text{m}$ est respecté. La hauteur des créneaux est de $20\ \mu\text{m}$ à 3% près. Elle a été obtenue en utilisant un profilomètre optique commercialisé par la société Zygo (Newview t200) disponible au laboratoire.

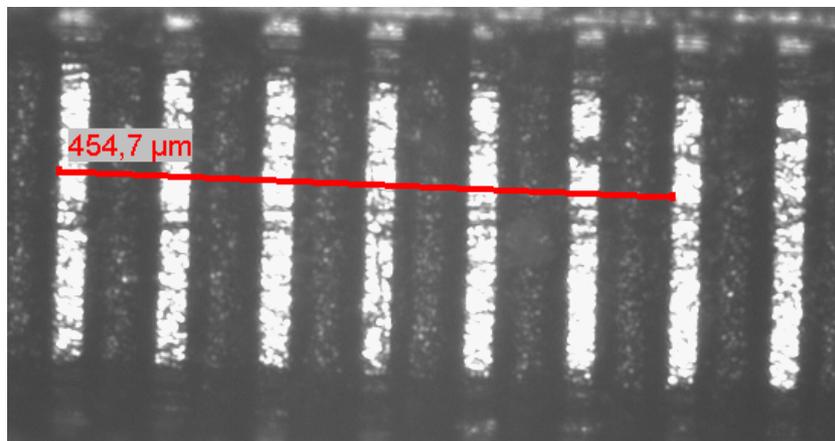


Figure 4-9 : Caractérisation au microscope optique d'une mâchoire en PPS
(Pas de $75\ \mu\text{m}$)

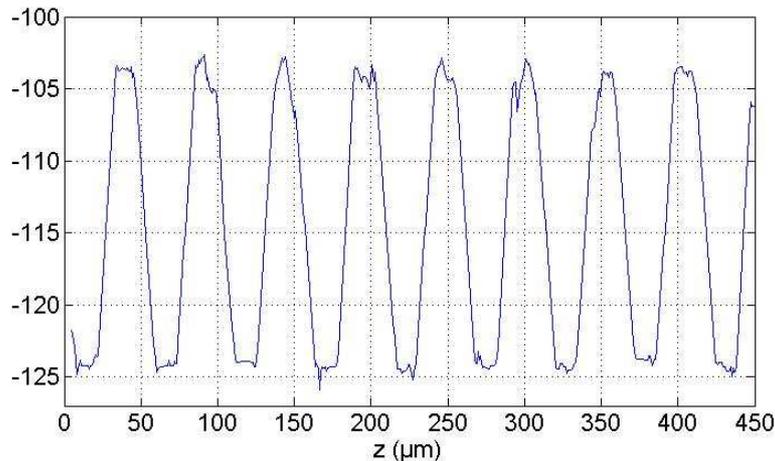


Figure 4-10 : Caractérisation au profilomètre d'une mâchoire en PPS
(Pas de 50 μm)

Les deux phases de prototypage des mâchoires ont permis d'aboutir à un procédé de fabrication des mâchoires en plastique rapide, économique en production de masse et compatible avec les grandes séries. L'autre objectif de cette étude était l'identification des entreprises partenaires pour fabriquer ces mâchoires :

- alphanov : usinage de la perturbation sur l'empreinte du moule d'injection ;
- ATN : fabrication du moule d'injection ;
- polymix : fournisseur de thermoplastique ;
- varoplast : injection des mâchoires.

Les originalités de ces prototypes sont les dimensions micrométriques de la perturbation et l'injection de pièce ayant de telles dimensions. L'usinage laser est une technologie qui répondait au cahier des charges. Or, pour l'injection plastique, le plasturgiste n'était initialement pas certain du résultat (remplissage des créneaux de la perturbation).

Les mâchoires fabriquées, elles sont ensuite assemblées pour pincer la fibre optique puis solidarisées entre elles pour former le transducteur.

IV.2 Montage des transducteurs

Le transducteur est l'élément sensible du capteur. Il est constitué de deux mâchoires microstructurées et d'une fibre optique dénudée. La gaine mécanique de la fibre optique en tefzel est retirée car son module d'Young est 14 fois inférieur à celui de la silice. Sans dénudage de la fibre optique, la gaine mécanique absorberait plus de 95% de la perturbation c'est-à-dire l'amplitude de perturbation serait inférieure à 5% de celle de la mâchoire.

Il y a deux manières différentes de monter le transducteur. Le montage en transmission consiste à injecter la lumière à l'une des extrémités du transducteur et à récupérer la lumière à l'autre extrémité. Le montage en réflexion permet de diviser par deux la longueur de perturbation car l'injection de la lumière se fait au bout de la même extrémité que la réception. Cette configuration nécessite le dépôt d'un matériau réfléchissant sur l'autre extrémité de la fibre optique.

Le montage des transducteurs est une opération délicate car la fibre dénudée est très fragile. De plus, la fibre ne peut être dénudée avec une pince à dénuder qu'à l'une de ses extrémités. Pour monter un capteur en transmission, il faut donc assembler deux morceaux de fibre optique. L'injection de la lumière dans la fibre optique est un aspect du capteur qui sera présenté dans le paragraphe IV.3. Les prototypes montés en réflexion sont testés avec un coupleur 2 vers 1.

En premier lieu, nous commençons par expliquer le montage des transducteurs à mâchoire en aluminium. Les mâchoires en aluminium présentent un avantage pour la fermeture car elles peuvent être solidarisées par soudure. En deuxième lieu, nous nous intéresserons au montage des transducteurs à mâchoire plastique. Lors de la réalisation des mâchoires, la couleur n'importait pas. Malheureusement, le noir ne permet pas la soudure laser en profondeur et les tests de soudure latérale n'ont pas été concluants.

IV.2.1 Montage du transducteur aux mâchoires en aluminium

Les transducteurs à mâchoires en aluminium sont montés en réflexion. Ce mode de fonctionnement présente l'avantage de ne pas avoir à connecter ensemble deux fibres dénudées. En revanche, le partage du guide d'onde entre l'émission et la réception a posé des problèmes d'intégration. Pour les tests, nous avons utilisé un coupleur en Y avec des connexions et des traverses SMA. La source utilisée était une DEL de longueur d'onde 630 nm intégrée dans une traverse SMA. La figure 4-11 présente le schéma du dispositif d'interrogation (sans électronique) du capteur monté en réflexion en utilisant un coupleur en Y. L'injection de la lumière dans la fibre optique et la réception sont deux problèmes technologiques importants. En effet, si l'intensité de la lumière injectée est trop faible le rapport signal à bruit se dégrade. De plus, des erreurs de positionnement de la fibre optique dans le capteur engendreront un biais sur la valeur réelle du mesurande. Pour remédier à ces deux problèmes, des réponses sont proposées en paragraphe IV.3.

Pour transmettre un maximum de lumière à la photodiode, il faut déposer une couche réfléchissante sur l'extrémité de la fibre optique car le taux de lumière réfléchi naturellement est seulement de quelques pourcents entre l'interface clivée verre/air. Nous avons déposé une pellicule de peinture argentée sur l'extrémité.

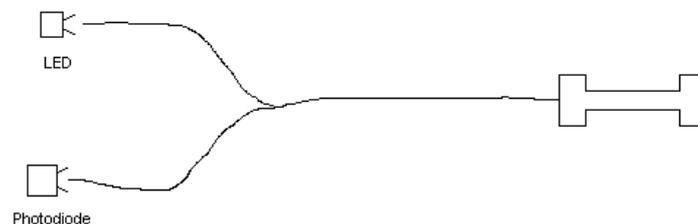


Figure 4-11 : Schéma du dispositif d'interrogation des capteurs à mâchoires en aluminium

Après avoir proposé un dispositif d'interrogation du capteur monté en réflexion, nous allons nous intéresser au montage du transducteur c'est-à-dire la fermeture des mâchoires sur la fibre optique dénudée. Tout d'abord, la fibre optique doit être préparée. Nous avons utilisé un cordon de fibre de 1 m de longueur. Nous avons ensuite coupé la fibre en son milieu. La fibre est alors dénudée sur environ 6 cm à partir de l'extrémité sans connecteur. Le clivage de cette extrémité permet d'avoir une extrémité dont la section transverse est lisse et perpendiculaire à la direction de propagation. Une peinture argentée est ensuite appliquée sur cette extrémité. La fibre optique est prête à être insérée entre les deux mâchoires. La fibre dénudée est très fragile (il s'agit d'un cylindre de verre de 240 µm de diamètre) et nécessite donc une attention particulière. Un banc de montage (figure 4-12) permet de caler les mâchoires et la fibre optique. Une fois la mâchoire avec sillon positionnée, on place la fibre optique. Une pièce en aluminium rainurée assure le positionnement de la fibre optique et l'empêche de bouger. Ensuite, la seconde mâchoire est posée sur la fibre pour fermer le transducteur. Deux goupilles sont alors placées dans les trous pour aligner les deux mâchoires (figure 4-13). Le transducteur monté mais aux mâchoires non solidarisées est maintenu dans un étau. Les deux mâchoires sont enfin soudées latéralement au laser (figure 4-14).



Figure 4-12 : Montage du transducteur à mâchoire en aluminium

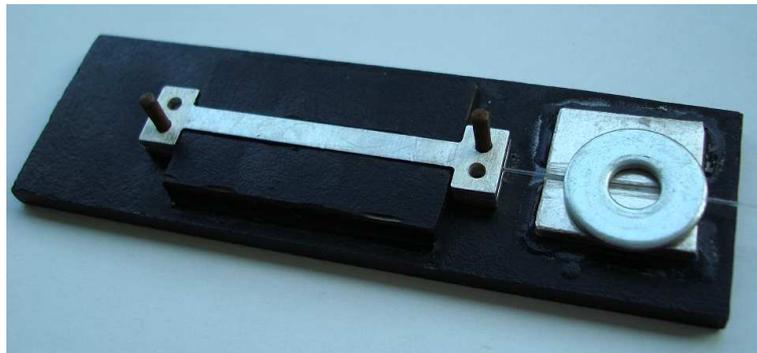


Figure 4-13 : Alignement des mâchoires avec des goupilles



Figure 4-14 : Soudure les deux mâchoires en aluminium
(Vue latérale)

Nous venons de présenter l'étude du montage du transducteur fonctionnant en réflexion. Ce premier montage nous a permis d'identifier les différentes étapes du procédé d'assemblage générique :

- dénudage de la fibre optique,
- clivage de l'extrémité,
- métallisation de l'extrémité ou application d'une pellicule réfléchissante,
- positionnement de la fibre dans le sillon de la mâchoire,
- fermeture des mâchoires,
- alignement des mâchoires,
- soudage des mâchoires.

Mis à part l'injection de la lumière dans la fibre et la réception, l'industrialisation nécessitera une chaîne de production complexe pour toutes ces étapes de production (qui seront à peu près les mêmes). Après avoir présenté, le montage d'un transducteur en transmission avec des mâchoires en plastique, nous ferons le bilan des avantages et des inconvénients des deux modes de fonctionnement puis nous présenterons des solutions possibles pour la mise en place d'une ligne de production.

IV.2.2 Montage des mâchoires en plastique sur la fibre

Les transducteurs à mâchoires en plastique sont montés en transmission. Ce mode de fonctionnement simplifie le montage d'interrogation du capteur, le coupleur, souvent onéreux, est supprimé. Le montage du transducteur est identique à celui des transducteurs en aluminium à part le

dépôt d'une pellicule argentée sur l'extrémité de fibre dénudée et le fait de laisser dépasser en dehors du transducteur environ 1 cm de fibre dénudée. Une fois le transducteur monté et maintenu dans l'étau, au lieu de souder les mâchoires en elles, on dépose latéralement tout le long du plan de jonction des mâchoires un filet de colle cyanoacrylate.



Figure 4-15 : Transducteur avec deux mâchoires plastiques (PPS)

IV.2.3 Conclusion sur le procédé d'assemblage des transducteurs – Procédé d'industrialisation

Le montage des transducteurs est une opération délicate car la manipulation de la fibre optique dénudée risque de l'endommager. Le montage manuel des transducteurs nécessite un banc de montage permettant de placer la fibre entre les mâchoires.

Un système en réflexion est difficile à mettre en œuvre sans coupleur ni traverses SMA. L'autre problème avec ce fonctionnement en réflexion est la maîtrise du dépôt d'une couche réfléchissante sur l'une des extrémités de la fibre optique. Il faut que le processus soit répétable et facilement réalisable. Les propriétés de cette couche peuvent évoluer dans le temps et suivant les conditions d'utilisation, notamment les variations de température. La réponse du capteur est alors la réponse du transducteur combinée à la variation du coefficient de réflexion de cette couche. Le capteur monté en transmission ne présente pas ces deux défauts majeurs. En revanche, pour le montage des prototypes, il a fallu collecter la lumière à l'extrémité de la fibre optique dénudée à la sortie du transducteur et la conduire jusqu'à la photodiode de réception via une seconde fibre. Pour cela, nous avons utilisé une jonction dans un capillaire. Les deux extrémités des deux fibres optiques dénudées sont insérées dans ce cylindre de diamètre intérieur légèrement supérieur au diamètre des fibres optiques puis collées. Cette jonction, tout comme le dépôt réfléchissant sont des éléments qui sont sensibles aux paramètres physiques, notamment la température. Pour le capteur industriel, on peut imaginer des mâchoires où les extrémités, qui pour l'instant ne servent qu'à l'attache du transducteur et à l'alignement des mâchoires, serviraient de support pour la DEL et la photodiode. Le transducteur serait monté en transmission sans besoin d'injection dans une seconde fibre. Un bout de fibre optique dénudé serait découpé à une longueur définie puis placé entre les mâchoires. A l'une des extrémités, la diode injecterait la lumière dans la fibre ; à l'autre extrémité, la photodiode recevrait le signal optique. Un tel montage sera présenté dans le dernier paragraphe du chapitre. Nous avons également testé la possibilité de souder les deux fibres. La soudure est possible mais délicate en raison de leurs grands diamètres. Le vieillissement mécanique de cette soudure est incertain.

Dans l'hypothèse où le transducteur serait monté en transmission avec une DEL et une photodiode intégrées dans les mâchoires, le montage nécessiterait de nombreuses étapes d'assemblage :

- positionnement d'une mâchoire dans la machine,
- insertion de la diode et de la photodiode,
- fixation des deux composants électroniques,
- retrait de la gaine optique de la fibre optique,
- clivage des extrémités,
- positionnement de la fibre optique sur la perturbation de la première mâchoire,
- positionnement de la seconde mâchoire et fermeture du transducteur,
- solidarisation des deux mâchoires,

- connexion au circuit électronique.

Pour industrialiser toutes ces étapes de production, il faut monter une chaîne de production avec des compétences multiples (positionnement, usinage, mesure, prise d'objet, dosage de colle...). La société MiLaSys basée à Holsgerlingen dans la banlieue de Stuttgart développe de tels bancs. Le châssis du banc est bâti en profilé. De cette manière, les différents modules peuvent être ajoutés les uns à la suite des autres. De plus, si des modifications ultérieures sont à apporter, il suffit de modifier ou remplacer un ou plusieurs modules. Le module permettant de dénuder les fibres optiques est composé de deux guides de précision associés à un moteur qui tire la fibre optique de sa bobine. La gaine optique est retirée par laser. Cette technique fonctionne bien pour les fibres où le cœur et la gaine optique sont en silice. Des tests s'imposent pour savoir si cette technique est aussi valable pour des fibres à gaine optique en polymère dur.

Au début de chapitre, nous avons exposé le principe de la technique d'injection plastique qui permet de produire les mâchoires du transducteur en grande série. Le mode de fonctionnement le plus facile à intégrer est le fonctionnement en transmission du transducteur. Pour l'industrialisation, un des facteurs clés est l'injection et la réception de la lumière. Une mauvaise injection de la lumière dans la fibre optique introduit un biais sur la mesure. Pour remédier à ce problème nous avons proposé des mâchoires qui intègrent la source de lumière et la photodiode. La chaîne industrielle de fabrication du transducteur est complexe et comprend de nombreux éléments. Une société allemande a été identifiée pour sa réalisation. Dans la suite du chapitre, nous allons commencer par optimiser l'injection de la lumière dans la fibre optique puis par présenter la chaîne de mesure utilisée pour tester les capteurs.

IV.3 Réalisation d'une source fibrée à bas coût

Dans les deux premiers paragraphes de ce chapitre, nous avons vu comment fabriquer et monter le transducteur qui n'est qu'une partie du capteur. L'interface entre le transducteur et les composants optoélectroniques doit être faite avec beaucoup de précision. En effet, si l'intensité lumineuse injectée dans la fibre optique est trop faible, il faudrait augmenter le gain du circuit de réception et donc diminuer le rapport signal à bruit. De plus, l'alignement de la source lumineuse avec la fibre doit être un processus stable et répétable sinon, il y aura un biais possible sur la mesure. Le capteur, visant les industries automobile doit être productible en grandes séries et à bas coût. Vu que le capteur est à modulation d'intensité utilisant une fibre multimode, la source lumineuse n'a pas besoin d'être cohérente ni d'avoir une faible surface d'émission. La source lumineuse répondant à ce cahier des charges est la DEL.

Nous présenterons d'abord les caractéristiques d'une DEL, puis une étude de son couplage avec une fibre optique pour réaliser une « source fibrée ».

IV.3.1 La Diode ElectroLuminescente (DEL)

C'est un composant optoélectronique, utilisant un matériau semi-conducteur qui émet de la lumière lorsqu'il est parcouru par un courant électrique. La partie émettrice de lumière est souvent noyée dans un cabochon en plastique. La longueur d'onde émise par la diode dépend de la valeur du gap (différence entre l'énergie du bas de la bande de conduction et du haut de la bande de valence). La lumière émise n'est pas cohérente, ni spatialement, ni temporellement. La largeur spectrale est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres. Cet aspect sera abordé dans le dernier paragraphe de ce chapitre pour évaluer l'effet de l'élargissement spectral de la source sur le taux de transmission.

Nous venons de voir deux caractéristiques d'une DEL (longueur d'onde et la largeur spectrale). Le diagramme d'émission de la DEL est sa troisième caractéristique propre. Il s'agit d'un graphique

représentant la puissance lumineuse émise par la DEL en fonction de l'angle d'observation par rapport à l'axe de la DEL. Souvent la puissance est normalisée ou donnée en unités arbitraires.

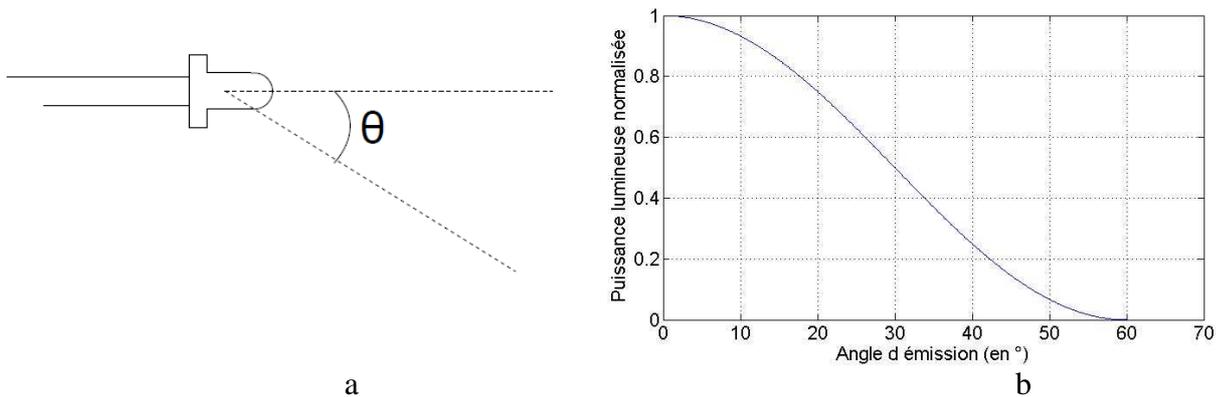


Figure 4-16 : Emission de la DEL

a. Schéma explicitant l'angle d'émission

b. Exemple de diagramme d'émission normalisé

L'intensité de l'émission est maximale dans l'axe de la diode ($\theta = 0$). Pour avoir le couplage optimal entre la DEL et la fibre optique, il faut faire coïncider l'axe de la diode avec l'axe optique de la fibre. Pour ne pas avoir de fluctuations de l'intensité lumineuse injectée dans la fibre optique, il est nécessaire de solidariser la fibre optique à la DEL. De plus, la densité d'énergie diminue avec le carré de la distance à la source de lumière. La réalisation d'une « source fibrée » apporte une solution à ces deux problématiques (stabilisation de l'intensité injectée dans la fibre optique et injection du maximum de lumière).

IV.3.2 Méthode de couplage optique

Le terme de source fibrée désigne commercialement une source de lumière qui a été couplée de manière optimale à une fibre optique. Généralement la fibre optique est monomode et la source lumineuse possède déjà une électronique. En s'inspirant de cette philosophie, nous proposons une source fibrée en solidarisant l'extrémité de la fibre optique au plus près de la partie émettrice de la source en faisant correspondre les axes optiques de la DEL et de la fibre optique. Cela peut être fait en perçant le cabochon de la DEL dans l'axe, il devient ainsi possible de rapprocher au maximum l'extrémité de la fibre optique du matériau semi-conducteur (figure 4-17).

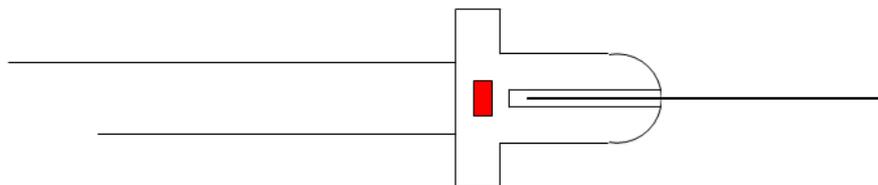


Figure 4-17 : Diode percée suivant son axe optique avec la fibre optique

La fibre optique est clivée à son extrémité puis est insérée dans le trou du cabochon de la DEL. La fixation de la fibre optique dans le trou se fait avec de la colle UV qui a la propriété de durcir uniquement lorsqu'elle est éclairée par des rayons UV. L'utilisation de cette colle permet de prendre tout le temps nécessaire pour aligner correctement la fibre optique par rapport à la DEL. Une injection de lumière optimale signifie qu'un maximum de lumière est injecté dans la fibre. La diode est connectée à un générateur de courant stabilisé. L'autre extrémité de la fibre optique est placée en face d'une photodiode. Pour le positionnement de précision dans le trou, la fibre optique est fixée à un système de positionnement 3 axes. Par tâtonnements successifs, on trouve une position unique pour la

fibre optique qui maximise l'intensité lumineuse à sa sortie. La colle est alors éclairée par une lampe UV pour la solidifier.

La DEL que nous avons utilisée pour la source fibrée a une longueur d'onde centrale de 630 nm et une largeur spectrale de 40 nm. Pour une fibre optique de rayon 100 μm et d'ouverture numérique 0,22, la fréquence normalisée de celle-ci est comprise dans l'intervalle [219 233] pour une longueur d'onde évoluant entre 610 et 650 nm. D'après la figure 3-12 du chapitre III, entre une fréquence normalisée de 200 et une fréquence normalisée de 250, la courbe du taux de transmission en fonction du pas de perturbation est quasiment la même. Approximer la DEL à une source monochromatique est alors justifié. Une DEL est une source lumineuse rarement directement stabilisée en puissance émise. Le montage électronique peut stabiliser ou bien la tension aux bornes de la diode ou peut stabiliser le courant qui y circule. En régime permanent, si le courant est stabilisé, la puissance émise est stabilisée elle aussi. Dans la phase d'allumage de la DEL alimentée par un courant constant, il y a une période de stabilisation de la puissance émise par la source. Pendant ce laps de temps de quelques minutes, la DEL s'échauffe. Ce n'est qu'à partir du moment où l'équilibre thermique est établi que la puissance émise est stable. Une variation de la température ambiante provoque également une fluctuation de la puissance émise par la source de lumière. Dans le cas de tests en laboratoire, à température ambiante fixe, l'alimentation stabilisée en courant est une solution à condition d'attendre que la DEL ait atteint son régime de fonctionnement permanent. Pour un capteur embarqué, cette solution n'est pas envisageable car le capteur dès sa mise en route doit être fonctionnel. Dans la dernière partie du chapitre consacrée à un circuit électronique dédié au capteur, nous proposerons une solution à ce problème.

La source fibrée réalisée met en évidence l'importance de l'injection de la lumière dans la fibre optique. Elle sera utilisée pour tester les capteurs. Dans le capteur industriel, la DEL utilisée sera probablement sans cabochon et l'alignement entre la DEL et la fibre optique devra déjà être prévu dans le châssis du capteur. Disposant de cette source, nous allons l'utiliser pour déterminer les caractéristiques propres des fibres optiques (ouvertures numériques et coefficients thermo-optiques des gaines optiques).

IV.4 Circuit électronique dédié au capteur

Nous avons montré que le mode de fonctionnement en transmission est le mieux adapté à la fabrication en grande série. Nous avons mis en évidence le rôle important de l'injection de la lumière dans la fibre optique et proposé d'intégrer, pour la version industrielle du capteur, les composants optoélectroniques dans les mâchoires.

Pour déterminer la sensibilité du capteur en configuration thermomètre, la source de lumière est une diode électroluminescente (DEL) de longueur d'onde centrale 630 nm, couplée une fibre à la fibre optique silice/polymère dur (type HCP 200) pour optimiser l'injection de la lumière dans la fibre optique. Elle est alimentée par un générateur de courant de haute précision. Le photo-récepteur est une photodiode silicium prémonté dans un connecteur SMA fabriqué par la société Fibre Data (modèle H22R880IR). Le convertisseur courant-tension est un circuit d'amplification transimpédance. La sortie du circuit est échantillonnée avec une carte d'acquisition commercialisée par la société National Instruments. Pour l'étalonnage en température le capteur est monté dans un assemblage mécanique avec un thermocouple étalon, l'ensemble est placé dans une chambre climatique. Les modules électroniques, restent à température constante pour éviter leurs dérives thermiques. La modulation du signal mesurée est uniquement due à la réponse du transducteur.

Le capteur de température constitué d'une fibre HCP200 et de mâchoires en PPS est monté en transmission. L'intensité du courant d'alimentation de la DEL est réglée à 4,8 mA de sorte que la tension de sortie du circuit de réception soit inférieure à 10 V.

i) Alimentation de la source de lumière

Pour un fonctionnement optimal du capteur, il faut que la puissance lumineuse soit stabilisée. Nous avons vu au chapitre IV que pour stabiliser la puissance lumineuse émise par la DEL, il faut contrôler son courant. Le générateur de courant que nous avons utilisé a une résolution de 10 μA sur le courant de sortie (modèle ITC502 de la société THORLABS). Quelques minutes d'attente permettent d'établir un régime stationnaire. A ce moment, l'intensité lumineuse émise par la DEL est très stable. Pour pouvoir insensibiliser le capteur aux fluctuations d'intensité (principalement en régime transitoire), il faudrait disposer d'un circuit spécifique permettant de collecter une partie de la lumière au niveau de l'injection pour normaliser le signal de sortie.

ii) Système d'acquisition des données

Le circuit de photo-réception transimpédance est constitué d'un amplificateur opérationnel type TL082CP optimisé avec une résistance de contre-réaction de 562 k Ω . Il est relié au boîtier de connexion de la carte d'acquisition (modèle SCB-68 de la société NI). La numérisation du signal analogique est réalisée avec une carte d'acquisition National Instruments modèle PCI-6229, disposant de 16 voies différentielles avec une fréquence d'échantillonnage maximale de 250 kHz sur l'ensemble des voies. Le gain maximum d'une voie est de 100. Le gain est ajusté pour faire correspondre le signal de sortie du capteur avec la pleine échelle d'entrée du convertisseur analogique numérique. Sur la plage d'acquisition comprise entre 0V et +10V, la résolution offerte par le convertisseur analogique numérique est de 48,8 μV [Cf datasheet de la carte NI modèle PCI-6229].

iii) Chambre climatique

La chambre climatique fabriquée par la société Vötsch, modèle VC 2020 permet de faire des tests en température sur une plage de températures comprises entre -20 $^{\circ}\text{C}$ et 150 $^{\circ}\text{C}$ dans un volume de 250 litres. La vitesse de réponse de la cuve est de l'ordre du degré par minute. La résolution des trois capteurs internes à la chambre climatique est de 0,1 $^{\circ}\text{C}$. Cependant les fluctuations spatiales de la température dans la chambre sont de 1,5 $^{\circ}\text{C}$. Le capteur interne ne peut être utilisé pour servir de capteur de référence à une expérience d'étalonnage.

iv) Température de référence

Puisque la température n'est pas spatialement homogène, nous avons utilisé un thermocouple de type J placé proche du capteur à fibre optique dans un montage conducteur de la chaleur, avec une grande inertie thermique, pour disposer d'une température de référence, la plus stable possible, proche de celle du capteur. La force électromotrice fournie par un thermocouple est très faible (environ 50 $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ pour le type J). Le signal électrique a été amplifié en utilisant un amplificateur d'instrumentation de haute précision à faible dérive (Analog device, type AD624). Réglé avec un gain de 100, il permet d'avoir une incertitude sur la linéarité de la réponse inférieure à 1,5% sur le signal amplifié. Le thermocouple n'est pas utilisé avec une température de soudure froide à 0 $^{\circ}\text{C}$. La compensation est réalisée par une correction logicielle à partir de la mesure de la température ambiante délivrée par un capteur intégré dans le boîtier de connexion de la carte d'acquisition.

v) Système de stabilisation de la température

Ce système est uniquement dédié à l'étude statique du transducteur. Le capteur est inséré dans une rainure fraisée d'un radiateur en aluminium. Le thermocouple, inséré dans une rainure perpendiculaire, est placé en contact avec le corps du capteur en PPS. Pour favoriser l'échange thermique par conduction, les deux capteurs sont enduits avec une pâte conductrice de la chaleur. Un deuxième radiateur est assemblé sur l'ensemble. Lorsque le montage est soumis à un palier de température, son temps de réponse est de l'ordre d'une heure. Dès que le régime stationnaire est atteint, on peut considérer que le système est à température constante et que l'écart de température entre les deux capteurs est minimisé.

vi) Mesure du bruit du capteur

Pour déterminer le bruit du système d'acquisition, le capteur est maintenu à température constante (ambiante). Dans cette configuration, nous enregistrons le signal du capteur avec la source sous tension et avec la source hors tension. Le tableau 4-2 donne les deux principales caractéristiques du bruit dans les deux cas. On constate que la plus grande partie du bruit provient de la source lumineuse. Le spectre du signal enregistré à température constante (DEL allumée) est présenté (en figure 4-18). On constate une évolution typique du bruit en inverse de la fréquence (bruit en $1/F$). En annexe X, des schémas de circuits électroniques complémentaires sont proposés pour améliorer la dynamique par suppression de la composante continue et pour augmenter le rapport signal à bruit du capteur en prenant en compte les fluctuations de la source.

	Signal pic à pic (mV)	Ecart type (μ V)
DEL allumée	58	83
DEL éteinte	10	7

Tableau 4-2: Statistique du bruit du capteur

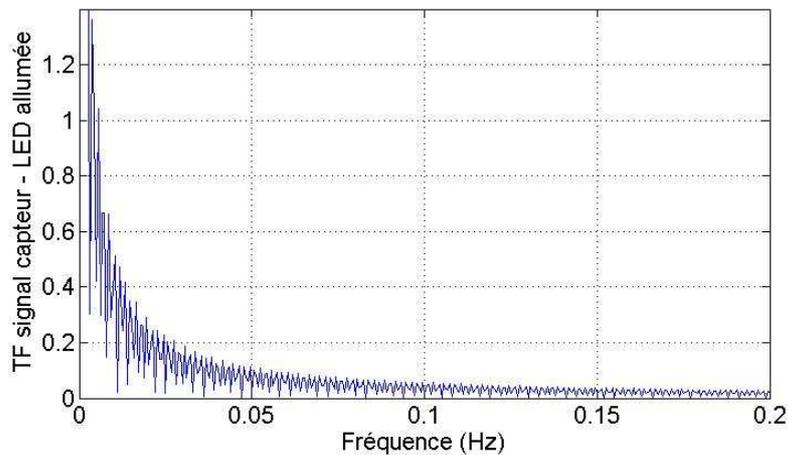


Figure 4-18 : Spectre du signal du capteur placé à température ambiante constante

IV.5 Conclusion

La réalisation des mâchoires du transducteur est une des originalités de ce travail de thèse. Les deux phases de prototypage ont permis de développer un procédé de fabrication des mâchoires en grande série en utilisant les procédés d'injection plastique et d'usinage laser très compétitifs. L'assemblage des mâchoires autour de la fibre optique préalablement préparée (dénudée, clivée et coupée) est un procédé comprenant de nombreuses étapes et manipulations (alignement des composants, collage, mise sous contrainte). Son industrialisation nécessitera de disposer d'un banc de montage spécifique où des compétences diverses telles que le positionnement, le déplacement, le dosage, l'usinage et la manipulation de fibres optiques. Milasys, une société allemande, a été identifiée comme prestataire possible pour la réalisation de ce banc de montage. Le positionnement des composants optoélectroniques par rapport à la fibre optique et leur fixation est un des points les plus importants de l'assemblage. En effet, une modification de lumière injectée dans la fibre optique entraîne une variation du taux de transmission non causée par le paramètre physique et donc un biais sur la mesure. La source lumineuse retenue pour raison de coût est une DEL. Nous avons montré que sa largeur spectrale n'a pas d'impact sur le fonctionnement du transducteur. Cependant, l'émission de lumière n'est pas directionnelle, le bout de la fibre optique doit être amené le plus près possible du matériau semi-conducteur. Pour tester les transducteurs, nous avons réalisé des sources fibrées en collant la fibre optique dans le cabochon de la DEL. Pour le capteur industriel, l'utilisation d'une DEL

sans cabochon, directement insérable dans les mâchoires facilitera le couplage optique entre la source et la fibre optique.

Enfin, il faut insister sur le fait qu'une DEL n'est pas une source stabilisée en intensité de lumière émise. Un circuit électronique spécifique associant réception et émission est discuté en annexe X pour résoudre ce problème. Une partie de la lumière émise est collectée puis convertie pour être utilisée en tant que référence. Enfin, un circuit transimpédance a été adopté pour convertir le photocourant reçu par le photorécepteur en tension. Malheureusement, ce signal n'est pas exploitable tel quel car sa composante continue est très importante, diminuant proportionnellement la dynamique de mesure. Pour résoudre ce problème, la tension de référence utilisée pour normaliser est aussi utilisée pour supprimer cette composante continue.

«La théorie sans la pratique est absurde ; la
pratique sans la théorie est aveugle.»

Emmanuel Kant (1724-1804)

Chapitre V - Caractérisation expérimentale du capteur : applications à des mesures thermiques et mécaniques

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié le procédé de fabrication du transducteur. Sa forme extérieure est dépendante de l'application visée. En effet, pour une application en thermique, on choisira une forme allongée (sonde) avec un seul point de fixation. En revanche, pour une mesure d'étirement deux points de fixation seront nécessaires. Le capteur comprend un transducteur, une source lumineuse, une photodiode et un circuit électronique. L'électronique est dimensionnée en fonction du type de l'assemblage du transducteur (fibre utilisée, taux d'écrasement, pas de perturbation, matériau des mâchoires) ainsi que de l'application choisie (mesure de température ou d'étirement). L'annexe X présente en détail les circuits électroniques développés dans cette étude.

L'étude théorique du transducteur menée dans le chapitre II puis complétée au chapitre III, nous a permis d'établir la réponse du transducteur lorsque l'on modifie une de ses caractéristiques propres (pas de perturbation, écrasement, ouverture numérique ou diamètre du cœur). L'étude de l'évolution de la réponse du capteur en fonction de ces paramètres était essentielle pour optimiser la conception du capteur notamment en terme de sensibilité et de dimensions. Pour compléter cette étude préliminaire, il faut également évaluer par modélisation l'influence du mesurande considéré (température ou étirement) sur le taux de transmission optique constituant l'effet sensible. Cette simulation permettra de quantifier l'importance des différents effets physiques mis en jeu : effet thermo-optique, effet élasto-optique, dilatation thermique et modification des dimensions du transducteur par étirement. En raison des applications développées, ce chapitre a été scindé en deux parties. La première est consacrée au transducteur en PPS utilisé en thermomètre et la deuxième au transducteur en aluminium utilisé pour mesurer des étirements.

Ainsi, en première partie, nous commencerons par utiliser les résultats issus de la modélisation pour analyser l'évolution théorique de la sensibilité thermique du capteur. Ces études ont permis d'évaluer théoriquement et expérimentalement la sensibilité du capteur, de vérifier sa linéarité, d'évaluer le bruit de mesure avant d'en préciser les temps de réponse caractéristiques. Les spécifications métrologiques seront présentées. Les différentes études expérimentales ont notamment permis de faire la démonstration du concept pour des mesures de température dans un écoulement de gaz. Le capteur étant dans ce cas assimilable à un thermomètre optique. La seconde partie est dédiée au transducteur en aluminium utilisé en capteur d'étirement tel que celui que l'on pourrait rencontrer dans une application de mesure de déformation d'une structure mécanique. Suite à la présentation du montage en traction, nous montrerons et discuterons les premiers résultats obtenus dans cette configuration particulière.

V.1 Etude du thermomètre optique

V.1.1 Sensibilité thermo-optique théorique du transducteur

V.1.1.a Analyse des effets physiques en jeu

L'analyse des effets physiques mis en jeu pour le capteur en version thermomètre est réalisée à partir des développements théoriques proposés au chapitre III, en fonction des caractéristiques du transducteur dont la fabrication est décrite au chapitre IV.

Deux effets cumulatifs interviennent dans le mécanisme de modulation d'intensité optique sous l'action de la température. En effet, une variation de température a pour conséquence, d'une part, une variation de l'ouverture numérique de la fibre optique par effet thermo-optique (modification des indices de réfraction). D'autre part, la dilatation thermique du transducteur produit une modification

des dimensions des constituants (diamètres des éléments de la fibre, écrasement par ouverture des mâchoires). Dans le cas de la fibre silice/polymère, choisie pour son cœur à coefficient thermo-optique positif et sa gaine optique à coefficient thermo-optique négatif, l'ouverture numérique augmente significativement avec la température mesurée (autour de 0,4%/°C). Ainsi, pour une variation de température de 10°C, en tenant compte des modules de Young des constituants du transducteur supposés constant, on montre que la dilatation thermique augmente le pas de la perturbation d'environ 0,15% et une diminue l'écrasement d'environ 0,15%. La sensibilité relative cumulée de ces deux effets est inférieure à 10⁻³ %/°C. Ces valeurs indiquent que l'effet thermo-optique domine les autres. Les courbes présentées en figures 3-7, 3-15 et 3-22 du chapitre III montrent comment les effets thermo-optiques, de dilatation et d'écrasement combinés produisent une augmentation du taux de transmission.

V.1.1.b Simulation du taux de transmission en fonction de la fréquence normalisée

Les deux mâchoires constituant le transducteur sont micro-structurées par trois réseaux en série ayant un pas différent, de 2 cm de longueur chacun. L'étude théorique ayant nécessité des développements longs, en l'absence de résultats de simulation, pour engager les démarches du processus de fabrication des prototypes dès le début de l'étude, les pas ont été choisis arbitrairement (50, 75 et 100 μm). 50 μm étant le pas de perturbation le plus petit réalisable par usinage laser. Par conséquent, la simulation du comportement du capteur passe par la caractérisation de l'effet produit par chacun des réseaux considérés indépendamment, chacun ayant sa propre influence exercée sur des tronçons de longueur égale au tiers de la longueur totale de la partie sensibilisée. Le taux de transmission globale en sortie du transducteur est obtenu par multiplication des valeurs indépendantes des taux de transmission de chacun des réseaux.

