



N° d'ordre : 2011/3

École Doctorale Mathématiques,
Sciences de l'Information et de l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Discipline : Mécanique des Fluides

présentée par

Thibaut DELOZE

Couplage fluide-solide appliqué à l'étude de mouvement d'une sphère libre dans un tube vertical

Soutenue publiquement le 27 mai 2011

Membres du jury

Directeur de thèse	: M. J. Dušek,	Professeur, Université de Strasbourg, France
Rapporteur externe	: Mme M. Braza,	Directeur de Recherche, IMFT, Toulouse, France
Rapporteur externe	: M. M. Souli,	Professeur, Université Lille 1, France
Examineur	: M. J.B. Vos,	Docteur, CFS Engineering, Lausanne, Suisse
Membre invité	: M. Y. Hoarau,	Maître de Conférence, Université de Strasbourg, France

Équipe « Instabilité, Turbulence et Diphasique »
Institut de Mécanique des Fluides et des Solides de Strasbourg
IMFS - FRE3240 - CNRS/UdS

Remerciements

Une thèse est un travail personnel mais sa réussite et son déroulement dépendent fortement de l'environnement. Ce travail est prenant et dépasse souvent la vie professionnel pour déborder sur la vie privée. Je tiens à remercier vivement tous mes collègues et mes proches dans ces prochaines lignes.

Je tiens à remercier tout d'abord les directeurs successifs de l'Institut de Mécanique des Fluides et des Solides, Yves Rémond et Robert Mosé. Ils ont apporté une écoute et une attention particulière au bon déroulement de ma thèse, que ce soit au point de vue scientifique ou au point de vue administratif.

Je remercie tous les membres du laboratoire. Je remercie particulièrement Daniel Bittinger pour sa bienveillance, ses aimables discussions, Michael Essa, notre ingénieur informaticien, pour sa disponibilité et sa gentillesse, ainsi qu'Abdel et Jo pour leur bonne humeur, leur humour et leur attention.

Je remercie également Romaric David de la direction informatique de l'Université, pour sa politique de mise en commun des ressources informatiques qui a fourni une aide indispensable. Je le remercie pour sa disponibilité et sa gentillesse.

Tous mes remerciements à Marianna Braza, Mhamed Souli et Jan Vos pour leur implication dans leur rôle de rapporteur et d'examineur. Ils ont porté un intérêt et une curiosité à mon travail qui fût très constructifs.

J'ai eu la chance d'être encadré par Jan Dušek et Yannick Hoarau. Jan Dušek par sa patience slave inébranlable, sa disponibilité de tous les jours et son savoir inépuisable, m'a apporté un apport scientifique indispensable. Ses remarques judicieuses et son expérience ont fait faire des bonds réguliers à ma thèse. Yannick Hoarau par ses connaissances étendues et sa bonne humeur contagieuse m'a offert un savoir numérique et physique profond. Il a été un appui quotidien dans l'avancement de la thèse. Il est un puit d'idées et de solutions intarissable. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec eux deux.

Je tiens à remercier le groupe "ITD". J'ai été accueilli les bras grands ouverts par Daniel, Léonid, Mirek, Frédéric et Vit au début de ma thèse. Puis Monisha, Cyril, Hassan, Tanvir, Dhiraj, Emilie et Marcin ont grossi les effectifs avec la même bonne humeur. Je les remercie de leur gaieté quotidienne, de leur aide et de leur écoute. Je remercie également Gilles Bouchet pour ses conseils, sa sympathie

et sa disponibilité. J'ai pris un réel plaisir à venir tous les jours au laboratoire !

Ensuite parlons un peu de Cyril Loux. Comment résumer son apport à ma thèse et ma vie au labo ? Alacrité ? Oui, il est toujours venu travailler avec un grand sourire, des histoires locales, ou des aventures d'un autre monde. Admonestation ? Non, car il représentait mon meilleur bouclier humain contre les sévères réprimandes de Yannick. Dipsomane ? Encore oui, avec quelques photos comprométantes réveillant des souvenirs euphoriques. Et Apopathodiaphulatophobe ? Oui, je l'ai découvert au bout de 3 ans de repas commun pour lequel il ne dérogeait jamais aux pâtes carbonara qu'il savourait lors d'une longue manducation. Je le remercie pour tous ces agréables souvenirs et son soutien.

Je remercie aussi toutes les personnes qui ont apporté leur amitié pendant ma thèse et qui ont participé de près ou de loin à de nombreux et superbes souvenirs : Laurent, Adonis, Farouk, Bénédicte, Félix, Mounir, Hicham, Khalid, Ali, Nadège, Laure, ...

Enfin, je souhaite remercier ma famille. Elle reste un garde fou indispensable pour moi. Tout d'abord ma belle-famille : Emilia, Christian, Christina, Felicia, Michel et tous les autres. Je vous remercie pour vos attentions, votre bonne-humeur et votre générosité. Les moments passés avec vous sont toujours agréables, reposant et enrichissant.

Puis ma famille : mon père, ma mère, mon frère et sa famille. Ils sont mon meilleur soutien. Je vous remercie pour votre générosité, votre écoute, votre patience, vos délicieux repas et votre amour. Je tiens aussi à remercier feu mon grand-père. Il est, pour moi, un modèle et un exemple de moralité, de courage, de générosité et de combativité.

Et enfin, je remercie de tout mon cœur Sabrina Noël, ma conjointe. Elle a eu le courage, la patience, la force de me supporter tout au long de ces dernières années. Je la remercie pour sa tendre gentillesse, son humour ravageur, sa folle générosité et ses conseils salutaires. Son rôle est majeur dans le déroulement de cette thèse, comme il l'est dans celui de ma vie.

A tous, merci.

Table des matières

Introduction	1
I Étude bibliographique	3
1 Écoulement autour d'une sphère non confinée	5
1.1 Sphère fixe	5
1.2 Sphère en chute libre	11
2 Écoulement autour d'une sphère confinée	15
2.1 Interaction sphère – cisaillement	15
2.1.1 Sphère fixe	16
2.1.2 Sphère en rotation libre ou forcée	19
2.1.3 Description qualitative de l'écoulement	20
2.2 Interaction sphère – paroi plane	22
2.3 Interaction tube – sphère	26
2.3.1 Suspension neutre et non-neutre	26
2.3.2 Sédimentation de particules	31
3 Méthode chimère	41
3.1 Description générale de la méthode chimère	41
3.2 Détails des étapes de la méthode chimère	44
3.2.1 Détection des cellules superposées	44
3.2.2 Détermination du type de cellules superposées	44
3.2.3 Définition de l'interpolation	45
II Méthode numérique	47
4 Solveur NSMB	49
4.1 Historique du code NSMB	49

4.2	Equations de Navier-Stokes	50
4.3	Schéma de résolution temporelle	53
4.4	Discretisation spatiale	55
4.5	Conditions limites	57
4.6	Préconditionneur pour l'incompressibilité	59
4.7	La formulation ALE	59
5	Implémentation de la méthode chimère	61
5.1	La méthode chimère face à notre configuration	61
5.1.1	Application de la méthode chimère à notre problème	61
5.1.2	Difficultés liées à notre étude	61
5.2	Implémentation	64
5.2.1	La recherche des superpositions	64
5.2.2	Traitement des superpositions	67
5.2.3	Communication entre les blocs superposés	70
5.2.4	Communication par interpolation	72
5.2.5	Prise en compte de la valeur interpolée	73
5.2.6	Traitement optimisé des cellules dominées	73
5.2.7	Parallélisation	74
5.3	Couplage fluide-solide	75
6	Validation et test de la méthode	77
6.1	Test sur les interpolations	77
6.2	Cavité entraînée	79
6.3	Cylindre 2D	81
6.3.1	Régime stationnaire	84
6.3.2	Régime instationnaire	84
6.4	Cylindre en tandem	86
6.5	Écoulement autour d'une sphère	88
6.6	Sphère proche d'une paroi plane	89
III	Résultats	95
7	Sphère en translation uniforme dans un tube	97
7.1	Modèle numérique	98
7.1.1	Translation de la sphère	98
7.1.2	Discretisation spatiale et temporelle	99
7.2	Définition des régimes	102

7.2.1	Description des écoulements	103
7.2.2	Discussion des seuils	107
7.2.3	Modification du plan de symétrie	111
7.3	Influence générale de la paroi cylindrique	112
7.3.1	Sur l'écoulement	113
7.3.2	Sur les forces aérodynamiques	113
7.4	Influence de la distance à la paroi	114
7.4.1	Sur l'écoulement	115
7.4.2	Sur les forces	115
7.4.3	Sur les fréquences et amplitudes	118
7.5	Influence du nombre de Reynolds	119
7.5.1	Sur la force de traînée	120
7.5.2	Sur la force de portance et le moment	121
7.5.3	Sur l'amplitude et les fréquences	125
8	Étude 2D d'un cylindre en chute libre dans un canal	127
8.1	Validation de la méthode chimère pour des maillages mobiles	128
8.2	Cylindre en chute libre entre deux plaques planes	130
8.2.1	Trajectoires	131
8.2.2	Vitesses du cylindre	132
8.2.3	Fréquences du cylindre en chute libre	135
8.2.4	Structure de l'écoulement	136
9	Sphère libre dans un tube	139
9.1	Définition du modèle numérique	140
9.1.1	Maillage	140
9.1.2	Prise en compte du mouvement	140
9.1.3	Représentation du mouvement	141
9.1.4	Validation du modèle numérique	141
9.2	Trajectoire verticale	143
9.2.1	Description de la trajectoire	143
9.2.2	Description de l'écoulement	143
9.2.3	Description des vitesses de la sphère	144
9.3	Trajectoire hélicoïdale	144
9.3.1	Description de la trajectoire	144
9.3.2	Description de l'écoulement	145
9.3.3	Description des vitesses	146
9.4	Trajectoire pour $Ga \leq 250$	148

9.4.1	Description de la trajectoire	149
9.4.2	Description de l'écoulement	149
9.4.3	Description des vitesses	151
Conclusions et perspectives		153

Introduction

La nature est source d'inspiration mais surtout d'interrogations. Des phénomènes naturels tels que la chute d'une pomme, le vol des oiseaux, la chute de feuilles ont attisé la curiosité de nombreux scientifiques. La compréhension de ces phénomènes n'est pas le seul intérêt. L'accès à la connaissance des phénomènes permet de définir des lois et des relations entre les paramètres physiques. Car, à l'heure actuelle, le challenge majeur est la capacité de prédire un événement. Par exemple, on souhaite connaître la trajectoire d'une tempête avant même quelle ne détruise les cités, la rupture d'un système mécanique avant sa conception, l'écoulement autour d'une aile d'un avion avant son premier vol. En mécanique des fluides, la compréhension des phénomènes a permis de définir des lois de comportement du fluide et, avec l'apparition des moyens numériques, les études numériques se sont imposées comme un outil incontournable de prédiction d'écoulement de fluide homogène. Mais en réalité, les fluides sont rarement homogènes et sont composés de multitudes de particules ou autres objets macroscopiques. Les particules prennent parfois une place prépondérante dans l'écoulement et sur le phénomène étudié. On peut citer comme exemple les réacteurs chimiques de polymérisation, le transport d'aérosol dans les bronches, le transport d'éléments dans les écoulements sanguins, le transport de pétrole chargé ou le transport des particules de combustibles dans les moteurs thermiques. Dans ces cas, l'écoulement ne peut-être étudié séparément de ses particules car une interaction forte persiste entre eux.

Cette présente thèse rentre dans l'optique de comprendre et de décrire l'interaction entre le fluide et la particule. De nombreux modèles phénoménologiques ont été proposés à cet effet mais, notamment dans le cas de transport de particules millimétriques ayant des vitesses de glissement dans le domaine de la transition à la turbulence, les simulations directes sont incontournables. La forme générique des canalisations pour le transport de fluide étant le tube de section circulaire et celle de la particule, une sphère, l'étude porte sur l'interaction fluide / solide entre une sphère libre et un tube vertical. Elle suit la thématique de l'équipe du laboratoire et succède aux études de la transition au chaos d'une sphère, fixe ou libre, chauffée ou non.

La présente thèse est consacrée à l'étude d'une sphère en chute libre dans un tube rempli d'un fluide newtonien au repos. Elle a nécessité dans un premier temps le développement d'une méthode numérique de gestion des maillages superposés (méthode chimère). Puis avec cette méthode numérique, l'étude tout d'abord d'une sphère en translation uniforme parallèle à l'axe du tube a été effectuée puis

l'étude de la chute libre dans un tube.

Cette thèse s'organise en trois parties. La première partie est consacrée à l'étude bibliographique. Elle résume les études sur les écoulements autour d'une sphère dans des configurations différentes, et aborde la méthode chimère. Dans une seconde partie, les outils numériques utilisés sont décrits. Dans cette partie, le code permettant la simulation de l'écoulement est présenté puis la méthode chimère implémentée est détaillée. La validation de la méthode suit son descriptif. La troisième et dernière partie rassemble les résultats numériques. Elle débute par les résultats sur la sphère en translation uniforme le long d'un tube. Puis l'étude de chute libre de particule confinée est traitée, en deux dimensions dans un premier temps (cylindre entre deux parois planes), et en trois dimensions dans un second temps (sphère dans un tube).

Première partie

Étude bibliographique

Chapitre 1

Écoulement autour d'une sphère non confinée

Ce chapitre est consacré à la description des différentes formes que peut prendre l'écoulement autour d'une sphère non confinée. Les états de l'écoulement et les forces engendrées agissant sur la sphère sont décrits. Dans un premier temps la transition au chaos d'une sphère fixe est abordée. Puis, le comportement d'une sphère libre, en chute ou en ascension dans un fluide Newtonien, est présenté.

1.1 Écoulement autour d'une sphère fixe

L'étude de la transition au chaos de l'écoulement autour d'une sphère fixe a fait l'objet de nombreuses études expérimentales ou numériques. Ces études décrivent l'écoulement en fonction d'un seul paramètre, le nombre de Reynolds défini par la relation suivante :

$$Re = \frac{U_{\infty} d}{\nu} \quad (1.1)$$

où U_{∞} est la vitesse du fluide à l'infini amont, d le diamètre de la sphère et ν la viscosité cinématique du fluide.

Ces différentes études décrivent des états de l'écoulement identiques. Les discussions et les divergences se portent plus sur les plages du nombre de Reynolds où se situent ces états. Actuellement il est admis que la transition au chaos d'une sphère fixe suit la classification suivante :

- $Re \ll 1$: écoulement rampant avec une axisymétrie longitudinale et une symétrie amont/aval.
- $Re \leq 20$: écoulement laminaire avec perte de symétrie amont/aval.
- $20 \leq Re \leq 212$ (Re_1) : écoulement décollé stationnaire axisymétrique possédant une recirculation en aval de la sphère en forme de tore.
- $212 \leq Re \leq 273$ (Re_2) : écoulement décollé stationnaire non-axisymétrique, possédant une recirculation ayant perdu l'axisymétrie et présentant deux filaments de vorticité axiale.

- $273 \leq Re$: écoulement décollé instationnaire avec lâchers tourbillonnaires.

Nous allons décrire plus en détail chaque état successivement avec une attention particulière à la forme de l'écoulement et aux forces agissant sur la sphère.

Écoulement rampant ($Re \leq 20$)

Le sillage perd la symétrie amont/aval, tout en restant parfaitement axisymétrique (Proudman et Pearson [1]).

Décollement de l'écoulement ($20 \leq Re \leq 212$)

Un décollement apparaît en aval de la sphère lorsque le nombre de Reynolds dépasse $Re = 20$ (Bouchet et al. [2]) et une recirculation en forme de tore se forme. Cette recirculation est axisymétrique (figure 1.1).

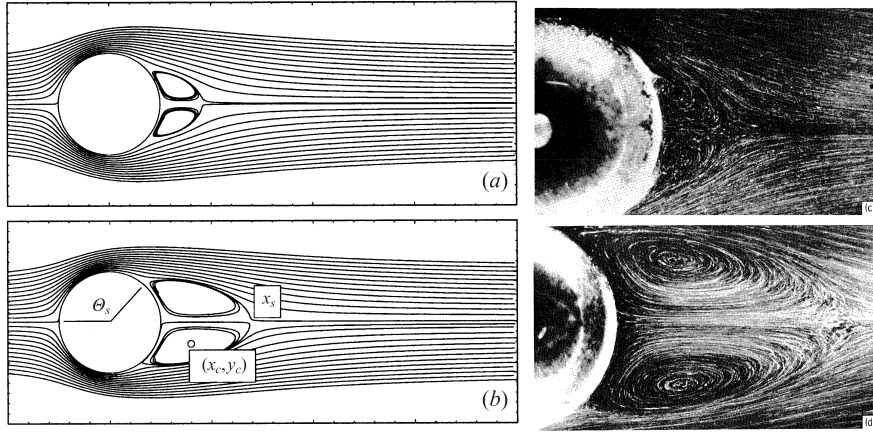


FIGURE 1.1 – Visualisation des lignes de courant dans le plan longitudinal pour a) $Re = 50$, b) $Re = 100$ (résultats numériques, extrait de Johnson et Patel [3]) et c) $Re = 37.7$ et d) $Re = 118$ (résultats expérimentaux, extrait de Taneda [4])

Pour de bas nombres de Reynolds, la traînée visqueuse domine celle de la pression. La force de traînée décroît donc rapidement en fonction du nombre de Reynolds (figure 1.2). De plus la distribution du champ de vitesse et de pression autour de la sphère est axisymétrique, donc aucune force transverse à l'écoulement n'agit sur la sphère.

Perte de l'axisymétrie ($212 \leq Re \leq 273$ (Re_2))

Au-delà d'une valeur critique du nombre de Reynolds ($Re_1 = 212$), le sillage change de forme et adopte une configuration non-axisymétrique, mais reste stationnaire. Deux filaments contrarotatifs apparaissent dans le sillage de la sphère (figure 1.3). L'axisymétrie est brisée et remplacée par un plan de symétrie le long de l'écoulement passant par le centre de la sphère.

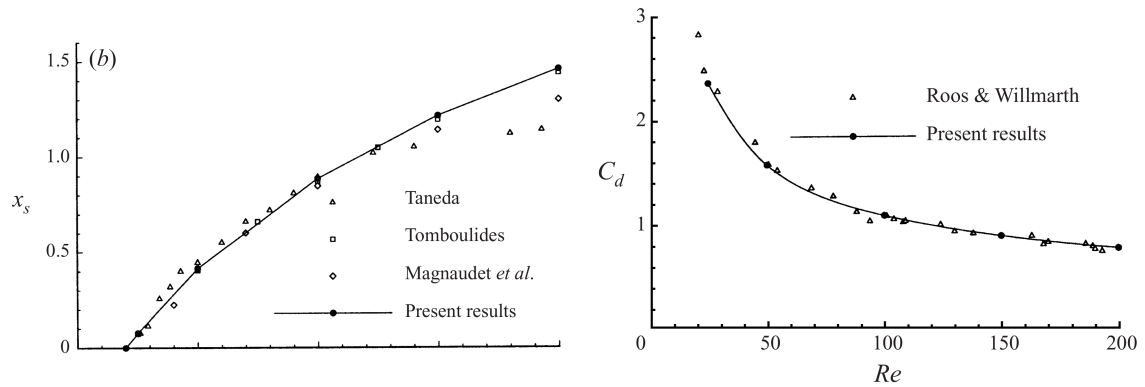


FIGURE 1.2 – Longueur de la recirculation et coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds (extrait de Johnson et Patel [3])

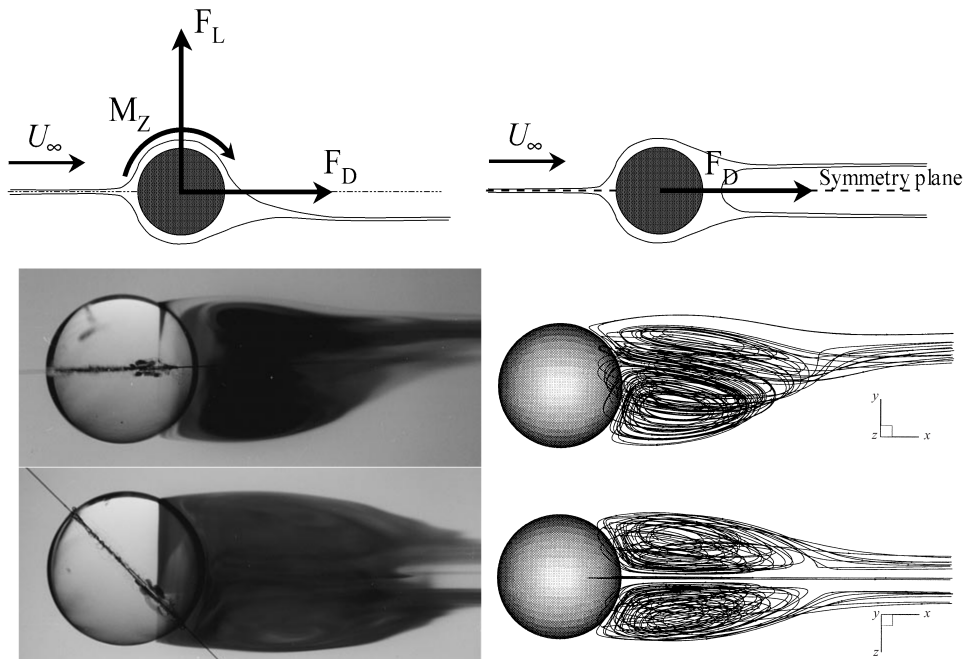


FIGURE 1.3 – Représentation de l'état non-axisymétrique stationnaire : schéma proposé par Bouchet et al. [2] (extrait de Bouchet et al. [2]), visualisation de l'écoulement à $Re = 250$ dans le plan de symétrie et dans celui perpendiculaire (extrait de Johnson et Patel [3]) et représentation des lignes de courant obtenues numériquement pour le même nombre de Reynolds $Re = 250$ et dans les mêmes plans (extrait de Johnson et Patel [3])

Magarvey et Bishop [5] sont les premiers à avoir mis en évidence cet état, grâce à des expériences de gouttes liquides immiscibles dans l'eau. Ils décrivent l'apparition de deux filaments contrarotatifs pour $Re = 212$ mais ne l'interprètent pas comme une brisure d'axisymétrie. Ces résultats

sont confirmés par les travaux de Goldburg et Florsheim [6], Achenbach [7] et Nakumura [8] par exemple. Provensal et Ormières [9] évoquent cette brisure de l'axisymétrie et précisent que le plan de symétrie est sélectionné au hasard des perturbations initiales à l'origine de l'instabilité. La valeur critique donnée pour le nombre de Reynolds qui varie selon les études, $Re_1 = 150$ selon Provensal et Ormières [9], $Re_1 = 190$ selon Nakumura [8]. Ces différences sont expliquées par des perturbations expérimentales liées aux fixations de la sphère (tige ou câbles) et entraînent une sous-estimation de la valeur critique du nombre de Reynolds. L'apparition d'études numériques permet de supprimer ces perturbations et de définir plus précisément la valeur critique. Natarajan & Acrivos [10] élucident numériquement la nature de la bifurcation régulière et détermine la valeur critique du nombre de Reynolds, $Re_1 = 210$. Cette valeur est confirmée par Johnson et Patel [3]. Par la suite, les études numériques de Ghidersa et Dušek [11] et Tomboulides et Orsag [12] concordent vers une valeur critique plus précise du nombre de Reynolds de $Re = 212$, qui est actuellement la valeur admise.

Cette configuration de l'écoulement engendre deux forces (F_D et F_L) et un moment (M_Z) agissant sur la sphère (figure 1.3). Le coefficient de traînée (C_D), représentant la force de traînée (F_D) (force longitudinale), décroît avec le nombre de Reynolds. La décroissance observée est plus faible que celle observée pour un état axisymétrique (figure 1.5). La force de portance (F_L), représentée par le coefficient du même nom (C_L) est due à la perte de l'axisymétrie. Cette force est perpendiculaire à l'écoulement et dans le plan de symétrie. Un moment M_Z apparaît également perpendiculaire à ce même plan (figure 1.5). Ces valeurs s'expliquent par une distribution non symétrique des contraintes du fluide à la paroi de la sphère et de ce fait ne s'annulent plus dans la direction transverse comme observé dans l'état axisymétrique. La valeur de la force croît avec le nombre de Reynolds (figure 1.5). Ce comportement peut s'expliquer par une augmentation de cette dissymétrie avec le nombre de Reynolds.

Perte de la stationnarité du sillage ($273 \leq Re$)

Le troisième état intervient lorsque la valeur seuil du nombre de Reynolds $Re_2 = 273$ est atteinte. Il apparaît alors un lâcher tourbillonnaire périodique avec un plan de symétrie identique à celui de l'état stationnaire (Magarvey et Bishop [5], Achenbach [7], Provensal et Ormières [9], Ghidersa et Dušek [11]). Une représentation de cette allée de tourbillons en forme de fer à cheval est présentée figure 1.4 par Achenbach [7], qui décrit cet état pour un nombre de Reynolds $Re = 1000$. Natarajan & Acrivos [10] déterminent le seuil de la bifurcation de Hopf à l'aide d'une analyse de stabilité linéaire prenant pour écoulement de base l'écoulement axisymétrique. Ils trouvent une valeur de $Re_2 = 277.5$. Cette méthode d'analyse ne prend pas en compte l'instabilité primaire entièrement développée et, de ce fait, surestime la valeur du seuil. Ghidersa et Dušek [11] obtiennent $Re_2 = 273$ comme valeur seuil de la bifurcation de Hopf avec une analyse de stabilité se basant, cette fois-ci, sur l'écoulement non-axisymétrique. Ce résultat concorde avec la valeur obtenue expérimentalement par Provensal et Ormières [9].

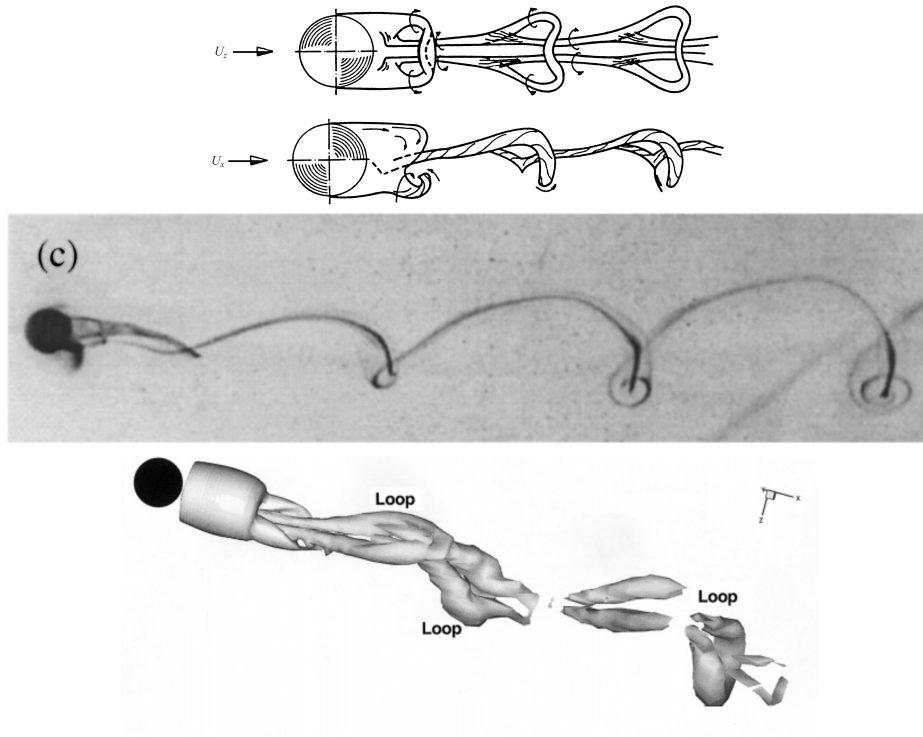


FIGURE 1.4 – Allée des tourbillons à fer à cheval dans un sillage d’une sphère : a) schéma proposé par Achenbach [7] ($Re = 1000$), b) visualisation par Schouveiler et Provansal [13] pour un écoulement à $Re \approx 345$ et c) visualisation des structures tourbillonnaires par les valeurs propres du tenseur des gradients des vitesses (méthode de Jeong & Hussain [14]) pour un écoulement à $Re = 350$ de Mittal [15]

Les forces qui découlent de cet écoulement et agissant sur la sphère sont instationnaires. Elles sont périodiques et cette périodicité est exprimée en fonction du nombre adimensionnalisé de Strouhal (St) défini par la relation suivante :

$$St = \frac{fd}{U_{\infty}} \quad (1.2)$$

avec f la fréquence du lâcher tourbillonnaire, d le diamètre de la sphère et U_{∞} la vitesse infini en amont.

L’augmentation du nombre de Reynolds entraîne une oscillation plus rapide du lâcher tourbillonnaire (figure 1.5).

Le passage de l’état stationnaire à l’instationnaire se répercute sur l’évolution des forces et du moment moyens suivant le nombre de Reynolds. En effet, les travaux de Bouchet et al. [2] montrent un changement de pente au passage de la bifurcation de Hopf (figure 1.5).

Une étude quantitative des variations (amplitudes et fréquence) montre un comportement différent suivant les deux forces et le moment. L’amplitude du coefficient de portance est la plus élevée des

amplitudes (4 fois plus que celle du coefficient de traînée) et représente, pour $Re = 330$, 30% de sa valeur moyenne. L'amplitude du coefficient de traînée est plus faible (inférieure à 1% de sa valeur moyenne). Pour le moment, les valeurs d'amplitudes restent faibles (10 fois moindre que celle du coefficient de traînée) mais, sont importantes par rapport à la valeur moyenne du moment.

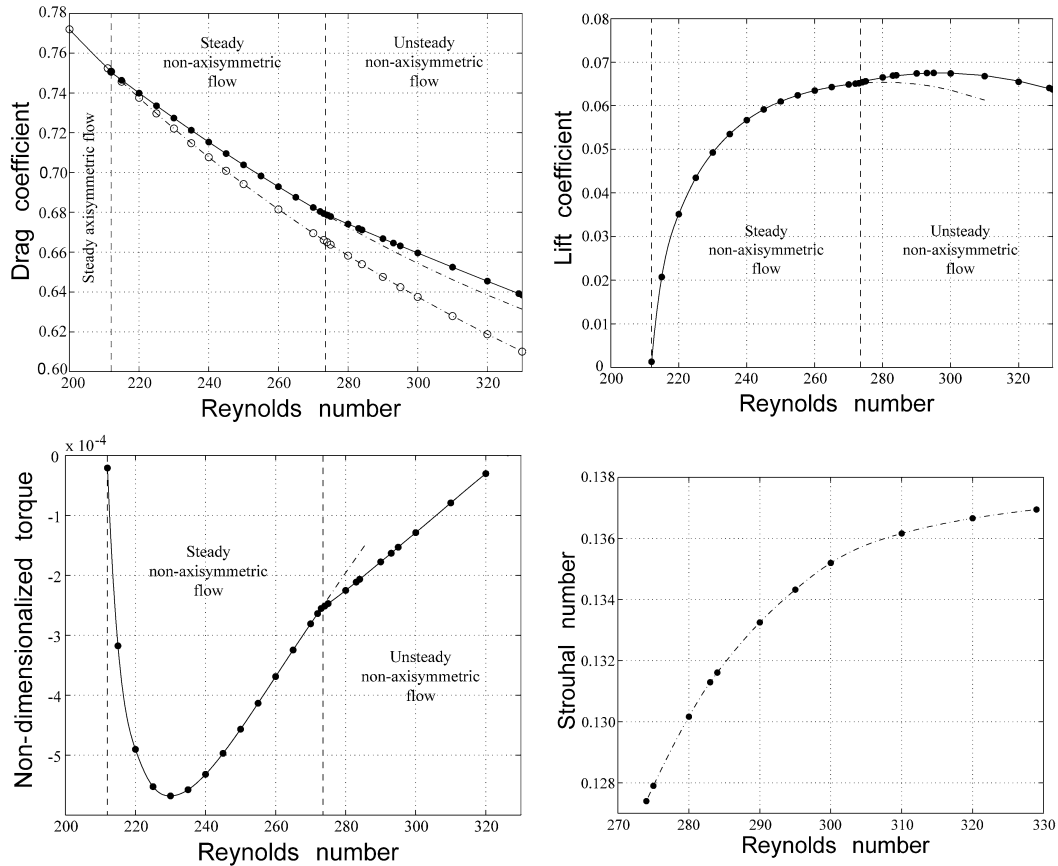


FIGURE 1.5 – Valeurs en fonctions du nombre de Reynolds de : a) coefficient de traînée, b) coefficient de portance, c) moment et d) nombre de Strouhal (extrait de Bouchet et al. [2])

La suite du scénario de transition au chaos est plus discutée. Au-delà de $Re = 300$, une instabilité tertiaire avec un écoulement apériodique est observée par les simulations numériques de Mittal [16], Dušek [11] et Bouchet et al. [2]. Dans cette plage de nombre de Reynolds, les travaux de Mittal [16] présentent un écoulement sans plan de symétrie tandis que ceux de Bouchet et al. [2] montrent la conservation du plan de symétrie.

Le sillage devient turbulent à $Re = 800$ selon Sakamoto et Haniu [17].

1.2 Trajectographie d'une sphère en chute ou en ascension libre dans un fluide Newtonien au repos

L'étude de la trajectoire prise par une particule libre se déplaçant sous l'action du champ de pesanteur possède un nombre important de paramètres tels que, l'accélération gravitationnelle (g), la densité volumique de la particule (ρ_s), celle du liquide (ρ_f), la viscosité cinématique du fluide (ν) et le diamètre de la sphère (d). Une similitude peut être faite entre les écoulements autour d'une sphère fixe et d'une sphère libre. Le nombre Reynolds est alors associé dans un cas à la vitesse de l'écoulement en amont, et dans le second à la vitesse de la sphère. On peut s'attendre que le mouvement de la sphère libre présente des états de l'écoulement similaires à ceux définis pour la sphère fixe.

Mais l'étude du comportement d'une sphère libre ne peut se baser entièrement sur la connaissance des écoulements autour d'une sphère fixe. La connaissance des états d'écoulement d'une sphère fixe n'est qu'un point de départ de la réflexion. L'interaction entre la sphère et le fluide doit être prise en compte dans une telle étude. Mordant & Pinton [18] appelle cette interaction, l'effet de mémoire du fluide. En mesurant la vitesse de chute d'une bille, il observe une variation en $t^{-1/2}$ du terme mémoire pour des particules plus denses que le fluide et des nombres de Reynolds intermédiaires.

Les premières études expérimentales consistent à observer des corps en chute libre. Ces corps sont divers. Au-delà des boules de cire en 1726 de Sir Isaac Newton, des vessies de porc du Dr. Desaguliers ou des billes de Gustave Eiffel lancées de la tour portant son nom, on dénombre plus récemment, des inclusions, des solides ou des bulles à surface contaminée. Magarvey & MacLachy [19] en lâchant des sphères solides dans un liquide, observent une déviation de la trajectoire de la verticale lorsque le sillage devient supercritique. Puis une trajectoire en zig-zag est observée par Lunde & Perkins [20] et par Wu & Gharib [21] lors d'expériences avec des bulles sphériques. Cette trajectoire oscillante a déjà été observée par Sir Isaac Newton et le Dr. Desaguliers. Cette trajectoire devient hélicoïdale dans les expériences de Lunde & Perkins [20]. Wu & Gharib [21] ne trouvent cette trajectoire hélicoïdale que pour des bulles à interface décontaminée se déformant en ellipsoïde. Ces dernières observations apparaissent aussi dans l'étude numérique de Mougin & Magnaudet [22]. Ils montrent qu'une bulle ellipsoïdale de rapport de forme valant 2.5 suit une trajectoire en zig-zag suivi par une trajectoire en spirale.

Jenny et al. [23] définissent deux paramètres uniques pour caractériser le problème. En se basant sur une échelle de vitesse correspondant à $\sqrt{|\rho_s/\rho_f - 1|gd}$ et en adimensionnalisant les équations de Navier-Stokes avec cette échelle, ils obtiennent le premier paramètre, le nombre de Galilée (Ga) défini par la relation suivante :

$$Ga = \frac{\sqrt{\left|\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1\right|gd^3}}{\nu} \quad (1.3)$$

Le deuxième paramètre correspond au rapport des masses volumiques du solide et du fluide :

$$\beta = \frac{\rho_s}{\rho_f} \quad (1.4)$$

Les travaux de Mordant & Pinton [18] avaient déjà montré l'importance de ce deuxième paramètre sur la chute de particules.

Les travaux numériques de Jenny et al. [23, 24] établissent une étude complète du comportement d'une sphère en ascension ou en chute dans un fluide Newtonien au repos pour ces deux paramètres. Ils utilisent une méthode numérique de décomposition azimutale spectrale avec un couplage fort du mouvement de la sphère. Leur première étude [23] se porte sur la brisure de l'axisymétrie et la bifurcation primaire. Puis Jenny et al. [24] étendent leurs investigations aux bifurcations suivantes et allant jusqu'à la transition au chaos. Les trajectoires observées sont de même nature que les observations expérimentales. Les régimes obtenus sont classifiés suivant quatre catégories : trajectoire oblique linéaire, trajectoire oblique et oscillante, trajectoire en zig-zag périodique et trajectoire chaotique (figure 1.6). Cette classification est confirmée par l'étude expérimentale de Veldhuis et al [25] (figure 1.8) et numériquement par Veldhuis & Biesheuvel [26].

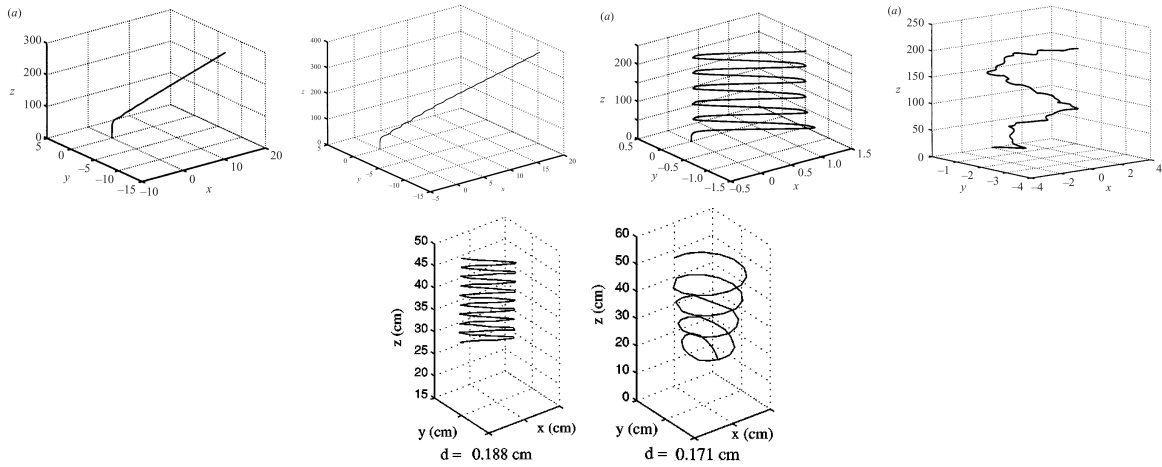


FIGURE 1.6 – Classifications des différentes trajectoires : oblique linéaire, oblique et oscillante, en zig-zag périodique chaotique définis par Jenny et al. [24] (rangée supérieure des figures), (extrait de Jenny et al. [24]) et en zig-zag périodique et hélicoïdale définis par Wu & Gharib [21] (rangée inférieure des figures), (extrait de Wu & Gharib [21])

Les travaux de Jenny et al. [24] conduisent à l'établissement d'un diagramme complet des états en fonction du nombre de Galilée et du rapport des masses volumiques sur une large gamme $0 < \beta < \infty$ et $150 < Ga < 350$ (figure 1.7).

Cependant quelques différences apparaissent entre les résultats expérimentaux de Veldhuis et al. [25] et les résultats numériques de Jenny et al. [24]. Veldhuis et al. [25] observent une trajectoire

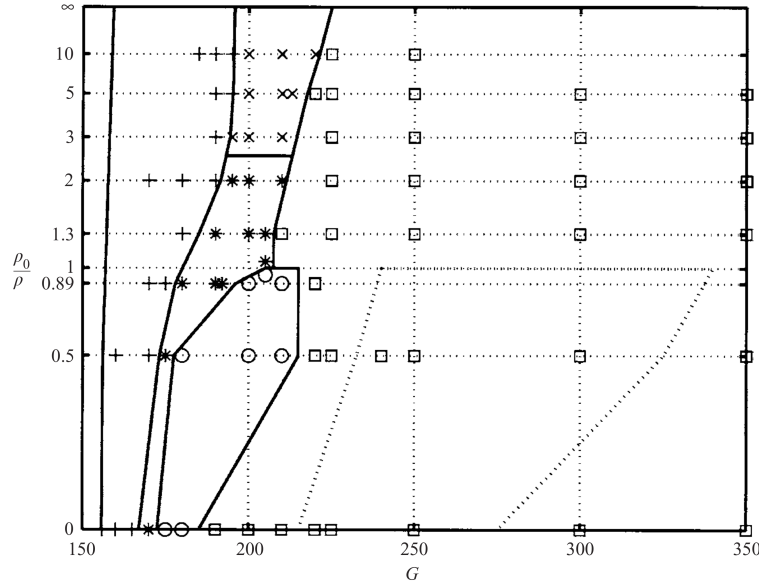


FIGURE 1.7 – Diagramme des états : + régime oblique stationnaire, * régime oblique oscillant à basse fréquence, x régime oblique oscillant à haute fréquence, o régime périodique en zig-zag, □ régime chaotique (extrait de Jenny et al. [24])

en zig-zag pour une sphère en chute libre (avec un rapport de masses volumiques très proche de 1), tandis que Jenny et al. [24] n'observent ce phénomène que lors de sphère en ascension.

Une similitude dans la forme des écoulements apparaît pour une sphère fixe et une sphère mobile. Par exemple on retrouve les structures tourbillonnaires pour le cas d'une sphère fixe à régime instationnaire périodique (figure 1.4), comparable à celles pour le cas de la sphère libre en oscillation en zig-zag (figure 1.8).

Au-delà de la trajectoire prise par la particule, des travaux portent sur la prédiction de la vitesse terminale de chute. L'objectif principale est de définir une corrélation entre la vitesse et les paramètres du problème. Les travaux de Cheng [27] établissent une corrélation entre C_D et Re par l'équation 1.5, puis une autre entre C_D et $d_* = (\Delta g/\nu^2)^{1/3}$ avec l'équation 1.6. Cette étude se base sur les données expérimentales et sur les propositions de corrélation déjà établies (par Clift [28] par exemple).

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.27 Re)^{0.43} + 0.47 [1 - \exp(-0.04 Re^{0.38})] \quad \text{pour } 2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5 \quad (1.5)$$

$$C_D = \frac{432}{d_*^3} (1 + 0.022 d_*^3)^{0.54} + 0.47 [1 - \exp(-0.15 d_*^{0.45})] \quad \text{pour } 0.7 \leq d_* \leq 2 \cdot 10^3 \quad (1.6)$$

Aucune corrélation n'est faite sur le coefficient de portance. La force n'est induite que par la forme de l'écoulement et sa valeur est plus faible que celle de traînée. De plus, elle est plus délicate à déterminer expérimentalement.

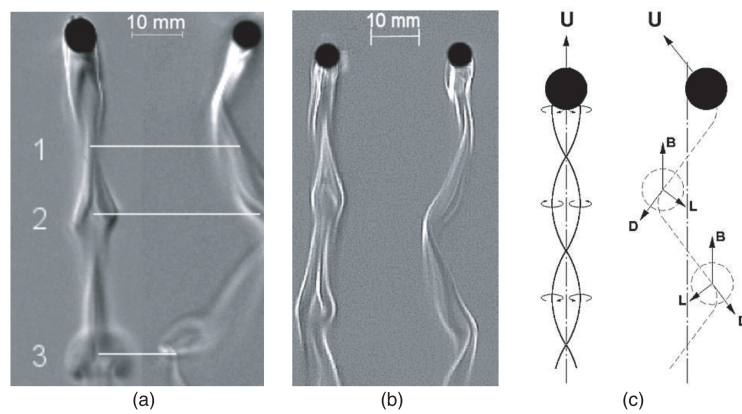


FIGURE 1.8 – Structures tourbillonnaires observés et schématisés par Veldhuis et al. [25] (extrait de Veldhuis et al. [25])

Par la suite, l'influence des effets thermiques sur la transition au chaos a été étudiée par Kotouč et al. [29, 30], et sur la trajectoire (Kotouč [31]).

Chapitre 2

Écoulement autour d'une sphère confinée

Ce chapitre est consacré à l'influence d'une paroi sur l'écoulement autour d'une sphère, avec un intérêt particulier sur l'interaction entre le sillage de la sphère et la paroi. Les études à ce sujet sont nombreuses. Deux catégories d'études se distinguent suivant l'état du fluide accueillant la sphère : la sédimentation, pour laquelle le fluide est au repos et, le transport de particules où cette fois-ci le fluide est en mouvement.

Un comportement particulier est observé initialement par Segré & Silberberg [32, 33] lors de suspension de particules dans un écoulement de Poiseuille. Ils observent une migration transverse des particules vers une position d'équilibre correspondant à un anneau centré sur l'axe du tube et de rayon $R_{S\&S} = 0.6R$, avec R le rayon du tube. Ce phénomène a soulevé une forte curiosité de la communauté scientifique et de nombreux travaux sont apparus pour expliquer et justifier ce comportement de migration transverse. Les approches des différentes études sont très variées. Les sections qui suivent regroupent trois thématiques. La première est l'étude de l'influence d'un écoulement linéairement cisailé (écoulement de Couette) sur l'écoulement autour d'une sphère. La seconde est l'influence d'une paroi plane sur l'écoulement autour d'une sphère dans le cas d'une sédimentation de particule. Enfin, la dernière section regroupe les travaux sur l'influence d'une paroi cylindrique sur l'écoulement autour d'une sphère dans le cas de sédimentation ou de transport de particules. Dans chaque section, une attention particulière est faite sur les origines des forces en action sur la sphère.

2.1 Écoulement linéairement cisailé impactant une sphère

Cette partie traite de l'effet du cisaillement uniforme sur l'écoulement autour d'une sphère. L'écoulement considéré en amont possède un profil de vitesse linéairement cisailé suivant une direction transverse (y) répondant à l'équation $u(y) = U_0 + \alpha y$, avec α le taux de cisaillement ($\alpha = \frac{\partial U}{\partial y}$). L'écoulement linéairement cisailé, ou écoulement de Couette, lorsqu'il impacte une sphère, conduit

à un écoulement autour de la particule non axisymétrique pour tous nombre de Reynolds. Cette dissymétrie engendre une répartition des forces du fluide tout aussi dissymétrique. Ainsi apparaît une force transverse et un moment appliqués à la sphère. De nombreuses études décrivent l'effet du cisaillement sur l'écoulement autour de la sphère et proposent des corrélations entre les forces et les paramètres du problème.

Pour caractériser ces études, un paramètre définissant l'écoulement de Couette est ajouté : le taux de cisaillement adimensionné, $\alpha^* = \frac{\alpha d}{U_c}$ avec d le diamètre de la sphère, U_c la vitesse longitudinale au centre de la sphère définie selon le profil de l'écoulement de Couette non perturbé. La notation de ce paramètre n'est pas fixé et on le retrouve nommé K (Sakamoto & Haniu [34]) ou s (Bagchi & Balachandar [35]) ou encore Sr (Legendre & Maganaudet [36]). Le nombre de Reynolds associé à cette étude est calculée en utilisant U_c , soit suivant la relation $Re = U_c d / \nu$.

Dans un premier temps, nous décrivons l'influence d'un tel cisaillement sur l'écoulement autour d'une sphère fixe en différenciant l'effet sur chaque force (force de traînée puis force de portance). Puis nous décrivons l'influence de la rotation libre et de la translation libre de la sphère dans un écoulement de Couette. Enfin dans un dernier paragraphe nous aborderons les différentes formes de l'écoulement avec des observations qualitatives lors de manipulations expérimentales.

2.1.1 Influence du cisaillement sur une sphère fixe

Influence sur le coefficient de traînée

Tous les travaux s'accordent à donner une faible influence du taux de cisaillement sur le coefficient de traînée (C_D). L'étude numérique de Dandy & Dwyer [37], sur la gamme de $0.1 \leq Re \leq 100$ et $0.005 \leq \alpha^* \leq 0.4$, évalue la différence maximale, entre les valeurs de C_D dans le cas d'un écoulement uniforme et celles dans le cas d'un écoulement de Couette, s'élevant à 2% (pour $\alpha = 0.1$ et $Re = 100$). Les travaux numériques de Kurose & Komori [38] étendent la gamme d'étude pour $1 \leq Re \leq 500$ et $0 \leq \alpha^* \leq 0.4$. Ils retrouvent une faible influence du cisaillement sur le coefficient de traînée et ils précisent que cette différence croît avec les fortes valeurs de nombre de Reynolds et avec de forts taux de cisaillement, pour s'élever à +10% pour $Re = 500$ et $\alpha^* = 0.4$. Cette tendance est confirmée par les résultats de Bagchi & Balachandar [35].

Influence sur le coefficient de portance

Deux influences sont étudiées. L'influence du taux de cisaillement α^* et celui du nombre de Reynolds Re .

Au sujet de l'influence du taux de cisaillement, Dandy & Dwyer [37] trouvent deux comportements différents. L'un associé au faible nombre de Reynolds ($Re = 0.1$) et le second au nombre de Reynolds plus élevés ($1 \leq Re \leq 100$). Dans le premier cas, ils observent une relation de proportionnalité entre C_L et $\alpha^{1/2}$, comme l'affirme l'analyse de Saffman [39], avec une constante de proportionnalité évaluée à 5.82 pour $Re = 0.1$ (figure 2.2). Pour des nombre de Reynolds plus

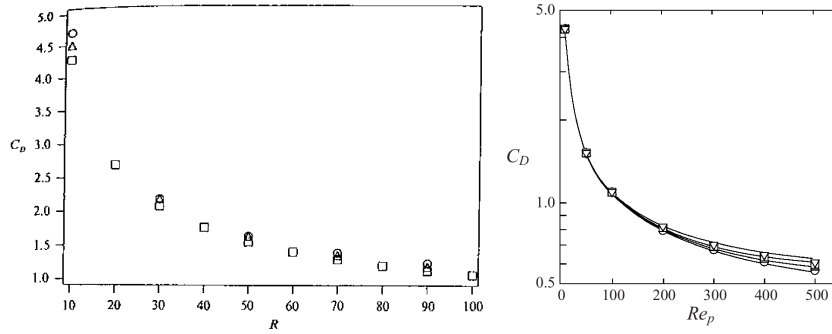


FIGURE 2.1 – Représentation du coefficient de traînée C_D en fonction du nombre de Reynolds R pour $\alpha = 0.1$ ($\square$), 0.2 ($\triangle$) et 0.4 ($\circ$) (Extrait de Dandy & Dwyer [37]) et pour une plage de nombre de Reynolds (Re_p) plus large et pour $\alpha = 0$ ($\circ$), 0.1 ($\triangle$), 0.2 ($\square$), 0.4 (∇), (Extrait de Kurose & Komori [38])

élevés ($1 \leq Re \leq 100$), l'évolution de C_L est linéaire par rapport à α , comme le montre la figure 2.2 pour $Re = 40$. Ceci montre le lien direct entre la force de portance et le taux de cisaillement.

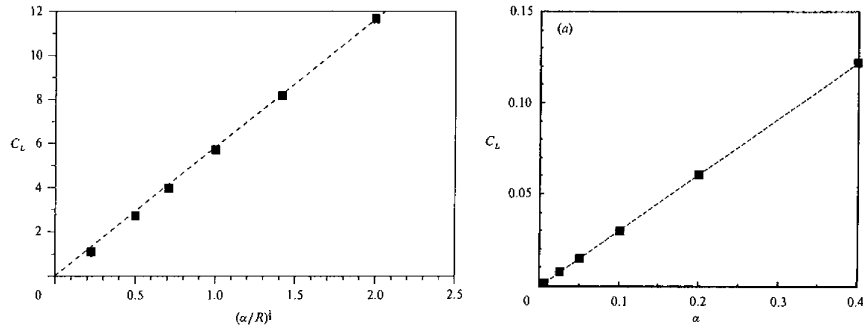


FIGURE 2.2 – Variation du coefficient de portance C_L en fonction de α pour $Re = 0.1$ (à gauche) et $Re = 40$ (à droite), (Extrait de Dandy & Dwyer [37])

Au sujet de l'influence du nombre de Reynolds sur le coefficient de portance, les résultats sont controversés. Dandy & Dwyer [37] montrent une variation non monotone de ce coefficient en fonction du nombre de Reynolds (figure 2.3). Par exemple pour $\alpha = 0.1$, une première phase de décroissance apparaît pour $Re < 40$, puis suit une stabilisation de la valeur de C_L pour $Re > 40$. Ce comportement est observé pour tous les taux de cisaillement ($\alpha = \{0.2; 0.4\}$), avec la valeur du nombre de Reynolds correspondant au changement de variations, se différenciant légèrement suivant α^* . La valeur du coefficient de portance reste, selon leurs travaux, positive quels que soient les paramètres étudiés. Et c'est sur ce point que les résultats de Kurose & Komori [38] et Bagchi & Balachandar [35] divergent. En effet, Kurose & Komori [38] observent l'apparition d'un changement de direction (de signe) de la force de portance. Ce changement de signe intervient pour $Re > 60$

et les valeurs négatives augmentent avec les forts taux de cisaillement (figure 2.3). Ils expliquent ce comportement par le changement de répartition de l'écoulement autour de la sphère et en particulier la localisation des points de pression forte en amont de la sphère, et la localisation des points de séparations du fluide en aval de la sphère. Ils confirment la présence d'une force de portance négative par des manipulations expérimentales.

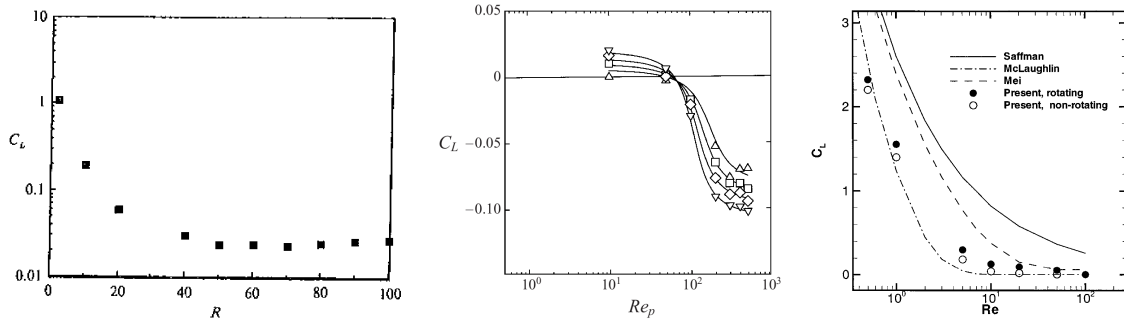


FIGURE 2.3 – Coefficient de portance C_L en fonction du nombre de Reynolds (nommé R , Re_p ou Re) selon Dandy & Dwyer [37] pour $\alpha^* = 0.1$ (à gauche), selon Kurose & Komori [38] pour $\alpha = 0.1$ ($\triangle$), 0.2 ($\square$), 0.3 ($\diamond$) et 0.4 (∇) (au milieu), (Extrait de Kurose & Komori [38]) et selon Bagchi & Balachandar [35] pour $\alpha^* = 0.4$ (à droite), (Extrait de Bagchi & Balachandar [35])

Influence sur le nombre de Strouhal

L'étude de Kurose & Komori [38] propose une gamme de nombre de Reynolds englobant des régimes oscillants instationnaires. Leurs résultats instationnaires montrent une augmentation du nombre de Strouhal avec l'augmentation du taux de cisaillement (figure 2.4). Le taux de cisaillement accélère le lâcher tourbillonnaire. Ils expliquent ce comportement par une augmentation de la vorticité et, de ce fait, un détachement accéléré de structures tourbillonnaires.

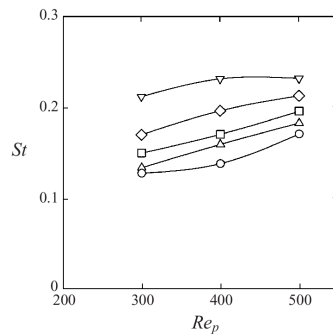


FIGURE 2.4 – Nombre de Strouhal (St) en fonction du nombre de Reynolds (Re_p) pour $\alpha = 0$ ($\circ$), 0.1 ($\triangle$), 0.2 ($\square$), 0.3 ($\diamond$) et 0.4 (∇), (Extrait de Kurose & Komori [38])

2.1.2 Influence de la rotation forcée ou libre de la sphère

L'influence de la rotation a été étudiée de deux façons distinctes. Kurose & Komori [38] forcent une rotation de la sphère et observent son influence. Bagchi & Balachandar [35] étudient l'influence de la rotation libre répondant au moment imposé, à la sphère, par l'écoulement cisailé.

