UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

ÉCOLE DOCTORALE STUE

SCIENCES DE LA TERRE, DE L'UNIVERS ET DE L'ENVIRONNEMENT

T H È S E

pour obtenir le grade de

Docteur en Sciences

de l'Université de Strasbourg

Spécialité : GÉODÉSIE ET GRAVIMÉTRIE

Présentée par

Anthony MÉMIN

Modélisation des variations géodésiques induites par la fonte des glaciers. Séparabilité des effets des déglaciations passée et actuelle.

Thèse dirigée par Jacques HINDERER

préparée à l' Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 7516)
au sein de l'École et Observatoire des Sciences de la Terre.

Soutenue publiquement le 15 septembre 2011 devant le jury composé de :

R. BIANCALE	-	CNES, Toulouse	- *Rapporteur externe*
F. RÉMY	-	CNRS, Toulouse	- *Rapporteur externe*
F. MASSON	-	Université de Strasbourg	- *Rapporteur interne*
J. HINDERER	-	CNRS, Strasbourg	- *Directeur de thèse*
Y. ROGISTER	-	Université de Strasbourg	- *Examinateur*
G. SPADA	-	Università di Urbino 'Carlo Bo'	- *Examinateur.*

Résumé

L'objectif de cette thèse est de modéliser les déformations élastiques terrestres résultant du changement actuel de l'épaisseur des glaciers et d'étudier comment, dans les observations géodésiques et gravimétriques, elles peuvent être séparées des déformations visco-élastiques consécutives à la déglaciation du Pléistocène qui s'est terminée il y a environ 10 000 ans. Pour calculer les déformations élastiques, nous convoluons les fonctions de Green du mouvement du sol et de la variation de la gravité pour un modèle de Terre sphérique avec les variations spatiales de l'épaisseur de glace. Nous considérons d'abord les glaciers du massif du Mont Blanc dans les Alpes françaises, où un amincissement significatif d'environ 2 m/a a été observé entre 1979 et 2004. Cette étape permet de montrer que les variations d'inclinaison du sol induites par les variations de l'épaisseur de glace sont bien supérieures à la sensibilité des inclinomètres hydrostatique à longue base. Le suivi des changements de masse des glaciers pourraît être effectué par ce type d'instruments. Ensuite, nous additionnons la déformation élastique au Svalbard, Norvège, estimée à partir de 6 modèles de fonte actuelle des glaces, et la déformation visco-élastique qui résulte de la dernière déglaciation de la fin du Pléistocène et qui est calculée à l'aide du logiciel SELEN 2.7 de Spada & Stocchi (2007). Ainsi, une diminution d'environ 25 km^3/a du volume des glaciers permet d'expliquer les observations de déplacement du sol de 5.64 mm/a et de variation de la gravité de -1.02 μGal/a. La variation de gravité a été déterminée en répétant 6 mesures de gravité absolue entre 1998 et 2007 et en analysant les données d'un gravimètre relatif supraconducteur installé à Ny-Ålesund. Toutefois, l'analyse des solutions de la mission de gravimétrie spatiale *Gravity Recovery And Climate Experiment* (GRACE) conduit à une variation de volume comprise entre -18 et -5 km^3/a. En fait, il apparaît que la forte topographie présente dans cette région englacée ne peut être négligée pour expliquer les deux types d'observations. Nous étudions la séparation des effets des changements de masse passés et actuels à partir des observations sol ou satellite. Dans les régions englacées, en l'absence de topographie, l'utilisation des observations sol, vitesse de déplacement et taux de variation de gravité, et la prise en compte de deux rapports théoriques du taux de variation de gravité au sol avec la vitesse de déplacement du sol, $C^V = -0.15$ μGal/mm et $C^{e,N} = -0.26$ μGal/mm caractérisant respectivement les déformations visqueuses et élastiques, permet de séparer dans les observations les effets induits par les changements actuels des masses de glace de ceux induits par les changements passés. Dans les régions à forte topographie, le rapport $C^{e,N}$ peut varier. Le contexte de glaciation/déglaciation passée et actuelle permet d'estimer un domaine de valeurs possibles pour ce rapport. Enfin, en supposant que les variations de gravité (GRACE) et de hauteur altimétrique (Envisat) observées en Antarctique sont liées aux changements de l'épaisseur de la calotte, nous avons évalué la perte de glace dans les régions des glaciers de Pine Island, Thwaites et Totten et l'accumulation de glace pour le glacier Kamb.

Mots clés : géodésie et gravimétrie, réajustement isostatique, fontes de glace passées et actuelles, visco-élasticité.

Abstract

The aim of this thesis is to model the elastic deformations of the Earth induced by the current change of the thickness of glaciers and to study how, in the geodetic and gravity measurements, they can be separated from the visco-elastic deformations subsequent to the last Pleistocene deglaciation. To estimate the elastic deformations, we convolve the Green functions of the ground motion and the gravity variations for a spherical model of the Earth with the geographical variations of ice-mass bodies. We first study the Mont Blanc area in the French Alps where an important elevation change of glaciers, ~ 2 m/yr between 1979 and 2004, has been recently observed. We show that the variations of the ground tilt due to changes in ice-thickness of the glaciers is well above the sensitivity of the long base hydrostatic tiltmeters. Such instruments can be used to monitor the time variations of ice masses. Next, we add the elastic deformations induced by current ice-mass changes in Svalbard, Norway, estimated from 6 models of ice thinning to the viscous deformations due to the last Pleistocene deglaciation and estimated using the SELEN 2.7 software of Spada & Stocchi (2007). We find that a decrease of about 25 km^3/yr of the volume of the glaciers can explain the observed ground displacement rate of 5.64 mm/yr and gravity variation of -1.02 μGal/yr. The gravity variation has been deduced from six repeated absolute gravity measurements between 1998 and 2007 and by analysing the time series of the superconducting gravimeter of Ny-Ålesund. However, the analysis of the solutions of the space gravity mission Grace Recovery And Climate Experiment (GRACE) leads to a volume change ranging between -18 and -5 km^3/yr. To explain ground and satellite measurements in such an ice covered area where topography is important, the topography of the glaciers has to be taken into account in the computation of the ground gravity changes. Then, we study the separation of effects induced by past and present ice-mass changes from ground and satellite observations. In regions covered by ice, with no topography, using ground observations, ground displacement and gravity variation rates, and taking into account the two theoretical gravity-variation-to-vertical-displacement ratios , $C^V = -0.15$ μGal/mm and $C^{e,N} = -0.26$ μGal/mm respectively for the viscous and elastic deformations, can lead to the separation in the observations of the effects induced by the current change of ice masses and that due to past changes. In regions where topography has a strong influence, the $C^{e,N}$ ratio may change. The current and past glaciation/deglaciation context provides a range of possible values for this ratio. Finally, assuming that space gravity (GRACE) and altimetry (Envisat) observations in Antarctica are induced by the change of the thickness of the ice cap, we confirm the loss of ice mass in the regions of the Pine Island, Thwaites and Totten glaciers and the gain of ice mass for the Kamb glacier.

Key words : geodesy and gravity – glacial isostatic adjustement – past and current ice-mass changes – visco-elasticity.

Remerciements

Je tiens tout particulièrement à remercier Jacques Hinderer pour m'avoir permis d'effectuer dans un premier temps mon master recherche au sein de l'équipe de dynamique globale de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg à l'École et Observatoire des Sciences de la Terre. Ce master a été l'étape décisive à ma poursuite en thèse. Je le remercie de m'avoir dirigé tout au long de mon doctorat ainsi que de m'avoir encouragé à présenter mes résultats à de nombreux congrès en France et à l'étranger. Je lui suis également très reconnaissant de m'avoir laissé participer à la mission de mesures GPS en Birmanie (Myanmar) en dehors du cadre de ma thèse.

Un grand merci à Yves Rogister pour m'avoir suivi et co-encadré avec Jacques Hinderer. Sa rigueur et sa disponibilité m'ont profondément aidé en de multiples occasions : écriture d'un article scientifique, enseignement des travaux dirigés, méthode de travail, présentation des résultats (orale ou poster)... À cela s'ajoute les quelques heures de footing ensemble qui m'ont permis, j'en ai la certitude, de prendre un peu de recul sur ce que je faisais.

Merci à Muriel Llubes pour m'avoir suivi tout au long de cette thèse et invité à plusieurs reprises à venir travailler à Toulouse avec l'équipe cryosphère satellitaire du Laboratoire d'Études en Géophysique et Océanographie Spatiales.

Merci à Jean-Paul Boy pour toutes les discussions et sa patience pour répondre à mes nombreuses questions ! Je le remercie aussi d'avoir accepté de relire une partie du manuscrit. Merci à Hilaire Legros d'avoir accepté de me prêter un grand nombre d'ouvrages et surtout de m'avoir donné l'envie d'étudier les déformations de la Terre lors de son cours de dynamique en deuxième année d'école d'ingénieur !

Merci également à Richard Biancale, Frédérique Rémy, Frédéric Masson, et Giorgio Spada d'avoir accepté de faire partie de mon jury et de lire ce manuscrit pendant la période estivale. Un merci supplémentaire à Richard Biancale pour m'avoir suivi tout le long de mon doctorat en tant que responsable CNES de cette thèse, à Frédérique Rémy pour son accueil systématiquement convivial à Toulouse et à Frédéric Masson pour m'avoir proposé la mission en Birmanie m'initiant ainsi aux mesures GPS.

Merci à Florence Beck pour sa disponibilité concernant l'école doctorale. Je tiens à la remercier pour nous, avec Estelle, Franşois-Xavier et Raphaël, avoir soutenus dans la mise en oeuvre de la première journée des doctorants de l'école doctorale Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement. Merci aussi de m'avoir fait confiance pour assurer les travaux dirigés de cristallographie. Dans le même registre, merci aussi à Aude Chambodut et Alain Cochard pour leur confiance, ce qui m'a permis d'assurer les travaux dirigés de géomagnétisme et d'analyse numérique.

Merci également à tous mes co-thésards : Maxime, Vincent, Élise, Zacharie, Julien T., Julien G., Paul, Edouard, Joachim, Suzon, Pierre, Julia, Flavia, Francis, Marie-Laure, Jérémie, Benoît, Florence, Estelle, Chloé, Yasser, Jean-Rémi, Mélanie, Romy, Sheldon... aux post-docs : Aurore, Marco, Olivier... et à leur compagnes ou compagnons : Indrah, Damien, Émilie, PEF, Lucile, Anaïs... et à tous ceux et celles qui étaient aussi présents lors de nos festivités Strasbourgeoises : El Bichito, Maud, Cyril, Marie, Christian, Adrien... Merci à tous mes amis pour leur profond soutien, je pense particulièrement à Nénès, Marie (LPMDC), Amélie, Clairette, Marjo, Guillaume, Céline, Loulou, Mono, Amandine, Julien, La Nouille, Tétile, Caro, Aurélie, Isa, Becoque, Hélène, Marie, Hugues, Sam, Diane-Charlotte... Un grand merci à Nico et Édith pour m'avoir permis de rédiger dans de très

très bonnes conditions et plus encore ! Un merci supplémentaire à Maxime pour avoir partagé le même appartement pendant presque quatre années ! ! Enfin, je dis un énorme merci à toute ma famille ! Ne pouvant citer de façon exhaustive tout le monde je remercie aussi tous ceux et celles que j'ai pu rencontrer au cours de mon doctorat et qui par des aspects bien différents ont contribué à son aboutissement.

Cette thèse a été rédigée avec LaTeX à partir du modèle fourni par O. Commowick (http ://olivier.commowick.org/thesis_template.php).

Introduction

La Terre se comporte différemment suivant les échelles de temps considérées. Pour des périodes allant de la seconde à l'année, elle se conduit comme un solide élastique. Ce comportement élastique se manifeste, par exemple, par les mouvements du sol et les variations du champ de pesanteur engendrés par les marées. Ces déformations caractérisent l'ajustement instantané de l'état d'équilibre de la Terre aux forces de marée agissant de façon périodique. Pour des périodes plus longues, de l'ordre du millier d'années, la Terre se comporte comme un solide visqueux. On observe encore aujourd'hui en Scandinavie et en Amérique du Nord le soulèvement du sol dû à la dernière déglaciation du Pléistocène qui s'est terminée il y a environ 10 000 ans. Ce soulèvement traduit la relaxation de la Terre, qui est son réajustement vers son état d'équilibre, après avoir été soumise à une importante variation de volume de glace. Ce volume serait, selon les modèles, d'environ 5.3×10^9 km^3, ce qui représenterait une augmentation du niveau marin d'environ 114 ± 12 m. Toutefois dans certaines zones glacées, notamment en Alaska, au Groenland, au Svalbard et en Antarctique, où le rebond dû à la dernière déglaciation serait mesurable, on constate que l'amincissement actuel des glaciers s'accélère. Cette accélération de l'amincissement des glaciers ajoute alors une contribution élastique à la déformation visqueuse de la Terre. Ainsi se pose le problème de la séparation des effets élastiques dus aux changements actuels de masse des glaciers et des effets visqueux dus à la dernière déglaciation.

Dans le domaine du comportement rhéologique de la Terre, et en particulier celui de l'ajustement isostatique associé au rebond post-glaciaire, il est actuellement difficile de séparer dans les observations les effets induits par la dernière déglaciation du Pléistocène et ceux induits par les variations actuelles de l'épaisseur des glaciers. Un instrument, qu'il soit posé à la surface de la Terre ou placé en orbite, mesure les effets cumulés des deux contributions. Ceci entraîne alors des difficultés pour contraindre certains paramètres caractérisant la rhéologie des couches profondes, comme la viscosité ou la densité du manteau, et la répartition des masses à l'intérieur de notre planète. Par ailleurs d'un point de vue glaciologique, cette difficulté a des conséquences sur les estimations des variations de masse des glaciers. Un glacier qui s'amincit dans une zone subissant le rebond post-glaciaire va s'élever. La surface du glacier subit alors deux effets opposés, une baisse de son altitude due à l'amincissement du glacier et une augmentation due au rebond par élévation de la base du glacier. La séparation de ces deux effets est nécessaire pour estimer précisement les variations de l'épaisseur des glaciers par les méthodes géodésiques et gravimétriques, au sol ou spatiales. De plus, en déterminant la contribution des effets dus à la dernière déglaciation, il est possible de réajuster les modèles de Terre et de déglaciation utilisés pour décrire la réponse visqueuse de la Terre.

La dernière grande déglaciation est bien étudiée par les méthodes satellitaires et au sol dans les régions qui ne sont pas affectées par les variations actuelles de l'épaisseur des glaciers (Larson & van Dam, 2000; Lambert et al., 2001; Kuo et al., 2004; Lambert et al., 2006; Kuo et al., 2008; Braun et al., 2008; van der Wal et al., 2008; Rangelova & Sideris, 2008; Steffen et al., 2008, 2009a). Toutefois lorsqu'il s'agit d'étudier les effets de cette déglaciation dans les régions où une importante variation de l'épaisseur des glaciers est constatée, le problème se complique. De nombreuse études ont utilisé les données de la mission de gravimétrie spatiale GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) pour estimer les bilans de masse des glaciers et des calottes. C'est notamment le cas en

Alaska (e.g. Chen et al., 2006a; Luthcke et al., 2008; Wu et al., 2010b), au Groenland (e.g. Slobbe et al., 2009; Steffen et al., 2009b; Velicogna, 2009; van den Broeke et al., 2009; Wu et al., 2010b; Schrama & Wouters, 2011) et en Antarctique (e.g. Chen et al., 2009; Gunter et al., 2009; Horwath & Dietrich, 2009; Velicogna, 2009; Wu et al., 2010b). Toutefois il existe une trop grande diversité dans ces bilans. Généralement ces études n'ont pas cherché à caractériser les variations de masse induites à la fois par les déglaciations passée et actuelle. Elles se sont focalisées sur les bilans de masse de glace en corrigeant les observations des effets induits par la dernière déglaciation du Pléistocène. Ces derniers ont été estimés à partir de modèles. Les satellites altimétriques, laser ou radar, ont également été employés pour estimer les bilans de masses au niveau des grandes calottes polaires (e.g. Zwally et al., 2005; Wingham et al., 2006; Slobbe et al., 2009). Toutefois le problème de la conversion des variations de hauteur observées en bilan de masse est délicate (e.g. Gunter et al., 2009). Les études au sol, sur le même principe que les études utilisant la gravimétrie spatiale, ont utilisé les prédictions issues des modèles des changements passés et actuels de l'épaisseur des glaciers pour expliquer les observations (Larsen et al., 2005; Sato et al., 2006; Khan et al., 2007, 2008; Kierulf et al., 2009b; Sato et al., 2010). Toutefois, cette méthode reste limitée car elle est sujette aux nombreuses incertitudes des modèles employés. Au Svalbard par exemple, les observations de positionnement et de gravité n'ont toujours pas d'explication satisfaisante (Sato et al., 2006; Kierulf et al., 2009b). Se pose donc la question de la séparation des différents effets à partir des observations. Wahr et al. (1995) ont combiné les variations séculaires de gravité et de déplacement du sol issues des déformations visqueuses induites par la dernière déglaciation du Pléistocène. Ils ont obtenu un rapport indépendant de la viscosité du manteau et de l'histoire de la déglaciation. Ce rapport a été confirmé plus tard par des observations faites en Amérique du Nord par Larson & van Dam (2000) et Lambert et al. (2001, 2006). Plus récemment, de Linage et al. (2007) ont introduit une combinaison similaire mais concernant les déformations élastiques. De telles combinaisons d'observables géodésiques et gravimétriques au sol sont à considérer pour voir si les effets élastiques et visqueux sont dissociables. Par ailleurs, les séries temporelles des missions gravimétriques et altimétriques sont désormais suffisamment longues pour pouvoir considérer la combinaison de ces deux types d'observation initialement proposée par Wahr et al. (2000). C'est dans ce contexte que se situe cette étude. Il s'agit alors de modéliser les variations des observables géodésiques et gravimétriques induites par le changement d'épaisseur des glaciers et d'estimer les contributions des déglaciations passée et actuelle.

Le plan de ce travail est le suivant.

Dans le premier chapitre, l'évolution temporelle des masses de glace sur Terre est brièvement décrite afin de comprendre les observations géophysiques actuelles. Les observations des conséquences actuelles de la dernière déglaciation du Pléistocène sont reprises en détail afin de voir les problèmes liés à l'élaboration des modèles la caractérisant. Les changements actuels des masses de glace se produisant dans quatre régions majeures (Alaska, Svalbard, Groenland, Antarctique) sont ensuite ciblés pour montrer la diversité des méthodes employées et des résultats obtenus suivant différents facteurs considérés. Les implications sur les observations géophysiques sont finalement présentées (Chap. 1).

Les techniques de gravimétrie au sol et satellite sont ensuite décrites (Chap. 2). Les multiples études utilisant les observations de la mission gravimétrique GRACE conduisent à une description détaillée de ces données ainsi que des traitements usuels. Une étude qualitative à l'échelle globale a ensuite été faite afin de caractériser les signaux dominants présents dans les données. La caractérisation des signaux liés aux variations de masse

passées et actuelles fait partie de la démarche adoptée dans la suite.

La démarche a consisté dans un premier temps à estimer les mouvements du sol (déplacements, inclinaison) et les variations de la gravité dues aux changements actuels de l'épaisseur des glaciers et de voir si elles sont mesurables. Sachant qu'à l'échelle du glacier le calcul des effets dans l'approximation sphérique est limité numériquement, la validation de l'approximation plane à l'échelle d'un massif de glacier est nécessaire. Une comparaison entre un modèle plan et un modèle de Terre à symétrie sphérique a été faite afin d'utiliser les solutions analytiques du modèle plan. Ces solutions analytiques simplifient la mise en oeuvre du calcul des déformations. S'est posée ensuite la question de l'influence de l'extension des zones affectées par la perte de masse de glace. Pour étudier cette influence, deux cas précis ont été choisis : le massif du glacier de la Mer de Glace qui se restreint à l'échelle de trois glaciers et l'ensemble des glaciers du Svalbard recouvrant une superficie de 36 000 km^2. L'objectif a ensuite été d'utiliser ces résultats et les caractéristiques techniques, issues de la littérature, pour voir si l'amincissement actuel des glaciers a un effet mesurable par les méthodes géodésiques et gravimétriques au sol. Cette première étape (Chap. 3) a fait l'objet de l'article Mémin et al. (2009).

La deuxième étape a consisté à utiliser de façon indépendante les observations gravimétriques au sol et satellite afin d'estimer un bilan de masse des glaciers du Svalbard. Sachant que cette région est sujette à la fois aux effets de la dernière déglaciation du Pléistocène et à ceux de l'amincissement actuel des glacier, il est nécessaire de modéliser ces deux contributions. Une histoire de la variation de la hauteur de glace couplée à un modèle de Terre a été utilisée pour quantifier les effets induits par la déglaciation passée. Cette quantification s'est faite à l'aide du logiciel SELEN de Spada & Stocchi (2007). Six modèles de variations de l'épaisseur des glaciers du Svalbard ont été utilisés pour estimer les effets induits par l'amincissement actuel. Une comparaison entre les estimations issues de la modélisation et des observations a ensuite été réalisée pour déterminer un bilan de masse des glaciers du Svalbard pour chaque méthode d'observation. Une comparaison entre les deux types d'observations a également été faite afin de voir si les bilans de masse qui en ont été extraits s'accordaient. Les résultats de cette seconde étape (Chap. 4) ont fait l'objet de l'article Mémin et al. (2011b).

La troisième étape est une étude théorique sur la séparabilité des effets des déglaciations passée et actuelle à partir des observations au sol. L'objectif de cette étape a été de vérifier s'il était possible de séparer ces effets en utilisant des mesures de gravité et de positionnement. Pour cela, les différents observables géodésiques et gravimétriques ont été reliés aux effets induits par les changements de masse de glace passés et actuels. Deux rapports connus ont ensuite été introduits. Celui des variations de gravité et des déplacements induit par la réponse visqueuse (Wahr et al., 1995) et celui induit par la réponse élastique (de Linage et al., 2007) de la Terre respectivement aux changements passés et actuels de masse de glace . Ce second rapport n'est valable que pour une charge variant sur une Terre purement sphérique, n'ayant pas de topographie. Il a été étudié dans le contexte des glaciers où la topographie joue un rôle important dans les mesures de gravité. Une application aux glaciers du Svalbard a ensuite été réalisée afin de confronter les résultats théoriques à ceux issus des observations. Cette étape (Chap. 5) a fait l'objet de l'article Mémin et al. (2011a).

Enfin, la contribution des observations satellites à la séparation des variations de masse en Antarctique a été étudiée (Chap. 6). L'objectif a été de déterminer quelles informations pouvaient être extraites d'une analyse conjointe d'observations gravimétriques et altimétriques satellitaires. Pour cela, les problèmes liés à la détermination des effets induits par

la dernière déglaciation du Pléistocène ont été synthétisés. Cela a conduit à étudier la capacité des modèles de cette déglaciation à prédire les observations géodésiques et gravimétriques au sol et satellitaires. S'est posée ensuite la question de la combinaison des observations gravimétriques et altimétriques satellitaires. Des approximations sur les variations de gravité et de hauteur observées ont été faites, ce qui a permis de comparer les deux types d'observations et de comprendre quels types de masse (neige, glace, manteau) sont observés.

Table des matières

Résumé i

Abstract iii

Remerciements v

Introduction vii

Table des matières xiii

Liste des figures xxii

Liste des tableaux xxiv

1 Conséquences géophysiques de l'évolution de la cryosphère 1
- 1.1 Glaciation et déglaciation . . . 2
  - 1.1.1 Ères glaciaires et fluctuations . . . 2
  - 1.1.2 Causes des périodes, cycles et fluctuations glaciaires . . . 6
- 1.2 Dernière déglaciation du Pléistocène . . . 8
  - 1.2.1 Principales observations du réajustement isostatique . . . 9
  - 1.2.2 Reconstructions de l'histoire de la déglaciation . . . 11
- 1.3 Changements actuels de la cryosphère . . . 16
  - 1.3.1 Cas des glaciers . . . 16
  - 1.3.2 Cas des calottes . . . 19
- 1.4 Implications géophysiques . . . 25
  - 1.4.1 Répercussion sur la variation du niveau marin actuel . . . 26
  - 1.4.2 Perturbations de la rotation terrestre . . . 27
  - 1.4.3 Viscosité du manteau . . . 28
  - 1.4.4 Conclusions . . . 28

2 Méthodes gravimétriques : observer les masses variant sur la Terre 31
- 2.1 Gravimétrie sol . . . 31
  - 2.1.1 Gravimétrie absolue (FG5, Micro-g Solutions) . . . 31
  - 2.1.2 Gravimétrie relative (OSG, GWR Instruments, inc.) . . . 33
  - 2.1.3 Principales corrections . . . 34
- 2.2 Gravimétrie spatiale GRACE . . . 36
  - 2.2.1 La mission GRACE . . . 36
  - 2.2.2 Solutions GRACE . . . 38
  - 2.2.3 Principaux traitements . . . 43
- 2.3 Caractérisation de la variation spatio-temporelle du champ de pesanteur à partir des solutions GRACE . . . 51
  - 2.3.1 Variation spatio-temporelle du champ de pesanteur . . . 51
  - 2.3.2 Incertitudes . . . 55
  - 2.3.3 Comparaison des données satellites et sol . . . 63

3 Modéliser les déformations de la Terre soumise à une charge en surface 67
3.1 Rappels de mécanique des milieux continus . . . 68
3.1.1 Notions de mécanique des milieux continus . . . 68
3.1.2 Rhéologie de Maxwell . . . 72
3.2 Déformations élastiques d'un demi-espace homogène . . . 74
3.2.1 Formulation dans le domaine spatial . . . 74
3.2.2 Détermination des fonctions de Green . . . 75
3.2.3 Fonctions de Green à la surface du demi-espace . . . 77
3.3 Déformations visco-élastiques d'un modèle sphérique de Terre . . . 78
3.3.1 Équations de la gravito-élasticité . . . 78
3.3.2 Déformation d'une Terre sphérique et élastique . . . 80
3.3.3 Extension aux déformations visco-élastiques . . . 86
3.4 Application à l'estimation des effets produits par l'amincissement actuel des glaciers . . . 90
3.4.1 Introduction . . . 90
3.4.2 Étude de cas . . . 91
3.4.3 Synthèse sur la mesurabilité de l'amincissement actuel . . . 97
3.5 Conclusions . . . 98

4 Étude gravimétrique de la variation de masse de glace au Svalbard en Norvège 99
4.1 Introduction . . . 101
4.2 Observations of gravity variation and vertical motion . . . 103
4.2.1 Ground gravity measurements . . . 103
4.2.2 Space gravity measurements . . . 104
4.2.3 Ground velocity measurements . . . 106
4.3 Modelling of GIA and elastic deformation due to PDIM . . . 108
4.3.1 Modelling of ground gravity variation . . . 108
4.3.2 Modelling of satellite gravity variation . . . 113
4.4 Comparison between theory and observation . . . 115
4.4.1 Ground measurements . . . 115
4.4.2 GRACE data . . . 116
4.5 Discussion . . . 118
4.6 Conclusions . . . 120

5 Étude de la séparabilité des effets induits par les déglaciations passée et actuelle dans les observables géodésiques et de gravité au sol 123
5.1 Introduction . . . 125
5.2 Viscoelastic and elastic gravity and uplift rates . . . 126
5.2.1 Gravity variation-to-vertical displacement ratio for viscoelastic deformation . . . 126
5.2.2 Gravity variation-to-vertical displacement ratio for elastic deformation 127
5.2.3 Separation between the geodetic consequences of GIA and PDIM change . . . 127
5.3 Study of $C^{e,N}$ . . . 128
5.3.1 $C^{e,N}$ in areas subject to both past and present-day ice-mass changes 128
5.3.2 Expression for $C^{e,N}$ . . . 129
5.3.3 Study of $G_{C^{e,N}}$ . . . 132
5.4 Past and Present-day ice-mass changes in Svalbard . . . 136

5.4.1 Location of Svalbard and geodetic observations . . . 136
5.4.2 Ice-mass change distribution in Svalbard . . . 137
5.4.3 Gravity and uplift rates at Ny-Ålesund . . . 139
5.4.4 $C^{e,N}$ at Ny-Ålesund, Svalbard . . . 141
5.5 Conclusions . . . 143

6 Contribution des observations satellites à l'étude des variations de masse en Antarctique 145
6.1 Problématique du rebond post-glaciaire en Antarctique . . . 146
6.1.1 Modèles de la dernière déglaciation du Pléistocène . . . 146
6.1.2 Effets du rebond post-glaciaire sur les observables géodésiques et gravimétriques . . . 148
6.2 Observations sol et satellites en Antarctique . . . 151
6.2.1 Observations sol . . . 151
6.2.2 Observations satellites . . . 153
6.3 Déplacements et variations de gravité déduits des observations satellites . 159
6.3.1 Hauteurs altimétriques et épaisseur de la calotte . . . 159
6.3.2 Mouvements du sol déduits des solutions GRACE . . . 160
6.3.3 Comparer les méthodes satellites . . . 161
6.4 Accord entre observations gravimétriques et altimétriques . . . 164
6.5 Conclusions . . . 167

7 Conclusions générales 169

Annexes 173

A Sur les harmoniques sphériques 175
A.1 Solutions de l'équation de Laplace . . . 175
A.2 Harmoniques sphériques complexes . . . 176
A.3 Harmoniques sphériques réelles . . . 177
A.4 Normalisations . . . 178
A.4.1 Harmoniques complexes . . . 178
A.4.2 Harmoniques réelles . . . 179
A.5 Développement de fonction complexe ou réelle en série d'harmoniques sphériques . . . 180
A.6 Références . . . 181

B Solutions GRACE 183

C Ground deformation and gravity variations modelled from present-day ice-thinning in the vicinity of glaciers 191

D Mesures de gravité en Antarctique 201

Liste des abréviations 205

Bibliographie 207

Liste des figures

1.1 *Carte montrant les différentes composantes de la cryosphère en projection de Fuller extraite et adaptée du site web http ://maps.grida.no/go/graphic/the-cryosphere-world-map.* 2

1.2 *Courbe des paléo-températures (rouge) (figure extraite du site de S. Coutterand[2]). La température moyenne actuelle est de 13.5°C. Les surfaces blanches indiquent les ères glaciaires.* 3

1.3 *Estimations des températures moyennes de surface et extension glaciaire pour un événement de type « boule de neige ». L'événement modélisé dure environ 5 Ma (d'après Hoffman & Schrag (2002)). La couverture de glace est représentée en bleu clair.* 4

1.4 *Concentration de méthane (CH_4 en ppb) et de dioxyde de carbone (CO_2 en ppm), rapport isotopique de l'hydrogène (δD en pour mille), température (T en °C) de l'atmosphère et concentration en poussière (en ppm) durant les derniers 400 000 ans. Courbes déduites de l'analyse de la carotte Vostok, Antarctique (Petit et al., 1999).* 5

1.5 *Extension de la Mer de Glace en 1644 (vert), 1821 (rouge) et 1895 (orange). Entre 1821 et 1895, le glacier a reculé de 1.2 km. Photo : ©S. Nussbaumer/FNS.* 6

1.6 *Variations des paramètres astronomiques de la Terre : excentricité (haut), précession (milieu) et obliquité (bas, en degré), d'après Laskar et al. (2004).* 7

1.7 *Cadrant gauche : Mouvement vertical en Amérique du Nord déduit des données GPS d'après (Sella et al., 2007). Cadrant droit : Vitesses de déplacement vertical en Amérique du Nord déduites des données altimétriques (cercles colorés), GPS (flèches noires, (Sella et al., 2007)) et de la combinaison marégraphe-altimètre (flèches rouges, (Kuo et al., 2008)) d'après (Lee et al., 2008). Le fond coloré correspond au rebond prédit par le modèle ICE-5G (VM2) (Peltier, 2004).* 10

1.8 *Cartographie de l'extension de glace (contour blanc) depuis -140 ka jusqu'au LGM d'après (Svendsen et al., 2004). Au LGM est aussi montrée la topographie de la calotte obtenue par modélisation.* 12

1.9 *Bilans de masse cumulés moyens de 75 glaciers de montagne de 15 régions du globe. D'après Francou & Vincent (2007) et Ohmura (2004).* 16

1.10 *Variations de masse de glace en Alaska entre 1962 et 2006 d'après Berthier et al. (2010).* 17

1.11 *Variations de masse de glace en Alaska issues de la littérature. #1 Wu et al. (2010b) est une estimation à partir des solutions GRACE et d'un modèle de GIA. #2 Wu et al. (2010b) est une estimation réalisée par inversion.* . . 18

1.12 *Variations de masse de glace au Svalbard, d'après Nuth et al. (2010).* . . . 19

1.13 *Variations de masse de glace au Groenland d'après Rignot & Kanagaratnam (2006) (carré vert) et Rignot et al. (2008b) (carré magenta).* 20

1.14 *Variations de masse de glace au Groenland issues de la littérature. L'estimation de Baur et al. (2009) n'a pas été corrigé de l'effet du GIA. #1 Wu et al. (2010b) est une estimation à partir des solutions GRACE et d'un modèle de GIA. #2 Wu et al. (2010b) est une estimation réalisée par inversion. #1 et #2 Slobbe et al. (2009) sont respectivement déduits des données ICESat et des solutions GRACE.* 21
1.15 *Estimations de la variation de masse de glace en Antarctique. #1 Wu et al. (2010b) est une estimation à partir des solutions GRACE et d'un modèle de GIA. #2 Wu et al. (2010b) est une estimation réalisée par inversion. #1 et #2 Gunter et al. (2009) correspondent à des estimations basées sur les solutions GRACE et corrigées respectivement des modèles ICE-5G (VM2) (Peltier, 2004) et IJ05 (Ivins & James, 2005). #3 et #4 Gunter et al. (2009) correspondent à des estimations basées sur les données ICESat et corrigées respectivement des modèles ICE-5G (VM2) et IJ05.* 23
1.16 *Variation de hauteur (m/a) en Antarctique mesurée par les satellites ERS et Envisat (Rémy & Parouty, 2009).* 24
1.17 *Résultats de la combinaison des données ICESat et GRACE d'après Riva et al. (2009). a) Variations d'élévation associées au GIA. b) Variations de la profondeur de la neige partiellement compactée. c) Variations de la hauteur de glace. La courbe en pointillé bleu représente le niveau de 95 % de confiance. Unités : cm/a.* 25

2.1 *Spectres moyens des solutions GRACE (trait plein), et de leurs erreurs standards étalonnées (trait en pointillé), du CSR dans le cadran supérieur gauche (orange), du GFZ dans le cadran supérieur droit (marron), du GRGS dans le cadran inférieur gauche (rouge) et de l'ensemble dans le cadran inférieur droit. Les spectres de chaque solution et de leur erreur étalonnée sont également tracés en gris foncé et gris clair, respectivement.* 40
2.2 *Spectres moyens des solutions GRACE du CSR (a) et du GFZ (b) non filtrées (bleu) et filtrées avec un filtre gaussien pour différents rayons $r_{1/2}$: 300 km (noir), 400 km (vert) et 500 km (rouge) et un filtre à apodisation spectrale pour $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$ (orange).* 44
2.3 *Spectres moyens des solutions GRACE du CSR (orange), du GFZ (marron), et du GRGS (rouge) non filtrées (trait plein) et filtrées avec le filtre de Swenson & Wahr (2006) (pointillés).* 46
2.4 *Solutions, mensuelle ou décadaire, du CSR, du GFZ et du GRGS avant et après application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Ces solutions correspondent au mois de mai de l'année 2003. Unités : µGal.* 47
2.5 *Comparaison des différents filtrages d'un modèle synthétique simple. L'unité des cartes a–f est le µGal.* 49
2.6 *Comparaison des différents filtrages d'un modèle synthétique simple contenant du bruit se caractérisant pas des bandes orientées nord-sud. L'unité des cartes a–f est le µGal.* 50
2.7 *Amplitude (en µGal, Figs. 2.7(a) et 2.7(c)) et retard de phase (en mois, Figs. 2.7(b) et 2.7(d)) du signal annuel déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse de la moyenne des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. 2.7(a) et 2.7(b)) ou avec (Figs. 2.7(c) et 2.7(d)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006).* 53

2.8 *Tendance (en µGal/a) du signal déduit de sept années (01/2003-01/2010) d'analyse de la moyenne des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Fig. 2.8(a)) ou avec (Fig. 2.8(b)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006).* 54

2.9 *RMS (en µGal, Figs. 2.9(a) et 2.9(c)) et STD (en µGal, Figs. 2.9(b) et 2.9(d)) du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse de la moyenne des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. 2.9(a) et 2.9(b)) ou avec (Figs. 2.9(c) et 2.9(d)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006).* 55

2.10 *Influence de la longueur de la série temporelle dans l'estimation de l'amplitude du signal annuel (Figs. 2.10(a) et 2.10(c)) et la tendance (Figs. 2.10(b) et 2.10(d)) pour les solutions du CSR (vert), du GFZ (rouge), du GRGS (noire) et leur moyenne (bleu). Les carrés correspondent aux solutions non filtrées (Figs. 2.10(a) et 2.10(b)) ou apodisées dans le domaine spectral (uniquement pour le CSR, GFZ) (Figs. 2.10(c) et 2.10(d)) . Les cercles signifient que le filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006) a également été appliqué aux solutions. Les courbes pleines et en pointillés sont les ajustements d'un modèle du type exponentiel respectivement sans ou avec application du filtre de Swenson & Wahr (2006).* 57

2.11 *Même figure que la figure 2.10 mais pour le RMS (Figs. 2.11(a) et 2.11(c)) et la STD (Figs. 2.11(b) et 2.11(d)).* 58

2.12 *Écarts-types des amplitudes des variations annuelles (en µGal, Figs 2.12(a) et 2.12(c)) et des variations séculaires (en µGal/a, Figs 2.12(b) et 2.12(d)) du signal gravimétrique déduit des solutions du CSR, du GFZ et du GRGS avant (Figs. 2.12(a) et 2.12(b)) et après (Figs. 2.12(c) et 2.12(d)) application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral.* 60

2.13 *Figs. 2.13(a), 2.13(c) et 2.13(e) : Spectres des erreurs étalonnées (EC, courbe en pointillé) et des résidus (R, courbe en trait plein) pour les solutions du CSR (Fig. 2.13(a)), du GFZ (Fig. 2.13(e)) et du GRGS (Fig. 2.13(e)). Les solutions non filtrées sont représentées par les courbes noires, celles ayant été apodisées dans le domaine spectral (A3050) sont en vert et celles ayant été décorrélées avec le filtre de Swenson & Wahr (2006) sont en bleu (SW). Les courbes rouges représentent les solutions pour lesquelles les deux traitements ont été appliqués (A3050SW). Figs. 2.13(b), 2.13(d) et 2.13(f) : Profils moyens (courbe en trait plein ou en pointillé) et écarts types de tous les profils (2σ, zones de couleur) en latitude des erreurs étalonnées et des résidus avec le même code couleur que celui décrit ci-dessus.* 62

3.1 *Nombres de Love de charge pour $2 \leq n \leq 10\,000$ pour le modèle de Terre PREM.* 82

3.2 *Fonctions de Green pour la variation de gravité g_N^s et l'inclinaison t_N^s d'un modèle de Terre sphérique induit par l'attraction gravitationnelle de la charge, données par les équations (3.89) et (3.91) avec $h_{\text{obs}} = 0$ et 7 valeurs pour h_{load}. Au lieu de la distance angulaire ψ, les abscisses donnent la distance $a\psi$.* 83

3.3 *Fonctions de Green pour le modèle du demi-espace homogène (traits pleins) et le modèle sphérique (traits en pointillés). Les courbes en noir, cyan, rouge et vert font respectivement référence aux déplacements vertical et horizontal, aux variations non newtoniennes de la gravité et de l'inclinaison du sol. Les courbes constituées de points et tirets alternés montrent les différences absolues Δ_{abs} (Éq. 3.92).* 84

3.4 *Différences relatives Δ_{rel} (Éq. 3.93) entre les fonctions de Green des modèles de demi-espace et sphérique par rapport au modèle du demi-espace. Les courbes en noir, cyan, rouge et vert font respectivement référence aux déplacements vertical et horizontal, aux variations non newtoniennes de la gravité et de l'inclinaison du sol.* 85

3.5 *Rapports des fonctions de Green : u_t^a/u_z^a (courbe en pointillés rouges), u_t^s/u_z^s (courbe en trait plein rouge), $-g_{1z}^a/u_z^a$ (courbe en pointillés noirs), et g^s/u_z^s (courbe en trait plein noir) en fonction de la distance à la charge. Les deux derniers rapports sont en μGal/mm alors que les deux premiers sont sans dimension.* 86

3.6 *Variation d'épaisseur de glace (en m) entre 1979 et 2003 dans la région du Mont Blanc incluant les trois glaciers de la* Mer de Glace, Talèfre *et* Leschaux *(Berthier et al., 2004). L'altitude la plus et la moins élevées sont indiquées.* 92

3.7 *Déplacement vertical (en mm) induit par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les glaciers sont représentés en noir.* 92

3.8 *Déplacement horizontal (en mm) induit par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les flèches indiquent la direction du mouvement du sol et l'arrière-plan coloré montre l'amplitude des déplacements. Les glaciers sont représentés en noir.* 93

3.9 *Partie élastique des effets de gravité (en μGal) induits par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les glaciers sont représentés en noir.* 94

3.10 *Partie newtonienne des effets de gravité (en μGal) induits par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc. Les glaciers et la région sans topographie sont représentés en noir.* 94

3.11 *Variations d'inclinaison du sol (en μrad) induites par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les flêches indiquent la direction de l'inclinaison du sol et l'arrière plan coloré montre l'amplitude de ses variations. Afin de montrer la zone de variation d'inclinaison du sol maximale, seul celles atteignant jusqu'à 3 μrad sont représentées. Les glaciers sont représentés en noir.* 95

4.1 *Absolute Gravity (AG) measurements at Ny-Ålesund (after subtraction of a mean value of 983 017 053.76 μGal). The slopes of the dashed (Sato et al., 2006) and solid (this study) lines are respectively -2.5 ± 0.9 and -1.02 ± 0.48 μGal/yr. The observations were made by BKG (Bundesamt fuer Kartographie and Geodaesie, Frankfurt, Germany), EOST (Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, Strasbourg, France), and ECGS (European Center for Geodynamics and Seismology, Walferdange, G.-D. Luxembourg).* 104

4.2 *Superposition of relative gravity observations with a Superconductiong Gravimeter (black curve) and AG measurements (red cross) at Ny-Ålesund. The red dashed line is the AG linear trend shown as a solid black line in Fig. 4.1.* 105

4.3 *Gravity trends Δg^{sat}, in μGal/yr, between 2003 January and 2009 January deduced from the GRACE data. From top to bottom : CSR-RL04, GFZ-RL04 and GRGS-RL02 solutions. The CSR and GFZ solutions are filtered with a cosine taper in the spectral domain for the harmonic degrees between 30 and 50.* 107

4.4 *Models of combined non-uniform ice-thinning rate and ice-coverage extension from the Digital Chart of the World (top panel) and from the SVAL model (bottom panel). The unit is m we/yr.* 110

4.5 *Topography of the DCW-derived (top panel) and SVAL models (bottom panel) split between ice areas above (left panel) and under (right panel) the horizon of Ny-Ålesund (red star). The unit is m.* 111

4.6 Top panel *: mean of the gravity rates deduced from the CSR-RL04, GFZ-RL04 and GRGS-RL02 solutions of the GRACE data. The CSR and GFZ solutions have been previously filtered with a cosine taper in the spectral domain between degrees 30 and 50.* Middle panel *: Earth gravity response Δg^{GIA} to the deglaciation history ICE-3G with the viscosity profile VP used by Sato et al. (2006).* Bottom panel *: mean of the gravity rates deduced from the CSR, GFZ and GRGS solutions that have been destriped and corrected for the GIA contribution. The unit is μGal/yr.* 114

4.7 Left panel *: Model 4 of ice thinning given in Table 4.3.* Right panel *: Gravity variation Δg^{PDIM} due to the PDIM for the non uniform thinning rate. The units are respectively m we/yr and μGal/yr.* 116

4.8 *Observed and computed gravity rate as a function of the uplift rate. The solid black line gives the GIA computed by Wahr et al. (1995). Its slope is approximately -0.15 μGal/mm. The dashed black line corresponds to the theoretical gravity-to-displacement ratio for the elastic computed by de Linage et al. (2007). Its slope is -0.26 μGal/mm. The computations listed in Table 4.3, to wich GIA contribution is added, are represented by the different items combined with colors listed in the legend of the figure. The red and green lines respectively correspond to the ratio deduced for models 2, 3 and 5, 6 listed in Table 4.3 taking the topography into account. Error bars are that due to GIA modeling (Sect. 4.3.1). The rectangle gives the limits of the errors associated to the observations.* 117

4.9 *Mean gravity rates deduced from the CSR-RL04, GFZ-RL04 and GRGS-RL02 solutions destriped and corrected for the GIA and PDIM contributions. The CSR and GFZ solutions have been previously filtered with a cosine taper in the spectral domain between degrees 30 and 50. From top to bottom, the PDIM rates are respectively non uniform, -47 and -75 cm we/yr. The unit is μGal/yr.* 119

5.1 *Summary of the different cases, corresponding to various geophysical processes, discussed in the text for the ratio $C^{e,N}$.* 129

5.2 *Weighting factor $\alpha\delta u^e/\delta h$ plotted as a function of the distance of the observation point from the load (left) and divided by that computed for an observation point located at 1 km from the load (right).* 132

5.3 $G_{C^{e,N}}$ *as a function of the distance to the observation point from the load for* δh *= 1 m/yr and several relative altitudes* $\Delta z = z^{load} - z^{obs}$. 133

5.4 $G_{C^{e,N}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ *computed for* δh *= 1 m/yr (red curve) and* $\Delta G_{C^{e,N}}$ *(other color curves) as a function of the distance of the observation point from the load for 5 relative altitudes* ($\Delta z = z^{load} - z^{obs} < 0$). $\Delta G_{C^{e,N}}$ *is computed for 5 load variations* (δh *= {2, 5, 10, 50, 100 } m/yr).* 134

5.5 *Same as Fig. 5.4 for 6 other relative altitudes* ($\Delta z = z^{load} - z^{obs} \geq 0$). . . . 135

5.6 *Ice-covered area in Svalbard from the Digital Chard of the World. The total surface is divided into 7 basins, whose numbers appear in the color bar on the right of the map.* 136

5.7 *Distribution of ice-covered area (%) for basin 1, scaled to the total area of ice coverage, as a function of both the distance from Ny-Ålesund and altitude of the load.* 138

5.8 *Distribution of ice-covered area (%) for each basin of Fig. 5.6 as a function of the distance from Ny-Ålesund.* 138

5.9 *Rate of ice height change dh/dt as a function of the altitude for each basin of Fig. 5.6. Curves 1a and 1b are used for basin 1 and 2a and 2b are used for basin 2.* 139

5.10 *Computed gravity rate as a function of the uplift rate at Ny-Ålesund. The solid black line gives the GIA effect. Its slope is approximately -0.15 μGal/mm (Wahr et al., 1995). The black dashed line corresponds to the -0.26 μGal/mm ratio theoretically found by de Linage et al. (2007) for the elastic PDIM change effect without any topography. The black dotted dashed line corresponds to the -0.10 μGal/mm ratio found for different values of ice-thinning rate with the model 3. All these lines cross at the point which corresponds to the GIA effects computed by Sato et al. (2006). The black symbols are the computed rates for the model 1 (circle), 2 (square), 3 (inverted triangle), 4 (diamond) and 5 (cross). The triangle corresponds to the model 3 with a uniform ice thinning of 0.85 m/yr. Observations (magenta circle) are from Mémin et al. (2011b).* 142

5.11 $C^{e,N}$ *separately computed for each basin of Fig. 5.6, using the profiles of ice-mass change of Fig. 5.9 or a uniform thinning rate of 1 m/yr. The black dashed line is -0.26 μGal/mm.* 142

6.1 *Carte de l'Antarctique montrant la localisation des régions (noir), des glaciers (rouge), des plateformes de glace (bleu) et des mers (vert) cités dans ce chapitre.* 146

6.2 *Variations des hauteurs de glace (m), par rapport à aujourd'hui, il y 6, 9 et 18 ka, issues des modèles ICE-3G (Tushingham & Peltier, 1991), ICE-5G (Peltier, 2004) et IJ05 (Ivins & James, 2005) fournissant chacun une histoire de la déglaciation de la fin du Pléistocène pour l'Antarctique. Ces cartes ont été obtenues à l'aide du code de Spada & Stocchi (2007).* 147

6.3 *Variations séculaires de gravité (μGal/a) en Antarctique induites par l'association des histoires de déglaciation et des profils de viscosité ICE-3G V2, ICE-5G (V1, V2 et VP) et IJ05 V2. Les calculs ont été effectués avec le code de Spada & Stocchi (2007).* 149

6.4 *Écarts-types (μGal/a) liés à l'utilisation de neuf modèles (trois histoires de déglaciation : ICE-3G, ICE-5G et IJ05, et, trois profils de viscosité du manteau : V1, V2, VP) pour calculer les variations séculaires de gravité en Antarctique induite par la déglaciation du Pléistocène.* 150

6.5 *Localisation géographique des stations où ont été effectuées des mesures de gravité absolue. Les cercles jaunes, bleus, cyan ou verts montrent respectivement les stations où 1, 2, 3 ou 4 mesures ont été réalisées. Le contour noir ou rouge des cercles indique si 1 ou 2 sites de mesure sont présents sur la station. La station McM (dissimulée sous la station SCB) possède trois mesures réalisées sur deux sites. Signification des abréviations : McM pour McMurdo, SCB pour Scott Base, TNB pour Terra Nova Bay, DdU pour Dumont d'Urville, Novo pour Novolazarevskaya.* 152

6.6 *Variations séculaires de gravité en Antarctique déduites des solutions GRACE du CSR, du GFZ, du GRGS pour l'intervalle janvier 2003 – janvier 2009. Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral entre les degrés 30 et 50.* 154

6.7 *Cadrant gauche : variations annuelles des hauteurs en Antarctique déduites des données altimétriques radar du satellite Envisat entre janvier 2003 et janvier 2009. Cadrant droit : estimation des incertitudes associées aux variations de hauteur. Ces données proviennent de Flament (2010).* 156

6.8 *Mouvements verticaux du sol (mm/a) induits par les variations de hauteur altimétrique Envisat entre janvier 2003 et janvier 2009. La densité considérée est celle de la glace (0.917).* 161

6.9 *Vitesses de déplacement du sol et variations séculaires de gravité obtenues à partir des solutions GRACE et des variations de hauteur de glace (Envisat) entre janvier 2003 et janvier 2009. La moyenne des variations séculaires de gravité en Antarctique est déduite de celles des solutions GRACE du CSR, du GFZ, du GRGS. Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral entre les degrés 30 et 50.* 163

6.10 *Différences des variations séculaires de gravité (colonne de gauche) et des vitesses de déplacement (colonne de droite) déduites des solutions GRACE avec celles déduites des hauteurs altimétriques pour trois densités.* 165

A.1 *Une représentation des harmoniques sphériques possible. Les harmoniques sphériques zonale (m=0), sectorielle (n=m) et tesserale (n≠m) sont respectivement en haut à gauche, au milieu à droite et partout ailleurs.* 181

B.1 *Amplitude (en μGal) du signal annuel déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.1(a), B.1(c) et B.1(e)) ou avec (Figs. B.1(b), B.1(d) et B.1(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).* 184

B.2 *Retard de phase (en mois) du signal annuel déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.2(a), B.2(c) et B.2(e)) ou avec (Figs. B.2(b), B.2(d) et B.2(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).* 185

B.3 *Tendance (en μGal/a) du signal déduit de sept années (01/2003-01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.3(a), B.3(c) et B.3(e)) ou avec (Figs. B.3(b), B.3(d) et B.3(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).* 186

B.4 *RMS (en μGal) du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.4(a), B.4(c) et B.4(e)) ou avec (Figs. B.4(b), B.4(d) et B.4(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).* 187

B.5 *STD (en μGal) du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.5(a), B.5(c) et B.5(e)) ou avec (Figs. B.5(b), B.5(d) et B.5(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).* 188

B.6 *RMS (en μGal) en Antarctique du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR (Fig. B.6(a)), le GFZ (Fig. B.6(b)), le GRGS (Fig. B.6(c)) et de leur moyenne (Fig. B.6(d)). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).* 189

Liste des tableaux

1.1 *Caractéristiques des modèles ICE. L'épaisseur de la lithosphère est notée L. ν^u et ν^l correspondent respectivement à la viscosité du manteau supérieur et inférieur.* 14

2.1 *Variation séculaire des coefficients de Stokes de bas degrés harmoniques des solutions du CSR et du GFZ.* 39

2.2 *Résumé des caractéristiques des différentes solutions GRACE. Entre parenthèses est précisé le degré harmonique maximum, n_{max}. La résolution spatiale est $2\pi a/n_{max}$, où a est le rayon moyen équatorial de la Terre. L'asterisk dénote les calculs réalisés par P. Gégout qui différent de ceux effectués pour les solutions officielles.* 41

3.1 *Masse volumique, vitesses des ondes sismiques V_p et V_s et facteurs de qualité Q_μ et Q_κ de la croûte qui remplace la couche océanique dans le modèle PREM de Dziewonski & Anderson (1981).* 81

3.2 *Comportement du corps de Maxwell en fonction de la pulsation ω et de la viscosité, η_n.* 87

3.3 *Déformations induites à la station SG de Ny-Ålesund au Svalbard, Norvège, par le modèle SVAL avec un taux de variation de hauteur de glace de 47 cm/a et une masse volumique de 1 000 kg/m^3. Les valeurs en caractère gras concernent les taux de gravité et d'inclinaison lorsque la topographie des masses de glace est prise en compte.* 96

4.1 *Mean gravity trend over Svalbard for three GRACE solutions for 5- and 6-year time intervals (from 2003 to either 2008 or 2009). The asterisk indicates that the mean is computed after applying the destriping filter of Swenson & Wahr (2006). Two bottom lines : average and standard deviation σ of the three GRACE solutions.* 108

4.2 *Viscosity profiles VP, V1 and VM2 used to compute the Earth response to deglaciation histories ICE-3G and ICE-5G. η_u and η_l are respectively the viscosities of the upper and lower mantles, and L is the thickness of the lithosphere. The values of L, η_u and η_l for the VP, V1 and VM2 profiles can be found respectively in the papers by Sato et al. (2006), Tushingham & Peltier (1991) and Braun et al. (2008).* 109

4.3 *Modeled vertical velocity u (in mm/yr), gravity rate g_e (in μGal/yr) due to the elastic deformation, and gravity rates g_{nt} and g_n due to the Newtonian attraction of the load respectively with and without topography taken into account. The ratios of gravity rates and vertical velociy are in μGal/mm. The thinning rate in brackets is spatially variable.* 112

4.4 *Mean residual signal (in μGal/yr) over Svalbard of the destriped GRACE-derived gravity variation between 2003 January and 2009 January corrected for three combined deglaciation history-viscosity profile (Table 4.2).* 115

4.5 *Mean residual signal (in μGal/yr) over Svalbard of the destriped GRACE-derived gravity variation between January 2003 and January 2009 corrected for the deglaciation history ICE-3G, viscosity profile VP and PDIM models 4, 5, and 6 (Table 4.3).* 118

4.6 *Summary of estimates of ice loss in Svalbard from various studies. The asterisk indicates that the destriping filter of Swenson & Wahr (2006) has been applied to the GRACE solutions.* 121

5.1 *At Ny-Ålesund, vertical velocity δu^e (mm/yr) and total gravity rate $\delta g^{e+N} = \delta g^e + \delta g^N$ (μGal/yr) due to ice-mass change. δg^{e+N^*} is the gravity variation computed without taking into account the topography of the changing glaciers. According to Sato et al. (2006), the uplift and gravity variation associated to the GIA are, respectively, 1.88 mm/yr and -0.31 μGal/yr.* . . 140

D.1 *Mesures absolues de gravité en Antarctique. Seules les quatre dernières mesures des sept effectuées à Syowa sont présentées ici car les trois premières sont très imprécises (Nakagawa et al., 1994; Fukuda et al., 2005).* 202

D.2 *Mesures de rattachement de gravité en Antarctique.* 203

Chapitre 1

Conséquences géophysiques de l'évolution de la cryosphère

Sommaire

1.1 Glaciation et déglaciation 2
1.1.1 Ères glaciaires et fluctuations 2
1.1.2 Causes des périodes, cycles et fluctuations glaciaires 6
1.2 Dernière déglaciation du Pléistocène 8
1.2.1 Principales observations du réajustement isostatique 9
1.2.2 Reconstructions de l'histoire de la déglaciation 11
1.3 Changements actuels de la cryosphère 16
1.3.1 Cas des glaciers 16
1.3.2 Cas des calottes 19
1.4 Implications géophysiques 25
1.4.1 Répercussion sur la variation du niveau marin actuel 26
1.4.2 Perturbations de la rotation terrestre 27
1.4.3 Viscosité du manteau 28
1.4.4 Conclusions 28

La cryosphère est l'ensemble des territoires englacés que compte la Terre (Fig. 1.1). Elle comprend les glaces de mer (banquise océanique), les plateformes de glace[1], les glaciers et petites calottes, le manteau neigeux, les calottes polaires ainsi que les pergélisols[2]. L'ensemble de la cryosphère s'étend entre 56 et 105×10^6 km^2, environ 14% des terres émergées (Francou & Vincent, 2007). Les grandes calottes polaires (Antarctique et Groenland) représentent à elles seules 97% des surfaces continentales englacées avec une superficie d'environ 14.2×10^6 km^2. Le volume de glace contenu dans ces calottes, de l'ordre de 29.7×10^6 km^3 en équivalent eau, dépasse de loin celui contenu dans les glaciers et les petites calottes, de l'ordre de 0.08×10^6 km^3 en équivalent eau. Ceux-là couvrent seulement 430 000 km^2.

Toute cette quantité de glace à la surface de la Terre évolue au cours du temps. Tantôt le volume de glace s'accroît tout en occupant davantage de surface, il s'agit de périodes de glaciation. Tantôt, pendant les périodes de déglaciation, le contraire se produit. Suivant la durée sur laquelle se produisent ces périodes de glaciation et de déglaciation, on parlera d'ère, de fluctuation ou d'épisode glaciaire. Cette évolution de la cryosphère au cours du temps, brièvement introduite dans la section 1.1, implique d'importants transports de masse de glace à la surface de la Terre. Les variations passées de ces masses de glace ont des répercussions encore observables aujourd'hui (Sect. 1.2). Les changements actuels

[1] *Ice shelves* en anglais.

[2] Les pergélisols (*permafrost* en anglais) sont les sols qui maintiennent une température négative tout au long de l'année. Une partie cependant peut dégeler en période estivale.

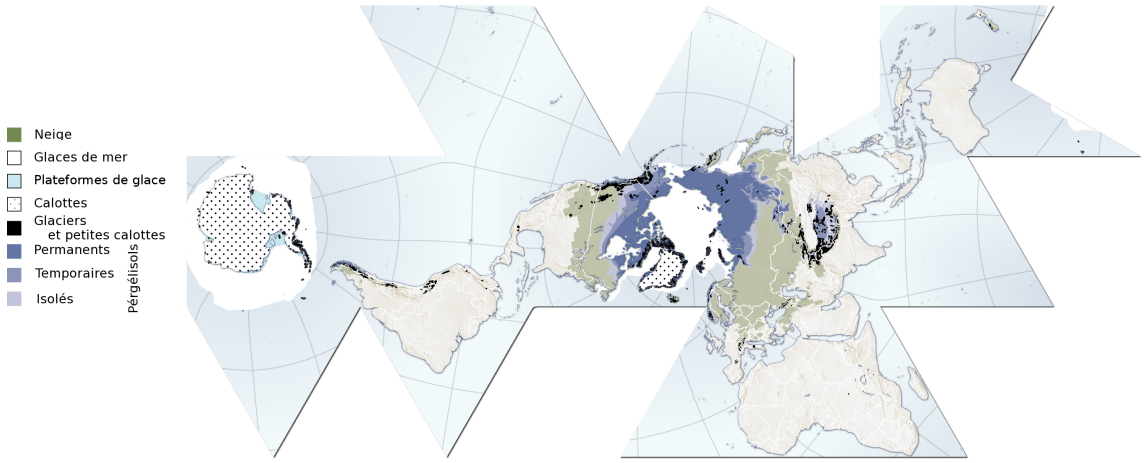


FIG. 1.1 – *Carte montrant les différentes composantes de la cryosphère en projection de Fuller extraite et adaptée du site web http ://maps.grida.no/go/graphic/the-cryosphere-world-map.*

de la cryosphère sont décrits en partie dans la section 1.3. Enfin les implications de ces variations pour la description d'autres phénomènes géophysiques sont présentées dans la section 1.4.

1.1 Glaciation et déglaciation

1.1.1 Ères glaciaires et fluctuations

1.1.1.1 Principales ères glaciaires

Depuis sa formation, la Terre a connu à plusieurs reprises des variations importantes de sa couverture de glace comme en témoignent les études des dépôts et des surfaces d'érosion glaciaire (Menzies, 2002). Cinq grandes ères glaciaires sont reconnues (Fig. 1.2). Toutefois, l'histoire des glaciations associées, leur répartition et leurs causes sont encore mal connues. Chaque ère peut subir plusieurs épisodes et fluctuations glaciaires.

La plus ancienne des ères, l'ère huronienne, a débuté il y 2.4 milliards d'années et s'est terminée 300 Ma[3] plus tard. Le refroidissement de cette époque serait lié à une diminution de l'effet de serre. D'une part, celle-ci aurait été provoquée par une augmentation importante d'oxygène (O_2), d'origine biologique, provoquant une diminution de la quantité de méthane (CH_4), important gaz à effet de serre (e. g. Bekker & Kaufman, 2007). D'autre part, le gaz carbonique (CO_2), autre gaz à effet de serre, aurait également vu sa quantité diminuée en raison d'une importante érosion et météorisation[4] (e. g. Melezhik, 2006). Quatre épisodes glaciaires ont eu lieu pendant cette ère[5].

L'ère glaciaire suivante est l'ère de la fin du Précambrien[6]. Elle s'est produite il y a environ 800 Ma et a duré près de 350 Ma. Elle correspond à l'époque du développement des premiers organismes pluricellulaires marins évolués. Les causes des glaciations pendant

[3] Ma = 10^6 a.

[4] La météorisation est l'altération des roches par exposition aux agents atmosphériques, en anglais *climate weathering*.

[5] Voir le site web de S. Coutterand (http ://www.glaciers-climat.com), glaciologue et géomorphologue à l'institut géographique de Lausanne.

[6] Le Précambrien s'étend du début de la formation de la Terre, il y 4.56 milliard d'années, à il y a 542 Ma.

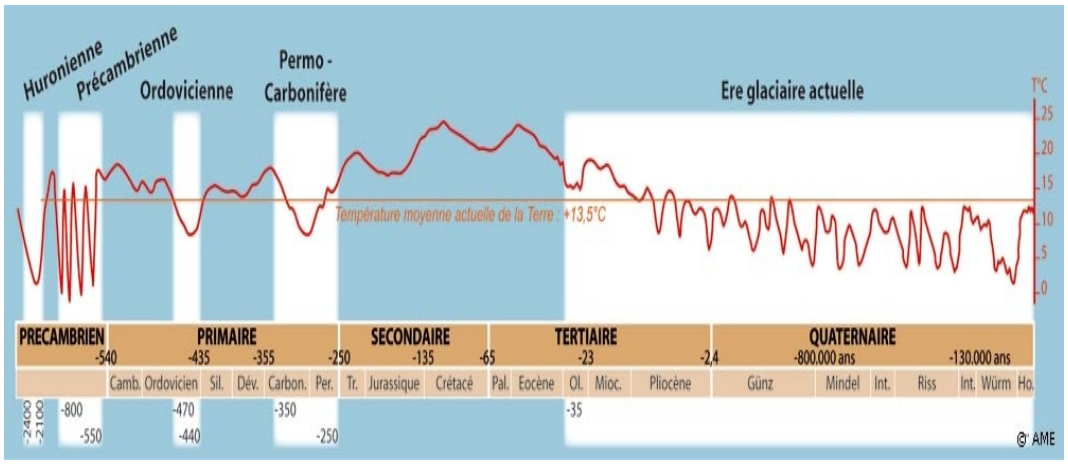


FIG. 1.2 – *Courbe des paléo-températures (rouge) (figure extraite du site de S. Coutterand[2]). La température moyenne actuelle est de 13.5°C. Les surfaces blanches indiquent les ères glaciaires.*

cette ère sont encore inconnues. La raison en est que les traces des glaciations de cette période sont présentes sur tous les continents et sont souvent accompagnées de sédiments caractéristiques des climats chauds (Kirschvink, 2002). Les reconstitutions paléogéographiques suggèrent la présence de glaciers au voisinage de l'équateur ou bien aux basses latitudes ce qui n'a jamais été le cas durant le Quaternaire[7]. Cette dernière constatation a mené à un paradoxe climatique conduisant Kirschvink (1992) à proposer un événement de type « boule de neige [8] » ayant pour conséquence une couverture quasi-globale de la surface de la Terre par la glace. La figure 1.3, extraite de Hoffman & Schrag (2002), illustre un tel événement :

- une altération poussée entraîne une chute de la quantité de CO_2 menant à une baisse des températures (étape 1 à 2),
- la température diminuant, les calottes polaires grandissent augmentant simultanément l'albédo de la Terre dont l'effet alimente la glaciation (étape 2 à 3),
- les échanges entre l'atmosphère et les océans se bloquent à cause de la couverture de glace, ce qui stabilise les températures (étape 3 à 4),
- un volcanisme important produit une très grande quantité de CO_2 et conduit à une hausse des températures ainsi qu'à une diminution des calottes polaires (étape 4 à 5).

La troisième ère glaciaire, l'ère ordovicienne, a lieu entre -470 et -440 Ma. À l'époque, l'Afrique, l'Amérique du Sud, l'Inde, l'Antarctique et l'Australie se sont regroupés pour former un seul grand continent, le Gondwana. L'actuelle région du Sahara était alors au pôle Sud et une calotte de 3 000 à 4 000 km de diamètre recouvrait le continent. Après l'ère ordovicienne vient l'ère permo-carbonifère entre -350 et -250 Ma. Pendant cette période les grandes calottes de glace recouvrent les actuelles régions de l'Afrique du Sud, l'Inde et l'Antarctique, qui se situent désormais au niveau du pôle Sud suite à la dérive du Gondwana. Une grande quantité de végétation recouvrait la surface de la Terre,

[7] Le Quaternaire est une période géologique récente débutant il y a environ 2.4-1.5 Ma et se poursuivant actuellement.

[8] Voir le site web (http ://www.snowballearth.org) de P. F. Hoffman, géologue (Harvard University, Cambridge, USA), J. L. Kirschvink, géobiologiste (CALTECH, Pasadena, USA), L. Margulis, biologiste (University of Massachusetts, Amherst, USA), and M. McMenamin, géologue (Mount Holyoke College, South Hadley, USA).

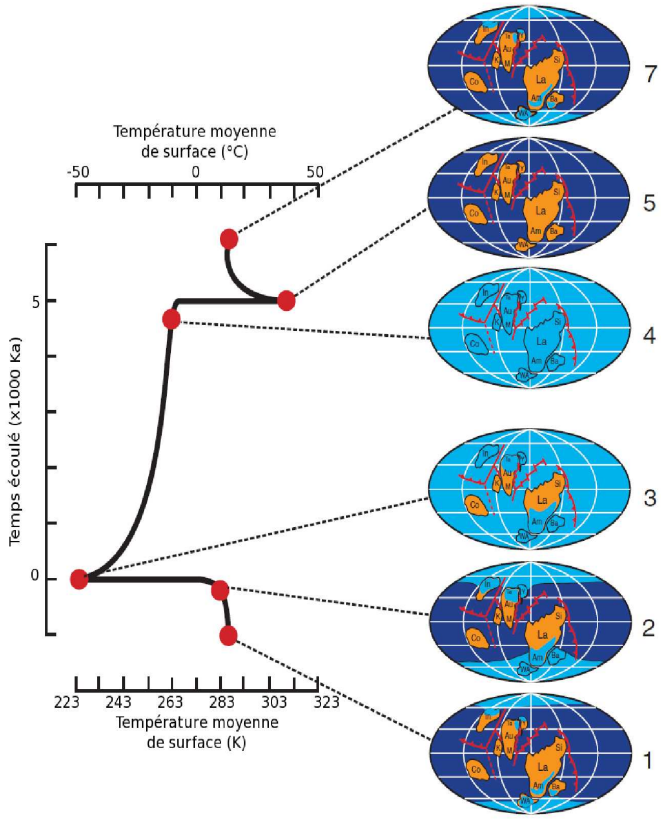


FIG. 1.3 – *Estimations des températures moyennes de surface et extension glaciaire pour un événement de type « boule de neige ». L'événement modélisé dure environ 5 Ma (d'après Hoffman & Schrag (2002)). La couverture de glace est représentée en bleu clair.*

pouvant conduire à un refroidissement global[9]. Cette ère a été marquée par deux épisodes glaciaires.

Enfin l'ère actuelle a commencé il y a 35 Ma avec l'ouverture du passage de Drake isolant l'Antarctique des autres continents. Le courant circum-polaire se met en place et les premiers glaciers apparaissent en Antarctique. À la fin de l'Oligocène[10], il y a environ 20 Ma, les inlandsis[11] grandissent. C'est le cas de la calotte Antarctique qui semble être stable depuis 10 à 15 millions d'années (Rémy, 2003). Au Groenland et en Alaska, les premiers glaciers apparaissent vers -7 Ma et -6.5 Ma, respectivement. L'histoire de cette ère glaciaire est assez bien connue à partir de -8 Ma. Elle est marquée par de multiples épisodes et cycles glaciaires qui deviennent plus réguliers vers -1.8 Ma. Le dernier épisode glaciaire a eu lieu au Pléistocène[12] entre -1.8 Ma et -12 ka[13].

1.1.1.2 Dernier épisode glaciaire, glaciations et déglaciations au Pléistocène

Les données paléoclimatiques montrent clairement que le volume de glace à la surface de la Terre a varié de façon quasi-périodique (e.g. Shackleton & Opdyke, 1973) durant les

[9] L'oxygène aurait alors été produit en grande quantité, réduisant le gaz carbonique consommé et la quantité de gaz à effet de serre.

[10] L'Oligocène est l'époque géologique débutant il y a environ 40 Ma et se terminant il y a environ 23 Ma.

[11] Les inlandsis ou calottes polaires sont des nappes de glace, des glaciers continentaux très étendus.

[12] Le Pléistocène est l'époque géologique débutant il y a environ 1.8 Ma et se terminant il y a environ 11 ka.

[13] ka = 10^3 a.

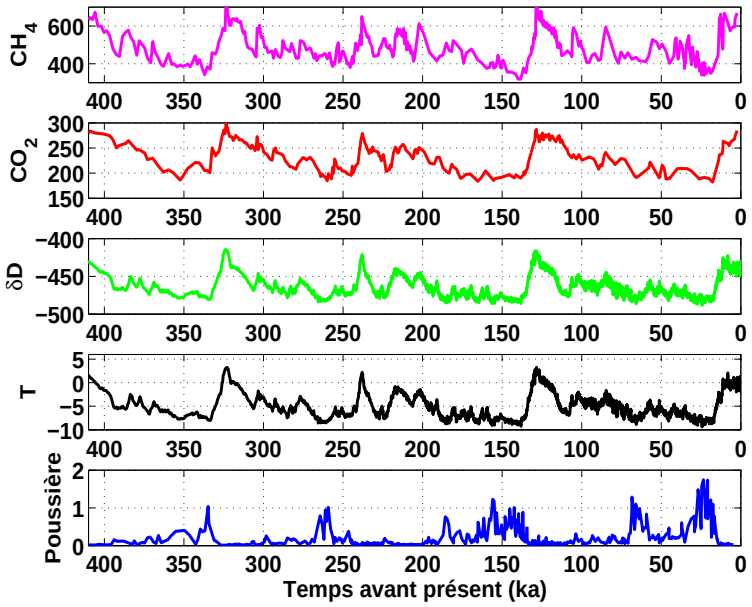


FIG. 1.4 – *Concentration de méthane (CH_4 en ppb) et de dioxyde de carbone (CO_2 en ppm), rapport isotopique de l'hydrogène (δD en pour mille), température (T en °C) de l'atmosphère et concentration en poussière (en ppm) durant les derniers 400 000 ans. Courbes déduites de l'analyse de la carotte Vostok, Antarctique (Petit et al., 1999).*

deux derniers millions d'années. Le dernier épisode glaciaire a connu plusieurs glaciations et déglaciations suivant des cycles dont la périodicité proche de 40 ka au début s'approche de 100 ka à partir de -600 ka (Francou & Vincent, 2007).

L'étude des climats passés et des cycles glaciaires est possible grâce aux glaces polaires. En effet les glaces, qui se forment par accumulation de neige, contiennent des inclusions d'air de même composition chimique que l'atmosphère de l'époque (Rémy, 2003). Les carottes prélevées en Antarctique (Vostok et EPICA[14]) ou au Groenland (GRIP[15] et GISP[16]), longues de 3 000 à 4 000 m, nous aident ainsi à reconstituer l'histoire du climat.

Le carotte prélevée à Vostok nous fournit des informations sur la composition chimique de l'atmosphère jusqu'à -400 ka. La figure 1.4 présente les résultats de l'analyse de cette carotte de 3 310 m (Petit et al., 1999). Elle montre, entre autres, la lente diminution des températures impliquant des phases de glaciation de ~ 90 ka, et des rapides augmentations de la température pour des phases de déglaciation de ~ 10 ka.

Pendant cet épisode les calottes du Groenland et de l'Antarctique sont déjà en place, respectivement à proximité du pôle Nord et centrée sur le pôle Sud. Les glaces vont alors s'étendre jusqu'aux moyennes latitudes surtout dans l'hémisphère Nord où de nouvelles calottes vont naître comme celle des Laurentides (Amérique du Nord) et de la Scandinavie. L'Antarctique ne voit cependant pas sa calotte croître de façon importante du fait de son isolement. Les glaciers de montagne vont connaître également des phases d'importante croissance. L'extension de la couverture de glace se fait jusqu'à -21 ka environ. Ensuite débute la déglaciation qui se termine vers -10 ka.

[14]EPICA pour *European Project for Ice Coring in Antarctica*
[15]GRIP pour *Greenland Ice Core Project*
[16]GISP pour *Greenland Ice Sheet Project*

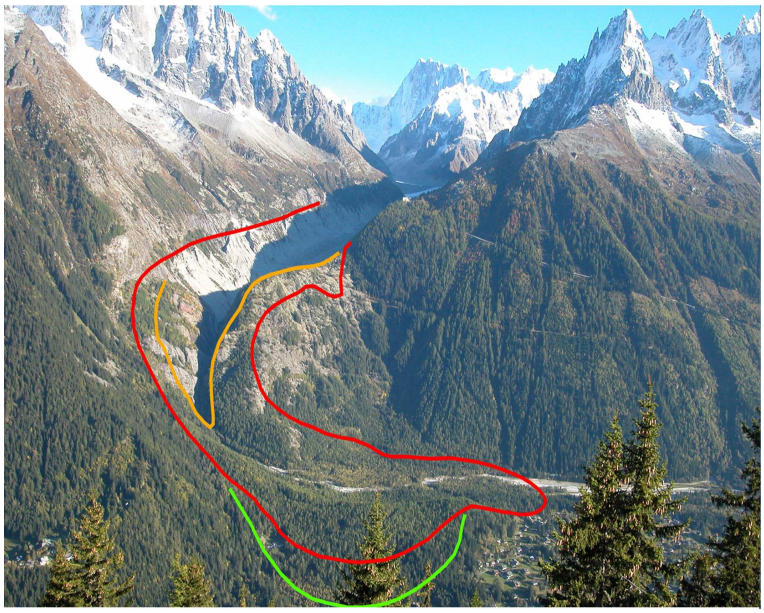


FIG. 1.5 – *Extension de la Mer de Glace en 1644 (vert), 1821 (rouge) et 1895 (orange). Entre 1821 et 1895, le glacier a reculé de 1.2 km. Photo : ©S. Nussbaumer/FNS.*

1.1.1.3 Exemple de fluctuation glaciaire : le petit âge de glace

À la suite de la dernière grande déglaciation du Pléistocène commencent les multiples fluctuations glaciaires de l'Holocène[17]. Ces fluctuations consistent en des phases successives de croissance et de recul des glaciers. Elles sont insuffisantes pour produire une avancée majeure ou la naissance de calotte glaciaire.

Le petit âge glaciaire marque la dernière grande avancée des glaciers à l'échelle mondiale. Il a eu lieu entre le XIV^{ème} et le XIX^{ème} siècle suivant les régions. Les extensions maximales se produisent entre le XVIII^{ème} et la fin du XIX^{ème} siècle.

La figure 1.5 montre l'évolution de l'extension du glacier de la Mer de Glace dans les Alpes françaises depuis 1644. Trois limites ont été determinées à partir de l'empreinte géologique laissée par le glacier à l'époque, mais également à partir de plusieurs archives historiques telles que des récits et des peintures.

Depuis la fin du petit âge glaciaire, on constate le retrait et l'amincissement de l'ensemble des glaciers à la surface du globe.

1.1.2 Causes des périodes, cycles et fluctuations glaciaires

Dans cette section sont décrites les causes potentielles des âges, cycles et fluctuations glaciaires.

1.1.2.1 Causes tectoniques

L'activité tectonique a probablement une part de responsabilité dans l'apparition des grandes glaciations. La production de chaînes montagneuses a un rôle important dans la circulation générale de l'atmosphère pouvant conduire à des modifications importantes du climat. De même la circulation océanique peut être modifiée par la dérive des continents. Ce forçage tectonique est un phénomène lent se produisant sur des grandes échelles de temps.

[17] L'Holocène est l'époque géologique débutant il y a environ 10 ka.

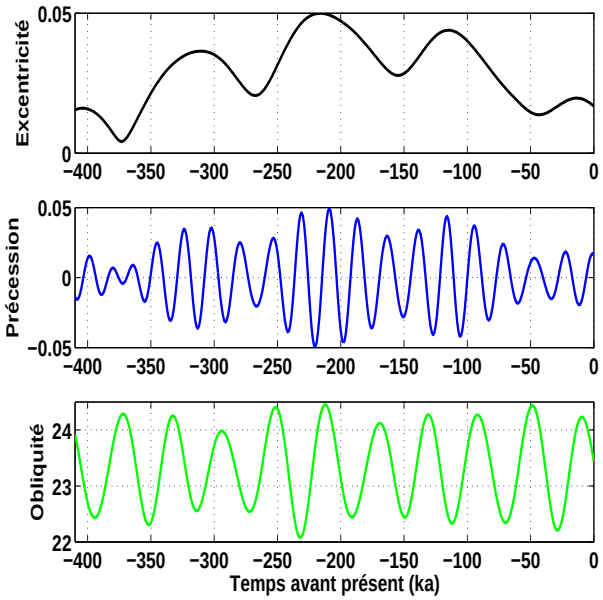


FIG. 1.6 – *Variations des paramètres astronomiques de la Terre : excentricité (haut), précession (milieu) et obliquité (bas, en degré), d'après Laskar et al. (2004).*

1.1.2.2 Causes astronomiques

Le Soleil est la principale source externe d'énergie. L'énergie reçue par la Terre varie en fonction de sa distance au Soleil et de l'activité solaire. Cette dernière serait responsable des petites fluctuations glaciaires. La théorie de Milankovitch, quant à elle, attribue les grandes oscillations climatiques aux variations de l'énergie reçue par la Terre aux diverses latitudes (Berger, 1999). Celles-ci sont liées à la position relative de la Terre par rapport au Soleil. Les périodes des cycles de glaciation prédites par cette théorie se retrouvent effectivement dans les analyses de carottes sédimentaires ou glaciaires.

La distance Terre-Soleil varie parce que la Terre tourne autour du Soleil sur une orbite elliptique dont l'excentricité varie périodiquement entre 0.005 et 0.058. Cette variation se produit avec des périodes de 95, 125 et 413 ka. Elle est due à l'attraction gravitationnelle des autres planètes du système solaire.

Un deuxième paramètre orbital qui varie de façon périodique est l'obliquité, qui est l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport à l'écliptique, plan de l'orbite terrestre. Elle varie de 22.1° à 24.5° en 41 ka. La variation de l'obliquité est elle aussi due à l'attraction gravitationnelle des autres planètes.

La précession de l'axe de rotation de la Terre combinée avec la précession du périhélie, induit un mouvement de périodicité de 22 ka. Il s'agit de la précession des équinoxes. Ce mouvement, en combinaison avec la variation de l'excentricité de l'orbite de la Terre modifie la distance Terre-Soleil suivant deux périodes de 19 et 23 ka.

Toutes ces variations (Fig. 1.6) modifient les contrastes entre les saisons.

1.1.2.3 Causes atmosphériques

La composition chimique de l'atmosphère, et plus particulièrement sa concentration en gaz à effet de serre, gouverne en partie l'installation de climat froid ou doux. Cette composition peut être modifiée notamment par les activités biologiques et humaines ainsi que la tectonique. Le volcanisme, par exemple, peut entraîner simultanément une augmentation du dioxyde de carbone et une augmentation de l'opacité de l'atmosphère. Alors que la

première contribuerait à un réchauffement, la seconde contribuerait à un refroidissement.

1.1.2.4 Causes océaniques

La circulation océanique a aussi une influence sur le climat. Cette circulation, dite thermohaline, est gouvernée par les variations de concentration en sel et de température des masses d'eau océaniques. Les eaux froides et salées des hautes latitudes plongent et se dirigent vers des latitudes plus basses où elles se réchauffent et remontent en surface. Atteignant une nouvelle fois les hautes latitudes, elles se refroidissent et replongent, et ainsi de suite.

La circulation des masses d'eau océaniques permet d'avoir un climat tempéré à des latitudes où normalement un climat froid ou chaud devrait exister. L'absence d'une telle circulation a donc des conséquences importantes sur le climat.

L'étude des causes des glaciations et des déglaciations leur succédant fournit des informations qui permettent de mieux comprendre les interactions entre la Terre solide, l'atmosphère, les océans et la cryosphère ainsi que l'évolution du climat au cours du temps. Les déplacements de grandes quantités d'eau et de glace au cours de ces échanges modifient la forme de la Terre. La structure et les propriétés rhéologiques de la Terre interne déterminent sa réponse aux changements de la cryosphère. Les effets de la dernière déglaciation du Pléistocène sont présentés dans la section qui suit.

1.2 Dernière déglaciation du Pléistocène

Ekman (1996) et, plus tard dans sa rétrospective sur les variations du niveau marin induit par la dernière déglaciation, Peltier (1998) rapportent une anecdote au sujet d'un petit village de pêcheurs suèdois situé sur une île de la mer Baltique au nord de Stockholm. Dans la baie où se trouve le village, il y a un rocher qui était utilisé au $17^{ème}$ siècle pour chasser le phoque. En 1731, les chasseurs se sont aperçus que le rocher avait tellement émergé que les phoques ne pouvaient plus monter dessus. L'augmentation du niveau marin est l'une des premières conséquences à laquelle on pense aujourd'hui lors de la fonte d'une importante quantité de glace, elle aurait immergé ce rocher. Cependant, cette petite anecdote nous montre qu'un autre processus entre en jeu. Il s'agit du réajustement isostatique (GIA[18]) de la Terre solide.

Soumis à une variation de charge en surface, la Terre se déforme. Cette déformation dépend pincipalement de deux caractéristiques : les propriétés rhéologiques de la Terre et l'amplitude de la variation de charge. Pour de courtes sollicitations, typiquement de la seconde (séismes) à plusieurs heures (marées terrestres) la Terre a un comportement élastique et se déforme instantanément lorsqu'elle est soumise à une variation de charge (précipitations, front atmosphérique, surcharges des marées océaniques...). Pour des sollicitations plus longues, de plusieurs milliers d'années par exemple, la Terre se comporte comme un solide visqueux. Ainsi, si une charge varie lentement en surface et qu'elle possède une extension telle que la déformation associée atteint le manteau, alors la Terre répond dans ce cas en deux étapes. Un premier ajustement élastique a lieu de façon instantanée, suivi d'un ajustement visqueux sur une plus longue durée. Cet ajustement, isostatique, donne lieu aux observations actuelles.

[18]GIA pour *Glacial Isostatique Adjustment*

1.2.1 Principales observations du réajustement isostatique

La redistribution dans les océans de la masse de glace, formée pendant la phase de glaciation du dernier cycle glaciaire du Pléistocène, a des effets qui sont encore observables aujourd'hui. La Terre est toujours en train de se rééquilibrer isostatiquement et cela se manifeste dans les observations présentées dans cette section : variations du niveau marin, mouvements crustaux et variations de gravité.

1.2.1.1 Variations du niveau marin

Les premières observations attestant du réajustement isostatique de la Terre sont l'émergence des paléo-plages. La datation au ^{14}C des fossiles qu'elles contiennent permet d'évaluer la variation temporelle du niveau marin relative au niveau marin actuel (Andrews, 1974) jusqu'à -26 ka (Peltier & Fairbanks, 2006). L'analyse de ces données aboutit aux courbes RSL[19]. Ces courbes ont différents comportements suivant la position géographique des sites datés (Clark et al., 1978; Peltier, 1982; Milne, 1998). Un site en champ lointain, c'est-à-dire éloigné des régions englacées au dernier maximum glaciaire du Pléistocène (LGM[20]), est sensible aux variations du niveau marin. L'apport d'eau par la fonte des glaces dans l'océan constitue le signal dominant. Un tel site voit donc une augmentation du niveau marin. Au contraire, un site en champ proche, c'est-à-dire recouvert par la glace au LGM, verra une diminution du niveau marin. Il est principalement sujet au processus isostatique et donc au rebond induit par la diminution de masse de glace au-dessus de lui. Les sites en situation intermédiaire, ont des comportements plus complexes.

Les marégraphes fournissent les variations du niveau d'eau par rapport à un point fixe à la surface de la Terre et ne caractérisent qu'indirectement l'actuelle déformation crustale induite par la dernière déglaciation du Pléistocène (Braun et al., 2008). À partir de ce type de données et des mesures répétées de nivellement, Ekman & Mäkinen (1996) fournissent une carte du rebond postglaciaire apparent, *i.e.* le rebond par rapport au niveau marin, pour la Scandinavie. Plus récemment, Kuo et al. (2004, 2008) et Braun et al. (2008) ont estimé l'actuel mouvement vertical, absolu, de la croûte en combinant les données marégraphiques avec des données altimétriques dans la région des Grand Lacs aux États-Unis (Fig. 1.7, cadrant droit) et sur les côtes de la mer Baltique. Les données RSL ne sont cependant pas disponibles partout puisqu'elles sont localisées sur les côtes des océans, des mers ou des lacs.

1.2.1.2 Mouvements crustaux

L'essor des techniques de géodésie spatiale permet d'observer les mouvements crustaux directement là où les données RSL manquent. Avec des séries de plus en plus longues, la détéction des mouvements crustaux de l'ordre du mm/a est possible. Les premières études utilisant les données VLBI[21] et SLR[22] montrent des mouvements du sol directement liés au réajustement isostatique de la Terre en accord avec les modèles de rebond (e.g. James & Lambert, 1993; Mitrovica et al., 1993; Argus et al., 1999). Cependant, le réseau VLBI ne contient que très peu de stations. De plus une faible erreur dans la détermination des

[19] RSL pour *Relative Sea Level*
[20] LGM pour *Last Glacial Maximum.*
[21] VLBI pour *Very Long Baseline Interferometry*
[22] SLR pour *Satellite Laser Ranging*

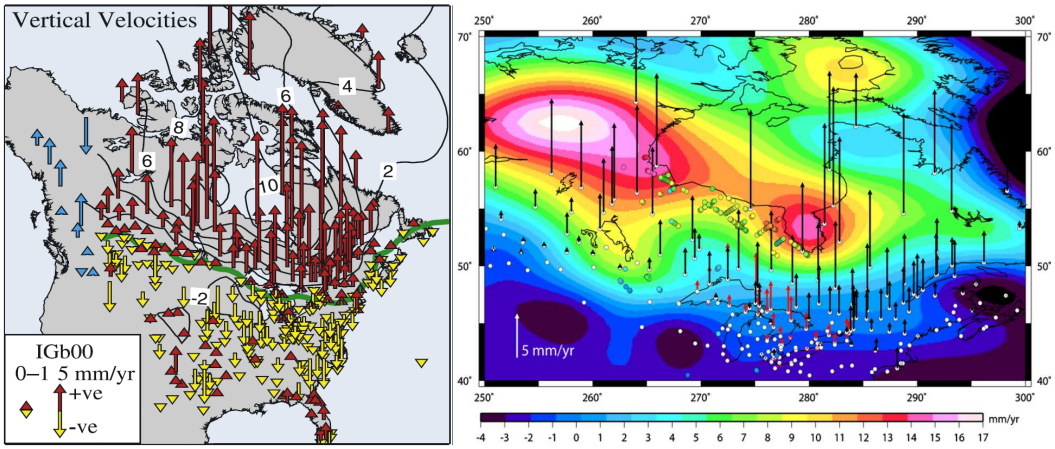


FIG. 1.7 – *Cadrant gauche : Mouvement vertical en Amérique du Nord déduit des données GPS d'après (Sella et al., 2007). Cadrant droit : Vitesses de déplacement vertical en Amérique du Nord déduites des données altimétriques (cercles colorés), GPS (flèches noires, (Sella et al., 2007)) et de la combinaison marégraphe-altimètre (flèches rouges, (Kuo et al., 2008)) d'après (Lee et al., 2008). Le fond coloré correspond au rebond prédit par le modèle ICE-5G (VM2) (Peltier, 2004).*

vitesses de ces sites modifie de façon importante les conclusions sur la détermination de la viscosité du manteau et sur l'histoire de la déglaciation (Mitrovica et al., 1993, 1994).

Plus récemment ce sont les réseaux de stations GPS[23] qui se sont plus largement développés. Les stations GPS, grâce à leur faible coût, sont largement déployées pour suivre la déformation crustale liée au GIA. Le projet BIFROST[24] (Johansson et al., 2002; Scherneck & al., 2003; Lidberg et al., 2007) fournit une cartographie du mouvement crustal de la Fennoscandie dans les trois directions de l'espace. Cette carte du champ de déplacement de la croûte a été ensuite étendue sur l'Europe (Noquet et al., 2005), montrant ainsi une surrection centrée sur la Fennoscandie pouvant atteindre 10 mm/a et une subsidence au sud, en-dessous de 54.4°N, atteignant 1.2 mm/a à 50.3 – 53°N. En Amérique du Nord, des mesures faites avec des réseaux denses de stations GPS (Park et al., 2002; Sella et al., 2007) montrent clairement (Fig. 1.7, cadrant gauche) la frontière entre surrection et subsidence associée au GIA (Sella et al., 2007). Plus récemment l'altimétrie radar a été utilisée pour estimer le mouvement crustal en Amérique du Nord (Lee et al., 2008). La figure 1.7 montre le rebond en Amérique du Nord obtenu avec différents types d'observations.

1.2.1.3 Variations de gravité

La gravité est un autre moyen de caractériser le GIA. Au contraire des mesures de positionnement (VLBI, GPS), les mesures de gravité ne dépendent d'aucun système de référence. Non seulement elles donnent accès aux mouvements verticaux, *via* le gradient à l'air libre (-0.3 μGal[25]/mm), mais elles renseignent aussi sur la répartition des masses. L'ajustement de la Terre en réponse à la dernière déglaciation du Pléistocène se reflète donc également dans le champ de gravité.

L'étude de la partie statique du champ de gravité a conduit à des cartes régionales d'anomalies de gravité obtenues à partir de mesures au sol dans les Laurentides et la

[23] GPS pour *Global Positioning System*
[24] BIFROST pour *Baseline Inferences for Fennoscandian Rebound Observations Sea Level and Tectonics*
[25] 100 Gal = 1 m/s^2.

Fennoscandie (Walcott, 1972; Cathles, 1975; Wu & Peltier, 1983), zones autrefois recouvertes de glace. Des anomalies d'environ -30 et entre -15 et -20 mGal ont été obtenues respectivement au-dessus de la Baie de Hudson, en Amérique du Nord, et de la Fennoscandie montrant un déficit de masse suggérant que l'équilibre isostatique de la Terre n'est pas encore atteint. Cependant il est désormais admis qu'une partie significative de ces anomalies provient de la convection mantellique sous ces régions (e.g. Forte & Mitrovica, 1996; Mitrovica & Forte, 1997, 2004; Tamisiea et al., 2007). Tamisiea et al. (2007) ont effectivement montré que la contribution du GIA à l'anomalie de gravité au-dessus des Laurentides n'est que de 25 à 45 % du signal observé.

Des mesures répétées du champ de gravité permettent d'en étudier sa variation séculaire. Ainsi, Ekman & Mäkinen (1996) rapportent les mesures de gravité effectuées depuis 1966 le long d'un profil traversant la Fennoscandie à la latitude de 63°N environ. Ils déduisent de leurs observations qu'un écoulement visqueux du manteau convergeant sous la Fennoscandie est nécessaire pour expliquer le rebond actuel. Toutefois, ils ajoutent que le processus doit probablement être plus complexe. Des mesures de gravité sont réalisées plus tard en Amérique du Nord mais cette fois elles sont accompagnées de mesures de positionnement par GPS (Larson & van Dam, 2000; Lambert et al., 2001, 2006). Ces observations ont permis de valider le rapport théorique de Wahr et al. (1995) de -0.15 μGal/mm caractérisant les déformations viscoélastiques de la Terre et témoignant du GIA.

Les données des satellites gravimétriques GRACE[26] sont employées pour caractériser le GIA (e.g. van der Wal et al., 2008; Rangelova & Sideris, 2008; Steffen et al., 2008, 2009a). Steffen et al. (2008) montrent que les variations de gravité déduites de ces données peuvent être supérieures à 1 μGal/a dans la Baie de Botnie en Fennoscandie, suggérant un apport de masse mantellique. La variation séculaire de gravité calculée à partir de mesures de gravité absolues au sol, effectuées entre 2003 et 2007 et en 11 sites répartis sur toute la Fennoscandie, ont montré une bonne corrélation avec les tendances déduites des solutions GRACE (Steffen et al., 2009a). Cette dernière comparaison confirme les résultats de Rangelova & Sideris (2008) qui ont montré que les mesures au sol de gravité et de positionnement pouvaient être utilisées pour contraindre les tendances déduites des solutions GRACE.

1.2.2 Reconstructions de l'histoire de la déglaciation

Toutes les observations du GIA permettent de mieux comprendre la réponse de la Terre à la dernière déglaciation du Pléistocène. Elles permettent en outre de contraindre l'histoire de la déglaciation.

1.2.2.1 Reconstruction glacio-géologique

L'empreinte géologique des anciennes glaciations a permis la reconstruction du LGM (e.g. Bryson et al., 1969; Velicko et al., 1997; Clark & Mix, 2002). L'identification de cette extension est réalisée entre autre par l'étude et la datation des paléo-plages et des moraines (e.g. Mangerud et al., 1992; Velicko et al., 1997; Rostami et al., 2000; Forman et al., 2004) ou encore *via* l'analyse de photographies aériennes ou satellites, de profils sismiques ou de carottes sédimentaires (Svendsen et al., 2004). La figure 1.8 montre l'évolution de l'extension glaciaire depuis -120 ka jusqu'au LGM cartographiée par Svendsen et al. (2004).

[26]GRACE pour *Gravity Recovery and Climate Experiment*

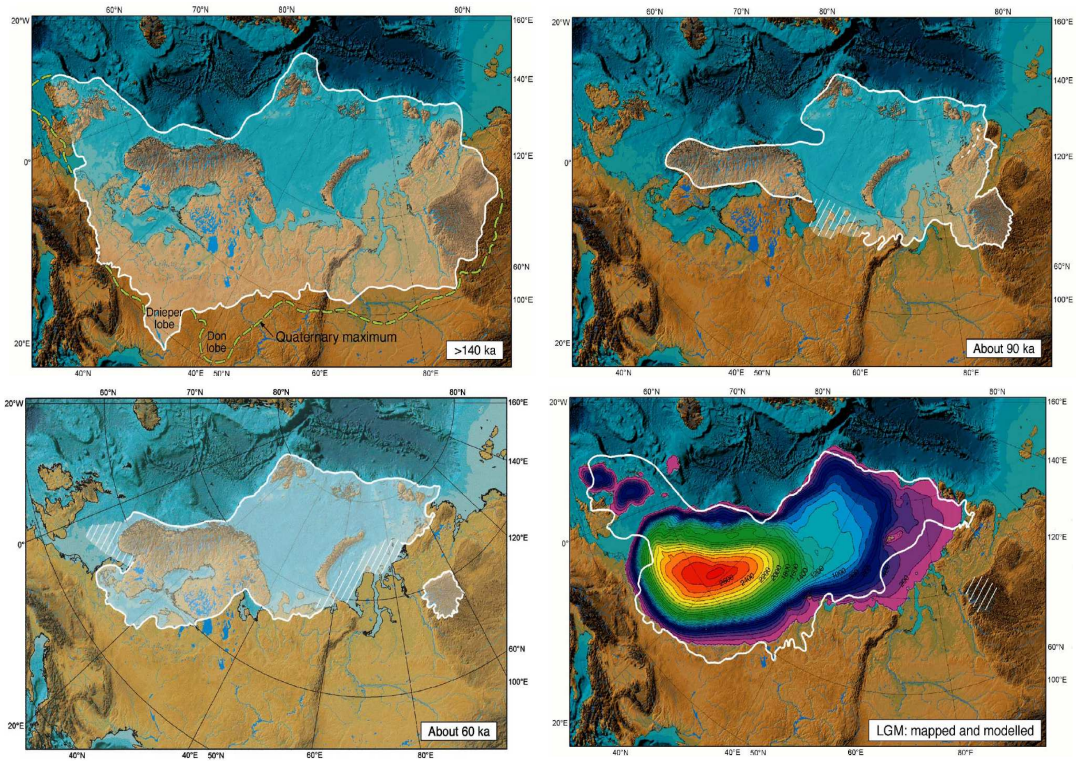


FIG. 1.8 – *Cartographie de l'extension de glace (contour blanc) depuis -140 ka jusqu'au LGM d'après (Svendsen et al., 2004). Au LGM est aussi montrée la topographie de la calotte obtenue par modélisation.*

Bien que l'extension du LGM soit raisonnablement bien comprise, il est difficile à partir de cette limite seulement de déterminer le volume de glace et son histoire, sinon en faisant des approximations sur la forme verticale de la calotte (Peltier & Andrews, 1976; Velicko et al., 1997). Cette dernière, basée sur l'observation actuelle des calottes, est souvent considérée parabolique, ce qui suppose un comportement plastique de la glace contenue dans une calotte (Paterson, 1981; Peltier, 1982). La reconstruction CLIMAP[27] (Stuiver et al., 1981), a fourni un premier modèle de calotte basé sur la reconstruction de l'épaisseur de glace le long des lignes d'écoulement (Denton & Hughes, 2002). L'histoire de la déglaciation quant à elle peut être déduite des courbes de variations du rapport isotopique $\delta^{18}O$ obtenues par l'analyse des carottes sédimentaires en eaux profondes (Peltier, 1998; Clark & Mix, 2002). Ce rapport isotopique est en effet lié à la quantité de glace présente à la surface de la Terre.

Les données géologiques, cependant, sont parfois éparses et difficiles à dater. C'est le cas de l'Antarctique (Bentley, 1999), où plusieurs modèles, souvent très différents les uns des autres, ont été proposés (Anderson et al., 2002). Par exemple, la déglaciation du modèle IJ05 (Ivins & James, 2005) est une version révisée de précédents modèles (Denton et al., 1991; Denton & Hughes, 2002), eux-mêmes issus de la première reconstruction CLIMAP.

L'utilisation de modèles numériques intégrant les processus physiques à l'origine de la déglaciation pour reconstruire l'évolution des calottes permet de fournir une histoire de la variation du volume de glace.

[27] CLIMAP pour *Climate : Long range Investigation, Mapping, and Prediction*

1.2.2.2 Reconstruction glaciologique

Les glaciations et les déglaciations sont principalement liées aux changements d'insolation induit par les variations de l'orbite terrestre. La modélisation numérique des calottes glaciaires consiste à reconstuire leur géométrie et leur évolution au cours du temps. C'est un moyen d'étudier les mécanismes qui opèrent entre l'atmosphère, la Terre et l'océan et d'estimer le volume de glace contenu dans les calottes au LGM. Les modèles glaciologiques déterminent librement l'épaisseur et l'extension des calottes sous l'influence des conditions climatiques (niveau marin, température de surface, accumulation de neige et ablation de la glace). Trois composantes sont à prendre en compte lors d'une telle modélisation : l'écoulement de la glace, le bilan de masse de glace et la réponse de la Terre solide (Huybrechts, 2002).

Des modèles thermomécaniques permettent de simuler l'écoulement de la glace continentale qui résulte de sa déformation interne et de son glissement sur le lit rocheux (Huybrechts, 2002; Charbit et al., 2002). La loi d'écoulement de Glen est utilisée dans l'approximation de la couche mince justifiée par la grande étendue spatiale des calottes devant la hauteur de glace qu'elles contiennent. La résolution actuelle des modèles ne permet cependant pas de prendre en compte l'écoulement rapide des glaciers émissaires[28].

La reconstruction des calottes glaciaires nécessite d'avoir un bilan de masse qui résulte des interactions glace-atmosphère et glace-océan. Le calcul du bilan de masse se fait habituellement en deux étapes (van den Berg et al., 2008b). La première consiste à calculer la fonte ou l'accumulation de glace à partir des précipitations et des températures, la seconde consiste à construire l'évolution temporelle de la température et des précipitations. Un modèle de circulation atmosphérique globale est souvent utilisé pour construire les bilans de masses régionaux (van den Berg et al., 2008b). Le couplage thermodynamique qui existe entre la cryosphère et l'atmosphère à des grandes échelles de temps (plusieurs milliers d'années) n'est cependant pas correctement représenté dans les modèles (Pritchard et al., 2008). Négliger ce type d'interaction sous-estime la fonte des calottes de glace sur des échelles de temps caractéristiques de la dernière déglaciation (Pritchard et al., 2008).

La réponse isostatique de la Terre à la variation spatio-temporelle du volume de glace est un point important à prendre en compte dans la modélisation des calottes glaciaires (Le Meur & Huybrechts, 1996; van den Berg et al., 2008a) puisque l'accumulation et la fonte de la glace dépendent de l'altitude. Le Meur & Huybrechts (1996) ont montré qu'un modèle simple de Terre s'accordait bien avec un modèle physiquement plus réaliste[29]. Depuis, la plupart des modèles de Terre utilisés pour la simulation de la reconstruction de calotte de glace contiennent un manteau visqueux, ayant une constante de relaxation exponentielle de 3 000 ans, surmontée par une lithosphère élastique (e.g. Charbit et al., 2002; Huybrechts, 2002; van den Berg et al., 2008b). Les résultats de Le Meur & Huybrechts (1996) ont récement été réévalués par van den Berg et al. (2008a) qui montrent que le choix du modèle de Terre est très important et influence la taille et la géométrie des modèles de calotte de glace.

Enfin, quelques modèles glaciologiques incorporent des données RSL ou géologiques pour contraindre la reconstruction des calottes au LGM (e.g. Tarasov & Peltier, 2002; Siegert & Dowdeswell, 2004).

Les reconstructions glaciologiques se concentrent souvent sur une région en particu-

[28] Les glaciers emissaires sont les glaciers par lesquels les flux de glace s'effectuent.

[29] Un modèle de Terre réaliste est par exemple un modèle de Terre à symmétrie sphérique, ayant un comportement visco-élastique et soumis aux effets de gravité induit par son propre poids (sytème autogravitante).

TAB. 1.1 – *Caractéristiques des modèles ICE. L'épaisseur de la lithosphère est notée L. ν^u et ν^l correspondent respectivement à la viscosité du manteau supérieur et inférieur.*

Modèle	ICE-1	ICE-2
Référence	Peltier & Andrews (1976)	Wu & Peltier (1983)
Couverture	hémisphère nord	ICE-1 + Antarctique
L (km)	100	120
ν^u (Pa.s)	10^{21}	10^{21}
ν^l (Pa.s)	10^{21}	2-4×10^{21}
Niveau marin (m)	77	97
Ligne de côte fixe	oui	oui
Modèle	**ICE-3G**	**ICE-4G**
Référence	Tushingham & Peltier (1991)	Peltier (1994, 1996)
Couverture	globale	globale
L (km)	120	120.6
ν^u (Pa.s)	10^{21}	10^{21}/VM2
ν^l (Pa.s)	2-4×10^{21}	2×10^{21}/VM2
Niveau marin (m)	115	113.8
Ligne de côte fixe	oui	non
Modèle	**ICE-5G**	**ICE-6G**
Référence	Peltier (2004)	Peltier et al. (2009)
Couverture	globale	globale
L (km)	90	60
ν^u (Pa.s)	VM2	VM5a
ν^l (Pa.s)	VM2	VM5a
Niveau marin (m)	126	-
Ligne de côte fixe	non	-

lier (e.g. Huybrechts, 1990; Charbit et al., 2002; Huybrechts, 2002; van den Berg et al., 2008b,a) et nécessitent de prendre en compte des paramètres climatiques dont les couplages glace-atmosphère et glace-océan ne semblent pas encore tous intégrés dans les modélisations numériques. Néanmoins, le recours à ce type de modélisation nous permet de mieux comprendre les mécanismes physiques à l'origine du retrait des principales calottes de glace (Charbit et al., 2002).

1.2.2.3 Reconstruction glacio-hydro-isostatique

Une façon de reconstruire l'histoire du dernier cycle glaciaire en s'affranchissant des interactions atmosphère-terre-océan est d'utiliser des modèles glacio-hydro-isostatiques. Il s'agit de combiner une histoire de déglaciation et un profil de viscosité du manteau pour expliquer diverses observations, initialement des données RSL (Peltier, 1982, 1998). C'est un processus itératif qui consiste, à partir d'une histoire de déglaciation, à déterminer un premier profil de viscosité du manteau, puis à partir de ce profil de viscosité, d'affiner le modèle de déglaciation, et ainsi de suite jusqu'à convergence. Celle-ci est obtenue lorsque l'association de l'histoire de la déglaciation avec le profil de viscosité ajuste correctement les données RSL.

