

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG - ECOLE ET OBSERVATOIRE
DES SCIENCES DE LA TERRE

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DE LA
TERRE ET DE L'UNIVERS

T H È S E

pour obtenir le titre de

Docteur en Géophysique

de l'Université de Strasbourg

Présentée et soutenue par

Pierre WAWRZYNIAK

**Suivi Temporel Magnétotellurique :
Application à un Réservoir Volcanique**

Thèse dirigée par Pascal SAILHAC

préparée à l'EOST

soutenue le 9 Mai 2011

**Jury : Michel CARA, Juanjo LEDO, Guy MARQUIS, Pascal SAILHAC,
Pascal TARITS, Jacques ZLOTNICKI**

Invité : Jean-Jacques SCHOTT

Table des matières

1	Avant-Propos	1
2	Principes de Magnétotellurique	5
2.1	Les sources de la Magnétotellurique (MT) : variations géomagnétiques et éclairs atmosphériques	6
2.1.1	Variations S_q (solar quiet)	6
2.1.2	Variations DST (disturbed)	7
2.2	Théorie générale de l'induction terrestre	11
2.2.1	Equations de Maxwell et de continuité	11
2.2.2	Conditions aux limites	15
2.2.3	Notation complexe des champs électromagnétiques	16
2.2.4	Approximation des régimes quasi-stationnaires (A.R.Q.S)	17
2.2.5	Onde plane électromagnétique dans un milieu homogène	18
2.2.6	Onde plane électromagnétique dans un milieu tabulaire	22
2.3	Tenseur d'impédance Magnétotellurique	28
2.3.1	Opérateurs Magnétotelluriques	28
2.3.2	Expression des champs en fonction des sources	30
2.3.3	Modèles d'impédance	32
2.3.4	Invariants du Tenseur d'impédance	36
2.4	Estimation du tenseur d'impédance magnétotellurique	37
2.4.1	Théorie de [Sims 1971]	37
2.4.2	Méthode dite de Référence Lointaine (ou <i>Remote Reference</i> , introduite par [Goubau 1978])	40
2.4.3	Erreurs et méthodes Robustes	43
2.5	Suivi temporel MT et limites des méthodes 'robustes'	46
2.5.1	Le suivi temporel MT	47
2.5.2	Stabilité des estimations MT	47
2.5.3	Applications de suivi temporel	47
3	Erreurs Robustes sur le tenseur MT	51
3.1	Article soumis à <i>Geophysical Prospecting</i> : Robust Error On MT Impedance Estimates	51
3.2	Variabilité temporelle d'estimations MT	71
3.2.1	Description des données et objectifs	71
3.2.2	Traitement	71
3.2.3	Résultats	72
3.3	Perspectives méthodologiques	87
4	Suivi Temporel MT au Piton de la Fournaise (1997-1998)	89
4.1	Le Piton de la Fournaise : activité et hypothèses géophysiques	90
4.2	L'éruption de 1998	94

4.2.1	Chronologie de l'éruption	94
4.2.2	Etudes de l'éruption	95
4.3	Suivi Temporel MT	103
4.4	Etude de la résolution temporelle	105
4.4.1	Données synthétiques	105
4.4.2	Données Réelles	107
4.5	Article : Resistivity variations associated with the 1998 large eruption at La Four- naise volcano inferred by continuous MT monitoring	116
5	Conclusion	139
	Bibliographie	141

CHAPITRE 1

Avant-Propos

La résistivité électrique de la croûte terrestre est une grandeur physique qui varie sur plusieurs ordres de grandeur, allant de $10^{-5}\Omega.m$ pour les minerais métalliques à $10^7\Omega.m$ pour les gabbros. Cette gamme étendue des valeurs est un atout pour la caractérisation des structures géologiques. Les méthodes géophysiques de prospection électro-magnétiques (EM) sont sensibles à la résistivité électrique du sous-sol à différentes échelles de profondeur. De toutes ces méthodes, la magnéto-tellurique (MT) est celle qui permet d'investiguer les zones les plus profondes, jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres.

La MT consiste en la mesure simultanée et en surface et fond de mer des composantes horizontales du champ électrique et des trois composantes du champ magnétique, puis en l'estimation, en domaine spectral, d'une fonction de transfert reliant ces deux champs : le tenseur d'impédance magnéto-tellurique. De ce tenseur sont extraites deux grandeurs d'observation : la résistivité électrique apparente et la phase apparente (déphasage entre les champs électrique et magnétique) qui sont liées aux propriétés du sous-sol. On définit le suivi temporel MT comme l'estimation périodique des grandeurs MT dans le temps en un site de mesure fixe.

Elle est généralement utilisée comme une méthode d'imagerie géo-électrique à des fins de recherche d'hydrocarbures en domaine marin et terrestre, de minerais, de fluides dans la croûte terrestre (polluants, eau), de zones conductrices liées à un potentiel géothermique et/ou volcanique, d'interfaces tectoniques dans des études de géologie structurale. C'est une méthode EM dont les sources sont naturelles : aux basses fréquences, les courants ionosphériques et magnétosphériques et aux hautes fréquences, les éclairs atmosphériques ('sferics'). En outre, le contenu fréquentiel de ces sources présente une grande variabilité temporelle.

Du fait du caractère naturel de ses sources, de leurs propriétés fluctuantes (on parle de non-stationnarité des sources) et de la contamination des données par des bruits électromagnétiques anthropiques, l'estimation des résistivités par la MT est complexe et nécessite des techniques de calcul introduisant des statistiques. Il en résulte qu'en un site de mesure aux propriétés géo-électriques constantes, des estimations successives de résistivités apparentes peuvent présenter une variabilité importante, suggérant une dynamique factice du milieu et ce malgré l'usage des méthodes de calcul statistiques. Dans le cadre d'un milieu dynamique, où la résistivité varie avec le temps, l'exécution d'un suivi temporel de la résistivité apparente (estimations successives des grandeurs MT dans le temps), fiable et représentatif des variations réelles, se heurte à ces difficultés. La théorie des sources MT ainsi que les techniques d'estimation du tenseur et des erreurs sur son calcul sont présentées de manière synthétique dans le **Chapitre 2**.

Afin de différencier ces variations factices des véritables variations temporelles des propriétés géo-électriques du milieu, des estimateurs d'erreurs de différentes natures et degrés de complexité sont disponibles. La plupart d'entre eux ont été testés sur un site de mesure statique par [Eisel 2001], dans une configuration de suivi temporel. Il s'avère qu'ils sous-estiment la variabi-

lité des séries temporelles de résistivités MT qui est due aux propriétés de la source et au bruit anthropique.