Dans l'étude de rotation forcée, la vitesse angulaire adimensionnée est nommée Ω^* et suit la relation suivante, $\Omega^* = \frac{d}{U_C} \Omega$, avec Ω la vitesse angulaire. Les valeurs de Ω^* s'étendent pour $0 \leq \Omega^* \leq 0.25$. La vitesse angulaire est suivant la même direction que le moment induit par l'écoulement à la sphère (figure 2.5). Ils démontrent que l'influence de la rotation forcée est faible sur le coefficient de traînée. Par exemple pour $\alpha^* = 0$ et $Re = 500$, le C_D augmente de 10% entre $\Omega^* = 0$ et $\Omega^* = 0.25$. Pour le coefficient de portance, l'influence est plus marquée. La figure 2.5, représentant le C_L en fonction de Re , montrent une variation non monotone similaire à celle observé pour une sphère fixe. En effet, la variation du coefficient de portance se décompose toujours en deux phases, avec une première partie décroissante, suivie d'une seconde partie croissante. Mais dans le cas d'une sphère en rotation forcée, le coefficient de portance reste positif. Kurose & Komori [38] expliquent ceci par la distribution de la contribution de pression et celle visqueuse, favorisant toujours une force de portance dans la même direction. La pression appliquée en amont de la sphère se décale de son axe et procure une force de portance. De plus, l'augmentation de Ω^* entraîne une augmentation du nombre de Strouhal.

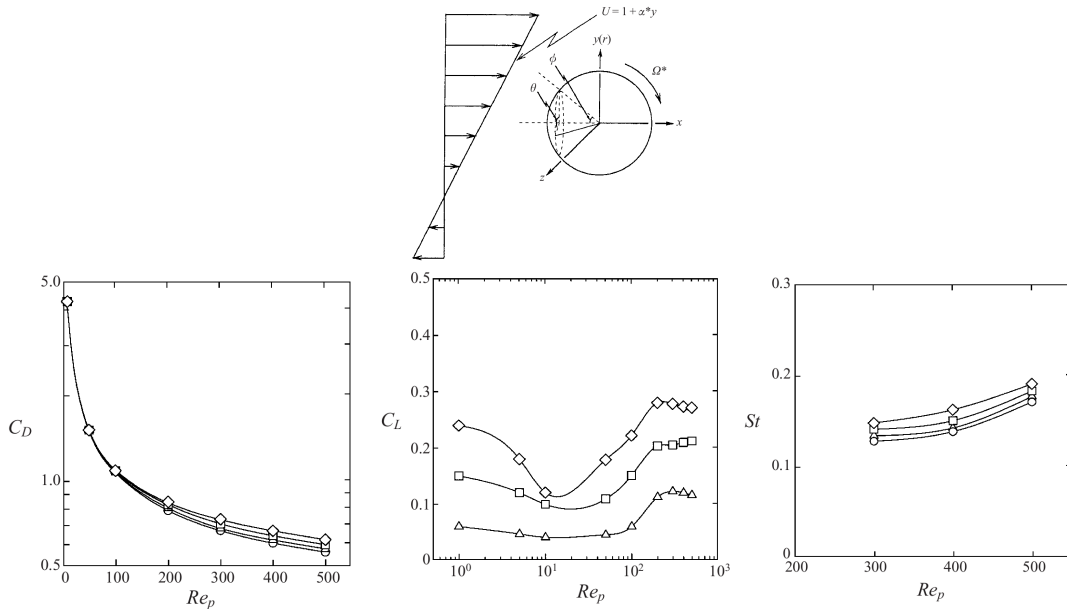


FIGURE 2.5 – Schéma du problème de rotation forcée d'une sphère dans un écoulement de Couette et représentations de l'évolution en fonction du nombre de Reynolds Re_p , du coefficient de traînée (C_D), de celui de portance (C_L) et du nombre de Strouhal (St) pour $\Omega^* = 0$ (○), 0.063 (△), 0.16 (□), 0.25 (◇), (Extrait de Kurose & Komori [38])

Bagchi & Balachandar [35] étudient l'effet de la rotation libre pour des nombres de Reynolds allant de 0.5 à 200. Ils décomposent l'étude en trois parties distinctes pour isoler l'influence de la rotation et de la translation : rotation libre et translation interdite, translation libre et rotation interdite, rotation et translation libres. Ils étudient des écoulements stationnaires et cherchent la position d'équilibre avec une attention particulière au transitoire. C'est-à-dire qu'ils autorisent un degré de liberté et la particule va alors tendre vers un état stationnaire différent. Ils se focalisent sur le transitoire avant l'écoulement établi et analysent durant cette phase l'influence de la rotation ou de la translation libres. Pour un traitement séparé de la translation libre et de la rotation libre, ils observent un transitoire plus court pour la rotation, par rapport à celui de la translation, ceci pour des écoulements à nombre de Reynolds faible ($Re \ll 1$), soit dans la limite de Stokes. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les transitoires liés à la rotation libre et à la translation libre deviennent comparables. Ils retrouvent une influence faible du taux de cisaillement sur le coefficient de traînée en accord avec les études précédentes. De plus, ils sont en accord avec l'observation de la force de portance négative pour des nombres de Reynolds $Re \geq 100$. L'effet de la rotation libre est d'augmenter la force de portance. Cet effet est faible pour les nombre de Reynolds $Re \ll 1$ (de l'ordre de +5% pour $Re = 0.5$) et pour les nombres de Reynolds élevés ($Re = 200$). Pour les nombres de Reynolds intermédiaires ($5 \lesssim Re \lesssim 100$), l'effet est le plus important (pour $s = 0.4$ et $Re = 50$, $C_{L, \text{rotation autorisée}} = 0.054$ et $C_{L, \text{sans rotation}} = 0.003$). Ce comportement est expliqué par l'effet Magnus. Pour une sphère possédant la rotation et la translation libres, l'effet d'accélération transverse est dominant sur l'accélération angulaire durant le transitoire.

2.1.3 Description qualitative de l'influence du cisaillement sur l'allée tourbillonnaire

Sakamoto & Haniu [34] se consacrent à l'étude expérimentale de la forme de l'écoulement autour d'une sphère dans un écoulement de Couette (figure 2.6). La gamme de nombres de Reynolds étudiée s'étend de $200 \leq Re \leq 3000$ et le taux de cisaillement variant de $0 \leq \alpha^* \leq 0.25$. Ils se focalisent sur la description du lâcher tourbillonnaire et peu sur une détermination des forces en jeu. Une comparaison est faite avec un écoulement uniforme pour déterminer clairement l'influence du cisaillement sur la forme de l'écoulement. Dans cette plage de valeurs, ils concluent :

- Les mêmes formes d'écoulement sont observées pour un écoulement uniforme que pour un écoulement de Couette.
- Le plan de symétrie de l'écoulement instationnaire est fixé par le cisaillement de l'écoulement. Ce plan de symétrie est, dans le cas de la sphère dans un écoulement uniforme, déterminé au hasard des perturbations. Dans le cas d'un écoulement cisailé, ce plan est toujours suivant le profil cisailé.
- Le nombre de Reynolds critique est plus faible pour le cas de l'écoulement de Couette que pour le cas de l'écoulement uniforme. De plus il décroît quasi linéairement avec l'accroissement du taux de cisaillement.

- La fréquence du lâcher tourbillonnaire est plus grande que celle observée pour un écoulement uniforme. Elle augmente avec la croissance du taux de cisaillement.

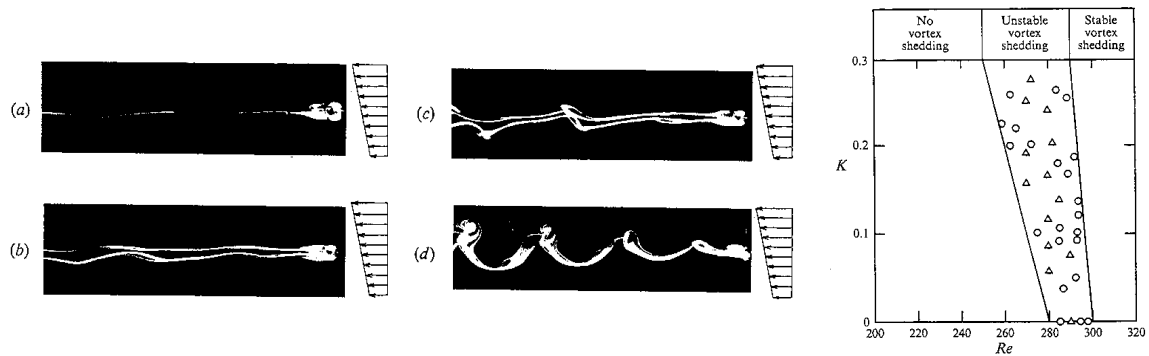


FIGURE 2.6 – Photographies du sillage : (a) deux filaments linéaires pour $Re = 228, \alpha^* = 0.077$, (b) deux filaments ondulés pour $Re = 284, \alpha^* = 0.086$, (c) boucle instationnaire de tourbillons pour $Re = 284, \alpha^* = 0.086$, (d) stable vortex loops $Re = 355, \alpha^* = 0.071$ et relation entre le nombre de Reynolds critique et le taux de cisaillement (Extrait de Sakamoto & Haniu [34])

Conclusion sur l'effet du cisaillement

Le cisaillement d'un écoulement modifie la forme de l'écoulement autour de la particule sphérique. L'influence du cisaillement est fort sur la localisation des points de forte pression en amont de la sphère et des points de décollement dû à la recirculation en aval de la sphère. Ces modifications entraînent une faible modification de la force de traînée avec une légère augmentation de sa valeur. Mais dans la direction transverse, l'influence est plus marquée, avec l'apparition d'une force de portance non négligeable. Cette force de portance dépend fortement du taux de cisaillement. De plus, la fréquence du lâcher tourbillonnaire augmente avec les fortes rotations ou les forts taux de cisaillement. Ceci est justifiée par une augmentation de la vortacité favorisant les lâchers.

L'influence du cisaillement est singulier sur la coefficient de portance. Le changement de signe de la force de portance reste le comportement le plus inattendu. Le taux de cisaillement n'intervient pas sur le nombre de Reynolds correspondant à ce changement de signe et sa valeur avoisine $Re = 50$. Ce changement n'apparaît pas lorsque la sphère est soumise à une rotation forcée.

L'influence du cisaillement décroît avec la diminution du taux de cisaillement. Aucune valeur d'un taux de cisaillement n'ayant aucune influence sur l'écoulement n'est fournie.

2.2 Écoulement autour d'une sphère en mouvement libre ou forcé, proche d'une paroi plane

Nous abordons maintenant l'interaction entre le sillage d'une sphère et une paroi plane proche. La présence d'une paroi va influencer l'écoulement autour de la sphère et, de ce fait, modifier les forces du fluide agissant sur la sphère. Ceci a une conséquence directe sur la trajectoire d'une sphère proche d'une paroi plane. Cette partie ne s'intéresse qu'au mouvement de la sphère dans un fluide au repos. Le problème est caractérisé par un doublet de paramètres $(Re, L/d)$, avec Re le nombre de Reynolds associé à la vitesse uniforme de translation de la sphère et L la distance à la paroi adimensionnée avec le diamètre de la sphère (d).

Différentes expériences de chute de particules le long d'une paroi plane ont montré leur tendance à s'éloigner de la paroi. Cette force transverse induite par la paroi a suscité de nombreux travaux expérimentaux et numériques. Les récents travaux expérimentaux de Takemura & Magnaudet [40] ont décrit avec précision les effets d'une paroi sur la trajectoire d'une particule sphérique. Ils ont étudiés expérimentalement la migration d'une bulle en ascension près d'une paroi verticale dans un fluide au repos pour des régime $1 \leq Re \leq 100$. En utilisant des bulles d'huile de silicone et d'eau artificiellement contaminées par du pentanol, ils observent le phénomène de migration transverse de la particule (figure 2.7). De plus, ils constatent une décroissance de la force de répulsion avec l'augmentation du nombre de Reynolds (Re) et de la distance entre la paroi et la sphère (L). Ils décrivent les origines de cette force de répulsion comme une combinaison de deux mécanismes. Le premier est l'advection et la diffusion de l'écoulement autour de la sphère par la vorticité générée à la surface de la particule. La présence de la paroi plane brise l'axisymétrie du sillage et la distribution de la vorticité et tend vers une répartition de l'écoulement non-symétrique entre l'hémisphère proche de la paroi et l'hémisphère opposé. Le résultat conduit à une force répulsive effective. Ce mécanisme tend à repousser la sphère de la paroi. Le deuxième mécanisme abordé est le phénomène de confinement du fluide entre la paroi et le tube qui entraîne une accélération plus forte de l'écoulement dans cet interstice. Il en résulte une faible pression dans cette région et induit une force dirigée cette fois-ci vers la paroi. Le deuxième mécanisme a donc tendance à attirer la sphère vers la paroi. Takemura & Magnaudet [40], pour une sphère rigide et sur toute la gamme de nombres de Reynolds étudiés et de distances à la paroi, trouvent une domination du premier mécanisme et la force résultante tend toujours à repousser la sphère de la paroi.

Zeng et al. [42] complètent cette étude par des travaux numériques. Ils décomposent le problème pour mieux discerner l'origine de la force latérale. Ils étudient tout d'abord une sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane pour déterminer la forme de l'écoulement et les forces induites agissant sur la sphère uniquement dues à la chute verticale de la sphère. Puis dans un deuxième temps, ils autorisent la rotation libre de la sphère pour déterminer l'influence de celle-ci sur l'écoulement. Ils se basent sur des simulations directes utilisant une méthode d'éléments spectraux. Ils réduisent le domaine d'étude par deux en utilisant un plan de symétrie perpendiculaire à la sphère et le long de

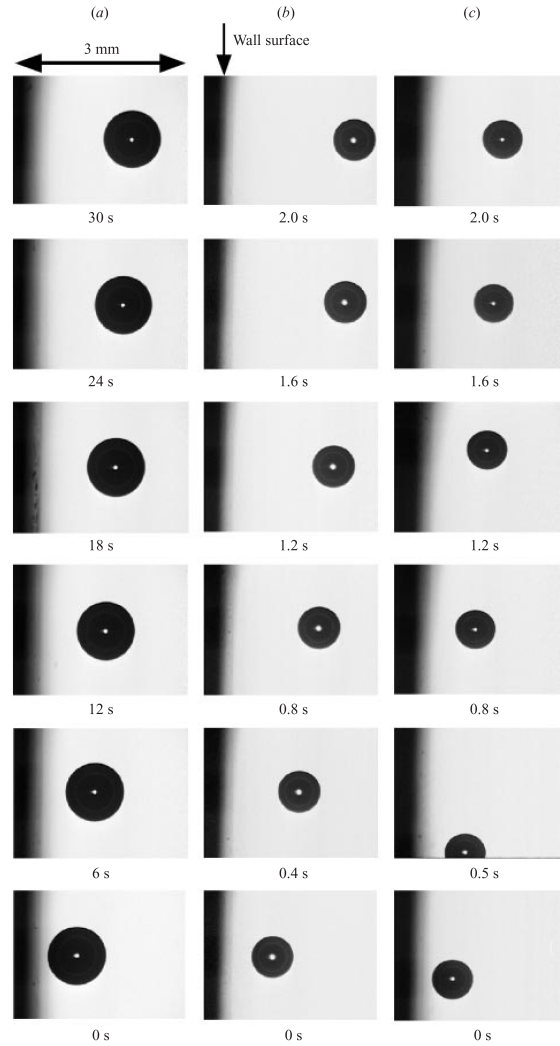


FIGURE 2.7 – Photographies décrivant la trajectoire d’une bulle proche paroi. (a) $R = 0.513$ mm, $U_{\infty} = 8.6$ mm.s⁻¹, $Re = 0.09$; (b) $R = 0.378$ mm, $U_{\infty} = 39.0$ mm.s⁻¹, $Re = 3.0$; (c) $R = 0.365$ mm, $U_{\infty} = 100.1$ mm.s⁻¹, $Re = 32.0$ (Extrait de Takemura et al. [41])

l’écoulement. La gamme des nombres de Reynolds s’étend de $0.5 \leq Re \leq 300$ et balaye des régimes stationnaires et des régimes instationnaires. La gamme de distances entre la paroi et le centre de la sphère est $L/d \in \{0.75; 1; 2; 4\}$. Ils confortent les résultats trouvés par Takemura et Magnaudet [40] avec une décroissance de la force de portance suivant la distance séparant la sphère de la paroi et le nombre de Reynolds. Ils étudient successivement la force de traînée qui a tendance à freiner la sphère dans sa chute verticale et la force de portance correspondant à la force latérale qui éloigne la sphère de la paroi.

La force de traînée montre une décroissance en fonction du nombre de Reynolds quasi identique

à celle observée pour la sphère non confinée (figure 2.8). Lors de la comparaison avec ces valeurs et celles de la sphère non confinée, ils observent un comportement surprenant. Pour un $Re < 100$, la paroi a pour effet d'augmenter la force de traînée quelle que soit la distance d'éloignement de la sphère. Mais pour $Re > 100$, ils observent un comportement différent suivant la distance entre la sphère et la paroi. Pour une distance proche de la paroi ($L \in [0.75; 1]$), la présence de la paroi tend à diminuer la force de traînée. Le cas contraire apparaît pour des distances élevées ($L \in \{2; 4\}$) et la force de traînée est légèrement plus faible que celle observée pour une sphère non-confinée. Cette tendance est aussi observée par Vasseur & Cox [43] en 1977. Zeng et al. [42] proposent d'après leurs résultats une corrélation entre le coefficient de traînée et les paramètres $L^* = LRe$ et Re suivant la relation suivante :

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{8} Re \right) + \frac{66.654}{L^*} - 8.364 \quad (2.1)$$

Le coefficient de portance a un comportement plus complexe. Zeng et al. [42] observent un comportement non attendu du coefficient de portance avec une décroissance dans un premier temps suivie par une augmentation (figure 2.8). Ils expliquent ce phénomène par une saturation de la vitesse maximale atteinte entre la sphère et la paroi pour un $Re \approx 100$ alors que la vorticité n'a aucun effet de saturation et augmente toujours avec le nombre de Reynolds. Ce comportement atypique rend une corrélation entre le coefficient de portance et les paramètres du problème difficile à établir. Vasseur & Cox [43] ont proposé la relation suivante qui lie L^* à C_L pour des faibles nombres de Reynolds :

$$C_L = \frac{9}{8} \left(1 - \frac{11}{32} L^{*2} \right) \quad (2.2)$$

Puis Takemura & Magnaudet [40] suggèrent la relation suivante établie pour $0.5 \leq Re \leq 100$:

$$C_L = C_{L_0} a^2 \left(\frac{L}{1.5} \right)^{-2 \tanh(0.01 Re)} \quad (2.3)$$

avec

$$a = 1 + 0.6 Re^{1/2 - 0.55 Re^{0.08}} \quad (2.4)$$

et

$$C_{L_0} = \left(\frac{9}{8} + 5.78 \times 10^{-6} L^{*4.58} \right) \quad \text{pour } 0 < L^* < 10 \quad (2.5)$$

$$C_{L_0} = 8.94 \beta^2 L^{*-2.09} \quad \text{pour } 10 \leq L^* < 300 \quad (2.6)$$

Cette corrélation est confirmée par Zeng et al. [42] dans la gamme de nombres de Reynolds étudiée par Takemura & Magnaudet [40] ($L^* < 100$) mais ne convient plus pour les valeurs supérieures.

Ils étendent leurs simulations à $Re > 250$ pour explorer des régimes instationnaires. Ils arrivent

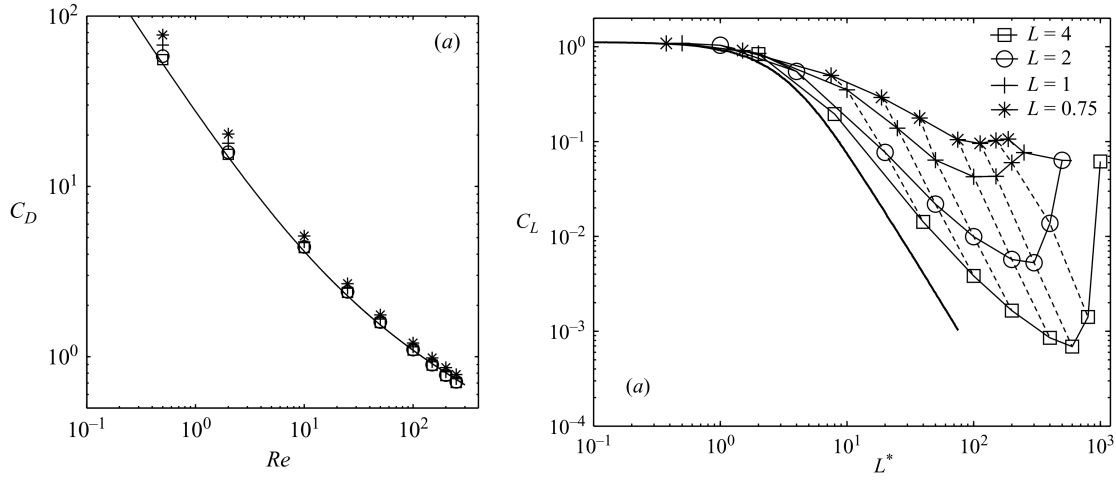


FIGURE 2.8 – Coefficient de traînée (C_D) en fonction du nombre de Reynolds (Re) et coefficient de portance (C_L) en fonction de $L^* = LRe$. Le trait plein correspond à la relation proposée par Vasseur & Cox [43] (extrait de Zeng et al. [42])

à deux conclusions sur l'effet de la paroi sur la bifurcation de Hopf. Lorsque $L/d \geq 1$ (soient les valeurs étudiées $L/d \in \{1; 2; 4\}$), le régime instationnaire est établi pour $Re = 270$ soit légèrement plus tôt que pour la sphère non-confinée ($Re_2 = 273$). La paroi déclenche le lâcher tourbillonnaire plus tôt. Ce comportement est inversé lorsque $L/d = 0.75$. Ils obtiennent un écoulement stationnaire à $Re = 300$. Ils observent, pour les régimes instationnaires, une variation périodique des coefficients aérodynamiques et des structures tourbillonnaires similaires à celles observées dans le cas d'une sphère non confinée avec un plan de symétrie et des boucles de vortex interconnectées (figure 2.9). Le plan de symétrie n'est plus choisi aléatoirement comme dans le cas d'une sphère non-confinée, mais imposé par la paroi et toujours perpendiculaire à celle-ci.

Zeng et al. [42] étudient de plus l'effet de la rotation sur l'écoulement et autorisent à la sphère un degré de liberté en rotation en réponse au moment des forces aérodynamiques agissant sur la sphère. La rotation libre a un effet négligeable sur le coefficient de traînée. Quant à la force de portance, la rotation libre entraîne une légère augmentation de ce même coefficient attribué à un effet Magnus. Ce comportement est similaire à celui observé par Bagchi & Balachandar [35] lors de leur étude numérique sur la rotation libre d'une sphère dans un écoulement cisailé linéairement dans un espace non-confiné.

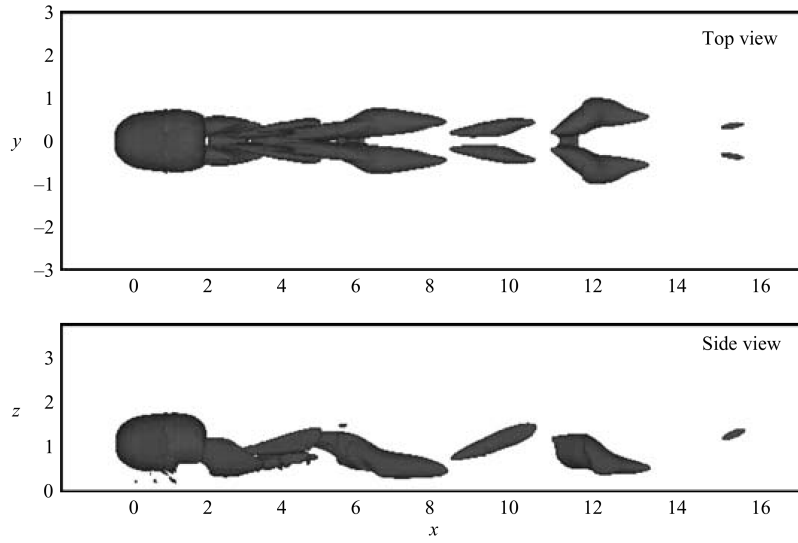


FIGURE 2.9 – Structure instantanée de la vorticité pour un régime instationnaire pour $Re = 300$ et $L/d = 1$, le centre de la sphère se trouvant en $(x_c; y_c) = (0; 1)$ (extrait de Zeng et al. [42])

2.3 Écoulement autour d'une sphère confinée dans un tube de section circulaire

Cette partie est consacrée à l'influence d'une paroi cylindrique sur la trajectoire d'une sphère. Nous décrivons l'influence de la paroi pour deux cas : la suspension neutre ou non-neutre d'une particule puis, la sédimentation. Chaque étude est abordée dans un premier temps en deux dimensions (particule cylindrique dans un canal) et, dans un second temps, en trois dimensions.

2.3.1 Suspension d'une particule sphérique dans un écoulement de Poiseuille

La suspension d'une particule correspond au déplacement d'une particule libre placée dans un écoulement de Poiseuille. Si la particule possède la même masse volumique que celle du fluide, on parle de suspension neutre. Dans ce cas, la force de gravité et celle d'Archimède s'annulent et la sphère ne répond qu'à la force induite par l'écoulement. Si la particule possède une masse volumique différente, une force liée à la gravité persiste (de lévitation ou de chute) et s'ajoute à la force hydrodynamique.

La suspension peut-être caractérisée par le quadruplet de paramètres adimensionalisés suivant :

$$(\rho_r, Ga, d_r, Re_D) \quad (2.7)$$

où l'on retrouve les paramètres déjà utilisés pour la chute d'une sphère dans un fluide infini (ρ_r , le rapport des densités, et Ga , le nombre de Galilée) et, où l'on rajoute le rapport des diamètres d_r

($d_r = d/D$ avec d le diamètre de la particule et D le diamètre du tube) caractérisant le confinement et, le nombre de Reynolds Re_D associé à la vitesse maximale et caractérisant l'écoulement de Poiseuille ($Re_D = \frac{U_m D}{\nu}$ avec U_m la vitesse longitudinale maximale du profil de Poiseuille). On retrouve aussi le nombre de Reynolds associé au diamètre de la particule ($Re_d = \frac{U_m d}{\nu}$).

Les études de suspension sont motivées par l'effet de migration observé par Segré & Silverberg [32, 33]. Ils observent une migration transverse des particules qui trouvent une position transverse fixe le long d'un anneau de rayon $r = 0.6$. Ce comportement est communément appelé l'effet Segré–Silverberg. L'existence d'une position d'équilibre est retrouvée par d'autres études expérimentales telles que Goldsmith & Mason [44], Karnis et al. [45] ou Matas et al. [46] ou des études numériques, Zhu [47] ou Yang et al. [48] par exemple (figure 2.10).

Les études se concentrent sur la détermination, l'explication et la prédiction de la position radiale d'équilibre que prend la particule.

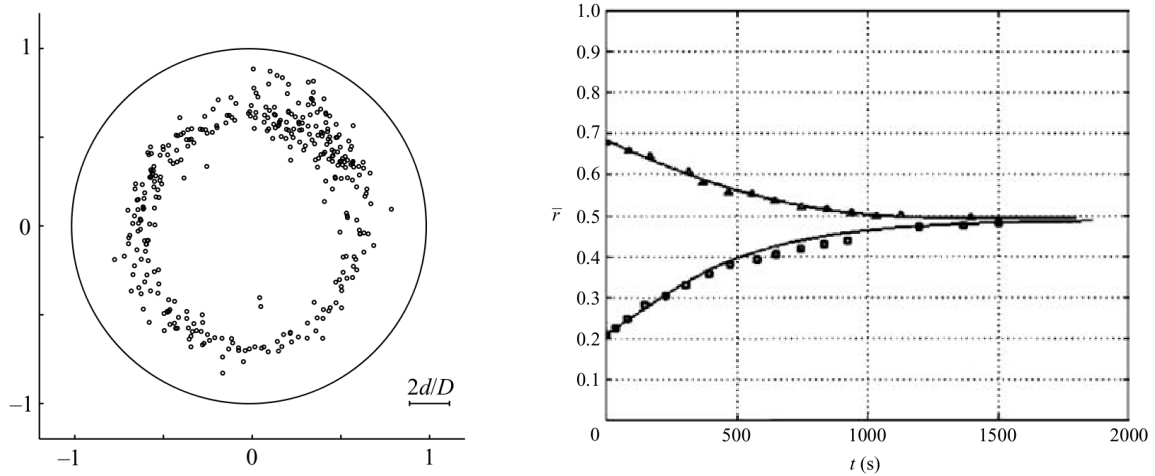


FIGURE 2.10 – Position transverse prise par les particules pour $Re = 67$ (nombre de Reynolds lié à la vitesse axiale et le diamètre du tube) et $D/d = 9$ (extrait de Matas et al. [46]) (a), et migration radiale d'une particule neutre calculée par Zhu [47] (—), et mesurée expérimentalement par Karnis et al. [45] ($\circ$: $\bar{r}_0 = 0.21$ et $\triangle$: $\bar{r}_0 = 0.68$). Les paramètres sont $\rho_f = 1.05 \text{ g cm}^{-3}$ $\nu = 1.2$ poises, le débit $Q = 7.11 \times 10^{-2} \text{ cm}^3 \text{s}^{-1}$, le diamètre du tube $D = 0.4 \text{ cm}$ et le diamètre de la sphère $d = 0.122 \text{ cm}$ (Extrait de Yang et al. [48])

Étude bi-dimensionnelle

Feng et al. [49] et Yu et al. [50] étudient numériquement la suspension neutre et non-neutre d'une particule cylindrique confinée par deux parois planes dans un écoulement de Poiseuille plan en deux dimensions. Ils retrouvent une position d'équilibre de la particule. Yu et al. [50] décrivent l'influence de la différence des masses volumiques sur la position d'équilibre comme forte. Pour des différences faibles, une distinction de la position d'équilibre est trouvée entre une sphère plus lourde

ou une sphère plus légère. Ainsi pour des différences faibles, la particule se place près de la paroi si la particule est légère ($\rho_r = 0.99$), ou elle se place proche de l'axe du tube si elle est lourde ($\rho_r = 1.01$). Pour de fortes différences de masses volumiques, la position d'équilibre est toujours proche de l'axe du canal, que ce soient des particules lourdes ou légères. Cette observation est retrouvée dans les travaux de Feng et al. [49].

La suspension non-neutre d'une particule bi-dimensionnelle est étudiée par Choi & Joseph [51], Patankar et al. [52], Joseph & Ocando [53] et Wang & Joseph [54] pour une accélération gravitationnelle perpendiculaire à la paroi. Ils définissent un nombre de Reynolds critique en-dessous duquel la particule roule sur la paroi et, au-dessus duquel la particule quitte la paroi et lévite vers une position d'équilibre dans le canal. Ils déterminent des positions d'équilibre stable mais aussi mentionnent des équilibres instables. Joseph & Ocando [53] étudient ce problème avec une simulation statique par l'étude de l'écoulement pour diverses positions fixes de la particule dans le canal. Ils cherchent ainsi la position où la valeur de la force de portance induite par l'écoulement est égale à celle de la force induite par la gravité. A cette position, l'équilibre de la particule est atteinte. La rotation libre de la particule est prise en compte par la condition limite de la paroi de la particule. Ainsi ils obtiennent les valeurs de la force de portance (notée L) en fonction de la position y_p (figure 2.11). Ils décrivent deux états d'équilibre : un équilibre stable et un équilibre instable. Ils distinguent deux régimes différents : un état avec la présence d'un équilibre stable ($Re < 13$ et $Re > 22$) et un autre état avec la présence de deux équilibres stables et un équilibre instable ($Re < 13$ et $Re > 22$). Ils définissent $Re = Re_d d_r$. Patankar et al. [52] et Choi & Joseph [51] décrivent ce même comportement.

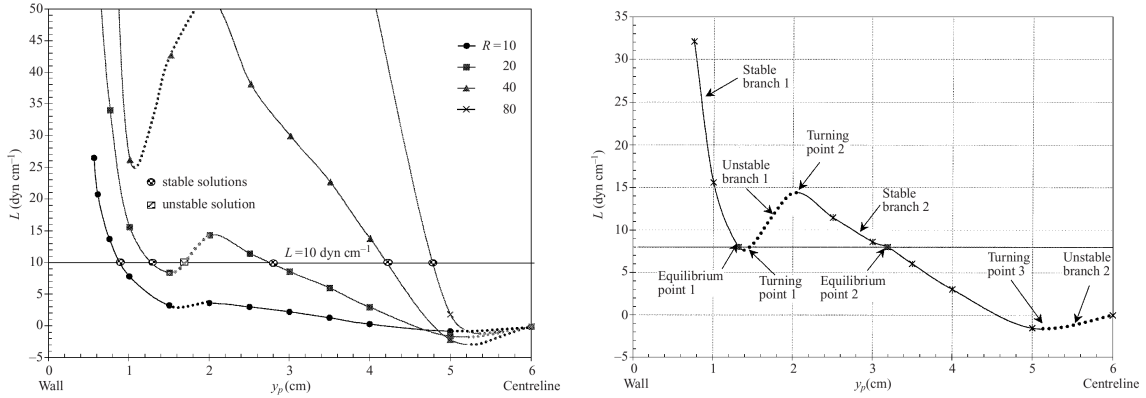


FIGURE 2.11 – Force de portance (L) en fonction de la position dans le canal (y_p) (extrait de Patankar et al. [52])

Étude tri-dimensionnelle

Matas et al. [46] étendent l'étude expérimentale de Segré & Silberberg à des nombres de Reynolds Re_D associés à la vitesse moyenne du profil de Poiseuille plus élevés ($Re \approx 2000$). Ils re-

trouvent l’anneau d’équilibre des particules en suspensions (figure 2.10). La position d’équilibre radiale a tendance à se rapprocher de la paroi du tube lorsque le nombre de Reynolds Re_D augmente (figure 2.12), (Segré & Silverberg [32, 33], Karnis et al. [45], Yu et al. [55] et Yang et al. [48]), comme observé en deux dimensions par Feng et al. [49]. Ils trouvent un anneau d’équilibre cette fois-ci proche du centre du tube pour des nombres de Reynolds Re_D élevés et ce comportement n’est pas prédit par l’analyse asymptotique. Yang et al. [48] définissent aussi l’influence du confinement et observent un déplacement vers l’axe du tube du rayon de Segré–Silberberg pour une diminution du confinement (augmentation de $\bar{a} = D/d$) et pour une vitesse d’écoulement U_m fixe.

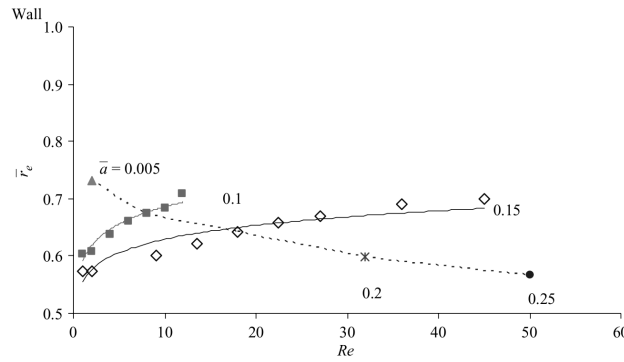


FIGURE 2.12 – Evolution de la position d’équilibre en fonction de Re_D et du confinement $\bar{a} = D/d$ pour $\bar{a} = D/d = 0.005, 0.1, 0.15, 0.20$ et 0.25 et la courbe en pointillé correspondant à une vitesse de l’écoulement de Poiseuille constante $U_m = 100$ (Extrait de Yang et al. [48])

Yang et al. [48] étudient également la suspension de particule dans un tube. Ils travaillent sur la détermination du rayon d’équilibre r_e . Pour cela ils utilisent deux techniques distinctes. La première est la simulation du mouvement de la particule libre qui va atteindre sa position d’équilibre. La seconde est la simulation statique semblable à celle utilisée par Joseph & Ocano [53] en deux dimensions. Elle consiste à effectuer des simulations pour une particule fixe. Le mouvement de rotation libre est introduit par la condition de paroi de la particule. Les simulations sont faites pour différentes positions de la particule et la position d’équilibre r_e correspond à la position r où la force de portance est nulle. Dans les deux cas, à la position d’équilibre, le mouvement de la particule est une translation longitudinale (U_x) dépendant directement du coefficient de traînée et une vitesse angulaire transverse à l’écoulement (Ω_z). Par exemple pour les paramètres $(\rho_r, d_r, Re_D) = (1, 6.66, 15)$, ils obtiennent les résultats représentés par la figure 2.13. La vitesse longitudinale dépend de la position radiale et de la position sur le profil de Poiseuille. La vitesse angulaire est proportionnelle à la position radiale, soit linéairement liée au taux de cisaillement $\gamma = -2U_m r/R^2$. Ce comportement est aussi rapporté par Yu et al. [55]. Cette évolution peut être rapprochée à celle observée pour une particule dans un écoulement de Couette et, à la relation de proportionnalité entre le taux de cisaillement et la force de portance dans ce cas (cf paragraphe cisaillement 2.1.1). Le coefficient de portance, noté L par

Yang et al. [48], montre une évolution en décroissance puis croissance suivant la position radiale. Le coefficient de portance s'annule pour deux positions radiales qui correspondent alors à des positions d'équilibre : $r_e = 0$ (sur l'axe) et $r_e = 0.6$. Yang et al. [48] définissent la position d'équilibre $r_e = 0$ comme un équilibre instable et la position $r_e = 0.6$ comme un équilibre stable. Toute perturbation de la sphère lorsqu'elle est sur l'axe, entraîne sa migration vers la position d'équilibre stable à une position entre l'axe et la paroi. Le comportement du coefficient de portance devient plus complexe lorsque que Re_D augmente. La figure 2.13 représente le coefficient de portance L trouvé par Yang et al [48] pour $d_r = 0.15$ et $Re_D = 45, 60, 75$ (qui correspondent respectivement à la définition propre de Yang $Re = 27, 36, 45$). L'évolution de L montre deux valeurs nulles comme pour Re_D plus faible, mais un minimum local apparaît pour les nombres de Reynolds élevés. Ce minimum local est aussi présent dans les résultats de Asmolov [56] pour une suspension bi-dimensionnelle. Ce minimum local se situe entre l'axe du tube et la position d'équilibre stable. Cette observation laisse prévoir pour Yang et al. [48], l'existence de multiples positions d'équilibre pour une particule dans un écoulement de Poiseuille à fort nombre de Reynolds. Cette hypothèse est confortée par les résultats expérimentaux de Matas et al. [46] qui trouvent une position d'équilibre stable unique pour des faibles vitesses d'écoulement ($\bar{U}_m = 60, 350$), et de multiples équilibres pour des écoulements plus rapide ($\bar{U}_m = 760$). En effet pour $d_r = 0.06875$ et $\bar{U}_m = 760$, Matas et al. [46] observent une position d'équilibre près de la paroi du tube et une seconde à $r = 0.5 \pm 0.2$. La première position d'équilibre n'apparaît pas pour la vitesse maximale de l'écoulement valant $U_m = 1500$. Yang et al [48] pensent qu'il est possible qu'une seconde position d'équilibre apparaisse au minimum local pour des nombres de Reynolds élevés et que cette position d'équilibre se situerait proche de $r = 0.55$. Ils restent prudent sur cette hypothèse et envisagent une autre explication qui est l'interaction entre les particules elles-mêmes dans les expériences. Ils proposent la corrélation suivante entre la position d'équilibre et le nombre de Reynolds :

$$\bar{r}_e = 0.591 Re^{0.0644} \quad \text{pour } d/D = 0.1 \quad (2.8)$$

$$\bar{r}_e = 0.555 Re^{0.0546} \quad \text{pour } d/D = 0.15 \quad (2.9)$$

Cette corrélation est comparée avec les résultats expérimentaux de Matas et al. [46] et donne une bonne prédiction de la position d'équilibre observée.

Ils n'observent aucune dépendance de la position initiale de la particule sur la position d'équilibre. La condition initiale n'influence que la phase transitoire (Yu et al. [55]). Pour une sphère se situant initialement entre la position d'équilibre et l'axe du tube, sa vitesse radiale a un overshoot. Ce comportement n'est pas visible pour une sphère initialement située entre la paroi et la position d'équilibre.

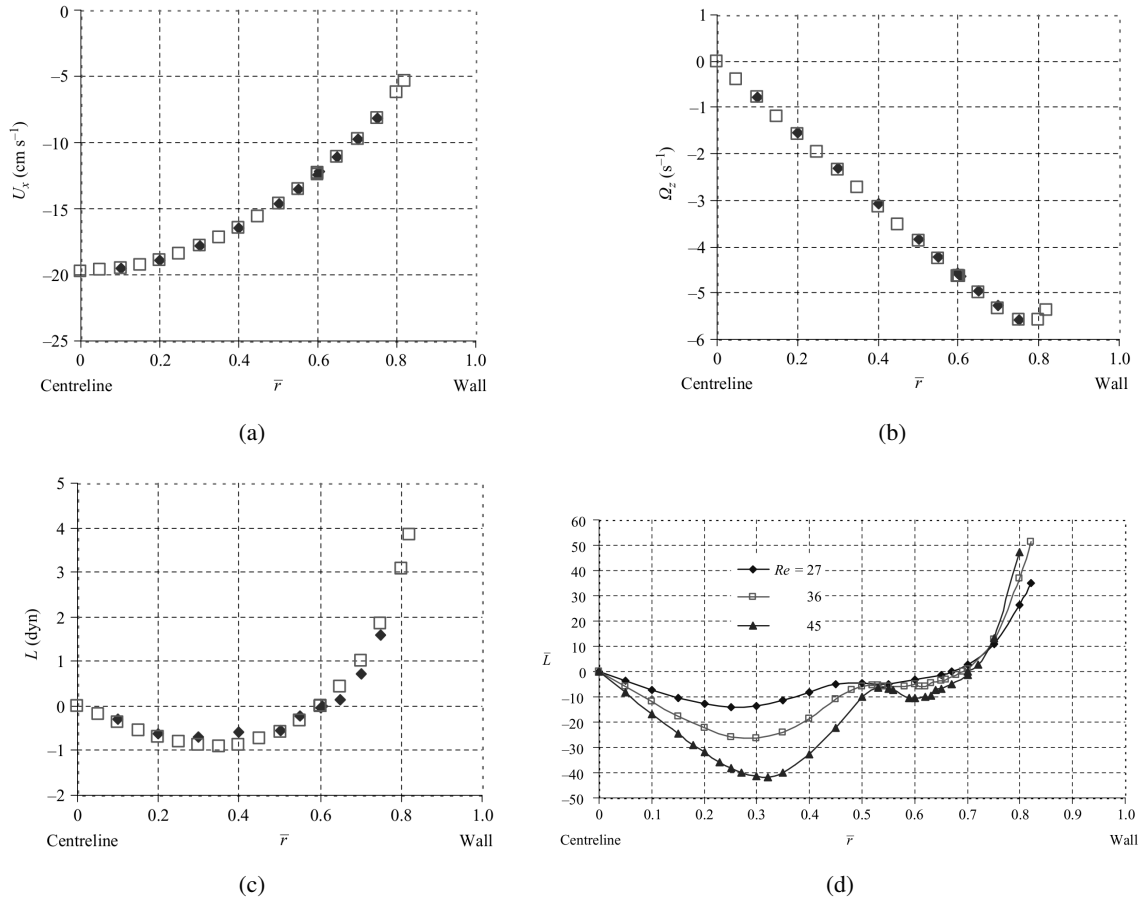


FIGURE 2.13 – Valeurs des simulations de la configuration fixe pour $(\rho_r, d_r, Re_D) = (1, 6.66, 100)$ en fonction de la position de la sphère ($\bar{r} = r/R$ avec r la position dimensionnée et R le rayon) pour la vitesse longitudinale U_x (a), la vitesse angulaire Ω_z (b) et le coefficient de portance L (c). Deux méthodes numériques sont utilisées, $\square$ pour l’ALE et $\blacklozenge$ pour le DLM. Evolution du coefficient de portance $\bar{L}$ en fonction de la position radiale $\bar{r}$ pour trois nombres de Reynolds liés à l’écoulement (Re correspond à Re_D) (Extrait de Yang et al. [48])

2.3.2 Sédimentation de particules

La particularité de la sédimentation est l’évolution de la sphère dans un fluide au repos. La sphère est soumise à la force de gravité dont l’accélération est parallèle aux parois.

Le problème peut-être caractérisé univoquement par un triplet de paramètres adimensionnalisés :

$$(\rho_r, Ga, d_r) \quad (2.10)$$

où l’on retrouve les paramètres déjà utilisés pour la suspension, avec la suppression de la caractérisation de l’écoulement de Poiseuille (Re_D).

Les conditions initiales peuvent également avoir un effet sur le régime établi. La position initiale de la particule est définie par la distance minimale à la paroi, adimensionnée par le diamètre de la particule (L/D). La vitesse initiale de la particule est toujours considérée nulle.

Étude bi-dimensionnelle

Feng et al. [49], dans leur étude numérique de sédimentation bi-dimensionnelle, ne varient que la densité de la particule. Chaque écoulement est ensuite définie par sa vitesse terminale de chute exprimée avec le nombre de Reynolds (Re_T) associé. Ils prennent en compte trois rapports de diamètres, $d_r = d/D = 1/1.5, 1/4, 1/8$. Ils observent un comportement similaire de la particule en sédimentation dans les trois largeurs du canal. La trajectoire se compose d'une phase de transition et d'une phase de trajectoire établie. La phase de transition contient d'une part l'accélération de la vitesse de chute, et d'autre part la migration transverse induite par la proximité de la paroi. Ils classifient les trajectoires en cinq régimes (A-E) suivant le nombre de Reynolds Re_T (figure 2.14) :

- Régime A ($0.1 < Re_T < 2$) : la particule se dirige monotonement vers l'axe du canal et chute linéairement suivant cet axe.
- Régime B ($3 < Re_T < Re_{T,crit}$) : la trajectoire finale est toujours linéaire suivant l'axe du canal mais l'approche n'est plus monotone. La particule dépasse l'axe du canal puis oscille autour de l'axe avec un amortissement fort des oscillations.
- Régime C ($Re_{T,crit} < Re_T < 60$) : la trajectoire finale tend à osciller faiblement autour d'une position qui est légèrement décalée par rapport à l'axe du canal. Ils observent une oscillation lors de la migration de la particule vers l'axe du canal.
- Régime D ($60 < Re_T < 300$) : la trajectoire est oscillante avec une amplitude plus forte. La position moyenne est nettement décalée par rapport à l'axe du canal et se situe entre la paroi du canal et son axe.
- Régime E ($Re_T > 300$) : la particule possède une trajectoire de moins en moins régulière.

La valeur de $Re_{T,crit}$ est estimée par Feng et al. [49] et pour un canal de largeur $4d$, s'élevant à environ la vingtaine.

Yu et al. [50] utilisent la méthode de multiplicateur de Lagrange ou domaine fictif (*DLM* pour *Distributed Lagrange Multiplier*) pour étudier ce sujet. Ils caractérisent le problème par un triplet de paramètres : (ρ_r, Re, W^*) avec ρ_r le rapport des masses volumiques, Re le nombre de Reynolds ($Re = \rho_f U_C d / \mu_f$ avec $U_C = \sqrt{\frac{\pi d}{2} g (\rho_r - 1)}$ dans le cas d'effet d'inertie fort) et W^* la largeur du canal adimensionnée par d . Ces paramètres peuvent être ramenés à ceux proposés par Jenny et al. [57] (équation 2.10) avec la relation $Re = \sqrt{\frac{\pi}{2}} Ga$ et $d_r = 1/W^*$. La particule est lâchée à la position $(x_0, y_0) = (1, 38.4)$ soit pour $L/d = 1.0$. Les paramètres fixes sont $W^* = 4$, $Re = 6.936, 21.93, 69.36, 84.95, 138.7, 693.6$ et respectivement $\rho_r = 1.0002, 1.002, 1.02, 1.03, 1.08, 3$ ($\nu = 0.01, d = 0.25, \rho_f = 1.0$). Ils sont en désaccord partiel avec la classification proposée par Feng et al. [49] décrite précédemment. Pour les deux premiers régimes, ils convergent vers une

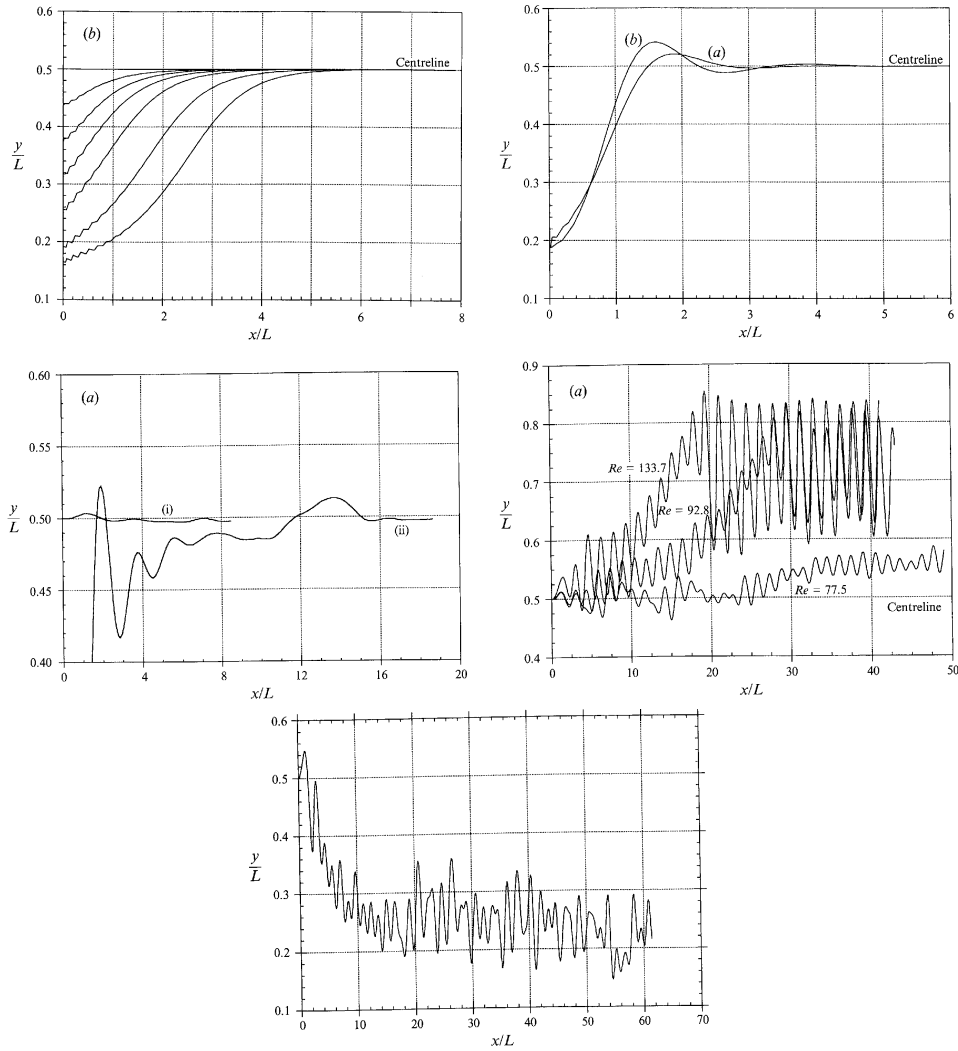


FIGURE 2.14 – Trajectoires de chutes suivant les différents régimes : régime A pour $Re_T = 1.03$, $L = 4$ et plusieurs positions initiales, régime B pour (a) $Re_T = 3.23$ et (b) $Re_T = 8.33$, régime C pour $Re_T = 27.6$, régime D pour $Re_T = 77.5, 92.8, 133.7$ et régime E pour $Re_T = 490$ (Extrait de Feng et al. [49])

même définition de l'écoulement. Ensuite, les résultats divergent. Le premier désaccord est sur la position autour de laquelle oscille la particule pour des trajectoires stationnaires. Pour Feng et al. [49] cette position est hors de l'axe du canal, alors que, pour Yu et al. [50], cette position est toujours sur l'axe. La deuxième divergence est au sujet des régimes aperiodiques (régime E) que Yu et al. [50] n'ont pas retrouvés sur la même plage d'étude. Yu et al. [50] justifient cette différence par une erreur numérique déviant l'oscillation pour les simulations de Feng et al. [49].

Yu et al. [50] ne proposent pas une nouvelle classification des écoulements mais décrivent successivement chaque état suivant le nombre de Reynolds Re_T associé à la vitesse terminale (figures

2.15 et 2.16) :

- $Re_T = 1.12$: la particule approche monotonement de l'axe du tube puis chute verticalement le long de cet axe. L'écoulement final est symétrique. Cette description est identique au régime A défini par Feng et al. [49].
- $Re_T = 8.89$: la particule approche de l'axe, le dépasse, oscille autour de l'axe pour enfin se stabiliser sur une chute linéaire le long de l'axe. L'écoulement associé à la trajectoire finale est aussi symétrique. Cette description correspond au régime B.
- $Re_T = 43.1$: la trajectoire finale est aussi linéaire suivant l'axe avec un écoulement symétrique. Mais l'état transitoire est singulier et intéressant. Yu et al. [50] décrivent l'approche de la particule en "frétillement", s'opposant à l'approche monotone dans les cas précédents. Cette approche en frétillement correspond à un lâcher tourbillonnaire. Ce lâcher tourbillonnaire intervient alors que le nombre de Reynolds associé à la vitesse verticale de chute de la sphère n'atteigne pas la valeur critique (définie, dans le cas d'un cylindre non confiné, à $Re_{critique} = 46$). Ceci est expliqué par l'interaction sillage/paroi, mais aussi par la rotation de la particule qui favorisent un tel lâcher. La trajectoire lors de l'approche ne dépasse pas l'axe comme elle le faisait dans le cas précédent à $Re_T = 8.89$.
- $Re_T = 55.3$: la particule possède la même approche en "frétillement" sans dépasser l'axe du tube, mais le lâcher tourbillonnaire persiste et une allée de Van Kármán est visible en aval de la particule pour la trajectoire finale. Ce régime correspond au régime D défini par Feng et al. [49] mais intervient pour un nombre de Reynolds inférieur à $Re_T = 60$. La particule oscille périodiquement autour de l'axe du canal.
- $Re_T = 96.5$: le comportement est identique que celui décrit précédemment pour $Re_T = 55.3$, mais possédant une vorticité des tourbillons plus fortes (figure 2.15). La migration de la particule ne dépassant jamais considérablement l'axe du tube lors de la phase d'approche de l'axe.
- $Re_T = 518$: la trajectoire finale est identique avec une oscillation périodique autour de l'axe du canal. La différence vient de l'approche de la particule, qui dépasse nettement l'axe du tube pour revenir osciller autour de cet axe. Ce comportement est aussi observé par Feng et al. [49] qui, par contre, trouvent une position moyenne excentrée.

La présence des parois a une influence sur la fréquence de l'allée de tourbillons de Van Kármán, représentée par la nombre de Strouhal, qui elle-même influence directement le mouvement de la particule. La fréquence est plus élevée par rapport au cas d'un cylindre non-confiné (pour $W^* = 4$ et $Re_T = 96.5$, $St = 0.21$ alors que pour $W^* = \infty$ et $Re_\infty = 100$, $St = 0.16$) et elle augmente légèrement avec l'augmentation du nombre de Reynolds. La distance entre les parois (W^*) influence la fréquence du lâcher tourbillonnaire et la vitesse de chute. Plus le canal est large, plus l'effet s'estompe sur la fréquence et le nombre de Strouhal tend vers la valeur non-confinée (par exemple, pour $W^* = 8$ et $Re_T = 114$, $St = 0.17$). Enfin, la migration de la particule vers le centre du canal est plus rapide dans le cas d'un canal étroit que dans un canal large (figure 2.16).

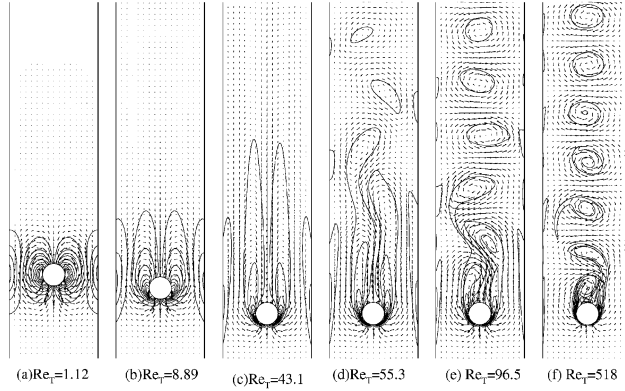


FIGURE 2.15 – Représentation des iso-vorticités et du vecteur de vitesse pour les différents cas traités par Yu et al. [50] (Extrait de Yu et al. [50])

La rotation de la particule a un comportement particulier. La singularité vient de la direction de la vitesse angulaire. La particule n'a pas tendance à rouler sur la paroi mais, elle tourne dans le sens opposé. L'explication du sens de rotation n'est pas fournie. Sa valeur maximale se trouve dans la phase de transition (figure 2.16). Ensuite la vitesse de rotation décroît rapidement pour tendre vers zéro avec, ou non, une oscillation autour de cette valeur.

Namkoong et al. [58] étudient un cylindre en chute libre sans confinement. Ils retrouvent la trajectoire avec une oscillation transverse, par exemple pour $Re_T = 156$. L'évolution de la vitesse de chute dans ce cas, présente, après la phase d'accélération, un comportement de dépassement de la valeur moyenne terminale (*overshoot*) visible dans la représentation de l'évolution temporelle de la vitesse de chute du cylindre dans un espace non-confiné (figure 2.17). Ce comportement n'est pas mentionné pour la particule en chute libre confinée entre deux parois. La rotation dans le cas non-confinée n'est induit uniquement que par le lâcher tourbillonnaire.