En chapitre III, nous avons simulé le taux de transmission du transducteur lorsque la fibre optique subit une variation de son ouverture numérique. La figure 5-1 ci-dessous a été obtenue en calculant pour chaque pas de réseaux le taux de transmission en faisant varier l'ouverture numérique qui est proportionnelle à la fréquence normalisée (Eq. 5-1). L'accroissement de l'ouverture numérique augmente la différence entre l'indice de réfraction du cœur et celui de la gaine optique donc diminue le pas maximal de couplage de tous les modes guidés. Cet effet a pour conséquence une augmentation du taux de transmission. Les régressions montrent la linéarité à 1,3% près des évolutions simulées. La plage des fréquences est limitée pour des fréquences normalisées comprises entre 150 et 300 en raison de la capacité de mémoire vive des ordinateurs utilisés pour les calculs. La fréquence normalisée calculée pour la fibre de type HCP 200 utilisée, d'ouverture numérique de 0,37, vaut 369 à la longueur d'onde de 630 nm. Puisque cette valeur sort de la plage, pour simuler ce capteur, nous avons extrapolé les courbes de simulation des différents réseaux. Les courbes théoriques présentées ont été calculées pour une fibre optique dont le cœur et la gaine optique étaient en silice ($E=69\text{GPa}$, $n_{co}=1,456$). Cependant, dans le cas présent, le polymère dur de la gaine optique de la fibre HCP 200 a un module de Young bien inférieur à celui de la silice (environ 5GPa). Dans ce cas, l'amplitude de la perturbation réelle du cœur de la fibre est donc surestimée pour la simulation théorique sous-évaluant ainsi l'intensité transmise par chaque réseau et par conséquent le taux de transmission global du transducteur comprenant les trois réseaux en série.

$$V = k_0 \cdot a \cdot ON \quad (\text{Eq. 5-1})$$

où k_0 représente le vecteur d'onde, a le rayon du cœur de la fibre et ON son ouverture numérique.

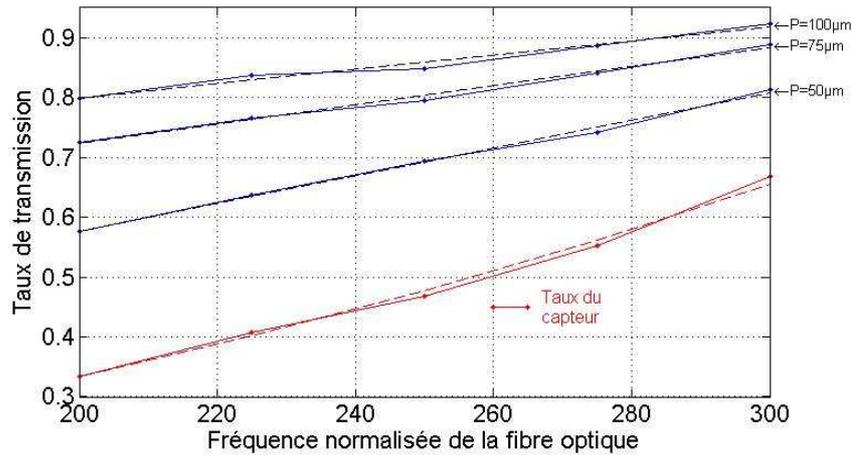


Figure 5-1 : Taux de transmission théorique d'un transducteur en fonction de la fréquence normalisée pour différents pas de perturbation des réseaux (traits continus) et régressions linéaires (traits pointillés)

La figure 5.1 montre que le taux de transmission du capteur comprenant trois réseaux en série peut être considéré linéaire en fonction de la fréquence normalisée de la fibre optique. Puisque la fréquence normalisée est directement proportionnelle à l'ouverture numérique, il faut maintenant calculer l'évolution de l'ouverture numérique en fonction de la température afin de déterminer la réponse du capteur en fonction de la température. Pour caractériser son évolution en fonction de la température, nous avons mesuré les coefficients thermo-optiques des gaines optiques des deux fibres utilisées (HCL200 et HCP200, Annexe XI).

V.1.1.c Calcul de la sensibilité thermique théorique du transducteur

Les coefficients thermo-optiques (annexe XI) des gaines optiques des deux fibres étant connus et supposés constants sur la plage de température étudiée pour la pré-étude (5-45°C), on peut évaluer l'ouverture numérique en fonction de la température. Comme ces coefficients sont petits (de l'ordre de 10^{-4} K^{-1}), on peut considérer que l'ouverture numérique des fibres évolue de manière linéaire avec la température. La figure 5-2 représente l'ouverture numérique de la fibre optique HCP200 non perturbée, calculée à partir des coefficients thermo-optiques, en fonction de la température avec la formule exacte (points bleus) et avec le développement linéaire (tirets rouges). Sur ce graphique, on observe que l'approximation linéaire est justifiée.

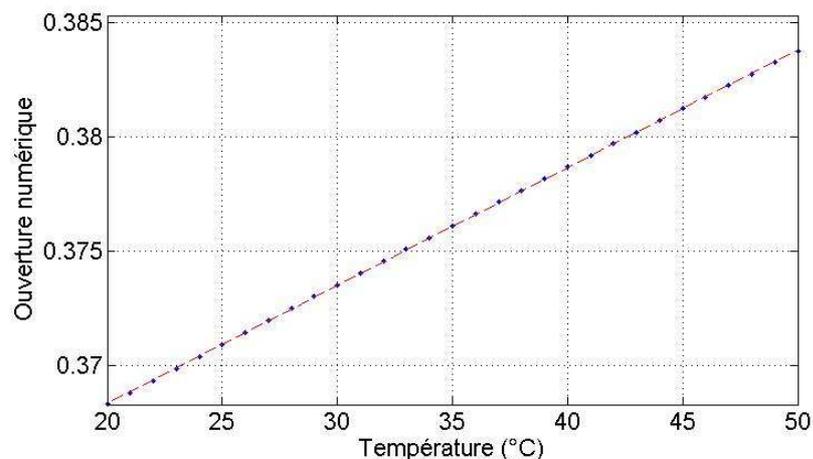


Figure 5-2 : Ouverture numérique de la fibre optique HCP 200 calculée avec la formule exacte (points bleus) et avec la formule simplifiée (tirets rouges) en fonction de la température

Nous avons vu au paragraphe précédent que le taux de transmission du capteur en fonction de l'ouverture numérique de la fibre optique est une fonction affine. De plus, l'évolution de l'ouverture numérique de la fibre en fonction de la température est linéaire croissante pour la fibre HCP 200. A partir de ces premiers résultats de simulation, nous pouvons dire que, théoriquement, la réponse du capteur soumis à une variation de température est linéaire et croissante.

Pour caractériser totalement, le capteur de température, il reste à déterminer sa sensibilité. La plage de validité de l'approximation linéaire est déterminée par l'expérience. Elle dépend de l'évolution du coefficient thermo-optique de la gaine optique avec la température et de la validité du modèle mécanique et électromagnétique aux grandes valeurs de la fréquence normalisée. Or, la caractérisation de la fibre silice/polymère dur (annexe XI) montre que l'ouverture numérique de celle-ci se stabilise avec la température au-delà de 50°C après une progression linéaire. C'est la limite supérieure de la plage d'utilisation du capteur et de l'approximation linéaire de la réponse du capteur utilisant cette fibre optique. Comme le capteur est composé de trois transducteurs en série, son taux de transmission est obtenu en multipliant les taux de transmission de chacun de ses éléments (voir figure 5-1). La figure 5-3 est la courbe théorique de réponse du capteur en fonction de la température, normalisée par rapport à 20°C. Le coefficient directeur de cette droite est la sensibilité théorique du capteur et est égale à 0,26% par °C.

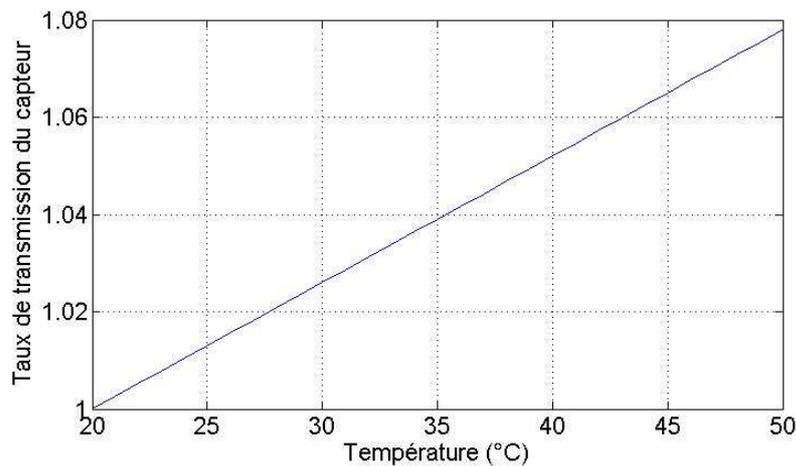


Figure 5-3 : Réponse théorique relative du capteur en fonction de la température (normalisée à 20°C)

V.1.2 Etalonnage statique et dynamique du capteur

Ce paragraphe présente les résultats expérimentaux obtenus avec le transducteur utilisant la fibre optique HCP200 (gaine optique en polymère dur) utilisé en capteur de température. En premier lieu, nous déterminons la sensibilité thermique du capteur sur une plage de température compatible avec la gaine de la fibre en polymère ($-25^{\circ}\text{C} < T < 45^{\circ}\text{C}$). En second lieu, nous déterminons les temps caractéristiques de réponse dynamique du capteur en analysant la réponse indiciaire du capteur en régime de convection naturelle et de convection forcée.

V.1.2.a Etalonnage par comparaison de la sensibilité relative

Pour étalonner la réponse statique du capteur, nous avons utilisé une chambre climatique qui dispose d'un régulateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) contrôlé par ordinateur via une liaison série afin de fixer des paliers de température. La chambre climatique a été pilotée en développant un programme sous Labview. La température réelle du capteur a été mesurée avec un thermocouple placé proche du capteur inséré dans un système de stabilisation de la température. Ce montage est décrit paragraphe IV.4 du chapitre précédent et est présenté en figure 5-4.

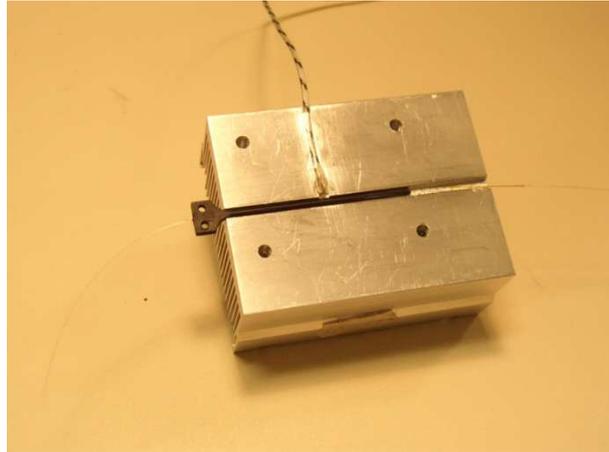


Figure 5-4 : Capteur inséré dans un système de stabilisation thermique (échangeur à ailettes en aluminium)

L'étude des coefficients thermo-optique (annexe XI) montre qu'au-delà de 45 °C, l'ouverture numérique de la fibre HCP200 se stabilise avec la température et que l'effet sensible du capteur devient incertain. De plus, à partir de 80°C le module d'Young du polymère chute avec la température (voir annexe V) conduisant à la destruction possible du capteur.

Pour enregistrer la réponse quasi-statique du capteur en température, le protocole de mesure a consisté à procéder par paliers de température successifs espacés de 2°C. La constante de temps de la chambre climatique (de quelques minutes environ) est beaucoup plus petite que celle du système de stabilisation de la température (environ 20 minutes). Il est donc nécessaire d'attendre une heure avant d'acquérir le signal du capteur pour chaque palier considéré. Pour chaque palier de température, un échantillon de 1000 points par seconde des signaux du capteur et du thermocouple étalon sont enregistrés. A partir de ces échantillons, nous déterminons les valeurs de la moyenne et de l'écart type. La figure 5-5 montre la réponse du capteur de température sur une plage comprise entre 5 °C et 45 °C. On observe une réponse quasi linéaire. Dans les conditions de réglage de la chaîne de mesure, la sensibilité relevée est de 35 mV/°C. Le dimensionnement des circuits électroniques du capteur influencent la valeur de la sensibilité mesurée. Le choix des paramètres devra faire l'objet d'études complémentaires. L'écart type du bruit sur la mesure de la tension du capteur a été représenté par les barres rouges. La précision de la mesure de la température est ici celle du thermocouple qui vaut 2°C (thermocouple de type J).

Pour déterminer la sensibilité relative du capteur en régime statique, nous avons normalisé le signal par rapport à sa réponse à 20 °C. La pente de cette courbe (figure 5-6) correspond à la sensibilité relative du capteur, elle permet de ne pas tenir compte des paramètres de réglage de la chaîne de mesure. Sur la figure 5-11, nous avons représenté la réponse normalisée ainsi que sa régression linéaire. Sur la plage de mesure, l'erreur relative de linéarité est inférieure à 0,2% et la sensibilité relative calculée à 0,46%/°C.

Quand on compare la réponse modélisée (voir paragraphe V.1.1c) et celle mesurée, la linéarité est vérifiée et la sensibilité relative mesurée est deux fois supérieure à celle simulée. Dans l'étude théorique, le seul effet pris en compte était l'effet thermo-optique. Or, les modules de Young des différents matériaux qui composent le transducteur ne sont pas constants (voir annexe V). En effet, entre 5 et 45°C, le module du PPS de la mâchoire diminue de 10% et celui de la gaine optique de 35%. Dans ces conditions, l'amplitude de la perturbation diminue et le taux de transmission augmente expliquant l'observation.

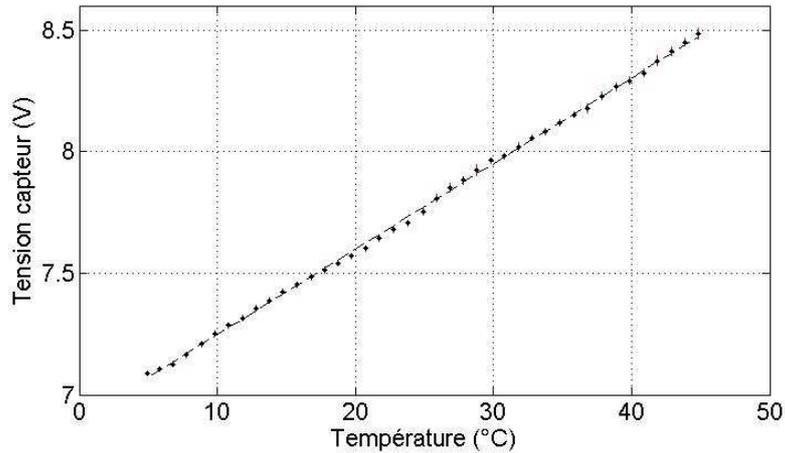


Figure 5-5 : Réponse en température mesurée du transducteur PPS avec la fibre HCP200 (points noirs) et sa régression linéaire (en traits pointillés)

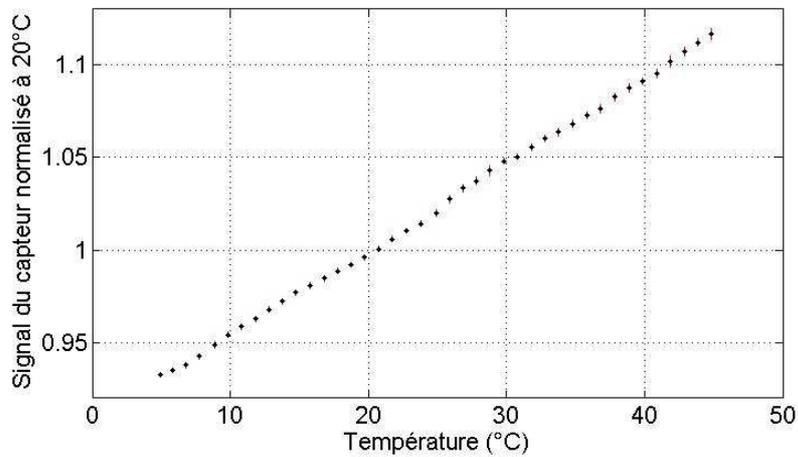


Figure 5-6 : Réponse normalisée du capteur en PPS avec la fibre HCP200 en fonction de la température

V.1.2.b Calibration dynamique du capteur pour mesurer la température d'un gaz

L'objectif de cette étude expérimentale est d'établir les caractéristiques dynamiques du capteur. Elle doit permettre d'identifier l'ordre du système afin de pouvoir déterminer les temps de réponses caractéristiques. En effet, les temps de montée et de réponse d'un système dépendent de l'ordre de l'équation différentielle qui modélise son comportement. Deux configurations particulières ont été choisies pour illustrer les performances dynamiques du capteur. En effet, la vitesse de réponse d'un capteur de température dépend des propriétés thermiques des matériaux le constituant et de son volume (inertie thermique), d'une part. Elle est aussi liée aux conditions de l'échange thermique entre le transducteur et le milieu dans lequel il est plongé, d'autre part. Les trois modes de transfert thermique peuvent intervenir : conduction, convection et rayonnement. L'échange thermique du capteur avec son milieu est étroitement associé à la géométrie du capteur (surface d'échange) ainsi qu'au support en contact (conduction), de la vitesse de l'écoulement si présence d'un gaz (convection naturelle ou forcée) et enfin de la température des objets environnants (rayonnement). Pour simplifier l'analyse complexe de la réponse du capteur, nous avons adopté une configuration d'étude permettant de minimiser la conduction et le rayonnement. Pour déterminer l'ordre du système régissant la réponse du capteur nous avons enregistré sa réponse indiciaire dans deux situations. Le capteur a d'abord été soumis sous une atmosphère d'air à un échelon de température en convection naturelle puis à un échelon de température en convection forcée. Les deux types de transfert thermique mis en jeu dans

ces expériences étaient la convection et le rayonnement. Cette hypothèse était vérifiée car le capteur était disposé dans des montages permettant de minimiser le phénomène de conduction avec son support.

Dans les deux cas, les paramètres mesurés sont présentés et comparés aux coefficients d'échange superficiel calculés en utilisant les corrélations empiriques établies par les thermiciens. Enfin, les résultats de cette étude sont utilisés pour établir une loi du comportement dynamique du capteur en fonction de ces caractéristiques et des conditions de l'écoulement à mesurer.

V.1.2.c Réponse à l'échelon de température en convection naturelle

En premier lieu, nous allons nous intéresser d'un point de vue théorique, à l'étude de la propagation de la chaleur dans le transducteur préalablement refroidi (à -18°C) et subitement plongé dans l'air à température ambiante (22°C). Cette expérience consiste à soumettre le capteur à un échelon de température. Cette étude permet de déterminer l'évolution de la température du transducteur (cœur et gaine optique) en fonction du temps. Cette évolution produira une variation temporelle du taux de transmission optique qui sera enregistrée et présentée en second lieu. L'analyse de l'évolution expérimentale de la réponse du capteur renseigne sur son ordre.

(i) Hypothèses

Pour décrire l'évolution transitoire de la variation de température du transducteur soumis à un échelon de 40°C , la modélisation dépend des conditions expérimentales.

Le transducteur maintenu horizontalement sans contact avec son support (suspendu par la fibre) est uniquement en contact avec l'air ambiant (voir photographie en figure 5-7). Dans ce cas, le principal mode de transfert thermique est la convection naturelle. La propagation de la chaleur à l'intérieur du transducteur se fait par conduction. Dans cette situation, on fait les hypothèses suivantes :

- le transducteur est supposé infini dans la direction de la fibre (conduction aux extrémités du transducteur négligée) ;
- seuls les phénomènes de convection naturelle et de rayonnement réchauffent le transducteur ;
- le plastique PPS représente plus de 97% du volume du transducteur, par conséquent on suppose qu'il est composé uniquement de ce matériau.

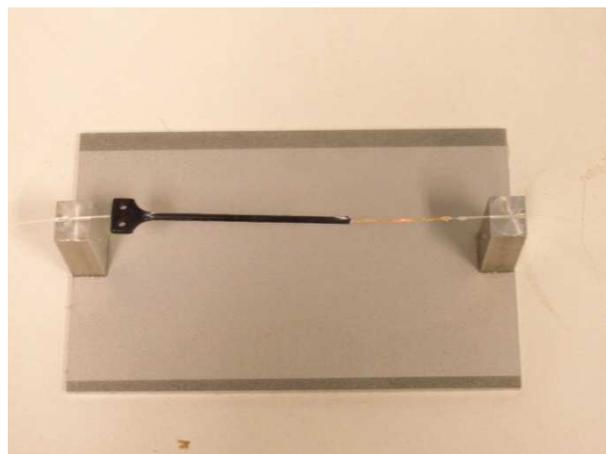


Figure 5-7 : Transducteur monté sur un support pour le test dynamique en température en convection naturelle

(ii) Résolution du problème de conduction de chaleur dans un cylindre soumis à la convection naturelle

Le problème de conduction de chaleur à résoudre en tenant compte des hypothèses simplificatrices exposée précédemment comprend l'équation de la chaleur 5-2 et la condition aux

limites 5-3. Celle adoptée est une condition de flux en paroi du type Neumann (en convection naturelle). Le coefficient de diffusion thermique α dépend de la conductivité thermique du matériau λ_{mat} , de sa masse volumique ρ_{mat} et de sa capacité calorifique $C_{p,mat}$. Compte tenu de la géométrie du capteur, la résolution du problème sera faite en coordonnées cylindriques. Comme nous avons supposé le transducteur constitué d'un matériau uniforme, la température ne dépendra que de la coordonnée radiale r et du temps t . La résolution du problème passe par une séparation de ces deux variables. La solution (Eq. 5-4) fait intervenir des coefficients β_m qui sont solutions de l'équation 5-5. Pour tenir compte du rayonnement, compte tenu des températures en jeu, nous avons linéarisé l'émission radiative. Ce point sera expliqué au paragraphe (iv).

Problème aux conditions aux limites à résoudre (équation de Laplace)

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{Eq. 5-2})$$

où Δ représente l'opérateur Laplacien.

Condition aux limites de type Neumann

$$-\lambda_f \frac{\partial T}{\partial r}(r=a_t) = -h(T_\infty - T_{(r=a_t,t)}) \quad (\text{Eq. 5-3})$$

Où $\alpha = \frac{\lambda_{mat}}{\rho_{mat} \cdot C_{p,mat}}$ représente le coefficient de diffusion thermique, a_t le rayon du cylindre, h le coefficient d'échange de chaleur superficiel global, T_∞ est la température ambiante et $T_{(r=a_t)}$ la température de la paroi du cylindre au cours du temps.

La solution du système précédent a été proposée par de nombreux auteurs. Une solution est donnée en référence [Lienhard, 2003].

Solution du problème

$$T(r, t) = T_\infty + \frac{2}{a_t} (T_i - T_\infty) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_m} \frac{J_1(\beta_m a_t)}{J_0^2(\beta_m a_t) + J_1^2(\beta_m a_t)} J_0(\beta_m r) e^{-\beta_m^2 a t} \quad (\text{Eq. 5-4})$$

$$\beta_m \cdot a_t \cdot J_1(\beta_m a_t) - Bi \cdot J_0(\beta_m a_t) = 0 \quad (\text{Eq. 5-5})$$

$$Bi = \frac{h \cdot a_t}{\lambda_{mat}} \quad (\text{Eq. 5-6})$$

où J_v représente la fonction de Bessel de première espèce d'ordre v , a_t le rayon du cylindre, λ_{mat} la conductivité thermique du matériau, h le coefficient d'échange de chaleur superficiel global et Bi le nombre de Biot. Les unités des différentes grandeurs physiques sont données dans le tableau 5-1. Les valeurs des paramètres physiques sont considérées aux conditions de pression atmosphérique et de température imposée par l'expérience.

Dans la solution apparaît le nombre de Biot Bi (Eq. 5-6). Ce nombre adimensionnel caractérise l'échange thermique. Il représente le rapport des résistances thermiques de surface et interne du cylindre. Les petites valeurs du nombre de Biot correspondent au cas d'un matériau de grande conductivité thermique et de petite dimension (conduction thermique supposée infinie).

Pour illustrer l'influence du nombre de Biot dans le cas général, nous avons considéré un cylindre soumis à échelon positif de 1°C. Nous avons ensuite calculé dans ce cas, en utilisant la solution (5.4) précédente, la différence de température entre la paroi et le centre du cylindre en fonction du temps pour différentes valeurs du nombre de Biot. La figure 5-8 représente la valeur maximale de cette différence en fonction du nombre de Biot. L'analyse de la courbe montre que pour les petites valeurs du nombre de Biot, la température interne du cylindre peut être considérée uniforme. Le nombre de Biot de notre capteur calculé à partir des données du tableau 5-1 vaut environ 0,03. Dans ce cas, on calcule un écart de température maximal entre le centre du capteur et la paroi de 15 millièmes de degré Celsius, traduisant l'uniformité du champ de température.

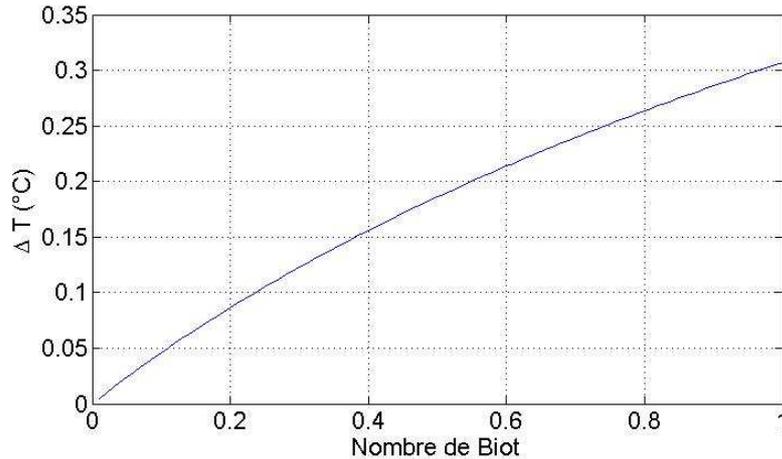


Figure 5-8 : Différence maximale de température entre la paroi et le centre du cylindre en fonction du nombre de Biot

(iii) Simplification du modèle en négligeant la résistance thermique du cylindre

Ainsi, pour les faibles valeurs du nombre de Biot, on peut faire une approximation du problème précédent. Elle consiste à considérer la résistance thermique interne du transducteur comme négligeable (Lumped capacitance method pour les Anglo-saxons). Faire cette approximation revient à supposer qu'il n'existe pas de gradient thermique dans le transducteur donc que son champ de température de sa section est uniforme. Dans notre cas, le capteur a été soumis à un échelon de 40°C. Les calculs du paragraphe précédent montrent qu'un tel écart produirait une différence maximale de température entre le centre et la paroi de 0,6°C. Par conséquent, l'hypothèse de simplification est parfaitement justifiée dans le cas de notre capteur. L'équation différentielle du premier ordre 5-7 présente le bilan thermique correspondant à cette situation. La constante de temps τ donnée par la solution 5-9 dépend du coefficient d'échange de chaleur superficiel global h , du diamètre du transducteur d , de sa masse volumique ρ_{mat} et de sa capacité calorifique $C_{p,mat}$. Dans le cadre de cette approximation, l'équation du bilan devient une équation différentielle du premier ordre :

$$\underbrace{-hA(T_t - T_\infty)}_{\text{Flux thermique}} = \underbrace{V\rho_{mat}C_{p,mat} \frac{dT}{dt}}_{\text{Augmentation de l'énergie interne}} \quad (\text{Eq. 5-7})$$

$$T(t) = T_\infty + (T_i - T_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{Eq. 5-8})$$

où T_i désigne la température initiale du cylindre et T_∞ la température du milieu ambiant.

$$\tau = \frac{V \cdot \rho_{mat} \cdot C_{p,mat}}{h \cdot A} = \frac{\rho_{mat} \cdot C_{p,mat} \cdot d}{4h} \quad (\text{Eq. 5-9})$$

où V désigne le volume du cylindre, A sa surface, d son diamètre, ρ_{mat} sa masse volumique, $C_{p,mat}$ sa capacité calorifique et h le coefficient d'échange de chaleur superficiel global.

(iv) Calcul du coefficient d'échange superficiel global

Le coefficient d'échange superficiel global exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ permet de calculer la puissance échangée entre le capteur et son milieu environnant. Dans le cas considéré, le capteur est placé dans une situation où l'on peut négliger la conduction, seuls la convection et le rayonnement seront considérés pour son calcul. Pour un faible niveau de température tel que celui de notre expérience <22°C, certains auteurs ont montré qu'il était possible de linéariser les échanges par rayonnement pour le prendre en compte dans un coefficient superficiel [Taine, 1995]. Le coefficient d'échange global est la somme du coefficient d'échange par convection et du coefficient d'échange par rayonnement linéarisé. Les deux paragraphes suivants présentent le calcul de ces deux coefficients.

Calcul du coefficient d'échange de convection naturelle autour d'un cylindre horizontal

Le capteur échange par convection naturelle avec le milieu ambiant supposé en équilibre à température T_∞ . Le flux de chaleur échangé par convection φ_c (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) s'exprime par la relation suivante :

$$\varphi_c = h_c(T_\infty - T) \quad (\text{Eq. 5-10})$$

La méthode pour calculer le coefficient de convection naturelle h_c est basée sur l'utilisation de quatre nombre adimensionnels qui dépendent des propriétés du fluide (air) et de la géométrie du système. Le nombre de Prandtl Pr (Eq. 5-11) est entièrement caractéristique du fluide considéré. Sa valeur peut être tabulée en fonction des conditions thermiques correspondantes. Le nombre de Grashof Gr (Eq. 5-12) caractérise la convection libre dans un fluide. Il correspond au rapport entre la force de gravité et des forces visqueuses. Le nombre de Rayleigh Ra (Eq. 5-13) est le produit entre le nombre de Prandtl et le nombre de Grashof. Le nombre de Nusselt Nu est la quantité fondamentale de la théorie de la convection. La connaissance de sa valeur permet d'en déduire celle du coefficient de convection et par là d'en déduire le flux échangé. Enfin, le nombre de Nusselt donné en équation 5-14 est valable pour un cylindre positionné horizontalement soumis à la convection naturelle [Lienhard, 2003], [Churchill, 1975].

$$Pr = \frac{\mu_f \cdot C_{p,f}}{\lambda_f} \quad (\text{Eq. 5-11})$$

$$Gr = \frac{d^3 \cdot \rho_f^2 \cdot g \cdot \beta_f \cdot \Delta T}{\mu_f^2} \quad (\text{Eq. 5-12})$$

$$Ra = Pr \cdot Gr \quad (\text{Eq. 5-13})$$

$$Nu = 0,36 + \frac{0,518 \cdot Ra^{\frac{1}{4}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{4}{9}}} \quad (\text{Eq. 5-14})$$

où d représente le diamètre du transducteur, μ_f la viscosité dynamique du fluide, $C_{p,f}$ la capacité calorifique du fluide, λ_f la conductivité thermique du fluide, ρ_f la masse volumique du fluide, β_f le coefficient de dilatation volumique du fluide, g l'accélération de la pesanteur et ΔT la différence moyenne de température entre la paroi du transducteur et le fluide.

Le coefficient de convection h_c , calculé avec la relation 5-15, à partir des données du tableau 5-1 vaut dans notre cas $14,02 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ (pour un transducteur en PPS entouré d'air). La figure 5-9 représente le coefficient de convection naturelle en fonction du diamètre du capteur. On remarque que le coefficient d'échange convectif décroît lorsque le diamètre du capteur augmente. L'échange thermique avec les gaz de l'air diminuant, la constante de temps du capteur (supposé mince) augmentera.

$$h_c = Nu \frac{\lambda_f}{d} \quad (\text{Eq. 5-15})$$

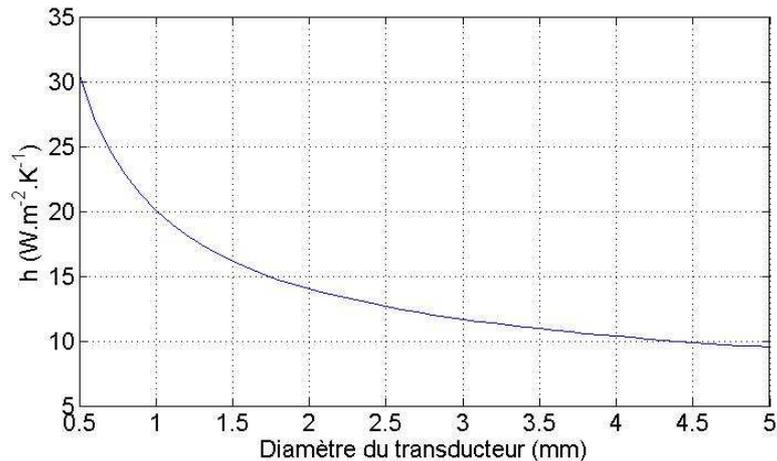


Figure 5-9 : Coefficient de convection naturelle pour un cylindre horizontal plongé dans l'air soumis à un échelon de 40 °C en fonction de son diamètre

Calcul du coefficient superficiel de transfert radiatif linéarisé

Le capteur plus froid (-18°C) va recevoir de la chaleur par transfert radiatif de l'air plus chaud (22°C). Si on suppose que l'air est assimilable à un corps gris d'émissivité ϵ_{air} , le flux radiatif reçu par le cylindre de coefficient d'absorption α_{PPS} s'écrit :

$$\varphi_R = \epsilon_{air} \cdot \alpha_{PPS} \cdot \sigma (T_{\infty}^4 - T^4) \quad (\text{Eq. 5-16})$$

σ est la constante de Stephan, $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

Comme la température initiale T_i et la température ambiante T_{∞} sont proches, on peut considérer le rayonnement échangé linéarisable [Taine, 1995], de tel sorte que l'on puisse le prendre en compte dans un coefficient d'échange superficiel global :

$$\varphi_R \approx 4\epsilon_{air} \cdot \alpha_{PPS} \cdot \sigma \cdot T_m^3 (T_{\infty} - T) \quad (\text{Eq. 5-17})$$

$$h_R \approx 4\epsilon_{air} \cdot \alpha_{PPS} \cdot \sigma \cdot T_m^3 \quad (\text{Eq. 5-18})$$

où T_m est une température intermédiaire que l'on peut prendre égale à la moyenne arithmétique de la température initiale et de la température ambiante.

Le flux radiatif linéarisé (Eq. 5-17) revient à l'écrire de manière analogue à l'équation 5-10. Le coefficient radiatif linéarisé h_R , calculé par la relation 5-18, à partir des données du tableau 5-1, vaut dans notre cas (transducteur en PPS entouré d'air) $4,08 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Pour les calculs nous avons maximisé les apports d'énergie par rayonnement en considérant le facteur d'émission de l'air égale à 1.

Calcul du coefficient d'échange superficiel global

Le flux convectif (Eq. 5-10) et le flux radiatif linéarisé (Eq. 5-16) sont tous deux proportionnel à l'écart des températures entre la surface et l'air ambiant. Ainsi, le coefficient d'échange superficiel global h est obtenu en sommant le coefficient convectif h_c et le coefficient radiatif linéarisé h_R :

$$h = h_c + h_R \quad (\text{Eq. 5-19})$$

Paramètres physiques	Valeurs	Unités
Diamètre du capteur d	0,002	m
Viscosité dynamique du fluide μ_f	17,19 10^{-6} (à 0°C) 19,26 10^{-6} (à 50°C)	Pa.s
Capacité calorifique du fluide $C_{p,f}$	1000 (à 0°C) 1005 (à 50°C)	J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹
Conductivité thermique du fluide λ_f	0,023 (à 0°C) 0,027 (à 50°C)	W.K ⁻¹ .m ⁻¹
Masse volumique du fluide ρ_f	1,275	Kg.m ⁻³
Coefficient de dilatation volumique du fluide β_f	0,0034	K ⁻¹

Accélération de la pesanteur g	9,81	$m.s^{-2}$
Différence moyenne de température entre la paroi du transducteur et le fluide ΔT	40	K
Capacité calorifique du PPS $C_{p,mat}$	770	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$
Conductivité thermique du PPS λ_{mat}	0,58	$W.K^{-1}.m^{-1}$
Masse volumique du PPS ρ_{mat}	2000	$Kg.m^{-3}$
Emissivité de l'air ϵ_{air}	0,95	
Coefficient d'absorption du PPS α_{PPS}	0,93	

Tableau 5-1 : Valeurs des paramètres physiques du système étudié

Paramètres thermiques du système	Valeurs
Nombre de Prandtl à 0°C (convection naturelle)	0,74
Nombre de Prandtl à 50°C (convection forcée)	0,72
Nombre de Grashof	29,47
Nombre de Rayleigh	21,90
Nombre de Nusselt	1,21
Coefficient de convection naturelle (en $W.m^{-2}.K^{-1}$)	14,02
Coefficient radiatif (en $W.m^{-2}.K^{-1}$)	4,08
Coefficient d'échange de chaleur superficiel global (en $W.m^{-2}.K^{-1}$)	18,09

Tableau 5-2 : Valeurs des paramètres thermiques du système étudié

(v) Etude de la réponse indicelle théorique du capteur

Au paragraphe (iii), nous avons montré que le nombre de Biot du capteur était suffisamment faible pour considérer le gradient thermique interne négligeable. Pour confirmer ce résultat, nous avons calculé l'évolution de l'écart relatif maximal entre la solution exacte donnée par l'équation Eq. 5-4 et celle simplifiée, donnée par l'approximation Eq. 5-8 en fonction du nombre de Biot (voir figure 5-10). Dans notre cas ($Bi=0,03$), cet écart vaut environ 0,75%. Ce résultat montre que la réponse transitoire du capteur peut-être calculée à partir de la solution de l'équation différentielle du modèle simplifié du premier ordre (Eq. 5-7) établie à partir des approximations du modèle simplifié présenté au paragraphe (iii). Le capteur étant modélisable par un système du premier ordre, on pourra utiliser pour la suite la relation 5-9, établie à partir du modèle simplifié, pour calculer la constante de temps du temps défini à 63% de la valeur finale et aussi son temps de réponse (à 95%), égal à 3 fois la constante de temps pour un système du premier ordre.

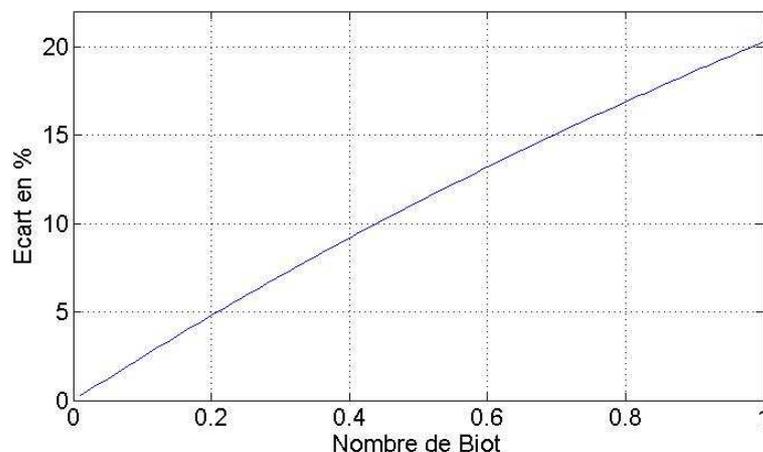


Figure 5-10 : Ecart relatif maximal entre les températures calculées avec la solution exacte et celle de l'approximation en fonction du nombre de Biot

Temps caractéristiques théoriques du transducteur en PPS en fonction de son diamètre

Le coefficient global d'échange superficiel h , calculé à partir des données du tableau 5.3 en utilisant la relation 5-19 vaut dans notre cas $18,09 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. En introduisant h dans l'équation 5-9, on calcule la constante de temps du transducteur en PPS en fonction du diamètre de celui-ci, évolution représentée en figure 5-11. Pour un diamètre de 2 mm, correspondant à notre capteur, elle vaut environ 42,6 s. La modification du diamètre du capteur ou du matériau qui le compose change la constante de temps. Cette courbe est importante car elle permettra aux futurs utilisateurs de définir la constante de temps du capteur en fonction des propriétés thermiques et géométriques du transducteur, pour des valeurs de diamètre vérifiant l'approximation précédente ($Bi < 0,1$).