Peltier & Andrews (1976) construisent un premier modèle de déglacation nommé ICE-1. Ils utilisent la courbe de niveau marin eustatique[30] de Shepard (1963) pour estimer le volume de glace fondue et des cartes de désintégration isochrone pour l'histoire de la déglaciation (e.g. Bryson et al., 1969). En supposant que les calottes avaient un profil vertical parabolique, ils attribuent à chaque région une partie de la masse totale déduite de la courbe de Shepard (1963) en fonction de la surface de chaque calotte. Ils comparent la réponse de la Terre à la déglaciation décrite par ICE-1 et calculée pour deux modèles de Terre visco-élastique. Ils trouvent que pour inverser les courbes RSL, il faut considérer en premier lieu un modèle de Terre visco-élastique constitué d'une lithosphère de 100 km d'épaisseur et d'un manteau ayant une viscosité de 10^{21} Pa.s. Le modèle ICE-1 ne considère cependant que la déglaciation de l'hémisphère nord.

Avec leur modèle ICE-2, Wu & Peltier (1983) incluent l'Antarctique et déduisent que les parties supérieure et inférieure du manteau avec des viscosités de 10^{21} et 2-4$\times 10^{21}$ Pa.s, respectivement, et associées à une lithosphère de 120 km d'épaisseur sont un modèle de Terre acceptable. Cette structure interne de la Terre combinée à une version affinée de l'histoire de la déglaciation forment le modèle ICE-3G (Tushingham & Peltier, 1991). Un peu plus tard, de nouvelles données RSL, plus précises, sont disponibles et sont utilisées pour améliorer le modèle ICE-3G conduisant au modèle ICE-4G (Peltier, 1994). Ce dernier modèle toutefois n'est pas calculé de la même façon. Pour les précédents modèles la ligne de côte était supposée fixe au cours du temps ; ce n'est plus le cas pour ICE-4G. La dépendance en temps de la ligne de côte a été précédemment traitée par Chappell (1974) pour des modèles régionaux et par Nakada & Lambeck (1990) pour des modèles globaux ou plus récemment par Johnston (1995), Milne (1998) et Milne & Mitrovica (1998).

Après l'ajustement de l'histoire de la déglaciation de ICE-4G, c'est au tour du modèle de Terre de voir son profil de viscosité modifié (Peltier, 1996). Le nouveau profil obtenu est dénommé VM2. Les nouvelles techniques de positionnement (VLBI, GPS, SLR) ayant acquis des séries temporelles suffisamment longues, de nouvelles contraintes sont apportées pour la modélisation du rebond post-glaciaire. Les données RSL en champ lointain indiquent que le modèle ICE-4G (VM2) ne contient pas suffisamment de glace. Les données VLBI, SLR et gravimétriques quant à elles, indiquent que cette lacune en glace se situe au niveau des Laurentides (Peltier, 2002). Ceci conduit Peltier (2004) à proposer un nouveau modèle, ICE-5G (VM2), contenant une quantité beaucoup plus importante de glace dans les Laurentides que ICE-4G (VM2). Incluant de nouvelles données permettant d'accéder à l'histoire du niveau marin entre -21 et -26 ka, Peltier & Fairbanks (2006) déduisent également que le LGM serait plutôt autour de -26 ka.

À la vue de plus récentes données de positionnement et de gravité, il apparaît que la quantité de glace au niveau des Laurentides doit être intermédiaire entre celles contenues dans ICE-4G (VM2) et ICE-5G (VM2) (Argus & Peltier, 2010). Un nouveau profil de viscosité de manteau, le profil VM5a, apparaît. Il s'agit d'une version moyenne sur trois couches du précédent profil VM2. Le profil VM5a en combinaison avec une lithosphère de 60 km et une couche de viscosité élevée (10^{22} Pa.s) à sa base semble mieux prédire les mouvements horizontaux en Amérique du Nord et s'accorde avec les observations faites en Europe (Peltier & Drummond, 2008). Un nouveau modèle devrait alors voir le jour contenant une version modifiée de ICE-5G, dénommée ICE-6G, et le profil de viscosité VM5a (Peltier et al., 2009).

Tous ces modèles, résumés dans le tableau 1.1, ne contiennent cependant pas les plus petites masses de glace, comme celle qui a recouvert les Alpes, qui peuvent contribuer à

[30] Eustatique : qui a la même amplitude dans toute les régions du globe.

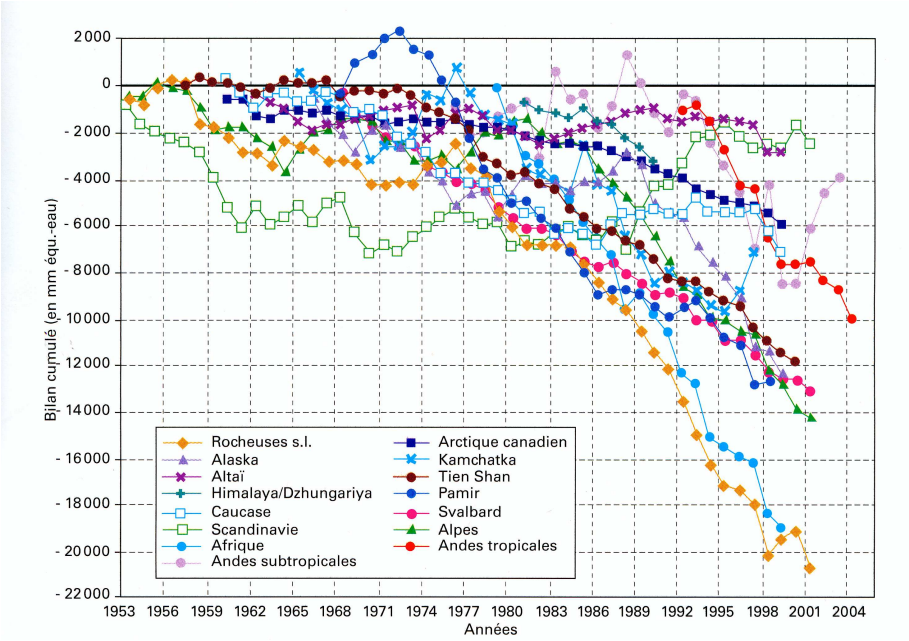


FIG. 1.9 – *Bilans de masse cumulés moyens de 75 glaciers de montagne de 15 régions du globe. D'après Francou & Vincent (2007) et Ohmura (2004).*

une élévation du niveau marin de l'ordre de 6 m environ (Clark & Mix, 2002). D'autres modèles ont été développés en tenant compte du réajustement glacio-hydro-isostatique (e.g. Nakada & Lambeck, 1989; Lambeck et al., 2000), cependant, la série des ICE-XG (avec X={3,4,5,6}) est une des seules à fournir des reconstructions globales de la dernière déglaciation.

1.3 Changements actuels de la cryosphère

1.3.1 Cas des glaciers

Depuis la fin du petit âge glaciaire la plupart des glaciers subissent une accélération de leur amincissement (Vincent et al., 2005; Francou & Vincent, 2007; Rabatel et al., 2008). Cette accélération est induite par la tendance climatique actuelle qui est une augmentation des températures. Cet effet a des impacts sur la cryosphère à l'échelle planétaire. L'amincissement actuel des glaciers est notamment constaté dans les Alpes (e.g. Berthier et al., 2004; Paul et al., 2004; Paul & Haeberli, 2008), en Islande (Magnùsson et al., 2005), en Patagonie (e.g. Chen et al., 2007), en Asie (Berthier et al., 2007; Matsuo & Heki, 2010) et en bien d'autres régions du globe (e.g. Francou & Vincent, 2007; Berthier et al., 2009), (voir les bilans de masse cumulés moyens sur la figure 1.9). L'ensemble des glaciers de montagne se répartit sur une surface d'environ 430 000 km^2. L'Alaska et le Svalbard représentent environ 30 % de cette surface. Dans cette section, une brève description de la variation de leur masse est présentée.

1.3.1.1 Alaska

L'Alaska a une couverture de glace de l'ordre de 90 000 km^2. Une diminution de la masse de glace y est observée depuis les années 1960 (Fig. 1.9). Utilisant l'altimétrie laser aéroportée, Arendt et al. (2002) ont estimé le changement de volume de 67 glaciers pour l'intervalle 1955–1995. En extrapolant à la surface de glace présente en Alaska ils

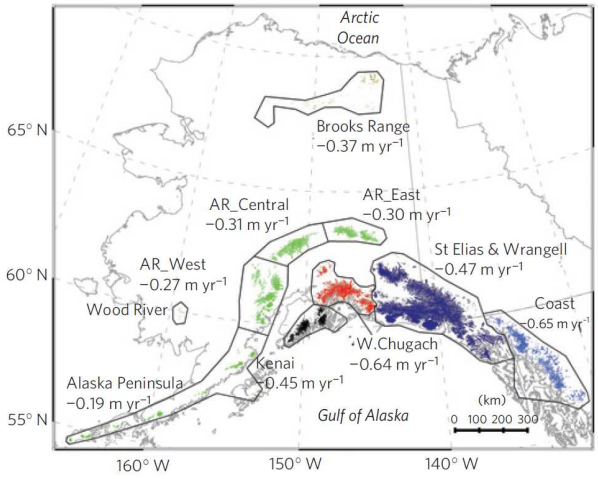


FIG. 1.10 – *Variations de masse de glace en Alaska entre 1962 et 2006 d'après Berthier et al. (2010).*

déduisent que 52 ± 15 Gt[31] de glace s'évacue dans la mer chaque année. Entre 1995 et 2001 l'amincissement s'accélère et ils obtiennent une variation de masse de glace de - 96 ± 35 Gt/a. Cette variation a été réévaluée par Berthier et al. (2010) qui estiment la perte de masse de glace à 38 ± 8 Gt/a entre 1962 et 2006 à partir de modèles numériques de terrain. L'écart entre ces deux valeurs peut principalement provenir de l'extrapolation faite par Arendt et al. (2002). En effet 80 % des glaciers n'ont pas été mesurés dans l'étude d'Arendt et al. (2002) alors que dans celle de Berthier et al. (2010) les glaciers non comptabilisés ne représentent que 27 % de l'ensemble. Cet écart est important sachant que d'une vallée à une autre le comportement d'un glacier peut fortement varier (Francou & Vincent, 2007).

Les satellites gravimétriques GRACE montrent toutefois une importante diminution de la masse de glace entre 2002 et 2008 (Tamisiea et al., 2005; Chen et al., 2006a; Luthcke et al., 2008; Wu et al., 2010b) de l'ordre de 100 Gt/a (Fig. 1.11). Cette diminution semble être moins importante si les tendances sont calculées sur des séries temporelles plus longues (e.g. Luthcke et al., 2008; Wu et al., 2010b). Cette constatation serait liée à des températures anormalement élevées en 2004 et une importante quantité de neige tombée en 2007 (Luthcke et al., 2008).

L'Alaska subit toujours le rebond post-glaciaire induit par la déglaciation qui a suivi le petit âge de glace. Cet effet, qui domine celui lié à la dernière déglaciation du Pléistocène (Chen et al., 2006a; Luthcke et al., 2008), a une contribution non négligeable dans les variations de masse observées par GRACE, à hauteur de 7 ± 2 Gt/a selon Luthcke et al. (2008). Les effets du retrait des glaces terminant le petit âge glaciaire ainsi que l'amincissement actuel des glaciers se combinent dans les mesures GPS et de gravité réalisées dans la région (Larsen et al., 2005; Sato et al., 2010; Sun et al., 2010). La séparation des effets induits par ces deux processus passe alors par l'étude de modèles.

1.3.1.2 Svalbard

L'archipel du Svalbard est recouvert à 60 % de glace, ce qui représente environ 36 600 km^2, et n'est pas épargné par l'amincissement actuel des glaciers (Fig. 1.9). Habituellement les mesures de bilan de masse des glaciers sont extrapolées pour estimer les bilans de

[31] 1 Gt = 10^{12} kg.

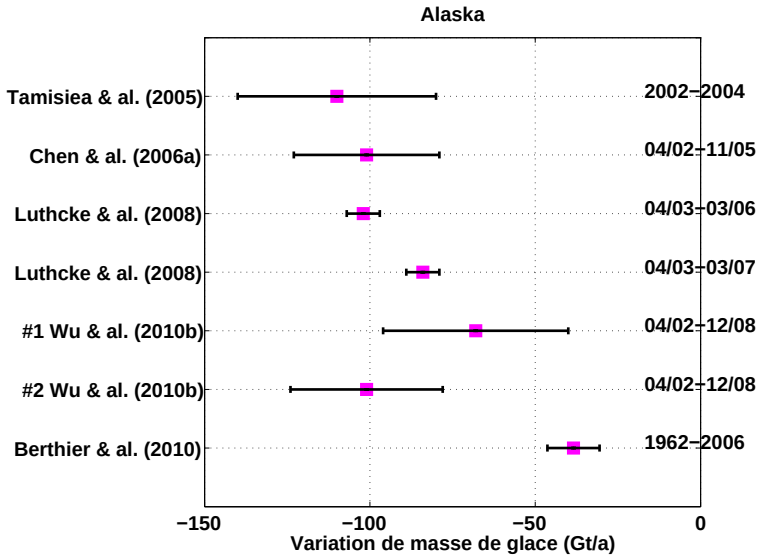


FIG. 1.11 – *Variations de masse de glace en Alaska issues de la littérature. #1 Wu et al. (2010b) est une estimation à partir des solutions GRACE et d'un modèle de GIA. #2 Wu et al. (2010b) est une estimation réalisée par inversion.*

masse régionaux (Dowdeswell et al., 1997; Hagen et al., 2003a,b). Dowdeswell et al. (1997) rapportent une variation de masse de glace d'environ -20 Gt/a[32] pour l'archipel entier à partir d'estimations faites sur trois glaciers. Hagen et al. (2003a) utilisent une relation simple entre altitude et bilan de masse qui une fois intégrée sur la surface de l'archipel fournit une variation de masse de -14 Gt/a. Une valeur de -4 Gt/a est obtenue par Hagen et al. (2003b) en intégrant des courbes de 13 bilans de masse régionaux. Ces écarts dans les estimations montrent l'incertitude liée à l'extrapolation des mesures de bilans de masse.

Nuth et al. (2010) comparent les élévations issues de l'analyse des mesures altimétriques du satellite ICESat[33] de 2003–2007 avec des cartes topographiques et des modèles numériques de terrain de l'époque 1965–1990. Ils calculent les tendances à long terme des variations d'élévation et déduisent que le Svalbard est sujet à un amincissement de 9.71 ± 0.55 Gt/a. La figure 1.12 montre les variations de masse de glace en hauteur d'eau équivalente pour différentes régions de l'archipel. Cette estimation ne contient cependant pas la calotte Austfonna et Kvitøya dont la superficie totale s'élève à environ 9 000 km^2. Utilisant uniquement les données ICESat entre 2003 et 2008, Moholdt et al. (2010b) estiment à -4.3 ± 1.4 Gt/a le bilan de masse de glace. Cependant les mesures ICESat n'ont pas une distribution spatiale dense et il est nécessaire d'avoir recours à l'extrapolation pour estimer des bilans de masse régionaux. Cette dernière, réalisée à partir de l'hypsométrie des glaciers (Nuth et al., 2010; Moholdt et al., 2010b), est délicate au vu des variabilités spatiales de l'amincissement des glaciers sur toute l'archipel (Moholdt et al., 2010b). Les mesures altimétriques fournissent des variations d'élévation et n'informent en rien sur la densité du milieu, cela ajoute une incertitude supplémentaire sur les estimations des variations de masse de glace. Le velâge des glaciers n'est pas pris en compte dans ces estimations et pourrait être de -6.8 ± 1.7 Gt/a d'après Blaszcyk et al. (2009).

[32]Les variations de masse de glace sont obtenues à partir des variations d'élévation du niveau marin fournies par les différents auteurs (0.056 mm/a pour Dowdeswell et al. (1997), 0.038 mm/a pour Hagen et al. (2003a) et 0.01 mm/a pour Hagen et al. (2003b)) et en considérant une surface des océans de 362 10^6 km^2.

[33]ICESat pour *Ice, Cloud and Land Elevation Satellite*

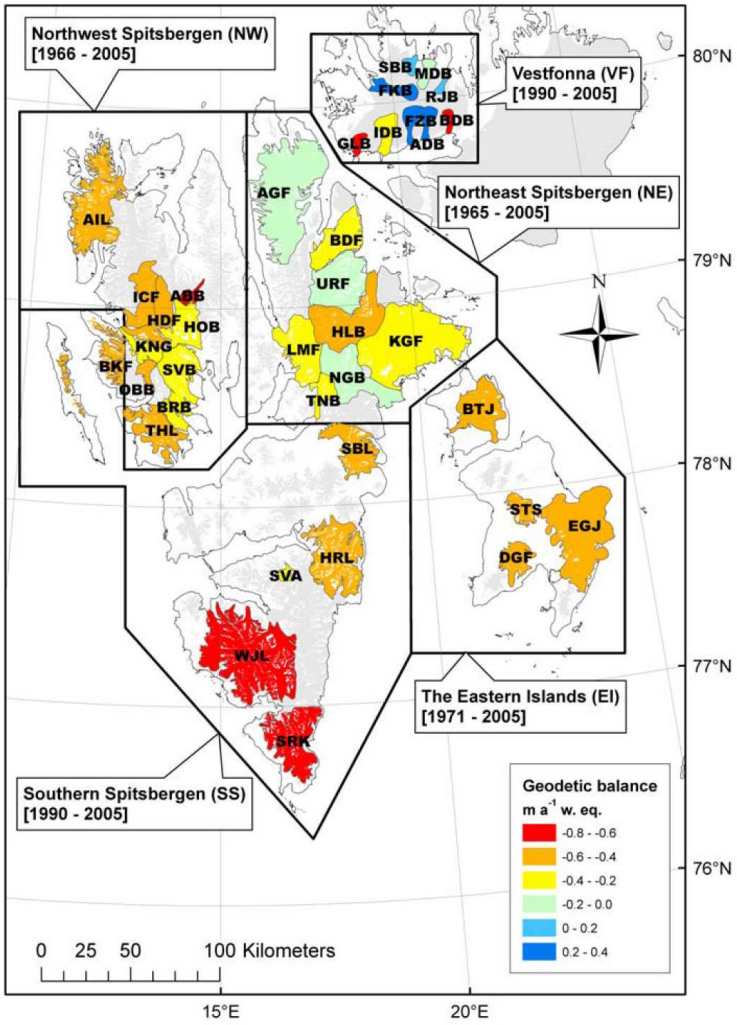


FIG. 1.12 – *Variations de masse de glace au Svalbard, d'après Nuth et al. (2010).*

Chen et al. (2006d),Wouters et al. (2008) et Schrama & Wouters (2011) utilisent les solutions des satellites gravimétriques GRACE pour estimer le bilan de masse de glace au Groenland (voir section suivante). L'amincissement des glaciers du Svalbard pouvant influencer le bilan de masse du Groenland, ils doivent modéliser cette contribution. Chen et al. (2006d),Wouters et al. (2008) et Schrama & Wouters (2011) estiment alors des variations de masse de glace de -75 Gt/a entre avril 2002 et avril 2006, -8.8 ± 3 Gt/a entre février 2003 et janvier 2008 et -5.4 ± 2.6 Gt/a entre mars 2003 et février 2010 respectivement.

Au Svalbard, des mesures au sol sont également effectuées. À Ny-Ålesund par exemple les GPS et les gravimètres mesurent respectivement les mouvements du sol et les variations du champ de pesanteur depuis plus d'une dizaine d'années (Sato et al., 2006; Kierulf et al., 2009a,b). Le Svalbard subissant toujours l'effet du GIA, il faut combiner à la fois des modèles de déglaciation passée et des modèles d'amincissement actuel pour essayer d'expliquer les observations. Celles-ci ne sont toujours pas entièrement expliquées (Sato et al., 2006; Kierulf et al., 2009b).

1.3.2 Cas des calottes

Les glaciers de montagne et les petites calottes représentent seulement 3% de la surface des glaces continentales. La majeure partie de cette glace (97% en surface et 99.8% en

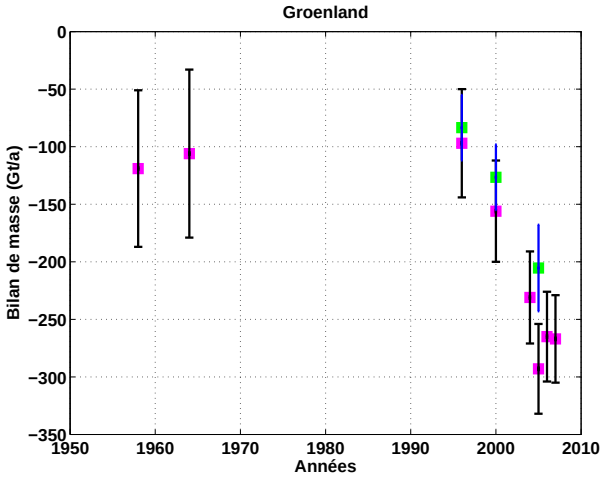


FIG. 1.13 – *Variations de masse de glace au Groenland d'après Rignot & Kanagaratnam (2006) (carré vert) et Rignot et al. (2008b) (carré magenta).*

volume) est stockée au Groenland et en Antarctique. La calotte du Groenland contient environ 2.7×10^6 w.e.[34] km^3 ce qui correspond à une augmentation d' environ 7 m du niveau des mers. La glace contenue sur le continent Antarctique est beaucoup plus conséquente, de l'ordre de 27×10^6 w.e. km^3 correspondant à une élévation de 65 m du niveau des mers. Les conséquences sociétales d'une telle augmentation est la raison du vif intérêt qui leur est porté. Une description des travaux récents réalisés sur ces deux calottes glaciaires est présentée dans cette section.

1.3.2.1 Groenland

Des études utilisant les mesures de campagnes d'interférométrie aéroportée, ont montré que l'intérieur de la calotte est stable, *i.e.* en équilibre, alors que les régions périphériques s'amincissent (Krabill et al., 2000; Abdalati & Steffen, 2001). Rignot & Kanagaratnam (2006) utilisent l'interférométrie satellitaire pour déduire les vitesses d'écoulement de la glace le long de pratiquement toutes les côtes de l'inlandsis. Ils combinent les vitesses obtenues avec les épaisseurs de glace, mesurées par sondage radar aéroporté, et obtiennent la décharge de glace pour 1996, 2000 et 2005 (Fig. 1.13). Ils remarquent une nette augmentation de la perte de masse de glace entre 1996 et 2005 passant de -83 ± 28 à -205 ± 36 Gt/a. Plus récemment, cette augmentation est confirmée par Rignot et al. (2008b) qui estiment à -267 ± 38 Gt/a le bilan de masse de glace en 2007 (Fig. 1.13). En moyenne, entre 2004 et 2007, ils obtiennent un changement de masse de glace de -264 ± 78 Gt/a [35] (Fig. 1.14) et une accélération de cette variation de l'ordre de -9 Gt/a^2 entre 2004 et 2007.

La mission GRACE a également permis de mettre en évidence un bilan de masse négatif au niveau de la calotte glaciaire groenlandaise. Les estimations des taux de variations de masse de glace varient dans une large gamme de valeurs allant de -75 ± 26 à -239 ± 23 Gt/a respectivement pour les périodes 03/2002–07/2004 et 04/2002–11/2005 (Fig. 1.14) (Velicogna & Wahr, 2005, 2006b; Chen et al., 2006d; Luthcke et al., 2006; Ramillien et al., 2006; Wouters et al., 2008; Barletta et al., 2008; Baur et al., 2009; Slobbe et al., 2009; Steffen et al., 2009b; Velicogna, 2009; van den Broeke et al., 2009; Wu et al.,

[34] w.e. pour *water equivalent* ou équivalent eau.

[35] Erreur estimée à partir d'une somme quadratique des erreurs des bilans de masses pour chaque année : 2004 (-231 ± 40 Gt/a), 2005 (-293 ± 39 Gt/a), 2006 (-265 ± 39 Gt/a) et 2007 (-267 ± 38 Gt/a)

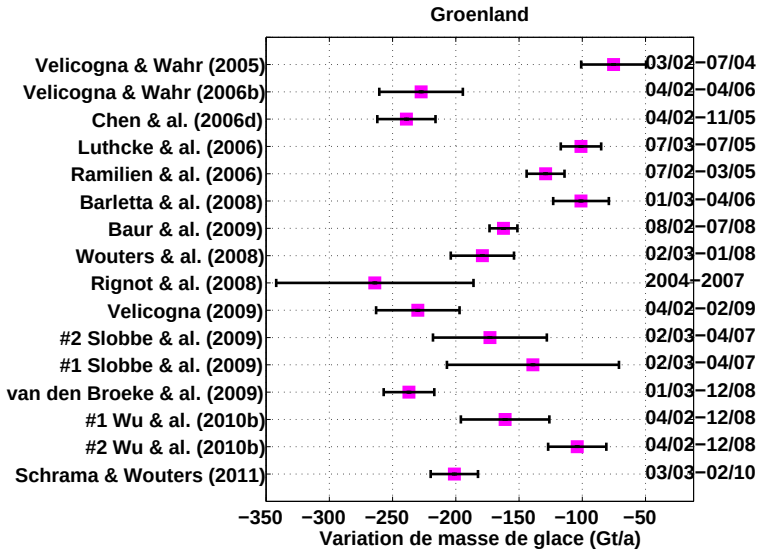


FIG. 1.14 – *Variations de masse de glace au Groenland issues de la littérature. L'estimation de Baur et al. (2009) n'a pas été corrigé de l'effet du GIA. #1 Wu et al. (2010b) est une estimation à partir des solutions GRACE et d'un modèle de GIA. #2 Wu et al. (2010b) est une estimation réalisée par inversion. #1 et #2 Slobbe et al. (2009) sont respectivement déduits des données ICESat et des solutions GRACE.*

2010b; Schrama & Wouters, 2011). La diversité des bilans de masse obtenus provient du choix des solutions utilisées (Baur et al., 2009; Slobbe et al., 2009; Steffen et al., 2009b; Schrama & Wouters, 2011), du traitement et du filtrage qui leur sont appliqués ainsi que de la longueur de la série temporelle utilisée (Steffen et al., 2009b). En effet, induit par la variabilité interannuelle hydrologique, cette dernière influence le calcul des tendances et donc les estimations de bilan de masse (Ramillien et al., 2006; Tregoning et al., 2009a). La modélisation du GIA est à prendre en compte. Un modèle, c'est-à-dire une histoire de déglaciation et un profil de viscosité, est habituellement utilisé pour soustraire l'apport de masse mantellique des variations de masse déduites des solutions GRACE pour n'obtenir que les variations de masse de glace. Le choix du modèle est responsable des grandes barres d'erreurs sur les estimations des bilans de masse de glace (Velicogna & Wahr, 2005; Schrama & Wouters, 2011).

D'après Velicogna (2009), la calotte groenlandaise connaît une accélération de sa perte de masse de glace de l'ordre de 30 ± 11 Gt/a^2 entre 2002 et 2009 passant ainsi de -137 Gt/a pour 2002–2003 à -286 Gt/a pour 2007–2009. Plus récemment, Schrama & Wouters (2011) montrent une accélération de l'amincissement actuel de 8.3 ± 6.5 Gt/a^2 entre mars 2003 et février 2010. Jiang et al. (2010) obtiennent 8.7 ± 3.5 Gt/a^2 et 12.5 ± 5.5 Gt/a^2 respectivement pour l'ouest et le sud-est du Groenland. Ces deux derniers résultats sont en accord avec les résultats de Rignot et al. (2008b). Schrama & Wouters (2011) justifient cet écart par le fait que la méthode de Velicogna (2009) inclut les régions environnantes ayant un bilan de masse de glace de -50.8 ± 17.3 Gt/a^2 et montrant une plus importante accélération de -13.4 ± 3.3 Gt/a^2 (Schrama & Wouters, 2011). Baur et al. (2009) montre également que ne pas tenir compte des effets de débordement sur les régions environnantes diminue les amplitudes des estimations de masse de glace du Groenland d'environ 50%.

Utilisant les données altimétriques du satellite ICESat, Slobbe et al. (2009) ont estimé à -139 ± 68 Gt/a (Fig. 1.14, #1 Slobbe et al. (2009)) la variation de masse de glace au Groenland. La difficulté principale de cette méthode qui fournit les variations de volume réside dans la conversion de ces dernières en variations de masse. Cette difficulté apparaît

clairement dans la grande barre d'erreur qu'ils fournissent. Néanmoins, leur estimation déduite des données ICESat est cohérente avec celle déduite des solutions GRACE (Fig. 1.14, #2 Slobbe et al. (2009)). Slobbe et al. (2009), en accord avec l'estimation des variations de masse par bassin à partir des solutions GRACE (Luthcke et al., 2006; Wouters et al., 2008; van den Broeke et al., 2009; Schrama & Wouters, 2011), confirme également que l'amincissement actuel le plus important se situe le long de la côte.

En réponse à l'amincisssement actuel de la calotte glaciaire du Groenland, la Terre se déforme élastiquement. Cette déformation n'est toutefois pas observable directement par des mesures GPS car celles-ci sont également sensibles au réajustement de la Terre suite à la dernière déglaciation du Pléistocène. Khan et al. (2007) estiment la déformation élastique en soustrayant aux mesures GPS le mouvement vertical prédit par le modèle de GIA ICE-5G (VM2) (Peltier, 2004). À partir de modèles numériques de terrain (MNT), ils déduisent le taux de variation du volume de glace pour les deux plus grands glaciers les plus proches des stations GPS. Ils calculent ensuite la déformation élastique correspondante et en la comparant avec celle déduite des observations, ils montrent qu'une grande partie des observations est expliquée. Ils attribuent le mouvement vertical résiduel à l'amincissement des glaciers environnants non pris en compte. Toutefois, Khan et al. (2008) montrent que globalement le modèle ICE-5G (VM2) ne semble par reproduire correctement les mouvements verticaux de sept stations GPS distribuées sur la côte groenlandaise. Montrant que les mouvements verticaux sont plus importants à proximité des glaciers et qu'ils sont cohérents avec des modèles d'amincissement, Khan et al. (2010a) suggèrent que ces mesures GPS peuvent être utilisées pour contraindre les modèles de changement de masse des glaciers. Cette suggestion est confortée par l'étude de Jiang et al. (2010) qui montre que la plupart des stations GPS en Arctique mesurent une accélération verticale du sol probablement induite par les variations actuelles de masse de glace. Enfin la comparaison des mesures GPS avec les solutions GRACE montre un bon accord et indique que leur combinaison permettrait de mieux comprendre le bilan de masse de glace du Groenland (Khan et al., 2010b).

1.3.2.2 Antarctique

Faire le bilan de masse de glace sur les 12.4×10^6 km^2 d'étendue glaciaire que compte l'Antarctique n'est pas facile. Plusieurs méthodes permettent toutefois de l'estimer (Rignot & Thomas, 2002; Rémy & Frezzoti, 2006). L'une d'elles consiste à mesurer le flux de masse, c'est-à-dire comparer la masse gagnée avec celle perdue par la calotte. Le gain de masse résulte, entre autres, d'une accumulation de la neige par précipitation. Le taux d'accumulation peut être mesuré directement au sol ou via les satellites altimétriques. Toutefois, obtenir des taux d'accumulation représentatifs est délicat. Les mesures *in situ* sont très éparses à cause des conditions climatiques rudes et principalement localisées sur la côte. Les mesures altimétriques, elles, sont affectées par la rugosité de la surface de la calotte, la pénétration des ondes dans la neige faiblement compactée et l'absence de validation (Rémy & Frezzoti, 2006). La perte de masse, quant à elle, peut être évaluée par des méthodes satelittaires ou aéroportées. Ces méthodes mesurent l'épaisseur de glace au niveau de la ligne d'ancrage ainsi que la vitesse de la glace. Cette méthode d'estimation du bilan de masse par l'analyse du flux estime à -48 $\pm$ 14 Gt/a le changement de masse de glace en Antarctique de l'Ouest et à 22 $\pm$ 23 Gt/a celui de l'Antarctique de l'Est (Rignot & Thomas, 2002). Ces estimations ne couvrent cependant que 55 % du territoire. Plus récemment, Rignot et al. (2008a) ont comparé la masse perdue, déduite des données

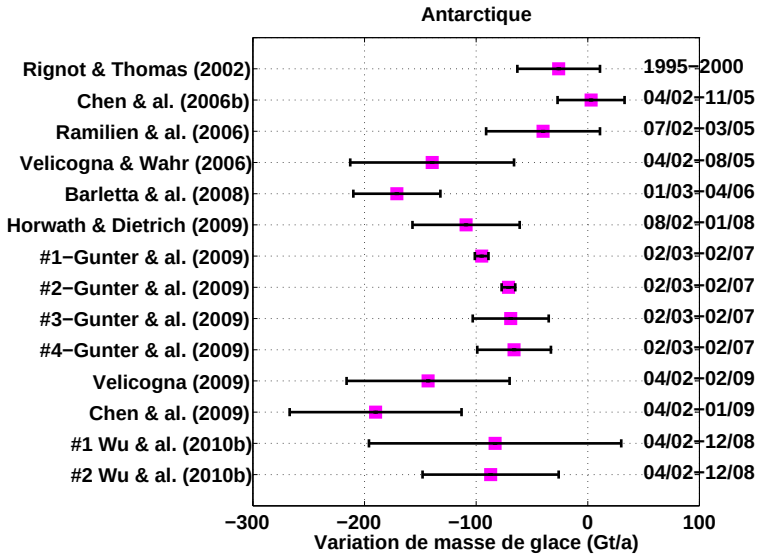


FIG. 1.15 – *Estimations de la variation de masse de glace en Antarctique. #1 Wu et al. (2010b) est une estimation à partir des solutions GRACE et d'un modèle de GIA. #2 Wu et al. (2010b) est une estimation réalisée par inversion. #1 et #2 Gunter et al. (2009) correspondent à des estimations basées sur les solutions GRACE et corrigées respectivement des modèles ICE-5G (VM2) (Peltier, 2004) et IJ05 (Ivins & James, 2005). #3 et #4 Gunter et al. (2009) correspondent à des estimations basées sur les données ICESat et corrigées respectivement des modèles ICE-5G (VM2) et IJ05.*

INSAR[36], à la masse gagnée, modélisée à l'aide d'un modèle atmosphérique, et ont obtenu qu'en 1996, 2000 et 2006 le bilan de masse de l'Antarctique était respectivement de -112 ± 91, -136 ± 92 et -196 ± 92 Gt/a, suggérant une accélération de la perte de glace d'environ 6.5 Gt/a^2 entre 1996 et 2000 et 10 Gt/a^2 entre 2000 et 2006.

Une autre méthode consiste à estimer directement la variation du volume de glace sur toute la surface du continent. Il est possible d'évaluer les variations d'élévation à partir des satellites altimétriques radar (ERS-1 et -2[37], Envisat) et laser (ICESat). Zwally et al. (2005) estiment à -31 ± 12 Gt/a le bilan de masse à partir des satellites ERS-1 et -2 pour la période 1992-2002 sur 77 % de la surface totale. Wingham et al. (2006) obtiennent 27 ± 12 Gt/a entre 1992 et 2003 pour 60 % du continent. Plus récemment, Gunter et al. (2009) estiment à environ 67 Gt/a la masse de glace perdue en Antarctique entre 2003 et 2007 à partir des données du satellite ICESat (Fig. 1.15). Les satellites altimétriques fournissent une estimation du volume et la conversion de ce volume en masse est délicate. Il faut effectivement distinguer entre névé, neige et glace dont les densités varient de 0.1 pour la neige légère à 0.917 pour la glace. C'est un élément d'incertitude important pour l'estimation du bilan de masse. Comme le montrent les bilans de masse estimés à partir des satellites ERS entre 1992 et 2003 d'une part et Envisat entre 2002 et 2006 d'autre part (Fig. 1.16), la variabilité temporelle est une autre source d'incertitude.

Les satellites gravimétriques GRACE sont directement sensibles à la variation de masse et semblent appropriés pour faire un bilan de masse au-dessus de l'Antarctique. Plusieurs estimations de bilan de masse ont été réalisées à partir des solutions GRACE (Fig. 1.15) (Chen et al., 2006b; Ramillien et al., 2006; Velicogna & Wahr, 2006a; Barletta et al., 2008; Horwath & Dietrich, 2009; Gunter et al., 2009; Velicogna, 2009; Chen et al., 2009; Wu

[36]INSAR pour *Interferometric Synthetic Aperture Radar.*
[37]ERS pour *European Remote Sensing*

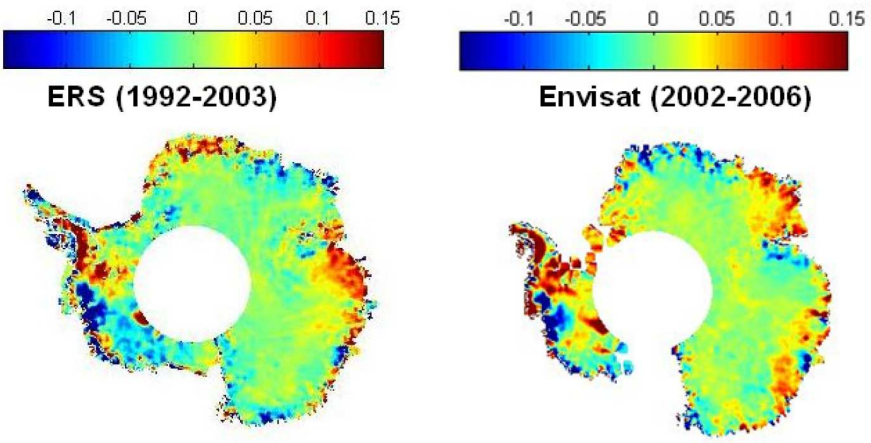


FIG. 1.16 – *Variation de hauteur (m/a) en Antarctique mesurée par les satellites ERS et Envisat (Rémy & Parouty, 2009).*

et al., 2010b). Elles s'étalent de 3 ± 30 Gt/a pour avril 2002 – novembre 2005 (Chen et al., 2006b) à -190 ± 77 Gt/a pour avril 2002 – janvier 2009 (Chen et al., 2009). La perte de glace semble s'accélérer de -26 ± 14 Gt/a passant de -104 à -246 Gt/a entre 2002–2006 et 2006–2009 d'après Velicogna (2009). Chen et al. (2009) confirme cette accélération qu'ils localisent principalement en Antarctique de l'Ouest. Les barres d'erreurs sur les bilans de masse issus des solutions GRACE sont grandes. Contrairement aux mesures altimétriques, les mesures gravimétriques sont très sensibles au GIA (Riva et al., 2009) qui contribue positivement aux variations de masse observées par GRACE. Riva et al. (2009) fournissent une contribution du GIA de 185 ± 85 Gt/a suivant les modèles utilisés (ICE-5G (VM2), IJ05). Dans cette partie du globe, les effets du GIA sont très peu connus et contribuent pour beaucoup à l'incertitude des estimations de bilan de masse de glace (Chen et al., 2006b, 2009; Horwath & Dietrich, 2009; Gunter et al., 2009; Wu et al., 2010b). Le signal hydrologique (Ramillien et al., 2006; Llubes et al., 2007; Tregoning et al., 2009a) ainsi que le choix et le traitement des solutions GRACE (Sasgen et al., 2007a,b; Gunter et al., 2009) influent également dans l'estimation des tendances séculaires du changement de masse en Antarctique.

Gunter et al. (2009) ont comparé les variations séculaires de masse calculées à partir des données ICESat et GRACE entre 2003 et 2007. Ils montrent que ces deux méthodes, indépendantes, ont une forte corrélation spatiale et déduisent que les deux missions observent la même variabilité de masse de glace. La séparation de la contribution massique liée au GIA et celle liée à l'amincissement actuel est alors possible, comme le suggérait Wahr et al. (2000), pourvu que les modèles et les traitements appliqués aux données soient améliorés. Dans cette optique-là, Riva et al. (2009) combinent les données GRACE et ICESat avec un modèle de densité de l'Antarctique et déduisent l'empreinte du GIA, la variation de la masse de glace ainsi que celle de la neige partiellement compactée (Fig. 1.17). Toutefois la variation de masse induite par le GIA estimée à 100 ± 67 Gt/a possède encore une grande incertitude.

Enfin des mesures géodésiques au sol suggèrent que la plupart des bilans de masse de glace déduits des données GRACE surestiment la perte de glace en Antarctique (Bevis et al., 2009). La raison proviendrait d'une surestimation de l'effet du GIA par les modèles (Bevis et al., 2009; Amalvict et al., 2009).

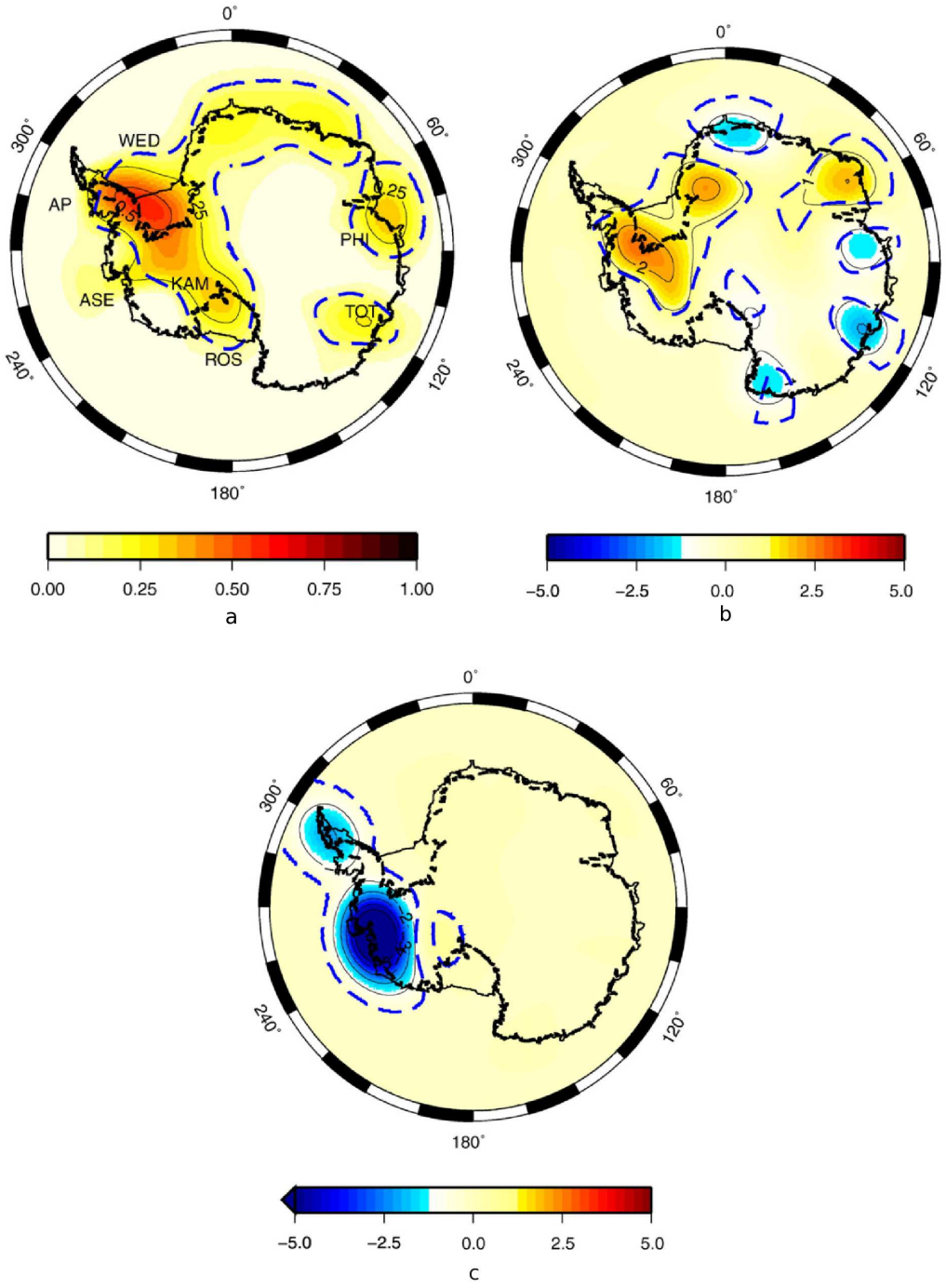


FIG. 1.17 – *Résultats de la combinaison des données ICESat et GRACE d'après Riva et al. (2009). a) Variations d'élévation associées au GIA. b) Variations de la profondeur de la neige partiellement compactée. c) Variations de la hauteur de glace. La courbe en pointillé bleu représente le niveau de 95 % de confiance. Unités : cm/a.*

1.4 Implications géophysiques

Nous venons de décrire les différentes observations des conséquences des déglaciations passée et actuelle. L'importance de la connaissance des effets de la dernière déglaciation du Pléistocène sur les estimations des bilans de masse actuels ainsi que la difficulté à les établir ont été mis en avant. Dans cette section, nous décrivons quelques implications géophysiques de ces incertitudes.

1.4.1 Répercussion sur la variation du niveau marin actuel

Le premier effet que l'on peut citer est lié à la variation du niveau marin. Celle-ci est mesurée par des marégraphes, des satellites altimétriques et gravimétriques, ou des bouées. Cependant, ces différentes mesures ne donnent pas accès à la même information.

Les marégraphes montrent une élévation du niveau marin de l'ordre de 1.8 ± 0.5 mm/a pour le 20ème siècle (e.g. Hagedoorn et al., 2007; Bouin & Wöppelmann, 2010). Les marégraphes, fixés au sol, fournissent les variations du niveau marin relativement à la surface de la Terre. Ils sont donc fortement sujet au mouvement séculaire du sol (e.g. Plag, 2006; Hagedoorn et al., 2007; Bouin & Wöppelmann, 2010) tel que l'effet du GIA. Les estimations de l'élévation du niveau marin sont habituellement corrigées d'un mouvement vertical déduit d'un modèle de GIA.

Les satellites altimétriques fournissent une élévation de l'ordre de 3.1 ± 0.75 et 2.5 ± 0.4 mm/a entre 1993 et 2003, et 2003 et 2008, respectivement (Topex/Poséidon, Jason 1 (Cazenave et al., 2008)). Leuliette & Miller (2009) estiment cette élévation à 2.4 ± 1.1 et 2.7 ± 1.5 mm/a entre janvier 2004 et décembre 2007 à partir de Jason 1 et Envisat, respectivement. Ces estimations sont corrigées du GIA qui a pour effet une subsidence de la surface de la Terre solide au niveau des océans. La contribution du GIA dans les estimations de l'élévation du niveau marin est de l'ordre de 0.3 mm/a (Douglas & Peltier, 2002).

L'élévation du niveau marin observée par les satellites altimétriques résulte de deux processus. Le premier est lié au changement de masse des océans. À partir des satellites gravimétriques GRACE, Cazenave et al. (2009) estiment à 1.9 ± 0.1 mm/a, Leuliette & Miller (2009) à 0.8 ± 0.51 mm/a et Riva et al. (2010) à 1 ± 0.4 mm/a l'élévation du niveau marin induit par la variation de masse des océans. Les différences significatives entre ces estimations résultent d'une part de la correction faite pour prendre en compte la redistribution des masses induite par le GIA (Quinn & Ponte, 2010). Par exemple, Cazenave et al. (2009) utilisent une valeur de 2 mm/a comme recommandé par Peltier (2009), alors que celle utilisée par Leuliette & Miller (2009) est moitié moindre. La valeur prise pour corriger du GIA est importante au vu de la faible variation séculaire obtenue à partir des solutions GRACE sur les océans (-0.12 ± 0.06 mm/a entre janvier 2003 et décembre 2007 (Cazenave et al., 2009)). D'autre part, des écarts de 0.5 à 1.5 mm/a peuvent être obtenus suivant les solutions GRACE utilisées et les traitements qui leur sont appliqués (Quinn & Ponte, 2010).

Les estimations faites à partir des données GRACE reflètent l'apport en eau provenant de la fonte des glaces et de l'hydrologie continentale. Comme vu à la section 1.3, l'estimation de la fonte actuelle est délicate et mal déterminée. Cette contribution serait pourtant responsable de la plus grande partie de l'élévation du niveau marin. Meier et al. (2007) estiment à 1.1 ± 0.24 mm/a la masse d'eau provenant des glaciers et des petites calottes et Cazenave et al. (2009) obtiennent 1 ± 0.15 mm/a pour celle provenant de l'Antarctique et du Groenland. L'eau continentale se déversant dans l'océan serait de l'ordre de 0.2 ± 0.1 mm/a (Cazenave et al., 2009).

Le second processus est la dilatation volumique des océans suite à leur réchauffement. Cet effet stérique est estimé à partir des profils de température et de salinité des bouées dérivantes du projet Argo. Entre 2004 et 2008, l'effet stérique contribuerait à l'élévation du niveau marin à hauteur de 0.8 ± 0.8 mm/a selon Leuliette & Miller (2009) ou 0.37 ± 0.1 mm/a d'après Cazenave et al. (2009), l'écart pouvant être lié au traitement des données Argo (Leuliette & Miller, 2009).

La redistribution des masses de glace dans l'océan résultant de l'amincissement actuel

des glaciers induit une élévation du niveau marin dont l'estimation nécessite une correction liée aux conséquences de la dernière déglaciation du Pléistocène. Cette correction est plus importante lorsqu'elle est appliquée à une étude basée sur des solutions GRACE.

1.4.2 Perturbations de la rotation terrestre

La redistribution des masses sur la Terre perturbe sa forme, en particulier son aplatissement, son champ de pesanteur, son tenseur d'inertie et sa rotation. Si on dénote par L le moment total, projeté sur l'axe polaire, des forces exercées sur la Terre par les autres corps du système solaire, le moment cinétique total de la Terre s'écrit $(C\dot{\Omega}) = L$, où Ω est la vitesse de rotation et C est le moment d'inertie polaire et le point désigne la dérivée par rapport au temps. En supposant que la trace du tenseur d'inertie ne varie pas au cours du temps[38], on peut accéder à $\dot{C}$ par l'intermédiaire du coefficient de Stokes zonal de degré 2 $C_{20} = (A - C)/Ma^2$, où A, M et a sont le moment d'inertie équatorial, la masse et le demi-grand axe terrestres, respectivement. Les variations temporelles de ce coefficient sont déduites des variations des paramètres d'orbite des satellites géodésiques (Lageos I, Lageos II, Starlette) par télémétrie laser sur satellite (SLR). Bourda (2004) résume les estimations faites depuis 1983 pour la variation séculaire $\dot{J}_2$ du facteur de forme quadripolaire J_2 = -C_{20}. Elle est comprise entre (-3 $\pm$ 0.5)$\times 10^{-11}$ a^{-1} et (-2.5 $\pm$ 0.7)$\times 10^{-11}$ a^{-1}. Une fonte de glace au Groenland ou en Antarctique équivalente à une élévation du niveau des mers de 1 mm/a induirait une variation séculaire de J_2 d'environ 4×10^{-11} a^{-1} (Peltier, 1998; Mitrovica et al., 2006). Un quart de cette variation serait lié à la fonte des glaciers et des petites calottes (Meier, 1984). La contribution du GIA, qui est sensible à la viscosité du manteau, varie entre -7$\times 10^{-11}$ a^{-1} et -10^{-11} a^{-1} (e.g. Mitrovica et al., 2006).

Une diminution de J_2 a pour effet d'accroître Ω, ce qui se traduit par une diminution de la longueur du jour de 1.8 ms/siècle. La friction des marées serait responsable d'une augmentation de la longueur du jour de 2.3 ms/siècle. Le rebond induit par la dernière déglaciation aux hautes latitudes diminue l'aplatissement de la Terre et raccourcit la durée du jour. Cette variation, qui est très sensible à la viscosité du manteau, serait de l'ordre de -0.5 ms/siècle (Mitrovica & Forte, 1997). Cette valeur est estimée pour un profil de viscosité de la Terre qui s'accorde avec les observations du rebond post-glaciaire et des anomalies de gravité à l'air libre, ainsi qu'avec les modèles de convection mantellique. Toutefois, la fonte actuelle des glaces pourrait elle aussi contribuer à cette variation. Plusieurs scénarios de variation de masse en Antarctique conduisent à une variation de la durée du jour comprise entre -0.72 et 0.31 ms/siècle (James & Ivins, 1997).

La dérive du pôle de rotation de la Terre résulte aussi en partie de la redistribution des masses. Les observations montrent que son mouvement séculaire est d'environ 1°/Ma, ou 3.51 $\pm$ 0.01 mas/a, vers le sud le long du méridien de longitude 79.2 $\pm$ 0.2 ° W (Gross, 2007). Le mouvement du pôle induit par le GIA est sensible non seulement à la viscosité du manteau mais aussi à l'épaisseur de la lithosphère, à la discontinuité de densité à 670 km de profondeur et à la compressibilité du modèle de Terre utilisé (Mitrovica et al., 2007). Les différents scénarios de variation de masse en Antarctique de James & Ivins (1997) montrent que le pôle de rotation peut dériver de 0.31 à 4.46 mas/a selon un panel de méridiens compris entre les longitudes 28 et 101° W.

On voit donc que le GIA et l'amincissement des glaciers ont des effets mesurables sur

[38] La trace du tenseur d'inertie est le double du moment d'inertie de la Terre par rapport à l'origine du système de référence. Au premier ordre, seule une déformation purement radiale peut entraîner une variation de cette trace.

la rotation de la Terre, dépendant des paramètres rhéologiques du manteau.

1.4.3 Viscosité du manteau

La viscosité du manteau caractérise la réponse isostatique de la Terre à la dernière déglaciation du Pléistocène. Elle intervient par exemple dans la reconstruction de l'histoire de la déglaciation (Sect. 1.2.2). De nombreuses études utilisent alors les observations du GIA pour résoudre la structure du manteau (e.g. Cathles, 1975; Peltier & Andrews, 1976; Mitrovica & Peltier, 1993; Peltier, 1998).

Ce sont les variations passées du niveau marin qui ont été dans un premier temps utilisées. Elles sont établies à partir de la datation des paléo-plages et ont des comportements plus ou moins complexes suivant la localisation géographique du site analysé (Sect. 1.2.1.1). Les sites localisés en champ proche montrent des variations monotones, de type exponentielle, de la baisse du niveau marin (Peltier, 1982; Mitrovica & Peltier, 1993; Peltier, 1998). À chaque site, la courbe de variation du niveau marin (RSL) est obtenue en ajustant les données avec un modèle du type

$$RSL(t) = A(e^{\frac{t}{\tau}} - 1), \tag{1.1}$$

avec t le temps, A l'amplitude et τ le temps de relaxation. L'amplitude est sensible à l'extension et à la hauteur de la charge alors que le temps de relaxation est sensible aux paramètres rhéologiques du manteau. Suivant la position des sites et l'extension des anciennes calottes, la profondeur étudiée diffère (e.g. Mitrovica & Peltier, 1993; Wu, 2006).

L'anomalie de gravité à l'air libre au-dessus des Laurentides a également été utilisée pour contraindre le profil de viscosité du manteau (e.g. Peltier, 1982; Tamisiea et al., 2007). Cependant c'est en combinant les effets induits par le GIA avec ceux induits par la convection mantellique que l'accord avec les observations est le meilleur (Forte & Mitrovica, 1996; Mitrovica & Forte, 1997, 2004).

Récemment, Wu et al. (2010a) ont déterminé les positions optimales en Fennoscandie et sur le continent Nord Américain pour mesurer les déplacements verticaux et horizontaux qui permettent de caractériser le mieux possible l'épaisseur des anciennes calottes, l'épaisseur de la lithosphère, les variations latérales de viscosité ainsi que le profil de viscosité du manteau.

Enfin les satellites gravimétriques GRACE permettent d'isoler le signal induit par le GIA en Amérique du Nord et en Fennoscandie (e.g. Barletta et al., 2008; Steffen et al., 2008; Barletta & Bordoni, 2009). En combinaison avec d'autres types de données (RSL, GPS), plusieurs auteurs (e.g. Paulson et al., 2007; Wang et al., 2008; Wu & Wang, 2008) caractérisent les propriétés visco-élastiques du manteau.

1.4.4 Conclusions

Les effets du GIA et de l'amincissement actuel des glaciers interviennent dans de nombreuses observations : mouvement crustaux, variations du champ de gravité, variations du niveau des mers, mouvement du pôle de rotation et variations de la durée du jour. Connaître ces effets est alors primordial pour bien corriger les observations de leur contribution. La caractérisation de ces effets est également nécessaire pour bien décrire et comprendre la réponse de la Terre aux variations de masse de glace induites par les déglaciations passée et actuelle. La variation de masse dans les régions contenant des glaciers s'étendant sur de grandes superficies comme l'Alaska, le Svalbard, le Groenland et l'Antarctique s'accompagne de mouvements crustaux liés aux variations actuelles et passées

des masses de glace. La difficulté réside alors dans la séparation de ces deux contributions dans les observations. La caractérisation des variations géodésiques induites par la variation actuelle de la masse de glace de l'échelle du glacier à celle de la calotte polaire est une étape importante pour l'étude de la séparabilité de ces deux contributions. L'étude de leur mesurabilité est aussi un point important à prendre en compte. Les méthodes gravimétriques, qui fournissent des informations sur les variations de masses, semblent adaptées pour le suivi de l'évolution des masses. Elles sont décrites dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Méthodes gravimétriques : observer les masses variant sur la Terre

Sommaire

2.1 Gravimétrie sol 31
2.1.1 Gravimétrie absolue (FG5, Micro-g Solutions) 31
2.1.2 Gravimétrie relative (OSG, GWR Instruments, inc.) 33
2.1.3 Principales corrections 34
2.2 Gravimétrie spatiale GRACE 36
2.2.1 La mission GRACE 36
2.2.2 Solutions GRACE 38
2.2.3 Principaux traitements 43
2.3 Caractérisation de la variation spatio-temporelle du champ de pesanteur à partir des solutions GRACE 51
2.3.1 Variation spatio-temporelle du champ de pesanteur 51
2.3.2 Incertitudes 55
2.3.3 Comparaison des données satellites et sol 63

2.1 Gravimétrie sol

2.1.1 Gravimétrie absolue (FG5, Micro-g Solutions)

2.1.1.1 Principe

Le gravimètre FG5 conçu et fabriqué par Micro-g est un gravimètre absolu (AG[1]) qui détermine la valeur de la gravité à partir de la chute libre d'un corps. La seule force s'exerçant sur un corps en chute libre dans le vide est son poids, produit de sa masse et de la gravité du lieu. La relation fondamentale de la dynamique liant le produit de la masse du corps et de son accélération à toutes les forces qui lui sont appliquées implique que la gravité est égale à l'accélération du corps qui chute. Elle est par conséquent indépendante de la masse de ce corps.

Un tel gravimètre détermine la position verticale de l'objet en fonction du temps en mesurant à différents instants la différence de marche entre un faisceau laser de référence et un faisceau laser s'étant réfléchi sur l'objet en chute libre. La dérivée seconde de cette fonction donne l'accélération verticale, c'est-à-dire la gravité.

[1] AG pour *Absolute Gravimeter*.

2.1.1.2 Instrumentation

L'instrument est composé d'une chambre de chute, d'un système d'acquisition temps/distance et d'un mécanisme d'isolation sismique (voir Niebauer (2007) pour une description détaillée).

La chambre de chute est l'endroit où le corps va tomber. Le vide y est créé afin de minimiser au maximum les effets de frottement liés à la résistance à l'air. Un vide de l'ordre de 10^{-7}torr [2] est nécessaire pour obtenir une série de mesures avec une précision de 1 μGal environ. Le corps en chute libre doit également être isolé des forces électromagnétiques. La chambre de chute est conductrice et fixée sur le sol. Elle agit comme une cage de Faraday protégeant de l'influence des sources externes de charge électrostatique. De même, le corps qui chute est conducteur et amagnétique. Enfin, la chambre de chute est munie d'un chariot élévateur. Celui-ci lâche et rattrape le corps ce qui permet d'automatiser la mesure et de la répéter plusieurs fois par minute. L'utilisation de ce chariot, à l'intérieur duquel est placé le corps réflecteur, diminue les frottements de l'air sur ce corps ce qui permet de ne réduire le vide qu'à 10^{-6}torr. Enfin, le chariot agit également comme une cage de Faraday isolant la masse à l'intérieur des charges extérieures.

Le corps est en chute libre suivant un axe vertical, sa trajectoire doit alors être mesurée. Une méthode adaptée pour mesurer cette trajectoire est l'interférométrie optique. Un laser est utilisé pour créer un faisceau qui est séparé en deux. Un des deux faisceaux se réfléchit sur un prisme fixe et sert de référence. L'autre se réfléchit sur le prisme cubique[3] en chute libre qui est alors utilisé en guise de masse test. Les deux faisceaux sont recueillis sur une photodiode et produisent successivement des interférences constructives, dont l'intensité lumineuse est maximale, ou destructives, dont l'intensité lumineuse est minimale. La vitesse à laquelle se succèdent les franges d'interférence dépend de la position du prisme par rapport à son point de chute. Au fur et à mesure que l'objet s'en rapproche, le nombre de franges augmente, si bien que jusqu'à 600 000 franges peuvent être observées avec un laser rouge (longueur d'onde comprise entre 620 et 780 nm) pour une chute de 0.2 s. Le nombre de franges suit donc la même loi, parabolique, que la position d'un corps en chute libre. En mesurant le temps à chaque extinction lumineuse, il est possible de determiner l'accélération du corps par la méthode des moindres carrés. Ceci permet d'obtenir la valeur de la gravité avec une précision de 0.1 mGal. En tenant compte du gradient vertical de gravité qui ajoute un terme d'ordre trois et un d'ordre quatre à l'équation initiale et du fait que la vitesse de la lumière est finie, ce qui retarde la formation des franges, la précision sur la valeur de la gravité se réduit respectivement à 10 et 1 μGal. Quant au temps, il est mesuré avec une horloge atomique au rubidium.

Le bruit sismique ambiant pose une limite à la précision des gravimètres absolus. Pour cette raison il est nécessaire d'isoler les mesures du bruit sismique. Le prisme fixe est alors positionné sur un sismomètre longue période (*Superspring*). La période du *Superspring* est de 60 à 90 s.

2.1.1.3 Valeur de la gravité

Pour obtenir une valeur représentative de la gravité, il est généralement effectué une moyenne statistique des valeurs obtenues après une série de chutes successives. Ceci permet d'améliorer l'incertitude sur la valeur de la gravité. Un écart de 2 μGal peut aussi apparaître si plusieurs instruments sont utilisés (Robertsson et al., 2001; Francis et al.,

[2] 1 atm = 1.01325 bar = 101325 Pa = 760 torrs

[3] En anglais le terme *corner cube* est d'usage.

2005). Enfin, les conditions météorologiques et le bruit de fond sismique sont des facteurs qui peuvent beaucoup influencer les mesures. Une précision de 3 μGal est atteinte après une série de chutes dans un lieu sismiquement calme alors qu'une dispersion typique est de l'ordre de 10 μGal (Niebauer, 2007).

2.1.2 Gravimétrie relative (OSG, GWR Instruments, inc.)

Plus de détails peuvent être obtenus dans la description de Hinderer et al. (2007)[4].

2.1.2.1 Principe

Le gravimètre supraconducteur[5] (SG[6]) est un gravimètre relatif qui mesure les variations temporelles de la gravité. Les gravimètres relatifs traditionnels utilisent la mécanique de haute précision. Ils sont par exemple constitués d'une masse test suspendue à un ressort (*e.g.* Lacoste Romberg) pour mesurer les variations de la gravité. Une des limites de ce système est la forte dérive instrumentale liée à la stabilité du ressort qui apparaît pour des mesures de plusieurs heures.

Le gravimètre supraconducteur utilise les méthodes électromagnétiques et s'affranchit du problème lié à la stabilité du ressort. La suspension de la masse test dans un tel gravimètre est produite par lévitation magnétique. La masse test est une sphère en niobium[7] (Nb) de 2.54 cm de diamètre et de 5 g. Elle est placée légèrement au-dessus et sur l'axe de deux bobines en niobium également. La mise en circulation d'un courant permanent dans les bobines établit un champ magnétique stable et induit des courants secondaires à la surface de la sphère. Les courants à la surface de la sphère empêchent alors le flux du champ magnétique de passer à travers elle. Il en résulte une force de lévitation qui maintient la sphère en équilibre. Pour éviter toute perturbation liée à l'activité du champ magnétique terrestre, l'ensemble est contenu dans un cylindre supraconducteur. Le tout est finalement placé à l'intérieur d'un caisson en μ-métal[8] qui permet à lui seul de diviser par 100 le champ dû au magnétisme terrestre.

2.1.2.2 Mesures

Une fois le système mis en place, la sphère est en équilibre sous l'action conjuguée de la gravitation et de la force de lévitation jusqu'à ce qu'elle soit perturbée par une variation du champ de gravité. Le mouvement relatif entre la sphère et les bobines, qui sont solidaires du sol, est rapidement compensé grâce à un système d'asservissement qui injecte un courant dans une bobine auxiliaire et modifie le champ magnétique en conséquence.

Le système faisant intervenir des matériaux supraconducteurs, le cylindre supraconducteur est placé dans une chambre vide qui est immergée dans de l'hélium liquide. L'ensemble est maintenu à une température de 4.2 K. Le gravimètre contient également deux inclinomètres permettant de le maintenir vertical, son inclinaison par rapport à la verticale étant inférieure à 1 nrad.

[4] Voir aussi http ://eost.u-strasbg.fr/obsgrav/pages/instruments/supra.html.

[5] Un matériau supraconducteur conduit le courant électrique sans résistance à condition que sa température soit sous une certaine température critique. Il a la propriété de s'opposer à tout champ magnétique extérieur.

[6] SG pour *Superconducting Gravimeter*.

[7] Le niobium a la capacité d'être supraconducteur en-dessous de 9.2 K.

[8] Un matériau μ-métal possède une très forte perméabilité magnétique déviant vers lui les lignes de champ magnétique. Il est utilisé comme isolant magnétique.

Un gravimètre relatif supraconducteur permet de suivre de façon continue les variations de gravité. Comme tout instrument mesurant de façon continue, il est sujet à une dérive instrumentale. La dérive de ce type de gravimètre est caractérisée par une décroissance exponentielle pendant les 4 à 6 premiers mois puis par une tendance linéaire. Cette tendance varie de 1.6 à 4.9 μGal/a pour neuf gravimètres installés en Europe (Crossley et al., 2004).

2.1.2.3 Corrections instrumentales

Il arrive parfois que des problèmes instrumentaux ou électroniques surviennent au cours de l'acquisition des variations de gravité. Ils ont des répercussions sur la qualité de la série temporelle acquise. Cela peut se traduire par la présence de perturbations de type sauts (ou *offsets*), de parasites (*spikes*) ou par l'interruption de l'acquisition. Dans les deux premiers cas les données sont corrompues alors que dans le troisième elles sont absentes.

Des sauts de 10 à 20 μGal peuvent être provoqués par le remplissage de la cuve en hélium liquide. D'autres peuvent être liés à un évènement instrumental ou électronique. La remise en fonctionnement d'un instrument momentanément arrêté peut potentiellement provoquer un saut. Il n'est pas évident de corriger ce genre d'artefact si aucune information supplémentaire n'est disponible. L'opérateur se réfère alors aux archives d'acquisition pour vérifier si d'éventuels problèmes ont été notifiés. Une correction attentive est à porter à ce type d'évènement dans le cas où la tendance à long terme des variations de gravité est étudiée. L'accumulation de sauts peut engendrer un biais dans la tendance estimée qui est déjà affectée par la dérive instrumentale. Cette dernière peut néanmoins être retirée à partir de mesures de gravité absolues répétées dans le temps.

Alors que les *spikes* peuvent être retirés par simple interpolation linéaire, le traitement des lacunes en données peut s'avérer plus délicat. Pour les courtes interruptions, un modèle contenant le signal de marée et celui de la pression atmosphérique peut être ajouté pour combler la lacune. Pour de plus longues interruptions, il peut être nécessaire d'introduire en plus la dérive de l'instrument ainsi que le signal lié au mouvement du pôle.

Suivant l'opérateur, différents traitements peuvent être appliqués pouvant conduire à des différences de 1.5 μGal en six mois (Hinderer et al., 2002). L'impact de ce type de correction pour l'étude des variations séculaires n'est pas à négliger.

2.1.3 Principales corrections

Les gravimètres sont sensibles aux variations de masse dans et à la surface de la Terre. Suivant l'étude que l'on mène, il est nécessaire de corriger les effets connus pouvant affecter l'analyse du processus étudié. Les corrections le plus souvent appliquées sont celles liées aux marées terrestres, aux surcharges des marées océaniques, au mouvement du pôle et aux surcharges atmosphériques.

2.1.3.1 Marées terrestres

La Terre se déforme sous l'influence de l'attraction du Soleil, de la Lune et des autres planètes du système solaire. Cette déformation influence le signal gravimétrique mesuré à la surface de la Terre. Les variations de gravité induites par les marées terrestres constituent le signal dominant. Si les marées ne constituent pas l'objet à étudier, il faut les retirer.

La position des astres est utilisée pour calculer le potentiel générateur des marées. Ce potentiel est un potentiel perturbateur qui déforme la Terre et modifie son champ de gravité. Les nombres de Love de déplacement h_n et de potentiel k_n de degré harmonique n caractérisent ces perturbations. Ils sont en effet reliés linéairement à la source perturbatrice. À partir de ces nombres, il est possible de calculer le facteur gravimétrique, δ_n, avec la relation suivante

$$\delta_n = 1 + \frac{2}{n} h_n - \frac{(n+1)}{n} k_n. \tag{2.1}$$

Le facteur gravimétrique est une fonction de transfert entre le potentiel générateur de marée et l'effet gravimétrique.

Une analyse de marée permet d'obtenir les facteurs gravimétriques à une station en ajustant par moindres carrés un facteur d'amplitude et un déphasage pour chaque onde de marée considérée. Ces facteurs peuvent alors être utilisés pour reconstruire le signal gravimétrique lié aux marées.

2.1.3.2 Surcharges des marées océaniques

Sous l'influence des marées, les masses d'eau contenues dans l'océan se redistribuent de façon périodique. Cette influence est d'autant plus perceptible que les océans sont peu profonds. La redistribution de ces masses d'eau exerce des effets de charge de mêmes périodes que les marées terrestres. L'amplitude de ces effets dépend de la distance entre les océans et le site où s'effectuent les mesures. Il existe également des surcharges non linéaires induites par les ondes de marées non linéaires.

Les effets de charges des marées océaniques peuvent être modélisés en calculant la réponse de la Terre aux variations de hauteur d'eau induite par le potentiel de marée. Il faut pour cela utiliser des cartes de marée océanique, connaître la bathymétrie des océans ainsi que la topographie des côtes. Plusieurs programmes permettent d'obtenir le signal gravimétrique associé aux effets de charge de marées océaniques tels que GOTIC2 (Matsumoto et al., 2001), SPOTL (Agnew, 1996) ou encore celui de H.-G. Sherneck, de l'*Onsala Space University* en Suède, disponible sur le web[9]. Ces programmes nécessitent des modèles de marées océaniques comme par exemple CSR3.0/CSR4.0 (Eanes, 1994), TPXO.6.2/TPXO.7.1 (Egbert & Erofeeva, 2002) NAO99.b (Matsumoto et al., 2000), FES04 (Letellier, 2004) et EOT08a (Avcenko & Bosch, 2008)[10].

Il est important de noter que si une analyse de marée est effectuée sur le signal observé alors la reconstruction du signal gravimétrique associée contiendra également les effets de surcharge des marées océaniques.

2.1.3.3 Mouvement du pôle

Le pôle de rotation se déplace à la surface de la Terre avec une période annuelle forcée et une période libre de 435 jours environ qui correspond au mouvement de Chandler. Ce mouvement induit une modification des latitudes des points à la surface de la Terre entraînant une modification de leur accélération centrifuge liée à la rotation de la Terre et, par suite, une variation de la valeur de la pesanteur, qui dépend de la latitude. L'IERS[11] fournit les paramètres d'orientation de la Terre permettant d'obtenir la correction à appliquer.

[9] http ://froste.oso.chalmers.se/loading/

[10] Voir le site http ://froste.oso.chalmers.se/loading/tidemodels.html pour une courte description de ces différents modèles.

[11] IERS pour *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (http ://hpiers.obspm.fr/).

2.1.3.4 Surcharges atmosphériques

La pression atmosphérique est la seconde contribution la plus importante, après celle des marées, au signal gravimétrique mesuré. Elle intervient de deux façons. La première dépend directement de la densité de l'atmosphère et donc de son attraction directe. Cet effet est de l'ordre de -0.4 μGal/hPa pour une augmentation (anomalie positive) de la densité atmosphérique. Cette influence newtonienne représente 90 % de l'effet local atmosphérique. Ce dernier représente quant à lui 90 % de l'effet total (Merriam, 1992). Le second effet est indirect et se caractérise par la déformation qu'induit le poids d'une colone d'air sur la surface de la Terre. Il résulte de cette seconde contribution un effet de surcharge de l'ordre de 0.1 μGal/hPa qui correspond au 10 % restant de l'effet local. L'admittance locale liée aux effets atmosphériques locaux est de l'ordre de -0.356 μGal/hPa et peut varier entre -0.27 et -0.43 μGal/hPa suivant la localisation géographique (Merriam, 1992). Généralement, la pression atmosphérique est enregistrée en même temps que la gravité. Il est donc possible de corriger les mesures de gravité des effets de pression atmosphériques locaux à partir de l'admittance.

La pression atmophérique a également des effets aux échelles régionales et globales qui compte pour 10 % de son influence totale dans les mesures de gravité (Merriam, 1992). Ces effets nécessitent de prendre en compte les données météorologiques globales et de calculer directement les effets de charge (e.g. Boy et al., 1998, 2002).

2.2 Gravimétrie spatiale GRACE

2.2.1 La mission GRACE

2.2.1.1 Généralités

La mission de gravimétrie spatiale GRACE est menée en partenariat par l'agence spatiale américaine, la NASA[12], et allemande, le DLR[13]. Elle a pour objectif de faire une cartographie haute résolution des variations spatio-temporelles du champ de gravité de la Terre (Tapley et al., 2004). Elle permet en outre d'améliorer la résolution et la précision des modèles de champ actuels. En effet la précision obtenue est d'environ 1 cm de hauteur du géoïde pour une résolution de 275 km avec GRACE alors qu'elle était de 5 cm pour une résolution de 400 km pour la précédente mission gravimétrique CHAMP. Initialement prévue pour une durée de 5 ans, la mission GRACE est prolongée jusqu'à la fin de la durée de vie de ces satellites en orbite, celle-ci est aléatoire car elle dépend principalement de la fiabilité des batteries. La mission GRACE est constituée d'un tandem de satellites en orbite basse. Ces deux satellites se suivent à une distance moyenne de 220 km sur une même orbite quasi-circulaire inclinée à 89°, dite quasi-polaire. Lancée en mars 2002 à une altitude d'environ 500 km, l'orbite des satellites subit une dérive naturelle et est désormais située à environ 470 km d'altitude. L'altitude de l'orbite des satellites en fin de vie sera d'environ 300 km.

2.2.1.2 Instumentation

Chacun des deux satellites est équipé d'un accéléromètre placé en son centre de masse. Cet accéléromètre mesure toutes les forces non gravitationnelles agissant sur le satellite

[12]NASA pour *National Aeronautics and Space Administration.*
[13]DLR pour *Deutsches zentrum für Luft- und Raumfahrt.*

qui l'abrite. Ces forces sont par exemple des forces de pression de radiation solaire ou de frottement atmosphérique. Également à bord des satellites, un recepteur GPS permet de suivre la navigation des satellites. Il permet également l'étude de l'occultation atmosphérique. À proximité de l'accéléromètre sont placées deux caméras stellaires. Celles-ci permettent de déterminer de façon précise l'attitude des satellites. Les variations de distance entre les deux satellites sont mesurées par le système "K-Band Ranging" (KBR). Ce système utilise la phase des signaux envoyés entre les deux satellites. Ces signaux sont émis à 24 et 32 GHz dans les bandes K (18-26.5 GHz ou 11-16.7 mm) et Ka (26.5-40 GHz ou 16.7-40 mm), respectivement. La précision obtenue est de l'ordre de 10 μm. Enfin un rétro-réflecteur laser permet une vérification de l'orbite depuis un réseau de stations laser sur Terre.

2.2.1.3 Principe

Le champ de pesanteur terrestre est directement lié à la distribution des masses sur la Terre. La force de gravité s'exercant sur un satellite dépend de la concentration de masse qu'il survole. Ainsi, l'eau ayant une densité plus faible qu'une roche, un satellite ne subit pas la même accélération selon qu'il vole au-dessus d'un océan ou d'une montagne. Sa vitesse augmente à l'approche d'une concentration plus élevée de masse et diminue à l'approche d'une concentration plus faible. Ainsi, lorsque deux satellites sont sur une même orbite, la distance qui les sépare varie en fonction des masses qu'ils survolent. À partir de la variation de distance entre les deux satellites, on peut donc accéder aux variations spatiales du champ de pesanteur. Une couverture globale de la Terre est obtenue au bout de 10 jours environ, ce qui permet d'observer les variations temporelles du champ de pesanteur.

2.2.1.4 Corrections

Le champ de gravité terrestre est affecté par tous les processus mettant en mouvement des masses. On peut notamment distinguer les processus hydrologiques, atmosphériques, océanographiques, tectoniques et astronomiques.

Les processus hydrologiques transportent de grande quantité d'eau sur des échelles spatiales très variées et se caractérisent par des cycles saisonniers et inter-annuels. Il n'existe pas de mesures *in situ* globales des stocks d'eau continentaux et que très peu de données de satellite. Par ailleurs, les modèles hydrologiques présentent des lacunes. Généralement les réservoirs superficiels (lacs, rivières) et les écoulements de nappes d'eau souterraines ne sont pas modélisés (de Linage, 2008). De même, dans les modèles, le transport par ruissellement se termine presque toujours dans l'océan. En d'autres termes, certains échanges entre réservoirs ne sont pas pris en compte. De plus, la modélisation de l'accumulation de neige dans les zones glacées est très souvent irréaliste.

Les processus atmosphériques correspondent aux fluctuations de la colonne d'air intégrée verticalement. Ils s'accompagnent de variations de pression atmosphérique. Les modèles de circulation atmosphérique globale permettent de rendre compte de ces variations. Le modèle de l'ECMWF[14] est l'un d'eux.

En réponse aux variations atmosphériques, la surface des océans se modifie. Les mesures des variations temporelles du niveau de la mer sont réalisées soit le long des côtes par des marégraphes, soit par des satellites altimétriques. Ces derniers fournissent une

[14]ECMWF pour *European Centre for Medium-range Weather Forecasts* (**ECMWF 1995**, *The description of the ECMWF/WCRP Level III-A global atmospheric data archive*).

cartographie globale des variations temporelles de la hauteur de la surface des mers avec une précision centimétrique. On peut citer par exemple les satellites Topex/Poséidon, Envisat, Jason, etc. Là encore des modèles rendent compte de la réponse des océans aux variations de pression atmosphérique.

Les processus tectoniques englobent des phénomènes longues périodes (convection mantellique) et courtes périodes (séismes, volcans) liés à la tectonique des plaques.

Enfin, les marées solides, océaniques, atmosphériques et polaires sont d'autres processus induisant des variations temporelles de masse.

Ces processus ont un impact sur le champ de pesanteur à des longueurs d'ondes et sur des échelles de temps différentes. En fonction du phénomène que l'on veut étudier, il est nécessaire de corriger les variations du champ de pesanteur déduites des données fournies par les satellites de la mission GRACE des variations, modélisées, dues aux autres processus.

2.2.2 Solutions GRACE

2.2.2.1 Généralités

Les données obtenues par la mission GRACE (accélérations, orbites, KBR) sont utilisées pour inverser par la méthode des moindres carrés l'équation du mouvement décrivant l'orbite des satellites. Les coefficients du développement en harmoniques sphériques du potentiel gravitationnel, les coefficients de Stokes, sont alors estimés. Le potentiel gravitationnel V à un instant t et une distance r du centre de masse de la Terre et à l'extérieur des masses terrestres s'écrit sous la forme suivante :

$$V(r,\theta,\lambda,t) = \frac{GM}{r}\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left[C_n^m(t)\cos(m\lambda) + S_n^m(t)\sin(m\lambda)\right] P_n^m(\cos(\theta)). \qquad (2.2)$$

Dans cette expression, θ et λ sont respectivement la colatitude et la longitude du point où l'on calcule le potentiel. G, M et a sont, respectivement, la constante de gravitation universelle, la masse et le demi-grand axe de la Terre. $P_n^m(x)$ sont les polynômes de legendre normalisés et $C_n^m(t)$ et $S_n^m(t)$, les coefficients de Stokes, qui varient au cours du temps (voir annexe A).

L'inversion itérative linéarisée par la méthode des moindres carrés d'un problème essentiellement non linéaire, se comporte mieux si les corrections à apporter à chaque itération sont petites (Bettadpur, 2007b). Ceci est rendu possible par l'utilisation d'un modèle *a priori* ($M_{a\,priori}$) qui tente de représenter au mieux les processus géophysiques influençant le champ de gravité. Ainsi, pour un intervalle de temps donné, ce sont les écarts à ce modèle de champ de gravité *a priori* qui sont estimés. Ce modèle *a priori* fait intervenir un champ statique ou une moyenne à long terme du champ de gravité terrestre (M_{statique}). Les mouvements des satellites sont principalement déterminés par ce champ. La variation séculaire des harmoniques de bas degrés ($\dot{M}_{\text{séculaire}}$) peut également être prise en compte. Sont également modélisés : les variations dues aux marées solides, océaniques et polaires ($M_{\text{marées}}$), ainsi que les effets atmosphériques ($M_{\text{atmosphère}}$) et océaniques ($M_{\text{océan}}$). Toutefois, le modèle $M_{a\,priori}$ ne prend pas en compte tous les processus géophysiques qui modifient le champ de gravité. Ainsi le modèle résiduel pour un intervalle de temps T contient encore les processus liés entre autre à la tectonique, l'hydrologie et le GIA. Des erreurs de modélisation peuvent par ailleurs être introduites.

Dans la suite sont présentés les caractéristiques et les modèles qui ont permis à 3

TAB. 2.1 – *Variation séculaire des coefficients de Stokes de bas degrés harmoniques des solutions du CSR et du GFZ.*

Coefficients	$\dot{C}_2^0$	$\dot{C}_2^1$	$\dot{S}_2^1$	$\dot{C}_3^0$	$\dot{C}_4^0$
Valeurs (10^{-11}a^{-1})	1.16276	-0.33745	1.6059	0.49	0.47

centres de calcul [CSR[15] (USA), GFZ[16] (Allemagne) et GRGS[17] (France)] d'obtenir le modèle résiduel. Chaque centre fournit les coefficients de Stokes normalisés $C_n^m(t)$ et $S_n^m(t)$ du modèle résiduel à un instant t correspondant à la date moyenne de l'intervalle T.

2.2.2.2 Solutions du CSR et du GFZ

Les solutions RL04 du CSR et du GFZ sont des solutions non contraintes (Bettadpur, 2007a; Flechtner, 2007). Elles sont calculées sur un intervalle de 30 jours. Le potentiel gravitationnel est développé jusqu'au degré 60 pour les solutions du CSR et 120 pour celles du GFZ, ce qui correspond à une longueur d'onde d'environ 333 et 120 km, respectivement. Le produit GM vaut $3.986004415 \times 10^{14}$ m^3/s^2 conformément aux standards de l'IERS 2003. Le rayon $a = 6378.1363$ km correspond au rayon terrestre équatorial. Le modèle de champ statique utilisé par le CSR est le GIFF22a développé jusqu'au degré harmonique 360. Ce champ est un champ hybride contenant jusqu'au degré 120 les coefficients d'un champ moyen ajusté à partir de 22 mois de solutions GRACE (RL02). Les coefficients des degrés 121 à 200 et de 201 à 360 sont respectivement ceux des champs GGM02C et EGM96. Le GFZ utilise le modèle de champ statique EIGEN-GL04C développé jusqu'au degré harmonique 150.

La contribution des marées solides est calculée suivant les standards de l'IERS 2003 à partir des éphémérides DE-405. Le modèle d'océan FES2004 (Lyard et al., 2006) est utilisé pour obtenir les effets des marées océaniques jusqu'au degré harmonique 80 et 100 dans les solutions du GFZ et du CSR, respectivement. Il s'agit d'un modèle hydrodynamique s'appuyant sur la résolution des équations de marée barotropes sur une grille aux éléments finis. Ce modèle est issu de l'assimilation de données marégraphiques et altimétriques. L'action directe du Soleil, de la Lune et de 5 planètes (Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne) et les marées polaires sont également prises en compte.

La variabilité atmosphérique est modélisée à l'aide du modèle de circulation atmosphérique ECMWF. Il a une résolution spatiale d'environ 0.5° et une résolution temporelle de 6h. Ce modèle est aussi utilisé pour forcer le modèle barocline d'océan OMCT[18] (Thomas, 2002) développé par l'université de Hambourg. Le modèle de potentiel gravitationnel des variabilités atmosphériques et océaniques est développé pour des coefficients harmoniques allant jusqu'aux degrés 50 et 100 par le GFZ et le CSR, respectivement.

La variation séculaire des coefficients de Stokes de bas degrés harmoniques (C_2^0, C_2^1, S_2^1, C_3^0, C_4^0), donnée dans la tableau 2.1, a été retirée. Si la variation séculaire du champ de gravité est étudiée, il faut réintroduire la tendance de ces coefficients avec une relation du type

$$X_n^m(t) = X_n^m(T_0) + \dot{X}_n^m(t - T_0) \tag{2.3}$$

[15] CSR pour *Center for Space Research.*
[16] GFZ pour *GeoFurschungsZentrum.*
[17] GRGS pour Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale.
[18] OMCT pour *Ocean Model for Circulation and Tides*

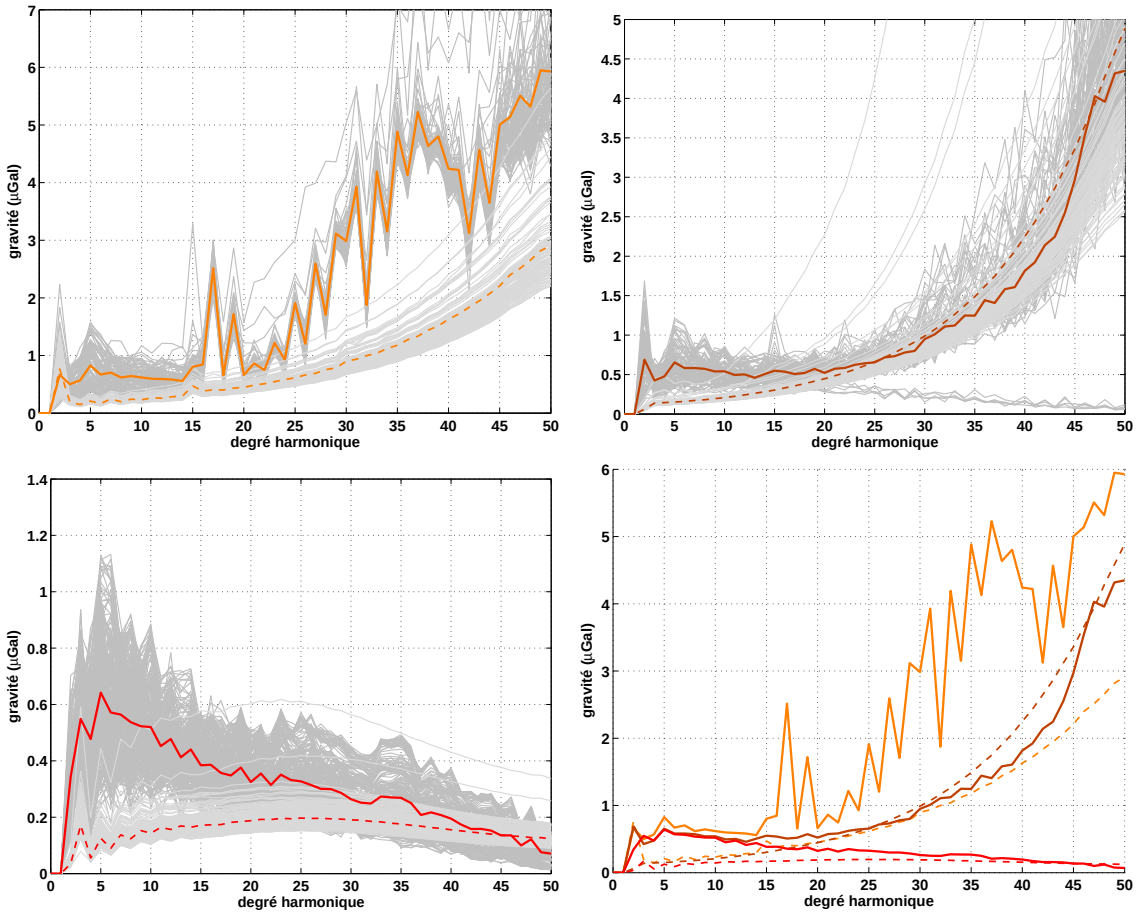


FIG. 2.1 – *Spectres moyens des solutions GRACE (trait plein), et de leurs erreurs standards étalonnées (trait en pointillé), du CSR dans le cadran supérieur gauche (orange), du GFZ dans le cadran supérieur droit (marron), du GRGS dans le cadran inférieur gauche (rouge) et de l'ensemble dans le cadran inférieur droit. Les spectres de chaque solution et de leur erreur étalonnée sont également tracés en gris foncé et gris clair, respectivement.*

TAB. 2.2 – *Résumé des caractéristiques des différentes solutions GRACE. Entre parenthèses est précisé le degré harmonique maximum, n_{max}. La résolution spatiale est $2\pi a/n_{max}$, où a est le rayon moyen équatorial de la Terre. L'asterisk dénote les calculs réalisés par P. Gégout qui différent de ceux effectués pour les solutions officielles.*

Modèles	CSR	GFZ	GRGS
n_{max}	60	120	50
Nombre de jours regroupés	30	30	10
$M_{statique}$	GIF22a (360)	EIGEN-GL04C (150)	EIGEN-GL04C (180)
$M_{marées}$ Terre solide, éphémérides	DE-405	DE-405	DE-403
$M_{marées}$ océan	FES2004 (100)	FES2004 (80)	FES2004 (80)
$M_{atmosphère}$	ECMWF (100)	ECMWF (50)	ECMWF* (50)
$M_{océan}$	OMCT (100)	OMCT (50)	MOG2D
Contrainte	non	non	oui

où t est le temps, $X(t) = \{C(t), S(t)\}$, $n = \{2, 3, 4\}$, $m = \{0, 1\}$ et T_0 est le temps de référence (année 2000.0).

Le terme zonal C_2^0 peut être remplacé par celui estimé à partir de l'analyse des données de télémétrie laser ou SLR. Les données proviennent de 5 satellites géodésiques : Lageos I et II, Starlette, Stella et Ajisai.

Les spectres des solutions du GFZ et du CSR (Fig. 2.1) montrent que l'amplitude des coefficients de Stokes augmente avec le degré harmonique. Cette augmentation commence dès le degré 15 et s'intensifie vers les degrés 25 et 30 pour les solutions du CSR et du GFZ, respectivement. Il en est de même pour les erreurs fournies par ces deux centres. Pour les solutions du GFZ, l'amplitude du spectre des erreurs devient supérieure à celle des solutions à partir du degré 25. Ce n'est pas le cas pour les solutions du CSR bien que l'amplitude du spectre des erreurs reste significativement élevée. Cela implique que les coefficients de Stokes de degrés élevés sont affectés par du bruit. Ce bruit se manifeste principalement par des bandes orientées nord-sud dans les cartes de variation du champ de gravité (Figs 2.4(d) et 2.4(g)). Plusieurs méthodes de filtrages sont employées pour tenter de les éliminer. Elles seront présentées dans la section 2.2.3.

2.2.2.3 Solutions du GRGS

Les solutions RL02 du GRGS sont des solutions contraintes (Bruinsma et al., 2010). Elles sont calculées sur un intervalle de 10 jours. Le potentiel gravitationnel est développé jusqu'au degré 50, correspondant à une longueur d'onde d'environ 400 km. Le produit GM vaut 3.986004415×10^{14} m^3/s^2 conformément aux standards de l'IERS 2003. Le rayon $a = 6378.1363$ km est le rayon terrestre équatorial. Le modèle de champ statique utilisé est le modèle EIGEN-GL04C développé jusqu'au degré harmonique 180.

La contribution des marées solides est calculée suivant les standards de l'IERS 2003 à partir des éphémérides DE-403. Le modèle d'océan FES2004 est utilisé pour obtenir les effets des marées océaniques jusqu'au degré harmonique 80. L'influence directe du Soleil, de la Lune et de 6 planètes ainsi que celle des marées polaires sont également prises en compte.

Les variabilités atmosphériques et océaniques sont modélisées à l'aide du modèle ECMWF et du modèle d'océan barotrope MOG2D (Carrère & Lyard, 2003). Ceci constitue une importante modification de traitement par rapport aux autres groupes. Ce modèle est utilisé après avoir retiré une moyenne sur deux ans. Cette méthode de traitement des variabilités océaniques diffère du modèle employé par le projet GRACE (Bruinsma et al., 2010).

Les données des deux satellites géodésiques Lageos I et II sont utilisées pour estimer le coefficient C_2^0. Du fait de leur altitude (6 000 km) et de leurs orbites, ces satellites sont plus particulièrement sensibles à ce coefficient.

D'après Bruinsma et al. (2010), la couverture de la Terre par les satellites est insuffisante pour obtenir des solutions à 10 jours précises pour des degrés harmoniques supérieurs à 30. De plus, ces solutions sont également sujettes aux erreurs de traitement et de modélisation. Toutefois l'énergie du signal pour des degrés harmoniques compris entre 30 et 50 est encore importante bien que soumise à des erreurs de plus en plus grandes pour des degrés de plus en plus élevés, comme en attestent les spectres des solutions non contraintes du CSR et du GFZ (Fig. 2.1). Cet important niveau de bruit pour les hauts degrés et ordres harmoniques se manifeste par la présence de bandes orientées nord-sud dans les cartes de variations du champ de gravité.

Pour pallier ce problème, une régularisation est adoptée dans la procédure d'inversion

du GRGS. Elle consiste à ajouter une contrainte *a priori* déterminée de façon empirique. Les coefficients de Stokes, pour les degrés 2 à 50, sont contraints par ceux du modèle de champ périodique EIGEN-GRGS.RL02.mean-field[19] de telle sorte que leur différence est nulle avec une incertitude $\sigma_{n,m}$. Les $\sigma_{n,m}$ dépendent à la fois du degré et de l'ordre et sont construits à partir des erreurs formelles et de la matrice de corrélation. La loi de stabilisation utilisée pour obtenir les $\sigma_{n,m}$ est de la forme

$$\sigma_{n,m} = \frac{\gamma n^{-\delta} 10^{\alpha - \beta C_{n,m}}}{\sqrt{s_f}}. \tag{2.4}$$

Les coefficients α, β, γ, δ et s_f sont, respectivement, égaux à -12.7, 0.2, 143, 2.5 et 20. Ils ont été choisis de façon empirique en fonction de la réduction des bandes nord-sud, de la comparaison avec les données altimétriques en différents endroits sur les océans et des plus petites variations au-dessus des océans et des déserts qui n'affectent pas le signal des grands bassins. Le coefficient $C_{n,m}$ résulte du produit de la matrice de maximum de corrélation entre chaque coefficient d'une solution décadaire et les autres, et de l'incertitude *a posteriori*. La régularisation appliquée pour résoudre les coefficients du potentiel gravifique stabilise les solutions à 10 jours en fonction de la qualité des données. La stabilisation est forte si le rapport signal sur bruit est faible et inversement. Le spectre des solutions du GRGS (Fig. 2.1) montre clairement une diminution importante de l'énergie et du niveau de bruit dans les coefficients de degré harmonique élevé. L'amplitude du spectre des erreurs augmente jusqu'au degré 30 et rediminue légèrement pour les degrés supérieurs. Toutefois, l'amplitude du spectre des solutions diminuant, celle des erreurs devient du même ordre de grandeur vers le degré 30 et supérieure à partir du degré 45 environ.

2.2.3 Principaux traitements

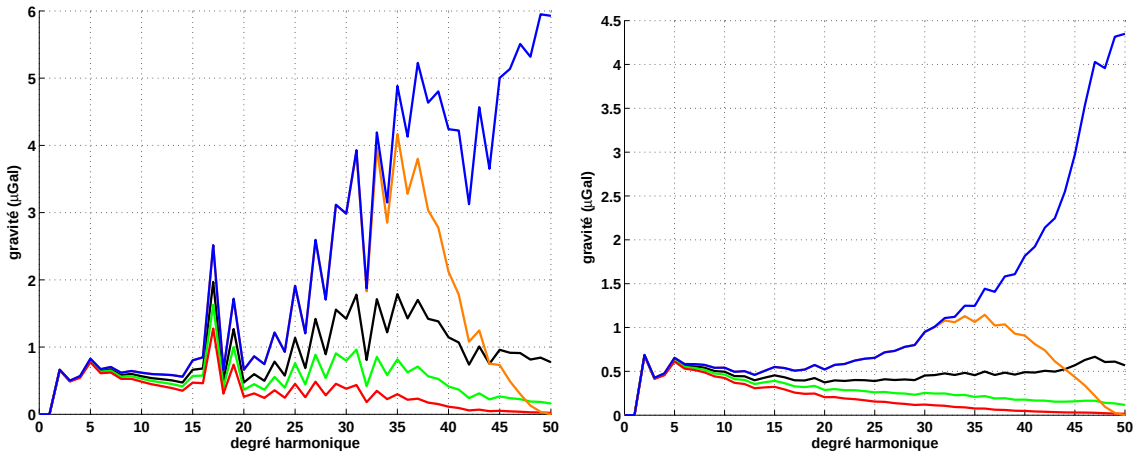
2.2.3.1 Filtrage des solutions GRACE

Les cartes de variations du champ de gravité produites à partir des solutions du CSR et du GFZ présentent des bandes orientées nord-sud qui témoignent d'un bruit essentiellement sectoriel et anisotrope. Elles seraient liées à la configuration géométrique de l'orbite quasi-polaire des deux satellites GRACE et potentiellement amplifiées par les erreurs inhérentes aux modèles utilisés pour construire les solutions (e.g. Kusche et al., 2009). Une simple troncature au degré 30 permettrait de diminuer fortement la présence de ces bandes. Toutefois l'énergie contenue dans les coefficients de Stokes pour les degrés plus élevés est importante. Une telle troncature induirait la perte de l'information contenue dans les courtes longueurs d'ondes spatiales et limiterait donc l'étude des processus géophysiques se produisant à de telles échelles (e.g. Kusche et al., 2009). Un filtrage des solutions GRACE est alors nécessaire.

Plusieurs filtrages ont été proposés. Ils sont essentiellement employés dans le domaine spectral, *i.e.* le domaine des harmoniques sphériques. Appliquer un filtre W sur les variations du potentiel gravifique revient à écrire dans le domaine spectral (Wahr et al., 1998; Han et al., 2005)

$$V(r,\theta,\lambda,t) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n} W_{nm} \left[C_n^m(t)\cos(m\lambda) + S_n^m(t)\sin(m\lambda)\right] P_n^m(\cos(\theta)). \tag{2.5}$$

[19] EIGEN-GRGS.RL02.mean-field est construit à partir de 4.5 ans de données GRACE et Lageos.



(a) Solutions du CSR (b) Solutions du GFZ

FIG. 2.2 – *Spectres moyens des solutions GRACE du CSR (a) et du GFZ (b) non filtrées (bleu) et filtrées avec un filtre gaussien pour différents rayons $r_{1/2}$: 300 km (noir), 400 km (vert) et 500 km (rouge) et un filtre à apodisation spectrale pour $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$ (orange).*

où les W_{nm} sont les coefficients harmoniques du filtre. Les filtres introduits pour les solutions GRACE peuvent se regrouper en plusieurs catégories : les filtres isotropes ne dépendant que des degrés harmoniques (e.g. Wahr et al., 1998; Sasgen et al., 2006; de Linage et al., 2009), les filtres anisotropes dépendent à la fois des degrés et des ordres harmoniques (e.g. Han et al., 2005; Chen et al., 2006c; Kusche, 2007; Klees et al., 2008; Zhang et al., 2009), les filtres empiriques sont basés sur l'analyse des coefficients de Stokes (e.g. Swenson & Wahr, 2006; Chambers, 2006; Chen et al., 2007), les filtres statistiques sont basés sur l'analyse d'erreurs (e.g. Chen et al., 2006c; Kusche, 2007; Wouters & Schrama, 2007; Klees et al., 2008; Davis et al., 2008). Enfin, certains filtrages nécessitent de l'information ou un modèle *a priori* (e.g. Han et al., 2005; Chen et al., 2006c; Sasgen et al., 2006; Kusche, 2007; Sasgen et al., 2007b; Davis et al., 2008; Klees et al., 2008), alors que d'autres n'en utilisent pas (e.g. Wahr et al., 1998; Swenson & Wahr, 2006; Wouters & Schrama, 2007; Rangelova et al., 2007; de Linage et al., 2009; Zhang et al., 2009). La décomposition EOF[20] est employée par Wouters & Schrama (2007), Rangelova et al. (2007) et Schrama & Wouters (2011), par exemple, pour séparer les signaux temporellement corrélés de ceux qui ont un comportement temporel aléatoire. Quant à Sasgen et al. (2007b), ils combinent les solutions de différents centres pour ajuster un modèle de façon optimale au sens des moindres carrés.

Dans la section 2.2.3.2 est présenté le filtre gaussien (Wahr et al., 1998), qui est le plus largement utilisé pour filtrer les solutions GRACE du CSR et du GFZ. Une alternative à ce filtre, l'apodisation spectrale, est présentée dans la section 2.2.3.3 et le filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006) est expliqué dans la section 2.2.3.4. Ces filtres sont ensuite appliqués à un modèle synthétique (Sect. 2.2.3.5).

2.2.3.2 Filtre gaussien

Le filtre gaussien a été introduit par Jekeli (1981) et utilisé pour simuler les solutions GRACE pour la première fois par Wahr et al. (1998). Il s'agit d'un filtre isotrope qui

[20]EOF pour *Empirical Orthogonal Function*.

permet de faire une moyenne spatiale à la surface de la Terre. L'intérêt d'utiliser un tel filtre est de compenser les degrés harmoniques élevés, ou les courtes longueurs d'ondes, qui sont mal déterminés. Dans le domaine spatial ce filtre s'écrit :

$$W(\gamma) = \frac{b}{2\pi} \frac{e^{-b(1-\cos\gamma)}}{1-e^{-2b}}, \tag{2.6}$$

où

$$b = \frac{\ln(2)}{1-\cos\frac{r_{1/2}}{a}} \tag{2.7}$$

et γ est la distance angulaire entre deux points à la surface de la Terre. $r_{1/2}$ est le rayon pour lequel le poids du filtre est réduit de moitié. Dans le domaine spectral, ce filtre ne dépend que du degré n et l'on calcule W_n à partir de la récurrence suivante :

$$W_0 = \frac{1}{2\pi} \tag{2.8}$$

$$W_1 = \frac{b}{2\pi} \frac{e^{-b(1-\cos\gamma)}}{1-e^{-2b}} \tag{2.9}$$

$$W_{n+1} = -\frac{2n+1}{b} W_n + W_{n-1}. \tag{2.10}$$

La figure 2.2 montre les spectres moyens des solutions GRACE du CSR et du GFZ après application du filtre gaussien pour différents rayons $r_{1/2}$ (300 km, 400 km, 500 km). Le filtre a pour effet de lisser le spectre en affectant tous les degrés harmoniques. Le lissage diminue l'amplitude du spectre pour chaque degré. Cette diminution s'amplifie aux courtes longueurs d'ondes (hauts degrés harmoniques) pour les plus grands rayons. Comme tous les degrés sont affectés par ce filtrage, et même les bas degrés harmoniques, de l'information peut-être retirée en même temps que le bruit montrant ainsi une des limites de ce type de filtre.

Ce filtre a été notamment utilisé pour étudier le bilan de masse de glace au Groenland (e.g. Luthcke et al., 2006; Chen et al., 2006d; Slobbe et al., 2009), en Antarctique (e.g. Chen et al., 2006b, 2008, 2009; Gunter et al., 2009; Riva et al., 2009), en Patagonie (Chen et al., 2007), en Alaska (Tamisiea et al., 2005; Chen et al., 2006a) ou en Asie (Matsuo & Heki, 2010). Dans la plupart de ces cas il a été utilisé en association avec le filtre de Swenson & Wahr (2006) (e.g. Chen et al., 2007, 2008, 2009; Gunter et al., 2009; Riva et al., 2009; Matsuo & Heki, 2010), comme nous le verrons dans la section 2.2.3.4.