Étude tri-dimensionnelle

Yu et al. étendent leurs travaux bi-dimensionnels [50] à une étude tri-dimensionnelle [55]. Ils caractérisent ce problème par un triplet de paramètres (ρ_r, Re, λ_a) semblable à celui utilisé en deux dimensions, avec ρ_r le rapport des masses volumiques, Re le nombre de Reynolds (associé à la vitesse de chute de la particule $U_C = \sqrt{\frac{4d}{3} |\rho_r - 1| g}$ dans le cas d'un régime linéaire de chute vertical stationnaire) et le rapport des diamètres, $\lambda_a = d/D$, avec d le diamètre de la sphère et D le diamètre du tube. Ces paramètres sont similaire à ceux proposés (équation 2.10), avec la relation liant Re à Ga définie par $Re = \sqrt{\frac{4}{3}} Ga$.

Les valeurs des paramètres étudiés sont $\lambda_a = 0.2$, $\rho_r = 1.5$ et $Re = \{20, 100, 200, 300, 400\}$ soit en convertissant en nombre de Galilée $Ga \approx \{12, 61, 122, 183, 244\}$. La sphère est lâchée initialement sans vitesse initiale à la position $(x_0, y_0) = (-1.25, 0)$, soit $L/d = 1.25$, ce qui correspond

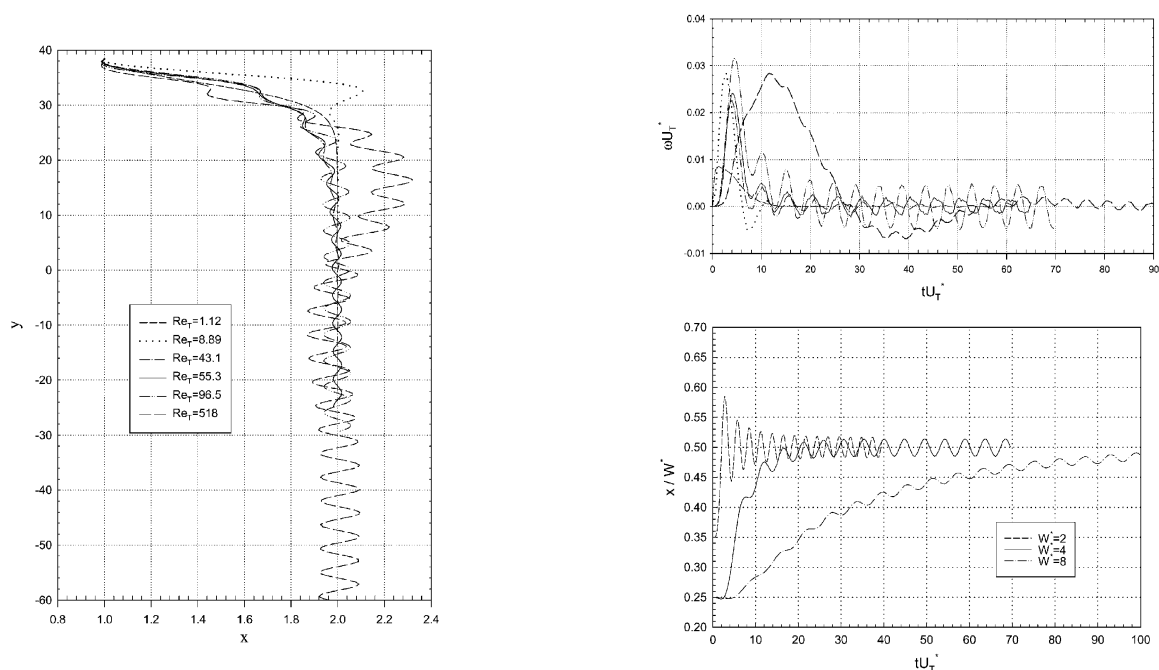


FIGURE 2.16 – Représentation de la trajectoire de la particule et de l'évolution temporelle de la vitesse angulaire pour $W^* = 4$, et représentation de l'évolution temporelle de la position transverse pour différentes largeurs de canal W^* et pour $Re = 138$

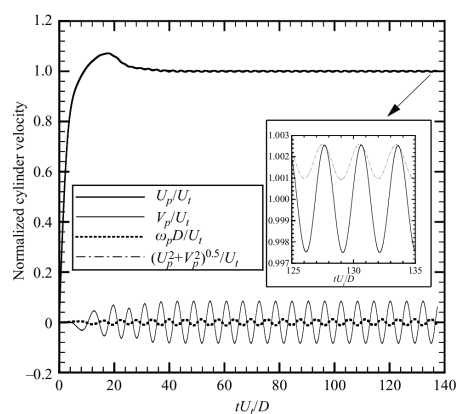


FIGURE 2.17 – Evolution temporelle des deux composantes de la vitesse (U_p , vitesse verticale de chute et V_p , vitesse transverse) et de la vitesse angulaire (ω_p) pour les paramètres $\rho_s/\rho_f = 1.01$, $Ga = 138$, $Re_T = 156$ (Extrait de Namkoong et al. [58])

à une sphère équidistante de la paroi du tube et de l'axe du tube.

Yu et al. [55] caractérisent la chute par le nombre de Reynolds $Re_{\max}$ associé la vitesse maximale de chute de la sphère. Ainsi ils trouvent $Re_{\max} = 7.94, 83.8, 197, 306, 424$. Ces résultats, comparés aux écoulements d'une sphère fixe non-confinée, correspondent à trois régimes différents : un régime

sans décollement aval ($Re < 20$), un régime axisymétrique stationnaire ($20 \leq Re \leq 212$) et un régime instationnaire ($273 \leq Re$). Le régime non-axisymétrique ($212 \leq Re \leq 273$) n'apparaît pas pour les valeurs étudiées par Yu et al. [55]. Le même comparatif peut-être fait pour une sphère en chute libre non-confinée suivant le nombre de Galilée. Les travaux de Jenny et al. [23], menant au diagramme d'états (figure 1.7), nous permettent d'évaluer, pour ce rapport de masses volumiques, quatre types de trajectoires : régime vertical ($Ga \lesssim 156$), régime oblique ($156 \lesssim Ga \lesssim 187$), régime oblique oscillant ($187 \lesssim Ga \lesssim 209$) puis le régime périodique en zig-zag $209 \lesssim Ga$. Ces résultats sont reportés dans la table 2.1.

Re	Ga	$Re_{\max}$	Régime pour une sphère fixe à $Re_{\max}$	Trajectoire pour une sphère libre non-confinée à Ga	Trajectoire pour une sphère libre confinée dans un tube à Ga
20	17	7.94	sans décollement	verticale	verticale
100	87	83.8	axisymétrique		non établie
200	173	197	stationnaire	oblique oscillante	
300	260	306	instationnaire	périodique en zig-zag	périodique hélicoïdale
400	346	424			

TABLE 2.1 – Correspondance entre le nombre de Reynolds lié à la vitesse de chute ($Re_{\max}$) et le régime observé pour ce même nombre de Reynolds mais dans le cas d'une sphère fixe, et correspondance entre le nombre de Galilée et la trajectoire trouvée dans le cas d'une sphère libre sans confinement.

Yu et al. [55], dans le cas de la sédimentation confinée, retrouvent les régimes d'écoulements correspondant à ceux de la sphère fixe non-confinée. Ainsi pour les deux premières simulations ($Re = 20, 100$, soient $Ga = 12, 61$), l'écoulement tend vers un régime axisymétrique et une chute verticale le long de l'axe du tube. La sphère quitte sa position initiale en s'éloignant de la paroi. Elle se dirige monotonement vers l'axe du tube sans le dépasser (figure 2.18). Pour $Re = 200$ ($Ga = 122$), la particule dépasse l'axe du tube et oscille fortement autour de cette axe. Une atténuation est légèrement visible mais la simulation est trop courte en temps pour juger sur l'état final établi, qui peut-être une chute verticale hors de l'axe ou sur l'axe, ou même correspondre à une trajectoire gardant cette oscillation (figure 2.18). Pour cette trajectoire, ils ne mentionnent aucun lâcher tourbillonnaire et l'oscillation est induite par l'interaction entre la paroi et le sillage de la sphère (figure 2.18). À partir de $Re = 300$ ($Ga = 400$), ils observent un lâcher tourbillonnaire correspondant à un écoulement instationnaire et une trajectoire oscillante en zig-zag similaire à celle observée pour une sphère non-confinée. La trajectoire n'est pas située sur un plan fixe mais dévie légèrement de ce plan pour adopter une trajectoire hélicoïdale.

Ces trajectoires sont similaires à celles déjà observées pour la chute d'une sphère non-confinée. On retrouve la chute verticale le long de l'axe du tube ($Ga < 200$) et une trajectoire oscillante ($Ga \geq 300$). Pour le cas de $Ga = 122$, il est difficile de conclure sur la trajectoire établie de la particule car la particule est encore dans la phase de transition. La différence principale est la tra-

jectoire plane en zig-zag et la trajectoire pleinement tri-dimensionnelle hélicoïdale. De plus, par rapport aux trajectoires bi-dimensionnelles, certains régimes ne sont pas retrouvés comme la trajectoire possédant un frémissement dû à un lâcher tourbillonnaire avant d'atteindre l'axe et pour un nombre de Reynolds inférieur à celui lié à la bifurcation de Hopf.

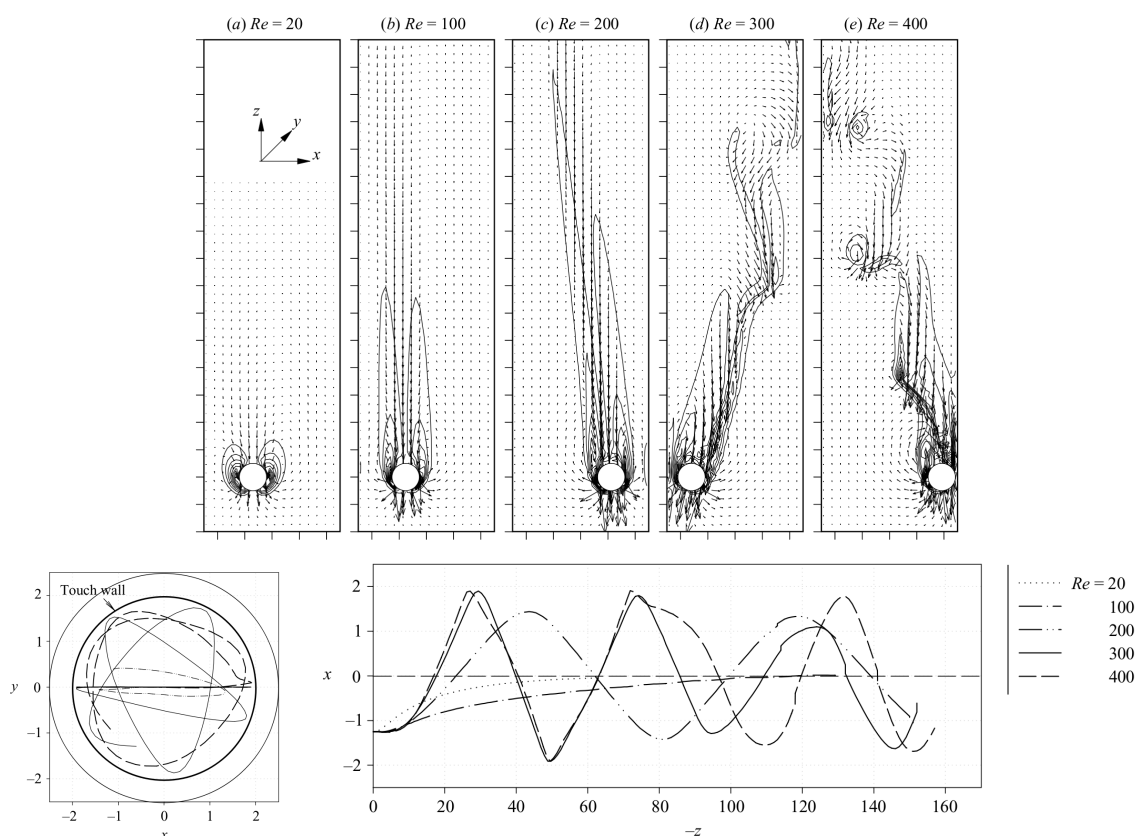


FIGURE 2.18 – Visualisations des écoulements et des trajectoires de la sphère dans le plan (x,z) , pour différents nombre de Reynolds (Re), (Extrait de Yu et al. [55])

Au sujet du contact entre la sphère et la paroi, Yu et al. [55] imposent une répulsion lorsque la distance minimale entre la paroi de la sphère atteint la taille d'une maille. Ce cas de figure n'apparaît que pour $Re = 400$ ($Ga = 244$). Malgré ce contact numérique, ils font l'hypothèse d'une répulsion (effet de la force de répulsion ou la force de lubrification) suffisante pour éloigner la sphère de la paroi avant le contact physique.

La rotation possède un comportement identique à celui observé dans la configuration en deux dimensions pour une particule confinée (Yu et al. [50] et figure 2.16). Ainsi, comme l'écrivent Yu et al. [55], la sphère tourne vers la paroi (figure 2.19(b)). La figure 2.19(b) schématise les vecteurs de translations de la sphère et la rotation. Sur ce schéma, la sphère est proche d'une paroi avec une tendance à s'en éloigner (vecteur horizontale) sous l'action de la gravité (vecteur verticale). Le sens

de la rotation est indiqué par la flèche. L'évolution temporelle de la vitesse angulaire est représentée sur la figure 2.19.

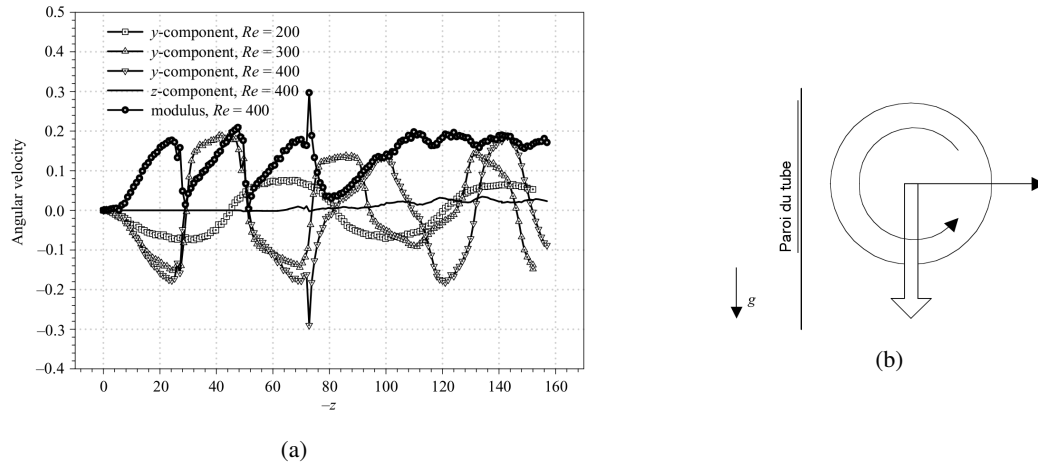


FIGURE 2.19 – Vitesse angulaire en fonction de la position longitudinale (a), (Extrait de Yu et al. [55]) et schéma de la direction “anormale” de la vitesse angulaire

Yu et al. [55] retrouvent un sillage avec un lâcher tourbillonnaire semblable à celui observé pour une sphère fixe (figure 2.20)

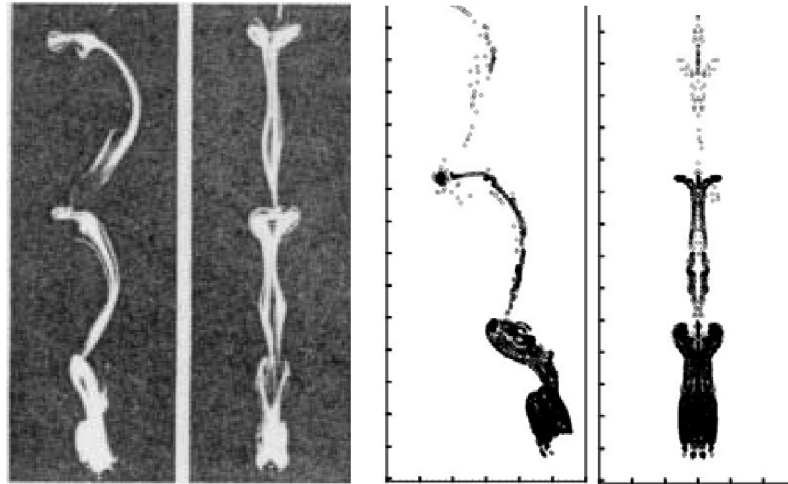


FIGURE 2.20 – Visualisation des structures tourbillonnaires (a) par Sakamoto & Haniu [17] pour une sphère fixe et celles observées par Yu et al. [55] pour $Re = 500$, $\lambda_a = 0.125$ (Extrait de Yu et al. [55])

Chapitre 3

Technique de gestion de maillages superposés : la méthode chimère

Ce chapitre est consacré à la méthode numérique de gestion de maillages superposés. Cette méthode est appelée méthode chimère. Dans un premier temps, un descriptif générale sur le principe et les étapes clés de la méthode sont présentés. Ensuite les étapes de la méthode sont détaillées avec la description des différentes variantes proposées dans la littérature.

3.1 Description générale de la méthode chimère

La méthode chimère est basée sur un concept simple : la décomposition d'une géométrie complexe en sous-ensembles simples indépendants. La méthode chimère rassemble les différents maillages et crée l'unité. La seule condition sur les maillages est une zone de superposition. Le lien des maillages se fait au travers du chevauchement des différents maillages.

Prenons l'exemple d'une particule cylindrique confinée entre deux parois (figure 3.1). La méthode chimère permet de décomposer la géométrie en une zone contenant la particule, une seconde représentant les parois et une troisième l'ensemble de l'espace. Chaque zone est maillée indépendamment des autres zones. Ainsi un maillage polaire défini la particule, un maillage cartésien avec une répartition exponentielle pour la zone des parois du confinement et un maillage cartésien plus grossier pour le reste de l'ensemble. La méthode chimère permet d'une part de créer le maillage chimère par la superposition des sous-ensembles et d'autre part de créer le lien entre les maillages.

La méthode chimère possède plusieurs avantages. Le premier est de simplifier la création des maillages structurés [59] et la seconde est la gestion des géométries en mouvement [60, 61]. La simulation de corps mobile se fait en déplaçant une grille par rapport au autre.

Les pionniers de la méthode chimère sont Benek et al. [62]. La méthode a été reprise par la suite et améliorée pour résoudre de nombreuses configurations. La grande souplesse offerte par la méthode chimère explique son utilisation dans diverses applications telle que l'étude du débit sanguin dans

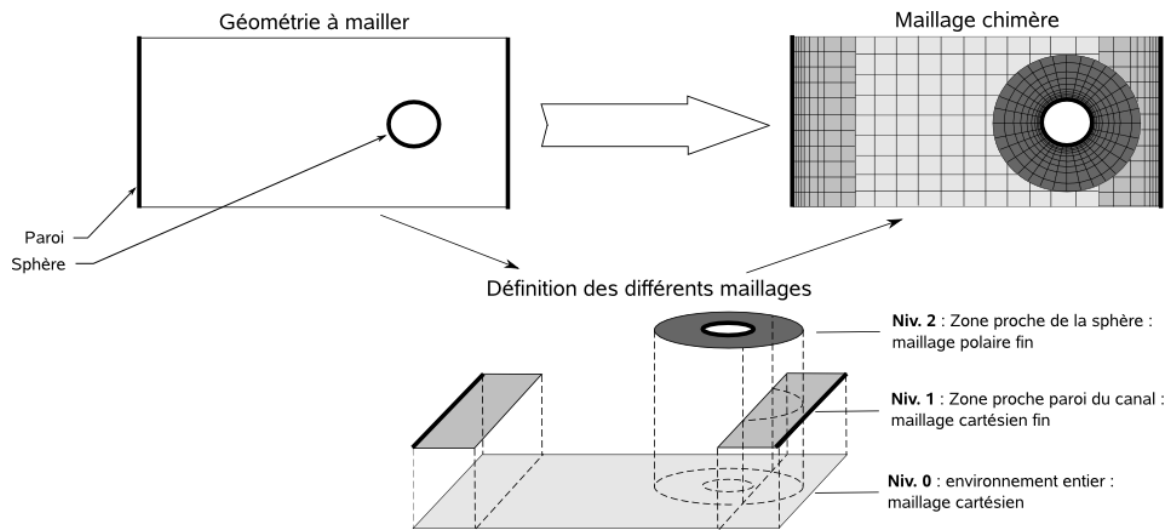


FIGURE 3.1 – Schéma du principe de la méthode chimère

les poumons, les écoulements à vitesse élevée [63, 64, 65], [66], la combustion [67], l'aéronautique [68, 69, 60, 70, 71, 72, 59], l'écoulement autour de navires [73], la séparation d'une navette spatiale de ses boosters [74] ou l'étude acoustique [75]. Elle est associée à d'autres outils numériques pour accroître son efficacité (comme au raffinement de maillage automatique (AMR), [76] par exemple).

Pour illustrer la méthode, les maillages utilisés par Tang et al. [77] pour simuler l'écoulement dans un canal avec deux obstacles, par Meakin et al. [74] pour discrétiser une navette spatiale et son lanceur et par Fujii [78] pour simuler l'écoulement autour d'un train entrant dans un tunnel sont représentés figure 3.2.

Le processus de la méthode chimère est détaillée pour les maillages structurés par Meakin [59]. La méthode chimère, inspirée par la définition de Landmann [79] est divisée en quatre grandes étapes :

- 1^{ière} étape : Détection de cellules superposées. Ce processus consiste à trouver les cellules superposées par d'autres cellules. Le test est basé uniquement sur les coordonnées des cellules.
- 2^{ème} étape : Détermination du statut de cellules superposées. Trois types de cellules superposées existent [79] :
 - a) Cellules interpolées : l'information de l'écoulement est obtenue par interpolation des valeurs des cellules la superposant.
 - b) Cellules calculées : les valeurs proviennent de la résolution des équations régissant les écoulements.
 - c) Cellules ignorées (soient blanchies, soient masquées) : les valeurs de ce type de cellules n'interviennent ni dans la résolution par les schémas de discrétisations, ni dans une interpolation. Ce sont forcément des cellules qui possèdent une superposition.

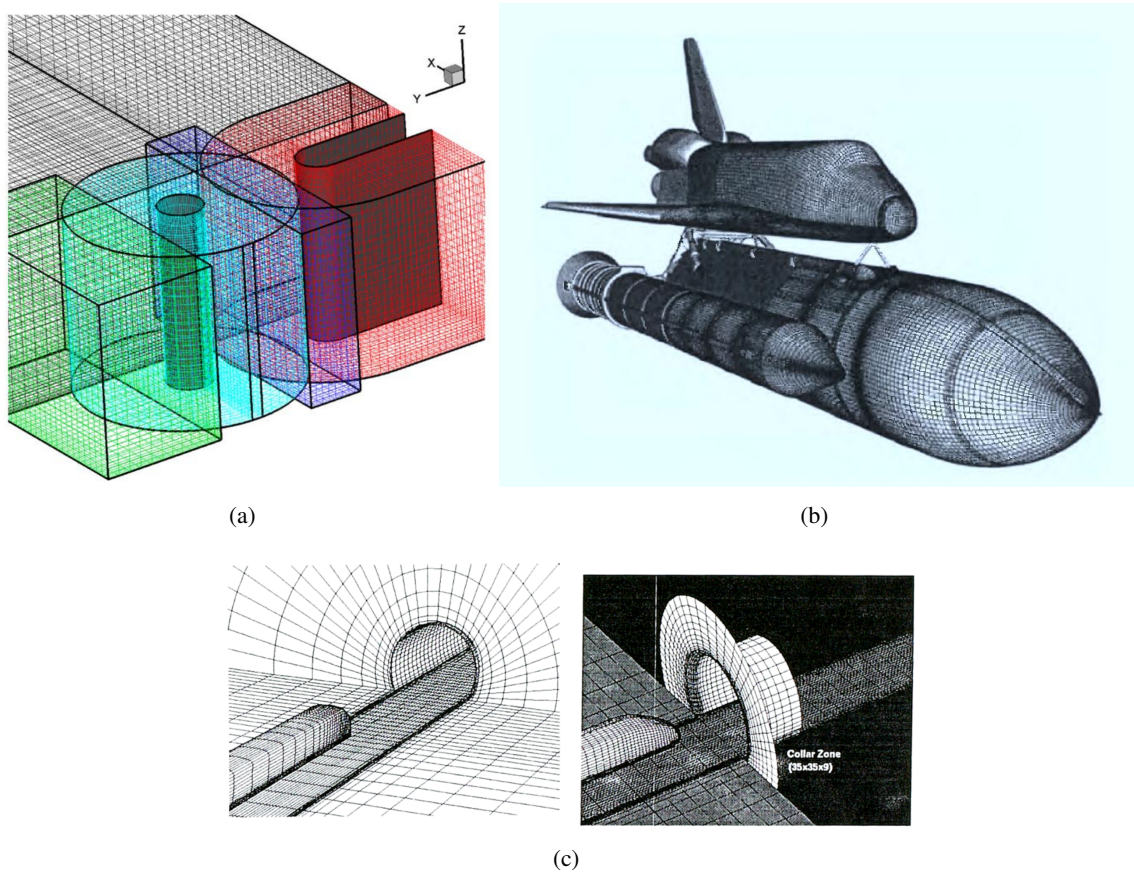


FIGURE 3.2 – Maillage chimère utilisée par Tang et al. [77] pour simuler l'écoulement dans un canal avec deux obstacles (extrait de [77]) (a), maillage utilisé par Meakin et al. [74] pour simuler la séparation de l'orbiteur de la navette spatiale des propulseurs principaux (extrait de Meakin [59]) (b) et maillages utilisés par Fujii [78] pour simuler l'écoulement autour d'un train entrant dans un tunnel (extrait de Fujii [78]) (c)

- 3^{ème} étape : Calcul des paramètres d'interpolation. Cette étape consiste à créer la communication en déterminant, pour une cellule interpolée, les cellules fournissant l'information et les poids associés qui définissent l'interpolation.
- 4^{ème} étape : Calcul des valeurs interpolées. Cette étape effectue l'interpolation avec les valeurs donneuses déterminées par la résolution des équations du fluide.

Ces étapes peuvent être regroupées en deux catégories. La première comprend les étapes 1 à 3 et représente l'initialisation chimère. Au cours de ces étapes, les grilles sont analysées et les paramètres de superposition sont définis. Cette étape ne dépend que de la définition de la grille. A l'issue de ces étapes, un maillage chimère est défini. La deuxième catégorie contient la 4^{ème} étape et correspond à la communication elle-même. Pour les grilles statiques, le maillage n'est pas modifié et l'initialisation chimère n'a besoin d'être effectuée qu'une seule fois. En cas de mouvement relatif de grilles, la

modification des coordonnées nécessite une répétition de l'initialisation chimère. Les cas statique et mobile peuvent être étudiés de la même manière, mais une attention particulière sur le temps de calcul de l'initialisation chimère est nécessaire pour les maillages mobiles.

3.2 Détails des étapes de la méthode chimère

3.2.1 Détection des cellules superposées

La détection des superpositions est la première étape. L'agencement des mailles étant arbitraire pour une méthode générale, la détection se fait sur un test sur les coordonnées des cellules. Des algorithmes d'accélération existent telle que la méthode de grille virtuelle cartésienne uniforme. Cette technique est décrite par Meakin [59], Samet [80] ou Siikonen et al. [81]. Son principe est détaillée dans le chapitre 5.

3.2.2 Détermination du type de cellules superposées

Une fois les cellules superposées déterminées, il est nécessaire de désigner le type de chacune des cellules. Ceci revient à déterminer entre les cellules superposées, laquelle est la meilleure résolution pour prédire l'état de l'écoulement (cellule calculée) et va donner la solution de l'écoulement aux autres cellules (cellules interpolées). Le critère qui justifie le choix est basé sur la meilleure résolution du problème physique. Nous distinguons quatre techniques reposant sur les critères basés sur les quantités suivantes : hiérarchie de blocs définie par l'utilisateur, qualité chimère des cellules définie par l'utilisateur, volume des cellules, la distance des cellules dans la direction normale à la paroi la plus proche.

Pour une superposition simple, la définition d'une hiérarchie de superposition associée à chaque bloc est suffisante. Toutes les cellules appartenant à un bloc de rang élevé sont définies comme des cellules calculées, par rapport à des cellules appartenant à un bloc de rang moindre. Cette solution est simple et rapide mais ne convient pas aux couches superposées complexes où un critère local doit être défini. Basé sur le fait que la taille des cellules est un critère indiquant la meilleure discrétisation, Siikonen et al. [81] ou Liao et al. [82] justifient ce choix en attribuant le type "cellules calculées" aux cellules les plus petites. Ce critère est adapté localement, automatique et ne nécessite aucune entrée d'utilisateur. Il nécessite une attention particulière sur les volumes des cellules lors de la création du maillage. Le troisième critère est basé sur une valeur de qualité chimère définie par l'utilisateur pour chaque cellule. De cette façon, l'utilisateur peut forcer un type particulier de cellules (calculées ou interpolées) en associant à cette cellule une valeur de haute qualité. Cette technique peut forcer le type de cellules en protégeant les cellules ou en les immunisant, mais l'utilisateur doit préalablement entrer ces valeurs et elles ne sont pas évolutives lorsque les grilles se déplacent. Dans ce cas le critère n'est pas pleinement automatique. La taille des cellules dans la direction de la normale à la paroi la plus proche est utilisée comme critère de sélection par Landmann [79]. Le critère se base sur

la norme du segment d'intersection entre la normale à la paroi et limites de la cellule (figure 3.3). Cette technique est entièrement automatique et elle est basée sur une qualité physique importante : la couche limite. Ce test nécessite la recherche de la paroi la plus proche et le calcul de l'intersection pour chaque cellule. Il est coûteux en temps, surtout dans le cas de déplacement de maillages, où cette grandeur doit être calculée après chaque mouvement relatif des grilles.

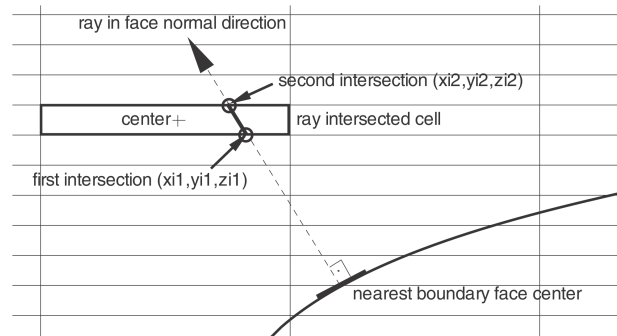


FIGURE 3.3 – Critère de qualité basé sur la distance de l'intersection entre la normal à la paroi et la cellule (extrait de Landmann [79]).

3.2.3 Définition de l'interpolation

L'interpolation est une étape clé. Elle lie les blocs entre eux. De nombreuses études sont faites sur la précision nécessaire des interpolations pour la méthode chimère [83, 84]. Il en ressort que la précision des interpolations est liée aussi à l'application physique étudiée et, par exemple, des applications en acoustique demandent une très haute précision dans les interpolations pour éviter tous bruits numériques perturbant les résultats [75]. On retrouve différentes interpolations utilisées dans la méthode chimère, telle que l'interpolation basée sur les polynômes de Lagrange [85, 86, 75, 87, 84], l'interpolation trilinéaire [88, 77, 89, 90], l'interpolation quadratique [91] ou l'interpolation tétravolumique [92, 81]. L'interpolation la plus courante est l'interpolation trilinéaire.

La définition arbitraire des superpositions et le passage de l'information du fluide d'un maillage à un autre conduisent à la perte de la conservation de masse [93]. Des travaux ont mené à l'élaboration d'algorithmes assurant la conservation du flux pour des écoulements compressible [94] ou incompressible [95].

Deux types d'interpolations sont retrouvées, les interpolations explicites n'utilisant comme cellules donneuses que des cellules calculées, et les interpolations implicites dont une ou plusieurs cellules donneuses sont de type interpolé. Pour éviter les interpolations implicites, le choix des cellules donneuses peut bannir les cellules de type interpolées ou la deuxième solution est un éloignement des zones d'interpolations [84].

Deuxième partie

Méthode numérique

Chapitre 4

Le solveur *NSMB*

Notre étude est numérique. Elle se base sur un code de simulation de fluide *NSMB* ('Navier-Stokes Multi-Blocs') dans lequel une méthode de gestion de maillages superposées a été implémentée. Le code *NSMB* résout les équations de Navier-Stokes compressible à l'aide d'une formulation volumes finis multiblocs parallélisée. Ce chapitre présente brièvement le solveur *NSMB* utilisé.

4.1 Historique du code *NSMB*

En 1989, le solveur structuré multi bloc Euler EULMB a été développé à l'Institut fédéral suisse de Lausanne (EPFL) à Lausanne. Les choix innovants de la conception d'EULMB étaient les suivants :

1. utilisation de l'allocation dynamique de la mémoire au moment de l'exécution
2. conçu pour le calcul parallèle en résolvant les blocs en parallèle sur des processeurs différents
3. écrit avec le système de base de données MEMCOM pour avoir des entrées/sorties rapides

En 1991, les termes visqueux ont été ajoutés à EULMB et la première version de NSMB était née. De 1992 à la fin de 2003, NSMB a été développé au sein du consortium NSMB qui comprenait plusieurs universités (EPFL, Lausanne, Suisse, SERAM, Paris, France, IMFT, Toulouse, France, KTH, Stockholm, Suède), Le CERFACS (Toulouse, France), et plusieurs partenaires industriels EADS-France (Airbus France et EADS Space Technologies), SAAB Military Aircraft et CFS Engineering. Depuis 2004, le développement de NSMB est poursuivi par l'EPF-Lausanne, ETH-Zurich, l'IMFS Strasbourg, l'IMFT, l'Université militaire de Munich, CFS Engineering et RUAG Aerospace. Outre ces groupes, NSMB est toujours utilisé par Airbus-France, EADS-ST, et KTH.

Le code *NSMB* résout donc les équations de Navier-Stokes compressibles à l'aide d'une formulation volumes finis multiblocs parallélisée. Cet outil numérique est très complet avec de nombreuses fonctionnalités : plusieurs schémas numériques (spatiaux et temporels), plusieurs modèles de turbulence, chimie de l'air en équilibre ou hors équilibre. Son manuel détaille toutes les fonctionnalités du

code [96], et nous allons décrire brièvement les modèles utilisés dans notre étude.

4.2 Equations de Navier-Stokes

Les écoulements de fluides sont régis par les équations de Navier-Stokes qui expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Les équations de Navier-Stokes compressibles dans leur formulation conservative prennent la forme suivante :

Equation de continuité (ou équation de bilan de masse) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.1)$$

Equation de bilan de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (4.2)$$

Equation de bilan de l'énergie :

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e + p) \vec{v}] = \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\tau} \cdot \vec{v} \right) - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} \quad (4.3)$$

avec

- t le temps (en s)
- ρ la masse volumique du fluide (en $kg.m^{-3}$)
- $\vec{v} = (u, v, w)$ la vitesse ponctuelle du fluide (en $m.s^{-1}$)
- p pression (en Pa)
- $\vec{\tau} = \tau_{ij}$ tenseur des contraintes visqueuses (en Pa)
- E énergie totale par unité de masse (en $J.kg^{-1}$) (pouvant être décomposée en énergie interne (E_i) et en énergie cinétique ($1/2v^2$) : $E = E_i + 1/2v^2$)
- $\vec{q}$ flux de chaleur perdu par conduction thermique (en $J.m^{-2}.s^{-1}$)

NSMB travaille avec un vecteur d'état défini par :

$$W = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T \quad (4.4)$$

Avec ce vecteur d'état et dans un repère cartésien (x, y, z) , les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires s'écrivent sous la forme suivante :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (f - f_v) + \frac{\partial}{\partial y} (g - g_v) + \frac{\partial}{\partial z} (h - h_v) = 0 \quad (4.5)$$

Les flux convectifs f , g et h dans les trois directions x , y et z sont définis par :

$$f = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw)^T \quad (4.6)$$

$$g = (\rho v, \rho vu, \rho v^2 + p, \rho vw)^T \quad (4.7)$$

$$h = (\rho w, \rho wu, \rho wv, \rho w^2 + p)^T \quad (4.8)$$

Les flux visqueux s'expriment sous la forme :

$$f_v = (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz})^T \quad (4.9)$$

$$g_v = (0, \tau_{yx}, \tau_{yy}, \tau_{yz})^T \quad (4.10)$$

$$h_v = (0, \tau_{zx}, \tau_{zy}, \tau_{zz})^T \quad (4.11)$$

Le fluide étant supposé avoir un comportement newtonien, la partie visqueuse du tenseur des contraintes ne dépend que du tenseur des vitesses de déformation, et ceci de façon linéaire et isotrope :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} = 2\mu \bar{S} + \lambda \nabla \cdot \vec{v} \quad (4.12)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé, correspondant à la viscosité dynamique et au second coefficient de viscosité du fluide. L'hypothèse de Stokes (égalité entre la pression mécanique et thermodynamique) implique :

$$2\mu + 3\lambda = 0 \quad (4.13)$$

ce qui donne un schéma de comportement de type Navier-Stokes, pour un fluide en équilibre thermodynamique local :

$$\bar{\tau} = 2\mu \bar{S} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{v} \quad (4.14)$$

Le tenseur des contraintes visqueuses s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) , \quad \tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left(-\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{zz} &= \frac{2}{3}\mu \left(-\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} + 2\frac{\partial w}{\partial z} \right) , \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) , \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

La dissipation visqueuse de l'équation de l'énergie est calculée comme suit :

$$\begin{aligned}(\tau U)_x &= \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w \\(\tau U)_y &= \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w \\(\tau U)_z &= \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w\end{aligned}$$

Le seul mode de transmission de chaleur considéré est de type conductif. Le schéma de conduction thermique suit la loi de Fourier, qui lie proportionnellement le vecteur flux de chaleur au gradient de température :

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.17)$$

où T est la température et k le coefficient de conductivité thermique.

La viscosité laminaire μ suit la loi de Sutherland :

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{3/2} \frac{(T_\infty + S_1)}{(T + S_1)} \quad (4.18)$$

où μ_∞ est la viscosité à la température de référence T_0 et S une constante égale à 110.3 K pour l'air.

Le nombre de Prandtl étant supposé constant pour l'air ($Pr = 0.72$), on en déduit la valeur de k :

$$k = \frac{\mu C_p}{Pr}$$

où C_p est le coefficient de chaleur spécifique à pression constante. Il est défini par :

$$C_p = \gamma C_v \quad C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (4.19)$$

où C_v est le coefficient de chaleur spécifique à volume constant,
 R la constante des gaz parfaits ($R = 287 J K g^{-1} K^{-1}$) et
 γ le rapport des coefficients de chaleur spécifique ($\gamma = 1.4$)

L'équation d'état des gaz parfaits relie la pression aux autres variables thermodynamiques :

$$p = \rho R T \quad (4.20)$$

$$e = C_v T = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (4.21)$$

L'énergie totale est reliée à l'énergie interne par :

$$E = e + \frac{1}{2} e = C_v T = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (4.22)$$

$$p = \rho e (\gamma - 1) = \rho c_v T (\gamma - 1) = \rho R T \quad (4.23)$$

où e est l'énergie interne. L'énergie totale et interne sont reliées par la relation suivante :

$$e = E - \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (4.24)$$

4.3 Schéma de résolution temporelle

La discrétisation temporelle s'appuie sur une méthode implicite à pas de temps dual et inversion des matrices par une méthode LU-SGS proposée par Weber [97].

La procédure de discrétisation « volumes finis » conduit au système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{d}{dt} (V_{i,j,k} W_{i,j,k}) + Q_{i,j,k} = 0 \quad (4.25)$$

où W le vecteur d'état au centre de la cellule (i, j, k) , V le volume de cette même cellule et Q le flux entrant et sortant de la cellule.

Soit l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} (V_{i,j,k} W_{i,j,k}) + R_{i,j,k} = 0 \quad (4.26)$$

où R est le résidu, consistant en la somme des flux orientés entrants et sortants de la maille (i, j, k) et le terme de dissipation D ($R_{i,j,k} = Q_{i,j,k} - D_{i,j,k}$).

Pour un volume de la cellule constant dans le temps, l'équation s'écrit alors :

$$V_{i,j,k} \frac{dW_{i,j,k}}{dt} + R_{i,j,k} = 0 \quad (4.27)$$

Une grande variété de schémas de discrétisation temporelle peuvent être choisis pour le système 4.27.

L'utilisation des schémas explicites est trop contraignante dans le cas de maillages fins sur des configurations complexes. Il est donc nécessaire d'introduire des schémas implicites d'ordres plus élevés. On utilisera donc pour les simulations des schémas d'intégrations linéaires « multi-pas », c'est-à-dire que la variation temporelle d'une quantité est exprimée sous la forme d'une combinaison

linéaire de cette quantité prise à des instants différents. Beam and Warming (1980)[5] ont introduit la méthode linéaire à deux pas suivante, décrite ici pour des pas de temps variables :

$$(1 + \xi) \frac{\Delta W^n}{\Delta t^n} V - \xi \frac{\Delta W^{n-1}}{\Delta t^{n-1}} V = -(\theta R^{n+1} + (1 - \theta + \phi) R^n - \phi R^{n-1}) \quad (4.28)$$

où $\Delta W_n = W_{n+1} - W_n$ et Δt_n est la différence de temps entre les instants n et $n + 1$.

Le schéma est défini par les valeurs θ , ξ et ϕ . Le schéma est explicite si $\theta = 0$ et implicite si $\theta \neq 0$. Nous choisissons un schéma implicite aux différences rétrogrades (Backward differentiation) qui correspond aux valeurs $\theta = 1$, $\xi = 1/2$ et $\phi = 0$.

Il est d'ordre deux car vérifie la condition suivante

$$\phi = \xi - \theta + \frac{1}{2} \quad (4.29)$$

Un schéma A-stable est un schéma inconditionnellement stable pour une équation du type $du/dt = \lambda u$ avec $\lambda < 0$. Il a été montré par Dahlquist (1963)[38] qu'une méthode linéaire multi-pas A-stable ne peut pas avoir un ordre de précision plus grand que 2. Le schéma implicite aux différences rétrogrades est A-stable car elle répond aux conditions strictes définies par [68] :

$$\theta \geq \phi + 1/2 \quad (4.30)$$

$$\xi \geq -1/2 \quad (4.31)$$

$$\xi \leq \theta + \phi - 1/2 \quad (4.32)$$

Notons que quand le pas de temps est variable, le schéma aux différences rétrogrades ne reste précis au second ordre seulement si la relation suivante est vérifiée :

$$\xi = \frac{\Delta t^n}{\Delta t^n + \Delta t^{n-1}} \quad (4.33)$$

Quand on utilise ce schéma dans *NSMB*, le facteur ξ impose un pas de temps constant afin d'assurer la précision temporelle au second ordre.

Méthode du pas de temps dual “Dual Time Stepping”

Après avoir appliqué la discrétisation temporelle de l'équation 4.28, le système non linéaire d'équations suivant doit être résolu à chaque pas de temps :

$$\mathcal{H}(W^{n+1}) = (1 + \xi) \frac{\Delta W^n}{\Delta t^n} V - \xi \frac{\Delta W^{n-1}}{\Delta t^{n-1}} V + \theta R^{n+1} + (1 - \theta + \phi) R^n - \phi R^{n-1} = 0 \quad (4.34)$$

Il s'agit donc à chaque pas de temps externe de faire converger le résidu $\mathcal{H}(U)$ vers 0 au moyen

d'une méthode itérative. Le point de départ de l'approche du pas de temps dual est d'utiliser le résidu instationnaire $\mathcal{H}$ dans le système d'équations différentielles suivant :

$$V \frac{dW}{dt^*} + \mathcal{H}(W) = 0 \quad (4.35)$$

Cette méthode utilise donc un temps fictif t^* . Et le système d'équations est intégré jusqu'à ce qu'un état stationnaire soit atteint. On se ramène à la résolution d'un système d'équations différentielles ordinaires à chaque pas de temps physique Δt . Pour cela n'importe quelle méthode d'intégration temporelle appropriée peut être utilisée comme les méthodes explicites ou implicites développées pour les problèmes stationnaires.

En discrétisant l'équation 4.35 vis à vis du temps fictif par un schéma décentré d'Euler, on obtient :

$$V \frac{\Delta W^\nu}{\Delta t^*} + \mathcal{H}(W^{n+1,\nu+1}) = 0 \quad (4.36)$$

où ν est l'indice des itérations internes et $\Delta U^\nu = U^{n+1,\nu+1} - U^{n+1,\nu}$. En linéarisant le résidu instationnaire autour des instants fictifs ν :

$$\mathcal{H}(W^{n+1,\nu+1}) = \mathcal{H}(W^{n+1,\nu}) + \left. \frac{\partial \mathcal{H}(W^{n+1})}{\partial W^{n+1}} \right|^\nu \Delta W^\nu + O(\Delta^{*2}) \quad (4.37)$$

on arrive au système linéaire suivant :

$$\left(\frac{V}{\Delta t^*} I + \left. \frac{\partial \mathcal{H}(W^{n+1})}{\partial W^{n+1}} \right|^\nu \right) \Delta W^\nu = -\mathcal{H}(W^{n+1,\nu}) \quad (4.38)$$

En écrivant la linéarisation du résidu, on obtient :

$$\left(\frac{V}{\Delta t^*} I + (1 + \xi) \frac{V}{\Delta t} I + \theta \left. \frac{\partial R}{\partial U} \right|^\nu \right) \Delta U^\nu = -\mathcal{H}(U^{n+1,\nu}) \quad (4.39)$$

Ce système peut être résolu en utilisant une méthode LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel), Weber [?]. L'extension de la méthode LU-SGS stationnaire consiste à inclure le pas de temps fictif, les facteurs $(1 + \xi)$ et θ dans l'opérateur implicite et à ajouter des termes-sources à droite de l'équation.

4.4 Discrétisation spatiale : schéma centré et dissipation artificielle

Dans notre étude nous utilisons le schéma centré d'ordre 4 de Jameson [98] qui s'écrit dans la direction i :

$$W_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{-W_{i+2,j,k} + 7 * W_{i+1,j,k} + 7 * W_{i-1,j,k} - W_{i-2,j,k}}{6} \quad (4.40)$$

Le schéma centrée doit être augmenté par l'ajout d'un terme de viscosité artificiel du second ordre qui est utilisé près des discontinuités et d'un terme de dissipation du quatrième ordre qui sert à supprimer les oscillations paires / impaires. Les termes de dissipation sont similaires aux termes de dissipation visqueuse, en utilisant des dérivées du vecteur d'état d'ordre deux et quatre multipliée par un facteur d'échelle et un poids, ce dernier étant habituellement considéré comme un switch. Ce switch est formé en utilisant la valeur absolue de la dérivée seconde normalisée de la pression, ce qui implique que le terme de dissipation au second ordre est faible partout sauf dans les régions des forts gradients de pression, que l'on retrouve près des zones de choc ou des points de stagnation. La dissipation du quatrième ordre est utilisée partout sauf dans les régions où le terme de dissipation du second ordre est important afin d'empêcher la production d'oscillations dans ces régions. Après addition des termes de dissipation le schéma numérique s'écrit

$$\frac{d}{dt} (V_{i,j,k} W_{i,j,k}) + Q_{i,j,k} - D_{i,j,k} = 0 \quad (4.41)$$

où $Q_{i,j,k}$ correspond à la discrétisation de l'équation de quantité de mouvement et $D_{i,j,k}$ à celle de la dissipation artificielle. L'opérateur D est découpé comme suit :

$$D_{i,j,k} = d_{i+1/2,j,k} - d_{i-1/2,j,k} + d_{i,j+1/2,k} - d_{i,j-1/2,k} + d_{i,j,k+1/2} - d_{i,j,k-1/2} \quad (4.42)$$

où chaque flux dissipatif est évalué aux faces. Le flux dans la direction i , $d_{i+1/2,j,k}$, est calculé à partir de la relation

$$\begin{aligned} d_{i-1/2,j,k} = & r_{i-1/2,j,k} [\varepsilon_{i-1/2,j,k}^{(2)} (W_{i,j,k} - W_{i-1,j,k}) - \\ & \varepsilon_{i-1/2,j,k}^{(4)} (W_{i+1,j,k} - 3W_{i,j,k} + 3W_{i-1,j,k} - W_{i-2,j,k})] \end{aligned} \quad (4.43)$$

et des expressions analogues pour les directions j et k sont utilisées. Dans l'équation 4.43 r est un facteur d'échelle qui sert à relier le flux dissipatif à l'amplitude des flux convectifs à travers cette face. Les coefficients ε^2 et ε^4 in Eq. (4.43) de l'équation 4.43 sont utilisés afin d'adapter localement les flux dissipatifs. Comme mentionné précédemment, la dissipation du deuxième ordre est directement liée à la normalisation de la dérivée du second ordre de la pression. Pour la direction i ce terme peut être écrite comme

$$\mu_{i,j,k} = \left| \frac{p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}}{p_{i+1,j,k} + 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}} \right| \quad (4.44)$$

Le terme switch s'écrit

$$\nu_{i-1/2,j,k} = \max(\mu_{i-1,j,k}, \mu_{i,j,k}) \quad (4.45)$$

Le senseur ν prend donc la plus grande valeur de la dérivée second normalisée de part et d'autre de la face $i + 1/2$. Les coefficients ε^2 et ε^4 sont définis comme

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i-1/2,j,k}^{(2)} &= k^{(2)} \nu_{i-1/2,j,k} \\ \varepsilon_{i-1/2,j,k}^{(4)} &= \max(0.0, k^{(4)} - \varepsilon_{i-1/2,j,k}^{(2)})\end{aligned}\tag{4.46}$$

De cette façon la dissipation du 4ème ordre est automatiquement désactivée aux environs de toute discontinuité. Des expressions analogues peuvent être trouvées pour les directions j et k . Les paramètres $k^{(2)}$ et $k^{(4)}$ sont des constantes utilisées pour contrôler la dissipation. Les valeurs typiques en incompressible sont $k^{(2)} = 0$ et $k^{(4)} = 1/64$.

4.5 Conditions limites

Les conditions limites sont gérées par l'ajout de deux rangées de cellules aux extrémités du maillages appelées cellules fictives. Les valeurs en cellules fictives sont définies suivant la nature de la condition limite. A la paroi les valeurs des vitesses dans les cellules fictives sont telles que l'on a $U_{wall} = 0$ ou $U_{wall} = U_{deplacement}$. Pour la pression et la densité on a un gradient nul. A l'entrée et à la sortie du domaines nous avons utilisé une condition limite de type condition caractéristique. Cette méthode détaillé dans le livre de Hirsch [99] est brièvement résumée ici. La propagation des ondes et des perturbations est reliée à la partie convective des équations de Navier Stokes, et pour cette raison seules les équations d'Euler sont considérées ici. Sous leur forme conservatrice, les équations d'Euler sont écrites comme suit

$$\frac{\partial}{\partial t}(W) + \frac{\partial}{\partial x}f + \frac{\partial}{\partial y}g + \frac{\partial}{\partial z}h = 0$$

Les valeurs propres des équations d'Euler peuvent facilement être obtenues lorsque les équations sont écrites sous forme non-conservatrice en fonction des variables primitives $V = (\rho, u, v, w, p)^T$. Effectuer la transformation vers la formulation non-conservatrice des variables s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t}V + A \frac{\partial}{\partial x}V + B \frac{\partial}{\partial y}V + C \frac{\partial}{\partial z}V = S$$

où A , B et C sont les composantes de la matrice jacobienne $\vec{A}$, et où S est le terme source terme. Les valeurs propres de cette matrice jacobienne peut être obtenues en résolvant le système

$$\det \left| \lambda \vec{I} - \vec{A} \cdot \vec{n} \right| = 0$$

où $\vec{n}$ correspond à la direction de propagation des ondes. Il peut être facilement démontré que pour un gaz parfait en 3D la matrice Jacobienne $\vec{A}$ a cinq valeurs propres lorsque aucune autre advection scalaire n'est considéré comme :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \vec{v} \cdot \vec{n}$$

$$\lambda_4 = \vec{v} \cdot \vec{n} + c$$

$$\lambda_5 = \vec{v} \cdot \vec{n} - c$$

où c est la vitesse du son. Pour chaque valeur propre λ_i , il est possible de trouver le vecteur propre associé l_i . En outre, il est possible de déduire une relation de compatibilité pour chaque valeur propre qui s'écrit comme

$$\ell_i \frac{\partial}{\partial t} V + \ell_i \left(\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \right) V = S$$

Les cinq relations de compatibilité peuvent être écrites sous une forme compacte par l'introduction de la matrice L^{-1} composée des vecteurs propres à gauche l_i et de la matrice L telle que $L^{-1}L = I$,

$$\left(L^{-1} \frac{\partial}{\partial t} + L^{-1} \left(\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \right) \right) V = S \quad (4.47)$$

Puisque L^{-1} est composée des vecteurs propres à gauche, il s'en suit que

$$L^{-1} \vec{A} \cdot \vec{n} = \Lambda L^{-1}$$

où Λ est la valeur diagonale de toutes les valeurs propres. En introduisant un nouvel ensemble de variables caractéristiques associées à une direction de propagation donnée $\vec{n}$ il est possible d'écrire l'équation 4.47 comme

$$L^{-1} \frac{\partial V}{\partial t} + \left(L^{-1} \vec{A} L \right) L^{-1} \vec{\nabla} V = S$$

soit

$$L^{-1} \frac{\partial V}{\partial t} + \Lambda L^{-1} \vec{\nabla} V = S \quad (4.48)$$

L'équation 4.48 est utilisée pour calculer les variables dans les cellules fictives selon le signe de la valeur propre λ_i . Sous une forme discrétisée, on obtient

$$(\ell_i)_{ghost}^n V_{ghost}^{n+1} = \begin{cases} (\ell_i)_{ghost}^n V_{ghost}^n & \text{si } \lambda_i < 0 \\ (\ell_i)_{ghost}^n V_{inside}^n & \text{si } \lambda_i > 0 \end{cases}$$

Bien que la méthode des conditions aux limites caractéristique est obtenue pour les flux non visqueux, elle peut sans aucun problème être appliquée aux problèmes d'écoulement visqueux.

4.6 Préconditionneur pour l'incompressibilité

Les écoulements qui nous intéressent sont des écoulements incompressible aussi est-il nécessaire d'utiliser des techniques de preconditionnement pour satisfaire la condition d'incompressibilité. L'une des méthodes de preconditionnement implémentée dans NSMB et utilisé lors de ce travail est la méthode de compressibilité artificielle proposée par Chorin [100]. Dans ce cas le vecteur d'état est remplacé par :

$$\begin{aligned} W &= (p, \rho u, \rho v, \rho w)^T \\ f &= (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw)^T \\ g &= (\rho v, \rho vu, \rho v^2 + p, \rho vw)^T \\ h &= (\rho w, \rho wu, \rho wv, \rho w^2 + p)^T \end{aligned}$$

et l'équation du système à résoudre devient :

$$\mathbf{P}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}(\mathbf{W}) + \bar{\mathbf{I}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{t}}(\mathbf{W}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{f} - \mathbf{f}_v) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}}(\mathbf{g} - \mathbf{g}_v) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{h} - \mathbf{h}_v) = 0 \quad (4.49)$$

La définition des flux non-visqueux 4.6 et visqueux 4.9 reste inchangée. La matrice unitaire modifiée $\bar{\mathbf{I}}$ et la matrice de preconditionnement $\mathbf{P}$ pour le système d'équation pseudo-temporel est donné par :

$$\bar{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le coefficient β peut être considéré comme un paramètre de relaxation pour la solution pseudo-temporelle and il est défini comme

$$\beta^2 = \max(\beta_{min}^2 U_\infty^2, C_\beta U^2)$$

avec $\beta_{min} = 5$ et $C_\beta = 0.05$.

4.7 La formulation ALE

Afin de prendre en compte le mouvement de la géométrie ou la déformation du maillage au cours du temps, la formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) a été introduite dans les équations

de Navier-Stokes. La formulation ALE a été développée pour prendre en compte les mouvements de maillage ainsi que les déformations de la structure. La méthode utilise trois système de coordonnées : Eulérien, Lagrangien et mixte. En effet, dans cette formulation, le point de vue pris est celui d'un maillage mobile, possédant une vitesse de maillage $\vec{W}$. Cette vitesse de maillage peut prendre arbitrairement la valeur de la vitesse fluide, comme par exemple en proche paroi permettant ainsi une bonne résolution de l'interface fluide-structure, ou être nulle, pour le calcul à l'intérieur du domaine fluide, ou varier continûment entre les deux. Elle permet ainsi de minimiser les inconvénients en conservant le maximum d'avantage des deux approches purement Lagrangienne et Eulérienne. Dans notre étude, aucune déformation de maillage n'est pris en compte, nous avons juste des déplacements de maillages. Dans ce cas la formulation des équations la suivante :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (f - f_v) + \frac{\partial}{\partial y} (g - g_v) + \frac{\partial}{\partial z} (h - h_v) = 0 \quad (4.50)$$

Les flux convectifs f , g et h dans les trois directions x , y et z sont définis par :

$$f = (\rho \tilde{u}, \rho u \tilde{u} + p, \rho u \tilde{v}, \rho u \tilde{w})^T \quad (4.51)$$

$$g = (\rho \tilde{v}, \rho v \tilde{u}, \rho v \tilde{v} + p, \rho v \tilde{w})^T \quad (4.52)$$

$$h = (\rho \tilde{w}, \rho w \tilde{u}, \rho w \tilde{v}, \rho w \tilde{w} + p)^T \quad (4.53)$$

avec $\tilde{u} = u - u_{\text{maillage}}$, $\tilde{v} = v - v_{\text{maillage}}$, $\tilde{w} = w - w_{\text{maillage}}$

Les flux visqueux s'expriment comme précédemment (équation 4.9).