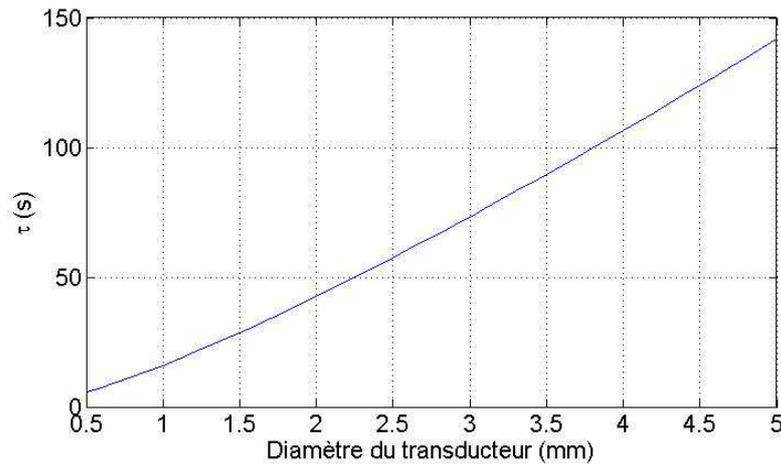


Figure 5-11 : Constante de temps théorique du transducteur en fonction de son diamètre

(vi) Evaluation expérimentale de la constante de temps

Pour l'expérience, le transducteur photographié en figure 5-7 était initialement placé, en position horizontale, sans contact avec ses supports dans un congélateur. L'état stationnaire établi, le transducteur était subitement placé à température ambiante en position horizontale. La différence de température mesurée entre les deux milieux avec un thermocouple de référence était de $40 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$. L'évolution de la réponse normalisée enregistrée est présentée en figure 5-12. Au paragraphe précédent, nous avons vu que la réponse du transducteur avec la température était quasiment linéaire. Sur cette figure, nous comparons la réponse expérimentale normalisée avec la réponse théorique d'un système linéaire calculée en utilisant l'équation 5-20 ci-dessous. Une correction sous forme d'un retard a été introduite pour supprimer l'effet de convection forcée intervenant dans les 5 premières secondes correspondant à la sortie du capteur du congélateur en raison du mouvement de l'air autour du capteur. La constante de temps expérimentale donnée par la régression vaut 47,5 s. On observe une bonne corrélation entre les courbes théorique et expérimentale. La petite différence de 5 s entre les constantes de temps théorique (autour de 42,6 s) et expérimentale pourrait s'expliquer par la structure complexe du capteur qui comprend notamment une fine couche d'air isolante entre la mâchoire et la fibre. Pour conclure cette expérience, on calcule le temps de réponse expérimentale du capteur (à 95% de la réponse finale) égale à environ 142,5 s, trois fois la valeur de la constante de temps du système régit par une équation différentielle du premier ordre.

$$T_N(t) = 1 - e^{-\frac{t-t_r}{\tau}} \quad (\text{Eq. 5-20})$$

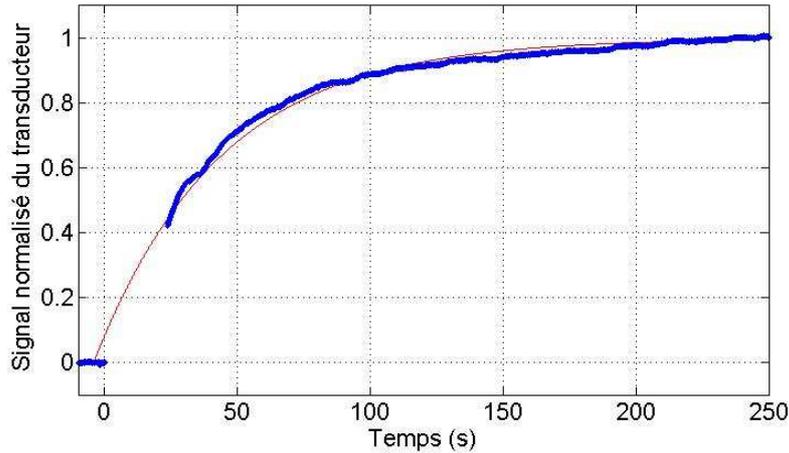


Figure 5-12 : Réponse normalisée du transducteur en PPS avec la fibre HCP200 soumise à un échelon thermique de 40°C (trait continu bleue : expérience, courbe rouge : régression)

V.1.2.d Réponse à l'échelon de température en convection forcée

La théorie présentée pour modéliser l'expérience en convection naturelle reste valable en convection forcée. Seules les expressions empiriques du nombre de Nusselt et du coefficient de convection changent. Dans ce cas, le nombre adimensionnel de Reynolds (Eq. 5-21) caractérise la nature laminaire ou turbulente de l'écoulement du fluide. Il fait intervenir sa vitesse et sa viscosité dynamique. En convection forcée autour d'un cylindre dont l'axe est perpendiculaire à l'écoulement, le nombre de Nusselt (Eq. 5-22) s'exprime en fonction du nombre de Reynolds Re et du nombre de Prandtl Pr [Lienhard, 2003], [Churchill, 1977]. La corrélation 5-22 est valable pour des nombres de Reynolds inférieurs à 10^7 . Dans notre cas, pour des vitesses d'écoulement inférieures à 9 m/s, le nombre de Reynolds est inférieur à 1000. Pour $Re > 300$, l'écoulement est turbulent. Ici, $Re = 770$.

$$Re = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\mu} \quad (\text{Eq. 5-21})$$

où d représente le diamètre du transducteur, μ la viscosité dynamique du fluide, ρ la masse volumique du fluide et v la vitesse de l'écoulement.

$$Nu_v = 0.3 + \frac{0.62 Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} \quad (\text{Eq. 5-22})$$

Le coefficient de convection forcée h_{cf} s'obtient en utilisant l'équation 5-15 précédente. La figure 5-13 représente l'évolution du coefficient de convection forcée en fonction de la vitesse de l'écoulement calculé à partir des données du tableau 5.1 pour une température de fluide de 50°C. On remarque que l'échange convectif augmente par rapport à la convection naturelle en raison de la vitesse du fluide. Pour des vitesses de fluide inférieures à 1 m/s, le nombre de Biot calculé demeure inférieur à 0,1 et on considère que l'on est dans le cadre de l'approximation de la résistance thermique négligeable pour déterminer les performances dynamique du capteur. Avec pour conséquence que la réponse du capteur peut être assimilée à un système du premier ordre. Cette courbe a été calculée dans le domaine de validité de la corrélation semi-empirique donnée par l'équation Eq. 5-22.

La figure 5-14 représente l'évolution de la constante de temps théorique du transducteur en fonction de la vitesse de l'écoulement calculée avec la relation (Eq. 5-9) en prenant comme coefficient d'échange thermique la somme du coefficient de convection forcée h_{cf} et du coefficient de transfert radiatif h_R calculé au paragraphe précédent. On remarque que la constante de temps du capteur diminue fortement lorsque la vitesse de l'écoulement passe de 0 à 1 m.s⁻¹. Au delà de 1 m.s⁻¹, la variation de τ peut être

considérée linéaire. Ainsi, la vitesse de réponse augmente sensiblement lorsque la vitesse du fluide augmente.

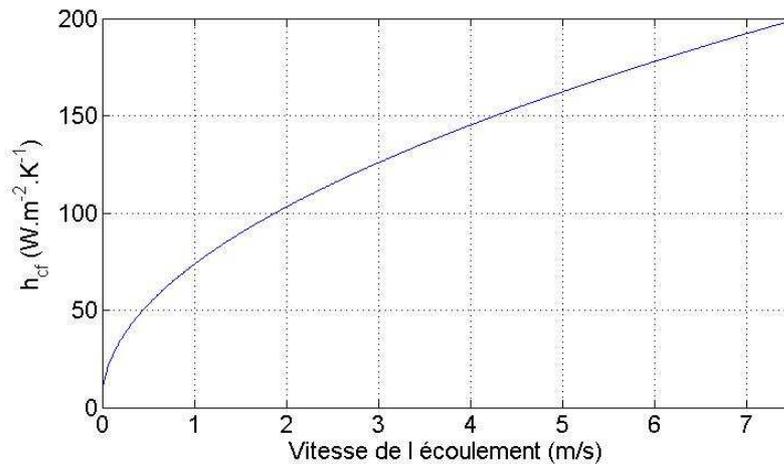


Figure 5-13 : Coefficient de convection forcé h_{cf} en fonction de la vitesse de l'écoulement pour un écoulement à 50 °C

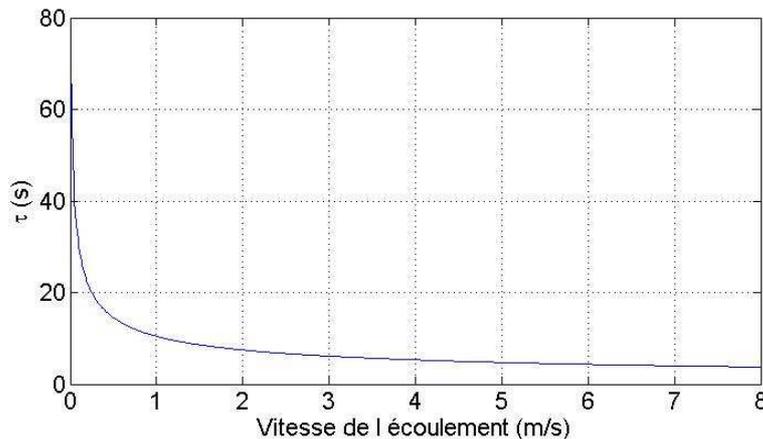


Figure 5-14 : Constante de temps du transducteur τ en fonction de la vitesse de l'écoulement

Evaluation expérimentale de la constante de temps en convection forcée

Pour évaluer expérimentalement la constante de temps du transducteur en régime de convection forcée, celui-ci a été placé sous un flux d'air turbulent produit par une soufflante d'air, chauffé autour de 50°C (mesure du thermocouple) s'écoulant dans une direction perpendiculaire à l'axe du transducteur cylindrique (figure 5-15). La vitesse de l'écoulement a été mesurée avec un anémomètre et valait environ 5,2 m.s⁻¹ (à plus ou moins 10% près, mesure avec anémomètre). Au départ, le capteur était à la température ambiante. La figure 5-16, représente le signal du capteur enregistré en fonction du temps à partir du moment où la soufflerie a été mis en fonctionnement (préalablement préchauffée). La régression exponentielle permet de trouver une constante de temps expérimentale de 5±0,5 s. Le système est toujours du premier ordre, bien que l'on ne soit plus dans l'approximation car $Bi = 0,26$. Théoriquement, d'après la figure 5-14, pour un temps caractéristique de 5s, la vitesse de l'écoulement vaut 4,3 m.s⁻¹. Ce résultat est conforme aux résultats expérimentaux.



Figure 5-15 : Montage expérimental pour mesurer la constante de temps du transducteur en convection forcée

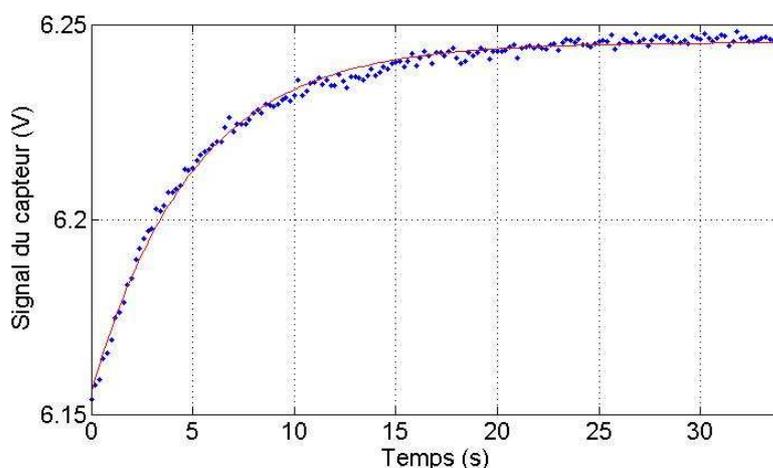


Figure 5-16 : Réponse du transducteur en convection forcée en fonction du temps

V.1.3 Synthèse des résultats expérimentaux : spécifications métrologiques du capteur de température

L'étude de la réponse du capteur en régime quasi-statique a permis d'étalonner la sensibilité et de mesurer une sensibilité de $0,46\%/^{\circ}\text{C}$ du capteur en plastique PPS monté avec la fibre en silice polymère. L'expérience a montré une bonne linéarité de réponse entre 5 et 45°C avec une résolution de $0,8^{\circ}\text{C}$. L'étude de la réponse dynamique du capteur pour mesurer des températures de gaz a nécessité de considérer deux cas de figure. Le premier concerne la caractérisation du capteur en régime de convection naturelle, le deuxième en régime de convection forcée. Dans les deux cas, nous avons démontré une réponse théorique du capteur vérifiant un système de type premier ordre. Ce résultat a été vérifié expérimentalement. Les spécifications expérimentales du capteur sont répertoriées dans le tableau 5-3 ci-dessous. Nous disposons de modèles permettant de simuler le comportement du capteur lorsqu'il est placé dans un environnement gazeux. Ainsi, à partir des modèles il est possible de prédire avec une très bonne précision la constante de temps et le temps de réponse du capteur en fonction de la vitesse du fluide, de sa température et de ses caractéristiques propres ainsi que de sa géométrie et des propriétés thermiques intrinsèques des matériaux constituant le transducteur. L'ensemble des résultats obtenus sont satisfaisants pour une application de mesure de température dans des canalisations pour des systèmes d'admission d'air automobile ou de climatisation par exemple. Il sera nécessaire d'étendre la plage de mesure de température. Enfin, l'ensemble des résultats permettra de dimensionner théoriquement le capteur pour les applications futures.

Paramètres	Valeurs
Sensibilité	35mV/°C
Résolution	0,8°C
Linéarité	1,3%
Plage de fonctionnement	5 - 45°C (plage limitée)
Constante de temps	47 s en convection naturelle <47 s en convection forcée (cf figure 5-14)

Tableau 5-3: Caractéristiques métrologiques du capteur de température

V.2 Etude du transducteur fonctionnant en capteur d'étirement

Nous allons maintenant considérer l'utilisation du transducteur pour une application à la mesure d'étirement. L'action d'un étirement longitudinal du transducteur modifie les perturbations appliquées à la fibre optique. En effet, la traction exercée sur la partie sensible du capteur va rétrécir sa section transversale et donc augmenter l'écrasement de la fibre optique. De plus, lors de l'allongement, les microstructures constituant la perturbation peuvent glisser sur la gaine optique de la fibre avec pour conséquence l'augmentation du pas de perturbation. Pour la mesure, nous avons utilisé des transducteurs à mâchoires en aluminium dont la forme a été adaptée à ce type de test. Pour décrire les résultats obtenus dans cette configuration, nous allons en premier lieu, étudier la réponse théorique du transducteur en identifiant les effets physiques mis en jeu ainsi que leur impact sur le taux de transmission. Nous présenterons en deuxième lieu les montages mis en œuvre pour tester les transducteurs à mâchoires en aluminium utilisant les deux types de fibre optique (HCL200 et HCP200). Enfin, nous analyserons les résultats obtenus.

V.2.1 Réponse théorique du transducteur soumis à un étirement

L'allongement du transducteur a deux effets directs : l'augmentation du pas de perturbation et l'augmentation de l'écrasement de la fibre optique. Chacun de ces effets module les contraintes à l'intérieur de la fibre optique et, par effet élasto-optique, l'ouverture numérique de la fibre optique. Nous allons étudier séparément chacun de ces deux effets physiques directs ainsi que leurs conséquences dues à l'allongement pour déterminer leur impact sur le taux de transmission théorique. En chapitre III, figure 3-7, nous avons mis en évidence les deux régimes de fonctionnement du transducteur. Théoriquement, les pas de perturbations gravées dans les mâchoires (50, 75 et 100 μm) sont supérieurs au pas des perturbations permettant le couplage de tous les modes guidés aux modes rayonnés. Nous sommes dans la zone correspondant au régime 2. Dans cette zone, le taux de transmission est croissant avec le pas de perturbation. Nous avons montré que l'effet produit par l'augmentation du pas de perturbation est faible : par exemple, pour un étirement de 1% de la partie sensible du transducteur, l'augmentation théorique du signal optique correspondante est inférieure à 0,5% pour les trois pas de perturbation concernés. Pour calculer l'impact de la réduction de la section transversale, il faut d'abord commencer par déterminer la valeur de l'écrasement de la fibre optique en fonction de l'étirement du transducteur. L'étirement ε (Eq. 5-23, ci-dessous) est un paramètre sans unité calculé à partir de la longueur du transducteur étiré l et de la longueur initiale du transducteur l_0 de 40 mm.

Pour un étirement à 1%, nous ne sommes plus dans le domaine de déformation plastique ($0\% < \varepsilon < 0,8\%$) mais dans le domaine élasto-plastique ($0,8\% < \varepsilon < 1,9\%$). Si on néglige les effets de bords c'est-à-dire lorsque l'on considère que le transducteur est un cylindre de longueur infinie, la réduction des dimensions transversales est la même dans toutes les sections transversales.

Sous l'action de la contrainte, le diamètre de la fibre optique d_0 va se réduire. Le diamètre d de la fibre optique dans le transducteur étiré dépend du coefficient de Poisson du matériau ν et de l'étirement ε

(Eq. 5-24). L'écrasement E_{cr} étant la différence entre le diamètre de la fibre optique d_{co} non perturbée et le diamètre de la fibre optique sous contrainte d , l'équation 5-25 en donne une formule en fonction de l'écrasement initial E_0 , du module d'Young des mâchoires ν et de l'étirement ε . Le tableau 5-3 ci-dessous donne les valeurs numériques utilisées pour les calculs. Par exemple, pour un étirement représentant 1% de la longueur du capteur, l'écrasement augmente de 3,63% pour le transducteur à mâchoires en aluminium avec la fibre optique HCL200 (silice/silice).

$$\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0} \quad (\text{Eq. 5-23})$$

$$d = d_0(1 - \varepsilon\nu) \quad (\text{Eq. 5-24})$$

$$E_{cr} = E_0 + d_0\varepsilon\nu \quad (\text{Eq. 5-25})$$

Paramètres mécaniques	Valeurs
ν	0,33
d_0	220 μm
E_0	20 μm
ε	De 0 à 0,01

Tableau 5-3 : Valeurs numériques des paramètres du transducteur à mâchoires en aluminium avec la fibre HCL200

En figure 3-14 du chapitre III, nous avons présenté le taux de transmission du transducteur en fonction de son écrasement normalisé à 20 μm pour différents pas de perturbation. Pour tenir compte de l'étirement, une extrapolation est nécessaire. La figure 5-17 ci-dessous représente le taux de transmission en fonction de l'étirement du transducteur pour trois pas de perturbation différents. La longueur de perturbation considérée pour chaque pas de perturbation représente le tiers de la longueur totale de la perturbation qui vaut 40 mm pour les mâchoires en aluminium. On constate que pour un pas de perturbation de 50 μm , le taux de transmission baisse quasiment de 5%. Cet effet de rétrécissement de la section transversale a donc un impact dix fois plus important que la modification du pas de perturbation. Pour déterminer le taux de transmission du transducteur réalisé, on considère qu'il est constitué de transducteurs à pas constant montés en série. De plus, comme il est monté en réflexion, la longueur de perturbation est doublée. La figure 5-18 représente le taux de transmission théorique du transducteur à mâchoires en aluminium montés en réflexion avec la fibre HCL200 en fonction de l'étirement. On constate que la variation du taux de transmission pour 1% d'étirement est d'environ 8% et que le transducteur présente une linéarité théorique de $\pm 2,5\%$.

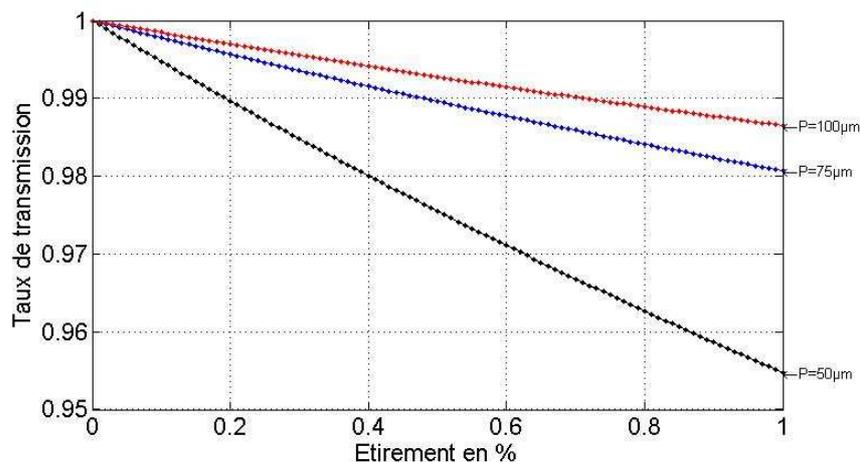


Figure 5-17 : Taux de transmission théorique du transducteur avec la fibre HCL200 en fonction de son étirement (en %) pour différents pas de perturbation

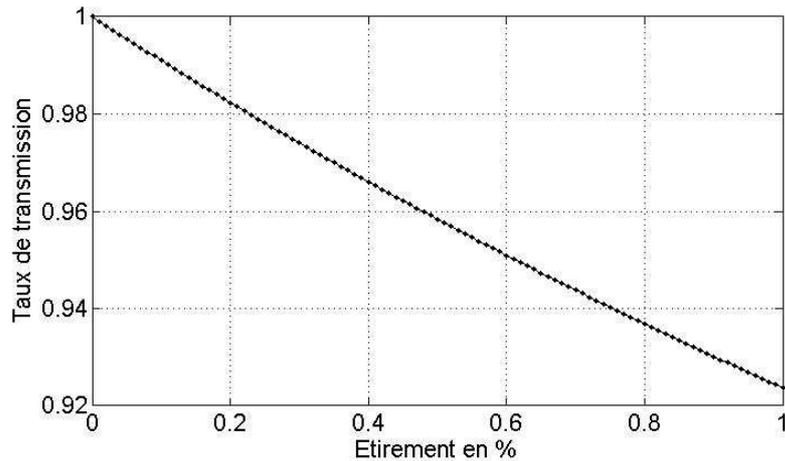


Figure 5-18 : Taux de transmission théorique du transducteur à mâchoires en aluminium avec la fibre HCL200 en fonction de son étirement

V.2.2 Montage expérimental d'évaluation du transducteur soumis à un étirement

Pour soumettre le transducteur à un étirement, nous avons utilisé une machine de traction utilisée généralement pour caractériser des matériaux habituellement mis sous forme d'éprouvette. La géométrie des mâchoires en aluminium a justement été conçue dans ce but. Le transducteur est monté en réflexion avec une fibre HCL200 écrasée de 20 μm . La source est une DEL de longueur d'onde centrale 630 nm. Le montage électronique pour l'alimentation de la DEL et la réception du signal n'est pas le circuit présenté en fin de chapitre IV ni le montage utilisé pour tester les capteurs de température. Il s'agit d'une électronique non optimisée (i), conçue rapidement pour tester les premiers capteurs.

(i) Système d'acquisition de données

L'intensité lumineuse en sortie de fibre optique est recueillie par une photodiode avec connexion SMA (Fabricant : Fibre Data, désignation commerciale : H22R880IR) connectée à un circuit transimpédance (Amplificateur opérationnel : OPA657U, Résistance de contre-réaction : 470 k Ω).

Le circuit transimpédance est relié au boîtier connecteur blindé d'une carte d'acquisition (SCB-68). La carte d'acquisition National Instruments PCMCIA NI DAQCard 6024E, dispose de 8 voies différentielles, d'une fréquence d'échantillonnage maximale de 200 kHz sur l'ensemble des voies et d'un gain maximal de 100. Sur une plage de réponse du capteur comprise entre -5 et +5V, la résolution maximale du convertisseur analogique numérique est d'environ 6,5 mV. D'après la simulation, pour 1% d'étirement, le signal optique baisse de 15%. Si le signal de référence du capteur est de 1 V, la sensibilité du capteur et la résolution du convertisseur permet en théorie de mesurer un allongement de 0,04% de la longueur initiale du capteur. Enfin, le bruit généré par cette carte est important (20 mV pic à pic).

(ii) Machine de tests de traction

Le lycée Schwendi d'Ingersheim, a mis à notre disposition une machine de traction adaptée à nos besoins. Cette machine, de marque Frank, permet d'appliquer une force allant jusqu'à 100 kN sur l'éprouvette de traction. L'espacement entre les mors va de quelques millimètres à 60 cm. La vitesse de déplacement des mâchoires est réglable. Pour les tests sur éprouvette, la vitesse est fixée à environ 1 mm/s. Le transducteur a une longueur de 40 mm. Il doit être étiré de 1% c'est-à-dire de 400 μm . Pour tester les transducteurs, la vitesse de traction a été réduite à la vitesse minimale soit 10 $\mu\text{m/s}$.



Figure 5-19: Montage expérimental de tests des capteurs en étirement

V.2.3 Analyse des résultats expérimentaux

Pour cette analyse, le transducteur est fixé sur les mors de la machine de traction. Seules les parties dites d'attache sont serrées. Le transducteur mis en place, la machine est réglée avec vitesse de déplacement de $10 \mu\text{m/s}$. L'étirement et la force sont mesurés en fonction du temps par des capteurs intégrés à la machine. La figure 5-20 représente le taux de transmission normalisée mesuré par le transducteur à mâchoires en aluminium avec la fibre HCL200 soumis à un étirement. Cette courbe a été filtrée pour minimiser le rapport signal sur bruit. On constate que pour un étirement de 1%, on obtient une variation du signal optique de 15%. Cette courbe ne doit cependant pas être considérée comme simplement exploitable car la même réponse a été obtenue avec une mâchoire microstructurée et non microstructurée. Cela nous a permis de constater que les mâchoires en aluminium pour lesquelles la rainure de positionnement de la fibre avait été réalisée sans rectification mécanique de la surface n'avaient pas la précision mécanique nécessaire pour garantir le pincement de la fibre. La conception du moule en acier pour les mâchoires en PPS ont, elles, bénéficiées de cette rectification mécanique dont la précision a pu être validée par profilométrie optique. Leur forme en simple « T » ne permettait malheureusement pas des mesures en étirement. Cette variation du signal optique de 15% nous apprend également que les phénomènes de bord qui se passent au niveau des mâchoires de la machine de traction ne sont probablement pas négligeables et que la technique de fixation du transducteur dans le système dont on souhaite étudier l'étirement doit être approfondie. On constate également que la courbe est quasiment linéaire pour la plage d'étirement comprise entre 0,2 et 1% ; mais qu'en revanche, pour de très faibles étirements, le signal optique est quasiment constant. Une des causes possibles est due au montage des transducteurs. En effet, lors du montage, la fibre a simplement été posée entre les mâchoires sans précontrainte. Il est envisageable que lors du début de l'étirement, la fibre se mette tout d'abord en place dans le transducteur. Une mise en place avec précontrainte est donc probablement nécessaire. Remarquons également que la fermeture des mâchoires par soudure peut modifier localement les propriétés mécaniques de l'aluminium.

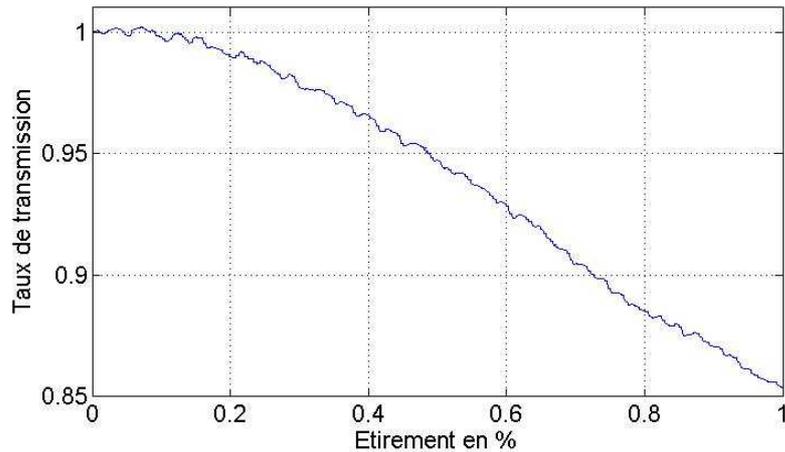


Figure 5-20 : Réponse normalisée du capteur à mâchoires en aluminium avec la fibre HCL200 en fonction de son étirement exprimé en pourcentage

V.3 Conclusion

Dans ce chapitre consacré à la confrontation des réponses théorique et expérimentale du capteur, nous avons présenté deux applications du transducteur. Dans une première partie, nous l'utilisons pour faire une mesure de température. Deux fibres optiques ont été envisagées pour réaliser ce capteur : fibre silice/silice (HCL200) et fibre silice/polymère (HCP200). L'analyse théorique des effets physiques a montré que l'effet dominant était l'effet thermo-optique par rapport à la dilatation thermique mais l'effet thermomécanique (dépendance du module de Young des matériaux avec la température) est non-négligeable. La fibre silice/polymère offre l'avantage d'avoir une ouverture numérique qui varie plus vite avec la température (voir annexe XI). Ainsi, pour vérifier le concept, nous avons réalisé un démonstrateur du capteur de température en utilisant des mâchoires de forme cylindrique en PPS associées à une fibre HCP200. Les objectifs de cette étude étaient d'établir les caractéristiques statiques et dynamiques théoriques et expérimentales du capteur. La sensibilité théorique du capteur a été établie à partir du modèle. Un banc d'étalonnage et un montage spécifique ont été développés pour mesurer la sensibilité thermique en régime quasi-statique et le bruit. La linéarité du capteur a été étudiée. Les caractéristiques dynamiques ont fait l'objet de deux études expérimentales particulières. En effet, la réponse dynamique du capteur dépend fortement des conditions d'utilisation (mode de transfert thermique en présence). Nous avons par conséquent choisi d'étudier les deux configurations en régime dynamique, consistant à étudier la réponse indicielle du capteur dans l'air, soit en convection naturelle, soit en convection forcée. Dans l'étude en régime statique, nous nous sommes intéressés à l'étude théorique de la réponse du capteur pour déterminer sa sensibilité thermique et en évaluer la linéarité. La sensibilité du capteur dépendait de la variation d'ouverture numérique de la fibre avec la température. Des montages spécifiques ont été proposés pour déterminer l'ouverture numérique de la fibre optique (à température ambiante) ainsi que pour mesurer le coefficient thermo-optique de la gaine optique (présenté en annexe XI). Le second paragraphe a été dédié à l'étude de la réponse indicielle du transducteur lorsqu'il était soumis à un échelon de température produit par un flux d'air de vitesse nulle ou non. Cette étude a permis de déterminer théoriquement puis de vérifier expérimentalement l'ordre du système modélisant le fonctionnement du capteur en régime de convection naturelle et forcée. Un système du premier ordre a été démontré dans les deux cas. Les temps caractéristiques de réponse du capteur dépendent du coefficient d'échange convectif. Ce paramètre a été calculé à partir de corrélations semi-empiriques établies en utilisant la théorie des nombres adimensionnels. La constante de temps et le temps de

réponse sont présentés. Enfin, dans un dernier paragraphe nous avons synthétisé toutes les spécifications métrologiques du capteur de température.

La seconde partie du chapitre a été dédiée au transducteur fonctionnant en capteur d'étirement. Le transducteur est composé, dans ce cas, de la fibre silice/silice associée à des mâchoires en aluminium. Contrairement aux mâchoires en PPS, ces mâchoires possèdent, par conception, deux points de fixation. L'étude théorique a prédit une réponse quasi-linéaire du capteur avec l'étirement et une bonne sensibilité (15% de variation du signal optique pour 1% d'étirement). La quasi-constance du signal optique pour les faibles étirements n'a pas été confirmée. La méthode d'assemblage peut en être la cause. Des développements supplémentaires seront nécessaires pour bien comprendre et maîtriser le fonctionnement de ce type de capteur.

Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse a consisté à modéliser, simuler, concevoir et tester un transducteur optique à modulation d'intensité dédié aux mesures de température et d'étirement. L'élément sensible est composé d'une fibre optique multimode à saut d'indice pincée entre deux mâchoires microstructurées à l'échelle de la dizaine de microns. Les deux objectifs théoriques ont été la recherche d'un modèle multiphysique pour comprendre le comportement du transducteur puis de simuler la réponse de celui-ci afin de déterminer sa sensibilité théorique pour choisir ses caractéristiques optimales. Ce système photonique est complexe. Sa modélisation est multiphysique (mécanique, électromagnétique et thermique). Les objectifs pratiques du travail ont été l'identification des méthodes de fabrication des mâchoires, la réalisation de prototypes du transducteur et enfin le test de ces prototypes en mesures de température et d'étirement.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les capteurs électriques et optiques de température et d'étirement utilisés dans l'industrie. Leurs propriétés (sensibilité, précision, dynamique, coûts) sont résumées dans un tableau de synthèse. Les capteurs à fibres optiques, bien que plus performants et plus précis, n'ont pas remplacé les capteurs traditionnels à cause de leur coût et de leur complexité. Le capteur proposé par la société Phosylab présente les avantages des capteurs à fibres optiques sans leurs inconvénients. En effet, les composants opto-électroniques (DEL et photodiode) utilisés sont peu chers, d'une part. L'alignement de ces composants avec la fibre multimode n'a pas besoin d'une précision micrométrique, d'autre part. De par la taille des microstructures (de l'ordre de la dizaine de microns), les modes guidés sont directement couplés aux modes rayonnés. La sensibilité du capteur est alors plus grande comparée à celle des capteurs dont le principe de fonctionnement est le couplage entre modes guidés.

Le modèle de simulation a été présenté dans le second chapitre. En raison du volume de calculs, la simulation mécanique de la déformation de la fibre optique a été faite pour un cas particulier. L'amplitude de la déformation du cœur est inférieure à $1,5\ \mu\text{m}$ c'est-à-dire deux fois la longueur d'onde de la source choisie. Pour tenir compte des effets dus à la nature ondulatoire de la lumière, un modèle électromagnétique de propagation de la lumière a été choisi. Pour chaque mode guidé, ce modèle donne son coefficient d'atténuation en fonction du type de perturbation et de son amplitude.

Le modèle présenté au second chapitre ne permet pas de prédire le taux de transmission du transducteur. En effet, pour le mettre en œuvre, il est nécessaire de connaître la répartition de l'énergie sur les modes guidés de la fibre et l'impact qu'à l'effet élasto-optique sur les constantes de propagation des modes guidés. La répartition de l'énergie sur les modes de la fibre optique a été obtenue grâce à l'étude du diagramme d'émission de la DEL. La comparaison du modèle avec un modèle simplifié de couplage total a montré que seul trois paramètres influent sur le taux de transmission du transducteur. L'effet élasto-optique ne modifiant que de manière marginale l'un de ces paramètres, il a été négligé. En seconde partie du chapitre, nous présentons une étude de sensibilité en fonction des différentes caractéristiques du transducteur.

Dans le quatrième chapitre, nous avons montré que comme la dimension de la perturbation est atypique, peu de méthodes de fabrication permettent de réaliser de telles structures. Les premiers transducteurs ont été usinés, avec succès, au laser femto-seconde. Cette méthode doit être maîtrisée pour fabriquer des mâchoires par injection plastique. L'injection réussie du thermoplastique dans le négatif de la perturbation gravé dans le moule est l'un des succès du travail de thèse. La DEL a été couplée à la fibre optique pour optimiser l'injection de la lumière.

Dans le dernier chapitre, nous présentons les montages et nous comparons les résultats expérimentaux des tests en température et en traction aux simulations théoriques. Dans une première partie, nous avons caractérisé le transducteur à mâchoire plastique et à fibre silice/polymère en température. Sa sensibilité ($35\text{mV}/^\circ\text{C}$) et sa linéarité (à 0,2% près) ont été déterminées en régime

quasi-statique entre 5 et 45°C. Ce capteur est un système du premier ordre. Son temps de réponse a été mesuré en convection naturelle (environ 142 s) et en convection forcée (environ 15 s) dans l'air. Une bonne correspondance entre les résultats théoriques et expérimentaux a été démontrée. Les modèles proposés permettent de prédire le comportement du capteur et son temps de réponse en fonction de la géométrie du système, des types de transfert thermique ainsi que des propriétés thermiques du transducteur et du milieu environnant. Les spécifications métrologiques de cette première version du transducteur utilisée comme capteur thermique sont satisfaisantes pour une application de mesure de température dans des canalisations de systèmes d'admission d'air automobile ou de climatisation par exemple. Dans la seconde partie du chapitre, nous présentons le transducteur en aluminium avec la fibre silice/silice utilisé comme capteur d'étirement. La réponse théorique du capteur a été déterminée. Une bonne correspondance entre le modèle et l'expérience est observée pour des étirements supérieurs à 0,2%. Elle est quasi-linéaire en fonction de l'étirement relatif du capteur. La réponse expérimentale normalisée est présentée. Pour un étirement de 1% de la longueur initiale du capteur, on observe une variation d'intensité supérieure à 10%. Sa sensibilité est proche de la valeur théorique. Des développements supplémentaires sont nécessaires pour évaluer les spécifications métrologiques du capteur d'étirement.

Perspectives

Pour compléter le modèle de simulation, l'étude mécanique doit être généralisée. Elle devrait pouvoir permettre d'exprimer les paramètres de la perturbation (A et CC) pour chaque fibre optique, grâce à une série d'équations empiriques ou basées sur des modèles simplifiés dont les variables sont les modules de Young de la mâchoire, du cœur et de la gaine optique de la fibre ainsi que des diamètres du cœur et de la gaine optique.

Le calcul du taux de transmission du capteur est long et nécessite une grande quantité de mémoire vive. L'étude du taux de transmission des modes en fonction de la constante de propagation normalisée a montré que, dans le cas général, soit un mode perd toute son énergie, soit il la conserve quasi totalement. L'analyse statistique permet de déduire une loi empirique exprimant le taux de transmission des modes en fonction de leur constante de propagation normalisée. En annexe IV, nous proposons un modèle statistique pour calculer le taux de transmission du transducteur faisant intervenir un nombre adimensionnel et un coefficient de perte α . Cette approche originale va permettre de généraliser le calcul du taux de transmission à d'autres fibres optiques et d'autres géométries de perturbation.

Le modèle de couplage de modes proposé a été développé pour une fibre optique idéale. Or, les fibres réelles présentent des défauts tels que la fluctuation du rayon du cœur ou encore l'inhomogénéité des indices de réfraction. Ces imperfections vont coupler des modes. Pour tenir compte de ces phénomènes lors de la propagation de la lumière, Gloge a proposé une équation différentielle, de la même forme que celle de Marcuse (Annexe VII). Vu que la longueur de fibre utilisée pour chaque transducteur est très courte, il est possible que les imperfections ne jouent aucun rôle significatif. En revanche, si le signal capteur est déporté sur plusieurs centaines de mètres, il faudra en tenir compte. Ce calcul va permettre de déterminer l'impact des imperfections de la fibre optique sur le taux de transmission du transducteur.