C'est dans ce contexte que nous abordons le problème du suivi temporel MT en domaine volcanique. Le 9 Mars 1998, le Piton de la Fournaise (volcan basaltique situé sur la partie Est de l'île de la Réunion) est entré dans une éruption de type strombolienne après une période d'inactivité de 6 ans. L'activité éruptive a duré 196 jours et a impliqué un volume de 60 Mm^3 de magma.

En théorie, un tel volume de roche fondue et d'eau a une signature électrique importante : i) la matrice de la roche-mère de la lave, portée à haute température, présente des résistivités très faibles, ii) l'eau présente dans les pores des roches environnantes et au voisinage des flux de lave possède une signature à résistivité faible également.

Nous disposons des données provenant de deux stations de mesures MT, situées sur l'édifice, enregistrant continuellement les champs électrique et magnétique à une fréquence d'échantillonnage faible de 50 mHz. En MT, comme pour toutes les méthodes EM, la profondeur de pénétration des ondes est inversement proportionnelle à la fréquence d'étude. Les profondeurs d'investigation atteintes par les données vont de la dizaine à la centaine de kilomètres. A ces fréquences, la MT peut donc permettre l'imagerie de l'édifice volcanique et de la croûte océanique, zones dans lesquelles se produit le transfert de magma associé à l'éruption, mais aussi du manteau supérieur. Des études sismologiques ont prouvé que l'éruption de 1998 a été déclenchée par un approvisionnement de la chambre magmatique superficielle du Piton en magma primitif provenant d'une chambre profonde (7.5 km sous le niveau de la mer).

Le suivi temporel de résistivité apparente nécessite un outil de contrôle permanent de la qualité des estimations MT. Pour ce faire, nous introduisons dans le **Chapitre 3** une nouvelle méthodologie de calcul d'erreur sur l'impédance. Une régression linéaire est effectuée entre les résidus sur le champ électrique (issus de l'estimation MT) et le champ magnétique afin de calculer un tenseur d'erreur sur l'impédance MT, duquel on extraira une erreur sur les résistivités. Cette méthode est testée dans le cas de réservoirs non dynamiques d'abord sur des données synthétiques puis réelles, dans une configuration de suivi temporel. Les résultats font l'objet d'un article soumis à *Geophysical Prospecting*. Ensuite, une étude approfondie aux fréquences supérieures au Hz est présentée. Les avantages et les limites de la méthode sont discutés.

A l'aide de la méthode du tenseur d'erreur, les problématiques associées au suivi temporel MT de l'éruption de 1998 peuvent alors être abordées : c'est le sujet du **Chapitre 4**. Tout d'abord, la question de la résolution temporelle est posée. Quelle est la durée minimale des données MT requise pour obtenir des estimations fiables de résistivités et de phases apparentes durant la période éruptive du Piton de la Fournaise ? A l'aide de critères statistiques sur les erreurs, pour chaque fréquence d'étude, nous proposons une estimation de cette durée minimale, qui constitue la résolution temporelle du suivi. Nous l'utilisons pour des calculs consécutifs du tenseur d'impédance MT et de ses erreurs sur la période 1997-1998. Des variations temporelles de résistivité apparente de plusieurs ordres de grandeurs sont mises en évidence et associées à l'activité éruptive.

Enfin, dans une optique d'imagerie géo-électrique, nous effectuons quotidiennement une inversion à une dimension (1D) en profondeur des résistivités apparentes obtenues. L'observation des aspects dynamiques des résistivités inversées est mise en avant. Cependant, l'étude de la géométrie du volcan est limitée par le très faible nombre de stations utilisées et leur réparti-

tion géographique. Nous examinons alors les propriétés électriques de la structure du volcan en profondeur et les comparons avec les études géophysiques pré-existantes.

Dans le cadre de l'éruption de 1998, la MT apporte une information nouvelle car elle est sensible aux propriétés électriques des fluides mis en jeu, alors que la sismologie est sensible aux contraintes exercées par les fluides sur le milieu avoisinant. L'hypothèse d'un réapprovisionnement de la chambre superficielle du volcan par un magma primitif provenant d'une chambre plus profonde aux dimensions et propriétés inconnues, est confrontée aux résultats du suivi temporel MT. Ces résultats sont l'objet d'un second article, dont la soumission est prévue pour *Journal of Volcanology and Geothermal Research*.

Principes de Magnétotellurique

Sommaire

2.1	Les sources de la Magnétotellurique (MT) : variations géomagnétiques et éclairs atmosphériques	6
2.1.1	Variations S_q (solar quiet)	6
2.1.2	Variations DST (disturbed)	7
2.1.2.1	Orages géomagnétiques	7
2.1.2.2	Sous-orages géomagnétiques	8
2.1.2.3	Micropulsations	8
2.2	Théorie générale de l'induction terrestre	11
2.2.1	Equations de Maxwell et de continuité	11
2.2.1.1	Equation de Maxwell-Faraday	11
2.2.1.2	Equation de Maxwell-Ampère	13
2.2.1.3	Equation de Maxwell-Coulomb	14
2.2.1.4	Equation de Maxwell-Gauss	14
2.2.1.5	Equation de continuité de la charge	14
2.2.2	Conditions aux limites	15
2.2.3	Notation complexe des champs électromagnétiques	16
2.2.4	Approximation des régimes quasi-stationnaires (A.R.Q.S)	17
2.2.5	Onde plane électromagnétique dans un milieu homogène	18
2.2.6	Onde plane électromagnétique dans un milieu tabulaire	22
2.2.6.1	Notion d'impédance	22
2.2.6.2	Comportement asymptotique de l'impédance à basse fréquence	26
2.3	Tenseur d'impédance Magnétotellurique	28
2.3.1	Opérateurs Magnétotelluriques	28
2.3.2	Expression des champs en fonction des sources	30
2.3.3	Modèles d'impédance	32
2.3.3.1	Milieu homogène et tabulaire	32
2.3.3.2	Milieu 2D	33
2.3.3.3	Milieu 3D	35
2.3.4	Invariants du Tenseur d'impédance	36
2.3.4.1	Invariants de rotation	36
2.3.4.2	Angle de Swift et Skew	36
2.4	Estimation du tenseur d'impédance magnétotellurique	37
2.4.1	Théorie de [Sims 1971]	37

2.4.2	Méthode dite de Référence Lointaine (ou <i>Remote Reference</i> , introduite par [Goubau 1978])	40
2.4.3	Erreurs et méthodes Robustes	43
2.4.3.1	Modèles d'erreur de [Pedersen 1982]	43
2.4.3.2	L'approche de [Chave 1989]	44
2.4.3.3	Estimation des erreurs par variance Jackknife	45
2.5	Suivi temporel MT et limites des méthodes 'robustes'	46
2.5.1	Le suivi temporel MT	47
2.5.2	Stabilité des estimations MT	47
2.5.3	Applications de suivi temporel	47
2.5.3.1	Recherche de précurseurs sismiques	47
2.5.3.2	Suivi temporel en milieu volcanique	48

Dans cette partie, nous exposons de manière non exhaustive des considérations sur les sources magnétotelluriques et sur l'estimation du tenseur d'impédance magnétotellurique par les méthodes dites 'robustes'.