2.2.3.3 Apodisation spectrale

On a mentionné que le filtre gaussien affecte les coefficients de Stokes pour tous les degrés harmoniques. Une autre méthode de filtrage consiste à apodiser dans le domaine spectral les coefficients de Stokes en fonction du niveau de bruit (Ramillien et al., 2005; de Linage, 2008; de Linage et al., 2009). Il s'agit d'atténuer fortement (resp. faiblement) les coefficients les plus (resp. moins) bruités. Comme il a été montré dans la section 2.2.2.2, les solutions du GFZ et du CSR sont affectées par du bruit dès le degré 15. L'apodisation spectrale permet alors d'atténuer ce bruit en diminuant progressivement le poids des coefficients entre des degrés harmoniques n_1 et n_2, que l'on notera (n_1,n_2). L'association d'une fonction de Heaviside et d'un cosinus permet une telle aposidation. Elle se définit de la façon suivante :

$$W_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n < n_1, \\ \frac{1}{2}(1+\cos(\pi\frac{n-n_1}{n_2-n_1})) & \text{si } n_1 \leq n \leq n_2, \\ 0 & \text{si } n > n_2. \end{cases} \tag{2.11}$$

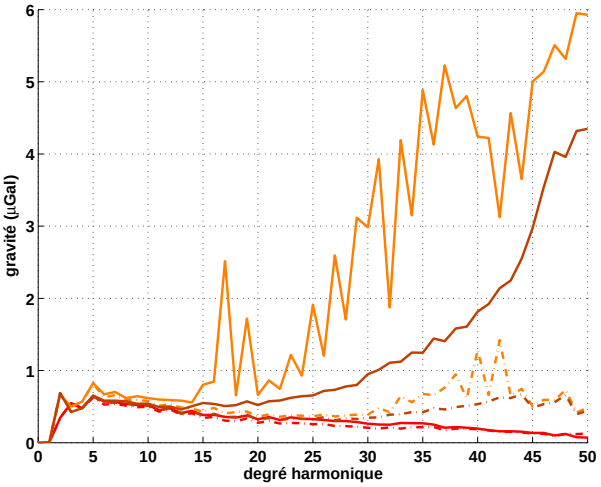


FIG. 2.3 – *Spectres moyens des solutions GRACE du CSR (orange), du GFZ (marron), et du GRGS (rouge) non filtrées (trait plein) et filtrées avec le filtre de Swenson & Wahr (2006) (pointillés).*

Comme le montre les spectres des solutions du CSR et du GFZ de la figure 2.2 calculés avec une apodisation (30,50), le signal est conservé pour des degrés harmoniques inférieurs à $n_1 = 30$, annulé pour des degrés supérieurs à $n_2 = 50$ et progressivement atténué entre n_1 et n_2.

Contrairement au filtre gaussien, ce filtre n'affecte que les coefficients dont les degrés sont supérieurs à n_1. Ainsi l'information contenue dans les coefficients de bas degrés n'est plus affectée par le filtrage. Compte tenu de l'allure des spectres du GFZ et du CSR, et en comparaison avec le spectre du GRGS, nous choisissons pour la suite $n_1 = 30$ et $n_2 = 50$, formant ainsi un filtre passe-bas.

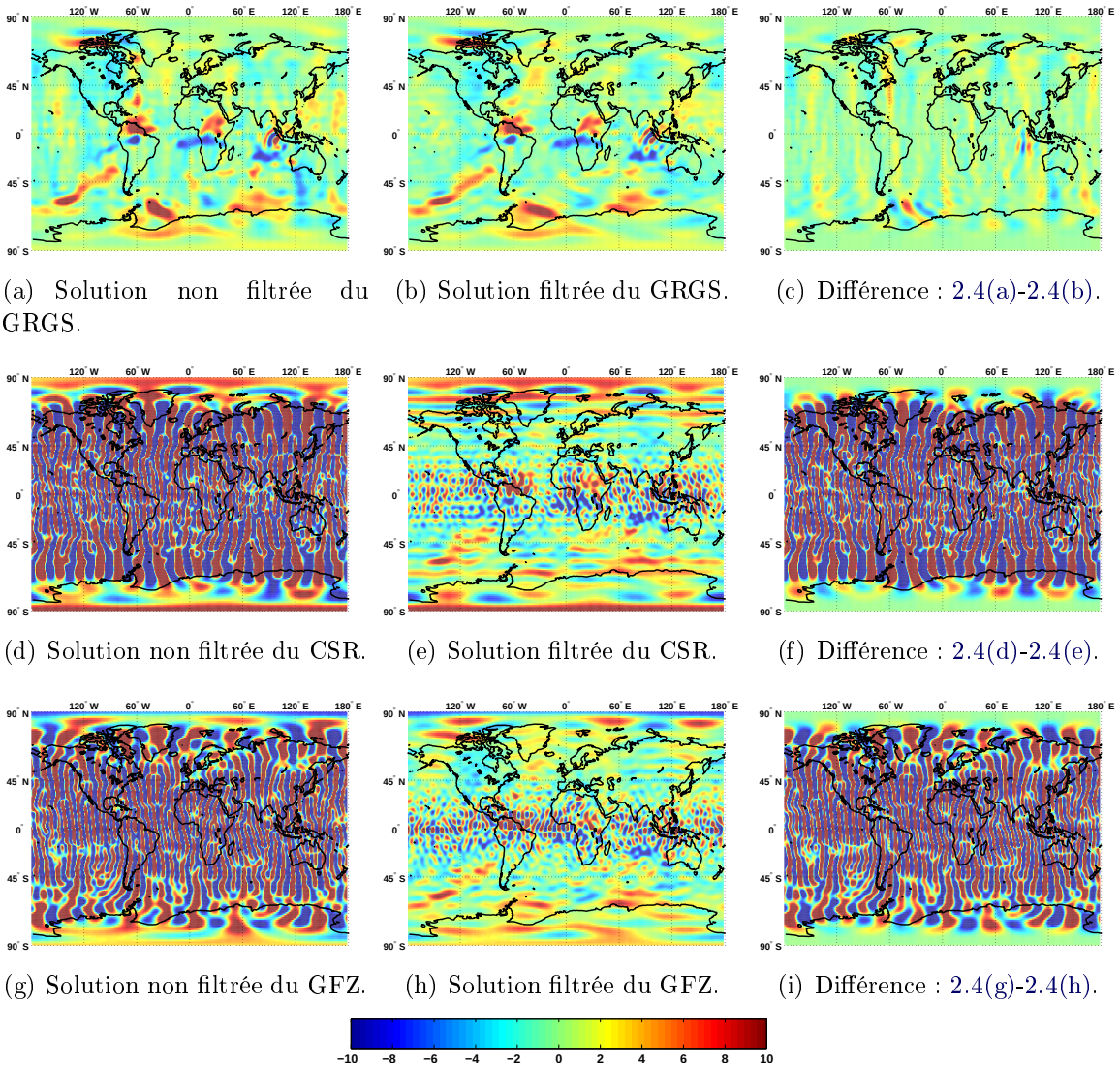
2.2.3.4 Décorrélation spatiale

L'utilisation des deux filtres décrits précédemment ne permet pas d'éliminer totalement les bandes nord-sud. Celles-ci résultent d'une corrélation dans le domaine spectral entre les degrés de même parité des coefficients de Stokes pour un ordre harmonique donné (Swenson & Wahr, 2006). Cette corrélation n'est pas attendue pour un phénomène naturel et doit donc être retirée. Swenson & Wahr (2006) proposent de soustraire aux coefficients de Stokes de même parité et d'un certain ordre un polynôme d'ordre deux préalablement ajusté à partir de l'ordre 5. L'ajustement est réalisé dans une fenêtre glissante contenant un certain nombre de coefficients. Ce nombre, w, est déterminé à partir de la relation (Duan et al., 2009),

$$w = max(Ae^{-\frac{m}{K}} + 1, w_{\text{lim}}), \tag{2.12}$$

où les valeurs de A et K ont été déterminées empiriquement et sont respectivement égales à 30 et 10, $w_{\text{lim}} = 5$ est la taille minimale de la fenêtre. Cette taille est atteinte pour un ordre égal à $-k\ln(\frac{w_{\text{lim}}-1}{A})$, soit 20 pour les valeurs citées. Diminuer la valeur de la fenêtre permet d'augmenter le filtrage et de lisser le spectre. En utilisant $A = 15$, la taille minimale de la fenêtre est atteinte pour l'ordre 13.

La figure 2.3 montre les spectres moyens des solutions du CSR, du GFZ et du GRGS non filtrées superposés avec les mêmes solutions après application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Bien que les recommandations du GRGS sont de ne pas filtrer leur solutions,



(a) Solution non filtrée du GRGS. (b) Solution filtrée du GRGS. (c) Différence : 2.4(a)-2.4(b).

(d) Solution non filtrée du CSR. (e) Solution filtrée du CSR. (f) Différence : 2.4(d)-2.4(e).

(g) Solution non filtrée du GFZ. (h) Solution filtrée du GFZ. (i) Différence : 2.4(g)-2.4(h).

FIG. 2.4 – *Solutions, mensuelle ou décadaire, du CSR, du GFZ et du GRGS avant et après application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Ces solutions correspondent au mois de mai de l'année 2003. Unités : μGal.*

elles l'ont été ici à des fins de comparaison. On voit clairement que le filtre atténue les spectres des solutions du CSR et du GFZ plus fortement pour les degrés élevés, montrant ainsi que le bruit est principalement contenu dans les coefficients de Stokes de haut degré harmonique. Le spectre des solutions du GRGS n'est quasiment pas affecté. Cependant, l'amplitude diminue légèrement entre les degrés 15 et 35.

L'effet de ce filtrage dans le domaine spatial est montré pour une solution individuelle dans la figure 2.4. Les bandes orientées nord-sud de courtes longueurs d'ondes et de fortes amplitudes dans la solution du CSR et celle du GFZ sont alors clairement atténuées. La solution du GRGS ne présente pas ces fortes caractéristiques mais contient cependant des bandes, également orientées nord-sud, de plus grandes longueurs d'ondes. Elles sont retirées après application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Le filtre n'agit cependant pas au-delà des latitudes 80°N et 80°S et n'est pas optimal vers l'équateur entre les latitudes 30°S et 30°N, ce qui impose l'utilisation d'un filtrage suplémentaire (Swenson & Wahr, 2006; Duan et al., 2009).

Des filtres similaires ont été utilisés par exemple par Chambers (2006), Chen et al.

(2007, 2008, 2009), Gunter et al. (2009), Riva et al. (2009) et Matsuo & Heki (2010) en modifiant le degré du polyôme (allant de 3 (e.g. Gunter et al., 2009) à 7 (Chambers, 2006)) et l'ordre à partir duquel l'ajustement est réalisé (de 6 (e.g. Chen et al., 2007) à 11 (e.g. Matsuo & Heki, 2010)). Duan et al. (2009) comparent plusieurs filtres de décorrélation avec celui qu'ils proposent et qui consiste à adapter la fenêtre w en fonction des erreurs fournies par les différents centres. Ils montrent des différences importantes avec les filtres optimisés pour caractériser certains processus tels que, par exemple, la variation de masse au niveau des océans (Chambers, 2006). Des différences moins importantes existent avec le filtre de Swenson & Wahr (2006) qui semble moins bien préserver le signal. Toutefois, Duan et al. (2009) ont appliqué leur filtre sur des cartes de variations séculaires de gravité et non sur les solutions mensuelles pour lesquelles le filtre a été initialement construit. En pratique, cependant, cela importe peu.

2.2.3.5 Filtrage d'un modèle synthétique

L'influence de l'utilisation d'un filtre gaussien, de l'apodisation spectrale et du filtre de décorrélation sur un modèle synthétique simple va maintenant être décrite. Ce modèle est une carte de variation de hauteur d'eau contenant 4 blocs de dimensions différentes :

- $20° \times 60°$ (latitude×longitude) de 30 w.e. mm en Amérique du Nord,
- $5° \times 30°$ de 40 w.e. mm en Australie,
- $10° \times 20°$ de -20 w.e. mm au Svalbard,
- $45° \times 10°$ de -30 w.e. mm dans l'océan Pacifique.

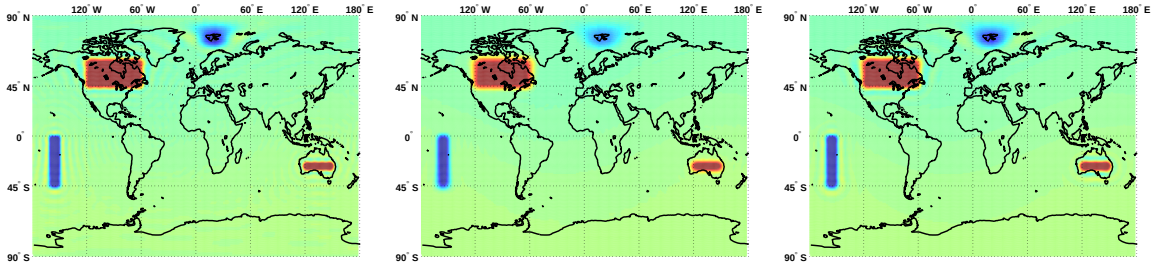
À partir de cette carte de variation de hauteur d'eau, on peut reconstruire le signal gravimétrique associé $\mathrm{g}^{\mathrm{synt}}$. Sachant que 1 mm d'eau équivaut à une densité superficielle de 1 kg/m^2[21], on peut convertir la carte de variation de hauteur d'eau en carte de variation de masse surfacique dont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques sont $\sigma_n^{m,C}$ et $\sigma_n^{m,S}$. La carte des variations de gravité (Fig. 2.5(a)) est alors obtenue avec la relation suivante

$$g^{synt}(\theta,\lambda,a) = 4\pi G \sum_{n=2}^{N} \frac{n+1}{2n+1}(1+k'_n) \sum_{m=0}^{n} \left[\sigma_n^{m,C}\cos(m\lambda) + \sigma_n^{m,S}\sin(m\lambda)\right] P_n^m(\cos(\theta)), \tag{2.13}$$

où k'_n est le nombre de Love de surcharge élastique pour le potentiel gravifique de degré n. La série étant tronquée au degré $N = 50$, le phénomène de Gibbs est significatif : des lobes secondaires de faibles amplitudes apparaissent et les limites des blocs sont estompées.

Un filtre gaussien d'un rayon de 300 km et une apodisation spectrale (30,50) sont appliqués (Figs. 2.5(b) et 2.5(c)). L'utilisation du filtre gaussien atténue fortement les amplitudes du signal gravimétrique provenant des différents blocs ainsi que les lobes secondaires liés à la troncature. Il atténue d'autant plus le signal que celui-ci est issu d'un petit bloc. L'amplitude du signal est mieux conservée avec l'apodisation spectrale (30,50). De plus, cette dernière rend mieux compte des limites des blocs. Toutefois, les lobes secondaires, bien que diminués, sont toujours présents. Le filtre de Swenson & Wahr (2006) est ensuite appliqué à $\mathrm{g}^{\mathrm{synt}}$, produisant MS06 (Fig. 2.5(d)). On remarque dans un premier temps que le bloc latitudinal situé dans l'océan Pacifique a pratiquement été retiré. Il subsiste des traces qui sont amplifiées aux deux extrémités du bloc. Cela montre que du signal peut-être retiré de façon importante si celui-ci a la même orientation que les bandes nord-sud. L'amplitude des autres blocs a également été affectée. Au Svalbard, l'atténuation est presque aussi importante qu'avec l'utilisation du filtre gaussien. Son signal

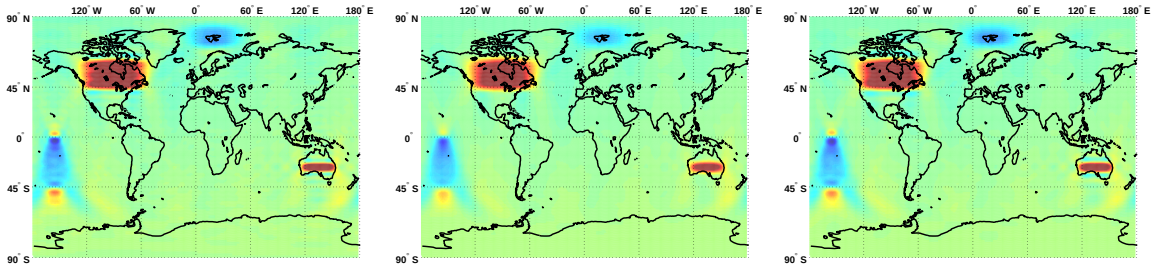
[21] à l'équilibre hydrostatique.



(a) Signal gravimétrique non filtré du modèle synthétique (M).

(b) M après application d'un filtre gaussien de rayon 300 km (MG300).

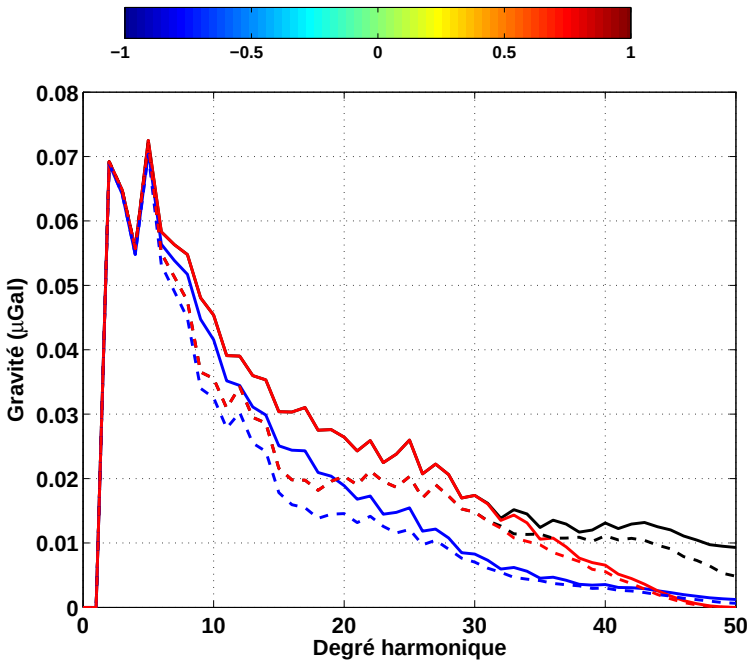
(c) M après apodisation spectrale entre les degrès 30 et 50 (MA3050).



(d) M après application du filtre de Swenson & Wahr (2006) (MS06).

(e) MS06 après application d'un filtre gaussien de rayon 300 km.

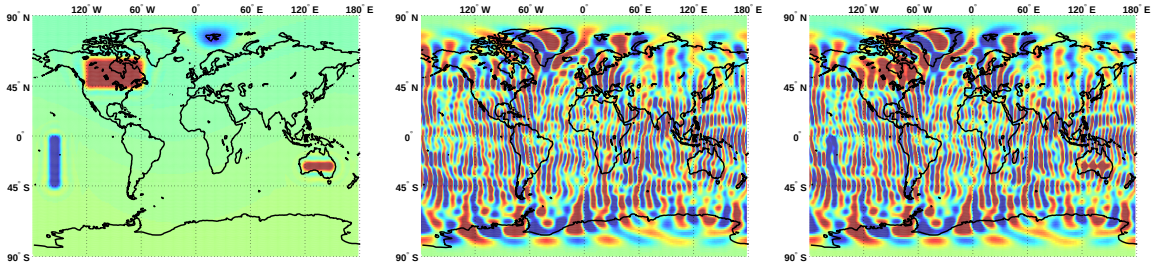
(f) MS06 après apodisation spectrale entre les degrès 30 et 50.



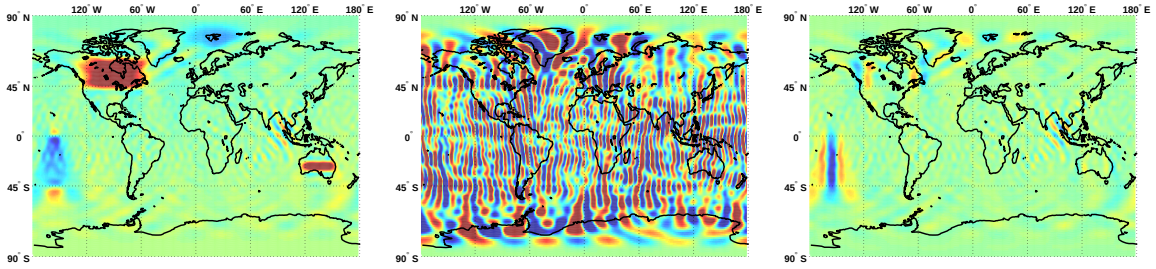
(g) Spectres du signal gravimétrique du modèle M non filtrée (noir), après application du filtre gaussien (300 km, bleu) et après apodisation spectrale (30,50) (rouge), avec (pointillés) ou sans (trait plein) aplication préalable du filtre de Swenson & Wahr (2006).

FIG. 2.5 – *Comparaison des différents filtrages d'un modèle synthétique simple. L'unité des cartes a–f est le μGal.*

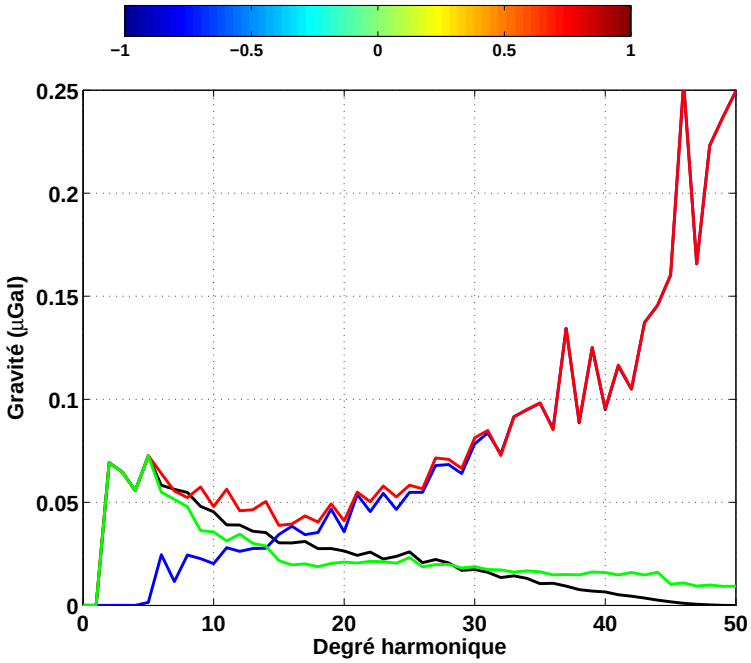
a également subi une distorsion provoquant un étalement longitudinal plus important. Il en est de même pour le bloc situé en Amérique du Nord, dont l'empreinte s'est beau-



(a) Modèle de départ MA3050. (b) Bruit (B). (c) MA3050 + B (MA3050B).



(d) MA3050B après application du filtre de (Swenson & Wahr, 2006) (MA3050BS06). (e) MA3050B - MA3050BS06 (f) MA3050-MA3050BS06



(g) Spectres du signal gravimétrique du modèle de départ MA3050 (noir), du bruit B (bleu) et de la somme des deux MA3050B (rouge). La courbe verte est le spectre du MA3050BS06, *i.e.* MA3050B, après aplication du filtre de Swenson & Wahr (2006).

FIG. 2.6 – *Comparaison des différents filtrages d'un modèle synthétique simple contenant du bruit se caractérisant pas des bandes orientées nord-sud. L'unité des cartes a–f est le µGal.*

coup plus étendue en longitude. Le bloc australien a également été affecté par ce filtre mais de façon moins importante. Enfin le filtre fait apparaître des effets de débordement aux limites des blocs. L'application des autres filtres à la suite de celui de Swenson & Wahr (2006) atténue de nouveau l'amplitude de tout les signaux (Figs. 2.5(e) et 2.5(f)).

L'analyse du spectre du signal gravimétrique du modèle synthétique après les différents filtrages montre clairement que le filtre de Swenson & Wahr (2006) atténue beaucoup trop les coefficients de Stokes pour les degrés compris entre 5 et 25.

Afin de simuler les solutions GRACE, du bruit contenant des bandes orientées nord-sud est ajouté au signal gravimétrique MA3050 (Figs. 2.6(a)–2.6(c)). En appliquant le filtre de Swenson & Wahr (2006), le signal MA3050S06 obtenu montre qu'une partie du signal de départ a été supprimée de façon similaire à la figure (Fig. 2.5(d)). Il contient toutefois encore du bruit de haut degré harmonique. Le signal résiduel entre le signal de départ et celui obtenu après filtrage (Fig. 2.5(f)) montre qu'aux hautes latitudes tout le bruit n'a pas été corrigé. Cela se voit également dans les spectres de la figure (Fig. 2.5(g)) où l'on voit une nouvelle fois un filtrage trop fort pour les degrés compris entre 5 et 25 et trop faible entre 30 et 50.

Le filtre de décorrélation de Swenson & Wahr (2006) ne permet pas de restaurer entièrement et correctement le signal gravimétrique issu d'un réel processus physique. Il peut atténuer l'amplitude des signaux non corrélés, les distordre, voire les retirer totalement. Il permet cependant de localiser du signal non corrélé spatialement et donc de donner une indication qualitative sur le signal physique observé.

2.3 Caractérisation de la variation spatio-temporelle du champ de pesanteur à partir des solutions GRACE

2.3.1 Variation spatio-temporelle du champ de pesanteur

2.3.1.1 Calcul du signal annuel et séculaire du champ de pesanteur

Les coefficients de Stokes des solutions du CSR, du GFZ et du GRGS sont utilisés afin de déterminer les variations spatio-temporelles du champ de gravité. Les perturbations de gravité se calculent directement sur une grille de 1°×1° à partir de ces coefficients à l'aide de la relation

$$g^{\text{sat}}(\theta,\lambda,a,t) = \frac{GM}{a^2}\sum_{n=2}^{N_{\max}}\sum_{m=0}^{n}(n+1)\left[C_n^m(t)Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + S_n^m(t)Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right], \tag{2.14}$$

où $Y_n^{m,c}(\theta,\lambda)$ et $Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)$ sont les harmoniques sphériques (voir annexe A). Pour chaque solution mensuelle du CSR et du GFZ est appliquée une apodisation spectrale (30,50) tandis que conformément aux recommandations du GRGS, leurs solutions ne sont pas filtrées. La décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006) est également utilisée.

Deux méthodes sont classiquement utilisées pour extraire les variations temporelles du champ de gravité (Rangelova et al., 2007). La décomposition EOF, employée notamment par Rangelova et al. (2007), Wouters et al. (2008) et Schrama & Wouters (2011), permet d'extraire à la fois l'évolution temporelle et les caractéristiques spatiales du signal gravimétrique global ou régional (e.g. Crossley et al., 2009). Il est choisi ici l'autre méthode qui consiste à estimer les variations temporelles du champ de gravité en ajustant par la méthode des moindres carrés une fonction, que l'on appellera dans la suite "modèle", de la forme

$$g^{\text{mod}}(t) = \sum_{i=1}^{2}\left[a_i\cos(i\omega t) + b_i\sin(i\omega t)\right] + \Delta g^{\text{sat}}t + c \tag{2.15}$$

où $\omega = 2\pi/T_a$ et $T_a = 1$ an. Les coefficients a_i et b_i donnent l'amplitude des cycles annuel ($i = 1$) et semi-annuel ($i = 2$). Δg^{sat} et c sont respectivement la variation séculaire et la partie statique de g^{mod}. Tous ces coefficients sont estimés pour chaque point de la grille donnant $g^{\text{sat}}(\theta, \lambda, a, t)$, la dépendance en longitude et latitude ayant été omise afin d'alléger l'écriture.

Le filtrage appliqué aux solutions du CSR et du GFZ et le traitement employé par le GRGS n'éliminent pas tout le bruit. Un moyen de diminuer le signal qui n'est pas d'origine géophysique, et donc qui ne se retrouve pas nécessairement dans les solutions GRACE de ces trois différents centres, est de calculer la moyenne des séries temporelles des trois types de solutions. Dans la suite sont montrées les caractéristiques spatio-temporelles de la moyenne des solutions. Les résultats pour chaque solution sont également disponibles dans l'annexe B.

2.3.1.2 Signal annuel dans les solutions GRACE

L'amplitude A du signal annuel est obtenue à partir des coefficients a_1 et b_1 du modèle *via* la relation

$$A(\theta, \lambda) = \sqrt{a_1(\theta, \lambda)^2 + b_1(\theta, \lambda)^2}. \tag{2.16}$$

Le retard de phase φ de ce signal (exprimé en mois pour $T_a = 12$ mois) est également calculé à l'aide de

$$\varphi(\theta, \lambda) = \frac{T_a}{2\pi} \arccos\left(\frac{a_1(\theta, \lambda)}{A(\theta, \lambda)}\right). \tag{2.17}$$

Ces deux caractéristiques du signal annuel, pour des solutions sans ou avec application du filtre de Swenson & Wahr (2006), sont tracées sur la figure 2.7. On peut distinguer les grands bassins hydrologiques (e.g. Schmidt et al., 2006; Ramillien et al., 2008) associés aux fleuves Amazone en Amérique du Sud, Congo et Niger en Afrique, Gange et Brahmapoutre en Inde du Nord dont les variations annuelles sont supérieures à 7 μGal. Elles peuvent dépasser 10 μGal pour le bassin du fleuve Amazone. Avec une plus faible amplitude comprise entre 3 et 5 μGal, les variations annuelles du bassin du fleuve Mississippi aux États-Unis et d'autres en Europe et en Russie, les fleuves Ob et Yenisei au nord par exemple, sont également visibles. Toutefois, à la limite Europe-Asie, des signaux orientés nord-sud de l'ordre de 3 μGal peuvent être associés à du bruit. La figure 2.7(a) montre que le bruit sectoriel, en revanche, ne dépasse pas 2 μGal au niveau des océans. En Alaska (Yukon), une amplitude pouvant atteindre jusqu'à 7 μGal est également observée. Ces variations sont en partie dues aux précipitations neigeuses (Frappart et al., 2006). Ces dernières sont aussi en partie responsables des amplitudes de l'ordre de 4-5 μGal à l'extrême sud du Groenland, non pris en compte dans les modèles hydrologiques (de Linage, 2008), et au sud des Andes, en Amérique du Sud.

Les phases sont plus sujettes aux bandes méridiennes (Fig. 2.7(b)). Celles-ci sont davantage visibles au niveau des océans où le signal est plus faible que sur certaines parties des terres émergées, au niveau des bassins hydrologiques principalement. Les phases en Chine sont par exemple fortement affectées par du bruit. On en retrouve également aux États-Unis, au Sahara, et à la limite Europe-Asie entre la mer Caspienne et la mer d'Aral. Après application du filtre de Swenson & Wahr (2006), la majeure partie des bandes orientées nord-sud ont été retirées (Fig. 2.7(d)). En certains endroits comme au Groenland ou dans la baie de Hudson au Canada, les phases ont été légèrement modifiées. L'Islande, semblant s'isoler avant application du filtre en se distinguant par un déphasage aux contours nets entre 0 et 2 mois, voit son déphasage s'homogénéiser avec celle de la

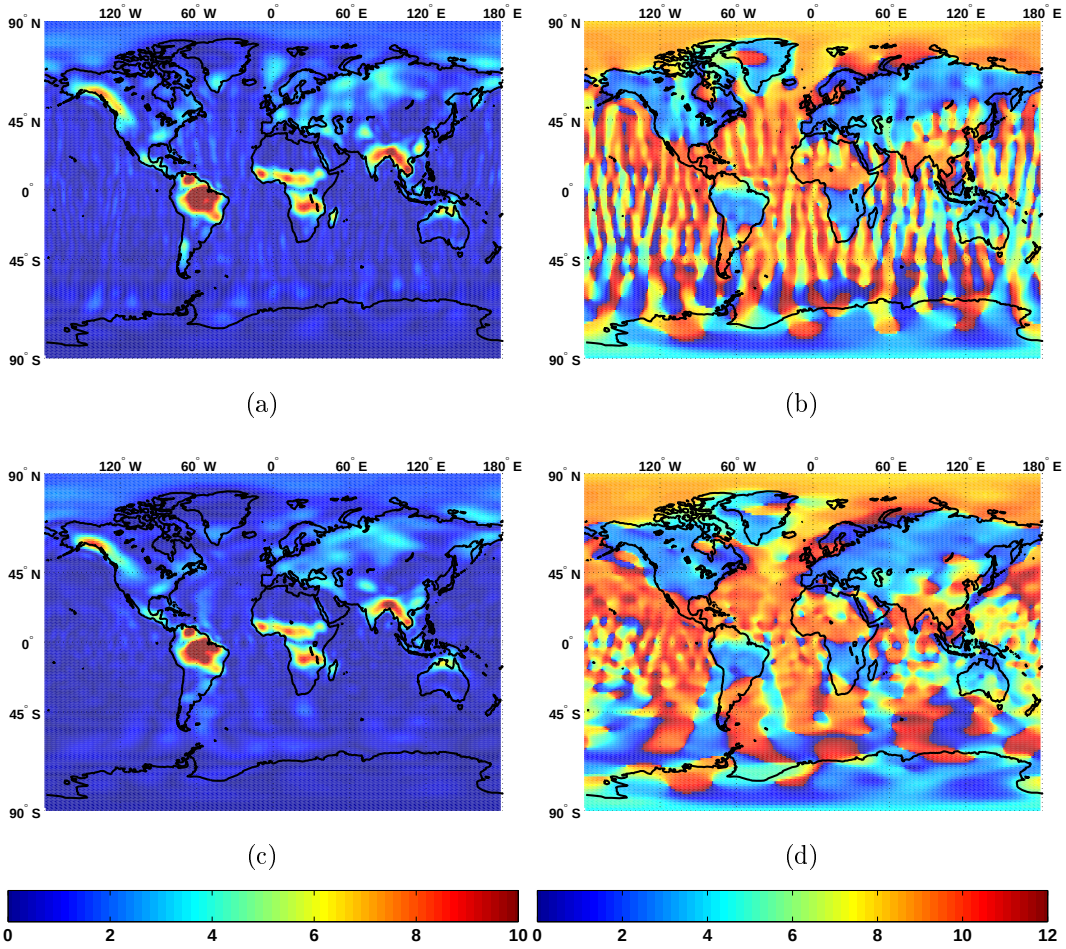


FIG. 2.7 – *Amplitude (en μGal, Figs. 2.7(a) et 2.7(c)) et retard de phase (en mois, Figs. 2.7(b) et 2.7(d)) du signal annuel déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse de la moyenne des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. 2.7(a) et 2.7(b)) ou avec (Figs. 2.7(c) et 2.7(d)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006).*

mer de Norvège et de l'océan Atlantique. Les phases des océans Atlantique et Pacifique nord ainsi que celles de Chine, du Sahara, des États-Unis et de la limite Europe–Asie se sont également homogénéisées.

Les conséquences du filtre de Swenson & Wahr (2006) sur l'amplitude des variations annuelles du signal gravimétrique sont nettement visibles (Fig. 2.7(c)). En Alaska, les variations sont amplifiées le long de la côte nord du Golfe d'Alaska et atténuées le long de la côte ouest. Les variations du sud du Groenland sont désormais inférieures à 3 μGal tout comme celles de la partie méridionale des Andes où la majeure partie du signal a été retirée. Les variations proches de l'équateur ne sont par fortement affectées. Le signal en Eurasie est lissé, particulièrement à la limite Europe-Asie où les bandes méridiennes constatées précedemment ont été atténuées.

Il apparaît finalement que l'utilisation conjointe de la phase et de l'amplitude des variations annuelles du signal gravimétrique, décorrélé spatialement et non, permet d'obtenir une bonne compréhension des variations de gravité induites par l'hydrologie (eau et neige) globale.

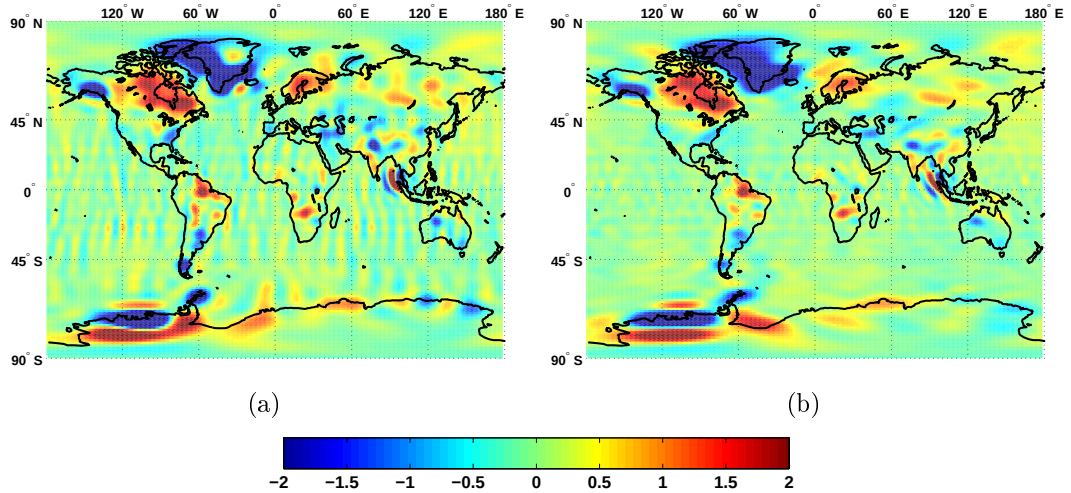


FIG. 2.8 – *Tendance (en μGal/a) du signal déduit de sept années (01/2003-01/2010) d'analyse de la moyenne des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Fig. 2.8(a)) ou avec (Fig. 2.8(b)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006).*

2.3.1.3 Variation séculaire du champ de pesanteur

La variation séculaire du champ de pesanteur est fournie par le terme Δg^{sat} de l'équation (2.15). Elle est tracée sur les figures 2.8(a) et 2.8(b) respectivement pour des signaux non décorrélés et décorrélés spatialement. Une augmentation ou une diminution séculaire de masse se traduit par des valeurs positives ou négatives de ce terme, respectivement. Ainsi les tendances négatives observées au Groenland, en Alaska et en Patagonie sont associées à une diminution de la masse de glace dans ces régions (e.g. Velicogna & Wahr, 2005; Chen et al., 2006a,d; Luthcke et al., 2006; Chen et al., 2007; Luthcke et al., 2008). Celles au nord de l'Inde sont associées à une extraction massive des eaux souterraines (Rodell et al., 2009; Tiwari et al., 2009). De façon similaire, les tendances positives observées en Amérique du Nord et en Fennoscandie sont associés à un apport de masse mantellique induit par le réajustement isostatique de la Terre suite à la dernière déglaciation du Pléistocène (e.g. van der Wal et al., 2008; Rangelova & Sideris, 2008; Steffen et al., 2008, 2009a,b) (voir section 1.2). Toutefois, en Antarctique par exemple où existent à la fois des tendances positives et négatives, la contribution des variations de masses provenant de l'accumulation ou la perte de neige, du GIA ou d'autres processus est plus délicate à déterminer (Velicogna, 2009; Horwath & Dietrich, 2009; Gunter et al., 2009; Riva et al., 2009).

On peut également constater que le niveau de bruit fourni par l'amplitude des bandes méridiennes peut atteindre 0.5 μGal/a. Celles-ci sont clairement présentes au niveau des océans mais moins visibles sur les terres émergées où elles sont dissimulées par l'amplitude des variations séculaires induites par les divers processus géophysiques (Fig. 2.8(a)). Après application du filtre de Swenson & Wahr (2006) (Fig. 2.8(b)), on retrouve la plupart des motifs observés sur la figure 2.8(a) avec cependant quelques différences importantes. Les amplitudes des tendances apparaissent globalement moins élevées. Il est à noter toutefois qu'en certains endroits comme en mer de Weddel en Antarctique ou au nord-ouest de la Scandinavie de fortes amplitudes apparaissent. Enfin, une partie du signal orienté nord-sud est clairement retirée notamment au sud de la péninsule Antarctique et au Groenland,

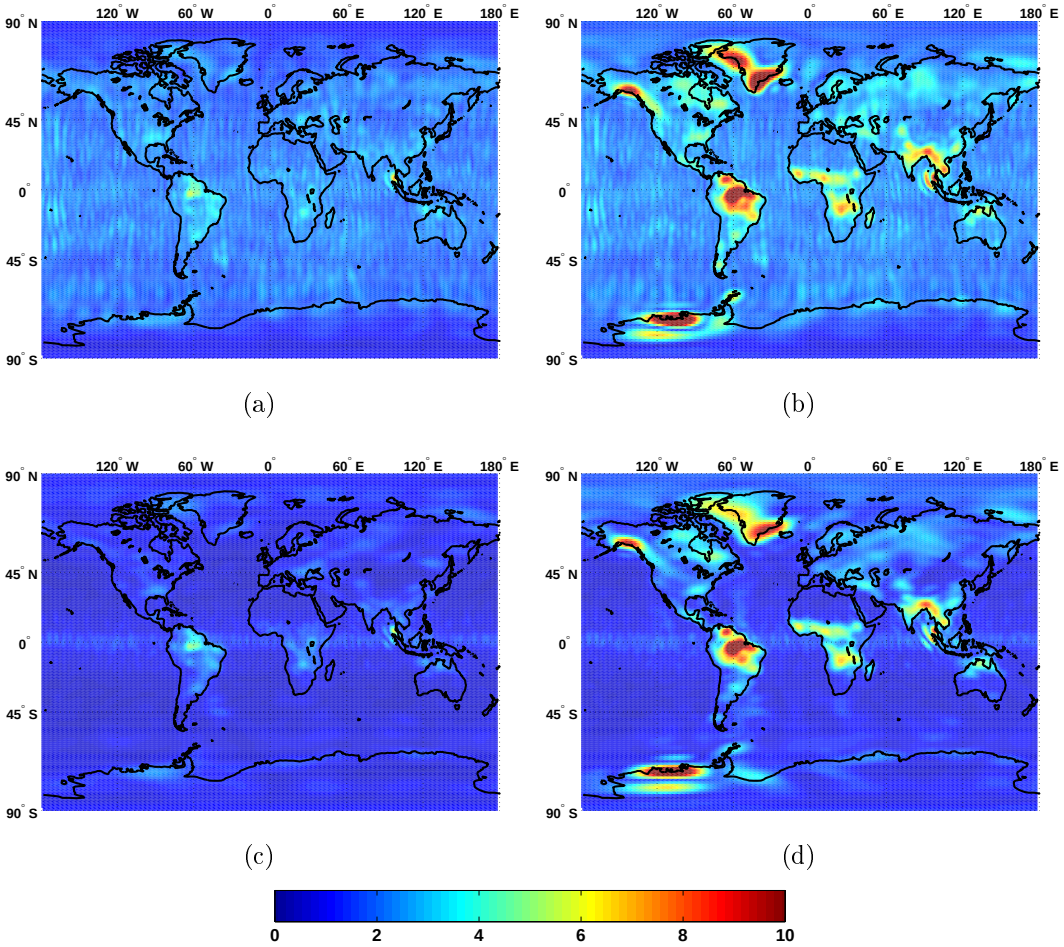


FIG. 2.9 – *RMS (en μGal, Figs. 2.9(a) et 2.9(c)) et STD (en μGal, Figs. 2.9(b) et 2.9(d)) du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse de la moyenne des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. 2.9(a) et 2.9(b)) ou avec (Figs. 2.9(c) et 2.9(d)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006).*

leur conférant alors une forme plus étendue en longitude.

2.3.2 Incertitudes

Pour déterminer le niveau d'incertitude associé aux amplitudes des variations annuelles, semi-annuelles et séculaires, il est intéressant de regarder plusieurs caractéristiques : l'écart du signal observé par rapport au modèle, l'influence de la longueur de la série temporelle, les différences entre les solutions employées et les erreurs directement liées aux mesures.

2.3.2.1 Résidus de la modélisation et écart-type des solutions

L'écart du signal observé par rapport au modèle (Éq. (2.15)) est donné par le résidu moyen, RMS, calculé en chaque point (θ,λ) à l'aide de

$$RMS(\theta,\lambda) = \sqrt{\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\left(\frac{g^{\mathrm{mod}}(\theta,\lambda,t_i) - g^{\mathrm{sat}}(\theta,\lambda,t_i)}{\sigma_i}\right)^2}, \tag{2.18}$$

où L est le nombre de solutions temporelles considérées. Ils sont tracés sur les figures 2.9(a) et 2.9(c) et se caractérisent principalement par des bandes méridiennes entre les latitudes 75° S et 75° N environ (Fig. 2.9(a)). Les RMS sont inférieurs à 3–4 μGal au niveau des océans et sont plus importants sur les terres où ils peuvent atteindre 6 μGal (Fig. 2.9(a)). Les RMS les plus importants sur les continents se localisent au niveau des grands bassins hydrologiques (Amérique du Sud, Afrique, Sud-Est des États-Unis). Sur les terres, le RMS est globalement beaucoup plus faible que l'amplitude des variations annuelles indiquant alors un rapport signal sur bruit plutôt élevé. Au niveau des océans cependant la tendance est inversée et les RMS sont supérieurs aux amplitudes des variations annuelles conduisant à un rapport signal sur bruit bas. Après application du filtre de Swenson & Wahr (2006) (Fig. 2.9(c)), le rapport signal sur bruit est grandement amélioré sur toute la surface du globe. Cependant, d'importants résidus sont conservés par exemple dans le bassin du fleuve Amazone. Ces écarts peuvent s'expliquer entre autre par la non stationnarité du signal hydrologique traduisant l'imparfaite cyclicité aux périodes annuelle et semi-annuelle.

L'écart-type, STD, est également un moyen d'évaluer le niveau de bruit. Il rend compte de l'écart d'une série temporelle par rapport à la moyenne du signal sur la longueur de la série. Cet écart est fourni en chaque point par

$$STD(\theta,\lambda) = \sqrt{\frac{1}{L-1}\sum_{i=1}^{L}(g^{\text{sat}}(\theta,\lambda,t_i) - \bar{g}^{\text{sat}})^2}, \tag{2.19}$$

où $\bar{g}^{\text{sat}}$ est la moyenne du signal gravimétrique sur les L échantillons temporels. N'importe quelle série variant au cours du temps possède un écart-type. Celui-ci est plus ou moins élevé si les variations sont plus ou moins importantes et nombreuses. Ainsi les figures 2.9(b) et 2.9(d) témoignent de l'amplitude moyenne des variations du champ de gravité dans le temps. On y trouve à la fois l'amplitude de ses variations annuelles, semi-annuelles (non montrées) et séculaires. La présence des bandes méridiennes de l'ordre de 3–4 μGal à la fois dans les RMS et les STD montre qu'elles ne sont pas correctement modélisées avec un signal contenant une composante annuelle, semi-annuelle et séculaire et sont donc associées à du bruit.

2.3.2.2 Influence de la longueur de la série temporelle

Dans cette section est regardée l'influence de la longueur de la série temporelle sur les estimations des amplitudes des variations annuelles et séculaires. Plusieurs raisons peuvent potentiellement influencer ces estimations. L'une d'elles est liée, comme nous venons de le voir dans la section 2.3.2.1, à la non stationnarité du signal hydrologique. Ajuster des variations annuelle, semi-annuelle et séculaire pour un signal non stationnaire ou de périodicité variable peut biaiser toutes les estimations. Une autre raison est le niveau de bruit. Si le niveau de bruit n'est pas corrélé temporellement, alors il influence nécessairement les estimations des différentes variations en fonction de la longueur de la série utilisée.

La moyenne spatiale, à la surface de la Terre Ω_{Terre}, de l'amplitude des variations annuelle A et séculaire Δg^{sat}, du résidu RMS et de l'écart-type STD sont données par

$$< P >= \frac{1}{\Omega_{Terre}} \int\int_{\Omega_{Terre}} |P(\theta',\lambda')| a^2 \sin(\theta') d\theta' d\lambda' \tag{2.20}$$

où P est l'un des paramètres cités ci-dessus. La moyenne spatiale est calculée pour plusieurs longueurs de série temporelle prenant en compte de 2 (entre janvier 2003 et janvier

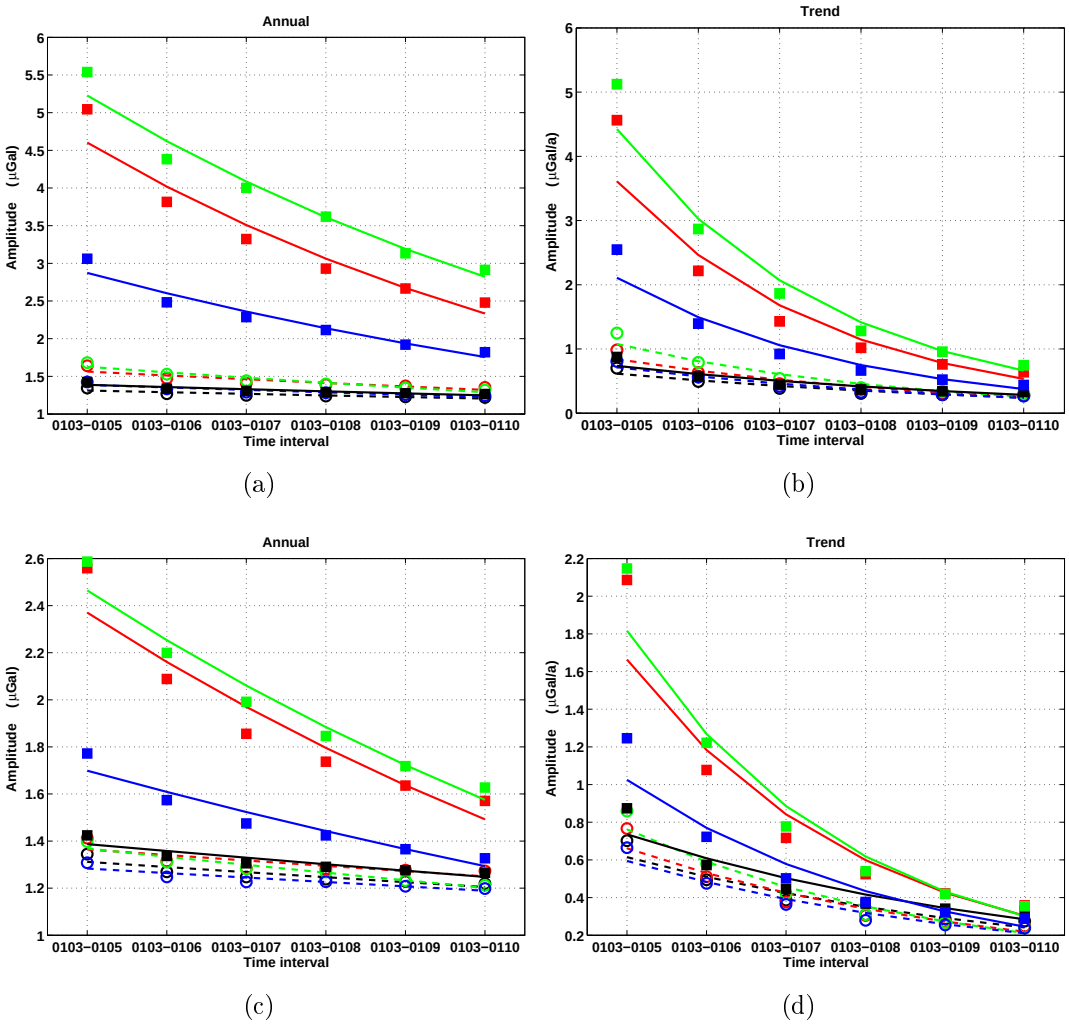


FIG. 2.10 – *Influence de la longueur de la série temporelle dans l'estimation de l'amplitude du signal annuel (Figs. 2.10(a) et 2.10(c)) et la tendance (Figs. 2.10(b) et 2.10(d)) pour les solutions du CSR (vert), du GFZ (rouge), du GRGS (noire) et leur moyenne (bleu). Les carrés correspondent aux solutions non filtrées (Figs. 2.10(a) et 2.10(b)) ou apodisées dans le domaine spectral (uniquement pour le CSR, GFZ) (Figs. 2.10(c) et 2.10(d)) . Les cercles signifient que le filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006) a également été appliqué aux solutions. Les courbes pleines et en pointillés sont les ajustements d'un modèle du type exponentiel respectivement sans ou avec application du filtre de Swenson & Wahr (2006).*

2005) à 7 ans (entre janvier 2003 et janvier 2010) de solutions GRACE (Figs. 2.10 et 2.11). Elle est calculée pour des solutions non filtrées (Figs. 2.10(a), 2.10(b), 2.11(a) et 2.11(b)), apodisées dans le domaine spectral (CSR et GFZ uniquement) (Figs. 2.10(c), 2.10(d), 2.11(c) et 2.11(d)), avec application du filtre de Swenson & Wahr (2006) ou non. La moyenne étant réalisée sur l'ensemble de la surface du globe, elle reflète à 70 % le signal moyen issu des océans. On a vu qu'au niveau des océans le rapport signal sur bruit est médiocre, ce qui permet d'étudier en grande partie l'effet de la présence des bandes orientées nord-sud . L'utilisation du filtre de Swenson & Wahr (2006), éliminant en majeur partie le bruit sectoriel, permet d'étudier l'effet directement associé aux caractéristiques du signal (stationnarité).

Les amplitudes des variations annuelles diminuent avec la longueur de la série, avec

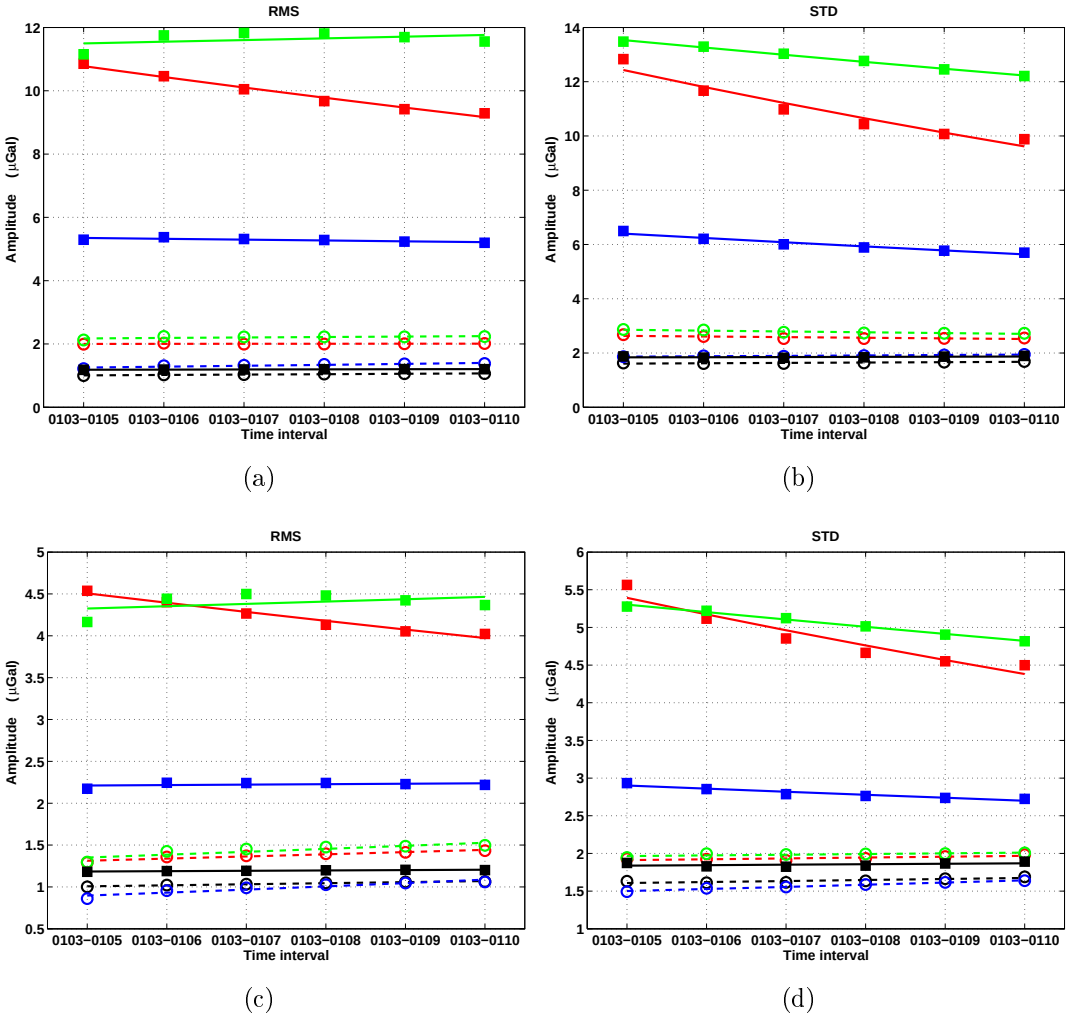


FIG. 2.11 – *Même figure que la figure 2.10 mais pour le RMS (Figs. 2.11(a) et 2.11(c)) et la STD (Figs. 2.11(b) et 2.11(d)).*

ou sans filtrage (Figs. 2.10(a) et 2.10(c)). Cette diminution est plus importante pour les solutions non filtrées du CSR et du GFZ passant de plus de 5 μGal à partir de 2 ans de solutions à moins de 3 μGal si 7 années de solutions sont utilisées. Cette diminution est réduite de moitié lorsque ces solutions sont apodisées dans le domaine spectral, passant alors de 2.6 à 1.6 μGal. Les solutions du GRGS quant à elles ont non seulement une amplitude moins importante, autour de 1.3 μGal, mais également une variation beaucoup plus faible en fonction de la longueur de la série temporelle. Cette dernière est en effet inférieure à 0.2 μGal entre 2 et 7 ans de solutions. Le fait que les amplitudes des solutions du GRGS soient plus faibles que celles du CSR ou du GFZ est due, entre autre, aux relativement faibles amplitudes des bandes orientées nord-sud dans les solutions du GRGS comparées à celles des solutions du CSR et GFZ. Cela se voit très bien lorsque la relation (2.20) est calculée pour des solutions pour lesquelles le filtre de Swenson & Wahr (2006) a été appliqué. Les amplitudes des variations annuelles du CSR et du GFZ sont effectivement divisées par 4 ou 5 si 2 années de solutions seulement sont utilisées et par 2 si 7 années sont considérées. Celles du GRGS ne diminuent que d'environ 0.1 μGal après décorrélation spatiale. De plus, les solutions décorrélées du CSR et du GFZ montrent une diminution de l'ordre de 0.3 μGal entre l'utilisation de 2 et 7 ans de solutions. Celle du GRGS est légèrement plus faible, de l'ordre de 0.1 μGal. La diminution avec le temps, *i.e.*

une série temporelle plus longue, des écarts des amplitudes des variations annuelles entre les solutions contenant et ne contenant pas les bandes méridiennes indique que l'influence de celles-ci tend à diminuer au cours du temps. Cela montre alors une faible corrélation temporelle de ce bruit. Enfin la dépendance en temps restante des amplitudes des variations annuelles des solutions décorrélées peut-être à la fois due au bruit non corrigé, situé autour de l'équateur, mais également à la non stationnarité du signal hydrologique qui a pour effet de moyenner, et donc de diminuer, les amplitudes pour des séries plus longues.

Une analyse similaire peut-être faite sur l'amplitude des variations séculaires (Figs. 2.10(b) et 2.10(d)). La diminution en fonction de la longueur de la série est plus rapide, du type exponentielle, que pour les amplitudes des variations annuelles. Elles passent en effet d'environ 4.5 et 2.1 μGal/a pour 2 ans de solutions à environ 0.7 et 0.3 μGal/a si 7 années sont utilisées respectivement pour les solutions non filtrées et filtrées du CSR et du GFZ. Les solutions du GRGS sont relativement plus stables avec une diminution de l'ordre de 0.5 μGal/a seulement entre 2 et 7 ans de données prises en compte. Ceci correspond également à l'ordre de grandeur des variations obtenues pour les solutions décorrélées. Il est à noter cependant que plus la série est longue, moins l'ajout d'une année supplémentaire de solutions influe sur les amplitudes des variations séculaires. Néanmoins, les différences existantes peuvent s'expliquer comme précédemment par la présence de bruit résiduel, la non stationarité du signal hydrologique et également par un changement de comportement (rupture de pente) dans les variations séculaires.

Les moyennes globales des RMS ne montrent que très peu de sensibilité à la longueur des séries temporelles utilisées (Figs. 2.11(a) et 2.11(c)). Les solutions du CSR et du GFZ toutefois montrent respectivement une augmentation et une diminution de leur RMS avant application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Les valeurs de leurs RMS sont diminuées de plus de 50 % après apodisation dans le domaine spectral. Après application du filtre de décorrélation spatiale, les RMS peuvent diminuer d'environ 66 % (solutions apodisées) à environ 80 % (solutions non filtrées) montrant alors que la principale source d'erreur dans la modélisation est la présence des bandes orientées nord-sud . Les RMS des solutions du GRGS ont des valeurs proches de celles des autres solutions corrigées des bandes méridiennes et sont faiblement réduits (environ 0.2 μGal) après application du filtre de Swenson & Wahr (2006).

Les variations des STD (Figs. 2.10(b) et 2.10(d)) en fonction de la longueur de la série sont similaires à celles des RMS.

2.3.2.3 Incertitudes liées aux solutions

On regarde ici l'accord dans les amplitudes des variations annuelles et séculaires du signal gravimétrique estimées à partir des solutions des différents centres en fonction du nombre de solutions individuelles (mensuelles ou décadaires) considérées. On regarde également la répartition géographique de l'accord entre les trois types de solutions. Ceci permet d'étudier, entre autre, l'influence du traitement et des modèles *a priori* utilisés par les différents centres.

Dans un premier temps, on peut noter que l'accord entre les solutions du CSR et du GFZ augmente avec la longueur de la série temporelle pour l'amplitude des variations annuelles mais surtout pour celle des variations séculaires (Fig. 2.10). Cet accord est meilleur lorsque les solutions sont apodisées dans le domaine spectral. En effet l'amplitude des variations séculaires du CSR se superpose avec celle du GFZ dès l'utilisation de 5 années de solutions. Notons également la convergence des amplitudes des variations annuelles et séculaires des solutions du CSR et du GFZ avec celles des solutions du GRGS

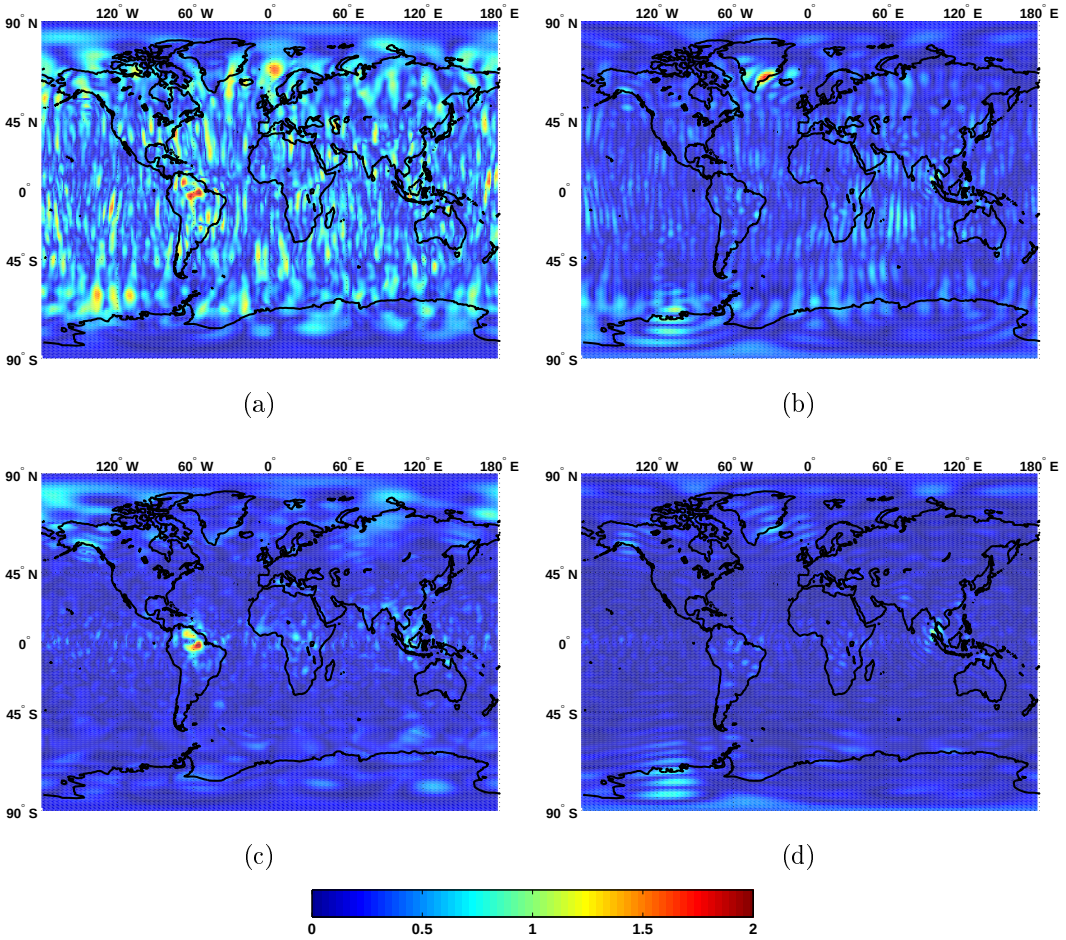


FIG. 2.12 – *Écarts-types des amplitudes des variations annuelles (en μGal, Figs 2.12(a) et 2.12(c)) et des variations séculaires (en μGal/a, Figs 2.12(b) et 2.12(d)) du signal gravimétrique déduit des solutions du CSR, du GFZ et du GRGS avant (Figs. 2.12(a) et 2.12(b)) et après (Figs. 2.12(c) et 2.12(d)) application du filtre de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral.*

pour des séries temporelles longues. Cette convergence est renforcée lorsque l'apodisation (30, 50) est appliquée aux solutions du CSR et du GFZ. Lorsque le filtre de Swenson & Wahr (2006) est appliqué aux solutions, l'accord entre les solutions des différents centres est visiblement très bon, aussi bien en terme d'amplitude qu'en terme de variation avec la longueur de la série.

Dans une seconde étape, on peut remarquer que l'accord entre les solutions n'est pas homogène à la surface du globe (Fig. 2.12). En effet, on peut voir que l'écart-type dans les amplitudes des variations annuelles déduites des solutions des trois centres est largement dominé par la présence des bandes, parfois segmentées, orientées nord-sud . Cependant, l'amplitude de ces bandes, comprises entre 1 et 2 μGal, est la plus importante au niveau du bassin du fleuve Amazone qui contient les plus fortes variations annuelles (Fig. 2.12(a)). Après application du filtre de Swenson & Wahr (2006), les bandes disparaissent et l'écart-type demeure de l'ordre de 0.8 μGal au niveau des principaux bassins hydrologiques (Amazone, Alaska, Afrique, Russie, Inde)(Fig. 2.12(c)). Il reste toutefois bien inférieur aux amplitudes des variations annuelles vues dans la section 2.3.1.2. L'écart-type dans les variations séculaires présente également des bandes méridiennes dont l'amplitude, globalement comprise entre 0.6 et 0.8 μGal/a, peut atteindre 1 μGal/a à l'ouest

de la péninsule Antarctique et environ 2 μGal/a au sud-est du Groenland (Fig. 2.12(b)). C'est également à ces endroits que l'amplitude des variations séculaires est la plus importante (Sect. 2.3.1.3). Toutefois les écarts-types observés à ces endroits sont bien inférieurs aux amplitudes des variations séculaires s'y produisant. Le retrait des bandes méridiennes par l'application du filtre de décorrélation spatiale des solutions (Fig. 2.12(d)) montre un écart-type global d'environ 0.4 μGal/a et met plus clairement en évidence un écart-type de l'ordre de 0.8 μGal/a en Alaska.

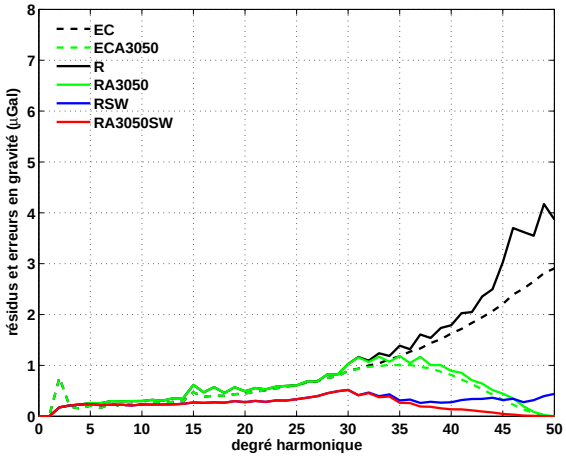
Globalement les écarts-types induits par l'utilisation des trois solutions semblent inférieurs aux amplitudes des différentes variations (annuelles et séculaires). Il est cependant nécessaire d'inspecter plus en détail ces écarts lorsqu'une étude régionale est réalisée.

2.3.2.4 Incertitudes liées aux mesures

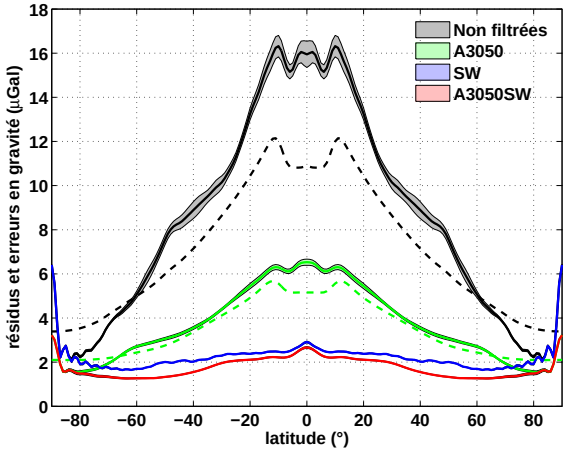
Nous venons de voir les erreurs liées à la modélisation d'un signal contenant des variations annuelles, semi-annuelles et séculaires (écart au modèle, influence du nombre de solution) ainsi que celles liées à l'utilisation de solutions issues des différents centres. Il existe une autre source d'incertitude directement liée aux coefficients de Stokes contenant à la fois les incertitudes dues aux mesures et celles dues aux traitements (Wahr et al., 2006). Les différents centres fournissent des erreurs étalonnées des solutions GRACE correspondant aux éléments diagonaux de la matrice de covariance. Pour pouvoir complètement déterminer les erreurs associées aux solutions GRACE il est nécessaire de considérer l'ensemble de la matrice de covariance. Celle-ci n'est cependant pas librement disponible. D'après Wahr et al. (2006), prendre en compte la matrice de covariance entièrement ne modifie que très peu l'estimation des erreurs par rapport à celles déduites en considérant ses éléments diagonaux uniquement. Ceci résulterait du fait que ce sont les éléments diagonaux de cette matrice qui ont les plus fortes amplitudes. Utiliser seulement les éléments diagonaux de la matrice de covariance revient à négliger une potentielle corrélation entre les coefficients de Stokes d'une même solution. Cette hypothèse est cependant critiquable à la vue de la corrélation existante entre les coefficients dont les degrés ont la même parité.

Pour valider les erreurs étalonnées, Wahr et al. (2006) et Horwath & Dietrich (2006) ajustent et retirent des séries temporelles constituées des coefficients de Stokes de respectivement 22 et 19 solutions du CSR un terme constant et un terme annuel. Ils comparent ensuite les résidus obtenus avec les erreurs étalonnées en traçant leurs spectres. Comme l'expliquent Wahr et al. (2006), si les erreurs ont une composante annuelle, alors cette méthode a pour effet de les sous-estimer. Inversement, tout le signal induit par les différents processus géophysiques n'est pas exclusivement annuel ; dans ce cas, utiliser les résidus a pour effet de sur-estimer les erreurs. Ce dernier point est clairement illustré dans le cas du réajustement isostatique de la Terre suite à la dernière déglaciation du Pléistocène. Cet effet, qui est caractérisé par une variation séculaire du potentiel gravitationnel, agit principalement dans les coefficients de bas degrés harmoniques. Ne pas tenir compte de cet effet influence donc l'estimation des erreurs par la méthode des résidus. En tenir compte, c'est-à-dire retirer du signal une composante séculaire, retirera en revanche les éventuelles dérives instrumentales pouvant conduire à une sous-estimation des erreurs.

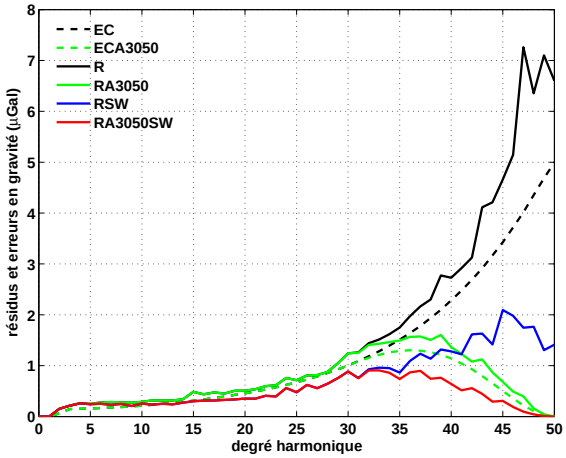
Nous regardons, de façon similaire à celle de Wahr et al. (2006), le comportement des éléments diagonaux de la matrice de covariance qui sont fournis dans les solutions délivrées par les différents centres. On considère également les résidus des séries temporelles constituées des coefficients de Stokes obtenus après ajustement d'un terme annuel, semi-annuel, moyen et séculaire. L'ajout d'un terme bi-annuel n'a pas ou peu d'effet sur les résultats finaux. Il est tracé en figure 2.13 les spectres des résidus et des erreurs étalonnées



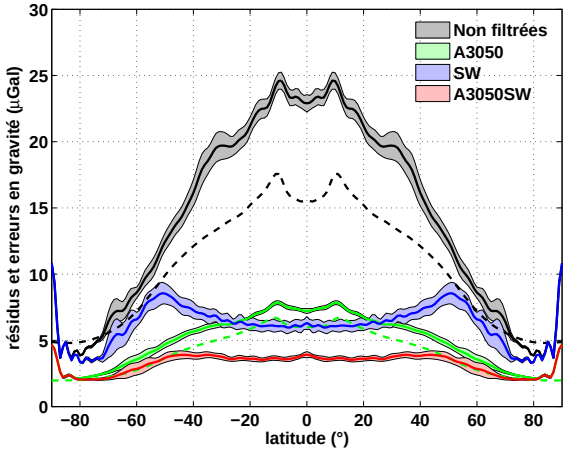
(a) CSR



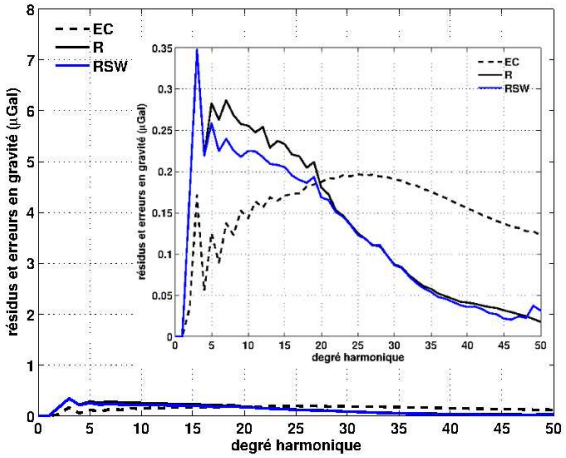
(b) CSR



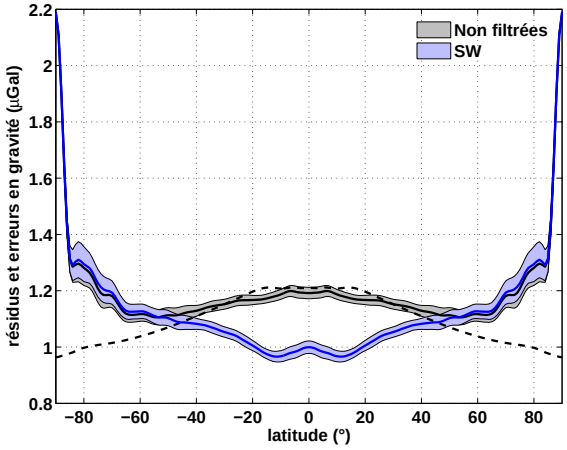
(c) GFZ



(d) GFZ



(e) GRGS



(f) GRGS

FIG. 2.13 – *Figs. 2.13(a), 2.13(c) et 2.13(e) : Spectres des erreurs étalonnées (EC, courbe en pointillé) et des résidus (R, courbe en trait plein) pour les solutions du CSR (Fig. 2.13(a)), du GFZ (Fig. 2.13(e)) et du GRGS (Fig. 2.13(e)). Les solutions non filtrées sont représentées par les courbes noires, celles ayant été apodisées dans le domaine spectral (A3050) sont en vert et celles ayant été décorrélées avec le filtre de Swenson & Wahr (2006) sont en bleu (SW). Les courbes rouges représentent les solutions pour lesquelles les deux traitements ont été appliqués (A3050SW). Figs. 2.13(b), 2.13(d) et 2.13(f) : Profils moyens (courbe en trait plein ou en pointillé) et écarts types de tous les profils (2σ, zones de couleur) en latitude des erreurs étalonnées et des résidus avec le même code couleur que celui décrit ci-dessus.*

des solutions GRACE du CSR (96 solutions), du GFZ (90 solutions) et du GRGS (269 solutions). Un bon accord est obtenu dans les cas des solutions non filtrées et apodisées dans le domaine spectral du CSR et du GFZ. Pour les solutions contraintes du GRGS, le spectre des résidus est bien supérieur à celui des erreurs fournies pour les degrés inférieurs à 20. À partir de ce degrés, le spectre des erreurs étalonnées devient supérieur à celui des résidus. À titre de comparaison, le filtre de Swenson & Wahr (2006) a également été employé.

La représentation spatiale des résidus et des erreurs étalonnées est obtenue en calculant (Wahr et al., 2006)

$$\Delta = \left[\frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \sum_{n=2}^{N} \left((n+1) \frac{GM}{a^2} \right)^2 \sum_{m=0}^{n} \left[(C_n^m(t_i) Y_n^{m,c})^2 + (S_n^m(t_i) Y_n^{m,s})^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (2.21)$$

Les cartes des erreurs étalonnées et celles déduites des résidus montrent une distribution principalement zonale des erreurs. Les moyennes des profils en latitude sont tracées sur la figure 2.13 pour les trois centres. Pour les trois types de solutions, les erreurs étalonnées (EC ; ECA3050 pour le CSR et le GFZ) fournissent un minimum d'erreur dans les régions polaires, et un maximum dans la bande équatoriale entre environ -20 et 20°N. Ceci est dû à l'inclinaison de 89° de l'orbite des satellites GRACE couvrant ainsi de façon plus homogène les zones polaires au cours du temps. Pour les solutions non filtrées (EC) ces erreurs sont comprises entre 3 et 12 μGal pour les solutions du CSR, entre 5 et 17 μGal pour celles du GFZ et autour de 1 μGal pour les solutions du GRGS. Pour les solutions apodisées dans le domaine spectral (ECA3050), les erreurs étalonnées vont de 2 à 6 μGal pour les solutions du CSR et de 2.5 à 7 μGal pour celles du GFZ. L'écart dans les erreurs entre les régions polaires et équatoriales est alors fortement réduit après filtrage. Un résultat semblable est obtenu pour les résidus (R, RA3050). En effet, un minimum de 2 μGal et un de 4 μGal sont obtenus autour de -80 et 80°N respectivement pour les solutions du CSR et du GFZ. Les maximums, atteints dans une bande équatoriale d'environ 30°, sont de l'ordre de 17 et 25 μGal. Pour les solutions du GRGS, cependant, c'est l'inverse : les minimums ($\sim$ 1.1 μGal) des résidus sont atteints autour -60 et 60°N et les maximums ($\sim$ 2.2 μGal) au niveau des pôles. Une fois apodisées dans le domaine spectral, les résidus s'étalent entre 2-3 et 7-8 μGal pour les solutions du CSR et du GFZ. Les profils en latitude des résidus et des erreurs étalonnées se comportent de façon similaires. Cependant des variations dans les écarts entre les deux profils avec la latitude sont visibles. Après apodisation, pour les solutions du CSR et du GFZ, la variation de ces écarts avec la latitude diminue fortement. Pour les solutions du GRGS, l'accord entre les erreurs fournies par le centre de traitement et celles obtenues par les résidus est très bon pour des latitudes comprises entre -50 et 50°N environ. Au-delà, l'écart s'agrandit de plus en plus en direction des pôles. L'effet du filtre de Swenson & Wahr (2006) avant apodisation (A3050SW) ou non (SW) est également montré.

2.3.3 Comparaison des données satellites et sol

Utiliser des techniques spatiales pour suivre et étudier les mouvements de masses sur Terre a un intérêt certain pour obtenir de l'information aux endroits difficiles d'accès. Toutefois les données satellitaires ne sont intéressantes et fiables que si elles peuvent être comparées aux données sol. Les données GRACE sont très largement utilisées pour l'étude de l'hydrologie globale, l'étude du rebond post-glaciaire et l'étude de la cryosphère. Qu'en est-il des comparaisons sol/satellites ?

2.3.3.1 Cas de l'hydrologie continentale

L'amplitude des variations annuelles du bassin amazonien est la plus grande observable à la surface du globe. Cette région est donc de premier choix pour une comparaison entre les observations issues des stations GPS installées dans la région et celles issues des satellites GRACE. Davis et al. (2004) utilisent les solutions GRACE pour estimer les déplacements verticaux, entre avril 2002 et avril 2004, associés au signal hydrologique du bassin amazonien. Pour passer de la variation du potentiel gravitationnel ΔV, au déplacement radial du sol r^a, ils utilisent la relation suivante

$$r^a(\theta,\lambda,a,t) = a\sum_{n=2}^{N}\left(\frac{h'_n}{1+k'_n}\right)\sum_{m=0}^{n}\left[C_n^m(t)\cos(m\lambda)+S_n^m(t)\sin(m\lambda)\right]P_n^m(\cos(\theta)). \quad (2.22)$$

Dans cette relation interviennent les nombres de Love de surcharge élastiques h'_n et k'_n. Les déformations déduites des solutions GRACE ne possèdent cependant pas les composantes harmoniques de degré 1. Ces déformations diffèrent donc de celles déduites des observations GPS référencées par rapport au centre de masse de la Terre. En ajoutant le terme de degré 1 aux solutions GRACE, Davis et al. (2004) obtiennent un bon accord entre les déplacements déduits des données GPS et ceux obtenus à partir des solutions GRACE. Plus tard, van Dam et al. (2007) étudient les déformations élastiques induites par le signal hydrologique en Europe. Ils prennent soin d'ajuster et de retirer les termes de degré 1 du champ de déplacement déduit des observations GPS et obtenu à partir d'un ajustement simultané des données globales. Ils comparent alors les déplacements déduits des solutions GRACE avec ceux fournis par les stations GPS. Ils n'arrivent cependant pas à un accord cohérent sur l'ensemble du réseau GPS. Ils analysent alors les erreurs pouvant provenir des solutions GRACE et celles liées aux GPS et déduisent que les écarts constatés proviennent essentiellement de la technique GPS. Toutefois, Tregoning et al. (2009b) utilisent des séries GPS et GRACE plus longues et montrent, après ajout des termes de degré 1 aux solutions GRACE, que finalement un bon accord peut-être obtenu entre ces deux types d'observations, et plus particulièrement pour la composante verticale du déplacement.

D'autres études ont été réalisées à partir du réseau de gravimètres supraconducteurs du réseau GGP[22] (Crossley et al., 1999). Hinderer et al. (2006) étudient les variations saisonnières de la gravité à partir de modèles d'hydrologie continentale, des satellites GRACE et de six gravimètres supraconducteurs en Europe. Ils montrent un accord raisonnable entre les trois types de données. Toutefois des précautions sont à prendre lorsqu'il s'agit de comparer les données gravimétriques sol et satellite. En effet des écarts plus importants sont observés pour les stations souterraines. Ces écarts sont alors associés à l'influence locale des variations de masse. Crossley et al. (2009) mettent également en avant un bon accord entre les observations GRACE et celles du réseau GGP à partir d'une décomposition EOF. Cette décomposition permet en effet d'extraire la composante principale des variations saisonnières en s'acquitant des phases relatives à chaque station.

2.3.3.2 Cas du rebond post-glaciaire

Dans le cas du rebond post-glaciaire lié aux variations de masses de glace passée ou actuelle, il s'agit de regarder les variations séculaires de la gravité. La relation (2.22) peut également être utilisée pour estimer les déplacements du sol à partir des solutions GRACE

[22] GGP pour *Global Geodynamic Project*.

induits par des variations actuelles de masse de glace. Elle ne permet cependant pas de déduire les mouvements de la surface engendrés par la dernière déglaciation du Pléistocène. En effet, dans la relation (2.22) interviennent les nombres de Love de surcharges élastiques qui supposent que les variations de masses ont lieu dans une couche mince à la surface de la Terre et engendrent des déformations élastiques. Pour rendre compte des déformations visqueuses associées à la dernière déglaciation du Pléistocène, il faut faire appel aux nombres de Love visco-élastiques dont l'utilisation nécessite de connaître l'histoire de la déglaciation (Sect. 3.3.3.2).

Steffen et al. (2009a) mesurent au moyen de FG5 les valeurs absolues de la gravité entre 2003 et 2007 sur 11 sites répartis en Fennoscandie. Les mesures ont été co-localisées avec des mesures GPS permettant ainsi de corriger les valeurs de gravité de l'effet du gradient à l'air libre provoqué par le déplacement de la surface. À partir de ces mesures, ils estiment en chaque site une tendance en gravité qu'ils associent à l'efffet de la dernière déglaciation du Pléistocène. Ces tendances sont ensuite comparées à celles déduites des solutions GRACE du GFZ, du CSR et de l'ITG[23]. Un bon accord est alors obtenu avec les solutions du GFZ. Toutefois, la résolution des satellites GRACE, d'environ 400 km, englobe parfois plusieurs stations et une comparaison avec des mesures individuelles au sol est alors délicate.

Khan et al. (2010b) ont montré que les solutions GRACE sous-estiment les déplacements induits par les variations actuelles de glace aux stations GPS situées sur la côte groenlandaise et qu'après une mise à l'échelle un bon accord est obtenu. Cet écart est lié à la sensibilité des GPS aux variations de masse se produisant à proximité. Les stations GPS côtières sont souvent localisées près des fronts des glaciers subissant de plus grandes variations de masse de glace. Les satellites GRACE, du fait de leur altitude, ne peuvent séparer les variations de masses cotières de celles se produisant à l'intérieur des terres et fournissent en conséquence des variations de masse moyennes. Ces variations moyennes conduisent alors à des déplacements verticaux moyens inférieurs à ceux observés par les GPS. Ces deux types d'observations permettent d'avoir une vue intégrée des variations de masse de glace se produisant au Groenland.

2.3.3.3 Conclusions

Nous avons présenté les méthodes gravimétriques au sol (AG, SG) et satellitaire (GRACE) pour observer des variations de masse sur Terre. Celles-ci sont par exemple utilisées pour le suivi des processus hydrologiques. Elles sont également employées pour l'estimation des variations séculaires du champ de gravité traduisant, entre autre, les effets de la déglaciation passée ou actuelle. Nous avons vu que les solutions de la mission GRACE convergent avec les observations géodésiques (GPS) lorsque les processus étudiés font intervenir des mouvements du sol induits par des déformations élastiques (cycles hydrologiques, amincissement actuel des glaciers). Cet accord indique que l'utilisation conjointe d'observations gravimétriques et géodésiques peut nous permettre d'améliorer la compréhension des processus impliquant des variations rapides de masse à la surface de la Terre. Ceci traduit également que l'empreinte du signal observé par GRACE possède des caractéristiques similaires à celui mesuré par les GPS. Lorsque les déformations de la surface du sol sont liées à la dernière déglaciation du Pléistocène, de telles comparaisons sont plus délicates. L'hypothèse valable précédemment pour des charges en surface qui induisent des déformations élastiques ne l'est plus lorsque celles-ci sont visqueuses. L'uti-

[23]ITG pour *Institute for Geodesy and Geoinformation of the University of Bonn*.

lisation de gravimètres liés à la surface de la Terre peut alors potentiellement apporter de l'information sur les mouvements de masse induisant ces déformations. Le point essentiel étant l'identification des différentes sources, ainsi que leur contribution, qui produisent les effets géodésiques et gravimétriques observés, il est important de pouvoir faire le lien entre les observations faites au sol avec celles faites à partir des satellites. Cela peut se faire en modélisant les mouvements des masses sur Terre et en estimant la réponse de la Terre à ses mouvements. Dans le chapitre suivant, nous introduisons les éléments théoriques nécessaires pour modéliser le comportement de la Terre face à des redistributions de masse en surface.

Chapitre 3

Modéliser les déformations de la Terre soumise à une charge en surface

Sommaire

3.1 Rappels de mécanique des milieux continus 68
3.1.1 Notions de mécanique des milieux continus 68
3.1.2 Rhéologie de Maxwell 72
3.2 Déformations élastiques d'un demi-espace homogène 74
3.2.1 Formulation dans le domaine spatial 74
3.2.2 Détermination des fonctions de Green 75
3.2.3 Fonctions de Green à la surface du demi-espace 77
3.3 Déformations visco-élastiques d'un modèle sphérique de Terre . 78
3.3.1 Équations de la gravito-élasticité 78
3.3.2 Déformation d'une Terre sphérique et élastique 80
3.3.3 Extension aux déformations visco-élastiques 86
3.4 Application à l'estimation des effets produits par l'amincissement actuel des glaciers 90
3.4.1 Introduction 90
3.4.2 Étude de cas 91
3.4.3 Synthèse sur la mesurabilité de l'amincissement actuel 97
3.5 Conclusions 98

La Terre est une planète de grande dimension donnant ainsi à la gravitation un rôle important. En effet, la gravitation propre de la Terre lui confère une forme quasi-sphérique où la pression en son centre peut atteindre de grandes valeurs ($\sim 10^{11}$Pa). Le but de ce chapitre est d'utiliser les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus pour décrire les déformations d'un modèle de Terre qui subit une légère perturbation (Sect. 3.1). Elles dépendent, notamment, de l'état du milieu, solide ou fluide, et de sa rhéologie. L'étude des déformations subies par la Terre passe par le calcul des nombres de Love, qui ont été introduits par Love (1909) et Shida pour l'étude des déformations élastiques de la Terre (Sects. 3.3.1 et 3.3.2). Le problème de la déformation de la Terre ne se réduit pas simplement au calcul du champ des déplacements, il faut également tenir compte des variations du champ de gravité induit par le changement de forme de la planète. La modification du potentiel gravifique exerce alors une force déformant à son tour la Terre. Ainsi la théorie de la gravito-élasticité permet d'étudier le champ des déplacements et le potentiel gravifique alors couplés. La gravito-visco-élasticité est une extension de cette théorie qui permet l'étude des déformations d'un corps visco-élastique (Sect. 3.3.3). Il est en effet important de prendre en compte pour certains phénomènes géophysiques, glaciation et déglaciation par exemple, le comportement visqueux de la Terre. Dans la section 3.4, nous appliquons la théorie de la gravito-élasticité à la variation rapide des

masses de glace se produisant actuellement à la surface de la Terre. Les résultats de cette section ont fait l'objet d'un article publié en 2009 (Mémin A., Rogister Y., Hinderer J., Llubes M., Berthier E. et Boy J.-P.. Ground deformation and gravity variations modelled from present-day ice-thinning in the vicinity of glaciers, *Journal of Geodynamics*, **48**, 195–203, 2009, voir annexe C). Dans la section 3.5, nous concluons avec l'observation de cette variation des masses de glace à l'aide d'instruments géodésiques ou gravimétriques.

3.1 Rappels de mécanique des milieux continus

3.1.1 Notions de mécanique des milieux continus

On s'intéresse aux déformations que subit la Terre lorsqu'elle est soumise à une petite perturbation. On suppose que les déformations sont petites devant le rayon moyen de la Terre (6371 km). Dans la suite, on effectuera toujours l'approximation des petites perturbations. Cette section s'inspire en grande partie de l'ouvrage de Coirier & Nadot-Martin (2007).

3.1.1.1 Descriptions lagrangienne et eulérienne

Lorque l'on étudie un mouvement de particules dans l'espace muni d'un repére (O, $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, \mathbf{e_3}$) on peut suivre une particule et regarder son mouvement par rapport à sa position de départ, $\mathbf{x_0}$, ou, se fixer un point de l'espace $\mathbf{x}$ et regarder passer les particules en ce point. Si on note $\mathbf{u}$ le déplacement de la particule depuis sa position initiale jusqu'à la position $\mathbf{x}$, on a

$$\mathbf{x} = \mathbf{x_0} + \mathbf{u}(\mathbf{x_0}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{x_0}, t)$$

De même lorsque l'on étudie l'évolution d'une propriété physique q d'un milieu, on peut la regarder en un point de ce milieu, c'est la description spatiale, ou regarder comment évolue cette propriété lorsqu'elle est liée à une particule, c'est la description matérielle. On parle aussi de description eulérienne pour le premier cas et de description lagrangienne pour le second. En description lagrangienne la propriété physique dont on veut étudier l'évolution s'écrira $q^l(\mathbf{x_0}, t)$ et en description eulérienne on écrira $q^e(\mathbf{x}, t)$. Qu'on utilise l'une ou l'autre des deux descriptions, on a

$$\begin{cases} q^e(\mathbf{x}(\mathbf{x_0}, t), t) = q^l(\mathbf{x_0}, t) \\ q^l(\mathbf{x_0}(\mathbf{x}, t), t) = q^e(\mathbf{x}, t). \end{cases} \tag{3.1}$$

En $t = 0$, il vient,

$$\begin{cases} q^e(\mathbf{x}(\mathbf{x_0}, 0), 0) = q^l(\mathbf{x_0}, 0) \\ q^l(\mathbf{x_0}(\mathbf{x}, 0), 0) = q^e(\mathbf{x}, 0). \end{cases} \tag{3.2}$$

Si les quantités $q^l(\mathbf{x_0}, t)$ et $q^e(\mathbf{x}, t)$ subissent une perturbation lagrangienne $\delta q^l(\mathbf{x_0}, t)$ et eulérienne $\Delta q^e(\mathbf{x}, t)$, respectivement, par rapport à leur état initial, on a

$$q^l(\mathbf{x_0}, t) = q^l(\mathbf{x_0}, 0) + \delta q^l(\mathbf{x_0}, t)$$

et

$$q^e(\mathbf{x}, t) = q^e(\mathbf{x}, 0) + \Delta q^e(\mathbf{x}, t).$$

Puisque

$$\begin{aligned} q^e(\mathbf{x}, 0) &= q^e(\mathbf{x}(\mathbf{x_0}, t), 0) \\ &= q^e(\mathbf{x_0} + \mathbf{u}(\mathbf{x_0}, t), 0) \\ &\simeq q^e(\mathbf{x}(\mathbf{x_0}, 0), 0) + \mathbf{u} \cdot \nabla q^e(\mathbf{x}(\mathbf{x_0}, t), 0), \end{aligned}$$

où $\simeq$ signifie que la relation est vraie au premier ordre en $\mathbf{u}$, on obtient une relation entre perturbation lagrangienne et eulérienne :

$$\delta q^l(\mathbf{x},t) \simeq \Delta q^e(\mathbf{x},t) + \mathbf{u}\cdot\nabla q^e(\mathbf{x},0). \tag{3.3}$$

3.1.1.2 Contraintes

On note $\mathbf{T}(\mathbf{x},t,\mathbf{n})$ la distribution surfacique de forces représentant les efforts de contact sur un certain domaine D d'un système matériel. Cette distribution de forces, aussi appelée vecteur contrainte, s'applique en un point M de la surface S du domaine D qui est décrit par la variable eulérienne $\mathbf{x}$ à l'instant t. Ce vecteur est aussi défini pour une direction $\mathbf{n}$ caractérisant l'orientation de la surface S délimitant le domaine D. On peut montrer que :

- si $\mathbf{n}$ est un vecteur unitaire alors $\mathbf{T}(M,t,-\mathbf{n}) = -\mathbf{T}(M,t,\mathbf{n})$,
- en tout point M et à chaque instant t, la dépendance du vecteur contrainte par rapport à $\mathbf{n}$ est linéaire,
- il existe un champ tensoriel d'ordre 2, $\bar{\bar{\sigma}}^e$, appelé tenseur des contraintes de Cauchy tel que
$$\mathbf{T}(M,t,\mathbf{n}) = \bar{\bar{\sigma}}^e(M,t)\mathbf{n},$$
- le tenseur de Cauchy au point M et à l'instant t est symétrique, il est formulé dans le cadre de la description eulérienne.

À l'instant t, l'élément de surface dS, d'aire dA, subit la force élémentaire suivante

$$d\mathbf{f} = \bar{\bar{\sigma}}^e\mathbf{n}dA. \tag{3.4}$$

Dans le cadre de la description lagrangienne, on cherche à exprimer $d\mathbf{f}$ en fonction de l'élément de surface initiale dS_0 d'aire dA_0. Pour cela on introduit le tenseur gradient de la transformation $\bar{\bar{F}}$ d'ordre 2 défini par :

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_{0j}}, \tag{3.5}$$

avec i et j dans $\{1, 2, 3\}$, et décrivant le comportement des distances entre deux positions lors d'un mouvement. Le jacobien J est le déterminant de $\bar{\bar{F}}$ et se définit à l'instant t par :

$$J(\mathbf{x_0},t) = \frac{D(x_1,x_2,x_3)}{D(x_{01},x_{02},x_{03})}. \tag{3.6}$$

On définit également le tenseur inverse du tenseur gradient de la transformation $\bar{\bar{F}}$, le tenseur d'ordre 2, $\bar{\bar{G}}$, tel que :

$$G_{ij} = \frac{\partial x_{0i}}{\partial x_j}. \tag{3.7}$$

En notant $\mathbf{n_0}$ la direction de l'élément de surface initial, on peut montrer que

$$d\mathbf{f} = \bar{\bar{\sigma}}^e\mathbf{n}dA = J\bar{\bar{\sigma}}^e\bar{\bar{G}}^T\mathbf{n_0}dA_0. \tag{3.8}$$

Le nouveau tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}^{PL} = J\bar{\bar{\sigma}}^e\bar{\bar{G}}^T$ ainsi obtenu est le tenseur de Piola-Lagrange. Ce tenseur est ambigu en terme de description eulérienne ou lagrangienne puisqu'il décrit la traction élémentaire à un instant t à partir de la configuration initiale. Pour avoir un tenseur des contraintes purement lagrangien, il faut définir une force fictive $d\mathbf{f_0}$ attachée à l'élément de surface initial et telle que $d\mathbf{f} = \bar{\bar{F}}d\mathbf{f_0}$. Il vient alors naturellement

$$d\mathbf{f_0} = \bar{\bar{G}}J\bar{\bar{\sigma}}^e\bar{\bar{G}}^T\mathbf{n_0}dA_0 = \bar{\bar{\sigma}}^l\mathbf{n_0}dA_0. \tag{3.9}$$

Le tenseur $\bar{\bar{\sigma}}^l$ ainsi défini est appelé tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff, il est symmétrique et purement lagrangien.

3.1.1.3 Équations fondamentales

Conservation de la masse Soit ρ la masse volumique en un point du milieu et $\mathbf{v}$ la vitesse eulérienne des particules de ce milieu, le bilan de la quantité de matière qui entre et qui sort du domaine D de volume V délimité par la surface S donne

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho dV + \int_S \rho \mathbf{v}\cdot\mathbf{n} dS = 0 \tag{3.10}$$

où $\mathbf{n}$ est la normale extérieure à S. En remplaçant l'intégrale de surface par une intégrale de volume, et en utilisant l'expression suivante de la dérivée particulaire

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\rho,$$

l'équation (3.10) devient

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{v})\right) dV = 0. \tag{3.11}$$

Cette égalité est vraie quelque soit le volume considéré. On obtient ainsi localement

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{v}) = 0. \tag{3.12}$$

Cette relation est la loi de conservation de la masse dans sa formulation eulérienne. En supposant que le milieu a subi une petite perturbation ρ_1 de sa masse volumique dont l'état initial est ρ_0, il vient

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0+\rho_1) + \nabla\cdot(\rho_0+\rho_1)\,\mathbf{v} = 0. \tag{3.13}$$

La petite perturbation engendre de petits déplacements, on obtient en négligeant les termes d'ordre deux

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla\cdot\rho_0\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0. \tag{3.14}$$

Ce qui finalement conduit à

$$\rho_1 + \nabla\cdot\rho_0\mathbf{u} = 0. \tag{3.15}$$

Conservation de la quantité de mouvement La seconde loi de Newton appliquée au volume V délimité par la surface S du domaine D nous donne

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\mathbf{v} dV = \int_S \bar{\bar{\sigma}}^e\mathbf{n} dS + \int_V \mathbf{f} dV, \tag{3.16}$$

où $\mathbf{f}$ est la résultante des forces volumiques extérieures. En transformant l'intégrale de surface en intégrale de volume et en utilisant la propriété (3.12) il vient,

$$\int_V \rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} dV = \int_V (\nabla\cdot\bar{\bar{\sigma}}^e + \mathbf{f}) dV. \tag{3.17}$$

Cette égalité étant vraie quel que soit le volume V considéré, on a localement,

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla\cdot\bar{\bar{\sigma}}^e + \mathbf{f}. \tag{3.18}$$

On suppose que le milieu est perturbé et que la seule force de volume à laquelle il est soumis est son propre poids $\rho\mathbf{g}$, où $\mathbf{g}$ est l'accélération de la pesanteur. Comme pour la

masse volumique pour la conservation de la masse, on peut décomposer le tenseur des contraintes eulérien en une partie initiale $\bar{\bar{\sigma}}_0^e$ et une partie perturbée $\bar{\bar{\sigma}}_1^e$. On décompose de même l'accélération de la gravité ($\mathbf{g_0}$ pour l'état initial, $\mathbf{g_1}$ pour l'état perturbé). L'équation (3.18) se réécrit alors

$$(\rho_0 + \rho_1)\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla.(\bar{\bar{\sigma}}_0^e + \bar{\bar{\sigma}}_1^e) + (\rho_0 + \rho_1)(\mathbf{g_0} + \mathbf{g_1}). \tag{3.19}$$

Sachant qu'à l'instant initial on a

$$\nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}_0^e + \rho_0 \mathbf{g_0} = \mathbf{0}, \tag{3.20}$$

et en négligeant les termes de deuxième ordre, il vient

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}_1^e + \rho_1 \mathbf{g_0} + \rho_0 \mathbf{g_1}. \tag{3.21}$$

Le tenseur des contraintes pour une rhéologie donnée est généralement écrit dans sa formulation lagrangienne. En utilisant la relation (3.3), il vient

$$\bar{\bar{\sigma}}_1^l = \bar{\bar{\sigma}}_1^e + \mathbf{u} \cdot \nabla.\bar{\bar{\sigma}}_0^e = \bar{\bar{\sigma}}_1^e - \mathbf{u} \cdot \rho_0 \mathbf{g_0} \bar{\bar{I}}, \tag{3.22}$$

avec $\bar{\bar{I}}$ le tenseur identité d'ordre deux. Cela nous conduit alors à

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla.(\bar{\bar{\sigma}}_1^l) + \nabla(\mathbf{u} \cdot \rho_0 \mathbf{g_0}) - \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u})\mathbf{g_0} + \rho_0 \mathbf{g_1}. \tag{3.23}$$

Équation de Poisson L'équation de Poisson s'écrit pour le potentiel de gravité ϕ

$$\nabla^2 \phi = -4\pi G \rho, \tag{3.24}$$

avec $G = 6.6742 \times 10^{-11}$ m^3/kg/s^2 la constante de gravitation universelle. Cette équation exprime le potentiel de gravité défini par

$$\mathbf{g} = -\nabla \phi, \tag{3.25}$$

en fonction de la distribution des masses. En décomposant le potentiel en deux, avec ϕ_0 le potentiel initial et ϕ_1 le potentiel perturbé, il vient en utilisant la relation (3.15),

$$\nabla^2 \phi_1 = 4\pi G \rho_1 = -4\pi G \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{u}. \tag{3.26}$$

Cette dernière expression fournit la perturbation du potentiel de gravité suite à une nouvelle répartition des masses dans le corps déformé.

Équation constitutive On cherche à caractériser les déformations de la Terre lorsqu'elle subit une petite perturbation. En nous plaçant dans l'approximation des petites perturbations, le tenseur des déformations infinitésimales est défini comme étant un tenseur symétrique d'ordre 2. Ce tenseur, $\bar{\bar{\varepsilon}}$, est lié aux composantes du déplacement par la relation :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_{0j}} + \frac{\partial u_j}{\partial x_{0i}}\right). \tag{3.27}$$

Toute étude de la déformation d'un corps se traduit par une relation entre les contraintes à l'intérieur du corps et les déformations. Cette relation dite relation constitutive dépend évidemment de la rhéologie du corps qui traduit sa capacité à se déformer sous l'action de forces. Il est donc nécessaire de choisir la loi rhéologique la plus adaptée au matériau. Nous faisons le choix du modèle visco-élastique de Maxwell qui est le modèle le plus utilisé pour les études liées au rebond post-glaciaire (Peltier, 1974, 1985; Wu & Peltier, 1982; Han & Wahr, 1995; James & Ivins, 1998; Ivins & James, 2005). Cette rhéologie est décrite dans la section suivante.

3.1.2 Rhéologie de Maxwell

3.1.2.1 Introduction

Nous nous plaçons ici dans le cadre des régimes linéaires, c'est-à-dire que le corps qu'on étudie se déforme proportionnellement à la contrainte qui lui est appliquée. On suppose de plus que les déformations engendrées sont petites devant la taille caractéristique de ce corps, soit pour la Terre son rayon. On rappelle l'hypothèse forte que des petits déplacements engendrent des petites déformations ce qui constitue l'approximation des petites perturbations. Se placer dans le cadre des régimes linéaires et l'approximation des petites perturbations pour l'étude d'un corps visco-élastique nous conduit à la visco-élasticité linéaire. Ce qui suit est inspiré, en partie, de l'ouvrage de Oswald (2005).

L'utilisation schématique de l'association de ressort, comportement élastique, et de piston, comportement visqueux, en série ou en parallèle permet de visualiser le comportement de corps visco-élastique tel que celui de Maxwell. Le modèle de Maxwell est un modèle de corps visco-élastique qui se comporte comme un solide élastique pour les courtes échelles de temps et comme un fluide visqueux pour les longues échelles de temps. Ce type de modèle s'illustre par l'association en série d'un ressort avec un piston. Quand deux éléments sont associés en série les contraintes s'égalent alors que les déformations s'ajoutent. [1]

En posant $\bar{\bar{\tau}} = \bar{\bar{\sigma}}^l$, il vient pour un corps de Maxwell soumis à un cisaillement simple

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\tau}_{ij}}{2\mu_e} + \frac{\tau_{ij}}{\eta_n}$$

avec μ_e le module de cisaillement élastique, et η_n la viscosité dynamique newtonienne. Le point indique ici une dérivée temporelle. La résolution de cette équation du premier ordre conduit, si l'on considère que le taux de déformation est constant, à

$$\tau_{ij}(t) = \eta_n \dot{\varepsilon}_{ij}(1 - e^{-\frac{t}{t_m}})$$

avec $t_m = \frac{\eta_n}{2\mu_e}$ le temps de relaxation visco-élastique.