Chapitre 5

Implémentation de la méthode chimère

La méthode chimère a été retenue pour notre étude car, d'une part, elle simplifie la génération de maillages dans des géométries complexes et, d'autre part elle permet de gérer les simulations de corps mobile. Dans ce chapitre, nous décrivons le principe chimère appliqué à notre configuration, puis, nous énonçons les difficultés soulevées pour établir un cahier des charges de la méthode chimère à implémenter. Enfin nous détaillerons la méthode chimère implémentée dans *NSMB* capable de traiter des simulations de corps mobiles.

5.1 La méthode chimère face à notre configuration

5.1.1 Application de la méthode chimère à notre problème

La configuration de notre étude est composée d'un tube rempli d'un fluide au repos et d'une sphère chutant librement sous la gravité dans ce tube. La méthode chimère permet d'utiliser un maillage sphérique pour représenter la sphère et son entourage proche, superposé à un maillage cylindrique représentant la paroi du tube et son fluide (figure 5.1). Le mouvement est associé au bloc sphérique et le tube sera fixe. La méthode chimère fera le lien entre les deux maillages.

5.1.2 Difficultés liées à notre étude

L'utilisation de l'approche chimère soulève certaines difficultés liés à la géométrie étudiée, à l'écoulement étudié et au mouvement. Ces difficultés sont énoncées et décrites dans les paragraphes suivants.

1- Recomposition du maillage chimère

La méthode chimère doit gérer correctement la recomposition des deux maillages superposées (sphérique et cylindrique définis au paragraphe 5.1.1). Cette recomposition correspond à un choix à faire entre deux cellules superposées. Ce choix définit une cellule donnant l'information sur l'écoulement

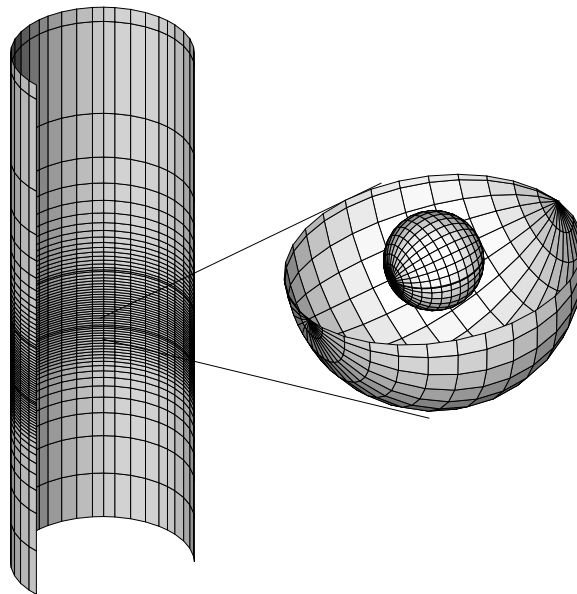


FIGURE 5.1 – Méthode chimère appliquée à l'étude d'une sphère dans un tube.

et une autre recevant l'information. La difficulté vient de la présence d'une paroi sur chaque ensemble (paroi de la sphère et paroi du cylindre). Si l'on visualise une section transverse du tube passant par le centre de la sphère (figure 5.2), l'espace entre la sphère et le tube est représenté par les deux maillages se superposant (zone encadrée par l'ellipse rouge sur la figure 5.2). Le critère basé sur une hiérarchie de bloc ne convient pas car le maillage sphérique, alors défini entièrement dominant, ne captera pas la paroi du tube d'une part et d'autre part le maillage sphérique est plus grand que le tube. De même, le critère basé sur les volumes de cellules engendre une contrainte trop forte sur la création du maillage. Notre configuration exige le développement d'un nouveau critère permettant une recomposition propre des deux maillages. De plus cette recomposition doit être automatique pour s'adapter à la variation des positions relatives des maillages sans l'intervention de l'utilisateur dans le cas de corps mobiles.

2- Précision de la méthode

La seconde difficulté est liée à l'écoulement et à sa simulation. La méthode chimère doit être capable de passer l'information d'un bloc à un autre sans distorsion ni dissipation.

Les écoulements étudiés dans notre cas sont à nombre de Reynolds modérés ($10 < Re < 400$). Dans la partie supérieure de cette plage de nombre de Reynolds, des écoulements complexes avec de lâchers tourbillonnaires sont attendus. La méthode chimère doit être capable de prédire ces écoulements sans discontinuité à l'interface des blocs superposés. Cette exigence est importante dans notre cas du fait de la position des frontières de superposition qui se trouvent entre les deux parois.

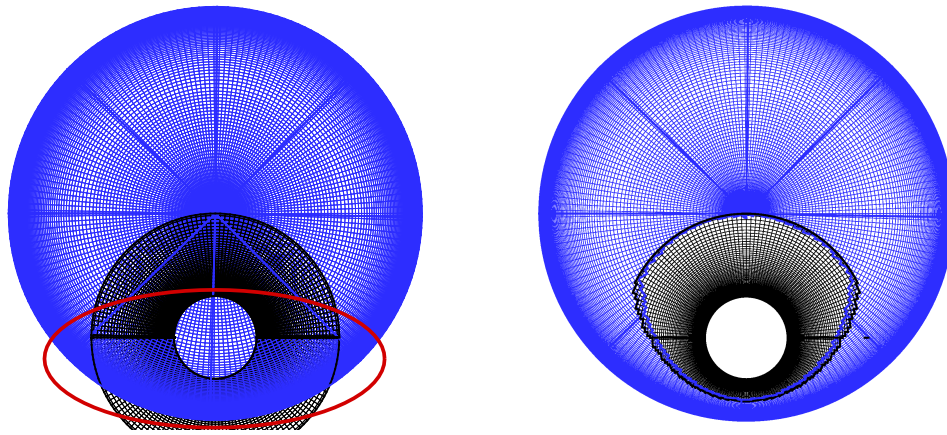


FIGURE 5.2 – Coupe transverse du cylindre passant par le centre de la sphère, sans recomposition chimère (a), avec recomposition chimère adaptée (b).

3- Rapidité de la mise à jour de la géométrie

La troisième difficulté est liée au mouvement de la sphère. Le déplacement étant relatif entre les blocs, chaque déplacement entraîne une modification de la géométrie et, de ce fait, des caractéristiques de superpositions. Il est donc nécessaire qu'après chaque déplacement, les paramètres chimères soient recalculés et mis à jour. Cette mise à jour doit être peu coûteuse pour ne pas ralentir la simulation.

4- Méthode parallèle

La configuration étudiée est tridimensionnelle avec un nombre de volumes finis dépassant le millions de cellules. Il est impossible de concevoir, pour cet ordre de grandeur du nombre de volumes finis, des calculs séquentiels. Le dernier critère est donc d'implémenter une méthode chimère parallèle possédant une communication légère entre processeurs afin de ne pas pénaliser le gain *temps CPU / nombre de processeurs*.

Ces quatre critères sont liés et ne peuvent être gérés indépendamment. Les deux premiers critères (forte précision et recomposition automatique) demandent des schémas lourds et coûteux en temps CPU et sont en contradiction avec le troisième critère qui met l'accent sur la rapidité d'exécution.

5.2 Implémentation

Nous proposons maintenant une méthode chimère capable de répondre à nos attentes et les détails de cette méthode sont abordés étape par étape.

5.2.1 La recherche des superpositions

La première étape est la recherche de superposition. La recherche de superposition est basée sur une recherche d'inclusion des coordonnées. Pour fonctionner, elle n'a besoin que des coordonnées des différents maillages. La difficulté de cette étape est la nature totalement arbitraire des superpositions. Il est nécessaire avant tout de définir une superposition, puis nous proposons un algorithme de recherche accélérée répondant au critère d'initialisation rapide.

Définition d'une superposition

Dans notre méthode, nous attribuons une superposition à une cellule si le centre de cette cellule est inclus dans le tétraèdre (triangle en 2D) formé par les centres de cellules d'un autres maillages. La figure 5.3 représente une superposition 2D d'une cellule C_M par trois cellules $C_{1,2,3}$ qui forment un triangle incluant notre cellule C_M .

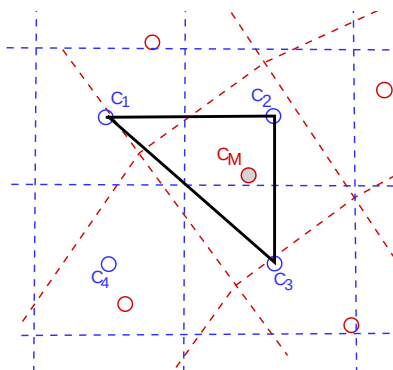


FIGURE 5.3 – Définition d'une superposition en 2D d'une cellule C_M par trois cellules $C_{1,2,3}$.

Détermination d'une superposition

La détermination en elle-même s'effectue en deux étapes. La première étape est une inclusion dans un parallélépipède formé par les coins extrêmes des cellules testées ($C_1C_2C_3C_4$ dans notre exemple 2D figure 5.4). Cette étape permet d'écarter grossièrement les exclusions. Dans un deuxième temps, un test sur les tétraèdres est effectué. Les 18 tétraèdres possibles avec les 8 points du parallélépipède sont construits. Ensuite chaque tétraèdre est testé pour une possible inclusion du point d'étude. Le test d'inclusion est basé sur le volume des tétraèdres formés par le point d'étude et trois

points du tétraèdres (cf figure 5.4). Si la somme des volumes des 4 tétraèdres est supérieure au volume totale du tétraèdre de base, l'inclusion n'est pas vérifiée et le point n'est pas superposé car non inclus dans le tétraèdre. Si l'inclusion est vérifiée, une superposition est définie entre la cellule testée et les quatre cellules formant le tétraèdre. Les avantages d'une détermination par volume de tétraèdre des superposition est double : il permet une détermination précise de la superposition et d'autre part ne nécessite que quatre cellules à mémoriser et permet un gain de mémoire comparé à un test sur un parallélépipède demandant huit valeurs mémorisées.

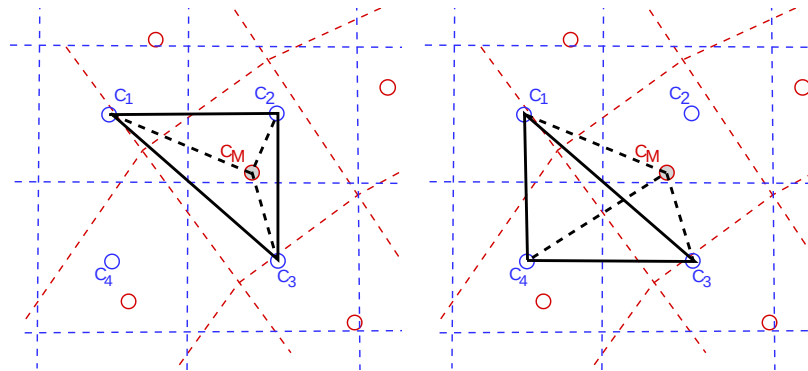


FIGURE 5.4 – Détermination d'une superposition par calcul des volumes des tétraèdres.

Cette recherche est longue car elle doit être reproduite pour tous les parallélépipède possible d'un maillage et ceci pour toutes les cellules à tester. En effet toutes les superpositions doivent être détectées surtout quand une cellule a plusieurs superpositions. Le choix de la superposition finale sera discutée au paragraphe 5.2.2. Une accélération est donc nécessaire.

Accélération de la recherche des superpositions

Fujii et al. [78] ont proposé une méthode de recherche accélérée basée sur une réorganisation des coordonnées. Cette approche est appelée méthode des *boîtes virtuelles* ou *bucket method* [101, 80, 81]. Dans un premier temps un maillage virtuel cartésien uniforme est défini sur l'espace représenté par les extremums du maillage à réorganiser. Chaque maille de cette grille est une boîte virtuelle. Ensuite chaque coordonnée du maillage à réorganiser est placée dans une boîte et une variable les relie toutes les deux. La recherche se fait alors en deux temps : dans un premier temps, la boîte virtuelle incluant le point d'étude est recherchée. Cette recherche est très rapide vu la construction uniforme et cartésienne des boîtes. Puis dans un second temps, les points du maillage lié à cette boîtes sont trouvés grâce à la variable de lien. Enfin la recherche d'inclusion est faites uniquement sur ces points-ci.

Cette méthode nécessite un effort pour mettre en boîtes le maillage, mais accélère considérablement ensuite la recherche sur ce maillage. La mise en boîte est faite une fois, puis toutes les recherches de superpositions sont effectuées sur les points de ce maillage. La perte de temps pour construire

le lien entre maillage virtuel / maillage réel est négligeable devant le gain de temps gagné lors de la recherche d'inclusion. Nous avons obtenu typiquement un facteur d'accélération de 20 dans la recherche des superpositions.

Cet algorithme est bien connu, mais le nombre des cellules virtuelles (N_v) est un paramètre qui n'est pas clairement défini. Un simple test est effectué afin de déterminer la valeur optimale de N_v en fonction du nombre de coordonnées réelles N . Nous considérons deux maillages uniformes en trois dimensions des grilles cartésiennes ($N_x = N_y = N_z = N = 128$) qui se chevauchent dans un cube de dimension $1 \times 1 \times 1$. Des résultats identiques ont été obtenus sur une grille grossière et une grille plus fine. Le temps CPU est déterminée pour la gamme de $1 \leq N_v \leq 256$. En plus de la comparaison entre l'augmentation du temps CPU dû à la création de la grille virtuelle et la réduction du temps CPU pour la recherche des superpositions, la taille requise par la variable de lien doit être pris en compte. Les résultats, représentés sur la figure 5.5, montrent que la valeur optimale pour le nombre de cellules virtuelles N_v est égal à la moitié du nombre des cellules physiques N . Le même test est effectué pour une grille avec une distribution en tangente hyperbolique et, dans ce cas, la valeur optimale correspond aussi à N .

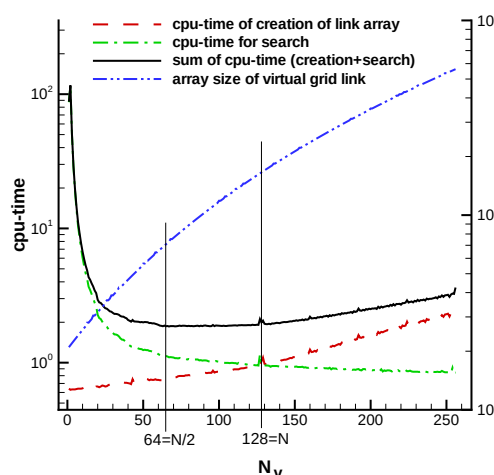


FIGURE 5.5 – Représentation du temps CPU utilisé pour l'indexation des coordonnées réelles dans la grille virtuelle, du temps CPU pour la recherche des superpositions et la taille de la variable de lien entre les deux grilles en fonction du nombre de cellules virtuelles N_v dans une seule direction.

Superposition par un solide

La définition des superpositions par inclusion permet de trouver toutes les superposition d'une maille par une autre maille. Un problème subsiste dans la définition d'un solide. Un solide est représenté par une condition limite de paroi à la surface du solide et son volume n'est représenté par aucune maille. La précédente définition de superposition est alors inefficace pour trouver les su-

perposition d'une cellule par un solide car celui-ci n'a pas de maillage. Pour palier à ce manque, une détection des superpositions par un corps solide complète le dispositif de recherche de superpositions. Deux techniques ont été implémentées.

La première est une méthode générale et indépendante de la forme du solide. Elle est basée sur un produit scalaire. Soient A le centre de la cellule testée, B le centre de la surface du solide le plus proche et $\vec{n}$ le vecteur normal à cette surface (cf. exemple 2D figure 5.7). Le signe du produit scalaire entre le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et la normale $\vec{n}$ donne l'inclusion dans le solide. Un produit négatif indique une inclusion de la cellule testée dans le solide. L'avantage de cette approche est une détection des superpositions par un solide quelque soit la forme du solide. L'inconvénient est la nécessité de connaître pour chaque cellule le centre de la surface du solide la plus proche. Cette recherche de paroi la plus proche est longue et coûteuse. Cette méthode est générale mais lourde à l'exécution.

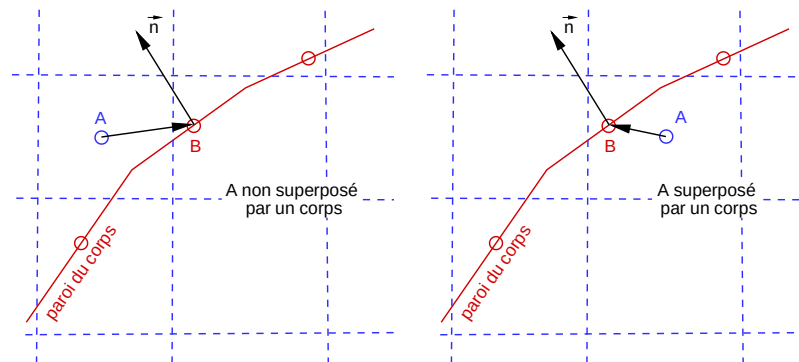


FIGURE 5.6 – Exemple 2d de détermination d'une superposition d'une cellule A par un solide défini par une paroi (à gauche, absence de superposition, et à droite superposition).

La deuxième méthode est utilisée pour des formes de solides prédéfinies. Trois formes de solides sont prises en compte : une sphère, une paroi plane et un cylindre. Pour chaque forme, une définition analytique est donnée suivant des variables attribuées par l'utilisateur (centre de la sphère et son rayon, l'axe du cylindre et son rayon, la normale du plan et sa position) et la forme du solide choisi. Le test d'inclusion par un solide est alors établi suivant les fonctions de solides définies. Les limites de cette méthode sont le nombre de formes prédéfinies, mais sa force est sa très grande rapidité. La distance à la paroi n'est plus nécessaire et ceci apporte un gain en temps de calcul important. Cette méthode est choisie pour notre étude et, pour répondre à notre configuration mobile, la définition du centre de la sphère ne sera pas fixe mais suivra le mouvement de la sphère.

5.2.2 Traitement des superpositions

Les cellules se superposant sont maintenant connues. Deux cellules distinctes se superposant représentent un même espace physique. La méthode chimère repose sur la définition d'une cellule dominante (ou donneuse) superposée à une cellule dominée (ou receveuse). La cellule dominante

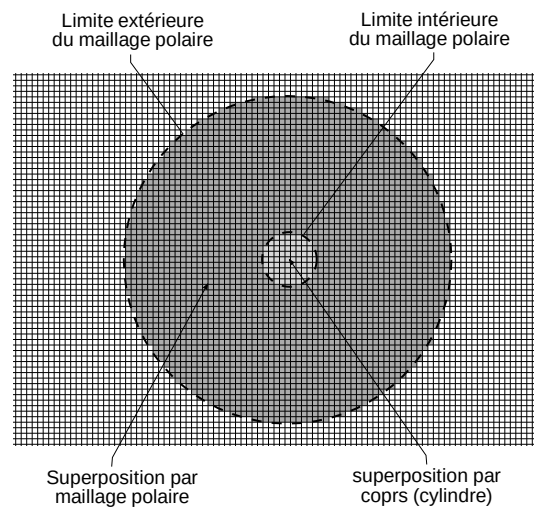


FIGURE 5.7 – Cellules superposées pour le maillage cartésien superposé par un maillage cylindrique.

possède les informations les plus précises de l'écoulement (obtenues par résolutions des équations de Navier-Stokes), fournissant ses valeurs de l'écoulement à la cellule dominée. Ainsi la communication est établie et l'information se transmet de la cellule dominante à la cellule dominée. Le choix de la nature d'une cellule dominante ou dominée n'est pas arbitraire. Une attention particulière est nécessaire à la définition de critères adaptés à notre situation et répondant aux difficultés énoncées au paragraphe 5.1.2.1- et représentée par la figure 5.2. Différents critères sont présentés dans les paragraphes suivants et leurs qualités et inconvénients sont discutés.

Critère basé sur une hiérarchie chimère de blocs

La première solution et aussi la plus simple est la définition d'une hiérarchie de superposition associée aux blocs. Cette hiérarchie est définie par l'utilisateur. Elle associe à chaque maillage un ordre ou rang. La cellule appartenant au maillage possédant l'ordre le plus faible est définie comme étant dominée. Ce critère est utilisé pour des superpositions simples, comme par exemple la simulation d'un cylindre dans un champ infini avec un maillage polaire d'ordre dominant et un maillage cartésien entièrement dominé. Pour notre configuration d'une sphère dans un tube, ce critère est insuffisant et inadapté car la couche limite du tube n'est pas bien maillée et le maillage sphérique peut sortir du domaine du tube. Il est nécessaire de définir un critère local aux cellules et non global aux maillage.

Critère basé sur les volumes des cellules

L'hypothèse selon laquelle la qualité d'une cellule est dépendante de sa taille permet de définir un second critère basé sur le volume des cellules. La cellule possédant le volume le plus petit est

définie comme étant dominante et la seconde, de volume plus élevé, dominée. Ce critère a l'avantage d'être défini localement pour chaque cellule et gère des superpositions complexes. Il convient, par exemple, pour l'étude de l'écoulement autour de deux cylindres en tandem dans un champ infini. Les deux maillages polaires représentant les deux cylindres se superposent entre eux et avec le maillage cartésien représentant l'espace infini. Le critère basé sur le volume des cellules permet la définition d'un maillage chimère recomposé 6.14.

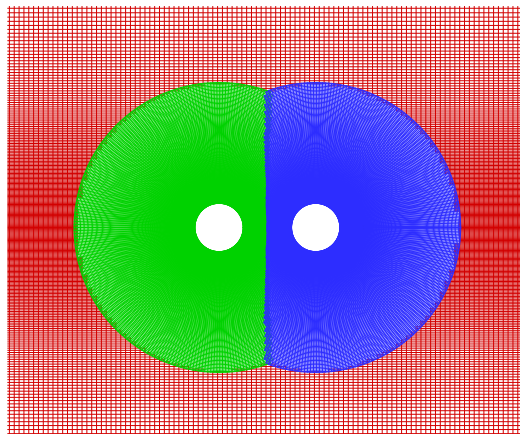


FIGURE 5.8 – Représentation des cellules calculées déterminées par le volume le plus faible pour deux cylindres en tandem

L'inconvénient est alors l'importance du volume dans la création des maillages. En effet étant basé sur le volume des cellules, il est nécessaire que la construction des maillages soit réfléchi dans ce sens. Pour le cas de deux corps de forme identique comme l'exemple précédent des cylindres tandem, aucun problème ne se pose puisque la définition des mailles est identique sur les deux maillages. Pour deux formes différentes, un problème peut apparaître. En effet, prenons l'exemple d'un cylindre se situant proche d'une paroi plane en deux dimensions. Un écoulement est imposé par un champ infini parallèle à la paroi. Dans ce cas chaque maillage possède une définition propre. Le maillage polaire possède de fines mailles proche paroi avec un rapport de forme faible, tandis que les cellules du maillage cartésien au bord de la paroi plane sont fines et allongées avec un rapport de forme fort. Dans ce cas, ce critère peut engendrer des erreurs de définitions dûes à des rapport de forme différents. Ceci est encore plus flagrant en trois dimensions où ce critère devient difficile à satisfaire.

Critère basé sur la distance locale à la paroi

Le dernier critère est très novateur dans la littérature sur le chimère. Ce critère part de l'hypothèse que les cellules proches paroi sont toujours dominantes car elles sont les plus adaptées pour bien capturer les couches limites. Pour satisfaire cette hypothèse, ce critère est basé sur la distance locale à la

paroi. Ainsi, pour chaque cellule, la distance à la paroi la plus proche est recherchée mais uniquement pour les parois propre au maillage de cette cellule (d'où le terme local) (cf. figure 5.9).

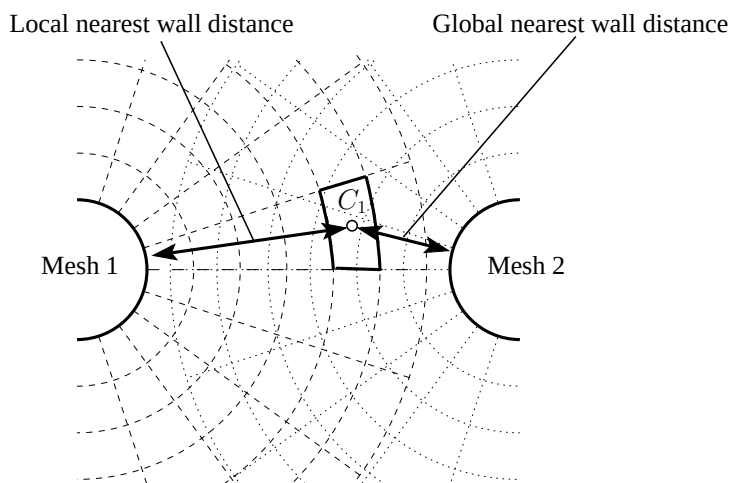


FIGURE 5.9 – Définition de la distance à la paroi locale de la cellule C_1 du maillage 1.

Dans le cas de la sphère dans un tube circulaire, le critère fondé sur la taille des cellules complique la génération du maillage. Le même problème se pose dans la configuration d'une sphère à proximité d'une paroi plane. Le rapport d'aspect des cellules proche paroi n'est pas le même que celui des cellules proches de la paroi sphérique et dans ce cas volume de la cellule est très difficile à contrôler. Dans notre cas d'une sphère dans un tube avec un maillage cylindrique recouvert par une grille sphérique, le critère fondé sur le volume ne donne pas une solution appropriée. Le nouveau critère fondé sur la distance locale à la paroi donner la meilleure réponse. La figure 5.10 représente la visualisation des cellules calculées dans les 3 plans de passage au centre de la sphère pour les deux cas.

Critère mixte

Le critère implémenté dans *NSMB* est un critère mixte utilisant les trois critères définis précédemment. Le premier choix se fait sur une hiérarchie chimère, puis pour un même rang de hiérarchie, le choix est justifié par la distance à la paroi locale puis le critère du volume est utilisé si nécessaire.

5.2.3 Communication entre les blocs superposés

Définitions de la double communication

La première communication se situe au niveau des cellules se superposant et l'information passe des cellules dominantes vers les cellules dominées. La deuxième communication correspond à la

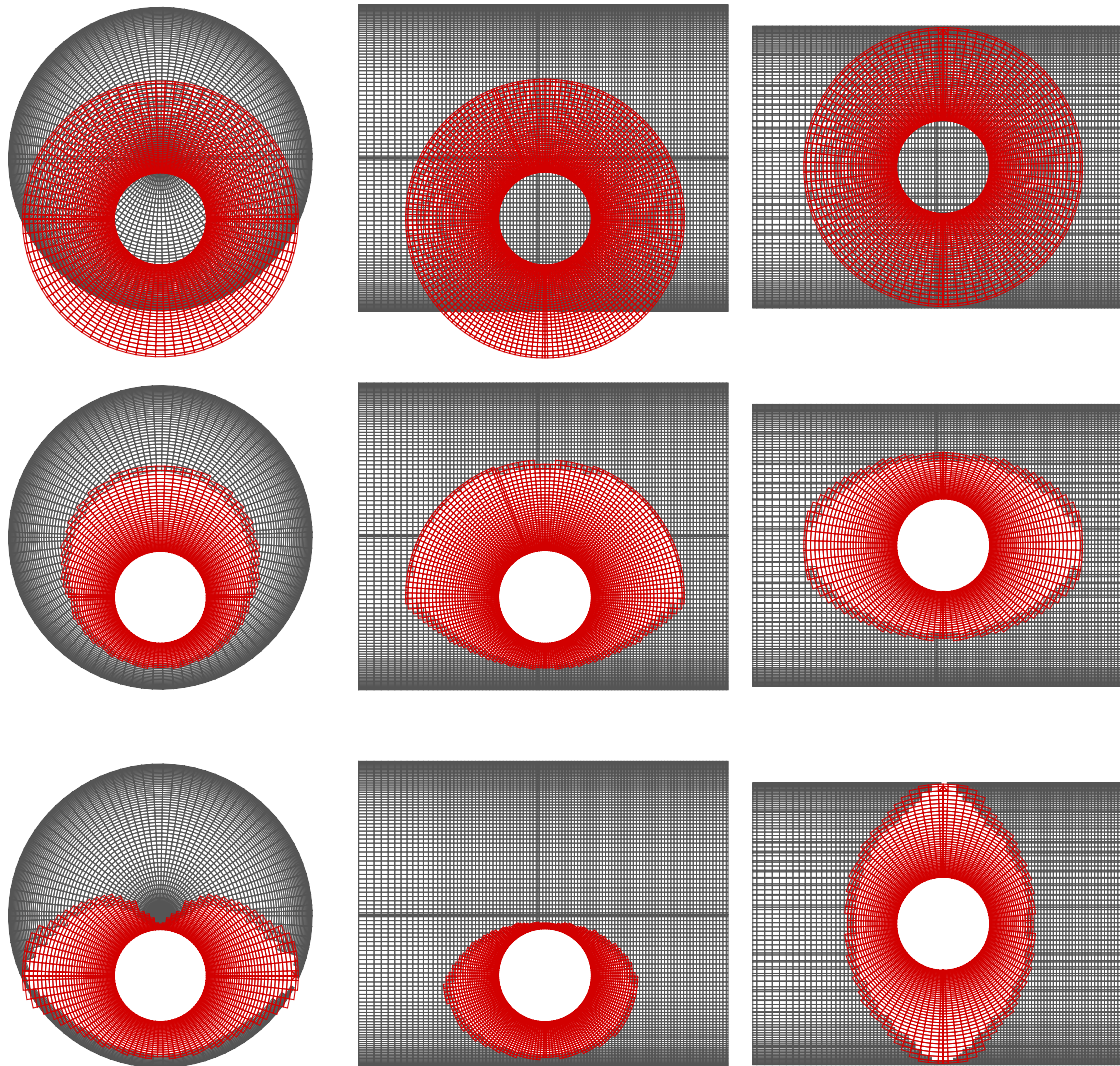


FIGURE 5.10 – Visualisation du maillage calculé avant la sélection des cellules calculées (1^{ère} ligne), selon le critère du volume de la cellule (2^{ème} ligne) et en utilisant le critère de la distance locale à la paroi (3^{ème} ligne) selon la section transversale du tube (1^{ère} colonne), le plan longitudinal dans le plan de symétrie (2^{ème} colonne) et le plan longitudinal perpendiculaire au plan de symétrie (3^{ème} colonne)

condition limite chimère. Cette condition impose sur les cellules fictives la valeurs des cellules les superposant.

Par exemple, pour la configuration d'un cylindre en champs infini, le maillage polaire reçoit l'information de son environnement par la condition chimère et capte l'information du champ infini. Puis il fournit au maillage cartésien l'information de l'écoulement modifié par la paroi du cylindre

par l'interpolation de ses valeurs.

5.2.4 Communication par interpolation

Le transfert de l'état de l'écoulement se fait par interpolation des valeurs d'état d'une cellule à une autre. La précision de la communication dépend directement de la précision de l'interpolation. Le rôle de l'interpolation est donc important dans la méthode chimère et va imposer la précision de la méthode. Trois interpolations ont été mises en place : une interpolation tétravolumique, une interpolation inverse à la distance et une interpolation trilineaire.

Interpolation tétravolumique

L'interpolation tétravolumique est basée, comme son nom l'indique, sur les volumes des tétraèdres formés avec les points du cube et le point étudié. Elle utilise les volume des triangles en deux dimensions. Dans l'exemple de superposition donné figure 5.4, la valeur de la cellule C_m est donnée par la relation suivante :

$$u_{C_m} = \sum_{k=1}^3 \frac{V_k}{V_{tot}} u_k \quad (5.1)$$

avec V le volume des triangles ($V_1 = V_{C_1, C_M, C_2}$, $V_2 = V_{C_2, C_M, C_3}$, $V_3 = V_{C_3, C_M, C_1}$ et $V_{tot} = V_{C_1, C_2, C_3}$) et u_k la valeur du vecteur d'état associée à la cellule C_k .

Les avantages de cette interpolation sont la simplicité de mise en place, le faible coût en mémoire (quatre variables à mémoriser) et en temps de calcul. De plus, cette interpolation reprend les valeurs des volumes des tétraèdres calculées pour déterminer la superposition. Les inconvénients sont principalement sa précision et son choix fixe des points donneurs.

Interpolation inverse à la distance

L'interpolation inverse à la distance est un schéma d'interpolation classique. Elle repose sur le fait que les points les plus proches ont l'influence la plus forte. La forme utilisée est appelé la méthode Shepard (Shepard [102]). L'équation est la suivante :

$$u_M = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k^\alpha} u_k}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k^\alpha}} \quad (5.2)$$

avec N le nombre de points donneurs, u_M la valeur interpolée, u_k la valeur au point C_k , d_k la distance MC_k et α une constante prise par défaut égale à 2.

Les avantages de cette interpolation sont la possibilité de choisir un nombre de points donneurs N . La méthode implémentée dans *NSMB* donne à l'utilisateur le choix du nombre de points avec un minimum de 8 points en 3D et 4 en 2D et prend alors les N points les plus proches. Les avantages de cette interpolation sont sa rapidité et la flexibilité du choix des points donneurs. Les inconvénients sont la faible précision et le coût mémoire nécessaire dès que le nombre de point est élevé.

Interpolation trilinéaire

La troisième interpolation implémentée est une interpolation trilinéaire. Elle comporte trois interpolations linéaires suivant les trois directions principales du parallélépipède incluant le point d'étude. Elle permet de capter les variations suivant chaque direction. Elle requière huit points donneurs et associe à chaque point un poids.

Son avantage est la précision de l'interpolation et son inconvénient est la lourdeur de sa mise en place et la coût mémoire avec huit variables à mémoriser.

5.2.5 Prise en compte de la valeur interpolée

Il existe deux méthodes pour insérer les valeurs interpolées. La première consiste à imposer aux cellules dominées la valeur interpolée telle quelle. La deuxième méthode consiste à utiliser une pondération entre la solution obtenue par résolution des équations de Navier-Stokes sur les cellules dominées et la solution interpolée. Cette pondération est caractérisé par un coefficient fort pour la valeur interpolée (de l'ordre de 10^{10}). Fujii et al. [78] ont montré que l'utilisation de cette pondération améliore la converge des calculs.

La méthode chimère interpolée dans *NSMB* possède les deux versions décrites ici. La première méthode sera privilégiée.

5.2.6 Traitement optimisé des cellules dominées

Deux traitements sur les cellules dominées sont effectuées pour optimiser la méthode chimère :

- Une interpolation implicite, c'est à dire une interpolation utilisant des points donneurs eux-même interpolés, est possible vu la proximité des deux interpolations. Pour éviter cela et améliorer le passage de l'information, les interpolations sont éloignées par l'ajout de cellules dites tampons. Ces cellules obtiennent l'information par résolution des équations de Navier-Stokes. Le nombre de rangées de cellules tampons est défini par l'utilisateur. Ce premier traitement permet d'améliorer le passage des informations.
- Les schémas de discrétisation utilisés dans *NSMB* s'appuient sur les valeurs des deux premiers voisins. On peut réduire ainsi les cellules dominées à deux rangées car au-delà de la troisième rangées les cellules ne sont pas prises en compte dans le calcul. Le nombre de cellules nécessitant une interpolation est donc réduit et un gain de mémoire et de calcul est apporté

à la méthode chimère. Pour les cellules dominées, seules trois rangées de cellules obtiennent leurs valeurs par interpolations, et les autres cellules sont ignorées. Ce gain est d'autant plus important qu'il évite des transferts d'informations inutiles en parallèle.

L'illustration de la répartition des types de cellules est représentée par la figure 5.11 pour les mailles cartésiennes superposées par un maillage polaire.

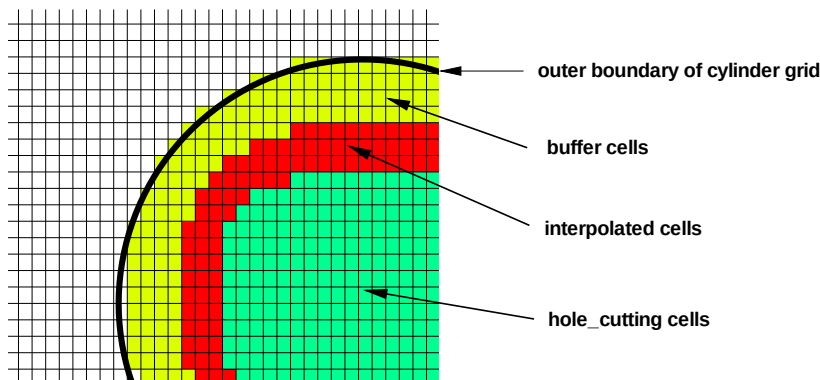


FIGURE 5.11 – Traitement des cellules dominées

5.2.7 Parallélisation

la parallélisation permet l'utilisation de plusieurs processeur et décuple la vitesse d'exécution. La méthode chimère facilite la parallélisation par la définition de blocs indépendants. Le solveur NSMB est conçu pour diviser des maillages en sous-ensemble de blocs avec des conditions aux limites de connexion de blocs et les schémas utilisés sont parallélisés. Notre méthode doit donc fonctionner en parallèle aussi.

Pour cela, dans un premier temps, il est nécessaire de connaître les coordonnées de tous les maillages. Ceci se fait à l'initialisation du calcul et les maillages sont lus par le processeur maître et envoyés sur chaque processeur. Par la suite, le mouvement des maillages est calculé à chaque itération par chaque processeur. Ainsi aucun transfert de coordonnées n'est nécessaire lors du calcul. Ceci est valable uniquement parce que nous n'avons que des déplacements de maillage (translations et rotations) mais cela ne s'applique plus au cas des maillages déformables où un transfert des coordonnées est indispensable à chaque déformation.

Ensuite les paramètres de superpositions sont construits avec les paramètres d'interpolation. Ces valeurs sont la base de la communication chimère. On informe le bloc 'donneur' de la coordonnée de la maille 'réceptrice'. C'est dans un premier temps la seule information communiquée. Toutes les coordonnées des cellules réceptrices sont transmises en parallèle. Dans un deuxième temps, le bloc donneur va récupérer ces coordonnées et le point d'application. Ensuite il va calculer la valeur interpolée selon l'interpolation choisie. Et cette valeur est à son tour transmise au maillage récepteur à la

maille correspondante en parallèle. Des matrices globales d'indices et de correspondance permettent de lier les données transmises et ordonnent les transferts.

5.3 Couplage fluide-solide

Le couplage fluide-solide mis en place dans notre étude est un couplage faible. Après chaque itération temporelle, un déplacement est déterminé. Le maillage est ensuite déplacé. Puis l'itération suivante est lancée avec une ré-initialisation des paramètres chimères pour la nouvelle configuration, une interpolation des valeurs chimères et une résolution des équations de Navier-Stokes.

La méthode ALE déjà présente dans le solveur NSMB est utilisée pour ajouter une vitesse de grille à la vitesse locale.

Chapitre 6

Validation et test de la méthode

Ce chapitre est consacré à la validation de la méthode chimère implémentée dans le solveur *NSMB*. Dans un premier temps, la précision des interpolations est déterminée indépendamment du solveur. Ensuite différents cas tests de résolution d'écoulement sont effectués. Les cas tests proposés débutent sur des configurations simples (écoulement bi-dimensionnel autour d'un cylindre) et gagnent en complexité (écoulement autour d'une sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane). Le choix des cas tests reste lié à notre géométrie finale d'une sphère dans un tube. Ainsi la méthode est testée en trois dimensions pour l'écoulement autour d'une sphère dans un fluide infini et le test se complexifie avec l'ajout d'une paroi plane dans la géométrie.

Les différents tests permettent de vérifier la précision de la méthode et de valider l'implémentation de la méthode chimère sur une configuration proche de celle finalement étudiée.

6.1 Test sur les interpolations

Cette première partie aborde la précision des interpolations. L'interpolation est une étape clé de la méthode chimère. Elle lie les blocs superposés entre eux pour donner une unité à l'ensemble des blocs indépendants. Sa précision influence directement la précision de la simulation de l'écoulement. Pour cette raison, différents tests sont effectués sur les interpolation implémentées.

Le test consiste en une interpolation de données générées par une fonction analytique à partir d'une grille de points sur une seconde grille de points. L'algorithme d'interpolation est isolé du solveur *NSMB* pour ne déterminer que la précision de l'interpolation et l'isoler des autres aspects du solveur. Cette analyse valide l'interpolation mais quantifie aussi la précision de chaque interpolation implémentée.

Deux grilles de points sont nécessaires à cette étude. L'une va fournir les données analytiques et la seconde va obtenir ses valeurs par interpolations des données de la première. L'erreur de l'interpolation est déterminée sur la deuxième grille. Cette erreur correspond à la différence entre la valeur interpolée et la valeur fournie par la fonction analytique en ce point. La grandeur choisie pour

quantifier l'erreur totale est la norme L^2 des erreurs ponctuelles, est définie par la relation suivante :

$$\| E \|_2 = \left(\int_{\Omega} |E|^2 dx dy \right)^{1/2} \quad (6.1)$$

Les fonctions analytiques utilisées sont les suivantes [84] :

$$F_1(x, y) = \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) \quad (6.2)$$

$$F_2(x, y) = 25x \exp\left(\frac{-\sqrt{x^2 + y^2}}{2}\right) \quad (6.3)$$

$$F_3(x, y) = \frac{28x}{x^2 + 9(y^2 + 9)} \cos\left(\frac{20x}{z+3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) \sin\left(\frac{z}{3}\right) \quad (6.4)$$

Deux grilles cartésiennes dont l'une est inclinée d'un angle de 45° (figure 6.1).

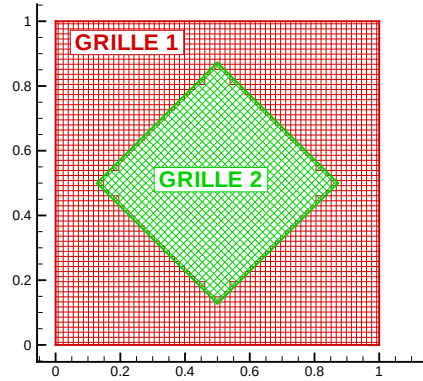


FIGURE 6.1 – Représentation des grilles utilisées pour le test d'interpolation : deux maillages cartésiens dont un incliné de 45°

L'ordre de précision des interpolations est déterminé en observant l'évolution de l'erreur (norme- L^2) en fonction de la taille des mailles de la grille. Pour cela, différentes grilles sont générées avec un raffinement croissant. Le nombre de points dans chaque direction prend respectivement les valeurs suivantes : $N = 32, 64, 128, 256$ et 512 .

Les tests sont exécutés pour l'interpolation tétravolumique, l'interpolation basé sur l'inverse à la distance et l'interpolation trilineaire. Nous fixons à huit le nombre de points donneurs pour l'interpolation dite inverse à la distance.

L'évolution de la norme L^2 de l'erreur en fonction de la taille de maille est tracée pour chaque

fonction (figure 6.2). L'erreur décroît proportionnellement à une puissance en fonction de la taille de maille. L'ordre de précision de l'interpolation correspond à cette puissance. La valeur de chaque ordre est mentionné sur la figure 6.2. L'interpolation inverse à la distance est l'interpolation la moins précise avec un ordre autour de 1.2. Elle a de plus la valeur la plus élevée de l'erreur. Ensuite les interpolations tétravolumique et trilinéaire possèdent un ordre de précision proche s'élevant à 2. L'erreur de l'interpolation trilinéaire est légèrement inférieure à celle de l'interpolation tétravolumique.

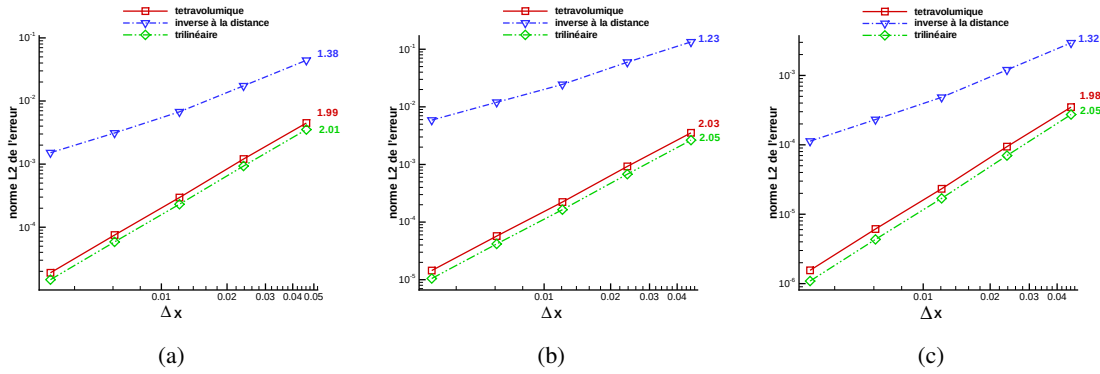


FIGURE 6.2 – Représentation de la norme L^2 de l'erreur en fonction de la taille de maille pour les trois interpolations et pour la fonction F_1 (équation 6.2) (a), la fonction F_2 (équation 6.3) (b) et la fonction F_3 (équation 6.4) (c). L'ordre de précision de chaque courbe est indiqué.

L'interpolation inverse à la distance offre une souplesse dans la désignation des points donneurs et un schéma simple mais elle possède le plus faible ordre de précision. L'interpolation tétravolumique est également donnée par un schéma simple. Les points utilisés sont, par contre, imposés. La précision de l'interpolation est meilleure avec un ordre de précision de l'ordre de 2. Enfin, l'interpolation trilinéaire possède une implémentation plus complexe mais offre la meilleure précision.

Le dernier test concernant l'interpolation détermine l'influence du rapport de forme. L'influence du rapport entre le volume de la cellule receveuse et le volume moyen des cellules donneuses sur la précision de l'interpolation est déterminée. Pour effectuer ce test, la grille inclinée garde une distribution de points fixe (128×128 mailles) et la distribution de la seconde grille varie. La figure 6.3 représente l'évolution de la norme L^2 de l'erreur en fonction du rapport de forme défini par $\Delta x_1 / \Delta x_2$. L'influence du rapport de forme sur l'interpolation est nulle et la valeur de l'erreur est constante suivant les différents rapports de forme.

Dans la suite des tests, l'interpolation trilinéaire est utilisée principalement.

6.2 Écoulement d'une cavité entraînée

La cavité entraînée correspond à l'écoulement d'un fluide confiné dans un carré dont l'un des côtés possède une vitesse donnée (figure 6.4). Le paramètre qui caractérise ce problème est le nombre

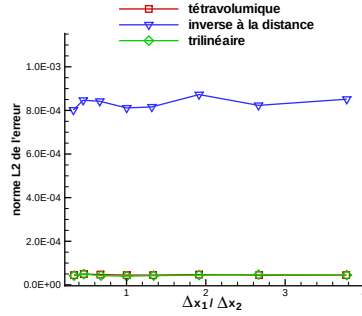


FIGURE 6.3 – Représentation de la norme L^2 de l'erreur en fonction du rapport de forme $\Delta x_1/\Delta x_2$ pour la fonction analytique F_3 (équation 6.4)

de Reynolds $Re = Ud/\nu$, avec U la vitesse imposée et ν la viscosité du fluide.

Le cas test de la cavité entraînée est un benchmark classique pour les écoulements incompressibles, avec de nombreuses références (par exemple Ghia et al. [103], Botella & Peyret [104] et Bruneau & Saad [105]).

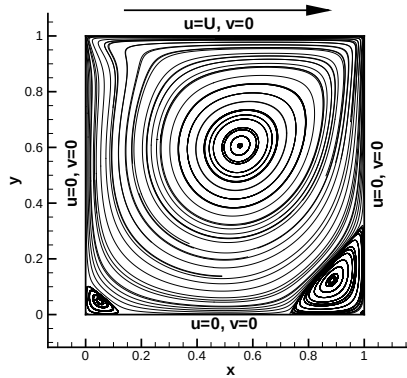


FIGURE 6.4 – Représentation des conditions limites à la paroi pour le cas test de la cavité entraînée et représentation des lignes de courant pour $Re = 400$.

Pour simuler ce problème avec un maillage chimère, nous reprenons le maillage utilisé pour le test d'interpolation, soit deux maillages cartésiens dont un incliné de 45° (figure 6.1). Les cellules de la grille inclinée sont imposées comme calculées. La communication se fait à la frontière de cette grille.

Deux écoulements sont simulés, l'un pour un nombre de Reynolds de 400 et un second pour 1000. La visualisation des lignes de courant et du champ de vitesse longitudinale (figure 6.5) ne présente aucune distorsion. Les deux grilles communiquent proprement leurs informations et la frontière est invisible.

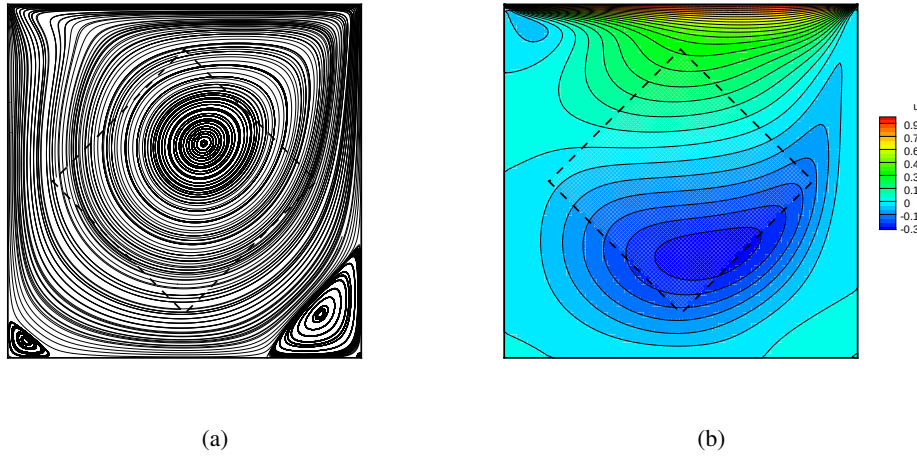


FIGURE 6.5 – Représentation des lignes de courant (a) et du champ de vitesse longitudinale u (b) pour $Re = 400$

Pour une meilleure comparaison, la vitesse longitudinale (u) est tracée le long de la droite verticale passant par le centre du carré ($u(y)$) et la vitesse transverse (v) selon la droite horizontale passant par le centre ($v(x)$) (figure 6.6). Ces valeurs sont comparées avec celles proposées par Ghia et al. [103], Botella & Peyret [104] et Bruneau & Saad [105]. Pour les deux nombres de Reynolds, les résultats coïncident avec les valeurs de la littérature. La méthode chimère fournit des résultats sans altération lors du passage entre les différents blocs.

L'ordre de précision général de la méthode chimère est déterminé. Pour cela, le même processus est répété que lors de la détermination des ordres de précision des interpolations. Les simulations sont répétées pour chaque maillage possédant un raffinement différent. Les maillages utilisés sont identiques à ceux utilisés précédemment pour les interpolations. Les valeurs comparées sont les vitesses u, v et la pression P . La valeur obtenue sur le maillage le plus fin sert de référence pour calculer l'erreur. L'ordre de précision trouvé reste à 1 pour l'interpolation inverse à la distance et 2 pour les interpolations tétravolumique et trilinéaire. L'ordre du schéma spatial centré vaut 4 pour le terme de convection et 2 pour celui de la diffusion. Ces valeurs étant supérieures à celle de l'interpolation, il est attendu que l'ordre global soit proche de l'ordre de précision le plus faible, soit celui de l'interpolation. Les ordres retrouvés sont identiques quelle que soit la grandeur étudiée (u, v ou P).

6.3 Écoulement autour d'un cylindre dans un champ infini

Le deuxième cas test est l'écoulement bi-dimensionnel autour d'un cylindre dans un fluide infini. La configuration est composée d'un cylindre de diamètre d dans un fluide de viscosité ν possédant une vitesse à l'infini amont U . Ce problème est caractérisé par le nombre de Reynolds, $Re = Ud/\nu$. L'écoulement en aval du cylindre possède un comportement spécifique qui a suscité de nombreuses

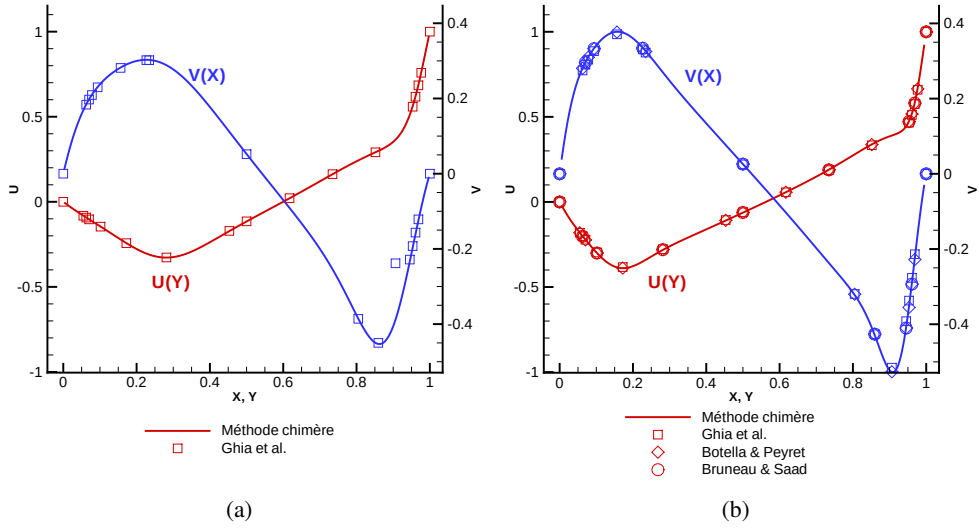


FIGURE 6.6 – Représentations des composantes de la vitesse (u, v) le long d’une droite verticale ($u(y)$) et horizontale ($v(x)$), les deux droites passant par le centre de la cavité, pour $Re = 400$ (a) et pour $Re = 1000$ (b) avec les données de Ghia et al. [103], Botella & Peyret [104] et Bruneau & Saad [105]

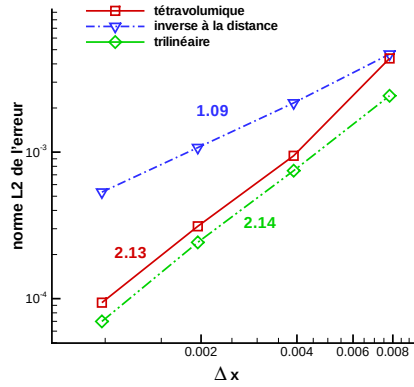


FIGURE 6.7 – Norme L^2 de l’erreur en fonction de la taille d’une maille dans une direction δx pour les trois interpolations

études expérimentales ou numériques [106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113]. L’écoulement est stationnaire avec deux recirculations contrarotatives en aval du cylindre pour $5 < Re < 45$ (figure 6.8). Il devient instationnaire avec des lâchers de structures tourbillonnaires pour $45 < Re < 2000$. L’allée tourbillonnaire obtenue pour des régimes instationnaires est connue sous le nom d’allée de Von Kármán.

La gamme de nombres de Reynolds utilisés pour cette étude varie de $10 \leq Re \leq 400$ et inclue

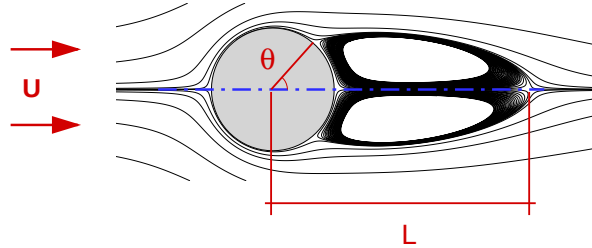


FIGURE 6.8 – Représentation d’un écoulement stationnaire ($Re = 30$) par les lignes de courant d’un cylindre dans un fluide infini

des régimes stationnaires et instationnaires.

Le maillage de la configuration est obtenue par la superposition d’une grille polaire sur une grille cartésienne. Le maillage est composé de 166 370 volumes finis (29 601 pour le maillage polaire et 136 769 pour le maillage cartésien). Les limites du domaine de calcul $-20 \leq y \leq 20$ et $-15 \leq x \leq 40$ avec un écoulement suivant l’axe Ox et le centre du cylindre positionné en $(0, 0)$. Une représentation du maillage de la zone proche du cylindre se trouve à la figure 6.9. Les cellules du maillage polaire sont définies “calculées” par le critère de hiérarchie chimère. Les simulations utilisent une interpolation tétravolumique avec 3 rangées de cellules interpolées et 4 rangées de cellules tampons.

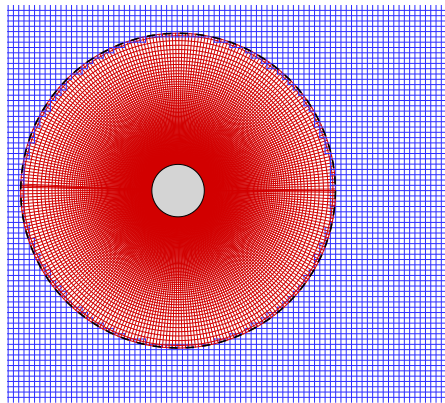


FIGURE 6.9 – Représentation du maillage cartésien et du maillage polaire dans la zone proche du cylindre.

Les résultats des régimes stationnaires et instationnaires sont traités séparément dans les deux paragraphes suivants.

6.3.1 Régime stationnaire

L'écoulement stationnaire est caractérisé par deux décollements symétriques à la paroi du cylindre et une recirculation en aval du cylindre (figure 6.8). Les comparaisons des écoulements obtenus se font sur le coefficient de traînée (C_x) et sur les caractéristiques de la forme de l'écoulement, soient l'angle de décollement θ et la longueur de recirculation L/d .