Dans le chapitre V, nous avons démontré que le transducteur peut être utilisé comme capteur de température et comme capteur d'étirement. Nous n'avons pas testé la durée de vie du démonstrateur actuel. Les matériaux du transducteur sont soumis à une contrainte permanente. Leurs propriétés mécaniques sont modifiées par la variation de température. Il y a risque de fluage du polymère de la gaine optique et du PPS de la mâchoire. Pour une application donnée, il existe des procédures pour accélérer le vieillissement des capteurs et déterminer si le cahier des charges est respecté ou non.

Nous avons choisi de réaliser une source fibrée pour optimiser l'injection de la lumière dans la fibre optique. Cette technique n'est pas applicable pour un capteur produit en grande série. La DEL, sans cabochon, doit directement être intégrée dans la mâchoire. Dans ce cas, il faut étudier l'impact du désalignement de la source par rapport à la fibre en terme de puissance injectée. De plus, il faut développer un banc de montage des transducteurs pour que la procédure d'assemblage modifie le moins possible les caractéristiques du capteur et soit optimisée.

Enfin, un circuit électronique d'alimentation et de réception adapté aux applications visées doit être développé. L'annexe X propose des schémas de circuits permettant de limiter le bruit et de supprimer la composante continue du signal. Le choix des composants et des étages électroniques est conditionné par le cahier des charges imposé pour une application spécifique. Il devra faire l'objet d'études spécifiques pour chacune des applications envisagées.

Annexe I – Evaluation théorique des modes guidés dans une fibre optique

Cette annexe va détailler les calculs amenant aux expressions des composantes du champ électromagnétique des modes guidés d'une fibre optique à saut d'indice. La fibre optique est considérée comme un cylindre infini ayant une gaine optique infinie.

La fibre optique est un milieu diélectrique, non magnétique et faiblement absorbant. Les équations de Maxwell sont alors les suivantes:

$$\begin{aligned} \mathbf{rot} \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \mathbf{rot} \mathbf{H} &= \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-1})$$

La propagation de la lumière se fait suivant la direction Oz. La variable longitudinale est séparée des deux variables spatiales transverses et intervient dans un terme propagateur. La forme du champ électromagnétique est détaillée dans l'équation A1-2.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, \theta, z, t) &= \frac{E_0}{2} \begin{bmatrix} E_r(r, \theta) \\ E_\theta(r, \theta) \\ E_z(r, \theta) \end{bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} + cc \\ \mathbf{H}(r, \theta, z, t) &= \frac{E_0}{2} \begin{bmatrix} H_r(r, \theta) \\ H_\theta(r, \theta) \\ H_z(r, \theta) \end{bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} + cc \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-2})$$

β est la constante de propagation du mode. Les valeurs qu'elle peut prendre sont comprises entre la valeur du vecteur d'onde dans le cœur de la fibre et celle du vecteur d'onde dans la gaine optique. cc désigne le complexe conjugué.

$$k_0 n_{co} > \beta > k_0 n_{go} \quad (\text{Eq. A1-3})$$

La combinaison des équations A1-1 et A1-2 permettent d'exprimer les composantes transverses des champs en fonction des composantes longitudinales.

$$\begin{aligned} E_r(r, \theta) &= -\frac{j}{K^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{k_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) \\ H_r(r, \theta) &= -\frac{j}{K^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - n_i^2 \frac{k_0}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) \\ E_\theta(r, \theta) &= -\frac{j}{K^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - k_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \\ H_\theta(r, \theta) &= -\frac{j}{K^2} \left(n_i^2 k_0 \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-4})$$

$$\begin{aligned} K_i^2 &= n_i^2 k_0^2 - \beta^2 \\ u^2 &= n_{co}^2 k_0^2 - \beta^2 \\ w^2 &= \beta^2 - n_{go}^2 k_0^2 \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-5})$$

Les composantes longitudinales des champs sont déduites de l'équation d'onde (Eq. A1-6) projetée sur la direction longitudinale (Eq. A1-7). La même expression est obtenue pour le champ électrique et le champ magnétique.

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{Eq. A1-6})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon \omega^2 E_z &= 0 \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + K^2 E_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-7})$$

La résolution de l'équation A1-7 nécessite une séparation des variables transverses (Eq. A1-8). Cette opération transforme l'équation différentielle à deux variables en deux équations différentielles à une seule variable chacune et fait intervenir une constante de séparation m (Eq. A1-9 et A1-10).

$$E_z(r, \theta) = R(r)Q(\theta) \quad (\text{Eq. A1-8})$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta^2} + m^2 Q = 0 \quad (\text{Eq. A1-9})$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(K^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (\text{Eq. A1-10})$$

La solution de l'équation A1-9 est une fonction sinusoïdale. L'équation A1-10 est une équation différentielle de Bessel. Il existe quatre types de fonctions de Bessel aux comportements asymptotiques différents. Dans le cœur de la fibre, vu qu'il y a réflexion totale sur l'interface cœur/gaine optique, il faut choisir une fonction stationnaire qui ne prenne que des valeurs fines. L'équation A1-11 est la forme mathématique des composantes longitudinales du champ électromagnétique dans le cœur de la fibre. Dans la gaine optique, il faut que la fonction soit évanescence. De plus, la constante K est complexe. La fonction de Bessel retenue est une fonction de Hankel d'ordre 2 modifiée pour la variable complexe. L'équation A1-12 est la forme mathématique des composantes longitudinales du champ électromagnétique dans la gaine optique de la fibre.

$$E_{z,co}(r, \theta) = A J_m(ur) \cos(m\theta + \phi_0) \quad (\text{Eq. A1-11})$$

$$H_{z,co}(r, \theta) = B J_m(ur) \sin(m\theta + \phi_0)$$

$$E_{z,cl}(r, \theta) = C K_m(ur) \cos(m\theta + \phi_0) \quad (\text{Eq. A1-12})$$

$$H_{z,cl}(r, \theta) = D K_m(ur) \sin(m\theta + \phi_0)$$

Les composantes transverses du champ électromagnétique sont déduites des équations A1-4, A1-11 et A1-12. Pour simplifier les écritures les dérivées des champs s'écriront de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_m(ur)}{\partial r} &= u J'_m(ur) \\ \frac{\partial K_m(wr)}{\partial r} &= u K'_m(wr) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-13})$$

La détermination des constantes A, B, C et D nécessitent quatre équations. La continuité des composantes tangentielles des champs (E_θ , E_z , H_θ et H_z) à l'interface cœur/gaine optique donne justement quatre équations (Eq. A1-14) qui peuvent s'écrire sous la forme d'un système (Eq. A1-15). Pour que ce système ait des solutions non triviales, il faut que son déterminant soit nul. L'équation obtenue en posant cette condition est appelée équation caractéristique (Eq. A1-16). Cette équation permet le calcul des constantes de propagation de tous les modes guidés de la fibre.

Le nombre de modes se propageant dans une fibre optique est limité par sa fréquence normalisée V (Eq. A1-17). Une fibre optique est dite monomode lorsqu'il n'y a qu'un seul mode guidé. Il faut alors que la fréquence normalisée de la fibre soit inférieure à 2,4. Dans le cas contraire, la fibre est multimode. La figure A1-1 est la représentation des constantes de propagation des modes normalisées en fonction de la fréquence normalisée de la fibre pour une ouverture numérique de 0,4. Les constantes de propagation normalisées b sont obtenues par transformation linéaire des constantes de propagation β pour les restreindre dans l'intervalle [0 1].

$$\begin{aligned} E_{\theta,co}(a, \theta) = E_{\theta,go}(a, \theta) &\Leftrightarrow A \frac{\beta m}{u^2 a^2} J_m(ua) + B \frac{k_0}{ua} J'_m(ua) = -C \frac{\beta m}{w^2 a^2} K_m(wa) - D \frac{k_0}{wa} K'_m(wa) \\ E_{z,co}(a, \theta) = E_{z,go}(a, \theta) &\Leftrightarrow A J_m(ua) = C K_m(wa) \\ H_{\theta,co}(a, \theta) = H_{\theta,go}(a, \theta) &\Leftrightarrow A \frac{k_0 n_{co}^2}{ua} J'_m(ua) + B \frac{\beta m}{u^2 a^2} J_m(ua) = -C \frac{k_0 n_{go}^2}{wa} K'_m(wa) - D \frac{\beta m}{w^2 a^2} K_m(wa) \\ H_{z,co}(a, \theta) = H_{z,go}(a, \theta) &\Leftrightarrow B J_m(ua) = D K_m(wa) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1-14})$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta m}{u^2 a^2} J_m(ua) & \frac{k_0}{ua} J'_m(ua) & \frac{\beta m}{w^2 a^2} K_m(wa) & \frac{k_0}{wa} K'_m(wa) \\ \frac{k_0 n_{co}^2}{ua} J'_m(ua) & \frac{\beta m}{u^2 a^2} J_m(ua) & \frac{k_0 n_{go}^2}{wa} K'_m(wa) & \frac{\beta m}{w^2 a^2} K_m(wa) \\ J_m(ua) & 0 & -K_m(wa) & 0 \\ 0 & J_m(ua) & 0 & -K_m(wa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(\text{Eq. A1-15})$$

$$\left[\frac{J'_m(ua)}{(ua)J_m(ua)} + \frac{K'_m(wa)}{(wa)K_m(wa)} \right] \left[\frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} \frac{J'_m(ua)}{(ua)J_m(ua)} + \frac{K'_m(wa)}{(wa)K_m(wa)} \right] = m^2 \left(\frac{1}{u^2 a^2} + \frac{1}{w^2 a^2} \right) \left(\frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} \frac{1}{u^2 a^2} + \frac{1}{w^2 a^2} \right)$$

$$V = k_0 a O N$$

$$b = \frac{\beta - k_0 n_{go}}{k_0 n_{co}}$$

(Eq. A1-16)

(Eq. A1-17)

(Eq. A1-18)

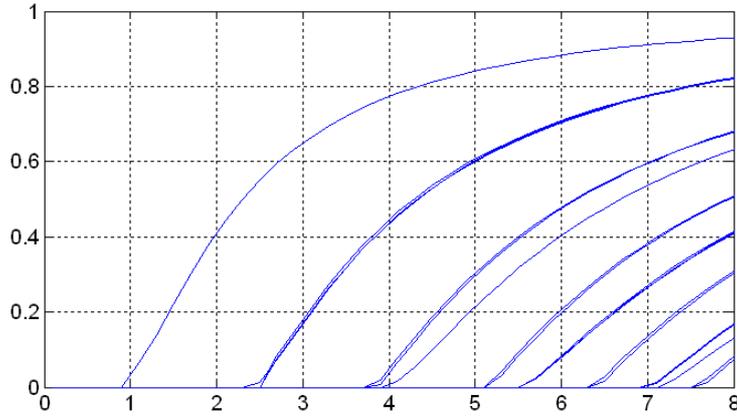


Figure A1-1: Abaque des constantes de propagation normalisée en fonction de la fréquence normalisée pour une ouverture numérique de 0,4

Modes TE/TM

En posant $m=0$, le système de l'équation A1-15 se simplifie en deux systèmes à deux équations (Eq. A1-19 et A1-10). Les équations caractéristiques résultantes sont alors respectivement les équations A1-21 et A1-22.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{ua} J'_0(ua) & \frac{1}{wa} K'_0(wa) \\ J_0(ua) & -K_0(wa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A1-19})$$

$$\begin{bmatrix} \frac{n_{co}^2}{ua} J'_0(ua) & \frac{n_{cl}^2}{wa} K'_0(wa) \\ J_0(ua) & -K_0(wa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A1-20})$$

$$\frac{J'_0(ua)}{(ua)J_0(ua)} + \frac{K'_0(wa)}{(wa)K_0(wa)} = 0 \quad (\text{Eq. A1-21})$$

$$\frac{n_{co}^2}{n_{go}^2} \frac{J'_0(ua)}{(ua)J_0(ua)} + \frac{K'_0(wa)}{(wa)K_0(wa)} = 0 \quad (\text{Eq. A1-22})$$

Les modes ayant une constante de propagation solution de l'équation caractéristique A1-21 ont une composante longitudinale du champ électrique qui est nulle car les constantes A et C sont nulles. Il s'agit de modes transverses électriques (modes TE). Les modes solutions de l'équation A1-22 sont des modes transverses magnétiques (modes TM).

Définition de la coupure et modes EH et HE

La coupure se manifeste lorsque le mode se détache de la structure guidante (cœur). Dans ce cas, w tend vers 0 et ua tend vers V_0 qui est la fréquence de coupure du mode c'est-à-dire la fréquence normalisée minimale que doit avoir la fibre pour que le mode puisse être un mode guidé. A partir de l'équation caractéristique (Eq. A1-16), deux équations, ayant pour inconnues les fréquences de coupure des modes, apparaissent (Eq. A1-23 et A1-24).

$$J_m(V_0) = 0 \quad (\text{Eq. A1-23})$$

$$J_{m-2}(V_0) = \frac{1-n^2}{1+n^2} J_m(V_0) \quad (\text{Eq. A1-24})$$

$$n = \frac{n_{co}}{n_{go}} \quad (\text{Eq. A1-25})$$

Chaque équation correspond à une sous-famille de modes. Ces modes sont dits hybrides car toutes leurs composantes vectorielles sont non nulles.

On distingue alors :

- les modes $EH_{m,p}$ dont les fréquences de coupure sont les zéros de $J_m(V_0)$.
- le mode $HE_{1,1}$ de fréquence de coupure nulle.
- les modes $HE_{1,p+1}$ dont les fréquences de coupure sont les zéros de $J_1(V_0)$.
- les modes $HE_{m,p}$ dont les fréquences de coupure sont solutions de

$$J_{m-2}(V_0) = \frac{1-n^2}{1+n^2} J_m(V_0).$$

Approximation de faible guidage et modes linéairement polarisés

Lorsque les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique ont des valeurs très proches, l'approximation de faible guidage se traduit mathématiquement en posant $n = 1$.

L'équation caractéristique se simplifie et devient :

$$\left[\frac{J'_m(ua)}{(ua)J_m(ua)} + \frac{K'_m(wa)}{(wa)K_m(wa)} \right] = \pm m \left(\frac{1}{u^2 a^2} + \frac{1}{w^2 a^2} \right) \quad (\text{Eq. A1-26})$$

En faible guidage, l'ouverture numérique tend vers 0 donc les constantes de dépendent plus que de la fréquence normalisée de la fibre optique. La figure A1-2 est l'abaque des constantes de propagation en fonction de la fréquence normalisée dans l'approximation de faible guidage.

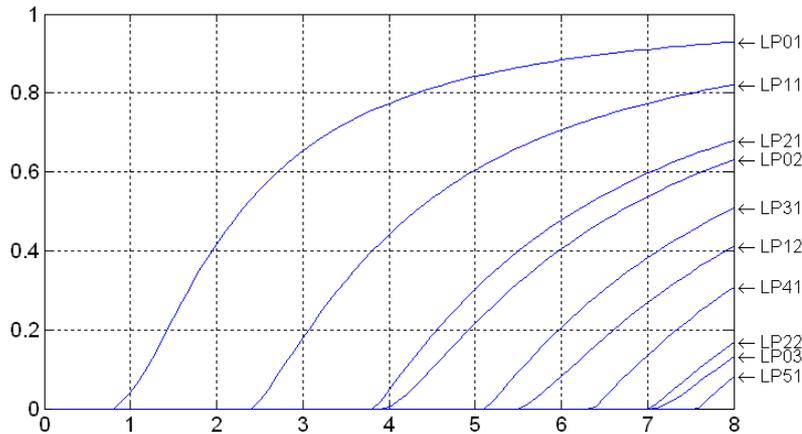


Figure A1-2: Abaque des constantes de propagation normalisée en fonction de la fréquence normalisée dans l'approximation de faible guidage

L'équation A1-24 est réduite à $J_{m-2}(V_0) = 0$ dans l'approximation de faible guidage. Les modes HE_{m+1} sont dégénérés par rapport aux modes EH_{m-1} . Pour comprendre l'impact de cette approximation, il faut exprimer le champ électromagnétique des deux types de modes. Tout d'abord, l'équation A1-27 exprime les constantes B, C et D en fonction de A. Ensuite, le champ électrique transverse est déterminé pour les modes HE et EH. Les équations A1-28 et A1-29 correspondent respectivement au champ électrique transverse pour les modes HE d'indice azimutal $m+1$ et EH d'indice azimutal $m-1$. Comme ces modes ont la même constante de propagation, ils sont combinés dans les équations A1-30 et A1-31. En passant du système de coordonnées cylindriques au système de coordonnées cartésiennes, l'expression du champ électrique se simplifie.

$$B = +A \frac{\beta}{k_0} \text{ pour les modes HE}$$

$$B = -A \frac{\beta}{k_0} \text{ pour les modes EH}$$

$$C = A \frac{J_m(ua)}{K_m(wa)}$$

$$D = B \frac{J_m(ua)}{K_m(wa)}$$

(Eq. A1-27)

$$E_{r,co,HE} = \frac{-j\beta A}{u} J_{m-1}(ur) \cos(m\theta + \phi_0) \quad (\text{Eq. A1-28})$$

$$E_{\theta,co,HE} = \frac{j\beta A}{u} J_{m-1}(ur) \sin(m\theta + \phi_0)$$

$$E_{r,co,EH} = \frac{j\beta A}{u} J_{m+1}(ur) \cos(m\theta + \phi_0) \quad (\text{Eq. A1-29})$$

$$E_{\theta,co,EH} = \frac{j\beta A}{u} J_{m+1}(ur) \sin(m\theta + \phi_0)$$

$$E_{r,co}(r, \theta, z) = [E_{r,co,HE(m+1)} + E_{r,co,EH(m-1)}] e^{-j\beta z} \quad (\text{Eq. A1-30})$$

$$E_{\theta,co}(r, \theta, z) = [E_{\theta,co,HE(m+1)} + E_{\theta,co,EH(m-1)}] e^{-j\beta z}$$

$$E_{r,co}(r, \theta, z) = \frac{2jA\beta}{u} J_m(ur) \sin(m\theta + \phi_0) e^{-j\beta z} \sin(\theta) \quad (\text{Eq. A1-31})$$

$$E_{\theta,co}(r, \theta, z) = \frac{2jA\beta}{u} J_m(ur) \sin(m\theta + \phi_0) e^{-j\beta z} \cos(\theta)$$

L'équation A1-32 est l'expression du champ électrique dans le cœur dans le système de coordonnées cartésiennes. Avec la même démarche, le champ électrique est déterminé dans la gaine optique (Eq. A1-33), introduisant une constante de continuité entre les milieux (Eq. A1-34) puis le champ magnétique (Eq. A1-35) dans le cœur et la gaine optique (Eq. A1-36).

$$E_{X,co}(r, \theta, z) = 0$$

$$E_{Y,co}(r, \theta, z) = \frac{2jA\beta}{u} J_m(ur) \sin(m\theta + \phi_0) e^{-j\beta z}$$

$$E_{Z,co}(r, \theta, z) = A[J_{m+1}(ur) \cos((m+1)\theta + \phi_0) + J_{m-1}(ur) \cos((m-1)\theta + \phi_0)] e^{-j\beta z} \quad (\text{Eq. A1-32})$$

$$E_{X,go}(r, \theta, z) = 0$$

$$E_{Y,go}(r, \theta, z) = G_m \frac{2jA\beta}{u} K_m(wr) \sin(m\theta + \phi_0) e^{-j\beta z}$$

$$E_{Z,go}(r, \theta, z) = A[G_{m+1} K_{m+1}(wr) \cos((m+1)\theta + \phi_0) + G_m - 1 K_{m-1}(wr) \cos((m-1)\theta + \phi_0)] e^{-j\beta z} \quad (\text{Eq. A1-33})$$

$$G_m = \frac{J_m(ua)}{K_m(wa)} \quad (\text{Eq. A1-34})$$

$$H_{X,co}(r, \theta, z) = n \frac{2jA\beta}{u} J_m(ur) \sin(m\theta + \phi_0) e^{-j\beta z}$$

$$H_{Y,co}(r, \theta, z) = 0$$

$$H_{Z,co}(r, \theta, z) = nA[J_{m+1}(ur) \cos((m+1)\theta + \phi_0) + J_{m-1}(ur) \cos((m-1)\theta + \phi_0)] e^{-j\beta z} \quad (\text{Eq. A1-35})$$

$$H_{X,go}(r, \theta, z) = nG_m \frac{2jA\beta}{u} K_m(wr) \sin(m\theta + \phi_0) e^{-j\beta z}$$

$$H_{Y,go}(r, \theta, z) = 0$$

$$H_{Z,go}(r, \theta, z) = nA[G_{m+1} K_{m+1}(wr) \cos((m+1)\theta + \phi_0) + G_{m-1} K_{m-1}(wr) \cos((m-1)\theta + \phi_0)] e^{-j\beta z} \quad (\text{Eq. A1-36})$$

avec $n = n_{co} = n_{go}$.

Distribution de l'intensité

La distribution de l'intensité est la manière dont l'énergie se répartit dans la fibre optique. Mathématiquement, elle se calcule en projetant le vecteur de Poynting sur la direction longitudinale.

$$I = E_X H_Y^* - E_Y H_X^*$$

$$I = 2E_0 H_0 \left(\frac{A\beta}{u} \right)^2 n \sin^2(m\theta + \phi_0) (1 + \cos(2[\omega t - \beta z])) \begin{cases} J_m^2(ur) & \text{pour } r \leq a \\ G_m^2 K_m^2(wr) & \text{pour } r > a \end{cases} \quad (\text{Eq. A1-37})$$

Puissance véhiculée et normalisation des modes

La puissance véhiculée pour chaque mode est l'intégrale sur la section transverse de la fibre optique de la distribution de l'intensité.

$$P = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty I r dr d\theta$$

$$P = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 P_t (1 + \cos(2[\omega t - \beta z]))$$

$$P_t = A^2 \beta^2 a^2 n \frac{\pi}{2} [J_m^2(ua) + G_m^2 K_m^2(wa) - J_{m-1}^2(ua) J_{m+1}^2(ua) - G_{m-1}^2 G_{m+1}^2 K_{m-1}^2(wa) K_{m+1}^2(wa)]$$

(Eq. A1-38)

A est la dernière constante non déterminée. Elle sert à normaliser le mode en puissance en posant $P_t = 1$. Dans ce cas, l'équation A1-39 donne l'expression de A.

$$A = \frac{1}{\beta a \sqrt{\frac{n\pi}{2}} \sqrt{2J_m(ua) + J_{m+1}(ua) J_{m-1}(ua) \left(\frac{wa}{ua} - 1\right)}} \quad (\text{Eq. A1-39})$$

Annexe II – Evaluation théorique des modes rayonnés dans une fibre optique

Cette annexe va détailler les calculs amenant aux expressions des composantes du champ électromagnétique des modes guidés d'une fibre optique à saut d'indice.

Les premières étapes de calcul (forme des champs, équations de Maxwell, expressions des composantes transverses des champs à partir des composantes longitudinales restent identiques). Les modes rayonnés forment un continuum c'est-à-dire qu'ils peuvent prendre n'importe quelle constante de propagation β dans l'intervalle suivant :

$$0 > \beta > k_0 n_{co} \quad (\text{Eq. A2-1})$$

Les variables u et w sont remplacées respectivement par σ et ρ .

$$\begin{aligned} \sigma &= n_{co}^2 k_0^2 - \beta^2 \\ \rho &= n_{go}^2 k_0^2 - \beta^2 \end{aligned} \quad (\text{Eq. A2-2})$$

Le champ électromagnétique longitudinal dans le cœur prend exactement la même forme que pour les modes guidés.

$$\begin{aligned} E_{z,co}(r, \theta) &= A J_m(\sigma r) \cos(m\theta + \phi_0) \\ H_{z,co}(r, \theta) &= B J_m(\sigma r) \sin(m\theta + \phi_0) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A2-3})$$

Dans la gaine optique, ρ est une variable réelle dans le cas des modes rayonnés. Au lieu d'utiliser une fonction de Hankel modifiée pour la variable complexe, il faut utiliser une combinaison linéaire de fonctions de Hankel de première et seconde espèce.

$$\begin{aligned} E_{z,go}(r, \theta) &= [C H_m^1(\rho r) + D H_m^2(\rho r)] \cos(m\theta + \phi_0) \\ H_{z,go}(r, \theta) &= [E H_m^1(\rho r) + F H_m^2(\rho r)] \sin(m\theta + \phi_0) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A2-4})$$

Comme il y a deux constantes supplémentaires (E et F), il faut deux équations supplémentaires. Le champ électromagnétique tangentiel est continu à l'interface cœur/gaine optique. Dans ce cas, la condition supplémentaire est la continuité de la dérivée de ce champ tangentiel. L'équation A2-5 permet de simplifier l'écriture de la dérivée des fonctions de Hankel. Les composantes du champ orthoradial (Eq. A2-6) sont calculées grâce aux expressions de l'équation A1-4. L'équation A2-7 regroupe toutes les dérivées des composantes des champs tangentielles à l'interface cœur/gaine optique. L'écriture des conditions de continuité (Eq. A2-8) donne 8 équations avec 6 inconnues.

$$\frac{\partial H_m(\rho r)}{\partial r} = \rho H_m'(\rho r) \quad (\text{Eq. A2-5})$$

$$\begin{aligned} E_{\theta,co}(r, \theta) &= \frac{j}{\sigma} \left[A \frac{\beta m}{\sigma r} J_m(\sigma r) + B k_0 J_m'(\sigma r) \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\ E_{\theta,go}(r, \theta) &= \frac{j}{\rho} \left[\frac{\beta m}{\rho r} (C H_m^1(\rho r) + D H_m^2(\rho r)) + k_0 (E H_m^1'(\rho r) + F H_m^2'(\rho r)) \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\ H_{\theta,co}(r, \theta) &= -\frac{j}{\sigma} \left[A n_{co}^2 k_0 J_m'(\sigma r) + B \frac{\beta m}{\sigma r} J_m(\sigma r) \right] \cos(m\theta + \phi_0) \\ H_{\theta,go}(r, \theta) &= -\frac{j}{\rho} \left[n_{go}^2 k_0 (C H_m^1'(\rho r) + D H_m^2'(\rho r)) + \frac{\beta m}{\rho r} (E H_m^1(\rho r) + F H_m^2(\rho r)) \right] \cos(m\theta + \phi_0) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A2-6})$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_{z,co}}{\partial r} &= A\sigma J'_m(\sigma r) \cos(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial E_{z,go}}{\partial r} &= \rho[CH_m^1'(\rho r) + DH_m^2'(\rho r)] \cos(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial H_{z,co}}{\partial r} &= B\sigma J'_m(\sigma r) \sin(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial H_{z,go}}{\partial r} &= \rho[EH_m^1'(\rho r) + FH_m^2'(\rho r)] \sin(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial E_{\theta,co}}{\partial r} &= \frac{j}{\sigma} \left[A \frac{\beta m}{r} J'_m(\sigma r) + B k_0 J''_m(\sigma r) \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial E_{\theta,go}}{\partial r} &= \frac{j}{\rho} \left[\frac{\beta m}{r} (CH_m^1'(\rho r) + DH_m^2'(\rho r)) + k_0 \rho (EH_m^1''(\rho r) + FH_m^2''(\rho r)) \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial H_{\theta,co}}{\partial r} &= -\frac{j}{\sigma} \left[An_{co}^2 k_0 \sigma J''_m(\sigma r) + B \frac{\beta m}{r} J'_m(\sigma r) \right] \cos(m\theta + \phi_0) \\
\frac{\partial H_{\theta,go}}{\partial r} &= -\frac{j}{\rho} \left[n_{go}^2 k_0 \rho (CH_m^1''(\rho r) + DH_m^2''(\rho r)) + \frac{\beta m}{r} (EH_m^1'(\rho r) + FH_m^2'(\rho r)) \right] \cos(m\theta + \phi_0)
\end{aligned}
\tag{Eq. A2-7}$$

$$\begin{aligned}
AJ_m(\sigma a) &= CH_m^1(\rho a) + DH_m^2(\rho a) \\
BJ_m(\sigma a) &= EH_m^1(\rho a) + FH_m^2(\rho a) \\
\frac{1}{\sigma} \left[A \frac{\beta m}{\sigma r} J_m(\sigma a) + B k_0 J'_m(\sigma a) \right] &= \frac{1}{\rho} \left[\frac{\beta m}{\rho r} (CH_m^1(\rho a) + DH_m^2(\rho a)) + k_0 (EH_m^1'(\rho a) + FH_m^2'(\rho a)) \right] \\
\frac{1}{\sigma} \left[An_{co}^2 k_0 J'_m(\sigma a) + B \frac{\beta m}{\sigma r} J_m(\sigma a) \right] &= \frac{1}{\rho} \left[n_{go}^2 k_0 (CH_m^1'(\rho a) + DH_m^2'(\rho a)) + \frac{\beta m}{\rho r} (EH_m^1(\rho a) + FH_m^2(\rho a)) \right] \\
A\sigma J'_m(\sigma a) &= \rho[CH_m^1'(\rho a) + DH_m^2'(\rho a)] \\
B\sigma J'_m(\sigma a) &= \rho[EH_m^1'(\rho a) + FH_m^2'(\rho a)] \\
\frac{1}{\sigma} \left[A \frac{\beta m}{r} J'_m(\sigma a) + B k_0 J''_m(\sigma a) \right] &= \frac{1}{\rho} \left[\frac{\beta m}{r} (CH_m^1'(\rho a) + DH_m^2'(\rho a)) + k_0 \rho (EH_m^1''(\rho a) + FH_m^2''(\rho a)) \right] \\
\frac{1}{\sigma} \left[An_{co}^2 k_0 \sigma J''_m(\sigma a) + B \frac{\beta m}{r} J'_m(\sigma a) \right] &= \frac{1}{\rho} \left[n_{go}^2 k_0 \rho (CH_m^1''(\rho a) + DH_m^2''(\rho a)) + \frac{\beta m}{r} (EH_m^1'(\rho a) + FH_m^2'(\rho a)) \right]
\end{aligned}
\tag{Eq. A2-8}$$

Grâce au système de l'équation A2-8, les constantes B, C, D, E, et F peuvent être exprimées en fonction de A. Pour simplifier les écritures, l'équation A2-9 donne certaines propriétés des fonctions de Bessel. L'équation A2-10, qui exprime toutes les variables à partir de A fait intervenir de nouvelle constante explicitée dans l'équation A2-11.

$$\begin{aligned}
J'_m(\sigma a) &= -J_{m+1}(\sigma a) + \frac{m}{\sigma a} J_m(\sigma a) \\
H'_m(\rho a) &= -H_{m+1}(\rho a) + \frac{m}{\rho a} H_m(\rho a)
\end{aligned}
\tag{Eq. A2-9}$$

$$H_{m+1}^1(\rho a) H_m^2(\rho a) - H_m^1(\rho a) H_{m+1}^2(\rho a) = \frac{4}{j\pi\rho a}$$

$$B = A \frac{\beta}{k_0} K_3$$

$$C = AK_2$$

$$D = -AK_1$$

$$E = A \frac{\beta}{k_0}$$

$$F = -A \frac{\beta}{k_0} K_1 K_3$$

$$\tag{Eq. A2-10}$$

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{j\pi a}{4} [\sigma J_{m+1}(\sigma a) H_m^1(\rho a) - \rho J_m(\sigma a) H_{m+1}^1(\rho a)] \\
K_2 &= \frac{j\pi a}{4} [\sigma J_{m+1}(\sigma a) H_m^2(\rho a) - \rho J_m(\sigma a) H_{m+1}^2(\rho a)] \\
K_3 &= \frac{\frac{1}{\sigma} (J_{m+1}(\sigma a) + J_{m-1}(\sigma a)) + \frac{K_1}{\rho} (H_{m-1}^2(\rho a) + H_{m+1}^2(\rho a)) - \frac{K_2}{\rho} (H_{m-1}^1(\rho a) + H_{m+1}^1(\rho a))}{\frac{1}{\sigma} (J_{m+1}(\sigma a) - J_{m-1}(\sigma a)) + \frac{K_2}{\rho} (H_{m-1}^2(\rho a) - H_{m+1}^2(\rho a)) - \frac{K_1}{\rho} (H_{m-1}^1(\rho a) - H_{m+1}^1(\rho a))}
\end{aligned} \tag{Eq. A2-11}$$

Le champ électromagnétique est désormais connu à une constante près. La transformation des fonctions de Bessel proposée dans l'équation A2-12 permet d'écrire le champ électromagnétique du mode rayonné dans les équations A2-13 jusqu'à A2-16.

$$\begin{aligned}
Z_m(X) &= \frac{X}{m} \left(\frac{Z_{m-1}(X) + Z_{m+1}(X)}{2} \right) \\
Z'_m(X) &= \left(\frac{Z_{m-1}(X) - Z_{m+1}(X)}{2} \right)
\end{aligned} \tag{Eq. A2-12}$$

$$\begin{aligned}
E_{r,co}(r, \theta) &= -\frac{j}{\sigma} A\beta \left[J_{m-1}(\sigma r) \left(\frac{K_3+1}{2} \right) + J_{m+1}(\sigma r) \left(\frac{K_3-1}{2} \right) \right] \cos(m\theta + \phi_0) \\
E_{\theta,co}(r, \theta) &= \frac{j}{\sigma} A\beta \left[J_{m-1}(\sigma r) \left(\frac{K_3+1}{2} \right) + J_{m+1}(\sigma r) \left(\frac{1-K_3}{2} \right) \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\
E_{z,co}(r, \theta) &= A J_m(\sigma r) \cos(m\theta + \phi_0)
\end{aligned} \tag{Eq. A2-13}$$

$$\begin{aligned}
E_{r,go}(r, \theta) &= -\frac{j}{\rho} A\beta \left[\begin{aligned} &K_2 \left\{ H_{m-1}^1(\rho r) \left(\frac{K_3+1}{2} \right) + H_{m+1}^1(\rho r) \left(\frac{K_3-1}{2} \right) \right\} \\ &- K_1 \left\{ H_{m-1}^2(\rho r) \left(\frac{K_3+1}{2} \right) + H_{m+1}^2(\rho r) \left(\frac{K_3-1}{2} \right) \right\} \end{aligned} \right] \cos(m\theta + \phi_0) \\
E_{\theta,go}(r, \theta) &= \frac{j}{\rho} A\beta \left[\begin{aligned} &K_2 \left\{ H_{m-1}^1(\rho r) \left(\frac{K_3+1}{2} \right) + H_{m+1}^1(\rho r) \left(\frac{1-K_3}{2} \right) \right\} \\ &- K_1 \left\{ H_{m-1}^2(\rho r) \left(\frac{K_3+1}{2} \right) + H_{m+1}^2(\rho r) \left(\frac{1-K_3}{2} \right) \right\} \end{aligned} \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\
E_{z,go}(r, \theta) &= A [K_2 H_m^1(\rho r) - K_1 H_m^2(\rho r)] \cos(m\theta + \phi_0)
\end{aligned} \tag{Eq. A2-14}$$

$$\begin{aligned}
H_{r,co}(r, \theta) &= -\frac{j}{\sigma} A [J_{m-1}(\sigma r) R_1 + J_{m+1}(\sigma r) R_2] \sin(m\theta + \phi_0) \\
H_{\theta,co}(r, \theta) &= -\frac{j}{\sigma} A [J_{m-1}(\sigma r) R_1 + J_{m+1}(\sigma r) R_2] \cos(m\theta + \phi_0) \\
H_{z,co}(r, \theta) &= A \frac{\beta}{k_0} K_3 J_m(\sigma r) \sin(m\theta + \phi_0)
\end{aligned} \tag{Eq. A2-15}$$

$$\begin{aligned}
H_{r,go}(r, \theta) &= -\frac{j}{\sigma} A \left[\begin{aligned} &K_2 \{ H_{m-1}^1(\rho r) R_1 + H_{m+1}^1(\rho r) R_2 \} \\ &- K_1 \{ H_{m-1}^2(\rho r) R_1 + H_{m+1}^2(\rho r) R_2 \} \end{aligned} \right] \sin(m\theta + \phi_0) \\
H_{\theta,go}(r, \theta) &= -\frac{j}{\sigma} A \left[\begin{aligned} &K_2 \{ H_{m-1}^1(\rho r) R_1 + H_{m+1}^1(\rho r) R_2 \} \\ &- K_1 \{ H_{m-1}^2(\rho r) R_1 + H_{m+1}^2(\rho r) R_2 \} \end{aligned} \right] \cos(m\theta + \phi_0) \\
H_{z,go}(r, \theta) &= A \frac{\beta}{k_0} K_3 [K_2 H_m^1(\rho r) - K_1 H_m^2(\rho r)] \sin(m\theta + \phi_0)
\end{aligned} \tag{Eq. A2-16}$$

$$\begin{aligned}
R_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{n_{co}^2 k_0}{\beta} + \frac{\beta}{k_0} K_3 \right) \\
R_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{n_{co}^2 k_0}{\beta} - \frac{\beta}{k_0} K_3 \right)
\end{aligned} \tag{Eq. A2-17}$$

Annexe III – Calcul des coefficients de couplage entre modes guidés et modes rayonnés

Cette annexe va détailler les calculs amenant aux expressions mathématiques simplifiées des coefficients de couplage. Le coefficient de couplage $K_{\mu,\nu}$ entre un mode d'indice μ et un mode d'indice ν est le produit entre un terme intégral qui ne dépend que du champ électromagnétique des modes $k_{\mu,\nu}$ et de la perturbation $f(z)$. Dans cette annexe, seul $k_{\mu,\nu}$ sera traité.

$$K_{\mu,\nu} = k_{\mu,\nu} f(z) \quad (\text{Eq. A3-1})$$

$$k_{\mu,\nu} = \frac{\omega \varepsilon_0}{4j} (n_{co}^2 - n_{cl}^2) a \int_0^{2\pi} \cos(m\theta) \left[\begin{array}{l} \frac{n_{co}^2}{n_{cl}^2} E_{\mu,r}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,r}(a, \theta) \\ + E_{\mu,\theta}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,\theta}(a, \theta) \\ + E_{\mu,z}^*(a, \theta) \cdot E_{\nu,z}(a, \theta) \end{array} \right] d\theta \quad (\text{Eq. A3-2})$$

AIII.1 Expressions mathématiques des champs électromagnétiques considérés

Dans le calcul de l'intégrale interviennent uniquement les valeurs du champ électrique des modes évaluées au niveau de l'interface cœur/gaine optique. La formule du coefficient de couplage est aussi bien valable pour le couplage entre deux modes guidés s'entre un mode guidé et un mode rayonné. De plus, lorsque l'on considère un couplage entre deux modes, il y a quatre coefficients à calculer car chaque mode peut avoir deux polarisations. L'expression du champ électrique des champs est donnée pour les modes linéairement polarisés dans l'approximation de faible guidage [Marcuse, 1991]. Dans ce document, les formules mathématiques exactes des coefficients $k_{\mu,\nu}$ sont données. Dans son livre, Marcuse n'en donne qu'une forme simplifiée.