2.1 Les sources de la Magnétotellurique (MT) : variations géomagnétiques et éclairs atmosphériques

Dans cette partie, nous reprenons des concepts fondamentaux du géomagnétisme externe en lien avec les sources de la magnétotellurique. On s'inspire très largement de [Schmucker 1975], de [Zhdanov 2009] et de [Campbell 2003]

Cette partie relate les différents mécanismes amenant à l'excitation du champ électromagnétique terrestre utilisé en MT. On notera que celui-ci est à la fois influencé par l'intensité et les caractéristiques des sources ionosphériques ou magnétosphériques et par la structure géo-électrique du sous-sol, sous-jacente au site de mesure. La gamme de fréquence couverte par la méthode s'étend de $10^{-4}Hz$ à 10^4Hz . On peut distinguer deux grandes familles de sources MT :

- aux fréquences inférieures à $10Hz$, les interactions entre la magnétosphère et les vents solaires produisent des courants ionosphériques de différentes natures et caractéristiques, qui induisent un champ EM incident à la surface terrestre
- aux fréquences supérieures au Hertz, les éclairs atmosphériques, piégés par la cavité terre-ionosphère diffusent dans le sous sol et constituent le signal MT.

2.1.1 Variations S_q (solar quiet)

En période non perturbée (pas d'orage magnétique), le champ magnétique terrestre présente des variations significatives dues à la rotation de la terre dans le champ magnétique interplanétaire (IMF). Ainsi, sur la face jour de la Terre, la convection thermique et les marées génèrent des vents dans la haute atmosphère. Dans la couche E de l'ionosphère (localisée entre 100 et 160km d'altitude), ces vents produisent des courants électriques, dont la localisation suit le mouvement du soleil, pour un observateur terrestre. Ces courants engendrent des variations géomagnétiques

locales et temporaires, en tout site de mesure à la surface terrestre. Ces variations se répètent de manière journalière et sont appelées *variations géomagnétiques journalières*. Le spectre de ces variations est dominé par des périodes de 24h, 12 h, 6h, 3h et 1h30.

A ces variations s'ajoutent des contributions similaires, produites par les marées lunaires dans l'atmosphère et l'ionosphère. Cependant, ces courants 'lunaires' ont une amplitude vingt fois inférieure à ceux associés au soleil. Les composantes dues aux marées des autres astres du système solaires sont souvent considérées comme négligeables. Cependant, lorsqu'il est rigoureusement soustrait des variations totales, la différence est alors appelée variation diurne (bien qu'elle englobe des périodes plus longue que la journée) ou en anglais *Solar Quiet Variations* et sont notées S_q . L'activité solaire contrôle directement la proportion de journées dites 'calmes', c'est à dire dont le spectre est dominé par les variations S_q . L'indice d'activité géomagnétique K_p , associé à l'intensité de l'activité solaire, permet de discriminer les jours calmes des jours perturbés : les périodes 'calmes' sont souvent définies par des valeurs de K_p inférieurs à 2.

Une caractéristique notable de ces courants est leur concentration extrême à l'équateur géomagnétique, zone où le champ magnétique interne terrestre est parallèle à la surface de la Terre. Ils forment ainsi un anneau de courant entourant la Terre appelé *Equatorial Electrojet* (voir figure 2.1.1). D'une largeur de plusieurs centaines de kilomètres, il correspond à une zone de l'ionosphère à conductivité anormalement forte.

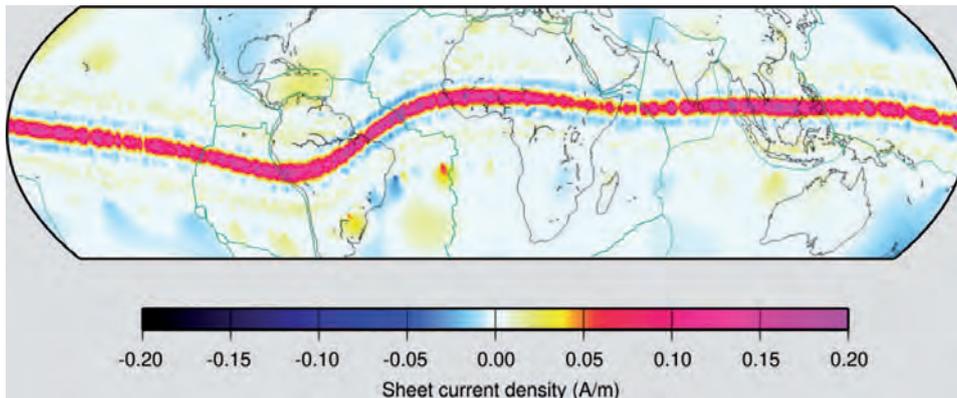


FIGURE 2.1 – (Figure provenant du site <http://www.geomag.us/>) *Densité de courant, en Ampère par mètre (A/m), associé à l'Electrojet d'après 2600 passages du satellite CHAMP sur l'équateur magnétique entre 11h et 13h heure locale*

2.1.2 Variations DST (disturbed)

2.1.2.1 Orages géomagnétiques

Les orages magnétiques sont liés à l'activité des taches solaires. Le plasma rejeté dans le milieu interstellaire (vents solaires) interagit avec le champ magnétique terrestre et déforme son champ dipolaire : celui ci prend une forme de comète, le rayon de la face jour du champ est alors diminué à 6 rayons terrestres et celui de la face nuit est étendu (voir figure 2.1.2.3). Lorsque les vents solaires arrivent sur la terre avec une direction N-S, par rapport au dipôle magnétique terrestre, un orage géomagnétique est initié. Les particules sont collectées dans une ceinture de radiation

centrée au sud de l'océan Atlantique et l'Amérique du Sud. La composante E-W des vents solaires interagissant avec la magnétosphère perturbent la direction du système de courant polaires créant des effets locaux.