La visualisation du champ de vitesses (u et P) montre un écoulement avec une accélération du fluide au passage du cylindre, une recirculation avec une vitesse longitudinale négative et une forte pression au point d'arrêt (figure 6.10). Au passage d'un bloc à l'autre, l'écoulement ne subit aucune distorsion et la méthode chimère lie correctement les différents maillages.

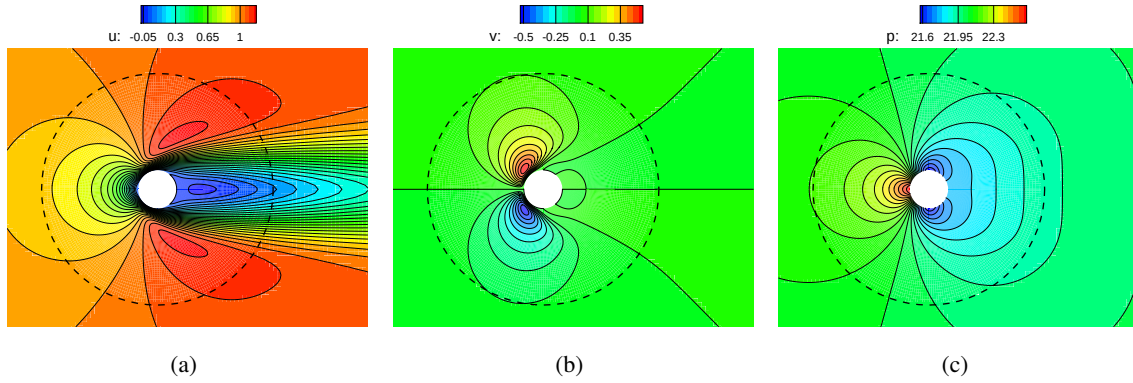


FIGURE 6.10 – Isovaleurs des composantes de la vitesse (u (a) et v (b)) et de la pression P (c) pour un écoulement autour d'un cylindre non confiné à $Re = 30$ (le cercle en pointillés représente la frontière extérieure du maillage polaire)

Les simulations sont effectuées pour différents nombre de Reynolds ($Re = 10, 20, 30$ et 40). Les caractéristiques de l'écoulement (θ et L/d) et le coefficient de traînée (C_x) sont déterminés pour chaque simulation. Les valeurs obtenues sont en bon accord avec les résultats de la littérature (figure 6.11).

6.3.2 Régime instationnaire

Les régimes instationnaires sont à leur tour étudiés. Cinq nombres de Reynolds sont traités ($Re = 100, 150, 200, 250$ et 300). Pour ces valeurs, l'écoulement est instationnaire et caractérisé par une allée tourbillonnaire de Von Kármán se forme en aval du cylindre. L'écoulement étant instationnaire, la comparaison ne peut pas se baser sur des paramètres fixes comme l'angle de décollement ou la longueur de recirculation. La comparaison se fait sur la moyenne du coefficient de traînée. Le coefficient de portance oscillant périodiquement autour de zéro, sa valeur RMS et son amplitude sont choisies. La fréquence du lâcher tourbillonnaire (f), exprimée en nombre de Strouhal ($St = fd/U$), est aussi un point de comparaison.

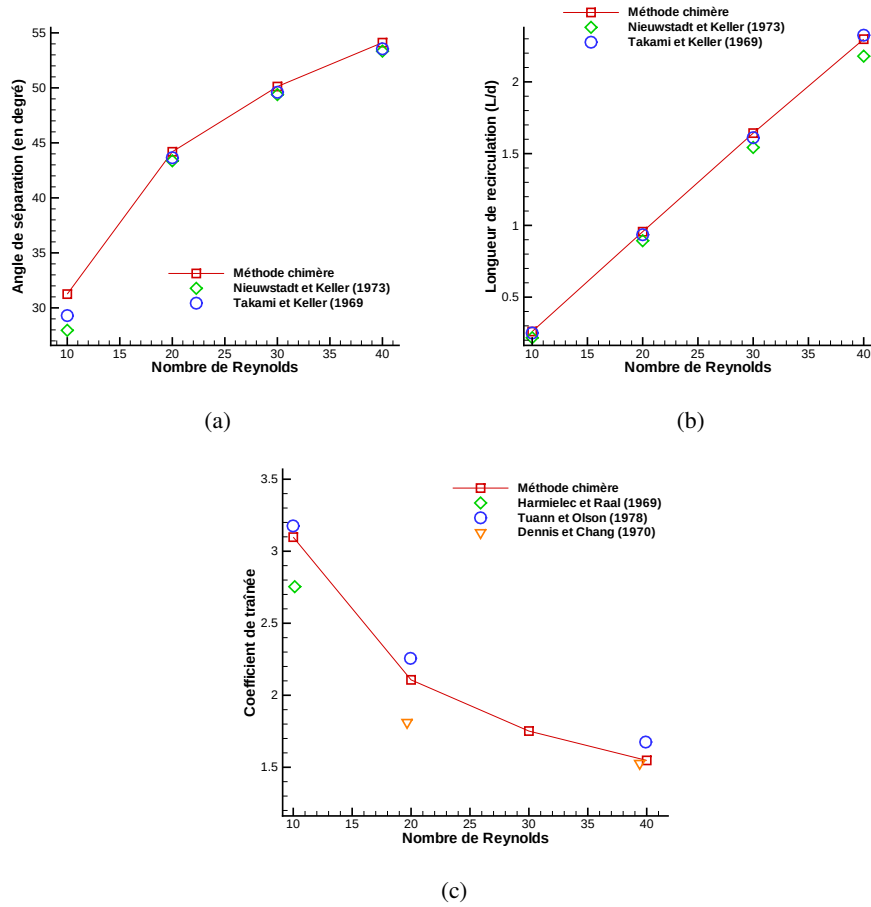


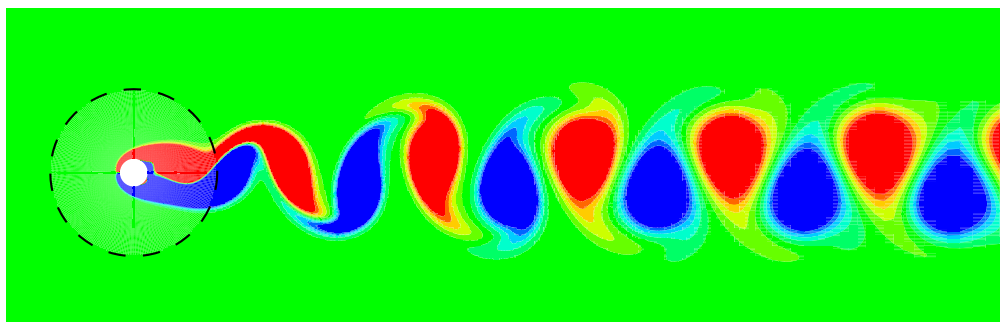
FIGURE 6.11 – Caractéristiques de l'écoulement (angle de séparation θ (a) et longueur de recirculation L/d (b)) et coefficient de traînée C_x (c) en fonction du nombre de Reynolds et comparés avec les résultats de la littérature

Les résultats de nos simulations instationnaires présentent toutes le lâcher tourbillonnaire caractéristique de l'allée de Von Kármán. La représentation de la vorticité longitudinale illustre l'allée tourbillonnaire (figure 6.12).

La comparaison des résultats obtenus avec la méthode chimère et ceux répertoriés dans la littérature pour un nombre de Reynolds de 200 est reportée table 6.1. Les valeurs obtenues coïncident avec les valeurs de la littérature.

Le nombre de Strouhal est comparé (figure 6.13) avec les valeurs de Persillon & Braza [108], Rajani et al. [112] et la cor relation de Willimason & Brown [120] définie par l'équation suivante :

$$St = \left(A + \frac{B}{\sqrt{Re}} + \frac{C}{Re} + \dots \right) \quad (6.5)$$

FIGURE 6.12 – Vorticité longitudinale ($-0.1 \leq \omega_x \leq 0.1$) pour $Re = 100$

Référence	Année	Str	$\bar{C}_x$	Amplitude C_x	Amplitude C_y
Braza et al. [114]	1986	0.2	1.32	-	0.775
Slaouti & Stansby [115]	1992	0.196	-	-	0.625
Belov et al. [116]	1995	0.193	1.19	0.042	0.64
Henderson [117]	1995	-	1.341	-	-
Zhang & Zhang [118]	1997	0.197	-	-	-
Liu et al.[119]	1998	0.192	1.31	0.049	0.69
Williamson & Brown [120]	1998	0.197	-	-	-
Farrant et al. [121]	2000	0.196	1.36	-	0.775
Linnick & Fasel [122]	2003	0.197	1.34	0.044	0.69
De Palma [123]	2006	0.190	1.34	0.045	0.68
Rajani et al. [112]	2008	0.2052	1.3516	-	-
Méthode chimère	-	0.197	1.35	0.047	0.69

TABLE 6.1 – Comparaison de la valeur moyenne du coefficient de traînée ($\bar{C}_x$), de son amplitude et de l'amplitude du coefficient de portance C_y entre nos valeurs et celles retrouvées dans la littérature pour $Re = 200$

avec les paramètres pour $Re = 49 - 180$, $A = 0.2665$, $B = -1.0175$.

La méthode chimère fournit des résultats en accord avec ceux de la littérature.

6.4 Écoulement autour de deux cylindres en tandem

Ce cas test est le prolongement du précédent. Sur la même configuration du cylindre en fluide infini, un second cylindre est ajouté en aval du premier. Ce deuxième cylindre possède le même diamètre et se situe à l'horizontale du premier. Le problème reste caractérisé par le nombre de Reynolds Re avec l'ajout de la distance entre les parois des deux cylindres, L/d . Ce cas test intervient pour valider une configuration de superpositions multiples et, une sélection par le critère de distance locale. Six simulations sont effectuées : trois simulations stationnaires pour $L/d = 1$ et $Re = 10, 20$

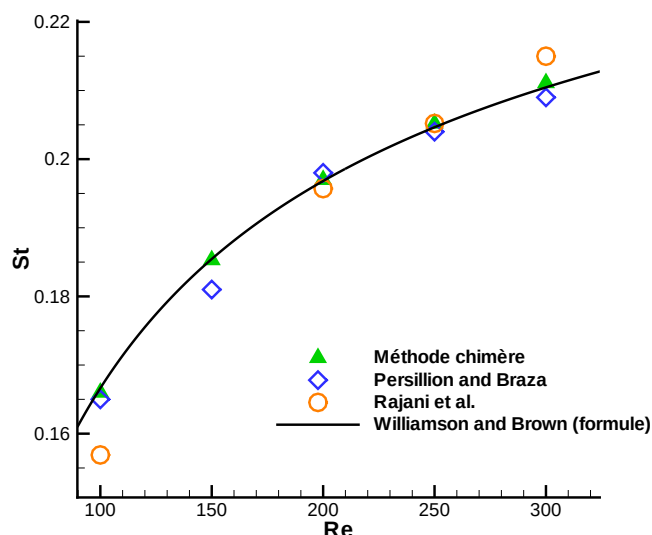


FIGURE 6.13 – Nombre de Strouhal (St) en fonction du nombre de Reynolds (Re) pour nos résultats et ceux de la littérature

et 30 et trois simulations instationnaires pour $Re = 100$ et $L/d = 2, 4$ et 4.5 .

La géométrie est maillée avec trois grilles indépendantes : un maillage cartésien qui définit l'espace infini et deux maillages polaires pour chaque cylindre. Le critère basé sur la distance locale à la paroi est utilisée pour justifier la sélection des cellules calculées. Pour créer les différents géométries liés à des distances L/d différentes, une translation horizontale est effectuée sur le second maillage polaire. Le critère de distance locale à la paroi est automatique et détecte pour chaque configuration les cellules calculées et celles interpolées. La figure 6.14 représente les cellules calculées après l'exécution de l'algorithme chimère pour une distance de $L/d = 4$ et une seconde de $L/d = 1.5$.

Les résultats stationnaires sont en accord avec ceux publiés par Juncu [124]. Le critère basé sur la distance locale n'induit pas d'erreur dans la définition des cellules et fournit un maillage chimère viable.

Les simulations instationnaires font apparaître un lâcher tourbillonnaire identique à l'allée de Von Kármán. La représentation des isovaleurs de la vorticité longitudinale pour $Re = 100$ et $L/d = 4.5$ (figure 6.16) illustre cette allée. Sur cette figure aucune distorsion n'apparaît entre les deux cylindres. Les nombres de Strouhal trouvés sont proches de ceux déterminés dans la littérature (table 6.2).

Ce cas test a permis de tester la méthode chimère avec une superposition plus complexe. Les résultats concordent avec ceux établis dans la littérature.

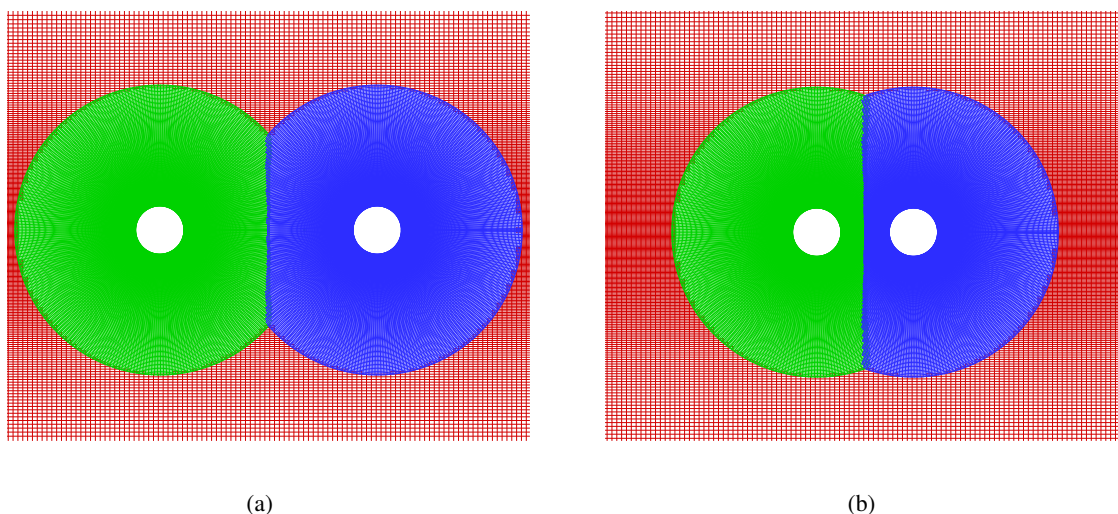


FIGURE 6.14 – Représentation des cellules calculées déterminées par l’algorithme chimère pour deux distances différentes, $L/d = 4$ (a) et $L/d = 1.5$ (b)

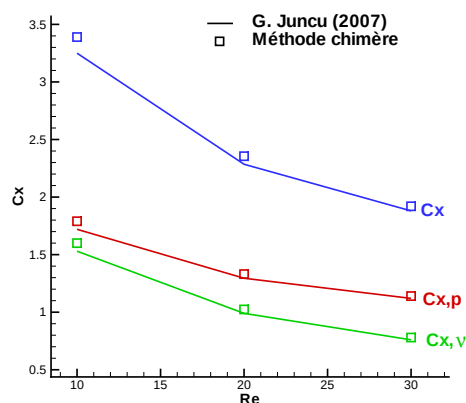


FIGURE 6.15 – Coefficient de traînée (C_c) et ses contributions de pression ($C_{x,p}$) et visqueuse ($C_{x,\nu}$) en fonction du nombre de Reynolds (Re) pour les régimes stationnaires comparées avec les valeurs proposées par Juncu [124]

6.5 Écoulement autour d’une sphère

Le cas test suivant est le premier cas test en trois dimensions. Il correspond à l’écoulement autour d’une sphère dans un fluide infini. Ce problème est la configuration la plus simple en trois dimensions et la plus proche de notre configuration finale d’une sphère dans un tube. De plus, de nombreuses études référencent ce problème et décrivent cet écoulement. Le nombre de Reynolds est le paramètre univoque qui caractérise cette étude. La gamme de Reynolds étudiée s’étend $50 \leq Re \leq 300$ et ne

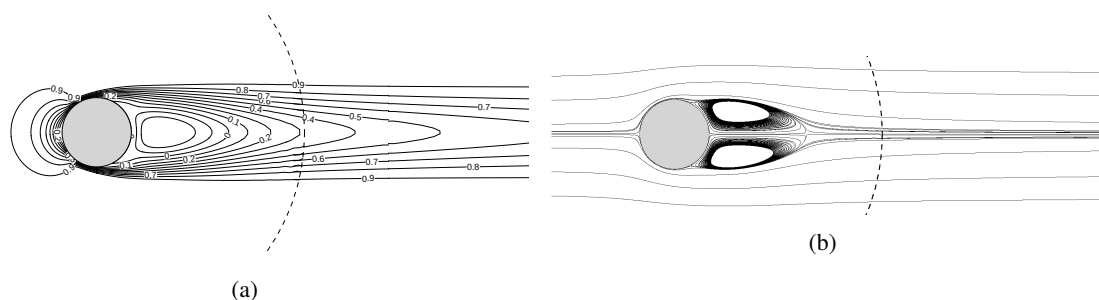


FIGURE 6.17 – Représentation dans le plan longitudinal des isovaleurs de la vitesse longitudinale (a) et des lignes de courant (b) pour $Re = 200$

une interaction entre le sillage de la sphère et une paroi. Ce problème est défini par le nombre de Reynolds ($Re = Ud/\nu$, avec U la vitesse de la sphère) et la distance entre le centre de la sphère et la paroi plane (L/d). Plusieurs études font références à ce problème, Zeng et al. [42] et Takemura & Magnaudet [40] par exemple.

Pour simuler cette configuration, nous utilisons deux grilles. La première est une grille sphérique qui représente la sphère et la deuxième est une grille cartésienne possédant une condition de paroi et un raffinement au abord de cette paroi. La définition des cellules est basée sur le critère de distance locale à la paroi. La figure 6.19 représente les cellules calculées définies par ce critère dans le plan normal à la paroi. Pour simuler le mouvement de la sphère, un changement de référentiel est effectué. La simulation se situe dans le référentiel lié à la sphère. Dans ce repère, la sphère est fixe et, la paroi et le fluide sont en translation uniforme de vitesse U . Pour effectuer ce changement de repère, la condition de paroi de la sphère impose une vitesse nulle, et la condition de paroi pour la paroi plane impose une vitesse longitudinale U . La condition en amont de la sphère est une condition d'entrée avec une vitesse U . Les paramètres étudiées sont identiques à ceux utilisé par Zeng et al. [42], soient une distance $L/d = 1$ et $L/d = 0.75$ et, un nombre de Reynolds compris entre $10 \leq Re \leq 250$.

La visualisation des champs de vitesses et de pression ne montre, comme pour les autres configurations, aucune distorsion. Comme exemple, la visualisation des isovaleurs de la vitesse longitudinale dans le plan normal à la paroi pour $Re = 100$ et $L/d = 1$ est représentée figure 6.20. On retrouve l'écoulement décrit par Zeng et al. [42] avec une déviation du sillage vers la paroi, une accélération marquée de l'écoulement dans l'espace entre la sphère et la paroi.

Dans un premier temps, pour déterminer la réalité physique de l'écoulement prédit avec la méthode chimère, une comparaison des lignes de courants est faite pour $L/d = 0.75$ et $Re = 200$ entre nos résultats et ceux de Zeng et al. [42] (figure 6.21). Cette comparaison visuelle donne une première indication quantitative sur nos résultats. Les écoulements sont similaires et présentent une recirculation en forme de fer à cheval en aval de la sphère avec la section la plus large visible dans le plan normal à la paroi.

Pour s'assurer de l'exactitude de nos simulations, la comparaison des coefficients aérodynamiques

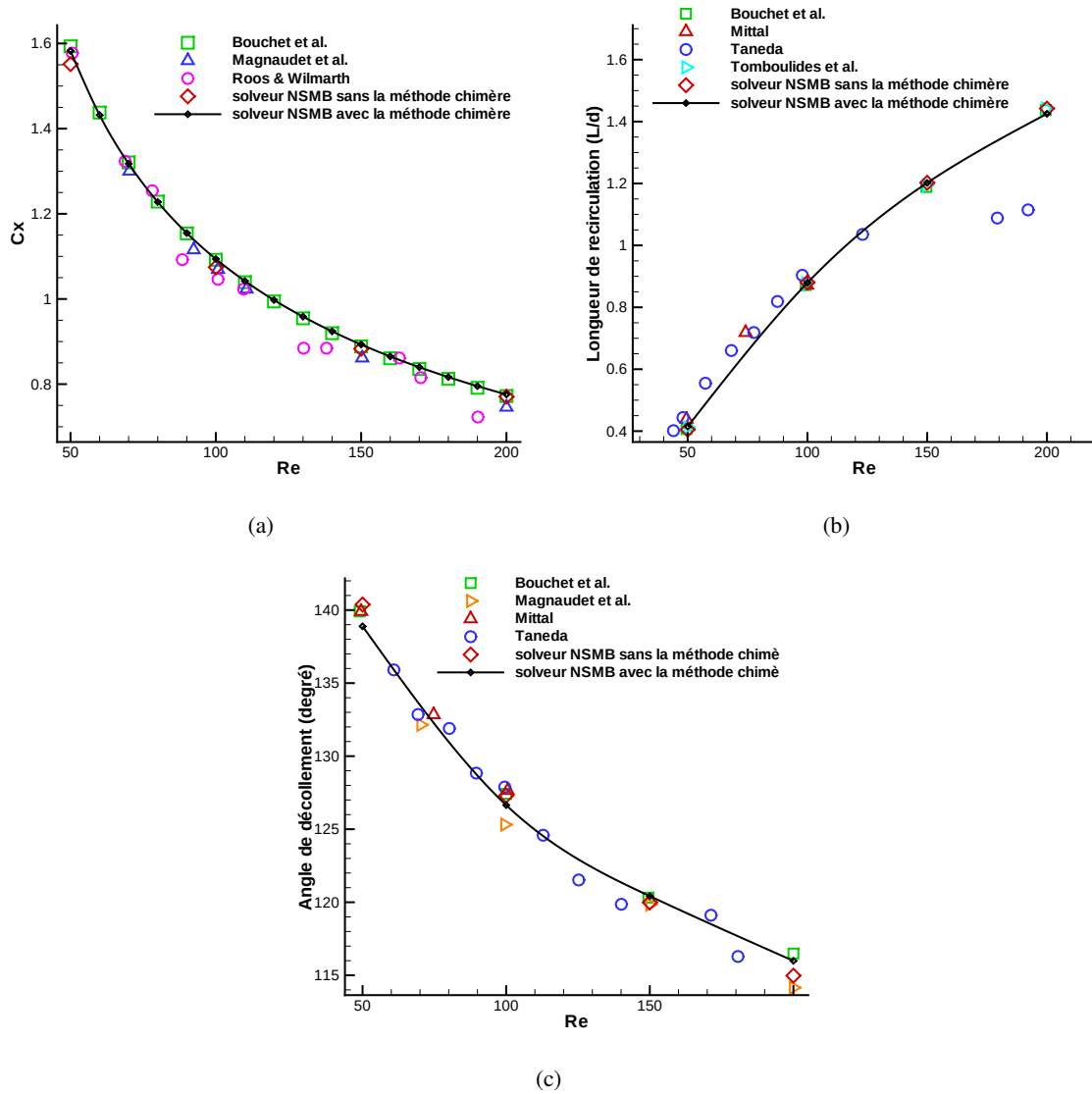


FIGURE 6.18 – Comparaisons du nombre de Reynolds (Re) (a), de la longueur de recirculation (L/d) (b) et de l'angle de décollement (θ) (c) entre nos résultats avec ou sans l'utilisation de la méthode chimère et ceux de la littérature (Taneda [4], Nakamura [8], Roos & Willmarth [129], Tomboulides et al. [12], Mittal [16], Magnaudet et al. [130], Bagchi & Balachandar [131] et Bouchet et al. [2])

(coefficients de traînée et de portance) complètent la comparaison précédente. Les résultats obtenus coïncident avec ceux fournis par Zeng et al. [42] (figure 6.22). La différence est faible et ne dépasse pas les 1%. Ces résultats prouvent que la méthode chimère est capable de générer automatiquement un maillage viable et que les communications entre les différents blocs ne perturbent pas la continuité de l'écoulement.

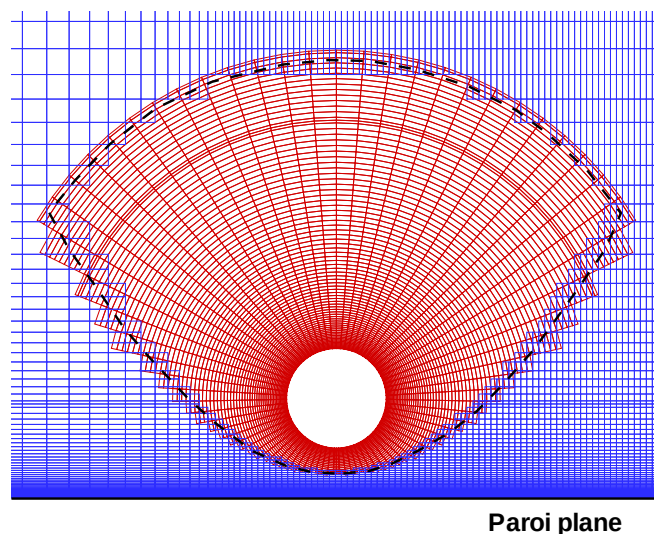


FIGURE 6.19 – Représentation des cellules calculées déterminées par le critère de distance locale à la paroi, dans le plan normal à la paroi

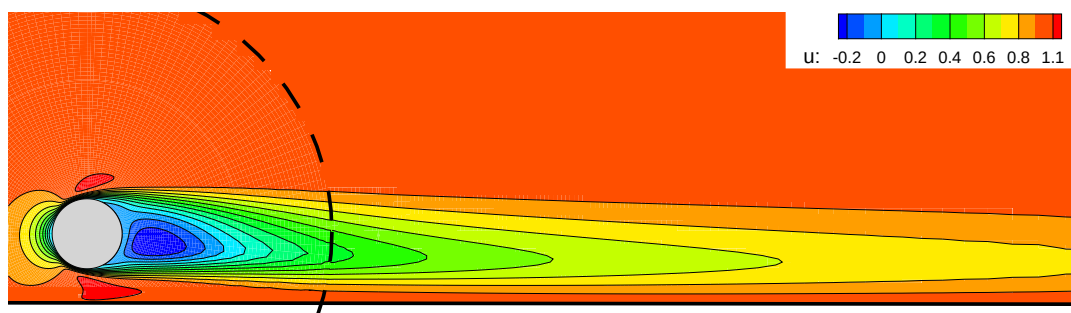


FIGURE 6.20 – Représentation des isovaleurs de la vitesse longitudinale u dans le plan normal à la paroi pour $Re = 100$ et $L/d = 1$

Conclusion

Dans ce travail de thèse, nous avons implémenté la méthode de gestion de maillages superposés, dite chimère, au sein du solveur compressible *NSMB* en parallèle. Cette méthode a été validée avec succès sur de nombreux cas tests académiques : écoulement dans une cavité entraînée, écoulements stationnaire et instationnaire autour d'un cylindre, autour de deux cylindres en tandem, puis autour d'une sphère et d'une sphère proche d'une paroi plane. Dans toutes ces situations, la

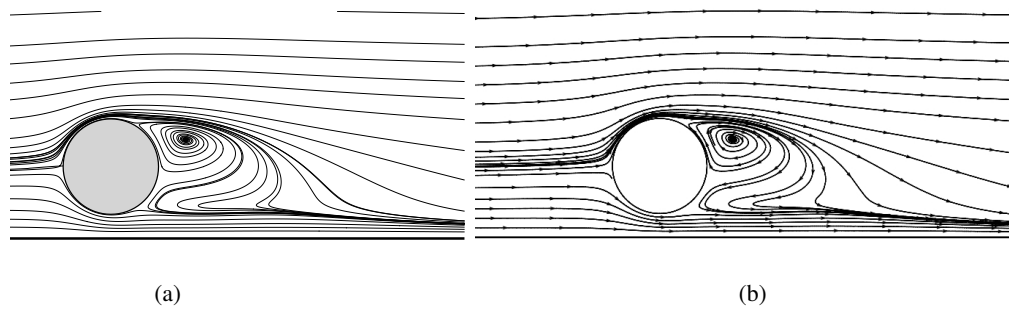


FIGURE 6.21 – Représentation des lignes de courant pour $L/d = 0.75$ et $Re = 200$ dans le plan normal à la paroi obtenues avec la méthode chimère (a) et extrait de l'article de Zeng et al. [42] (b)

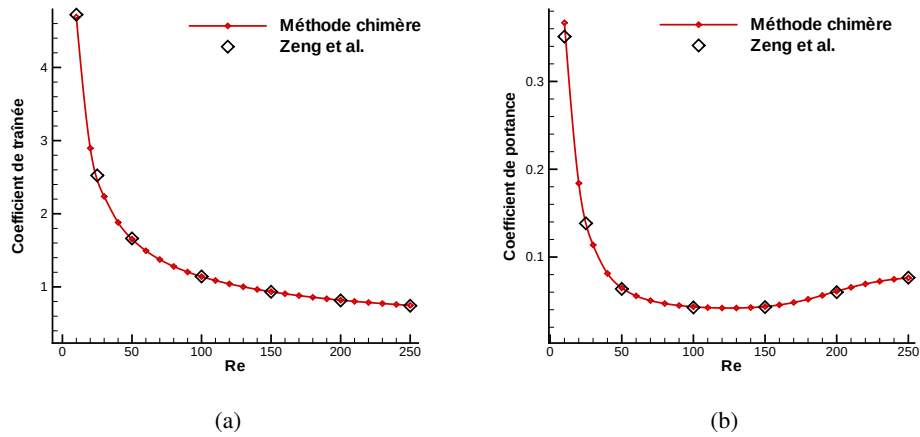


FIGURE 6.22 – Comparaison des valeurs obtenues pour le coefficient de traînée (a) et celui de portance (b) en fonction du nombre de Reynolds (Re) avec les résultats de Zeng et al. [42]

méthode implémentée a fourni des résultats conformes à la littérature. Nous avons pu mettre en évidence la puissance de cette méthode et des critères de superpositions développés. La génération de maillage est hautement simplifiée, la gestion de géométries complexes tout autant et la robustesse et la précision initiale du solveur *NSMB* sont conservées.

Troisième partie

Résultats

Chapitre 7

Étude d'un écoulement autour d'une sphère en translation uniforme le long d'un tube

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'écoulement autour d'une sphère en translation uniforme dans un tube. Cette configuration est composée d'une sphère de diamètre d possédant une vitesse U parallèle à l'axe du tube et évoluant dans un tube circulaire de diamètre D rempli d'un fluide au repos. La sphère se situe à une distance constante de la paroi notée L . La figure 7.1 schématise la configuration. La sphère ne possède aucun degré de liberté.

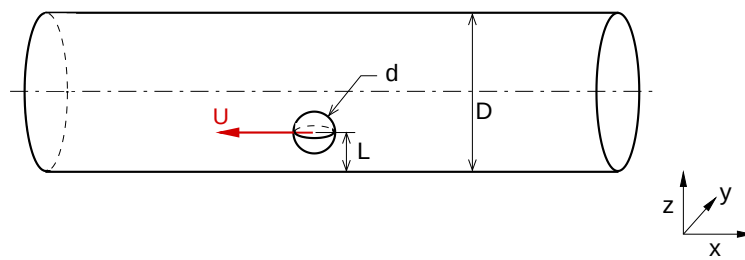


FIGURE 7.1 – Schéma du problème de la sphère en translation uniforme dans un tube

Notre géométrie est liée à un repère $(Oxyz)$. Dans ce repère, le tube est suivant (Ox) , la vitesse de la sphère opposée à (Ox) et la distance minimale entre la sphère et la paroi du tube suivant (Oz) . Pour cette description, le plan de symétrie de la géométrie est suivant (Oxz) . La sphère est placée à l'origine. L'espace le plus étroit entre la sphère et la paroi du tube est appelé la partie basse ($z < 0$), et inversement, l'espace opposé est nommé la partie haute ($z > 0$).

Le triplet de paramètres adimensionnalisés suivant suffit à décrire univoquement le problème :

$$(D/d, Re, L/d) \quad (7.1)$$

avec D/d le rapport des diamètres, Re le nombre de Reynolds associé à la vitesse de translation ($Re = Ud/\nu$, avec ν la viscosité dynamique du fluide et U la vitesse de la sphère) et L/d la distance à la paroi adimensionnée par d .

Nous proposons une étude paramétrique sur l'effet de la distance (L/d) et du nombre de Reynolds (Re) sur l'écoulement autour de la sphère. Deux confinements sont étudiés, $D/d = 3.3$ et $D/d = 5$. Pour ces deux confinements, les nombres de Reynolds étudiés varient de 50 à 400 pour balayer des régimes stationnaires et instationnaires. La distance à la paroi est comprise entre $0.6 \leq L/d \leq D/2$. Cette étude se focalise sur la description de l'écoulement, sur l'origine des forces et sur l'évolution des forces en fonctions des paramètres testés.

Ce chapitre débute par la création et la validation du maillage. Différents tests sont présentés pour justifier le choix du maillage et le valider. Puis les écoulements trouvés dans la gamme des paramètres étudiés sont présentés. Ensuite l'influence générale de la paroi cylindrique est présentée. Cette étude est basée sur une comparaison des écoulements d'une sphère non-confinée, d'une sphère proche d'une paroi plane et d'une sphère dans un tube. Suivent, deux études portant sur l'influence de la distance à la paroi d'une part, et sur celle du nombre de Reynolds d'autre part.

7.1 Modèle numérique

La première étape est la création du modèle numérique qui permettra la simulation de notre configuration. Dans un premier temps, la prise en compte de la translation uniforme est abordée. Dans un second temps, la discrétisation de l'espace est discutée. Il est nécessaire de définir le maillage le plus adapté à notre configuration et aux écoulements attendus. Des tests de précision en fonction du raffinement du maillage sont effectués pour déterminer, parmi différentes résolutions spatiales, laquelle correspond au meilleur rapport précision/temps de calcul. Un comparatif est fait pour une configuration axisymétrique entre les résultats obtenus par *NSMB* et la méthode chimère, et ceux obtenus par un code d'éléments spectraux. Enfin le choix du pas de temps utilisé pour la discrétisation temporelle est justifié.

Toutes les simulations se basent sur une résolution temporelle utilisant la formulation implicite "Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel" (LU-SGS) et sur une résolution spatiale centrée d'ordre 4 avec une dissipation artificielle de type Jameson.

7.1.1 Translation de la sphère

Le mouvement de la sphère est imposé grâce aux conditions limites. Cette technique est identique à celle utilisée pour la sphère proche paroi plane. Elle consiste à changer de repère et à passer d'un

repère fixe à un repère lié à la sphère. La sphère étant en translation uniforme parallèle au paroi, le repère lié à la sphère possède la vitesse relative U par rapport au repère fixe. La vitesse longitudinale fixe U est imposée à l'entrée du domaine et aux parois du tube. Cette vitesse correspond à l'opposé de la vitesse de translation de la sphère. La paroi de la sphère est traitée comme une paroi fixe avec une condition de vitesse nulle à sa paroi. Avec ces conditions limites, la simulation de translation est implémentée tout en gardant un maillage statique.

7.1.2 Discrétisation spatiale et temporelle

La mise en place du modèle numérique correspond à la discrétisation de l'espace par la création d'un maillage et la discrétisation du temps par la définition d'un pas de temps. Le choix du modèle numérique est important pour la précision des simulations. Ce choix est justifié par des tests comparatifs pour trouver le meilleur compromis entre la rapidité des simulations et leur précision.

La méthode chimère nous permet de mailler la géométrie en deux sous-ensembles indépendants : la sphère et le tube. Un maillage sphérique représente la sphère et son entourage proche. Pour créer l'espace lié au tube et son intérieur, deux types de maillages sont utilisés : le maillage à section *butterfly* et le maillage cylindrique avec une face dégénérée. La figure 7.2 représente les sections de chacun. Le maillage cylindrique avec la face de dégénérescence possède l'avantage d'une création simple, d'être proche de l'axisymétrie. Mais il possède un rétrécissement des mailles au centre du tube jusqu'à des cellules à faces dégénérées. Le maillage *butterfly* possède une meilleure répartition des mailles au centre du tube et aucune face dégénérée. Mais la distribution des mailles s'éloigne d'une distribution axisymétrique. On insiste sur l'axisymétrie du maillage car les écoulements étudiés sont axisymétriques lorsque la sphère est sur l'axe. Toute dissymétrie dans le maillage perturbe l'état axisymétrique. Le maillage avec la dégénérescence perd son axisymétrie par la présence des connexions radiales des blocs. Le maillage *butterfly* de par sa définition (carré arrondi au centre) est non-axisymétrique. Les tests sur les deux types de maillages ont montré que la différence est faible entre les deux. Pour des raisons d'axisymétrie et de facilité de création, le maillage avec la dégénérescence est choisi pour la suite de l'étude.

Une étude de résolution spatiale est maintenant menée. Huit maillages sont testés allant de 0.7 millions de volumes finis à 6.70 millions. Les efforts de raffinement se situent essentiellement dans la section du tube (suivant (Oy) et (Oz)). La distribution longitudinale possède un nombre important de points. La distribution transverse dans le plan (Oyz) de trois maillages différents est représentée figure 7.2 (6.7 et 1.7 millions de volumes pour un maillage avec une dégénérescence et 1.6 millions de cellules pour un maillage *butterfly*). Sur cette même figure, la distribution des points dans le plan (Ozx) est aussi représenté pour le maillage *butterfly* à 1.6 millions de volumes. Le comparatif entre maillages est basé sur les forces aérodynamiques (C_x et C_z). Les simulations de tests sont exécutées pour le triplet de paramètres $(D/d, Re, L/d) = (3.3, 200, 1)$.

Les résultats montrent une faible dépendance du coefficient de traînée (C_x) vis-à-vis des maillages

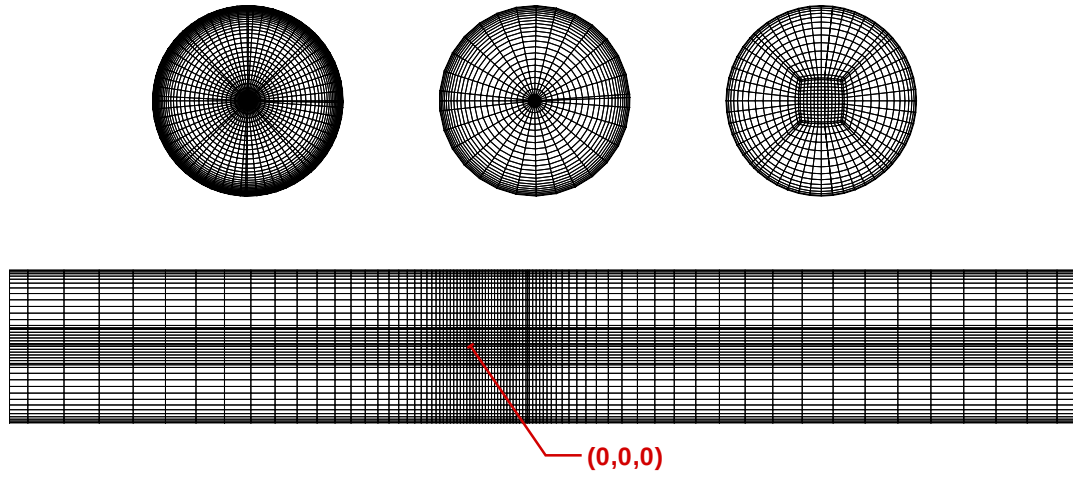


FIGURE 7.2 – Représentation de la discrétisation spatiale dans le plan (Oyz) (première ligne) pour le maillage avec une dégénérescence à 6.7 millions de volumes, puis celui à 1.7 millions de volumes et le maillage *butterfly* à 1.6 millions de volumes, et dans le plan (Oxz) pour le maillage *butterfly* à 1.6 millions de volumes (une cellule sur trois est représentée)

(figure 7.3). La différence entre le maillage le plus fin et le plus grossier n'excède pas 0.8%. Ceci s'explique par un raffinement similaire dans la direction Ox . Pour le coefficient de portance (C_z), la différence est plus marquée entre les différents maillages (12%). Le maillage à 2.6 millions de points présente le meilleur rapport entre nombre de volumes finis et précision.

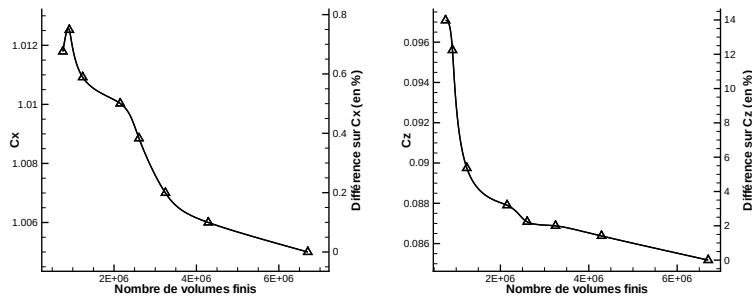


FIGURE 7.3 – Comparaison des coefficients aérodynamiques en fonction de la résolution du maillage pour $(D/d, Re, L/d) = (3.3, 200, 1)$

Un deuxième test est fait sur le confinement de la condition de sortie. L'éloignement de la condition de sortie correspond à la distance entre le centre de la sphère et la condition de sortie. Elle vaut initialement $25d$. En gardant la même répartition longitudinale des points, la condition limite est éloignée respectivement à $35d$, $45d$, $55d$. La figure 7.4 représente la comparaison

des coefficients aérodynamiques pour les différents éloignements de la condition de sortie pour $(D/d, Re, L/d) = (3.3, 200, 1)$. L'influence de la condition limite de sortie est faible. Elle n'atteint pas 0.0013% pour le C_x et est plus marquée pour le C_z avec une différence maximale de 1%. Par la suite, l'éloignement de la condition de sortie est fixé à $25d$.

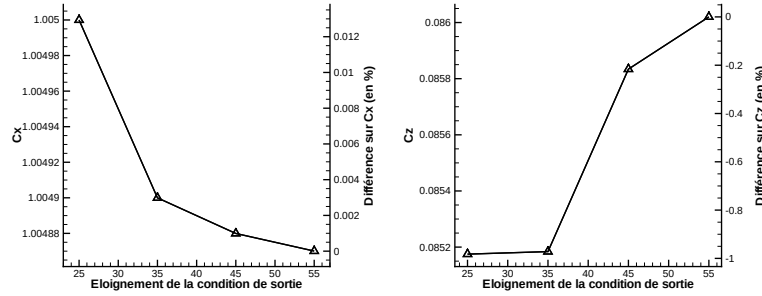
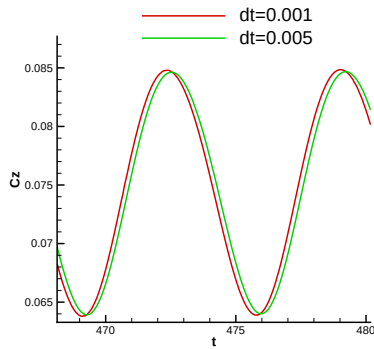


FIGURE 7.4 – Comparaison des coefficients aérodynamiques en fonction de l'éloignement de la condition de sortie pour $(D/d, Re, L/d) = (3.3, 200, 1)$

Le test suivant permet de déterminer la résolution temporelle nécessaire. Deux pas de temps ($\Delta t = 0.005$ et $\Delta t = 0.001$) sont testés pour la configuration $(D/d, Re, L/d) = (5, 300, 2.5)$. La comparaison des deux simulations (figure 7.5) pointe une différence faible. Le pas de temps choisi pour les simulations instationnaires est $\Delta t = 0.005$ au vu de ces résultats.



	$\Delta t = 0.005$	$\Delta t = 0.001$
C_x	0.7104	0.7105
Amplitude de C_x	0.0020	0.0019
C_z	0.0798	0.0804
Amplitude de C_z	0.0104	0.0101
M_y	0.00021	0.00022
Amplitude de M_y	0.00023	0.00023
St	0.15134	0.15895

FIGURE 7.5 – Comparaison entre les résultats obtenus avec un pas de temps de $\Delta t = 0.005$ et ceux avec $\Delta t = 0.001$, pour le coefficient de traînée, celui de portance et le moment suivant (Oy) (M_y)

Le dernier test est une comparaison entre les résultats obtenus avec le maillage chimère et les résultats établis avec le code d'éléments spectraux de l'équipe. Ce code a déjà montré ses capacités pour la sphère fixe (Bouchet et al. [2]), la sphère libre non-confinée chauffée (Miroslav Kotouč [31, 29, 30]) ou non (Jenny et al. [57]). Ce code ne permet pas de traiter une géométrie non axisymétrique, donc la comparaison se fait pour une sphère au centre du tube. Le Dr Gilles Bouchet a effectué les calculs avec le code d'éléments spectraux. La gamme des paramètres testés est $100 \leq Re \leq 350$

et $D/d = 5$, $L/d = 2.5$. La gamme du nombre de Reynolds balaye à la fois des écoulements stationnaires et instationnaires. Les résultats (figure 7.6) sont en excellent accord avec ceux de Gilles Bouchet pour le coefficient de traînée (C_x) et possèdent une légère déviation pour le coefficient de portance (C_z) lorsque le nombre de Reynolds est élevé (7% pour $Re = 350$). Cette différence est expliquée par la dissymétrie de notre maillage liée aux connexions de blocs.

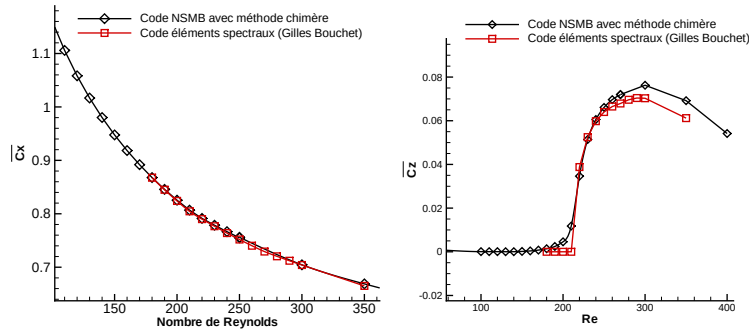


FIGURE 7.6 – Comparaison entre les résultats obtenus avec le code d’éléments spectraux (Gilles Bouchet) et le code *NSMB* avec la méthode chimère basée sur les coefficients aérodynamiques

Conclusion

Ces tests pointent une faible dépendance de l’éloignement de la condition de sortie et une faible différence entre un maillage *butterfly* et un maillage cylindrique avec une dégénérescence. La discrétisation spatiale qui a donné le meilleur compromis entre le nombre de volumes finis et la précision est le maillage à 2.6 millions de volumes. Le pas de temps choisi est $\Delta t = 0.005$.

Pour notre étude nous utiliserons donc le maillage cylindrique avec une dégénérescence de 2.6 millions de volumes finis, avec un éloignement de la condition de sortie de $25d$ et un pas de temps de $\Delta t = 0.005$.

7.2 Définition des régimes

Les simulations numériques sont lancées sur le modèle numérique défini dans le paragraphe précédent. Dans la gamme des paramètres étudiés, quatre états distincts d’écoulements ont été observés. Ces états sont semblables à ceux observés pour la sphère non-confinée. Les quatre états sont : un état stationnaire axisymétrique, un état stationnaire non-axisymétrique, un état instationnaire périodique puis un état instationnaire non-périodique.

Ces états seront décrits successivement. Puis les paramètres (D/d , Re et L/d) correspondant à chaque état sont abordés. Ensuite nous discuterons le plan de symétrie de l’écoulement.

7.2.1 Description des écoulements

Régime axisymétrique stationnaire pour une sphère placée sur l'axe de l'écoulement

Le régime axisymétrique correspond à un écoulement axisymétrique possédant une recirculation en forme de tore en aval de la sphère. La figure 7.7 représente les lignes de courants dans les plans (Oxy) et (Oxz) et la section du tore de recirculation suivant ces deux plans. La distribution de vitesse et de pression étant axisymétrique, aucune force transverse n'agit sur la sphère. Cet écoulement est semblable à celui décrit pour une sphère non-confinée.

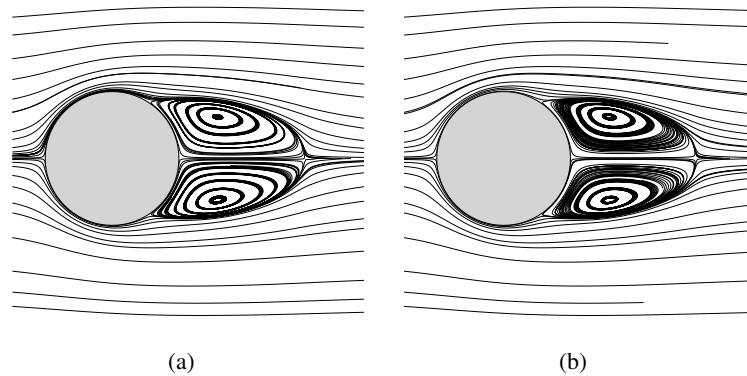


FIGURE 7.7 – Lignes de courant pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 130, 2.5)$ dans les plans (Oxy) (a) et (Oxz) (b)

Régime non-axisymétrique stationnaire

Sphère placée près de la paroi du tube

La sphère placée près de la paroi doit son régime axisymétrique à la géométrie non-axisymétrique. Cet état est similaire à celui rencontré pour la sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane (Zeng et al [42]). Il se caractérise par une recirculation en forme de fer à cheval, un plan de symétrie longitudinal et deux filaments contrarotatif.

La zone de recirculation a une forme de tore non-axisymétrique avec une section variable. Cette structure est illustrée par la figure 7.8. Sur cette figure, les lignes de courant dans les plans (Oxy) et (Oxz) sont tracées pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 130, 1)$. La recirculation possède une section plus large dans la partie haute (partie près de l'axe du tube) et une section plus étroite dans la partie basse. Suivant la distance L/d ou le nombre de Reynolds Re , la recirculation peut s'ouvrir et posséder une forme de fer à cheval. De plus, l'axe du tore est dévié par rapport à l'horizontale (Ox) . Deux filaments contrarotatifs apparaissent en aval de la sphère et légèrement désaxés par rapport au centre de la sphère. Les iso-valeurs de la vorticité longitudinale et le critère de détection des structures tourbillonnaires λ_2 (défini par Jeong & Hussain [14]) permettent de visualiser ces deux filaments

(figure 7.9). Pour une sphère hors de l'axe du tube, le plan de symétrie est imposé par la normale à la paroi du tube la plus proche de la sphère, soit dans notre référentiel (Oz) . Il existe cependant une exception pour la direction de ce plan abordée dans le paragraphe 7.2.3.

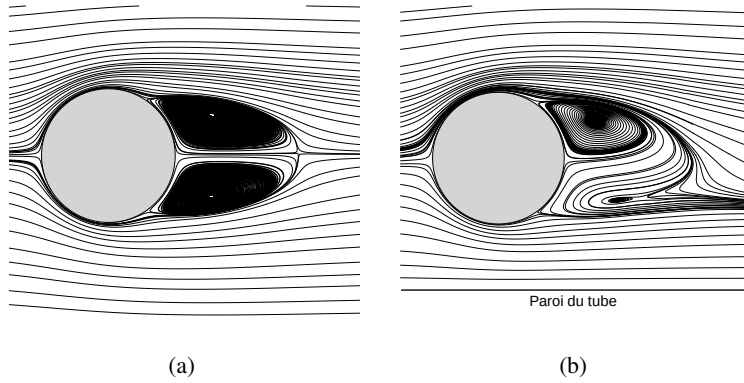


FIGURE 7.8 – Lignes de courant pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 130, 1)$ dans le plan (Oxy) (a) et (Oxz) (b)

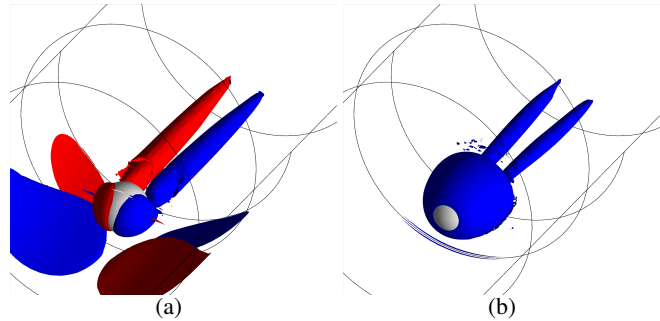


FIGURE 7.9 – Isovaleurs de vorticité longitudinale $\omega_x \pm 0.1$ (a) et du critère $\lambda_2 = -0.01$ (b) pour $(D/d, Re, L/d) = (1, 130, 2.5)$

Sphère placée sur l'axe du tube

La sphère placée sur l'axe de l'écoulement doit son régime non-axisymétrique à une bifurcation brisant l'axisymétrie. L'écoulement présente un plan de symétrie. Ce plan est choisi au hasard des perturbations initiales. L'origine de la brisure de l'axisymétrie est différente par rapport au cas de la sphère hors de l'axe, mais la forme de l'écoulement est similaire (figure 7.10). La vue de profil perpendiculaire au plan de symétrie laisse apparaître le décalage des filaments par rapport à l'axe horizontale passant par le centre de la sphère (figure 7.10).

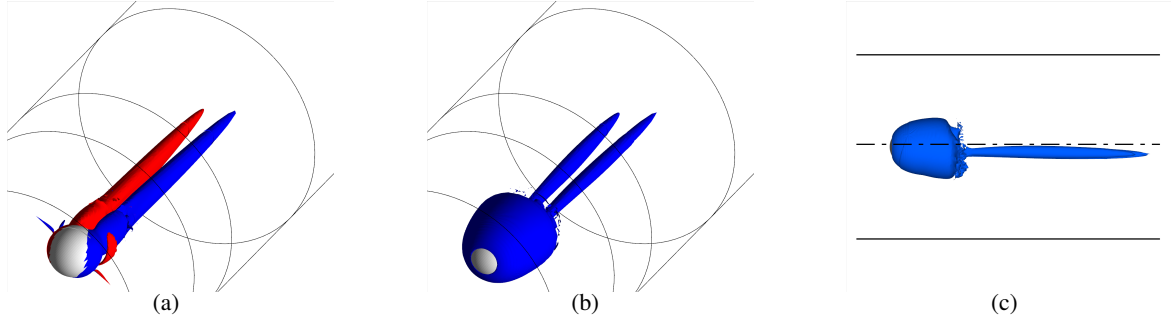


FIGURE 7.10 – Vue en perspective des isovaleurs de vorticité longitudinale $\omega_x \pm 0.1$ (a), du critère $\lambda_2 = -0.01$ (b) et vue de profil perpendiculaire au plan de symétrie des isovaleurs du critère $\lambda_2 = -0.01$ (c) pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 250, 2.5)$

Régime instationnaire périodique

Le troisième état observé est un état instationnaire avec des lâchers tourbillonnaires. L'écoulement garde le plan de symétrie observé dans le régime précédent. Ce plan est choisi au hasard des perturbations initiales dans le cas d'une sphère au centre du tube, ou imposé par la normale à la paroi la plus proche dans le cas d'une sphère hors de l'axe. Pour visualiser les structures tourbillonnaires, la vorticité longitudinale et le critère λ_2 sont représentés figure 7.11 pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 300, 2.5)$. Cet écoulement présente des similitudes avec l'état instationnaire pour une sphère non-confinée.

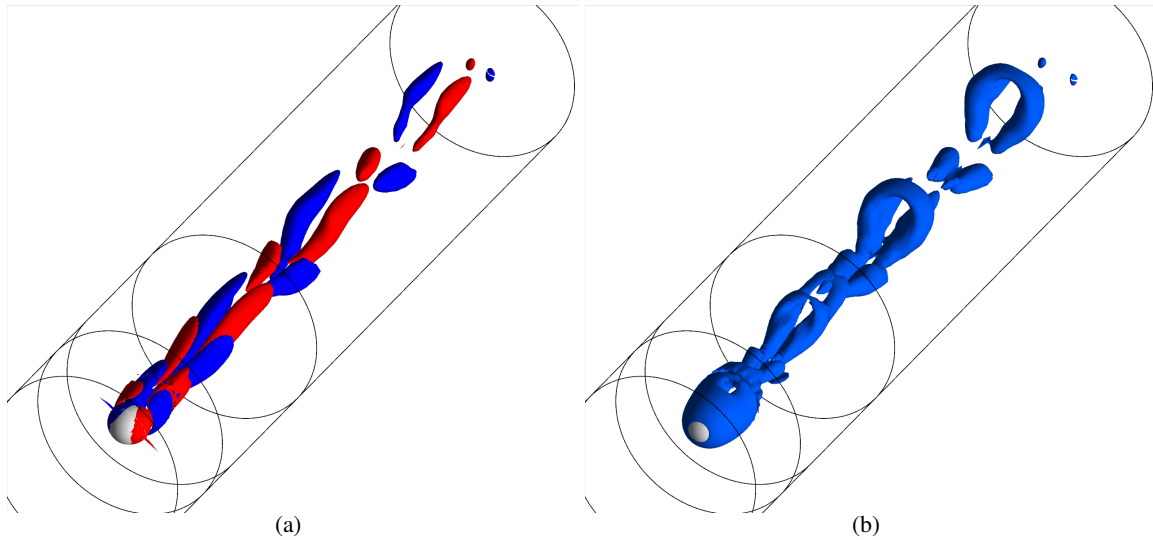


FIGURE 7.11 – Isovaleurs de la vorticité longitudinale $\omega_x \pm 0.1$ (a) et du critère $\lambda_2 = -0.01$ (b) pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 300, 2.5)$

La variation temporelle des coefficients montre la périodicité du lâcher tourbillonnaire (figure

7.12). Une analyse par transformée de Fourier met en évidence la fréquence unique des lâchers tourbillonnaires (figure 7.12). Cette fréquence est exprimée en nombre de Strouhal ($St = fd/U$, avec f la fréquence).