Mode guidé polarisé suivant X

$$E_X(a, \theta) = A_\mu J_\mu(\kappa_\mu a) \sin(m\theta)$$

$$E_Y(a, \theta) = 0$$

$$E_Z(a, \theta) = jA_\mu \frac{\kappa_\mu}{2\beta_\mu} [J_{\mu+1}(\kappa_\mu a) \cos((m+1)\theta) - J_{\mu-1}(\kappa_\mu a) \cos((m-1)\theta)]$$

(Eq. A3-3)

Mode guidé polarisé suivant Y

$$E_X(a, \theta) = 0$$

$$E_Y(a, \theta) = A_\mu J_\mu(\kappa_\mu a) \sin(m\theta)$$

$$E_Z(a, \theta) = jA_\mu \frac{\kappa_\mu}{2\beta_\mu} [J_{\mu+1}(\kappa_\mu a) \cos((m+1)\theta) - J_{\mu-1}(\kappa_\mu a) \cos((m-1)\theta)]$$

(Eq. A3-4)

Mode rayonné polarisé suivant X

$$E_X(a, \theta) = \frac{A_\nu}{4} \left[2 \left(\frac{nk_0}{\beta_\nu} + 1 \right) J_\nu(\sigma a) \cos(m\theta) + \left(\frac{nk_0}{\beta_\nu} - 1 \right) \left(\begin{array}{l} J_{\nu+2}(\sigma a) \cos((m+2)\theta) + \\ J_{\nu-2}(\sigma a) \cos((m-2)\theta) \end{array} \right) \right]$$

$$E_Y(a, \theta) = \frac{A_\nu}{4} \left(\frac{nk_0}{\beta_\nu} - 1 \right) \left[\begin{array}{l} J_{\nu+2}(\sigma a) \sin((m+2)\theta) - \\ J_{\nu-2}(\sigma a) \sin((m-2)\theta) \end{array} \right]$$

$$E_Z(a, \theta) = jA_\nu \frac{\sigma}{2\beta_\nu} [J_{\nu+1}(\sigma a) \cos((m+1)\theta) - J_{\nu-1}(\sigma a) \cos((m-1)\theta)]$$

(Eq. A3-5)

Mode rayonné polarisé suivant Y

$$\begin{aligned}
 E_X(a, \theta) &= \frac{A_v}{4} \left(\frac{nk_0}{\beta_v} - 1 \right) \left[J_{\nu+2}(\sigma a) \sin((m+2)\theta) - J_{\nu-2}(\sigma a) \sin((m-2)\theta) \right] \\
 E_Y(a, \theta) &= \frac{A_v}{4} \left[2 \left(\frac{nk_0}{\beta_v} + 1 \right) J_\nu(\sigma a) \cos(m\theta) - \left(\frac{nk_0}{\beta_v} - 1 \right) \left(J_{\nu+2}(\sigma a) \cos((m+2)\theta) + J_{\nu-2}(\sigma a) \cos((m-2)\theta) \right) \right] \\
 E_Z(a, \theta) &= jA_v \frac{\sigma}{2\beta_v} \left[J_{\nu+1}(\sigma a) \cos((m+1)\theta) + J_{\nu-1}(\sigma a) \cos((m-1)\theta) \right]
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-6}$$

$$\begin{aligned}
 n_{go}k_0 &> \beta_\mu > n_{co}k_0 \\
 0 &> \beta_\nu \geq n_{go}k_0
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-7}$$

AIII.2 Coefficients de couplage généraux

Les coefficients $k_{\mu,\nu}$ ont une forme compliquée. Pour simplifier leur écriture, une série de constantes est introduite.

$$T = \pi \frac{\omega \varepsilon_0}{4j} (n_{co}^2 - n_{go}^2) a \tag{Eq. A3-8}$$

$$\begin{aligned}
 \kappa_\mu &= \sqrt{n_{co}^2 k_0^2 - \beta_\mu^2} \\
 \gamma_\mu &= \sqrt{\beta_\mu^2 - n_{go}^2 k_0^2}
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-9}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \sqrt{n_{co}^2 k_0^2 - \beta_\nu^2} \\
 \rho &= \sqrt{n_{go}^2 k_0^2 - \beta_\nu^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 &= A_\mu J_\mu(\kappa_\mu a) \\
 G_2 &= A_\mu \frac{\kappa_\mu}{2\beta_\mu} J_{\mu+1}(\kappa_\mu a) \\
 G_3 &= A_\mu \frac{\kappa_\mu}{2\beta_\mu} J_{\mu-1}(\kappa_\mu a)
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-10}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{A_v}{4} \left(\frac{nk_0}{\beta_\nu} + 1 \right) J_\nu(\sigma a) \\
 R_2 &= \frac{A_v}{4} \left(\frac{nk_0}{\beta_\nu} - 1 \right) J_{\nu+2}(\sigma a) \\
 R_3 &= \frac{A_v}{4} \left(\frac{nk_0}{\beta_\nu} - 1 \right) J_{\nu-2}(\sigma a) \\
 R_5 &= \frac{A_v}{4} \frac{\sigma}{2\beta_\nu} J_{\nu+1}(\sigma a) \\
 R_6 &= \frac{A_v}{4} \frac{\sigma}{2\beta_\nu} J_{\nu-1}(\sigma a)
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-11}$$

$$\begin{aligned}
 e_\mu &= \begin{cases} 2 & \text{si } \mu = 0 \\ 1 & \text{si } \mu \neq 0 \end{cases} \\
 e_\nu &= \begin{cases} 2 & \text{si } \nu = 0 \\ 1 & \text{si } \nu \neq 0 \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-12}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{j\pi a}{4} [\sigma J_{\nu+1}(\sigma a) H_\nu^2(\rho a) - \rho J_\nu(\sigma a) H_{\nu+1}^2(\rho a)] \\
 C &= -\frac{j\pi a}{4} [\sigma J_{\nu+1}(\sigma a) H_\nu^1(\rho a) - \rho J_\nu(\sigma a) H_{\nu+1}^1(\rho a)]
 \end{aligned}
 \tag{Eq. A3-13}$$

$$A_\mu = \sqrt{\frac{4 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \gamma_\mu^2}{e_\mu \pi a^2 n (n_{co}^2 - n_{go}^2) k_0^2 |J_{\nu+1}(\sigma a) J_{\nu-1}(\sigma a)|}} \tag{Eq. A3-14}$$

$$A_\nu = \sqrt{\frac{\rho |\beta_\nu| \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{2e_\nu \pi n^2 k_0^2 BC}} \tag{Eq. A3-15}$$

Grâce aux expressions des équations A3-8 à A3-15, les quatre coefficients $k_{\mu,\nu}$ intervenant dans le couplage radiatif sont les expressions suivantes :

$$k_{\mu,\nu}^{X,X} = T \begin{bmatrix} G_1 R_1 (\delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m} + \delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m}) \\ + \frac{G_1 R_2}{2} (\delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2} + \delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2}) \\ + \frac{G_1 R_3}{2} (\delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2} + \delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2}) \\ + 2G_2 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \\ - 2G_2 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2}) \\ - 2G_3 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2}) \\ + 2G_3 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A3-16})$$

$$k_{\mu,\nu}^{Y,Y} = T \begin{bmatrix} G_1 R_1 (\delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m} + \delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m}) \\ - \frac{G_1 R_2}{2} (\delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2} + \delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2}) \\ - \frac{G_1 R_3}{2} (\delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2} + \delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2}) \\ + 2G_2 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \\ + 2G_2 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2}) \\ + 2G_3 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2}) \\ + 2G_3 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A3-17})$$

$$k_{\mu,\nu}^{X,Y} = T \begin{bmatrix} \frac{G_1 R_2}{2} (\delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2} + \delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2}) \\ - \frac{G_1 R_3}{2} (\delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2} + \delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2}) \\ + 2G_2 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \\ + 2G_2 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2}) \\ - 2G_3 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2}) \\ - 2G_3 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A3-18})$$

$$k_{\mu,\nu}^{Y,X} = T \begin{bmatrix} \frac{G_1 R_2}{2} (\delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2} + \delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2}) \\ - \frac{G_1 R_3}{2} (\delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2} + \delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2}) \\ + 2G_2 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \\ - 2G_2 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2}) \\ + 2G_3 R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2}) \\ - 2G_3 R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A3-19})$$

Dans l'expression des coefficients, des symboles de Kronecker apparaissent c'est-à-dire un mode guidé d'indice azimutal μ ne peut se coupler au continuum des modes rayonnés d'indice azimutal ν uniquement si ν prend certaines valeurs particulières qui dépendent du type de perturbation. Le tableau 1 synthétise tous les couplages possibles d'un mode guidé d'indice azimutal μ en fonction du type de perturbation.

Type de perturbation	Valeur de m	Valeurs possibles de ν
circulaire	0	$\mu-2$ μ $\mu+2$
microcourbure	1	$\mu-3$ $\mu-1$ $\mu+1$ $\mu+3$
elliptique	2	$\mu-4$ $\mu-2$ μ $\mu+2$ $\mu+4$

Tableau A3-1: Valeurs possibles de ν en fonction de μ et du type de perturbation

Les $k_{\mu,\nu}$ coefficients font intervenir 7 termes identiques avec des signes différents. L'équation A3-20 est une notation qui généralise les quatre coefficients. Cette nouvelle écriture fait intervenir 7 variables S_k qui peuvent prendre trois valeurs : +1, -1 et 0. Le tableau 2 donne la valeur de ces variables pour chaque type de couplage.

$$k_{\mu,\nu} = T \begin{bmatrix} S_{G_1R_1} \cdot G_1R_1 (\delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m} + \delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m}) \\ + S_{G_1R_2} \cdot \frac{G_1R_2}{2} (\delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2} + \delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2}) \\ + S_{G_1R_2} \cdot \frac{G_1R_3}{2} (\delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2} + \delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2}) \\ + 2S_{G_2R_5} \cdot G_2R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m-2} + \delta_{\mu,-\nu+m-2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \\ + 2S_{G_2R_6} \cdot G_2R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m-2} + \delta_{\mu,\nu+m-2}) \\ + 2S_{G_3R_5} \cdot G_3R_5 (\delta_{\mu,-\nu-m} + \delta_{\mu,-\nu+m} + \delta_{\mu,\nu-m+2} + \delta_{\mu,\nu+m+2}) \\ + 2S_{G_3R_6} \cdot G_3R_6 (\delta_{\mu,-\nu-m+2} + \delta_{\mu,-\nu+m+2} + \delta_{\mu,\nu-m} + \delta_{\mu,\nu+m}) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A3-20})$$

	$S_{G_1R_1}$	$S_{G_1R_2}$	$S_{G_1R_3}$	$S_{G_2R_5}$	$S_{G_2R_6}$	$S_{G_3R_5}$	$S_{G_3R_6}$
$k_{\mu,\nu}^{X,X}$	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
$k_{\mu,\nu}^{Y,Y}$	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
$k_{\mu,\nu}^{X,Y}$	0	+1	-1	+1	+1	-1	-1
$k_{\mu,\nu}^{Y,X}$	0	+1	-1	+1	-1	+1	-1

Tableau A3-2: Définition des 7 nouveaux coefficients

AIII.3 Coefficients de couplage pour chaque type de perturbation

Pour chaque type de perturbation, l'expression A3-20 peut être simplifiée.

AIII.3.1 Coefficients $k_{\mu,\nu}$ pour une perturbation circulaire

Pour ce type de perturbation, un mode guidé μ peut se coupler à trois continus de modes rayonnés. L'équation A3-21 introduit la notation pour ces types de modes rayonnés.

$$\begin{aligned} R_k^- &= R_k \text{ pour } \nu = \mu - 2 \\ R_k^{\bar{\bar{}}} &= R_k \text{ pour } \nu = \mu \\ R_k^+ &= R_k \text{ pour } \nu = \mu + 2 \\ k &\in \{1,2,3,5,6\} \end{aligned} \quad (\text{Eq. A3-21})$$

$$k_{\mu,\nu} = T \begin{bmatrix} [S_{G_1R_2} \cdot G_1R_2^- - 4S_{G_3R_5} \cdot G_3R_5^-] (1 - \delta_{\mu,0}) (1 - \delta_{\mu,1}) \\ + 2S_{G_1R_1} \cdot G_1R_1^{\bar{\bar{}}} + 4S_{G_2R_5} \cdot G_2R_5^{\bar{\bar{}}} + 4S_{G_3R_6} \cdot G_3R_6^{\bar{\bar{}}} \\ + S_{G_1R_3} \cdot G_1R_3^+ + 4S_{G_2R_6} \cdot G_2R_6^+ \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A3-22})$$

AIII.3.2 Coefficients $k_{\mu,\nu}$ pour une perturbation microcourbure

Pour ce type de perturbation, un mode guidé μ peut se coupler à quatre continus de modes rayonnés. L'équation A3-23 introduit la notation pour ces types de modes rayonnés.

$$\begin{aligned} R_k^{\bar{\bar{\bar{}}}} &= R_k \text{ pour } \nu = \mu - 3 \\ R_k^{\bar{\bar{}}} &= R_k \text{ pour } \nu = \mu - 1 \\ R_k^+ &= R_k \text{ pour } \nu = \mu + 1 \\ R_k^{\bar{\bar{\bar{}}}} &= R_k \text{ pour } \nu = \mu + 3 \\ k &\in \{1,2,3,5,6\} \end{aligned} \quad (\text{Eq. A3-23})$$

$$k_{\mu,\nu} = T \left[\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} S_{G_1 R_2} \cdot G_1 R_2^{--} + 2 S_{G_3 R_5} \cdot G_3 R_5^{--} \right] (1 - \delta_{\mu,0})(1 - \delta_{\mu,1})(1 - \delta_{\mu,2}) \\ & + \left[S_{G_1 R_1} \cdot G_1 R_1^- + \frac{1}{2} S_{G_1 R_2} \cdot G_1 R_2^- + 2 S_{G_2 R_5} \cdot G_2 R_5^- + 2 S_{G_3 R_5} \cdot G_3 R_5^- + 2 S_{G_3 R_6} \cdot G_3 R_6^- \right] (1 - \delta_{\mu,0}) \\ & + S_{G_1 R_1} \cdot G_1 R_1^+ + \frac{1}{2} S_{G_1 R_3} \cdot G_1 R_3^+ + 2 S_{G_2 R_5} \cdot G_2 R_5^+ + 2 S_{G_2 R_6} \cdot G_2 R_6^+ + 2 S_{G_3 R_6} \cdot G_3 R_6^+ \\ & + \frac{1}{2} S_{G_1 R_3} \cdot G_1 R_3^{++} + 2 S_{G_2 R_6} \cdot G_2 R_6^{++} \end{aligned} \right] \quad (\text{Eq. A3-24})$$

AIII.3.3 Coefficients $k_{\mu,\nu}$ pour une perturbation elliptique

Pour ce type de perturbation, un mode guidé μ peut se coupler à cinq continums de modes rayonnés. L'équation A3-25 introduit la notation pour ces types de modes rayonnés.

$$R_k^{--} = R_k \text{ pour } \nu = \mu - 4$$

$$R_k^- = R_k \text{ pour } \nu = \mu - 2$$

$$R_k^{\bar{\bar{}}} = R_k \text{ pour } \nu = \mu$$

$$R_k^+ = R_k \text{ pour } \nu = \mu + 2$$

$$R_k^{++} = R_k \text{ pour } \nu = \mu + 4$$

$$k \in \{1,2,3,5,6\}$$

(Eq. A3-25)

$$k_{\mu,\nu} = T \left[\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} S_{G_1 R_2} \cdot G_1 R_2^{--} + 2 S_{G_3 R_5} \cdot G_3 R_5^{--} \right] (1 - \delta_{\mu,0})(1 - \delta_{\mu,1})(1 - \delta_{\mu,2})(1 - \delta_{\mu,3}) \\ & + \left[S_{G_1 R_1} \cdot G_1 R_1^- + 2 S_{G_2 R_5} \cdot G_2 R_5^- + 2 S_{G_3 R_6} \cdot G_3 R_6^- \right] (1 - \delta_{\mu,0})(1 - \delta_{\mu,1}) \\ & + \frac{1}{2} S_{G_1 R_2} \cdot G_1 R_2^{\bar{\bar{}}} + \frac{1}{2} S_{G_1 R_3} \cdot G_1 R_3^{\bar{\bar{}}} + 2 S_{G_2 R_6} \cdot G_2 R_6^{\bar{\bar{}}} + 2 S_{G_3 R_5} \cdot G_3 R_5^{\bar{\bar{}}} \\ & + S_{G_1 R_1} \cdot G_1 R_1^+ + 2 S_{G_2 R_5} \cdot G_2 R_5^+ + 2 S_{G_3 R_6} \cdot G_3 R_6^+ \\ & + \frac{1}{2} S_{G_1 R_3} \cdot G_1 R_3^{++} + 2 S_{G_2 R_6} \cdot G_2 R_6^{++} \end{aligned} \right] \quad (\text{Eq. A3-26})$$

Annexe IV - Modèle électromagnétique statistique

Dans cette annexe, suite aux résultats des simulations, un modèle statistique est proposé. Pour un pas donné, le taux de transmission des modes en fonction de leurs constantes de propagation normalisées peut être interpolé par une fonction simple. Pour compléter le modèle, il faut connaître encore deux autres fonctions : la répartition des constantes de propagation normalisée sur l'intervalle [0 1] et la fonction de répartition de l'énergie sur les modes de la fibre optique.

AIV.1 Taux de transmission des modes en fonction de leurs constantes de propagation normalisée

Lorsque la constante de propagation normalisée est supérieure à une valeur limite b_{lim} , alors le mode ne peut pas être couplé aux modes rayonnés et le taux de transmission vaut 1. L'équation A4-2 donne l'expression du taux de transmission en fonction de la constante de propagation normalisée b .

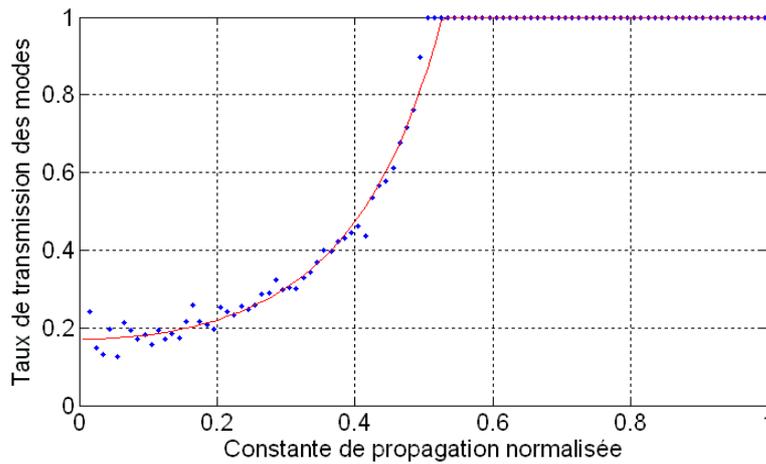


Figure A4-1: Taux de transmission des modes en fonction de la constante de propagation normalisée pour un pas de perturbation de $70\mu\text{m}$

$$b_{lim} = \frac{\lambda}{\Lambda(n_{co} - n_{go})} \quad (\text{Eq. A4-1})$$

$$T(b) = \begin{cases} Ae^{\frac{b^2}{\tau}} & \text{pour } b \in [0, b_{lim}] \\ 1 & \text{pour } b \in [b_{lim}, 1] \end{cases} \quad (\text{Eq. A4-2})$$

L'équation A4-2 présuppose que la variable b soit continue ; or, les modes guidés forment un ensemble discret. Lorsque la fréquence normalisée est suffisamment grande ($V > 200$), il y a plusieurs milliers de modes guidés donc passer d'un ensemble discret à un continuum n'est pas aberrant.

Le modèle de régression fait intervenir 2 paramètres A et τ qui varie en fonction de la fibre optique, de la longueur d'onde de la source et de l'écrasement. Les figures A4-2 et A4-3 présentent l'évolution des paramètres en fonction du pas de perturbation pour la fibre HCL200 écrasée de $20\mu\text{m}$.

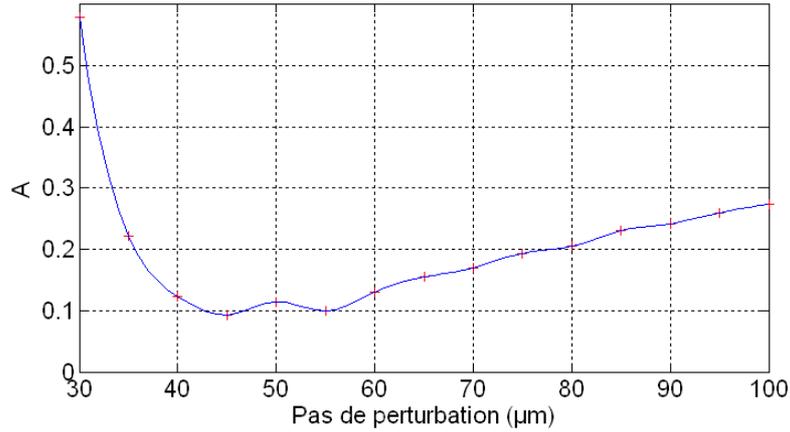


Figure A4-2: Paramètre A en fonction du pas de perturbation pour un écrasement de $20\mu\text{m}$ de la fibre HCL200

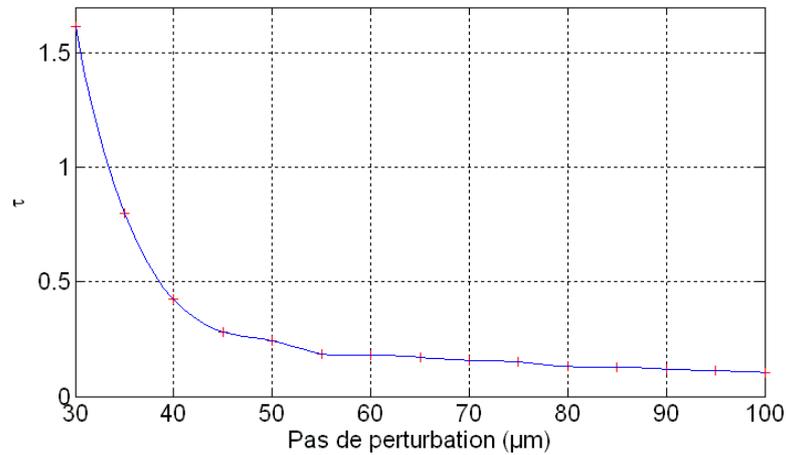


Figure A4-3: Paramètre τ en fonction du pas de perturbation pour un écrasement de $20\mu\text{m}$ de la fibre HCL200

AIV.2 Répartition des constantes de propagation normalisées des modes guidés sur l'intervalle [0 1]

Pour voir comment se répartissent les constantes de propagation normalisées sur l'intervalle [0 1], il faut introduire une fonction de répartition Z . Les constantes de propagation normalisées forment un ensemble B de N éléments (Eq. A4-3). Cette fonction de répartition continue est déterminée par l'équation A4-4.

$$B = \{b_i\}_{i=1,2,\dots,N} \quad (\text{Eq. A4-3})$$

$$Z(b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N i \delta_{1,b_i < b} \quad (\text{Eq. A4-4})$$

$$\delta_{1,b_i < b} = \begin{cases} 1 & \text{si } b_i < b \\ 0 & \text{si } b_i \geq b \end{cases}$$

La figure A4-4 représente la fonction de répartition en fonction de la constante de propagation normalisée pour une fibre optique de fréquence normalisée de 250. Cette fonction semble être très proche de la première bissectrice du plan. La figure A4-5 est la courbe de l'erreur quadratique moyenne entre la fonction de répartition et la première bissectrice du plan en fonction de la fréquence normalisée. Pour des fréquences normalisées supérieures à 200, l'erreur quadratique moyenne est inférieure à 10^{-5} . Les constantes de propagation des modes LP se répartissent uniformément sur

l'intervalle [0 1]. La densité de probabilité $dp(b)$ associée à cette fonction de répartition est constante, égale à 1.

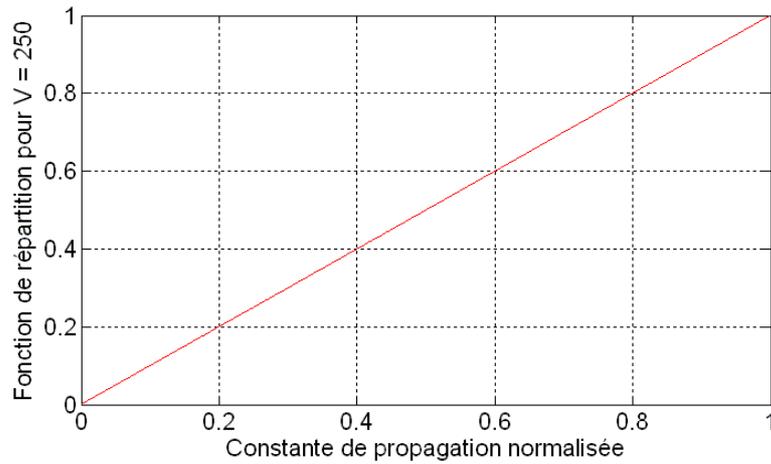


Figure A4-4: Fonction de répartition pour une fréquence normalisée de 250

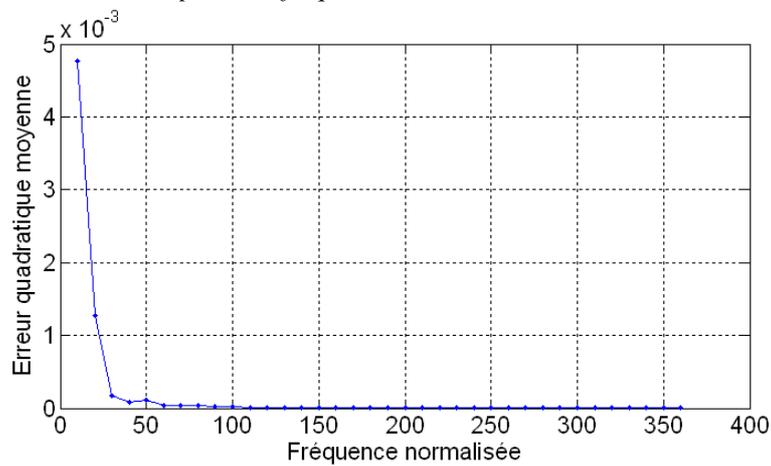


Figure A4-5: Erreur quadratique moyenne en fonction de la fréquence normalisée

AIV.3 Répartition de l'énergie sur les modes guidés

Dans le chapitre III, nous avons donné le lien entre les constantes de propagation normalisée d'un mode b et son angle de propagation en sortie de la fibre. Ce lien est donné par l'équation A4-5.

$$b = \frac{n_{co} \cdot \cos(\theta) - n_{go}}{n_{co} - n_{go}} \quad (\text{Eq. A4-5})$$

La figure A4-6 est la fonction de répartition de l'énergie en fonction de la constante de propagation normalisée.

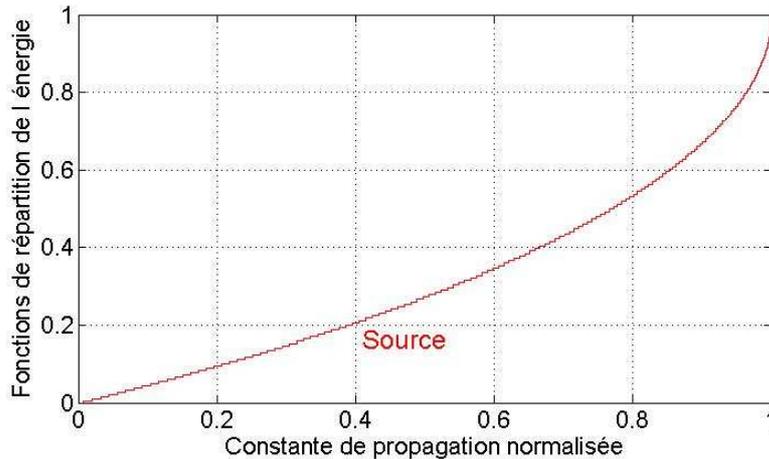


Figure A4-6: Répartition de l'énergie en fonction de la constante de propagation normalisée b

AIV.4 Calcul du taux de transmission

Le calcul du taux de transmission va faire intervenir les trois fonctions suivantes :

- La densité de probabilité de la répartition des modes $dp(b)$;
- La fonction de répartition en énergie $E(b)$;
- Le taux de transmission des modes en fonction de la constante de propagation normalisée $tm(b)$.

Le produit de la densité de probabilité et de la fonction de répartition en énergie doit être normalisé (Eq. A4-6).

$$\int_0^1 dp(b)E(b)db = 1 \quad (\text{Eq. A4-6})$$

Le taux de transmission du capteur T est calculé en intégrant le produit des trois fonctions citées précédemment.

$$T = \int_0^1 dp(b)E(b)tm(b)db \quad (\text{Eq. A4-7})$$

AIV.5 Comparaison des modèles

La figure A4-7 est la représentation du taux de transmission du transducteur calculé avec le modèle statistique (courbe rouge), avec le modèle électromagnétique (courbe bleue) et avec le modèle simplifié de couplage total des modes guidés (courbe noire) en fonction du pas de perturbation. Bien que les deux courbes ne se superposent pas, elles ont la même allure. Ce modèle statistique est meilleur que le modèle simplifié de couplage total des modes car il est plus proche de la courbe du modèle électromagnétique et il permet de calculer le taux de transmission du capteur pour des pas de perturbation inférieurs à $40\mu\text{m}$.

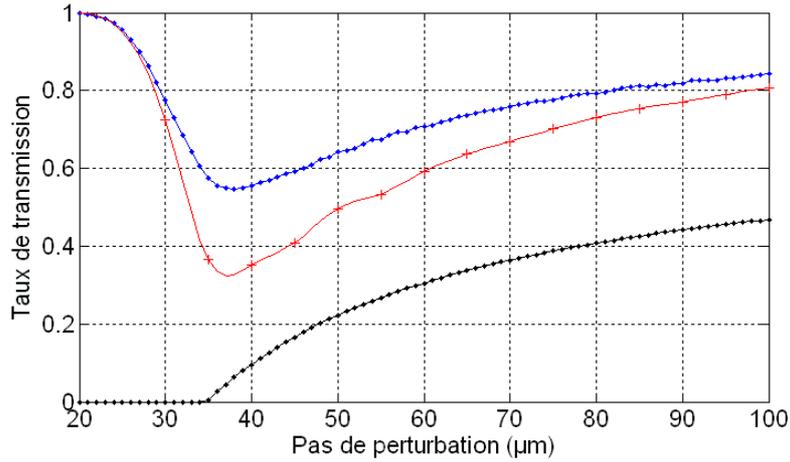


Figure A4-7: Taux de transmission du transducteur en fonction du pas de perturbation
(Courbe bleue : modèle électromagnétique ;
courbe rouge : modèle statistique ;
courbe noire : modèle simplifié)

AIV.6 Amélioration du modèle

La manière de détermination des paramètres A et τ n'est pas suffisamment précise pour avoir une erreur négligeable sur le taux de transmission. Or, avec le modèle proposé équation A4-2, il est possible d'optimiser les paramètres A et τ pour que les deux courbes se superposent parfaitement. La valeur de la constante de propagation normalisée b_{lim} marque la transition entre les modes couplés et ceux non couplés. Les paramètres A et τ sont donc liés.

$$\tau = e^{-\frac{b_{lim}^2}{\ln(A)}} \quad (\text{Eq. A4-8})$$

Pour chaque valeur du pas de perturbation b_{lim} est connue. Il ne reste donc qu'une seule inconnue à déterminer soit A soit τ . Les figures A4-8 et A4-9 sont les courbes des paramètres A et τ en fonction du pas de perturbation. La figure A4-10 est la courbe du taux de transmission calculé avec ces nouveaux paramètres.

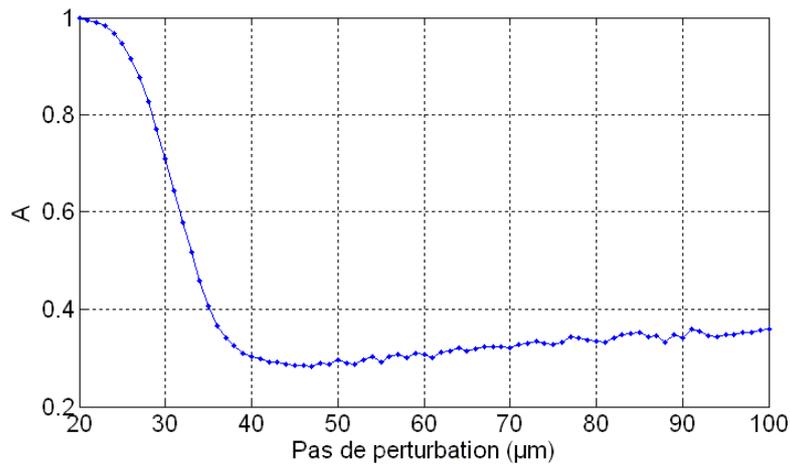


Figure A4-8: Paramètre A en fonction du pas de perturbation pour un écrasement de 20µm de la fibre HCL200

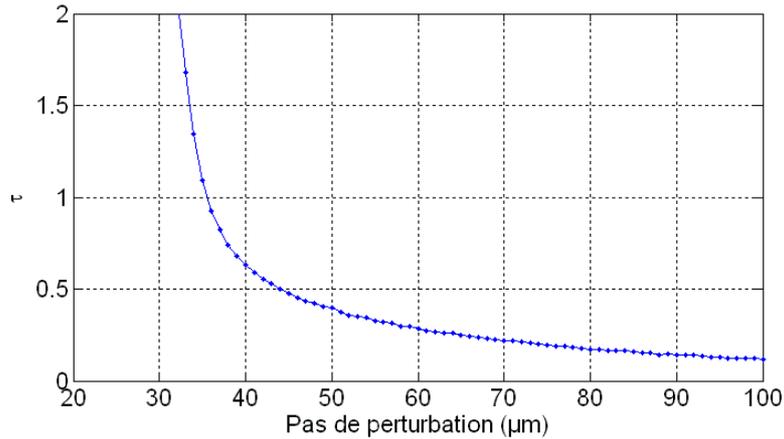


Figure A4-9: Paramètre τ en fonction du pas de perturbation pour un écrasement de $20\mu\text{m}$ de la fibre HCL200

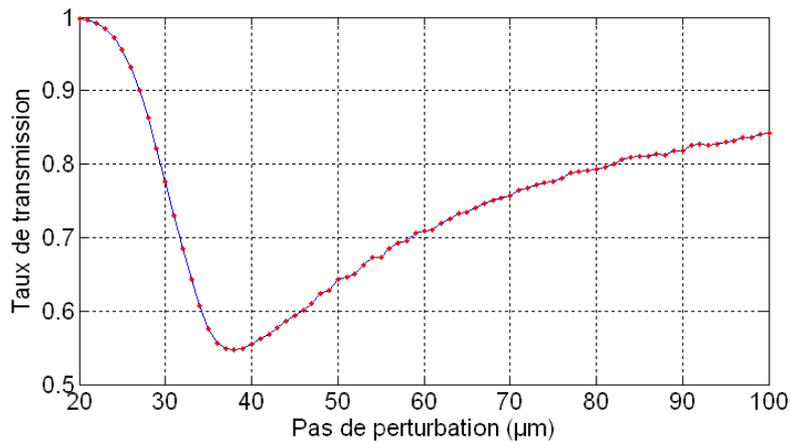


Figure A4-10: Taux de transmission du transducteur en fonction du pas de perturbation
(Courbe bleue : modèle électromagnétique ;
courbe rouge : modèle statistique)

Conclusion de l'annexe :

Dans cette annexe, nous avons proposé un modèle électromagnétique statistique dérivé du modèle de Marcuse. Nous avons tout d'abord constaté que lorsque l'on calcule, pour une configuration de transducteur donné, le taux de transmission, celui-ci est très souvent soit très proche de 0 ou de 1. En calculant ensuite le taux de transmission moyen en fonction de la constante de propagation normalisée (figure A4-1), nous avons constaté que cette courbe peut être décrite par une fonction mathématique simple (Eq. A4-2). De plus, la répartition des constantes de propagation dans le domaine fréquentiel est uniforme. Le taux de transmission peut alors être calculé de manière simple en intégrant sur tout l'intervalle des constantes de propagation normalisées le produit entre le taux de transmission modal et la fonction de répartition de l'énergie sur les modes.

Annexe V - Simulations mécaniques généralisées

Toutes les simulations du chapitre III ont été faites pour une fibre optique en silice (cœur et gaine optique). Or, il existe d'autres fibres avec un cœur en silice et une gaine optique en silicone ou en époxyacrylate. Depuis plusieurs années, des fibres optiques entièrement en plastique existent. Dans cette annexe, les simulations mécaniques sont reprises pour une fibre optique où les matériaux du cœur et de la gaine optique sont différents.

AV.1 Contact hertzien

Les propriétés mécaniques des matériaux (module d'Young et coefficient de Poisson) sont différentes pour la mâchoire (E_M, ν_M), le cœur (E_C, ν_C) et la gaine optique (E_G, ν_G). Le module d'Young équivalent du système E_e (Eq. A5-1) est déterminé en fonction des propriétés mécaniques de la mâchoire et de la gaine optique. a (Eq. A5-2) est la demi-arête de contact entre le cylindre et le plan.

$$\frac{1}{E_e} = \frac{1-\nu_M}{E_M} + \frac{1-\nu_G}{E_G} \quad (\text{Eq. A5-1})$$

$$a = \sqrt{\frac{4PR}{\pi E_e}} \quad (\text{Eq. A5-2})$$

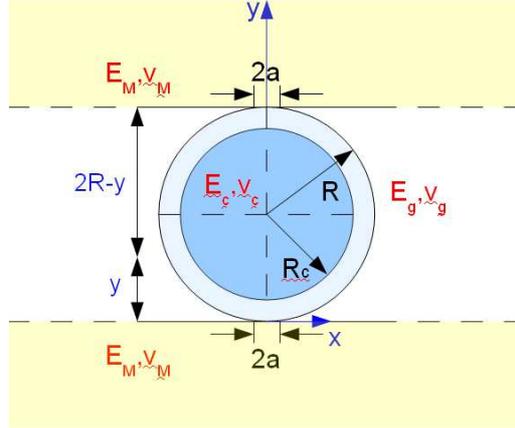


Figure A5-1: Fibre optique contrainte entre deux plans

Les contraintes normales σ_x et σ_y ont exactement les mêmes expressions que dans le cas d'un cylindre de matériau homogène. Elles sont continues à l'interface cœur/gaine optique.

$$m_1^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2} + (a^2 - x^2 + y^2) \right] \quad (\text{Eq. A5-3})$$

$$n_1^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2} - (a^2 - x^2 + y^2) \right]$$

$$m_2^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + (2R - y)^2)^2 + 4x^2(2R - y)^2} + (a^2 - x^2 + (2R - y)^2) \right]$$

$$n_2^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a^2 - x^2 + (2R - y)^2)^2 + 4x^2(2R - y)^2} - (a^2 - x^2 + (2R - y)^2) \right]$$

(Eq. A5-4)

$$\sigma_x = \frac{P}{\pi} \left[\frac{1}{R} - \frac{2}{a^2} \left(m_1 \left(1 + \frac{y^2 + n_1^2}{m_1^2 + n_1^2} \right) + m_2 \left(1 + \frac{(2R - y)^2 + n_2^2}{m_2^2 + n_2^2} \right) - 4R \right) \right] \quad (\text{Eq. A5-5})$$

$$\sigma_y = \frac{P}{\pi} \left[\frac{1}{R} - \frac{2}{a^2} \left(m_1 \left(1 - \frac{y^2 + n_1^2}{m_1^2 + n_1^2} \right) + m_2 \left(1 - \frac{(2R - y)^2 + n_2^2}{m_2^2 + n_2^2} \right) \right) \right]$$

L'écrasement de la fibre optique δ dépend des propriétés des matériaux du cœur et de la gaine optique.

$$\begin{aligned}
\delta &= \int_0^{2R} \varepsilon_Y(x=0, y) dy \\
\frac{\delta}{2} &= \frac{1-\nu_G^2}{E_G} \int_0^{R-R_c} \sigma_Y(x=0, y) dy + \frac{1-\nu_C^2}{E_C} \int_{R-R_c}^R \sigma_Y(x=0, y) dy \\
&\quad - \frac{\nu_G(1+\nu_G)}{E_G} \int_0^{R-R_c} \sigma_X(x=0, y) dy - \frac{\nu_C(1+\nu_C)}{E_C} \int_{R-R_c}^R \sigma_X(x=0, y) dy \\
\delta &= \frac{2P(1-\nu_G^2)}{\pi E_G} \left[\frac{R-R_c}{R} \left(1 - \frac{\nu_G}{1-\nu_G} \right) + 2 \ln \left(\frac{2(R+R_c)}{a} \right) - 2 \ln \left(\frac{2(R-R_c)}{a} \right) - 2 \ln \left(\frac{4R}{a} \right) \right] \\
&\quad + \frac{2P(1-\nu_C^2)}{\pi E_C} \left[\frac{R_c}{R} \left(1 - \frac{\nu_C}{1-\nu_C} \right) + 2 \ln \left(\frac{2(R-R_c)}{a} \right) - 2 \ln \left(\frac{2(R+R_c)}{a} \right) \right]
\end{aligned} \tag{Eq. A5-6}$$

AV.2 Modification des paramètres A et CC en fonction des modules d'Young du cœur et de la gaine optique de la fibre ainsi que celui de la mâchoire

La simulation mécanique permettant de déterminer les paramètres A et CC en fonction du pas de perturbation est longue à réaliser. Dès que l'on change de fibre ou qu'un effet physique modifie A et CC , il est nécessaire de réinitialiser ces deux paramètres. Sur la plage de température comprise entre 0 et 100°C, le module d'Young de la silice évolue très peu. En revanche, celui du PPS et celui de la gaine optique en époxyacrylate (matériau proche du PMMA) changent beaucoup. Les figures AV-2 et A5-3 représentent respectivement le module d'Young du PPS et celui du PMMA en fonction de la température. On constate qu'entre 80 et 100°C, le module d'Young du PMMA s'effondre. Pour tenir compte de cet effet thermo-mécanique dans les simulations en température, il faut déterminer les paramètres A et CC en fonction des différents modules d'Young du système.