A basses et moyennes latitudes, l'initiation d'un orage est constatée sur les composantes horizontales du champ magnétique : en général, un soudain saut d'amplitude de plusieurs dizaines de nT est constaté. L'activité des orages magnétiques est contrainte par le cycle d'activité des taches solaire, d'une période de 11 ans. Durant la période calme du cycle, on enregistrera entre 6 et 12 orages par an contre 25 à 40 lors de la période active.

A la suite d'un orage magnétique, sur le globe terrestre, les composantes horizontales du champ électromagnétique horizontal décroissent lentement jusqu'à leur niveau pré-orageux. Ce phénomène, connu sous le nom de *phase DST*, est homogène longitudinalement, mais pas en latitude. On a la relation suivante :

$$H_{DST}(\Phi) = -H_0 \cos(\Phi) \quad (2.1)$$

où H_0 est la valeur du champ magnétique en nT. Les valeurs de H_0 courantes en MT sont d'ordres de grandeur compris en 10^{-1} et plusieurs centaines de nT.

2.1.2.2 Sous-orages géomagnétiques

Les sous-orages géomagnétiques sont des phénomènes plus localisés, liés aux orages géomagnétiques, qui précipitent les particules de vents solaires vers les régions aurorales : on parle d'*Electrojet Auroral*, zone où la conductivité de l'ionosphère est augmentée temporairement. La notation DP1 désigne des perturbations magnétiques ayant un maximum d'intensité aux latitudes aurorales ($\Phi = 67.5^\circ$). Leur principale caractéristique est de varier sur des courtes distances : sur plusieurs centaines de kilomètres, on constatera des variations de phase de 180° et d'amplitudes de plusieurs ordres de grandeurs. On distingue aussi des perturbations aux occurrences et localisations différentes, dont la notation est DPC.

2.1.2.3 Micropulsations

Alors que les variations S_q et DST sont globales géographiquement et ont des périodes supérieures à la journée, les micropulsations sont des variations plus courtes, quasi-périodiques au contenu fréquentiel allant du mHz au Hz, et locales. Ce sont des variations du champ magnétique terrestre à l'amplitude assez faible, inférieure au nT, pouvant être liées aux orages et observables au sol et dans l'espace. Elles présentent une grande variété de signatures magnétiques, différents comportements temporels et des caractéristiques géographiques changeantes (voir tableau 2.1 et figure 2.1.2.3). Les micropulsations sont subdivisées en 2 catégories : on parle de pulsation régulières Pc ou irrégulières Pi .

Nom	Période[s]	Taille [nT]	Occurrence	Caractéristique
Pc1	0.2-0.5	0.05-0.1	Le jour dans les zones aurorales la nuit et au petit matin aux moyennes latitudes	Bande de fréquence étroite Activité accrue quelques heures avant et jusqu'à quelques jours après un orage magnétique
Pc2 Pc3 Pc4	5-10 10-45 45-150	0.1-1	Le jour	Pulsations quasi régulières aux périodes moyennes distinctes, diminuant lorsque l'activité augmente
Pc5	150-160	1-10	Matin et soirée	Pulsations régulières. Se produisent dans des zones limitées. Typiques des périodes d'activité géomagnétique modérée
Pi1	1-40	0.01-0.10	Nuit et tôt le matin	Irruption sur tout le spectre. Maximum dans les zones aurorales. Liées aux aurores.
IPDP	1-40	0.01-0.10	Soirée	Emission à large bande spectrale. Maximum dans les zones sub-aurorales. Apparaissent durant les orages magnétiques
Pi2	40-150	1-5	Soirée et nuit	Train d'oscillation sur la face nuit. Survient dans la phase initiale des sous-orages.

TABLE 2.1 – Classification et caractéristiques des micropulsations géomagnétiques selon [Jacobs 1964]

2.2 Théorie générale de l'induction terrestre

Nous présentons les équations fondamentales de l'électromagnétisme et les solutions du problème de l'induction en régime diffusif en nous inspirant très largement du livre de Michael Zhdanov, Geophysical Electromagnetic Theory and Method

2.2.1 Equations de Maxwell et de continuité

On rappelle les 4 équations de Maxwell en domaine spectral, dans le cas général et en absence de source électromagnétique :

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{c} \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = q \quad (2.5)$$

où \vec{H} et \vec{B} sont les vecteurs de champ magnétique et d'induction magnétique ; \vec{E} et \vec{D} sont les vecteurs de champ électrique et de déplacement électrique ; q est la densité de charge électrique, \vec{j} est la densité électrique de courant de conduction et \vec{c} est la densité totale de courant. Les champs \vec{E} et \vec{D} ainsi que \vec{H} et \vec{B} sont liés par des relations dites 'constitutives' :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.6)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (2.7)$$

où μ et ε sont les constantes de permittivité diélectrique et de perméabilité magnétique.

On définit aussi l'équation de continuité des courants :

$$\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.8)$$

2.2.1.1 Equation de Maxwell-Faraday

On considère une surface S 'lisse', délimitée par une courbe L (voir schéma 2.2.1.1). L'équation 2.3 nous permet d'écrire le flux du rotationnel du champ électrique \vec{E} au travers de cette surface :

$$\iint_S \nabla \times \vec{E} \cdot \vec{n} ds = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} ds = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds \quad (2.9)$$

où \vec{n} est un vecteur unitaire normal à la surface S .

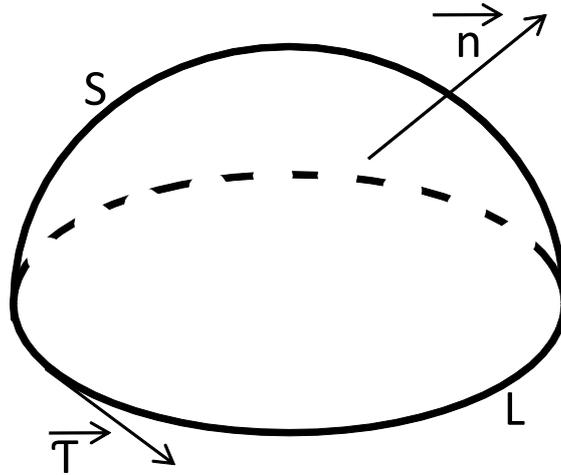


FIGURE 2.3 – (Figure inspirée de [Zhdanov 2009]) Surface S utilisée dans le calcul du flux de $\nabla \times \vec{H}$

En appliquant le théorème de Stokes, on peut transformer le terme de gauche de l'équation précédente :

$$\iint_S \nabla \times \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \int_L \vec{E} \cdot \vec{\tau} dl \quad (2.10)$$

où $\vec{\tau}$ est un vecteur tangent à la courbe L .