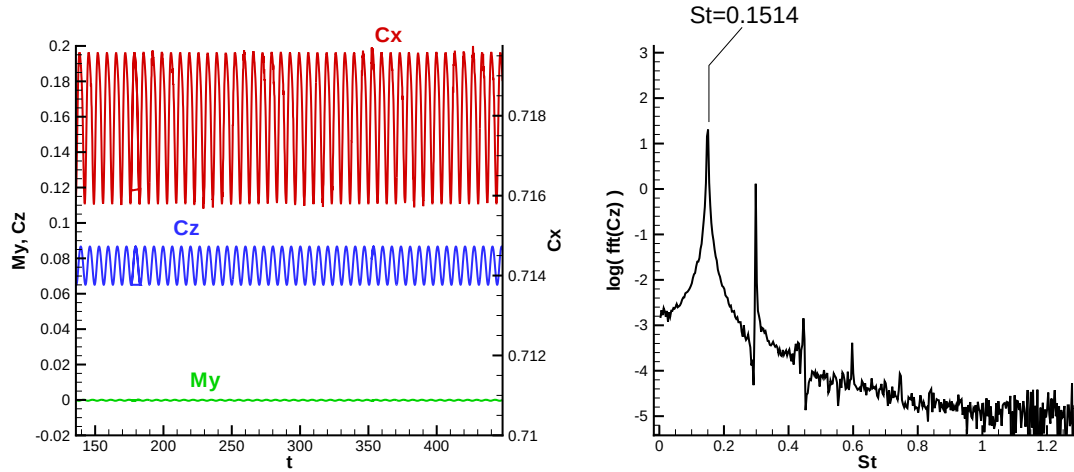


FIGURE 7.12 – Évolution temporelle des coefficients aérodynamiques (coefficient de traînée C_x , de portance C_z et moment adimensionnalisé M_y) et analyse par transformée de Fourier du coefficient de portance, pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 300, 2.5)$

Régime instationnaire non-périodique

Le quatrième et dernier état observé correspond à un écoulement instationnaire semblable au précédent mais dont la périodicité est perdue. L'écoulement et les structures tourbillonnaires sont similaires à ceux observés pour le cas périodique, avec un lâcher tourbillonnaire et la persistance d'un plan de symétrie de l'écoulement. La représentation des iso-valeurs de la vorticité longitudinale et celle du critère λ_2 (figure 7.13) montrent la similitude de l'écoulement et de l'allée tourbillonnaire avec le régime périodique.

La perte de périodicité est détectée dans l'évolution temporelle des coefficients aérodynamiques (figure 7.14). L'évolution n'est plus périodique et une seconde fréquence (approximativement 3.5 fois plus basse) s'ajoute à celle déjà observée dans le cas périodique. L'analyse par la transformée de Fourier montre la coexistence de deux fréquences : une fréquence faible et une fréquence plus élevée. Bouchet [2] et Kotouč [31] retrouvent un état similaire composé de deux fréquences lors de l'étude de la sphère fixe, froide et faiblement chauffée. Les lâchers tourbillonnaires se font par paquet et la fréquence des paquets correspond à la basse fréquence.

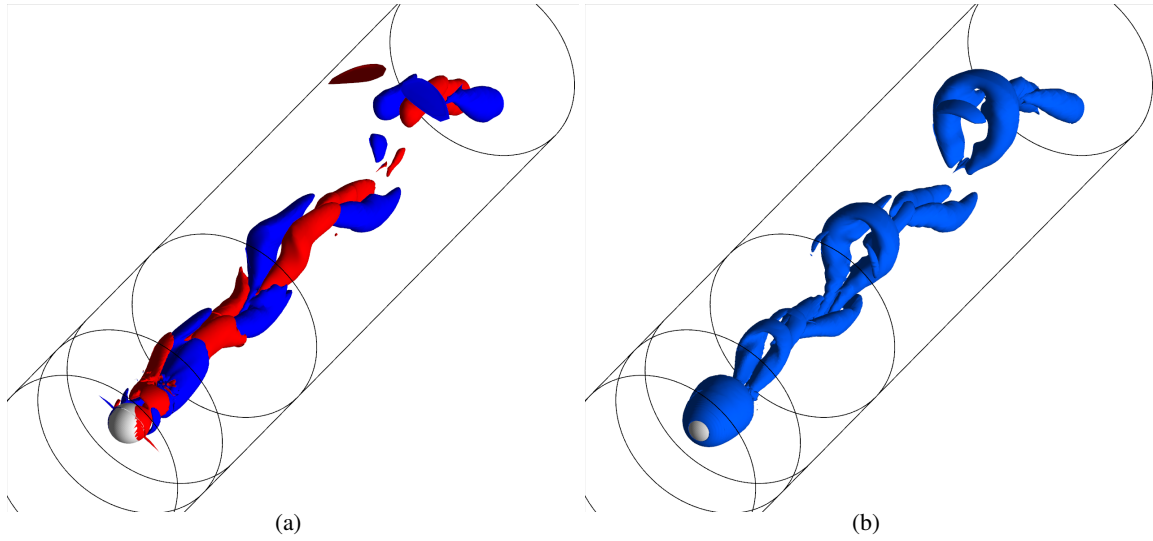


FIGURE 7.13 – Isovaleurs de la vorticité longitudinale $\omega_x \pm 0.1$ (a) et du critère $\lambda_2 = -0.01$ (b) pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 400, 2.5)$

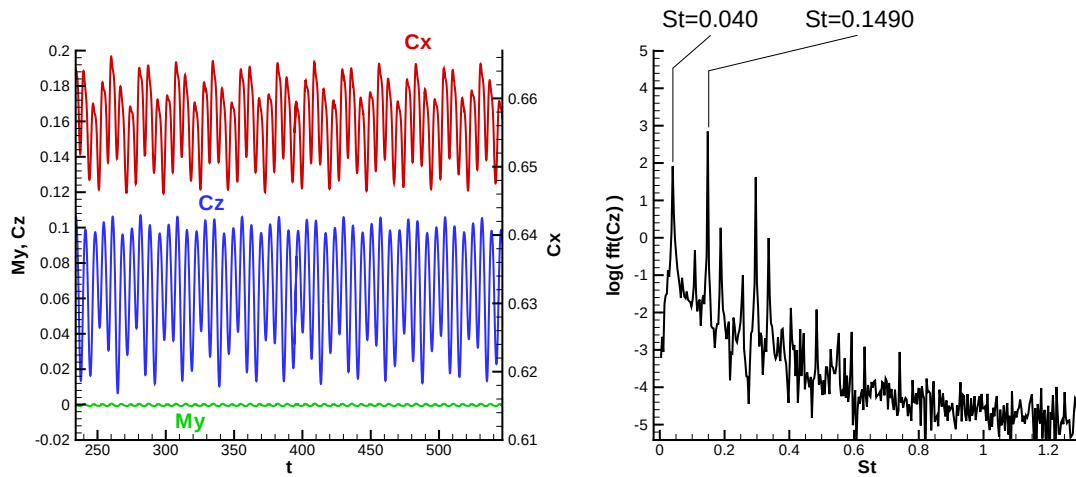


FIGURE 7.14 – Évolution temporelle des coefficients aérodynamiques (coefficient de traînée C_x , de portance C_z et moment adimensionnalisé M_y) et analyse par transformée de Fourier du coefficient de portance, pour $(D/d, Re, L/d) = (5, 400, 2.5)$

7.2.2 Discussion des seuils

Chaque état apparaît pour des paramètres précis. Le diagramme d'état (figure 7.15) synthétise toutes les simulations et les états observés associés. Dans ce paragraphe nous abordons les seuils de chaque état. Cette étude propose une localisation générale des seuils et se focalise sur l'influence des paramètres (Re , L/d et D/d) sur ces seuils.

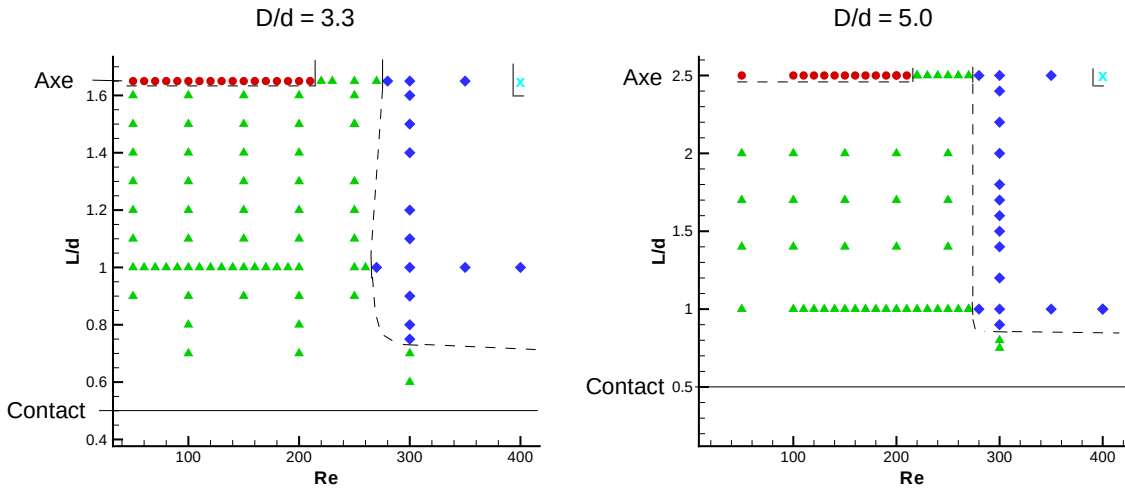


FIGURE 7.15 – Diagramme d'états pour $D/d = 3.3$ et $D/d = 5$ représentant les différents états : régime stationnaire axisymétrique (●), régime non-axisymétrique stationnaire (▲), régime instationnaire périodique (◆), régime instationnaire non-périodique (x)

Première bifurcation, perte de l'axisymétrie

Cette bifurcation n'intervient que lorsque la sphère est sur l'axe du tube ($L/d = D/2$) et que le nombre de Reynolds croît et dépasse la valeur seuil $Re_{crit,1}$. On la retrouve pour les deux confinements étudiés ($D/d = 3.3$ et $D/d = 5.0$).

La dissymétrie du maillage dans la direction azimutale entraîne une augmentation progressive du coefficient de portance (figure 7.16), coefficient qui permet de détecter le seuil. Il est donc difficile, dans notre cas, de définir proprement l'apparition de cette bifurcation. Mais l'influence du confinement est clairement observée. Les résultats montrent que le seuil est décalé vers de plus bas nombres de Reynolds lorsque le confinement augmente (D/d diminue). Le seuil de la première bifurcation se situe entre $210 < Re_{crit,1} < 220$ pour un confinement de $D/d = 5.00$. Cette valeur est proche de celle obtenue pour une sphère non-confinée ($Re_{crit,1} = 212$). Lorsque le confinement est de $D/d = 3.3$, le nombre de Reynolds critique diminue et se situe entre $200 < Re_{crit,1} < 210$. Le confinement a pour effet d'accélérer l'écoulement et d'avancer la perte de l'axisymétrie.

Lorsque la sphère est hors de l'axe, la non-axisymétrie est donnée par la géométrie ce qui entraîne un écoulement non-axisymétrique même pour les faibles nombre de Reynolds ($Re < Re_{crit,1}$).

Deuxième bifurcation, bifurcation de Hopf

La seconde bifurcation est la bifurcation de Hopf et correspond à la perte de la stationnarité de l'écoulement. Elle est dépendante des deux paramètres L/d et Re . Pour la détecter, l'évolution temporelle des coefficients (C_x et C_z) est observée. Le régime est considéré instationnaire lorsqu'une

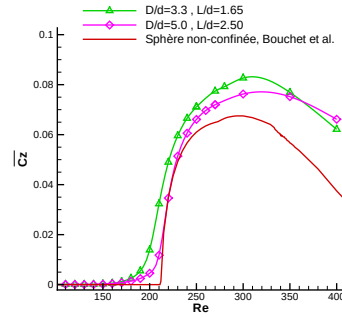


FIGURE 7.16 – Évolution du coefficient de portance (C_z) en fonction du nombre de Reynolds (Re) pour la sphère sur l'axe du tube ($L/d = D/2$) et pour les deux confinements $D/d = 3.3$ et $D/d = 5.0$.

variation temporelle persiste et une oscillation s'établit. Dans le cas où $D/d = 5$, $Re = 270$ et $L/d = 1.00$, les paramètres sont proches du seuil et le transitoire est long (figure 7.17). Alors, la variation de l'amplitude du signal nous indique l'état asymptotique. Pour ces paramètres, le logarithme de l'amplitude décroît linéairement en fonction du temps, l'état asymptotique est donc stationnaire.

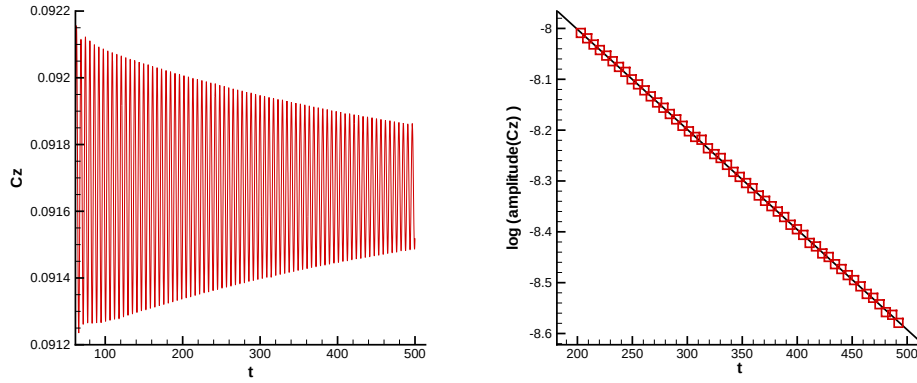


FIGURE 7.17 – Évolution temporelle du coefficient de portance (C_z) à $Re = 270$, $D/d = 5$ et $L/d = 1$ (à gauche) et évolution temporelle du logarithme de l'amplitude de C_z (à droite)

Deux conditions sont nécessaires pour trouver le régime instationnaire : la distance L/d doit être supérieure à une valeur seuil $(L/d)_{crit,2}$, et le nombre de Reynolds dépasser la valeur seuil $Re_{crit,2}$. Dans ces conditions, l'écoulement est instationnaire.

Pour une distance fixe (supérieure à $(L/d)_{crit,2}$), l'instationnarité de l'écoulement apparaît lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds et que le nombre de Reynolds dépasse la valeur critique ($Re_{crit,2}$). Ce comportement est identique à celui observé dans le cas d'une sphère non-confinée. L'accélération de l'écoulement accélère la recirculation, qui pour une valeur donnée, ne peut plus

être contenu à l'arrière de la sphère et se détache.

Pour un nombre de Reynolds fixe (supérieur à $Re_{crit,2}$, $Re = 300$ par exemple), il existe une distance $(L/d)_{crit,2}$ en-dessous de laquelle le régime instationnaire disparaît. Pour le confinement de $D/d = 3.3$, l'instationnarité se perd lorsque la distance à la sphère est inférieure à $0.75d$ ($0.70 < L/d_{crit,2} < 0.75$). Pour $D/d = 5$, cette distance est inférieure à $0.90d$ ($0.80 < L/d_{crit,2} < 0.90$). Ce comportement est expliqué par un effet de jet de l'écoulement accéléré dans l'interstice étroit qui stabilise le sillage de la sphère.

Le nombre de Reynolds critique dépend de la distance à la paroi. Par exemple pour $D/d = 3.3$ et $Re = 270$, l'écoulement est stationnaire pour $L/d = D/2$ ($270 < Re_{crit,2} < 280$), alors que pour $L/d = 1.00$ l'écoulement est instationnaire ($260 < Re_{crit,2} < 270$) (figure 7.18). Le nombre de Reynolds critique est alors légèrement diminué lorsque la sphère se rapproche de la paroi du tube. Le nombre de Reynolds critique est proche de celui défini pour une sphère non-confinée ($Re_{crit,2} = 273$). Cette tendance est aussi observée pour le confinement $D/d = 5$. Même si, alors, le seuil reste compris entre $270 < Re_{crit,2} < 280$, le transitoire nous informe sur le décalage du seuil. En effet, pour la distance $L/d = 2.5$, le transitoire est court et le système converge rapidement vers son état d'équilibre. Alors que pour $L/d = 1.00$, le transitoire est long (figure 7.17) et indique la proximité du seuil.

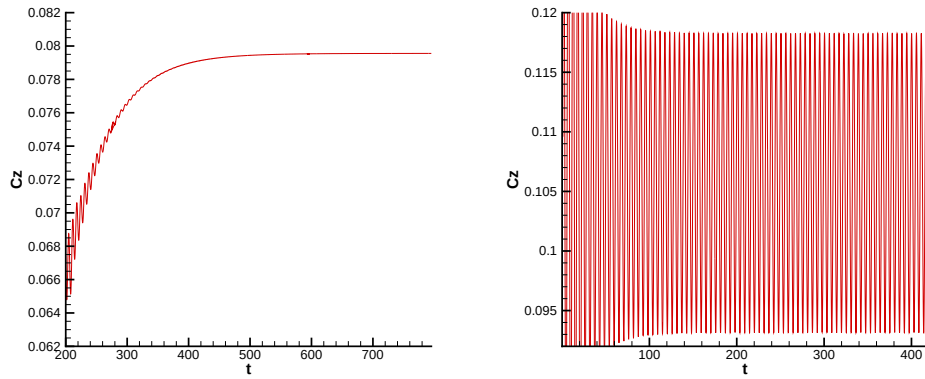


FIGURE 7.18 – Évolution temporelle du coefficient de portance (C_z) à $Re = 270$ et $D/d = 3.3$, pour $L/d = 1.65$ (à gauche) et pour $L/d = 1.00$ (à droite)

Troisième bifurcation, perte de la périodicité

La perte de la périodicité a été observée uniquement lorsque la sphère se situe sur l'axe sur notre plage de paramètres testés. La valeur critique du nombre de Reynolds est compris entre $350 < Re_{crit,3} < 400$ pour les deux confinements. La fourchette définissant le seuil est trop large pour conclure à une influence des paramètres.

7.2.3 Modification du plan de symétrie

Le plan de symétrie est défini par la normale à la paroi du tube au point le plus proche de la sphère. Lorsque la sphère est au centre du tube, aucune paroi n'est plus proche et le plan de symétrie se place suivant les perturbations à la naissance de l'instabilité. Mais dans un certain cas, malgré le positionnement de la sphère hors de l'axe, nous avons constaté que le plan de symétrie n'est pas normal à la paroi la plus proche mais perpendiculaire à cette même normale. Ce changement de plan de symétrie a été observé pour $D/d = 5$, $Re = 300$ et $1.6 \leq L/d \leq 1.7$ et $2.4 \leq L/d \leq 2.5$. Pour illustrer ces deux écoulements, les isovalues de la vorticité longitudinale sont tracés pour le plan de symétrie normal à la paroi (figures 7.19 (a) et (b)) et pour un plan de symétrie perpendiculaire à la normale à la paroi (figures 7.19 (c) et (d)).

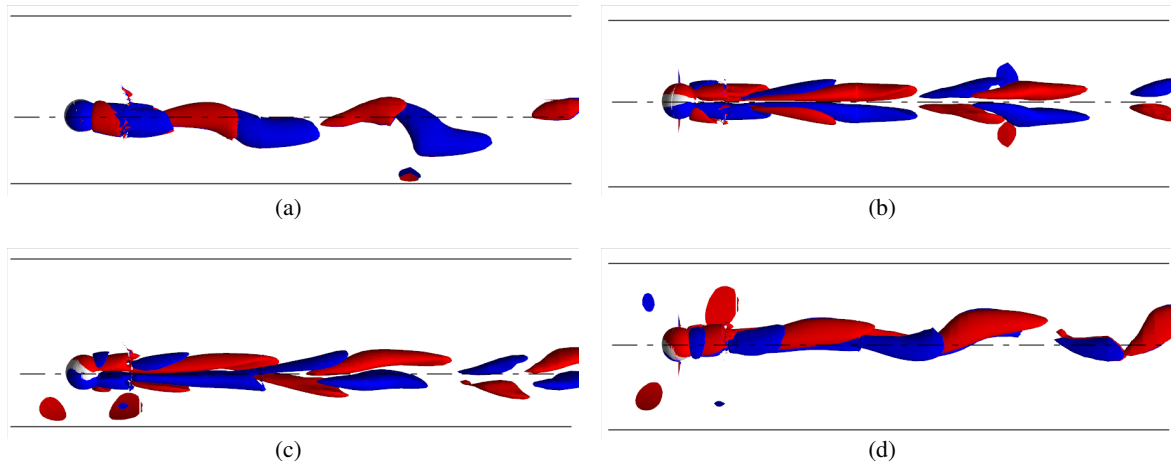


FIGURE 7.19 – Représentation des isovalues de la vorticité longitudinale ($\omega_x = \pm 0.1$) pour un écoulement à plan de symétrie normal à la paroi (a) (b) et pour un écoulement à plan de symétrie perpendiculaire à la normale de la paroi (c) (d), et pour la vue perpendiculaire au plan (Oxz) (a) (c) et celle perpendiculaire au plan (Oxy) (b) (d) ($D/d = 5$, $Re = 300$, $L/d = 2$ pour (a),(b) et $D/d = 5$, $Re = 300$, $L/d = 1.6$ pour (c),(d))

Ce changement de plan se voit sur les coefficients aérodynamiques. Le coefficient transverse dominant passe de C_z pour un plan de symétrie normal à la paroi, à C_y pour le plan de symétrie perpendiculaire (figure 7.20).

Le changement de plan de symétrie a une influence sur la valeur du coefficient de traînée. Pour un plan de symétrie perpendiculaire à la normale, sa moyenne est plus faible que pour un plan de symétrie normale à la paroi. Nous traçons le coefficient C_x qui correspond au coefficient de traînée et le coefficient C_z qui correspond au coefficient dans le plan de symétrie (figure 7.21).

Le changement de plan de symétrie peut être initié par la dissymétrie du maillage. Mais cette dissymétrie n'explique pas à elle-seule la rotation brusque du plan de symétrie. Cette hypothèse nécessite un approfondissement et des simulations supplémentaires (variation de la distance L/d

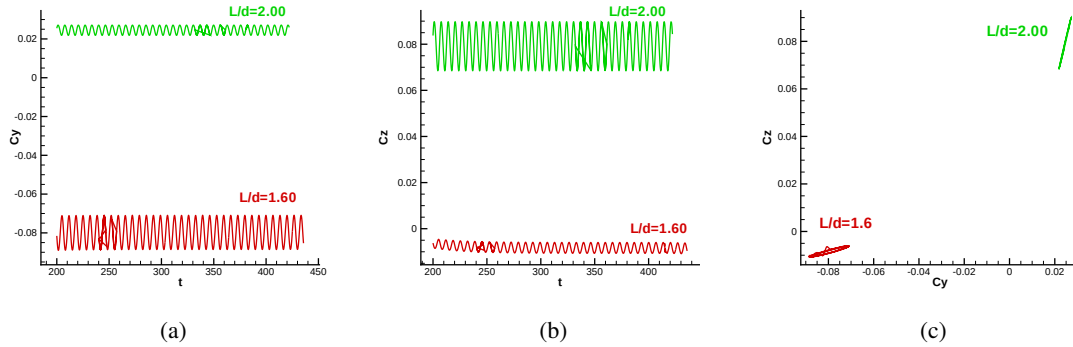


FIGURE 7.20 – Evolution temporelle des coefficients C_y et C_z pour $D/d = 5$ et $Re = 300$, pour un plan de symétrie perpendiculaire à la normale à la paroi : $L/d=1.60$ (a) et $L/d=1.70$ (b), et pour un plan de symétrie normale à la paroi : $L/d=2.00$ (c)

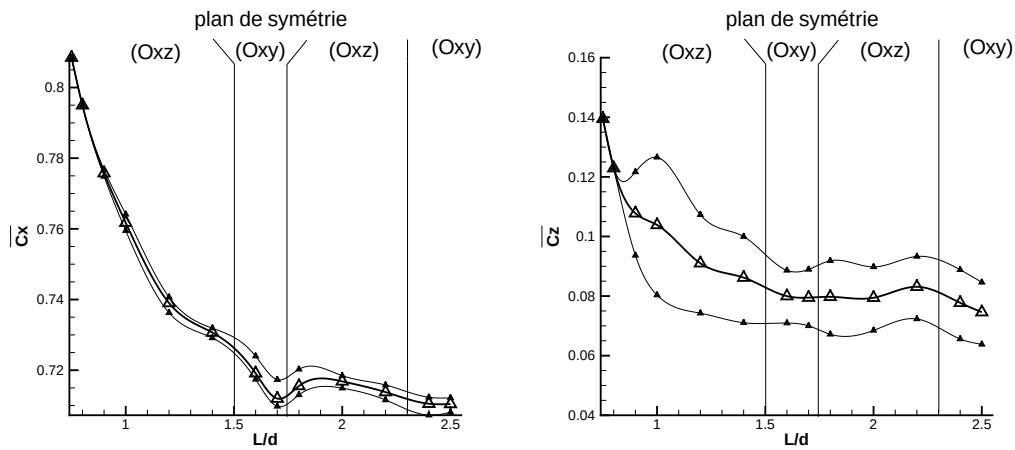


FIGURE 7.21 – Représentation de l'évolution du coefficient de traîné (C_x) et du coefficient perpendiculaire au plan de symétrie (C_z) suivant la distance L/d et pour $D/d = 5$ et $Re = 300$. Les lignes fines correspondent aux valeurs maximale et minimale des coefficients. Le plan de symétrie trouvé est défini suivant le repère fixe du maillage.

suivant le plan de symétrie) pour être confirmée. Notre point de vue reste une influence forte de la dissymétrie. De plus ce changement n'a pas été observé pour $D/d = 3.3$.

7.3 Influence générale de la paroi cylindrique

Cette section décrit l'influence générale de la paroi cylindrique sur l'écoulement et les forces hydrodynamiques. Pour déterminer cette influence, la comparaison entre un écoulement autour d'une sphère dans un fluide infini, un écoulement autour d'une sphère en translation uniforme le long d'une

paroi plane et un écoulement autour d'une sphère en translation uniforme dans un tube est faite. Par commodité, ces trois configurations sont appelées respectivement sphère non-confinée, sphère proche paroi plane et sphère dans un tube. La comparaison est effectuée pour les paramètres $L/d = 1$, $D/d = 3.3$ et pour $Re = 200$.

7.3.1 Influence sur l'écoulement

Les lignes de courant sont tracées dans le plan de symétrie (Oxz) pour visualiser la zone de recirculation en aval de la sphère (figure 7.22). La forme des écoulements est similaire pour la sphère proche paroi et la sphère dans un tube.

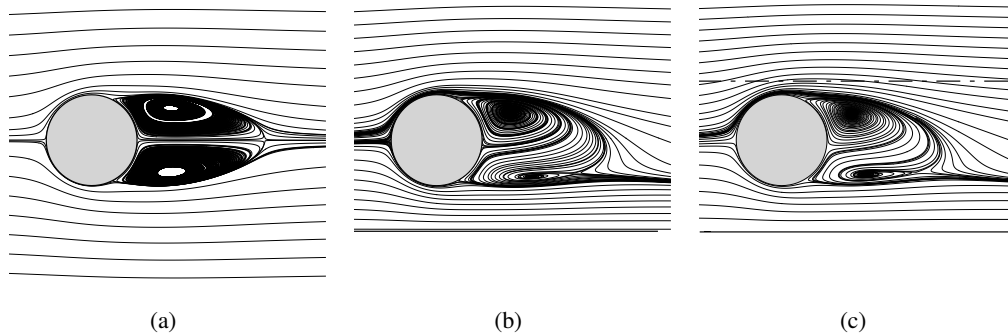


FIGURE 7.22 – Représentation des lignes de courant dans le plan (Oxz) pour une sphère non-confinée (a), pour une sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane (b) et pour une sphère en translation uniforme dans un tube

La paroi dissymétrise la géométrie et l'écoulement. Le point d'arrêt amont est légèrement décalé vers la paroi la plus proche. Le point d'arrêt en aval de la sphère est lui-aussi déplacée vers la paroi la plus proche mais l'effet est plus marqué (déviations de l'ordre de 8° pour le point d'arrêt aval, contre un décalage de l'ordre de 2° pour le point d'arrêt amont). La paroi décale les points de décollement en aval.

L'influence de la paroi cylindrique sur l'écoulement est semblable à l'influence de la paroi plane.

7.3.2 Influence sur les forces aérodynamiques

Nous abordons maintenant l'influence de la présence d'une paroi sur les forces aérodynamiques (force de traînée C_x et force de portance C_z). Les forces obtenues pour les trois configurations sont reportées dans le tableau 7.1. Ces résultats montrent une augmentation des coefficients avec la présence d'une paroi et cette influence est plus marquée pour la sphère dans tube que pour la sphère proche paroi plane.

L'augmentation du coefficient de traînée s'explique par le déplacement des points de décollement en aval de l'écoulement. La recirculation en aval de la sphère qui tend à diminuer le coefficient de

configuration	C_x	C_z	M_y
non-confinée	0.77095	0.00006	0.00000
paroi plane	0.81926	0.06102	0.00066
tube	1.00549	0.08518	0.00110

TABLE 7.1 – Comparaison de la force de traînée (C_x), de la force de portance (C_z) et du moment (M_y) pour la configuration d'une sphère dans un écoulement infini, d'une sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane et de la sphère en translation dans un tube circulaire

traînée voit son action diminuée, et de ce fait, le coefficient de traînée augmente avec le confinement. De plus le confinement tend à accélérer le fluide et donc la contribution visqueuse est elle-aussi augmentée. Ces deux mécanismes expliquent l'augmentation de la force de traînée. En ce qui concerne la force de portance, son explication réside dans la répartition dissymétrique de l'écoulement autour de la sphère. Le coefficient de portance naît d'une différence de répartition de pression et de vitesses entre la partie basse et la partie haute de la sphère. Les isovaleurs de pression sur la surface de la sphère vue de profil (plan (Oxz)) sont représentées à la figure 7.23. Pour la sphère non-confinée, les lignes de pression sont parallèles entre elles et perpendiculaire à l'écoulement. Aucun dissymétrie n'apparaît entre la partie haute et la partie basse. Pour un écoulement avec une paroi, une dissymétrie apparaît dans la distribution de pression. Cette dissymétrie est plus marquée pour la sphère dans un tube, ce qui explique le comportement de la force de portance.

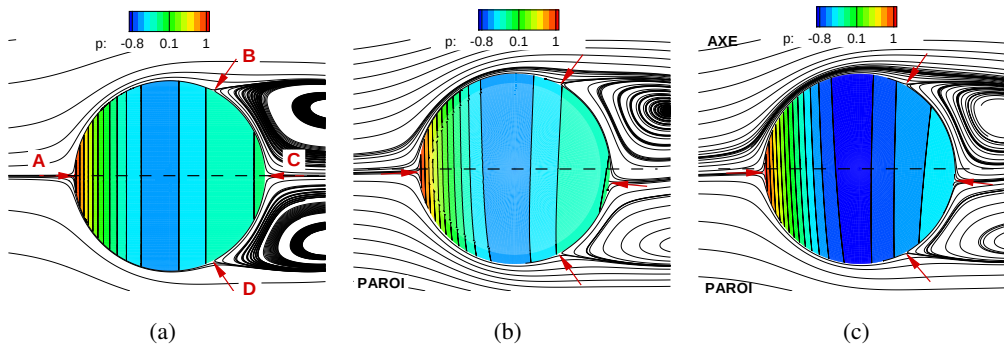


FIGURE 7.23 – Représentation des lignes de courant à la surface de la sphère pour la sphère non-confinée, $Re = 200$ (a), pour la sphère proche paroi plane, $Re = 200$ et $L/d = 1$ (b) et pour la sphère dans un tube, $Re = 200$, $L/d = 1$ et $D/d = 3$ (c)

7.4 Influence de la distance à la paroi

Nous venons de voir que la présence et la forme de la paroi confinant la sphère possède une influence directe sur l'écoulement et les forces hydrodynamiques. Cette section est consacrée à l'étude

de l'influence de la distance L/d sur l'écoulement, sa forme et les forces aérodynamiques qui en découlent .

7.4.1 Influence sur l'écoulement

Le vortex en aval de la sphère dépend fortement de la distance à la paroi. La figure 7.24 regroupe la visualisation des lignes de courant dans le plan de symétrie (Oxz) pour $Re = 200$ et $D/d = 3.3$ suivant 6 distances différentes : $L/d = 0.7, 0.9, 1, 1.2, 1.4$ et 1.6 . L'évolution de la recirculation est la suivante : quand la sphère se rapproche de la paroi, la section haute du vortex diminue, la section basse diminue plus rapidement jusqu'à sa disparition (la recirculation est en fer à cheval) et la recirculation s'incline avec un éloignement de la partie basse du vortex vers l'aval. Ce comportement est expliqué par l'accélération du fluide dans la partie basse qui va déformer la recirculation. L'accélération augmente avec la diminution de la distance.

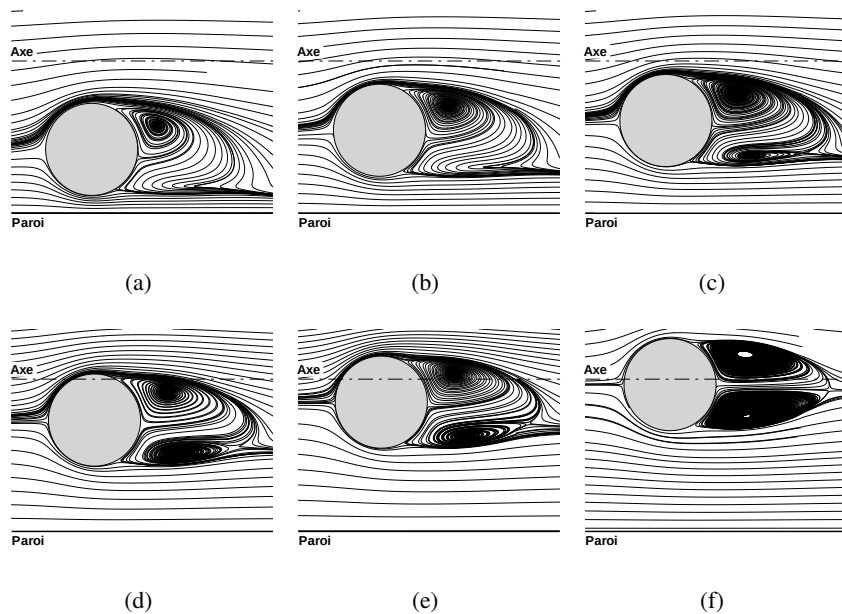


FIGURE 7.24 – Lignes de courant dans le plan (Oxz) pour $Re = 200$ et $D/d = 3.30$ et $L/d = 0.7$ (a), 0.9 (b), 1 (c), 1.2 (d), 1.4 (e) et 1.6 (f)

L'influence de la distance à la paroi est donc forte sur l'écoulement. Cette distance détermine la dissymétrie que prend l'écoulement. La modification principale du vortex est son inclinaison.

7.4.2 Influence sur les forces aérodynamiques

Nous venons de voir que la position de la sphère a une importance forte sur l'écoulement autour de la sphère. On s'attend à une variation des coefficients aérodynamiques dépendant directement de l'écoulement.

Coefficient de traînée (C_x)

Le comportement du coefficient de traînée C_x est similaire pour les différents nombres de Reynolds. Il décroît lorsque la sphère se rapproche de l'axe du tube. Le même comportement est observé avec la présence d'une paroi plane (Zeng et al. [42]). Une raison de cette décroissance est la diminution de la recirculation. L'action de la recirculation tend à diminuer le coefficient de traînée. Comme la recirculation diminue, son action aussi. Ceci induit une augmentation du coefficient de traînée lorsque la distance diminue (figure 7.25).

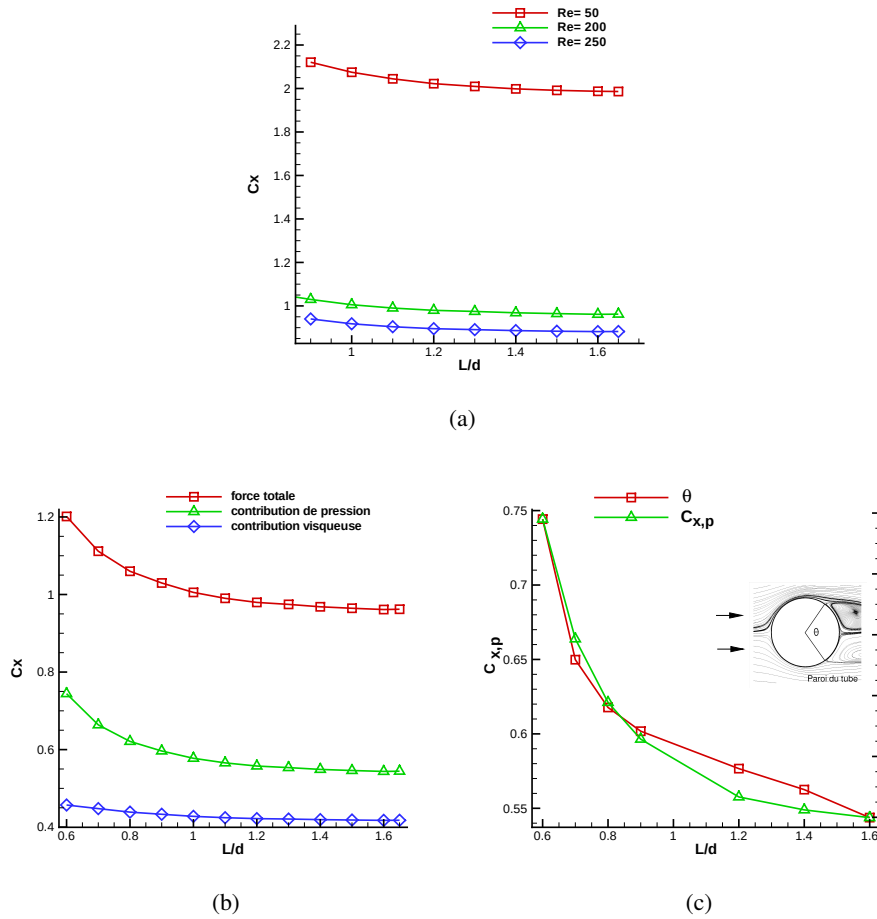


FIGURE 7.25 – Coefficient de traînée en fonction de la distance L/d pour $Re = 50, 200$ et 250 (a), contribution de pression et visqueuse du coefficient de traînée, en fonction de la distance L/d pour $Re = 200$ et contribution de pression de la force de traînée et de la somme des angles de décollement en fonction de la distance L/d pour $Re = 200$

Coefficient de portance (C_z) et moment (M_x)

L'évolution principale du coefficient de portance correspond à une décroissance lorsque la distance L/d croît (figure 7.26). Ainsi la force de répulsion agissant sur la sphère diminue lorsque la sphère s'éloigne de la paroi. Sur l'axe, cette force est nulle pour les régimes axisymétriques et non nulle pour les régimes non-axisymétriques. La forme de la décroissance est atypique. Pour les faibles nombres de Reynolds et loin du nombre de Reynolds critique, la décroissance est continue. Lorsque l'on se rapproche du nombre de Reynolds critique, le coefficient adopte une première phase de décroissance qui tend vers une valeur non nulle à l'axe. Mais arrivée au cinquième de l'axe, le coefficient subit une décroissance forte pour finir à la valeur nulle sur l'axe. La décomposition des contributions de pression et visqueuse, pour $Re = 200$ et $D/d = 3.3$ (figure 7.26), montre que ce comportement est entièrement induit par la pression. Ceci montre que la géométrie force l'instabilité et ce phénomène est accentué lorsque le nombre de Reynolds est proche de la valeur critique. Ces courbes montrent aussi que tout éloignement de la sphère entraîne immédiatement l'apparition d'une force de portance donc d'un écoulement non-axisymétrique.

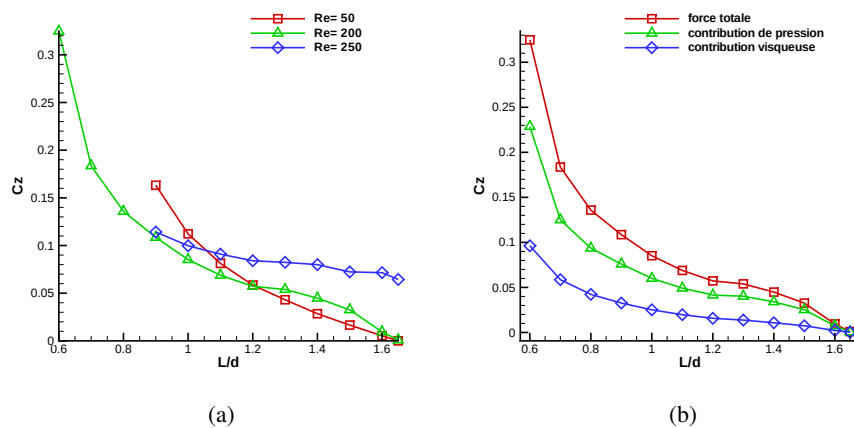


FIGURE 7.26 – Evolution du coefficient de portance (C_z) en fonction de la distance L/d pour $D/d = 3.3$ et différents nombres de Reynolds (a) et contribution de l'effet visqueux et de pression pour $Re = 200$ (b)

Le moment possède le même comportement que le coefficient de portance (figure 7.27). Or le moment ne dépend que d'effet visqueux du fluide. La décroissance générale du moment est justifiée par l'accélération du fluide pour des petites distances. Quand la sphère s'éloigne de la paroi, la vitesse dans la partie basse diminue et, avec elle, le moment. La singularité observée lorsque le nombre de Reynolds s'approche du nombre de Reynolds critique est similaire à celle remarquée pour le coefficient de portance.

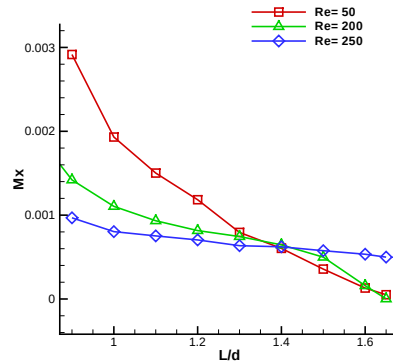


FIGURE 7.27 – Evolution du moment (M_y) en fonction de la distance L/d pour $D/d = 3.3$ et différents nombres de Reynolds

7.4.3 Influence sur les fréquences et amplitudes des forces

Nous nous intéressons aux régimes instationnaires et à l'influence de la distance sur la variation des forces. Les coefficients (C_x , C_z et M_y) et le nombre de Strouhal sont tracés pour $D/d = 3$ et $Re = 300$ en fonction de L/d (figure 7.28). Nous choisissons le confinement $D/d = 3.3$ car celui-ci ne présente pas de changement de plan de symétrie.

L'évolution de la valeur moyenne des trois coefficients pour des régimes instationnaires est similaire à celle pour des régimes non-axisymétriques ($Re = 250$). Les coefficients décroissent suivant l'augmentation de la distance et tendent vers une valeur non nulle.

L'amplitude du coefficient de portance présente une valeur maximale pour une distance de $L/d = 0.94$. L'amplitude maximale du moment est légèrement plus proche de l'axe du tube et se situe à environ $L/d = 1.04$. Il existe donc une distance privilégiée où les oscillations ont une amplitude maximale et cette position est proche de $L/d = 1.0$. Ce comportement est aussi visible pour le confinement de $D/d = 5$ et la distance privilégiée vaut également $L/d = 1$ (figure 7.21). L'amplitude varie fortement suivant la position et la différence entre sa valeur maximale et celle atteinte au centre du tube atteint 50%.

La fréquence des lâchers tourbillonnaires est aussi fortement influencée par la position. La fréquence est maximale lorsque la sphère est proche de la paroi du tube et décroît si la sphère s'en éloigne. La différence entre la valeur à l'axe et celle proche de la paroi atteint 28%. Ce comportement est expliqué par l'accélération dans la partie étroite du tube. Cette vitesse augmente lorsque la distance diminue. L'écoulement gagne alors en vorticité et en vitesse et, chasse plus rapidement les structures tourbillonnaires.

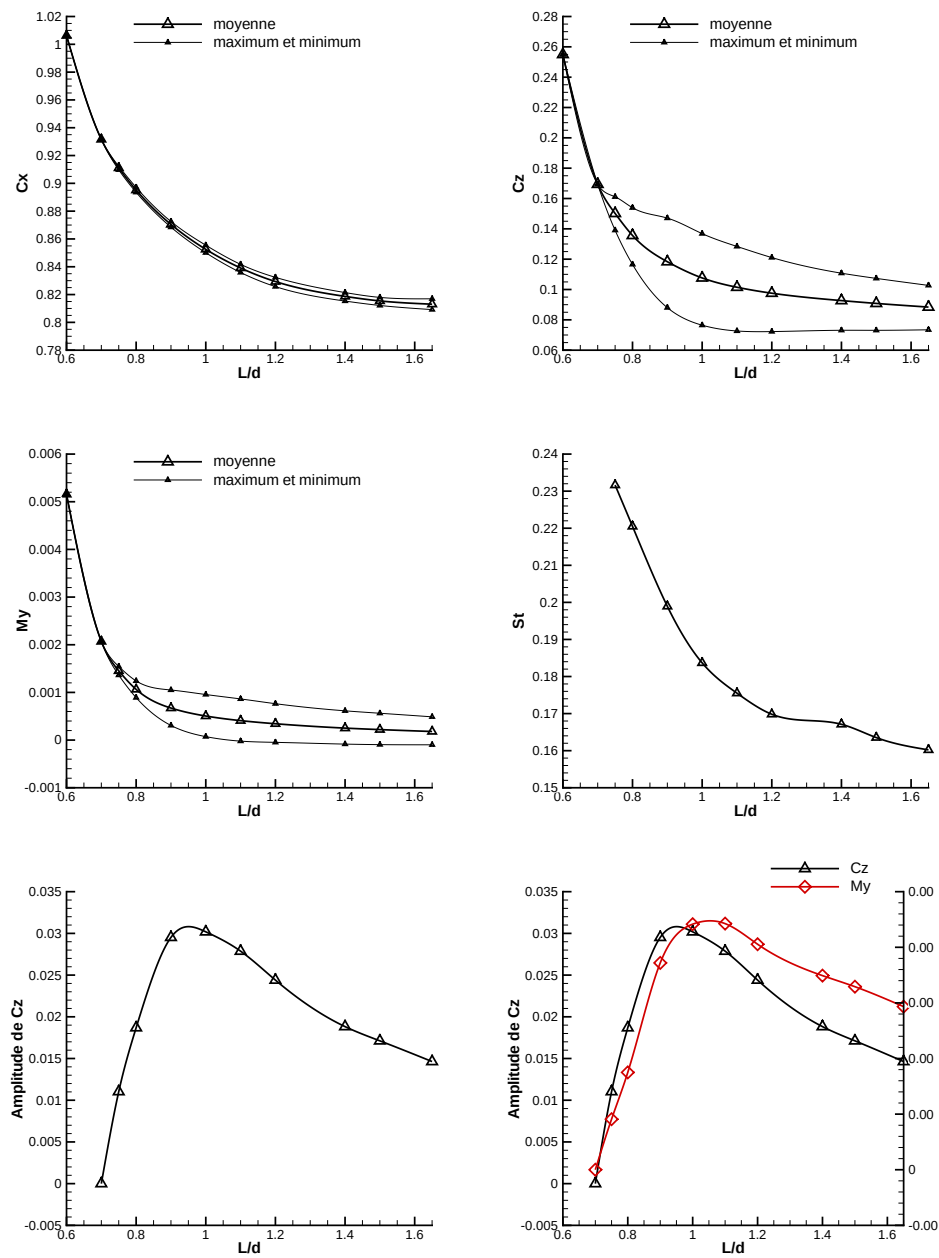


FIGURE 7.28 – Évolution des coefficients C_x , C_z , M_y et du nombre de Strouhal en fonction de la distance L/d pour $D/d = 3.3$ et $Re = 300$

7.5 Influence du nombre de Reynolds

L'influence du nombre de Reynolds sur l'écoulement et les forces agissant sur la sphère est à son tour étudié.

7.5.1 Influence sur la force de traînée

La première force étudiée est la force de traînée. Son évolution en fonction du nombre de Reynolds est représentée figure 7.29. Le comportement de décroissance du coefficient de traînée est similaire à celui observé pour la sphère non-confinée et pour la sphère proche d'une paroi plane. Sans instabilité, la décroissance est régulière est due à la croissance de la recirculation. L'apparition des instabilités relève légèrement la pente.

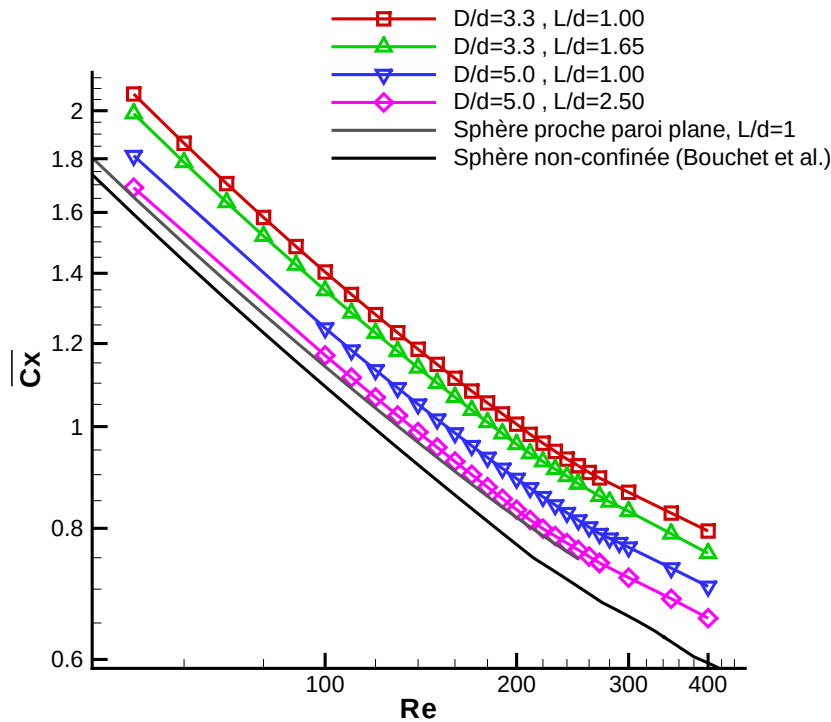


FIGURE 7.29 – Évolution du coefficient de traînée (C_x) en fonction du nombre de Reynolds (Re) pour le cas du tube avec $(D/d, L/d) = (3.3, 1); (3.3, 1.65); (5, 1); (5, 2.5)$, pour le cas paroi plane avec $L/d = 1.00$ et pour la sphère non-confinée

Les travaux de Cheng et al. [27] conduisent à la corrélation suivante entre le nombre de Reynolds et le coefficient de traînée pour une configuration d'une sphère non-confinée :

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + A Re)^B + C (1 - \exp(-D Re^E)) \quad (7.2)$$

avec A, B, C, D et E des constantes à déterminer.

Nous décidons d'appliquer cette même équation pour nos valeurs de coefficient de traînée. Mais les données des régimes stationnaires sont corrélées séparément des données correspondantes aux régimes instationnaires. Deux corrélations sont obtenues, une pour le régime stationnaire et la se-

conde pour le régime instationnaire. Les coefficients de corrélation trouvés pour $(D/d, L/d = 3.3, 1)$ sont reportés dans la table 7.2. La fonction définie par Cheng et al. [27] corrélée à nos valeurs, donne une très bonne estimation de l'évolution (figure 7.30). De plus, au-delà de corréler plus finement, le traitement séparé des régimes fait apparaître nettement la déviation de la pente entre l'état stationnaire et l'état instationnaire. Cette déviation est aussi décrite pour l'écoulement autour d'une sphère non-confinée par Bouchet et al. [2].

régime	A	B	C	D	E
stationnaire	0.468604	0.404017	0.56232	-0.0127397	0.584254
instationnaire	0.040001	0.975263	0.0233233	0.562318	0.455559

TABLE 7.2 – Coefficients de la fonction 7.2 pour le régime stationnaire et instationnaire liant le coefficient de traînée au nombre de Reynolds pour $(D/d, L/d) = (3.3, 1)$

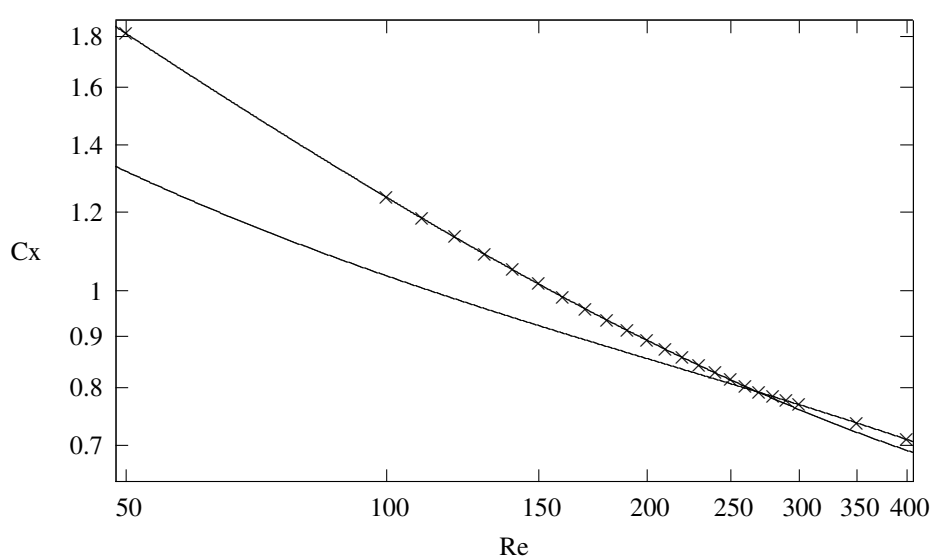


FIGURE 7.30 – Représentation du coefficient de traînée (C_x) en fonction du nombre de Reynolds et de sa corrélation dans les régimes stationnaires et celle dans les régimes instationnaires pour $(D/d, L/d) = (3.3, 1)$

7.5.2 Influence sur la force de portance et sur le moment moment

L'évolution du coefficient de portance (C_z) est à son tour étudiée. Comme pour la force de traînée, les paramètres L/d et D/d sont fixes et l'intérêt est porté sur l'évolution de la force de portance avec la variation du nombre de Reynolds.

L'évolution du coefficient de portance (C_z) en fonction du nombre de Reynolds (Re) est représentée par la figure 7.31. L'évolution est plus complexe que celle observée pour le coefficient de traînée.

Pour une sphère hors de l'axe, le coefficient de portance possède une première phase de décroissance, puis une deuxième phase de croissance et enfin une dernière phase en décroissance. Ce comportement est visible pour tous les paramètres étudiés. Pour les sphères sur l'axe, la première phase n'apparaît pas, mais les deux suivantes sont similaires.

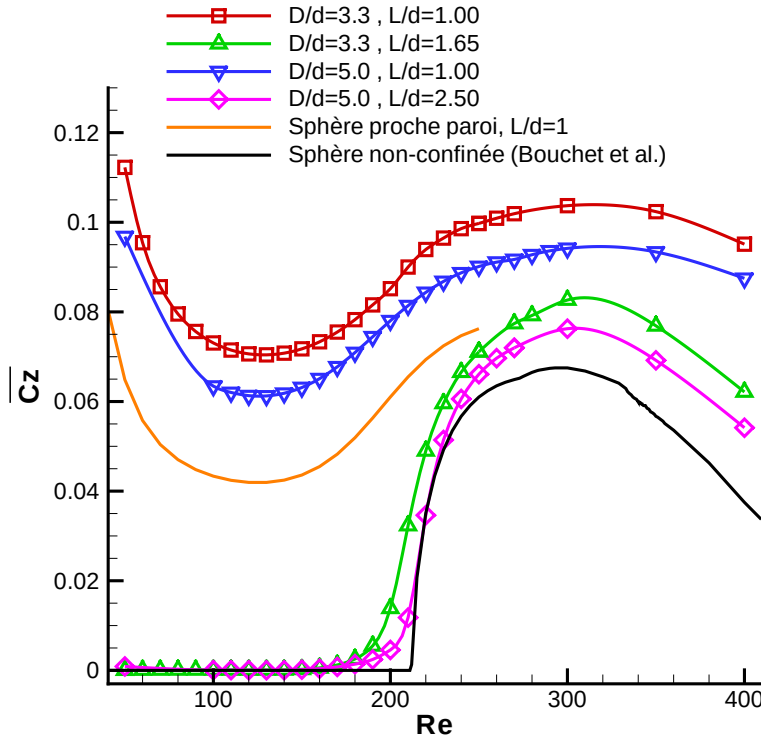


FIGURE 7.31 – Évolution du coefficient de portance (C_z) en fonction du nombre de Reynolds (Re) pour le cas du tube avec $(D/d, L/d) = (3.3, 1); (3.3, 1.65); (5, 1); (5, 2.5)$, pour le cas paroi plane avec $L/d = 1.00$ et pour la sphère non-confinée

Pour comprendre le comportement du coefficient de traînée, tout d'abord nous nous intéressons à l'évolution de l'écoulement. L'écoulement présente un point d'arrêt en amont de la sphère (A), deux points de décollements (un dans la partie haute, B , et un second dans la partie basse, D) et un point de recollement en aval de la sphère, C (figure 7.32). On caractérise également l'écoulement par le centre de la section du vortex dans le plan (Oxz). Le centre de la partie haute du vortex est nommé E et celui de la partie basse F . Le suivi de l'évolution des centres des vortex (figure 7.32) montre une migration des centres en aval de la sphère. Le déplacement de la partie basse du vortex est plus forte que celle de la partie haute.