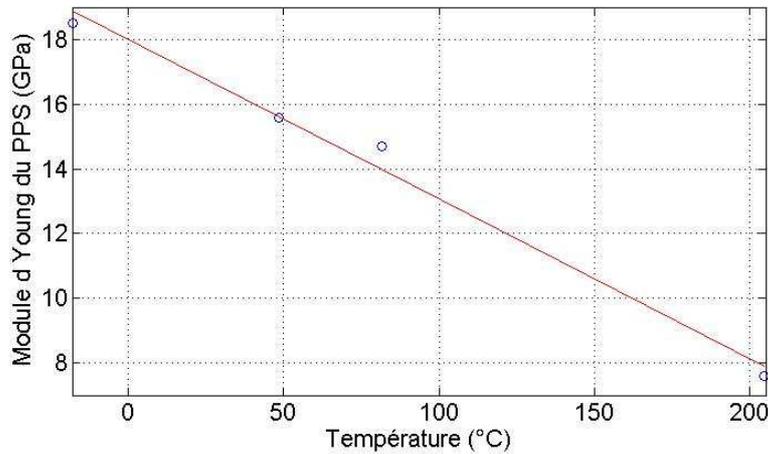


Figure A5-2 : Module d'Young du PPS en fonction de la température

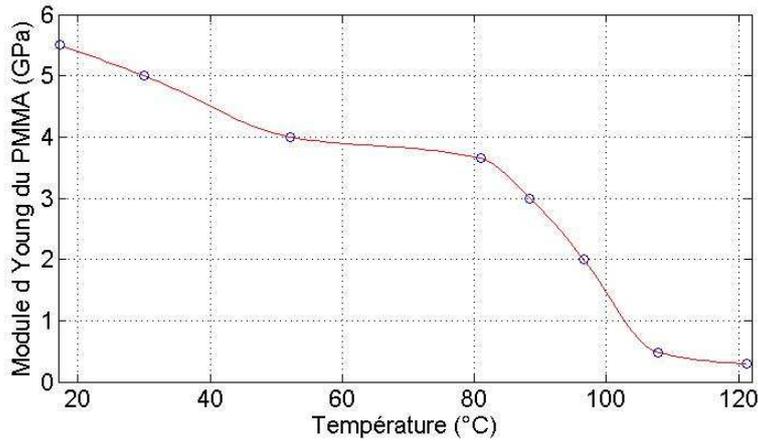


Figure A5-3 : Module d'Young du PMMA en fonction de la température

A partir des valeurs connues de CC en fonction du pas de perturbation, nous allons proposer un modèle simplifié qui permet de déduire analytiquement les valeurs de CC en fonction des différents modules d'Young. Le système mécanique simulé (figure A5-4) est invariant dans les directions Ox et Oz . On suppose que les modules d'Young du cœur (E_1) et de la gaine optique (E_2) sont fixes. Le module d'Young de la mâchoire (E_3) varie avec le pas de perturbation P . Sur ce système, CC correspond à la réduction du diamètre du cœur (variation de L_1). L'écrasement correspond quant à lui à la réduction globale du système suivant la direction Oy (variation de L_0). Ce modèle donne une relation simple entre l'écrasement E imposé au système et CC (Eq. A5-7). Grâce à ce modèle, on détermine le module d'Young de la mâchoire E_3 en fonction du pas de perturbation P (figure A5-5).

$$CC = \frac{E}{1 + 2\frac{L_2 E_1}{L_1 E_2} + 2\frac{L_3 E_1}{L_1 E_3(P)}} \quad (\text{Eq. A5-7})$$

avec

L_1 le diamètre du cœur de la fibre optique ;

L_2 l'épaisseur de la gaine optique ;

L_3 la hauteur des dents de la mâchoire.

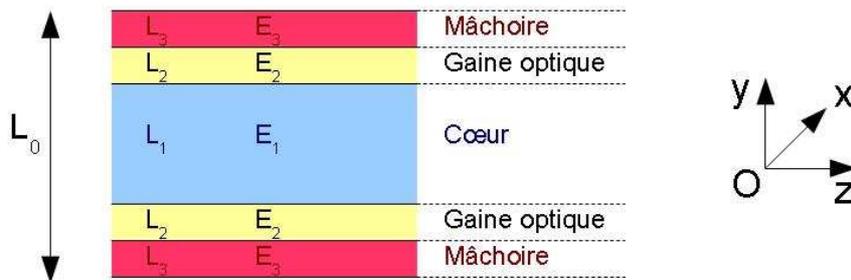


Figure A5-4 : Schéma du système de simulation

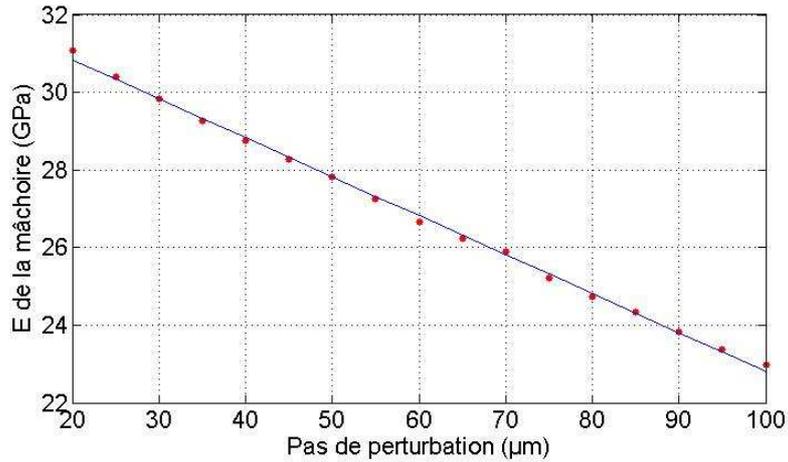


Figure A5-5 : Module d'Young de la mâchoire dans le cadre du modèle mécanique simplifié en fonction du pas de perturbation

Cette simulation permet uniquement d'obtenir CC. Pour calculer A, il faut faire l'hypothèse qu'il existe un lien simple entre ces deux paramètres. Dans le chapitre II, figure 2-4 et 2-5, nous avons respectivement présenté A et CC en fonction du pas de perturbation P. De ces deux courbes, on déduit la relation entre A et CC (figure A5-6).

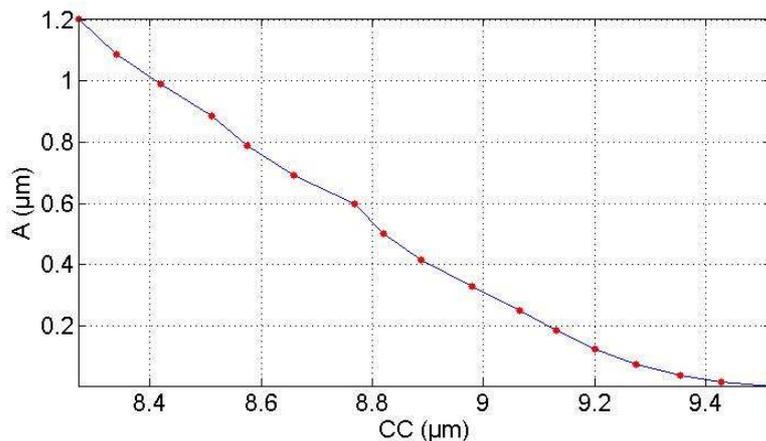


Figure A5-6 : Amplitude de la perturbation A en fonction de la composante continue du déplacement CC

Conclusion de l'annexe :

Dans cette annexe, nous avons présenté une méthode permettant de déterminer les paramètres de déformation du cœur (A et CC) lorsque les dimensions du système varient ou que les modules d'Young de la fibre et de la mâchoire sont modifiés. Les phénomènes de déformations irréversibles et transitions vitreuses des matériaux ne sont pas pris en compte.

Annexe VI – Proposition d’une méthode de tracé de rayon appliquée au transducteur

Dans le chapitre II, nous avons vu que seules deux méthodes de simulation peuvent être utilisées dans notre cas d’étude. Le choix de la méthode électromagnétique a été retenu car elle tient compte de la nature ondulatoire de la lumière. De plus, cette méthode est plus rapide en terme de temps de calcul. Nous avons étudié dans le chapitre III des perturbations périodiques dont la période est comprise entre 20 et 100 μm . Or, dans la phase de prototypage (chapitre IV), nous avons vu que le pas de perturbation minimal que l’on peut réaliser est de 40 μm . Le rapport entre ce pas de perturbation minimal et la longueur d’onde est d’environ 60. Pour cette valeur, la nature ondulatoire de la lumière n’a pas d’incidence sur la propagation de la lumière. En revanche, l’amplitude de la perturbation du cœur est de l’ordre de la longueur d’onde. La méthode du tracé de rayons ne peut être utilisée que si les résultats obtenus sont conformes avec la méthode électromagnétique.

Le tracé de rayons consiste à envoyer un grand nombre de rayons dans la fibre. Chaque rayon porte une certaine quantité d’énergie. Sa trajectoire est déterminée par les lois de l’optique géométrique. Lorsque l’indice de réfraction est inhomogène et varie continûment dans l’espace, c’est l’équation dite de l’eikonale qui permet de suivre le rayon. Dans le cas d’une variation abrupte de l’indice de réfraction, ce sont les lois de Descartes qui sont appliquées. Un rayon perd de l’énergie uniquement lorsqu’il y a réflexion ou fuite du rayon de la structure guidante.

Cette annexe est constituée de deux parties : la propagation des rayons lumineux dans une fibre optique où l’indice de réfraction varie de manière continue dans l’espace et la réflexion à l’interface cœur/gaine optique.

AVI.1 Présentation du problème

Avant de présenter la méthode de propagation géométrique de la lumière, nous allons récapituler les résultats de simulation du chapitre II utiles. Le transducteur est composé d’une fibre optique à saut d’indice écrasée entre deux mâchoires micro-structurées. Cette perturbation modifie la géométrie de la fibre optique et ses indices de réfraction. Dans la modélisation mécanique de la fibre optique au chapitre II, nous avons décrit mathématiquement et analytiquement la géométrie de l’interface cœur/gaine optique en synthétisant un certain nombre de simulations mécaniques utilisant la méthode des éléments finis. L’application des formules du contact hertzien et du tenseur élasto-optique a permis de calculer les indices locaux de réfraction.

Pour une fibre optique à saut d’indice, le rayon du cœur a est une limite physique entre deux milieux (cœur et gaine optique) d’indices de réfraction différents. Dans chaque milieu, il est homogène et isotrope. Pour décrire mathématiquement l’interface cœur/gaine optique en coordonnées cylindriques (r, θ, z) , on exprime la coordonnée radiale r en fonction de θ et z . Pour une fibre à saut d’indice, cette équation est simple (Eq. A6-1) car le rayon est constant quelque soit la valeur des coordonnées longitudinales z et orthoradiales θ . Pour la fibre optique perturbée, nous avons vu (Eq. 2-55 et Eq. A6-2) que pour décrire la fibre perturbée, on reprend l’expression générale de la fibre non perturbée et on y ajoute un terme de perturbation. Cette expression est le produit entre une fonction dépendant de z (perturbation longitudinale) et une fonction qui dépend de θ (perturbation du contour de la fibre optique). Ces deux expressions sont indépendantes l’une de l’autre. Les simulations mécaniques ont mis en évidence que la perturbation longitudinale de la fibre est sinusoïdale et fait intervenir deux paramètres A et CC qui dépendent du pas perturbation P (figures 2-4 et 2-5) pour une fibre donnée, une perturbation donnée et un écrasement donné. Les coefficients A_k sont les coefficients de la décomposition en série de Fourier de la perturbation du contour de l’interface cœur/gaine optique.

$$r(\theta, z) = a \quad (\text{Eq. A6-1})$$

$$r(\theta, z) = a + \left[A \sin\left(2\pi \frac{z}{p}\right) + CC \right] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(2k\theta) \quad (\text{Eq. A6-2})$$

Lorsque l'indice de réfraction du cœur est constant, la trajectoire des rayons lumineux est succession de lignes brisées. Dès que l'indice de réfraction du cœur est non constant, il faut résoudre numériquement le problème c'est-à-dire échantillonner en 3 dimensions le cœur de la fibre optique [Witkowsky et al., 2008]. De plus, pour avoir une convergence du résultat, il faut considérer au minimum plusieurs millions de rayons lumineux injectés.

AVI.2 Equation de l'eikonale

En optique géométrique, l'équation de l'eikonale (Eq. A6-3) est l'équation fondamentale régissant le trajet de la lumière dans le milieu. Elle permet de suivre l'évolution du vecteur directeur du rayon \mathbf{R} dans le milieu en fonction de l'indice de réfraction n . La figure A6-1 montre que le vecteur $\frac{d\mathbf{R}}{ds}$, vecteur unitaire tangent au rayon se décompose en trois composantes suivant les trois axes du repère, appelées les cosinus directeurs (Eq. A6-4).

$$\frac{d}{ds} \left[n(x, y, z) \frac{d\mathbf{R}}{ds} \right] = \mathbf{grad}(n) \quad (\text{Eq. A6-3})$$

$$\mathbf{A} = \frac{d\mathbf{R}}{ds} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \cos(\beta) \\ \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A6-4})$$

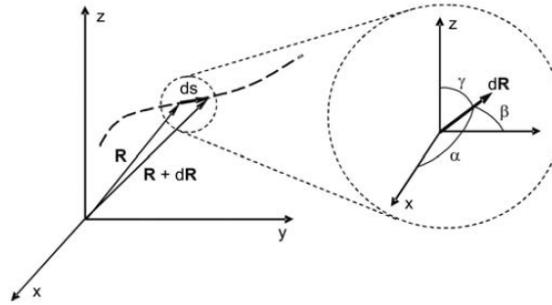


Figure A6-1: Vecteur directeur du rayon

L'introduction du vecteur \mathbf{A} dans l'équation A6-3 donne une relation directe entre les cosinus directeurs et l'indice de réfraction (Eq. A6-8).

$$n \frac{d\mathbf{A}}{ds} - \mathbf{A} \frac{dn}{ds} = \mathbf{grad}(n) \quad (\text{Eq. A6-5})$$

$$\frac{dn}{ds} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{grad}(n) \quad (\text{Eq. A6-6})$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{ds} = \frac{1}{n} [\mathbf{grad}(n) - \mathbf{A}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{grad}(n))] \quad (\text{Eq. A6-7})$$

$$\begin{aligned} \frac{d(\cos(\alpha))}{ds} &= \frac{1}{n(x,y,z)} \left[\frac{\partial n}{\partial x} - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \cos(\alpha) + \frac{\partial n}{\partial y} \cos(\beta) + \frac{\partial n}{\partial z} \cos(\gamma) \right) \cos(\alpha) \right] \\ \frac{d(\cos(\beta))}{ds} &= \frac{1}{n(x,y,z)} \left[\frac{\partial n}{\partial y} - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \cos(\alpha) + \frac{\partial n}{\partial y} \cos(\beta) + \frac{\partial n}{\partial z} \cos(\gamma) \right) \cos(\beta) \right] \\ \frac{d(\cos(\gamma))}{ds} &= \frac{1}{n(x,y,z)} \left[\frac{\partial n}{\partial z} - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \cos(\alpha) + \frac{\partial n}{\partial y} \cos(\beta) + \frac{\partial n}{\partial z} \cos(\gamma) \right) \cos(\gamma) \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. A6-8})$$

L'expression A6-8 est la formulation analytique de l'eikonale où les cosinus directeurs (Eq. A6-4) sont les variables. Comme la résolution du problème posé est numérique, nous allons remplacer les dérivées par différences finies (Eq. A6-9 et Eq. A6-10). A chaque itération, on obtient les nouveaux cosinus directeurs du rayon. D'eux, nous déduisons la position en coordonnées cartésiennes du point de la trajectoire du rayon (x_k, y_k, z_k) (Eq. A6-11). L'indice de réfraction est connu aux nœuds d'une grille $(\{x_i, y_j, z_m\})$. Il est déterminé aux points d'échantillonnage de la trajectoire du rayon par

interpolation linéaire (Eq. A6-12). Le gradient de l'indice de réfraction est supposé constant sur toute la maille (Eq. A6-13).

$$\frac{d(\cos(\alpha))}{ds} = \frac{\cos(\alpha_{k+1}) - \cos(\alpha_k)}{\Delta s} \quad (\text{Eq. A6-9})$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha_{k+1}) &= \cos(\alpha_k) + \frac{\Delta s}{n(x,y,z)} \left[\frac{\partial n}{\partial x} - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \cos(\alpha) + \frac{\partial n}{\partial y} \cos(\beta) + \frac{\partial n}{\partial z} \cos(\gamma) \right) \cos(\alpha) \right] \\ \cos(\beta_{k+1}) &= \cos(\beta_k) + \frac{\Delta s}{n(x,y,z)} \left[\frac{\partial n}{\partial y} - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \cos(\alpha) + \frac{\partial n}{\partial y} \cos(\beta) + \frac{\partial n}{\partial z} \cos(\gamma) \right) \cos(\beta) \right] \\ \cos(\gamma_{k+1}) &= \cos(\gamma_k) + \frac{\Delta s}{n(x,y,z)} \left[\frac{\partial n}{\partial z} - \left(\frac{\partial n}{\partial x} \cos(\alpha) + \frac{\partial n}{\partial y} \cos(\beta) + \frac{\partial n}{\partial z} \cos(\gamma) \right) \cos(\gamma) \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. A6-10})$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta s \cdot \cos(\alpha_k) \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta s \cdot \cos(\beta_k) \\ z_{k+1} &= z_k + \Delta s \cdot \cos(\gamma_k) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A6-11})$$

$$\begin{aligned} n(x_k, y_k, z_k) &= n(x_i, y_j, z_m) + (x_k - x_i) \frac{n(x_{i+1}, y_j, z_m) - n(x_i, y_j, z_m)}{x_{i+1} - x_i} \\ &\quad + (y_k - y_j) \frac{n(x_i, y_{j+1}, z_m) - n(x_i, y_j, z_m)}{y_{j+1} - y_j} \\ &\quad + (z_k - z_m) \frac{n(x_i, y_j, z_{m+1}) - n(x_i, y_j, z_m)}{z_{m+1} - z_m} \end{aligned} \quad (\text{Eq. A6-12})$$

$$\mathbf{grad}(n) = \begin{bmatrix} \frac{n(x_{i+1}, y_j, z_m) - n(x_i, y_j, z_m)}{x_{i+1} - x_i} \\ \frac{n(x_i, y_{j+1}, z_m) - n(x_i, y_j, z_m)}{y_{j+1} - y_j} \\ \frac{n(x_i, y_j, z_{m+1}) - n(x_i, y_j, z_m)}{z_{m+1} - z_m} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. A6-13})$$

Cette méthode géométrique, consistant à suivre la trajectoire d'un rayon lumineux se met en œuvre rapidement. Dans une fibre à gradient d'indice, il n'y a pas de variation brusque de l'indice de réfraction. En revanche pour une fibre à saut d'indice ou une fibre à saut d'indice perturbée comme celle du transducteur, il y a les phénomènes de réflexion et de réfraction à l'interface cœur/gaine optique qui seront présentés dans le paragraphe suivant.

AVI.3 Réflexion et réfraction des rayons lumineux sur l'interface cœur/gaine optique

On a vu comment se propage un rayon lorsque l'indice de réfraction varie continûment dans l'espace. Dès qu'il y a un saut d'indice comme à l'interface cœur/gaine optique ; ce sont les lois de Descartes de la réflexion et de la réfraction qui s'appliquent. Dans notre cas, seule la réflexion est importante car on considère que l'énergie qui s'échappe du cœur ne peut être recouplée dans la structure guidante. On considère trois étapes mathématiques dans la réflexion d'un rayon. Tout d'abord, il faut déterminer le point d'intersection entre la trajectoire du rayon et l'interface cœur/gaine optique. Ensuite, on calcule le vecteur directeur du rayon réfléchi. Enfin, on calcule l'énergie perdue dans la gaine optique.

AVI.3.1 Point d'intersection entre la trajectoire du rayon et l'interface cœur/gaine optique

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que la résolution numérique de l'équation de l'eikonale se fait de proche en proche c'est-à-dire que la trajectoire du rayon est une courbe continue, succession de lignes brisées. Pour certains rayons, au bout d'une certaine distance de propagation, leur trajectoire entre en contact avec l'interface cœur/gaine optique. Cela se traduit par un point de la trajectoire dans le cœur $D(x_0, y_0, z_0)$ et le suivant dans la gaine optique $A(x_l, y_l, z_l)$. Entre ces deux points, la trajectoire est rectiligne et coupe l'interface cœur/gaine optique au point d'intersection $I(x_l,$

y_I, z_I). Les vecteurs DI et DA sont colinéaires (Eq. A6-14). Cette relation fait intervenir 3 équations et 4 variables (x_I, y_I, z_I, p). La quatrième équation pour résoudre le système est l'équation en coordonnées cylindriques de l'interface cœur/gaine optique appliquée au point $I(r_I, \theta_I, z_I)$ (Eq. A6-16).

$$DI = pDA \quad (Eq. A6-14)$$

$$p \in [0 \ 1]$$

$$x_I - x_0 = p(x_1 - x_0) \quad (Eq. A6-15)$$

$$y_I - y_0 = p(y_1 - y_0)$$

$$z_I - z_0 = p(z_1 - z_0) \quad (Eq. A6-16)$$

$$r_I = r_0 + \left[A \sin \left(2\pi \frac{z_I}{P_{AS}} \right) + Cc \right] \left[A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(2\theta_I k) \right]$$

Après avoir calculé les coordonnées du point d'intersection I entre la trajectoire du rayon et de l'interface cœur/gaine optique, nous allons déterminer le nouveau vecteur directeur du rayon après la réflexion.

AVI.3.2 Vecteur directeur du rayon après réflexion sur l'interface cœur/gaine optique

Lors de la réflexion, la composante normale au plan de réflexion du vecteur directeur du rayon est modifiée. Pour déterminer le nouveau vecteur directeur V_I du rayon, il faut exprimer l'ancien vecteur directeur V_0 dans une base B_R où l'un des vecteurs est le vecteur normal au plan de réflexion. Les vecteurs (e_x, e_y, e_z) en coordonnées cartésiennes ou (e_r, e_θ, e_z) en coordonnées cylindriques génèrent la base B_0 . M (Eq. A6-17) est la matrice de changement de coordonnées passant des coordonnées cylindriques en coordonnées cartésiennes.

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-17)$$

La base orthonormée B_R est générée par les vecteurs T_1 et T_2 générateurs du plan de réflexion et le vecteur N normal au plan de réflexion. T_1 (Eq. A6-18) est un vecteur commun au plan de réflexion et au plan $Or\theta$. T_2 (Eq. A6-19) est commun au plan de réflexion et au plan Orz . N est obtenu par produit vectoriel (Eq. A6-20). M_t (Eq. A6-21) est la matrice de transfert de la base B_0 vers la base B_R . Les équations A6-22 à A6-24 sont les étapes mathématiques pour obtenir le vecteur directeur du rayon V_I après réflexion à partir du vecteur directeur initial V_0 .

$$T_1(e_x, e_y, e_z) = t_1 M \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \theta}(r_I, \theta_I, z_I) \\ r_I(\theta_I, z_I) \\ 0 \end{bmatrix}_{(e_r, e_\theta, e_z)} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-18)$$

$$T_2(e_x, e_y, e_z) = t_2 M \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial z}(r_I, \theta_I, z_I) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(e_r, e_\theta, e_z)} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-19)$$

$$N = T_1 \wedge T_2 = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-20)$$

$$M_t = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-21)$$

$$V'_0 = M_t V_0 = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-22)$$

$$W = \begin{bmatrix} -v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (Eq. A6-23)$$

$$V_1 = M_t^{-1} W \quad (Eq. A6-24)$$

La trajectoire du rayon lumineux est maintenant complètement déterminée (propagation et réflexion). Il reste à calculer l'énergie perdue lors de la réflexion sur l'interface cœur/gaine optique.

AVI.3.3 Coefficient de réflexion sur une surface non plane

La réflexion et la réfraction d'une onde électromagnétique sur une interface plane est décrite par les lois de Descartes et les coefficients de Fresnel. Or, dans une fibre optique à saut d'indice, l'interface cœur/gaine optique est une surface courbe. Dans ce cas, les coefficients de réflexion et de transmission sont le produit du coefficient de Fresnel pour la surface plane et un coefficient correctif dépendant de la courbe local de la surface. Dans ce paragraphe, nous allons tout d'abord donner les expressions des coefficients de Fresnel pour une interface plane puis nous présenterons les coefficients modifiés.

AVI.3.3.a Coefficient de transmission sur une interface plane

On considère une onde plane se propageant dans un milieu d'indice de réfraction n_1 arrivant sur une interface plane entre deux milieux non absorbants tels que $n_1 > n_2$ (figure A6-2). Les angles d'incidence et de réfraction par rapport à la normale au plan sont respectivement α_i et α_t . Lorsque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique α_c (Eq. A6-25), l'onde est totalement réfléchie. Dans le milieu 2, le champ électromagnétique est évanescent et décroît exponentiellement avec la distance à l'interface. Pour des angles d'incidences plus petits que l'angle critique, l'onde est partiellement réfléchie et une partie de l'énergie incidente est transmise dans le milieu d'indice de réfraction plus faible. L'angle de réfraction α_t est donné par la loi de Descartes (Eq. A6-26).

$$\sin(\alpha_c) = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{Eq. A6-25})$$

$$n_1 \sin(\alpha_i) = n_2 \sin(\alpha_t) \quad (\text{Eq. A6-26})$$

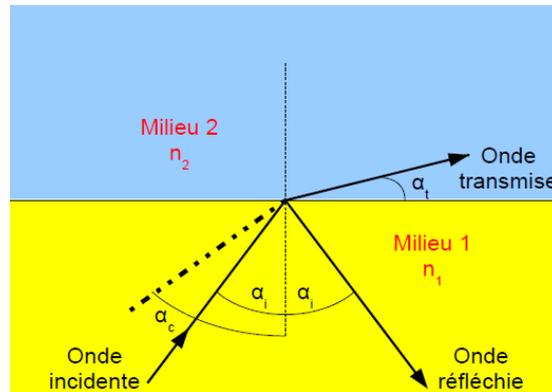


Figure A6-2: Onde plane réfléchie sur une interface plane entre deux milieux non absorbants

L'équation A6-27 définit le coefficient de transmission T en terme de puissance. Pour une interface plane, T est donné par les coefficients de Fresnel T_F . Si l'angle d'incidence α_i est supérieur à l'angle critique α_c , T_F est nul sinon, il dépend de la polarisation de la lumière. Si le vecteur champ électrique est parallèle à l'interface, alors T_F s'écrit T_F^E (Eq. A6-28). Lorsque c'est le vecteur champ magnétique qui est parallèle à l'interface, T_F s'écrit alors T_F^H (Eq. A6-29).

$$T = 1 - \frac{\text{Puissance de l'onde réfléchie}}{\text{Puissance de l'onde incidente}} \quad (\text{Eq. A6-27})$$

$$T_F^E = \frac{4 \sqrt{1 - \left(\frac{\cos(\alpha_c)}{\cos(\alpha_i)}\right)^2}}{\left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\cos(\alpha_c)}{\cos(\alpha_i)}\right)^2}\right]^2} \quad (\text{Eq. A6-28})$$

$$T_F^H = \frac{4 \sqrt{1 - \left(\frac{\cos(\alpha_c)}{\cos(\alpha_i)}\right)^2} \frac{1}{\sin(\alpha_c)}}{\left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\cos(\alpha_c)}{\cos(\alpha_i)}\right)^2} \frac{1}{\sin(\alpha_c)}\right]^2} \quad (\text{Eq. A6-29})$$

AVI.3.3.b Coefficient de transmission sur une interface courbe

La formulation du coefficient de transmission modifié pour la surface courbe fait intervenir la courbure locale de l'interface [Love et al., 1980 | Snyder et al., 1975]. Dans le plan, le rayon de courbure est défini comme le rayon du cercle osculateur à la courbe au point considéré. Pour une surface, la définition du rayon de courbure est plus compliquée. Pour chaque point d'intersection entre la trajectoire du rayon et l'interface de réflexion, on définit un repère orthonormé. Le vecteur \mathbf{ey} est le vecteur normal à l'interface. Le vecteur \mathbf{ez} appartient à la section transverse locale. Le vecteur \mathbf{ex} complète la base. L'interface est projetée dans deux repères à deux dimensions Oxy et Oyz . Dans chacun de ces plans, un rayon de courbure est défini, respectivement ρ_x et ρ_z . Le rayon de courbure ρ (Eq. A6-31) est défini à partir de ces deux paramètres, du vecteur d'onde la lumière \mathbf{k}_1 et de l'angle d'incidence du rayon.

$$k_1 = 2\pi \frac{n_1}{\lambda} \quad (\text{Eq. A6-30})$$

$$\rho = \frac{\rho_x \rho_z \sin^2(\alpha_i)}{\rho_x (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{e}_z)^2 + \rho_z (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{e}_x)^2} \quad (\text{Eq. A6-31})$$

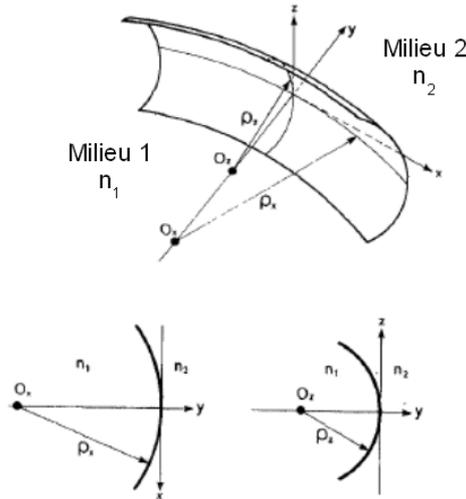


Figure A6-3: Rayons de courbure

Le coefficient de transmission en puissance T_p (Eq. A6-32) est le produit entre le coefficient de Fresnel classique (Eq. A6-28 et A6-29) et un facteur de courbure C .

$$T_p = T_F C \quad (\text{Eq. A6-32})$$

$$C = \frac{|A_i(\Delta \exp[2\pi i/3])|^{-2}}{4\pi\sqrt{|\Delta|}} \quad (\text{Eq. A6-33})$$

$$\Delta = \left(\frac{k_1 \rho}{2\sin^2(\alpha_i)}\right)^{\frac{2}{3}} (\cos^2(\alpha_c) - \cos^2(\alpha_i)) \quad (\text{Eq. A6-34})$$

Nous avons vu comme se propage un rayon lumineux dans une fibre optique ainsi que l'énergie qu'il perd à chaque réflexion sur l'interface cœur/gaine optique. Il reste à définir le nombre de rayons à considérer et les conditions initiales de chaque rayon (position, vecteur directeur et énergie).

AVI.4 Modélisation de la source

Pour la modélisation électromagnétique, nous avons utilisé le diagramme d'émission de la source pour déterminer la fonction de répartition de l'énergie sur les modes guidés. Pour un rayon avec un vecteur directeur initial donné, l'énergie qui lui est attribuée dépend de l'inclinaison de son vecteur directeur par rapport à l'axe optique. Cet angle est reporté sur le diagramme d'émission pour lui attribuer une énergie.

AVI.5 Convergence de l'algorithme

Pour l'instant, seule la méthode du tracé de rayons a été présentée. Or, il reste deux choses à définir :

- la valeur de l'incrément d'abscisse curviligne Δs ;
- le nombre de rayons à considérer.

Ces deux paramètres sont empiriques. Δs est choisi après un certain nombre de simulations préliminaires consistant à suivre la trajectoire de quelques rayons en faisant varier Δs . Plus Δs va diminuer plus à la sortie de la fibre optique les résultats entre deux simulations successives se rapprochent. Δs est choisi suivant un critère de convergence fixé par le programmeur. Le choix du nombre de rayon est également choisi par l'utilisateur suivant un autre critère de convergence. Le programmeur réalise des simulations avec un nombre de rayons variables (typiquement 10 fois plus de rayons pour chaque simulation successive). Plus le nombre de rayons augmente, plus les résultats entre deux simulations successives se rapprochent.

Conclusion de l'annexe :

Dans cette annexe, nous avons présenté une seconde méthode de simulation de la propagation lumineuse dans le transducteur. Le tracé de rayons est plus aisé à mettre en œuvre car la méthode est géométrique et intuitive. Dans le cœur de la fibre, la trajectoire du rayon est définie par l'équation de l'eikonale qui a été au préalable numérisée à cause de la complexité des indices de réfraction. Dès que le rayon atteint l'interface cœur/gaine optique, il subit une réflexion et une réfraction, suivant les lois de Descartes. Le coefficient de réflexion n'est pas le même que pour une surface plane. Dans ce cas, il faut tenir compte de la courbure locale de la fibre optique.

Bien que cette méthode soit plus aisée à mettre en œuvre que la méthode électromagnétique, les simulations peuvent être très longues. En effet, le nombre de rayons à considérer pour chaque simulation pour que l'algorithme converge doit être déterminé empiriquement. De plus, les résultats obtenus doivent être comparables aux résultats obtenus avec la méthode électromagnétique car l'amplitude de perturbation, qui est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, ne permet pas rigoureusement d'appliquer cette méthode.

Annexe VII – Prise en compte des imperfections de la fibre optique par la méthode dite « Power flow equation »

Dans toute le mémoire, la fibre a été considérée comme parfaite. Pour tenir compte des défauts d'une fibre optique multimode, Gloge, dans les années 70 proposa un modèle pour les fibres optiques multimodes à saut d'indice [Gloge, 1972]. Son équation différentielle permet de tenir compte des imperfections géométriques et optiques de la fibre ainsi que des phénomènes physiques liés à la nature des matériaux :

- Courbures micrométriques,
- Irrégularités de l'interface cœur/gaine optique,
- Fluctuation des indices de réfraction,
- Diffusion,
- Absorption.

Comme les imperfections de la fibre optique sont locales et les variations des paramètres physiques sont faibles, lorsqu'il y a couplage de modes, l'énergie ne peut qu'être échangée entre les plus proches voisins.

La fonction de l'équation différentielle (Eq. A7-1) est la puissance lumineuse P . Elle dépend de deux variables : la position longitudinale z et l'angle d'inclinaison θ du rayon par rapport à l'axe optique (figure A7-1). Cette équation ressemble beaucoup à l'équation des puissances couplées de Marcuse. Le premier terme du côté droit de l'équation est un terme d'atténuation (couplage radiatif) ; le second est un terme de diffusion (couplage entre modes guidés).

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta D(\theta) \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (\text{Eq. A7-1})$$

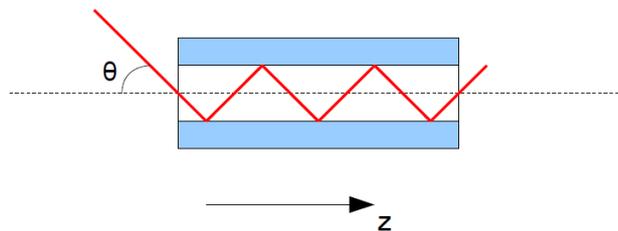


Figure A7-1: Variables de l'équation de Gloge

Dans cette annexe, la première partie sera consacrée à la méthode de détermination des coefficients d'atténuation et de diffusion pour une fibre à saut d'indice donnée. Dans un second temps, les équations de Gloge et de Marcuse sont synthétisées en une seule équation qui tient compte aussi bien des défauts intrinsèques de la fibre optique que de la perturbation qui lui est appliquée.

AVII.1 Détermination des coefficients de l'équation de Gloge

L'article de Mateo [Mateo et al., 2006] est l'un des articles les plus détaillés sur la mise en œuvre de l'équation de Gloge pour une fibre optique multimode à saut d'indice. Ce paragraphe est dédié à la présentation de leur méthode.

Pour une grande valeur de z , lorsque l'état stationnaire (ES) est atteint, la solution de l'équation A7-1 peut s'écrire comme produit de deux fonctions de variables indépendantes (équation A7-2). La fonction $Q(\theta)$ décrit le profil de l'état stationnaire qui ne dépend plus de z . En introduisant l'équation

A7-2 dans l'équation A7-1, on obtient l'équation A7-3. Il y a deux conditions aux limites : la puissance s'annule pour des angles supérieurs à l'angle critique donné par l'ouverture numérique de la fibre ; la dérivée de la puissance par rapport à θ est nulle pour $\theta = 0$.

$$P_{ES} = Q(\theta)e^{-\gamma z} \quad (\text{Eq. A7-2})$$

$$\alpha(\theta) = \gamma + \frac{1}{\theta Q(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta D(\theta) \frac{\partial Q(\theta)}{\partial \theta} \right) \quad (\text{Eq. A7-3})$$

Pour différentes longueurs de fibres, le profil de la puissance en sortie de fibre est enregistré grâce une caméra CDD. A partir de ces différentes images, les paramètres γ , $Q(\theta)$ et $D(\theta)$ sont calculés.

γ est le premier paramètre à être déterminé. Pour toutes les positions z , on calcule la puissance totale P_t en intégrant sur toute la surface de la fibre optique (Eq. A7-3). γ est l'opposé du coefficient directeur de la courbe $\ln(P_t(z))$ en fonction de z .

$$P_t(z) = \iint P(\theta, z) d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\theta) P(\theta, z) d\theta \quad (\text{Eq. A7-3})$$

$$\gamma = - \frac{\partial \ln(P_t(z))}{\partial z} \quad (\text{Eq. A7-4})$$

Le profil angulaire de l'état stationnaire donne la fonction $Q(\theta)$. Mateo a interpolé ce profil normalisé par une fonction bi-sigmoïde (Eq. A7-5). Les quatre paramètres (σ_1 , σ_2 , θ_1 et θ_2) sont déterminés en minimisant l'erreur de régression entre le profil réel et le modèle.

$$Q_N(\theta) = \frac{(1+e^{-\sigma_1^2 \theta_1^2})(1+e^{-\sigma_2^2 \theta_2^2})}{(1+e^{-\sigma_1^2(\theta_1^2 - \theta^2)})(1+e^{-\sigma_2^2(\theta_2^2 - \theta^2)})} \quad (\text{Eq. A7-5})$$

Dans un premier temps, le coefficient de diffusion peut être modélisé par une constante. C'est ce qui est fait en général [Rousseau et al., 1977], [Jeunhomme et al., 1976], [Djordjevich et al., 2000], [Djordjevich et al., 2004]. Mateo propose une fonction qui est la somme d'une constante et d'une sigmoïde (Eq. A7-6).

$$D(\theta) = D_0 + \frac{D_1}{1+D_2 e^{\sigma_d^2 \theta^2}} \quad (\text{Eq. A7-6})$$

Les figures A7-2 et A7-3 représentent respectivement le coefficient d'atténuation α et le coefficient de diffusion D en fonction de θ pour une fibre optique plastique de 1mm de diamètre et une ouverture numérique de 0,5. L'angle maximal de propagation dans la fibre optique est donc de 30°.