De façon générale la contrainte dépend de l'histoire de la déformation, on a alors

$$\tau_{ij}(t) = \frac{\eta_n}{t_m} \int_{-\infty}^{t} \dot{\varepsilon}_{ij} e^{-\frac{t-t'}{t_m}} dt' \tag{3.28}$$

où la borne inférieure de l'intégrale montre la dépendance de toute l'histoire de la déformation alors que la borne supérieure assure le principe de causalité. La contrainte ne prend pas en compte la déformation à venir.

3.1.2.2 Multiplicité des constantes de relaxation

On peut généraliser le modèle de Maxwell précédent en associant en parallèle N_c couples constitués d'un ressort et d'un piston préalablement mis en série. Chaque couple ressort-piston k possède un module de cisaillement μ_e^k et une viscosité η_n^k. La contrainte totale pour le corps visco-élastique s'obtient alors en sommant chaque contrainte τ_{ij}^k subie par chaque couple. On obtient

$$\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{N_c} \tau_{ij}^k = \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\eta_n^k}{t_m^k} \int_{-\infty}^{t} \dot{\varepsilon}_{ij} e^{-\frac{t-t'}{t_m^k}} dt' \tag{3.29}$$

[1] À l'inverse, pour deux éléments associés en parallèle les contraintes s'ajoutent alors que les déformations sont égales.

avec $t_m^k = \frac{\eta_n^k}{2\mu_e^k}$. On peut encore noter

$$\begin{aligned}\tau_{ij}(t) &= \int_{-\infty}^{t} \dot{\varepsilon}_{ij} \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\eta_n^k}{t_m^k} e^{-\frac{t-t'}{t_m^k}} dt' \\ &= \int_{-\infty}^{t} \dot{\varepsilon}_{ij} \sum_{k=1}^{N_c} M_k(t-t') dt' \\ &= \int_{-\infty}^{t} M(t-t') \dot{\varepsilon}_{ij} dt' \end{aligned} \tag{3.30}$$

où l'on a introduit le module de relaxation des contraintes de cisaillement discret

$$M(t) = \sum_{k=1}^{N_c} M_k(t) = \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\eta_n^k}{t_m^k} e^{-\frac{t}{t_m^k}}. \tag{3.31}$$

En considérant une déformation instantanée du type

$$\varepsilon_{ij}(t) = \varepsilon_{ij}^0 H(t)$$

avec H la fonction de Heaviside, on a alors

$$\dot{\varepsilon}_{ij}(t) = \varepsilon_{ij}^0 \delta(t)$$

où $\delta(t)$ est la distribution de Dirac. La contrainte se déduit facilement et l'on trouve,

$$\tau_{ij}(t) = \int_{-\infty}^{t} M(t-t') \varepsilon_{ij}^0 \delta(t') dt' = \varepsilon_{ij}^0 M(t). \tag{3.32}$$

Avec la définition de $M(t)$ on voit clairement qu'instantanément ($t = 0$) la réponse est élastique ($\tau_{ij}(0) = \sum_{k=1}^{N_c} 2\mu_e^k \varepsilon_{ij}^0$) alors que pour un temps infiniment long la contrainte tend vers 0, soit le comportement d'un fluide.

Pour mettre en relation la contrainte à un instant t avec les déformations subies antérieurement, on intègre par partie $\tau_{ij}(t)$ ce qui nous donne,

$$\tau_{ij}(t) = \varepsilon_{ij}(t) M(0) - \varepsilon_{ij}(-\infty) M(+\infty) + \int_{-\infty}^{t} \dot{M}(t-t') \varepsilon_{ij}(t') dt'. \tag{3.33}$$

Avec

$$-\varepsilon_{ij}(t) \int_{-\infty}^{t} \dot{M}(t-t') dt' = \varepsilon_{ij}(t) M(0) - \varepsilon_{ij}(t) M(+\infty),$$

et

$$M(+\infty) = 0$$

on a

$$\begin{aligned}\tau_{ij}(t) &= -\varepsilon_{ij}(t) \int_{-\infty}^{t} \dot{M}(t-t') dt' + \int_{-\infty}^{t} \dot{M}(t-t') \varepsilon_{ij}(t') dt' \\ &= \int_{-\infty}^{t} \dot{M}(t-t') (\varepsilon_{ij}(t') - \varepsilon_{ij}(t)) dt' \\ &= \int_{-\infty}^{t} m(t-t') (\varepsilon_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}(t')) dt', \end{aligned} \tag{3.34}$$

où l'on a posé $m(t-t') = -\dot{M}(t-t')$. Cette fonction est appelée fonction mémoire. Elle relie la contrainte à l'instant t avec la déformation à ce même instant relativement à une déformation antérieure. L'amplitude de cette fonction est alors maximale en $t = t'$ et nulle pour t' tendant vers $-\infty$. Ainsi il apparaît clairement que plus on s'étend dans le temps, moins le matériel se souvient.

3.1.2.3 Généralisation au cisaillement compressif

Nous avons présenté le corps de Maxwell lorsqu'il est soumis uniquement à un cisaillement simple. Quand il est également soumis à une compression les relations se modifient. Pour un solide élastique isotrope, la relation constitutive devient

$$\tau_{ij} = \lambda_e \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu_e \varepsilon_{ij} \tag{3.35}$$

avec λ_e et μ_e les paramètres de Lamé et δ_{ij} le symbole de Kronecker. Pour un fluide newtonien,

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\eta_n \dot{\varepsilon}_{ij} \tag{3.36}$$

où $p = -\frac{1}{3}\tau_{kk}$. La loi rhéologique de Maxwell s'écrit désormais :

$$\dot{\tau}_{ij} + \frac{\mu_e}{\eta_n}(\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij}) = 2\mu_e \dot{\varepsilon}_{ij} + \lambda_e \dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij}. \tag{3.37}$$

Nous cherchons à décrire la réponse de la Terre à la suite d'une variation de masse de glace en surface. Cette variation se produit sur plusieurs échelles spatiales allant du glacier (quelques kilomètres) à la calotte polaire (plusieurs milliers de kilomètres). On s'intéresse dans un premier temps à la variation de masse de glace se produisant actuellement sur un ou plusieurs glaciers. Cette variation est rapide et se produit sur une petite dimension spatiale. L'utilisation, en premier lieu, d'un demi-espace homogène semble alors adaptée aux dimensions du problème. Dans la section qui suit est présentée la réponse élastique d'un tel milieu lorsqu'il est soumis à une charge en surface.

3.2 Déformations élastiques d'un demi-espace homogène

Les fonctions de Green sont couramment utilisées pour calculer la déformation de la Terre induite par des charges en surface (Longman, 1962, 1963; Farrell, 1972; Peltier, 1974). Elles caractérisent la réponse de la Terre aux forces gravitationnelles et de pression créées à la surface par une masse ponctuelle. La déformation produite par une charge en surface d'une certaine dimension est ensuite obtenue en convoluant la masse volumique de la charge avec les fonctions de Green. Le formalisme de Farrell (1972) est utilisé pour calculer les fonctions de Green du déplacement, de la variation de gravité et de l'inclinaison du sol pour un demi-espace homogène et, plus tard, pour un modèle de Terre réaliste (voir section 3.3).

3.2.1 Formulation dans le domaine spatial

Les équations de Boussinesq décrivent la déformation élastique d'un demi-espace homogène. Comme présenté par Farrell (1972) la gravité initiale n'est pas prise en compte car elle serait infinie pour une redistribution de masse aux dimensions infinies. Les déplacements $\mathbf{u}$ sont calculés en résolvant le problème purement élastique décrit par l'équation, simplifiée, de l'équilibre des forces :

$$\eta \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu_e \nabla^2 \mathbf{u} = 0, \tag{3.38}$$

où $\eta = \lambda_e + \mu_e$. La force exercée par une masse ponctuelle unitaire est supposée être donnée par $\mathbf{g}_0$, qui est perpendiculaire à la surface du demi-espace et dont la norme g_0 est prise égale à la gravité initiale à la surface d'un modèle réaliste de Terre. La variation de gravité est réintroduite plus tard dans le problème à l'aide de l'équation de Poisson (3.26) appliquée à la perturbation du potentiel gravifique ϕ_1, $\mathbf{u}$ étant solution de l'équation (3.38). De cette manière, les variations de gravité induites par la redistribution des masses sont calculées.

3.2.2 Détermination des fonctions de Green

On choisit un système de coordonnées cylindriques ayant pour vecteurs de base $\mathbf{e_R}$, $\mathbf{e}_\varphi$ et $\mathbf{e_z}$. La profondeur est supposée négative vers le bas. La symétrie induite par la force exercée par une masse ponctuelle unitaire en surface ($z = 0$) conduit à

$$\mathbf{u} = u_R(R, z)\mathbf{e_R} + u_z(R, z)\mathbf{e_z}. \tag{3.39}$$

u_R et u_z sont respectivement les fonctions de Green pour les déplacements horizontaux et verticaux. On introduit ensuite les transformées de Hankel d'ordre 0 et 1 sur R respectivement pour les composantes verticale et horizontale des déplacements et des contraintes. On en déduit un système d'équations différentielles ordinaires. On pose U_z et U_R les transformées pour les déplacements. En utilisant les conditions aux limites d'une surface libre, on obtient, dans le domaine de Hankel, les solutions générales suivantes

$$\begin{bmatrix} U_z \\ U_R \end{bmatrix} = -\frac{g_0}{4\pi\mu_e k} \begin{bmatrix} \frac{\beta_e}{\eta} - kz \\ \frac{\mu_e}{\eta} + kz \end{bmatrix} e^{kz}, \tag{3.40}$$

où $\beta_e = \lambda_e + 2\mu_e$ et k est le nombre d'onde de Hankel. Les solutions (3.40) diffèrent de celles de Farrell (1972) d'un facteur g_0 car on suppose une force verticale $\mathbf{d}$ d'une masse ponctuelle unitaire, plutôt qu'une force unitaire (Farrell, 1972), s'exerçant uniformément sur un disque de rayon α à la surface du demi-espace :

$$\mathbf{d} = -\frac{g_0}{\pi\alpha^2}\mathbf{e_z} \qquad \text{pour } R < \alpha. \tag{3.41}$$

La formulation dans le domaine de Hankel de l'équation (3.41) est

$$\mathbf{D} = -\frac{g_0}{2\pi}\frac{2J_1(k\alpha)}{k\alpha}\mathbf{e_z} \qquad \text{pour } R < \alpha, \tag{3.42}$$

avec J_1 la fonction de Bessel de premier ordre. Quand le disque se réduit à un point, il vient

$$\lim_{\alpha\to 0} \mathbf{D}.\mathbf{e_z} = -\frac{g_0}{2\pi}, \tag{3.43}$$

qui est la transformée de Hankel de $-g_0\delta(\mathbf{r})$ où $\delta(\mathbf{r})$ est la fonction de Dirac en coordonnées cylindriques. Dans la suite nous considérons l'approximation (3.43).

La variation de gravité est déduite des équations (3.25), (3.26) et (3.40) en introduisant la transformée de Hankel d'ordre 0, Φ_1, du potentiel de gravité perturbé ϕ_1 et en modifiant l'équation de Poisson (3.26) en

$$\ddot{\Phi}_1(k, z) - k^2\Phi_1(k, z) = -\frac{2G\rho_0}{\eta}e^{kz} \qquad \text{pour } z \leq 0, \tag{3.44}$$

$$\ddot{\Phi}_1(k, z) - k^2\Phi_1(k, z) = 0 \qquad \text{pour } z \geq 0. \tag{3.45}$$

Les deux points représentent la dérivée partielle de second ordre par rapport à z. Les conditions aux limites pour les équations (3.44) et (3.45) nécessitent que ϕ_1 et $\nabla\phi_1 + 4\pi G(\rho_0\mathbf{u} - \frac{1}{g_0}\mathbf{d}).\mathbf{e_z}$ soient continus à travers la surface $z = 0$. En considérant la charge, on déduit la solution générale de la variation de gravité qui prend en compte l'attraction directe due à la charge, omise par Farrell (1972). Les conditions de continuité deviennent dans le domaine de Hankel,

$$[\Phi_1(k,z)]_{0^-}^{0^+} = 0, \tag{3.46}$$

et

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}\Phi_1(k,z)\right]_{0^-}^{0^+} = 4\pi G\left(\frac{\rho_0 g_0}{4\pi\mu_e k}\frac{\beta_e}{\eta} - \frac{1}{2\pi}\right). \tag{3.47}$$

Résoudre les équations (3.44) et (3.45) à partir des conditions (3.46) et (3.47) conduit à

$$\Phi_1(k,z) = -\frac{\rho_0 g_0 G}{2\mu_e k^2}\left(1 - \frac{2\mu_e k}{\rho_0 g_0} + \frac{2\mu_e}{\eta}kz\right)e^{kz} \qquad \text{pour } z \leq 0, \tag{3.48}$$

et

$$\Phi_1(k,z) = -\frac{\rho_0 g_0 G}{2\mu_e k^2}\left(1 - \frac{2\mu_e k}{\rho_0 g_0}\right)e^{-kz} \qquad \text{pour } z \geq 0. \tag{3.49}$$

D'après la relation (3.25) et en appliquant la transformée de Hankel d'ordre 0 et 1 aux composantes verticale et horizontale de $\mathbf{g_1}$, g_{1z} and g_{1R}, pour $z \geq 0$, et dénommant respectivement G_{1z} et G_{1R} les transformées correspondantes, nous avons,

$$\begin{bmatrix} G_{1R} \\ G_{1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k\Phi_1 \\ -\frac{\partial}{\partial z}\Phi_1 \end{bmatrix}. \tag{3.50}$$

Des équations (3.49) et (3.50) on déduit que

$$G_{1R}(k,z) = G_{1z}(k,z) = -\frac{\rho_0 g_0 G}{2\mu_e k}\left(1 - \frac{2\mu_e k}{\rho_0 g_0}\right)e^{-kz}. \tag{3.51}$$

Finalement la transformée de Hankel inverse d'ordre 0 est appliquée à U_z et G_{1z} et d'ordre 1 à U_R et G_{1R}. Utilisant les intégrales des fonctions de Bessel (Watson, 1998) on obtient les fonctions de Green suivantes, pour $z \leq 0$

$$u_R(R,\, z) = -\frac{g_0}{4\pi R\eta}\left[1 + \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} + \frac{\eta z R^2}{\mu_e\sqrt{(R^2+z^2)^3}}\right] \tag{3.52}$$

et

$$u_z(R,\, z) = -\frac{g_0}{4\pi\mu_e}\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\left[\frac{\beta_e}{\eta} + \frac{z^2}{(R^2+z^2)}\right], \tag{3.53}$$

où $\beta_e = \lambda_e + 2\mu_e$. À partir de l'équation de Poisson (3.26), on obtient pour $z \geq 0$

$$g_{1R}(R,\, z) = -\frac{G}{R\sqrt{R^2+z^2}}\left[-\frac{g_0\rho_0}{2\mu_e}(\sqrt{R^2+z^2} - z) + \frac{R^2}{R^2+z^2}\right], \tag{3.54}$$

et

$$g_{1z}(R,\, z) = -\frac{G}{\sqrt{R^2+z^2}}\left(-\frac{g_0\rho_0}{2\mu_e} + \frac{z}{R^2+z^2}\right). \tag{3.55}$$

3.2.3 Fonctions de Green à la surface du demi-espace

À partir des relations (3.52)-(3.55) on déduit qu'à la surface $z = 0$ du demi-espace, les fonctions de Green sont

$$u_R(R,\,0) = -\frac{g_0}{4\pi R\eta}, \tag{3.56}$$

$$u_z(R,\,0) = -\frac{g_0}{4\pi\mu_e R}\frac{\beta_e}{\eta}, \tag{3.57}$$

$$g_{1R}(R,\,0) = \frac{g_0\rho_0 G}{2\mu_e R} - \frac{G}{R^2}, \tag{3.58}$$

et

$$g_{1z}(R,\,0) = \frac{g_0\rho_0 G}{2\mu_e R}. \tag{3.59}$$

Le deuxième terme du membre de droite de l'équation (3.58) correspond à l'attraction gravitationnelle directement produite par la masse ponctuelle unitaire. À cause des propriétés de symétrie du problème, il n'y pas de tel terme pour la composante verticale de $\mathbf{g}_1(R,\,0)$. Deux autres termes d'accélération doivent être ajoutés à $\mathbf{g}_1$ pour obtenir les variations de gravité que pourrait mesurer un gravimètre à la surface de la Terre (Farrell, 1972; Dahlen & Tromp, 1998). En effet, le gravimètre, attaché à la surface de la Terre, est déplacé dans le champ de gravité initial d'un modèle de Terre sphérique. Par conséquent, il subit une variation de la composante verticale de la pesanteur qui correspond au gradient à l'air libre $2g_0u_z/a$, où a est le rayon moyen de la Terre. De plus, l'inclinaison de la surface induit une variation $g_0\partial u_z/\partial R$ de la composante horizontale du champ de gravité. En prenant en compte ces deux effets, les équations (3.58) et (3.59) doivent être modifiées pour devenir

$$g_{1R}^a = \frac{g_0\rho_0 G}{2\mu_e R} - \frac{G}{R^2} - g_0\frac{\partial u_z^a}{\partial R} \tag{3.60}$$

et

$$g_{1z}^a = \frac{g_0\rho_0 G}{2\mu_e R} + \frac{2g_0}{a}u_z^a, \tag{3.61}$$

respectivement. L'exposant a indique que les quantités sont évaluées à la surface du demi-espace. L'inclinaison t^a mesurée par un inclinomètre est la différence entre l'inclinaison du sol et celle du géoïde par rapport à leur position horizontale initiale (Rerolle et al., 2006). Il vient,

$$\begin{aligned} t^a &= \frac{\partial u_z^a}{\partial R} - \frac{g_{1R}^a}{g_0}, \\ &= -\frac{\rho_0 G}{2\mu_e R} + \frac{g_0\beta_e}{4\pi\mu_e\eta R^2} + \frac{G}{g_0 R^2}. \end{aligned} \tag{3.62}$$

Des équations (3.56), (3.57), et (3.61), on obtient les rapports

$$\frac{g_{1z}^a}{u_z^a} = -2\pi G\rho_0\frac{\eta}{\beta_e} + \frac{2g_0}{a}, \tag{3.63}$$

et

$$\frac{u_R^a}{u_z^a} = \frac{\mu_e}{\beta_e}. \tag{3.64}$$

En prenant $\lambda_e = 3.29 \times 10^{10}$ Pa, $\mu_e = 2.56 \times 10^{10}$ Pa, et $\rho_0 = 2\,500$ kg/m^3, ce qui correspond à une vitesse des ondes P de 5 800 m/s et une vitesse des ondes S de 3 200

m/s, on a $g_{1z}^a/u_z^a = 0.235$ μGal/mm, en accord avec le rapport calculé par de Linage et al. (2007) pour un modèle de Terre sphérique, élastique et auto-gravitante et $u_R^a/u_z^a = 0.304$.

Comme décrit ci-dessus, l'utilisation d'un modèle de demi-espace homogène est adaptée pour l'étude des déformations se produisant sur de petites dimensions spatiales. Pour des charges s'étendant plus largement dans l'espace, il est nécessaire de prendre en compte la sphéricité de la Terre. Nous décrivons dans la section qui suit les équations de la gravito-visco-élasticité, extension des équations de la gravito-élasticité, afin de modéliser les déformations se produisant sur une planète sphérique telle que la Terre.

3.3 Déformations visco-élastiques d'un modèle sphérique de Terre

3.3.1 Équations de la gravito-élasticité

3.3.1.1 Équations fondamentales linéarisées

Le déplacement statique infinitésimal $\mathbf{u}$ d'un milieu auto-gravitant ayant un comportement élastique linéaire et isotrope obéit à l'équation de l'équilibre des forces linéarisée pour laquelle les dérivées temporelles sont négligées. L'équation (3.23) devient alors

$$\nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho_0 \nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{g}_0) - \rho_0 \mathbf{g}_0 \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho_0 \mathbf{g}_1 = \mathbf{0}, \tag{3.65}$$

où $\bar{\bar{\tau}}$ est le tenseur des contraintes élastiques :

$$\bar{\bar{\tau}} = \lambda_e \nabla \cdot \mathbf{u}\, \bar{\bar{I}} + 2\mu_e \bar{\bar{\varepsilon}}, \tag{3.66}$$

$\bar{\bar{I}}$ et $\bar{\bar{\varepsilon}}$ étant les tenseur identité et des déformations infinitésimales (Éq. (3.27)). Dans l'équation (3.65), les forces de volume extérieures sont négligées.

Comme condition à la surface du modèle de Terre, nous avons que la traction normale est la force normale induite par le poids d'une masse ponctuelle unitaire. Les tractions tangentielles sont supposées nulles.

Nous considérons un modèle de Terre à symmétrie sphérique, non tournant, et ayant un comportement élastique isotrope (SNREI[2]). Contrairement au cas du demi-espace, où des approximations *ad hoc* ont été utilisées pour calculer les variations de gravité, il y a désormais un couplage direct décrit par les équations (3.25), (3.26), (3.65) et (3.66), entre les déformations élastiques et les variations de gravité.

3.3.1.2 Décomposition en harmoniques sphériques

Du fait de la symétrie sphérique du modèle de Terre, il est plus adapté d'étudier les déformations à partir de paramètres représentés dans un système de coordonnées sphériques r, θ, φ et de chercher les solutions du déplacement $\mathbf{u}$ et de la traction $\mathbf{T} = \bar{\bar{\tau}} \cdot \mathbf{r}/r$ sous la forme de développements en séries d'harmoniques sphériques complexes $Y_n^m(\theta, \varphi)$:

$$Y_n^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(cos(\theta)) e^{im\varphi}, \tag{3.67}$$

[2]SNREI pour *Spherically symmetric, Non-Rotating, and Elastically Isotropic*

où P_n^m est la fonction de Legendre associée de degré n et d'ordre m (voir annexe A). Les harmoniques sphériques constituent une base fonctionnelle. S'intéressant uniquement au problème sphéroïdal, on décompose alors les champs de déplacement et de traction en une partie radiale et une partie tangentielle, comme suit

$$\mathbf{u} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} U_n^m Y_n^m(\theta,\varphi)\frac{\mathbf{r}}{r} + V_n^m r \nabla_S Y_n^m(\theta,\varphi) \tag{3.68}$$

et

$$\mathbf{T} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} R_n^m Y_n^m(\theta,\varphi)\frac{\mathbf{r}}{r} + S_n^m r \nabla_S Y_n^m(\theta,\varphi), \tag{3.69}$$

où $\nabla_S = \nabla - \mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\nabla)$ désigne le gradient de surface. On a également pour le potentiel de redistribution des masses,

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \Phi_n^m Y_n^m(\theta,\varphi) \tag{3.70}$$

et on définit la variable auxiliaire Q_n^m par

$$Q_n^m = \dot{\Phi}_n^m + \frac{n+1}{r}\Phi_n^m + 4\pi G\rho_0 U_n^m \tag{3.71}$$

où le point désigne la dérivée par rapport à r. À cause de la symétrie sphérique, les déformations de degrés et ordres harmoniques différents sont découplées. De plus, l'ordre harmonique m n'apparaîtra pas dans les équations radiales du mouvement. Pour alléger l'écriture, nous omettrons donc l'exposant m dans les composantes des développements en harmoniques sphériques.

3.3.1.3 Système d'équations différentielles ordinaires radiales

L'ensemble des équations (3.15), (3.26), (3.65), (3.66), (3.68), (3.69), (3.70) et (3.71) nous permet de poser le problème dans le domaine de Laplace sous la forme (Alterman et al., 1959) :

$$\frac{dY}{dr} = AY$$

où $Y = (U_n\ V_n\ R_n\ S_n\ \Phi_n\ Q_n)^t$ si le milieu est solide et $Y = (U_n\ R_n\ \Phi_n\ Q_n)^t$ si le milieu est liquide.

Dans le cas solide le système différentiel s'écrit à partir de la matrice A suivante :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2\lambda_e}{r\beta_e} & \frac{n(n+1)\lambda_e}{r\beta_e} & \frac{1}{\beta_e} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{r} & \frac{1}{r} & 0 & \frac{1}{\mu_e} & 0 & 0 \\ \frac{4}{r}(\frac{\gamma_e}{r} - \rho_0 g_0) + s^2\rho_0 & -\frac{n(n+1)}{r}(\frac{2\gamma_e}{r} - \rho_0 g_0) & -\frac{4\mu_e}{r\beta_e} & \frac{n(n+1)}{r} & -\frac{\rho_0(n+1)}{r} & \rho_0 \\ \frac{1}{r}(\rho_0 g_0 - \frac{2\gamma_e}{r}) & -\frac{2\mu_e - n(n+1)(\gamma_e+\mu_e)}{r^2} + s^2\rho_0 & \frac{-\lambda_e}{r\beta_e} & \frac{-3}{r} & \frac{\rho_0}{r} & 0 \\ -4\pi G\rho_0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{n+1}{r} & 1 \\ -4\pi G\rho_0\frac{(n+1)}{r} & 4\pi G\rho_0\frac{n(n+1)}{r} & 0 & 0 & 0 & \frac{n-1}{r} \end{pmatrix} \tag{3.72}$$

Pour simplifier l'écriture, on a posé

$$\beta_e = \lambda_e + 2\mu_e \tag{3.73}$$

$$\gamma_e = \frac{\mu_e}{\beta_e}(3\lambda_e + 2\mu_e). \tag{3.74}$$

Il est à noter que le paramètre de Laplace $s = i\omega$, avec ω la pulsation, s'annule dans le cas statique.

Dans le cas liquide, qui est celui du noyau externe, on a $S_n = 0$ et le système se simplifie en un système de 4 équations du premier ordre. On a donc

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_n \\ \dot{R}_n \\ \dot{\Phi}_n \\ \dot{Q}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2 - \frac{2}{r} & \frac{1}{\lambda_e} - \frac{C_1}{\rho_0} & C_1 & 0 \\ (C_2 - \frac{4}{r})\rho_0 g + s^2\rho_0 & -C_2 & (C_2 - \frac{n+1}{r})\rho_0 & \rho_0 \\ -4\pi G\rho_0 & 0 & -\frac{n+1}{r} & 1 \\ 4\pi G\rho_0(C_2 - \frac{n+1}{r}) & -4\pi G C_1 & 4\pi G\rho_0 C_1 & \frac{n-1}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_n \\ R_n \\ \Phi_n \\ Q_n \end{pmatrix} \tag{3.75}$$

où

$$C_1 = -\frac{n(n+1)}{s^2 r^2} \tag{3.76}$$

et

$$C_2 = C_1 g_0. \tag{3.77}$$

Le déplacement tangentiel est donné par

$$V_n = -\frac{1}{s^2 r}\left(g_0 U_n - \frac{1}{\rho_0} R_n + \Phi_n\right). \tag{3.78}$$

Les inconnues doivent vérifier des relations de continuité qui sont
- pour une interface solide-solide : U_n, V_n, R_n, S_n, Φ_n et Q_n sont continus ,
- pour une interface solide-liquide ou liquide-solide : U_n, R_n, Φ_n et Q_n sont continus.

On a également
- pour une surface libre : $R_n(a) = S_n(a) = Q_n(a) = 0$,
- pour un corps soumis à un potentiel extérieur volumique : $R_n(a) = S_n(a) = 0$, $Q_n(a) = \frac{2n+1}{a}$,
- pour une charge en surface : $R_n(a) = \frac{2n+1}{3}\overline{\rho}$, $S_n(a) = 0$, $Q_n(a) = \frac{2n+1}{a}$.

3.3.2 Déformation d'une Terre sphérique et élastique

Le cas élastique est celui adapté à l'étude de la réponse de la Terre aux variations de charges glaciaires actuelles. Nous décrivons dans cette section les nombres de Love et les fonctions de Green des déformations élastiques pour un modèle de Terre du type SNREI. Nous les comparons ensuite aux fonctions de Green des déformations élastiques d'un demi-espace homogène (3.3.2.3).

3.3.2.1 Nombres de Love

Puisque nous avons linéarisé les équations des petites déformations, les composantes du déplacement et la variation eulérienne du potentiel de gravité sont linéairement proportionnelles à la source excitatrice. Pour un degré harmonique n donné, on définit les nombres de Love h_n, l_n et k_n par, respectivement :

$$U_n = h_n \frac{\phi_{p_n}}{g_0}, \tag{3.79}$$

$$V_n = l_n \frac{\phi_{p_n}}{g_0} \tag{3.80}$$

et

$$\Phi_n = (1 + k_n)\phi_{p_n} \tag{3.81}$$

TAB. 3.1 – *Masse volumique, vitesses des ondes sismiques V_p et V_s et facteurs de qualité Q_μ et Q_κ de la croûte qui remplace la couche océanique dans le modèle PREM de Dziewonski & Anderson (1981).*

Masse volumique (kg/m^3)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	Q_μ	Q_κ
2 600	5 800	3 200	600	57 823

avec ϕ_{p_n} le n$^{\text{ième}}$ coefficient de la décomposition en harmoniques sphériques du potentiel ϕ_p. Ce sont donc des nombres caractéristiques du modèle de Terre considéré qui, si l'on connaît l'intensité de la source excitatrice, permettent de déterminer le déplacement de la surface et la variation de potentiel en surface.

De même, si la perturbation résulte d'une charge en surface de densité superficielle

$$\sigma = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \sigma_n^m Y_n^m(\theta, \varphi), \tag{3.82}$$

on définit les nombres de Love de charge $h_n^{'}$, $l_n^{'}$ et $k_n^{'}$ par, respectivement :

$$U_n = h_n^{'} \frac{3}{2n+1} \frac{\sigma_n}{\overline{\rho}}, \tag{3.83}$$

$$V_n = l_n^{'} \frac{3}{2n+1} \frac{\sigma_n}{\overline{\rho}} \tag{3.84}$$

et

$$\Phi_n = (1 + k_n^{'}) \frac{3g_0}{2n+1} \frac{\sigma_n}{\overline{\rho}}. \tag{3.85}$$

On utilise la méthode de Runge-Kutta à pas adaptatif (e.g. Press et al., 1992) pour intégrer numériquement les systèmes différentiels (3.72) et (3.75) pour le modèle de Terre PREM[3] (Dziewonski & Anderson, 1981) pour lequel l'océan est remplacé par une croûte. Dans la suite nous appelons ce modèle, le modèle PREM modifié. La masse volumique, les vitesses des ondes sismiques et les facteurs de qualité de la couche superficielle de ce modèle sont donnés dans le tableau 3.1.

Les nombres de Love de charge calculés jusqu'au degré $n = 10\,000$ sont tracés sur la figure 3.1. Les nombres $h_n^{'}$ et $nk_n^{'}$ sont négatifs et décroissants alors que le nombre $nl_n^{'}$ est positif et croissant. On remarque que ces trois nombres tendent chacun vers une limite finie (Farrell, 1972) : -6.329 pour $h_n^{'}$, -3.122 pour $nk_n^{'}$ et 1.912 pour $nl_n^{'}$.

3.3.2.2 Fonctions de Green du modèle sphérique

En surface, les fonctions de Green pour les déplacements verticaux et horizontaux, sont respectivement données par :

$$u_z^s(\psi) = \frac{G}{g_0 a} \sum_{n=0}^{\infty} h_n^{'} P_n(\cos\psi), \tag{3.86}$$

$$u_t^s(\psi) = \frac{G}{g_0 a} \sum_{n=1}^{\infty} l_n^{'} \frac{\partial P_n(\cos\psi)}{\partial \psi}. \tag{3.87}$$

[3]PREM pour *Preliminary Reference Earth Model*.

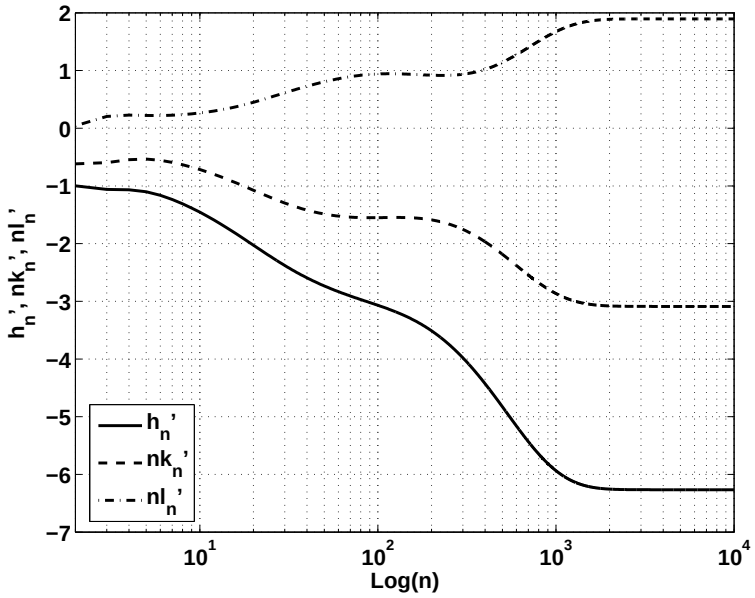


FIG. 3.1 – *Nombres de Love de charge pour* $2 \leq n \leq 10\,000$ *pour le modèle de Terre PREM.*

où P_n est le polynôme de Legendre de degré n, ψ est la distance angulaire entre les points d'observation et de surcharge, et l'exposant s indique que les fonctions de Green sont évaluées à la surface.

La perturbation lagrangienne de la gravité est la somme de deux termes. L'un est dû à l'effet élastique,

$$g^s(\psi) = \frac{G}{a^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[2h_n^{'} - (n+1)k_n^{'} \right] P_n(\cos\psi). \tag{3.88}$$

Cette partie des variations de gravité inclut la correction $2h_n^{'}$ du gradient à l'air libre et les effets $-(n+1)k_n^{'}$ dus à la redistribution des masses. Le second terme est dû à l'attraction directe du point de charge. Si son altitude est h_{load}, le point d'observation étant situé à l'altitude h_{obs}, la fonction de Green correspondante à la variation de gravité est donnée par (Merriam, 1992; Boy et al., 2002) :

$$g_N^s(\psi) = G \frac{(a+h_{\text{obs}}) - (a+h_{\text{load}})\cos\psi}{\left[(a+h_{\text{obs}})^2 + (a+h_{\text{load}})^2 - 2(a+h_{\text{obs}})(a+h_{\text{load}})\cos(\psi)\right]^{3/2}}. \tag{3.89}$$

De façon similaire, la fonction de Green de l'inclinaison du sol est la somme de deux termes. Le premier est due à la déformation elastique :

$$t^s(\psi) = -\frac{G}{g_0 a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(k_n^{'} - h_n^{'} \right) \frac{\partial P_n(\cos\psi)}{\partial\psi}, \tag{3.90}$$

et le deuxième est l'inclinaison du géoïde induite par l'attraction newtonienne de la charge :

$$t_N^s(\psi) = \frac{G}{g_0} \frac{(a+h_{\text{load}})\sin\psi}{\left[(a+h_{\text{obs}})^2 + (a+h_{\text{load}})^2 - 2(a+h_{\text{obs}})(a+h_{\text{load}})\cos\psi\right]^{3/2}}. \tag{3.91}$$

g_N^s et t_N^s, données par les équations (3.89) et (3.91), sont tracées sur la figure 3.2 pour $h_{\text{obs}} = 0$ et 7 valeurs de h_{load}.

Pour tronquer les séries dans les équations (3.86), (3.87), (3.88), et (3.90) à un entier N et éviter les phénomènes de Gibbs, on utilise la méthode de Kummer (Farrell, 1972;

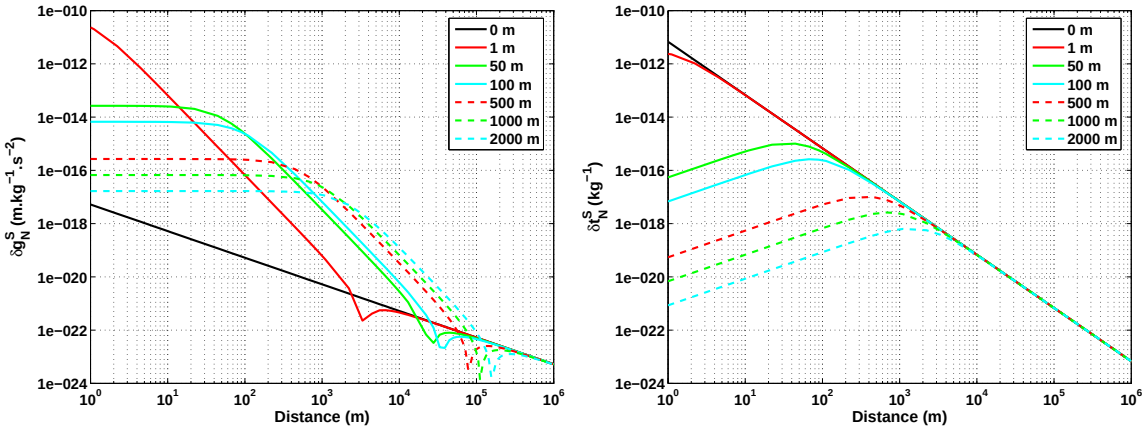


FIG. 3.2 – *Fonctions de Green pour la variation de gravité g^s_N et l'inclinaison t^s_N d'un modèle de Terre sphérique induit par l'attraction gravitationnelle de la charge, données par les équations (3.89) et (3.91) avec $h_{\rm obs} = 0$ et 7 valeurs pour $h_{\rm load}$. Au lieu de la distance angulaire ψ, les abscisses donnent la distance $a\psi$.*

Le Meur & Hindmarsh, 2000; Barletta et al., 2006). On prend $N = 10\,000$ pour garantir une résolution horizontale de quelques kilomètres à la surface.

3.3.2.3 Comparaison de l'approche plane et sphérique

Pour les petites échelles spatiales, de quelques mètres à plusieurs kilomètres, le modèle du demi-espace est souvent adopté pour estimer la réponse de la Terre aux variations de charges (e.g. Bevis et al., 2004; Cavalié et al., 2007). Pour des échelles spatiales plus grandes, il est nécessaire de prendre la courbure de la surface de la Terre en compte ainsi que la rhéologie des couches situées sous la croûte. Afin de déterminer comment la déformation d'un modèle SNREI peut être approchée par celle d'un demi-espace homogène, on compare les fonctions de Green de la déformation de ces deux modèles. On considère un demi-espace avec les mêmes propriétés que la croûte du modèle modifié PREM (Tab. 3.1). Dans les figures 3.3 et 3.4, on trace les différentes fonctions de Green et les différences absolues et relatives $\Delta_{\rm abs}$ et $\Delta_{\rm rel}$ entre les fonctions de Green des deux modèles en fonction de la distance entre les points d'observation et de la charge. $\Delta_{\rm abs}$ et $\Delta_{\rm rel}$ sont fournis par

$$\Delta_{\rm abs}(R,\,0) = G^a - G^s \tag{3.92}$$

$$\Delta_{\rm rel}(R,\,0) = \Delta_{\rm abs}/G^a \tag{3.93}$$

où G^a et G^s sont les fonctions de Green respectivement données par les équations (3.56)-(3.62) et les équations (3.86)-(3.91). Sur la figure 3.3 l'amplitude des fonctions de Green du déplacement et de la gravité diminue de 6 ordres de grandeur sur 1 000 km, l'amplitude de la fonction de Green pour l'inclinaison du sol décroît de 12 ordres de grandeur sur la même distance. Comme le montrent les différences $\Delta_{\rm abs}$ et $\Delta_{\rm rel}$, les fonctions de Green sont en accord à environ 1 % jusqu'à $\sim$ 400 m de la charge pour le déplacement vertical et la partie élastique des variations de gravité, $\sim$ 2 km pour le déplacement horizontal, et $\sim$ 5 km pour la partie élastique de l'inclinaison du sol. Plus loin de la charge, les différences relatives augmentent. La figure 3.4 montre que 10% de la différence relative se produit à $\sim$ 2.5 km, $\sim$ 6 km, et $\sim$ 10 km de la charge pour le déplacement vertical, la partie élastique de la gravité, le déplacement horizontal et la partie élastique de l'inclinaison du sol respectivement.

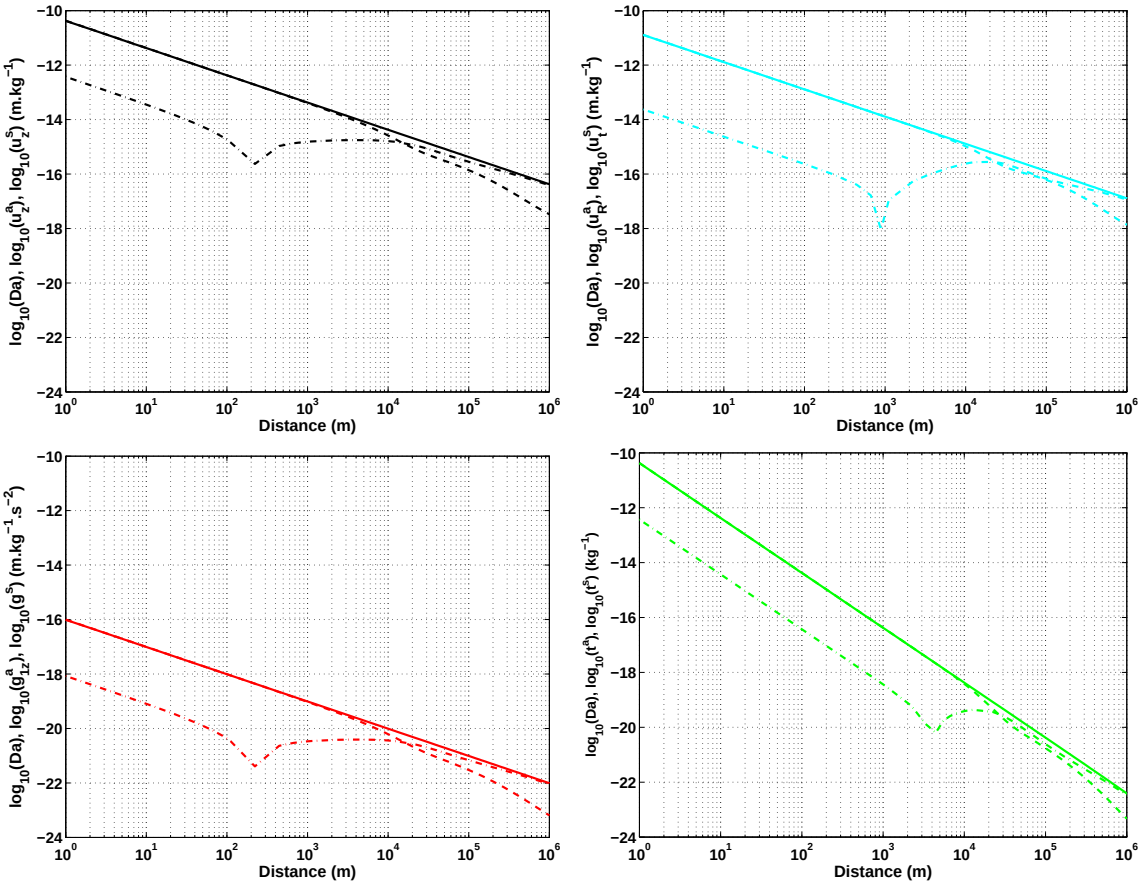


FIG. 3.3 – *Fonctions de Green pour le modèle du demi-espace homogène (traits pleins) et le modèle sphérique (traits en pointillés). Les courbes en noir, cyan, rouge et vert font respectivement référence aux déplacements vertical et horizontal, aux variations non newtoniennes de la gravité et de l'inclinaison du sol. Les courbes constituées de points et tirets alternés montrent les différences absolues* Δ_{abs} *(Éq. 3.92).*

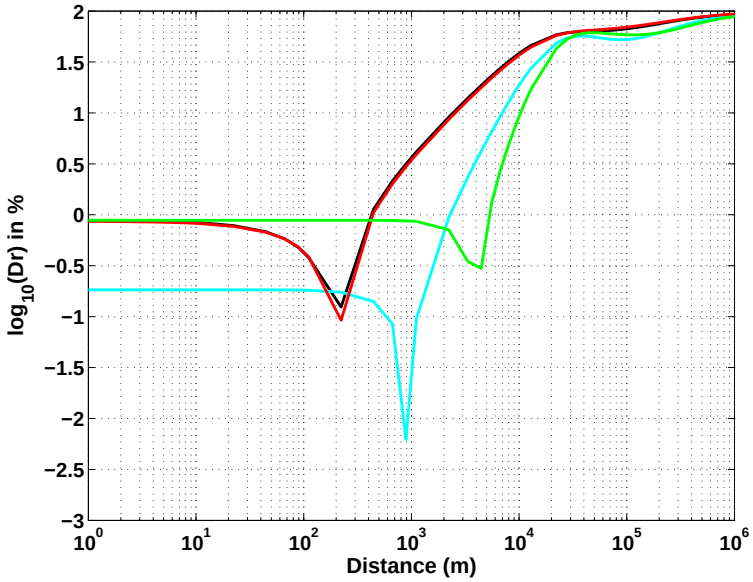


FIG. 3.4 – *Différences relatives* Δ_{rel} *(Éq. 3.93) entre les fonctions de Green des modèles de demi-espace et sphérique par rapport au modèle du demi-espace. Les courbes en noir, cyan, rouge et vert font respectivement référence aux déplacements vertical et horizontal, aux variations non newtoniennes de la gravité et de l'inclinaison du sol.*

À partir des fonctions de Green des modèles de demi-espace et sphérique, on regarde les rapports du déplacement horizontal et du déplacement vertical, et les variations de la partie élastique de la gravité avec le déplacement vertical. Comme vu à la fin de la section 3.2 nous trouvons que les deux rapports sont constants pour le demi-espace. En effet, comme le montre la figure 3.5, on a $u_t^a/u_z^a = 0.304$ et $-g_{1z}^a/u_z^a = -0.232$ μGal/mm. Les rapports u_t^s/u_z^s et g^s/u_z^s du modèle SNREI sont aussi représentés sur la figure 3.5. Le premier rapport est en accord à environ 1 % jusqu'à $\sim$ 400 m de la charge et à environ 10 % entre $\sim$ 400 m et $\sim$ 3 km. Le second rapport est en accord à environ 1 % jusqu'à $\sim$ 4 km de la charge et à environ 15 % entre $\sim$ 4 et $\sim$ 1 000 km.

Pour le calcul des effets de charge, l'extension de la charge et la distance à la charge sont vraiment importantes. Llubes et al. (2004) ont montré que les contributions hydrologiques à la gravité peuvent être séparées en trois échelles : une échelle locale jusqu'à 1-10 km, une échelle régionale de 10 km à 100 km et une échelle globale au-dessus de 100 km. À partir des figures 3.3 et 3.4 on peut clairement voir que la déformation du demi-espace est une très bonne approximation de celle du modèle SNREI à l'échelle locale. Comme les fonctions de Green sont des fonctions qui varient rapidement près de la charge, plus particulièrement pour l'inclinaison du sol, il est difficile de les interpoler à l'échelle locale. La déformation induite par une variation de charge aux courtes distances de la charge peut alors être calculée en utilisant les fonctions de Green analytiques du modèle de demi-espace. Cela peut s'appliquer, par exemple, dans une zone de glaciers localisés dans un même massif.

Les déformations élastiques ne concernent que la réponse de la Terre aux variations actuelles de charge glaciaire. Pour prendre en compte l'évolution au cours du temps des masses de glace, et donc l'histoire de la charge, il est nécessaire d'introduire le comportement visqueux de la Terre. Comme introduit dans la section 3.1.2, la rhéologie de Maxwell

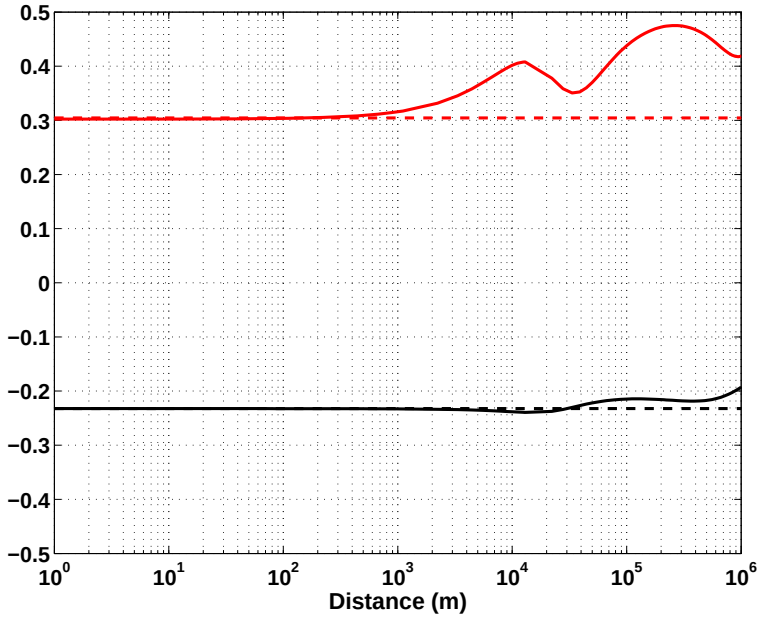


FIG. 3.5 – *Rapports des fonctions de Green : u_t^a/u_z^a (courbe en pointillés rouges), u_t^s/u_z^s (courbe en trait plein rouge), $-g_{1z}^a/u_z^a$ (courbe en pointillés noirs), et g^s/u_z^s (courbe en trait plein noir) en fonction de la distance à la charge. Les deux derniers rapports sont en $\mu Gal/mm$ alors que les deux premiers sont sans dimension.*

permet de prendre en compte toute l'évolution des masses de glace pour estimer les déformations qu'elles induisent actuellement. Ainsi la réponse de la Terre aux évenements passés et actuels est prise en compte. Dans la section suivante, nous introduisons la rhéologie de Maxwell pour modéliser les déformations visco-élastiques d'une Terre sphérique.

3.3.3 Extension aux déformations visco-élastiques

3.3.3.1 Principe de correspondance

Lorsque l'on passe dans le domaine spectral en prenant la transformée de Laplace en e^{-st} de l'équation (3.37), on obtient une forme analogue à la loi de Hooke (Éq. 3.35) à laquelle obéit un solide élastique linéaire :

$$\tau_{ij} = 2\mu(s)\varepsilon_{ij} + \lambda(s)\varepsilon_{kk}\delta_{ij}, \tag{3.94}$$

où

$$\mu(s) = \frac{\mu_e s}{s + \frac{\mu_e}{\eta_n}}, \tag{3.95}$$

$$\lambda(s) = \frac{\lambda_e s + \frac{\mu_e \kappa}{\eta_n}}{s + \frac{\mu_e}{\eta_n}}, \tag{3.96}$$

$$\kappa = \lambda_e + \frac{2}{3}\mu_e. \tag{3.97}$$

Les paramètres λ et μ dépendent maintenant de s, alors que λ_e et μ_e n'en dépendent pas. En notation complexe on a :

$$\mu(\omega) = \frac{\omega^2 \mu_e}{\omega^2 + (\frac{\mu_e}{\eta_n})^2} + i\frac{\mu_e^2}{\eta_n}\frac{\omega}{\omega^2 + (\frac{\mu_e}{\eta_n})^2}, \tag{3.98}$$

TAB. 3.2 – *Comportement du corps de Maxwell en fonction de la pulsation ω et de la viscosité, η_n.*

Limites	λ	μ
$\omega \to 0$	κ	0
$\omega \to +\infty$	λ_e	μ_e
$\eta_n \to 0$	κ	0
$\eta_n \to +\infty$	λ_e	μ_e

$$\lambda(\omega) = \frac{\lambda_e \omega^2 + (\frac{\mu_e}{\eta_n})^2 \kappa}{\omega^2 + (\frac{\mu_e}{\eta_n})^2} + i\omega \frac{\mu_e}{\eta_n} \frac{\lambda_e - \kappa}{\omega^2 + (\frac{\mu_e}{\eta_n})^2}, \tag{3.99}$$

Le comportement d'un corps possédant une rhéologie de Maxwell peut s'étudier en regardant l'évolution de μ et λ en fonction de ω et de η_n. Pour les deux cas limites $\omega \to 0$ et $\omega \to +\infty$, on a respectivement les deux comportements rhéologiques limites d'un corps de Maxwell : pour des courtes échelles de temps le comportement est élastique alors que pour des échelles de temps longues le comportement est fluide. Pour les deux cas limites $\eta_n \to 0$ et $\eta_n \to +\infty$, on retrouve également les même limites rhéologiques. La première limite montre que pour une viscosité nulle, le corps de Maxwell se comporte comme un fluide. La deuxième limite montre que pour une viscosité infinie le corps de Maxwell se comporte de manière élastique.

Pour résoudre les problèmes incluant l'équation (3.94), il est d'usage d'utiliser le principe de correspondance (Peltier, 1974; Wu & Peltier, 1982). Ce principe précise que si l'on est capable de décrire la rhéologie par une loi de contrainte-déformation visco-élastique linéaire, on peut alors employer les équations de l'élasticité dans le domaine des fréquences pour calculer la réponse visco-élastique dépendant du temps à partir de la solution du problème élastique équivalent (Peltier, 1974). Les systèmes (3.72) et (3.75) sont alors utilisés en remplaçant λ_e par $\lambda(s)$, μ_e par $\mu(s)$, β_e par $\beta(s) = \lambda(s) + 2\mu(s)$ et γ_e par $\gamma(s) = \frac{\mu(s)}{\beta(s)}[3\lambda(s) + 2\mu(s)]$.

3.3.3.2 Nombres de Love

Pour calculer les déformations visco-élastiques il faut désormais considérer les systèmes (3.72) et (3.75) dans le domaine spectral. Les solutions sont toujours linéairement proportionnelles à la source perturbatrice mais dans le domaine spectral. Les nombres de Love, élastiques, h_n, l_n et k_n présentés à la section 3.3.2.1 sont donc remplacés par leurs homologues dans le domaine spectral et définis par :

$$U_n(s) = H_n^{ve}(s) \frac{\phi_{p_n}}{g_0}, \tag{3.100}$$

$$V_n(s) = L_n^{ve}(s) \frac{\phi_{p_n}}{g_0} \tag{3.101}$$

et

$$\Phi_n(s) = (1 + K_n^{ve}(s)) \phi_{p_n}. \tag{3.102}$$

Ces nombres de Love visco-élastiques (H_n^{ve}, L_n^{ve} et K_n^{ve}) dépendent du paramètre de Laplace. Peltier (1974) montre que les nombres de Love visco-élastiques possèdent deux assymptotes limites pour les courtes ($s \to +\infty$) et les longues ($s \to 0$) périodes. Ces

limites caractérisent respectivement le comportement élastique et visqueux, la transition visco-élastique se produisant aux échelles de temps intermédiaires. Peltier (1974) décompose alors les nombres de Love visco-élastiques dans le domaine de Laplace, qu'on nomme génériquement Y_n, en une partie élastique, Y_n^e, correspondant aux nombres de Love élastiques, et une partie visqueuse, Y_n^v :

$$Y_n^{ve}(s) = Y_n^e + Y_n^v(s). \tag{3.103}$$

En appliquant la transformée de Laplace inverse, L^{-1}, à l'équation (3.103), il vient

$$y_n^{ve}(t) = y_n^e \delta(t) + L^{-1}[Y_n^v(s)], \tag{3.104}$$

avec y_n^{ve} les nombres de Love visco-élastiques dans le domaine temporel. Puisque l'on suppose que les déformations élastiques sont statiques, on a $y_n^e = Y_n^e$. $Y_n^v(s)$ est obtenu numériquement pour un nombre limité de valeurs et est donc difficile à inverser. Sachant que la relaxation de chaque composante harmonique de la déformation d'une sphère homogène en densité et en viscosité est purement exponentielle, Peltier (1974) fait l'hypothèse que la partie visqueuse des y_n^{ve} se met sous la forme d'une série de Dirichlet :

$$y_n^v(t) = \sum_{i=1}^{\infty} r_i e^{-\frac{t}{t_{mi}}}, \tag{3.105}$$

avec r_i et t_{mi} respectivement l'amplitude et le temps de relaxation de la composante i de la déformation visqueuse. Dans cette approximation, les Y_n^v peuvent s'écrire sous la forme d'une série de Laurent (Peltier, 1976),

$$Y_n^v(s) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{r_i}{s + s_i}, \tag{3.106}$$

où les pôles simples s_i de cette série sont situés sur l'axe réel négatif. Ces pôles sont les racines de l'équation séculaire associée au problème homogène, pour lequel les conditions en surface sont celles d'une surface libre. Ainsi, chaque pôle de la série (3.106) est associé à un temps de relaxation visqueux dépendant du degré harmonique. L'inversion de Laplace passe alors par la recherche des temps de relaxation, c'est-à-dire des différents modes de relaxation.

3.3.3.3 Modes de relaxation

La méthode des modes normaux pour inverser les nombres de Love est la plus utilisée (e.g. Peltier, 1976; Wu & Peltier, 1982; Peltier, 1985; Han & Wahr, 1995; Spada, 2003). Han & Wahr (1995) précise que l'intégration sur un contour dans le plan complexe et l'utilisation du théorème des résidus permet d'obtenir les nombres de Love dans le domaine temporel. Les pôles correspondent alors à l'inverse des temps de relaxation et les résidus à l'amplitude des modes de relaxation. Les pôles étant les racines de l'équation séculaire associée au problème homogène, il faut déterminer l'ensemble de ces racines pour reconstruire entièrement et correctement les séries 3.105 et 3.106. Spada & Boschi (2006) rendent compte d'un certain nombre de difficultés relatives au calcul des pôles :

- le nombre de racines de l'équation séculaire augmente linéairement avec le nombre de couches,
- le nombre de racines augmente considérablement pour un modèle compressible,

- les racines sont de plus en plus rapprochées et donc difficilement identifiables pour des degrés harmoniques de plus en plus élevés,
- il est impossible de situer *a priori* les modes dominants.

Ces difficultés entraînent (Spada & Boschi, 2006) des imprécisions liées à l'absence de certains modes et des calculs erronés induits par des racines mal identifiées. Han & Wahr (1995) mettent également en évidence l'existence de pôles multiples et de 'faux' pôles correspondant à une variation discontinue du spectre de relaxation. Plag & Jüttner (1995) proposent que les modes pris en compte doivent respecter le critère de la limide fluide. Toutefois, Fang & Hager (1995) indiquent que ce critère n'est pas valable en présence d'instabilité. Enfin, Boschi et al. (1999) montrent que la méthode analytique de Wu & Ni (1996) ne souffre pas des singularités rencontrées lors de la recherche de ces multiples temps de relaxation.

L'analyse des modes (Peltier, 1976; Wu & Peltier, 1982; Han & Wahr, 1995) montre que le nombre de modes ou temps de relaxation dépend du contraste de densité, du contraste de vitesse, du changement de rhéologie et de la compressibilité. En effet, il apparaît que chaque saut de densité fait intervenir un mode longue période. Un saut de vitesse (ondes de compression et de cisaillement) crée deux modes courtes périodes. Un changement de rhéologie, comme celui entre la lithosphère élastique et le manteau visco-élastique, fait apparaître un nouveau mode. Enfin la compressibilité du milieu implique une infinité de modes. Han & Wahr (1995) ont suggéré qu'à la vue de la description continue des paramètres du modèle de Terre PREM, on devrait s'attendre à un spectre continu de modes.

3.3.3.4 Convolution spatio-temporelle

Une fois les modes obtenus, les nombres de Love visco-élastiques sont inversés et obtenus dans le domaine temporel. Les fonctions de Green des déformations visco-élastiques, G^s_{ve}, peuvent alors être construites. Celles-ci se construisent de la même façon que les fonctions de Green des déformations élastiques, G^s, en remplaçant les nombres de Love élastiques par ceux appropriés. Une conséquence évidente est que les fonctions de Green visco-élastiques dépendent désormais du temps.

Les déformations, E, induites par une charge, dont l'évolution spatio-temporelle est décrite par la fonction H_c, sont obtenues en calculant la convolution suivante :

$$E(\theta,\varphi,t) = \int\int_{\Omega}\int_{-\infty}^{t} G^s_{ve}(\psi, t-t')H_c(\theta',\varphi',t')dt'd\Omega, \tag{3.107}$$

où Ω est la surface recouverte par la charge de glace, et l'élément de surface à la surface de la Terre s'écrit $d\Omega = a^2\sin(\theta')d\theta'd\varphi'$.

Nous avons désormais tous les outils théoriques pour modéliser les déformations dues à des variations de masses de glace à la surface de la Terre. Le bilan de la section 1.3 montre que les variations actuelles sont rapides et importantes. Nous utilisons dans la section suivante ces outils afin de caractériser les amplitudes des déformations induites par l'amincissement actuel des glaces.

3.4 Application à l'estimation des effets produits par l'amincissement actuel des glaciers

3.4.1 Introduction

Depuis le petit âge glaciaire, la plupart des masses de glace sur Terre voient une réduction de leur volume (Vincent et al., 2005; Rabatel et al., 2008). Plus récemment, une accélération du taux d'amincissement a été observé dans plusieurs régions (Meier et al., 2007). En effet, un amincissement rapide de la glace a été reporté au Groenland (Howat et al., 2007; Stearns & Hamilton, 2007; Barletta et al., 2008; Slobbe et al., 2009), à l'ouest de l'Antarctique (Cazenave, 2006; Rignot et al., 2008b; Barletta et al., 2008; Horwath & Dietrich, 2009), dans les vastes champs de glace de Patagonie et d'Alaska (Arendt et al., 2002; Rignot et al., 2003; Chen et al., 2006a, 2007), au niveau des calottes islandaises (Magnùsson et al., 2005), ainsi que sur les glaciers de montagnes, tels que ceux des Alpes (Berthier et al., 2004), du Svalbard (Kohler et al., 2007) ou de l'Himalaya (Berthier et al., 2007). Les taux d'amincissement de la glace s'échelonnent de plusieurs dizaines de centimètres par an, au Svalbard par exemple (Kohler et al., 2007), à quelques mètres par an comme dans les Alpes françaises (Berthier et al., 2004) et peuvent atteindre plus de dix mètres par an au Groenland (Howat et al., 2007; Stearns & Hamilton, 2007).

Les amincissements passé et actuel de la glace induisent une déformation à la surface de la Terre qui a été observée près des zones englacées au moyen de mesures GPS et de gravité (Pagli et al., 2007; Sato et al., 2006; Sjöberg et al., 2004; Khan et al., 2007). Connaissant les variations de ces épaisseurs de glace, à partir de l'analyse différentielle de Modèles Numériques de Terrain (MNT), on peut estimer les déformations du sol et les changements de gravité. En utilisant la base de données du *World Glacier Inventory*, Barletta et al. (2006) ont montré que, dans les Alpes en Europe, le rebond élastique le plus important (0.9 mm/yr) induit par l'amincissement actuel des glaciers est localisé au niveau du massif du Mont Blanc. La réduction du volume de glace induit également une inclinaison du sol qui, si suffisamment proche des glaciers, devrait être mesurable par les inclinomètres récents, ceux-ci étant déjà utilisés pour suivre les faibles déformations du sol dues aux charges hydrologiques (e.g. Rerolle et al., 2006) ou aux surcharges de marées océaniques (e.g. Llubes et al., 2008).

Dans cette section, nous abordons les déformations de la Terre solide induites par l'amincissement de trois glaciers du massif du Mont blanc (Mer de Glace, Talèfre, Leschaux) ainsi que les masses de glace du Svalbard (Norvège) en Arctique. Ces déformations incluent le déplacement du sol et la variation de gravité. Dans les Alpes, nous considérons les taux d'amincissement déduits de la différence de MNT fournissant une variation sur 24 ans de l'épaisseur de glace (Berthier et al., 2004). Au Svalbard, notre analyse se base sur le modèle SVAL (Hagedoorn & Wolf, 2003).

Nous avons montré (Sect. 3.3.2.3) que la déformation d'un modèle de Terre sphérique, non tournant, élastique et isotrope (SNREI) est correctement approchée à l'echelle locale, jusqu'à 1-10 km, par celle d'un demi-espace homogène. Nous allons montrer des cartes de variation de gravité et déplacement en des points localisés à plus de 10 km des glaciers. Nous calculons donc ici la déformation gravito-élastique pour un modèle de Terre SNREI. Nous procédons par la méthode classique qui consiste à convoluer les fonctions de Green G_n (Farrell, 1972) fournies par les équations (3.56)-(3.62) où (3.86)-(3.91) avec les variations d'épaissseur de glace Δh. Nous modélisons également la variation d'inclinaison du sol afin d'étudier le potentiel des inclinomètres à mesurer les changements de volume des

glaciers. Ainsi, les déplacements, les variations de gravité et l'inclinaison du sol induits par l'amincissement actuel des glaciers sont obtenus en calculant :

$$E(\theta, \varphi) = \rho_{\text{ice}} \int \int_{\Omega} \Delta h(\theta', \varphi') G_n(\psi) \, d\Omega, \tag{3.108}$$

avec Ω la surface recouverte par la glace de masse volumique ρ_{ice}.

3.4.2 Étude de cas

3.4.2.1 Cas des glaciers du Mont Blanc, Alpes, France

Variation d'épaisseur des glaciers La variation d'épaisseur de glace Δh de 1979 à 2003 a été déduite de l'analyse différentielle de deux MNT (Berthier et al., 2004). Le premier modèle a été construit à partir de photographies aériennes prises en 1979, le second, à partir d'images acquises par le satellite SPOT 5 en 2003. Des explications détaillées sont disponibles dans Berthier et al. (2004). Δh est montré sur la figure 3.6. La précision de ces changements d'altitude a été évaluée en comparant de façon précise ($\pm$30 cm) des profils transversaux de la topographie. Ces derniers ont été réalisés chaque année (Vincent et al., 2007). Les variations d'altitude du MNT différentiel ont une précision de 2 m. Bien que nous ne prenions pas en compte la variabilité temporelle du taux d'amincissement des glaciers, nous pouvons mentionner que, par exemple, Berthier et al. (2004) en fournissent trois pour des altitudes comprises entre 1 600 et 2 100 m :

- 1979-1994 : 1 ± 0.4 m/a,
- 1994-2000 : 2.9 ± 1.1 m/a,
- 2000-2003 : 4.1 ± 1.7 m/a.

Par conséquent, pendant la période 2000-2003, le taux d'amincissement des glaciers est quatre fois plus important que celui de 1979-1994 à basse altitude. En moyenne, sur 24 ans, ce taux est d'environ 2 m/a.

Nous calculons les effets de l'amincisssement des glaciers du massif du Mont Blanc sur une grille ayant une résolution de 20 m. Nous prenons en compte uniquement 3 glaciers, ce qui ne nous permet pas de comparer nos résultats avec ceux de Barletta et al. (2006) qui considèrent une diminution de la masse de glace sur l'ensemble des Alpes. Cependant, nous pouvons étudier la déformation gravito-élastique induite par un amincissement non homogène, spatialement, d'un petit groupe de glaciers ayant à la fois une extension géographique et une variation de volume de glace réalistes. Dans la suite, en supposant que le taux d'amincissement des glaciers a été constant depuis 1979, nous obtenons les taux de déformation. Nous prenons $\rho_{\text{ice}} = 900$ kg/m^3.

Vitesse des déplacements La figure 3.7 montre le déplacement vertical dû à l'amincissement des glaciers pour le modèle de Terre modifié PREM. Le maximum de déplacement, en dehors des glaciers, est d'environ 9 mm à 20 m des glaciers pour un intervalle de 24 années (*i.e.* 0.38 mm/a). Celui-ci décroît avec la distance à la zone d'amincissement. Le déplacement horizontal est montré sur la figure 3.8. Il atteint jusqu'à 1.2 mm à 20 m du flanc ouest de la langue glaciaire de la Mer de Glace.

Variations de gravité La figure 3.9 montre la partie élastique de la variation de gravité. Elle varie de -0.2 μGal à environ -2 μGal sur 24 ans (*i.e.* de -0.008 à -0.08 μGal/a). Le motif est le même que celui du rebond mais de signe opposé. Les effets du rebond et du

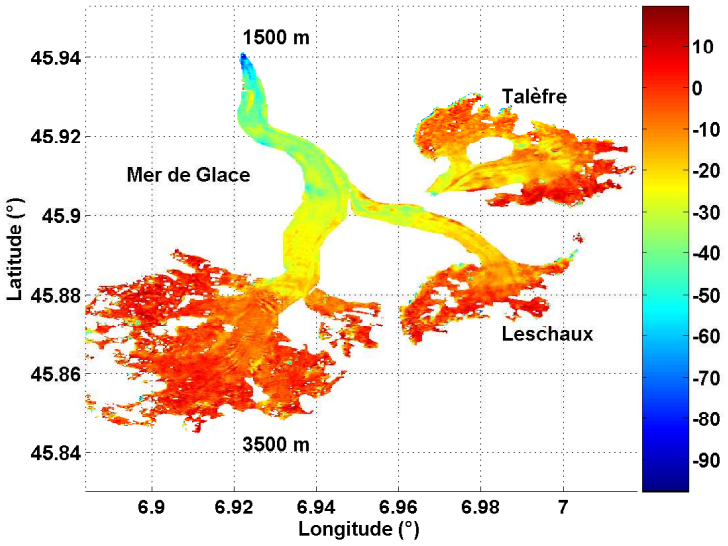


FIG. 3.6 – *Variation d'épaisseur de glace (en m) entre 1979 et 2003 dans la région du Mont Blanc incluant les trois glaciers de la* Mer de Glace, Talèfre *et* Leschaux *(Berthier et al., 2004). L'altitude la plus et la moins élevées sont indiquées.*

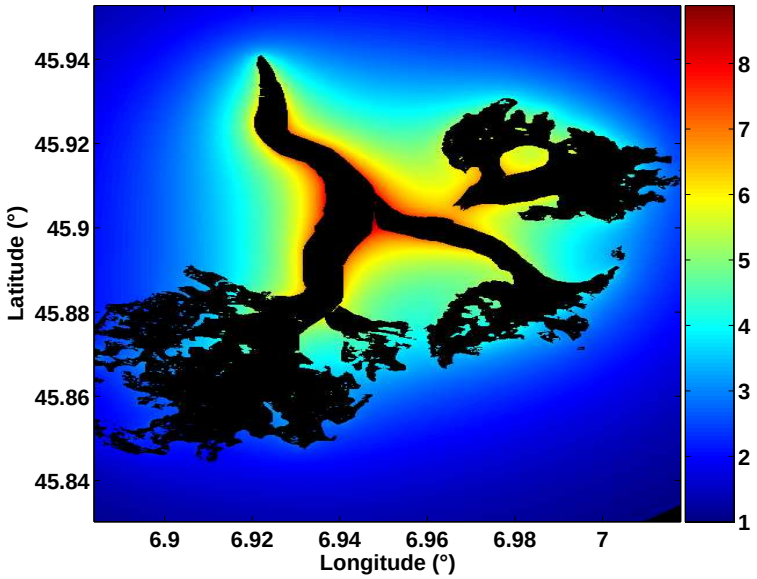


FIG. 3.7 – *Déplacement vertical (en mm) induit par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les glaciers sont représentés en noir.*

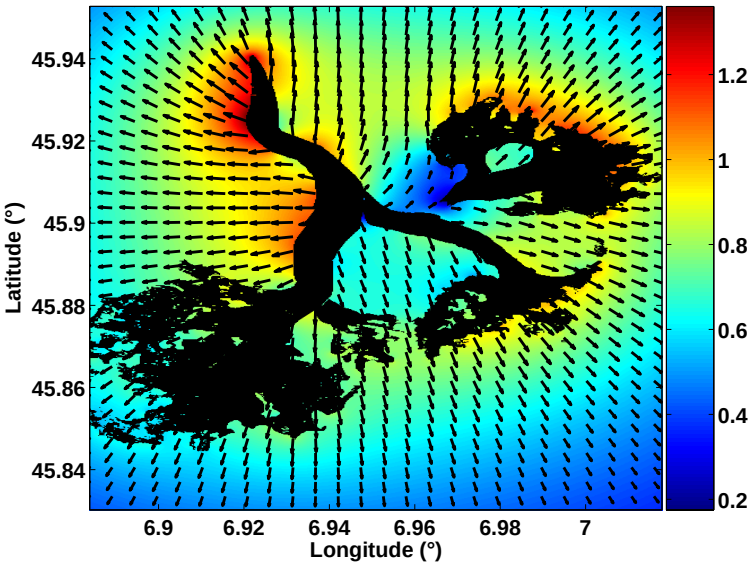


FIG. 3.8 – *Déplacement horizontal (en mm) induit par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les flèches indiquent la direction du mouvement du sol et l'arrière-plan coloré montre l'amplitude des déplacements. Les glaciers sont représentés en noir.*

gradient à l'air libre associé (diminution de la gravité) ont une amplitude plus importante que les effets de redistribution des masses (augmentation de la gravité). Puisque l'altitude des glaciers s'échelonne de 1 500 à 3 500 m, il semble nécessaire de prendre en compte la différence d'altitude entre le lieu d'observation et la zone de glace s'amincissant. La figure 3.10 montre l'attraction induite par la perte de glace calculée avec l'équation (3.89). Si nous ajoutons cette contribution à la variation de gravité montré à la figure 3.9, nous obtenons une variation totale en gravité de quelques centaines de μGal sur 24 ans. Ceci montre la forte influence de la topographie sur les mesures de gravité potentiellement effectuées à proximité des glaciers.

Variations de l'inclinaison du sol L'amplitude de l'inclinaison du sol due à un amincissement des glaciers sur 24 ans atteint 15 μrad à 20 m des glaciers comme l'indique la figure 3.11. L'amplitude la plus élevée de l'inclinaison en dehors des glaciers se situe près de la langue glaciaire de la Mer de glace. C'est là que les taux d'amincissement sont les plus élevés. La partie newtonienne de l'inclinaison est d'un ordre de grandeur moins élevée que la partie élastique. La variation annuelle de l'inclinaison du sol atteint 0.63 μrad/a à 20 m et 0.03 μrad/a à 2 km des glaciers. Elle décroît rapidement avec la distance aux variations de charge.

L'hypothèse d'un taux d'amincissement constant sur 24 ans est peu réaliste. Ainsi, les taux de déplacement, de gravité et de l'inclinaison du sol sont probablement sous-estimés pour la période 1994-2003 et sur-estimés pour la période 1979-1994, du moins dans le cas où le taux d'amincissement augmente avec le temps et à toutes les altitudes comme c'est le cas aux basses altitudes (Berthier et al., 2004).

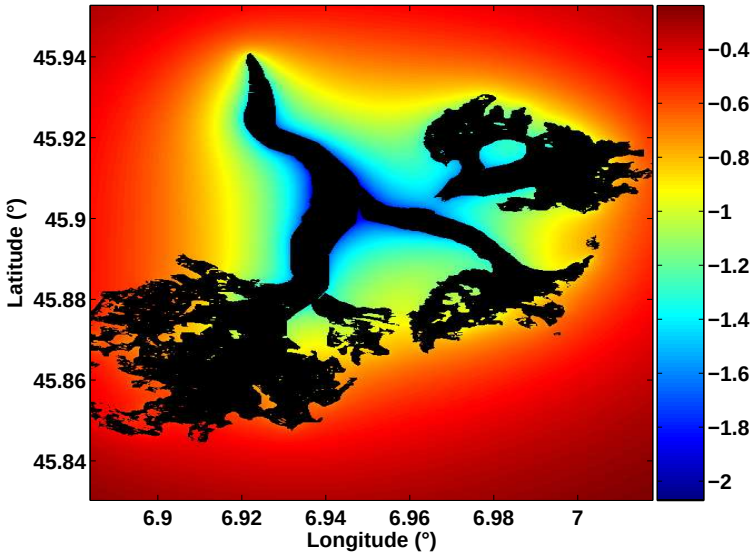


FIG. 3.9 – *Partie élastique des effets de gravité (en μGal) induits par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les glaciers sont représentés en noir.*

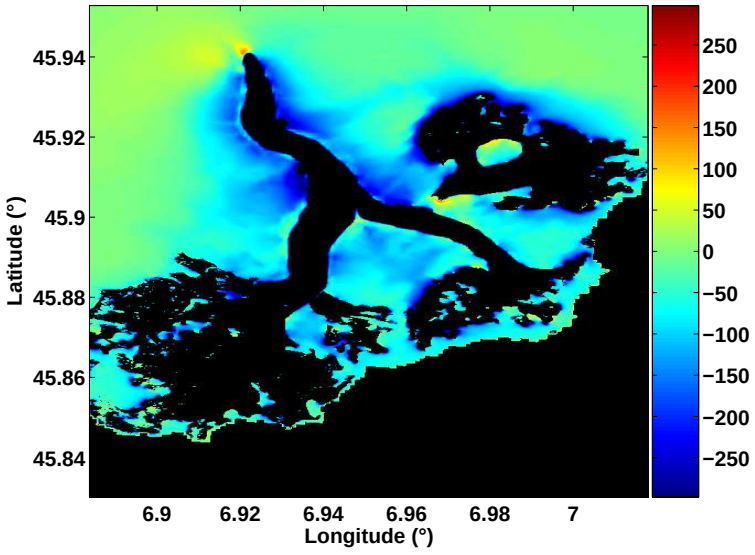


FIG. 3.10 – *Partie newtonienne des effets de gravité (en μGal) induits par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc. Les glaciers et la région sans topographie sont représentés en noir.*

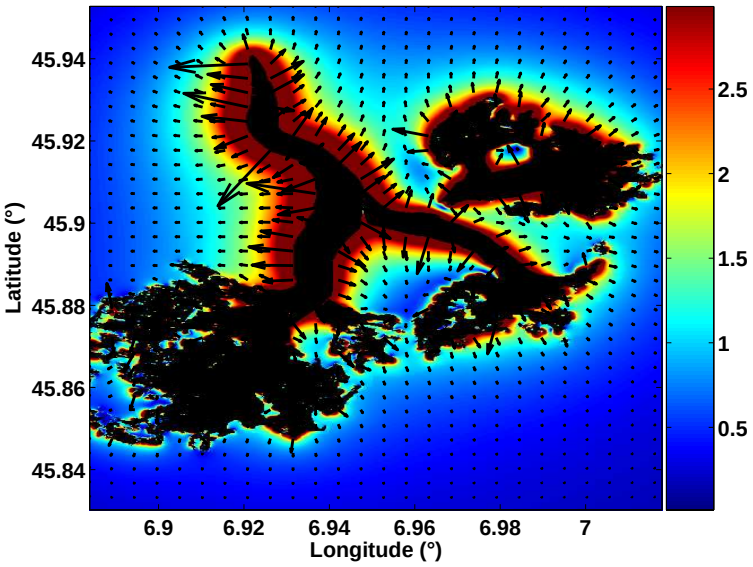


FIG. 3.11 – *Variations d'inclinaison du sol (en µrad) induites par l'amincissement de la glace dans la région du Mont Blanc pour le modèle de Terre modifié PREM. Les flêches indiquent la direction de l'inclinaison du sol et l'arrière plan coloré montre l'amplitude de ses variations. Afin de montrer la zone de variation d'inclinaison du sol maximale, seul celles atteignant jusqu'à 3 µrad sont représentées. Les glaciers sont représentés en noir.*

3.4.2.2 Cas des glaciers du Svalbard, Norvège

Modèle SVAL Pour calculer les effets de l'amincissement actuel à Ny-Ålesund au Svalbard, en Norvège, nous utilisons le modèle de Terre modifié PREM et le modèle d'extension des zones englacées SVAL de Hagedoorn & Wolf (2003). Dans le modèle SVAL, les 16 plus grandes zones de glace, dont chacune est constituée de plusieurs glaciers, sont approchées par des cylindres elliptiques co-axiaux. Le modèle fournit l'extension des zones englacées ainsi qu'une topographie approchée des masses de glace. On suppose un taux d'amincissement constant, moyen sur le Svalbard, de 47 cm/a w.eq. et une masse volumique de 1 000 kg/m^3 comme utilisé par Sato et al. (2006). Notre grille a une résolution spatiale de 0.001° à la fois en longitude et en latitude. Les coordonnées de la station SG du réseaux GGP à Ny-Ålesund sont 78.931° N, 11.867° E et son altitude est de 43 m. Les trois masses de glace les plus proches de la station se situent entre 9 et 80 km. Les treize autres masses de glace sont à plus de 100 km de la station.

Déformations et variations de gravité Les effets de l'ensemble des masses de glace ainsi que leur contribution sont calculés à la station SG. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.1. L'amincissement des 16 masses de glace induit un rebond de l'ordre de 2.04 mm/a, 62.26 % de ce taux provient des trois masses de glace les plus proches de la station. Les taux de gravité sont déduits de deux calculs. Le premier n'inclut ni la topographie des masses de glace, ni l'altitude de la station. Un taux de variation de gravité de -0.52 μGal/a est alors obtenu. Les trois masses de glace les plus proches représentent 61.54 % de ce taux. Le second calcul inclut l'effet de la topographie des différentes masses de glace et l'altitude de la station. Le taux de gravité induit par les 16 masses de glace est alors de -0.48 μGal/a, ce qui est inférieur en valeur absolue au premier cas. Ceci est dû aux effets de la position des zones s'amincissant qui peuvent se situer soit au-dessus soit en-dessous de l'horizon de la station, plus particulièrement pour les masses de glace voisines, et qui

TAB. 3.3 – *Déformations induites à la station SG de Ny-Ålesund au Svalbard, Norvège, par le modèle SVAL avec un taux de variation de hauteur de glace de 47 cm/a et une masse volumique de 1 000 kg/m^3. Les valeurs en caractère gras concernent les taux de gravité et d'inclinaison lorsque la topographie des masses de glace est prise en compte.*

	16 zones	3 zones	13 zones	16 zones Sato et al. (2006)
Déplacement vertical (mm/a)	2.04	1.27 (62.26 %)	0.77 (37.74 %)	2.04
Gravité (μGal/a)	-0.52	-0.32 (61.54 %)	-0.20 (38.46 %)	-0.53
	-0.48	**-0.28 (58.33 %)**	**-0.20 (41.67 %)**	-
Inclinaison (nrad/a)				
ouest-est	**-70.26**	**-62.14 (88.44 %)**	**-8.12 (11.56 %)**	-
sud-nord	**37.97**	**37.90 (99.82 %)**	**0.07 (0.18 %)**	-

agissent en sens opposés. Les masses de glace proches sont responsables de 58.33 % de ce taux ; la contribution des autres zones, qui est de -0.20 μGal/a, est la même que pour le premier calcul qui négligeait la topographie. Les amplitudes des taux d'inclinaison sont de 70.26 et 37.97 nrad/a respectivement pour les composantes ouest-est (positif vers l'est) and sud-nord (positif vers le nord). L'amincissement des trois plus proches masses de glace compte pour 90 % de l'inclinaison totale du sol.

Comparaison aux observations existantes Sato et al. (2006) ont suggéré un taux d'amincissement des glaciers de l'ordre de 70 à 80 cm/a pour expliquer la contribution de l'amincissement actuel au rebond observé par VLBI et GPS. Ce taux n'explique cependant pas les variations absolues de gravité associées à la déformation élastique induite par cet amincissement actuel. À partir du MNT du glacier Midtre Lovénbreen situé à 5 km de Ny-Ålesund, Kohler et al. (2007) ont estimé les variations d'épaisseur de ce glacier. Pour l'intervalle 2003–2005, ils obtiennent un taux d'amincissement de l'ordre de 69 cm/a, ce qui est presque 1.5 fois plus grand que le taux moyen utilisé ici pour estimer les effets induits par la diminution de masse de glace. Ce taux est néanmoins en accord avec celui proposé par Sato et al. (2006). Le glacier Midtre Lovénbreen est à mi-chemin entre la station SG et la zone de glace la plus proche du modèle SVAL. Un tel taux à proximité de la station suggère que les taux d'inclinaison obtenus à partir du modèle SVAL sont sous-estimés. Une meilleure estimation des taux d'amincissement pourrait être calculée en considérant les MNT issus du projet SPIRIT[4] (Korona et al., 2009) ou des profils altimétriques ICESat (Kääb, 2008).

[4]SPIRIT pour *Spot5 stereoscopic survey of Polar Ice Reference Images & Topographies.*

3.4.3 Synthèse sur la mesurabilité de l'amincissement actuel

Le déplacement du sol proche des masses de glace peut être suivi par des mesures GPS et VLBI. Sjöberg et al. (2004) ont analysé trois époques de campagnes GPS sur une durée de 7 ans, entre 1992 et 1999. Ils ont obtenu des taux de surrection compris entre 5 et 19 mm/a près de la calotte glaciaire du Vatnajökull en Islande. Sato et al. (2006) ont déduit des taux de déplacement du sol à partir des mesures GPS et VLBI à Ny-Ålesund. Ils ont obtenu un rebond de l'ordre de 5 mm/a pour les intervalles 1998–2004 et 1994–2004 associés respectivement aux mesures GPS et VLBI. Khan et al. (2007) ont observé un rebond élastique d'environ 35 mm ($\sim$ 7 mm/a) au site GPS de Kulusuk, au Groenland, produit par l'amincissement rapide de la glace entre 2001 et 2006 au sud-est de la calotte groenlandaise. Ces importants rebonds se produisent dans des régions où de larges masses de glace subissent de forts taux d'amincissement. Comme il a été montré dans la section 3.4.2.1, la surrection induite par 24 années de variation d'épaisseur de glace dans les Alpes sur une petite région est faible, environ 9 mm (0.38 mm/a), et identifier une aussi faible contribution au rebond total observé par GPS par exemple reste une tâche délicate.

Sato et al. (2006) ont également estimé les variations de gravité à Ny-Ålesund à partir de mesures absolues de gravité répétées et ont obtenu un taux de -2.5 μGal/a pour l'intervalle 1998–2003. Ce taux inclut différents effets tel que le rebond post-glaciaire induit par la dernière déglaciation du Pléistocène et l'amincissement actuel des glaciers. La faible amplitude des variations de gravité induit par l'amincissement actuel, environ -0.5 μGal/a (Tab. 5.1), suggère qu'il est difficile d'observer la variation de masse de glace loin des zones subissant ces variations à partir de gravimètres. Près des glaciers, la variation de gravité, bien plus élevée (Sect. 3.4.2.1), produirait un signal suffisamment important de telle sorte qu'il serait facilement observable avec un gravimètre à condition qu'il puisse être installé à proximité des glaciers.

La sensibilité des inclinomètres dépend de la variabilité des paramètres environnementaux, comme la température par exemple, et du type d'instrument. En effet, pour diminuer l'influence des variations de température, les inclinomètres sont souvent installés dans des galeries souterraines. De plus, les inclinomètres hydrostatiques longues bases sont moins sensibles aux hétérogénéités locales que les inclinomètres courtes bases et sont également plus stables (Boudin, 2004; d'Oreye & Zürn, 2005; Boudin et al., 2008). La précision d'un inclinomètre de 100 m de long est de 1×10^{-4} μrad et sa stabilité temporelle est meilleure que 1×10^{-1} μrad/a (Rerolle et al., 2006). d'Oreye & Zürn (2005) ont développé et installé leur instrument dans une mine souterraine où ils ont obtenu une dérive inférieure à 5×10^{-3} μrad/mois et une sensiblité de 5×10^{-6} μrad dans la gamme des longues périodes sismiques et 34×10^{-6} μrad pour des plus courtes périodes. Récemment, Boudin et al. (2008) ont montré que la stabilité de deux inclinomètres de 100 m de long installés dans une mine dans le massif des Vosges en France est comprise entre 6.5×10^{-3} μrad/mois et 10×10^{-3} μrad/mois et que le niveau de bruit est faible, de l'ordre de 1×10^{-5} μrad. Ils ont indiqué également que de tels instruments, dans des conditions similaires, sont adaptés pour le suivi à long terme des variations d'inclinaison du sol inférieures à 1×10^{-1} μrad/a. Nos calculs de l'inclinaison du sol induite par l'amincissement des masses de glace dans les Alpes et au Svalbard montrent que le signal attendu est bien au-dessus du niveau de bruit instrumental et qu'il devrait être mesurable même si l'instrument n'est pas installé à proximité immédiate des glaciers. Si les conditions pour installer des inclinomètres de grande précision sont remplies, alors des mesures d'inclinomètres hydrostatiques sont potentiellement appropriées pour suivre les variations de masse de glace près des glaciers.

3.5 Conclusions

Nous avons calculé les fonctions de Green du déplacement vertical et horizontal, de la variation de gravité et de l'inclinaison du sol pour un modèle de demi-espace homogène et un modèle de Terre sphérique et réaliste. En comparant les fonctions de Green des deux modèles nous confirmons que le demi-espace est une approximation suffisante pour estimer les déformations élastiques de la Terre à une échelle locale (de 1 à 10 km de la charge).

Nous avons estimé l'amplitude et l'extension géographique des déplacements, des variations de gravité et des changements de l'inclinaison du sol induits par l'amincissement de trois glaciers de la région du Mont Blanc, où les variations d'épaisseur ont été précédemment mesurées sur un intervalle de 24 ans, et de l'amincissement uniforme des glaciers du Svalbard. Nous avons montré que prendre en compte la topographie des glaciers et de leurs environs est nécessaire pour correctement évaluer l'amplitude des variations de gravité. Nous avons déduit les taux d'inclinaison du sol dus aux variations de charges glaciaires et les avons comparés avec les sensibilités et les stabilités temporelles des inclinomètres longues bases disponibles. Pour les trois glaciers du massif du Mont Blanc que nous avons étudiés et les glaciers du Svalbard, il devrait être possible de surveiller les variations de masses locales à l'aide d'inclinomètres hydrostatiques si ceux-ci sont installés dans des sites appropriés. Les signaux saisonniers et annuels pourraient alors être enregistrés. Finalement, pour les sites où des mesures continues de GPS et de gravité sont déjà en cours, comme à la station SG de Ny-Ålesund par exemple, les mesures d'inclinaison du sol devraient apporter une information complémentaire. De plus, les données terrestres locales, souvent éparses en temps et en espace, bénéficieraient de la vision intégrée et continue des inclinomètres.

Nous avons vu que les variations actuelles de charge glaciaire ne sont pas les seules sources de déformation. En effet, au Svalbard par exemple, l'effet de la dernière déglaciation du Pléistocène se fait également ressentir (e.g. Sato et al., 2006). Nous focalisons désormais notre étude sur le Svalbard et prenons en compte les variations de masses de glace passées. Dans le chapître 4, nous considérons donc les déformations visco-élastiques induites à la fois par la dernière déglaciation du Pléistocène et l'amincissement actuel des glaciers. Nous cherchons à caractériser les variations des masses de glace se produisant actuellement sur cet archipel à partir des observations géodésiques et gravimétriques disponibles.

Chapitre 4

Étude gravimétrique de la variation de masse de glace au Svalbard en Norvège

Sommaire

4.1 Introduction 101
4.2 Observations of gravity variation and vertical motion 103
4.2.1 Ground gravity measurements 103
4.2.2 Space gravity measurements 104
4.2.3 Ground velocity measurements 106
4.3 Modelling of GIA and elastic deformation due to PDIM 108
4.3.1 Modelling of ground gravity variation 108
4.3.2 Modelling of satellite gravity variation 113
4.4 Comparison between theory and observation 115
4.4.1 Ground measurements 115
4.4.2 GRACE data 116
4.5 Discussion 118
4.6 Conclusions 120

Le contenu de ce chapitre fait l'objet d'un article publié en 2011 dans *Geophysical Journal International* (volume 184, numéro 3, pages 1119–1130) et intitulé : ***Secular gravity variation at Svalbard (Norway) from ground observations and GRACE satellite data.***

Auteurs : Mémin A., Rogister Y., Hinderer J., Omang O. C., et Luck B..

L'archipel du Svalbard est une région très intéressante pour étudier les conséquences géodésiques des déglaciations à différentes échelles de temps puisqu'elle est actuellement à la fois affectée par l'amincissement des glaciers et par le rebond dû à la dernière grande déglaciation. Nous analysons et modélisons les observations sol et satellite de façon indépendante afin d'estimer les variations de masse de glace au Svalbard. En effet, depuis plusieurs années (de 12 à 18 ans), des observations de positionnement, utilisant différents systèmes (GPS, VLBI, DORIS[1]), sont collectées à l'observatoire géodésique de Ny-Ålesund. Depuis 1999, un gravimètre supraconducteur (SG) enregistre de façon continue les variations de gravité. Et, de 1998 à 2007, six campagnes de mesure de gravité absolue (AG) ont été réalisées à la station du SG. Nous avons ajouté les deux dernières mesures d'AG aux quatres précédentes et avons calculé une tendance pour les variations de la gravité au sol de -1.02 $\pm$ 0.48 μGal/a. Cette tendance est en accord avec la série temporelle (Janvier 2000 – Décembre 2008) du SG. Nous avons compilé les taux de déplacement verticaux du sol disponibles dans la littérature et constaté une variabilité importante entre les différentes estimations de la vitesse verticale du sol. Plusieurs sources sont à l'origine

[1]DORIS pour *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integratedd by Satellite.*

de cette variabilité : la stratégie de traitement, l'utilisation de différents systèmes d'acquisition, le système de référence. Prenant en compte cette variabilité, nous avons déduit un nouveau taux de surrection de 5.64 ± 1.57 mm/a. Pour modéliser ces observations, nous avons utilisé deux modèles d'extension de glaciers (modèles SVAL et *Digital Chart of the World* modifié) que l'on a associé à trois modèles d'amincissement (non-uniforme, -47 cm w.e./a, -75 cm w.e./a). À partir de ces 6 modèles nous avons calculé la réponse élastique de la Terre à la variation actuelle de la masse des glaciers. En y ajoutant la déformation induite par la déglaciation du modèle ICE-3G pour le profil de viscosité utilisé précédemment par Sato et al. (2006), nous obtenons qu'un amincissement de 75 cm w.e./a, soit ∼ -25 km^3/a, associé au modèle SVAL, explique le mieux les données sol. La variation du volume de glace obtenue est 1.5 à 6 fois plus grande que celle estimée par les glaciologues. Cette dernière, est comprise entre -4 et -14.2 km^3/a. Les gravimètres au sol sont très sensibles aux variations locales de masse. Cette sensibilité est probablement responsable des écarts entre les taux d'amincissement estimés à partir des données géodésiques au sol et ceux des glaciologues. La mission satellitaire *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE), du fait de son altitude de 480 km, est sensible à la variation totale de masse se produisant sur une région. On cherche alors à estimer la variation de volume de glace vue par la mission GRACE afin de la comparer à celle déduite des données sol et à celle obtenue par l'altimétrie. Des études précédemment menées avec les solutions GRACE sur la Patagonie et l'Alaska ont montré des résultats en accord avec ceux déduits par des études glaciologiques. La couverture de glace de l'archipel du Svalbard a une superficie intermédiaire entre celle de l'Alaska et de la Patagonie. Il est donc possible, à l'aide de la mission GRACE, d'y observer des changements de masse si ces derniers sont suffisamment importants. De plus, d'après les données altimétriques ICESat, la dernière estimation des variations d'élévation est en moyenne sur le Svalbard de -12 ± 4 cm w.e./a. L'archipel du Svalbard est entouré d'un océan qui n'apporte qu'une faible contribution au signal gravimétrique, de 0.8 ± 0.8 à 1.9 ± 0.1 mm/a. Ceci nous permet d'attribuer le signal GRACE au-dessus du Svalbard, environ 60 fois plus grand, à la variation de masse qui s'y produit. Utilisant les solutions GRACE fournies par le *Center for Space Research* (CSR), le *GeoForschungsZentrum* (GFZ) et le Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale (GRGS) pour la période Janvier 2003 – Janvier 2009, nous avons déduit les variations de gravité observées depuis l'espace au-dessus du Svalbard et du nord de l'Europe. Après filtrage des solutions du CSR et du GFZ avec un filtre passe-bas, nous avons montré des similitudes avec les solutions du GRGS. Nous avons ensuite calculé la moyenne des trois solutions et obtenu une variation de gravité négative au-dessus du Svalbard de -0.52 ± 0.31 μGal/a, ou -0.70 ± 0.07 μGal/a si le filtre de Swenson & Wahr (2006) est utilisé pour supprimer le bruit restant, qui se manifeste par des bandes orientées nord/sud. Ces deux taux s'interprètent comme une perte de masse. En corrigeant ensuite de la même déglaciation associée au même profil de viscosité que pour modéliser la part de la déformation visqueuse de la dernière déglaciation dans les données sol, nous obtenons une variation de gravité au-dessus du Svalbard de -0.99 ± 0.46 μGal/a, ou -1.17 ± 0.18 μGal/a avec le filtre de Swenson & Wahr (2006), ce qui renforce la perte de masse. Finalement, à partir de modèles d'amincissement actuel, similaires (en volume) aux modèles utilisés pour modéliser les données sol, les solutions GRACE suggèrent une perte de glace comprise entre 5 et 18 km^3/a. La variation du volume de glace déduite des solutions GRACE est plus proche de celle fournie par les glaciologues que celle déduite des données sol. Au vu de l'influence de la topographie sur les taux de gravité, une distribution géographique, dépendant de l'altitude, plus réaliste de l'amincissement des glaciers est requise. Elle per-

mettrait probablement d'obtenir un meilleur accord entre les modélisations des variations géodésiques issues des données sol et satellite.

Abstract

The Svalbard archipelago, Norway, is affected by both the present-day ice melting (PDIM) and Glacial Isostatic Adjustment (GIA) subsequent to the last Pleistocene deglaciation. The induced deformation of the Earth is observed by using different techniques. At the Geodetic Observatory in Ny-Ålesund, precise positioning measurements have been collected since 1991, a superconducting gravimeter (SG) has been installed in 1999, and six campaigns of absolute gravity (AG) measurements were performed between 1998 and 2007. Moreover, the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) satellite mission provides the time variation of the Earth gravity field since 2002. The goal of this paper is to estimate the present rate of ice melting by combining geodetic observations of the gravity variation and uplift rate with geophysical modeling of both the GIA and Earth's response to the PDIM. We estimate the secular gravity variation by superimposing the SG series with the six AG measurements. We collect published estimates of the vertical velocity based on GPS and VLBI data. We analyze the GRACE solutions provided by three groups (CSR, GFZ, GRGS). The crux of the problem lies in the separation of the contributions from the GIA and PDIM to the Earth's deformation. To account for the GIA, we compute the response of viscoelastic Earth models having different radial structures of mantle viscosity to the deglaciation histories included in the models ICE-3G or ICE-5G. To account for the effect of PDIM, we compute the deformation of an elastic Earth model for six models of ice-melting extension and rates. Errors in the gravity variation and vertical velocity are estimated by taking into account the measurement uncertainties and the variability of the GRACE solutions and GIA and PDIM models. The ground observations agree with models that involve a current ice loss of 25 km^3 water equivalent/yr over Svalbard, whereas the space observations give a value in the interval [5, 18] km^3 water equivalent/yr. A better modelling of the PDIM, which would include the precise topography of the glaciers and altitude-dependency of ice melting, is necessary to decrease the discrepancy between the two estimates.

4.1 Introduction

The Svalbard archipelago, Norway, is affected by the post-glacial rebound, or Glacial Isostatic Adjustment (GIA), subsequent to the last Pleistocene deglaciation that started 21 000 years ago and ended 10 000 years ago. Moreover, most of the ice sheets in Svalbard (36 000 km^2) are presently thinning (Kohler et al., 2007; Dowdeswell et al., 2008; Kääb, 2008; Nuth et al., 2010). Both the last deglaciation and present-day ice melting (PDIM) induce deformation of the Earth. These two effects make Svalbard a very interesting zone to study in order to better understand the geodetic consequences of ice melting at different time scales.

For many years (from 12 to 18 years), positioning observations with different systems (GPS, VLBI, DORIS) have been collected at the Geodetic Observatory in Ny-Ålesund, Svalbard (e.g. Sato et al., 2006; Kierulf et al., 2009a). Kierulf et al. (2009b) study the ground velocity and find that a predicted melting rate of 37 cm water equivalent/yr (we/yr) explains up to 60 per cent of their observed uplift, which is 8.2 $\pm$ 0.9 mm/yr in

ITRF2005. They attribute the remaining 40 per cent to imperfect modeling and errors in determining the secular rate from observations. Since 1999, a superconducting gravimeter (SG) has been continuously recording the gravity changes and, from 1998 to 2007, six campaigns of absolute gravity (AG) measurements were performed at the SG station, which also contributes to the Global Geodynamics Project (Crossley et al., 1999). Sato et al. (2006), who were interested in the secular geodetic variations, concluded from the first four AG measurements and observed uplift rate that an ice melting rate of 75 cm we/yr would explain the ground vertical velocity but only half of the gravity rate.

Since its launch in 2002, the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) satellite mission has provided a global mapping of the time-varying gravity field of the Earth. These satellite gravimetry data have been used for the estimation of the ice-mass balance over ice-covered lands of various extension, such as Greenland, Antarctica (e.g. Chen et al., 2006b; Luthcke et al., 2006; Velicogna & Wahr, 2006a,b), Alaska and Patagonia (Tamisiea et al., 2005; Chen et al., 2006a, 2007; Luthcke et al., 2008). Their areas are respectively 12×10^6 km^2, 1.7×10^6 km^2, 90 000 km^2 and 17 000 km^2. Rodell & Famiglietti (1999) compared the modelled variation of water storage to the expected uncertainty associated to the estimate of that variation from future GRACE observations. They concluded that 200 000 km^2 is the smallest area for which it will be possible to detect seasonal and annual changes. Rodell & Famiglietti (2001) later showed that the seasonal and annual changes of the smaller Illinois basin (United States, 145 800 km^2) could be partly – up to 50 per cent – detected by the GRACE mission. However, in spite of the size of the Alaskan and Patagonian ice sheets, which are smaller than the Illinois basin, the GRACE data have revealed a large signal over these regions that has been associated with ice-mass loss of, respectively, 97 $\pm$ 13 and 28 km^3 we/yr. These values agree with the estimates of ice-mass change derived from glaciology studies (Tamisiea et al., 2005; Chen et al., 2007; Luthcke et al., 2008). The size of the ice-covered area of the Svalbard archipelago being intermediate between those of Alaska and Patagonia, a sufficiently large amount of ice mass variation over Svalbard can be observed with the GRACE satellites. According to the latest elevation changes provided by ICESat laser altimetry (Moholdt et al., 2010b), the average water equivalent balance of Svalbard is -12 $\pm$ 4 cm we/yr. The ocean that surrounds Svalbard slightly contributes to the gravimetric signal, from 0.8 $\pm$ 0.8 to 1.9 $\pm$ 0.1 mm we/yr (see Quinn & Ponte (2010) for a review). Since the GRACE signal over Svalbard is approximately 60 times larger, most of it can be attributed to land-mass changes.

We aim at providing new estimates of the PDIM over Svalbard. To do so, we have at our disposal updated gravity and precise positioning measurements at the Ny-Ålesund Geodetic Observatory, as well as time-series of the Earth gravity field provided by the GRACE satellite. To separate the GIA signal from the signal coming from PDIM requires both phenomena to be modeled.

The outline of the paper goes as follows. In Section 4.2, we analyze ground and satellite observations to estimate the gravity variation and ground vertical velocity over Svalbard. In Section 4.2.1, we first derive the secular variation of gravity using six AG observations. We also calibrate the SG by superimposing its nine-year series and the AG-derived trend. In Section 4.2.2, we analyze up to six years (2003-2009) of GRACE solutions. By considering solutions provided by different centers [Center for Space Research (CSR), GeoForschungsZentrum (GFZ) and Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale (GRGS)] and different lengths for the time series (5 or 6 years), we provide uncertainties to the gravity variation observed by the GRACE satellites. In Section 4.2.3, we collect uplift

rates found in the literature, they are obtained from GPS and VLBI observations. Next, in Section 4.3, we model the Earth response to ice melting. We successively consider the ground and space gravity variations in Section 4.3.1 and Section 4.3.2, respectively. We use the SELEN software developed by Spada & Stocchi (2007) to compute the response of a visco-elastic Earth model to the past deglaciation history included in the model ICE-3G (Tushingham & Peltier, 1991). To take the PDIM into account, we compute the ground velocity and gravity rate of an elastic Earth model for two models of ice-thinning extension successively combined with three ice-thinning rates. In Section 4.4, we compare the modeled gravity variation and vertical velocity resulting from both the PDIM and GIA to the observed gravity variation and uplift rate. We consider ground observations in Section 4.4.1 and GRACE observations in Section 4.4.2. In Section 4.5, we discuss various estimates of ice-volume changes. Finally, we summarize our work in Section 4.6.

4.2 Observations of gravity variation and vertical motion

4.2.1 Ground gravity measurements

A total of six observations with FG5 absolute gravimeters have been made between 1998 and 2007 at the Ny-Ålesund SG station. Three European institutes participated in the gravity observations : the Bundesamt fuer Kartographie and Geodaesie (BKG, Frankfurt, Germany), Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre (EOST, Strasbourg, France) and European Center for Geodynamics and Seismology (ECGS, Walferdange, G.-D. Luxembourg). Four of the six observations (1998-2002) were reported in the paper by Sato et al. (2006). For each measurement, the gravity value at the height of the AG dropping chamber was transferred to the ground by using a constant vertical gradient of -0.3594 μGal/mm. Moreover, corrections were applied to the raw data, owing to three geophysical phenomena :

1. the observed polar motion, provided by the International Earth Rotation Service (IERS),
2. the observed tides, including the effect of ocean tide loading,
3. the observed atmospheric pressure which is responsible for a gravity variation of -0.42 μGal/hPa.

We apply the same corrections to the two additional AG observations of 2004 and 2007. All the AG data are shown in Fig. 4.1 with their 3σ formal errors.