Nous traçons l'angle d'inclinaison de la structure tourbillonnaire, soit l'angle entre les droites (EF) et (Oz). La variation de l'inclinaison en fonction du nombre de Reynolds (figure 7.32) possède une évolution similaire à celle du coefficient de portance. L'inclinaison du vortex atteint un minimum

pour environ $Re = 140$, ce qui coïncide avec le minimum du coefficient de portance. L'inclinaison du vortex et le coefficient de portance sont liés.

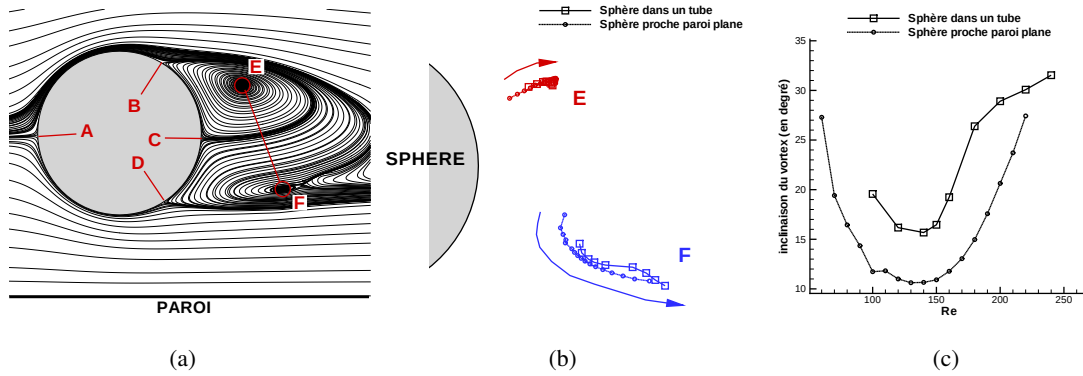


FIGURE 7.32 – Définition des points caractéristiques de l'écoulement (a), représentation spatiale de l'évolution des deux centres du vortex dans le plan (Oxz) (b), évolution de l'inclinaison de l'axe de la recirculation en fonction du nombre de Reynolds Re (c) pour $D/d = 5$ et $L/d = 1$

Pour mieux comprendre les mécanismes responsables de l'évolution de la force de portance, les contributions de pression ($C_{z,p}$) et visqueuse ($C_{z,\nu}$) sont extraites (figure 7.33). La contribution visqueuse décroît avec le nombre de Reynolds tandis que la contribution de pression croît. La décompositions des distributions du coefficient de portance montre que la pression est à l'origine de l'accroissement de la force de portance.

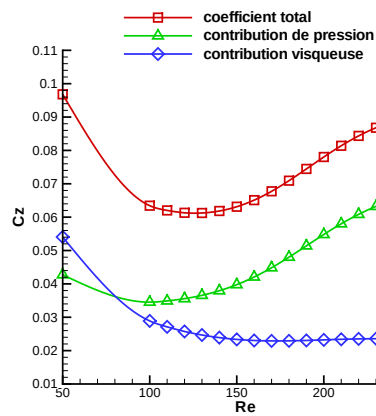


FIGURE 7.33 – Décomposition des contributions visqueuse et de pression pour le coefficient de portance pour $D/d = 5$ et $L/d = 1$

Pour déterminer l'origine de l'accroissement de la contribution de pression du coefficient de portance, les répartitions de pression sur la surface de la sphère sont tracées (figure 7.34). Elles montrent un comportement étrange. La répartition de la pression entre la partie basse et haute s'in-

verse. Pour des faibles nombres de Reynolds la pression la plus faible est dans la partie basse. Ce comportement est décrit par Zeng et al. [42] et tend à attirer la sphère vers la paroi. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, cette répartition change et la dépression la plus élevée se situe dans la partie haute, soit une différence de pression en faveur d'une force de répulsion. La variation de la vitesse maximale dans la partie haute et celle basse montre une décroissance faible de la vitesse dans la partie basse et une croissance forte dans la partie haute (figure 7.35). L'inversion apparaît pour $Re = 240$. La représentation des isovalues de pression à la surface de la sphère montre la dissymétrie de l'écoulement accentuée par le nombre de Reynolds.

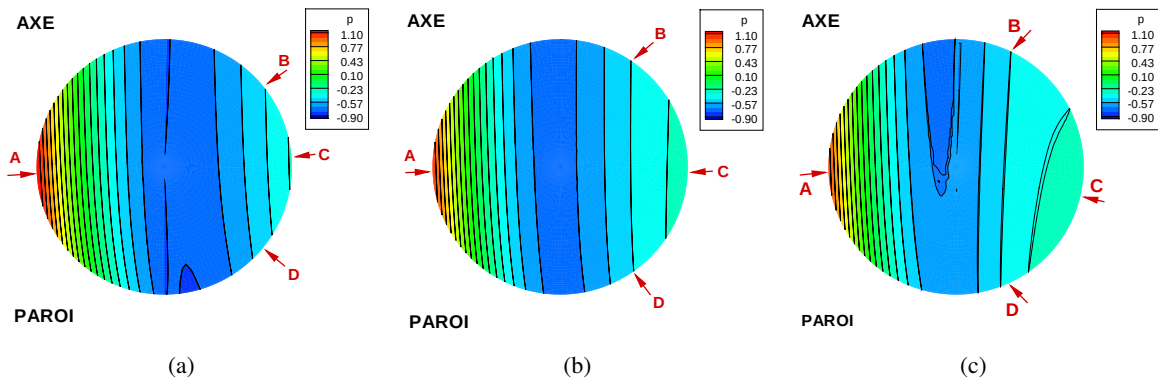


FIGURE 7.34 – Représentation de la distribution de pression sur la paroi de la sphère, vue de profil suivant le plan (Oxz) , et pour $Re = 50$ (a), pour $Re = 130$ (b) et pour $Re = 250$ (c) pour les paramètres $D/d = 5$ et $L/d = 1$

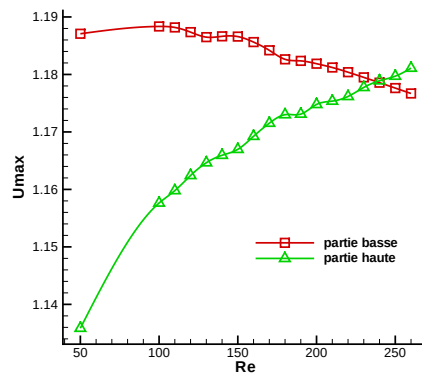


FIGURE 7.35 – Evolution de la vitesse longitudinale maximale (U_{max}) de la partie basse et de la partie haute suivant le nombre de Reynolds (Re), pour $D/d = 5$ et $L/d = 1$

Les moments suivent une évolution encore différente (figure 7.36). Pour une sphère hors de l'axe, le moment décroît de façon monotone. Dans notre gamme d'étude ($Re \leq 400$) la valeur

moyenne du moment pour une sphère hors de l'axe ne devient jamais négative. Cette décroissance est due à la diminution de la viscosité et comme le moment est uniquement induit par la vorticité du fluide, avec une viscosité plus faible, le moment décroît. Pour une sphère sur l'axe, l'évolution du moment est similaire à celle observée pour une sphère non-confinée avec une augmentation jusqu'à un maximum au alentours de $Re = 250$. Cette phase d'accroissement est expliquée par la dissymétrie acquise par l'écoulement au passage de la première bifurcation. Ensuite le moment décroît. Cette décroissance est identique à celle observée pour une sphère hors de l'axe. Elle a la même explication, la baisse de la viscosité entraîne la baisse du moment. Dans notre gamme d'étude, la valeur moyenne du moment s'inverse et devient négative pour une valeur du nombre de Reynolds comprise entre $300 \leq Re \leq 350$.

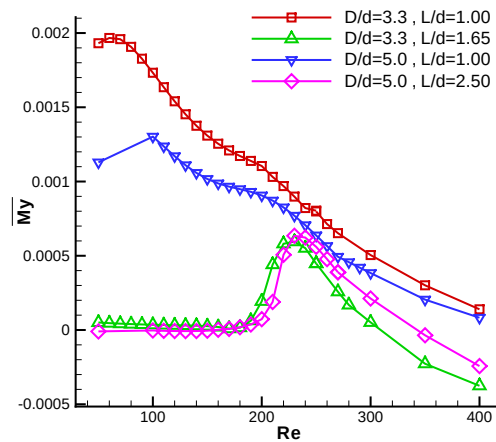


FIGURE 7.36 – Evolution du moment M_y en fonction du nombre de Reynolds (Re)

7.5.3 Influence sur l'amplitude et les fréquences des régimes instationnaires

Nous abordons maintenant l'influence du nombre de Reynolds sur les amplitudes et la fréquence des écoulements instationnaires.

Pour tous les coefficients (C_x), C_z et M_y), l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne l'augmentation des amplitudes d'oscillations. La force possédant la plus forte amplitude est la force de portance. Son amplitude peut atteindre la valeur moyenne de son coefficient. L'amplitude de la force de traînée atteint au maximum 0.04 soit une faible valeur rapportée à sa valeur moyenne. Le nombre de Strouhal ne possède pas de tendance d'évolution et varie peu suivant l'augmentation du nombre de Reynolds. Les valeurs correspondantes au régime instationnaire non-périodique augmentent fortement.

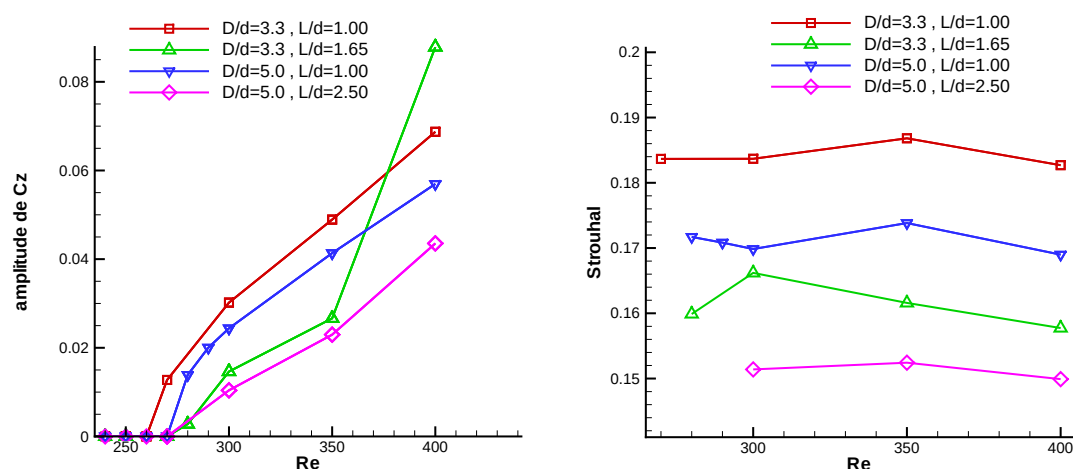


FIGURE 7.37 – Evolution, en fonction du nombre de Reynolds, de l’amplitude de C_z et du nombre de Strouhal St

Conclusion

La méthode chimère a été utilisée avec succès pour l’étude numérique de l’écoulement autour d’une sphère en translation uniforme dans un tube. Après une étude paramétrique sur les maillages et sur les pas de temps numériques, nous avons cartographié l’écoulement pour deux rapport de diamètres ($D/d = 3.3$ et 5), pour différentes distances à la paroi ($0.65 \leq L/d \leq D/2$) et sur une large plage de nombres de Reynolds ($50 \leq Re \leq 400$).

Nous avons retrouvé un comportement physique semblable à celui d’une sphère en écoulement infini. Quatre états ont été définis : l’écoulement axisymétrique stationnaire, l’écoulement non-axisymétrique stationnaire, l’écoulement instationnaire périodique et enfin l’écoulement instationnaire non périodique. L’influence de la paroi est faible sur le coefficient de traînée et plus marquée sur le coefficient de portance. Le comportement principal est une dissymétrisation de l’écoulement et de la structure tourbillonnaire. Cette dissymétrie influence directement la force de portance.

Chapitre 8

Étude 2D d'un cylindre en chute libre dans un canal

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'influence de la formation d'une allée tourbillonnaire sur la chute d'une particule dans un problème de sédimentation. Dans cette étude nous nous concentrons sur la chute libre d'un cylindre circulaire entre deux parois verticales. Cette dernière est dominée par la naissance d'une allée tourbillonnaire de Von Kármán dans le sillage du cylindre.

Nous avons donc effectué une étude numérique d'une particule tombant sous l'action du champ de gravité. La configuration est similaire à celle de Feng et al. [49] : un cylindre de diamètre d en chute libre avec dans un canal de largeur de D . Le cylindre tombe sous l'effet d'un champ de gravité parallèle aux parois du canal (Figure 8.1). Le fluide dans le canal est au repos et l'écoulement est induit par le mouvement du cylindre. Les paramètres fixes sont le rapport des diamètres D/d égal à 3.3 et le rapport des densités égal à 2.

L'étude se compose dans un premier temps à la validation de la méthode pour la simulation de corps mobile. Puis dans un second temps, l'influence du nombre de Galilée sur la trajectoire est étudié. La gamme d'écoulement étudié se focalise sur les régimes oscillants et des écoulements avec lâchers tourbillonnaires.

Nous fournissons des résultats reproductibles quantitativement en précisant les paramètres pertinents du problème. Ces simulations démontrent l'applicabilité de la méthode chimère comme ayant un fort potentiel pour les simulations de sédimentation de particules.

La création du maillage est semblable à la configuration infinie. Deux maillages distincts qui se chevauchent sont utilisés. La première grille est un maillage polaire et le second est une grille cartésienne avec deux parois solides. La longueur en amont L_u est égale à $10d$, et à l'aval la longueur L_d est égale à $25d$. Le nombre de cellules est égal à 354 964. La configuration confinée n'utilise pas le critère de base de la méthode de chimère (basé sur la hiérarchie des blocs). Dans le cas présent, le critère basé sur la distance à la paroi locale est indispensable (figure 8.2).

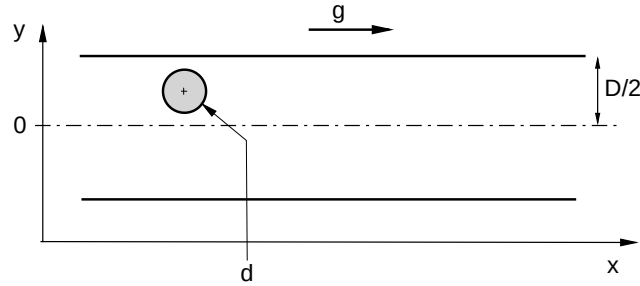
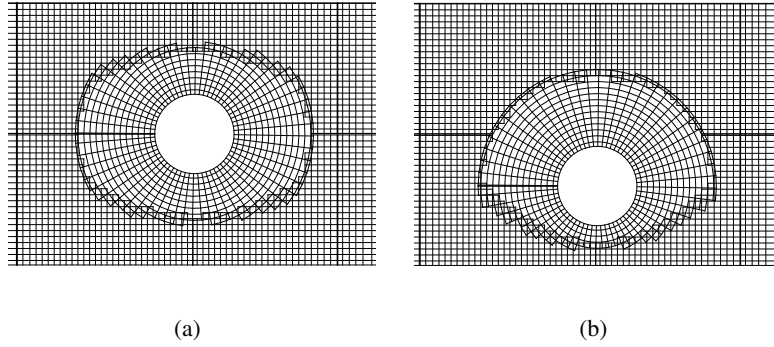


FIGURE 8.1 – Configuration du cylindre entre deux plaques planes

FIGURE 8.2 – Définition automatique du maillage chimère pour la configuration confinée $D/d = 3.3$ pour deux positions du cylindre, $y_0/d = 0$ (a) et $y_0/d = -0.65$ (b) (une ligne de maillage sur cinq est représentée)

8.1 Validation de la méthode chimère pour des maillages mobiles

Trois cas ont été considérés pour valider la méthode numérique pour des corps en mouvement. Le premier cas est celui d'une oscillation forcée transversale d'un cylindre dans un écoulement infini. L'oscillation est définie par l'équation 8.1 et deux paramètres sont utilisés pour cette étude : A , l'amplitude des oscillations, et f/f_0 , le rapport entre la fréquence du mouvement imposé et la fréquence du lâché de Von Kármán derrière un cylindre fixe. De nombreuses publications [132, 133, 134, 135, 136] traitent de cette problématique et le comportement de l'allée tourbillonnaire est bien connu. Deux états distincts sont définis : le *lock-in*, qui correspond au cas où la fréquence de la formation de tourbillons est la même que la fréquence du mouvement imposé du cylindre, et le *lock-out* où le lâché tourbillonnaire suit sa propre fréquence, différente de celle du mouvement imposé. Dans notre étude, seul un cas de simulation de *lock-in* sera utilisé pour valider la méthode chimère en mouvement.

$$y(t) = A \sin(2\pi f t) \quad (8.1)$$

Le deuxième cas étudié est un cas d'oscillation libre d'un cylindre élastique ou VIV (Vortex Induced Vibration). Le mouvement du cylindre est modélisé par un système harmonique composé d'une masse oscillante (valeur adimensionnée donnée par le rapport de masse $m = \frac{\pi \rho_b}{2\rho}$), d'un ressort (raideur adimensionnée $k = k_{dim}/(\frac{1}{2}\rho U_\infty^2)$) et d'un amortisseur (adimensionnée par $b = b_{dim}/(\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D)$). Le système a un seul degré de liberté qui est la translation transversale. L'équation du mouvement du cylindre est donnée par l'équation différentielle écrite sous forme adimensionnelle dans l'équation suivante :

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = C_y(t) \quad (8.2)$$

Une interaction entre le fluide et le mouvement du cylindre se produit. Williamson et al. ([137], Shiels et al. [138] et plus récemment Placzek et al. [136] ont étudié les différentes réponses du cylindre pour les paramètres (m, b, k) . Nous avons simulé quatre cas différents sans amortissement. La solution d'équation différentielle au second ordre (équation 8.2) est obtenue en utilisant un algorithme de Newmark avec une extrapolation temporelle au premier ordre du coefficient de portance C_y à l'instant $n + 1$

Le dernier cas étudié est celui de la chute libre d'un cylindre par gravité dans un espace infini. Le cylindre a trois degrés de liberté : deux en translation (x et y) et une rotation (α). Le mouvement est régi par la deuxième loi de Newton qui a été adimensionnée et écrite pour un cylindre circulaire :

$$\rho_r \ddot{x} = g(\rho_r - 1) + \frac{4}{\pi} F_x, \quad \rho_r \ddot{y} = \frac{4}{\pi} F_y, \quad \rho_r \ddot{\alpha} = \frac{8}{\pi} M \quad (8.3)$$

avec ρ_r le rapport de densité du solide sur la densité du fluide, g l'accélération gravitationnelle, F les forces hydrodynamiques et M le moment.

Les équations sans dimension du problème s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (8.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + [(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \cdot \nabla] \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Ga} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (8.5)$$

avec $\mathbf{u}$ la vitesse de la particule.

Les paramètres clés pour la chute d'un corps dans un fluide sont le rapport des densités (ρ_r) et le nombre de Galilée (Ga). La méthode de couplage retenue pour simuler un cylindre en chute libre est un couplage faible avec là encore une extrapolation temporelle au premier ordre des coefficients.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 8.1 et ils sont en bon accord avec la littérature. Pour le mouvement transversal forcé du cylindre, la fréquence de l'allée tourbillonnaire est la même que la fréquence du mouvement imposé. Le coefficient de portance moyen et le maximum du coefficient de portance sont en bon accord avec Placzek et al. [136]. Pour le cylindre en oscillation

libre, l'amplitude et la fréquence du mouvement transversal caractérisent le mouvement du cylindre. Les réponses du cylindre en fonction des paramètres d'amortissement et de masse sont en bon accord avec les résultats de Shiels et al. [138]. Pour le cas du dernier test, la chute libre du cylindre, deux cas sont considérés : le premier ensemble de paramètres $(Ga; \rho_r) = (12.331; 6.5)$ entraîne une chute droite du cylindre et sa vitesse terminale est en bon accord avec la valeur de Cruchaga et al. [139]. Lorsque le nombre de Galilée augmente la vitesse du cylindre augmente et une formation de tourbillons apparaît dans le sillage du cylindre en chute. Les résultats de Namkoong et al. [58] sont disponibles dans ce cas pour le jeu de paramètres $(Ga; \rho_r) = (151; 2)$ dans le cas d'un cylindre en chute libre non-confiné. Les valeurs obtenus pour la vitesse terminale moyenne et le nombre de Strouhal sont en très bon accord avec ces résultats bibliographiques.

Mouvement		Placzek et al., 2009		NSMB	
	$(A; f/f_0)$	$\overline{C_x}$	$C_{y,max}$	$\overline{C_x}$	$C_{y,max}$
forcé	(0.25; 0.90)	1.50	0.28	1.48	0.29
	(0.25; 1.10)	1.75	1.44	1.71	1.60
Oscillation élastique du cylindre		Shiels et al., 2001		NSMB	
	(m, k)	A_y	f_y	A_y	f_y
	(4; 0)	0.05	0.16	0.05	0.166
	(5; 4.74)	0.46	0.16	0.454	0.153
	(0.5; 1)	0.56	0.19	0.554	0.188
	(5; 9.88)	0.57	0.2	0.565	0.197
Cylindre en chute libre		Cruchaga et al., 2008		NSMB	
	$(Ga; \rho_r)$	Re_x		Re_x	
	(12.331; 6.5)	7.8525		8.22	
		Namkoong et al., 2008		NSMB	
	$(Ga; \rho_r)$	Re_x	St	Re_x	St
	(151; 2)	168.5	0.1761	167.11	0.1774

TABLE 8.1 – Résultats des cas tests de validation avec $\overline{C_x}$ la moyenne de C_x , $C_{y,max}$ la valeur maximale de C_y , A_y l'amplitude de la position transverse y , f_y la fréquence d'oscillation de la position y

8.2 Cylindre en chute libre entre deux plaques planes

Dans cette section, le mouvement d'un cylindre 2D en chute libre dans un canal est simulé avec l'approche chimère. L'influence de la position initiale et du nombre de Galilée est étudiée. Les deux paramètres fixes sont le rapport D/d égal à 3.3 où D est la hauteur du canal et d le diamètre du cylindre, le rapport des densités $(\rho_r = \rho_f/\rho_b)$ égal à 2. Les paramètres variables sont le nombre Galilée Ga et la position initiale transversale y_0 . La gamme du Galilée étudié est de $151 \leq Ga \leq 300$. Les résultats sont comparés à la simulation d'un cylindre en chute libre en milieu infini en vue de déterminer l'influence de la paroi.

8.2.1 Trajectoires

La trajectoire pour $Ga = 200$ (figure 8.3) est différente selon que le cylindre est confiné ou non, et pour la configuration confinée, selon que la position initiale est dans le plan médian ou non. Pour le cylindre en chute libre en milieu infini, une déviation de la position transversale apparaît dans la première partie de la trajectoire. Dans la deuxième partie de la trajectoire, la position transversale oscille autour d'une valeur qui n'est pas égale à la position initiale transversale. Pour le cylindre confiné en chute libre avec $y_0 = 0$, il n'y a pas d'écart à la position transversale initiale, le cylindre oscille autour de sa valeur transversale initiale (i.e. l'axe médian). Pour le cylindre confiné en chute libre avec $y_0/d = -0,65$, la première partie du mouvement est différente et le cylindre rejoint l'axe de symétrie puis on retrouve une oscillation périodique semblable à celle du cas avec $y_0 = 0$, avec une oscillation autour de l'axe du milieu de même fréquence et de même amplitude.

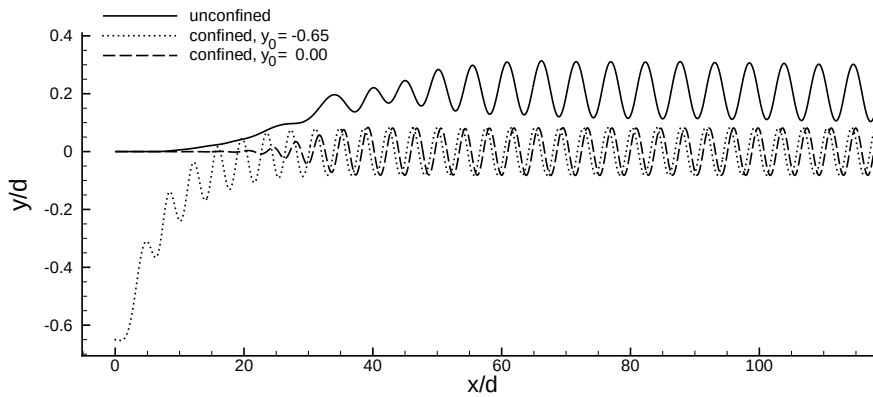
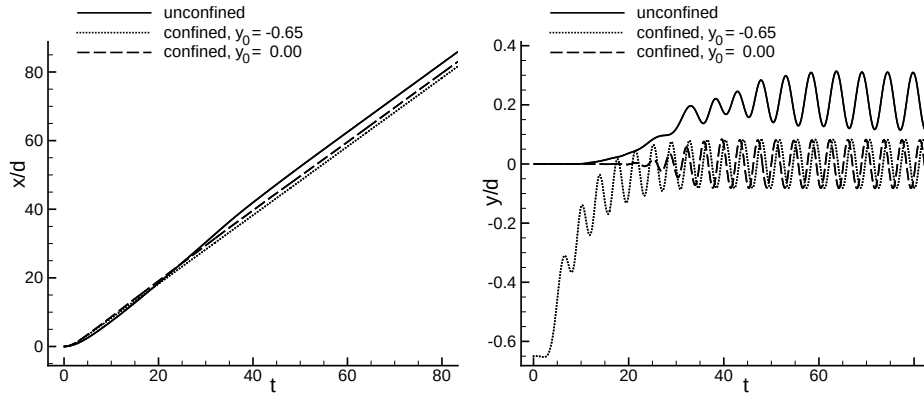


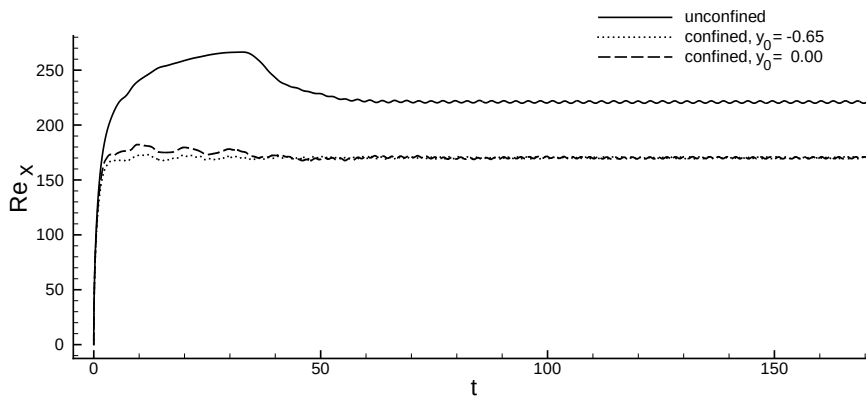
FIGURE 8.3 – Trajectoires for $Ga = 200$

La variation temporelle des composantes de la vitesse est représentée sur la figure 8.4. Le temps (t^*) est adimensionnalisé avec la vitesse moyenne terminale U_t par la relation $t = t^*d/U_t$. Le comportement de la composante longitudinale de la vitesse est linéaire et dominé par l'effet de gravité. La composante transversale de la vitesse est quant à elle dominée par les forces induites par le sillage. Dans ce cas, l'allée tourbillonnaire de Von Kármán produit une oscillation périodique. Pour $Ga = 200$, l'amplitude de l'oscillation transversale est égale à $0.09801d$ pour la configuration en milieu infini et $0,08155d$ pour la configuration confinée. Ces amplitudes représentent moins de 3% de la distance entre les parois du canal. Le confinement diminue l'amplitude des oscillations transversales mais augmente sa fréquence. Nous allons discuter dans la section 8.2.3 la corrélation entre le nombre de Strouhal et le nombre de Reynolds. En outre, le confinement fixe l'axe de l'oscillation transversale sur l'axe central entre les deux parois.

FIGURE 8.4 – Composantes des positions x/d et y/d en fonction du temps pour $Ga = 200$

8.2.2 Vitesses du cylindre

La vitesse est représentée par le nombre de Reynolds $Re = U.d/\nu$, où ν est la viscosité cinématique. La composante longitudinale de la vitesse (direction de la gravité) est représentée par Re_x et la composante transversale par Re_y . La variation de Re_x est composée de trois parties (figure 8.5). Une fois lâché, le cylindre n'a pas de vitesse et la première partie correspond à une phase d'accélération avec une forte augmentation de la vitesse de chute. La deuxième étape, appelée *over-shoot*, est une phase au cours de laquelle l'augmentation de la vitesse s'arrête et même diminue en raison de la formation des tourbillons dans le sillage. Cet *over-shoot* est plus marqué pour le cylindre en chute libre dans un milieu infini que pour la configuration confinée. La dernière phase du mouvement est une oscillation périodique de la vitesse autour de la valeur moyenne ($\overline{Re_x}$).

FIGURE 8.5 – Composante longitudinale de la vitesse définie par $Re_x = U_x d / \nu$ en fonction du temps pour $Ga = 200$

L'influence du nombre de Galilée sur la vitesse terminale moyenne et sur son amplitude est

représenté sur la figure 8.6. L'amplitude des oscillations de la vitesse augmente avec l'augmentation du nombre de Galilée dans le cas de la chute en milieu infini. Au contraire, pour le cylindre confiné en chute libre, l'amplitude des oscillations de la vitesse de chute n'augmente pas avec l'augmentation du Galilée. La relation entre la vitesse de chute moyenne et le nombre de Galilée est pratiquement linéaire. Nous avons trouvé la relation $\overline{Re_x} = 1.092Ga + 2$ pour le cas en milieu infini et $\overline{Re_x} = 0.915Ga - 12$ pour le cylindre confiné. Pour la configuration en milieu infini, $Re > Ga$ et pour le cas confiné $Re < Ga$.

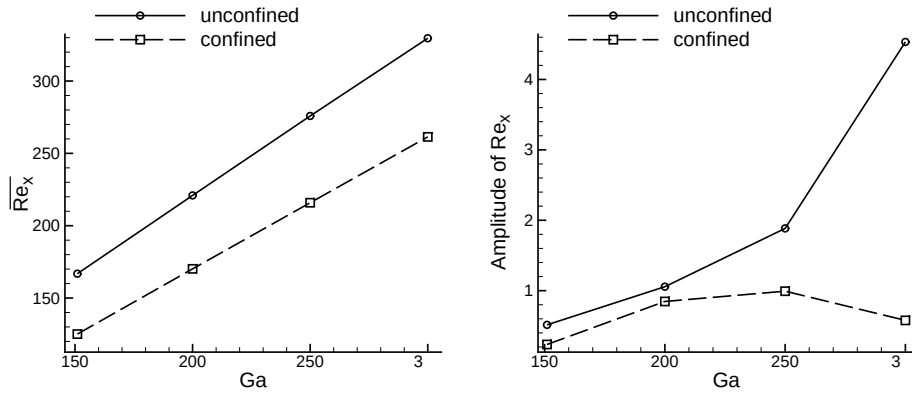


FIGURE 8.6 – $\overline{Re_x}$ et amplitude de Re_x en fonction du nombre de Galilée pour un cylindre en chute libre confiné et non confiné pour $Ga = 200$

La vitesse transversale est représentée par Re_y . La première observation est que sa valeur est inférieure à 10% de la vitesse de chute. Cette vitesse est générée uniquement par les forces induites sur le cylindre par la formation de tourbillons dans le sillage du cylindre. Ces forces sont plus faibles que la force de gravité. La figure 8.7 montre l'évolution temporelle de la vitesse transversale pour un cylindre avec $Ga = 200$ dans les milieux confiné et infini. Le comportement de la vitesse transversale est semblable dans les deux configurations infinie et confinée avec une position initiale sur l'axe médian. Les oscillations augmentent progressivement et ces oscillations apparaissent plus rapidement dans le cas confiné. Pour la configuration confinée avec une position initiale hors de l'axe médian ($y_0/d = -0.65$), les oscillations apparaissent immédiatement avec une amplitude proche de l'amplitude finale. La paroi a pour effet de créer une géométrie asymétrique, une force importante apparaît et la géométrie asymétrique facilite le début de la formation de tourbillons.

L'évolution de Re_x et de Re_y par rapport à la position transversale y/d pour le cylindre en chute libre dans les milieux infini et confiné pour $Ga = 200$ pendant l'état périodique est représenté sur la figure 8.8. Le maximum de la vitesse transversale apparaît lorsque le cylindre est sur la position transversale moyenne et la vitesse transversale est égal à zéro lorsque le cylindre atteint la position extrême du mouvement. Le comportement de la vitesse de chute est à l'opposé avec une vitesse maximale pour la position extrême et une vitesse minimale lorsque le cylindre est sur sa position

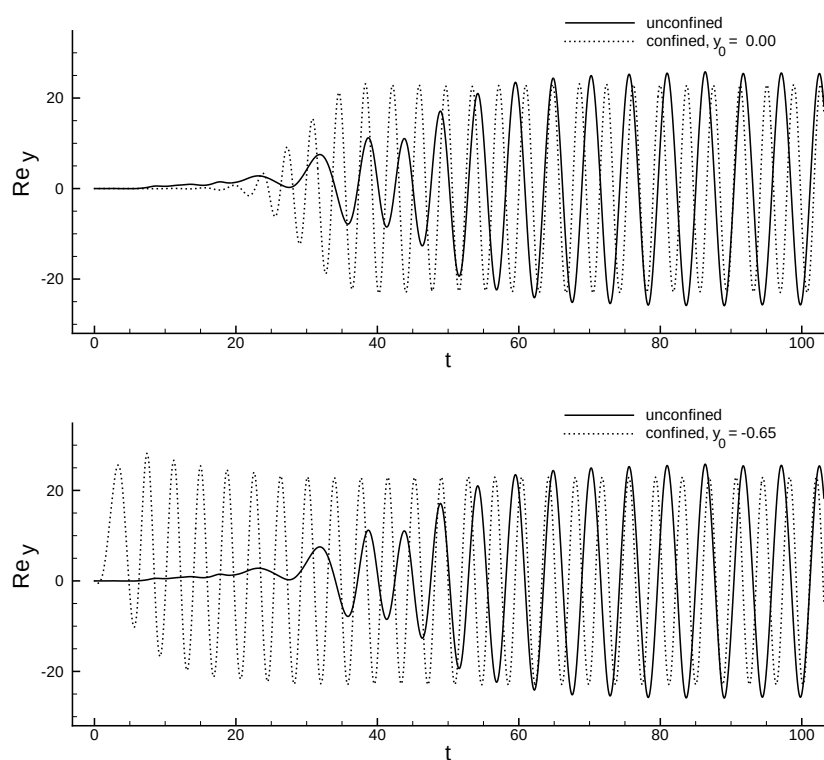


FIGURE 8.7 – Composante verticale de la vitesse définie par $Re_y = U_y d / \nu$ en fonction du temps pour $Ga = 200$

moyenne. La variation de la vitesse angulaire est différente et le maximum apparaît pour $1/4$ du déplacement maximum.

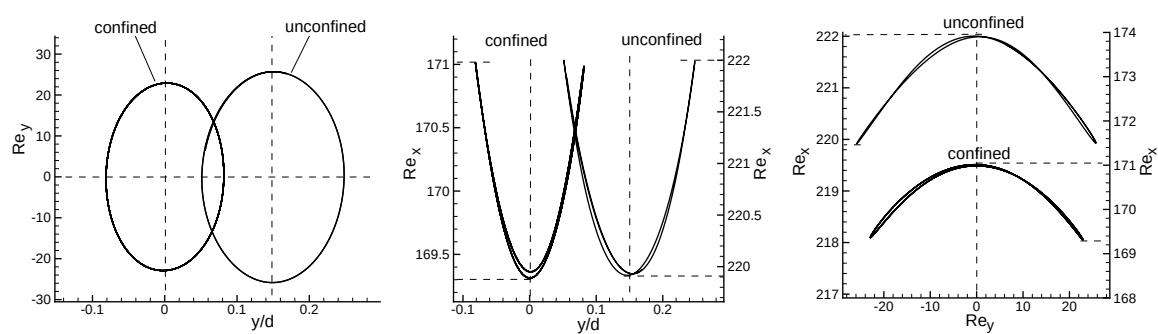


FIGURE 8.8 – Relation vitesses (Re) - positions (y/d) et entre les vitesses de translation pour $Ga = 200$

8.2.3 Fréquences du cylindre en chute libre

Williamson et al [120] ont été les premiers à relier la fréquence définie par le nombre de Strouhal ($St = fd/U_x$) au nombre de Reynolds. Pour le cylindre fixe ils ont obtenu la relation suivante :

$$St = A + \frac{B}{\sqrt{Re}} + \frac{C}{Re} \quad (8.6)$$

Cette fonction peut être simplifiée en prenant $C = 0$ pour la gamme de nombre de Reynolds $Re < 188$. Avec les résultats actuels, nous avons déterminés les coefficients et nous avons obtenu :

$$\text{non confiné : } St = 0.2086 + \frac{0.0548}{\sqrt{Re}} - \frac{5.9004}{Re} \quad (8.7)$$

$$\text{confiné : } St = 0.2527 + \frac{0.8581}{\sqrt{Re}} - \frac{9.3165}{Re} \quad (8.8)$$

$$\text{cylindre fixe : } St = 0.27661 - \frac{1.1129}{\sqrt{Re}} - \frac{0.4821}{Re} \quad (8.9)$$

Les données et les fonctions interpolées sont représentées sur la figure 8.9. Le comportement du nombre de Strouhal est bien représentée par la fonction 8.6. Le confinement accélère l'oscillation et la fréquence est plus élevée. La différence avec le cas en milieu infini est importante. L'écoulement entre la paroi et le cylindre est fortement accéléré et entraîne un détachement tourbillonnaire plus rapide.

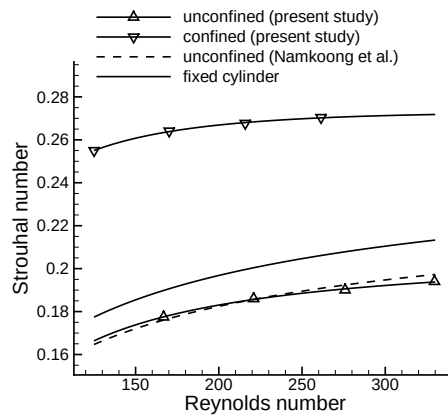
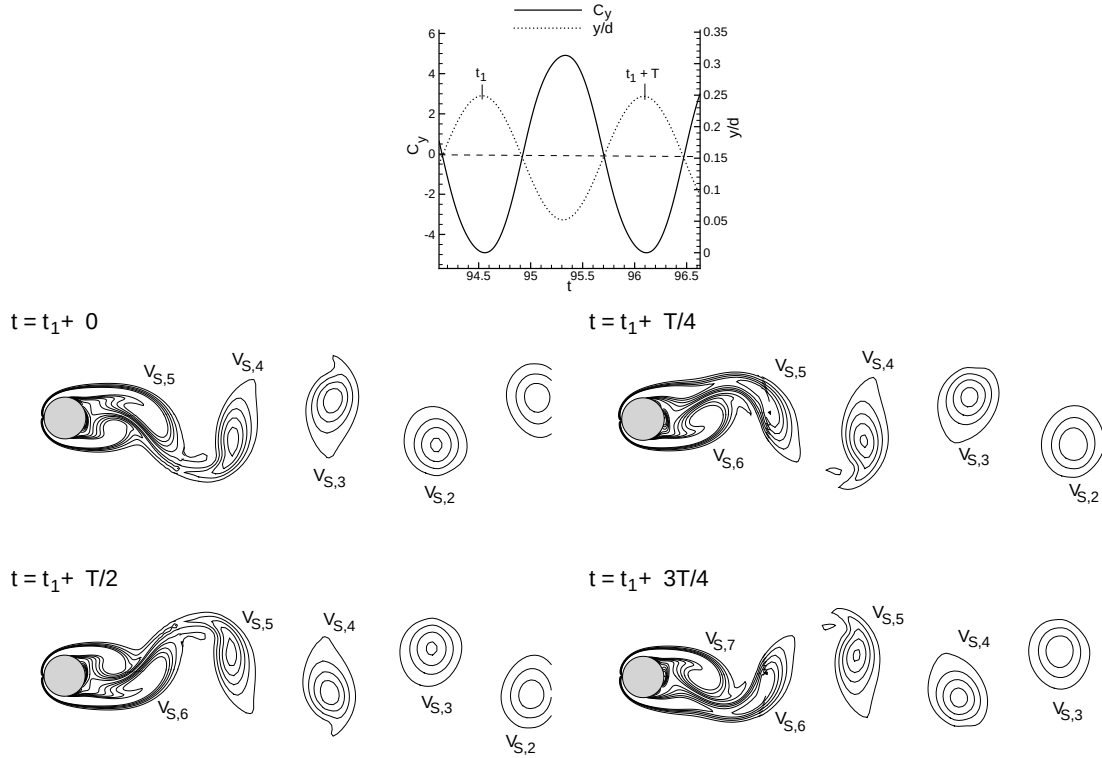


FIGURE 8.9 – Données numériques et fonctions interpolées du nombre de Strouhal en fonction du Galilée

FIGURE 8.10 – Isovorticité du cylindre en chute libre non-confinée pour $Ga = 200$

8.2.4 Structure de l'écoulement

La formation d'un sillage derrière du cylindre est due au mouvement du cylindre. La vitesse du cylindre est telle que les tourbillons à l'arrière du cylindre ne sont pas stationnaires mais ils sont éjectés périodiquement créant ainsi l'allée tourbillonnaire de Von Kármán. Cette formation de tourbillons se traduit par une oscillation de la position transversale du cylindre. Dans le cas en milieu infini pour $Ga = 200$, nous avons choisi comme instant initial t_1 le temps où le cylindre est à sa position transversale maximale et nous examinons l'évolution des structures tourbillonnaires sur une période d'oscillation (figure 8.10). La vitesse transversale est directement liée à la formation de tourbillons. A l'instant $t = t_1$, le vortex $V_{S,5}$ est éjecté du cylindre. Ce vortex est un tourbillon qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre avec une vorticité négative. A cet instant la portance est minimale. Puis le tourbillon $V_{S,6}$ grandit. C'est un tourbillon qui tourne dans le sens contraire des aiguilles d'une montre associé à une vorticité positive et en raison des effets visqueux, il attirera le cylindre à lui de telle sorte que le cylindre se déplace vers les y négatifs.

Conclusion

La méthode chimère a été utilisée pour simuler la chute libre d'un cylindre dans un canal sous l'action d'un champ de gravité parallèle aux parois latérales. Les paramètres caractérisant le problème, (Ga, ρ_r) , sont choisis afin d'obtenir un lâché tourbillonnaire dans le sillage du cylindre en chute libre. La plage des nombres de Galilée étudiés est $151 \leq Ga \leq 300$ et le rapport des densités est fixée à 2. Les effets de la présence de murs sont : une diminution de la vitesse terminale moyenne verticale, une légère baisse de l'amplitude du mouvement transversal, une diminution de la phase d'*over-shoot* et une très forte augmentation de la fréquence du mouvement transversal. La position initiale détermine les phases de transition mais pas la nature périodique du mouvement final. Dans le cas du cylindre lâché hors de l'axe médian, l'oscillation transversale apparaît presque immédiatement avec une amplitude proche de l'amplitude terminale. Pour tous les mouvements périodiques, les mouvements transversaux sont en opposition de phase avec la formation de tourbillons.

Chapitre 9

Étude d'une sphère en chute libre dans un tube

Ce chapitre est consacré à l'étude de la trajectoire prise par une sphère en chute libre dans un tube. L'accélération gravitationnelle que subit la sphère est parallèle à l'axe du tube. De plus le fluide dans lequel se déplace la sphère est au repos. Le tube circulaire est considéré de longueur infinie. C'est un problème de sédimentation. La direction de l'accélération de gravité est choisie opposée à la direction de (Ox) . Les paramètres de la géométrie sont similaires à ceux définis pour la sphère en translation uniforme dans un tube, avec d le diamètre de la sphère, D celui du tube.

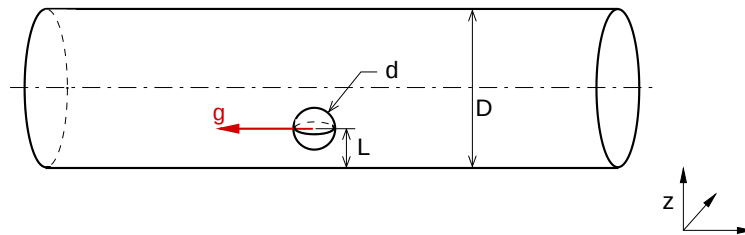


FIGURE 9.1 – Schéma orienté de la géométrie d'une sphère en chute libre dans un tube

Pour caractériser le problème, aux paramètres liés à la chute libre, est ajouté le paramètre du confinement (D/d) . Le triplet de paramètres suffisant à décrire le problème est le suivant :

$$(\rho_r, Ga, D/d) \quad (9.1)$$

avec ρ_r le rapport des masses volumiques, Ga le nombre de Galilée et D/d le rapport des diamètres.

En plus de ces paramètres, les conditions initiales doivent être précisées. Elles n'influencent

pas l'état final mais détermine entièrement la trajectoire du transitoire. Cette condition limite dans notre étude ne concerne que la position car l'accélération et la vitesse initiales sont nulles. On note $(x, y, z)_{t=0} = (x_0, y_0, z_0)$ la position initiale de la sphère.

Le problème a été abordé par Yu et al. [55]. Les nombres de Galilée étudiés varient entre 17 et 346 pour un rapport de densités de $\rho_r = 1.5$ et un confinement de $D/d = 5$. Ces résultats montrent une déviation de la particule vers l'axe du tube pour les faibles nombres de Galilée et une oscillation de la position pour les nombres de Galilée élevés. Mais aucune trajectoire asymptotique n'est précisée et son étude ne dépasse pas le régime transitoire.

Nous proposons une étude similaire avec le même confinement $D/d = 5$, et rapport de densités de $\rho_r = 1.5$ et $\rho_r = 2$. Ces paramètres sont choisis car, à cet état, la vitesse de chute asymptotique est connue expérimentalement et permet un point de comparaison pour valider les simulations. Le paramètre étudié est le nombre de Galilée et il vaut successivement 50, 100, 150, 170, 200 et 250. Ces nombres de Galilée ne sont pas choisis au hasard. Ils correspondent, pour le rapport de densité étudié ($\rho_r = 2$), à des trajectoires appartenant à chaque régime dans le cas d'une sphère non-confinée. De plus, les mêmes paramètres que Yu sont étudiés soient $D/d = 5$, $\rho_r = 1.5$ et $17 \leq Ga \leq 346$ pour valider le modèle numérique.

Ce chapitre est composé d'une description du modèle numérique utilisé puis se poursuit sur la description des différentes trajectoires observées, avec l'écoulement et les vitesses associés. L'intérêt est focalisé non pas sur la vitesse de chute atteinte, mais sur la forme de l'écoulement et la trajectoire prise par la sphère.

9.1 Définition du modèle numérique

9.1.1 Maillage

La géométrie à mailler est identique à celle de la sphère en translation uniforme dans un tube. Deux grilles forment le maillage, une grille pour la sphère et une grille pour le tube. Les mêmes maillages créés dans le cas statique sont utilisables pour la configuration mobile. La simulation mobile étant plus coûteuse en terme de temps calcul, le maillage utilisé est le maillage à 1.6 millions de points. L'utilisation du chimère mobile nécessite, à chaque pas de temps, une réévaluation des paramètres de superpositions.

Comme pour la configuration d'une sphère dans un tube, l'axe du tube est suivant (Ox) et l'accélération de gravité opposée à (Ox) . La position initiale de la sphère est suivant (Oz) et $(x, y, z)_{t=0} = (0, 0, z_0)$. Le plan de symétrie de la géométrie initiale est suivante (Oxz) .

9.1.2 Prise en compte du mouvement

Le mouvement de la particule sphérique répond aux équations de Newton décrivant sa translation et sa rotation dans un référentiel fixe :

$$\rho_r \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\rho_r - 1) + \frac{3}{4} \mathbf{F} \quad (9.2)$$

$$\rho_r \ddot{\alpha} = \frac{15}{2} \mathbf{M} \quad (9.3)$$

avec ρ_r le masse volumique du solide sur la masse volumique du fluide, $\mathbf{g}$ le vecteur d'accélération gravitationnelle, $\mathbf{F}$ le vecteur des forces hydrodynamiques et $\mathbf{M}$ le vecteur des moments.

Le couplage fluide/solide est un couplage faible. Une extrapolation d'ordre 1 est faite sur les forces et moments aérodynamiques.

Pour suivre le mouvement, les deux maillages se situent dans un référentiel qui suit la position suivant x de la sphère. La rotation de la sphère est imposée à sa surface par la condition aux limites à la paroi. Les seuls déplacements relatifs des grilles sont les deux translations dans le plan transverse à l'écoulement. La translation verticale et horizontale nécessite la prise en compte de la vitesse de grille.

9.1.3 Représentation du mouvement

La définition des coordonnées du maillage est faite dans un repère cartésien ($Oxyz$) tout comme le calcul des forces et des moments. Pour une meilleure visualisation et description du mouvement, les coordonnées cartésiennes sont transformées en coordonnées cylindriques. Le référentiel cylindrique est défini suivant ($Ox\theta$). Pour convertir les coordonnées et les vitesses du référentiel cartésien à celui cylindrique, nous utilisons les suivantes :

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} \quad (9.4)$$

$$\theta = \arg(y + iz) \quad (9.5)$$

$$v_r = \frac{1}{\sqrt{y^2 + z^2}} \vec{v} \cdot (y, z)^T \quad (9.6)$$

$$v_\theta = \frac{1}{\sqrt{y^2 + z^2}} \vec{v} \cdot (-z, y)^T \quad (9.7)$$

Le centre du référentiel cylindrique reste l'axe du tube. Le mouvement sera décrit par la position radiale (r) et verticale (x), et par la vitesse radiale (v_r), la vitesse tangentielle (v_θ) et la vitesse verticale (axiale) v_x . Ces vitesses sont exprimées en nombre de Reynolds associés ($Re_r = v_r d / \nu$, par exemple).

9.1.4 Validation du modèle numérique

Pour valider le maillage mais aussi la prise en compte du mouvement, les mêmes simulations que Yu et al. [55] sont effectuées et comparées avec ses résultats mais aussi les résultats expérimentaux

collectés par Clift [28]. Le nombre de Galilée est converti en “Best number” N_d , utilisés par Clift [28] et défini par la relation suivante :

$$N_d = \frac{4\rho\Delta\rho g d^3}{3\mu^2} = \frac{4}{3}Ga^2 \quad (9.8)$$

La comparaison des résultats de la vitesse terminale exprimée en nombre de Reynolds (figure 9.2) sont concordant avec les résultats présentés par Clift [28] et ceux de Yu et al. [55]. Nos valeurs se situent entre les deux études.

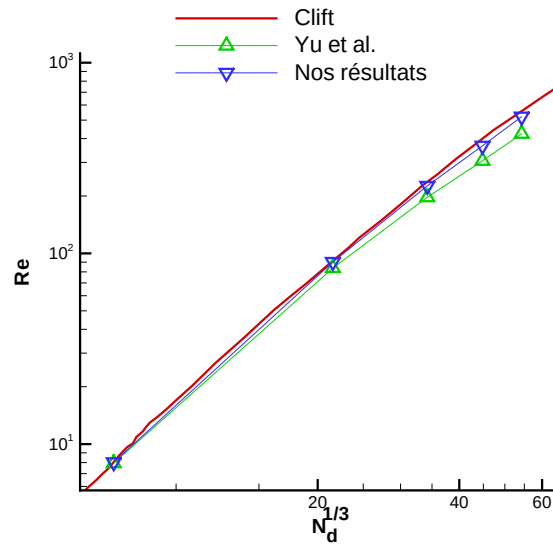


FIGURE 9.2 – Comparaison des nombres de Reynolds liés à la vitesse de chute terminale en fonction du “Best number” pour $d/D = 0.2$ obtenus avec la méthode chimère, et ceux proposés par Clift [28] et Yu et al. [55]

Ce test permet de conforter notre modèle numérique en simulation tri-dimensionnelle de corps mobile. Les simulations sont lancées en utilisant le maillage avec une face dégénérée à 1.6 millions de points (défini dans le chapitre 7). Les schémas numériques utilisés sont une résolution temporelle utilisant la formulation implicite “Lowe-Upper Symmetric Gauss-Seidel” (LU-SGS) et sur une résolution spatiale centrée d’ordre 4 avec une dissipation artificielle de type Jameson. L’interpolation choisie est une interpolation tétravolumique. Le pas de temps utilisé vaut $\Delta t = 0.001$.

9.2 Trajectoire verticale, écoulement axisymétrique ($Ga \leq 150$)

9.2.1 Description de la trajectoire

Pour les nombres de Galilée inférieurs à $Ga \leq 150$, la sphère tend vers une trajectoire linéaire au centre du tube. Cette trajectoire est indépendante de la position initiale de la sphère. Les déplacements transverses suivant y et z pour une sphère initialement placée sur l'axe et une autre placée près de la paroi du tube et pour $Ga \leq 150$ sont représentés figure 9.3. Lorsque la sphère est sur l'axe, elle ne quitte jamais l'axe. Lorsque la sphère est hors de l'axe, elle va migrer vers l'axe et s'y positionner. Cette migration est suivant la normale à la paroi la plus proche.

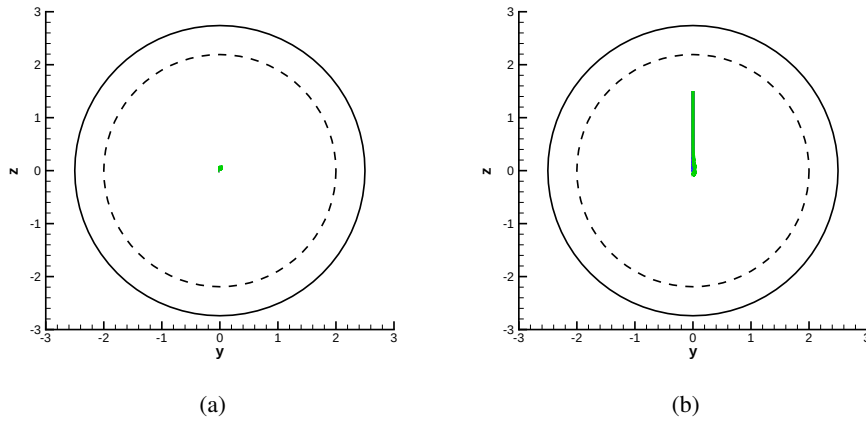


FIGURE 9.3 – Déplacements transverses suivant y et z d'une sphère pour $Ga \leq 150$ et pour $r_0 = 0$ (a) et $r_0 = 1.5$ (b)

La migration transverse de la sphère dépend du nombre de Galilée (figure 9.4). Pour $Ga \leq 100$, la sphère ne dépasse pas l'axe du tube et la migration est monotone. Pour $Ga = 150$, la sphère dépasse légèrement l'axe du tube pour finir sa trajectoire sur proche de l'axe du tube. Ce décalage est dû à la dissymétrie du maillage.

9.2.2 Description de l'écoulement

L'écoulement obtenu par la chute de la sphère dans cette gamme de nombre de Galilée correspond à un écoulement axisymétrique. La visualisation des isovaleurs de la vitesse longitudinale dans les deux plans (Oxy) et (Oxz) illustre ce comportement (figure 9.5). L'écoulement présente une recirculation axisymétrique en forme de tore (figure 9.5) identique à celle déjà observée pour une l'écoulement axisymétrique autour d'une sphère fixe. La vitesse de chute étant constante, cet écoulement est équivalent à la sphère en translation uniforme dans un tube.