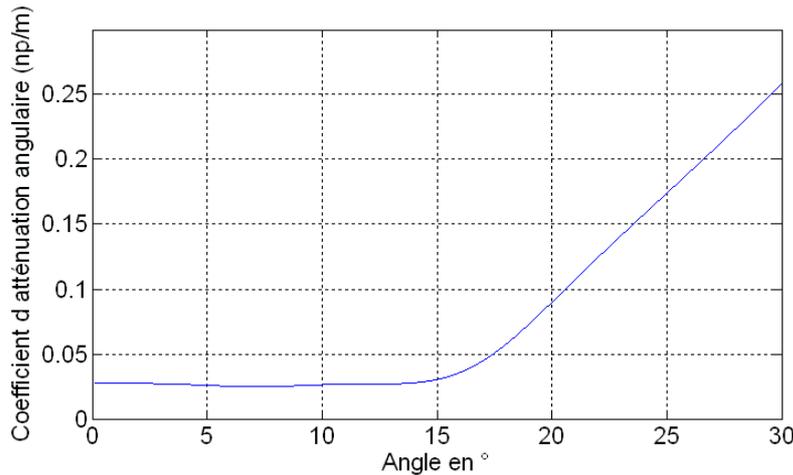


Figure A7-2: Coefficient d'atténuation en fonction de θ

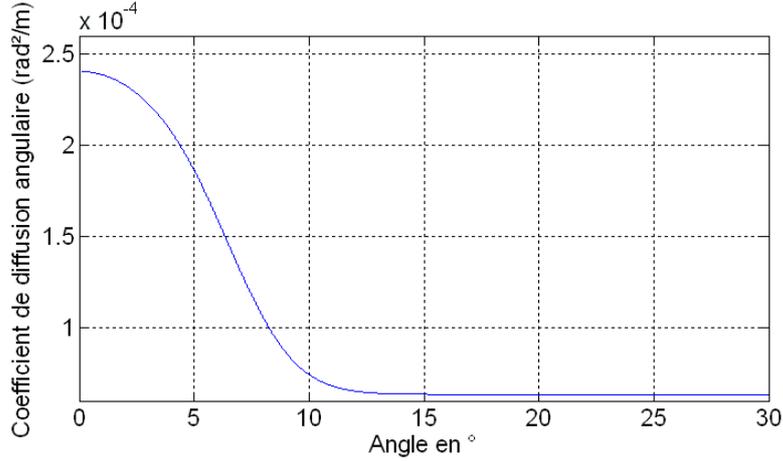


Figure A7-3: Coefficient de diffusion en fonction de θ

A VII.2 Equation des puissances couplées de Marcuse

On a vu dans le chapitre 2 que pour chaque mode, on peut écrire une équation différentielle du premier ordre où la fonction solution est la puissance du mode. En ignorant le terme de couplage entre les modes guidés, pour un mode guidé i , cette équation devient l'équation A7-7. Or, vu le grand nombre de modes, on a vu que l'on peut passer d'un ensemble discret au continuum. P devient une fonction qui représente la puissance lumineuse totale dans la fibre qui dépend de z mais également de la constante de propagation normalisée b (Eq. A7-8).

$$\frac{dP_i}{dz} = -\alpha_i P_i(z) \quad (\text{Eq. A7-7})$$

$$\frac{\partial P(b,z)}{\partial z} = -\alpha(b)P(b,z) \quad (\text{Eq. A7-8})$$

Dans l'annexe 4 on a vu comment obtenir l'expression du taux de transmission T en fonction de la constante de propagation normalisée b (Eq. A7-10). Les paramètres A et τ varient avec le pas de perturbation. Or, T s'exprime également en fonction de α et de la longueur de perturbation L (Eq. A7-11).

$$b_{lim} = \frac{\lambda}{\Lambda(n_{co}-n_{go})} \quad (\text{Eq. A4-9})$$

$$T(b) = \begin{cases} Ae^{\frac{b^2}{\tau}} & \text{pour } b \in [0, b_{lim}] \\ 1 & \text{pour } b \in [b_{lim}, 1] \end{cases} \quad (\text{Eq. A7-10})$$

$$T(b) = e^{-\alpha(b)L} \quad (\text{Eq. A7-11})$$

$$\alpha(b) = \begin{cases} \frac{b^2 - \tau \ln(A)}{\tau L} & \text{pour } b \in [0, b_{lim}] \\ 0 & \text{pour } b \in [b_{lim}, 1] \end{cases} \quad (\text{Eq. A7-12})$$

Les équations de Marcuse et de Gloge n'ont pas les mêmes variables. Or, il y a une relation entre la constante de propagation normalisée b et l'angle d'inclinaison des rayons par rapport à l'axe optique car la constante de propagation d'un mode β peut être écrite comme le produit du vecteur d'onde dans le milieu et de le cosinus de l'angle d'inclinaison des rayons par rapport à l'axe optique (Eq. A7-13).

$$\beta = k_0 n_{co} \cos(\theta) \quad (\text{Eq. A7-13})$$

$$b = \frac{n_{co} \cos(\theta) - n_{go}}{n_{co} - n_{go}} \quad (\text{Eq. A7-14})$$

La figure A7-4 représente $\alpha_p(\theta)$ (coefficient de perte dû à la perturbation) pour un pas de perturbation de $70\mu\text{m}$ pour la fibre silice/silice d'ouverture numérique 0,22 et un diamètre de cœur de $200\mu\text{m}$.

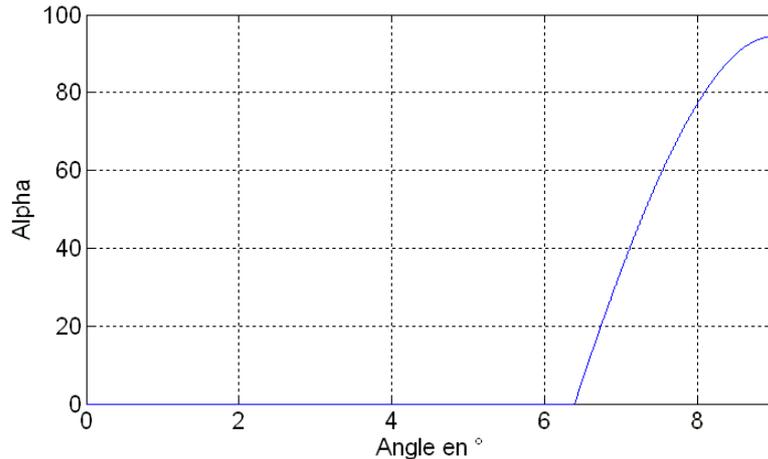


Figure A7-4: α en fonction de θ
pour un pas de perturbation de $70\mu\text{m}$

A VII.3 Equation différentielle de couplage prenant en compte les défauts de la fibre optique

La puissance lumineuse P est fonction de deux variables : la position longitudinale z et l'angle d'inclinaison par rapport à l'axe optique θ . Cet angle est équivalent par l'équation A7-14 à une valeur de constante de propagation normalisée b . L'équation différentielle de couplage contient un terme de diffusion (équation de Gloge). Le couplage entre modes guidés induit par la perturbation étant négligé, l'équation différentielle des puissances couplées de Marcuse n'apporte aucun terme. Le terme d'atténuation est la somme de deux termes : le terme de couplage radiatif dû à la perturbation $\alpha_p(\theta)$ (équation de Marcuse) et le terme d'atténuation dû aux défauts de la fibre $\alpha_d(\theta)$ (équation de Gloge).

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -(\alpha_p(\theta) + \alpha_d(\theta))P(\theta, z) + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta D(\theta) \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (\text{Eq. A7-15})$$

Conclusion de l'annexe :

Dans cette annexe, nous avons présenté l'équation de Gloge qui permet de tenir compte des défauts de la fibre optique dans les couplages soit entre modes guidés soit entre modes guidés et modes rayonnés. L'équation des puissances couplées de Marcuse (Eq. 2-86) donne pour chaque mode guidé une équation différentielle du premier ordre dont la variable est la puissance véhiculée par le mode. Dans leurs expressions originales, ces deux équations ne sont pas compatibles. Or, vu le grand nombre de modes, en introduisant un modèle statistique dérivé du modèle de Marcuse (annexe IV), nous avons montré la correspondance entre la constante de propagation normalisée b et l'angle d'inclinaison θ des rayons par rapport à l'axe optique. La combinaison des deux équations différentielles donne une équation différentielle à deux variables permettant de calculer les pertes dans le transducteur pour une fibre optique présentant des défauts.

Pour mettre en pratique cette nouvelle équation, il faudrait en premier lieu caractériser la fibre optique en déterminant les fonctions $\alpha_d(\theta)$ et $D(\theta)$. Ensuite, suivant les résultats obtenus, il faudrait calculer l'impact de l'atténuation intrinsèque et la diffusion intrinsèque sur une longueur de fibre utilisée dans un transducteur (moins de 1 m). Si les modifications sur la propagation de la lumière dues aux défauts de la fibre sont infimes, l'équation des puissances couplées de Marcuse est suffisante.

Annexe VIII – Présentation de la méthode WKB pour le calcul des constantes de propagation des groupes de modes

La méthode WKB, inventée par Wentzel, Krammers et Brillouin, permet de calculer les constantes de propagation des modes guidés d'une fibre optique multimode où l'indice de réfraction varie avec la coordonnée radiale [Marcuse, 1981]. Elle donne de bons résultats pour des fibres qui véhiculent un grand nombre de modes guidés et lorsque la variation de l'indice de réfraction varie peu sur des distances comparables à la longueur d'onde, ce qui est notre cas.

Le point de départ est l'équation d'onde (Eq. A8-1). Celle-ci est développée dans un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Pour résoudre l'équation A8-2, on postule une solution ψ (Eq. A8-3) qui est le produit de quatre fonctions à une seule variable chacune. En substituant l'équation A8-3 dans l'équation A8-2, on obtient une équation différentielle à une seule variable (Eq. A8-4). Pour avoir l'équation sous la forme désirée pour obtenir la solution WKB, nous procédons à un changement de variable (Eq. A8-5 et A8-6) où a est une constante.

$$\Delta\psi = n^2 \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (\text{Eq. A8-1})$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = n^2 \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (\text{Eq. A8-2})$$

$$\psi = F(r) \cos(\nu\theta) e^{j\omega t} e^{j\beta z} \quad (\text{Eq. A8-3})$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \left(n^2 k_0^2 - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) F = 0 \quad (\text{Eq. A8-4})$$

$$r = a e^x \quad (\text{Eq. A8-5})$$

$$\frac{d^2 F}{dx^2} + (\kappa^2 a^2 e^{2x} - \nu^2) F = 0 \quad (\text{Eq. A8-6})$$

$$\kappa^2 = n^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (\text{Eq. A8-7})$$

L'étape suivante est le changement d'écriture de $F(x)$ (Eq. A8-8). Cette nouvelle expression est injectée dans l'équation A8-6. Pour obtenir la solution WKB, nous devons supposer que $S(x)$ est une fonction qui varie plus rapidement que l'amplitude $A(x)$. Cette hypothèse, nous permet de négliger la dérivée seconde de $S(x)$. Les parties réelles et imaginaires de l'équation A8-9 sont nulles. Nous avons alors deux équations (Eq. A8-10). L'expression de $A(x)$ est immédiatement connue à une constante d'intégration C près (Eq. A8-11). La phase $S(x)$ reste sous forme intégrale (Eq. A8-12). Finalement, on repasse de la variable x à la variable r (Eq. A8-13).

$$F(x) = A(x) e^{jS(x)} \quad (\text{Eq. A8-8})$$

$$\frac{d^2 A}{dx^2} + 2j \frac{dA}{dx} \frac{dS}{dx} - A \left(\frac{dS}{dx} \right)^2 + jA \frac{d^2 S}{dx^2} + (\kappa^2 a^2 e^{2x} - \nu^2) A = 0 \quad (\text{Eq. A8-9})$$

$$\frac{dS}{dx} = \sqrt{\kappa^2 a^2 e^{2x} - \nu^2} \quad (\text{Eq. A8-10})$$

$$\frac{d}{dx} \left[A^2 \frac{dS}{dx} \right] = 0 \quad (\text{Eq. A8-11})$$

$$A(x) = \frac{C}{[\kappa^2 a^2 e^{2x} - \nu^2]^{1/4}} \quad (\text{Eq. A8-11})$$

$$S(x) = \int_{x_1}^x \sqrt{\kappa^2 a^2 e^{2x} - \nu^2} dx \quad (\text{Eq. A8-12})$$

$$A(r) = \frac{C}{[(n^2 k_0^2 - \beta^2) r^2 - \nu^2]^{1/4}} \quad (\text{Eq. A8-13})$$

Les points où le dénominateur de $A(r)$ s'annule ont une signification spéciale. En effet, à ces points la phase $S(r)$ devient imaginaire, ce qui signifie que le champ électromagnétique n'est plus confiné et devient évanescent, décroissant dans la direction r . Ces points spéciaux sont définis par l'équation A8-14.

$$[n^2(r)k_0^2 - \beta^2] - \frac{v^2}{r^2} = 0 \quad (\text{Eq. A8-14})$$

La figure A8-1 est une représentation graphique de deux fonctions issues de l'équation A8-14. Les points où les deux courbes se croisent sont les solutions de l'équation A8-14. Entre les points r_1 et r_2 , le champ électromagnétique est confiné ; au-delà, il devient évanescent. En pratique, pour une fibre à gradient d'indice ou à saut d'indice, r_1 est nul. La fonction de phase $S(r)$ décrit uniquement le mouvement radial de l'onde. En décomposant les cosinus, Ψ peut alors prendre la forme de l'équation A8-15. Le champ électromagnétique peut être décrit comme une superposition d'ondes quasi-planes qui se propagent dans une certaine région du cœur. Au-delà de cette région, le champ décroît de manière exponentielle dans la direction r . Une projection de l'onde (trajectoire du rayon) dans la section transversale de la fibre est présentée en figure A8-2. En suppléments des composantes d'ondes de l'équation A8-15, il faut ajouter des ondes avec une composante $-S(r)$ car la racine carrée de l'équation A8-13 peut être de signe opposé. La solution totale pour ψ est alors donnée par l'équation A8-16.

$$\psi = A(r)(e^{j[\omega t - \beta z - v\theta + S(r)]} + e^{j[\omega t - \beta z + v\theta + S(r)]}) \quad (\text{Eq. A8-15})$$

$$\psi = A(r) \cos(v\theta) \cos(S(r)) e^{j[\omega t - \beta z]} \quad (\text{Eq. A8-16})$$

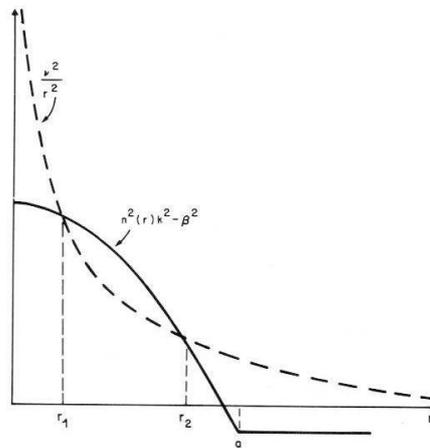


Figure A8-1 : Représentation graphique des solutions de la méthode WKB. Le champ est confiné entre les deux points r_1 et r_2

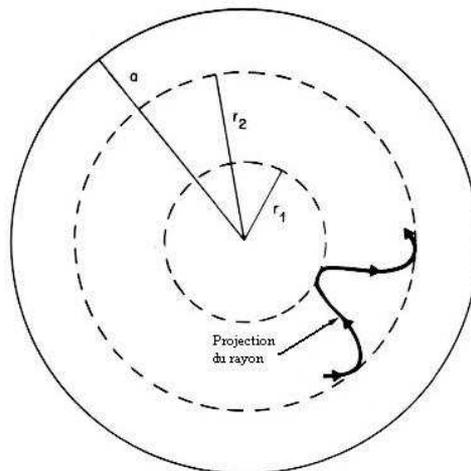


Figure A8-2 : Projection dans la section transversale de la fibre optique d'un rayon confiné dans une fibre à gradient d'indice

Lorsque l'on tourne autour de la circonférence du cœur de la fibre optique de $\theta = 0$ à $\theta = 2\pi$, il faut que la fonction $\cos(v\theta)$ retrouve sa valeur originale. Il faut alors que la fonction $\cos(S(r))$ retrouve sa valeur originale lorsque le rayon parcourt une période radiale de sa trajectoire (cf figure A8-2).

Cette condition plus le déphasage aux réflexions aux points r_1 et r_2 , permettent d'exprimer la condition de phase pour le trajet le long de la trajectoire montrée figure A8-2. μ est un nombre entier appelé le nombre radial du mode.

$$\int_{r_1}^{r_2} \sqrt{(n(r)^2 k_0^2 - \beta^2) - \frac{v^2}{r^2}} dr = \left(\mu + \frac{1}{2}\right) \pi \quad (\text{Eq. A8-17})$$

Pour une fibre à saut d'indice, le nombre de modes N est fonction de la fréquence normalisée V de la fibre optique (Eq. A8-18). Le nombre de groupes de modes M dépend du nombre de modes N (Eq. A8-19). Dans l'approximation WKB, les modes appartenant au même groupe de modes d'indice m (m allant de 1 à M) ont la même constante de propagation (Eq. A8-20). Elle dépend de l'ouverture numérique de la fibre ON , de l'indice de réfraction du cœur n_{co} et du vecteur d'onde k_0 .

$$N = \frac{V^2}{2} \quad (\text{Eq. A8-18})$$

$$M = \sqrt{N} \quad (\text{Eq. A8-19})$$

$$\beta_m = k_0 n_{co} \sqrt{1 - \frac{ON^2 m^2}{n_{co}^2 M^2}} \quad (\text{Eq. A8-20})$$

$$m = 2\mu + \nu + 1 \quad (\text{Eq. A8-21})$$

Conclusion de l'annexe :

Dans cette annexe, nous avons présenté la méthode WKB qui permet de déterminer les constantes de propagation des modes guidés. Cette méthode est très populaire pour modéliser la propagation des modes guidés dans une fibre optique car les formules (Eq. A8-20) sont analytiques. De plus, nous avons vu dans le chapitre III que bien que la répartition des constantes de propagation, obtenues par la méthode WKB, dans l'espace fréquentiel ne correspond pas à la répartition des constantes de propagation des modes LP mais elle correspond bien à la répartition de l'énergie dans la fibre optique. C'est pourquoi cette méthode est particulièrement adaptée pour simuler la propagation dans des fibres multimodes où les modes guidés couplées aux modes rayonnés perdent quasiment toute leur énergie.

Annexe IX - Etude de l'impact de l'effet élasto-optique sur les modes propagés dans la fibre

L'effet élasto-optique rend la fibre optique anisotrope et inhomogène. Son impact est triple :

- Modification des indices effectifs des modes ;
- Levée de dégénérescence des modes hybrides ;
- Modification des distributions d'intensité.

La fibre HCL200 véhicule 6069 modes guidés dont la plupart son dégénéré 2 fois. Prendre une fibre optique ne véhiculant que peu de modes guidés permet de mieux étudier les indices effectifs des modes guidés en fonction de l'écrasement de la fibre optique. La fibre à saut d'indice considérée pour cette simulation est constituée des mêmes matériaux que la fibre HCL200 (silice pour le cœur et la gaine optique). Le diamètre du cœur vaut $5\ \mu\text{m}$ et celui de la gaine optique $6\ \mu\text{m}$. Son ouverture numérique vaut 0,22. Il s'agit d'une fibre optique à saut d'indice de mêmes indices de réfraction que la fibre HCL200 mais ayant des dimensions 40 fois plus petites. La longueur d'onde de la source reste inchangée ($630\ \text{nm}$). Cette diminution du diamètre du cœur en gardant les autres paramètres constants fait que la fréquence normalisée de la fibre optique est plus petite. Elle ne véhicule que 9 modes guidés dont 7 sont dégénérés 2 fois ; ce qui fait 16 modes en tout.

Le système de simulation est une fibre optique infinie dans la direction de propagation de la lumière de $6\ \mu\text{m}$ de diamètre extérieur contrainte entre deux plans parallèles (cf II.1.2). Comme le système est invariant dans la direction de propagation de la lumière, la simulation devient une simulation en deux dimensions dans le plan transversal de la fibre optique. Les contraintes dans la section transversale de la fibre optique sont calculées avec les formules du contact hertzien (Eq. 2-11). Les figures 2-8 et 2-9 représentent respectivement les contraintes σ_x et σ_y dans la section transversale de la fibre HCL200 soumise à un écrasement de $20\ \mu\text{m}$. Ensuite, après application du tenseur élasto-optique, nous obtenons les indices locaux de réfraction (Eq. 2-24). Les figures 2-10 et 2-11 représentent respectivement les indices locaux de réfraction suivant les directions O_x et O_y de la fibre HCL200 soumise à un écrasement de $20\ \mu\text{m}$. L'indice de réfraction dans la direction longitudinale n'est pas modifié car les contraintes sont planes. Les propriétés de la fibre optique sont devenues inhomogènes et anisotropes. Les indices locaux de réfraction ainsi calculés sont incorporés dans le solveur de modes de Comsol.

AIX.1 Indices effectifs des modes guidés

La simulation par éléments finis, nous permet, tout d'abord, de calculer les constantes de propagation des modes nécessaires au calcul des couplages. Cette méthode est très couteuse en temps et elle ne permettrait pas une étude systématique. La figure 3-1 représente les indices effectifs des modes de cette fibre en fonction de l'écrasement imposé. La fibre HCL200 a été soumise à un écrasement de $20\ \mu\text{m}$ ce qui correspondrait à un écrasement de $0.5\ \mu\text{m}$ de la fibre considérée dans cette simulation. On constate que l'anisotropie et l'inhomogénéité des indices de réfraction provoquent la levée de dégénérescence des modes. C'est un phénomène analogue à la levée de dégénérescence entre les modes TE et TM dans un milieu infini homogène biréfringent. Globalement, les indices effectifs de modes augmentent avec l'écrasement.

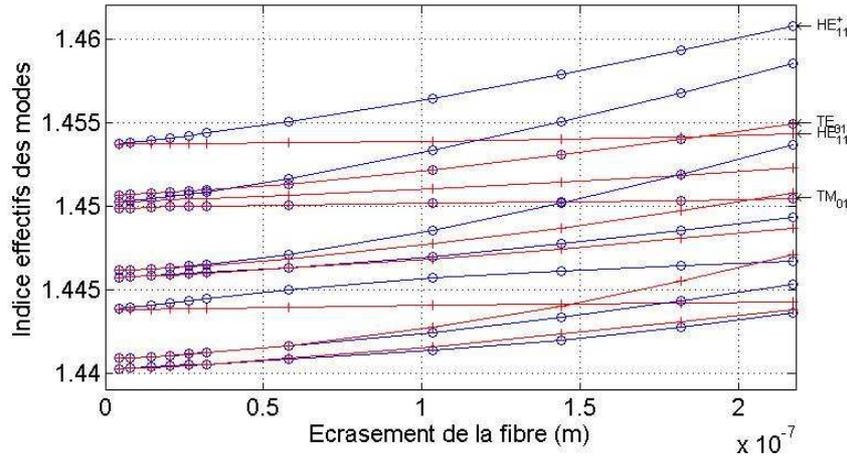


Figure A9-1 : Indices effectifs des modes en fonction de l'écrasement pour la fibre faiblement multimode considérée

AIX.2 Modification des distributions d'intensité

Les distributions d'intensité des modes sont aussi affectées par l'effet élasto-optique. Pour évaluer cet impact, nous nous intéresserons uniquement à la distribution d'intensité du mode fondamental dont l'indice effectif est le plus élevé. La figure A9-2 présente les distributions d'intensité normalisées du mode fondamental dans le cas de la fibre non perturbée (fibre à saut d'indice) et dans le cas de la fibre écrasée de $0.217 \mu\text{m}$. On constate que le pic central de la distribution s'est étiré dans la direction de la contrainte. La coupe suivant l'axe $X=0$ (figure A9-3) montre à quel point le mode a changé à cause de l'écrasement de la fibre optique.

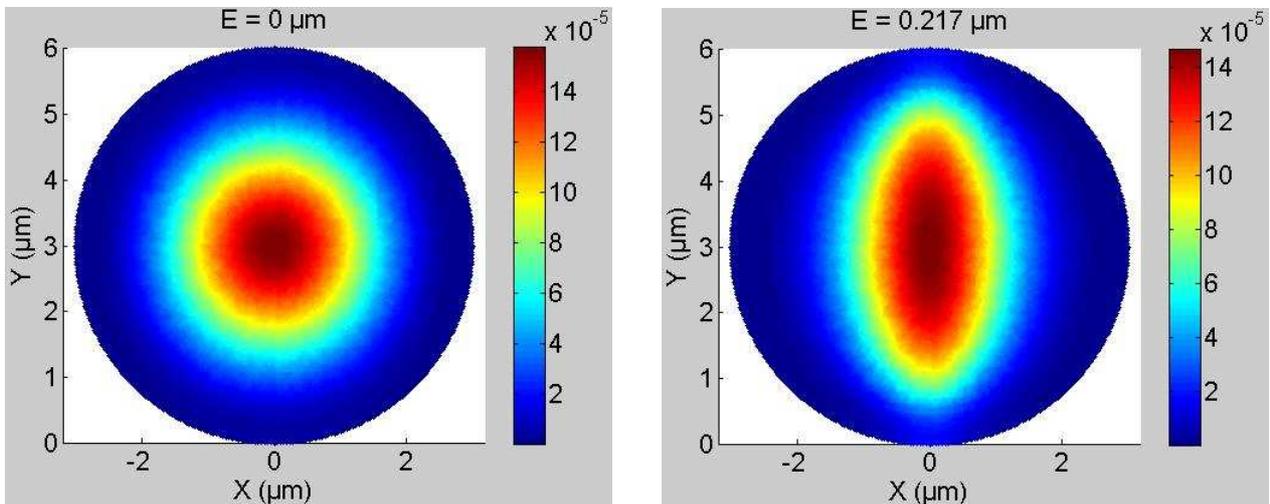


Figure A9-2 : Distributions d'intensité normalisée du mode fondamental d'indice effectif le plus élevé pour un écrasement nul (image de gauche) et pour un écrasement de $0.217 \mu\text{m}$ (image de droite)

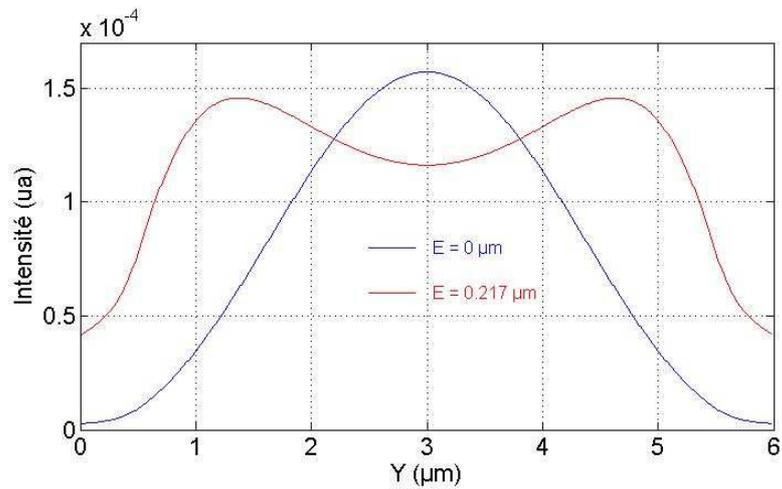


Figure A9-3 : Coupe suivant l'axe $X=0$ des deux distributions d'intensité de la figure A9-3

Conclusion de l'annexe :

Dans cette annexe, nous avons montré que l'effet élasto-optique modifie les constantes de propagation des modes et leurs distributions d'intensité. La complexité des indices locaux de réfraction ne permet pas une résolution analytique du problème. Il est donc impossible de déterminer les modes d'une fibre perturbée de fréquence normalisée élevée ($V > 100$).

Annexe X – Présentation des circuits électroniques d'alimentation, de réception et de conditionnement du signal

L'alimentation du capteur et le conditionnement du signal (plage de tension en sortie) sont donnés par un cahier des charges concernant un projet. Les circuits électroniques proposés dans cette partie restent généraux. Pour l'adapter à un capteur en particulier, il suffira de bien dimensionner les composants.

En premier lieu, nous allons nous intéresser au circuit de réception convertissant le courant généré par la photodiode en tension. En second lieu, nous introduirons un circuit permettant la normalisation du signal de réception par rapport à un signal de référence. Ce circuit est nécessaire car la stabilisation de la puissance émise par la diode est problématique. En dernier lieu, nous verrons comment conditionner le signal pour avoir une réponse en tension sur une plage donnée.

AX.1 Circuit de réception

La photodiode est un composant électronique qui convertit l'intensité lumineuse en courant grâce à des matériaux semi-conducteurs. Elle doit être choisie en fonction de la longueur d'onde de la source. Comme la DEL émet dans le spectre visible, il faut utiliser une photodiode où la partie sensible est en silicium. Typiquement les courants générés sont de l'ordre du picoampère voire du nanoampère. Le montage électronique classique pour les convertir en tension est un montage à amplificateur opérationnel appelé montage transimpédance. La figure A10-1 représente le schéma d'un montage transimpédance. La photodiode génère un courant I_p qui circule à travers la résistance de contre-réaction du montage R_f . Le potentiel sur l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel est nul donc la tension de sortie V_t s'obtient par la loi d'Ohm en multipliant le courant de photodiode I_p avec la valeur de la résistance de contre-réaction R_f (Eq. A10-1). La tension V_t est appelée tension du transducteur.

$$V_t = R_f I_p \quad (\text{Eq. A10-1})$$

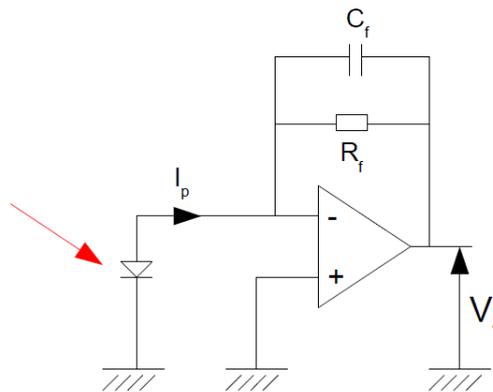


Figure A10-1 : Schéma du montage d'un circuit transimpédance

Pour identifier les sources d'erreurs sur la tension de sortie V_t , la photodiode et l'amplificateur opérationnel sont remplacés par leurs circuits équivalents (figure A10-2). Dans ce cas, l'amplificateur est remplacé par un amplificateur opérationnel idéal, un générateur de tension V_{os} et source de courant I_b . Le circuit équivalent de la photodiode est une source de courant I_p montée en parallèle d'une résistance R_s et d'un condensateur C_s . La première source d'erreur sur la tension de sortie est le courant de biais I_b généré par l'amplificateur opérationnel lui-même. L'erreur de tension V_{el} qu'il génère est proportionnelle à la résistance de contre-réaction R_f (Eq. A10-2). La seconde source

d'erreur est dû à la différence de potentiel entre les deux entrées de l'amplificateur opérationnel V_{os} . L'erreur de tension V_{e2} qu'il génère dépend de la résistance de contre-réaction R_f et de la résistance de la photodiode R_s , qui est typiquement de l'ordre du gigaohm.

Pour diminuer les erreurs de tensions sur la tension de sortie, il faut choisir un amplificateur opérationnel à faible courant de biais I_b (input bias current) et à faible différence de potentiel entre ses entrées V_{os} (input offset voltage). La société Analog Devices propose l'amplificateur AD549 qui répond à ce cahier des charges.

$$V_{e1} = R_f I_b \quad (\text{Eq. A10-2})$$

$$V_{e2} = \left(1 + \frac{R_f}{R_s}\right) V_{os} \quad (\text{Eq. A10-3})$$

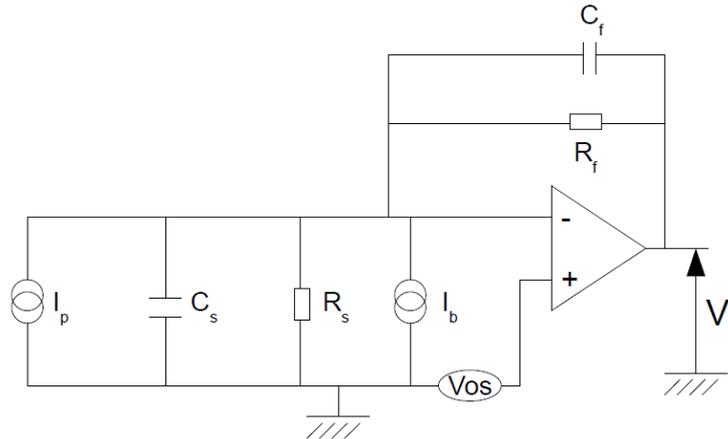


Figure A10-2 : Montage transimpédance en remplaçant la photodiode et l'amplificateur opérationnel par leurs circuits équivalents

Nous venons de présenter un circuit électronique qui convertit l'intensité lumineuse en courant puis en tension. Après avoir vu la réception du signal optique, nous allons nous intéresser à la génération et l'injection de la lumière. Nous avons déjà constaté que la DEL ne peut être stabilisée en puissance que sous certaines conditions très restrictives (temps de chauffe et biais dû à la température). Comme la stabilisation de la puissance émise par la DEL n'est pas possible, nous allons proposer un circuit de normalisation du signal optique qui a également l'avantage de conditionner la réponse du capteur.

AX.2 Circuit de normalisation du signal optique et de conditionnement

La stabilisation de la puissance émise par la DEL est difficile à réaliser en régime transitoire. En effet, même si le courant est stabilisé, pendant la période de chauffe de la DEL, la puissance émise ne sera pas constante. Un montage basique d'alimentation est présenté en figure A10-3. Des montages plus perfectionnés et plus appropriés seront nécessaires pour stabiliser le courant d'alimentation de la DEL, tel un montage à miroir de courant. Pour tenir compte des fluctuations de puissance lumineuse émise, on ajoute au montage un autre circuit transimpédance avec une photodiode placée à côté de la DEL. La tension de sortie de ce circuit est appelé tension de référence V_r . En divisant la tension du transducteur par la tension de référence, le signal du capteur est normalisé. Or, la tension du transducteur est la somme de deux tensions : une composante continue qui correspond au signal du transducteur dans son état initial et une tension qui correspond au phénomène physique que l'on veut mesurer. Le capteur étant petit signal, l'information utile est difficile à extraire à cause de la forte composante continue. Au lieu de simplement diviser les deux tensions, il est préférable de directement conditionner le signal c'est-à-dire pour une plage de variation donnée du paramètre physique, le capteur doit délivrer un signal dans une certaine plage de tension. Pour retirer la composante continue de la tension du transducteur, on peut par exemple faire la différence entre la tension du transducteur

et la tension de référence avant de diviser le résultat par la tension de référence. La figure A10-4 est le schéma d'un montage soustracteur. En choisissant des résistances de valeurs identiques, la tension de sortie du montage est simplement la différence entre les deux tensions. L'équation A10-4 donne la tension en sortie du montage en fonction des deux tensions d'entrée et des valeurs des résistances. Pour faire la division de deux tensions analogiques, on utilise un multiplicateur analogique. Le composant AD633JN de la société Analog Devices a cette fonction. Dans sa fiche technique, un montage diviseur est proposé. Il est reproduit figure A10-5. On remarque que l'on a une inversion du signe de la tension. Pour compenser cela, il suffit d'invertir les bornes du montage soustracteur.

$$V_d = \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} \frac{R_4}{R_1} V_t - \frac{R_3}{R_1} V_r \quad (\text{Eq. A10-4})$$

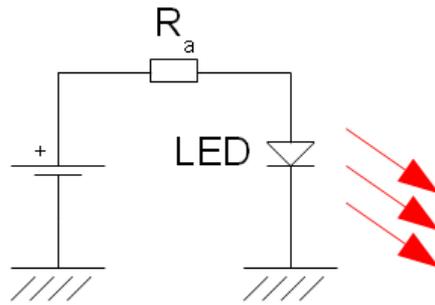


Figure A10-3 : Montage d'alimentation de la DEL

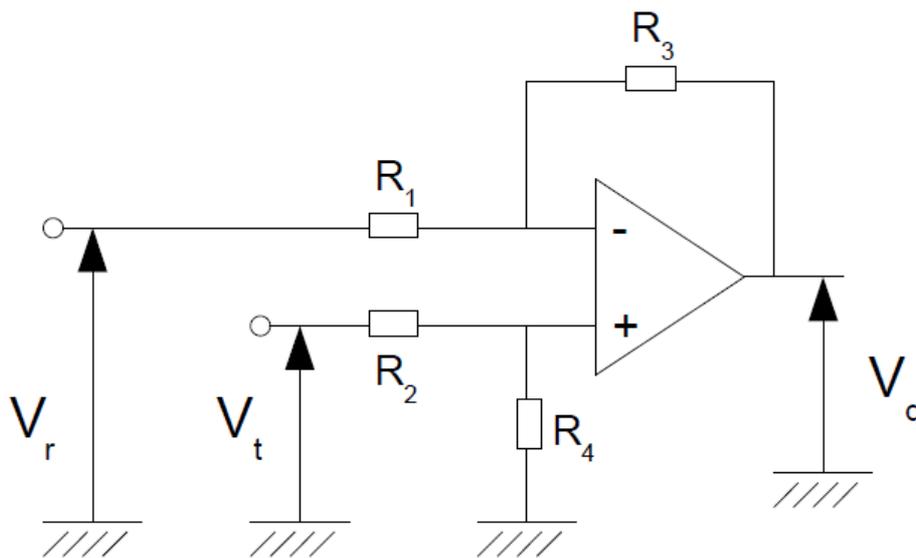


Figure A10-4 : Montage soustracteur

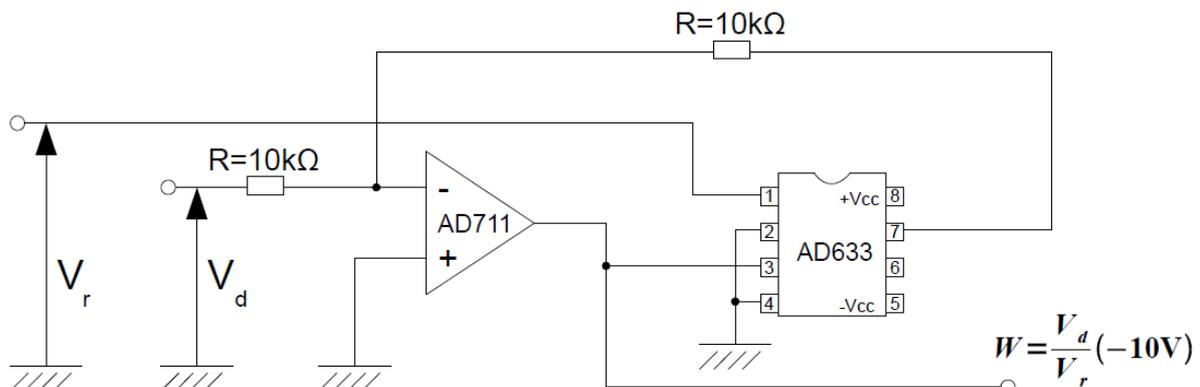


Figure A10-5 : Montage diviseur de tension

Les différents montages que nous avons présentés ne sont que des circuits intermédiaires de l'électronique du capteur. La figure A10-6 représente le schéma du circuit proposé.