Sato et al. (2006) showed that using the observed parameters for the tide and air pressure corrections, instead of the default ones programmed in the processing package g provided by the manufacturer Micro-g, clearly improves the standard error of the estimated AG value. However, using different FG5 gravimeters can lead to gravity values with an rms error of up to 2 μGal (Robertsson et al., 2001). This was confirmed by comparing 13 absolute gravimeters (including 11 FG5) in 2003 (Francis et al., 2005) : a standard deviation of 1.9 μGal was obtained. Consequently, Sato et al. (2006) suggested to add 2 μGal in quadrature to all the formal errors and fit the data with the new error as a weight. They obtained a linear trend of -2.5 $\pm$ 0.9 μGal/yr (Fig. 4.1). By applying the same extra correction to the formal errors of the 6 AG observations, we compute the trend with the 3σ formal errors as a weight in the linear least-square fitting of the data and obtained

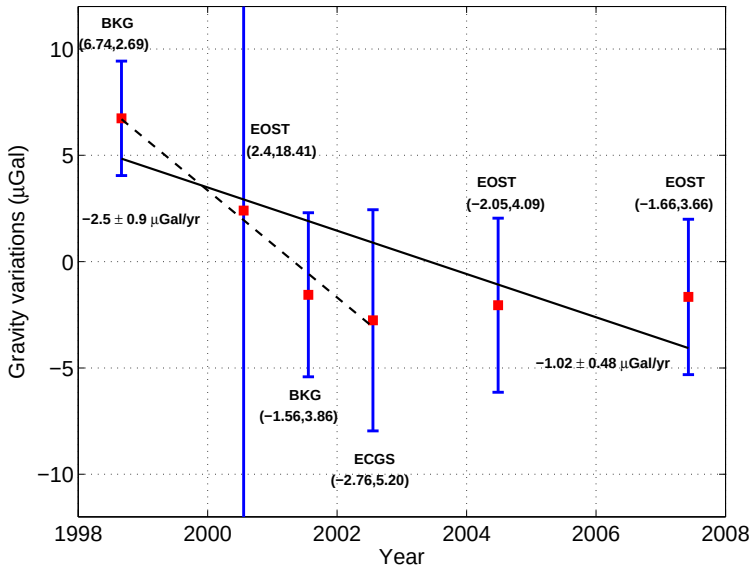


FIG. 4.1 – *Absolute Gravity (AG) measurements at Ny-Ålesund (after subtraction of a mean value of 983 017 053.76 μGal). The slopes of the dashed (Sato et al., 2006) and solid (this study) lines are respectively -2.5 ± 0.9 and -1.02 ± 0.48 μGal/yr. The observations were made by BKG (Bundesamt fuer Kartographie and Geodaesie, Frankfurt, Germany), EOST (Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, Strasbourg, France), and ECGS (European Center for Geodynamics and Seismology, Walferdange, G.-D. Luxembourg).*

-1.02 ± 0.48 μGal/yr, which is about 41 per cent of the value found by Sato et al. (2006) who used the first four observations only.

We also analyze 9 years (2000 January 1 to 2008 December 31) of SG data at Ny-Ålesund. We apply the three geophysical corrections listed earlier. We use a degree-3 polynomial filtering with a 48 h window to remove the residuals of the tidal signal from the time series. We correct for five offsets larger than 10 μGal mostly due to the refilling of the SG dewar with liquid helium. Finally, we also correct the SG data for a linear drift of 1.81 μGal/yr of instrumental origin by adjusting the SG and AG data. The corrected SG time series is shown in Fig. 4.2.

The AG measurements have been made in early 1998 September, late 2000 July, late 2001 and 2002 September, and early 2007 June. At those different times of the year, both the hydrologic and periodic signals have different amplitudes. To make sure that the secular trend deduced from the AG measurements is linear and not affected by the date of the measurements, we have to compare the AG values with the SG data. By correcting the SG drift to fit the secular trend obtained from the AG measurements, we can compare both data sets. If the linear trend deduced from the AG observations is correct, the AG measurements must coincide with the SG data. Otherwise, the AG data are off the SG series. The superposition of the AG and the SG data shows a very good agreement, confirming the linear trend that we have estimated for the gravity rate in Ny-Ålesund.

4.2.2 Space gravity measurements

The releases 4 and 2 of the GRACE solutions provided respectively by the CSR/GFZ (Bettadpur, 2007a; Flechtner, 2007) and GRGS (Bruinsma et al., 2010) centers are

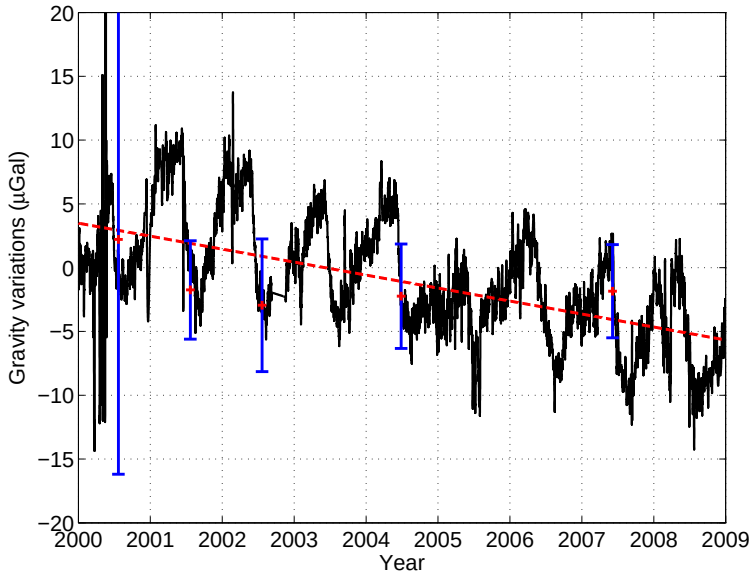


FIG. 4.2 – *Superposition of relative gravity observations with a Superconductiong Gravimeter (black curve) and AG measurements (red cross) at Ny-Ålesund. The red dashed line is the AG linear trend shown as a solid black line in Fig. 4.1.*

available as the fully normalized spherical harmonic coefficients or Stokes coefficients $C_n^m(t)$ and $S_n^m(t)$ of the monthly (CSR and GFZ) and 10-day (GRGS) gravity potential $V^{\text{sat}}(\theta, \lambda, a, t)$, which is at the surface of the Earth,

$$V^{\text{sat}}(\theta, \lambda, a, t) = \frac{GM}{a} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} \left[C_n^m(t) Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + S_n^m(t) Y_n^{m,s}(\theta, \lambda) \right], \tag{4.1}$$

where θ is the colatitude, λ is the longitude, G is the Newtonian constant of gravitation, M is the mass of the Earth, $GM = 3.986 \times 10^{14}$ m^3/s^2, $a = 6378$ km is the mean equatorial radius, and $Y_n^{m,c}(\theta, \lambda)$ and $Y_n^{m,s}(\theta, \lambda)$ are the real cosine and sine fully-normalized spherical harmonics of degree n and order m, respectively. While other studies consider gravity anomalies (e.g. Matsuo & Heki (2010)), we consider the gravity disturbance at a given by

$$g^{\text{sat}}(\theta, \lambda, a, t) = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} (n+1) \left[C_n^m(t) Y_n^{m,c}(\theta, \lambda) + S_n^m(t) Y_n^{m,s}(\theta, \lambda) \right]. \tag{4.2}$$

We estimate the gravity disturbance rates, Δg^{sat}, from the variations of g^{sat} with respect to the appropriate static fields taken over a 6-year period (2003 January-2009 January). We consider 72 monthly solutions from CSR, 70 monthly solutions from GFZ and 210 10-day solutions from GRGS, all the solutions being computed up to the harmonic degree $N_{\max} = 50$. This is the maximum degree for which the GRGS provides harmonic coefficients and it corresponds to a spatial resolution of ∼400 km. The GRGS solutions are stabilized during their generation process (http ://bgi.grgs.fr) by gradually constraining the coefficients of degree 2 through degree 50 to the coefficients of the static field (Bruinsma et al., 2010). Besides, we filter the monthly solutions of the CSR and GFZ centers with a low-pass filter in the spectral domain. The low-pass filter is a cosine taper decreasing from 1 at $n = 30$ to 0 at $n = 50$ (e.g. de Linage et al., 2009). Finally, gravity variation Δg^{sat} is estimated

with a least-square fitting of

$$g(t) = \sum_{i=1}^{2} [a_i \cos(i\omega t) + b_i \ \sin(i\omega t)] + \Delta g^{\text{sat}} t + c \tag{4.3}$$

where $\omega = 2\pi/T$ and $T = 1$ yr. The a_i's and b_i's give the magnitude of the annual ($i = 1$) and semi-annual ($i = 2$) cycles, and c is the static part of g. Δg^{sat} is shown in Fig. 4.3.

The three solutions show similar geophysical signals, for they contain large patterns over Greenland and Fennoscandia. Over Greenland, the time-decreasing mass signal, implying negative gravity rates, has already been reported in previous studies (e.g. Howat et al., 2007; Barletta et al., 2008; Slobbe et al., 2009). Over Fennoscandia, the post-glacial rebound due to the last deglaciation induces the time-increasing mass signal, implying positive gravity rates, which can also be found in previous studies (e.g. Steffen et al., 2008, 2009a). A signal over Svalbard with a magnitude smaller than -0.5 μGal/yr can be seen in the CSR and GRGS solutions while it is smaller, in absolute value, for the GFZ solutions. In order to emphasize the geophysical signals that should be common to the three solutions and decrease the magnitude of other uncorrelated signals, we compute the mean of the three solutions (Fig. 4.6, top panel). The amplitude of the signal over Svalbard remains about -0.5 μGal/yr (Table 4.1).

We now investigate the influence of the length of the time series and variability of the solutions on the gravity trend. We compute the spatial mean of the GRACE signals over Svalbard for each solution and the averages of the three solutions for the two time intervals 2003 January and 2008 January and 2003 January and 2009 January. North–South stripes affect the GRACE solutions and, to a lesser extent, the mean of the gravity variation. To see the influence of the stripes, we make the computation before and after applying the destriping filter of Swenson & Wahr (2006), recently detailed by Duan et al. (2009). We compute the standard deviation of the gravity trend for the three solutions and for the two time intervals.

Regarding the influence of the length of the time series, Table 4.1 shows that the gravity trends for the three solutions, either undestriped or destriped, are smaller for the 2003–2008 time interval than for the 2003–2009 time interval. The differences range from 0.15 to 0.37 μGal/yr. The averages of the undestriped and destriped solutions are respectively 0.28 and 0.20 μGal/yr smaller between 2003 and 2008 than between 2003 and 2009. Interannual geophysical phenomena are probably responsible for the difference between the estimated gravity trends.

Table 4.1 also shows that the solutions provided by the three centers are very different. However, the destriping process decreases the discrepancy and gives much smaller standard deviations for the destriped solutions.

The observation of the gravity field should be as long as possible to determine accurately its long-term non-periodic variation. Consequently, although the standard deviations for both the undestriped and destriped are smaller for the 2003–2008 solutions, we will base our study on the 2003–2009 destriped solutions.

4.2.3 Ground velocity measurements

In this study we use the ground velocities provided in the literature. Noticing that a scale factor existed between the VLBI (1994-2004) and GPS data, Sato et al. (2006) corrected the two GPS time series (1991-2004 and 1998-2004) and computed the average of all the observations in the terrestrial reference frame ITRF2000. They obtained an

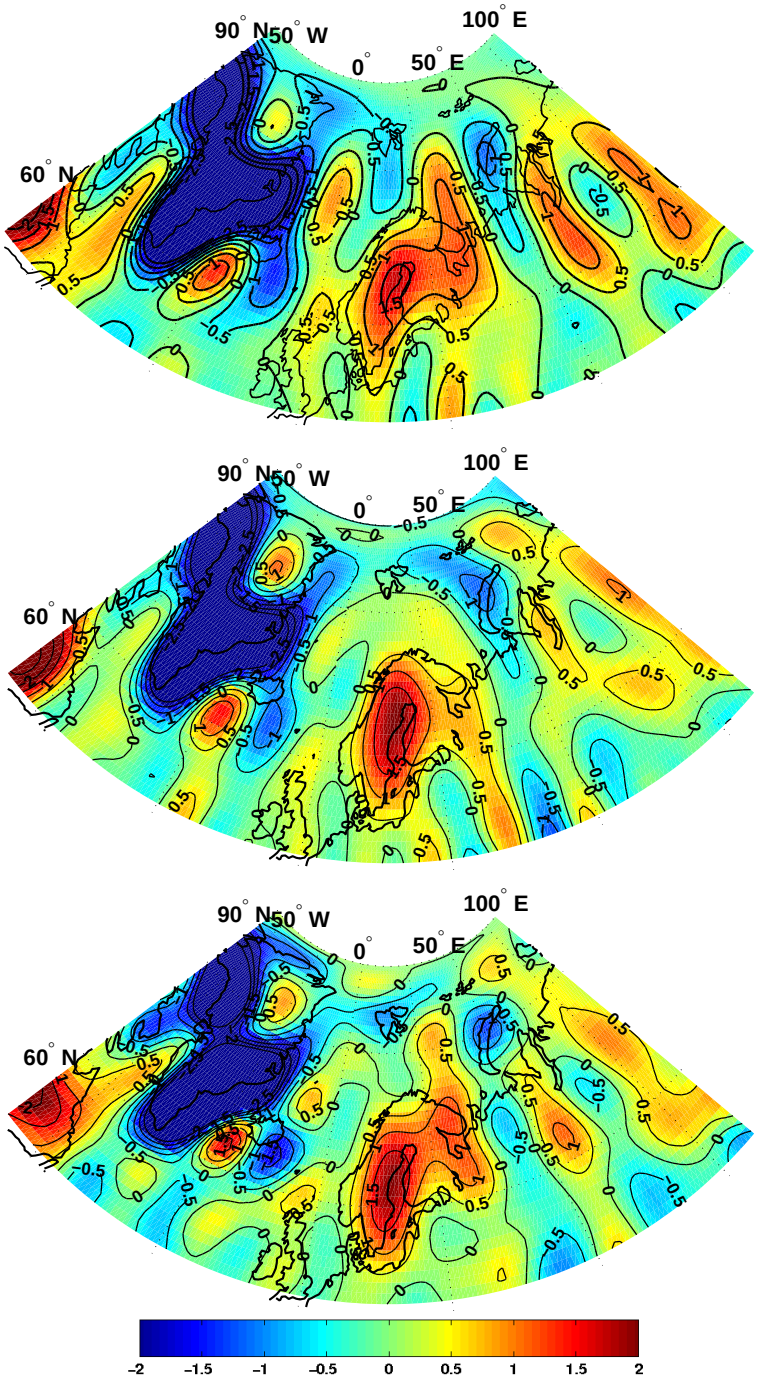


FIG. 4.3 – *Gravity trends* Δg^{sat}*, in* μ*Gal/yr, between 2003 January and 2009 January deduced from the GRACE data. From top to bottom : CSR-RL04, GFZ-RL04 and GRGS-RL02 solutions. The CSR and GFZ solutions are filtered with a cosine taper in the spectral domain for the harmonic degrees between 30 and 50.*

TAB. 4.1 – *Mean gravity trend over Svalbard for three GRACE solutions for 5- and 6-year time intervals (from 2003 to either 2008 or 2009). The asterisk indicates that the mean is computed after applying the destriping filter of Swenson & Wahr (2006). Two bottom lines : average and standard deviation σ of the three GRACE solutions.*

Time interval	2003 January to 2008 January		2003 Januart to 2009 January	
Solution	Gravity trend (μGal/yr)			
GRGS	-0.99	-0.85*	-0.80	-0.70*
CSR	-0.85	-0.90*	-0.57	-0.64*
GFZ	-0.55	-0.95*	-0.18	-0.77*
Average	-0.80	-0.90*	-0.52	-0.70*
σ	0.22	0.05*	0.31	0.07*

uplift rate of 5.2 ± 0.6 mm/yr. Rülke et al. (2008) provide a GPS-only Terrestrial Reference Frame (TRF), the Potsdam-Dresden-Reprocessing TRF. In this TRF, the vertical velocities of the two stations NYAL (1994-2005) and NYA1 (1998-2005) at Ny-Ålesund are respectively 7.3 and 7.1 mm/yr which lead to a mean uplift rate of 7.2 mm/yr and a standard deviation of 0.1 mm/yr. In ITRF 2000 this rate approximately reduces to 5.66 ± 0.3 mm/yr, which is close to the rate obtained by Sato et al. (2006). Recently, using VLBI, GPS and DORIS data, Kierulf et al. (2009a) derived a mean uplift rate of 8.2 ± 0.9 mm/yr in ITRF2005. Kierulf et al. (2009a,b) show that the geodetic observations suffer from the processing strategies. Indeed they obtain vertical velocities of 10.8 and 7.6 mm/yr respectively using GIPSY-PPP and GAMIT-DD solutions for the NYA1 GPS station between 1997 and 2007. Similar results are obtained for the second GPS station NYAL between 1991 and 2007. In ITRF2000, their mean uplift reduces to 6.43 ±1.19 mm/yr.

Whereas the dispersion of the published horizontal velocities is less than 1 mm/yr, the vertical velocity takes on different values depending on the TRF, processing strategy and measurement method. According to Tregoning & Lambeck (2010), the origin of ITRF2000 may be closer to the center of mass of Earth's system than that of ITRF2005. This would lead to a better consistency between GPS uplift rates and GIA model predictions (Tregoning, personal communication). That was previously mentioned by Argus (2007). Using the errors as a weight, we compute the mean of the three uplift rates in ITRF2000. We obtain 5.64 ± 1.57 mm/yr with a 3σ error.

4.3 Modelling of GIA and elastic deformation due to PDIM

4.3.1 Modelling of ground gravity variation

Sato et al. (2006) computed the vertical displacement and gravity variation associated to the GIA at Ny-Ålesund up to the harmonic degree 180. They considered a Maxwell Earth with the viscosity profile VP listed in Table 4.2 and the deglaciation history contained in the model ICE-3G.

The computation by Sato et al. (2006) is more accurate than the one based on the publicly available SELEN software (Spada & Stocchi, 2007), which will be used in Section

TAB. 4.2 – *Viscosity profiles VP, V1 and VM2 used to compute the Earth response to deglaciation histories ICE-3G and ICE-5G. η_u and η_l are respectively the viscosities of the upper and lower mantles, and L is the thickness of the lithosphere. The values of L, η_u and η_l for the VP, V1 and VM2 profiles can be found respectively in the papers by Sato et al. (2006), Tushingham & Peltier (1991) and Braun et al. (2008).*

Name	Deglaciation model	η_u (10^{21} Pa.s)	η_l (10^{21}Pa.s)	L (km)
VP	ICE-3G	0.5	10	100
V1	ICE-3G	1	2	120
VM2	ICE-5G	0.5	2.6	90

4.3.2, because they consider a time-dependent ocean function (Milne et al., 1999) as described earlier by Okuno & Nakada (2002). With their VP they obtained 1.88 ± 0.7 mm/yr and -0.31 ± 0.02 μGal/yr for the uplift and gravity variation respectively, the uncertainties being estimated from three different deglaciation histories (Sato et al., 2006). We obtain a vertical velocity of 1.84 mm/yr by running the SELEN software. Using the value of -0.15 μGal/mm obtained by Wahr et al. (1995) for the ratio between the viscous gravity variation and vertical velocity, we obtain a gravity rate of -0.28 μGal/yr.

We now turn to the computation of the geodetic consequences of the PDIM. First, we use two models of ice coverage. The first is the SVAL model (Hagedoorn & Wolf, 2003) in which the distribution of the 16 major ice-masses is based on the location of the glaciers described by Hagen et al. (1993). The thinning ice masses are approximated by co-axial elliptical cylinders that give a simple representation of the ice-covered area and topography. This model is used by Sato et al. (2006). The second model is based on the Digital Chart of the World (DCW). It provides a more realistic geographical location of the glaciers. The topography is provided by the GTOPO30 digital elevation model (http ://edc.usgs.gov/products/elevation/gtopo30/gtopo30.html). A better location of the glaciers near Ny-Ålesund is given by the Digital Elevation Model (DEM) from the SPIRIT project (Korona et al., 2009).

Second, we use three ice thinning-rate models. The first model has non-uniform thinning rates, deduced from Kohler et al. (2007) for the Ny-Ålesund area and from Dowdeswell et al. (2008) for the Austfonna ice cap. For all the other ice basins, we use non-uniform thinning rates given by an average of the long-term estimates of Nuth et al. (2010). The other two models are based on Sato et al. (2006) who proposed two uniform thinning rates of 47 and 75 cm we/yr. This provides six combined models of ice coverage, topography, and ice thinning. Their numbering is given in Table 4.3. Models 1 and 4 are shown in Fig. 4.4.

And third, we compute the elastic deformation due to the PDIM by convolving the Green functions of the Earth model PREM (Dziewonski & Anderson, 1981), where we replace the global ocean by a solid crust (Table 3.1), with the ice-mass variation. We apply the spherical harmonics formalism of Farrell (1972) to compute the Green functions.

To better predict the gravity rates at Ny-Ålesund, we take the topography of the region into account. Indeed, in the vicinity of Ny-Ålesund, Fig. 4.5 shows large differences between the SVAL and DCW models for the areas located above and under the horizon of the station. We thus use Green's function for the Newtonian gravity variation as defined by Merriam (1992) and Boy et al. (2002) and applied to specific glaciers in the Alps by Mémin et al. (2009).

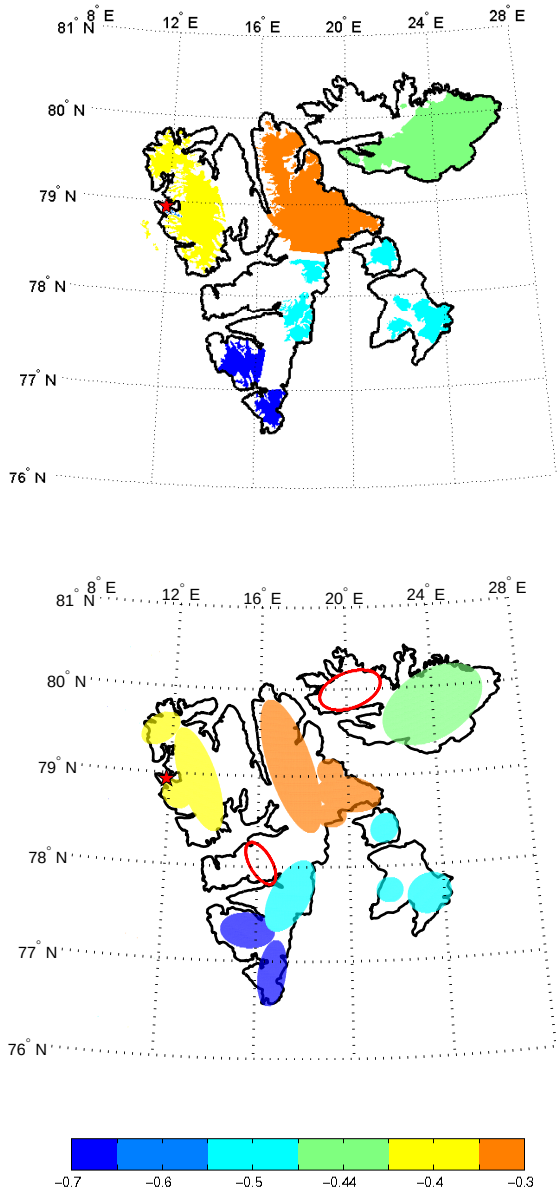


FIG. 4.4 – *Models of combined non-uniform ice-thinning rate and ice-coverage extension from the Digital Chart of the World (top panel) and from the SVAL model (bottom panel). The unit is m we/yr.*

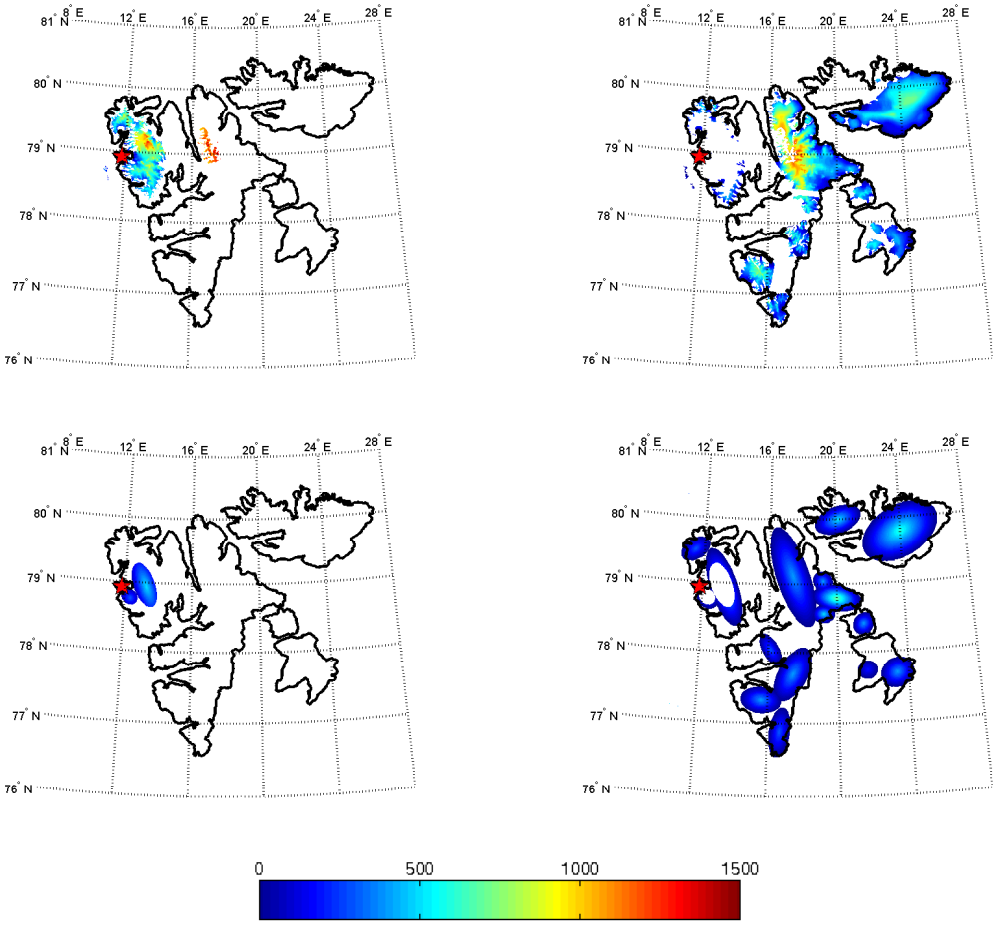


FIG. 4.5 – *Topography of the DCW-derived (top panel) and SVAL models (bottom panel) split between ice areas above (left panel) and under (right panel) the horizon of Ny-Ålesund (red star). The unit is m.*

TAB. 4.3 – *Modeled vertical velocity u (in mm/yr), gravity rate g_e (in μGal/yr) due to the elastic deformation, and gravity rates g_{nt} and g_n due to the Newtonian attraction of the load respectively with and without topography taken into account. The ratios of gravity rates and vertical velociy are in μGal/mm. The thinning rate in brackets is spatially variable.*

Ice coverage/Topography	Thinning rate (m/yr)	u	g_e	g_{nt}	g_n	$(g_e+g_{nt})/u$	$(g_e+g_n)/u$
1- DCW/GTOPO30	[-0.7, -0.3]	1.51	-0.35	0.26	-0.06	-0.06	-0.27
2- DCW/GTOPO30	-0.47	1.76	-0.39	0.24	-0.07	-0.09	-0.26
3- DCW/GTOPO30	-0.75	2.80	-0.63	0.38	-0.09	-0.09	-0.26
4- SVAL/SVAL	[-0.7, -0.3]	1.27	-0.28	-0.01	-0.05	-0.23	-0.26
5- SVAL/SVAL	-0.47	2.03	-0.46	-0.02	-0.06	-0.24	-0.26
6- SVAL/SVAL	-0.75	3.22	-0.73	-0.03	-0.10	-0.24	-0.26

The results for the six combined models of ice coverage, topography, and ice thinning are listed in Table 4.3.

4.3.2 Modelling of satellite gravity variation

Using the SELEN software, we compute the Earth response to two past-deglaciation histories, ICE-3G (Tushingham & Peltier, 1991) and ICE-5G (Peltier, 2004). We consider a spherical, non-rotating, radially stratified and incompressible Earth model with a Maxwell viscoelastic rheological constitutive relation. The sea level equation is solved assuming that the shorelines are fixed. These approximations constitute a zeroth-order model (Spada & Stocchi, 2007) that can be used for GRACE-like gravity variation estimates. The structure of the model is the following : the P-wave velocity is infinite, the density and S-wave velocity are taken from PREM, and the viscosity profiles VP, V1 and VM2 (Table 4.2) are radial profiles used by Sato et al. (2006), Tushingham & Peltier (1991) and Braun et al. (2008). VM2 is an average of the viscosity structure considered by Peltier (2004).

At the output, SELEN provides a spatial grid for the variation of the geoid height $\Delta N(\theta, \lambda, b)$, which can be expanded in spherical harmonics :

$$\Delta N(\theta,\lambda,b) = \sum_{n=0}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} \left[\Delta N_n^{m,c} Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta N_n^{m,s} Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right], \tag{4.4}$$

where $b = 6371$ km is the radius of the Earth model. To keep consistency with the GRACE solutions, we take $N_{\max} = 50$. We have

$$\begin{aligned}\Delta N(\theta,\lambda,b) &= \frac{\Delta V^{\mathrm{GIA}}(\theta,\lambda,b)}{g_0} \\ &= b \sum_{n=0}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} \left[\Delta V_n^{m,c} Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta V_n^{m,s} Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right]\end{aligned} \tag{4.5}$$

where $\Delta V^{\mathrm{GIA}}(\theta, \lambda, b)$ is the variation of the gravity potential induced by the GIA at b and $\Delta V_n^{m,c}$ and $\Delta V_n^{m,s}$ are its spherical harmonic coefficients. g_0 is the gravity at the surface of the Earth model. The gravity variation at a, $\Delta g^{\mathrm{GIA}}(\theta, \lambda, a)$, can then be recovered from

$$\begin{aligned}\Delta g^{\mathrm{GIA}}(\theta,\lambda,a) &= \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} (n+1) \left(\frac{b}{a}\right)^n \times \\ &\quad \left[\Delta V_n^{m,c} Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta V_n^{m,s} Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right] \qquad (4.6) \\ &= \frac{GM}{a^3} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} (n+1) \left(\frac{b}{a}\right)^{n-1} \times \\ &\quad \left[\Delta N_n^{m,c} Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta N_n^{m,s} Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right], \qquad (4.7)\end{aligned}$$

to which the cosine taper filter described in Section 4.2.2 is then applied.

The gravity variation associated to the deglaciation history ICE-3G and viscosity profile VP is shown in Fig. 4.6 (middle panel). The bottom chart in Fig. 4.6 shows the destriped residual signal of the mean of the three GRACE solutions corrected for the GIA contribution. Comparison with the top chart of Fig. 4.6, which shows the uncorrected mean GRACE signal, reveals that the mass-loss pattern over Svalbard is enhanced after correction for the GIA.

In Table 4.4, we list the residual signals for the GRACE solutions and their mean corrected for three GIA models, i. e. three couples deglaciation history - viscosity profile

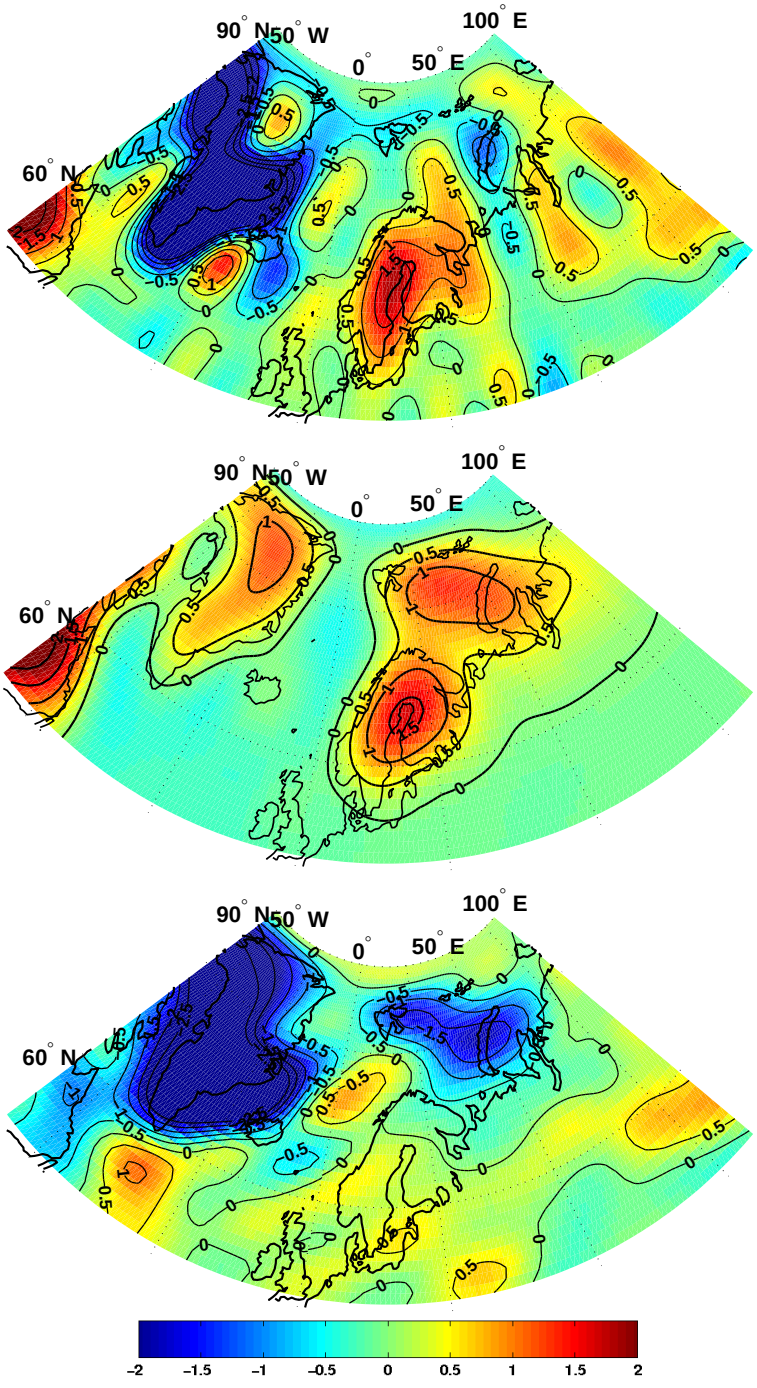


FIG. 4.6 – Top panel *: mean of the gravity rates deduced from the CSR-RL04, GFZ-RL04 and GRGS-RL02 solutions of the GRACE data. The CSR and GFZ solutions have been previously filtered with a cosine taper in the spectral domain between degrees 30 and 50.* Middle panel *: Earth gravity response* Δg^{GIA} *to the deglaciation history ICE-3G with the viscosity profile VP used by Sato et al. (2006).* Bottom panel *: mean of the gravity rates deduced from the CSR, GFZ and GRGS solutions that have been destriped and corrected for the GIA contribution. The unit is* $\mu Gal/yr$.

TAB. 4.4 – *Mean residual signal (in μGal/yr) over Svalbard of the destriped GRACE-derived gravity variation between 2003 January and 2009 January corrected for three combined deglaciation history-viscosity profile (Table 4.2).*

	ICE-3G + V1	ICE-3G + VP	ICE-5G + VM2	σ
GRGS	-0.97	-1.16	-1.15	0.11
CSR	-0.91	-1.10	-1.09	0.11
GFZ	-1.04	-1.24	-1.23	0.11
Mean	-0.97	-1.17	-1.16	0.11

in the mantle, after application of the destriping filter of Swenson & Wahr (2006). The residual for the mean GRACE solution is lower than -0.97 μGal/yr over Svalbard and the standard deviation is 0.11 μGal/yr. In Section 4.4, we will estimate the volume of current ice loss separately from space and ground gravity measurements. To compare the two estimates, we will use the same GIA correction, which is obtained by combining the deglaciation history ICE-3G and viscosity profile VP.

The gravity variation due to the PDIM is modeled with 0.25° × 0.25° grids of ice-thickness variations such that the integrated volumes of ice loss are approximately the same as the models 4 (13 km^3/yr), 5 (15 km^3/yr) and 6 (25 km^3/yr) listed in Table 4.3. An example of a grid is given on the left panel of Fig. 4.7. We expand the grids into series of spherical harmonics for which the coefficients are $\Delta\sigma_n^{m,c}$ and $\Delta\sigma_n^{m,s}$ and compute the gravity variation induced by the different ice-thinning rates according to

$$\Delta g^{\mathrm{PDIM}}(\theta,\lambda,b) = 4\pi G \sum_{n=2}^{N_{max}} \sum_{m=0}^{n} \frac{n+1}{2n+1}(1+k'_n) \times \left[\Delta\sigma_n^{m,c} Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta\sigma_n^{m,s} Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right] \quad (4.8)$$

where k'_n is the load Love number of degree n for the gravity potential. The cosine taper filter is also applied. As an example, the gravity variation due to the PDIM for model 4 is shown in Fig. 4.7 (right panel). The gravity rate is smaller than -1 μGal/yr, which is larger in absolute value than the gravity variation accompanying the GIA. As the gravity variations due to the GIA and PDIM are of opposite signs, the removal of the GIA signal from the GRACE solution enhances the remaining signal. Consequently, it really matters to accurately compute the GIA before correcting the GRACE data.

4.4 Comparison between theory and observation

4.4.1 Ground measurements

Fig. 4.8 is a synthesis of all the computations made earlier. It shows the gravity variation as a function of the secular vertical velocity.

The slope of the black solid line passing trough the origin is -0.15 μGal/mm, which is the theoretical ratio between the gravity variation and vertical displacement for a viscoelastic deformation (Wahr et al., 1995). From the point on this solid line that corresponds to the viscoelastic deformation computed by using the model ICE-3G + VP (Section 4.3.1), we draw the black dashed line with a slope of -0.26 μGal/mm, which is the theoretical

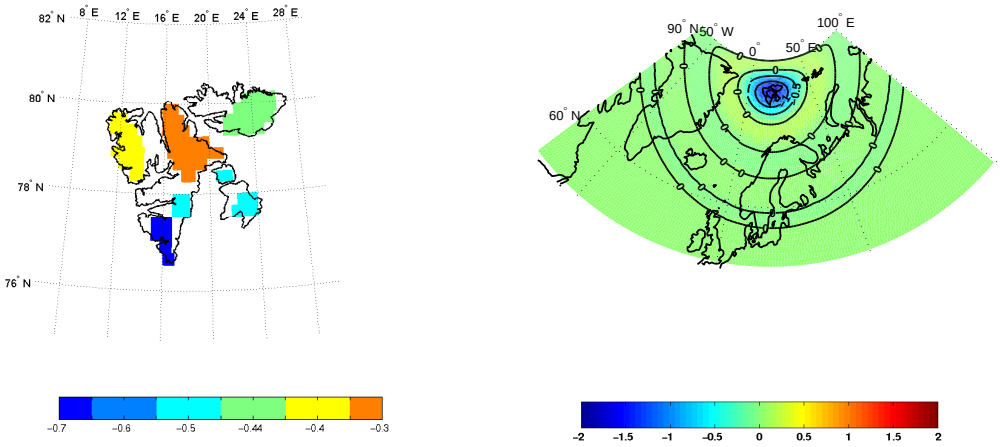


FIG. 4.7 – Left panel *: Model 4 of ice thinning given in Table 4.3.* Right panel *: Gravity variation* Δg^{PDIM} *due to the PDIM for the non uniform thinning rate. The units are respectively m we/yr and* μ*Gal/yr.*

ratio between the gravity variation and vertical displacement for the elastic deformation generated by a surface loading over a spherical Earth model (de Linage et al., 2007). The gravity variation includes the direct Newtonian attraction of the load and the effect owing to the elastic deformation. In the specific case where the topography is neglected, the black dashed line is the sum of the GIA and PDIM effects (Mémin et al., 2011a).

The SVAL rates are given by the green (with topography) and black (without topography) items. The rates of the DCW-derived models are the red (with topography) and blue (without topography) items. The squares and diamonds respectively correspond to the thinning rates of 47 and 75 cm we/yr. The circles are for a non-uniform thinning rate ranging from 30 to 70 cm we/yr. The red and green lines respectively correspond to the ratio deduced for models 2, 3 and 5, 6 listed in Table 5.1 taking the topography into account. They show how the topography provided by the SVAL and DCW models influences the gravity rate. The SVAL model has a smoother topography than the DCW model, which explains why the green line is closer than the red line to the black dashed line.

The green circle with a black contour and the dotted-dash rectangle represent the observations with their error bars. The vertical velocity (5.64 ± 1.57 mm/yr) was obtained in Section 4.2.3. The gravity rate (-1.02 ± 0.48 μGal/yr) was obtained in Section 4.2.1.

The best agreement between theory and observation is obtained for the modeling based on the SVAL model with a PDIM rate corresponding to a volume change of $\sim$ 25 km^3 we/yr (75 cm we/yr) and the GIA computed with the ICE-3G + VP model.

4.4.2 GRACE data

Table 4.5 provides the residuals $\Delta g^{\mathrm{sat}} - \Delta g^{\mathrm{GIA}} - \Delta g^{\mathrm{PDIM}}$, where Δg^{sat} is the gravity variation deduced from the mean of the GRGS, CSR and GFZ solutions (Section 4.2.2), Δg^{GIA} is the GIA contribution for the ice-mass change history ICE-3G and viscosity profile VP (Table 4.2) and Δg^{PDIM} is the PDIM contribution for models 4 (Fig. 4.7), 5 or 6 (Table 4.3). The residuals are computed as in Section 4.2.2. In Fig. 4.9, we show the residuals after applying the destriping filter.

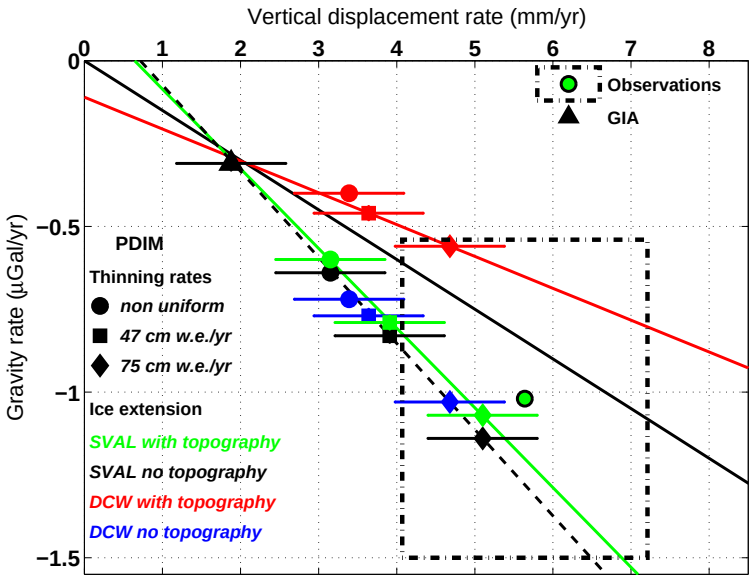


FIG. 4.8 – *Observed and computed gravity rate as a function of the uplift rate. The solid black line gives the GIA computed by Wahr et al. (1995). Its slope is approximately -0.15 μGal/mm. The dashed black line corresponds to the theoretical gravity-to-displacement ratio for the elastic computed by de Linage et al. (2007). Its slope is -0.26 μGal/mm. The computations listed in Table 4.3, to wich GIA contribution is added, are represented by the different items combined with colors listed in the legend of the figure. The red and green lines respectively correspond to the ratio deduced for models 2, 3 and 5, 6 listed in Table 4.3 taking the topography into account. Error bars are that due to GIA modeling (Sect. 4.3.1). The rectangle gives the limits of the errors associated to the observations.*

TAB. 4.5 – *Mean residual signal (in μGal/yr) over Svalbard of the destriped GRACE-derived gravity variation between January 2003 and January 2009 corrected for the deglaciation history ICE-3G, viscosity profile VP and PDIM models 4, 5, and 6 (Table 4.3).*

	4	5	6
GRGS	-0.18	0.02	0.73
CSR	-0.12	0.08	0.78
GFZ	-0.25	-0.05	0.65
Mean	-0.18	0.03	0.72

The PDIM models 4 and 5 combined with the GIA model provide residuals that are respectively -0.19 and 0.02 μGal/yr, the PDIM model 6 and the GIA model give residuals that are larger than 0.65 μGal/yr. For the time span 2003 January to 2009 January, the GRACE data provide a total volume of ice melting of approximately 15 km^3 we/yr. Given the volume involved in a PDIM model and the residuals, we can estimate the volume of ice loss needed to fit the gravity variation averaged from the GRGS, CSR and GFZ solutions. We obtain 15.5 ± 2.4 km^3 we/yr. That volume loss is closer to the 8.8 ± 3 km^3 we/yr estimated by Wouters et al. (2008) for the period 2003 February to 2008 January than the 75 km^3 we/yr proposed by Chen et al. (2006d) for the period 2002 April to 2005 November.

The destriping filter may affect the estimated volume of ice loss. A similar analysis for the undestriped GRACE solutions leads to an ice loss of 9.1 ± 4.2 km^3 we/yr.

4.5 Discussion

As shown in Section 4.4, the ground observations of gravity variation and vertical displacement are explained by a PDIM of 25 km^3 we/yr, whereas the GRACE-derived gravity variations provide a PDIM comprised between, roughly, 5 and 18 km^3 we/yr, the upper limit being reached by the destriped solutions. This rather large interval includes estimates of ice loss by glaciology studies (Table 4.6).

Indeed, Nuth et al. (2010) obtained a total ice loss of 9.7 ± 0.55 km^3 we/yr over 27 000 km^2 by comparing altimetry from ICESat (2003–2007) to digital elevation models of 1965 and 1990. Dowdeswell et al. (2008) proposed a volume decrease comprised between -2.5 and -4.5 km^3 we/yr for the Austfonna ice cap, which represents 8 000 km^2 of ice coverage. Using elevation measurements (GNSS surface profiles, airborne and ICESat laser altimetry) for the period 2002–2008, Moholdt et al. (2010a) proposed for Austfonna an ice melting of 1.3 ± 0.5 km^3 we/yr. Therefore, the total volume loss is comprised between 11 and 14.2 km^3 we/yr. Moholdt et al. (2010b) obtained from the analysis of ICESat laser altimetry data over the time interval 2003–2008 a total loss of 4.3 ± 1.4 km^3 we/yr, excluding calving front retreat or advance.

Ground gravimeters are very sensitive to the location of the changing ice mass and, consequently, to the local effects. The ice-thinning rate of 75 cm we/yr for the SVAL model is a simple model; a more realistic model such as the DCW model with an ice-thinning rate dependent on the altitude should be considered to improve the estimate of the gravity rate. Actually, the thinning rate is larger in the lowest parts of the glaciers (e.g. Kääb, 2008; Kohler et al., 2007; Nuth et al., 2010). Moreover, the mass distribution

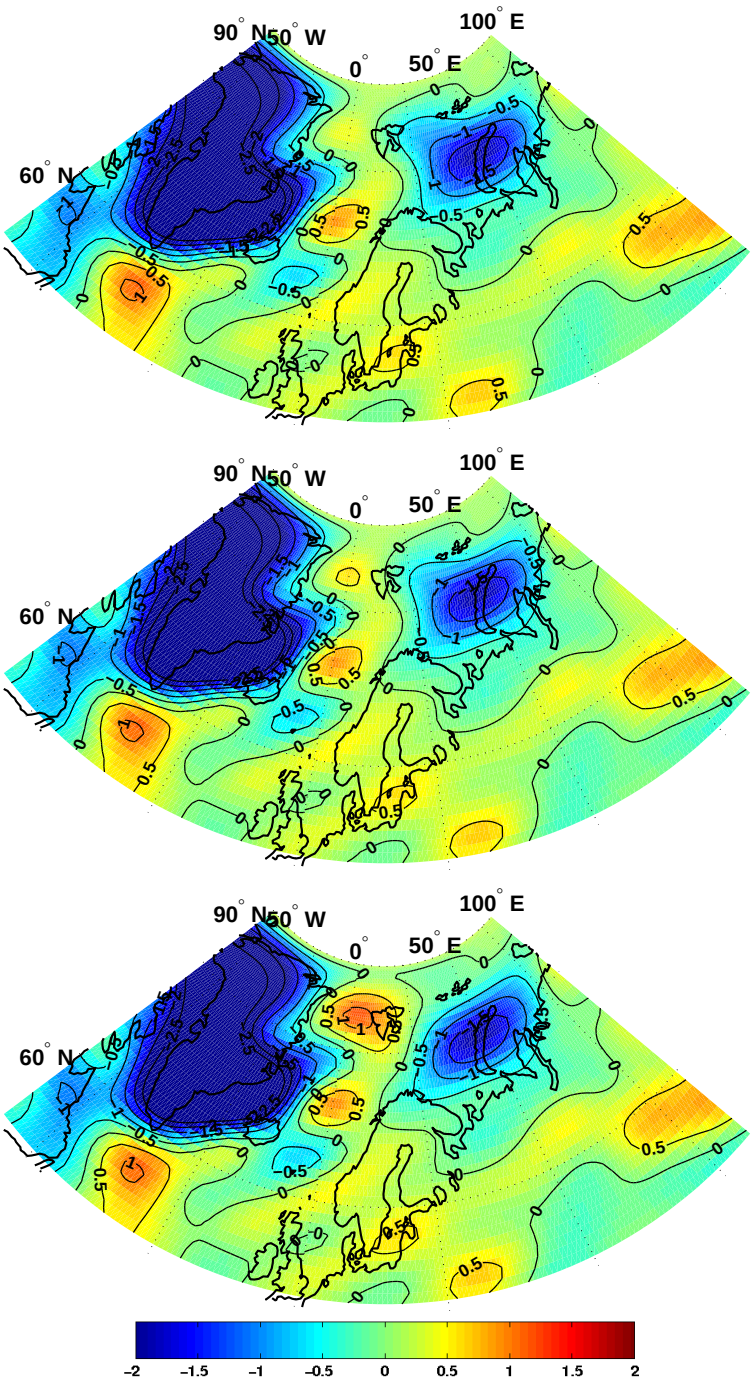


FIG. 4.9 – *Mean gravity rates deduced from the CSR-RL04, GFZ-RL04 and GRGS-RL02 solutions destriped and corrected for the GIA and PDIM contributions. The CSR and GFZ solutions have been previously filtered with a cosine taper in the spectral domain between degrees 30 and 50. From top to bottom, the PDIM rates are respectively non uniform, -47 and -75 cm we/yr. The unit is μGal/yr.*

of numerous surge-type glaciers in Svalbard changes in a very short time. Recently, Sund et al. (2009) reported that the Comfortlessbreen glacier, located south of Ny-Ålesund, started to surge in 2006. Such a process may influence the gravity rate observed at Ny-Ålesund, especially if it is located in the neighbourhood of the station. Contrary to the ground measurements, space gravimetric methods such as GRACE measurements are sensitive to the total mass loss and are not affected by local phenomena. The difference of sensitivity is likely responsible for the discrepancy between the volumes of ice loss deduced from GRACE and ground observations. Another ice-thinning distribution that, when integrated, would give the same ice mass loss as GRACE data could provide vertical velocity and gravity rate similar to the ground observations.

4.6 Conclusions

We have added two new AG measurements to the previous four observations made at Ny-Ålesund and obtained a new ground-observed gravity rate of -1.02 ± 0.48 μGal/yr, in agreement with the continuous SG series. Using the GRACE solutions provided by the CSR, GFZ and GRGS groups for the period January 2003 – January 2009, we have derived the space gravity rate over Svalbard and Northern Europe. After filtering the CSR and GFZ solutions with a low-pass filter and showing similarities with the GRGS solutions, we have computed the mean of the destriped CSR, GFZ and GRGS solutions and obtained a gravity rate of -0.70 ± 0.07 μGal/yr over Svalbard. The rate is somewhat lower (in absolute value) if we do not remove the stripes from the solutions : it is -0.52 ± 0.31 μGal/yr.

We have used the ICE-3G deglaciation history (Tushingham & Peltier, 1991) combined with the viscosity profile used by Sato et al. (2006) to model the viscous response of the Earth to the last deglaciation. At this stage, the mean of the GRACE solutions corrected for the GIA contribution shows, over Svalbard, a negative gravity rate, which emphasizes the present ice mass loss : -1.17 ± 0.18 μGal/yr for the destriped solutions, -0.99 ± 0.46 μGal/yr if the stripes are not removed.

Next, we have computed the elastic response of the Earth to the PDIM. We have considered six models of PDIM by combining two models of ice-thinning extension (SVAL and modified DCW) and three melting rates (spatially non uniform, -47 cm we/yr, -75 cm we/yr). The modelled GIA has been added to the elastic deformation due to the PDIM to compare the theoretical and observed geodetic parameters – the gravity variation given above and ground vertical velocity reported by Sato et al. (2006), Rülke et al. (2008), and Kierulf et al. (2009a). The best agreement is obtained with the model of PDIM made up of the SVAL model and an ice melting rate of 75 cm we/yr, which gives an annual loss of ice of 25 km^3 we. However, this does not agree with the smaller melting rate (from 5 to 18 km^3 we/yr) derived from the GRACE solutions. Glaciology studies (Dowdeswell et al., 2008; Nuth et al., 2010; Moholdt et al., 2010a,b) favour a volume of ice loss between 4 and 14.2 km^3 we/yr, which is similar to the interval obtained from the GRACE data. A part of the discrepancy between the ice losses derived from ground and space observations can probably be reduced by taking into account the topography of the glaciers and the altitude dependency of ice melting in the modelling of PDIM.

TAB. 4.6 – *Summary of estimates of ice loss in Svalbard from various studies. The asterisk indicates that the destriping filter of Swenson & Wahr (2006) has been applied to the GRACE solutions.*

Data	Reference	Time interval	Volume loss (km^3/yr)
GRACE	Chen et al. (2006d)	04.2002 to 11.2005	-75
	Wouters et al. (2008)	02.2003 to 01.2008	-8.8 ± 3
	This study	01.2003 to 01.2009	-9.1 ± 4.2
	This study*	01.2003 to 01.2009	-15.5 ± 2.4
AG & SG	This study	1998 – 2007	-25
ICESat & DEM	Nuth et al. (2010)	1965/1990 to 2003/2007	-13.2 ± 1.55
	Dowdeswell et al. (2008)	1966 – 2006	
ICESat & DEM	Nuth et al. (2010)	1965/1990 to 2003/2007	-11 ± 1.05
ICESat	Moholdt et al. (2010a)	2002 – 2008	
ICESat	Moholdt et al. (2010b)	2003 – 2008	-4.3 ± 1.4

Un désaccord a été obtenu entre le volume de glace déduit des données sol et celui déduit des solutions GRACE. Ce dernier, plus faible, est cohérent avec les estimations issues des études glaciologiques. Le désaccord entre les données sol et satellite peut provenir de la sensibilité des instruments au sol aux effets locaux. Prendre en compte la topographie des glaciers ainsi que la dépendance en altitude du changement d'élévation de ces derniers permettrait probablement de réduire cet écart. Le chapitre suivant traite de l'influence de la topographie des glaciers sur la séparabilité des effets des changements de masse passés et actuels dans les observables géodésiques et de gravité au sol.

Chapitre 5

Étude de la séparabilité des effets induits par les déglaciations passée et actuelle dans les observables géodésiques et de gravité au sol

Sommaire

5.1 Introduction . . . 125
5.2 Viscoelastic and elastic gravity and uplift rates . . . 126
5.2.1 Gravity variation-to-vertical displacement ratio for viscoelastic deformation . . . 126
5.2.2 Gravity variation-to-vertical displacement ratio for elastic deformation 127
5.2.3 Separation between the geodetic consequences of GIA and PDIM change . . . 127
5.3 Study of $C^{e,N}$ . . . 128
5.3.1 $C^{e,N}$ in areas subject to both past and present-day ice-mass changes 128
5.3.2 Expression for $C^{e,N}$ . . . 129
5.3.3 Study of $G_{C^{e,N}}$ . . . 132
5.4 Past and Present-day ice-mass changes in Svalbard . . . 136
5.4.1 Location of Svalbard and geodetic observations . . . 136
5.4.2 Ice-mass change distribution in Svalbard . . . 137
5.4.3 Gravity and uplift rates at Ny-Ålesund . . . 139
5.4.4 $C^{e,N}$ at Ny-Ålesund, Svalbard . . . 141
5.5 Conclusions . . . 143

Le contenu de ce chapitre fait l'objet d'un article publié en 2011 dans *Pure and Applied Geophysics* et intitulé : ***Separation of the geodetic consequences of past and present ice-mass change : influence of topography with application to Svalbard (Norway).***

Auteurs : Mémin A., J. Hinderer et Rogister Y.

Nous étudions dans ce chapitre la séparation des contributions des déglaciations passée et actuelle dans les observables géodésiques au sol. Dans un premier temps nous relions les vitesses de déplacement du sol et les variations de gravité théoriques et observées dans les zones subissant à la fois la déformation suivant la déglaciation du Pléistocène et les changements actuels de masse de glace. Nous utilisons ensuite les rapports théoriques C entre variation de gravité et vitesse de déplacement du sol disponibles dans la littérature. Utilisant différentes histoires de déglaciation, de géométries et différents profils de viscosité pour le manteau d'une Terre visco-élastique de Maxwell, on obtient $C^v = -0.15\ \mu$Gal/mm. Utilisant une approche spectrale, un rapport théorique $C^{e,N} = -0.26\ \mu$Gal/mm impliquant les déformations élastiques est proposé. Ce dernier rapport est obtenu, en première

approximation, en considérant que les variations de masse se produisent à la surface d'un modèle de Terre sphérique et en dehors des zones où se produisent les variations de masse. Ainsi, pour des stations gravimétriques et géodésiques colocalisées, un ensemble de quatre relations permet de déterminer de façon unique les contributions de la déglaciation du Pléistocène et de la variation actuelle de glace dans les observations. Toutefois ce cas n'est valable que pour une charge ou une décharge située sous le plan de l'horizon passant par le point où s'effectuent les observations. En réalité, l'attraction newtonienne, qui intervient dans le rapport $C^{e,N}$, dépend de la position relative du point d'observation et du lieu où les variations de masse se produisent. Comme l'attraction newtonienne dépend de la topographie environnante, le rapport $C^{e,N}$ peut varier. Nous étudions alors ce rapport. Dans un premier temps nous montrons qu'une gamme de valeur possible peut être déduite pour $C^{e,N}$ à partir du contexte de déglaciation/glaciation. Introduisant une pseudo-function de Green $G_{C^{e,N}}$ nous montrons que $C^{e,N}$ dépend à la fois de la topographie et de la variation de hauteur de la masse de glace. En étudiant ensuite l'influence de la topographie sur le rapport $C^{e,N}$, nous montrons que celui-ci tend vers des valeurs positives si la majeure partie des masses environnantes varie à des altitudes plus élevées que celle du site d'observation, ou, vers des valeurs inférieures à -0.26 μGal/mm sinon. Enfin, nous montrons que $G_{C^{e,N}}$ peut être déterminée indépendamment de la variation de la hauteur de glace à partir d'un modèle numérique de terrain avec une précision de l'ordre de 0.01 μGal/mm pourvu que la charge glaciaire soit située à au moins 6.5 km du site d'observation et que les variations soient inférieures à 5 m/a. Toutefois, pour de plus faibles distances et pour de plus grandes variations de hauteur de glace, cette détermination n'est plus possible. Nous introduisons ensuite une fonction de répartition. Cette fonction prend en compte l'altitude où la charge est appliquée. Elle permet de considérer des modèles plus réalistes avec des variations de masse en fonction de l'altitude. Nous nous intéressons au cas du Svalbard et utilisons les altitudes des glaciers fournies par le *Digital Chart of the World*, plus réalistes que celles du modèle SVAL. À partir des profils de variations de l'épaisseur des glaciers issus de la littérature et théoriques, nous calculons le mouvement vertical du sol et la variation de gravité ainsi que le rapport $C^{e,N}$ à la station géodésique de Ny-Ålesund. Nous montrons que différentes variations de volume de glace et différentes distributions de la charge peuvent induire des variations de gravité et des déplacements similaires. Ceci est très important dans les régions où les variations d'épaisseur varient d'un glacier à un autre. Nous montrons également que le rapport $C^{e,N}$ ne dépend pas du taux de variation de masse de glace si ce dernier est spatialement uniforme, permettant alors de séparer de façon unique les effets passés et actuels. Dans ce cas, pour Ny-Ålesund, $C^{e,N}$ est plus important que lorsque la topographie est négligée, et la valeur de -0.26 μGal/mm peut-être considérée comme limite inférieure des effets de la variation de masse actuelle des glaciers. Si au contraire le changement de masse n'est pas spatialement uniforme alors $C^{e,N}$ dépend du taux de variation de la masse de glace la plus proche.

Abstract

Polar regions such as Greenland, Svalbard and Antarctica are deforming today because of both the present-day ice-mass (PDIM) change of glaciers and the glacial isostatic adjustment (GIA) following the Pleistocene deglaciation. Observations handled in these areas contain both the contributions from the PDIM change and GIA. This study aims at separating them by considering two specific gravity-variation-to-vertical-displacement

ratios. We first review the case of the viscoelastic rebound (GIA) subsequent to the Pleistocene deglaciation leading to a ratio C^v. The outcome of previous studies is that C^v is approximately equal to -0.15 μGal/mm and almost independent of the deglaciation history, ice geometry and viscosity profile of the mantle. Similarly we consider the elastic deformation resulting from PDIM change which leads to a second ratio $C^{e,N}$. Several studies have shown that $C^{e,N} \approx -0.26$ μGal/mm if one assumes that the changing glaciers are thin layers over the surface of a spherical earth model. In this case, we show that the separation between the contributions from PDIM change and GIA is unique if both gravity and height changes observations are available at the same station. Next, we focus on $C^{e,N}$ and show that according to the deglaciation/glaciation context and from colocated gravity variation and ground vertical velocity measurements one can deduce a range of possible values for $C^{e,N}$. Studying the influence of the topography on $C^{e,N}$ we first show that it tends to positive values if most of surrounding ice mass changes above the altitude of the observation site and to values lower than -0.26 μGal/mm if changes are below. We next apply our general formalism to the case of the past and PDIM changes in Svalbard, Norway. We compute the ratio $C^{e,N}$ at the geodetic observatory at Ny-Ålesund and show the influence of the topography of the surrounding glaciers on the measured gravity and uplift rates. We show that if the ice-mass change is spatially uniform, $C^{e,N}$ does not depend on the speed of ice-mass change, and hence the separation of the contributions from PDIM changes and GIA can still be done univocally. However if the ice-mass change is not spatially uniform, $C^{e,N}$ depends on both the speed of ice-mass change and the volume of ice-change rate.

5.1 Introduction

In response to climatic changes, ice masses vary. Currently a reduction of the volume of ice is observed using different methods. For example, the analysis of space gravimetric observations from GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) suggests ice-mass loss over Alaska (e.g. Luthcke et al., 2008), Greenland and West Antarctica (e.g. Barletta et al., 2008; Wouters et al., 2008; Slobbe et al., 2009; Horwath & Dietrich, 2009; Velicogna, 2009). Comparison of digital elevation models deduced from satellite altimetry or photogrammetry have shown ice thinning in Svalbard (e. g. Kohler et al., 2007; Kääb, 2008; Nuth et al., 2010). Ice thinning has also been shown in Alaska by using satellite imagery (Berthier et al., 2010).

The solid Earth elastically deforms because of this present-day ice-mass (PDIM) change. Moreover, most of the regions where the ice mass presently decreases is also subject to the Glacial Isostatic Adjustment (GIA), which is the viscous relaxation that follows the Pleistocene deglaciation. Of course, the observations (ground gravimetry and precise positioning) do not separate the two effects (e. g. Bevis et al., 2009). Usually, models of deglaciation histories are used to compute the GIA, which is subtracted from the observations. The volume of ice loss can then be deduced from the residuals. The contribution of the GIA to the observations is sometimes estimated using the vertical displacement to gravity conversion factor of Wahr et al. (1995). It appears difficult to separate the two contributions by using observations only.

We study the separation between the contributions from past and present deglaciations to the observations by using two gravity-variation-to-displacement ratios, for both the viscous (C^v) and elastic ($C^{e,N}$) deformations. In Section 5.2, we first list the relations between the observed and theoretical vertical displacement and gravity rates. Then we

collect ratios of gravity rate to vertical velocity found in the literature (Sections 5.2.1 and 5.2.2) and relate them to the observed parameters (Section 5.2.3). In Section 5.3 we focus on $C^{e,N}$. We study the influence of the glaciation/deglaciation context (Section 5.3.1) and the effect of the topography, for which we derive a general expression (Sections 5.3.2 and 5.3.3). We investigate in the last section the influence of the topography and spatial distributions of ice-mass variations on the separation of the geodetic consequences of past and present-day ice-mass change over the Svalbard archipelago, Norway (Section 5.4). After a brief geographical description of Svalbard in Section 5.4.1, we introduce, in Section 5.4.2, the spatial distribution of the glaciers and the different vertical profiles of ice-mass change used to model the gravity variations and ground velocity (Section 5.4.3). We discuss the results from models and observations in Section 5.4.4.

5.2 Viscoelastic and elastic gravity and uplift rates

Let δu^v and δg^v be respectively the time variations of the vertical displacement and gravity rate due to the GIA at the Earth's surface. The uplift and gravity rates induced by the PDIM change are respectively denoted by δu^e and $\delta g^e + \delta g^N$. The first term δg^e is due to the elastic deformation of the ground, the second term is the Newtonian attraction of the varying mass. In areas subject to both the GIA and PDIM change, the observed vertical velocity δu^{obs} and gravity rates δg^{obs} are given by

$$\delta u^{obs} = \delta u^e + \delta u^v, \tag{5.1}$$

$$\delta g^{obs} = \delta g^e + \delta g^N + \delta g^v. \tag{5.2}$$

5.2.1 Gravity variation-to-vertical displacement ratio for viscoelastic deformation

Using different deglaciation histories, ice geometries and viscosity profiles for the mantle of a viscoelastic Maxwell Earth, Wahr et al. (1995) found the following relation between the viscous gravity and uplift rates :

$$C^v = \frac{\delta g^v}{\delta u^v} \approx -0.15 \ \mu\text{Gal/mm}. \tag{5.3}$$

This ratio was studied by Fang & Hager (2001) who confirmed that it is independent of the radial viscosity profile of the Earth, which is due to the nearly incompressible viscous response of a Maxwell Earth. Using the ICE-3G history of Tushingham & Peltier (1991) to model the GIA in Antarctica, James & Ivins (1998) numerically found a ratio of -0.16 μGal/mm, close to ratio (5.3). Actually, the viscous response of the Earth involves both changes in the height of the surface and mantle mass redistribution. The motion of the surface involves a variation of the gravity measured by an instrument moving with the surface. This variation is the so-called free-air gradient, which is $-2g_0/a \approx$ -0.31 μGal/mm, where a is the mean Earth radius and $g_0 = 9.81$ m/s^2 is the surface gravity. The second effect can be approximated by the Bouguer plate formula leading to $2\pi G\rho_m$ for the gravity variation-to-vertical displacement ratio, where G is the gravitationnal constant and ρ_m is the density of the plate. Taking ρ_m= 3350 kg/m^3 as an average density for the upper mantle, we have $2\pi G\rho_m = 0.14$ μGal/mm and $\delta g^v/\delta u^v \approx$ -0.17 μGal/mm, as found for example in Ekman & Mäkinen (1996), James & Ivins (1998) and Le Meur & Huybrechts

(2001). This ratio is close to the one first derived by Wahr et al. (1995), although it is derived from a simpler modeling.

The ratio $C^v = -0.15$ μGal/mm given by Wahr et al. (1995) was also obtained by Larson & van Dam (2000) in North America from uplift and gravity observations, whereas Lambert et al. (2006) obtained -0.18 ± 0.03 μGal/mm from similar observations. In Fennoscandia, Mäkinen et al. (2005) obtained a ratio in the range $[-0.18\pm0.06,\ -0.16\pm0.04]$ μGal/mm. Some studies (e.g. Wolf et al., 1997; Lambert et al., 2001; Mäkinen et al., 2007; Amalvict et al., 2009) used a ratio in the range $[-0.17,\ -0.15]$ μGal/mm to predict the gravity rate from a modelled displacement rate.

5.2.2 Gravity variation-to-vertical displacement ratio for elastic deformation

Using a spectral approach, de Linage et al. (2007) computed the ratio

$$C^e = \frac{\delta g^e}{\delta u^e} \tag{5.4}$$

between the rates of gravity and vertical displacement for an elastic deformation. According to the compressibility of the uppermost layer of the Earth model, its value is either ≈ -0.20 μGal/mm if the layer is incompressible or ≈ -0.24 μGal/mm if it is compressible.

These values do not take into account the direct attraction of the changing mass expressed by δg^N. Considering that the mass changes occur at the surface of the spherical and compressible Earth model, de Linage et al. (2007) found that outside the area where the load occurs

$$C^{e,N} = C^e + C^N \approx -0.26\ \mu\text{Gal/mm}, \tag{5.5}$$

where

$$C^N = \frac{\delta g^N}{\delta u^e}. \tag{5.6}$$

They obtained this value by averaging over the harmonic degrees 2 to 50 the ratio between the n^{th} spectral components of the transfer functions of the gravity variation and vertical displacement. For the harmonic degrees 6 and 3000, this ratio takes the values -0.2881 and -0.2467 μGal/mm, respectively.

James & Ivins (1998) obtained $C^{e,N} = -0.27\mu$Gal/mm, which is close to the value (5.5) found by de Linage et al. (2007) and which corresponds to 85 % of the free-air gradient. As for the viscous ratio, $C^{e,N}$ is used to estimate secular gravity variation from modelled uplift rate such as that due to the PDIM change in Antarctica (e.g. Mäkinen et al., 2007; Amalvict et al., 2009).

5.2.3 Separation between the geodetic consequences of GIA and PDIM change

For colocated gravimetric and geodetic stations, relations (5.1), (5.2), (5.3) and (5.5) provide

$$\delta u^e = \frac{\delta g^{obs} - C^v \delta u^{obs}}{C^{e,N} - C^v}, \tag{5.7}$$

$$\delta u^v = -\frac{\delta g^{obs} - C^{e,N}\delta u^{obs}}{C^{e,N} - C^v}, \tag{5.8}$$

which, in turn, give δg^v and $\delta g^e + \delta g^N$ by using (5.3) and (5.5) :

$$\delta g^e + \delta g^N = C^{e,N}\frac{\delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs}}{C^{e,N} - C^v}, \tag{5.9}$$

$$\delta g^v = -C^v\frac{\delta g^{obs} - C^{e,N}\delta u^{obs}}{C^{e,N} - C^v}. \tag{5.10}$$

Therefore, the contributions δg^v and δu^v of the GIA and $\delta g^e + \delta g^N$ and δu^e of the PDIM change to the observed gravity rate and vertical velocity of the ground can be uniquely solved and directly estimated from gravity and geodetic observations and theoretical ratios (5.3) and (5.5).

So far, we have considered that the remote unloaded/loaded area is located beneath the horizontal plane passing through the observation point (James & Ivins, 1998; Le Meur & Huybrechts, 2001; Mäkinen et al., 2007). However, since the Newtonian part of the gravity depends on the relative position of the observation point and location where mass changes occur (Merriam, 1992; Boy et al., 2002; Mémin et al., 2009), it depends on the topography of the loaded area. In the next section, we examine the influences of the geophysical context, topography and load variation on $C^{e,N}$.

5.3 Study of $C^{e,N}$

5.3.1 $C^{e,N}$ in areas subject to both past and present-day ice-mass changes

The expressions (5.7)–(5.10) are valid if $C^{e,N}$ is known, which seems to be the case when the topography is neglected (Section 5.2.2), and if $C^{e,N} \neq C^v$. It is indeed impossible to discriminate processes producing the same gravity-variation-to-vertical-displacement ratio.

To put constraints on $C^{e,N}$, we consider the ratio $\delta u^v/\delta u^e$. Let us first assume that δu^e and δu^v have the same sign, so $\delta u^v/\delta u^e$ is positive. Therefore,

$$\frac{\delta u^v}{\delta u^e} = -\frac{\delta g^{obs} - C^{e,N}\delta u^{obs}}{\delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs}} \geq 0, \tag{5.11}$$

and

$$C^{e,N}\begin{cases} \geq \frac{\delta g^{obs}}{\delta u^{obs}}, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs} > 0 \\ \leq \frac{\delta g^{obs}}{\delta u^{obs}}, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs} < 0 \end{cases}. \tag{5.12}$$

If, moreover, $\frac{\delta u^v}{\delta u^e} < 1$, then $C^{e,N}$ satisfies the following conditions :

$$C^{e,N}\begin{cases} \leq 2\frac{\delta g^{obs}}{\delta u^{obs}} - C^v, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs} > 0 \\ \geq 2\frac{\delta g^{obs}}{\delta u^{obs}} - C^v, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs} < 0 \end{cases}. \tag{5.13}$$

Second, we assume that δu^e and δu^v have opposite signs. Therefore,

$$C^{e,N}\begin{cases} \leq \frac{\delta g^{obs}}{\delta u^{obs}}, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs} > 0 \\ \geq \frac{\delta g^{obs}}{\delta u^{obs}}, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v\delta u^{obs} < 0 \end{cases}. \tag{5.14}$$

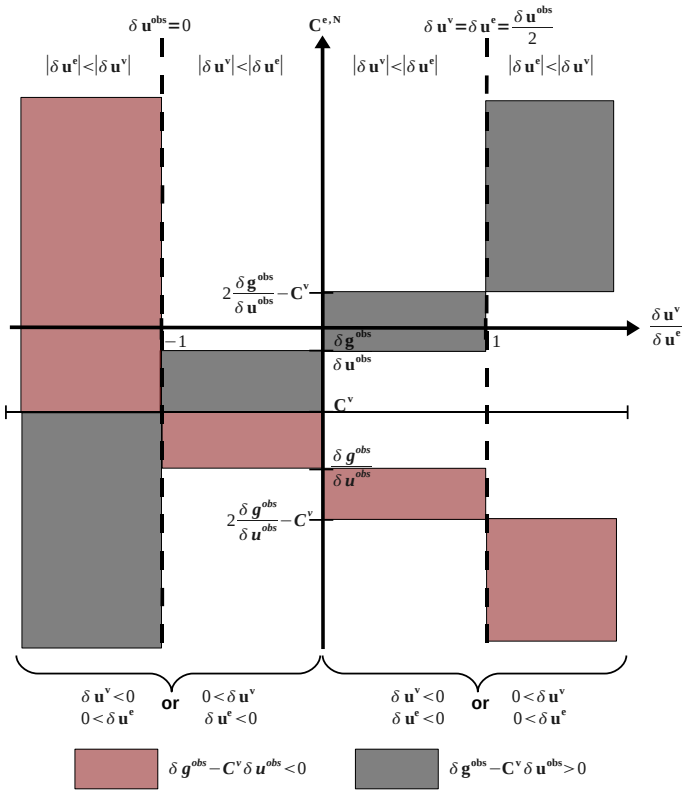


FIG. 5.1 – *Summary of the different cases, corresponding to various geophysical processes, discussed in the text for the ratio* $C^{e,N}$.

If, moreover, $\delta u^v/\delta u^e > -1$, then

$$C^{e,N} \begin{cases} > C^v, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v \delta u^{obs} > 0 \\ < C^v, & \text{if } \delta g^{obs} - C^v \delta u^{obs} < 0 \end{cases} . \tag{5.15}$$

If $\delta u^v/\delta u^e = -1$, then $C^{e,N} = C^v$ and expressions (5.7) and (5.8) are no longer valid. The case $|\delta u^v/\delta u^e| > 1$ concerns either local ice-mass change which induces effects lower than that induced by the Pleistocene deglaciation or ice-mass change which is too remote to have sufficiently large effects. The different inequalities are shown in Fig. 5.1.

In conclusion, knowing the observed gravity and vertical displacement rates, as well as the glaciation and deglaciation context, we can provide a range of values for $C^{e,N}$.

In Sections 5.3.2 and 5.3.3, we take now the topography into account for calculating $C^{e,N}$.

5.3.2 Expression for $C^{e,N}$

According to Eq. (5.5),

$$C^{e,N} = \frac{\delta g^e + \delta g^N}{\delta u^e}. \tag{5.16}$$

In this section we derive an expression for $C^{e,N}$ that explicitly contains the distance between the observation site and the location where the loading is applied. The derived expression is used in Section 5.3.3 to study the influence of the topography on $C^{e,N}$.

In spherical coordinates r, θ, ϕ, the Newtonian (δg^N) and elastic (δg^e) gravity variations and the vertical displacement rate (δu^e) are respectively given by

$$\delta g^N(\mathbf{r}) = \iiint_v \rho(\mathbf{r}') G_{g^n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') r'^2 dr' \sin\theta' d\theta' d\phi' \tag{5.17}$$

$$\delta g^e(\mathbf{r}) = \iint_\Omega \rho(\mathbf{r}') \delta h(\mathbf{r}') G_{g^e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi' \tag{5.18}$$

$$\delta u^e(\mathbf{r}) = \iint_\Omega \rho(\mathbf{r}') \delta h(\mathbf{r}') G_{u^e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi', \tag{5.19}$$

where $\mathbf{r}'$ is the position of an element of ice-height variation δh and density ρ. The surface and volume of the ice load are, respectively, Ω and v. Green functions for the vertical displacement and elastic gravity variations are respectively (Farrell, 1972) :

$$G_{u^e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{G}{a g_0} \sum_{n=1}^{\infty} h'_n P_n(\cos\psi), \tag{5.20}$$

$$G_{g^e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -\frac{G}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[2h'_n - (n+1)k'_n\right] P_n(\cos\psi). \tag{5.21}$$

G is the Newtonian constant of gravitation and g_0, the gravity at the surface of the spherical Earth model of mean radius a. h'_n and k'_n are the load Love numbers of degree n for the displacement and variation of the gravity potential respectively. P_n is the Legendre polynomial of degree n. ψ is the angular distance between the observation point and loading point. The Green function for the Newtonian gravity variation is (Merriam, 1992; Boy et al., 2002) :

$$G_{g^n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G \frac{r - r'\cos\psi}{(r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\psi)^{3/2}}. \tag{5.22}$$

Angular distance ψ is given by

$$\cos\psi = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\phi - \phi'). \tag{5.23}$$

Inserting Eqs. (5.17)–(5.22) in Eq. (5.16) and assuming a constant density for the load, we obtain

$$C^{e,N}(\mathbf{r}) = \frac{\rho}{\delta u^e(\mathbf{r})} \iint_\Omega \left[\delta h(\mathbf{r}') G_{g^e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') r'^2 + \int_{r'}^{r' + \delta h(\mathbf{r}')} G_{g^n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_1) r'^2_1 dr'_1\right] \sin\theta' d\theta' d\phi', \tag{5.24}$$

where the coordinates of the point at $\mathbf{r}'_1$ are $r' + dz'$, θ', ϕ'. One can rewrite Eq. (5.24)

$$C^{e,N}(\mathbf{r}) = \frac{\rho}{\delta u^e(\mathbf{r})} \iint_\Omega \left[\delta h(\mathbf{r}') G_{g^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') r'^2 + \int_0^{\delta h(\mathbf{r}')} G_{g^n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + z'\mathbf{e}_\mathbf{r})(r'+z')^2 dz' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi'. \quad (5.25)$$

If we denote by z^{load} and z^{obs} respectively the altitudes of the loading point and observation point, then $r' = a + z^{\text{load}} \gg z'$ and $r = a + z^{\text{obs}}$. Thus, we obtain

$$C^{e,N}(\mathbf{r}) = \frac{\rho}{\delta u^e(\mathbf{r})} \iint_\Omega \left[\delta h(\mathbf{r}') G_{g^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') r'^2 + \int_0^{\delta h(\mathbf{r}')} G_{g^n}(\theta-\theta', \phi-\phi', z^{\text{obs}} - z^{\text{load}} - z') r'^2 dz' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi' \quad (5.26)$$

or

$$C^{e,N}(\mathbf{r}) = \frac{\rho}{\delta u^e(\mathbf{r})} \iint_\Omega \left[\delta h(\mathbf{r}') G_{g^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \int_{z^{\text{load}}}^{z^{\text{load}}+\delta h(\mathbf{r}')} G_{g^n}(\theta-\theta', \phi-\phi', z^{\text{obs}} - z') dz' \right] r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi'. \quad (5.27)$$

We introduce the pseudo Green function of $C^{e,N}$ that we name $G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Actually, $G_{C^{e,N}}$ is a function of $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$:

$$G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{1}{\delta h(\mathbf{r}') G_{u^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} \left[\delta h(\mathbf{r}') G_{g^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \int_{z^{\text{load}}}^{z^{\text{load}}+\delta h(\mathbf{r}')} G_{g^n}(\theta-\theta', \phi-\phi', z^{\text{obs}} - z') dz' \right] \quad (5.28)$$

We call it pseudo Green function because it is the ratio produced by a mass point of height δh, in other terms, it is a unit-mass point response scaled to δh. Using Eq. (5.28), Eq. (5.16) transforms to

$$C^{e,N}(\mathbf{r}) = \frac{\rho}{\delta u^e(\mathbf{r})} \iint_\Omega \delta h(\mathbf{r}') G_{u^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi'. \quad (5.29)$$

We now write

$$\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta h(\mathbf{r}') \frac{G_{u^e}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\delta u^e(\mathbf{r})}, \quad (5.30)$$

and introduce it in Eq. (5.29). We finally obtain

$$C^{e,N}(\mathbf{r}) = \rho \iint_\Omega \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}') G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi'. \quad (5.31)$$

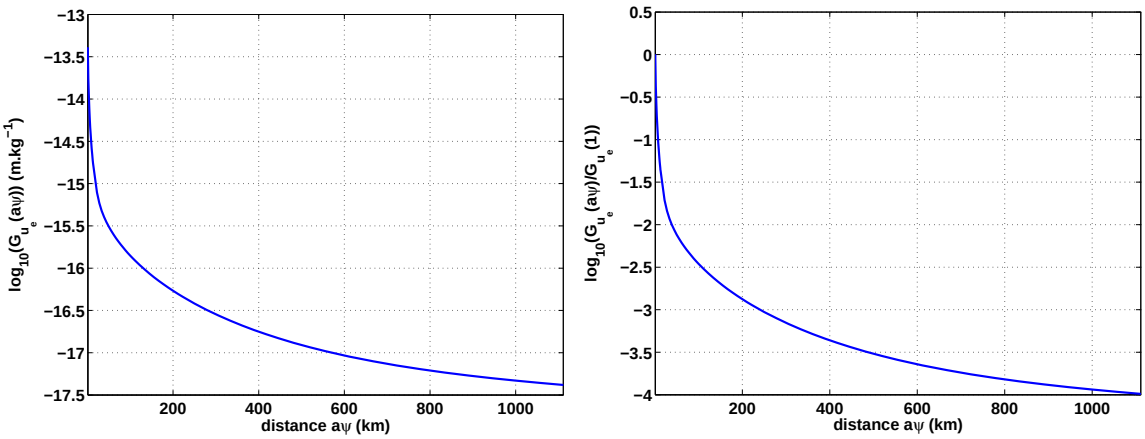


FIG. 5.2 – *Weighting factor $\alpha\delta u^e/\delta h$ plotted as a function of the distance of the observation point from the load (left) and divided by that computed for an observation point located at 1 km from the load (right).*

Thus, as predicted, $C^{e,N}$ depends on the distance between the observation and loading points and, consequently, on the surface of the load. It also depends on the ice-height variations at each loading point. Function α is a weighting factor that indicates how $C^{e,N}$ for a specific loading point contributes to the total $C^{e,N}$ ratio induced by the whole load. Its behaviour is shown in Fig. 5.2, where $\alpha\delta u^e/\delta h$ is plotted. For example, loading points located either 200 km or 1 km from the observation point have the same weight if the height variation of the farthest loading point is almost 1000 times larger than that of the closest. Consequently the contribution of the $C^{e,N}$ ratio of one specific loading point is strongly influenced by the ice-height variation if it is larger than that of other further away loading points.

5.3.3 Study of $G_{C^{e,N}}$

Using the Green functions for the deformation of a symmetric, non-rotating, elastically isotropic earth model (Farrell, 1972), we compute $G_{C^{e,N}}$ for δh = 1 m/yr of water (ρ = 1000 kg.m^{-3}). The observation points are at a distance ranging from 1 to 1111 km from the loading point. To take into account the influence of the topography, namely the relative elevation between the load and the observation point, we compute $G_{C^{e,N}}$ for a load located at several altitudes ($z^{\text{load}} \in [0; 2000]$ m). The altitude of the observation point is z^{obs} = 1000 m. The difference between the altitudes of the observation point and load is $\Delta z = z^{\text{load}} - z^{\text{obs}}$. Plots are shown in Fig. 5.3.

First, we show that $G_{C^{e,N}} \sim -0.26$ μGal/mm for Δz = 0 m. This is valid for a point load acting at any distance from the observation site. Consequently, for any load, we have $C^{e,N} \sim -0.26$ μGal/mm, as found by de Linage et al. (2007).

Next, $G_{C^{e,N}}$ varies very differently closer to the observation point according to Δz. The strong increase toward positive numbers for $\Delta z \geq 0$ is due to the fact that mass changes are above the observation point. Increasing (resp. decreasing) the mass decreases (resp. increases) the gravity and lead to a negative (resp. positive) gravity variation. Due to an increased (resp. a decreased) mass, the ground subsides (resp. uplifts) and a negative (resp. positive) displacement variation can be observed. Consequently, the resulting ratio is positive. If $\Delta z \leq 0$, the mass changes beneath the observation site and $G_{C^{e,N}}$ strongly decreases for both increasing and decreasing masses. Indeed, the gravity variation and

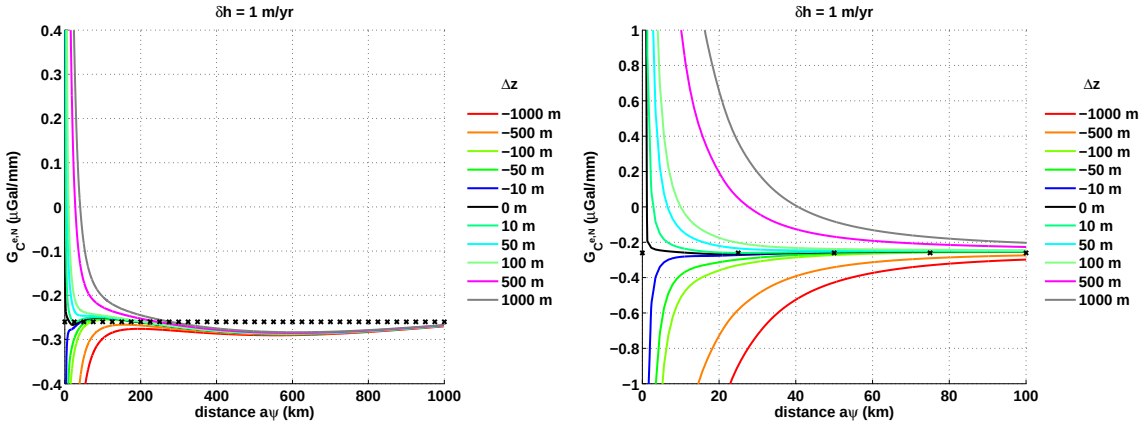


FIG. 5.3 – $G_{C^{e,N}}$ *as a function of the distance to the observation point from the load for* δh *= 1 m/yr and several relative altitudes* $\Delta z = z^{load} - z^{obs}$.

vertical velocity have opposite signs in these cases. Otherwise, with the distance the ratios converge to that obtained for $\Delta z = 0$, namely about -0.26 μGal/mm.

We repeat the same computation for $\delta h = \{2,\ 5,\ 10,\ 50,\ 100\}$ m/yr and denoting $G^1_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ the function $G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ for $\delta h = 1$ m/yr, we plot

$$\Delta G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = Log|G^1_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') - G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')| \tag{5.32}$$

on Fig. 5.4 and 5.5 for several relative altitudes. We study the influence of the load variation rate δh. We obtain :

- $\Delta G_{C^{e,N}}$ increases with the distance to the load for any Δz, it is about 0.01 μGal/mm at 50 km from the loading point for $|\delta h| = 100$ m/yr,
- $\Delta G_{C^{e,N}} \leq 0.01$ μGal/mm for $|\delta h| \leq 10$ m/yr from 11 km from the loading point,
- $\Delta G_{C^{e,N}} \leq 0.01$ μGal/mm for $|\delta h| \leq 5$ m/yr from 6.5 km from the loading point,
- $\Delta G_{C^{e,N}} \leq 0.08$ μGal/mm for $|\delta h| \leq 5$ m/yr from 2 km from the loading point.

If we have a digital elevation model and if load variations are farther than 2 km away from the observation point, we can estimate $G_{C^{e,N}}$ independently of the load variations and Δz if heigth variations are lower than 5 m/yr. In that case, the accuracy is better than 0.08 μGal/mm. The accuracy would be better than 0.02 μGal/mm if $|\delta h| \leq 2$ m/yr. For distances farther than 6.5 or 11 km, the load variation has to be lower than 5 or 10 m/yr respectively to have $G_{C^{e,N}}$ with 0.01 μGal/mm accuracy.

However the topography of the load is not sufficient to completely determine the total $C^{e,N}$ ratio induced by a load acting on any area that would allow the unique determination of the contributions from the GIA and the PDIM change. Indeed, the height variations of the load appear in the coefficient α (Eq. (5.30)) and need to be known. So, in Section 5.4, we review the specific case of Svalbard, which has already been studied (Sato et al., 2006; Mémin et al., 2011b), and focus on what can be extracted from the $C^{e,N}$ ratio.

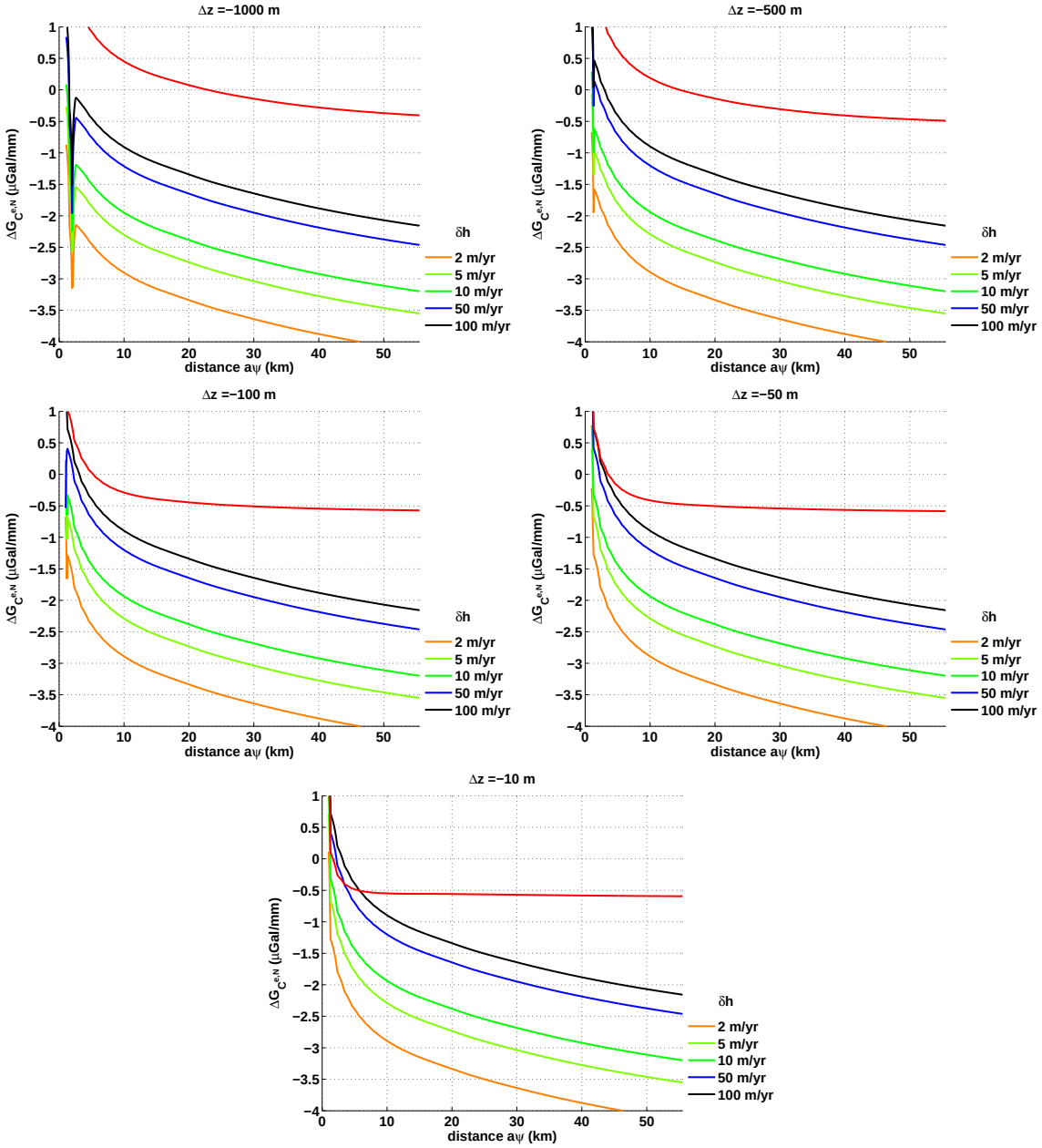


FIG. 5.4 – $G_{C^{e,N}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ *computed for* $\delta h = 1$ *m/yr (red curve) and* $\Delta G_{C^{e,N}}$ *(other color curves) as a function of the distance of the observation point from the load for 5 relative altitudes* ($\Delta z = z^{load} - z^{obs} < 0$). $\Delta G_{C^{e,N}}$ *is computed for 5 load variations* ($\delta h = \{2,\ 5,\ 10,\ 50,\ 100\ \}$ *m/yr).*

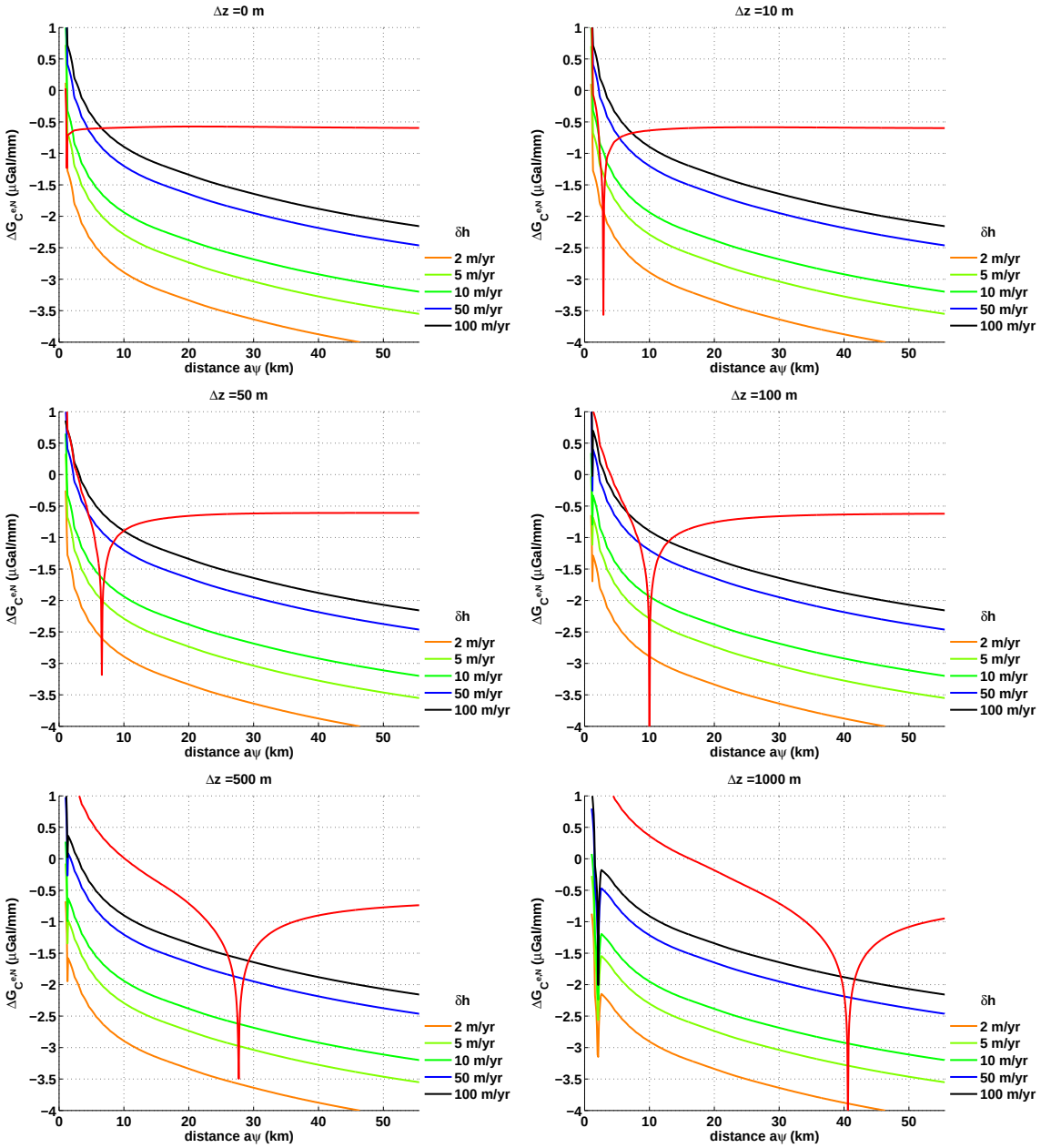


FIG. 5.5 – *Same as Fig. 5.4 for 6 other relative altitudes* ($\Delta z = z^{load} - z^{obs} \geq 0$).

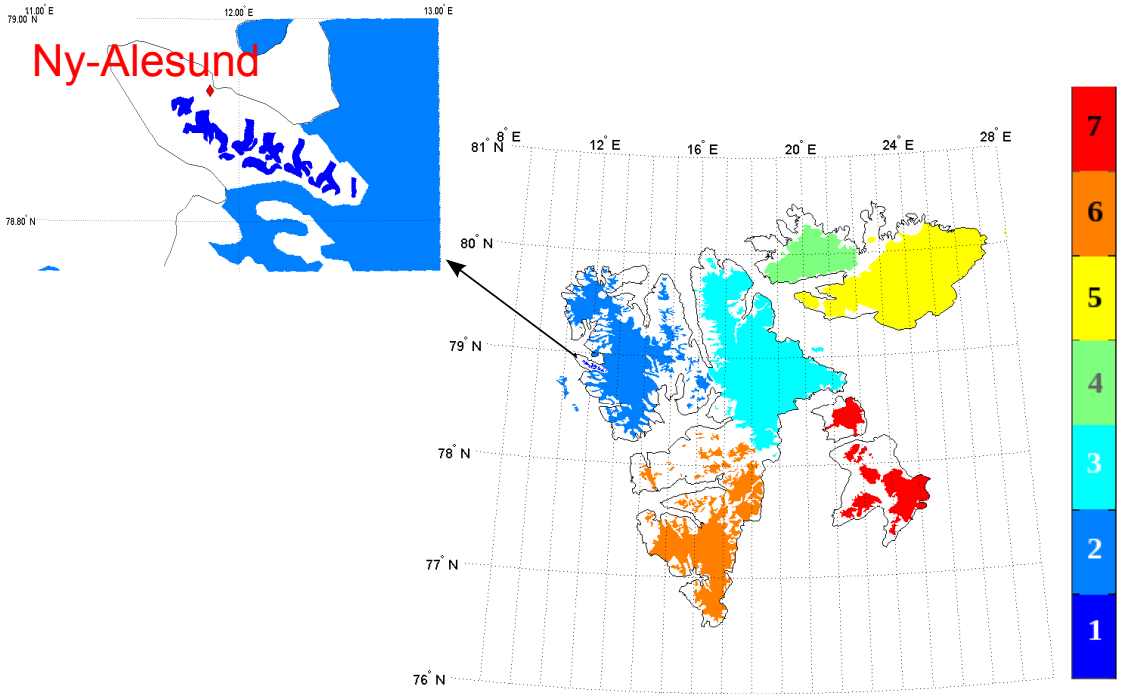


FIG. 5.6 – *Ice-covered area in Svalbard from the Digital Chard of the World. The total surface is divided into 7 basins, whose numbers appear in the color bar on the right of the map.*

5.4 Past and Present-day ice-mass changes in Svalbard

5.4.1 Location of Svalbard and geodetic observations

5.4.1.1 Svalbard Archipelago and Ny-Ålesund observatory

The Arctic archipelago of Svalbard is located north of Norway between 76°N and 81°N of latitude and 11°E and 26°E of longitude. It is covered by about 36,000 km^2 of ice which represents 60 % of the total area. Most of the ice surface is thinning (Kohler et al., 2007; Dowdeswell et al., 2008; Kääb, 2008; Moholdt et al., 2010a; Nuth et al., 2010), which induces deformation and gravity variations. Svalbard is also subject to the GIA following the last deglaciation (e.g. Tushingham & Peltier, 1991). At the Geodetic Observatory of Ny-Ålesund (11.855° E, 78.929° N, 43 m), Very Long Baseline Interferometry (VLBI), GPS or Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS) data have been collected for up to 18 years. The gravity variation is measured since 1999 with a superconducting gravimeter, which is part of the Global Geodynamics Project (Crossley et al., 1999), and the absolute gravity has been measured 6 times with FG5 absolute gravimeters : in 1998, 2000, 2001, 2002, 2004, and 2007.

The Digital Chart of the World (DCW, http ://www.maproom.psu.edu/dcw/) provides a realistic geographical distribution of the glaciers. More accurate location and altitude of the glaciers near Ny-Ålesund are given by the Digital Elevation Model (DEM) from the SPIRIT project (Korona et al., 2009). For all the other glaciers, the topography is provided by the GTOPO30 DEM (http ://edc.usgs.gov/products/ elevation/gtopo30/ gtopo30.html). The total surface of ice is divided into 7 basins as shown in Fig. 5.6.

5.4.1.2 Observations at Ny-Ålesund

Sato et al. (2006) obtained from VLBI, GPS and gravity observations an uplift rate of 5.2 ± 0.6 mm/yr and a gravity rate of -2.5 ± 0.9 μGal/yr at Ny-Ålesund. These rates have been revised by Mémin et al. (2011b) using longer datasets. They use 6 absolute gravity measurements for the period 1998 – 2007, instead of 4 for Sato et al. (2006) for the period 1998 – 2002, and find a lower value of -1.02 ± 0.48 μGal/yr. They propose an uplift rate of 5.64 ± 1.57 mm/yr using velocity observations found in the literature. A direct modeling of their observations with a uniform ice-mass loss rate of 75 cm/yr allows to fit the observations. This rate is consistent with the one proposed by Sato et al. (2006). However, the corresponding volume of ice loss, $\sim$ 25 km^3/yr, is larger than the one derived from the analysis of the GRACE data (Mémin et al., 2011b) which is ranging between 5 and 18 km^3/yr. The GRACE derived volume of ice loss is in agreement with glaciological studies estimating ice loss to be between 4 and 14.2 km^3/yr. They associate a part of the discrepancy between ice losses derived from ground and space observations to be due to the difference of sensitivity of both methods. Indeed GRACE measurements are mostly sensitive to the total loss of mass while ground gravity measurements are sensitive to local effects. To reduce the discrepancy, they propose to take into account the altitude dependency of ice-mass change in the modeling of PDIM change effects. Using ground observations,we evaluate non uniform ice-mass change scenarios by focusing on the $C^{e,N}$ ratio.

5.4.2 Ice-mass change distribution in Svalbard

5.4.2.1 Glaciers distribution in Svalbard with respect to Ny-Ålesund observatory

Fig. 5.7 shows the distribution of area of basin 1, as a function of altitude and distance to Ny-Ålesund observatory, relative to the total area of the 7 basins. All the glaciers in this basin, which is the smallest, are located above Ny-Ålesund. Moreover, a large part ($\sim$ 25%) of the ice in this region is located between 2 and 5 km from the station and between 40 and 500 m of altitude. Fig. 5.8 shows the distribution of the ice in each basin as a function of the distance to the station. Basin 2 extends from 10 to 110 km, basin 3 from 100 to 210 km, basin 4 from 165 to 240 km, basin 5 from 175 to 350 km, basin 6 from 115 to 280 km, and basin 7 from 205 to 320 km.

5.4.2.2 Ice-mass change profiles

Fig. 5.9 shows the rate of the thickness variation, dh/dt, of the ice load for the 7 basins as a function of the altitude. We assume that, for a given altitude, dh/dt is the same over an entire basin. The profiles for basins 3, 4, 6 and 7 are based on the study by Nuth et al. (2010). The profile for basin 5 is based on the study by Moholdt et al. (2010a). For both basins 1 and 2, we consider 2 different profiles, labelled 1a, 1b, 2a and 2b. Profiles 1a and 1b are obtained from the height change rates provided by Kohler et al. (2007). Profile 2a is also given by Nuth et al. (2010). Finally, we derive profile 2b by using an average of the thinning rates provided by Kierulf et al. (2009b).