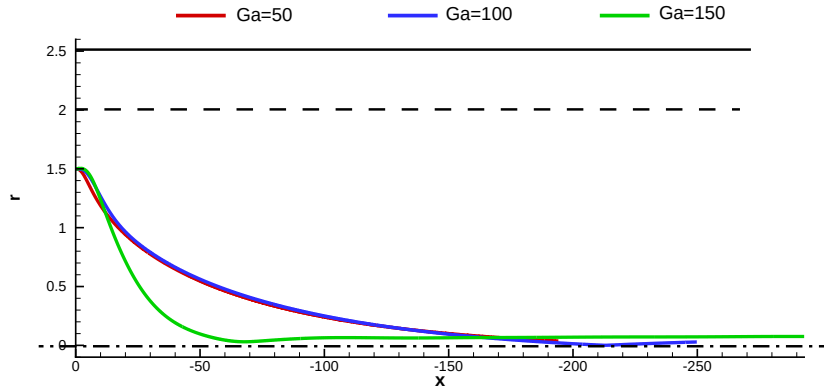


FIGURE 9.4 – Représentation de la position radiale r en fonction de la position de chute x pour $Ga = 50, 100$ et 150 (le trait plein correspond à la paroi du tube et le trait en pointillés correspond à la position de contact entre la sphère et le tube)

9.2.3 Description des vitesses de la sphère

La vitesse dominante est la vitesse de chute de la sphère. La vitesse de chute est strictement indépendante de la position initiale de la sphère. La différence sur la vitesse finale entre les deux conditions initiales est de l'ordre de 0.006% . La vitesse radiale est la seule vitesse transverse existante, la vitesse tangentielle étant nulle. La vitesse radiale accélère rapidement vers son maximum (figure 9.6). Ce maximum dépend du nombre de Galilée et plus le nombre de Galilée est élevé, plus la vitesse radiale est forte. Ce comportement est expliqué par le lien fort entre la vitesse de répulsion et la vitesse de chute. Les vitesses radiales tendent rapidement vers zéro lorsque la sphère se rapproche de l'axe du tube.

9.3 Trajectoire hélicoïdale ($170 \leq Ga \leq 200$)

La trajectoire et l'écoulement obtenus pour le nombre de Galilée de 170 sont similaires à ceux trouvés pour $Ga = 200$. Les trajectoires obtenues sont hélicoïdales.

9.3.1 Description de la trajectoire

La trajectoire tend vers une trajectoire hélicoïdale. L'évolution de la position radiale et les positions transverses y, z (figure 9.7) illustre la trajectoire hélicoïdale prise pour $Ga = 170$. La condition initiale ne joue pas un rôle sur l'état final. Le rayon final de l'hélicoïde dépend du nombre de Galilée. Il est estimé à 0.76 pour $Ga = 170$ et passe à 1.2 pour $Ga = 200$. Le nombre de Galilée va augmenter le rayon de l'hélicoïde. La trajectoire initialement plane est une trajectoire instable et tend vers une trajectoire stable hélicoïdale. Le régime hélicoïdal correspond à la chute oblique stationnaire

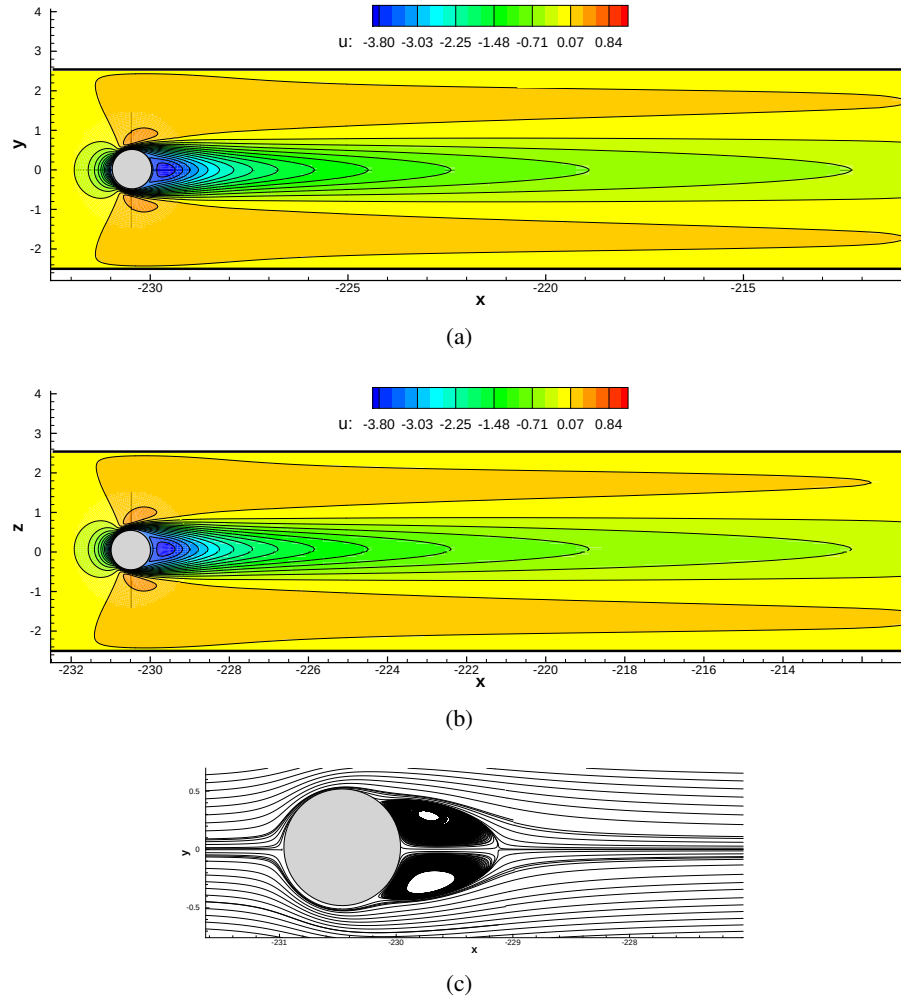


FIGURE 9.5 – Isovaleurs de la vitesse longitudinale dans la plan (Oxy) (a) et dans le plan (Oxz) (b) et représentations des lignes de courant dans le plan (Oxy) pour $Ga = 100$

dans le cas non confiné.

9.3.2 Description de l'écoulement

L'écoulement observé pour cette trajectoire est un écoulement similaire au régime stationnaire non-axisymétrique d'une sphère fixe. Les deux filaments contrarotatifs de vorticité longitudinales se retrouvent en aval de la sphère. Les isovaleurs du critère λ_2 représentent les deux filaments contrarotatifs dans le sillage de la sphère pour les deux nombre de Galilée $Ga = 170$ et 200 (figure 9.8).

La représentation des isovaleurs de vorticité longitudinale (figure 9.9) montre un enroulement entre les filaments non présent dans le cas d'une sphère fixe. Ce comportement est expliqué par la trajectoire de la sphère en hélice.

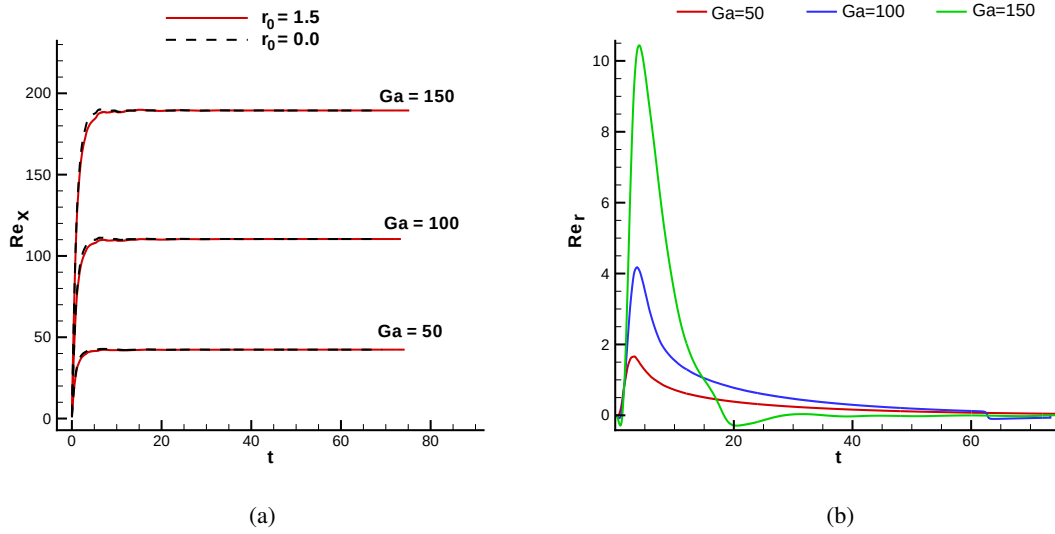


FIGURE 9.6 – Évolution temporelle du nombre de Reynolds lié à la vitesse de chute (Re_x) pour les deux positions initiales (a) et du nombre de Reynolds lié à la vitesse radiale (Re_r) pour une position initiale désaxée (b)

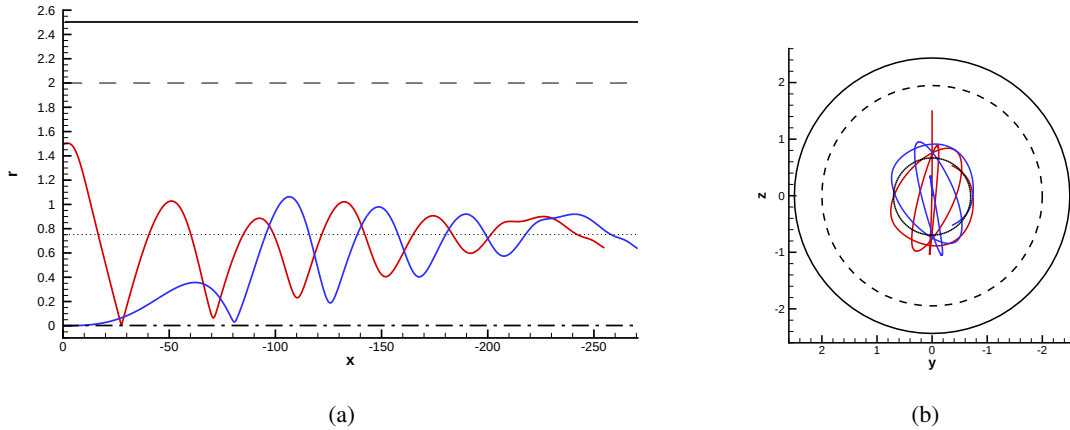
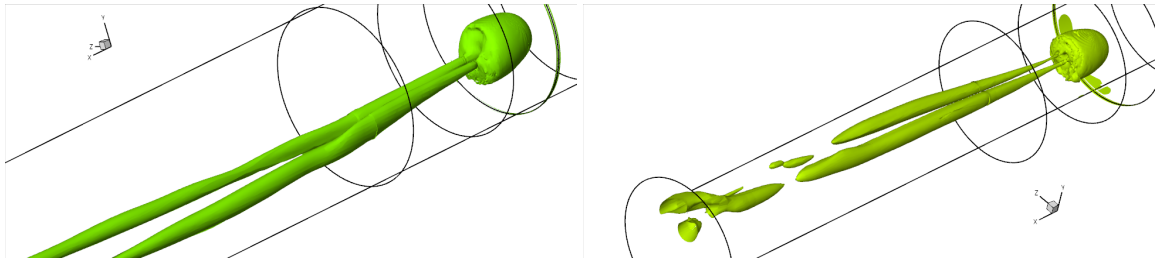
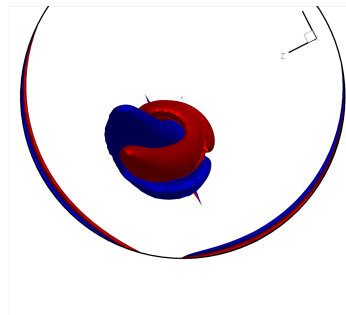


FIGURE 9.7 – Position radiale (r) en fonction de l'altitude (x) (a) et positions transverses y et z (b) pour $Ga = 170$ et deux positions initiales $r_0 = 0$ et $r_0 = 1.5$

9.3.3 Description des vitesses

Les vitesses de chute sont comprises entre les deux nombres de Reynolds critiques définis pour la sphère en translation dans un tube (figure 9.10). Dans le cas du nombre de Galilée de 200, après la phase d'accélération la vitesse dépasse le seuil de la bifurcation de Hopf. Mais ensuite, la vitesse décroît légèrement et descend sous le seuil de la seconde bifurcation. Les vitesses de chute présentent

FIGURE 9.8 – Isovaleurs du critère $\lambda_2 = -0.01$ pour $r_0 = 1.5$ et $Ga = 170$ (a) et $Ga = 200$ (b)FIGURE 9.9 – Isovaleurs de la vorticité longitudinale pour $Ga = 170$, vu de l'arrière du sillage de la sphère

des oscillations. Ces oscillations sont induites par le rapprochement et l'éloignement de la sphère de la paroi du tube. L'amplitude des oscillations est plus grande pour $Ga = 200$ que pour $Ga = 170$. L'écoulement ne présentant pas de lâcher tourbillonnaire, ces oscillations ne peuvent être induites par le sillage de la sphère. La dépendance de la vitesse longitudinale avec la position radiale r (figure 9.10) élucide l'origine des oscillations. La distance à la paroi influence l'écoulement et le coefficient de traînée. Dans notre étude de la sphère en translation uniforme, la paroi augmente le coefficient de traînée. Dans le cas de la sphère libre, l'augmentation du coefficient de traînée lorsque la sphère s'approche de la paroi se traduit par une diminution de sa vitesse de chute. Pour un régime totalement établi avec une position constante à la paroi, les variations de la vitesse longitudinale devraient disparaître.

Les vitesses transverses sont représentées par le nombre de Reynolds associés suivant chaque composante (vitesse radiale v_r , vitesse tangentielle v_θ) et suivant la norme des deux composantes ($\|v\|$). Initialement dominante, la vitesse radiale tend vers zéro tandis que la vitesse tangentielle prend de l'ampleur et tend vers une valeur non nulle de l'ordre de 13.16 pour $Ga = 170$ et $r_0 = 1.5$ (figure 9.11). Ce comportement montre le passage progressif d'une trajectoire en zig-zag initialement imposée par une force de répulsion normale à la paroi, à une trajectoire hélicoïdale avec un rayon constant et uniquement une vitesse tangentielle.

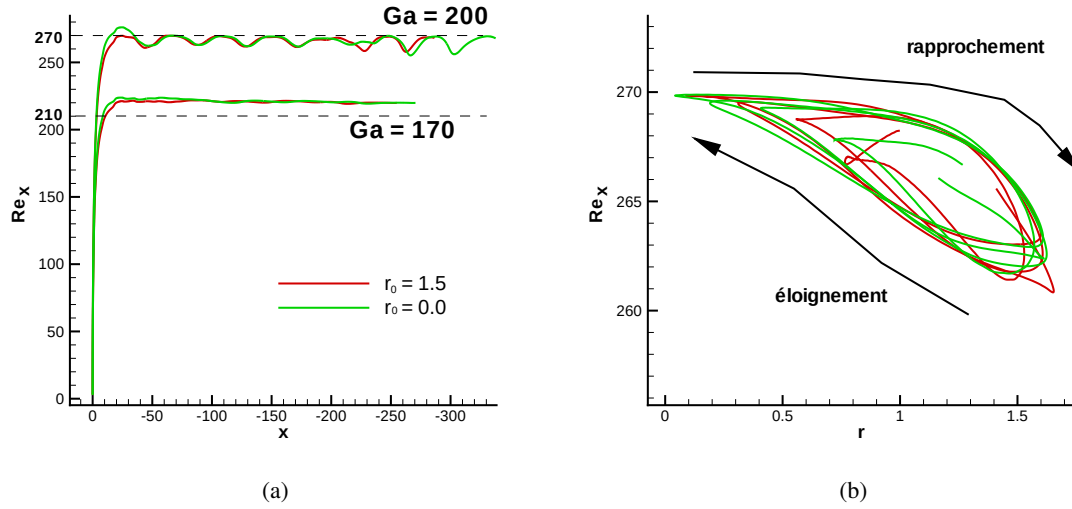


FIGURE 9.10 – Evolution du nombre de Reynolds lié à la vitesse de chute (Re_x) en fonction de la position x de la sphère pour $Ga = 170$ et 200 et pour les deux conditions initiales ($r_0 = 0$ et $r_0 = 1.5$) (a) et sa dépendance de la position radiale r pour $Ga = 200$ et les deux conditions initiales (b)

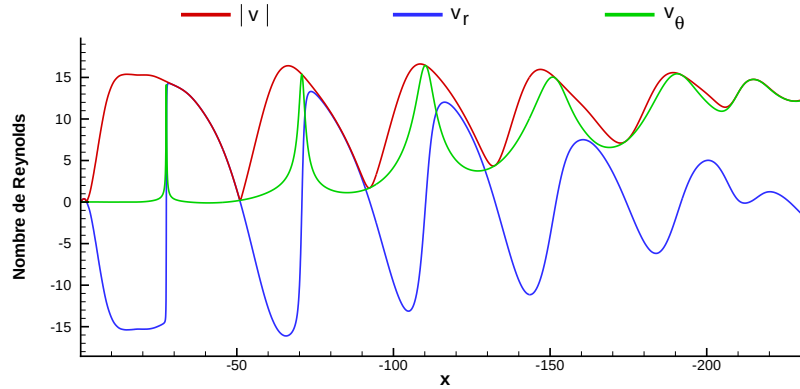


FIGURE 9.11 – Nombres de Reynolds liés aux vitesses transverses (vitesse radiale v_r , vitesse tangentielle v_θ et norme de la résultante des deux vitesses $\|v\|$) en fonction de la position x pour $Ga = 170$ et $r_0 = 1.5$

9.4 Trajectoire pour $Ga \leq 250$

La trajectoire obtenue pour un nombre de Galilée $Ga = 250$ est plus complexe. Le nombre de Reynolds atteint une valeur évoluant autour de $Re_x = 344$ et toujours supérieure à 329 . Dans le cas d'une sphère en translation uniforme, un régime correspondant à $Re_x \geq 270$ est instationnaire avec des lâchers tourbillonnaires dans le sillage de la sphère. On s'attend à obtenir des lâchers tourbillon-

naire pour ce nombre de Galilée.

9.4.1 Description de la trajectoire

La trajectoire est hélicoïdale. La figure 9.12 représente la trajectoire de la sphère pour $Ga = 250$, $r_0 = 1.5$. Dans cet exemple la sphère est repoussée par la paroi, puis dépasse l'axe du tube et commence à quitter le plan normal à la paroi. Cette déviation s'accroît. Le régime asymptotique n'est pas atteint mais le transitoire laisse à penser que la sphère va soit se placer sur un rayon constant (estimé à $R = 1.24$) où osciller autour de la valeur de ce rayon.

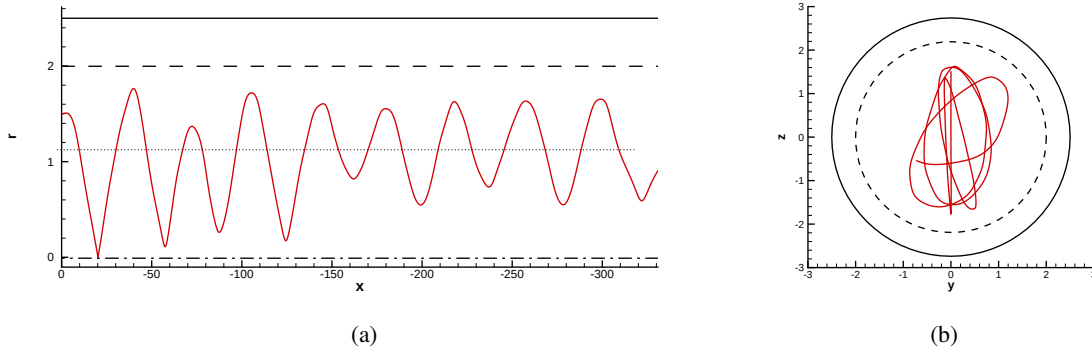


FIGURE 9.12 – Représentation de la position radiale r en fonction de la position de chute x (a) et de la position y et z dans le plan transverse (b) pour $Ga = 250$

9.4.2 Description de l'écoulement

L'écoulement est complexe. La visualisation du critère λ_2 montre différentes formes dans l'écoulement. La position radiale (r) de la sphère (ou la distance à la paroi la plus proche (L/d)) influence les structures tourbillonnaires. La visualisation des structures tourbillonnaires se fait grâce au critère λ_2 . La figure 9.13 représente l'isovaleur $\lambda_2 = -0.05$ pour une vue de profil des structures et une vue de dessus. A cette figure est ajoutée la position radiale r en fonction de la position x . Trois ensembles de structures tourbillonnaires sont détectées. Le premier (A et C) correspond à un lâcher tourbillonnaire identique à ceux trouvés dans les régimes instationnaires de la sphère en translation uniforme. Le second structure est la structure nommée B . Elle s'apparente à un tore non-axisymétrique. Elle apparaît lorsque la sphère se situe à la position radiale "moyenne". Enfin la troisième structure, identifiée par E , correspond à un blocage du lâcher tourbillonnaire. Cette structure intervient lorsque la sphère est au plus près de la paroi du tube. Ce comportement correspond à la perte d'instationnarité avec la diminution de la distance à la paroi observé dans le cas de la sphère en translation uniforme. Le sillage suit la trajectoire de la sphère, repérée par la ligne rouge sur la figure 9.13. La trajectoire

hélicoïdale est aussi perceptible dans ces visualisations. Le régime final n'étant pas atteint, il est difficile de prédire si la sphère va osciller autour d'un rayon fixe ou se stabiliser sur ce rayon. Mais la présence de lâchers tourbillonnaires laissent penser à un régime final avec une oscillation radiale.

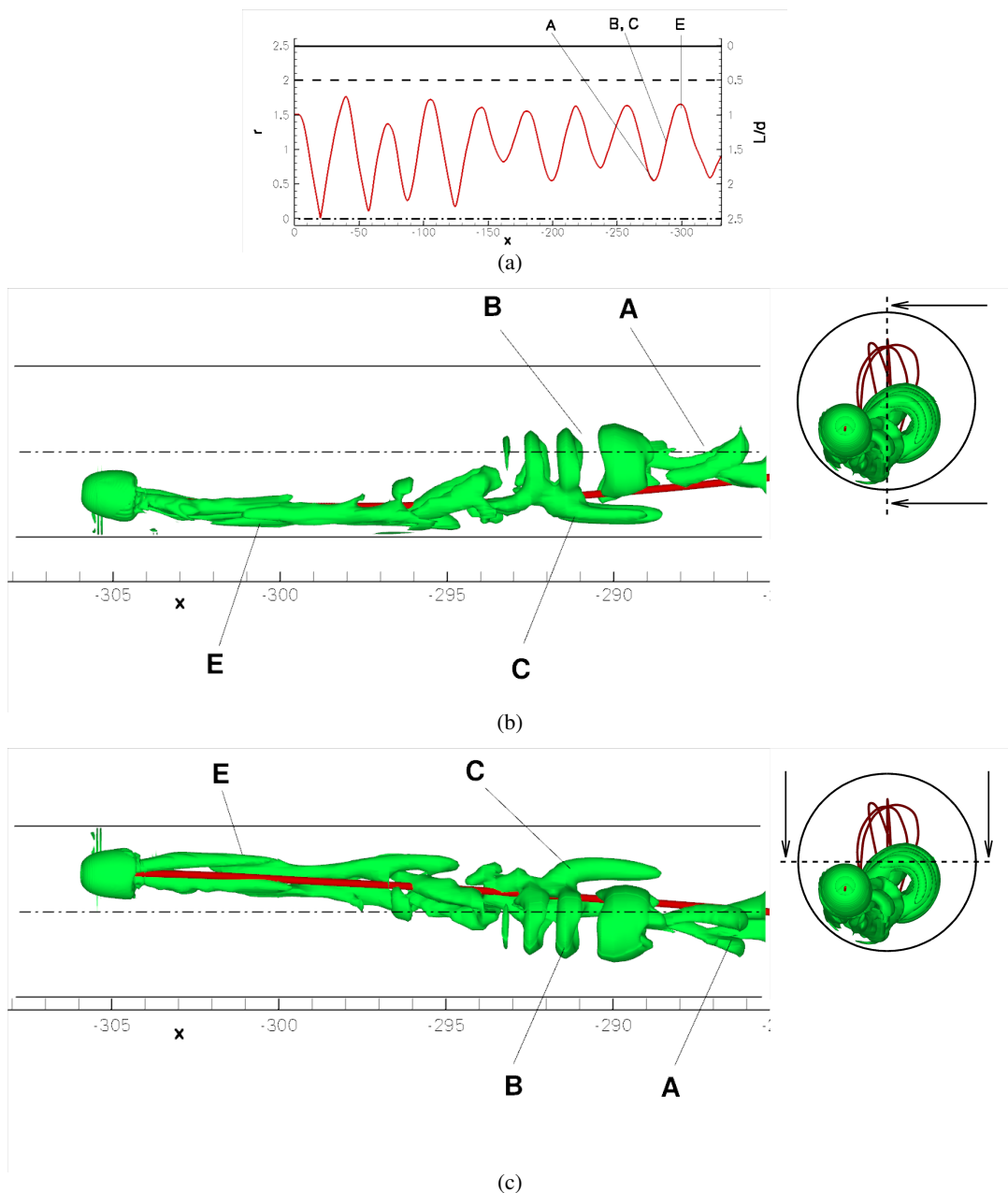


FIGURE 9.13 – Représentation de la position radiale r en fonction de la position x (a) et visualisation des structures tourbillonnaires par l'iso-valeur du critère $\lambda_2 = -0.05$ et de la trajectoire (ligne rouge), vue de profil des structures (b) et vue de dessus des structures (c) pour $Ga = 250$ et $r_0 = 1.5$

9.4.3 Description des vitesses

Le nombre de Reynolds associé à la vitesse de chute de la sphère est représenté figure 9.14. La phase d'accélération est suivie par un léger overshoot de la sphère lâchée au centre du tube. Ceci est expliquée par un retard de développement des instabilités pour la chute le long de l'axe du tube. Après la phase d'accélération des oscillations apparaissent. La condition initiale ne change pas la valeur moyenne atteinte. Deux mécanismes sont responsables de l'oscillation de la vitesse de chute : les lâchers tourbillonnaires et la position de la sphère par rapport à la paroi du tube. La sphère possède une oscillation radiale et suivant sa distance à la paroi du tube, le coefficient de traînée est modifié et ce qui influe directement sur sa vitesse de chute. Sur la figure 9.14(b), la représentation de la vitesse de chute en fonction de la position radiale montre une vitesse de chute toujours minimale à proximité de la paroi. La variation de vitesse n'est pas identique suivant r si la sphère s'éloigne de la paroi ou s'en approche.

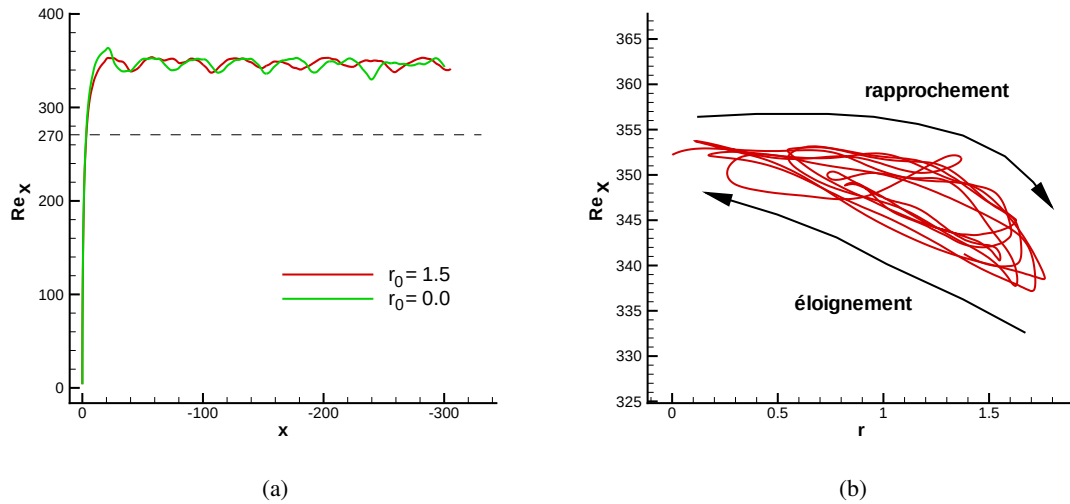


FIGURE 9.14 – Evolution du nombre de Reynolds (Re_x) lié à la vitesse de chute de la sphère suivant la position x de la sphère pour les deux conditions initiales (a) et son évolution suivant la position radiale r de la sphère pour $r_0 = 0$

Les nombres de Reynolds liés aux vitesses transverses (vitesse radiale v_r , vitesse tangentielle v_θ et norme de la résultante des deux vitesses $\|v\|$) sont calculés. Leurs évolutions en fonction de la position de chute x (figure 9.15) montre que, progressivement, la vitesse dominante passe de la composante radiale à la composante tangentielle. Les amplitudes de la vitesse radiale décroissent et la vitesse tangentielle croît puis oscille autour d'une vitesse moyenne au alentour de $Re_\theta = 36$. Ainsi la sphère qui commence initialement à zig-zager dans un plan précis, quitte ce plan et prend une trajectoire hélicoïdale. Ce même comportement est observé lorsque la sphère se situe initialement sur l'axe du tube ($r_0 = 0$).

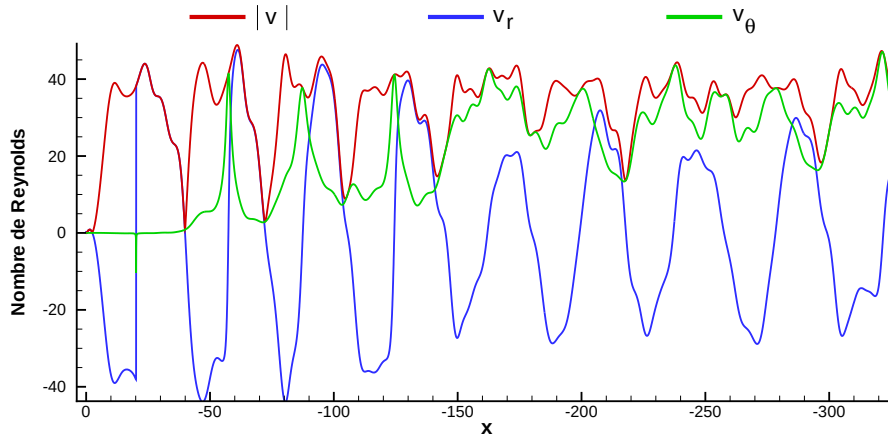


FIGURE 9.15 – Nombres de Reynolds liés aux vitesses transverses (vitesse radiale v_r , vitesse tangentielle v_θ et norme de la résultante des deux vitesses $\|v\|$) en fonction de la position x pour $Ga = 250$ et $r_0 = 1.5$

Deux fréquences d'oscillations sont visibles sur l'évolution des vitesses transverses. La première, la basse fréquence, est due à la position de la sphère par rapport à la paroi qui influence fortement la vitesse transverse. La deuxième, la haute fréquence, est due au lâcher tourbillonnaire dans le sillage de la sphère qui perturbe les vitesses.

Conclusion

Nous avons simulé, à l'aide de la méthode chimère automatique implémentée dans le solveur compressible *NSMB*, la chute libre d'une particule sphérique dans un tube vertical.

Les simulations montrent l'existence de régimes similaires à ceux observés pour la sphère en chute libre non-confinée. La chute verticale le long de l'axe du tube est observée pour $Ga \leq 150$. Pour des nombres de Galilée supérieurs, la trajectoire est hélicoïdale. Pour $170 \leq Ga \leq 200$, l'écoulement ne possède pas de lâcher de structures tourbillonnaires et présente deux filaments contrarotatifs qui s'enroulent. Pour $Ga = 250$, le sillage en aval de la sphère présente des lâchers tourbillonnaires. Le nombre de Galilée influence le rayon de l'hélice de la trajectoire. Plus le nombre de Galilée est élevé, plus la sphère va se rapprocher de la paroi du tube.

Conclusions et perspectives

Ces travaux de thèse comportaient deux objectifs : le premier était de développer une méthode numérique capable de simuler l'écoulement autour d'un corps libre en mouvement dans un espace confiné, le second objectif était d'utiliser cet outil pour étudier la transition au chaos d'une particule en chute libre dans un tube.

La méthode chimère a été choisie comme solution à la complexité géométrique de notre problème et à la gestion de corps mobiles. Pour adapter la méthode à notre problème, un critère a été défini afin d'obtenir automatiquement un maillage chimère viable à partir de grilles se superposant. Ajoutées à ce critère, deux interpolations d'ordre deux et une optimisation des cellules ont été implémentées. La méthode est parallèle et s'insère dans le solveur *NSMB*. Cette méthode a été validée pour de nombreux cas tels que l'écoulement autour d'un cylindre, de deux cylindres en tandem, d'une sphère non-confinée ou proche d'une paroi plane. Pour toutes ces configurations, la méthode chimère a fourni des résultats en accord avec les valeurs attendues.

Ensuite la méthode a été utilisée pour simuler l'écoulement autour d'une sphère en translation uniforme dans un tube. Deux confinements sont étudiés ($D/d = 3.3$ et 5) ainsi que de nombreuses configurations spatiales (distance de la sphère à la paroi). Nous avons simulé une large plage de nombre de Reynolds ($50 \leq Re \leq 400$). Les résultats ont montré une influence directe de la distance à la paroi sur la forme du sillage et en particulier sur la recirculation générée en aval de la sphère. Cette modification de la distribution de vitesses et de pression autour de la sphère engendre une force de répulsion. Le comportement de l'écoulement reste similaire à celui observé pour une sphère non-confinée. Quatre états de l'écoulement ont été trouvés sur notre plage d'étude : l'écoulement axisymétrique, l'écoulement non-axisymétrique instationnaire, l'écoulement instationnaire périodique et l'écoulement instationnaire non-périodique. Les seuils liés à chaque état restent quasiment inchangés dans la configuration confinée par rapport à la configuration infinie, mais la brisure de l'axisymétrie de la géométrie interdit tous régimes axisymétriques lorsque la sphère quitte l'axe du tube. De plus une faible distance à la paroi entraîne une stationnarisation de l'écoulement.

Ensuite, la chute libre d'une particule cylindrique 2D dans un canal plan a été étudiée. Cette étude ne concerne que les états instationnaires avec des lâchers tourbillonnaires dans le sillage du cylindre. Les conclusions concernant l'effet de la paroi sur la chute sont les suivantes : la paroi diminue la vitesse terminale de chute, elle réduit l'amplitude des oscillations transversales et elle augmente

fortement la fréquence du système.

Une étude tri-dimensionnelle correspondant à la chute libre d'une sphère dans un tube vertical parachève notre travail. Les paramètres du problème sont le nombre de Galilée, le rapport de densités et le confinement. Notre étude s'est focalisée sur un seul rapport de densités ($\rho_r = 2$) et sur un seul confinement ($D/d = 5$). Pour ces deux paramètres, l'étude de l'influence du nombre de Galilée sur l'écoulement montre trois trajectoires types : pour $Ga \leq 150$, la trajectoire est verticale et suit l'axe du tube, pour $170 \leq Ga \leq 200$, la trajectoire est hélicoïdale et le sillage ne présente aucun détachement tourbillonnaire. L'écoulement est caractérisé par deux filaments de vorticité contrarotatifs. Pour $Ga \geq 250$, le sillage comporte des lâchers de structures tourbillonnaires. La trajectoire tend vers une trajectoire hélicoïdale mais ayant un rayon plus grand que les trajectoires à plus faibles nombres de Galilée.

En ce qui concerne les perspectives à ce travail, deux pistes sont possibles : la première concerne les aspects numériques et l'amélioration de l'implémentation de la méthode chimère et la deuxième piste concerne la continuité des études déjà réalisées.

Plusieurs améliorations peuvent être apportées à la méthode chimère actuelle : en terme de rapidité d'exécution, la recherche des superpositions pourrait être exécutée par un algorithme de grilles virtuelles récursif. Les communications liées à la parallélisation peuvent aussi être améliorée pour permettre des calculs massivement parallèles : le transfert de variables chimères se fait via des tableaux globaux et il faudrait implémenter une communication parallèle bloc à bloc. Enfin la méthode actuelle est difficilement applicable à des géométries complexes possédant des chevauchements de parois. Dans ce cas le développement d'un outil de pré-processing est indispensable (comme cela existe déjà à la NASA et à l'ONERA). Une profonde réflexion est à mener pour permettre la simulation de telles configurations en situations mobiles.

Il serait intéressant de poursuivre le travail commencé dans cette thèse, étendant les paramètres de confinement, de rapport de densités et de nombres de Galilée. Pour les rapports de densités inférieurs ou égale à 1, il est nécessaire d'utiliser un couplage fort fluide/solide. On pourra aussi aborder le problème de suspension dans un écoulement de Poiseuille. En ce qui concerne la sphère fixe dans un tube, nous nous sommes intéressés en effet de translation. Il faudrait étudier les effets de la rotation, ce qui permettra de mieux cerner les phénomènes physiques qui rentrent en jeu dans la chute libre.

Bibliographie

- [1] Proudman I. and Pearson J. Expansions at small Reynolds numbers for the flow past a sphere and a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 2(03), 237–262, 1957.
- [2] Bouchet G., Mebarek M., and Dušek J. Hydrodynamics forces acting on a rigid fixed sphere in early transitional regimes. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 25, 321–336, 2006.
- [3] Johnson T. and Patel V. Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. *Journal of Fluid Mechanics*, 378, 19–70, 1999.
- [4] Taneda S. Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers. *J. Phys. Soc. Japan*, 11(10), 1104–1108, 1956.
- [5] Magarvey R. and Bishop R. Transition ranges for three-dimensional wakes. *Canadian Journal of Physics*, 39(10), 1418–1422, 1961.
- [6] Goldburg A. and Florsheim B. Transition and Strouhal number for the incompressible wake of various bodies. *Physics of Fluids*, 9, 45–50, 1966.
- [7] Achenbach E. Vortex shedding from spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 62(02), 209–221, 1974.
- [8] Nakamura I. Steady wake behind a sphere. *Physics of Fluids*, 19, 5, 1976.
- [9] Provansal M. and Ormieres D. Transition to turbulence in the wakes of axisymmetrical objects. In *Symposium on Turbulent Shear Flows*, 11 th, Grenoble, France, pages 17–7, 1997.
- [10] Natarajan R. and Acrivos A. The instability of the steady flow past spheres and disks. *Journal of Fluid Mechanics*, 254, 323–344, 1993.
- [11] Ghidersa B. and Dušek J. Breaking of axisymmetry and onset of unsteadiness in the wake of a sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 423, 33–69, 2000.
- [12] Tomboulides A. and Orszag S. Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 416, 45–73, 2000.
- [13] Schouveiler L. and Provansal M. Self-sustained oscillations in the wake of a sphere. *Physics of Fluids*, 14, 3846, 2002.
- [14] Jeong J. and Hussain F. On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 285, 69–94, 1995.

- [15] Mittal R. A Fourier-Chebyshev spectral collocation method for simulating flow past spheres and spheroids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 30(7), 921–937, 1999.
- [16] Mittal R. Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere. *AIAA journal*, 37(3), 388–390, 1999.
- [17] Sakamoto H. and Haniu H. A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow. *ASME, Transactions, Journal of Fluids Engineering*, 112, 386–392, 1990.
- [18] Mordant N. and Pinton J. Velocity measurement of a settling sphere. *The European Physical Journal B*, 18(2), 343–352, 2000.
- [19] Magarvey R. and Bishop R. Wakes in Liquid-Liquid Systems. *Physics of Fluids*, 4, 800, 1961.
- [20] Lunde K. and Perkins R. Observations on wakes behind spheroidal bubbles and particles Paper No. FEDSM'97-3530. In 1997 ASMEFED Summer Meeting (Vancouver, Canada), 1997.
- [21] Wu M. and Gharib M. Experimental studies on the shape and path of small air bubbles rising in clean water. *Physics of Fluids*, 14, L49–L52, 2002.
- [22] Mougin G. and Magnaudet J. Path instability of a rising bubble. *Physical review letters*, 88(1), 14502, 2001.
- [23] Jenny M., Bouchet G., and Dušek J. Nonvertical ascension or fall of a free sphere in a Newtonian fluid. *Physics of Fluids*, 15, L9, 2003.
- [24] Jenny M., Dušek J., and Bouchet G. Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a newtonian fluid. *J. Fluid Mech.*, 508, 201–239, 2004.
- [25] Veldhuis C., Biesheuvel A., Wijngaarden L., and Lohse D. Motion and wake structure of spherical particles. *Nonlinearity*, 18, C1, 2005.
- [26] Veldhuis C. and Biesheuvel A. An experimental study of the regimes of motion of spheres falling or ascending freely in a Newtonian fluid. *International Journal of Multiphase Flow*, 33(10), 1074–1087, 2007.
- [27] Cheng N. Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles. *Powder Technology*, 189(3), 395–398, 2009.
- [28] Clift R., Grace J., Weber M., and Clift R. *Bubbles, drops, and particles*.
- [29] Kotouč M., Bouchet G., and Dušek J. Loss of axisymmetry in the mixed convection, assisting flow past a heated sphere. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 11–12, 2008.
- [30] Kotouč M., Bouchet G., and Dušek J. Transition to turbulence in the wake of a fixed sphere in mixed convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 625, 205–248, 2009.
- [31] Kotouč M. Transition à la turbulence du sillage d'une sphère fixe ou libre en convection mixte. Thèse de doctorat à l'Université de Strasbourg, France, 2008.
- [32] Segré G. Radial particle displacements in Poiseuille flow of suspensions. *Nature*, 189, 209–210, 1961.

- [33] Segre G. and Silberberg A. Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow Part 1. Determination of local concentration by statistical analysis of particle passages through crossed light beams. *Journal of fluid mechanics*, 14(01), 115–135, 1962.
- [34] Sakamoto H. and Haniu H. The formation mechanism and shedding frequency of vortices from a sphere in uniform shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 287, 151–171, 1995.
- [35] Bagchi P. and Balachandar S. Effect of free rotation on the motion of a solid sphere in linear shear flow at moderate Re. *Physics of Fluids*, 14, 2719, 2002.
- [36] Legendre D. and Magnaudet J. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *J. Fluid Mech.*, 368, 81–126, 1998.
- [37] Dandy D. and Dwyer H. A sphere in shear flow at finite Reynolds number : effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer. *Journal of Fluid Mechanics*, 216, 381–410, 1990.
- [38] Kurose R. and Komori S. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 384, 183–206, 1999.
- [39] Saffman P. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 22.
- [40] Takumura F. and Magnaudet J. The transverse force on clean and contaminated bubbles rising near a vertical wall at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 495, 235–253, 2003.
- [41] Takumura F., Takagi S., Magnaudet J., and Matsumoto Y. Drag and lift forces on a bubble rising near a vertical wall in a viscous liquid. *J. Fluid Mech.*, 461, 277–300, 2002.
- [42] Zeng L., Balachandar S., and Fischer P. Wall-induced forces on a rigid sphere at finite Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 536, 1–25, 2005.
- [43] Vasseur P. and Cox R. The lateral migration of spherical particles sedimenting in a stagnant bounded fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 80(03), 561–591, 1977.
- [44] Goldsmith H. and Mason S. The microrheology of dispersions, In *Rheology : Theory and Applications*, Volume 4, Ed Eirich, 1967.
- [45] Karnis A., Goldsmith H., and Mason S. The flow of suspensions through tubes. Part 5 : Inertial effects. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 44(4), 181–193, 1966.
- [46] Matas J., Morris J., and Guazzelli E. Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 515, 171–195, 2004.
- [47] Ehu M.-Y. Direct numerical simulation of the solid-liquid flows of Newtonian and viscoelastic fluids. Ph.D thesis, University of Pennsylvania, 2000.
- [48] Yang B., Wang J., Joseph D., Hu H., Pan T., and Glowinski R. Migration of a sphere in tube flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 540, 109–131, 2005.
- [49] Feng J., Hu H., and Joseph D. Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid Part 1. Sedimentation. *Journal of Fluid Mechanics*, 261, 95–134, 1994.

- [50] Yu Z., Phan-Thien N., Fan Y., and Tanner R. Viscoelastic mobility problem of a system of particles. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 104(2-3), 87–124, 2002.
- [51] Choi H. and Joseph D. Fluidization by lift of 300 circular particles in plane Poiseuille flow by direct numerical simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 438, 101–128, 2001.
- [52] Patankar N., Huang P., Ko T., and Joseph D. Lift-off of a single particle in Newtonian and viscoelastic fluids by direct numerical simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 438(-1), 67–100, 2001.
- [53] Joseph D. and Ocando D. Slip velocity and lift. *Journal of Fluid Mechanics*, 454, 263–286, 2002.
- [54] Wang J. and Joseph D. Lift forces on a cylindrical particle in plane Poiseuille flow of shear thinning fluids. *Physics of Fluids*, 15, 2267, 2003.
- [55] Yu Z., Phan-Thien N., and Tanner R. Dynamic simulation of sphere motion in a vertical tube. *Journal of Fluid Mechanics*, 518, 61–93, 2004.
- [56] Asmolov E. The inertial lift on a spherical particle in a plane Poiseuille flow at large channel Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 381, 63–87, 1999.
- [57] Jenny M. and Dušek J. Efficient numerical method for the direct numerical simulation of the flow past a single light moving spherical body in transitional regimes. *Journal of Computational Physics*, 194, 215–232, 2004.
- [58] Namkoong K., Yoo J., and Choi H. Numerical analysis of two-dimensional motion of a freely falling circular cylinder in an infinite fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 604, 33–53, 2008.
- [59] Meakin R. L. Chapter 11 : Composite overset structured grids, in : *Handbook of grid generation*, J.F. Thompson, B.K. Soni and N.P. Weatherill. CRC, 1999.
- [60] Meakin R. Moving body overset grid methods for complete aircraft tiltrotor simulations. In *AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 11 th, Orlando, FL, Technical Papers. Pt. 2, volume 6, 1993.
- [61] DOUGHERTY F. and KUAN J. Transonic store separation using a three-dimensional Chimera grid scheme. In *AIAA, Aerospace Sciences Meeting*, 27 th, Reno, NV, 1989.
- [62] Benek J. A., Steger J. L., and Dougherty F. A flexible grid embedding technique with application to the euler equations. *AIAA Paper*, 83-1944, 1983.
- [63] Henshaw W. and Schwendeman D. An adaptive numerical scheme for high-speed reactive flow on overlapping grids. *Journal of Computational Physics*, 191(2), 420–447, 2003.
- [64] Henshaw W. and Schwendeman D. Moving overlapping grids with adaptive mesh refinement for high-speed reactive and non-reactive flow. *Journal of Computational Physics*, 216(2), 744–779, 2006.

- [65] Kapila A., Schwendeman D., Bdzil J., and Henshaw W. A study of detonation diffraction in the ignition-and-growth model. *Combustion Theory and Modelling*, 11(5), 781–822, 2007.
- [66] Kiris C., Kwak D., Rogers S., and Chang I. Computational approach for probing the flow through artificial heart devices. *Journal of biomechanical engineering*, 119, 452, 1997.
- [67] Tu J. and Fuchs L. Calculation of flows using three-dimensional overlapping grids and multigrid methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(2), 259–282, 1995.
- [68] Buning P., Chiu I., Obayashi S., Rizk Y., and Steger J. Numerical simulation of the integrated space shuttle vehicle in ascent. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, Minneapolis, MN, pages 265–283, 1988.
- [69] Hinatsu M. and Ferziger J. Numerical computation of unsteady incompressible flow in complex geometry using a composite multigrid technique. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 13, 1991.
- [70] Pearce D., Stanley S., Martin Jr F., Gomez R., Le Beau G., Buning P., Chan W., Chiu I., Wulf A., and Akdag V. Development of a large scale Chimera grid system for the space shuttle launch vehicle. In *AIAA, 31st Aerospace Sciences Meeting*, Reno, NV, volume 0533, 1993.
- [71] Maple R. and Belk D. A new approach to domain decomposition, the beggar code. *Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields*, Pineridge Press Limited, pages 305–314, 1994.
- [72] Jespersen D., Pulliam T., and Buning P. Recent enhancements to OVERFLOW. *AIAA paper*, 97-0644, 1997.
- [73] Tahara Y., Wilson R., Carrica P., and Stern F. RANS simulation of a container ship using a single-phase level-set method with overset grids and the prognosis for extension to a self-propulsion simulator. *Journal of Marine Science and Technology*, 11(4), 209–228, 2006.
- [74] Meakin R. and Suhs N. Unsteady aerodynamic simulation of multiple bodies in relative motion. In *AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 9 th, Buffalo, NY, volume AIAA-89-1996, pages 643–657, 1989.
- [75] Desquesnes G., Terracol M., Manoha E., and Sagaut P. On the use of a high order overlapping grid method for coupling in CFD/CAA. *Journal of Computational Physics*, 220, 355–382, 2006.
- [76] Henshaw W. and Schwendeman D. Parallel computation of three-dimensional flows using overlapping grids with adaptive mesh refinement. *Journal of Computational Physics*, 227, 7469–7502, 2008.
- [77] Tang H., Casey Jones S., and Sotiropoulos F. An overset-grid method for 3D unsteady incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 191, 567–600, 2003.

- [78] Fujii K. Unified zonal method on the fortified solution algorithm. *J. Comput. Phys.*, 118, 92–108, 1995.
- [79] Landmann B. and Montagnac M. A highly automated parallel Chimera method for overset grids based on the implicit hole cutting technique. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2010.
- [80] Samet H. The design and analysis of spatial data structures. Addison-Wesley, 1990.
- [81] Siikonen T. L., Rautahaimo P. P., and Salminen E. J. Numerical techniques for complex aeronautical flows. *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2000*, 2000.
- [82] Liao W., Cai J., and Tsai H. M. A multigrid overset grid flow solver with implicit hole cutting method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, 1701 – 1715, 2007.
- [83] Chesshire G. and Henshaw W. Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 90, 1–64, 1990.
- [84] Sherer S. and Scott J. High-order compact finite-difference methods on general overset grids. *Journal of Computational Physics*, 210, 459–496, 2005.
- [85] Henshaw W. A fourth-order accurate method for the incompressible Navier-Stokes equations on overlapping grids. *Journal of Computational Physics*, 113, 13–25, 1994.
- [86] Zang Y. and Street R. A composite multigrid method for calculating unsteady incompressible flows in geometrically complex domains. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 20, 341–362, 1995.
- [87] Sengupta T., Suman V., and Singh N. Solving Navier–Stokes equation for flow past cylinders using single-block structured and overset grids. *Journal of Computational Physics*, 229(1), 178–199, 2010.
- [88] Hubbard B. and Chen H. C. A chimera scheme for incompressible viscous flows with application to submarine hydrodynamics. *AIAA Paper*, 25th AIAA Fluid Dynamics Conference, 2210, 1990.
- [89] Chattot J.-J. and Wang Y. Improved treatment of intersecting bodies with the chimera method and validation with a simple and fast flow solver. *Computers & fluids*, 27, 721–740, 1998.
- [90] Liao W., Cai J., and Tsai H. A multigrid overset grid flow solver with implicit hole cutting method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, 1701–1715, 2007.
- [91] Burton T. and Eaton J. Analysis of a fractional-step method on overset grids. *Journal of Computational Physics*, 177, 336–364, 2002.
- [92] Tai C., Zhao Y., and Liew K. Parallel computation of unsteady incompressible viscous flows around moving rigid bodies using an immersed object method with overlapping grids. *Journal of Computational Physics*, 207, 151–172, 2005.

- [93] Wang Z. J. A fully conservative interface algorithm for overlapped grids. *Journal of Computational Physics*, 122, 96–106, 1995.
- [94] Rai M. M. A relaxation approach to patched-grid calculations with the euler equations. *Journal of Computational Physics*, 66, 99 – 131, 1986.
- [95] Wright J. and Shyy W. A pressure-based composite grid method for the Navier-Stokes equations. *Journal of computational physics*, 107, 225–238, 1993.
- [96] Vos J., Leyland P., Lindberg P., Kemenade V., Gacherieu C., Duquesne N., Lötstedt P., Weber C., and Ytterström A. NSMB Handbook version 4.0. 1997.
- [97] Weber C. Développement de méthodes implicites pour les équations de navier-stokes moyennées et la simulation des grandes échelles : Application à l'aérodynamique externe. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1998.
- [98] Jameson A. Analysis and design of numerical scheme for gas dynamics, 1 : artificial diffusion, upwind biased, limiters and their effect on accuracy and multigrid convergence. *Computational Fluid Dynamics*, 1995.
- [99] Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. Vol. 2-Computational methods for inviscid and viscous flows. 1990.
- [100] Chorin A. Numerical solution of the navier-stokes equations. *J. Math. Computation*, 22, 745, 1968.
- [101] Meakin R. A new method for establishing intergrid communication among systems of overset grids. *AIAA Paper*, 91-1586, 1991.
- [102] Shepard D. A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. In *Proceedings of the 1968 23rd ACM national conference*, pages 517–524. ACM, 1968.
- [103] Ghia U., Ghia K., and Shin C. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*, 48, 387–411, 1982.
- [104] Botella O. and Peyret R. Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow. *Computers & Fluids*, 27(4), 421–433, 1998.
- [105] Bruneau C. and Saad M. The 2D lid-driven cavity problem revisited. *Computers & Fluids*, 35(3), 326–348, 2006.
- [106] Takami H. and Keller H. Steady two-dimensional viscous flow of an incompressible fluid past a circular cylinder. *Phys. Fluids Suppl.*, 12, II 51, 1969.
- [107] Nieuwstadt F. and Keller H. Viscous flow past circular cylinders. *Computers and Fluids*, 1, 59, 1973.
- [108] Persillon H. and Braza M. Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation. *J. Fluid Mech.*, 365, 23–88, 1998.

- [109] Dennis C. and Chang G. Numerical solution for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100. *J. Fluid Mech.*, 12, 471–489, 1970.
- [110] Hamielec A. and Raal J. Numerical studies of viscous flow around circular cylinders. *Phys. Fluids*, 12, 11–17, 1969.
- [111] Tuann S. and Olson M. Numerical studies of the flow around a circular cylinder by a finite-element method. *J. Computers Fluids*, 6, 219–240, 1978.
- [112] Rajana B., Kandasamy A., and Majumdar S. Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder. *Applied Mathematical Modelling*, 33, 1228–1247, 2009.
- [113] Williamson C. Oblique and parallel mode of vortex shedding in the wake of a cylinder at low Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 206, 579–627, 1989.
- [114] Braza M., Chasaing P., and Ha Minh H. Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 165, 79–130, 1986.
- [115] Slaouti A. and Stansby P. Flow around two circular cylinders by the random-vortex method. *Journal of Fluids and Structures*, 6, 641–670, 1992.
- [116] Belov A., Martinelli L., and Jameson A. A new implicit algorithm with multigrid for unsteady incompressible flow calculations. *AIAA paper*, 95, 0049, 1995.
- [117] Henderson R. Details of the drag curve near the onset of vortex shedding. *Physics of Fluids*, 7, 2102, 1995.
- [118] Zhang H. and Zhang X. Flow structure analysis around an oscillating circular cylinder at low KC number : a numerical study. *Computers & fluids*, 26, 83–106, 1997.
- [119] Liu C., Zheng X., and Sung C. Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 139, 035–057, 1998.
- [120] Williamson C. and Brown G. A series in $1/\sqrt{\text{Re}}$ to represent the Strouhal–Reynolds number relationship of the cylinder wake. *Journal of Fluids and Structures*, 12, 1073–1085, 1998.
- [121] Farrant T., Tan M., and Price W. A cell boundary element method applied to laminar vortex-shedding from arrays of cylinders in various arrangements. *Journal of Fluids and Structures*, 14, 375–402, 2000.
- [122] Linnick M. and Fasel H. A high-order immersed boundary method for unsteady incompressible flow calculations. *AIAA paper*, 1124, 2003.
- [123] De Palma P., De Tullio M., Pascasio G., and Napolitano M. An immersed-boundary method for compressible viscous flows. *Computers & Fluids*, 35, 693–702, 2006.
- [124] Juncu G. A numerical study of momentum and forced convection heat transfer around two tandem circular cylinders at low Reynolds numbers. Part I : Momentum transfer. *International journal of heat and mass transfer*, 50(19-20), 3788–3798, 2007.

- [125] Sharman B., Lien F., Davidson L., and Norberg C. Numerical predictions of low Reynolds number flows over two tandem circular cylinders. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 47, 423–447, 2005.
- [126] Huhe-Aode , Tasuno M., and Taneda S. Visual studies on wake structure behind two cylinders in tandem arrangement. *Reports of Research Institute for Applied Mechanics*, XXXII(99), 1985.
- [127] Li J., Chambarel A., Donneaud M., and Martin R. Numerical study of laminar flow past one and two circular cylinders. *Computers and Fluids*, 19, 155–165, 1991.
- [128] Didier E. Simulation de l'écoulement autour de deux cylindres en tandem.
- [129] Roos F. and Willmarth W. Some experimental results on sphere and disk drag. *AIAA Journal*, 9, 285–291, 1971.
- [130] Magnaudet J., Rivero M., and Fabre J. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 284, 97–135, 1995.
- [131] Bagchi P. and Balachandar S. Steady planar straining flow past a rigid sphere at moderate Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 466, 365–407, 2002.
- [132] Koopmann G. H. The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 28, 501–512, 1967.
- [133] Williamson C. and Roshko A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 2, 355–381, 1988.
- [134] Anagnostopoulos P. Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part 1 : Lock-in zone, hydrodynamic forces and wake geometry. *Journal of Fluids and Structures*, 14, 819–851, 2000.
- [135] Nobari M. and Naderan H. A numerical study of flow past a cylinder with cross flow and inline oscillation. *Computers & Fluids*, 35, 393–415, 2006.
- [136] Placzek A., Sigrist J., and Hamdouni A. Numerical simulation of an oscillating cylinder in a cross-flow at low Reynolds number : Forced and free oscillations. *Computers & Fluids*, 38, 80–100, 2009.
- [137] Govardhan R. and Williamson C. Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 420, 85–130, 2000.
- [138] Shiels D., Leonard A., and Roshko A. Flow-induced vibration of a circular cylinder at limiting structural parameters. *Journal of Fluids and Structures*, 15, 3–21, 2001.
- [139] Cruchaga M., Muñoz C., and Celentano D. Simulation and experimental validation of the motion of immersed rigid bodies in viscous flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197, 2823–2835, 2008.