Dans le cas particulier où la ligne délimitant la surface S serait un filament conducteur L , l'intégrale linéique du champ électrique sur le filament décrit une force électromotrice (FEM) agissant dans le circuit :

$$\int_L \vec{E} \cdot \vec{\tau} dl = FEM \quad (2.11)$$

En outre, l'intégrale surfacique du champ magnétique sur S décrit le flux du champ magnétique au travers de la surface S , noté Φ :

$$\iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds = \Phi \quad (2.12)$$

L'équation (2.9) conduit donc à l'égalité suivante :

$$FEM = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi \quad (2.13)$$

La force électromotrice observée dans un circuit fermé est égale à la dérivée temporelle du flux magnétique au travers de la surface formée par le circuit. L'équation de Maxwell-Faraday décrit donc comment la variation d'un champ magnétique peut générer un champ électrique.

2.2.1.2 Equation de Maxwell-Ampère

En magnétostatique, le théorème d'Ampère relie la circulation du champ magnétique sur un contour (L) fermé (voir schéma 2.2.1.1), et le courant I qui traverse la surface (S) délimitée par ce contour :

$$\int_L \vec{H} \cdot \vec{\tau} dl = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} ds = I \quad (2.14)$$

Maxwell généralise le théorème d'Ampère au domaine de l'électromagnétisme en adjoignant aux courants de conduction \vec{j} , un terme de courants dits 'de déplacements' \vec{j}_D , proportionnel à la fluctuation temporelle du champ de déplacement électrique \vec{D} au travers de la surface S :

$$\vec{j}_D = \epsilon \vec{D} \quad (2.15)$$

L'équation obtenue est appelée équation de Maxwell-Ampère (équation 2.2), que l'on intègre sur la surface (S) :

$$\iint_S \nabla \times \vec{H} \cdot \vec{n} ds = \int_L \vec{H} \cdot \vec{\tau} dl = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} ds + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{n} ds \quad (2.16)$$

En considérant que le contour L est un filament conducteur, le courant total dans le circuit est donc :

$$I^{total} = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} ds + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{n} ds \quad (2.17)$$

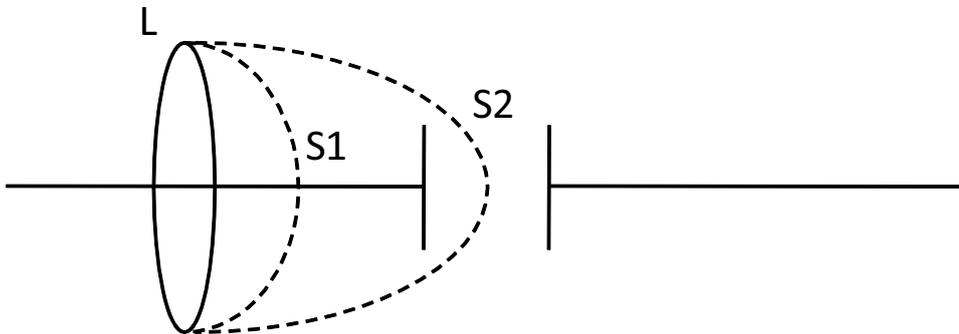


FIGURE 2.4 – (Figure inspirée de [Zhdanov 2009]) Schéma de circuit pour l'illustration des courants de déplacements introduits par Maxwell.

Le concept de courant de déplacement permet historiquement de considérer des circuits électriques comprenant des condensateurs. Considérons un circuit électrique composé d'un filament conducteur et d'un condensateur C , ainsi que deux surfaces S_1 et S_2 délimitées par le même

contour L (voir figure 2.2.1.2) qui croisent respectivement le filament et le condensateur. L'équation 2.2 permet d'écrire l'égalité des flux de densité de courants \vec{c} sur les deux surfaces :

$$\int_L \vec{H} \cdot \vec{\tau} dl = \iint_{S_1} \vec{c} \cdot \vec{n} ds = \iint_{S_2} \vec{c} \cdot \vec{n} ds \quad (2.18)$$

Un courant de conduction circule au travers de la surface S_1 . Au travers de la surface S_2 , des courants de déplacement existent entre les plaques du condensateur afin d'assurer la continuité du flux de courant au sein du circuit (équation 2.18).

On rappelle la loi d'Ohm, qui relie la densité de courant de conduction observée dans des matériaux conducteurs (en particulier dans les matériaux terrestres) au champ électrique :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2.19)$$

On peut injecter cette expression dans l'équation (2.2) :

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{c} \quad (2.20)$$

L'équation de Maxwell-Ampère traduit donc que les champs magnétiques peuvent être générés par les courants électriques et par la variation temporelle d'un champ électrique.

Remarque : d'après les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère, un champ magnétique variable génère un champ électrique, qui lui même engendrera un champ magnétique. Les champs électriques et magnétique interagissent entre eux et s'amplifient.

2.2.1.3 Equation de Maxwell-Coulomb

L'équation de Maxwell-Coulomb (2.5) traduit le fait que les charges électriques sont la source du déplacement électrique \vec{D} .

2.2.1.4 Equation de Maxwell-Gauss

L'équation 2.4 exprime la non-existence de charges magnétiques, fait observé expérimentalement. Le champ d'induction magnétique \vec{B} est donc un vortex, uniquement engendré par les courants électriques.

2.2.1.5 Equation de continuité de la charge

On intègre l'équation de continuité de la charge sur un volume V , délimité par une surface (S) :

$$\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \iiint_V \frac{\partial q}{\partial t} dv \quad (2.21)$$

Le flux de courant traversant la surface S est appelé le courant électrique :

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad (2.22)$$

Le terme de droite de l'équation (2.21) définit la charge électrique Q contenue dans le volume V par unité de temps :

$$-\iiint_V \frac{\partial q}{\partial t} dv = -\frac{\partial Q}{\partial t} \quad (2.23)$$

En combinant les deux expressions précédentes, on obtient :

$$I = -\frac{\partial Q}{\partial t} \quad (2.24)$$

Cette équation illustre le fait que les charges électriques ne sont ni créées ni détruites : si les courants circulent au travers d'une surface fermée vers l'extérieur, la quantité de charge dans V décroît en conséquence.