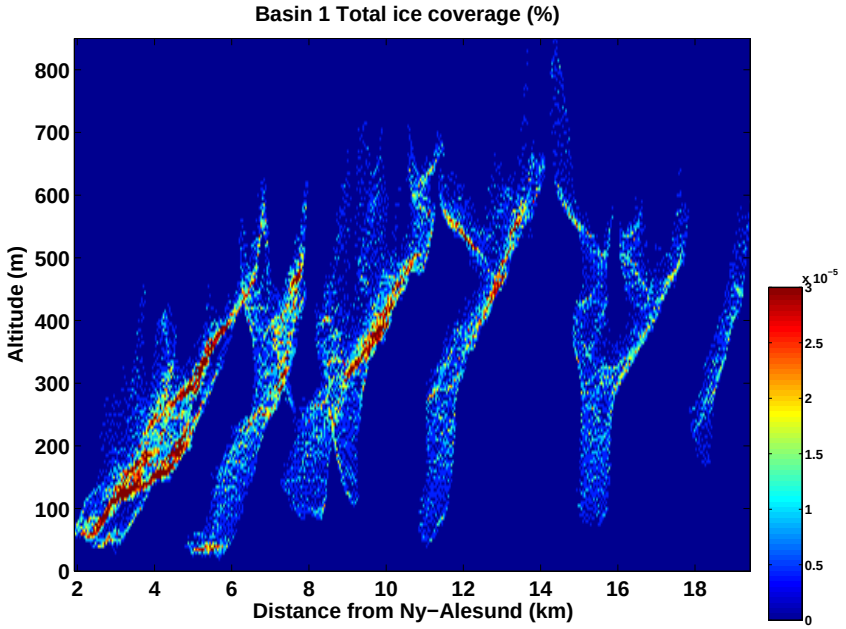


FIG. 5.7 – *Distribution of ice-covered area (%) for basin 1, scaled to the total area of ice coverage, as a function of both the distance from Ny-Ålesund and altitude of the load.*

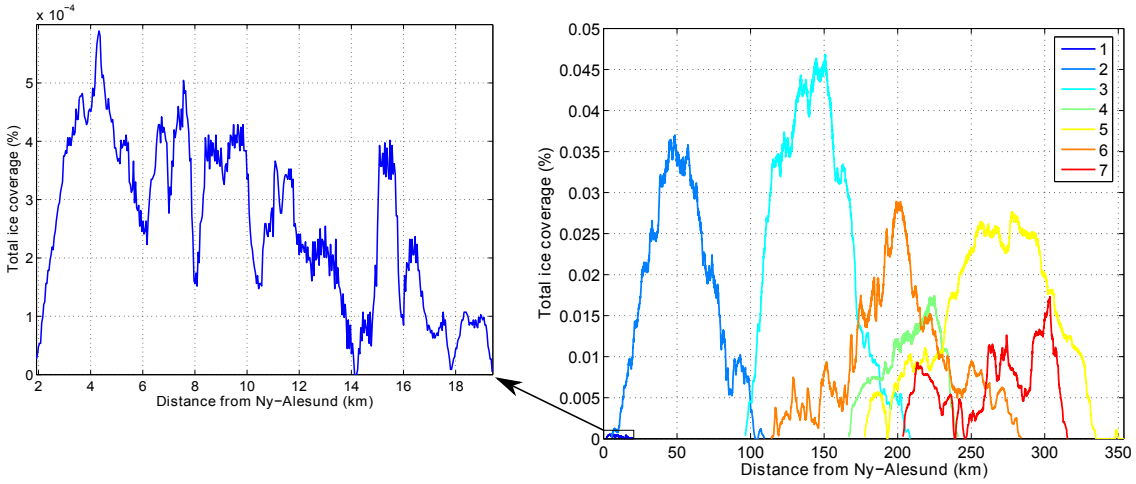


FIG. 5.8 – *Distribution of ice-covered area (%) for each basin of Fig. 5.6 as a function of the distance from Ny-Ålesund.*

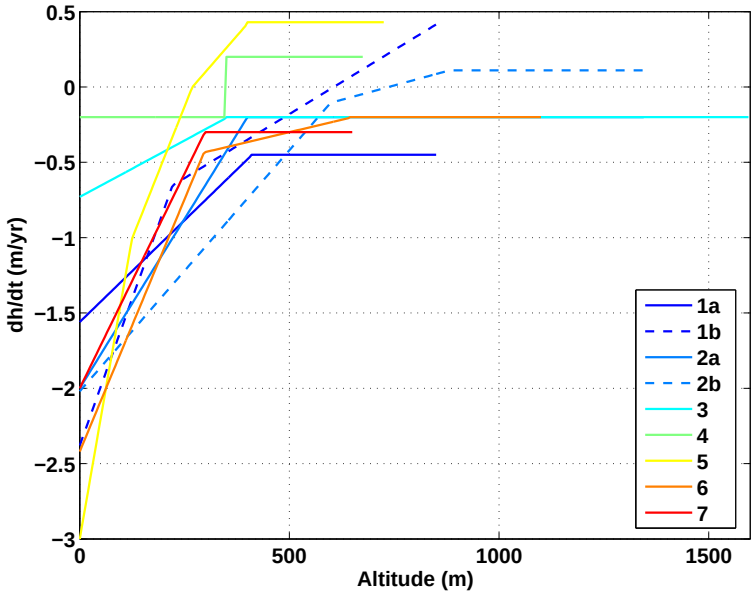


FIG. 5.9 – *Rate of ice height change dh/dt as a function of the altitude for each basin of Fig. 5.6. Curves 1a and 1b are used for basin 1 and 2a and 2b are used for basin 2.*

5.4.3 Gravity and uplift rates at Ny-Ålesund

5.4.3.1 Computation of gravity and uplift rates

The geodetic effects of ice-mass change are numerically calculated with account for the geographic distribution and topographic height of the glaciers. The total gravity rates or vertical velocity at the observation station are obtained using Eqs. (5.17)-(5.19) of Section 5.3.2 assuming that the load has a uniform density $\rho = 1000$ kg/m^3.

The computed vertical motion and gravity rate at Ny-Ålesund for 5 models of ice-mass change are listed in Table 5.1. In models 1, 2, and 5, we use profiles 3 to 7. In models 1 and 2, we respectively use the couple of profiles 1a-2a and 1b-2b. In models 3 and 4, we assume a uniform thinning rate of 1 m/yr. In model 4, we do not take into account the topography of the glaciers. Model 5 is the same as model 2 but the profile 2b is multiplied by 2. This increases the thinning or thickening rates and changes the ice loss. These 5 models will allow us to study the influence of (1) the topography of the glaciers on the geodetic consequences of ice-mass change and (2) the geographical distribution of ice-mass change over a given glacier.

TAB. 5.1 – *At Ny-Ålesund, vertical velocity δu^e (mm/yr) and total gravity rate $\delta g^{e+N} = \delta g^e + \delta g^N$ (μGal/yr) due to ice-mass change. δg^{e+N^*} is the gravity variation computed without taking into account the topography of the changing glaciers. According to Sato et al. (2006), the uplift and gravity variation associated to the GIA are, respectively, 1.88 mm/yr and -0.31 μGal/yr.*

Model		1		2			3	4	5	
dh/dt profiles		1a, 2a, 3–7		1b, 2b, 3–7			-1 m/yr		1b, 2×2b, 3–7	
Volume of ice loss (km^3/yr)		-11.64		-12.22			-35.48		-15.67	
Basin	Area (km^2)	δu^e	δg^{e+N}	δu^e	δg^{e+N}	δu^e	δg^{e+N}	δg^{e+N^*}	δu^e	δg^{e+N}
1	40	0.175	0.198	0.166	0.172	0.191	0.226	-0.046	0.166	0.172
2	6411	1.21	-0.175	1.43	-0.219	2.37	-0.231	-0.626	2.86	-0.439
3	9453	0.208	-0.050	0.208	-0.050	0.844	-0.201	-0.216	0.208	-0.050
4	2543	-0.0622	0.0016	-0.0622	0.0016	0.127	-0.033	-0.0339	-0.0622	0.0016
5	8419	0.0232	-0.00667	0.0232	-0.00667	0.289	-0.0785	-0.0795	0.0232	-0.00667
6	5875	0.211	-0.055	0.211	-0.055	0.320	-0.0827	-0.0847	0.211	-0.055
7	2741	0.0576	-0.0158	0.0576	-0.0158	0.0928	-0.0253	-0.0256	0.0576	-0.0158
Total	35482	1.88	-0.10	2.09	-0.17	4.23	-0.43	-1.11	3.52	-0.39
Total with GIA		3.76	-0.41	3.97	-0.48	6.11	-0.74	-1.42	5.4	-0.7
$\delta g^{e+N}/\delta u^e$ (μGal/mm)		-0.06		-0.08			-0.10	-0.26	-0.11	

5.4.3.2 Study of different ice-mass change scenarios

Comparison of models 3 and 4 in Table 5.1 shows that the topography plays a role only for the closest glaciers, in basins 1 and 2. The influence on the gravity rate of the mass variation of the glaciers in basins 3 to 7, which are more than 100 km away from the station, is so small that their topography does not need to be taken into account.

Fig. 5.10 shows the computed gravity rates as a function of the uplift rates at Ny-Ålesund for the 5 models of ice-mass changes. It also shows the GIA effect (solid black line), corresponding to a slope of approximately -0.15 μGal/mm ratio (Wahr et al., 1995), and the elastic PDIM change effect without any topography (black dashed line), which corresponds to the -0.26 μGal/mm ratio theoretically found by de Linage et al. (2007). We assume that these two lines cross at the point which corresponds to the GIA effects computed by Sato et al. (2006) namely -1.88 mm/yr for the vertical velocity and -0.31 μGal/yr for the annual gravity rate.

We see in Fig. 5.10 that neither model 1 nor model 2 can explain observations within their error bars while model 3, 4 and 5 could. However, model 4 is discarded since no topography is taken into account. If we consider a model similar to model 3, but with a uniform ice-mass change rate of -0.85 m/yr, we obtain 3.60 mm/yr for the vertical velocity and -0.37 μGal/yr for the annual gravity rate. These values are very close to the ones found for model 5 (3.52 mm/yr and -0.39 μGal/yr), see Fig. 5.10. But, the annual ice losses are very different for the two models : it is approximately 30 km^3/yr for the former and 15 km^3/yr for the latter. Even if the model 3 scaled to -0.85 m/yr could explain ground observations, it does not explain GRACE satellite gravimetric measurements. Model 5 is more appropriate to explain both the ground and space observations.

5.4.4 $C^{e,N}$ at Ny-Ålesund, Svalbard

5.4.4.1 Results of modelling

The influence of the topography in basins 1 and 2 is significant : if we take it into account, the gravity rate to vertical velocity ratio is -0.10 μGal/mm, while we obtained -0.26 μGal/mm in Section 5.2, where the topography was neglected. We have checked that other uniform thinning rates lead to the same $C^{e,N}$ (black dotted dashed line on Fig. 5.10). This is a direct consequence of the results of Section 5.3.3 for $|\delta h| \leq 1$ m/yr. Therefore, if one considers a uniform loading, the problem of Section 5.2 is still uniquely solved even if the topography is taken into account.

Comparison of models 1, 2 and 5 shows that $\delta g^e + \delta g^N$ and δu^e at Ny-Ålesund, as well as $C^{e,N}$, depend on the spatial distribution of ice-mass change over basins 1 and 2. For models 1, 2, 3 and 5, the absolute value of $C^{e,N}$ is 2 to 4 times smaller than for model 4, in which the topography is neglected.

Fig. 5.11 shows $C^{e,N}$ due to ice-mass change in each basin separately. For basins 1 and 2, the ratio is clearly dependent on the load while for basins 3 to 7, the ratio is close to -0.26 μGal/mm in agreement with results of Section 5.3.3. When the topography is not taken into account, the ratio is close to -0.26 μGal/mm for all the basins as proposed by de Linage et al. (2007).

5.4.4.2 $C^{e,N}$ estimated from observations

The gravity and vertical displacement variations at Ny-Ålesund are respectively -1.02 μGal/yr and 5.64 mm/yr (Section 5.4.1.2) leading to $\delta g^{obs}/\delta u^{obs} = -0.18$ μGal/mm and

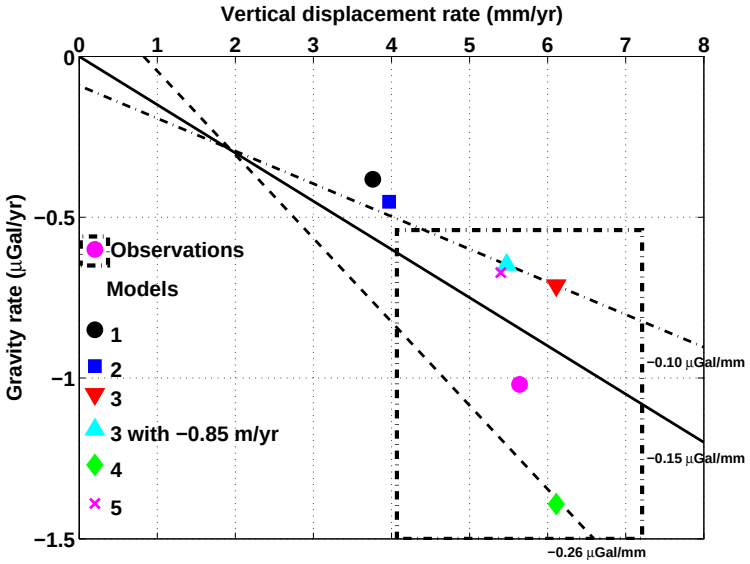


FIG. 5.10 – *Computed gravity rate as a function of the uplift rate at Ny-Ålesund. The solid black line gives the GIA effect. Its slope is approximately -0.15 μGal/mm (Wahr et al., 1995). The black dashed line corresponds to the -0.26 μGal/mm ratio theoretically found by de Linage et al. (2007) for the elastic PDIM change effect without any topography. The black dotted dashed line corresponds to the -0.10 μGal/mm ratio found for different values of ice-thinning rate with the model 3. All these lines cross at the point which corresponds to the GIA effects computed by Sato et al. (2006). The black symbols are the computed rates for the model 1 (circle), 2 (square), 3 (inverted triangle), 4 (diamond) and 5 (cross). The triangle corresponds to the model 3 with a uniform ice thinning of 0.85 m/yr. Observations (magenta circle) are from Mémin et al. (2011b).*

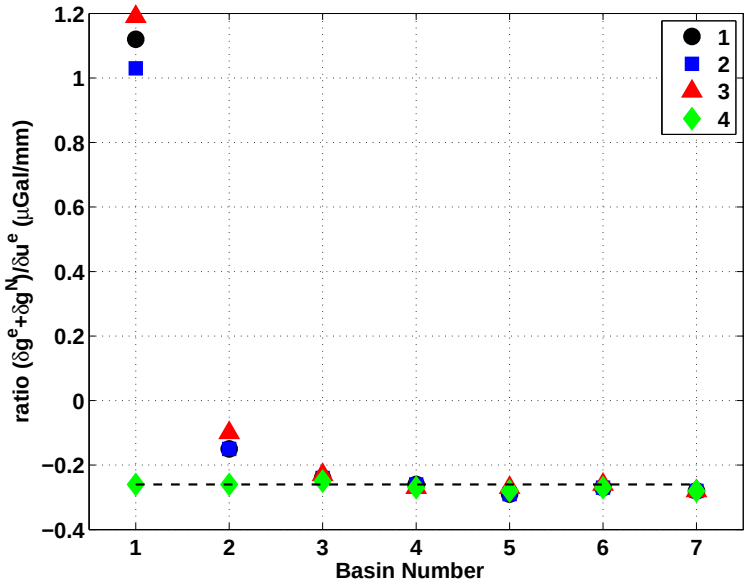


FIG. 5.11 – $C^{e,N}$ *separately computed for each basin of Fig. 5.6, using the profiles of ice-mass change of Fig. 5.9 or a uniform thinning rate of 1 m/yr. The black dashed line is -0.26 μGal/mm.*

$\delta g^{obs} - C^v \delta u^{obs} < 0$.

Knowing that most of ice in Svalbard is thinning and that Ny-Ålesund is subject to the uplift due to the Pleistocene deglaciation, then according to Section 5.3.1, $C^{e,N}$ should be lower than -0.18 μGal/mm. Besides, if displacement variations due to PDIM are larger than those due to GIA, then $C^{e,N}$ should be higher than $2\delta g^{obs}/\delta u^{obs} - C^v = -0.21$ μGal/mm. When $C^{e,N}$ decreases from -0.18 μGal/mm, δu^v increases while δu^e decreases and for $C^{e,N} = -0.21$ μGal/mm, $\delta u^v = \delta u^e = \delta u^{obs}/2$.

The fact that $C^{e,N}$ can be different from -0.26 μGal/mm shows that ice-mass change occurs at different altitudes. Besides if $C^{e,N}$ is higher than -0.26 μGal/mm, this means that most of ice mass surrounding Ny-Ålesund changes above the altitude of the observation site (Section 5.3.3). If $C^{e,N}$ = -0.26 μGal/mm, GIA effects would be larger than PDIM change. The expected uplift rate induced by GIA would be, in this case, about 3.96 mm/yr which is more than twice that modeled by Sato et al. (2006). Indeed, as seen in Section 5.4.3.2, they obtained $u^v = 1.88$ mm/yr which leads to $u^e = 3.72$ mm/yr and $C^{e,N} = -0.20$ μGal/mm. Using $C^{e,N}$ = -0.26 μGal/mm leads to $u^e = 1.63$ mm/yr.

From observations and the glaciation/deglaciation context we suggest that $C^{e,N}$ ranges between -0.21 to -0.18 μGal/mm whereas the best model provides -0.10 μGal/mm for the same context. The discrepancy is likely due to measurement accuracies which remain an important issue for the separation of geodetic consequences of GIA and PDIM change.

5.5 Conclusions

By modeling the elastic and viscoelastic deformations of the earth, one can compute the gravity-variation-to-vertical-displacement ratios C^v and $C^{e,N}$ that are defined for the GIA and PDIM change processes, respectively. They allow for a unique separation of the two effects, which are simultaneously observed by using geodetic and gravimetric techniques, provided one assumes the ice-mass change is uniform in a thin layer over the surface of the spherical model.

In this paper we have focused on $C^{e,N}$ and shown that according to the glaciation/deglaciation context and from the measurement of gravity variation and ground vertical velocity one can deduce a range of possible values for the $C^{e,N}$ ratio. Introducing the pseudo Green function $G_{C^{e,N}}$ we have shown that $C^{e,N}$ not only depends on the topography but also on the height variation of the ice load. Studying $G_{C^{e,N}}$ for the influence of the topography, we have shown that $C^{e,N}$ tends to positive values if most of surrounding ice mass changes above the altitude of the observation site and to values lower than -0.26 μGal/mm if it changes below. We have also shown that $G_{C^{e,N}}$ can be known independently from the ice-height variation using a DEM with a 0.01 μGal/mm accuracy provided the ice load is located at least 6.5 km from the observation site and its variations are lower than 5 m/yr. However, in general, for short distances and large ice-height variations, the determination of $C^{e,N}$ from a DEM only is not possible.

Using a particular example in Svalbard we have pointed out that different changes of ice volume and different load distributions can give similar vertical displacements and gravity variations or similar gravity-variation-to-vertical -displacement-rate ratio at a single observation station. This is clearly important in regions involving glaciers where the thinning rate varies from one glacier to the other. We have shown that $C^{e,N}$ does not depend on the rate of ice-mass change if it is spatially uniform. In this case, $C^{e,N}$ is larger than when the topography is neglected, and -0.26 μGal/mm can be considered to be a lower limit for the effect of PDIM change. If the ice-mass change is not spatially uniform, $C^{e,N}$

depends on the rate of change of the closest ice-covered area.

La séparation des effets des changements passés et actuels des masses de glace à partir des observables géodésiques et de gravité au sol reste relativement délicate du fait de la position relative des masses qui varient. L'essort des techniques spatiales a conduit aux missions gravimétrique et altimétrique qui permettent, entre autres, le suivi de la cryosphère. Bien des zones de la cryosphère subissent encore les conséquences de la dernière déglaciation du Pléistocène. La question de la séparation des effets des changements passés et actuels des masses de glace se pose aussi dans les observations satellites. Elle fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 6

Contribution des observations satellites à l'étude des variations de masse en Antarctique

Sommaire

6.1 Problématique du rebond post-glaciaire en Antarctique 146
6.1.1 Modèles de la dernière déglaciation du Pléistocène 146
6.1.2 Effets du rebond post-glaciaire sur les observables géodésiques et gravimétriques 148
6.2 Observations sol et satellites en Antarctique 151
6.2.1 Observations sol 151
6.2.2 Observations satellites 153
6.3 Déplacements et variations de gravité déduits des observations satellites 159
6.3.1 Hauteurs altimétriques et épaisseur de la calotte 159
6.3.2 Mouvements du sol déduits des solutions GRACE 160
6.3.3 Comparer les méthodes satellites 161
6.4 Accord entre observations gravimétriques et altimétriques 164
6.5 Conclusions 167

Nous avons vu au chapitre 1 qu'il existe plusieurs méthodes pour estimer les variations de masses de glace ou de neige se produisant en Antarctique (e.g. Rignot & Thomas, 2002; Rémy & Frezzoti, 2006). Certaines sont sensibles aux variations d'élévation de la surface, c'est le cas des méthodes altimétriques par exemple (e.g. Rémy & Frezzoti, 2006; Rémy & Parouty, 2009). D'autres méthodes, en revanche, sont plus sensibles à la variation de masse qui s'y produit, c'est le cas des méthodes gravimétriques telles que les satellites de la mission GRACE (e.g. Riva et al., 2009). Cette dernière méthode est à la fois sensible aux changements de masse se produisant à la surface du continent et à ceux s'effectuant plus en profondeur. Ces variations de masse incluent donc les variations de hauteur de glace ou de neige liées aux fluctuations climatiques (ablation, précipitations...) et les apports de masse mantellique induits par l'ajustement de la Terre en réponse à la dernière déglaciation du Pléistocène (Riva et al., 2009). Afin d'estimer les variations de masse de glace se produisant en Antarctique, il est nécessaire de s'acquitter des effets du rebond post-glaciaire. Cependant, ces derniers sont relativement mal connus et sont en partie responsables de la variabilité des estimations des bilans de masse de glace existante entre les différentes études pour cette partie du globe (Chap. 1).

Après avoir vu plus en détail la problématique du rebond post-glaciaire en Antarctique (Sect. 6.1), on s'intéresse aux différentes observations qui y sont effectuées (Sect. 6.2). En faisant certaines approximations sur les observations satellites (Sect. 6.3), nous essayons

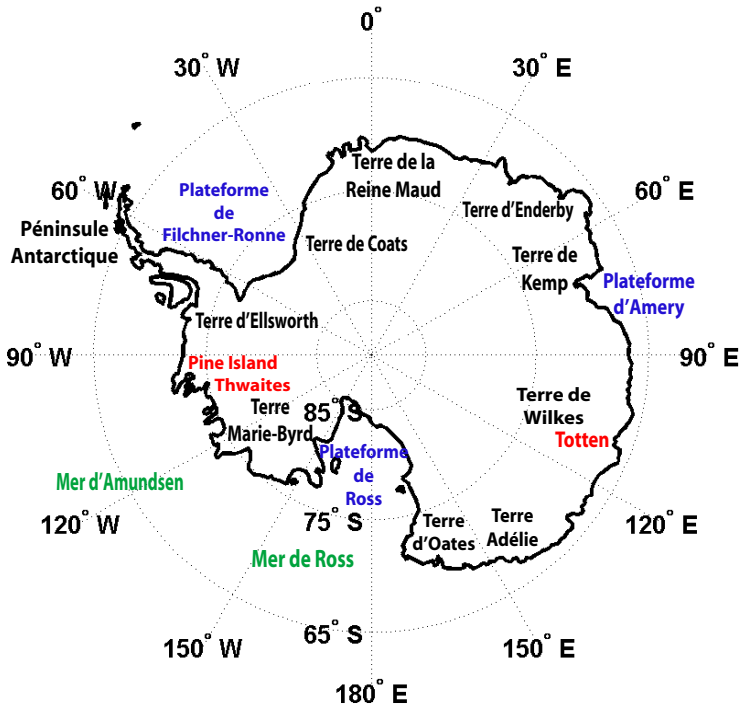


FIG. 6.1 – *Carte de l'Antarctique montrant la localisation des régions (noir), des glaciers (rouge), des plateformes de glace (bleu) et des mers (vert) cités dans ce chapitre.*

de mieux comprendre comment celles-ci peuvent contribuer à la séparation des effets liés à la dernière déglaciation du Pléistocène et ceux liés à la variation actuelle de la masse de la calotte (Sect. 6.4).

6.1 Problématique du rebond post-glaciaire en Antarctique

6.1.1 Modèles de la dernière déglaciation du Pléistocène

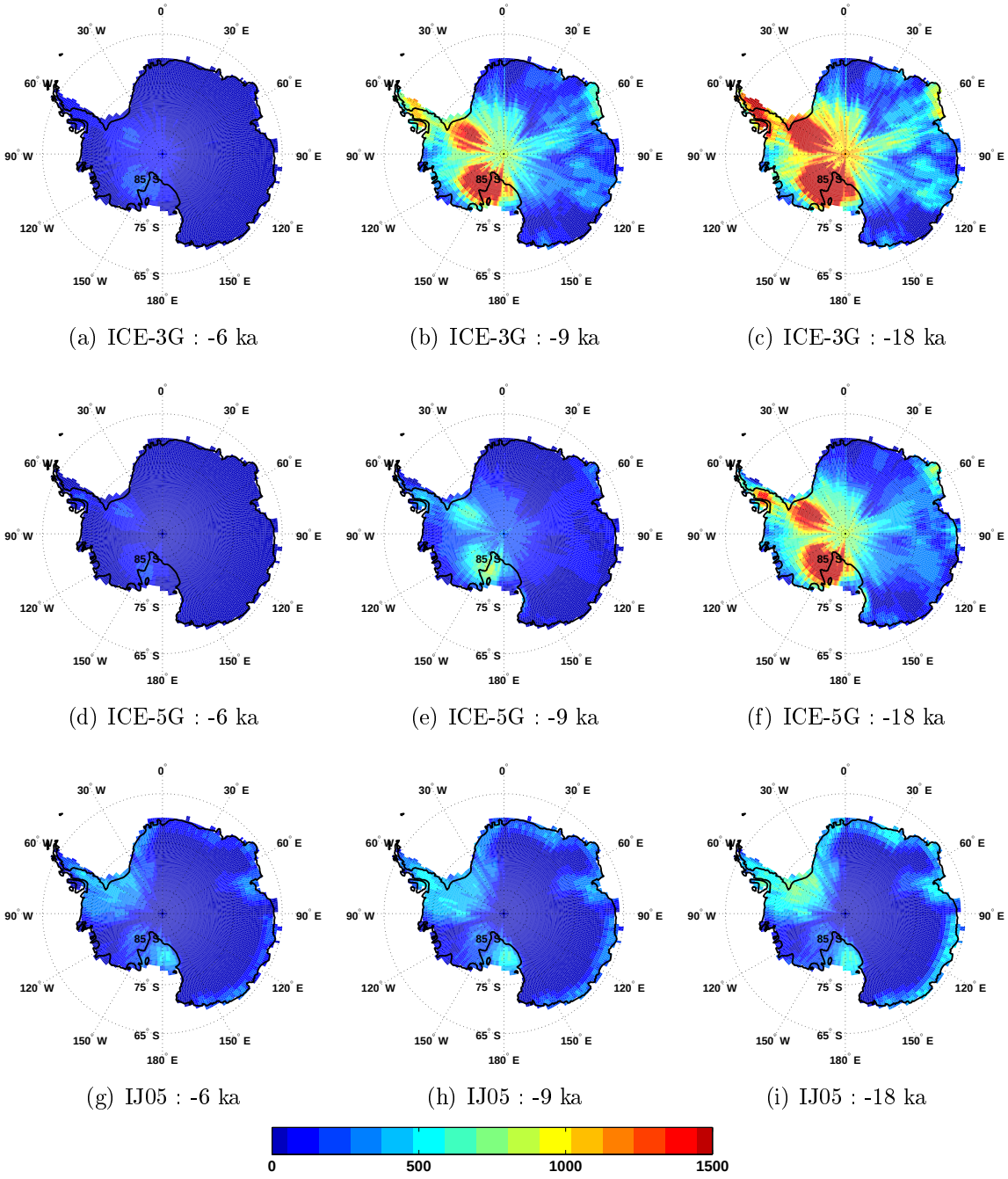
La plupart des études utilisent des modèles de rebond post-glaciaire incluant une histoire de déglaciation (variation de l'épaisseur de glace au cours du temps) et un profil de viscosité pour le manteau terrestre (e.g. Chen et al., 2009; Velicogna, 2009). Cependant, l'histoire de la dernière déglaciation du Pléistocène fait encore débat (James & Ivins, 1998; Nakada et al., 2000; Anderson et al., 2002). Il existe en effet plusieurs modèles qui essayent de reconstruire le mieux possible la variation de hauteur de glace au cours du temps en Antarctique : ICE-2 (Wu & Peltier, 1983), ANT3 et ANT4 (Nakada & Lambeck, 1988, 1989), ICE-3G (Tushingham & Peltier, 1991), ICE-4G (Peltier, 1994), ANT5 et ANT6 (Nakada et al., 2000), ICE-5G (Peltier, 2004) et IJ05 (Ivins & James, 2005). Ces modèles s'appuient généralement sur la reconstruction CLIMAP (Stuiver et al., 1981) de la calotte Antarctique au LGM, déjà cité au chapitre 1. Cette reconstruction fournit l'élévation de la calotte et celle du socle ainsi que l'épaisseur de la glace à cette époque, située autour de -21 ka. En comparant l'élévation de la surface de la calotte du modèle CLIMAP à celle de la calotte actuelle, il est alors possible d'en déduire sa variation d'épaisseur (Lingle & Clarke, 1979) (modèle de charge dénommé ci-après L79). Une nouvelle version de l'élévation

de la calotte Antarctique au LGM a été plus tard proposée par Denton et al. (1991). Elle est une révision de la reconstruction CLIMAP qui intègre de nouvelles observations géologiques. Comparé à CLIMAP, le modèle de Denton et al. (1991), dénommé D91, possède une épaisseur de glace moindre mais une extension spatiale plus importante. Le tout contribue à une élévation du niveau marin de 24.5 m. Ce modèle a servi de base pour la reconstruction proposée plus tard par Denton & Hughes (2002). Cette dernière a ensuite été utilisée par Ivins & James (2005) pour former le modèle IJ05, intégrant de nouvelles observations géologiques et glaciologiques.

Les modèles de déglaciation partagent le même point de départ. L'histoire de la variation de masse de glace, en revanche, diffère sensiblement suivant le modèle. Cela aboutit à des modèles finalement assez différents. La chronologie du modèle ANT3 est construite pour ajuster les données de variations du niveau marin situées en champ lointain. La déglaciation débute il y a 18 ka pour se terminer il y 6 ka. Ce modèle produit une élévation du niveau marin depuis le LGM de 37 m. Le modèle ANT4 est obtenu à partir de ANT3 en revoyant à la baisse la variation de la quantité de glace. Sa contribution à l'élévation du niveau marin n'est alors plus que de 24 m. La déglaciation se produit entre -12 et -6 ka. Les modèles ANT5 et ANT6 de Nakada et al. (2000) ont été construits de façon à ajuster sept jeux de données de variations du niveau marin provenant de sites situés sur le continent, en champ proche, et un jeu situé en champ lointain, en Géorgie du Sud. Ils sont obtenus à partir du modèle ANT4 et constituent une estimation maximale (ANT5) et minimale (ANT6) du volume de glace perdu par la calotte depuis le LGM. L'élévation du niveau marin produit par ANT5 et ANT6 est respectivement de 16.7 et 6.6 m. La chronologie de la déglaciation pour ces deux modèles s'étale entre -12 et -6 ka. Pour les modèles de Tushingham & Peltier (1991), Peltier (1994) et Peltier (2004) l'histoire de la déglaciation est aussi obtenue à partir de l'ajustement des courbes de variations du niveau marin. Les courbes sont obtenues principalement en des sites situés en champ lointain. Quatre de ces sites sont toutefois localisés en Antarctique. L'histoire de la déglaciation des modèles ICE-3G et ICE-4G est respectivement comprise entre -9 et -4 ka et entre -12 et -5 ka. L'élévation du niveau marin engendrée par la déglaciation en Antarctique dans ces deux modèles est de 26 m pour ICE-3G et 21.8 m pour ICE-4G. La composante Antarctique du modèle ICE-5G est très similaire à celle du modèle ICE-4G. Enfin, le modèle IJ05 de Ivins & James (2005) fournit les variations de hauteur de glace par rapport à l'élévation actuelle de la calotte Antarctique. Ces variations sont estimées jusqu'à -21 ka pouvant engendrer une élévation du niveau marin de l'ordre de 10 m. La réduction en volume de la calotte ne commence néanmoins qu'à partir de -15 ka pour finir aujourd'hui. La figure 6.2 montre les variations de hauteur de glace par rapport à aujourd'hui à trois époques différentes. Les modèles ICE-3G et ICE-5G proposent une variation beaucoup plus conséquente de glace que celle fournit par IJ05. Ce dernier possède une histoire plus tardive de la déglaciation. La calotte se réduit aussi plus tardivement dans le modèle ICE-3G que dans le modèle ICE-5G.

6.1.2 Effets du rebond post-glaciaire sur les observables géodésiques et gravimétriques

Utilisant le profil de viscosité V1 (Tab. 4.2), James & Ivins (1998) estiment les vitesses des déplacements verticaux et les variations séculaires de gravité induites par plusieurs associations de charge (L79, D91, ICE-3G, ICE-4G) et histoires de déglaciation (ICE-3G, ICE-4G) en Antarctique. Ils calculent l'effet du rebond post-glaciaire dans les montagnes



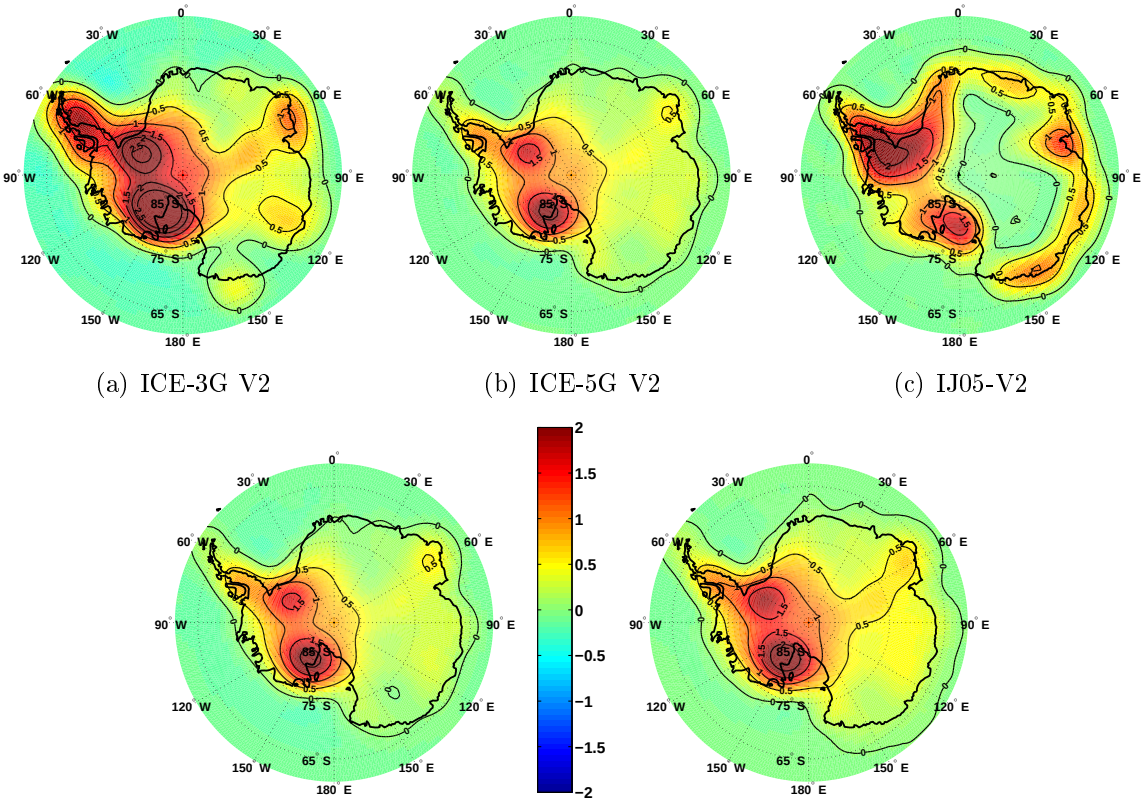
(a) ICE-3G : -6 ka (b) ICE-3G : -9 ka (c) ICE-3G : -18 ka

(d) ICE-5G : -6 ka (e) ICE-5G : -9 ka (f) ICE-5G : -18 ka

(g) IJ05 : -6 ka (h) IJ05 : -9 ka (i) IJ05 : -18 ka

FIG. 6.2 – *Variations des hauteurs de glace (m), par rapport à aujourd'hui, il y 6, 9 et 18 ka, issues des modèles ICE-3G (Tushingham & Peltier, 1991), ICE-5G (Peltier, 2004) et IJ05 (Ivins & James, 2005) fournissant chacun une histoire de la déglaciation de la fin du Pléistocène pour l'Antarctique. Ces cartes ont été obtenues à l'aide du code de Spada & Stocchi (2007).*

du Prince Olav situées dans la chaîne trans-antarctique. Ils associent la chronologie du modèle ICE-3G et celle du modèle ICE-4G à la charge de glace L79 de Lingle & Clarke (1979). Ils obtiennent un écart d'environ 40 % sur les vitesses des déplacements verticaux. Ce point montre l'importante influence de l'histoire de la déglaciation dans l'estimation des vitesses des déplacements et des variations séculaires de gravité induites par la diminution du volume de la calotte (James & Ivins, 1998; Ivins & James, 2005). Par ailleurs, ils obtiennent des cartes de surrection pour chacun des modèles. Celles-ci présentent des



(a) ICE-3G V2 (b) ICE-5G V2 (c) IJ05-V2

(d) ICE-5G V1 (e) ICE-5G VP

FIG. 6.3 – *Variations séculaires de gravité (μGal/a) en Antarctique induites par l'association des histoires de déglaciation et des profils de viscosité ICE-3G V2, ICE-5G (V1, V2 et VP) et IJ05 V2. Les calculs ont été effectués avec le code de Spada & Stocchi (2007).*

motifs similaires. Les rebonds les plus rapides sont respectivement situés dans la baie de Ross, la plateforme de glace de Filchner-Ronne et la péninsule Antarctique. Les amplitudes, cependant, sont assez différentes. Les vitesses de surrection estimées à partir de L79 et ICE-3G sont en effet plus élevées que celles estimées à partir de ICE-4G. Par exemple, dans la baie de Ross, une surrection de l'ordre de 17 mm/a est obtenue avec ICE-4G alors que ICE-3G induit un rebond de 26 mm/a. Le modèle D91 associé à la chronologie de ICE-4G produit des vitesses assez différentes de celles des modèles précédents. Deux zones sont affectées par des rebonds rapides, de l'ordre de 16 et 8 mm/a respectivement, situées à la base de la péninsule Antarctique et à l'ouest de la plateforme de glace de Ross. Une comparaison contenant en plus les modèles ANT3, ANT4, ANT5 et ANT6 a été réalisée par Nakada et al. (2000) en utilisant le profil VP (Tab. 4.2). Ils obtiennent des résultats similaires à ceux de James & Ivins (1998). Bien que le choix du profil de viscosité influence les estimations des vitesses verticales (James & Ivins, 1998; Ivins & James, 2005), cette influence semble moins importante que celle liée à l'histoire de la déglaciation (James & Ivins, 1998; Nakada et al., 2000). En revanche, King et al. (2010) montrent que la prise en compte de la structure latérale de la Terre (épaisseur de la lithosphère et viscosité du manteau) modifie de plusieurs mm/a l'estimation des vitesses verticales et horizontales. Ce dernier point est d'autant plus important que la lithosphère, plus épaisse, plus froide et plus ancienne dans la partie est de l'Antarctique, se distingue de celle de la partie ouest qui est plus fine et plus chaude.

Pour compléter les études de James & Ivins (1998) et de Nakada et al. (2000), nous

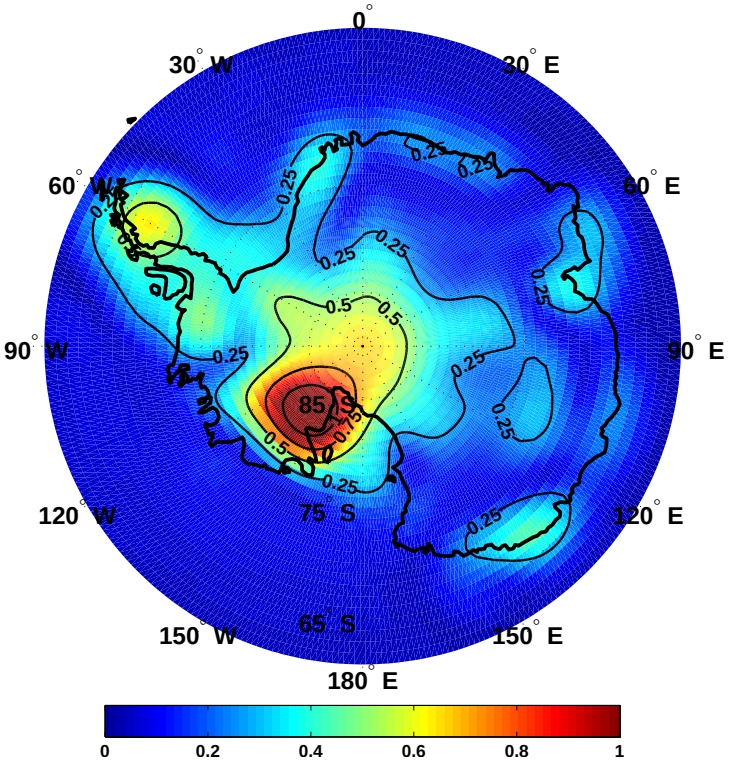


FIG. 6.4 – *Écarts-types (μGal/a) liés à l'utilisation de neuf modèles (trois histoires de déglaciation : ICE-3G, ICE-5G et IJ05, et, trois profils de viscosité du manteau : V1, V2, VP) pour calculer les variations séculaires de gravité en Antarctique induite par la déglaciation du Pléistocène.*

considérons le modèle ICE-3G et les modèles plus récents ICE-5G et IJ05. La figure 6.3 illustre ainsi l'influence du modèle de déglaciation et du profil de viscosité sur l'estimation des variations séculaires de gravité qui pourraient être obtenues à partir des solutions GRACE. Les cartes de ces variations sont obtenues à partir du profil de viscosité V2 (Tab. 4.2) et les modèles ICE-3G (Fig. 6.3(a)), ICE-5G (Fig. 6.3(b)) et IJ05 (Fig. 6.3(c)). Elles montrent clairement la présence de trois zones de forte amplitude pour ICE-3G et deux pour ICE-5G et IJ05. La forme de ces zones et les amplitudes des variations séculaires de gravité obtenues sont très différentes d'un modèle à un autre, confirmant ainsi les résultats de James & Ivins (1998) et Nakada et al. (2000). Les estimations des variations de gravité calculées à partir du modèle ICE-5G sont montrées sur les figures 6.3(b), 6.3(d) et 6.3(e) respectivement pour les profils V2, V1 et VP. Un écart important entre la viscosité du manteau inférieur et celle du manteau supérieur (profile VP) conduit à une extension des zones affectées par le rebond post-glaciaire et un élargissement des régions de forte amplitude. Ces différences restent cependant faibles devant les différences obtenues par l'utilisation de plusieurs histoires de déglaciation. Enfin la figure 6.4 montre les écarts-types des variations de gravité obtenus lorsque les trois modèles (ICE-3G, ICE-5G, IJ05) sont combinés avec les trois profils de viscosité (V1,V2,VP). Les écarts-types les plus importants sont obtenus sur la partie ouest de l'Antarctique avec un maximum à l'ouest de la plateforme de glace de Ross. Il est important de signaler qu'à la vue des similarités des motifs des variations séculaires de gravité induits par les modèles ICE-3G et ICE-5G, les écarts-types ainsi montrés témoignent davantage des différences d'amplitudes entre ces deux derniers modèles que de l'empreinte du rebond post-glaciaire induit par

les trois. Néanmoins, les écart-types situés sur la côte est de l'Antarctique, même faibles, sont principalement dus au modèle IJ05.

Dans la suite sont présentées quelques observations au sol (mesures de déplacement et de gravité) et satellite (mesures gravimétriques GRACE et altimétriques Envisat) en Antarctique.

6.2 Observations sol et satellites en Antarctique

6.2.1 Observations sol

6.2.1.1 Vitesses de déplacement du sol

Jusqu'à récemment la plupart des stations géodésiques au sol étaient localisées au sein de stations scientifiques situées le long de la côte. La technique GPS, portable et relativement peu coûteuse, est la technique géodésique au sol la plus facilement déployable. Elle semble donc adaptée au suivi du mouvement nécessaire pour étudier le rebond post-glaciaire (e.g. King et al., 2010). Cependant jusqu'à récemment les observations GPS étaient difficiles à maintenir de façon continue en Antarctique principalement pour des raisons de ressources énergétiques. Des améliorations ont été faites de ce point de vue (Willis, 2008) et des efforts sont faits pour déployer largement des stations GPS en Antarctique.

À partir de publications, King et al. (2010) établissent un bilan des observations du mouvement du sol en Antarctique. Il apparaît que l'ensemble des études ne montre qu'un faible accord entre les différents modèles de rebond post-glaciaire existants. Quelques études (Donnellan & Luyendyk, 2004; Raymond et al., 2004) rapportent des vitesses de déplacement du sol qui s'accorderaient avec des modèles de rebond post-glaciaire contenant une fonte significative dès le début de l'Holocène. D'autres se retrouvent avec des écarts de plusieurs mm/a pour les vitesses estimées à partir de différentes techniques d'observations (Dietrich et al., 2004; Fukuzaki et al., 2005; Mäkinen et al., 2007). Aucune conclusion ferme n'est alors possible. Ohzono et al. (2006) n'arrivent à aucun accord entre les mouvements crustaux qu'ils estiment et ceux déduits de différents modèles de rebond post-glaciaire. En outre, ils suggèrent que les vitesses de surrection observées au nord de la péninsule Antarctique sont dues à une perte de masse de glace se produisant actuellement dans cette région. L'accumulation de masse de glace est en revanche le processus retenu par Amalvict et al. (2009) pour expliquer l'écart entre la vitesse observée à Dumont d'Urville et celle fournie par le modèle IJ05 (voir aussi section 6.2.1.2). Bevis et al. (2009) obtiennent, dans la partie ouest, des vitesses de déplacement du sol bien inférieures à celles estimées à partir de différents modèles de rebond post-glaciaire. L'empreinte spatiale du mouvement du sol obtenue à partir des observations semble également plus complexe que celui fourni par les modèles. Les vitesses verticales déduites par Rülke et al. (2008) et Dietrich & Rülke (2008) semblent, au contraire, être qualitativement en accord avec le modèle IJ05.

Une meilleure répartition des stations géodésiques sur le continent permettrait de mieux contraindre les modèles de rebond post-glaciaire. Toutefois, l'Antarctique ne laisse que peu de surface découverte par la glace. De plus l'ensemble de cette surface n'est pas forcément propice à l'installation de station GPS. Enfin, King et al. (2010) rappellent la nécessité d'améliorer les traitements des données de positionnement permettant d'obtenir des séries temporelles plus précises, et donc plus adaptées pour contraindre les masses en mouvement en Antarctique.

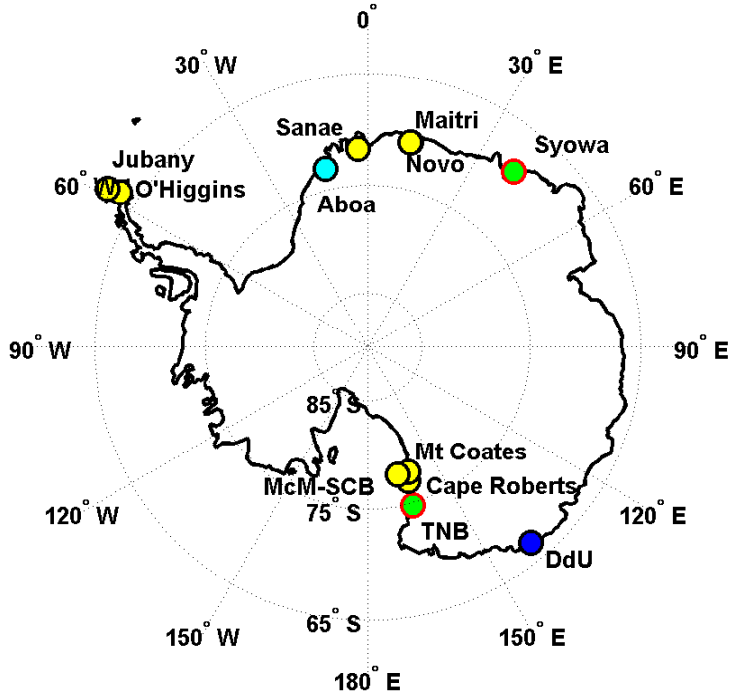


FIG. 6.5 – *Localisation géographique des stations où ont été effectuées des mesures de gravité absolue. Les cercles jaunes, bleus, cyan ou verts montrent respectivement les stations où 1, 2, 3 ou 4 mesures ont été réalisées. Le contour noir ou rouge des cercles indique si 1 ou 2 sites de mesure sont présents sur la station. La station McM (dissimulée sous la station SCB) possède trois mesures réalisées sur deux sites. Signification des abréviations : McM pour McMurdo, SCB pour Scott Base, TNB pour Terra Nova Bay, DdU pour Dumont d'Urville, Novo pour Novolazarevskaya.*

6.2.1.2 Variations de gravité

Mäkinen et al. (2007) présentent une synthèse des mesures de gravité absolue effectuées en Antarctique jusqu'en 2004 (Tab. D.1). Ces mesures ont été faites en 13 stations réparties le long de la côte (fig. 6.5). Deux stations (O'Higgins et Jubany) sont situées à l'extrême nord de la péninsule Antarctique. Cinq stations (Aboa, Sanae, Maitri, Novolazarevskaya et Syowa) s'étalent le long de la côte de la Terre de la Reine Maud. Une station (Dumont d'Urville) se situe sur le littoral en Terre Adélie et enfin les cinq autres stations (Terra Nova Bay, Cape Robers, Mt Coates, McMurdo et Scott Base) sont situées sur le littoral proche de la transition plateforme–mer de Ross. Dans cette synthèse, quatre stations possèdent des mesures répétées deux fois pour Mac Murdo, trois fois pour Terra Nova Bay et Aboa et sept fois pour Syowa. Mäkinen et al. (2007) utilisent alors toutes ou certaines[1] de ces valeurs pour estimer une variation séculaire en chacune de ces stations. Ils collectent également les variations séculaires du déplacement vertical disponibles dans la littérature, principalement déduites des mesures GPS, VLBI (Syowa, O'Higgins) et/ou DORIS (Dumont d'Urville, Syowa). Les variations séculaires de gravité et de déplacement observées sont ensuite confrontées à celles estimées à partir de douze modèles décrivant l'histoire de la dernière déglaciation du Pléistocène et quatre modèles d'évolution actuelle

[1]Pour Terra Nova Bay, seules les mesures effectuées sur le site AB sont considérées. Pour Syowa, seules les quatres dernières mesures sont prises en compte à cause d'une trop grande imprécision sur les trois premières (Nakagawa et al., 1994; Fukuda et al., 2005).

des masses de glace (James & Ivins, 1998). Ils utilisent pour cela les rapports C^v et $C^{e,N}$[2] vus au chapitre 5 sans considérer la topographie de la surface où les masses de glace varient. Ils concluent que les observations de la région de la Terre de la Reine Maud sont en accord avec les estimations issues des modèles, mais ce n'est pas le cas des observations de la région de la mer de Ross.

La synthèse de Mäkinen et al. (2007) est ici complétée par des mesures plus récentes, effectuées jusqu'en 2009 (Tab. D.1). Celles-ci comprennent les mesures absolues faites à Maitri en 2004 (Tiwari et al., 2006), Dumont d'Urville en 2006 (Amalvict et al., 2009), McMurdo, Scott Base, et Terra Nova Bay en 2009 (Rogister et al., 2010). L'apport d'une mesure supplémentaire à Dumont d'Urville ainsi que les 7 (GPS) à 13 (DORIS) années de mesure de déplacement ont conduit Amalvict et al. (2009) à en interpréter les variations séculaires. Ils obtiennent un très bon accord pour la tendance du déplacement déduite des mesures GPS et celle déduite des données DORIS, de l'ordre de 0.3 mm/a. En utilisant le déplacement ainsi observé et celui induit par le modèle de déglaciation IJ05, ils déduisent, à l'aide des rapports C^v et $C^{e,N}$, le déplacement et la gravité induits par la variation actuelle de masse de glace. Leurs estimations sont contenues dans les barres d'erreur associées aux observations et déduisent que la partie est de l'Antarctique est relativement stable ou subit une légère accumulation de masse de glace. À Terra Nova Bay, les trois mesures de gravité effectuées sur le site AB en presque 14 ans (Décembre 1995 – Janvier 2009) conduit à une variation de gravité de -0.72 ± 0.30 μGal/a. L'utilisation du rapport C^v conduit à une vitesse de déplacement du sol de 4.8 ± 2.8 mm/a, plus élevée que celle observée égale à 2.58 ± 0.06 mm/a entre novembre 1998 et janvier 2007 (Dubbini et al., 2010). Ceci indique que le rebond induit par la dernière déglaciation du Pléistocène n'est pas le seul processus agissant. Le signal peut être en partie lié à une potentielle accumulation de masse de glace dans la région dont le déplacement induit (subsidence) s'opposerait à celui provoqué par le rebond post-glaciaire (surrection).

Enfin, à ces mesures directes de gravité absolue, il faut ajouter les valeurs de gravité obtenues par rattachement à Terra Nova Bay, McMurdo, Cape Roberts et Scott Base (Nakagawa, 1983; Cerutti et al., 1992; Sasagawa et al., 2004; Diehl, 2008; Wilson & Tinto, 2009; Rogister et al., 2010). Celles-ci, effectuées au moyen de gravimètres relatifs, sont listées dans le tableau D.2. Les mesures effectuées par cette méthode sont environ 10 fois moins précises que celles effectuées avec un gravimètre absolu. À la vue de la précision requise pour comprendre et suivre les phénomènes en jeux en Antarctique, les valeurs de gravités absolues directement mesurées sont les plus adaptées.

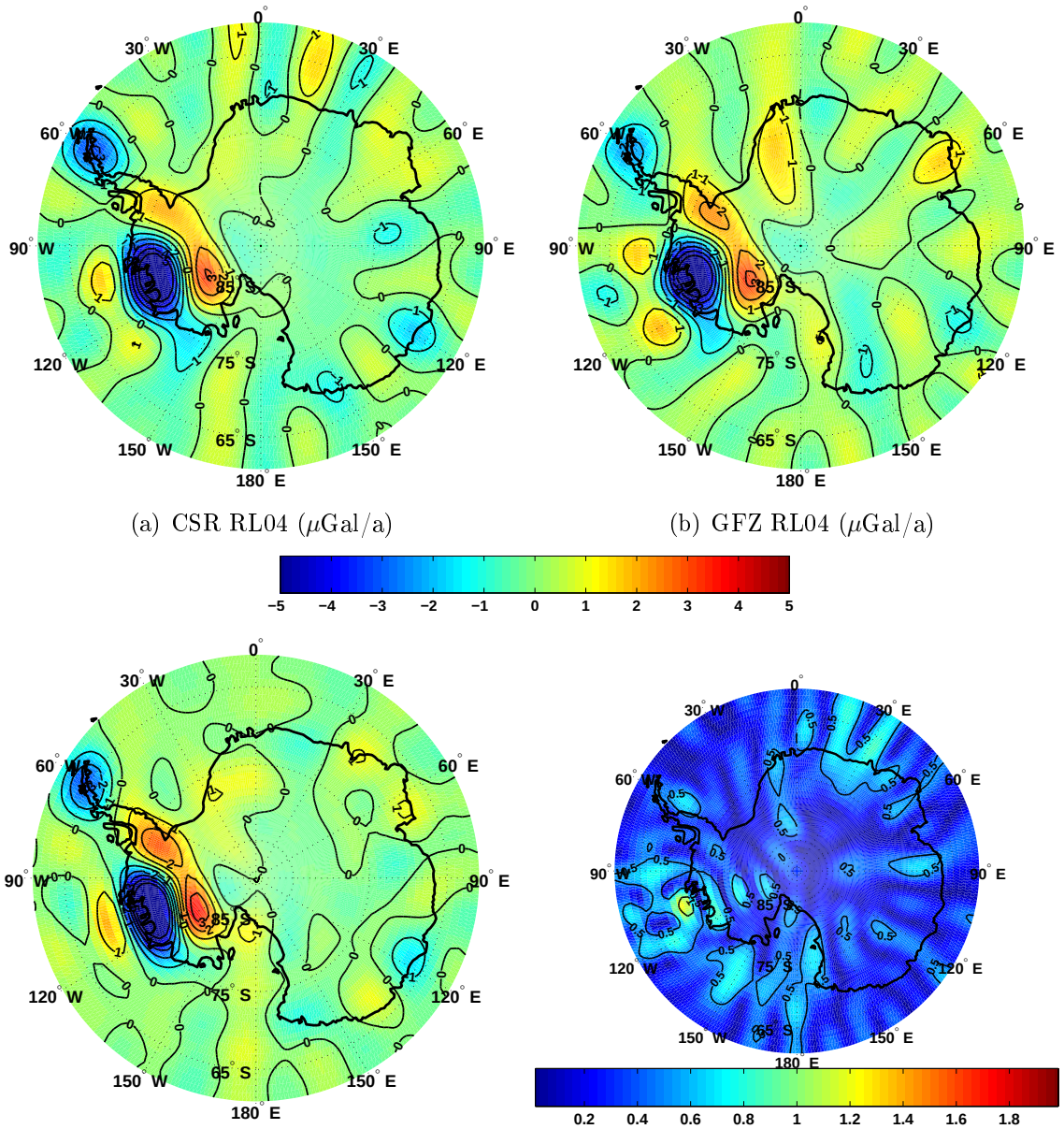
Les mesures au sol sont souvent mal réparties sur le continent Antarctique, ce qui limite les signaux observés à des effets parfois trop localisés (notamment pour la gravimétrie). Les mesures satellites offrent alors une alternative pour obtenir de l'information couvrant une plus grande surface.

6.2.2 Observations satellites

6.2.2.1 Gravimétrie spatiale GRACE

Sur la figure 6.6 sont présentées les cartes des variations séculaires de la gravité obtenues à partir des solutions GRACE du CSR (Fig. 6.6(a)), du GFZ (Fig. 6.7(b)) et du GRGS (Fig. 6.6(c)) entre janvier 2003 et janvier 2009. Des motifs similaires sont présents sur chacune des cartes. C'est le cas principalement des variations obtenues sur la partie ouest de l'Antarctique. À l'intérieur du continent, du sud de la péninsule Antarctique

[2]Les valeur utilisées sont $C^v = \{-0.17; -0.15\}$ μGal/mm et $C^{e,N}$= -0.27 μGal/mm.



(a) CSR RL04 (μGal/a)

(b) GFZ RL04 (μGal/a)

(c) GRGS RL02 (μGal/a)

(d) Écart type (μGal/a)

FIG. 6.6 – *Variations séculaires de gravité en Antarctique déduites des solutions GRACE du CSR, du GFZ, du GRGS pour l'intervalle janvier 2003 – janvier 2009. Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral entre les degrés 30 et 50.*

(Terre de Palmer) à la plateforme de glace de Ross, une augmentation de la masse (augmentation de la gravité entre environ 1 et 2 μGal/a) est observée. Cette augmentation peut caractériser une accumulation de neige ou de glace ou bien un apport de masse mantellique induit par le rebond post-glaciaire. En revanche, sur la côte ouest, le long de la mer d'Amundsen, et à l'extrême nord de la péninsule Antarctique, une diminution importante de masse est constatée (diminution de la gravité supérieure à 2.5-5 μGal/a). Cette diminution témoigne principalement d'une diminution de masse de neige ou de glace.

On retrouve d'autres motifs impliquant une augmentation ou une diminution de la gravité. Ceux-ci sont principalement localisés le long ou à proximité de la côte dans la partie est du continent. Ces motifs sont souvent d'extension spatiale plus petite que ceux précédemment décrits et situés dans la partie ouest. Ils diffèrent également, en forme et en

amplitude, d'une solution à une autre. Contrairement aux variations observées à l'ouest, l'amplitude des variations séculaires de gravité dans la partie est de l'Antarctique est plus faible. Ces variations, si elles proviennent d'un véritable signal géophysique, sont donc davantage sujettes à la présence de bandes méridiennes. Bien que les solutions du GRGS semblent moins affectées par ces bandes, les amplitudes obtenues avec ces solutions sont visuellement semblables à celles déduites à partir des solutions du CSR et du GFZ. C'est notamment le cas pour la partie ouest de l'Antarctique. Afin de minimiser l'influence des bandes méridiennes, nous utilisons par la suite la moyenne des variations séculaires de gravité déduites par les trois centres (Fig. 6.9(a)). Cette méthode est préférée à celle largement utilisée qui consiste à filtrer les solutions GRACE avec un filtre gaussien après avoir appliqué le filtre de Swenson & Wahr (2006) (e.g. Chen et al., 2009; Gunter et al., 2009; Riva et al., 2009; Velicogna, 2009). En effet, comme nous l'avons vu au chapitre 2, le filtre de décorrélation spatiale n'extrait pas convenablement le signal d'origine géophysique. L'approche utilisée ici permet en outre d'estimer les incertitudes liées à l'usage de différentes solutions (Fig. 6.6(d)).

Les figures 6.9(a) et 6.6(d) montrent respectivement les variations séculaires moyennes et les écarts-types associés (1σ). On constate que globalement, les variations obtenues ne sont pas très diffèrentes de celles obtenues pour les solutions du GRGS. De plus, on voit que les bandes méridiennes sont en certains endroits bien atténuées (par exemple sur le plateau de l'Antarctique de l'Est, en mer de Ross ou entre les longitudes 0 et 60°E). En ce qui concerne les écarts-types, les valeurs les plus élevées se situent principalement au niveau des océans (entre les longitudes 0 et 60°E et 180 et 270°E). Quelques valeurs de l'ordre de 0.5 μGal/a sont également obtenues là où de fortes variations sont observées (Antarctique de l'Ouest, du pôle Sud jusqu'à la mer d'Amundsen) ou là où les bandes méridiennes ont une forte influence (autour des longitudes 30 et 90°E proche de la côte).

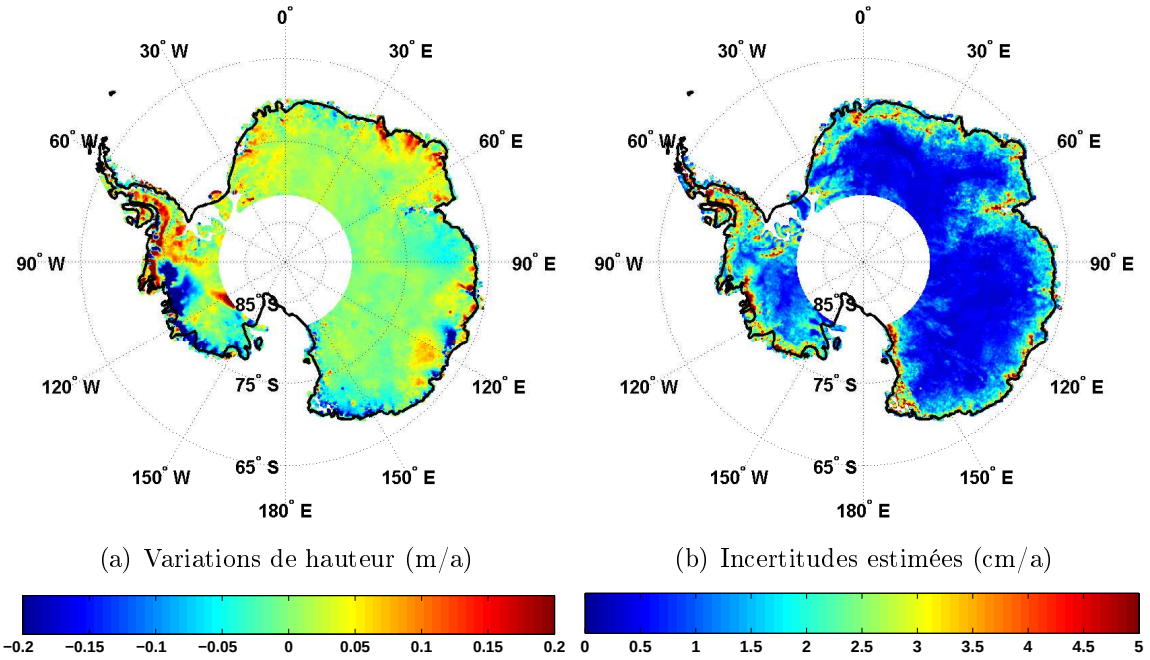
Les observations gravimétriques GRACE sont sensibles aux variations spatio-temporelles des masses superficielles (glace, neige) et situées en profondeur (manteau). Une façon de caractériser les variations de masse de glace ou de neige se produisant en Antarctique consiste à mesurer les variations de volume de la calotte. C'est ce que font les satellites altimétriques.

6.2.2.2 Variations des hauteurs altimétriques (Envisat)

Le satellite altimétrique Envisat, lancé en 2002, est le premier satellite dédié aux observations des pôles embarquant un altimètre radar à double fréquence (dans les bandes Ku et S[3]). Ce satellite possède une orbite inclinée à 81.5° dont la répétitivité est de 35 jours. Il est le prolongement des satellites ERS-1 et -2 lancés respectivement en 1991 et 1995 par l'agence spatiale européenne (voir la rétrospective sur l'altimétrie radar en Antarctique de Rémy & Parouty (2009)). Initialement dédiée à la cartographie de la topographie des océans, l'altimétrie radar base son principe[4] sur la mesure du temps de trajet, aller-retour, d'une onde radar émise verticalement depuis l'altimètre. Le retour de l'onde s'effectue à la suite d'une réflexion sur la surface qu'elle rencontre. L'utilisation de l'altimétrie radar est plus délicate au niveau des surfaces continentales qu'au niveau des océans (Rémy et al., 2000; Legrésy et al., 2006). En effet, les surfaces océaniques sont de grandes étendues relativement planes dont la réflectance varie peu. Les surfaces terrestres et plus spécifiquement les calottes polaires, possèdent des surfaces accidentées

[3]Les bandes Ku et S correspondent aux parties du spectre des ondes électromagnétiques dont les fréquences s'étendent respectivement entre 10.95 et 14.5 GHz et entre 2 et 4 GHz.

[4]Voir aussi le site : http ://www.aviso.oceanobs.com/en/altimetry/principle/index.html



(a) Variations de hauteur (m/a) (b) Incertitudes estimées (cm/a)

FIG. 6.7 – *Cadrant gauche : variations annuelles des hauteurs en Antarctique déduites des données altimétriques radar du satellite Envisat entre janvier 2003 et janvier 2009. Cadrant droit : estimation des incertitudes associées aux variations de hauteur. Ces données proviennent de Flament (2010).*

dont la pente décale la position du point de mesure par rapport à la zone visée (e.g. Rémy et al., 2000; Rémy & Frezzoti, 2006). De plus la neige recouvrant les calottes est un milieu complexe et le comportement des ondes radar y est difficile à évaluer (Rémy et al., 2000; Rémy & Parouty, 2009).

Afin de déterminer l'élévation d'une surface à partir de la mesure altimétrique radar, plusieurs traitements sont à effectuer (e.g. Rémy & Parouty, 2009). Une très bonne connaissance de l'orbite du satellite est nécessaire et tous les effets pouvant influencer les temps de trajet des ondes radar sont à corriger. Ces effets concernent dans un premier temps les délais de propagation des ondes induits par le passage de celles-ci dans l'atmosphère et l'ionosphère. Il faut de plus corriger des effets des marées terrestre et océanique et des biais instrumentaux. Pour les calottes polaires, il faut à cela ajouter une série de corrections liées aux caractéristiques de la surface, enneigée, qui réfléchit les ondes radar. En effet la pénétration des ondes radar sous la surface dépend des caractéristiques de la neige qui s'y dépose (humidité, température, taille des éléments la constituant). Ces caractéristiques influencent la forme de l'onde qui se réfléchit. Celle-ci varie effectivement suivant le type de milieu que l'onde traverse (stratification liée à l'accumulation de neige de caractéristiques différentes suivant les saisons) et entre deux passages successifs (modification de la surface à cause du vent ou des chutes de neige). C'est un élément majeur à prendre en compte lorsqu'il s'agit d'exploiter des séries temporelles d'élévation (Rémy et al., 2000; Legrésy et al., 2006; Flament, 2010). Dans ce cas, un certain nombre de paramètres caractérisant la forme de l'onde sont ajustés (Legrésy et al., 2005, 2006; Flament, 2010). Par ailleurs, la répétitivité de l'orbite du satellite manque de précision. Cela implique que les traces successives ne se superposent pas. Il est alors nécessaire de corriger de cet effet en attribuant aux points de mesures l'élévation adéquate (Rémy & Parouty, 2009; Flament, 2010). Enfin, les variations temporelles peuvent également être

modélisées à l'aide d'un signal périodique et/ou d'une tendance (Flament, 2010; Flament & Rémy, 2011). Cela permet d'extraire les variations séculaires de l'élévation des calottes. Ces variations sont obtenues à l'issue de l'ajustement de l'ensemble des paramètres nécessaires pour corriger les mesures de tous les effets cités. Cet ajustement s'effectue, par exemple, par la méthode des moindres carrés le long de la trace en considérant les points situés dans un rayon de 1 km autour de positions références espacées de 1 km (Flament, 2010; Flament & Rémy, 2011). La carte des variations séculaires, ainsi estimée par Flament (2010) entre janvier 2003 et janvier 2009 est montrée sur la figure 6.7. Cette carte est accompagnée d'une estimation des incertitudes liées à l'ajustement des données. La carte des incertitudes fournie ici quantifie des incertitudes des variations d'élévation. Elle montre que les incertitudes les plus importantes se situent le long de la côte, où les reliefs sont les plus accentuées et les vents plus forts. Cela témoigne de la difficulté de corriger correctement le signal provenant de ces régions. Néanmoins, c'est le long de la côte que le signal est le plus important. À l'intérieur de la calotte où la topographie est plus lisse, les incertitudes sont faibles attestant ainsi de la qualité du traitement.

La mission gravimétrique GRACE observe des variations de masse alors que Envisat observe des variations de volume. L'utilisation conjointe de ces deux types d'observation semble adaptée pour étudier les masses en mouvement en Antarctique.

6.2.2.3 Combinaison gravimétrie spatiale et altimétrie satellitaire

L'utilisation combinée des observations gravimétriques et altimétriques satellitaires a été simulée pour la première fois par Wahr et al. (2000). Leur étude porte sur la possibilité de déterminer les variations de masse de glace en Antarctique à partir des données du satellite altimétrique laser ICESat et de celles de la mission GRACE. L'idée est d'extraire le signal induit par le rebond post-glaciaire dans les deux types d'observation. Pour simuler une telle combinaison, Wahr et al. (2000) génèrent 5 années de mesures ICESat et GRACE à partir d'un modèle de rebond post-glaciaire et un modèle de changement d'élévation de la calotte. Les effets du rebond post-glaciaire sont estimés à partir du modèle ICE-3G. Ils déterminent le second modèle en utilisant le modèle climatique GSM-1 du NCAR[5]. Celui-ci fournit, entre autres, les variations d'accumulation neigeuse en Antarctique. Wahr et al. (2000) prennent aussi en compte l'écoulement des glaciers. L'association des deux modèles constitue le modèle de départ.

La méthode proposée par Wahr et al. (2000) est itérative. Cette méthode suppose dans une première étape que les variations d'élévation obtenues à partir des observations ICESat sont entièrement induites par la variation de masse de glace de la calotte. Ils convertissent ces variations de hauteur en variations de hauteur du géoïde. Ils retirent ensuite ces variations de celles déduides des solutions GRACE. Les variations résiduelles sont alors associées aux effets induits par le rebond post-glaciaire. À partir de ces variations résiduelles, ils estiment les mouvements crustaux liés au rebond post-glaciaire. Pour déterminer ces mouvements crustaux, Wahr et al. (2000) suivent les résultats de Wahr et al. (1995) qui montrent que les variations séculaires du géoïde induites par le rebond post-glaciaire sont principalement liées aux anomalies de masse associées aux mouvements verticaux de la surface. Cela leur permet d'obtenir les mouvements crustaux approchés à partir des coefficients de la décomposition en série d'harmoniques sphériques des variations séculaires du géoïde. Ils trouvent en effet qu'il suffit de multiplier ces derniers par $(2n+1)/2$. Les mouvements crustaux ainsi estimés sont retirés des variations de hau-

[5]NCAR pour *National Center for Atmospheric Research*

teur altimétrique. Les résidus constituent alors une nouvelle estimation des variations des hauteurs induites par le changement de masse de la calotte. Ils sont introduits dans une nouvelle itération, et ainsi de suite pendant 8 itérations. Wahr et al. (2000) montrent par cette méthode que les incertitudes liées au rebond post-glaciaire sur l'estimation des variations de masse de glace moyennées sur l'Antarctique sont significativement réduites. L'incertitude dominante reste néanmoins celle liée à la densité des masses superficielles qui varient.

Velicogna & Wahr (2002) utilisent également cette approche itérative pour retrouver, cette fois, la variabilité spatiale des tendances des variations de masses de glace et des effets induits par le rebond post-glaciaire. Pour cela ils ajoutent une contrainte supplémentaire à la suite de la dernière itération. Les erreurs induites par les effets du rebond post-glaciaire sont estimées à partir des vitesses verticales telles qu'elles pourraient être observées avec des GPS. Ces erreurs sont ensuite utilisées pour estimer le compactage de la neige et établir une nouvelle carte des variations d'élévation de la calotte. Ils montrent ainsi que l'unique combinaison des observations ICESat et GRACE permet de retrouver l'empreinte spatiale du modèle de changement de masse de la calotte de départ. Les amplitudes atteignent cependant un écart-type de l'ordre de 20 mm/a. Pour les mouvements crustaux induits par le rebond post-glaciaire, la corrélation spatiale est faible et les écarts-types de l'ordre de 5.5 mm/a. L'utilisation de GPS permet de réduire les écarts-types sur les amplitudes à environ 3.5 et 17 mm/a respectivement pour les effets du rebond post-glaciaire et des changements de hauteur de glace. Cependant, les conclusions sur les corrélations spatiales restent inchangées. Une meilleure corrélation spatiale est néanmoins obtenue pour les effets du rebond post-glaciaire si les GPS sont localisés plus spécifiquement dans les zones de plus forte accumulation neigeuse. Toutefois une telle combinaison est délicate. En effet, les stations GPS, couvrant jusqu'à présent les séries temporelles ICESat et GRACE en Antarctique sont peu nombreuses et principalement localisées sur la côte. Enfin, la relation trouvée pour calculer les mouvements crustaux induits par le rebond post-glaciaire ne tient pas compte d'une probable hétérogénéité latérale de la viscosité du manteau (Wahr et al., 2000).

Plus récemment un bon accord visuel est obtenu en comparant les variations d'élévation déduites des observations altimétriques (ICESat et Envisat) et celles déduites des solutions GRACE (Gunter et al., 2009; Horwath et al., 2010). Il en résulte que les mesures altimétriques et gravimétriques observent bien les mêmes variations séculaires et inter-annuelles des masses superficielles (Gunter et al., 2009; Horwath et al., 2010). En revanche, Gunter et al. (2009) montrent que les incertitudes des modèles de rebond post-glaciaire ont un impact plus important dans l'estimation des variations séculaires de masse de glace à partir des solutions GRACE, de l'ordre de 30 Gt/a, qu'à partir des variations de hauteur altimétrique, de l'ordre de 5 Gt/a. Gunter et al. (2009) attirent également l'attention sur l'importance de la densité des masses superficielles qui varient. Un écart-type de plus de 30 Gt/a peut ainsi être obtenu sur l'estimation du bilan de masse à partir des données altimétriques (Gunter et al., 2009). Enfin, Riva et al. (2009) sont les premiers à estimer les effets du rebond post-glaciaire (Chap. 1, Fig. 1.17(a)), les variations de l'épaisseur de glace et de la couche de neige faiblement compactée en combinant 5 années d'observations ICESat et GRACE et deux modèles de densité. Ces modèles concernent les variations latérales de densité du manteau et les densités des masses superficielles qui varient. Leur estimation des mouvements crustaux induits par le rebond post-glaciaire en Antarctique conduit à un apport de masse de 100 ± 67 Gt/a. Ces mouvements sont davantage en accord avec ceux induits par le modèle IJ05 que ceux induits par le modèle

ICE-5G. Cependant, contrairement à IJ05, l'estimation de Riva et al. (2009) placent le maximum de rebond le long de la côte est de la péninsule Antarctique au niveau de la plateforme de glace de Filchner-Ronne. Toutefois ces estimations dépendent fortement des modèles de densité utilisés, de la qualité et du traitement des observations (Riva et al., 2009; Horwath et al., 2010). Riva et al. (2009) utilisent par exemple des solutions GRACE après leur avoir appliqué un filtre de décorrélation semblable à celui de Swenson & Wahr (2006). Or, celui-ci peut détériorer la forme et l'amplitude du signal (Chap. 2).

Dans la suite les observations de variation de gravité et d'élévation de la calotte Antarctique sont utilisées pour comprendre sous certaines approximations les variations de masse qui s'y déroulent. L'objectif est d'essayer de caractériser le type de masses en mouvement à travers le continent.

6.3 Déplacements et variations de gravité déduits des observations satellites

6.3.1 Hauteurs altimétriques et épaisseur de la calotte

Les variations annuelles de hauteur, Δh^{env}, déduites du satellite altimétrique Envisat résultent de plusieurs effets. La quasi-totalité du continent ($\sim$ 98 %) étant recouverte de glace ou de neige, les changements annuels de l'épaisseur de la calotte, Δh^{surf}, constituent le signal dominant du signal altimétrique. Suite à ces variations d'épaisseur, la Terre se déforme de façon élastique. Des déplacements, Δu^{load}, sont alors engendrés à la surface de la Terre. Ces déplacements sont également inclus dans le signal altimétrique. Par ailleurs, la Terre se déforme encore en réponse à la dernière déglaciation du Pléistocène. Ces déformations, visqueuses, induisent des déplacements du sol, Δu^{gia}, qui font également partie des changements de hauteur observés par le satellite. En résumé, les changements de hauteur altimétrique peuvent s'écrire de la façon suivante

$$\Delta h^{\text{env}} = \Delta h^{\text{surf}} + \Delta u^{\text{load}} + \Delta u^{\text{gia}}. \tag{6.1}$$

D'après James & Ivins (1998) et Nakada et al. (2000) les mouvements crustaux les plus importants induits par la dernière déglaciation du Pléistocène se situent dans la partie ouest du continent. À l'est de la Baie de Ross le rebond peut atteindre entre 17 et 26 mm/a pour les modèles ICE-4G et ICE-3G. Ces modèles sont cependant les seuls à prédire de telles amplitudes. Les autres modèles prédisent plutôt des amplitudes inférieures à 12 mm/a (ANT3, ANT4, ANT5, ANT6, IJ05, D91). Au niveau de la plateforme de glace de Filchner-Ronne le rebond peut s'élever à 16 mm/a pour le modèle ICE-3G. Les autres modèles prédisent une surrection moitié moins importante. Au niveau de la péninsule Antarctique, certains modèles prédisent des rebonds de l'ordre de 16 mm/a dans sa partie sud (D91, IJ05) ou nord (ICE-3G) et d'autres, des rebonds de l'ordre de 4-8 mm/a (ANT3, ANT4, ANT6, ICE4G). Les amplitudes maximales pour le rebond induit par la dernière déglaciation du Pléistocène en Antarctique pourraient alors se situer autour de 15 mm/a. Toutefois ces estimations restent encore bien incertaines. Elle sont de plus principalement localisées dans des régions où une importante augmentation ou diminution des élévations est observée (péninsule Antarctique et à l'est de la plateforme de glace de Ross) et où les incertitudes des hauteurs altimétriques liées à la topographie de surface sont parmi les plus importantes. En certains endroits, les variations d'élévation sont aussi parfois manquantes (sud de la plateforme de glace de Filchner-Ronne).

La réponse de la Terre à un amincissement uniforme de 1 m/a de glace de la calotte induit un rebond d'environ 5.3 cm/a au centre de la partie est de l'Antarctique. Un tel amincissement n'est clairement pas constaté mais permet de montrer l'amplitude des déplacements induits par une telle variation de l'épaisseur de la calotte. Ceci concerne de plus un amincissement uniforme. Dans un tel cas, les déplacements les plus importants se situent aux environs du centre de la charge. En Antarctique, les changements d'élévation observés ne sont pas uniformes. On peut donc s'attendre à ce que les variations d'épaisseur de la calotte ne le soient pas non plus. Ainsi les déplacements associés aux variations les plus importantes de l'épaisseur de la calotte sont probablement bien inférieurs à 5.3 % de la hauteur de masse qui varie.

En supposant que les déplacements engendrés par le changement de masse de la calotte et ceux induits par la dernière déglaciation du Pléistocène sont petits devant les variations d'épaisseur de la calotte, $\Delta u^{\text{load}} + \Delta u^{gia} << \Delta h^{\text{surf}}$, il vient $\Delta h^{\text{env}} \sim \Delta h^{\text{surf}}$. Ainsi, une première hypothèse consiste à considérer que les variations annuelles d'élévation observées par Envisat correspondent aux changements séculaires de l'épaisseur de la calotte.

6.3.2 Mouvements du sol déduits des solutions GRACE

Les variations séculaires de gravité en Antarctique, Δg^{sat}, ont été obtenues à partir de la moyenne des solutions GRACE (Fig. 6.9(a)). Il vient en chaque point de coordonnées (a,θ,λ)

$$\Delta g^{\text{sat}}(a,\theta,\lambda) = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} (n+1) \left[\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right]. \tag{6.2}$$

ΔC_n^m et ΔS_n^m sont les coefficients de la décomposition en série d'harmoniques sphériques des variations séculaires du potentiel gravitationnel.

En première approximation, on peut supposer que les variations séculaires de gravité observées par les satellites GRACE correspondent aux variations de l'épaisseur de la calotte. Les variations séculaires du déplacement de la surface, Δu^{sat}, engendrées par ces changements se relient à celles du potentiel gravitationnel *via* la relation (Wahr et al., 1998; Davis et al., 2004; van Dam et al., 2007)

$$\Delta u^{\text{sat}}(a,\theta,\lambda) = a \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^{n} \frac{h'_n}{1+k'_n} \left[\Delta C_n^m Y_n^{m,c}(\theta,\lambda) + \Delta S_n^m Y_n^{m,s}(\theta,\lambda)\right]. \tag{6.3}$$

Les variations séculaires des déplacements ainsi obtenues sont montrées sur la figure 6.9(c).

La fonction de transfert pour les effets en gravité revient à multiplier chaque composante harmonique de degré n de la fonction de transfert du potentiel gravitationnel (en $1+k'_n$) par $n+1$. Ainsi, on voit que cette fonction croît en $n+1$ avec le degré harmonique favorisant davantage les courtes longueurs d'onde spatiale que la fonction de transfert en déplacement (en h'_n). Utiliser la fonction de transfert en déplacement permet d'obtenir un signal géophysique à plus grande longueur d'onde spatiale que celui obtenu à partir de la fonction de transfert en gravité (en $(n+1)(1+k'_n)$). Cela permet en outre de lisser l'amplitude des bandes méridiennes dans les solutions GRACE.

L'approximation faite ci-dessus n'est cependant pas vérifiée en Antarctique. En effet, le signal gravimétrique significatif lié au réajustement de la Terre en réponse à la dernière déglaciation du Pléistocène traduit un mouvement de masse en profondeur. En faisant cette approximation, la redistribution des masses dans le manteau induite par le rebond

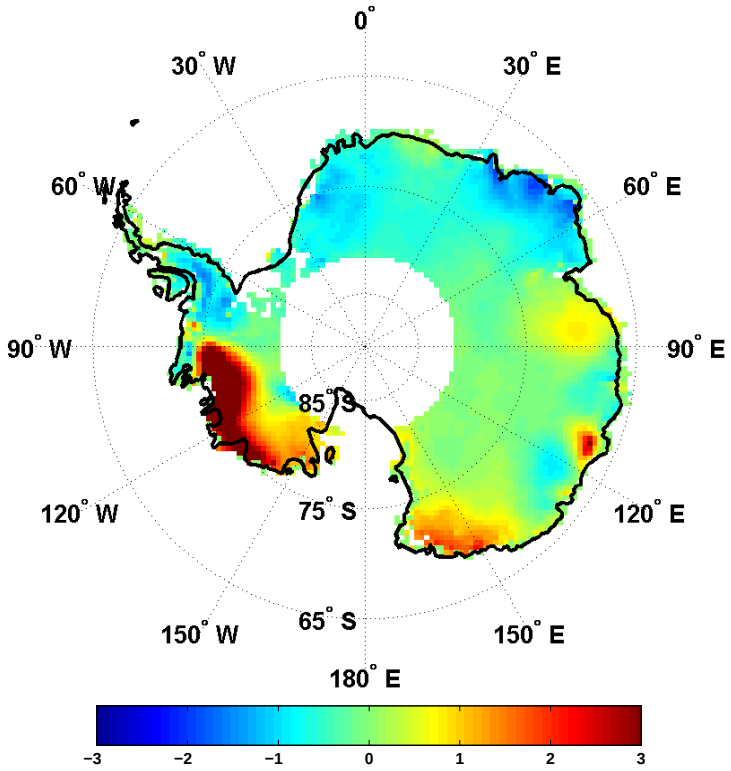


FIG. 6.8 – *Mouvements verticaux du sol (mm/a) induits par les variations de hauteur altimétrique Envisat entre janvier 2003 et janvier 2009. La densité considérée est celle de la glace (0.917).*

post-glaciaire est associée à une charge variant en surface. Ce mouvement de masse induit une augmentation de la gravité. Cela se traduit par une augmentation de la masse de la charge produisant une subsidence de la surface. Une comparaison avec le mouvement du sol dû aux variations de l'épaisseur de la calotte observées par Envisat peut faire ressortir le signal qui ne correspond pas à celui des variations de masse superficielles. Ceci permet également de s'affranchir des larges incertitudes associées aux modèles de rebond post-glaciaire.

6.3.3 Comparer les méthodes satellites

Les sections 6.3.1 et 6.3.2 fournissent, moyennant certaines approximations, les variations d'épaisseur de la calotte Antarctique observées par Envisat et les variations séculaires de gravité et les mouvements du sol déduits des solutions GRACE. Pour comparer les deux types d'observations, il nous faut, dans un premier temps, estimer les variations de gravité et les mouvements du sol à partir des observations de changement d'élévation de la calotte. Dans un deuxième temps, il faut mettre ces variations et ces mouvements à la même résolution que celles et ceux obtenus avec les solutions GRACE.

Les mouvements du sol induits par les variations d'épaisseur de la calotte sont calculés en utilisant le formalisme de Farrell (1972) (Chap. 3). Ces mouvements correspondent à la réponse élastique de la Terre aux variations de masse de la calotte. Ayant les variations de hauteur, il nous faut choisir un modèle de densité de la masse qui varie. Riva et al. (2009) choisissent le modèle de densité de surface de Kaspers et al. (2004). Les densités de ce modèle varient entre 0.32 et 0.45. Riva et al. (2009) adaptent le modèle de Kaspers

et al. (2004) en attribuant la densité de la glace aux zones subissant un amincissement dynamique (extrémité nord de la péninsule Antarctique et bordure de la mer d'Amundsen incluant les glaciers Pine Island et Thwaites). Une densité de 0.6 est attribuée au glacier Kamb. Contrairement à Riva et al. (2009), on suppose dans un premier temps que les variations d'épaisseur de la calotte sont des variations de hauteur de glace. Les écarts issus de la comparaison des variations de gravité et des mouvements du sol déduits des deux types d'observation résultent alors d'un écart en densité. Cela permet de caractériser qualitativement les densités des masses en jeu.

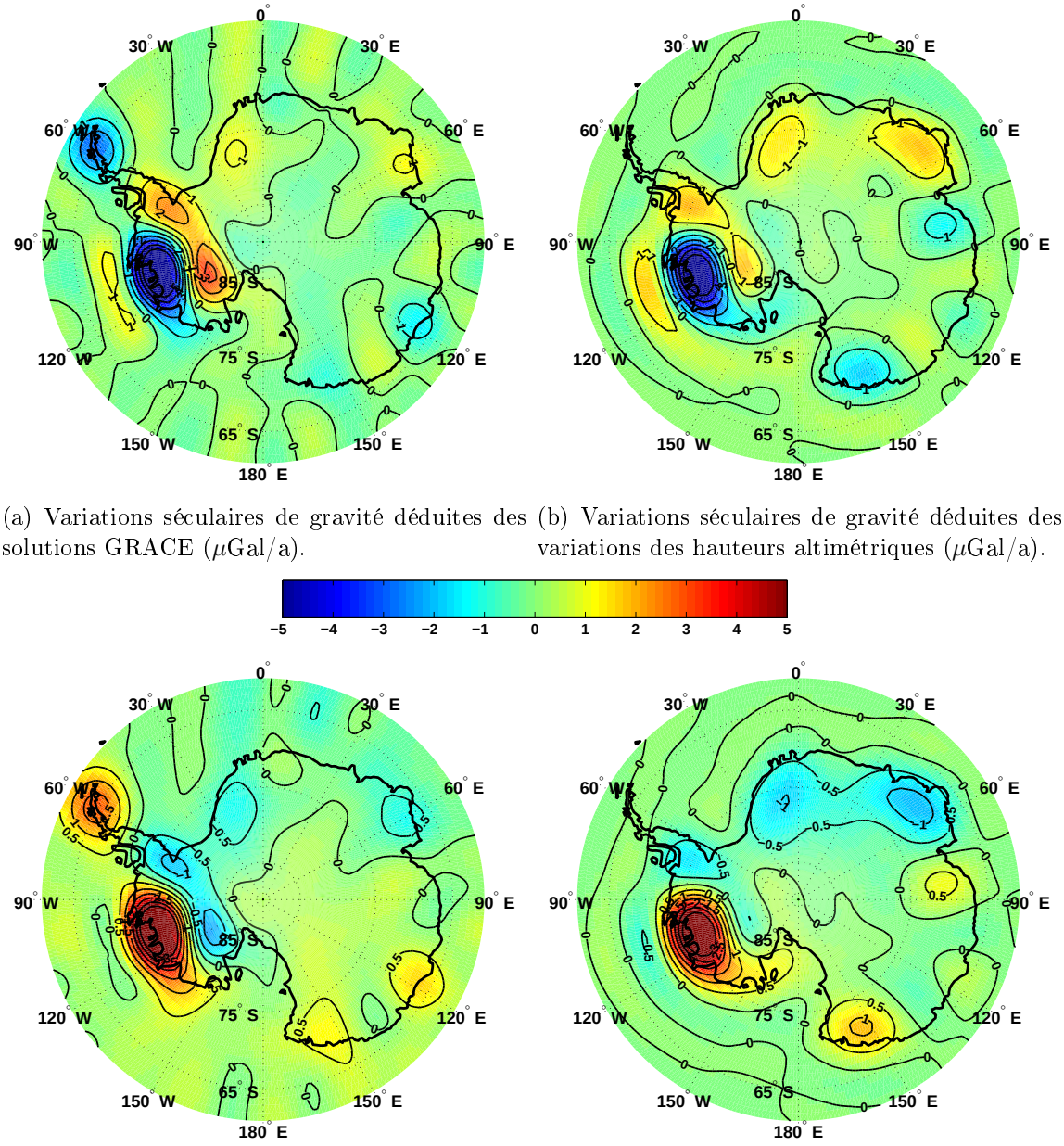
On représente sur la figure 6.8 les déplacements élastiques induits par les variations de hauteur de glace déduites des observations Envisat. Les variations d'élévation de la calotte, souvent localisées (Fig. 6.7), induisent des mouvements du sol dont l'empreinte spatiale est plus étendue. Les amplitudes obtenues sont supérieures à 5 mm/a dans les régions subissant les plus importantes variations de hauteur. Les zones de subsidence, témoins d'une accumulation de masse, s'étendent de la péninsule Antarctique à la plateforme de glace d'Amery en passant par les Terres de la Reine Maud et d'Enderby. Une autre, d'amplitude plus faible, caractérise une accumulation de masse à l'est et à l'ouest du glacier Totten localisé autour de 116°E. En opposition, au niveau de ce glacier se produit une importante surrection pouvant atteindre plus de 3 mm/a. Cette surrection traduit l'importante diminution de la masse de ce glacier (Fig. 6.7, cadrant gauche). Plus à l'est de la Terre Adélie à la Terre d'Ellsworth, l'importante diminution d'élévation qui y est obervée produit de très larges zones de surrection pouvant dépasser les 10 mm/a au niveau du glacier de Pine Island.

Les variations de hauteur altimétrique et les mouvements du sol associés sont obtenus à une résolution spatiale plus importante que ce qui peut être déduit des solutions GRACE. Il faut alors dégrader la carte des vitesses de déplacement du sol pour pouvoir la comparer à celle déduite des solutions GRACE. Pour cela, les vitesses de déplacement du sol de la figure 6.8 sont décomposées en série d'harmoniques sphériques. Les coefficients résultant de cette décomposition sont ensuite filtrés dans le domaine spectral à l'aide d'une apodisation (30,50), filtrage identique à celui utilisé pour les solutions du CSR et du GFZ (Chap. 2). Les coefficients ainsi filtrés sont ensuite utilisés pour reconstruire la carte des vitesses de déplacement du sol similaire à celle des solutions GRACE. Cette carte est montrée sur la figure 6.9(d). Il est également possible d'obtenir une carte des variations séculaires de gravité à partir des vitesses de déplacement. En comparant en effet les fonctions de Green du déplacement et de la variation de gravité[6] (Chap. 3, Eqs. 3.86 et 3.88), on remarque qu'il suffit de multiplier les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques du déplacement par

$$\frac{GM}{a^3}\frac{n-(n+1)k'_n}{h'_n}.$$

La carte fournissant ces variations de gravité est tracée sur la figure 6.9(b). Il est désormais possible de comparer directement les résultats issus des variations de hauteur altimétrique avec ceux issus des solutions GRACE (Fig. 6.9).

[6] Dans le chapitre 3, cette fonction de Green donne les variations de gravité observées par un instrument solidaire de la surface qui se déforme. Afin de comparer avec les variations de gravité déduites des solutions GRACE, il faut retirer le terme correspondant à l'effet du gradient à l'air libre induit par le mouvement de la surface : $2h'_n$.



(a) Variations séculaires de gravité déduites des solutions GRACE (μGal/a).

(b) Variations séculaires de gravité déduites des variations des hauteurs altimétriques (μGal/a).

(c) Vitesses de déplacement du sol déduites des solutions GRACE (mm/a).

(d) Vitesses de déplacement du sol déduites des variations des hauteurs altimétriques (mm/a).

FIG. 6.9 – *Vitesses de déplacement du sol et variations séculaires de gravité obtenues à partir des solutions GRACE et des variations de hauteur de glace (Envisat) entre janvier 2003 et janvier 2009. La moyenne des variations séculaires de gravité en Antarctique est déduite de celles des solutions GRACE du CSR, du GFZ, du GRGS. Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral entre les degrés 30 et 50.*

6.4 Accord entre observations gravimétriques et altimétriques

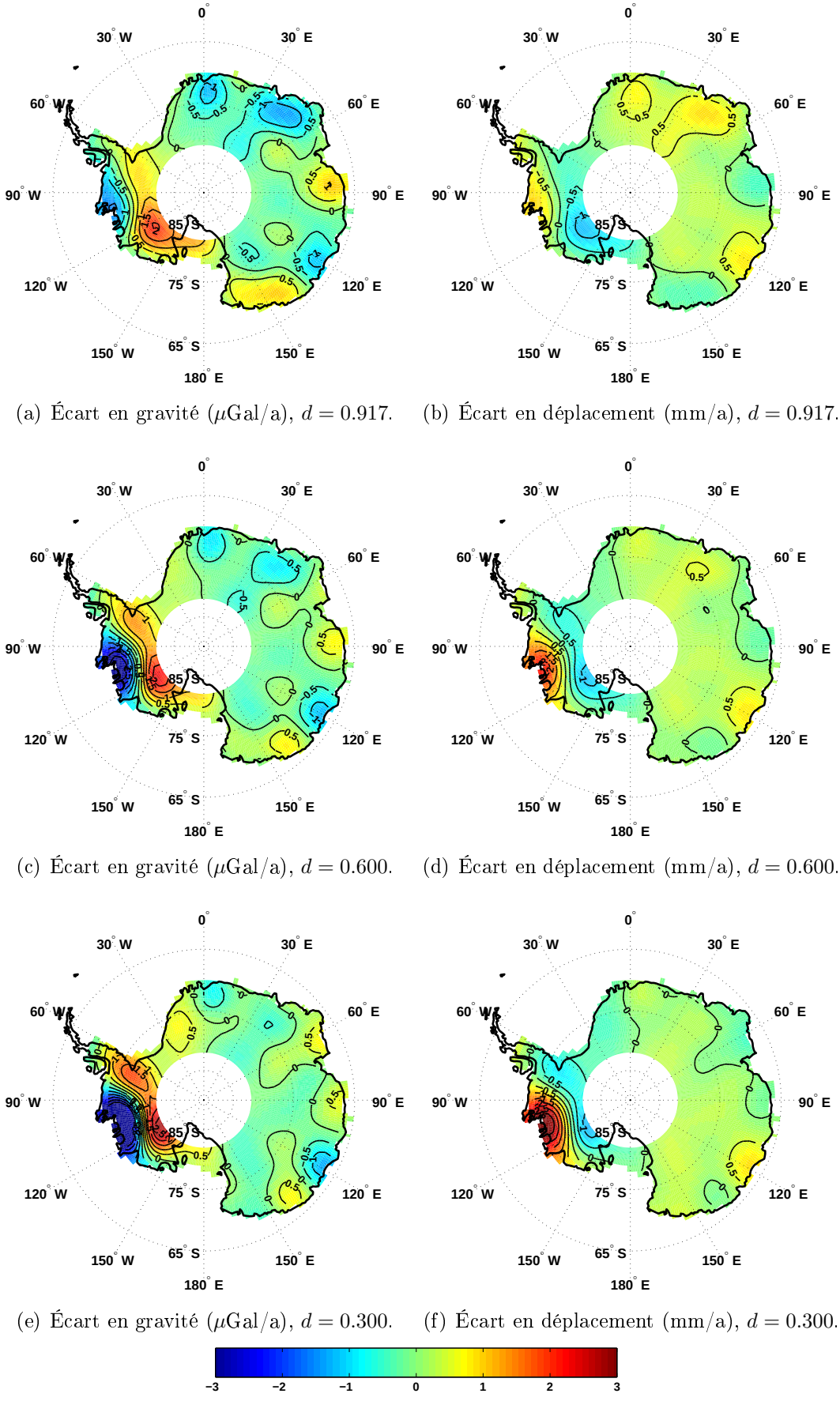
La carte des variations séculaires de gravité déduite des variations de hauteur de glace (Fig. 6.9(b)), issues des données altimétriques, est relativement similaire à celle déduite des solutions GRACE (Fig. 6.9(a)). Il en est de même pour les cartes du mouvement du sol (Figs. 6.9(c) et 6.9(d)). Les différences entre les cartes obtenues à partir des solutions GRACE et celles déduites des observations Envisat sont fournies sur la figure 6.10. Les figures 6.10(a) et 6.10(b) correspondent respectivement aux écarts en gravité et en déplacement.

À l'extrémité nord de la péninsule Antarctique, le fort signal présent dans les cartes obtenues à partir des solutions GRACE n'apparaît pas dans celles déduites des données Envisat. Ceci est dû à l'absence de données altimétriques dans cette région. Celle-ci est fortement accidentée et illustre la difficulté d'obtenir des variations de hauteur à partir de l'altimétrie radar dans de telles zones. Cette partie de la péninsule n'est pas représentée dans les cartes de la figure 6.10.

Sur le reste du continent deux cas sont à considérer. D'une part, il y a les zones où les amplitudes des variations séculaires de gravité et des mouvements du sol déduits des solutions GRACE sont plus importantes que celles obtenues à partir des changements d'élévation. D'autre part, il y les zones où elles le sont moins. Les premières zones englobent l'Antarctique de l'Ouest et la région du glacier Totten. Les secondes sont toutes les autres régions de la partie est-Antarctique. Pour comprendre le rôle de la densité prise en compte lors du calcul de la réponse élastique de la Terre aux variations de l'épaisseur de la calotte, d'autres cartes sont dessinées pour lesquelles les densités considérées sont 0.3 et 0.6. Seuls les écarts de ces variations séculaires de gravité et de ces mouvements du sol avec ceux déduits des solutions GRACE sont montrés. Les figures 6.10(c) et 6.10(d) ont été obtenues pour une densité de 0.6 et les figures 6.10(e) et 6.10(f) pour une densité de 0.3. Les densités de 0.3 et 0.6 correspondent à la densité de la neige dont le compactage est peu ou relativement plus important.

Dans la partie ouest du continent, un important signal s'étendant du sud de la péninsule Antarctique à la côte longeant la plateforme de glace de Ross est observable dans la carte des variations séculaires de gravité déduites des solutions GRACE. Ce signal est aussi présent dans la carte issue des données Envisat mais l'amplitude observée y est beaucoup plus faible. Les amplitudes diffèrent de 0.5 μGal/a, au sud de la péninsule, à près 2 μGal/a, à l'est de la plateforme de Ross (Fig. 6.10(a)). En terme de mouvement du sol l'écart le plus important atteint plus de 1 mm/a. En diminuant la densité, les écarts en gravité augmentent et peuvent atteindre, pour une densité de 0.3, plus de 1.5 μGal/a, au sud de la péninsule, à plus de 2.5 μGal/a, à l'est de la plateforme de glace de Ross (Fig. 6.10(e)). L'écart en déplacement maximal atteint pour une telle densité est peu différente de celui obtenu avec la densité de la glace. Cependant, l'empreinte spatiale diffère sensiblement avec de plus faibles densités, donnant un écart de plus de 0.5 mm/a au sud de la péninsule (Fig. 6.10(f)). Autrement dit, pour diminuer les écarts en gravité et déplacement dans cette région, il est nécessaire de considérer une densité supérieure à celle de la glace. En faisant l'hypothèse simple que l'épaisseur de la calotte qui varie est constituée d'une variation séculaire de hauteur de glace (Δh^{ice}) et de neige (Δh^{snow}), le bilan de masse correspondant est

$$\rho_{ice}\Delta h^{\text{ice}} + \rho_{\text{snow}}\Delta h^{\text{snow}} = \bar{\rho}\Delta h^{\text{surf}}, \tag{6.4}$$



(a) Écart en gravité (μGal/a), $d = 0.917$. (b) Écart en déplacement (mm/a), $d = 0.917$.

(c) Écart en gravité (μGal/a), $d = 0.600$. (d) Écart en déplacement (mm/a), $d = 0.600$.

(e) Écart en gravité (μGal/a), $d = 0.300$. (f) Écart en déplacement (mm/a), $d = 0.300$.

FIG. 6.10 – *Différences des variations séculaires de gravité (colonne de gauche) et des vitesses de déplacement (colonne de droite) déduites des solutions GRACE avec celles déduites des hauteurs altimétriques pour trois densités.*

où $\rho_{\text{ice}} = 917$ kg/m^3 et $\rho_{\text{snow}} = k\rho_{\text{ice}}$ sont respectivement les masses volumiques de la glace et celle de la neige plus ou moins compactée ($0 < k < 1$). $\bar{\rho}$ est la masse volumique moyenne de la colonne de glace et de neige dont la variation séculaire est Δh^{surf}. Pour cette partie de l'Antarctique de l'ouest, un meilleur accord entre observations GRACE et ENVISAT peut être obtenu si $\bar{\rho} > \rho_{ice}$. Les observations altimétriques fournissent de plus, $\Delta h^{\text{surf}} = \Delta h^{\text{ice}} + \Delta h^{\text{snow}} > 0$. Il vient alors que $\Delta h^{\text{ice}} > 0$, $\Delta h^{\text{snow}} < 0$ et $\Delta h^{\text{ice}} > |\Delta h^{\text{snow}}|$. Une diminution des précipitations entre 2003 et 2009 peut entraîner une tendance négative de l'accumulation de la neige. Ainsi, même si les chutes de neige restent faibles, il faut que ce qui tombe sur le glacier conduise à une augmentation de sa masse de glace. Ceci serait cohérent avec les observations glaciologiques au niveau du glacier Kamb (e.g. Joughin & Tulaczyk, 2002; Smith et al., 2005; Rignot et al., 2008a; Pritchard et al., 2009) dont l'écoulement s'est arrêté il y a plus d'une centaine d'années (e.g. Joughin & Tulaczyk, 2002). La stagnation de cet écoulement peut alors justifier les hypothèses précédentes, du moins en partie. En effet, l'extension spatiale des écarts en gravité et en déplacement observé sur les figures 6.10(a) et 6.10(b) suggèrent un autre processus. Le réajustement isostatique de la Terre à la dernière déglaciation produit, selon les modèles, une telle empreinte spatiale. La densité de masse issue du manteau supérieur se situe autour de 3.5. Cela est en accord avec la nécessité d'une densité $\bar{\rho}$ supérieure à celle de la glace.

Le long de la côte bordant la mer d'Amundsen et dans la région du glacier Totten, les amplitudes des variations séculaires de la gravité et des mouvements du sol sont également plus importantes lorsqu'elles sont déduites des solutions GRACE (Fig. 6.10). Comme précédemment, cela implique que pour obtenir un meilleur accord entre observations GRACE et Envisat, il est nécessaire que la densité à employer dans le calcul de la réponse élastique de la Terre aux variations d'épaisseur de la calotte soit plus élevée que celle de la glace ($\bar{\rho} > \rho_{ice}$). En reprenant la relation (6.4) et sachant que $\Delta h^{surf} < 0$, il vient que $\Delta h^{ice} < 0$, $\Delta h^{snow} > 0$ et $|\Delta h^{ice}| > \Delta h^{snow}$. Cela traduirait un amincissement dynamique important en dépit, par exemple, d'un accroissement des taux d'accumulation de neige. De tels amincissements sont observés entre autres sur les glaciers de Pine Island et Thwaites, en Antarctique de l'ouest, et plus récemment sur le glacier Totten (Zwally et al., 2005; Wingham et al., 2006; Rignot et al., 2008a; Pritchard et al., 2009; Flament & Rémy, 2011).

Enfin sur les autres régions de la partie est du continent Antarctique, les amplitudes des variations séculaires de la gravité et des mouvements du sol déduites des solutions GRACE sont globalement plus faibles que celles déduites des données Envisat. L'accord entre ces deux types d'observations s'améliore en prenant une densité plus faible que celle de la glace lors de l'estimation de la réponse élastique de la Terre aux variations d'épaisseur de la calotte. Une densité de 0.6 réduit d'avantage l'écart entre les observations en Terre de Kemp et Coats qu'une densité de 0.3. À l'inverse une densité de 0.3 convient mieux entre la Terre de la Reine Maud et celle d'Enderby ainsi que pour la Terre de Oates. Ces plus faibles densités impliquent que les variations séculaires de hauteur de glace et de neige sont de même signe ou alors que les amplitudes de ces dernières sont plus importantes que les premières ($|\Delta h_{ice}| < |\Delta h_{snow}|$). En revanche, en Terre Adélie et dans la région autour de 90°E, les écarts pourraient davantage être liés à la présence des bandes méridiennes dans les solutions GRACE.