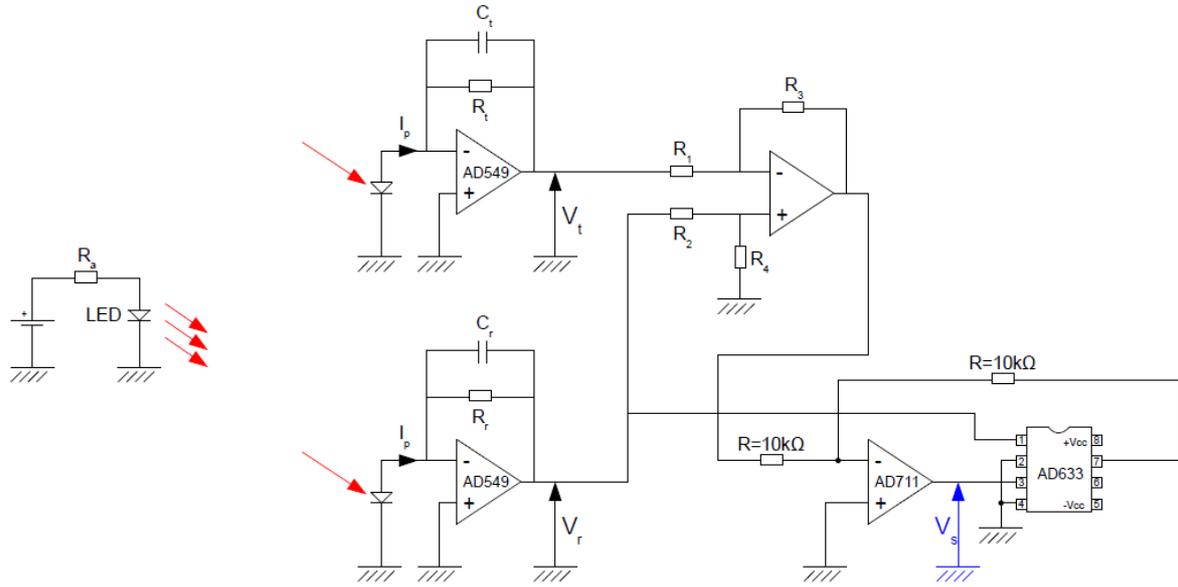


Figure A10-6 : Circuit électronique dédié au capteur

Annexe XI - Caractérisation optique et thermique des fibres optiques

Pour simuler le comportement du transducteur en fonction de la température, il faut connaître le comportement thermo-optique du cœur et de la gaine optique. Les indices de réfraction du cœur et de la gaine optique évoluent avec la température. Le cœur étant supposé en silice pure, son coefficient thermo-optique est connu. Dans la seconde partie de ce paragraphe, nous verrons que la détermination expérimentale de l'ouverture numérique nécessite des mesures de puissance lumineuse et la connaissance précise de l'ouverture numérique à une température de référence. Or, les indices de réfraction dépendent de la longueur d'onde de la source. Avant de mesurer expérimentalement l'ouverture numérique en fonction de la température, il faut déterminer l'ouverture numérique de la fibre à une température donnée.

AXI.1 Détermination de l'ouverture numérique des fibres optiques

L'ouverture numérique d'une fibre optique détermine son cône d'acceptance c'est-à-dire que tout rayon lumineux dont l'angle d'inclinaison par rapport à l'axe optique est inférieur au demi-angle au sommet de ce cône subit des réflexions totales sur l'interface cœur/gaine optique. L'ouverture numérique ON de la fibre optique est directement reliée au demi-angle au sommet θ du cône (Eq. A11-1). La mesure de cet angle est difficile par une méthode directe. Lorsque l'on place à quelques centimètres de l'extrémité de la fibre optique un écran de projection, la figure que l'on observe est de symétrie circulaire avec une intensité décroissante à partir du centre. Sa forme ressemble à la fonction gaussienne. La figure A11-1 est une coupe radiale de la figure observée à l'analyseur de faisceau. Or, cette figure, en raison de la diffraction, il n'y a pas de rupture nette dans la courbe pour définir le diamètre du faisceau. Dans ce cas, il faut fixer un critère. Nous avons choisi de définir le diamètre comme la largeur à mi-hauteur de la courbe. La détermination du diamètre seul ne suffit pas pour calculer θ . La connaissance de la distance entre l'extrémité de la fibre et la puce CCD de l'analyseur de faisceau permet le calcul de θ grâce à une formule trigonométrique. Or, la mesure de cette distance n'est pas facile c'est pourquoi nous avons choisi de déterminer le diamètre du faisceau en mesurant deux fois le diamètre du faisceau (D_1 , D_2) à deux endroits espacés d'une distance e (Eq. A11-2, fig A11-2). Expérimentalement, l'analyseur de faisceau a été monté sur une platine de déplacement pour effectuer ces deux mesures pour chaque fibre optique. Cette série de mesures nous a permis de déterminer les ouvertures numériques des deux fibres utilisées pour notre source lumineuse à une température de 20°C.

Fibre optique	Ouverture numérique
HCL200 (silice/silice)	0,2264
HCP200 (silice/polymère)	0,3683

Tableau A11-1 : Ouverture numérique des fibres optiques à 20°C

$$ON = \sin(\theta) \quad (\text{Eq. A11-1})$$

$$\tan(\theta) = \frac{D_2 - D_1}{2e} \quad (\text{Eq. A11-2})$$

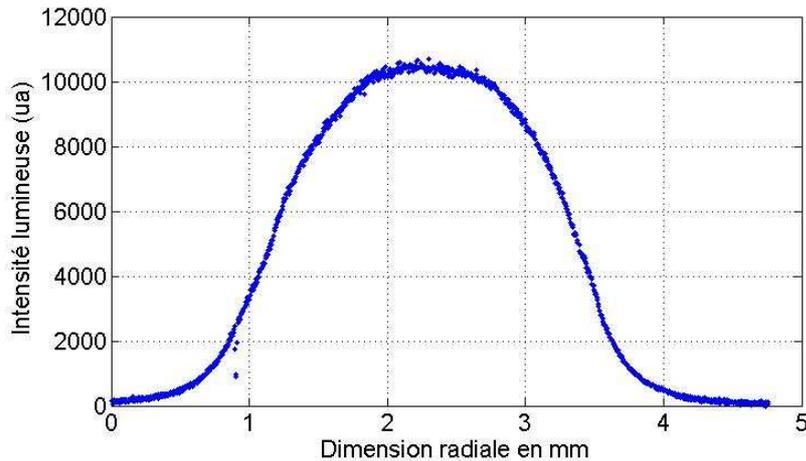


Figure A11-1 : Profil radiale du faisceau en sortie de fibre optique mesuré à quelques millimètres de l'extrémité de la fibre optique (Profil d'intensité mesuré par un analyseur de faisceau)

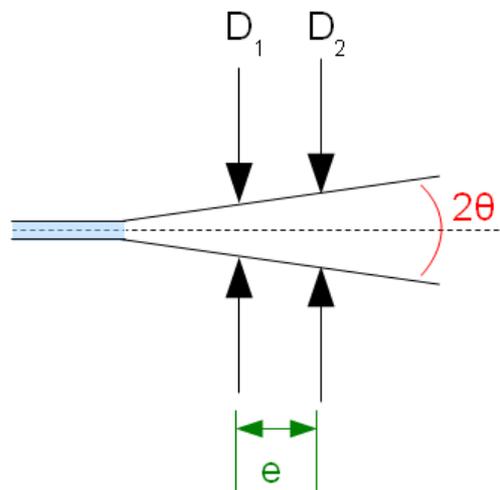


Figure A11-2 : Détermination de l'ouverture numérique de la fibre optique par la détermination du diamètre du faisceau en deux altitudes séparées de la distance e

AXI.1 Détermination expérimentale des coefficients thermo-optiques des gaines optiques

Le coefficient thermo-optique α d'un matériau est la dérivée de l'indice de réfraction n du matériau par rapport à la température T (Eq. A11-3). Le cœur des deux fibres optiques utilisées est en silice, matériau dont le comportement a largement été étudié ($\alpha_{Si} = 1,4477 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$). En revanche, les coefficients thermo-optiques des gaines optiques ne sont pas connus. La détermination de l'ouverture numérique des fibres en fonction de la température permet alors de calculer le coefficient thermo-optique en fonction de la température. La méthode que nous avons utilisé pour déterminer l'ouverture numérique des fibres à température ambiante est longue et nécessite plusieurs étapes : acquisition des images, déplacement de l'analyseur de faisceau et dépouillement des données. Il est plus aisé de mesurer la variation l'intensité lumineuse à la sortie de la fibre optique et de la relier à la variation de l'ouverture numérique.

Le diagramme d'émission d'une DEL réelle présente quasiment un palier unitaire pour les faibles angles d'émission (entre 0 et 15°) c'est-à-dire que n'importe quel rayon lumineux émis dans l'axe

optique de la DEL ou légèrement incliné par rapport à celui-ci portera la même énergie. Les rayons qui entrent dans la fibre optique ne sont quasiment pas atténués si leur angle d'inclinaison est inférieur au demi-angle au sommet du cône d'acceptance de la fibre optique θ (figure A11-2). La transmission quasi-totale des rayons d'angles d'inclinaison par rapport à l'axe optique inférieurs à θ et le fait que chaque rayon véhicule la même quantité d'énergie permettent de relier linéairement l'angle solide du cône d'acceptance Ω (Eq. A11-4) de la fibre optique à l'intensité lumineuse mesurée en sortie de fibre. L'ouverture numérique est reliée à θ par l'équation A11-1. Pour une ouverture numérique de 0.22, θ vaut 12° . Comme les angles sont petits, en remplaçant les fonctions trigonométriques par leur développement limité au second ordre, on obtient une relation reliant le carré de l'ouverture numérique ON à l'angle solide du cône d'acceptance Ω de la fibre optique (Eq. A11-5). L'intensité lumineuse P en sortie de la fibre optique est donc proportionnelle au carré de l'ouverture numérique (Eq. AXI-6).

$$\alpha(T) = \frac{\partial n}{\partial T} \quad (\text{Eq. A11-3})$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(\theta)) \quad (\text{Eq. A11-4})$$

$$ON^2 \approx \frac{\Omega}{\pi} \quad (\text{Eq. A11-5})$$

$$\frac{P(T)}{P(T_0)} \approx \frac{ON^2(T)}{ON^2(T_0)} \quad (\text{Eq. AXI-6})$$

Le coefficient thermo-optique de la silice peut être considéré constant avec la température sur la plage [-100 200°C]. On fait l'hypothèse que les coefficients thermo-optiques des gaines optiques le sont également. Cette hypothèse sera vérifiée par l'expérience. L'expression de l'ouverture numérique est développée en équation A11-7 pour faire apparaître les coefficients thermo-optiques. Comme les coefficients thermo-optiques des matériaux considérés sont faibles ($\sim 10^{-5} \text{ K}^{-1}$), les termes où apparaissent les carrés des coefficients thermo-optiques sont négligés. En injectant l'expression simplifiée de l'ouverture numérique fonction de la température dans l'équation A11-6, on obtient une relation entre l'intensité lumineuse $P(T)$, la température T , les coefficients thermo-optiques des matériaux de la fibre optique (α_{co} et α_{go}) et les caractéristiques de la fibre à une température de référence T_0 ($P(T_0)$, $n_{co}(T_0)$ et $n_{go}(T_0)$). Si le coefficient thermo-optique est constant avec la température sur la plage considérée, la courbe de l'intensité lumineuse en fonction de la température est une fonction affine (Eq. A11-8). Le coefficient thermo-optique de la gaine optique α_{go} (Eq. A11-9) est calculé à partir : des indices de réfraction du cœur et de la gaine optique à la température de référence T_0 ($n_{co}(T_0)$ et $n_{go}(T_0)$), du coefficient directeur de la courbe Cd , du coefficient thermo-optique du cœur α_{co} supposé connu et valant $1,4477.10 \text{ K}^{-5}$ [Remouche, 2001] et de l'ouverture numérique de la fibre optique à la température de référence ($ON(T_0)$).

$$\begin{aligned} ON^2(T) &= n_{co}^2(T) - n_{go}^2(T) \\ &= (n_{co}(T_0) + \alpha_{co}(T - T_0))^2 - (n_{go}(T_0) + \alpha_{go}(T - T_0))^2 \\ &\approx n_{co}^2(T_0) - n_{go}^2(T_0) + 2(T - T_0) (\alpha_{co}n_{co}(T_0) - \alpha_{go}n_{go}(T_0)) \\ &\approx ON^2(T_0) + 2(T - T_0) (\alpha_{co}n_{co}(T_0) - \alpha_{go}n_{go}(T_0)) \end{aligned}$$

(Eq. A11-7)

$$\begin{aligned} \frac{P(T)}{P(T_0)} &\approx 1 + \frac{2(T-T_0)(\alpha_{co}n_{co}(T_0) - \alpha_{go}n_{go}(T_0))}{ON^2(T_0)} \\ &\approx 1 + Cd(T - T_0) \end{aligned} \quad (\text{Eq. A11-8})$$

$$\alpha_{go} \approx \frac{\alpha_{co}n_{co}(T_0)}{n_{go}(T_0)} - Cd \frac{ON^2(T_0)}{2n_{go}(T_0)} \quad (\text{Eq. A11-9})$$

Le montage expérimental de détermination de l'ouverture numérique en fonction de la température (figure A11-3) est constitué de la source fibré avec une longueur de fibre de 2 m alimentée par un générateur de courant et d'une photodiode montée sur un circuit transimpédance. Seule une partie de la fibre optique subira un changement de température. La chaîne de mesure reste à température

ambiante. La partie de la fibre optique subissant le changement de température est enroulée 2 tours et demi autour d'un cylindre de rayon 50mm. La courbure ne provoque que peu de perte lumineuse dans cette partie de la fibre optique vu le rayon de courbure. Cet élément permet d'accélérer l'atténuation des rayons qui ne subissent pas une réflexion totale. Si l'ouverture numérique augmente, certains rayons ne sont plus atténués car leur angle d'inclinaison par rapport à l'axe optique est devenu inférieur au nouvel angle limite de réflexion total. Les pertes diminuent et donc le taux de transmission augmente. Remouche [Remouche, 2001] a démontré, lors de ses expérimentations que pour un rayon de courbure supérieur à 50mm, les modifications d'indice dues à la courbure sont négligeables et seuls les effets thermiques interviennent.

La figure A11-4 représente l'intensité lumineuse mesurée à sortie de la fibre optique HCL200, normalisée par rapport à la puissance à 20°C, en fonction de la température. Comme la courbe est linéaire, le coefficient thermo-optique de la gaine optique en silice est constant et vaut $1,451.10^{-6}K^{-1}$. Pour la fibre HCP200 dont la gaine optique est en polymère dur, on observe également une fonction affine mais au-delà de 45°C, le coefficient directeur diminue jusqu'à ce que la réponse se stabilise avec la température. Pour des températures inférieures à 45°C, le coefficient thermo-optique du polymère dur est constant et vaut $-1,2.10^{-5}K^{-1}$. Vu que l'ouverture numérique se stabilise pour des températures supérieures à 45°C, cette fibre optique ne pourra pas être utilisée pour des mesures à des températures supérieures à 45°C. L'intérêt de choisir une fibre optique dont le coefficient thermo-optique de la gaine optique est négatif permet d'avoir une variation importante de l'ouverture numérique avec la température et donc d'augmenter la sensibilité du capteur.

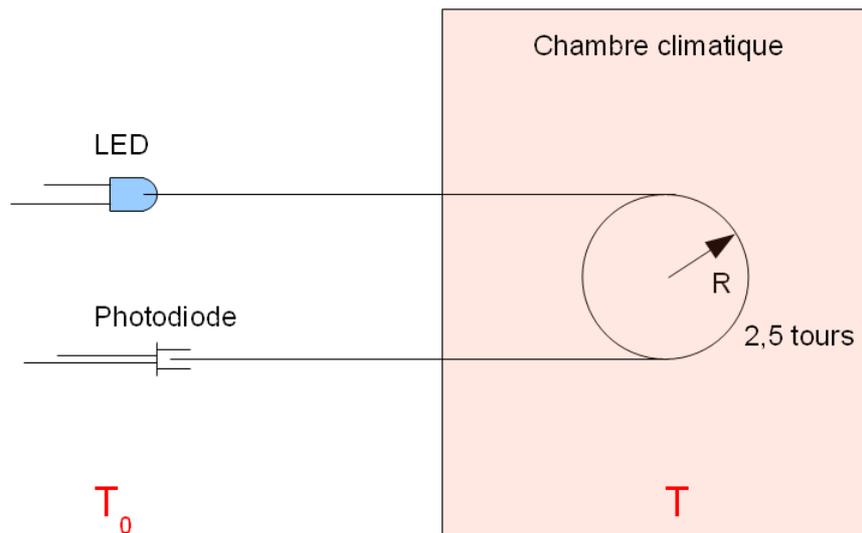


Figure A11-3 : Montage expérimental pour la détermination du coefficient thermo-optique des gaines optiques

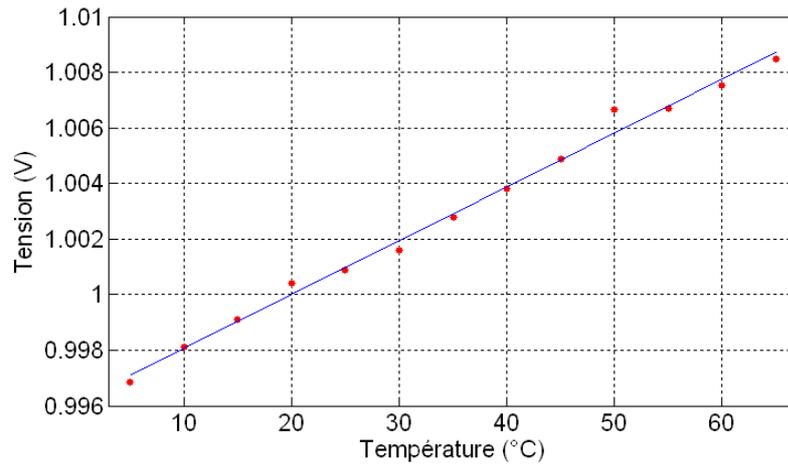


Figure A11-4 : *Intensité lumineuse normalisée par rapport à l'intensité lumineuse à 20°C en fonction de la température pour la fibre HCL200*

Références

- [Arregui et al., 2000] F. Arregui, I. Matias, M. Lopez-Amo, *Optical fiber strain gauge based on a tapered single-mode fiber*, *Sensors & Actuators*, 79, 2000, pp. 90-96
- [Atanackovic et al., 2000] T. Atanackovic, A. Guran, *Theory of elasticity for scientists and engineers*, Edition : Birkhäuser Boston, 2000
- [Belanger] P.A. Belanger, *Les fibres optiques: Supplément d'électromagnétisme appliqué*, Université de Laval, Canada
- [Berthier et al., 1981] S. Berthier, J. Lafait, *Modélisation des propriétés optiques des milieux inhomogènes à structure complexe*, *Journal de Physique, Colloque C1*, supplément au N°1, Tome 42, 1981, pp. 285-299
- [Born et al., 1980] M. Born & E. Wolf, *Principle of Optics*, Edition : Pergamon Press, 1980
- [Bourdon] Bourdon Sedeme, F-41103 Vendome Cedex, France
- [Braess, 2001] D. Braess, *Finite elements Theory, fast solvers and applications in solid mechanics*, Edition : Cambridge University Press, 2001
- [Brissaud, 2007] M. Brissaud, *Matériaux piézoélectriques : caractérisation, modélisation et vibration*, Presses polytechniques universitaires romandes, 2007
- [Bruhat, 1992] G. Bruhat, *Cours de Physique Générale : Optique*, Edition : Masson, 6^{ème} édition, 1992
- [Carey et al., 1986] F. Carey, J. Tinsley Oden, *Finite elements : fluid mechanics*, Edition : Prentice-Hall, 1986
- [Chehura et al., 2007] E. Chehura, S.W. James, R.P. Tatam, *Temperature and strain discrimination using a single tilted fibre Bragg grating*, *Optics Communications*, 275, 2007, pp. 344-347
- [Chen et al., 2003] G. Chen, L. Liu, H. Jia, J. Yu, L. Xu, W. Wang, *Simultaneous pressure and temperature measurement using Hi-Bi fiber Bragg gratings*, *Optics Communications*, 228, 2003, pp. 99-105
- [Cortes et al., 1998] R. Cortes, A.V. Khomenko, A.N. Starodumov, N. Arzate, L.A. Zenteno, *Interferometric fiber-optic temperature sensor with spiral polarization couplers*, *Optics Communications*, 154, 1998, pp. 268-272
- [Cross, 1993] L.E. Cross, *Ferroelectric ceramics: tailoring properties for specific applications*, dans N. Setter et E.L. Colla (ed.), *Ferroelectric Ceramics: Tutorial Reviews, Theory, Processing, and Applications*, Basel: Birkhauser, 1993
- [Cusano et al., 2004] A. Cusano, A. Cutolo, J. Nasser, M. Giordano, A. Calabro, *Dynamic strain measurements by fibre Bragg grating sensor*, *Sensors and Actuators A*, 110, 2004, pp. 276-281

- [Djordjevich et al., 2000] A. Djordjevich, S. Savovic, *Investigation of mode coupling in step index plastic optical fibers using the power flow equation*, IEEE Photon. Technol. Lett., 12, 2000, pp.1489-1491
- [Djordjevich et al., 2004] A. Djordjevich, S. Savovic, *Numerical solution of the power flow equation in step-index plastic fibers*, J. Opt. Soc. Am. B, 21, 2004, pp. 1437-1438
- [Doebelin, 1990] E.O. Doebelin, *Measurement Systems. Application and Design*, 4th ed., New York:McGraw-Hill Co., 1990
- [Dong et al., 2001] X. Dong, Y. Liu, Z. Liu, X. Dong, *Simultaneous displacement and temperature measurement with cantilever-based fiber Bragg grating sensor*, Optics Communications, 192, 2001, pp. 213-217
- [Dory et al., 1999] J.P. Dory, F. Evin, M. Piro, *Chauffage par rayonnement infrarouge*, Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique, D 5 930, 1999
- [Efendioglu et al., 2009] H.S. Efendioglu, T. Yildirim, K. Fidanboylu, *Prediction of force measurements of a microbend sensor based on an artificial neural network*, Sensors, 9, 2009, pp. 7167-7176
- [Fabien, 1996] J. Fabien, *Heating with PTC thermistors*, EDN Products Edition, 41(12A), 10, 1996
- [Fegadolli et al., 2008] W.S. Fegadolli, J.E.B. Oliveira, V.R. Almeida, *Plastic Optical Fiber Microbend Sensors*, PIERS Proceedings, Cambridge, USA, July 2-6, 2008
- [Ferraro et al., 2002] P. Ferraro, G. De Natale, *On the possible use of optical fiber Bragg gratings as strain sensors for geo dynamical monitoring*, Optics and Lasers in Engineering, 37, 2002, pp. 115-130
- [Ferretti, 1996] M. Ferretti, *Capteurs à fibres optiques*, Techniques de l'ingénieur, traité Mesures et Contrôles, R415, 1996
- [Fish et al., 2007] J. Fish, T. Belytschko, *A first course in finite elements*, Edition : John Wiley & Sons, 2007
- [Fischer, 2009] S. Fischer, *Transducteur à fibre optique multimode et à couplage de modes, procédé de réalisation*. PHOSYLAB SAS [FR]. Publication : FR2921482 (A1), 2009
- [Fraden, 1997] J. Fraden, *Handbook of Modern Sensors*, Edition : AIP Press, Seconde edition, 1997
- [Frazao et al., 2005] O. Frazao, R. Romero, F.M. Araujo, L.A. Ferreira, J.L. Santos, *Strain-temperature discrimination using a step spectrum profile fibre Bragg grating arrangement*, Sensors and Actuators A, 120, 2005, pp. 490-493
- [Franzao et al., 2007] O. Franzao, L. Marques, J.M. Marques, J.M. Baptista, J.L. Santos, *Simple sensing head geometry using fibre Bragg gratings for strain-temperature discrimination*, Optics Communications, 279, 2007, pp. 68-71

- [Gaillard, 1969] A. Gaillard, *Instrumentation dans l'industrie pétrolière et chimique*, Editions Technip. Paris et Institut Français du Pétrole, Rueil-Malmaison, 1969
- [Gaussorgues, 1996] G. Gaussorgues, *Détecteurs infrarouges*, Techniques de l'Ingénieur, traité Electronique, E 4 060, 1996
- [Ghorai et al., 2005] S.K. Ghorai, D. Kumar, B.K. Hura, *Strain measurement in a Mch-Zehnder fiber interferometer using genetic algorithm*, Sensors and Actuators A, 122, 2005, pp. 215-221
- [Gloge, 1971] D. Gloge, *Weakly Guiding Fibers*, Applied Optics, Vol. 10, N°10, 1971, pp. 2252-2258
- [Gloge, 1972] D. Gloge, *Optical power flow in multimode fibers*, Bell Syst. Tech. J., N°51, 1972, pp. 1767-1783
- [Grattan et al., 2000] K.T.V Grattan, T. Sun, *Fiber optic sensor technology : an overview*, Sensors and Actuators, 82, pp. 40-61, 2000
- [Hathaway et al., 1999] M.W. Hathaway, N.E. Fisher, D.J. Webb, C.N. Pannell, D.A. Jackson, L.R. Gavrilov, J.W. Hand, L. Zhang, I. Bennion, *Combined ultrasound and temperature sensor using a fibre Bragg grating*, Optics Communications, 171, 1999, pp. 225-231
- [Hecht, 1987] E. Hecht, *Optics*, Edition : Addison Wesley, 2nd édition, 1987
- [Hecht, 2003] E. Hecht, *Physique*, Editions De Boeck Université, 2003
- [Henry, 1991] M. Henry, *Activité optique*, Techniques de l'ingénieur : traité Mesures et Contrôles, R6470, 1991
- [Hirayama et al., 2000] N. Hirayama, Y. Sano, *Fiber Bragg grating temperature sensor for practical use*, ISA Transactions, 39, 2000, pp. 169-173
- [Ho et al., 2002] H.L. Ho, W. Jin, C.C. Chan, Y. Zhou, X.W. Wang, *A fiber Bragg grating sensor for static and dynamic measurands*, Sensors and Actuators A, 96, 2002, pp. 21-24
- [Huang, 1994] W.P. Huang, *Coupled-mode theory for optical waveguides: an overview*, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 11, N°3, 1994, pp. 963-983
- [Jeunhomme et al., 1975] L. Jeunhomme, J.P. Pocholle, *Mode coupling in a multimode optical fiber with microbends*, Applied Optics, Vol. 14, N°10, 1975, pp. 2400-2405
- [Jeunhomme et al., 1976] L. Jeunhomme, M. Fraise, J.P. Pocholle, *Propagation model for long step-index optical fibers*, Applied Optics, 15, 1976, pp. 3040-3046
- [Johnson, 1996] K.L. Johnson, *Contact mechanics*, Edition : Cambridge University Press, 1996
- [Kang et al., 2007] L. Kang, D. Kim, J. Han, *Estimation of dynamic structural displacements using fiber Bragg grating strain sensors*, Journal of Sound and Vibration, 305, 2007, pp. 534-542

- [Ketema, 1995] Ketema, Rodan Division, *Thermistor Product Guide*, Anaheim, CA, 1995
- [Knapp, 2002] R.H. Knapp, *Microbend fiber optic sensor system for pressurized cylinders*, Proceedings of The Twelfth (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference, Kitakyushu, Japan, May 26-31, 2002
- [Kogelnik, 1975] H. Kogelnik, *Theory of dielectric waveguides*, Integrated Optics, T. Tamir, Edition : Springer-Verlag, New York, 1975, Chapitre 2
- [Kumar et al., 2000] A. Kumar, R. Jindal, R.K. Varshney, S.K. Sharma, *A Fiber-Optic Temperature Sensor Based on LP₀₁-LP₀₂ Mode Interference*, Optical Fiber Technology, 6, pp. 83-90, 2000
- [Lacanette, 1996] K. Lacanette, *Silicon Temperature Sensors: Theory and Applications*, Measurements and Control, pp. 120-126, Avril 1996
- [Lagakos et al., 1987] N. Lagakos, J.H. Cole, J.A. Bucaro, *Microbend fiber-optic sensor*, Applied Optics, Vol. 26, N°11, 1987, pp. 2171-2180
- [Lebrun, 2011] A. Lebrun, *Modélisation d'un capteur à fibres optiques de modulation de polarisation pour la détection de vibrations sismiques*, Thèse de l'Université de Strasbourg, 2011
- [Lee, 2003] B. Lee, *Review of the present status of optical fiber sensors*, Optical Fiber technology, 9, pp. 57-79, 2003
- [Li et al., 2005] M. Li, N. Zheng, C.Z. Shi, M. Zhang, Y.B. Liao, *Fiber Bragg grating distributed strain sensing : an adaptative simulated annealing algorithm approach*, Optics & Laser Technology, 37, 2005, pp. 454-457
- [Lim et al., 2001] J. Lim Q.P. Yang, B.E. Jones, P.R. Jackson, *DP flow sensor using optical fibre Bragg grating*, Sensors and Actuators A, 92, 2001, pp. 102-108
- [Liu et al., 2003] H.B. Liu, H.Y. Liu, G.D. Peng, P.L. Chu, *Strain and temperature sensor using a combination of polymer and silica fibre Bragg gratings*, Optics Communications, 219, 2003, pp. 139-142
- [Love et al., 1980] J.D. Love, C. Winckler, *Generalized Fresnel power transmission coefficients for curved graded-index media*, IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol 28, N°7, 1980, pp. 689-695
- [Luo et al., 1999] F. Luo, J. Liu, T.F. Morse, *A fiber optic microbend sensor for distributed sensing application in the structural strain monitoring*, Sensors & Actuators, 75, 1999, pp. 41-44
- [MacKay et al., 2010] T. MacKay, A. Lakhatakia, *Electromagnétique Anisotropy and Bianisotropy, a field guide*, Edition : World Scientific Publishing, 2010

- [Mandal et al., 2005] J. Mandal, Y. Shen, S. Pal, T. Sun, K.T.V. Grattan, A.T. Augousti, *Bragg grating tuned fiber laser system for measurement of wider range temperature and strain*, Optics Communications, 244, 2005, pp. 111-121
- [Manual, 1993] *Manual on the Use of Thermocouples in Temperature Measurement*, MNL 12, Edition : R. M. Park, 4^{ème} édition, Philadelphia, PA, American Society for Testing and Materials, 1993
- [Marcuse, 1973] D. Marcuse, *Coupled mode theory of round optical fibers*, Bell Syst. Tech. J., 52, 1973, pp. 817-842
- [Marcuse, 1981] D. Marcuse, *Principles of optical fiber measurements*, Edition : Academic Press, 1981
- [Marcuse, 1991] D. Marcuse, *Theory of dielectric optical waveguides*, Edition : Academic Press, Second Edition, 1991
- [Mateo et al., 2006] J. Mateo, A. Losada, I. Garces, *Global characterization of optical power propagation in step-index plastic optical fibers*, Optics Express, Vol. 14, N°20, 2006, pp. 9028-9035
- [Mattei, 2005] S. Mattei, *Rayonnement thermique des matériaux opaques*, Techniques de l'Ingénieur, BE 8 210, 2005
- [Moulton et al., 1990] A.J. Moulton, J.M. Herbert, *Electroceramics: Materials, Properties, Applications*, London: Chapman and Hall, 1990
- [Naci et al., 1997] M. Naci Inci, J.S. Barton, J.D.C. Jones, *A fiber-optic thermometric sensor based on the thermo-optic effect of titanium dioxide coatings*, Optics & Laser Technology, Vol. 29, N°3, 1997, pp. 121-124
- [Ni et al., 2007] X. Ni, Y. Zhao, J. Yang, *Research of a novel fiber Bragg grating underwater acoustic sensor*, Sensors and Actuators A, 138, 2007, pp. 76-80
- [Nye, 1985] J.F. Nye, *Physical Properties of Crystals*, Oxford: Oxford University Press, 1985
- [Pandey et al., 2006] N.K. Pandey, B.C. Yadav, *Embedded fibre optic microbend sensor for measurement of high pressure and crack detection*, Sensors & Actuators A, 28, 2006, pp. 33-36
- [Parmentier et al., 2003] R. Parmentier, M. Lequime, *Substrate-strain-induced tenability of dense wavelength-division multiplexing thin-film filters*, Optics Letters, Vol. 28, N°9, 2003, pp. 728-730
- [Pandey et al., 2007] N.K. Pandey, B.C. Yadav, *Fibre optic pressure sensor and monitoring of structural defects*, Optica Applicata, Vol. 37, N°1-2, 2007, pp. 57-63
- [Rapin, 1993] P. Rapin, *Méthode des éléments finis*, Technique de l'Ingénieur, traité Sciences fondamentales A 656-1, 1993
- [Remouche, 2001] M. Remouche, *Modélisation et caractérisation de la propagation de la lumière dans les guides d'ondes plans courbes et les fibres optiques courbées. Application à un capteur de*

température à fibre optique à modulation d'amplitude, Thèse de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2001

[Reyne, 2006] M. Reyne, *Solutions composites : thermodurcissables et thermoplastiques*, JEC publications, 2006

[Ribeiro et al., 2004] R.M. Ribeiro, M.M. Werneck, *An intrinsic graded-index multimode optical fibre strain-gauge*, *Sensors and Actuators A*, 111, 2004, pp. 210-215

[Rousseau et al., 1977] M. Rousseau, L. Jeunhomme, *Numerical solution of the coupled-power equation in step-index optical fibers*, *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*, 25, 1977, pp. 577-585

[Serio, 2005] B. Serio, F. Conseil, J.J. Hunsinger, P. Derderian, D. Collard, L. Buchailot, *Close infrared thermography using an intensified CCD camera : application in nondestructive high resolution evaluation of electrothermally actuated MEMS*, *Proc. SPIE*, Volume 5856, *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IV*, Wolfgang Osten, Christophe Gorecki, Erik L. Novak, Editors, (12-16 June 2005), Munich, pp. 819-829.

[Sihvola, 1999] A. Sihvola, *Electromagnetic mixing formulas and applications*, Edition : The Institution of Electrical Engineers, 1999

[Sivoukhine, 1984] D. Sivoukhine, *Cours de Physique Générale : Tome IV (Optique)*, vol.2, Edition : Mir, 1984

[Snitzer, 1961] E. Snitzer, *Cylindrical Dielectric Waveguide Modes*, *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 51, N°5, 1961, pp. 491-498

[Snyder et al., 1975] A.W. Snyder, J.D. Love, *Reflection at a curved dielectric interface – Electromagnetic tunneling*, *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, Vol 23, N°1, 1975, pp. 134-141

[Snyder et al., 1976] A.W. Snyder, C. Pask, *Geometric limit of Marcuse's coupled power equations*, *Applied Optics*, Vol. 15, N°4, 1976, pp. 868-869

[Snyder, 1969] A.W. Snyder, *Excitation and Scattering of Modes on a Dielectric or Optical Fiber*, *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol. MIT-17, N°12, 1969, pp. 1138-1144

[Snyder et al., 1973] A.W. Snyder, C. Pask, *Incoherent illumination of an optical fiber*, *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 63, N°7, 1973, pp. 806-812

[Snyder et al., 1973] A.W. Snyder, C. Pask, D.J. Mitchell, *Light-acceptance property of an optical fiber*, *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 63, N°1, 1973, pp. 59-64

[Snyder et al., 1996] A.W. Snyder, J.D. Love, *Optical Waveguide Theory*, Edition : Chapman & Hall, 1996

[Snyder, 1972] A.W. Snyder, *Coupled-mode theory for optical fibers*, *J. Opt. Soc. Am.*, 62, 1972, pp. 1267-1277

- [Soutas-Little, 1973] R. Soutas-Little, *Elasticity*, Edition : Prentice-Hall, 1973
- [Taflove et al., 1961] A. Taflove, S. Hagness, *The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Antennas and Propagation Library, Computational Electrodynamics
- [Taillet, 2006] R. Taillet, *Optique physique, propagation de la lumière*, Edition : De Boeck & Lancier, 2006
- [Taine, 1995] J. Taine, J.P. Petit, Cours et données de base, transferts thermiques, mécanique des fluides anisothermes, Edition : Dunod, Seconde édition, 1995
- [Takahashi et al., 2000] N. Takahashi, K. Yoshimura, S. Takahashi, K. Imamura, *Development of an optical fiber hydrophone with fiber Bragg grating*, Ultrasonics, 38, 2000, pp. 581-585
- [Tao et al., 2000] X. Tao, L. Tang, W. Du, C. Choy, *Internal strain measurement by fiber Bragg grating sensors in textile composites*, Composites Science and Technology, 60, 2000, pp. 657-669
- [Thermometrics Inc, 1993] Thermometrics, Inc., *Thermometrics NTC & PTC Thermistors*, Edison, NJ, 1993
- [Timoshenko et al., 1951] S. Timoshenko, J.N. Goodier, *Theory of elasticity*, Edition : McGraw-Hill Book Compagny, 1951
- [Webster, 1999] J.G. Webster, *The measurement, Instrumentation and Sensors Handbook*, Edition: CRC Press LLC, 1999
- [Wegner et al., 1994] R. Wegner and H. Hulsemann, *New Family of Monolithic Temperature Sensor and Controller Circuits Present Challenges In Maintaining Temperature Measurement Accuracy*, Proceedings of Sensors Expo West, Anaheim, CA, 1994
- [Weiglhofer et al., 2003] W. Weiglhofer, A. Lakhatakia, *Introduction to complex mediums for optics and electromagnetics*, Edition : SPIE, 2003
- [Witkowsky et al., 2008] J.S. Witkowsky, A. Grobelny, *Ray tracing in a 3D analysis of fiber-optic elements*, Optica Applicata, Vol. 38, N°2, 2008
- [Wu et al., 2005] X. Wu, C. Schmidt-Hattenberger, K. Krüger, J. Chen, *Temperature-controlled fiber Bragg grating dynamic strain detection system*, Sensors and Actuators A, 119, 2005, pp. 68-74
- [Xu, 1991] Y. Xu, *Ferroelectric Materials and Their Applications*, Amsterdam: North-Holland, 1991
- [Yadav et al., 2007] D. Yadav, A.K. Nadir, *Transformer temperature measurement using optical fiber based microbend sensor*, Sensors & Transducers Journal, Vol. 84, N°10, 2007, pp. 1651-1659
- [Yang et al., 2007] X. Yang, S. Luo, Z. Chen, J. Hong Ng, C. Lu, *Fiber Bragg grating strain sensor based on fiber laser*, Optics Communications, 271, 2007, pp. 203-206

[Yariv, 1973] A. Yariv, *Coupled-mode theory for guided-wave optics*, IEEE J. Quantum Electron., QE-9, 1973, pp. 919-933

[Yee, 1966] K. Yee, *Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 14, 1966, pp. 302-307

[Yuan et al., 2000] Li-bo Yuan, Li-min Zhou, Jong-sheng Wu, *Fiber optic temperature sensor with duplex Michelson interferometric technique*, Sensors and Actuators, 86, pp. 2-7, 2000

[Zhan et al., 2007] Y. Zhan, S. Xue, Q. Yang, S. Xiang, H. He, R. Zhu, *A novel fiber Bragg grating high-temperature sensor*, Opt. Int. J. Light Electron. Opt, 2007

[Zhao et al. 2004] Y. Zhao, Y. Liao, *Discrimination methods and demodulation techniques for fiber Bragg grating sensors*, Optics and Lasers in Engineering, 41, 2004, pp. 1-18

[Zhao et al., 2007] C. Zhao, M.S. Demokan, W. Jin, L. Xiao, *A cheap and practical FBG temperature sensor utilizing a long-period grating in a photonic crystal fiber*, Optics Communications, 276, 2007, pp. 242-245