2.2.2 Conditions aux limites

Les équations de Maxwell, définies sous forme différentielles, sont valables dans un milieu où les propriétés ε , μ et σ varient continument dans l'espace. Mais la prospection géophysique par méthode électromagnétique s'effectue sur des matériaux terrestres, sujets à des discontinuités importantes. Dans ce cas, les conditions aux limites régissent les propriétés des champs électromagnétiques de part et d'autres des discontinuités géologiques.

On considère deux milieux, notés 1 et 2, de résistivités respectives ρ_1 et ρ_2 , séparés par une surface S (voir figure 2.2.2). On peut décomposer les champs en composantes normales et tangentielles.

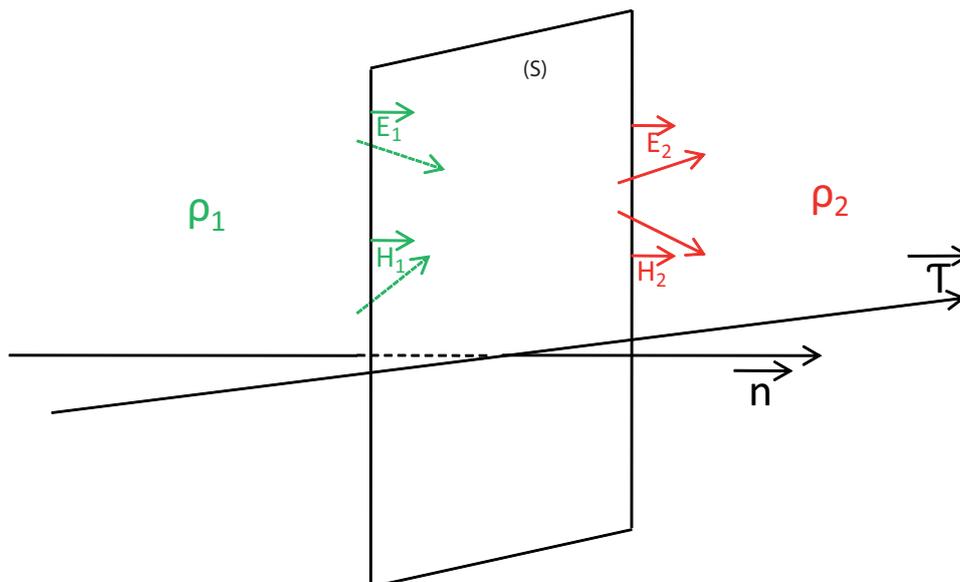


FIGURE 2.5 – (Figure inspirée de [Zhdanov 2009]) Schéma pour les conditions aux limites des champs EM à l'interface entre deux milieux de résistivités différentes.

La composante normale de l'induction magnétique \vec{n} est continue au travers de l'interface S .

$$\vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n} \quad (2.25)$$

La composante normale du déplacement électrique \vec{D} est discontinue à l'interface, en raison de l'accumulation de densité de charge surfacique ρ_s :

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (2.26)$$

La composante tangentielle du champ électrique \vec{E} est continue au travers de l'interface S :

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{t} = \vec{E}_2 \cdot \vec{t} \quad (2.27)$$

La composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} est continue au travers de l'interface si il n'y a pas de courants de surface sur S :

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{t} = \vec{H}_2 \cdot \vec{t} \quad (2.28)$$

A des fréquences inférieures à 10^5 Hz, la composante normale des courants de conduction \vec{j} est continue au travers de l'interface :

$$\vec{j}_1 \cdot \vec{n} = \vec{j}_2 \cdot \vec{n} \quad (2.29)$$

2.2.3 Notation complexe des champs électromagnétiques

En électromagnétisme, on décompose les champs en sommes de fonctions harmoniques monochromatiques (transformée de Fourier). On considère un champ magnétique monochromatique de pulsation ω :

$$\vec{H}(t) = H_x \cos(\omega t - \Phi_x) \vec{e}_x + H_y \cos(\omega t - \Phi_y) \vec{e}_y + H_z \cos(\omega t - \Phi_z) \vec{e}_z \quad (2.30)$$

où ω est la pulsation du signal, t le temps, H_x, H_y, H_z et Φ_x, Φ_y, Φ_z sont les amplitudes et phases des différentes composantes du champ.

On introduit des vecteurs complexes $\vec{\tilde{E}}, \vec{\tilde{H}}, \vec{\tilde{D}}, \vec{\tilde{B}}$ ainsi qu'une charge électrique complexe \hat{q} tels que :

$$\vec{B} = \text{Re}(\vec{\tilde{B}} e^{-j\omega t}) \quad (2.31)$$

$$\vec{D} = \text{Re}(\vec{\tilde{D}} e^{-j\omega t}) \quad (2.32)$$

$$\vec{E} = \text{Re}(\vec{\tilde{E}} e^{-j\omega t}) \quad (2.33)$$

$$\vec{H} = \text{Re}(\vec{\tilde{H}} e^{-j\omega t}) \quad (2.34)$$

$$q = \text{Re}(\hat{q} e^{-j\omega t}) \quad (2.35)$$

où ω est la pulsation du signal. Travailler avec les vecteurs complexes permet d'écrire aisément les dérivées temporelles des champs. En outre, toute équation vérifiée par les vecteurs champs complexes est vérifiée par les champs en domaine temporel.

On peut ainsi injecter les expressions précédentes dans les équations de Maxwell sans mentionner l'opérateur Re mais en l'impliquant :

$$\nabla \times \vec{H}e^{-j\omega t} = \sigma \vec{E}e^{-j\omega t} + \frac{\partial \vec{D}e^{-j\omega t}}{\partial t} \quad (2.36)$$

$$\nabla \times \vec{E}e^{-j\omega t} = \frac{\partial \vec{B}e^{-j\omega t}}{\partial t} \quad (2.37)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}e^{-j\omega t} = 0 \quad (2.38)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}e^{-j\omega t} = \hat{q}e^{-j\omega t} \quad (2.39)$$

On obtient ainsi, en simplifiant les équations précédentes par $e^{-j\omega t}$ et en supprimant les notations :

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} - j\omega \epsilon \vec{E} \quad (2.40)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (2.41)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.42)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \hat{q} \quad (2.43)$$

Dans la suite de cette thèse, nous travaillerons avec les vecteurs de champs complexes mais en les notant comme les champs temporels. Pour repasser en domaine temporel, il suffit d'utiliser les équations 2.31 à 2.34.