6.5 Conclusions

Les multiples études faites sur la reconstruction de l'histoire de la dernière déglaciation du Pléistocène en Antarctique montrent que celle-ci reste relativement mal connue. Il en découle que les estimations de la réponse de la Terre à ces variations passées de masse de glace, en termes de mouvements du sol et de variations séculaires de gravité, restent incertaines. Les différentes observations au sol, souvent en désaccord avec les modèles de déglaciation, confirment ces incertitudes. Ces observations sont cependant encore trop éparses pour pouvoir suffisamment contraindre les modèles. Les observations satellites, couvrant une plus grande surface, sont adaptées pour suivre les mouvements de masse sur ce continent. La mission gravimétrique GRACE est sensible aux variations de masse en Antarctique alors que le satellite altimétrique Envisat mesure les variations d'élévation de la surface de la calotte. Ces deux propriétés indépendantes offrent une alternative pour comprendre les changements de masse en Antarctique.

Les variations séculaires d'élévation altimétriques sont supposées correspondre aux variations séculaires de l'épaisseur de la calotte. La réponse de la Terre aux changements annuels d'épaisseur de la calotte a été calculée. Trois densités ont été associées aux masses qui varient : celle de la glace et celles de la neige plus ou moins compactée. Ensuite, les mouvements du sol et les variations séculaires de la gravité déduites des données Envisat sont comparés à ceux déduits des solutions GRACE. Pour ces dernières, les mouvements du sol sont supposés être induits par des masses variant dans une couche mince à la surface du sol. Il est montré que pour que les deux types d'observations s'accordent en Antarctique de l'Ouest et dans la région du glacier Totten, il est nécessaire de considérer des densités supérieures à celle de la glace. Ce résultat s'accorde avec les observations glaciologiques montrant un amincissement (e.g. glaciers de Pine Island, Thwaites, Totten) ou un épaississement (glacier Kamb) de la glace dans ces régions. Toutefois, une contribution du rebond post-glaciaire est nécessaire pour rendre compte de l'extension spatiale des écarts s'étalant de la baie de Ross au sud de la péninsule Antarctique. Pour les autres régions de l'Antarctique, la nécessité d'une densité plus faible que celle de la glace témoigne soit d'une diminution et d'une augmentation simultanées des variations séculaires d'épaisseur de glace et de neige soit que l'amplitude des variations de hauteur de neige est plus importante que celle des variations de hauteur de glace. Enfin des désaccords peuvent être dus à la présence de bruit dans les solutions GRACE, principalement caractérisé par des bandes méridiennes. La difficulté de l'altimétrie radar à correctement reproduire les variations de hauteur à proximité des côtes est également une source de désaccord.

Les résultats de cette étude pourraient être insérés dans un procesus itératif tel que celui proposé par Wahr et al. (2000). Ils permettraient d'affiner les modèles de densité pouvant conduire à la séparation des effets induits par la dernière déglaciation du Pléistocène et ceux liés aux variations actuelles des masses de glace et de neige en Antarctique. Pour cela il est néanmoins nécessaire de prendre en compte la répartition spatiale des densités. Le satellite GOCE[7] de l'agence spatiale européenne lancé en mars 2009 a pour objectif de faire une cartographie haute résolution du champ de gravité terrestre. Une telle cartographie permettrait d'accéder aux variations latérales de densité du sous-sol.

[7]GOCE pour *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*

Chapitre 7

Conclusions générales

Nous nous sommes intéressés aux effets induits par les changements de masse de glace passés, liés à la dernière déglaciation du Pléistocène, et actuels. Nous avons caractérisé ces effets afin d'en étudier leur séparabilité. Nous avons commencé par une étude localisée à l'échelle de trois glaciers du massif du Mont Blanc dans les Alpes françaises. Ces glaciers connaissent un amincissement important et ne sont que très peu sujets aux effets de la dernière déglaciation. Puis, nous avons considéré une étendue plus importante de masse de glace : les glaciers et la petite calotte de l'archipel du Svalbard. Ceux-là sont situés dans l'océan Arctique et subissent les deux effets. Enfin, nous avons changé d'hémisphère pour étudier la calotte polaire de l'Antarctique où de multiples processus sont en jeux. À travers ces régions nous avons modélisé les variations géodésiques et gravimétriques induites par les changements actuels de masse des glaciers. Nous avons estimé à partir du code existant de Spada & Stocchi (2007) celles dues à la dernière déglaciation du Pléistocène. Nous avons utilisé les données sol et satellites et les avons confrontées entre elles *via* la modélisation afin de déduire un bilan de masse au Svalbard. Enfin, nous avons confronté les observations gravimétriques et altimétriques satellitaires afin de mieux comprendre les variations de masse qui se produisent en Antarctique. Il en résulte trois points majeurs :

Sur la mesurabilité des changements actuels de la masse des glaciers

Au vu des amplitudes des variations de hauteur que connaissent les glaciers actuellement, nous avons déduit que les effets géodésiques et gravimétriques associés devraient être mesurables au sol. Des gravimètres et des inclinomètres hydrostatiques placés à proximité des glaciers permettraient un suivi temporel de l'évolution de leur masse. Nous avons aussi montré en étudiant les glaciers du Svalbard, que les satellites de la mission GRACE sont capables d'observer des variations séculaires de masse de glace se produisant sur des surfaces à la limite de la résolution spatiale de ces satellites. La localisation géographique particulière du Svalbard, archipel isolé, en est la principale raison.

Ces conclusions peuvent alors motiver l'installation d'instruments à proximité des glaciers sur des sites adaptés. Dans les régions subissant les effets induits par la dernière déglaciation du Pléistocène où de fortes variations de l'épaisseur des glaciers sont constatées, un tel dispositif permettrait de mieux contraindre localement les changements de masses des glaciers. Certaines études menées à partir de GPS dans ce genre de région convergent vers cette idée (Jiang et al., 2010; Khan et al., 2010a,b). Par ailleurs, dans les régions comme le Svalbard, où de nombreuses vidanges glaciaires se produisent (Sund et al., 2009), l'association d'observations gravimétriques ou inclinométriques continues au sol et de changements d'élévation permettrait de caractériser le mouvement rapide des masses de glace.

Sur l'utilisation conjointe des observations sol et satellites

Il a été montré que la topographie joue un rôle important dans l'estimation des variations de gravité au sol dues aux changements d'épaisseur des glaciers. Pour modéliser

ces variations, l'influence de la topographie est telle que l'hypothèse d'amincissement uniforme moyen sur une Terre sphérique n'est pas satisfaite. Nous avons donc considéré des profils de variations d'élévation de la surface des glaciers en fonction de l'altitude. La confrontation du bilan de masse de glace issu des observations au sol et celui issu des observations de gravimétrie spatiale nous a ainsi permis de discriminer les profils satisfaisant à la fois les observations sol et satellite. Nous avons ainsi vu que l'utilisation de mesures géodésiques associées à des mesures gravimétriques sol et satellite peut permettre de mieux contraindre les modèles de variation de l'épaisseur des glaciers.

De telles associations pourraient permettre de caractériser les changements de masse sur la côte Antarctique. C'est en effet le long de la côte que les plus grands changements sont observés. C'est également là que se concentrent les observations au sol (GPS, gravimètres). Des observations continues au sol permettraient de s'affranchir des variations inter-annuelles bien présentes sur ce continent (Horwath et al., 2010). Les mesures de gravimétrie spatiale en combinaison avec des mesures altimétriques permettraient de caractériser à l'échelle régionale les changements de masse. Enfin, les mesures au sol, plus sensibles aux variations locales de masse (e.g. Khan et al., 2010b), permettraient, en accord avec les observations satellites, de localiser plus précisement les changements de masse importants.

Sur la séparation des effets liés aux changements passés et actuels de masse de glace

Nous avons étudié la séparation des effets liés aux changements passés et actuels de masse de glace à partir des observations faites au sol ou depuis l'espace. Nous avons montré que les rapports des variations séculaires de gravité avec celles du déplacement permettent de séparer les effets visqueux des effets élastiques dans les situations particulières de variation uniforme de hauteur de glace sur l'ensemble d'une région ou pour des régions à faible topographie. Dans le cas des glaciers ces configurations sont relativement peu rencontrées. Toutefois à partir du contexte de déglaciation, des observations au sol et du rapport C^v, il est possible d'extraire un ensemble de valeurs possibles pour le rapport $C^{e,N}$. Ceci ajoute une contrainte supplémentaire pour déterminer les changements actuels de hauteur de glace. Le rapport C^v caractérise la réponse visqueuse actuelle de la Terre à la dernière déglaciation du Pléistocène. Il serait également intéressant de voir comment évolue ce rapport pendant la transition visco-élastique, soit le passage d'une réponse élastique à une réponse visqueuse de la Terre. Connaître une telle évolution serait utile pour caractériser les déformations induites par le petit âge glaciaire se produisant, par exemple, actuellement en Alaska (Sato et al., 2010; Sun et al., 2010).

Dans les régions où les variations d'élévation sont observées par les satellites altimétriques, l'association de ces observations avec celles de la mission gravimétrique GRACE apporte une information supplémentaire sur le type de masse en jeu et donc sur les processus en cours. Les effets de la dernière déglaciation sont souvent de plus grande longueur d'onde que ceux liés aux changements actuels de masse. Une combinaison avec des données sol permettrait d'isoler les effets locaux (satellites altimétriques, gravimètres au sol) des effets plus régionaux (GPS, GRACE).

Perspectives

Nous avons quantifié l'influence de la topographie des glaciers dont les masses varient sur les variations de gravité. Il serait également intéressant de quantifier les champs de

déplacement et de contrainte associés. Bien que la pente des glaciers est relativement faible, on devrait s'attendre à une dissymétrie des champs modifiant les amplitudes aval et amont des déplacements verticaux et des contraintes normales. Ce type d'étude est alors typiquement adapté pour mieux comprendre l'activité sismique associée aux changements de masse de glace. En effet, Sauber et al. (2000) ont constaté que le nombre de petits séismes a augmenté au niveau du bassin de vidange glaciaire du glacier Bering, en Alaska, au moment où la vidange s'est produite. Sauber & Molnia (2004) ont confirmé ces résultats. Ils ont suggéré que l'activité sismique augmente quand les glaciers s'amincissent alors qu'elle diminue lorsqu'ils s'épaississent. Enfin, une application en glacio-volcanologie, tel que le cas du Vatnajökull en Islande, est également envisageable. Cette petite calotte recouvre en effet plusieurs volcans. Pagli & Sigmundsson (2008) ont estimé que le volume de magma produit sous cette calotte à cause de son amincissement est substantiel, de l'ordre de 0.014 km^3/a.

Annexes

Annexe A

Sur les harmoniques sphériques

A.1 Solutions de l'équation de Laplace

L'équation de Laplace vérifiée par un potentiel V est donnée par la relation suivante

$$\Delta V = 0. \tag{A.1}$$

Cette équation ne possède pas de solution unique, il faut pour cela s'imposer des conditions aux limites (cf. problèmes de Dirichlet et Neumann).

On utilise les coordonnées sphériques (r, θ, λ) avec r la distance radiale, θ la colatitude et λ la longitude. Soit V un potentiel vérifiant l'équation de la Laplace, en développant le laplacien et en multipliant par r^2 l'équation de Laplace devient :

$$r^2\Delta V = r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}V + 2r\frac{\partial}{\partial r}V + \frac{\partial^2}{\partial\theta^2}V + \cot(\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}V + \frac{1}{\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}V = 0. \tag{A.2}$$

En décomposant V en un produit de deux fonctions $f_n(r)$ et $Y_n(\theta, \lambda)$, on obtient :

$$\frac{1}{f_n}(r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}f_n + 2r\frac{\partial}{\partial r}f_n) = \frac{-1}{Y_n}(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}Y_n + \cot(\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}Y_n + \frac{1}{\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}Y_n). \tag{A.3}$$

On peut alors résoudre séparement ces deux équations égales à une même constante prise égale à $n(n+1)$, où n est un nombre entier (justification dans la section suivante). On obtient donc :

$$r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}f_n + 2r\frac{\partial}{\partial r}f_n - n(n+1)f_n = 0, \text{ équation d'Euler-Cauchy du second ordre} \tag{A.4}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}Y_n + \cot(\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}Y_n + \frac{1}{\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}Y_n + n(n+1)Y_n = 0. \tag{A.5}$$

On peut vérifier par substitution que les fonctions $f_n(r) = B_n r^n$ et $f_n(r) = A_n r^{-n-1}$ sont solutions de l'équation (A.4). Ainsi, $Y_n(\theta, \lambda)$ étant les solutions de l'équation (A.5), on a à ce stade :

$$V = \frac{A_n}{r^{n+1}}Y_n(\theta, \lambda) \qquad \text{ou} \qquad V = B_n r^n Y_n(\theta, \lambda). \tag{A.6}$$

On définit alors les Y_n comme les harmoniques sphériques de surface et les fonctions V comme les harmoniques sphériques solides. Plus généralement on appelle harmonique sphérique l'une ou l'autre des ces fonctions.

Enfin, le principe de superposition nous permet de déduire que pour une équation différentielle linéaire, la somme de ces solutions est également solution. Ainsi, on a

$$V = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n}{r^{n+1}}Y_n(\theta, \lambda) + B_n r^n Y_n(\theta, \lambda). \tag{A.7}$$

A.2 Harmoniques sphériques complexes

Pour résoudre l'équation (A.5), on utilise une nouvelle fois la méthode de séparation des variables, *i.e.*

$$Y_n(\theta,\lambda) = g(\theta)h(\lambda). \tag{A.8}$$

On obtient alors une nouvelle équation

$$\frac{\sin(\theta)}{g}\left(\sin(\theta)\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}g + \cos(\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}g + \sin(\theta)n(n+1)g\right) = -\frac{1}{h}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}h. \tag{A.9}$$

Comme à la section précédente on introduit une nouvelle constante m^2 à laquelle les membres de gauche, dépendant de θ, et de droite, dépendant de λ, de l'équation ci-dessus doivent s'égaliser. On a alors deux nouvelles équations

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}h + m^2h = 0, \tag{A.10}$$

et

$$\sin(\theta)\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}g + \cos(\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}g + \left(\sin(\theta)n(n+1) - \frac{m^2}{\sin(\theta)}\right)g = 0. \tag{A.11}$$

Une simple substitution permet de vérifier que

$$h(\lambda) = e^{\pm im\lambda}, \tag{A.12}$$

est solution de l'équation (A.10).

Dans l'équation (A.11) on reconnaît l'équation différentielle associée de Legendre dont les solutions qui nous intéressent sont telles que n et m sont des entiers et $|m| \leq n$. Ce sont les fonctions de Legendre associées $P_{nm}(\cos(\theta))$ qui s'expriment de la façon suivante :

$$P_{nm}(\cos(\theta)) = (-1)^n\frac{1}{2^n n!}\sin^m(\theta)\left(\frac{d}{d\cos(\theta)}\right)^{n+m}\sin^{2n}(\theta) \tag{A.13}$$

$$= (-1)^m\frac{1}{2^n n!}\sin^n(\theta)\left(\frac{d}{d\theta}\right)^{n+m}\sin^{2n}(\theta) \tag{A.14}$$

lorsque $m \geq 0$ et qui sont telles que

$$P_{n(-m)}(\cos(\theta)) = (-1)^m\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_{nm}(\cos(\theta)) = \beta_{nm}P_{nm}(\cos(\theta)). \tag{A.15}$$

Finalement on a

$$Y_n(\theta,\lambda) = P_{nm}(\cos(\theta))e^{im\lambda}. \tag{A.16}$$

Puisque l'équation (A.4) est linéaire, toute combinaison linéaire de solutions est également solution. De façon générale, les harmoniques sphériques complexes de surface se mettent sous la forme

$$Y_n(\theta,\lambda) = \sum_{m=-n}^{n}\alpha_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))e^{im\lambda}. \tag{A.17}$$

A.3 Harmoniques sphériques réelles

On définit aussi des harmoniques sphériques réelles. Celles-ci se déduisent directement de l'expression générale des harmoniques complexes (A.17). En effet, en posant $\alpha_{nm} = c_{nm} + is_{nm}$ et $e^{im\lambda} = \cos(m\lambda) + i\sin(m\lambda)$ il vient

$$\begin{aligned} Y_n(\theta,\lambda) &= \sum_{m=-n}^{n} \alpha_{nm} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{im\lambda} \\ &= \sum_{m=-n}^{n} (c_{nm} + is_{nm})(\cos(m\lambda) + i\sin(m\lambda)) P_{nm}(\cos(\theta)) \\ &= \sum_{m=-n}^{n} \left[(c_{nm}\cos(m\lambda) - s_{nm}\sin(m\lambda)) + i(c_{nm}\sin(m\lambda) + s_{nm}\cos(m\lambda))\right] P_{nm}(\cos(\theta)) \end{aligned} \tag{A.18}$$

Si le champ décomposé est réel, nécessairement la partie imaginaire de son développement en harmonique sphérique s'annule, soit

$$s_{n0} + \sum_{m=-n}^{-1} (c_{nm}\sin(m\lambda) + s_{nm}\cos(m\lambda)) + \sum_{m=1}^{n} (c_{nm}\sin(m\lambda) + s_{nm}\cos(m\lambda)) = 0 \tag{A.19}$$

impliquant que pour m positif,

$$\begin{aligned} c_{n(-m)} &= c_{nm} \\ s_{n(-m)} &= -s_{nm} \\ s_{n0} &= 0 \end{aligned} \tag{A.20}$$

Pour obtenir les relations entre coefficients de la décomposition, on développe

$$\begin{aligned} Y_n(\theta,\lambda) &= \sum_{m=-n}^{n} \alpha_{nm} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{im\lambda} \\ &= \sum_{m=0}^{n} \alpha_{nm} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{im\lambda} + \sum_{m=-n}^{-1} \alpha_{nm} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{im\lambda} \\ &= \sum_{m=0}^{n} \alpha_{nm} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{im\lambda} + \sum_{m=1}^{n} \alpha_{n(-m)} P_{n(-m)}(\cos(\theta)) e^{-im\lambda} \\ &= \sum_{m=0}^{n} \alpha_{nm} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{im\lambda} + \sum_{m=1}^{n} \alpha_{n(-m)} (-1)^m \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\cos(\theta)) e^{-im\lambda} \\ &= \alpha_{n0} P_{n0}(\cos(\theta)) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{n} P_{nm}(\cos(\theta)) \left(\left[\alpha_{nm} + \alpha_{n(-m)}\beta_{nm}\right]\cos(m\lambda) + i\left[\alpha_{nm} - \alpha_{n(-m)}\beta_{nm}\right]\sin(m\lambda)\right) \\ &= \sum_{m=0}^{n} P_{nm}(\cos(\theta)) \left[a_{nm}\cos(m\lambda) + b_{nm}\sin(m\lambda)\right], \end{aligned} \tag{A.21}$$

et l'on arrive aux relations suivantes

$$\begin{aligned} a_{nm} &= \alpha_{nm} + \alpha_{n(-m)}\beta_{nm} \text{ pour } m > 0 \\ a_{n0} &= \alpha_{n0} \\ b_{nm} &= i\left(\alpha_{nm} - \alpha_{n(-m)}\beta_{nm}\right) \text{ pour } m > 0 \\ b_{n0} &= 0. \end{aligned} \tag{A.22}$$

Et réciproquement pour $m \geq 0$,

$$\begin{aligned} \alpha_{nm} &= \frac{a_{nm} - b_{nm}}{2} \\ \alpha_{n(-m)} &= \frac{a_{nm} + ib_{nm}}{2\beta_{nm}} \\ \alpha_{n0} &= a_{n0}. \end{aligned} \tag{A.23}$$

Les solutions de l'équation de Laplace sont donc,

$$V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{A_n}{r^{n+1}} + B_n r^n\right)\sum_{m=-n}^{n}\alpha_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))e^{im\lambda}, \tag{A.24}$$

$$v(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{A_n}{r^{n+1}} + B_n r^n\right)\sum_{m=0}^{n}\left[a_{nm}\cos(m\lambda) + b_{nm}\sin(m\lambda)\right]P_{nm}(\cos(\theta)), \tag{A.25}$$

avec a_{nm} et b_{nm} les coefficients réels du champ.

A.4 Normalisations

A.4.1 Harmoniques complexes

Une autre façon d'écrire les harmoniques sphériques de surface complexes est

$$Y_n(\theta,\lambda) = \sum_{m=-n}^{n} N_{nm}\alpha_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))e^{im\lambda}, \tag{A.26}$$

où l'on a inclus un facteur de normalisation N_{nm}.

D'après les propriétés des fonctions de Legendre associées, on a

$$\int_{-1}^{1} P_{nm}(\mu)P_{n'm}(\mu)d\mu = \frac{2}{2n+1}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\delta_{nn'} \tag{A.27}$$

ainsi en notant $P_n^m(\cos(\theta)) = N_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))$, les fonctions de Legendre associées normalisées, il vient

$$\int_0^{\pi} P_n^m(\cos(\theta))P_{n'}^m(\cos(\theta))\sin(\theta)d\theta = N_{nm}N_{n'm}\frac{2}{2n+1}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\delta_{nn'}. \tag{A.28}$$

En posant

$$N_{nm} = (-1)^m\sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \tag{A.29}$$

on obtient

$$\int_0^\pi P_n^m(\cos(\theta))P_{n'}^m(\cos(\theta))\sin(\theta)d\theta = \frac{1}{2\pi}\delta_{nn'}. \tag{A.30}$$

En calculant la norme de $Y_{nm}(\theta,\lambda) = P_n^m(\cos(\theta))e^{im\lambda}$ dans l'espace des fonctions complexes, les relations précédentes conduisent à

$$< Y_{nm}, Y_{n'm'} >= \int\int_\Omega Y_{nm}Y_{n'm'}^* d\Omega = \delta_{nn'}\delta_{mm'}, \tag{A.31}$$

avec $d\Omega = \sin(\theta)d\theta d\lambda$ l'élément de surface sur la sphère unité. On obtient alors des fonctions sphériques orthogonales et de norme unitaire. La base constituée des harmoniques sphériques complexes de surface est donc une base orthonormale. Cela va nous permettre de décomposer n'importe quelle fonction dépendant de θ et de λ dans cette base.

A.4.2 Harmoniques réelles

Pour les harmoniques réelles, on a

$$y_n(\theta,\lambda) = \sum_{m=0}^{n} n_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))\left[a_{nm}\cos(m\lambda) + b_{nm}\sin(m\lambda)\right]. \tag{A.32}$$

Pour respecter l'orthonormalisation et d'après le paragraphe précédent, on pose $n_{nm} = \sqrt{2}N_{nm}$, $C_{nm}(\theta,\lambda) = n_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))\cos(m\lambda)$ et $S_{nm}(\theta,\lambda) = n_{nm}P_{nm}(\cos(\theta))\sin(m\lambda)$. Nous omettrons dans la suite la dépendance en (θ,λ) pour les fonctions harmoniques C_{nm} et S_{nm}. Il vient alors

$$\begin{aligned}
< C_{nm}, C_{n'm'} > &= \int\int_\Omega C_{nm}C_{n'm'}d\Omega \\
&= \int_0^{2\pi}\int_0^\pi \sqrt{2}N_{nm}\sqrt{2}N_{n'm'}\cos(m\lambda)\cos(m'\lambda)P_{nm}(\cos(\theta))P_{n'm'}(\cos(\theta))\sin(\theta)d\theta d\lambda \\
&= 2N_{nm}N_{n'm'}\int_0^{2\pi}\cos(m\lambda)\cos(m'\lambda)d\lambda\int_0^\pi P_{nm}(\cos(\theta))P_{n'm'}(\cos(\theta))\sin(\theta)d\theta
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi}\cos(m\lambda)\cos(m'\lambda)d\lambda &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\left[\cos((m-m')\lambda) + \cos((m+m')\lambda)\right]d\lambda \\
&= \frac{2\pi}{2}\delta_{mm'}.
\end{aligned} \tag{A.33}$$

on obtient finalement

$$\begin{aligned}
< C_{nm}, C_{n'm'} > &= 2N_{nm}N_{n'm'}\frac{2\pi}{2}\delta_{mm'}\int_0^\pi P_{nm}(\cos(\theta))P_{n'm'}(\cos(\theta))\sin(\theta)d\theta \\
&= 2\pi\delta_{mm'}\int_0^\pi P_n^m(\cos(\theta))P_{n'}^m(\cos(\theta))\sin(\theta)d\theta \\
&= \delta_{mm'}\delta_{nn'}.
\end{aligned}$$

De même en utilisant

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi}\sin(m\lambda)\sin(m'\lambda)d\lambda &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\left[\cos((m-m')\lambda) - \cos((m+m')\lambda)\right]d\lambda \\
&= \frac{2\pi}{2}\delta_{mm'}.
\end{aligned} \tag{A.34}$$

on a

$$< S_{nm}, S_{n'm'} >= \delta_{nn'}\delta_{mm'}. \tag{A.35}$$

Enfin on peut vérifier à l'aide de

$$\begin{aligned}\int_0^{2\pi} \cos(m\lambda)\sin(m'\lambda)d\lambda &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \left[\sin((m+m')\lambda) + \sin((m-m')\lambda)\right] d\lambda \\ &= 0,\end{aligned} \tag{A.36}$$

que

$$< C_{nm}, S_{n'm'} >= 0. \tag{A.37}$$

Remarque : la normalisation utilisée ici est celle dont se servent les physiciens. Il arrive parfois que d'autres normalisations soient utilisées. Par exemple,

– les géodésiens utilisent le facteur suivant

$$n_{nm} = (-1)^m \sqrt{4\pi(2-\delta_{m0})} N_{nm}, \tag{A.38}$$

dans ce cas

$$< C_{nm}, C_{n'm'} >=< S_{nm}, S_{n'm'} >= 2\pi(2-\delta_{m0})\delta_{nn'}\delta_{mm'}. \tag{A.39}$$

– Dans certain logiciel de calcul on trouve parfois

$$n_{nm} = \sqrt{2\pi} N_{nm} \tag{A.40}$$

ce qui donne

$$< C_{nm}, C_{n'm'} >=< S_{nm}, S_{n'm'} >= \pi\delta_{nn'}\delta_{mm'}. \tag{A.41}$$

– En géomagnétisme, on a

$$n_{nm} = (-1)^m \sqrt{2\frac{4\pi}{2n+1}} N_{nm} \tag{A.42}$$

ce qui donne

$$< C_{nm}, C_{n'm'} >=< S_{nm}, S_{n'm'} >= \frac{4\pi}{2n+1}\delta_{nn'}\delta_{mm'}. \tag{A.43}$$

Dans ce cas les fonctions $p_n^m = n_{nm} P_{nm}$ sont les fonctions de Schmidt.

Quelque soit le normalisation adoptée, il est nécessaire de la préciser.

A.5 Développement de fonction complexe ou réelle en série d'harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques forment une base sur laquelle toute fonction dépendant de θ et λ peut-être décomposée. Soit Ψ une fonction complexe intégrable alors en notant ψ_{nm} la projection de Ψ sur la base des harmoniques sphériques complexes, on a

$$\psi_{nm} =< Y_{nm}, \Psi >= \int\int_\Omega Y_{nm}^* \Psi d\Omega, \tag{A.44}$$

et

$$\Psi(\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} \psi_{nm} Y_{nm}(\theta,\lambda). \tag{A.45}$$

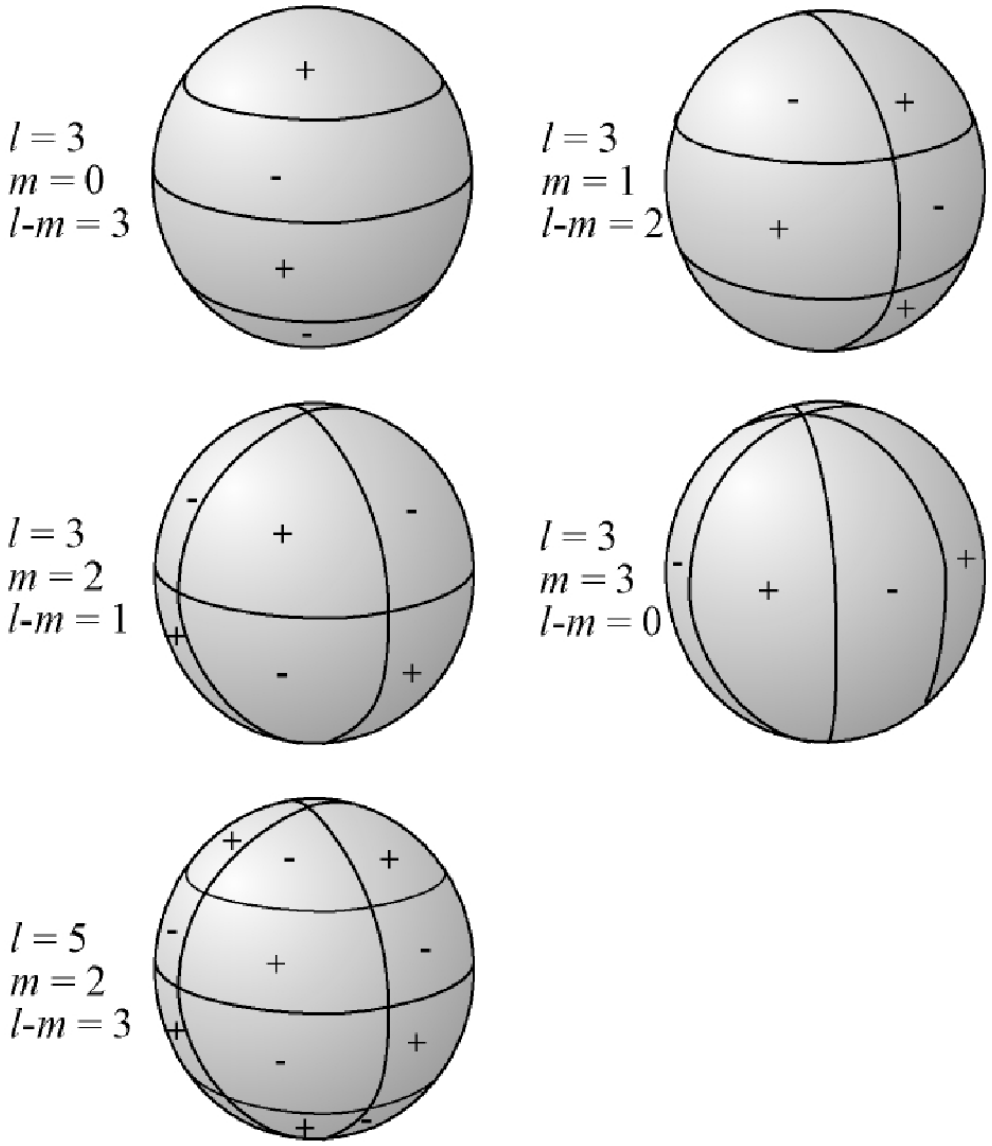


FIG. A.1 – *Une représentation des harmoniques sphériques possible. Les harmoniques sphériques zonale (m=0), sectorielle (n=m) et tesserale (n≠m) sont respectivement en haut à gauche, au milieu à droite et partout ailleurs.*

De même pour toute fonction réelle Φ on aura

$$\phi^c_{nm} =< C_{nm}, \Phi >= \int\int_\Omega C_{nm}\Phi d\Omega, \tag{A.46}$$

et

$$\phi^s_{nm} =< S_{nm}, \Phi >= \int\int_\Omega S_{nm}\Phi d\Omega, \tag{A.47}$$

ce qui conduit à

$$\Phi(\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left[\phi^c_{nm}C_{nm}(\theta,\lambda) + \phi^s_{nm}S_{nm}(\theta,\lambda)\right]. \tag{A.48}$$

A.6 Références

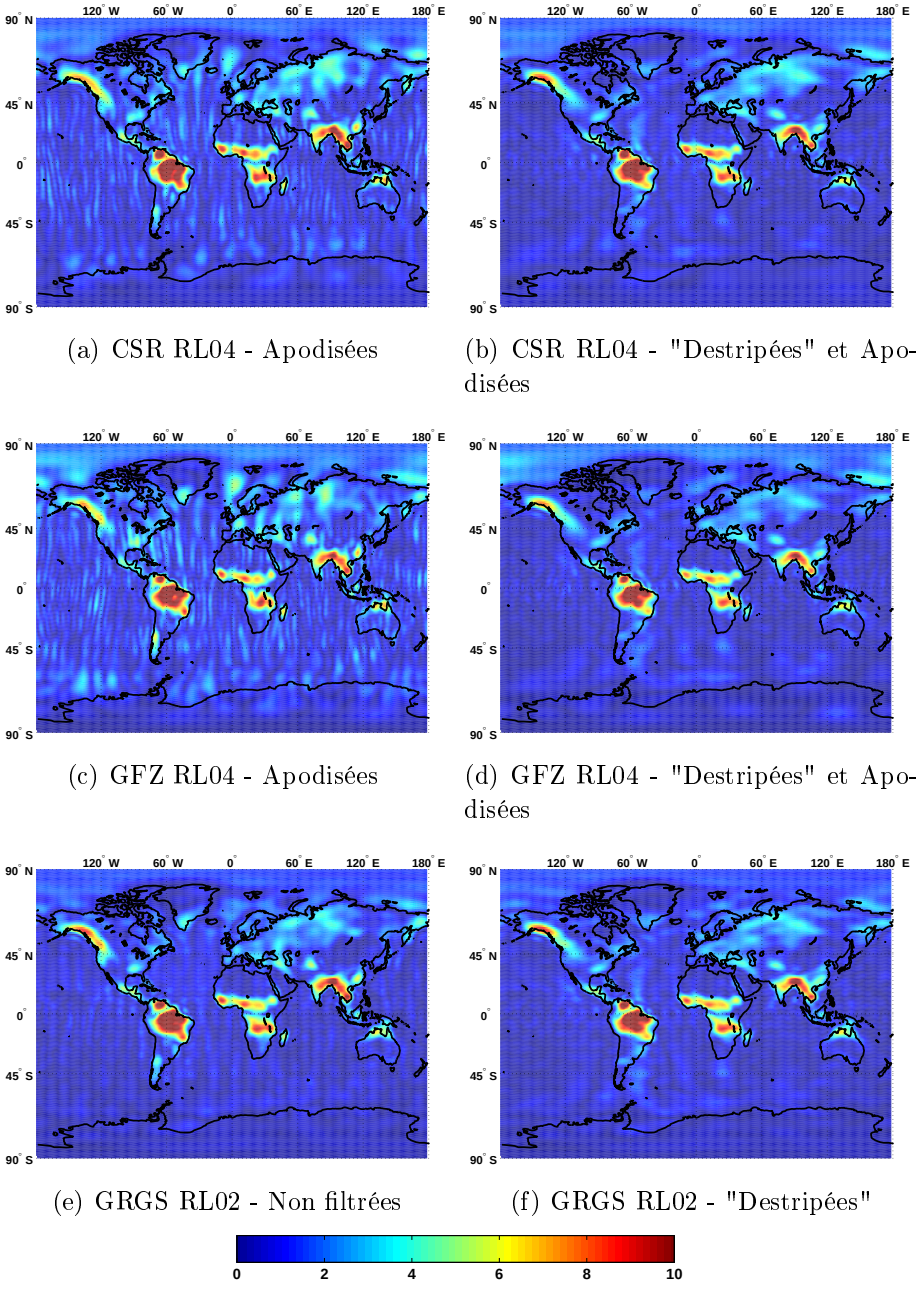
Geomagnetism (Volume 1), J.A. Jacobs, G.A Harrison, R.A. Langel, S. Malin, A.J. Forbes, 1987, 627 pp.

Physical Geodesy, B. Hofmann-Wellenhof and H. Moritz, Springer, 2nd, corr. ed., 2006, 403 pp.

Theoretical Global Seismology, F. A. Dahlen and J. Tromp, Princeton University Press, 1998, 1025 pp.

Annexe B

Solutions GRACE



(a) CSR RL04 - Apodisées

(b) CSR RL04 - "Destripées" et Apodisées

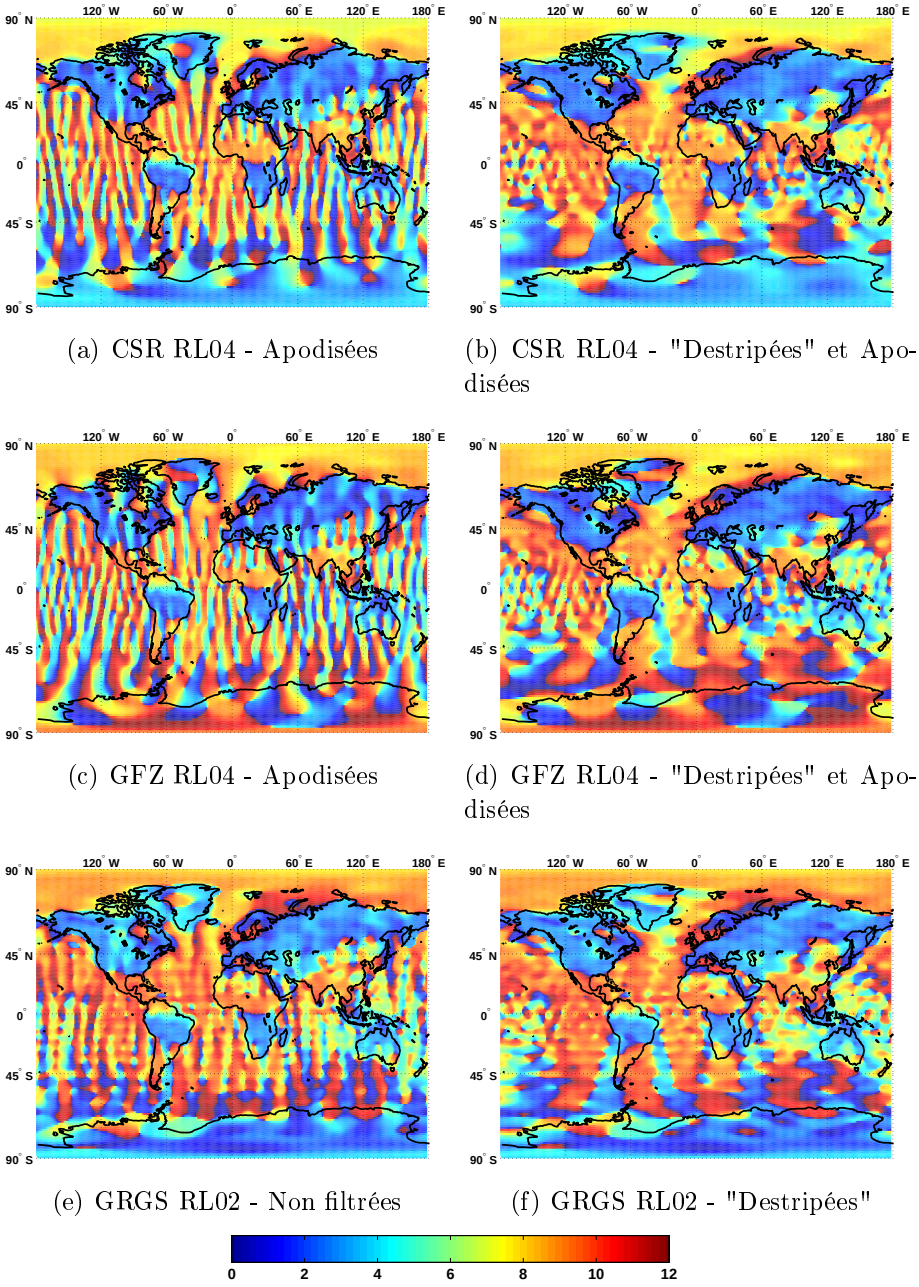
(c) GFZ RL04 - Apodisées

(d) GFZ RL04 - "Destripées" et Apodisées

(e) GRGS RL02 - Non filtrées

(f) GRGS RL02 - "Destripées"

FIG. B.1 – *Amplitude (en μGal) du signal annuel déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.1(a), B.1(c) et B.1(e)) ou avec (Figs. B.1(b), B.1(d) et B.1(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).*



(a) CSR RL04 - Apodisées

(b) CSR RL04 - "Destripées" et Apodisées

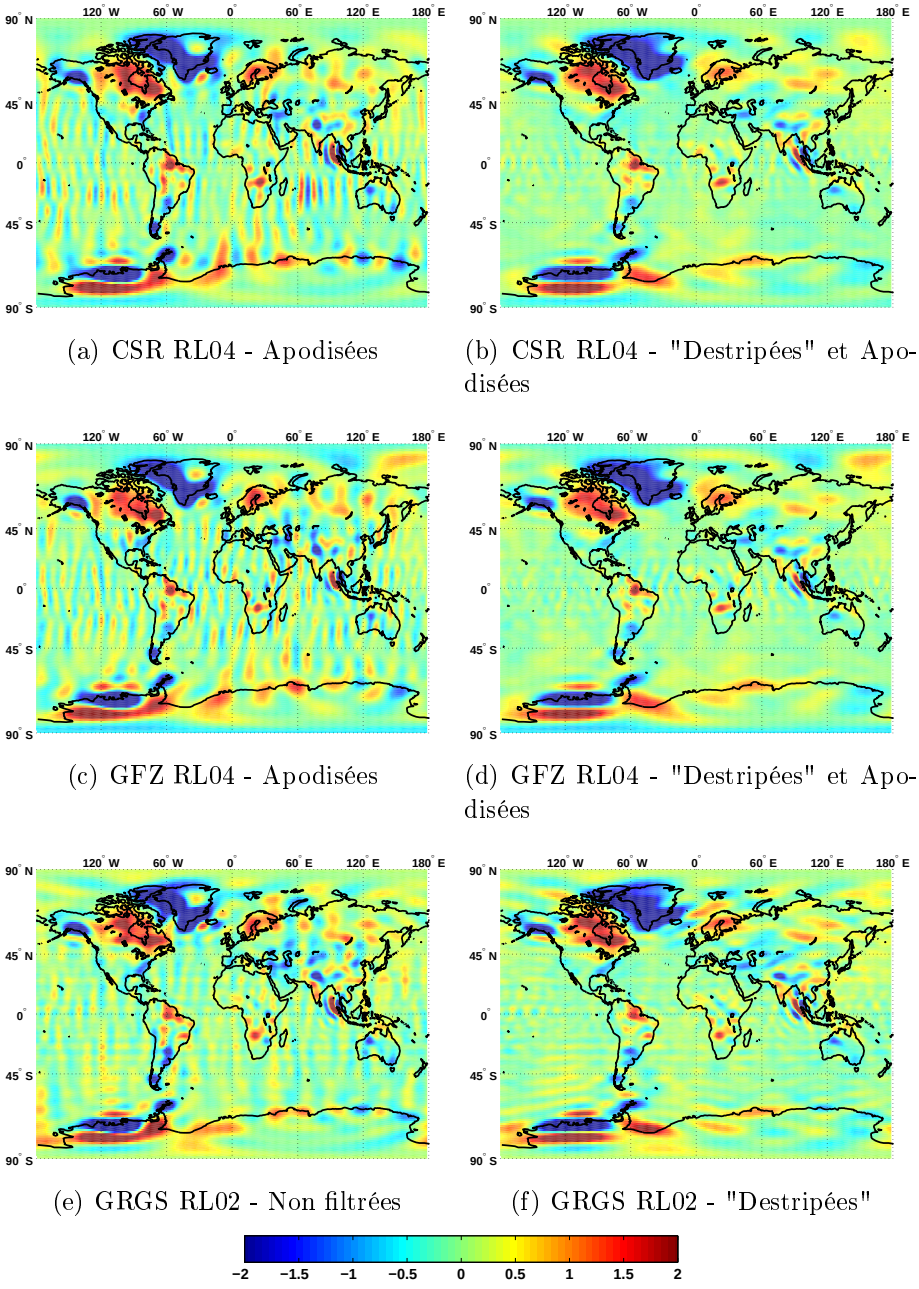
(c) GFZ RL04 - Apodisées

(d) GFZ RL04 - "Destripées" et Apodisées

(e) GRGS RL02 - Non filtrées

(f) GRGS RL02 - "Destripées"

FIG. B.2 – *Retard de phase (en mois) du signal annuel déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.2(a), B.2(c) et B.2(e)) ou avec (Figs. B.2(b), B.2(d) et B.2(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).*



(a) CSR RL04 - Apodisées

(b) CSR RL04 - "Destripées" et Apodisées

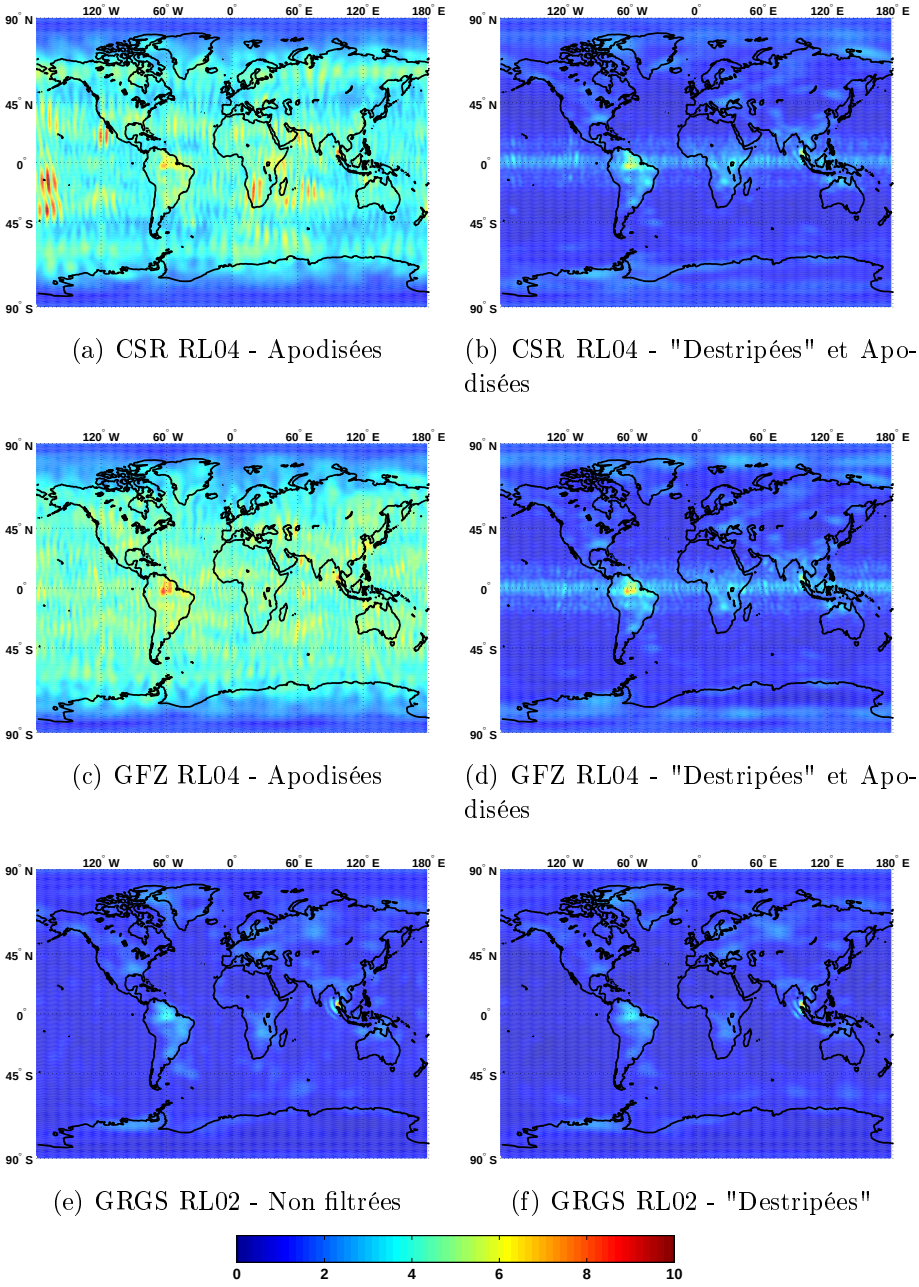
(c) GFZ RL04 - Apodisées

(d) GFZ RL04 - "Destripées" et Apodisées

(e) GRGS RL02 - Non filtrées

(f) GRGS RL02 - "Destripées"

FIG. B.3 – *Tendance (en μGal/a) du signal déduit de sept années (01/2003-01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.3(a), B.3(c) et B.3(e)) ou avec (Figs. B.3(b), B.3(d) et B.3(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).*



(a) CSR RL04 - Apodisées

(b) CSR RL04 - "Destripées" et Apodisées

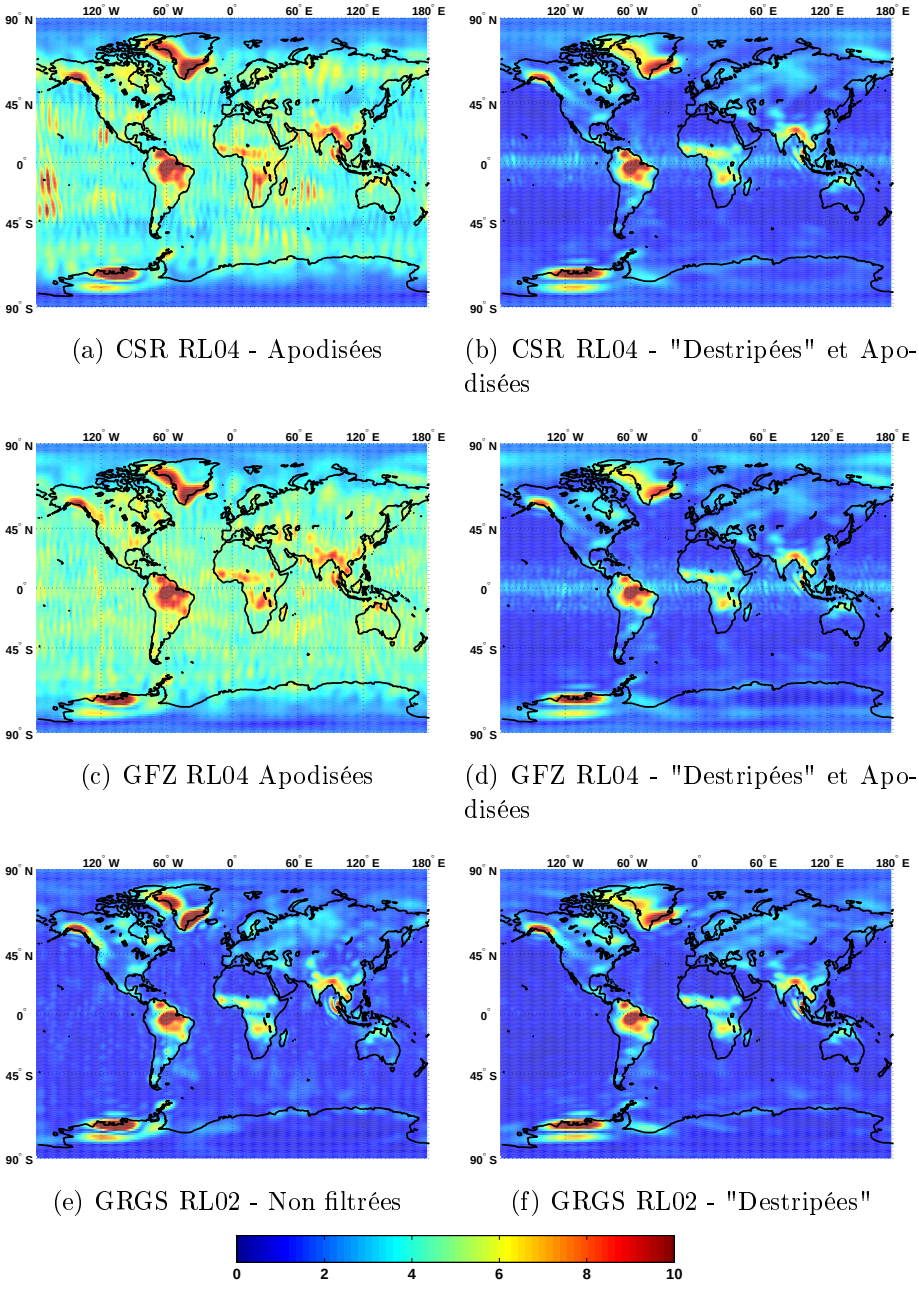
(c) GFZ RL04 - Apodisées

(d) GFZ RL04 - "Destripées" et Apodisées

(e) GRGS RL02 - Non filtrées

(f) GRGS RL02 - "Destripées"

FIG. B.4 – *RMS (en μGal) du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.4(a), B.4(c) et B.4(e)) ou avec (Figs. B.4(b), B.4(d) et B.4(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).*



(a) CSR RL04 - Apodisées

(b) CSR RL04 - "Destripées" et Apodisées

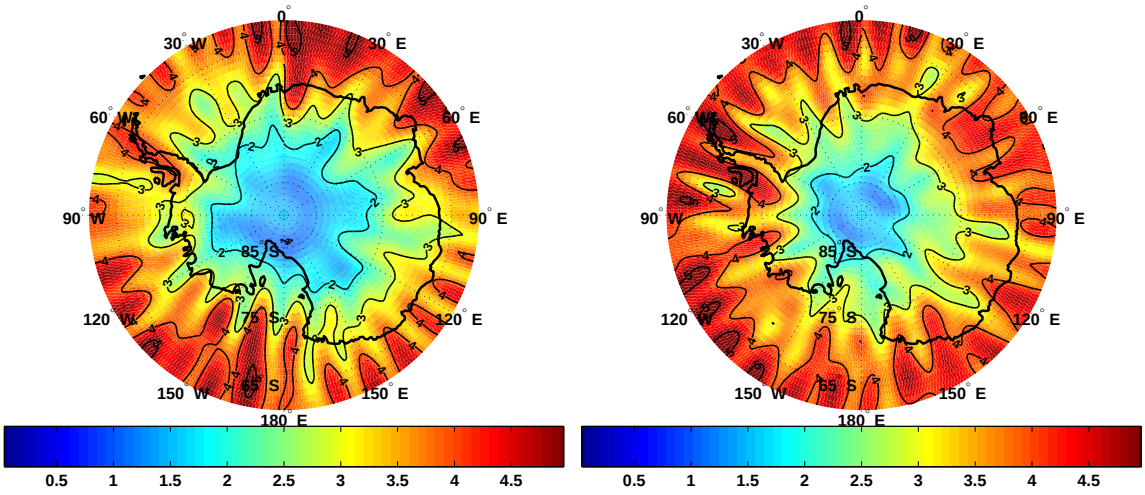
(c) GFZ RL04 Apodisées

(d) GFZ RL04 - "Destripées" et Apodisées

(e) GRGS RL02 - Non filtrées

(f) GRGS RL02 - "Destripées"

FIG. B.5 – *STD (en μGal) du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR, le GFZ et le GRGS, sans (Figs. B.5(a), B.5(c) et B.5(e)) ou avec (Figs. B.5(b), B.5(d) et B.5(f)) application du filtre de décorrélation spatiale de Swenson & Wahr (2006). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).*



(a) CSR RL04 - Apodisées

(b) GFZ RL04 - Apodisées

(c) GRGS RL02 - Non filtrées

(d) Moyenne des solutions

FIG. B.6 – *RMS (en µGal) en Antarctique du signal déduit de sept années (01/2003–01/2010) d'analyse des solutions GRACE fournies par le CSR (Fig. B.6(a)), le GFZ (Fig. B.6(b)), le GRGS (Fig. B.6(c)) et de leur moyenne (Fig. B.6(d)). Les solutions du CSR et du GFZ ont été apodisées dans le domaine spectral avec un filtre (30,50).*

Annexe C

Ground deformation and gravity variations modelled from present-day ice-thinning in the vicinity of glaciers

Journal of Geodynamics 48 (2009) 195–203

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Geodynamics

journal homepage: http://www.elsevier.com/locate/jog

Ground deformation and gravity variations modelled from present-day ice thinning in the vicinity of glaciers

A. Memin[a,*], Y. Rogister[a], J. Hinderer[a], M. Llubes[b], E. Berthier[b,c], J.-P. Boy[a]

[a] IPGS-EOST, CNRS/UdS, UMR 7516, 5 rue René Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France
[b] Université de Toulouse, UPS (OMP-PCA), LEGOS, 14 Av. Edouard Belin, 31400 Toulouse, France
[c] CNRS, LEGOS, 14 Avenue Ed. Belin, 31400 Toulouse, France

ARTICLE INFO

Keywords:
Ground tilt
Gravity variations
Elastic deformations
Present-day ice thinning

ABSTRACT

The solid Earth deforms because of post-glacial rebound due to the viscous relaxation following the last deglaciation but also because of present-day elastic deformation induced by ice thinning. In this paper, we compute elastic loading Green's function associated to the tilt of the ground in the vicinity of glaciers using a Love number formalism for a stratified non-rotating spherical Earth model. We compare this global approach with the plane approximation in terms of height, gravity and tilt changes as a function of the distance from the measurement point to the load. We find that Green's functions for the vertical displacement (resp. horizontal displacement, elastic part of the tilt) agree to within 1% up to ~400 m (resp. 2 km, 5 km) from the glaciers. Two specific cases of ice thinning are considered: (1) the alpine glaciers of the Mont Blanc region (France) where ice-thickness variations are derived from differential digital elevation model analysis for the period 1979–2003; (2) the Svalbard (Norway) glaciers by considering the ice model SVAL. We show that the rates of ground tilt are well above the limit of detection of up-to-date long-base hydrostatic tiltmeters, which, if installed next to the glaciers, could be used to monitor the time evolution of ice thinning. We also show that the topography has a strong influence on the gravity variations near the glaciers.

© 2009 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Since the end of the little ice age, most ice masses on Earth have experienced a reduction of their volume (Vincent et al., 2005; Rabatel et al., 2008) and, recently, an acceleration of the ice-thinning rates has been observed over many ice-covered areas (Meier et al., 2007). Rapid ice thinning has been reported on the Greenland (Howat et al., 2007; Stearns and Hamilton, 2007; Barletta et al., 2008; Slobbe et al., 2009) and the West Antarctic ice sheets (Cazenave, 2006; Rignot et al., 2008; Barletta et al., 2008; Horwath and Dietrich, 2009), large icefields in Patagonia and Alaska (Arendt et al., 2002; Rignot et al., 2003; Chen et al., 2006, 2007), ice caps in Iceland (Magnùsson et al., 2005), as well as on mountain glaciers, for instance in the Alps (Berthier et al., 2004), Svalbard (Kohler et al., 2007) or Himalaya (Berthier et al., 2007). Ice-thinning rates range from a few tenths of centimetres per year, in Svalbard, for instance (Kohler et al., 2007), to several meters per year such as in the French Alps (Berthier et al., 2004) and can reach more than 10 m per year in Greenland (Howat et al., 2007; Stearns and Hamilton, 2007).

Past and present-day ice thinning induce a deformation at the Earth surface that has been observed in GPS and gravity measurements close to the shrinking ice bodies (Pagli et al., 2007; Sato et al., 2006; Sjöberg et al., 2004; Khan et al., 2007). Knowing the current ice-thickness variations, from differential analysis of digital elevation models (DEMs), one can estimate the ground deformations and the gravity changes. Using the World Glacier Inventory database, Barletta et al. (2006) have shown that, in the European Alps, the highest elastic rebound (0.9 mm/yr) due to current ice melting is located in the Mont Blanc area. The reduction in ice volume also induces a tilt of the ground that, close enough to the glaciers, should be detectable by modern tiltmeters, which are already used for monitoring small deformation of the ground due to hydrological loads (e.g. Rerolle et al., 2006) or ocean tide loading (e.g. Llubes et al., 2008).

In this paper, we investigate the solid Earth deformation induced by the thinning of three glaciers in the Mont Blanc massif (Mer de Glace, Talèfre, Leschaux) and in Svalbard (Norway) in the Arctic. In the Alps, we consider ice-thinning rates derived from differential DEMs that provide a 24-year long evolution of the ice thickness (Berthier et al., 2004) whereas in Svalbard our analysis is based on the SVAL model (Hagedoorn and Wolf, 2003). We compute the subsequent Earth deformation, which includes the displacement of the ground and gravity variation, for both a spherical elastic

* Corresponding author. Tel.: + 33 3 68850034; fax: +33 3 68850291.
E-mail address: anthony.memin@unistra.fr (A. Memin).

0264-3707/$ – see front matter © 2009 Elsevier Ltd. All rights reserved.
doi:10.1016/j.jog.2009.09.006

Earth model and a homogeneous elastic half-space. To do so, we convolve Green's functions (Farrell, 1972) obtained for these two models with the variation of ice thickness. A comparison between Green's functions of the spherical and half-space models confirms that the half-space model is a valid approximation at a local scale (i.e. for distances less than 1–10 km). We also model the variation of the tilt of the ground in order to explore the potential use of tiltmeters for monitoring the volume changes of glaciers.

2. Mass-load Green's functions

Green's functions are largely used to compute the deformation of the Earth due to surface loads (Longman, 1962, 1963; Farrell, 1972; Peltier, 1974). They are the response of the Earth to the gravitational and pressure forces exerted by a unit point mass at the surface. The deformation due to an extended surface load is then obtained by convolving the surface mass density describing the surface load with Green's functions. We use the formalism of Farrell (1972) to compute Green's functions of the displacement, gravity variation and tilt of the ground for both a homogeneous elastic half-space model and a realistic spherical, elastic, and gravitating Earth model.

The infinitesimal static displacement $\mathbf{u}$ of a self-gravitating continuum having a linear and isotropic elastic behaviour obeys the linearized equation of conservation of linear momentum where the derivative with respect to the time has been neglected

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\tau}+\rho_0\nabla(\mathbf{u}\cdot\mathbf{g}_0)-\rho_0\mathbf{g}_0\nabla\cdot\mathbf{u}+\rho_0\mathbf{g}_1=\mathbf{0}, \tag{1}$$

where ρ_0 is the density of the reference configuration, $\mathbf{g}_0$ is the unperturbed radial gravity, $\mathbf{g}_1$ is its Eulerian perturbation, and $\boldsymbol{\tau}$ is the elastic stress tensor:

$$\boldsymbol{\tau}=\lambda\nabla\cdot\mathbf{u}\,\mathbf{I}+2\mu\,\mathbf{e}, \tag{2}$$

$\mathbf{I}$ and $\mathbf{e}$ being the identity and infinitesimal deformation tensors, respectively, and λ and μ, the Lamé parameters.

In Eq. (1), the external body forces have been neglected. We also have the relation between gravity perturbation $\mathbf{g}_1$ and the Eulerian perturbation of the gravity potential, ϕ_1:

$$\mathbf{g}_1=-\nabla\phi_1, \tag{3}$$

and Poisson's equation for ϕ_1

$$\nabla^2\phi_1=-4\pi G\nabla\cdot(\rho_0\mathbf{u}), \tag{4}$$

where G is the Newtonian constant of gravitation.

As a boundary condition at the surface of the Earth model, we have that the normal traction is the normal force due to the weight of a unit point mass. The tangential tractions are assumed to be null.

2.1. Half-space model

Boussinesq's equation describes the deformation of a homogeneous elastic half-space. As presented in Farrell (1972) the initial gravity is not taken into account since it would be infinite for a mass distribution of infinite extent. He computed the displacement $\mathbf{u}$ by solving the purely elastic problem described by the following simplified equation for equilibrium:

$$\eta\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}+\mu\nabla^2\mathbf{u}=0, \tag{5}$$

where $\eta=\lambda+\mu$. The force exerted by the unit mass point is supposed to be $\mathbf{g}_0$, which is perpendicular to the surface of the half-space, its norm g_0 being taken as the unperturbed gravity at the surface of a realistic spherical Earth model. Next, the gravity variation is reintroduced in the problem through Poisson's Eq. (4) for the perturbation of gravity potential ϕ_1, $\mathbf{u}$ being the solution of Eq. (5). By doing so, we compute the variation of gravity owing to the mass redistribution.

By using cylindrical coordinates R, φ, z centered at the application point of the force, the solution of Eqs. (3)–(5) at the surface $z=0$ of the half-space is given by

$$u_R(R,\,0)=-\frac{g_0}{4\pi R\eta}, \tag{6}$$

$$u_z(R,\,0)=-\frac{g_0}{4\pi\mu R}\frac{\sigma}{\eta}, \tag{7}$$

$$g_{1R}(R,\,0)=\frac{g_0\rho_0 G}{2\mu R}-\frac{G}{R^2}, \tag{8}$$

and

$$g_{1z}(R,\,0)=\frac{g_0\rho_0 G}{2\mu R}, \tag{9}$$

where the R- and z-components of the vectors are indicated by the subscripts R and z, respectively. By symmetry, $u_\varphi=0$, $g_{1\varphi}=0$, and neither $\mathbf{u}$ nor $\mathbf{g}_1$ depend on φ. The second term on the right-hand side of Eq. (8) stems from the direct gravitational attraction of the unit mass point. Because of the symmetry properties of the problem, there is no such term in the z-component of $\mathbf{g}_1(R,\,0)$. Two other acceleration terms must be added to $\mathbf{g}_1$ to obtain the gravity variations that would be measured by a gravimeter at the surface of the Earth (Farrell, 1972; Dahlen and Tromp, 1998). Indeed, the gravimeter, attached to the surface of the Earth, is displaced in the initial gravity field of the spherical Earth model. Therefore, it experiences a variation of the vertical component of gravity that is the free-air gradient $2g_0u_z/a$, where $a=6371$ km is the mean radius of the Earth. Moreover, the tilt of the surface is responsible for a variation $g_0\partial u_z/\partial R$ of the R-component of the gravity field. Taking those two effects into account, Eqs. (8) and (9) must be replaced by

$$g_{1R}^{\,a}=\frac{g_0\rho_0 G}{2\mu R}-\frac{G}{R^2}-g_0\frac{\partial u_z^a}{\partial R} \tag{10}$$

and

$$g_{1z}^{\,a}=\frac{g_0\rho_0 G}{2\mu R}+\frac{2g_0}{a}u_z^a, \tag{11}$$

respectively. From now on, the superscript a indicates that the quantities are evaluated at the surface of the half-space. Tilt angle t^a measured by a tiltmeter is the difference between the tilt of the ground and that of the geoid with respect to their initial horizontal position (Rerolle et al., 2006). We have

$$\begin{aligned}t^a&=\frac{\partial u_z^a}{\partial R}-\frac{g_{1R}^{\,a}}{g_0},\\&=-\frac{\rho_0 G}{2\mu R}+\frac{g_0\sigma}{4\pi\mu\eta R^2}+\frac{G}{g_0R^2}.\end{aligned} \tag{12}$$

From Eqs. (6), (7), and (11), we obtain the ratios

$$\frac{g_{1z}^{\,a}}{u_z^a}=-2\pi G\rho_0\frac{\eta}{\sigma}+\frac{2g_0}{a}, \tag{13}$$

and

$$\frac{u_R^a}{u_z^a}=\frac{\mu}{\sigma}. \tag{14}$$

By taking $\lambda=3.29\times10^{10}$ Pa, $\mu=2.56\times10^{10}$ Pa, and $\rho_0=2500$ kg/m^3, which correspond to a P-wave velocity of 5800 m/s and a S-wave velocity of 3200 m/s, we have $g_{1z}^{\,a}/u_z^a=0.235$ μGal/mm, in agreement with the ratio found by de Linage et al. (2007) for a self-gravitating spherical elastic Earth model, and $u_R^a/u_z^a=0.304$.

Table 1
Density, seismic wave velocities V_p and V_s and quality factors Q_μ and Q_κ of the crust that replaces the ocean layer in the PREM model of Dziewonski and Anderson (1981).

Density (kg/m^3)	V_p (m/s)	V_s (m/s)	Q_μ	Q_κ
2600	5800	3200	600	57,823

2.2. Spherical earth model

We now consider a spherically symmetric, non-rotating, and elastically isotropic (SNREI) Earth model, a system of reference whose origin is at the center of the model, and spherical coordinates r, θ, φ. Contrary to the half-space problem where we made ad hoc approximations to compute the gravity variations, there is now a direct coupling, described by Eqs. (1)–(4), between the elastic deformation and gravity variations. Taking advantage of the spherical symmetry, we expand the displacement and stress fields in vector spherical harmonics, and the Eulerian pertubation of the gravity potential in spherical harmonics, to obtain an infinite set of decoupled spheroidal and toroidal systems of ordinary differential equations (Alterman et al., 1959). We numerically integrate the spheroidal system for the Preliminary Reference Earth Model (PREM) of Dziewonski and Anderson (1981) where we replace the ocean by a solid crust. In the following, we call this model the modified PREM. The density, seismic waves velocities and quality factors of the upper layer of the modified PREM are given in Table 1.

At the surface, Green's functions for the vertical and horizontal displacements, are respectively given by:

$$u_z^s(\psi) = \frac{G}{g_0 a}\sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos\psi), \tag{15}$$

$$u_t^s(\psi) = \frac{G}{g_0 a}\sum_{n=1}^{\infty} l'_n \frac{\partial P_n(\cos\psi)}{\partial\psi}, \tag{16}$$

where P_n is the Legendre polynomial of degree n, h'_n and l'_n are the load Love numbers respectively for the vertical and the horizontal displacements, ψ is the angular distance between the observation and loading points, and superscript s indicates that Green's functions are evaluated at the surface.

The Lagrangian perturbation of the gravity is the sum of two terms. One is due to the elastic effect

$$g^s(\psi) = \frac{G}{a^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[2h'_n - (n+1)k'_n\right] P_n(\cos\psi), \tag{17}$$

where k'_n is the load Love number for the Eulerian perturbation of the gravity potential. This part of the gravity change includes the correction $2h'_n$ for the free air gradient and the effect $-(n+1)k'_n$ due to the mass redistribution.

The second term is due to the direct attraction of the loading point. If its altitude is h_{load}, the observation point being located at the altitude h_{obs}, the corresponding Green function for the variation of gravity is given by (Merriam, 1992; Boy et al., 2002):

$$g_N^s(\psi) = G\frac{(a+h_{\text{obs}}) - (a+h_{\text{load}})\cos\psi}{\left[(a+h_{\text{obs}})^2 + (a+h_{\text{load}})^2 - 2(a+h_{\text{obs}})(a+h_{\text{load}})\cos(\psi)\right]^{3/2}}. \tag{18}$$

Similarly ground tilt Green's function is also the sum of two terms,

$$t^s(\psi) = -\frac{G}{g_0 a^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(k'_n - h'_n\right)\frac{\partial P_n(\cos\psi)}{\partial\psi}, \tag{19}$$

due to the elastic deformation, and

$$t_N^s(\psi) = \frac{G}{g_0}\frac{(a+h_{\text{load}})\sin\psi}{\left[(a+h_{\text{obs}})^2 + (a+h_{\text{load}})^2 - 2(a+h_{\text{obs}})(a+h_{\text{load}})\cos\psi\right]^{3/2}} \tag{20}$$

for the tilt of the geoid due to the Newtonian attraction of the load. g_N^s and t_N^s, given by Eqs. (18) and (20), are plotted in Fig. 1 for $h_{\text{obs}} = 0$ and 7 values of h_{load}.

To cut off the series in Eqs. (15)–(17) and (19) at a finite integer N and avoid Gibbs's phenomenon, we use Kummer's method (Farrell, 1972; Le Meur and Hindmarsh, 2000; Barletta et al., 2006). We take $N = 10,000$ to guarantee a horizontal resolution of a few kilometers at the surface.

2.3. Comparison between half-space and spherical models

For small spatial scales, from some meters to several kilometers, the half-space model is often adopted to estimate the Earth response to load variations (Bevis et al., 2004; Cavalié et al., 2007).

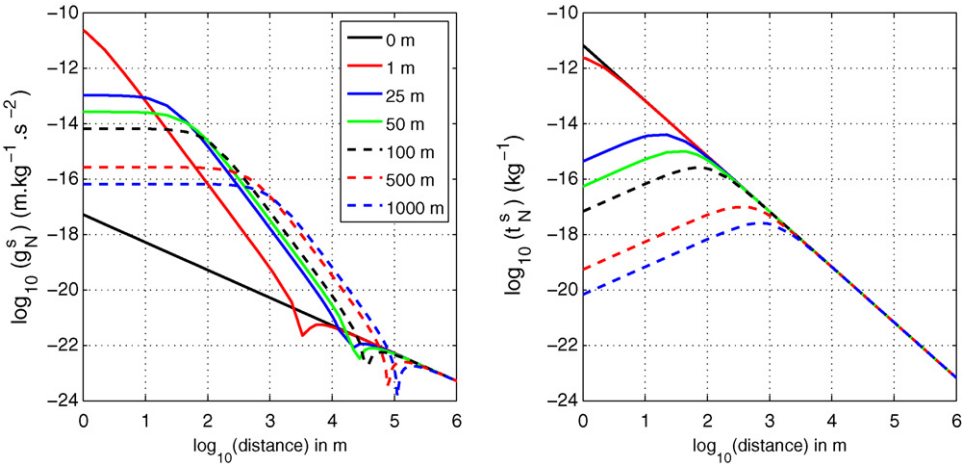


Fig. 1. Green functions for the gravity variation g_N^s and tilt t_N^s of a spherical Earth model due to the gravitational attraction of the load, given by Eqs. (18) and (20) with $h_{\text{obs}} = 0$ and 7 values for h_{load}. Instead of the angular distance ψ, the abscissa is the distance $a\psi$.

Table 2
Deformation induced at the Ny-Ålesund GGP station in Svalbard, Norway, by the SVAL model with an ice-thinning rate of 47 cm/yr and density of 1000 kg/m^3. Numbers in bold are for the gravity and tilt rates that take into account the topography of the ice-masses.

	16 ice-masses	3 ice-masses	13 ice-masses	16 ice-masses Sato et al. (2006)
Vertical displacement (mm/yr)	2.04	1.27 (62.26%)	0.77 (37.74%)	2.04
Gravity (μGal/yr)	−0.52	−0.32 (61.54%)	−0.20 (38.46%)	−0.53
	−0.48	**−0.28 (58.33%)**	**−0.20 (41.67%)**	–
Tilts (nrad/yr)				
West-East	**−70.26**	**−62.14 (88.44%)**	**−8.12 (11.56%)**	–
South-North	**37.97**	**37.90 (99.82%)**	**0.07 (0.18%)**	–

For larger spatial scales, it is necessary to take the curvature of the Earth's surface into account as well as the rheology of the layers below the crust. To determine how well the deformation of a SNREI model can be approximated by that of a homogeneous half-space model, we compare Green's functions for the deformation of the two models. We consider a half-space with the same physical properties as the crust of the modified PREM (Table 1). In Figs. 2 and 3, we plot various Green's functions and the absolute and relative differences Δ_{abs} and Δ_{rel} between Green's functions of the two models as a function of the distance between the observation and loading points. Δ_{abs} and Δ_{rel} are given by

$$\Delta_{abs}(R,\ 0) = G^a - G^s \tag{21}$$

$$\Delta_{rel}(R,\ 0) = \frac{\Delta_{abs}}{G^a} \tag{22}$$

where G^a and G^s are Green's functions respectively given by Eqs. (6)–(12) and Eqs. (15)–(20). In Fig. 2, the amplitude of displacement and gravity Green's functions decreases by 6 orders of magnitude over 1,000 km, the amplitude of tilt Green's functions decreases by 12 orders of magnitude over the same distance. As shown by the Δ_{abs}'s and Δ_{rel}'s, Green's functions agree to within 1% up to ∼400 m from the load for the vertical displacement and elastic part of the gravity changes, ∼2 km for the horizontal displacement, and ∼5 km for the elastic part of the tilt. Further from the loading point, the relative differences increase. As shown in Fig. 3, the 10% relative difference happens at ∼2.5, ∼6, and ∼10 km from the load for the vertical displacement and elastic part of the gravity changes,

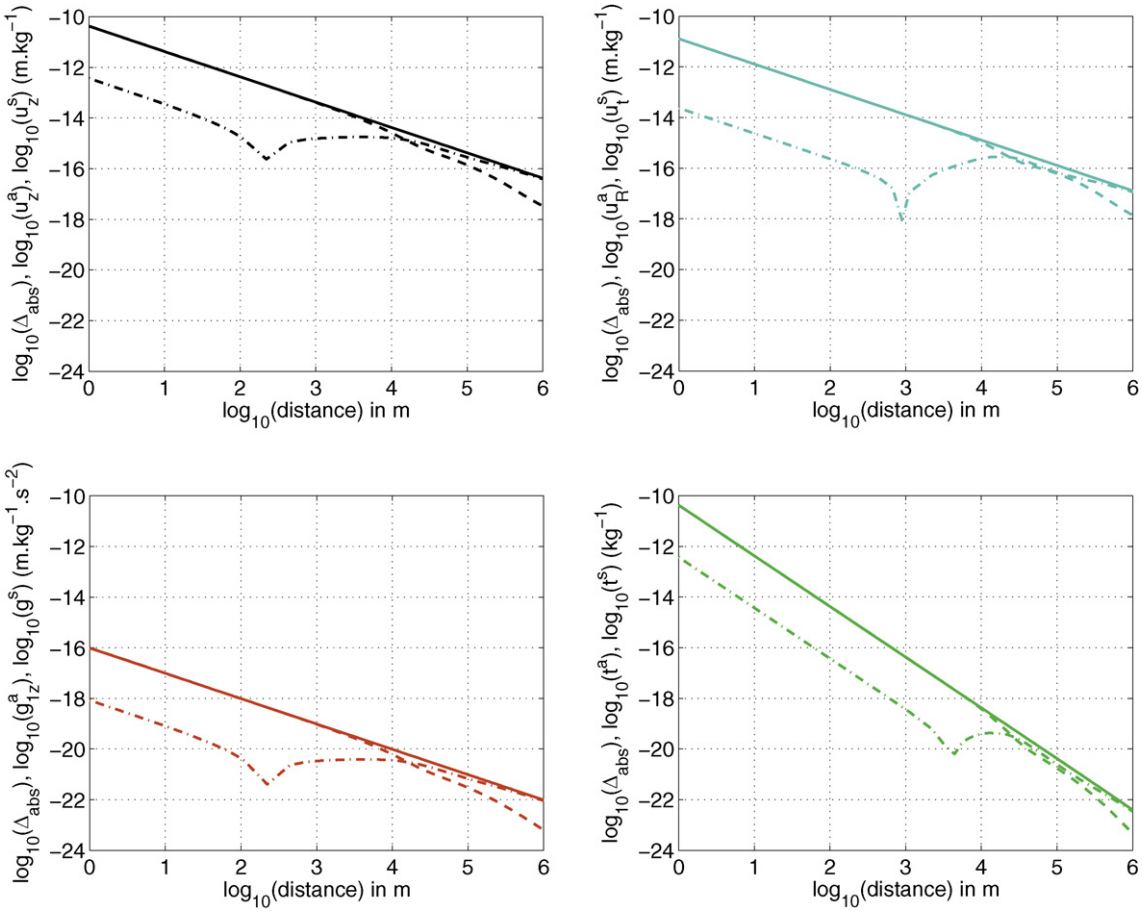


Fig. 2. Green's functions for a homogeneous half-space model (solid lines) and a spherical model (dashed lines). Black, cyan, red and green curves refer respectively to the vertical and horizontal displacements and non-Newtonian gravity and tilt changes. The dotted dashed lines represent the absolute differences Δ_{abs} (Eq. (21)) (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of the article.).

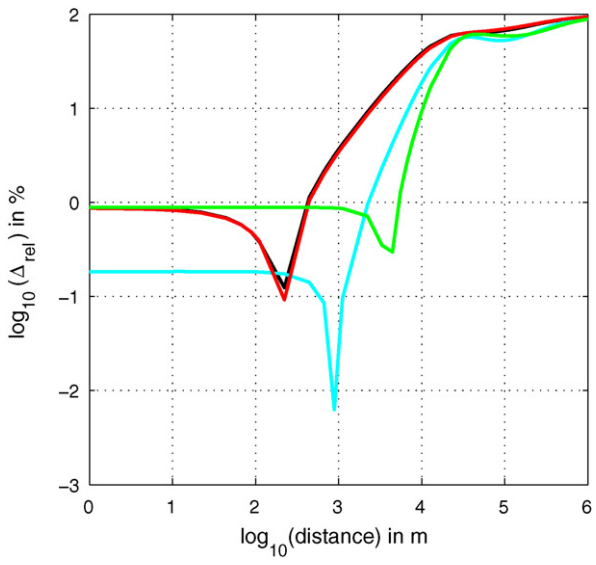


Fig. 3. Relative differences Δ_{rel} Eq. (22) between Green's functions of half-space and spherical models with respect to the half-space model. Black, cyan, red and green curves refer respectively to the vertical and horizontal displacements and non-Newtonian gravity and tilt changes (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of the article.).

the horizontal displacement and elastic part of the tilt variations, respectively.

Using Green's functions for the half-space and SNREI models, we investigate the ratios of tangential displacement to vertical displacement and elastic part of the gravity variations to vertical displacement. As noticed at the end of Section 2.1 we find that the two ratios are constant for the half-space model. Indeed, as shown in Fig. 4, we have $u_t^a/u_z^a = 0.304$ and $-g_{1z}^a/u_z^a = -0.232$ μGal/mm. The ratios u_t^s/u_z^s and g^s/u_z^s of the SNREI model are also represented in Fig. 4. The first ratio agrees to within 1% up to ∼400 m from the load and to within 10% between ∼400 m and ∼3 km. The second ratio agrees to within 1% up to ∼4 km from the load and to within 15% between ∼4 and ∼1000 km.

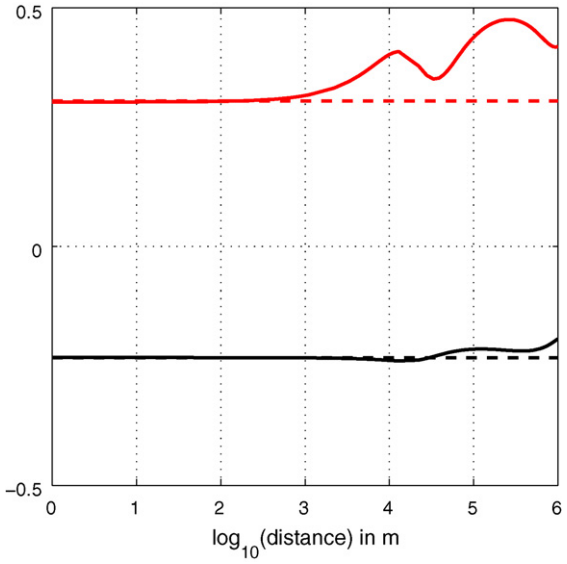


Fig. 4. Ratios of Green's functions: u_t^a/u_z^a (dashed red line), u_t^s/u_z^s (solid red line), $-g_{1z}^a/u_z^a$ (dashed black line), and g^s/u_z^s (solid black line) as a function of the distance to the loading point. The last two ratios are in μGal/mm whereas the two first are dimensionless (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of the article.).

For the computation of the loading effects, the extension of the load and the distance from the load do really matter. Llubes et al. (2004) showed that the hydrological contributions to gravity can be separated into three scales: a local scale up to 1–10 km, a regional scale from 10 up to 100 km and a global scale above 100 km. We can clearly see from Figs. 2 and 3 that the deformation of the half-space is a very good approximation to the deformation of the SNREI model at the local scale. As Green's functions are rapidly varying functions near the load, especially for the tilt, it is difficult to interpolate them at the local scale. Then the deformation induced by the load variations at short distance from the load can be computed using the analytical Green's functions of the half-space model. This can apply, for example, to the zone near glaciers located in the same massif.

2.4. Space convolution

The displacement, gravity variation, and tilt of the ground due to ice thinning are obtained by convolving the ice-thickness variation Δh with Green's functions G_n given by Eqs. (6)–(12) or (15)–(20):

$$E(\theta,\ \varphi) = \rho_{\text{ice}} \int\int_{\Omega} \Delta h(\theta',\ \varphi') G_n(\psi)\, \mathrm{d}\Omega', \tag{23}$$

where Ω is the surface covered by the ice of density ρ_{ice}.

3. Gravito-elastic deformation due to ice thinning in the Mont Blanc region (French Alps)

In this section, we compute the gravito-elastic deformation induced by ice thinning of three glaciers in the Mont Blanc region. We have shown in the previous section that the deformation of a SNREI model at the local scale, up to 1–10 km, can be approximated by the deformation of a homogeneous half-space model. We will show maps of gravity variation and deformation at places located further than 10 km from the glaciers. Therefore, it is necessary to base our calculation on a SNREI model.

3.1. Ice-thickness data

Ice-thickness variation Δh from 1979 until 2003 has been deduced from the differential analysis of two DEMs (Berthier et al., 2004). The first model was built from aerial photographies taken in 1979, the second one, from images acquired by the SPOT 5 satellite in 2003. Detailed explanations can be found in Berthier et al. (2004). Δh is shown in Fig. 5. The accuracy of these elevation changes has been assessed by comparison with precise (±30 cm) transverse topographic profiles performed each year (Vincent et al., 2007). Differential DEM elevation changes have an accuracy of 2 m. Although we do not take into account the time variability of the ice-thinning rate, we can mention that, for example, Berthier et al. (2004) give 3 rates for the glacier shrinkage at an elevation comprised between 1600 and 2100 m:

- 1979–1994: 1 ± 0.4 m/yr,
- 1994–2000: 2.9 ± 1.1 m/yr,
- 2000–2003: 4.1 ± 1.7 m/yr.

Therefore, during the period 2000–2003, the ice-thinning rate is four times bigger than the 1979–1994 rate at low elevation. On the average over 24 years, it is approximately 2 m/yr.

In the next three subsections, we compute the effects of the ice thinning in the Mont Blanc area on a grid with a resolution of 20 m. We only take into account three glaciers, which does not allow us to compare our results with Barletta et al.'s (2006) who consider the ice-mass loss all over the Alps. But we can study the gravito-elastic

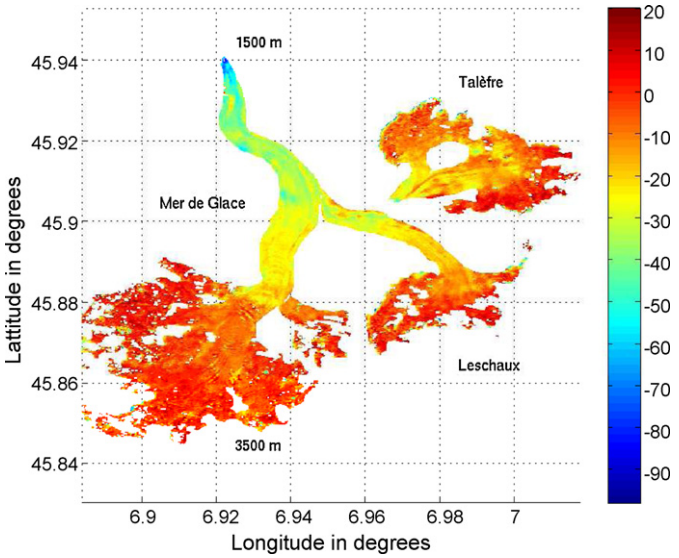


Fig. 5. Ice-thickness variation (in m) between 1979 and 2003 in the Mont Blanc region that includes the three glaciers of the Mer de Glace, Talèfre and Leschaux (Berthier et al., 2004). The highest and lowest altitudes are also indicated.

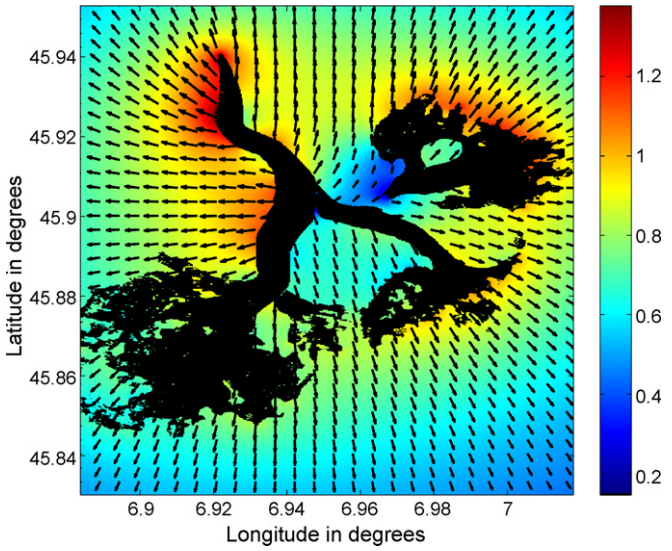


Fig. 7. Horizontal displacement (in mm) due to the ice thinning in the Mont Blanc area for the modified PREM. The arrows indicate the direction of the motion of the ground and the colored background shows the amplitude of the displacement. Glaciers are filled in black.

deformation due to the spatially non-homogeneous ice thinning of a small group of glaciers with both a realistic geographical extension and realistic changes for the volume of the ice. Next, assuming that the ice-thinning rate has been constant since 1979, we obtain deformation rates. We take $\rho_{\text{ice}} = 900\,\text{kg/m}^3$.

3.2. Displacement

Fig. 6 shows the vertical displacement due to ice thinning for the modified PREM. The maximum displacement outside the glaciers is about 9 mm at 20 m from the glaciers for the 24-year period (i.e. 0.38 mm/yr). It decreases with the distance from the thinning area. The horizontal displacement is shown in Fig. 7. It reaches up to 1.2 mm at 20 m on the West side of the icetongue of the Mer de Glace.

3.3. Gravity changes

Fig. 8 shows the elastic part of the gravity variation. It ranges from −0.2 μGal to approximately −2 μGal over the 24-year period (i.e. from −0.008 to −0.08 μGal/yr). The pattern is the same as that of the rebound but of opposite sign. The uplift and the associated free-air gradient variation effects (decreasing gravity) have a higher amplitude than the mass redistribution effects (increasing gravity). Since the altitude of the glaciers ranges from 1500 to 3500 m, it is necessary to take into account the difference of altitude between the observation point and the thinning area. Fig. 9 shows the direct attraction due to the loss of ice computed with Eq. (18). If we add this to the gravity variation shown in Fig. 8, we obtain a total gravity variation of several hundreds μGal over 24 years, which shows the strong influence of the topography on the gravity measurements in the close vicinity of the glaciers.

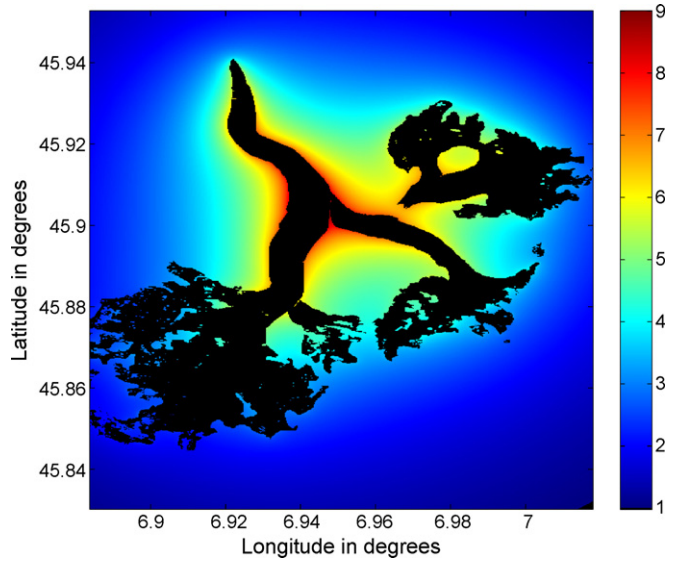


Fig. 6. Vertical displacement (in mm) due to the ice thinning in the Mont Blanc area for the modified PREM. Glaciers are filled in black.

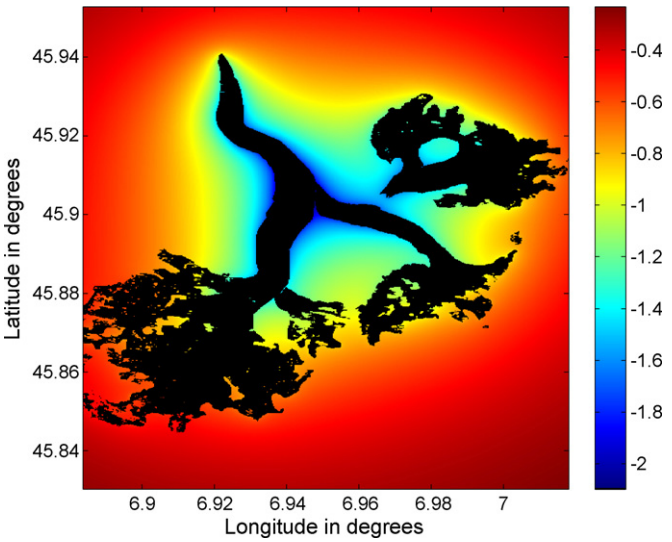


Fig. 8. Elastic part of the gravity effects (in μGal) due to the ice thinning in the Mont Blanc area for the modified PREM. Glaciers are filled in black.

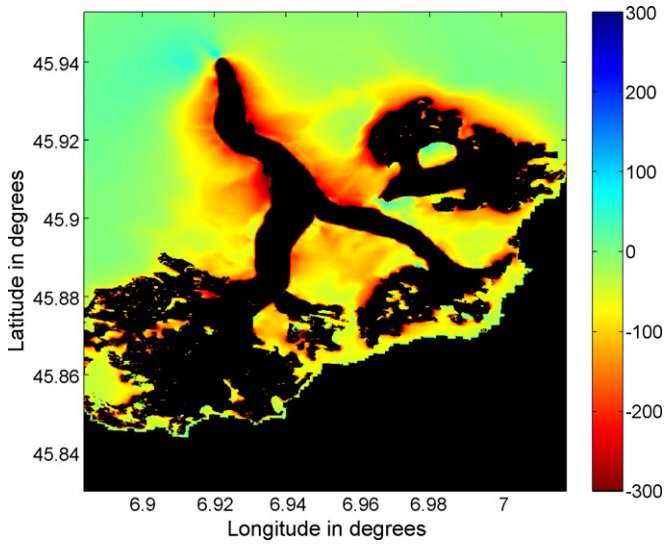


Fig. 9. Newtonian part of the gravity effects (in μGal) due to the ice thinning in the Mont Blanc area for the modified PREM. Glaciers and the region with no topography data are filled in black. Note that the color scale is opposed to that in the former figures.

3.4. Tilt of the ground

The amplitude of the ground tilt due to 24 years of ice thinning reaches 15 μrad at 20 m from the glaciers, as shown in Fig. 10. The highest amplitude of the tilt outside the glaciers is near the ice tongue of the Mer de glace. There, the ice-thinning rate is the highest. The Newtonian part of the tilt is one order of magnitude smaller than the elastic part. The annual variation of the tilt reaches 0.63 μrad/yr at 20 m and 0.03 μrad/yr at 2 km from the glaciers. It rapidly decreases with the distance from the load variations.

Because of the unrealistic assumption of a constant ice-thinning rate, the displacement, gravity and ground-tilt rates are probably underestimated for the 1994–2003 period and overestimated for the 1979–1994 period, at least if the ice-thinning rate increased with time everywhere as it did at low elevation (Berthier et al., 2004).

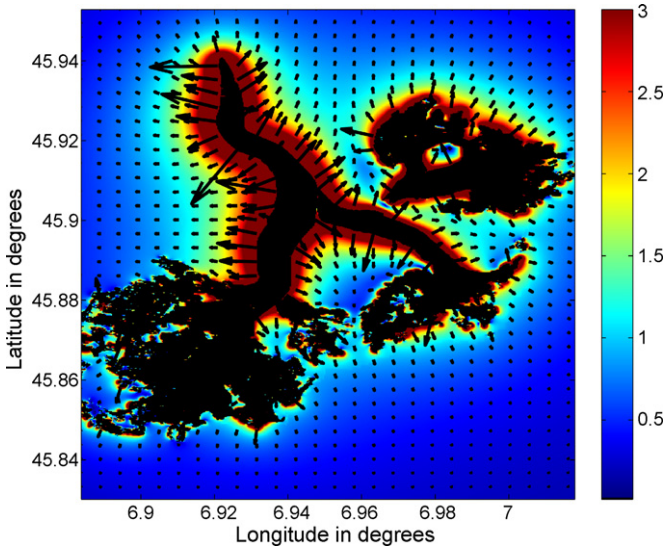


Fig. 10. Tilt changes (in μrad) due to the ice thinning in the Mont Blanc area for the modified PREM. The arrows indicate the direction of the tilt of the ground and the colored background shows the amplitude of the tilt variations. To have a clear picture of the area where the tilt is significant, we show the tilt changes up to 3 μrad only. Glaciers are filled in black.

4. Induced deformation at Ny-Ålesund in Svalbard, Norway

To compute the effects of the present-day ice thinning at Ny-Ålesund in Svalbard, Norway, we use the modified PREM model and the SVAL model of Hagedoorn and Wolf (2003) in which the 16 major ice masses, each one made up of several glaciers, are approximated by co-axial elliptical cylinders. The model gives an extension of the ice-covered area as well as an approximate topography of ice masses. We assume a constant thinning rate averaged over Svalbard of 47 cm/yr and a density of 1000 kg/m^3 as used by Sato et al. (2006). Our grid has a resolution of 0.001 degree in both longitude and latitude. The coordinates of the Global Geodynamics Project (GGP) station at Ny-Ålesund are 78.931 °N, 11.867 ° E and its altitude is 43 m. The 3 nearest ice masses are from ∼9 up to ∼80 km away from the station. The 13 others ice masses are further than ∼100 km from the station. We compute the effects for the whole set of ice masses as well as the total contribution of the ice masses at the GGP station. The results are given in Table 2. We see that the uplift induced by the thinning of the 16 ice masses is 2.04 mm/yr, 62.26% of this rate being due to the 3 nearest ice masses. The gravity rates have been deduced from two computations. The first one includes neither the topography of the ice masses nor the altitude of the station. We obtain a total gravity variation rate of −0.52 μGal/yr. The 3 nearest ice masses are responsible for 61.54% of this rate. The second computation includes the effect of the topography of the ice masses and the altitude of the station. The gravity rate due to the 16 ice masses is −0.48 μGal/yr, which is smaller in absolute value than in the first case because the effects of the thinning areas which are above and below the horizontal plane at the station, especially for the surrounding ice masses, act in opposite senses. The surrounding ice masses are responsible for 58.33% of this rate; the contribution from the other ice masses, which is −0.20 μGal/yr, is the same as in the first computation where we did not take the topography of the ice masses into account. The magnitude of the tilt rates are 70.26 and 37.97 nrad/yr respectively for the West-East (positive in the East direction) and South-North (positive in the North direction) components. The thinning of the 3 nearest ice masses contribute for 90% to the tilt of the ground.

Sato et al. (2006) suggested an ice-thinning rate of ∼70–80 cm/yr to explain the present-day ice-thinning contribution to the rebound observed by VLBI and GPS. But this rate fails to explain the absolute gravity variations associated to the elastic deformation due to present-day ice-thinning. Kohler et al. (2007) estimated the ice-thinning rate from DEMs for the Midtre Lovénbreen glacier located within 5 km from Ny-Ålesund. For the period 2003–2005, they obtain a rate of ∼69 cm/yr, which is almost 1.5 times bigger than the mean rate we used to estimate the effects induced by ice thinning. This rate is in agreement with that proposed by Sato et al. (2006). The Midtre Lovénbreen glacier is half-way between the station and the nearest ice mass in the SVAL model. Such a rate close to the station suggests that the tilt rates we have obtained from the SVAL model are underestimated. A better estimation of the thinning rates could be computed in the future by considering DEMs from the SPIRIT project (Korona et al., 2009) or ICESat altimetric profiles (Kääb, 2008).

5. Observations of deformation and gravity variation

The ground displacement near ice masses can be monitored by using GPS and VLBI measurements. Sjöberg et al. (2004) analyzed three epochs of GPS campaigns over a period of 7 years, from

1992 to 1999. They obtained uplift rates comprised between 5 and 19 mm/yr near the Vatnajökull ice cap in Iceland. Sato et al. (2006) derived ground-displacement rates from GPS and VLBI measurements at Ny-Ålesund. They found a rebound of ~5 mm/yr for the periods 1998–2004 and 1994–2004 respectively associated to the GPS and VLBI measurements. Khan et al. (2007) observed an elastic uplift of ~35 mm (~7 mm/yr) at the GPS site in Kulusuk, Greenland, due to the rapid thinning of ice between 2001 and 2006 in the southeastern sector of the Greenland ice sheet. These strong uplifts occurred in regions where large ice masses experienced high-thinning rates. As shown in Section 3.2, the rebound due to 24 years of ice thinning in the Alps over a small area is smaller, at most 9 mm (0.38 mm/yr), and identifying such a small contribution to the total uplift in the GPS measurements remains a difficult task.

Sato et al. (2006) also derived gravity variations at Ny-Ålesund from repeated absolute gravity measurements and found a rate of −2.5 μGal/yr for the period 1998–2003. This rate includes different effects such as the post-glacial rebound and the present-day ice thinning. The small gravity variation signal expected from the latter, about −0.5 μGal/yr (Table 2), suggests that it is difficult to observe far from the thinning area by using gravimeters. The gravity variation close to the glaciers, which is much bigger (Section 3.3), would give a larger signal that would be easy to observe provided a gravimeter can be installed near the glaciers.

The sensitivity of the tiltmeters depends on the variability of the environment parameters, for instance the temperature, and type of instrument. Indeed, to decrease the influence of the temperature variation, the tiltmeters are often installed in mine galleries. Besides, the long-baseline hydrostatic tiltmeters are less sensitive to the local heterogeneities than the short-baseline tiltmeters and are also more stable (Boudin, 2004; d'Oreye and Zürn, 2005; Boudin et al., 2008). The accuracy of a 100 m-long tiltmeter is 1×10^{-4} μrad and its time stability is better than 1×10^{-1} μrad/yr (Rerolle et al., 2006). d'Oreye and Zürn (2005) developed and installed their instrument in an underground mine where they obtained a drift rate that did not exceed 5×10^{-3} μrad/month and a sensitivity of 5×10^{-6} μrad in the long-period seismic band and 34×10^{-6} μrad for longer periods. Recently, Boudin et al. (2008) have shown that the stabilities of two 100 m-long tiltmeters installed in a mine in the Vosges massif in France are 6.5×10^{-3} μrad/month and 10×10^{-3} μrad/month and a low noise level of the order of 1×10^{-5} μrad. They also indicate that such instruments in similar conditions are suitable for the monitoring of long-term tilt rates lower than 1×10^{-1} μrad/yr. Our computation of ground tilt because of shrinking ice masses in the Alps and Svalbard shows that the expected signal is well above the instrumental noise and that it should be measurable even if the instrument is not installed in the close vicinity of the glaciers. If the conditions for installing high-precision tiltmeters are fulfilled, then hydrostatic tiltmeter measurements are potentially appropriate to monitor the ice thinning of nearby glaciers.

6. Conclusion

We have computed Green's functions of the vertical and horizontal displacements, gravity change and ground tilt for a homogeneous half-space model and a realistic spherical Earth model. We have compared Green's functions for the two models and confirmed that the half-space approximation is sufficient to model the Earth deformation at the local scale (1–10 km away from the load).

We have also given the amplitude and geographical extension of the displacements, gravity variations and ground tilt changes induced by the thinning of three glaciers in the Mont Blanc region, where ice-thickness variations were previously measured over a 24-year period, and by a homogeneous thinning of the glaciers of Svalbard. We have shown that taking into account the topography of both the surrounding ice-free regions and glaciers is necessary to estimate the magnitude of the gravity variations. We have deduced the tilt rates due to the load variations and compared them with the sensitivity and time stability of available long-baseline tiltmeters. For the three glaciers of the Mont Blanc massif that we have considered and the glaciers of Svalbard, it should be possible to monitor the local ice-mass variations with hydrostatic tiltmeters, if they were installed at appropriate sites. The seasonal and annual signals could then be extracted. Finally, for the sites where continuous GPS and gravity measurements are already made, such as in the Ny-Ålesund GGP station, tilt measurements would provide a useful complementary information. Moreover, local ground data, often sparse in time and space, would benefit from the integrated view and continuous recording of tiltmeters.

Acknowledgements

A. Memin acknowledges financial support from the Centre National d'Etudes Spatiales. We thank T. Sato for providing the SVAL model and two anonymous reviewers for their suggestions and constructive comments.

References

Alterman, Z., Jarosch, H., Pekeris, L., 1959. Oscillations of the Earth. Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A 252, 80–95.
Arendt, A.A., Echelmeyer, K.A., Harrison, W.D., Lingle, C.S., Valentine, V.B., 2002. Rapid wastage of Alaska glaciers and their contribution to rising sea level. Science 297 (5580), 382–386.
Barletta, V.R., Ferrari, C., Diolaiuti, G., Carnielli, T., Sabadini, R., Smiraglia, C., 2006. Glacier shrinkage and modeled uplift of the Alps. Geophys. Res. Lett. 33, 14307 (doi:10.1029/2006GL026490).
Barletta, V.R., Sabadini, R., Bordoni, A., 2008. Isolating the PGR signal in the GRACE data: impact on mass balance estimates in Antarctica and Greenland. Geophys. J. Int. 172, 18–30.
Berthier, E., Arnaud, Y., Baratoux, D., Vincent, C., Rémy, F., 2004. Recent rapid thinning of the 'Mer de Glace' glacier derived from satellite optical images. Geophys. Res. Lett. 31 (17), 17401 (doi:10.1029/2004GL020706).
Berthier, E., Arnaud, Y., Kumar, R., Ahmad, S., Wagnon, P., Chevallier, P., 2007. Remote sensing estimates of glacier mass balances in the Himachal Pradesh Western Himalaya, India). Remote Sens. Environ. 108 (3), 327–338.
Bevis, M., Kendrick, E., Cser, A., Smalley Jr., R., 2004. Geodetic measurement of the local elastic response to the changing mass of water in Lago Laja, Chile. Phys. Earth Planet. Inter. 141, 71–78.
Boudin, F., 2004. Développement et validation d'un inclinomètre longue base de subsurface à silice et mercure: application à des mesures géophysiques de haute résolution sur le chantier pilote du Golfe de Corinthe. Ph.D. thesis. Université Paris 7, 300 pp.
Boudin, F., Bernard, P., Longuevergne, L., Florsch, N., Larmat, C., Courteille, C., Blum, P.-A., Vincent, T., Kammentaler, M., 2008. A silica long base tiltmeter with high stability and resolution. Rev. Sci. Instrum., 79 (doi:10.1063/1.2829989).
Boy, J.-P., Gegout, P., Hinderer, J., 2002. Reduction of surface gravity data from global atmospheric pressure loading. Geophys. J. Int. 149, 534–545.
Cavalié, O., Doin, M.-P., Lasserre, C., Briole, P., 2007. Ground motion measurement in the Lake Mead area, Nevada, by differential synthetic aperture radar interferometry time series analysis: probing the lithosphere rheological structure. J. Geophys. Res. 112, 03403 (doi:10.1029/2006JB004344).
Cazenave, A., 2006. How fast are the ice sheets melting? Science (10.1126/science.1133325).
Chen, J.L., Tapley, B.D., Wilson, C.R., 2006. Alaskan mountain glacial melting observed by satellite gravimetry. Earth Planet. Sci. Lett. 248, 368–378.
Chen, J.L., Wilson, C.R., Tapley, B.D., Blankenship, D.D., Ivins, E.R., 2007. Patagonia Icefield melting observed by Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). Geophys. Res. Lett. 34, 22501 (doi:10.1029/2007GL031871).
Dahlen, F.A., Tromp, J., 1998. Theoretical Global Seismology. Princeton University Press, Princeton, NJ, p. 1205.
Dziewonski, A.M., Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. Phys. Earth Planet. Inter. 25, 297–356.
d'Oreye, N.F., Zürn, W., 2005. Very high resolution long-baseline water-tube tiltmeter to record small signals from Earth free oscillations up to secular tilts. Rev. Sci. Instrum. 76 (2), 024501 (doi:10.1063/1.1844451).
de Linage, C., Hinderer, J., Rogister, Y., 2007. A search for the ratio between gravity variation and vertical displacement due to a surface load. Geophys. J. Int. 171, 986–994 (doi:10.1111/j.1365–246X.2007.03613.x).
Farrell, W.E., 1972. Deformation of the Earth by surface loads. Rev. Geophys. Space Phys. 10, 761–797.