2.2.4 Approximation des régimes quasi-stationnaires (A.R.Q.S)

En réinjectant les expressions de \vec{E} et \vec{H} dans les équations (2.40) et (2.41), on obtient deux équations :

$$\nabla^2 \vec{H} + i\omega\mu(\sigma - i\omega\epsilon)\vec{H} = 0 \quad (2.44)$$

$$\nabla^2 \vec{E} + i\omega\mu(\sigma - i\omega\epsilon)\vec{E} = 0 \quad (2.45)$$

où ω est la pulsation des ondes électromagnétiques (en rad.s^{-1}) telle que $\omega = 2\pi f$, où f est la fréquence en Hz.

En domaine temporel, ces équations prennent la forme suivante et s'intitulent *équations du télégraphe* :

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.46)$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.47)$$

On définit le nombre d'onde complexe k tel que :

$$k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - i \omega \mu \sigma \quad (2.48)$$

Dans le domaine des fréquences inférieures à 10kHz, on peut négliger la partie réelle de k^2 devant sa partie imaginaire. On parle alors d'*approximation des régimes quasi-stationnaires* ou *ARQS* :

$$\omega^2 \mu \varepsilon \ll \omega \mu \sigma \quad (2.49)$$

Cette hypothèse revient à négliger les courants de déplacements \vec{j}_D par rapport aux courants de conduction \vec{j} . En domaine temporel, les équations régissant les champs électriques et magnétiques sont :

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.50)$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.51)$$

Ces équations sont des *équations de diffusion*, valables lorsque les champs varient suffisamment lentement dans le temps (les termes en dérivées secondes des champs sont négligeables devant ceux en dérivées premières). Elles s'appliquent à la majorité des méthodes électromagnétiques utilisées dans la prospection géo-électrique. Dans la suite de ce mémoire, nous nous plaçons dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires.

2.2.5 Onde plane électromagnétique dans un milieu homogène

On considère un milieu homogène et isotrope de résistivité ρ et μ (voir figure 2.2.5). Soit un champ électromagnétique harmonique \vec{E} , \vec{H} se propageant dans le milieu, ayant les propriétés suivantes :

- les vecteurs champs \vec{E} et \vec{H} sont constant dans le plan horizontal.

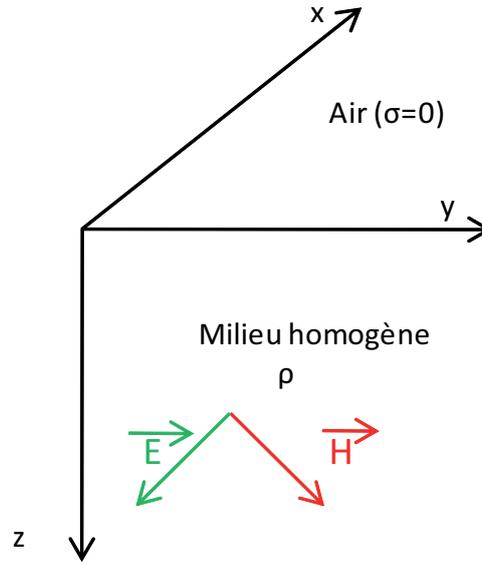
$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial x} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial y} = \vec{0} \quad (2.52)$$

- les champs s'atténuent avec la profondeur :

$$\vec{E}, \vec{H} \rightarrow \vec{0} \text{ as } z \rightarrow \infty \quad (2.53)$$

L'équation (2.52) définit une onde se propageant dans la direction z , régies par les équations de Helmholtz, dites à une dimension, suivantes :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} + k^2 \vec{E} = \vec{0} \quad (2.54)$$

FIGURE 2.6 – Schéma de demi-espace homogène de résistivité ρ .

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} + k^2 \vec{H} = \vec{0} \quad (2.55)$$

Les solutions de ces équations sont :

$$\vec{H} = \vec{H}^+ e^{ikz} + \vec{H}^- e^{-ikz} \quad (2.56)$$

$$\vec{E} = \vec{E}^+ e^{ikz} + \vec{E}^- e^{-ikz} \quad (2.57)$$

En posant $g = \omega \mu_0 \sigma / 2$, on peut exprimer k sous la forme :

$$k = g + ig \quad (2.58)$$

Les termes en exponentielle s'écrivent ainsi :

$$e^{ikz} = e^{-gz} e^{igz} \quad (2.59)$$

$$e^{-ikz} = e^{gz} e^{-igz} \quad (2.60)$$

Afin que la condition 2.53 soit respectée, les termes en e^{-ikz} doivent être précédés d'un terme nul, d'où :

$$\vec{H}^- = \vec{E}^- = \vec{0} \quad (2.61)$$

Au vu de l'équation 2.52, on obtient :

$$\frac{H_z}{\partial z} = \frac{E_z}{\partial z} = \vec{0} \quad (2.62)$$

or, d'après la notation complexe

$$\frac{\partial H_{x,y,z}}{\partial z} = ikH_{x,y,z} \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial E_{x,y,z}}{\partial z} = ikE_{x,y,z} \quad (2.64)$$

Au vu des équations 2.63 et 2.64, il apparait donc que :

$$H_z = E_z = 0 \quad (2.65)$$

Dans le cas d'un milieu homogène, les vecteurs \vec{E} et \vec{H} sont contenus dans une onde électromagnétique plane et dans le plan horizontal.

Considérations sur les champs en domaine temporel

On s'intéresse à la nature physique des champs en domaine temporel. Observons la composante x du champ magnétique : $Re(H_x e^{-i\omega t})$:

$$Re(H_x e^{-i\omega t}) = Re(H_x^+ e^{ikz} e^{-i\omega t}) \quad (2.66)$$

H_x^+ étant lui même complexe, on peut l'écrire sous la forme :

$$H_x^+ = H_{x_0} e^{i\Phi_x} \quad (2.67)$$

Ainsi, on obtient l'expression suivante :

$$Re(H_x e^{-i\omega t}) = Re(H_{x_0} e^{i\Phi_x} e^{ikz} e^{-i\omega t}) = H_{x_0} e^{-gz} \cos(\phi_x + gz - i\omega t) \quad (2.68)$$

On définit alors l'amplitude $a(z)$ et la phase $\Phi(z)$ du champ telles que :

$$a(z) = H_{x_0} e^{-gz} \cos(\phi_x + gz - i\omega t) \quad (2.69)$$

$$\Phi(z) = \phi_x + gz - i\omega t \quad (2.70)$$

A un instant t fixé, l'amplitude du champ magnétique varie sinusoidalement avec z et diminue en profondeur avec un facteur d'atténuation exponentielle. On définit la longueur d'onde λ telle que :

$$\lambda = 2\pi/g = (10^7 \rho T)^{1/2} \quad (2.71)$$

qui caractérise l'atténuation en profondeur de l'amplitude : plus celle-ci est grande moins le champ s'atténue rapidement en profondeur.