Hagedoorn, J.M., Wolf, D., 2003. Pleistocene and recent deglaciation in Svalbard: implications for tide-gauche, GPS and VLBI measurements. J. Geodyn. 35, 415–423 (doi:10.1016/S0264–3707(03)00004–8).
Horwath, M., Dietrich, R., 2009. Signal and error in mass change inferences from GRACE: the case of Antarctica. Geophys. J. Int. 177, 849–864.
Howat, I.M., Joughin, I., Scambos, T.A., 2007. Rapid Changes in ice discharge from Greenland outlet glaciers. Science 5818, 1559–1561.
Kääb, A., 2008. Glacier volume changes using ASTER satellite stereo and ICESat GLAS laser altimetry. A test study on Edgeøya, Eastern Svalbard. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 46 (10), 2823–2830.
Khan, S.A., Wahr, J., Stearns, L.A., Hamilton, G.S., van Dam, T., Larson, K.M., Francis, O., 2007. Elastic uplift in southeast Greenland due to rapid ice mass loss. Geophys. Res. Lett. 34, 21701 (doi:10.1029/2007GL31468).
Kohler, J., James, T.D., Murray, T., Nuth, C., Brandt, O., Barrand, N.E., Aas, H.F., Luckman, A., 2007. Acceleration in thinning rate on western Svalbard glaciers. Geophys. Res. Lett. 34, 18502 (doi:10.1029/2007GL030681).
Korona, J., Berthier, E., Bernard, M., Remy, F., Thouvenot, E., 2007–2009. SPIRIT. SPOT 5 stereoscopic survey of polar ice: reference images and topographies during the fourth international polar year. ISPRS J. Photogrammetry Remote Sens. 64, 204–212.
Le Meur, E., Hindmarsh, R.C.A., 2000. A comparison of two spectral approaches for computing the Earth response to surface loads. Geophys. J. Int. 141, 282–298.
Llubes, M., Florsch, N., Hinderer, J., Longuevergne, L., Amalvict, M., 2004. Local hydrology, the global geodynamics project and CHAMP/GRACE perspective: some case studies. J. Geodyn. 28, 355–374 (doi:10.1016/j. jog.2004.07.015).
Llubes, M., Florsch, N., Boy, J.-P., Amalvict, M., Bonnefond, P., Bouin, M.-N., Durand, S., Esnoult, M.-F., Exertier, P., Hinderer, J., Lalancette, M.-F., Masson, F., Morel, L., Nicolas, J., Vergnolle, M., Wöppelmann, G., 2008. Multi-technique monitoring of ocean tide loading in Northern France. C. R. Geosci. 340 (6), 379–389 (doi:10.1016/j.crte.2008.03.005).
Longman, I.M., 1962. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads. 1. Theory. J. Geophys. Res. 67, 845–850.
Longman, I.M., 1963. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads. 2. Computations and numerical results. J. Geophys. Res. 68, 485–496.
Magnùsson, E., Björnsson, H., Dall, J., Palsson, F., 2005. Volume changes of Vatnajokull ice cap, Iceland, due to surface mass balance, ice flow, and subglacial melting at geothermal areas. Geophys. Res. Lett. 32, 5.
Meier, M.F., Dyurgerov, M.B., Rick, U.K., O'Neel, S., Pfeffer, W.T., Anderson, R.S., Anderson, S.P., Glazovsky, A.F., 2007. Glaciers dominate Eustatic sea-level rise in the 21st century. Science 317 (5841), 1064–1067.
Merriam, J.B., 1992. Atmospheric pressure and gravity. Geophys. J. Int. 109, 488–500.
Pagli, C., Sigmundsson, F., Lund, B., Sturkell, E., Geirsson, H., Einarsson, P., Arnadottir, T., Hreinsdottir, S., 2007. Glacio-isostatic deformation around the Vatnajokull ice cap, Iceland, induced by recent climate warming: GPS observations and finite element modeling. J. Geophys. Res. 112, 8.
Peltier, W.R., 1974. The impulse response of a Maxwell Earth. Rev. Geophys. Space Phys. 12 (4), 649–669.
Rabatel, A., Francou, B., Jomelli, V., Naveau, P., Grancher, D., 2008. A chronology of the Little Ice Age in the tropical Andes of Bolivia (16°S) and its implications for climate reconstruction. Quaternary Res. 70, 198–212.
Rerolle, T., Florsh, N., Llubes, M., Boudin, F., Longuevergne, L., 2006. L'inclinométrie, un nouvel outil pour le suivi temporel des aquifères ? C. R. Geosci. 338, 775–786.
Rignot, E., Rivera, A., Casassa, G., 2003. Contribution of the Patagonia Icefields of South America to sea level rise. Science 302 (5644), 434–437.
Rignot, E., Bamber, J.L., Van den Broecke, M.R., Davis, C., Li, Y., Van de Berg, W.J., Van Meijgaard, E., 2008. Recent Antarctic ice mass loss from radar interferometry and regional climate modelling. Nature 1, 106–110.
Sato, T., Okuno, J., Hinderer, J., MacMillan, D.S., Plag, H.P., Francis, O., Falk, R., Fukuda, Y., 2006. A geophysical interpretation of the secular displacement and gravity rates observed at Ny-Ålesund, Svalbard in the Arctic–effects of post-glacial rebound and present-day ice melting. Geophys. J. Int. 165, 729–743.
Sjöberg, L.E., Pan, M., Erlingsson, S., Asenjo, E., Arnason, K., 1999. Land uplift near Vatnajökull. Iceland as observed by GPS in 1992, 1996 and 1999. Geophys. J. Int. 159, 943–948.
Slobbe, D.C., Ditmar, P., Lindenbergh, R.C., 2009. Estimating the rates of mass change, ice volume change and snow volume change in Greenland from ICESat and GRACE data. Geophys. J. Int. 176, 95–106.
Stearns, L.A., Hamilton, G.S., 2007. Rapid volume loss from two East Greenland outlet glaciers quantified using repeat stereo satellite imagery. Geophys. Res. Lett. 34, 05503 (doi:10.1029/2006GL028982).
Vincent, C., Le Meur, E., Six, D., Funk, M., 2005. Solving the paradox of the end of the Little Ice Age in the Alps. Geophys. Res. Lett. 32, 09706 (doi:10.1029/2005GL022552).
Vincent, C., Le Meur, E., Six, D., Thibert, E., 2007. Un service d'observation des glaciers des Alpes françaises "glacioclim-alpes", pour quoi faire ? La Houille Blanche 03, 86–95.

Annexe D

Mesures de gravité en Antarctique

TAB. D.1 – *Mesures absolues de gravité en Antarctique. Seules les quatre dernières mesures des sept effectuées à Syowa sont présentées ici car les trois premières sont très imprécises (Nakagawa et al., 1994; Fukuda et al., 2005).*

Stations	Sites	Lat. (°)	Long. (°)	Alt. (m)	Dates	Valeurs (μGal)	Références	Hauteur (m)
Terra Nova Bay	IAGS	-74.6933	164.0559	54.3	1990	982854919 ± 3.7	Cerutti et al. (1992)	0.91
					1995	982865642.9 ± 2.1	Mäkinen et al. (2007)	1
	AB			30	1997	982865663.4 ± 2.1	Mäkinen et al. (2007)	1
			164.0997		2009	982865654.18 ± 2.09	Rogister et al. (2010)	1
Aboa	–	-73.055	-13.4067	449.6	1994	982622560.0 ± 5	Mäkinen et al. (2007)	1.2
					2001	982622564.4 ± 5		
					2004	982623065.9 ± 2		
Syowa	IAGBN	-69.004	39.5847	21.492	1995	982524326.9 ± 2	Mäkinen et al. (2007)	0
					2001	982524328.2		
					2004	982524323.7 ± 2.8		
	45G1				2004	982524325.3 ± 2.8		
Mc Murdo	Satgrav	-77.8469	166.6681	30	1995	982972768 ± 2	Mäkinen et al. (2007)	1
					1997	982972777.5 ± 2		
	Thiel-1	-77.849	166.6794	46.21	2009	982970220.88 ± 2.07	Rogister et al. (2010)	
Dumont d'Urville	–	-66.67	140.17	35	2000	982387168.34 ± 1.68	Amalvict et al. (2009)	–
					2006	982387167.02 ± 1.54		
Mt Coates	–	-77.8058	161.9967	2207	1997	982431034.2	Mäkinen et al. (2007)	1
O'Higgins	–	-63.32103	-57.9011	8.4	1997	982225537 ± 5	Mäkinen et al. (2007)	1
Jubany	–	-62.2333	-58.66	2	1997	982199136 ± 4	Mäkinen et al. (2007)	1
Sanae IV	–	-71.6742	-2.8459	855	2004	982449282.5 ± 1.9	Mäkinen et al. (2007)	1.2
Novolazarevskaya	–	-70.7762	11.835	118	2004	982579007.8 ± 2	Mäkinen et al. (2007)	1.2
Cape Roberts	–	-77.0035	163.1792	10	1995	982905602.7	Mäkinen et al. (2007)	1
Scott Base	SBG-1	-77.8489	166.7691	9.1	2009	982977596.81 ± 2.15	Rogister et al. (2010)	1
Maitri	Aravalli hut	-70.77	11.74	–	2004	982578797 ± 4	Tiwari et al. (2006)	–

TAB. D.2 – *Mesures de rattachement de gravité en Antarctique.*

Stations	Site	Dates	Valeurs (mGal)	Références
Terra Nova Bay	IAGS	2009	982855.317 ± 0.012	Rogister et al. (2010)
	IRGS	1990	982863.890 ± 0.033	Cerutti et al. (1992)
		1995	982863.935 ± 0.013	Sasagawa et al. (2004)
		2009	982863.951± 0.012	Rogister et al. (2010)
Mc Murdo	Thiel-1	2003	982970.52	Butcher (2003)*
		2004	982969.7277	Diehl (2008)
		2008	982970.40 ± 0.06	Wilson & Tinto (2009)
	Hut point	2003	982976.62	Butcher (2003)*
		2008	982975.65 ± 0.03	Wilson & Tinto (2009))
		2009	982975.754 ± 0.015	Rogister et al. (2010))
	Radarsat	2009	982945.942 ± 0.015	Rogister et al. (2010))
Cape Roberts	ROBE	1995	982905.904 ± .0.018	Sasagawa et al. (2004)
		2009[a]	982905.984 ± 0.020	Rogister et al. (2010)
		2009[b]	982905.914 ± 0.021	Rogister et al. (2010)
	CRN2	2009	982903.926 ± 0.020	Rogister et al. (2010)
Scott Base	SBG-1	2008	982977.83 ± 0.06	Wilson & Tinto (2009)
		2009	982977.946 ± 0.015	Rogister et al. (2010))
	MMD-N	1983	982973.204	Nakagawa (1983)
		2008	982973.40 ± 0.06	Wilson & Tinto (2009))
		2009	982973.537 ± 0.015	Rogister et al. (2010))

**in Diehl (2008).*

[a] *mesure effectuée le 18/11/2009.*

[b] *mesure effectuée le 20/11/2009.*

Liste des abréviations

AG *Absolute Gravimeter*

BIFROST *Baseline Inferences for Fennoscandian Rebound Observations Sea Level and Tectonics*

BKG *Bundesamt fuer Kartographie and Geodaesie*

CLIMAP *Climate : Long range Investigation, Mapping, and Prediction*

CNES Centre National d'Études Spatiales

CSR *Center for Space Research*

DCW *Digital Chart of the World*

DLR *Deutsches zentrum für Luft- und Raumfahrt*

DORIS *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integratedd by Satellite*

ECGS *European Center for Geodynamics and Seismology*

ECMWF *European Centre for Medium-range Weather Forecasts*

EOF *Empirical Orthogonal Function*

EOST École et Observatoire des Sciences de la Terre

EPICA *European Project for Ice Coring in Antarctica*

ERS *European Remote Sensing*

GFZ *GeoFurschungsZentrum*

GGP *Global Geodynamic Project*

GIA *Glacial Isostatic Adjustment*

GISP *Greenland Ice Sheet Project*

GNSS *Global Navigation Satellite Systems*

GOCE *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*

GPS *Global Positioning System*

GRACE *Gravity Recovery and Climate Experiment*

GRGS Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale

GRIP *Greenland Ice Core Project*

GWR *Goodkind, Warburton and Rieneman*

ICESat *Ice, Cloud and Land Elevation Satellite*

IERS *International Earth Rotation and Reference Systems Service*

INSAR *Interferometric Synthetic Aperture Radar*

ITG *Institute for Geodesy and Geoinformation of the University of Bonn*

ITRF *International Terestrial Reference Frame*

KBR *K-Band Ranging*

LGM *Last Glacial Maximum*

MNT Modèle Numérique de Terrain en anglais, DEM pour *Digital Elevation Model*

NASA *National Aeronautics and Space Administration*

NCAR *National Center for Atmospheric Research*

OMCT *Ocean Model for Circulation and Tides*

OSG *Observatory Superconducting Gravimeter*

PDIM *Present-Day Ice Melting*

PREM *Preliminary Reference Earth Model*

RSL *Relative Sea Level*

SG *Superconducting Gravimeter*

SLR *Satellite Laser Ranging*

SNREI *Spherically symmetric, Non-Rotating, and Elastically Isotropic*

SPIRIT *Spot5 stereoscopic survey of Polar Ice Reference Images & Topographies*

TRF *Terestrial Reference Frame*

VLBI *Very Long Baseline Interferometry*

w.e. water equivalent

Bibliographie

Abdalati, W. & Steffen, K., 2001. Greenland ice sheet melt extent : 1979-1999, *J. Geophys. Res.*, **106**(D24), 33983–33988, doi :10.1029/2001JG900181. (Cité en page 20.)

Agnew, D. C., 1996. SPOTL : Some programs for ocean-tide loading, Tech. Rep. 96–8, Scripps Institution of Oceanography, La Jolla, CA, 35 pp. (Cité en page 35.)

Alterman, Z., Jarosch, H., & Pekeris, L., 1959. Oscillations of the Earth, *Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A*, **252**, 80–95. (Cité en page 79.)

Amalvict, M., Willis, P., Wöppelmann, G., Ivins, E. R., Bouin, M.-N., Testut, L., & Hinderer, J., 2009. Isostatic stability of the East Antarctic station Dumont d'Urville from long-term geodetic observations and geophysical models, *Polar Res.*, doi :10.1111/j.1751-8369.2008.00091.x. (Cité en pages 24, 127, 151, 153 et 202.)

Anderson, J. B., Shipp, S. S., Lowe, A. L., Smith Wellner, J., & Mosola, A. B., 2002. The Antarctic Ice Sheet during the Last Glacial Maximum and its subsequent retreat history : a review, *Quat. Sci. Rev.*, **21**, 49–70. (Cité en pages 12 et 146.)

Andrews, J. T., 1974. *Glacial isostasy*, vol. T. 10 of **Benchmark Papers in Geology**, Dowden, Stroudsburg, U.S.A., pp. 492. (Cité en page 9.)

Arendt, A. A., Echelmeyer, K. A., Harrison, W. D., Lingle, C. S., & Valentine, V. B., 2002. Rapid wastage of Alaska glaciers and their contribution to rising sea level, *Science*, **297**(5580), 382–386. (Cité en pages 16, 17 et 90.)

Argus, D. F., 2007. Defining the translational velocity of the reference frame of Earth, *Geophys. J. Int.*, **169**, 830–838. (Cité en page 108.)

Argus, D. F. & Peltier, W. R., 2010. Constraining models of postglacial rebound using space geodesy : a detailed assessment of model UCE-5G (VM2) and its relatives, *Geophys. J. Int.*, doi :10.1111/j.1365-246X.2010.04562.x. (Cité en page 15.)

Argus, D. F., Peltier, W. R., & Watkins, M. M., 1999. Glacial isostatic adjustment observed using very long baseline interferometry and satellite laser ranging geodesy, *J. Geophys. Res.*, **104**(B12), 29077–29093. (Cité en page 9.)

Avcenko, R. & Bosch, W., 2008. EOT08a, empirical ocean tide model from multi-mission satellite altimetry, Tech. Rep. 81, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), München. (Cité en page 35.)

Barletta, V. R. & Bordoni, A., 2009. Clearing observed PGR in GRACE data aimed at global viscosity inversion : Weighed Mass Trends technique, *Geophys. Res. Lett.*, **36**(L02305), doi :10.1029/2008GL036429. (Cité en page 28.)

Barletta, V. R., Ferrari, C., Diolaiuti, G., Carnielli, T., Sabadini, R., & Smiraglia, C., 2006. Glacier shrinkage and modeled uplift of the Alps, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L14307), doi :10.1029/2006GL026490. (Cité en pages 83, 90 et 91.)

Barletta, V. R., Sabadini, R., & Bordoni, A., 2008. Isolating the PGR signal in the GRACE data : impact on mass balance estimates in Antarctica and Greenland, *Geophys. J. Int.*, **172**, 18–30. (Cité en pages 20, 23, 28, 90, 106 et 125.)

Baur, O., Kuhn, M., & Featherstone, W. E., 2009. GRACE-derived ice-mass variations over Greenland by accounting for leakage effects, *J. Geophys. Res.*, **114**(B06407), doi :10.1029/2008JB006239. (Cité en pages xvi, 20 et 21.)

Bekker, A. & Kaufman, A. J., 2007. Oxidative forcing of global climate change : a biogeochemical record across the oldest Paleoproterozoic ice age in North America, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **258**, 486–499, doi :10.1016/j.epsl.2007.04.009. (Cité en page 2.)

Bentley, M. J., 1999. Volume of Antarctic ice at the Last Glacial Maximum, and its impact on global sea level change, *Quat. Sci. Rev.*, **18**, 1569–1595. (Cité en page 12.)

Berger, W. H., 1999. The 100-kyr ice-age cycle : internal oscillation or inclinational forcing ?, *Int. J. Earth Sci.*, **88**, 305–316. (Cité en page 7.)

Berthier, E., Arnaud, Y., Baratoux, D., Vincent, C., Rémy, & F., 2004. Recent rapid thinning of the 'Mer de Glace' glacier derived from satellite optical images, *Geophys. Res. Lett.*, **31**((17) L17401), doi :10.1029/2004GL020706. (Cité en pages xviii, 16, 90, 91, 92 et 93.)

Berthier, E., Arnaud, Y., Kumar, R., Ahmad, S., Wagnon, P., & Chevallier, P., 2007. Remote sensing estimates of glacier mass balances in the Himachal Pradesh (Western Himalaya, India), *Remote Sensing Environ.*, **180**(3), 327–338. (Cité en pages 16 et 90.)

Berthier, E., Le Bris, R., Mabileau, L., Testut, L., & Rémy, F., 2009. Ice wastage on the Kerguelen Islands (49°S, 69°E) between 1963 and 2006, *J. Geophys. Res.*, **114**(F03005), doi :10.1029/2008JF001192. (Cité en page 16.)

Berthier, E., Schiefer, E., Clarke, G. K. C., Menounos, B., & Rémy, F., 2010. Contribution of Alaskan glaciers to sea-level rise derived from satellite altimetry, *Nature*, **3**, 92–95, doi :10.1038/NGEO737. (Cité en pages xv, 17 et 125.)

Bettadpur, S., 2007a. UTCSR level-2 processing standards document for level-2 product release 004, Tech. rep., GRACE 327–742. (Cité en pages 39 et 104.)

Bettadpur, S., 2007b. Level-2 gravity field product user handbook, Tech. rep., GRACE 327–734. (Cité en page 38.)

Bevis, M., Kendrick, E., Cser, A., & Smalley, R. J., 2004. Geodetic measurement of the local elastic response to the changing mass of water in Lago Laja, Chile, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **141**, 71–78. (Cité en page 83.)

Bevis, M., Kendrick, E., Smalley, R. J., Dalziel, I., Caccamise, D., Sasgen, I., Helsen, M., Taylor, F. W., Zhou, H., Brown, A., Raleigh, D., Willis, M., Wilson, T., & Konfal, S., 2009. Geodetic measurements of vertical crustal velocity in West Antarctica and the implications for ice mass balance, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **10**(10), doi :10.1029/2009GC002642. (Cité en pages 24, 125 et 151.)

Blaszcyk, M., Jania, J. A., & Hagen, J. O., 2009. Tidewater glaciers of Svalbard : recent changes and estimates of calving fluxes, *Polish Polar Res.*, **30**, 85–142. (Cité en page 18.)

Boschi, L., Tromp, J., & O'Connell, R. J., 1999. On Maxwell singularities in postglacial rebound, *Geophys. J. Int.*, **136**, 492–498. (Cité en page 89.)

Boudin, F., 2004. *Développement et validation d'un inclinomètre longue base de subsurface à silice et mercure : Application à des mesures géophysiques de haute résolution sur le chantier pilote du Golfe de Corinthe*, Ph.D. thesis, Université Paris 7, 300 pp. (Cité en page 97.)

Boudin, F., Bernard, P., Longuevergne, L., Florsch, N., Larmat, C., Courteille, C., Blum, P.-A., Vincent, T., & Kammentaler, M., 2008. A silica long base tiltmeter with high stability and resolution, *Rev. Scient. Inst.*, **79**, doi :10.1063/1.2829989. (Cité en page 97.)

Bouin, M. N. & Wöppelmann, G., 2010. Land motion estimates from GPS at tide gauges : a geophysical evaluation, *Geophys. J. Int.*, **180**, 193–209, doi :10.1111/j.1365-246X.2009.04411.x. (Cité en page 26.)

Bourda, G., 2004. *Rotation terrestre et variations du champ de gravité : étude et apport des missions CHAMP et GRACE*, Ph.D. thesis, Observatoire de Paris, Paris, pp. 209. (Cité en page 27.)

Boy, J.-P., Hinderer, J., & Gegout, P., 1998. Global atmospheric loading and gravity, *Phys. Earth Planet. Int.*, **109**, 161–177. (Cité en page 36.)

Boy, J.-P., Gegout, P., & Hinderer, J., 2002. Reduction of surface gravity data from global atmospheric pressure loading, *Geophys. J. Int.*, **149**, 534–545. (Cité en pages 36, 82, 109, 128 et 130.)

Braun, A., Kuo, C.-Y., Shum, C. K., Wu, P., van der Wal, W., & Fotopoulos, G., 2008. Glacial isostatic adjustment at the Laurentide ice sheet margin : models and observations in the Great Lakes region, *J. Geodyn.*, **46**, 165–173, doi : 10.1016/j.jog.2008.03.005. (Cité en pages vii, xxiii, 9, 109 et 113.)

Bruinsma, S., Lemoine, J.-M., R., B., & Valès, N., 2010. CNES/GRGS 10–day gravity field models (release 2) and their evaluation, *Adv. Space Res.*, **45**, 587–601. (Cité en pages 42, 104 et 105.)

Bryson, R. A., Wendland, M. W., Ives, J. D., & Andrews, J. T., 1969. Radiocarbon isochrones on the disintegration of the Laurentide ice sheet, *Arct. Alp. Res.*, **1**, 1–14. (Cité en pages 11 et 15.)

Carrère, C. & Lyard, F., 2003. Modelling the barotropic response of the global ocean to atmospheric wind and pressure forcing - comparisons with observations, *Geophys. Res. Lett.*, **30**(6), 1275, doi :10.1029/2002GL016473. (Cité en page 42.)

Cathles, L. M., 1975. *The viscosity of the Earth's mantle*, Princeton University Press. (Cité en pages 11 et 28.)

Cavalié, O., Doin, M.-P., Lasserre, C., & Briole, P., 2007. Ground motion measurement in the Lake Mead area, Nevada, by differential synthetic aperture radar interferometry time series analysis : probing the lithosphere rheological structure, *J. Geophys. Res.*, **112**(B03403), doi :10.1029/2006JB004344. (Cité en page 83.)

Cazenave, A., 2006. How fast are the ice sheets melting ?, *Science*, (10.1126). (Cité en page 90.)

Cazenave, A., Lombard, A., & Llovel, W., 2008. Present-day sea level rise : a synthesis, *C. R. Geosci.*, **340**, 761–770, doi :10.1016/j.crte.2008.07.008. (Cité en page 26.)

Cazenave, A., Dominh, K., Guinehut, S., Berthier, E., Llovel, W., Ramillien, G., Ablain, M., & Larnicol, G., 2009. Sea level budget over 2003–2008 : a reevaluation from GRACE space gravimetry, satellite altimetry and Argo, *Glob. Planet. Changes*, **65**, 83–88, doi :10.1016/j.geoplacha.2008.10.004. (Cité en page 26.)

Cerutti, G., Alassia, F., Germak, A., Bozzo, E., Caneva, G., Lanza, R., & Marson, I., 1992. *The AG station and the Mt. Melbourne gravity network in Terra Nova Bay, North Victoria Land, East Antarctica*, pp. 589–593, Recent Progress in Antarctic Earth Science, Terra Scientific Publishing Company (TERRAPUB), Tokyo. (Cité en pages 153, 202 et 203.)

Chambers, D. P., 2006. Evaluation of new GRACE time-variable gravity data over the ocean, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L17603), doi :10.1029/2006GL027296. (Cité en pages 44, 47 et 48.)

Chappell, J., 1974. Late Quaternary glacio- and hydro-isostasy on layered earth, *Quat. Res.*, **4**, 429–440. (Cité en page 15.)

Charbit, S., Ritz, C., & Ramstein, G., 2002. Simulations of northern hemisphere ice-sheet retreat : sensitivity to physical mechanisms involved during the Last Deglaciation, *Quat. Sci. Rev.*, **21**, 243–265. (Cité en pages 13 et 14.)

Chen, J. L., Tapley, B. D., & Wilson, C. R., 2006a. Alaskan mountain glacial melting observed by satellite gravimetry, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **245**, 368–378. (Cité en pages viii, 17, 45, 54, 90 et 102.)

Chen, J. L., Wilson, C. R., Blankenship, D. D., & Tapley, B. D., 2006b. Antarctic mass rates from GRACE, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L11502), doi :10.1029/2006GL026369. (Cité en pages 23, 24, 45 et 102.)

Chen, J. L., Wilson, C. R., & Seo, K.-W., 2006c. Optimized smoothing of Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations, *J. Geophys. Res.*, **111**(B06408), doi :10.1029/2005JB004064. (Cité en page 44.)

Chen, J. L., Wilson, C. R., & Tapley, B. D., 2006d. Satellite gravity measurements confirm accelerated melting of Greenland ice sheet, *Science*, **313**(1958), doi :10.1126/science.1129007. (Cité en pages 18, 19, 20, 45, 54, 118 et 121.)

Chen, J. L., Wilson, C. R., Tapley, B. D., Blankenship, D. D., & Ivins, E. R., 2007. Patagonia Icefield melting observed by Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE), *Geophys. Res. Lett.*, **34**(L22501), doi :10.1029/2007GL031871. (Cité en pages 16, 44, 45, 47, 48, 54, 90 et 102.)

Chen, J. L., Wilson, C. R., Tapley, B. D., Blankenship, D. D., & Young, D., 2008. Antarctic regional ice loss rates from GRACE, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **266**, 140–148, doi :10.1016/j.epsl.2007.10.057. (Cité en pages 45 et 48.)

Chen, J. L., Wilson, C. R., Blankenship, D., & Tapley, B. D., 2009. Accelerated Antarctic ice loss from satellite gravity measurements, *Nat. Geo*, **2**, 859–862, doi :10.1038/NGEO694. (Cité en pages viii, 23, 24, 45, 48, 146 et 155.)

Clark, J. A., Farrell, W. E., & Peltier, W. R., 1978. Global changes in postglacial sea level : a numerical calculation, *Quat. Res.*, **9**, 265–287. (Cité en page 9.)

Clark, P. U. & Mix, A. C., 2002. Ice sheets and sea level of the Last Glacial Maximum, *Quat. Sci. Rev.*, **21**, 1–7. (Cité en pages 11, 12 et 16.)

Coirier, J. & Nadot-Martin, C., 2007. *Mécanique des milieux continus*, Sciences Sup, Dunod, 3rd edn., 493 pp. (Cité en page 68.)

Crossley, D., Hinderer, J., Casula, G., Francis, O., Hsu, H.-T., Imanishi, Y., Jentzsh, G., Kääriäinen, J., Merriam, J., Meurers, B., Neumeyer, J., Richter, B., Shibuya, K., Sato, T., & van Dam, T., 1999. Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines, *EOS. Am. Geophys. Union*, **80**(11), 125–126. (Cité en pages 64, 102 et 136.)

Crossley, D., Hinderer, J., & Boy, J.-P., 2004. Regional gravity variations in Europe from superconducting gravimeters, *J. Geodyn.*, **38**, 325–342. (Cité en page 34.)

Crossley, D., de Linage, C., Boy, J.-P., Hinderer, J., & Chang, J., 2009. Validation of GRACE data using GGP stations from Europe and Asia, *Bull. Inf. Marrées Terr.*. (Cité en pages 51 et 64.)

Dahlen, F. A. & Tromp, J., 1998. *Theoretical Global Seismology*, 45, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1205 pp. (Cité en page 77.)

Davis, J. L., Elósegui, P., Mitrovica, J. X., & Tamisiea, M. E., 2004. Climate-driven deformation of the solid Earth from GRACE and GPS, *Geophys. Res. Lett.*, **31**(L24605), doi :10.1029/2004GL021435. (Cité en pages 64 et 160.)

Davis, J. L., Tamisiea, M. E., Elósegui, P., Mitrovica, J. X., & Hill, E. M., 2008. A statistical filtering approach for Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity data, *J. Geophys. Res.*, **113**(B04410), doi :10.1029/2007JB005043. (Cité en page 44.)

de Linage, C., 2008. *Mesures gravimétriques au sol et satellitaires : étude du rapport entre variation de pesanteur et déplacement vertical et apport de la mission spatiale GRACE à l'étude des surcharges hydrologiques et des très grands séismes*, Ph.D. thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France. (Cité en pages 37, 45 et 52.)

de Linage, C., Hinderer, J., & Rogister, Y., 2007. A search for the ratio between gravity variation and vertical displacement due to a surface load, *Geophys. J. Int.*, **171**, 986–994, doi :10.1111/j.1365-246X.2007.03613.x. (Cité en pages viii, ix, xix, xx, 78, 116, 117, 127, 132, 141 et 142.)

de Linage, C., Rivera, L., Hinderer, J., Boy, J.-P., Rogister, Y., Lambotte, S., & Biancale, R., 2009. Separation of coseismic and postseismic gravity changes for the 2004 Sumatra-Andaman earthquake from 4.6 years of GRACE observations and modelling of the coseismic change by normal-modes summation, *Geophys. J. Int.*, **176**, 695–714. (Cité en pages 44, 45 et 105.)

Denton, G. H. & Hughes, T. J., 2002. Reconstructing the Antarctic ice sheet at the Last Glacial Maximum, *Quat. Sci. Rev.*, **21**, 193–202. (Cité en pages 12 et 147.)

Denton, G. H., Prentice, M. L., & Burkle, L. H., 1991. *Cainozoic history of the Antarctic ice sheet*, The geology of Antarctica, Clarendon press, Oxford, 365–433. (Cité en pages 12, 146 et 147.)

Diehl, T. M., 2008. Field guide to Antarctic gravity stations visited during the 2004–2005 AGASEA airborne campaign, Tech. Rep. 194, UTIG, 23 pp. (Cité en pages 153 et 203.)

Dietrich, R. & Rülke, A., 2008. *A precise reference frame for Antarctica from SCAR GPS campaign data and some geophysical implications*, Geodetic and geophysical observations in Antarctica, Springer, Berlin, pp. 1–10. (Cité en page 151.)

Dietrich, R., Rülke, A., Ihde, J., Lindner, K., Miller, H., Niemeier, W., Schenke, H. W., & Seeber, G., 2004. Plate kinematics and deformation status of the Antarctic Peninsula based on GPS, *Glob. Planet. Change*, **42**(1–4), 313–321. (Cité en page 151.)

Donnellan, A. & Luyendyk, B. P., 2004. GPS evidence for a coherent Antarctic plate and for postglacial rebound in Marie Byrd Land, *Glob. Planet. Change*, **42**(1–4), 305–311. (Cité en page 151.)

d'Oreye, N. F. & Zürn, W., 2005. Very high resolution long-baseline water-tube tiltmeter to record small signals from Earth free oscillations up to secular tilts, *Rev. Scient. Inst.*, **76**(2). (Cité en page 97.)

Douglas, B. C. & Peltier, W. R., 2002. The puzzle of global sea-level rise, *Phys. Today*, **55**(3), 35–40, doi :10.1063/1.1472392. (Cité en page 26.)

Dowdeswell, J. A., Hagen, J. O., Björnsson, H., Glazovsky, A. F., Harrison, W. D., Holmlund, P., Jania, J., Koerner, R. M., Lefauconnier, B., Ommanney, C. S. L., & Thomas, R. H., 1997. The mass balance of circum-arctic glaciers and recent climate change, *Quat. Res.*, **48**(QR971900), 1–14. (Cité en page 18.)

Dowdeswell, J. A., Benham, T. J., Strozzi, T., & Hagen, J. O., 2008. Iceberg calving flux and mass balance of the Austfonna ice cap on Nordaustlandet, Svalbard, *J. Geophys. Res.*, **113**(F03022), doi :10.1029/2007JF000905. (Cité en pages 101, 109, 118, 120, 121 et 136.)

Duan, X. J., Guo, J. Y., Shum, C. K., & van der Wal, W., 2009. On the postprocessing removal of correlated errors in GRACE temporal gravity field solutions, *J. Geod.*, **83**, 1095–1106, doi :10.1007/s00190-009-0327-0. (Cité en pages 46, 47, 48 et 106.)

Dubbini, M., Cianfarra, P., Casula, G., Capra, A., & Salvini, F., 2010. Active tectonic in northern Victoria Land (Antarctica) inferred from the integration of GPS data and geologic setting, *J. Geophys. Res.*, **115**(B12421), 17 pp, doi :10.1029/2009JB007123. (Cité en page 153.)

Dziewonski, A. M. & Anderson, D. L., 1981. Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **25**, 297–356. (Cité en pages xxiii, 81 et 109.)

Eanes, R. J., 1994. Diurnal and semidiurnal tides from TOPEX/POSEIDON altimetry, *Eos Trans. AGU*, **75**(16), 108. (Cité en page 35.)

Egbert, G. D. & Erofeeva, L., 2002. Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides, *J. Atmo. Ocean. Tech.*, **19**. (Cité en page 35.)

Ekman, M., 1996. A consistent map of postglacial uplift of Fennoscandia, *Terra Nova*, **8**, 158–165. (Cité en page 8.)

Ekman, M. & Mäkinen, J., 1996. Recent postglacial rebound, gravity change and mantle flow in Fennoscandia, *Geophys. J. Int.*, **126**, 229–234. (Cité en pages 9, 11 et 126.)

Fang, M. & Hager, B. H., 1995. The singularity mystery associated with a radially continuous Maxwell viscoelastic structure, *Geophys. J. Int.*, **123**, 849–865. (Cité en page 89.)

Fang, M. & Hager, B. H., 2001. Vertical deformation and absolute gravity, *Geophys. J. Int.*, **146**, 539–548. (Cité en page 126.)

Farrell, W. E., 1972. Deformation of the Earth by surface loads, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **10**, 761–797. (Cité en pages 74, 75, 76, 77, 81, 82, 90, 109, 130, 132 et 161.)

Flament, T., 2010. *Évolution dynamique de la calotte Antarctique : pécision et limites de la méthode altimétrique*, Master's thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse III, Toulouse, France. (Cité en pages xxi, 156 et 157.)

Flament, T. & Rémy, F., 2011. Dynamic thinning of Antarctic glaciers from along-track repeat radar altimetry, *J. Glaciology*, submitted. (Cité en pages 157 et 166.)

Flechtner, F., 2007. GFZ level-2 processing standards document for level-2 product release 004, Tech. rep., GRACE 327–743, Rev. 1.0. (Cité en pages 39 et 104.)

Forman, S. L., Lubinski, D. J., Ingólfsson, O., Zeeberg, J. J., Snyder, J. A., Siegert, M. J., & Matishov, G. G., 2004. A review of postglacial emergence on Svalbard, Franz Josef Land and Novaya Zemlya, northern Eurasia, *Quat. Sci. Rev.*, **23**, 1391–1434. (Cité en page 11.)

Forte, A. & Mitrovica, J. X., 1996. New inferences of mantle viscosity from joint inverstion of long-wavelength mantle convection and post-glacial rebound data, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 1147–1150. (Cité en pages 11 et 28.)

Francis, O., van Dam, T., Amalvict, M., de Andrade Sousa, M., Bilker, M., Billson, R., D'Agostino, G., Desogus, S., Falk, R., Germak, A., Gitlein, O., Jonhson, D., Klopping, F., Kostelecky, J., Luck, B., Mäkinen, J., McLaughlin, D., Nunez, E., Origlia, C., Palinkas, V., Richard, P., Rodriguez, E., Ruess, D., Schmerge, D., Thies, S., Timmen, L., Van Camp, M., van Westrum, D., & Wilmes, H., 2005. Results of the international comparison of absolute gravimeters in Walferdange (Luxembourg) of November 2003, *IAG Symposia, Gravity, Geoid, and Space Missions*, **129**, 272–275, Springer, Berlin. (Cité en pages 32 et 103.)

Francou, B. & Vincent, C., 2007. *Les glaciers à l'épreuve du climat*, Belin, Paris, IRD edn. (Cité en pages xv, 1, 5, 16 et 17.)

Frappart, F., Ramillien, G., Biancamaria, S., Mognard, N., & Cazenave, A., 2006. Evolution of high-latitude snow mass derived from the GRACE gravimetry mission (2002-2004), *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L02501), doi :10.1029/2005GL024778. (Cité en page 52.)

Fukuda, Y., Higashi, T., Takemoto, S., Iwano, S., Doi, K., Shibuya, K., Hiraoka, Y., Kimura, I., McQueen, H., & Govind, R., 2005. *Gravity, Geoid, and Space Missions–GGSM2004*, vol. 129 of **IAG Symposia**, Springer, 280–285. (Cité en pages xxiv, 152 et 202.)

Fukuzaki, Y., Shibuya, K., Doi, K., Ozawa, T., Nothnagel, A., Jike, T., Iwano, S., Jauncey, D. L., & Nicolson, G. D. McCulloch, P. M., 2005. Results of the VLBI experiments conducted with Syowa station, Antarctica, *J. Geodyn.*, **79**(6–7), 379–388, doi :10.1007/s00190-005-0476-8. (Cité en page 151.)

Gross, R., 2007. *Treatise on Geophysics*, vol. 11 of **Physical Geodesy**, chap. Earth rotation variations – long period, pp. 239–294, Elsevier, Amsterdam. (Cité en page 27.)

Gunter, B., Urban, T., Riva, R., Helsen, M., Harpold, R., Poole, S., Nagel, P., Schutz, B., & Tapley, B., 2009. A comparison of coincident GRACE and ICESat data over Antarctica, *J. Geod.*, **83**, 1051–1060, doi :10.1007/s00190-009-0323-4. (Cité en pages viii, xvi, 23, 24, 45, 48, 54, 155 et 158.)

Hagedoorn, J. M. & Wolf, D., 2003. Pleistocene and Recent deglaciation in Svalbard : implications for tide-gauge, GPS and VLBI measurements, *J. Geodyn.*, **35**, 415–423, doi :10.1016/S0264-3707(03)00004-8. (Cité en pages 90, 95 et 109.)

Hagedoorn, J. M., Wolf, D., & Martinec, Z., 2007. An estimate of global mean sea-level rise inferred from tide-gauge measurements using glacial-isostatic models consistent with the relative seal-level record, *Pure Appl. Geophys.*, **28**, 791–818, doi :10.007/s00024-007-0186-7. (Cité en page 26.)

Hagen, J. O., Liestø l, D., Roland, E., & Jø rgensen, T., 1993. Glacier Atlas of Svalbard and Jan Mayen, Norsk Polarinstitutt, Oslo. (Cité en page 109.)

Hagen, J. O., Kohler, J., Melvold, K., & Winther, J. G., 2003a. Glaciers in Svalbard : mass balance, runoff and freshwater flux, *Polar Res.*, **22**(2), 145–159, doi :10.1111/j.1751-8369.2003.tb.00104.x. (Cité en page 18.)

Hagen, J. O., Melvold, K., Pinglot, F., & Dowdeswell, J. A., 2003b. On the net mass balance of the glaciers and ice caps in Svalbard, Norwegian Arctic, *Art. Antarct. Alp. Res.*, **35**(2), 264–270, doi :10.1657/1523-0430(2003)035[0264 :OTNMBO]2.0.CO ;2. (Cité en page 18.)

Han, D. & Wahr, J., 1995. The viscoelastic relaxation of a realistically stratified earth, and a further analysis of postglacial rebound, *Geophys. J. Int.*, **120**, 287–311. (Cité en pages 71, 88 et 89.)

Han, S.-C., Shum, C. K., Jekeli, C., Kuo, C.-Y., Wilson, C., & Seo, K.-W., 2005. Non-isotropique filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement, *Geophys. J. Int.*, **163**, 18–25, doi :10.111/j.1365-246X.2005.02756.x. (Cité en pages 43 et 44.)

Hinderer, J., Rosat, S., Crossley, D., Amalvict, M., Boy, J.-P., & Gégout, P., 2002. Influence of different processing methods on the retrieval of gravity signals from GGP data, *Bull. Inf. Marées Terr.*, **123**, 9278–9301. (Cité en page 34.)

Hinderer, J., Andersen, O., Lemoine, F., Crossley, D., & Boy, J.-P., 2006. Seasonal changes in the European gravity field from GRACE : a comparison with superconducting gravimeters and hydrology model predictions, *J. Geodyn.*, **41**, 59–68, doi :10.1016/j.jog.2005.08.037. (Cité en page 64.)

Hinderer, J., Crossley, D., & Warburton, R. J., 2007. *Treatise on Geophysics*, vol. 11 of **Physical Geodesy**, chap. Gravimetric methods – superconducting gravity meters, pp. 65–122, Elsevier, Amsterdam. (Cité en page 33.)

Hoffman, P. F. & Schrag, D. P., 2002. The snowball Earth hypothesis : testing the limits of global change, *Terra Nova*, **14**(3), 129–155. (Cité en pages xv, 3 et 4.)

Horwath, M. & Dietrich, R., 2006. Errors of regional mass variations inferred from GRACE monthly solutions, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L07502), doi :10.1029/2005GL025550. (Cité en page 61.)

Horwath, M. & Dietrich, R., 2009. Signal and error in mass change inferences from GRACE : the case of Antarctica, *Geophys. J. Int.*, **177**, 849–864. (Cité en pages viii, 23, 24, 54, 90 et 125.)

Horwath, M., Legrésy, B., Rémy, F., Blarel, F., & Lemoine, J.-M., 2010. Consistent patterns of Antarctic ice sheet interannual variations from ENVISAT radar altimetry and GRACE satellity gravimetry, *Earth. Planet. Sci. Lett.*, **submitted**. (Cité en pages 158, 159 et 170.)

Howat, I. M., Joughin, I., & Scambos, T. A., 2007. Rapid changes in ice discharge from Greenland outlet glaciers, *Science*, **315**(5818), 1559–1561. (Cité en pages 90 et 106.)

Huybrechts, P., 1990. The Antarctic ice sheet during a the last glacial-interglacial cycle : a three dimensional experiment, *Ann. Glaciol.*, **11**, 52–59. (Cité en page 14.)

Huybrechts, P., 2002. Sea level changes at the LGM from ice-dynamic reconstructions of the Greenland and Antarctic ice sheets during the glacial cycles, *Quat. Sci. Rev.*, **21**, 203–231. (Cité en pages 13 et 14.)

Ivins, E. R. & James, T. S., 2005. Antarctic glacial isostatic adjustement : a new assessment, *Ant. Sci.*, **17**(4), 541–553, doi :10.1017/S0954102005002968. (Cité en pages xvi, xx, 12, 23, 71, 146, 147, 148 et 149.)

James, T. S. & Ivins, E. R., 1997. Global geodetic signatures of the Antarctic ice sheet, *J. Geophys. Res.*, **102**, 605–633. (Cité en page 27.)

James, T. S. & Ivins, E. R., 1998. Predictions of Antarctic crustal motions driven by present-day ice sheet evolution and by isostatic memory of the last glacial maximum, *J. Geophys. Res.*, **103**(B3), 4993–5017. (Cité en pages 71, 126, 127, 128, 146, 148, 149, 150, 153 et 159.)

James, T. S. & Lambert, A., 1993. A comparison of VLBI data with the ICE-3G glacial rebound model, *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 871–874. (Cité en page 9.)

Jekeli, C., 1981. Alternative methods to smooth the Earth's gravity field, Tech. Rep. 327, Dept. of Geod. Sci. and Surv., Ohia State Univ., Columbus. (Cité en page 44.)

Jiang, Y., Dixon, T. H., & Wdowinski, S., 2010. Accelerating uplift in the North Atlantic region as an indicator of ice loss, *Nature*, doi :10.1038/NGEO845. (Cité en pages 21, 22 et 169.)

Johansson, J. M., Davis, J. L., Scherneck, H.-G., Milne, G. A., Vermeer, M., Mitrovica, J. X., Bennet, R. A., Jonsson, B., Elgered, G., Elósegui, P., Koivula, H., Poutanen, M., Rönnäg, B. O., & Shapiro, I. I., 2002. Continuous GPS measurements of post-glacial adjustment in Fennoscandia 1. Geodetic results, *J. Geophys. Res.*, **107**(B8), doi :10.1029/2001JB000400. (Cité en page 10.)

Johnston, P., 1995. The role of hydro-isostasy for Holocene sea-level changes in the British Isles, *Marine Geol.*, **124**, 61–70. (Cité en page 15.)

Joughin, I. & Tulaczyk, S., 2002. Positive mass balance of the Ross ice streams, West Antarctica, *Science*, **295**, 476–479, doi :10.1126/science.1066875. (Cité en page 166.)

Kääb, A., 2008. Glacier volume changes using ASTER satellite stereo and ICESat GLAS laser altimetry. A test study on Edgeøya, Eastern Svalbard, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **46**(10), 2823–2830. (Cité en pages 96, 101, 118, 125 et 136.)

Kaspers, K. A., van de Wal, R. S. W., van den Broeke, M. R., Schwander, J., van Lipzig, N. P. M., & Brenninkmeijer, C. A. M., 2004. Model calculations of the age of firn air across the Antarctic continent, *Atmos. Chem. Phys.*, **4**, 1365–1380. (Cité en page 161.)

Khan, S. A., Wahr, J., Stearns, L. A., Hamilton, G. S., van Dam, T., Larson, K. M., & Francis, O., 2007. Elastic uplift in southeast Greenland due to rapid ice mass loss, *Geophys. Res. Lett.*, **34**(L21701), doi :10.1029/2007GL31468. (Cité en pages viii, 22, 90 et 97.)

Khan, S. A., Wahr, J., Leuliette, E., van Dam, T., Larson, K. M., & Francis, O., 2008. Geodetic measurements of postglacial adjustments in Greenland, *J. Geophys. Res.*, **113**(B02402), doi :10.1029/2007JB004956. (Cité en pages viii et 22.)

Khan, S. A., Liu, L., Wahr, J., Howat, I., Joughin, I., van Dam, T., & Flemming, K., 2010a. GPS measurements of crustal uplift near Jakobshavn Isbrædue to glacial ice mass loss, *J. Geophys. Res.*, **115**(B09405), doi :10.1029/2007JB007490. (Cité en pages 22 et 169.)

Khan, S. A., Wahr, J., Bevis, M., Velicogna, I., & Kendrick, E., 2010b. Spread of ice mass loss into northwest Greenland observed by GRACE and GPS, *Geophys. Res. Lett.*, **37**(L06501), doi :10.1029/2010GL042460. (Cité en pages 22, 65, 169 et 170.)

Kierulf, H. P., Pettersen, B. R., MacMillan, D. S., & Willis, P., 2009a. The kinematics of Ny-Ålesund from space geodetic data, *J. Geodyn.*, **48**, 37–46, doi : 10.1016/j.jog.2009.05.002. (Cité en pages 19, 101, 108 et 120.)

Kierulf, H. P., Plag, H.-P., & Kohler, J., 2009b. Surface deformation induced by present-day ice melting in Svalbard, *Geophys. J. Int.*, **179**, 1–13. (Cité en pages viii, 19, 101, 108 et 137.)

King, M. A., Altamimi, Z., Boehm, J., Bos, M., Dach, R., Elosegui, P., Fund, F., Hernández-Pajares, M., Lavallée, D., Mendes Cerveira, P. J., Penna, N., Riva, R. E. M., Steigenberger, P., van Dam, T., Vittuari, L., Williams, S., & Willis, P., 2010. Improved constraints on models of glacial isostatic adjustment : a review of the contribution of ground-based geodetic observations, *Surv. Geophys.*, **31**, 465–507, doi :10.1007/s10712-010-9100-4. (Cité en pages 149 et 151.)

Kirschvink, J. L., 1992. *Late Proterozoic low-altitude glaciation : the snowball Earth*, The Proterozoic Biosphere, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 51–52. (Cité en page 3.)

Kirschvink, J. L., 2002. Quand tous les océans étaient gelés, *La Recherche*, **355**, 26–30. (Cité en page 3.)

Klees, R., Revtova, E. A., Gunter, B. C., Ditmar, P., Oudman, E., Winsemius, H. C., & Savenije, H. H. G., 2008. The design of an optimal filter for monthly GRACE gravity models, *Geophys. J. Int.*, **175**, 417–432, doi :10.1111/j.1365-246X.2008.03922.x. (Cité en page 44.)

Kohler, J., James, T. D., Murray, T., Nuth, C., Brandt, O., Barrand, N. E., Aas, H. F., & Luckman, A., 2007. Acceleration in thinning rate on western Svalbard glaciers, *Geophys. Res. Lett.*, **34**(L18502), doi :10.1029/2007GL030681. (Cité en pages 90, 96, 101, 109, 118, 125, 136 et 137.)

Korona, J., Berthier, E., Bernard, M., Remy, F., & Thouvenot, E., 2009. SPIRIT. SPOT 5 stereoscopic survey of Polar Ice : Reference Images and Topographies during the fourth International Polar Year (2007-2009), *ISPRS J. Photogrammetry Remote Sens.*, **64**(2), 204–212. (Cité en pages 96, 109 et 136.)

Krabill, W., Abdalati, W., Frederick, E., Manizade, S., Martin, C., Sonntag, J., Swift, R., Thomas, R., Wright, W., & Yungel, J., 2000. Greenland ice sheet : high-elevation balance and peripheral thinning, *Science*, **289**(5478), 428–430, doi :10.1126/science.289.5478.428. (Cité en page 20.)

Kuo, C.-Y., Shum, C. K., Braun, A., & Mitrovica, J. X., 2004. Vercical crustal motion determined by satellite altimetry and tide gauge data in Fennoscandia, *Geophys. Res. Lett.*, **31**(L01608), doi :10.1029/2003GL019106. (Cité en pages vii et 9.)

Kuo, C.-Y., Shum, C. K., Braun, A., Cheng, K., & Yi, Y., 2008. Vertical motion determined by combining satellite altimetry and tide gauge records, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, **19**, 21–35, doi :10.3319/TAO.2008.19.1-2.21.(SA). (Cité en pages vii, xv, 9 et 10.)

Kusche, J., 2007. Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable GRACE-type gravity field models, *J. Geod.*, **81**, 733–749, doi :10.1007/s00190-007-0143-3. (Cité en page 44.)

Kusche, J., Schmidt, R., Petrovic, S., & Rietbroek, R., 2009. Decorrelated GRACE time-variable gravity solutions by GFZ, and their validation using a hydrological model, *J. Geod.*, **83**(10), 903–913, doi :10.1007/s00190-009-0308-3. (Cité en page 43.)

Lambeck, K., Yokoyama, Y., Johnston, P., & Purcell, A., 2000. Global ice volumes at the Last Glacial Maximum and early Lateglacial, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **181**, 513–527. (Cité en page 16.)

Lambert, A., Courtier, N., Sasagawa, G. S., Klopping, F., Winester, D., James, T. S., & Liard, J. O., 2001. New constraints on Laurentide postglacial rebound from absolute gravity measurements, *Geophys. Res. Lett.*, **28**(10), 2109–2112. (Cité en pages vii, viii, 11 et 127.)

Lambert, A., Courtier, N., & James, T. S., 2006. Long-term monitoring by absolute gravimetry : tides to postglacial rebound, *J. Geodyn.*, **41**, 307–317, doi :10.1016/j.jog.2005.08.032. (Cité en pages vii, viii, 11 et 127.)

Larsen, C. F., Motyka, R. J., Freymueller, J. T., Echelmeyer, K. A., & Ivins, E. R., 2005. Rapid viscoelastic uplift in southeast Alaska caused by post-Little Ice Age glacial retreat, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **237**, 548–560, doi :10.1016/j.epsl.2005.06.032. (Cité en pages viii et 17.)

Larson, K. M. & van Dam, T., 2000. Measuring postglacial rebound with GPS and absolute gravity, *Geophys. Res. Lett.*, **27**(23), 3925–3928. (Cité en pages vii, viii, 11 et 127.)

Laskar, J., Robutel, P., Joutel, F., Gastineau, M., Correia, A. C. M., & Levrard, B., 2004. A long-term numerical solution for the insolation quantities of the Earth, *A&A*, **428**, 261–285, doi :10.1051/0004-6361 :20041335. (Cité en pages xv et 7.)

Le Meur, E. & Hindmarsh, R. C. A., 2000. A comparison of two spectral approaches for computing the Earth response to surface loads, *Geophys. J. Int.*, **141**, 282–298. (Cité en page 83.)

Le Meur, E. & Huybrechts, P., 1996. A comparison of different ways of dealing with isostacy : examples from modelling the Antarctic ice sheet during the last glacial cycle, *Ann. Glaciol.*, **23**, 309–317. (Cité en page 13.)

Le Meur, E. & Huybrechts, P., 2001. A model computation of the temporal changes of surface gravity and geoidal signal induced by the evolving Greenland ice sheet, *Geophys. J. Int.*, **145**, 835–849. (Cité en pages 126 et 128.)

Lee, H., Shum, C. K., Yi, Y., Braun, A., & Kuo, C.-Y., 2008. Laurentia crustal motion observed using TOPEX/POSEIDON rada altimetry over land, *J. Geodyn*, **46**, 182–193, doi :10.1016/j.jog.2008.05.001. (Cité en pages xv et 10.)

Legrésy, B., Papa, F., Rémy, F., Vinay, G., van den Bosch, M., & Zanife, O.-Z., 2005. ENVISAT radar altimeter measurements over continental surfaces and ice caps using the ICE-2 retracking algorithm, *Rem. Sens. Envir.*, **95**, 150–163. (Cité en page 156.)

Legrésy, B., Rémy, F., & Blarel, F., 2006. Along track repeat altimetry for ice sheets and continental surface studies, in *on 15 years of progress in radar altimetrie, Venice, Italy, 13-18 March 2006*, vol. 614 of **ESA-SP**, p. 181, European Space Agency Publication Division, Noordwijk, The Netherlands. (Cité en pages 155 et 156.)

Letellier, T., 2004. *Étude des ondes de marées sur les plateaux continentaux*, Ph.D. thesis, Université de Toulouse III, 237 pp. (Cité en page 35.)

Leuliette, E. W. & Miller, L., 2009. Closing the sea level rise budget with altimetry, Argo and GRACE, *Geophys. Res. Lett.*, **36**(L04608), doi :10.1029/2008GL036010. (Cité en page 26.)

Lidberg, M., Johansson, J. M., Scherneck, H.-G., & Davis, J. L., 2007. An improved and extended GPS-derived 3D velocity field of the glacial isostatic adjustment (GIA) in Fennoscandia, *J. Geodesy*, **81**, 213–230. (Cité en page 10.)

Lingle, C. S. & Clarke, J. A., 1979. Antarctic ice-sheet volume at 18,000 years B.P. and Holocene sea-level changes at the West Antarctic margin, *J. Glaciol.*, **24**, 213–230. (Cité en pages 146 et 148.)

Llubes, M., Florsch, N., Hinderer, J., Longuevergne, L., & Amalvict, M., 2004. Local hydrology, the Global Geodynamics Project and CHAMP/GRACE perspective : some case studies, *J. Geodyn.*, **28**, 355–374, doi :10.1016/j.jog.2004.07.015. (Cité en page 85.)

Llubes, M., Lemoine, J.-M., & Rémy, F., 2007. Antarctica seasonal mass variations detected by GRACE, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **260**, 127–136, doi :10.1016/j.epsl.2007.05.022. (Cité en page 24.)

Llubes, M., Florsch, N., Boy, J.-P., Amalvict, M., Bonnefond, P., Bouin, M.-N., Durand, S., Esnoult, M.-F., Exertier, P., Hinderer, J., Lalancette, M.-F., Masson, F., Morel, L., Nicolas, J., Vergnolle, M., & Wöppelmann, G., 2008. Multi-technique monitoring of ocean tide loading in Northern France, *C. R. Geoscience*, **340**, 379–389, doi :10.1016/j.crte.2008.03.005. (Cité en page 90.)

Longman, I. M., 1962. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads. 1. Theory, *J. Geophys. Res.*, **67**, 845–850. (Cité en page 74.)

Longman, I. M., 1963. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads. 2. Computations and numerical results, *J. Geophys. Res.*, **68**, 485–496. (Cité en page 74.)

Love, A. E. H., 1909. The yielding of the Earth to disturbing forces, *Proc. R. Soc. Lond. A.*, **82**, 73–88. (Cité en page 67.)

Luthcke, S. B., Zwally, H. J., Abdalati, W., Rowlands, D. D., Ray, R. D., Nerem, F. G., McCarthy, J. J., & Chinn, D. S., 2006. Recent Greenland ice mass loss by drainage system from satellite gravity observations, *Science*, **24**, doi : 10.1126/science.1130776. (Cité en pages 20, 22, 45, 54 et 102.)

Luthcke, S. B., Arendt, A. A., Rowlands, D. D., McCarthy, J. J., & Larsen, C. F., 2008. Recent glacier mass changes in the Gulf of Alaska region from GRACE mascon solutions, *J. Geophys. Res.*, **54**(188), 767–777. (Cité en pages viii, 17, 54, 102 et 125.)

Lyard, F., Lefevre, F., Letellier, T., & Francis, O., 2006. Modelling the global ocean tides : insights from FES2004, *Ocean Dynamics*, **56**, 394–415. (Cité en page 39.)

Magnùsson, E., Börnsson, H., Dall, J., & Palsson, F., 2005. Volume changes of Vatnajokull ice cap, Iceland, due to surface mass balance, ice flow, and subglacial melting at geothermal areas, *Geophys. Res. Lett.*, **32**(5), 485–496. (Cité en pages 16 et 90.)

Mäkinen, J., Engfeldt, A., Harsson, B. G., Ruotsalainen, H. Strykowski, G., Oja, T., & Wolf, D., 2005. *The Fennoscandian land uplift gravity lines 1966–2003*, vol. 129 of **Gravity, Geoid and Space Missions–GGSM2004**, Springer, IAG Symposia edn., 328–332. (Cité en page 127.)

Mäkinen, J., Amalvict, M., Shibuya, K., & Fukuda, Y., 2007. Aboslute gravimetry in Antarctica : status and prospects, *J. Geodyn.*, **41**, 301–317, doi :10.1016/j.jog.2005.08.032. (Cité en pages 127, 128, 151, 152, 153 et 202.)

Mangerud, J., Bolstad, M., Elgersma, A., Helliksen, D., Landvik, J. Y., Lø nne, I., Lycke, A. K., Salvigsen, O., Sandahl, T., & Svendsen, J. I., 1992. The Last Glacial Maximum on Spitsbergen, Svalbard, *Quat. Res.*, **38**, 1–31. (Cité en page 11.)

Matsumoto, K., Takanezawa, T., & Ooe, M., 2000. Ocean tide models developed by assimilating TOPEX/POSEIDON altimeter data into hydrodynamical model : a global model and a regional model around Japan, *J. Oceanog.*, **56**, 567–581. (Cité en page 35.)

Matsumoto, K., Sato, T., Takanezawa, T., & Ooe, M., 2001. GOTIC2 : A program for computation of oceanic tidal loading effect, *J. Geod. Soc. Japan*, **47**, 243–248. (Cité en page 35.)

Matsuo, K. & Heki, K., 2010. Time-variable ice loss in Asian high mountains from satellite gravimetry, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **290**, 30–36. (Cité en pages 16, 45, 48 et 105.)

Meier, M., 1984. Contributions of small glaciers to global sea level, *Science*, **226**, 1418–1421. (Cité en page 27.)

Meier, M., Dyurgerov, M., Rick, U., O'Neel, S., Pfeffer, W., Anderson, R., Anderson, S., & Glazovsky, A., 2007. Glaciers dominate Eustatic sea-level rise in the 21st century, *Science*, **317**(5841), 1064–1067. (Cité en pages 26 et 90.)

Melezhik, V. A., 2006. Multiple causes of Earth's earliest global glaciation, *Terra Nova*, **18**, 130–137, doi :1.1111/j.1365-3121.2006.00672.x. (Cité en page 2.)

Mémin, A., Rogister, Y., Hinderer, J., Llubes, M., Berthier, E., & Boy, J.-P., 2009. Ground deformation and gravity variations modelled from present-day ice thinning in the vicinity of glaciers, *J. Geodyn.*, **48**(3–5), 195–203, doi :10.1016/j.jog.2009.09.006. (Cité en pages ix, 109 et 128.)

Mémin, A., Rogister, Y., & Hinderer, J., 2011a. Separation of the geodetic consequences of past and present ice-mass change : influence of topography with application to Svalbard (Norway), *Pure Appl. Geophys.*, doi :10.1007/s00024-011-0399-7. (Cité en pages ix et 116.)

Mémin, A., Rogister, Y., Hinderer, J., Omang, O. C., & Luck, B., 2011b. Secular gravity variations at Svalbard (Norway) from ground observations and GRACE satellite data, *Geophys. J. Int.*, **184**(3), 1119–1130, doi :10.1111/j.1365-246X.2010.04922.x. (Cité en pages ix, xx, 133, 137 et 142.)

Menzies, J., 2002. *Modern and past glacial environments*, Butterworth Heinemann, Oxford, a revised student edn. (Cité en page 2.)

Merriam, J. B., 1992. Atmospheric pressure and gravity, *Geophys. J. Int.*, **109**, 488–500. (Cité en pages 36, 82, 109, 128 et 130.)

Milne, G. A., 1998. *Refining models of the glacial isostatic adjustment process*, Ph.D. thesis, University of Toronto, Toronto, Canada. (Cité en pages 9 et 15.)

Milne, G. A. & Mitrovica, J. X., 1998. The influence of time-dependent ocean-continent geometry on predictions of post-glacial sea level change in Australia and New Zealand, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 793–796. (Cité en page 15.)

Milne, G. A., Mitrovica, J. X., & Davis, J. L., 1999. Near-field hydro-isostacy : the implementation of a revised seal-level equation, *Geophys. J. Int.*, **139**, 464–482. (Cité en page 109.)

Mitrovica, J. X. & Forte, A. M., 1997. Radial profile of mantle viscosity : results from the joint inversion of convection and postglacial rebound observables, *J. Geophys. Res.*, **102**(B2), 2751–2769. (Cité en pages 11, 27 et 28.)

Mitrovica, J. X. & Forte, A. M., 2004. A new inference of mantle viscosity based upon joint inversion of convection and glacial isostatic adjustment data, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **225**, 177–189. (Cité en pages 11 et 28.)

Mitrovica, J. X. & Peltier, W. R., 1993. A new formalism for inferring mantle viscosity based on estimates of post-glacial decay times : application to rsl variations in the N.E. Hudson bay, *Geophys. Res. Lett.*, **20**(20), 2183–2186. (Cité en page 28.)

Mitrovica, J. X., Davis, J. L., & Shapiro, I. I., 1993. Constraining proposed combinations of ice history and Earth rheology using VLBI determined baseline length rates in North America, *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 2387–2390. (Cité en pages 9 et 10.)

Mitrovica, J. X., Davis, J. L., & Shapiro, I. I., 1994. A spectral formalism for computing three-dimensional deformations due to surface loads 1. present-day glacial isostatic adjustement, *J. Geophys. Res.*, **99**(B4), 7075–7101. (Cité en page 10.)

Mitrovica, J. X., Wahr, J., Matsuyama, I., Paulson, A., & Tamisiea, M. E., 2006. Reanalysis of ancient eclipse, astronomic and geodetic data : a possible route to resolving the enigma of global sea-level rise, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **243**, 390–399. (Cité en page 27.)

Mitrovica, J. X., Latychev, K., & Tamisiea, M. E., 2007. *Treatise on Geophysics*, vol. 11 of **Physical Geodesy**, chap. Time variable gravity : glacial isostatic adjustment, pp. 197–211, Elsevier, Amsterdam. (Cité en page 27.)

Moholdt, G., Hagen, J. O., Eiken, T., & Schuler, T. V., 2010a. Geometric changes and mass balance of the Austfonna ice cap, Svalbard, *Cryosphere*, **4**, 21–34. (Cité en pages 118, 120, 121, 136 et 137.)

Moholdt, G., Nuth, C., Hagen, J. O., & Kohler, J., 2010b. Recent elevation changes of Svalbard glaciers derived from ICESat laser altimetry, *Remote Sens. Environ.*, **114**(11), 2756–2767, doi :10.1016/j.rse.2010.06.008. (Cité en pages 18, 102, 118, 120 et 121.)

Nakada, M. & Lambeck, K., 1988. The melting history of the late Pleistocene Antarctic ice sheet, *Nature*, **333**, 36–40. (Cité en page 146.)

Nakada, M. & Lambeck, K., 1989. Late Pleistocene and Holocene sea-level change along the Australian region and mantle rheology, *Geophys. J.*, **96**, 497–517. (Cité en pages 16 et 146.)

Nakada, M. & Lambeck, K., 1990. Late Pleistocene and Holocene sea-level change along the Australian Coast, *Pal. Pal. Pal.*, **89**, 143–176. (Cité en page 15.)

Nakada, M., Kimura, R., Okuno, J., Moriwaki, K., Miura, H., & Maemoku, H., 2000. Late Pleistocene and Holocene melting history of the Antarctic ice sheet derived from sea-level variations, *Marine Geol.*, **167**, 85–103. (Cité en pages 146, 148, 149, 150 et 159.)

Nakagawa, I., 1983. Precise calibration of scale values of LaCoste & Romberg gravimeters and international gravimetric connections along the cricum-Pacific zone, Tech. rep., Universtiy of Kyoto, Kyoto, 117 pp. (Cité en pages 153 et 203.)

Nakagawa, I., Shibuya, K., Kaminuma, K., Fujiwara, S., Murakami, M., Ishihara, M., Tsubokawa, T., Hanada, H., & Yokoyama, K., 1994. Absolute gravity measurements at Syowa station during the Japanese Antarctic Research Expedition, *BGI Bull. Inf.*, **75**, 41–56. (Cité en pages xxiv, 152 et 202.)

Niebauer, T., 2007. *Treatise on Geophysics*, vol. 11 of **Physical Geodesy**, chap. Gravimetric methods – absolute gravimeter : instruments concepts and implementation, pp. 43–64, Elsevier, Amsterdam. (Cité en pages 32 et 33.)

Noquet, J.-M., Calais, E., & Parsons, B., 2005. Geodetic constraints on glacial isostatic adjustment in Europe, *Geophys. Res. Lett.*, **32**(L06308), doi :10.1029/2004GL022174. (Cité en page 10.)

Nuth, C., Moholdt, G., Kohler, J., Hagen, J. O., & Kääb, A., 2010. Svalbard glacier elevation changes and contribution to sea level rise, *J. Geophys. Res.*, **115**(F01008), doi :10.1029/2008JF001223. (Cité en pages xv, 18, 19, 101, 109, 118, 120, 121, 125, 136 et 137.)

Ohmura, A., 2004. *Cryosphere during the twentieth century*, vol. 150 of **Geophys. Monogr. Ser.**, AGU, Washington D.C., pp. 239–257. (Cité en pages xv et 16.)

Ohzono, M., Tabei, T., Doi, K., Shubuya, K., & Saiya, T., 2006. Crustal movement of Antarctica and Syowa station based on GPS measurements, *Earth Planet. Space*, **58**(7), 795–804. (Cité en page 151.)

Okuno, J. & Nakada, M., 2002. Contributions of ineffective ice load on sea-level and free-air gravity, ice sheet, sea level and the dynamic earth, *J. Am. Geophys. Un.*, **29**, 177–185. (Cité en page 109.)

Oswald, P., 2005. *Rhéophysique, ou comment coule la matière*, Échelles, Belin, 603 pp. (Cité en page 72.)

Pagli, C. & Sigmundsson, F., 2008. Will present day glacier retreat increase volcanic activity ? Stress induced by recent glacier retreat and its effect on magmatism at the Vatnajökull ice cap, Iceland, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L09304), doi :10.1029/2008GL033510. (Cité en page 171.)

Pagli, C., Sigmundsson, F., Lund, B., Sturkell, E., Geirsson, H., Einarsson, P., Arnadottir, T., & Hreinsdottir, S., 2007. Glacio-isostatic deformation around the Vatnajökull ice cap, Iceland, induced by recent climate warming : GPS observations and finite element modeling, *J. Geophys. Res.*, **112**(B8). (Cité en page 90.)

Park, K. D., Nerem, R. S., Davis, J. L., Schenewerk, M. S., Milne, G. A., & Mitrovica, J. X., 2002. Investigation of glacial isostatic adjustment in the northeast U.S. using GPS measurements, *Geophys. Res. Lett.*, **29**(11), 4–12, doi :10.1029/2001GL013782. (Cité en page 10.)

Paterson, W. S. B., 1981. *The physics of glaciers*, Pergamon Press, Oxford. (Cité en page 12.)

Paul, F. & Haeberli, W., 2008. Spatial variability of glacier elevation changes in the Swiss Alps obtained from two digital elevation models, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L21502), doi :10.1029/2008GL034718. (Cité en page 16.)

Paul, F., Kääb, A., Maisch, M., Kellenberger, T., & Haeberli, W., 2004. Rapid desintegration of Alpine glacierss observed with satellite data, *Geophys. Res. Lett.*, **31**(L21402), doi :10.1029/2004GL020816. (Cité en page 16.)

Paulson, A., Zhong, S., & Wahr, J., 2007. Inference of mantle viscosity from GRACE and relative sea level data, *Geophys. J. Int.*, **171**, 497–508, doi :10.1111/j.1365-246X.2007.03556.x. (Cité en page 28.)

Peltier, W. R., 1974. The impulse response of a Maxwell Earth, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **12**(4), 649–669. (Cité en pages 71, 74, 87 et 88.)

Peltier, W. R., 1976. Glacial-Isostatic Adjustment–II. the inverse problem, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **46**, 669–705. (Cité en pages 88 et 89.)

Peltier, W. R., 1982. Dynamics of the ice-age Earth, *Adv. Geophys.*, **24**, 1–146. (Cité en pages 9, 12, 14 et 28.)

Peltier, W. R., 1985. The LAGEOS constraint on deep mantle viscosity : results from a new normal mode method for the inversion of viscoelastic relaxation spectra, *J. Geophys. Res.*, **90**(B11), 9411–9241. (Cité en pages 71 et 88.)

Peltier, W. R., 1994. Ice age paleotopography, *Science*, **265**(5169), 195–201. (Cité en pages 14, 15, 146 et 148.)

Peltier, W. R., 1996. Mantle viscosity and ice-age ice sheet topography, *Science*, **273**(5280), 1359–1364. (Cité en pages 14 et 15.)

Peltier, W. R., 1998. Postglacial variations in the level of the sea : implications for climate dynamics and solid-Earth geophysics, *Rev. Geophys.*, **36**(4), 603–689. (Cité en pages 8, 12, 14, 27 et 28.)

Peltier, W. R., 2002. Global glacial isostatic adjustment : paleogeodetic and space-geodetic tests of the ICE-4G (VM2) model, *J. Quat. Sci.*, **17**(5-6), 410–510. (Cité en page 15.)

Peltier, W. R., 2004. Global Glacial Isostasy and the surface of the Ice-Age Earth : the ICE-5G (VM2) Model and GRACE, *Ann. Rev. Earth. Planet. Sci.*, **32**, 111–149. (Cité en pages xv, xvi, xx, 10, 14, 15, 22, 23, 113, 146, 147 et 148.)

Peltier, W. R., 2009. Closure of the budget of global sea level over the GRACE era : the importance and magnitudes of the required corrections for global glacial isostatic adjustment, *Quat. Sci. Rev.*, **28**(17–18), 1658–1674, doi :10.1016/j.quascirev.2009.04.004. (Cité en page 26.)

Peltier, W. R. & Andrews, J. T., 1976. Glacial-Isostatic Adjustment–I. the forward problem, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **46**(4), 605–646. (Cité en pages 12, 14 et 28.)

Peltier, W. R. & Drummond, R., 2008. Rheological stratification of the lithosphere : a direct inference based upon the geodetically observed pattern of glacial isostatic adjustment of the North American continent, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L16314), doi :10.1029/2008GL034586. (Cité en page 15.)

Peltier, W. R. & Fairbanks, R. G., 2006. Global glacial ice volume and Last Glacial Maximum duration from an extended Barbados sea level record, *Quat. Sci. Rev.*, **25**, 3322–3337, doi :10.1016/j.quascirev.2006.04.010. (Cité en pages 9 et 15.)

Peltier, W. R., Argus, D., Gyllencreutz, R., Mangerud, J., Lohne, O. S., & Svendsen, J., 2009. A next model of northern hemisphere glaciation history : ICE-6G (VM5a), *Am. Geophys. Union*, p. Fall Meeting, San Francisco, USA. (Cité en pages 14 et 15.)

Petit, J. R., Jouzel, J., Raynaud, D., Barkov, N. I., Barnola, J.-M., Basile, I., Bender, M., Chappellaz, J., Davis, M., Delaygue, G., Delmotte, M., Kotlyakov, V. M., Legrand, M., Lipenkov, V. Y., Lorius, C., Pépin, L., Ritz, C., Saltzman, E., & Stievenard, M., 1999. Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica, *Nature*, **399**. (Cité en pages xv et 5.)

Plag, H.-P., 2006. Recent relative sea-level trends : an attempt to quantify the forcing factors, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **364**, 821–844, doi :10.1098/rsta.2006.1739. (Cité en page 26.)

Plag, H.-P. & Jüttner, H.-U., 1995. Rayleigh-Taylor instabilities of a self-gravitating Earth, *J. Geodyn.*, **20**(3), 267–288. (Cité en page 89.)

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P., 1992. *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, Campridge, 2nd edn. (Cité en page 81.)

Pritchard, H. D., Arthern, R. J., Vaughan, D. G., & Edwards, L. A., 2009. Extensive dynamic thinning on the margins of the Greenland and Antarctic ice sheets, *Nat. Lett.*, **461**, 971–975, doi :10.1038/nature08471. (Cité en page 166.)

Pritchard, M. S., Bush, A. B. G., & Marshall, S. J., 2008. Neglecting ice-atmosphere interactions underestimates ice sheet melt in millennial-scale deglaciation simulations, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L01503), doi :10.1029/2007GL031738. (Cité en page 13.)

Quinn, K. J. & Ponte, R. M., 2010. Uncertainty in ocean mass trends from GRACE, *Geophys. J. Int.*, **181**, 762–768, doi :10.1111/j.1365-245X.2010.04508.x. (Cité en pages 26 et 102.)

Rabatel, A., Francou, B., Jomelli, V., Naveau, P., & Grancher, D., 2008. A chronology of the Little Ice Age in the tropical Andes of Bolivia (16°S) and its implications for climate reconstruction, *Quaternary Res.*, **70**, 198–212. (Cité en pages 16 et 90.)

Ramillien, G., Frappart, F., Cazenave, A., & Güntner, A., 2005. Time variations of land water storage from an inversion of 2 years of GRACE geoids, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **235**, 283–301, doi :10.1016/j.epsl.2005.04.005. (Cité en page 45.)

Ramillien, G., Lombard, A., Cazenave, A., Ivins, E. R., Llubes, M., Rémy, F., & Biancale, R., 2006. Interannual variations of the mass balance of the Antartica and Greenland ice sheets from GRACE, *Glob. Planet. Change*, **53**, 198–208, doi :10.1016/j.gloplacha.2006.06.003. (Cité en pages 20, 21, 23 et 24.)

Ramillien, G., Famiglietti, J. S., & Wahr, J., 2008. Detection of continental hydrology and glaciology signals from GRACE : a review, *Surv. Geophys.*, **29**, 361–374, doi :10.1007/s10712-008-9048-9. (Cité en page 52.)

Rangelova, E. & Sideris, M. G., 2008. Contributions of terrestrial and GRACE data to the study of the secular geoid changes in North America, *J. Geodyn*, **46**(3-5), 131–143, doi :10.1016/j.jog.2008.03.006. (Cité en pages vii, 11 et 54.)

Rangelova, E. van der Wal, W., Braun, A., Sideris, M. G., & Wu, P., 2007. Analysis of Gravity Recovery and Climate Experiment time-variable mass redistribution signals over North America by means of principal component analysis, *J. Geophys. Res.*, **112**(F03002), doi :10.1029/2006JF000615. (Cité en pages 44 et 51.)

Raymond, C. A., Ivins, E. R., Heflin, M. B., & James, T. S., 2004. Quasi-continuous global positioning system measurements of glacial isostatic deformation in the Northern Transantarctic Mountains, *Glob. Planet. Change*, **42**(1–4), 295–303. (Cité en page 151.)

Rémy, F., 2003. *L'Antarctique. La mémoire de la Terre vue de l'espace*, CNRS éditions, Paris. (Cité en pages 4 et 5.)

Rémy, F. & Frezzoti, M., 2006. Antarctica ice sheet mass balance, *C. R. Geosci.*, **338**, 1084–1097, doi :10.1016/j.crte.2006.05.009. (Cité en pages 22, 145 et 156.)

Rémy, F. & Parouty, S., 2009. Antarctic ice sheet and radar altimetry : a review, *Remote Sensing*, **1**, 1212–1229, doi :10.3390/rsl1041212. (Cité en pages xvi, 24, 145, 155 et 156.)

Rémy, F., Testut, L., & Legrésy, B., 2000. Topographie des calottes polaires par altimétrie satellite, *C. R. Acad. Sci.*, **330**(Ser. IIa), 457–467. (Cité en pages 155 et 156.)

Rerolle, T., Florsh, N., Llubes, M., Boudin, F., & L., L., 2006. L'inclinométrie, un nouvel outil pour le suivi temporel des aquifères ?, *C. R. Geoscience*, **338**, 775–786. (Cité en pages 77, 90 et 97.)

Rignot, E. & Kanagaratnam, P., 2006. Changes in the velocity structure of the Greenland ice sheet, *Science*, **311**, 986–990, doi :10.1029/2004GL021947. (Cité en pages xv et 20.)

Rignot, E. & Thomas, R. H., 2002. Mass balance of polar ice sheets, *Polar Sci.*, **297**, 1502–1506. (Cité en pages 22 et 145.)

Rignot, E., Rivera, A., & Casassa, G., 2003. Contribution of the Patagonia Icefields of South America to sea level rise, *Science*, **302**(5644), 434–437. (Cité en page 90.)

Rignot, E., Bamber, J. L., Van den Broecke, M., Davis, C., Li, Y., Van de Berg, W. J., & Van Meijgaard, E., 2008a. Recent Antarctic ice mass loss from radar interferometry and regional climate modelling, *Nature*, **1**, 106–110. (Cité en pages 22 et 166.)

Rignot, E., Box, J. E., Burgess, E., & Hanna, E., 2008b. Mass balance of the Greenland ice sheet from 1958 to 2007, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L20502), doi :10.1029/2008GL035417. (Cité en pages xv, 20, 21 et 90.)

Riva, R. E. M., Gunter, B. C., Urban, T. J., Vermeersen, B. L. A., Lindenbergh, R. C., Helsen, M. M., Bamber, J. L., van de Wal, R. S. W., van den Broeke, M. R., & Schutz, B. E., 2009. Glacial isostatic adjustment over Antarctica from combined ICESat and GRACE satellite data, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **288**, 516–523, doi :10.1016/j.epsl.2009.10.013. (Cité en pages xvi, 24, 25, 45, 48, 54, 145, 155, 158, 159, 161 et 162.)

Riva, R. E. M., Bamber, J. L., Lavallé, D., & Wouters, B., 2010. Sea-level fingerprint of continental water and ice mass change from GRACE, *Geophys. Res. Lett.*, **37**(L19605), doi :10.1029/2010GL044770. (Cité en page 26.)

Robertsson, L., Francis, O., van Dam, T. M., Faller, J., Ruess, D., Delinte, J.-M., Vitushkin, L., Liard, J., Gagnon, C., Guang, G. Y., Lun, H. D., Yuan, F. Y., Yi, X. J., Jeffries, G., Hopewell, H., Edge, R., Robinson, I., Kibble, B., Makinen, J., Hinderer, J., Amalvict, M., Luck, B., Wilmes, H., Rehren, F., Schmidt, K., Schnull, M., Cerutti, G., Germak, A., Zabek, Z., Pachuta, A., Arnautov, G., Kalish, E., Stus, Y., Stizza, D., Friederich, J., Chartier, J.-M., & Marson, I., 2001. Results from the fifth international comparison of absolute gravimeters, ICAG97, *Metrologia*, **38**, 71–78. (Cité en pages 32 et 103.)

Rodell, M. & Famiglietti, J. S., 1999. Detectability of variations in continental water storage from satellite observations of the time dependent gravity field, *Water Resour. Res.*, **35**, 2705–2723. (Cité en page 102.)

Rodell, M. & Famiglietti, J. S., 2001. An analysis of terrestrial water sotrage variations in Illinois with implications for the gravity recovery and climate experiment (GRACE), *Water Resour. Res.*, **37**, 1327–1340. (Cité en page 102.)

Rodell, M., Velicogna, I., & Famiglietti, J. S., 2009. Satellite-based estimates of groundwater depletion in India, *Nature*, **460**, 999–1002, doi :10.1038/nature08238. (Cité en page 54.)

Rogister, Y., Le Moigne, N., Hothem, L., Collett, D., Winefield, R., & Hinderer, J., 2010. Gravity survey at McMurdo station, Scott Base, Cape Roperts and Mario Zucchelli station, Antarctica, 4–30 November 2009, Tech. rep., EOST. (Cité en pages 153, 202 et 203.)

Rostami, K., Peltier, W. R., & Mangini, A., 2000. Quaternary marine terraces, sea-level changes and uplift history of Patagonia, Argentina : comparisons with predictions of the ICE-4G (VM2) model of the global process of glacial isostatic adjustment, *Quat. Sci. Rev.*, **19**, 1495–1525. (Cité en page 11.)

Rülke, A., Dietrich, R., Fritsche, M., Rothacher, M., & Steigenberger, P., 2008. Realization of the Terrestrial Reference System by a reprocessed global GPS network, *J. Geophys. Res.*, **113**(B08409), doi :10.1029/2007JB005231. (Cité en pages 108, 120 et 151.)

Sasagawa, G., Meunier, T., Mullins, J., McAdoo, D., & Klopping, F., 2004. Absolute gravimetry in Antarctica : 1995 observations at McMurdo station and Terra Nova Bay station, *U.S. Geological Survey Open-file Report 2004*, **1190**, hhtp ://pubs.usgs.gov/of/2004/1190/index.html. (Cité en pages 153 et 203.)

Sasgen, I., Martinec, Z., & Fleming, K., 2006. Wiener optimal filtering of GRACE data, *Stud. Geophys. Geod.*, **50**, 499–508. (Cité en page 44.)

Sasgen, I., Martinec, Z., & Fleming, K., 2007a. Regional ice-mass changes and glacial-isostatic adjustment in Antarctica from GRACE, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **264**, 391–401, doi :10.1016/j.epsl.2007.09.029. (Cité en page 24.)

Sasgen, I., Martinec, Z., & Fleming, K., 2007b. Wiener optimal combination and evaluation of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity fields over Antarctica, *J. Geophys. Res.*, **112**(B04401), doi :10.1029/2006JB004605. (Cité en pages 24 et 44.)

Sato, T., Okuno, J., Hinderer, J., MacMillan, D. S., Plag, H. P., Francis, O., Falk, R., & Fukuda, Y., 2006. A geophysical interpretation of the secular displacement and gravity rates observed at Ny-Ålesund, Svalbard in the Arctic–effects of post-glacial rebound and present-day ice melting, *Geophys. J. Int.*, **165**, 729–743. (Cité en pages viii, xviii, xix, xx, xxiii, xxiv, 19, 90, 95, 96, 97, 98, 100, 101, 102, 103, 104, 106, 108, 109, 113, 114, 120, 133, 137, 140, 141, 142 et 143.)

Sato, T., Larsen, C. F., Miura, S., Ohta, Y., Fujimoto, H., Sun, W., Motyka, R. J., & Freymueller, J. T., 2010. Reevalutation of the viscoelastic and elastic responses to the past and present-day ice changes in Southeast Alaska, *Tectonophysics*, **in press**, doi :10.1016/j.tecto.2010.05.009. (Cité en pages viii, 17 et 170.)

Sauber, J. & Molnia, B. F., 2004. Glacier ice mass fluctuations and fault instability in tectonically active Southern Alaska, *Glob. Planet. Change*, **42**, 279–293, doi :10.1016/j.gloplacha.2003.11.012. (Cité en page 171.)

Sauber, J., Plafker, G., Molnia, B. F., & Bryant, M. A., 2000. Crustal deformation associated with glacial fluctuations in the eastern Chugach Mountains, Alaska, *J. Geophys. Res.*, **105**(B4), 8044–8077. (Cité en page 171.)

Scherneck, H.-G. & al., 2003. *BIFROST : Observing the three dimensional deformation of Fennoscandia*, vol. 29 of **Ice Sheets, Sea Level, and the Dynamic Earth, Geodyn.**, AGU, Washington, D. C., 69–93. (Cité en page 10.)

Schmidt, R., Schwintzer, P., Flechtner, F., Reigber, C., Günter, A., Döll, P., Ramillien, G., Cazenave, A., Petrovic, S., Jochmann, H., & Wünsch, J., 2006. GRACE observations of changes in continental water storage, *Glob. Planet. Change*, **50**, 112–126, doi :10.1016/j.gloplacha.2004.11.018. (Cité en page 52.)

Schrama, E. J. O. & Wouters, B., 2011. Revisiting Greenland ice sheet mass loss observed by GRACE, *J. Geophys. Res.*, **116**(B02407), doi :10.1029/2009JB006847. (Cité en pages viii, 19, 21, 22, 44 et 51.)

Sella, G. F., Stein, S., Dixon, T. H., Craymer, M., James, T. S., Mazzoti, S., & Dokka, R. K., 2007. Observation of glacial isostatic adjustment in stable North America with GPS, *Geophys. Res. Lett.*, **34**(L02306), doi :10.1029/2006GL027081. (Cité en pages xv et 10.)

Shackleton, N. J. & Opdyke, N. D., 1973. Oxygen isotope and paleomagnetic stratigraphy of equatorial Pacifique core V28-238 : oxygene isotope temperatures and ice volumes on a 10^5 and 10^6 year time scale, *Quat. Sci. Res.*, **3**, 39–54. (Cité en page 4.)

Shepard, F. P., 1963. Thirty-five thousand years of sea level, *Essays in Marine Geology*, pp. 1–10, University Southern California Press. (Cité en page 15.)

Siegert, M. J. & Dowdeswell, J. A., 2004. Numerical reconstructions of the Eurasian Ice Sheet and climate during the Late Wiechselian, *Quat. Sci. Rev.*, **23**, 1273–1283, doi :10.1016/j.quascirev.2003.12.010. (Cité en page 13.)

Sjöberg, L. E., Pan, M., Erlingsson, S., Asenjo, E., & K., A., 2004. Land uplift near Vatnajökull, Iceland, as observed by GPS in 1992, 1996 and 1999, *Geophys. J. Int.*, **159**, 943–948. (Cité en pages 90 et 97.)

Slobbe, D. C., Ditmar, P., & Lindenbergh, R. C., 2009. Estimating the rates of mass change, ice volume change and snow volume change in Greenland from ICESat and GRACE data, *Geophys. J. Int.*, **176**, 95–106. (Cité en pages viii, xvi, 20, 21, 22, 45, 90, 106 et 125.)

Smith, B. E., Bentley, C. R., & Raymond, C. F., 2005. Recent elevation changes on the ice streams and ridges of the Ross Embayement from ICESat crossovers, *Geophys. Res. Lett.*, **32**(L21S09), doi :10.1029/2005GL024365. (Cité en page 166.)

Spada, G., 2003. *The theory behind TABOO*, Urbino, Italy, samizdat press edn. (Cité en page 88.)

Spada, G. & Boschi, L., 2006. Using the Post-Widder formula to compute the Earth's viscoelastic Love numbers, *Geophys. J. Int.*, **166**(1), 309–321, doi :10.1111/j.1365-246X.2006.02995.x. (Cité en pages 88 et 89.)

Spada, G. & Stocchi, P., 2007. SELEN : A Fortran 90 program for solving the "sea level equation", *Comput. Geosci.*, **33**, 538–562. (Cité en pages i, iii, ix, xx, 103, 108, 113, 147, 149 et 169.)

Stearns, L. A. & Hamilton, G. S., 2007. Rapid volume loss from two East Greenland outlet glaciers quantified using repeat stereo satellite imagery, *Geophys. Res. Lett.*, **34**(L05503), doi :10.1029/2006GL028982. (Cité en page 90.)

Steffen, H., Denker, H., & Müller, J., 2008. Glacial isostatic adjustment in Fennoscandia from GRACE data and comparison with geodynamical models, *J. Geodyn.*, **46**(3-5), 155–164, doi : 10.1029/j.jog.2008.03.002. (Cité en pages vii, 11, 28, 54 et 106.)

Steffen, H., Gitlein, O., Denker, H., Müller, J., & Timmen, L., 2009a. Present rate of uplift in Fennoscandia from GRACE and absolute gravimetry, *Tectonophysics*, **474**, 69–77, doi :10.1016/j.tecto.2009.01.012. (Cité en pages vii, 11, 54, 65 et 106.)

Steffen, H., Petrovic, S., Müller, J., Schmidt, R., Wünsch, J., Barthelmes, F., & Kusche, J., 2009b. Significance of secular trends of mass variations determined from GRACE solutions, *J. Geodyn.*, **48**, 157–165, doi :10.1016/j.god.2009.09.029. (Cité en pages viii, 20, 21 et 54.)

Stuiver, M., Denton, G. H., Hughes, T. J., & Fastook, J. L., 1981. *History of the marine ice sheet in West Antartica during the last glaciation : a working hypothesis*, Last great ice sheets, Wiley, New York, pp. 319–439. (Cité en pages 12 et 146.)

Sun, M., Miura, S., Sato, T., Sugano, T., Freymueller, J., Kaufman, M., Larsen, C. F., Cross, R., & Inazu, D., 2010. Gravity measurements in southeastern Alaska reveal negative gravity rate of change caused by glacial isostatic adjustment, *J. Geophys. Res.*, **115**(B12406), doi :10.1029/2009JB007194. (Cité en pages 17 et 170.)

Sund, M., Eiken, T., Hagen, J. O., & Kääb, A., 2009. Svalbard surge dynamics derived from geometric changes, *Ann. Glaciol.*, **50**(52), 50–60, doi :10.3189/172756409789624265. (Cité en pages 120 et 169.)

Svendsen, J. I., Alexanderson, H., Astakhov, V. I., Demidov, I., Dowdeswell, J. A., Funder, S., Gataullin, V., Henriksen, M., Hjort, C., Houmark-Nielsen, M., Hubberten, H. W., Ingólfsson, O., Jakobsson, M., Kjæ r, K. H., Larsen, E., Lokrantz, H., Lunkka, J. P., Lyså, A., Mangerud, J., Matiouchkov, A., Murray, A., Möller, P., Niessen, F., Nikolskaya, O., Polyak, L., Saarnisto, M., Siegert, C., Siegert, M. J., Spielhagen, R. F., & Stein, R., 2004. Late Quaternary ice sheet history of northern Eurasia, *Quat. Sci. Rev.*, **23**, 1229–1271, doi :10.1016/j.quascirev.2003.12.008. (Cité en pages xv, 11 et 12.)

Swenson, S. & Wahr, J., 2006. Post-processing removal of the correlated errors in GRACE data, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L08402), doi :10.1029/2006GL025285. (Cité en pages xvi, xvii, xxi, xxii, xxiii, xxiv, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 62, 63, 100, 106, 108, 115, 121, 155, 159, 184, 185, 186, 187 et 188.)

Tamisiea, M. E., Leuliette, E. W., Davis, J. L., & Mitrovica, J. X., 2005. Constraining hydrological and cryospheric mass flux in southeastern Alaska using space-based gravity measurements, *Geophys. Res. Lett.*, **32**(L20501), doi :10.1029/2005GL023961. (Cité en pages 17, 45 et 102.)

Tamisiea, M. E., Mitrovica, J. X., & Davis, J. L., 2007. GRACE gravity data constrain ancient ice geometries and continental dynamics over Laurentia, *Science*, **316**, 881–883, doi :10.1126/science.1137157. (Cité en pages 11 et 28.)

Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M., & Reigber, C., 2004. The gravity revocery and climate expreriment : mission overview and early results, *Geopphys. Res. Lett.*, **31**(L09607), doi :10.1029/2004GL019920. (Cité en page 36.)

Tarasov, L. & Peltier, W. R., 2002. Greenland glacial history and local geodynamic consequences, *Geophys. J. Int.*, **150**, 198–229. (Cité en page 13.)

Thomas, M., 2002. *Ocean induced variations of Earth's rotation - Results from a simultaneaous model of global circulation and tides*, Ph.D. thesis, University of Hamburg, Hamburg, Germany, 129 pp. (Cité en page 39.)

Tiwari, V. M., Singh, B., Vyaghreswara Rao, M. B. S., & Mishra, D. C., 2006. Absolute gravity measurements in India and Antarctica, *Current Science*, **91**(5), 686–689. (Cité en pages 153 et 202.)

Tiwari, V. M., Wahr, J., & Swenson, S., 2009. Dwindling groundwater resources in northern India, from satellite gravity observations, *Geophys. Res. Lett.*, **36**(L18401), doi :10.1029/2009GL039401. (Cité en page 54.)

Tregoning, P. & Lambeck, K., 2010. Origin of the ITRF : finding consistency between GPS and GIA models, *EGU General Assembly*, **12**, EGU2010-7352. (Cité en page 108.)

Tregoning, P., Ramillien, G., McQueen, H., & Zwartz, D., 2009a. Glacial isostatic adjustment and nonstationary signals observed by GRACE, *J. Geophys. Res.*, **114**(B06406), doi :10.1029/2008JB006161. (Cité en pages 21 et 24.)

Tregoning, P., Watson, C., Ramillien, G., McQueen, H., & Zhang, J., 2009b. Detecting hydrologic deformation using GRACE and GPS, *Geophys. Res. Lett.*, **36**(L15401), doi :10.1029/2009GL038718. (Cité en page 64.)

Tushingham, A. & Peltier, W., 1991. ICE-3G : a new global model of Late Pleistocene deglaciation based upon geophysical predictions of postglacial relative sea level change, *J. Geophys. Res.*, **96**, 4497–4523. (Cité en pages xx, xxiii, 14, 15, 103, 109, 113, 120, 126, 136, 146, 147 et 148.)

van Dam, T., Wahr, J., & Lavallée, D., 2007. A comparison of annual vertical crustal displacements from GPS and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) over Europe, *J. Geophys. Res.*, **112**(B03404), doi :10.1029/2006JB004335. (Cité en pages 64 et 160.)

van den Berg, J., van de Wal, R. S. W., Milne, G. A., & Oerlemans, J., 2008a. Effect of isostacy on dynamical ice sheet modelling : a case study for Eurasia, *J. Geophys. Res.*, **113**(B05412), doi :10.1029/2007JB004994. (Cité en pages 13 et 14.)

van den Berg, J., van de Wal, R. S. W., & Oerlemans, J., 2008b. A mass balance model for the Eurasian ice sheet for the last 120,000 years, *Glob. Planet. Change*, **61**, doi :10.1016/j.gloplacha.2007.08.015. (Cité en pages 13 et 14.)

van den Broeke, M., Bamber, J., Ettema, J., Rignot, E., Schrama, E., van de Berg, J., van Meijgaard, E., Velicogna, I., & Wouters, B., 2009. Partitioning recent Greenland mass loss, *Science*, **326**, 984–986, doi :10.1126/science.1178176. (Cité en pages viii, 20 et 22.)

van der Wal, W., Wu, P., Sideris, M. G., & Shum, C. K., 2008. Use of GRACE determined secular gravity rates for glacial isostatic adjustment studies in North-America, *J. Geodyn*, **46**(3-5), 144–154, doi :10.1016/j.jog.2008.03.007. (Cité en pages vii, 11 et 54.)

Velicko, A. A., Kononv, Y. M., & Faustova, M. A., 1997. The last deglaciation of Earth : size and volume of ice sheets, *Quat. Int.*, **41/42**, 43–51. (Cité en pages 11 et 12.)

Velicogna, I., 2009. Increasing rates of ice-mass loss from the Greenland and Antarctic ice sheets revealed by GRACE, *Geophys. Res. Lett.*, **36**(L19503), doi :10.1029/2009GL040222. (Cité en pages viii, 20, 21, 23, 24, 54, 125, 146 et 155.)

Velicogna, I. & Wahr, J., 2002. A method of combining ICESat and GRACE satellite data to constrain Antarctic mass balance, *J. Geophys. Res.*, **105**(B7), 16279–16294. (Cité en page 158.)

Velicogna, I. & Wahr, J., 2005. Greenland mass balance from GRACE, *Geophys. Res. Lett.*, **32**(L18505), doi :10.1029/2005GL023955. (Cité en pages 20, 21 et 54.)

Velicogna, I. & Wahr, J., 2006a. Measurements of time-variable gravity show mass loss in Antarctica, *Science*, **311**(1754), doi :10.1126/science.1123785. (Cité en pages 23 et 102.)

Velicogna, I. & Wahr, J., 2006b. Acceleration of Greenland ice mass loss in spring 2004, *Science*, (1754), doi :10.1038/nature05168. (Cité en pages 20 et 102.)

Vincent, C., Le Meur, E., Six, D., & Funk, M., 2005. Solving the paradox of the end of the Little Ice Age in the Alps, *Geophys. Res. Lett.*, **32**(L09706), doi :10.1029/2005GL022552. (Cité en pages 16 et 90.)

Vincent, C., Le Meur, E., D., S., & Thibert, E., 2007. Un service d'observation des glaciers des alpes françaises glacioclim-alpes, pour quoi faire ?, *La Houille Blanche*, **03**, 86–95. (Cité en page 91.)

Wahr, J., DaZhong, H., & Trupin, A., 1995. Predictions of vertical uplift caused by changing polar ice volumes on a viscoelastic earth, *Geophys. Res. Lett.*, **22**(8), 977–980. (Cité en pages viii, ix, xix, xx, 11, 109, 115, 117, 125, 126, 127, 141, 142 et 157.)

Wahr, J., Molenaar, M., & Bryan, F., 1998. Time variability of the Earth's gravity field : hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE, *J. Geophys. Res.*, **103**(B12), 30205–30229. (Cité en pages 43, 44 et 160.)

Wahr, J., Wingham, D., & Bentley, C., 2000. A method of combining ICESat and GRACE satellite data to constrain Antarctic mass balance, *J. Geophys. Res.*, **105**(B7), 16279–16294. (Cité en pages viii, 24, 157, 158 et 167.)

Wahr, J., Swenson, S., & Velicogna, I., 2006. Accuracy of GRACE mass estimates, *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L06401), doi :10.1029/2005GL025305. (Cité en pages 61 et 63.)

Walcott, R. I., 1972. Late Quaternary evidence of glacio-isostatic rebound, *Rev. Geophys. Sp. Phys.*, **10**(849–884). (Cité en page 11.)

Wang, H., Wu, P., & van der Wal, W., 2008. Using postglacial sea level, crustal velocities and gravity-rate-of-change to constrain the influence of thermal effects on mantle lateral heterogeneities, *J. Geodyn.*, **46**, 104–117, doi :10.1016/j.jog.2008.03.003. (Cité en page 28.)

Watson, G. N., 1998. *A treatise on the Theory of Bessel Functions*, Cambridge University Press, New York, 804 pp. (Cité en page 76.)

Willis, P., 2008. *Technologies to operate year-round remote global navigation satellite system (GNSS) stations in extreme environnements*, Geodetic and geophysical observations in Antarctica, Springer, Berlin, pp. 11–35. (Cité en page 151.)

Wilson, G. S. & Tinto, K. J., 2009. Calibration values for gravity base stations, McMurdo station and Scott Base, Ross Island, Antarctica, *Antarct. Sci.*, doi :10.1017/S0954102009001977. (Cité en pages 153 et 203.)

Wingham, D. J., Shepherd, A., Muir, A., & Marshall, G. J., 2006. Mass balance of the Antarctic ice sheet, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **364**, 1627–1635, doi :10.1098/rsta.2006.1792. (Cité en pages viii, 23 et 166.)

Wolf, D., Barthelmes, F., & Sigmundsson, F., 1997. Predictions of deformation and gravity variation caused by recent change of Vatnajökull ice cap, Iceland, *Compt. Rend. J. Luxemb. Geodyn.*, **82**, 36–42. (Cité en page 127.)

Wouters, B. & Schrama, E. J. O., 2007. Improved accuracy of GRACE gravity solutions through empirical orthogonal function filtering of spherical harmonics, *Geophys. Res. Lett.*, **34**(L23711), doi :10.1029/2007GL032098. (Cité en page 44.)

Wouters, B., Chambers, D., & Schrama, E. J. O., 2008. GRACE observes small-scales mass loss in Greenland, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L20501), doi :10.1029/2008GL034816. (Cité en pages 19, 20, 22, 51, 118, 121 et 125.)

Wu, P., 2006. Sensitivity of relative sea levels and crustal velocities in Laurentide to to radial and lateral viscosity variations in the mantle, *Geophys. J. Int.*, **165**, 401–413, doi :10.1111/j.1365-246X.2006.02960.x. (Cité en page 28.)

Wu, P. & Ni, Z., 1996. Some analytical solutions for the visco-elastic gravitational relaxation of a two-layer non-self-gravitating incompressible spherical Earth, *Geophys. J. Int.*, **126**, 413–436. (Cité en page 89.)

Wu, P. & Peltier, W. R., 1982. Viscous gravitational relaxation, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **70**, 435–485. (Cité en pages 71, 87, 88 et 89.)

Wu, P. & Peltier, W. R., 1983. Glacial isostatic adjustment and free air gravity anomaly as a constraint on deep mantel viscosity, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **74**, 377–450. (Cité en pages 11, 14, 15 et 146.)

Wu, P. & Wang, H., 2008. Postglacial isostatic adjustment in a self-gravitating spherical earth with power-law rheology, *J. Geodyn.*, **46**, 118–130, doi :10.1016/j.jog.2008.03.008. (Cité en page 28.)

Wu, P., Steffen, H., & Wang, H., 2010a. Optimal locations for GPS measurements in North America and northern Europe for constraining Glacial Isostatic Adjustment, *Geophys. J. Int.*, **181**, 653–664, doi :10.111/j.1365-246X.2010.04545.x. (Cité en page 28.)

Wu, X., Heflin, M. B., Schotman, H., Vermeersen, B. L. A., Dong, D., Gross, R. S., Ivins, E. R., Moore, A. W., & Owen, S. E., 2010b. Simultaneous estimation of global present-day water transport and glacial isostatic adjustment, *Nat. Geo.*, **3**, 642–646, doi :10.1038/NGEO938. (Cité en pages viii, xv, xvi, 17, 18, 20, 21, 23 et 24.)

Zhang, Z.-Z., Chao, B. F., Lu, Y., & Hsu, H.-T., 2009. An effective filtering for GRACE time-variable gravity : Fan filter, *Geophys. Res. Lett.*, **36**(L17311), doi :10.1029/2009GL039459. (Cité en page 44.)

Zwally, H. J., Giovinetto, M. B., Li, J., Cornejo, H. G., Beckley, M. A., Brenner, A. C., Saba, J. L., & Yi, D., 2005. Mass changes of the Greenland and Antarctic ice sheets and shelves and contributions to sea-level rise : 1992–2002, *J. Glacio.*, **51**(175), 509–527. (Cité en pages viii, 23 et 166.)