On définit le *front de phase*, surface formée par l'ensemble des points géométriques ayant la même phase oscillatoire. Celui-ci est défini par :

$$\Phi(z) = \phi_x + gz - i\omega t = \text{const} \quad (2.72)$$

On en tire une expression de la profondeur du front de phase :

$$z = (\omega t - \phi_x + \text{const})/g \quad (2.73)$$

L'expression de z en fonction de t définit la position du front d'onde. A tout instant t , le front de phase d'une onde électromagnétique plane se propageant homogène est contenu dans un plan horizontal.

On définit ensuite la *vitesse de phase* de propagation de l'onde EM, comme la dérivée de la position du front de phase par rapport au temps :

$$v = \frac{\partial z}{\partial t} = \omega/g = \lambda/T \quad (2.74)$$

où

$$\omega = 2\pi/T \quad (2.75)$$

est la pulsation de l'onde à la période T .

Ensuite, on définit la *longueur d'onde* d'une onde électromagnétique comme la distance physique entre deux front de phase séparés dans le temps par une période d'oscillation. Celle-ci équivaut au produit de la vitesse de phase par la période :

$$\lambda = vT \quad (2.76)$$

Enfin, on définit la *profondeur de peau*, notée δ (en m), comme la distance parcourue dans le sous-sol pour laquelle l'amplitude de l'onde ($a(z)$) a été réduite d'un facteur e^{-1} . On peut la définir algébriquement par le rapport d'amplitude suivant :

$$a(z)/a(z + \delta) = e^{-1} \quad (2.77)$$

En injectant l'expression des amplitudes, on obtient ainsi :

$$e^{2\pi\delta/\lambda} = e^{-1} \quad (2.78)$$

On obtient ainsi une formule pour l'effet de peau :

$$\delta = \lambda/(2\pi) \quad (2.79)$$

En injectant l'expression 2.71 dans 2.79, on obtient :

$$\delta = (10^7 \rho T / 4\pi^2)^{1/2} \neq 0.159(10^7 \rho T)^{1/2} \quad (2.80)$$

La profondeur de peau est donc proportionnelle à la résistivité du milieu et à la période. Ainsi, dans des milieux hyper-résistant, elle tend vers l'infini alors que dans un conducteur parfait, elle tend à être nulle. En effet, un matériau conducteur possède des charges libres qui dissipent l'énergie de l'onde par les vibrations engendrées à son contact. Au contraire dans un milieu résistant, la conversion de l'énergie de l'onde en énergie de vibration n'a pas lieu, et celle-ci peut se propager sur de plus grandes distances. Enfin, la dépendance en période de la profondeur de peau δ traduit que les périodes les plus longues pénètrent plus en profondeur dans le milieu conducteur. En électromagnétisme, lorsque des sondages du sous-sol terrestre sont effectués, on peut contrôler les profondeurs de sondage en jouant sur la période de mesure.

2.2.6 Onde plane électromagnétique dans un milieu tabulaire

2.2.6.1 Notion d'impédance

On considère maintenant l'induction d'une onde électromagnétique plane dans un milieu tabulaire. L'interface entre le sol et l'atmosphère est fixée à $z = 0$. Le sous sol est composé de N couches de résistivité ρ_i et d'épaisseur d_i (voir figure 2.2.6.1). La perméabilité magnétique est celle du vide μ_0 . L'onde incidente est monochromatique et à incidence verticale. Ce cas de figure est une approximation de la théorie magnétotellurique.

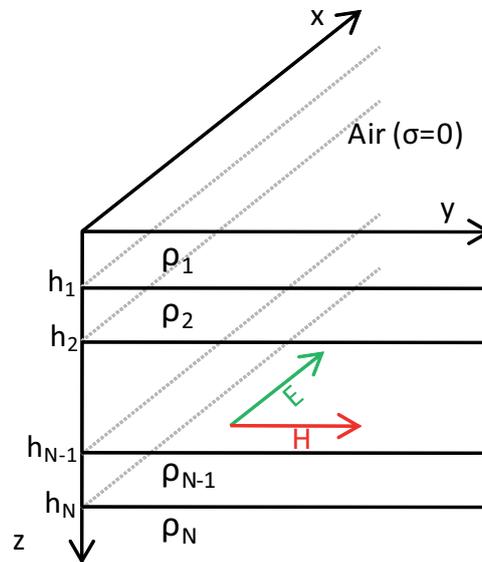


FIGURE 2.7 – Milieu tabulaire à N couches et ondes EM plane en incidence verticale.

Dans chaque couche du milieu, les champs suivent les équations de Helmholtz à une dimension :

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} + k_j^2 \vec{H} = \vec{0} \quad (2.81)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} + k_j^2 \vec{E} = \vec{0} \quad (2.82)$$

où $k_j^2 = i\omega\mu_0\sigma_j$ est le nombre d'onde de la couche j . Pour chaque couche j , les solutions des champs ont la forme :

$$\vec{H}(z) = \vec{H}_j^+ e^{ik_j z} + \vec{H}_j^- e^{-ik_j z} \quad (2.83)$$

$$\vec{E}(z) = \vec{E}_j^+ e^{ik_j z} + \vec{E}_j^- e^{-ik_j z} \quad (2.84)$$

où \vec{H}_j^- , \vec{H}_j^+ , \vec{E}_j^- et \vec{E}_j^+ sont des vecteurs constants et $j = 1, \dots, N$.

Comme dans le cas du milieu homogène, les vecteurs du champ électromagnétiques sont horizontaux et constants dans le plan horizontal :

$$\vec{E} = (E_x, E_y, 0), \quad \vec{H} = (H_x, H_y, 0) \quad (2.85)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \quad (2.86)$$

On peut donc noter les composantes du champ électrique ainsi :

$$E_x(z) = E_{x_j}^+ e^{ik_j z} + E_{x_j}^- e^{-ik_j z} \quad (2.87)$$

$$E_y(z) = E_{y_j}^+ e^{ik_j z} + E_{y_j}^- e^{-ik_j z} \quad (2.88)$$

avec $z_{j-1} + 0 < z < z_j - 0$ dans la couche j .

En tenant compte des équations et , l'équation de Maxwell-Faraday (équation 2.2) peut s'écrire vectoriellement sous la forme simplifiée :

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} \vec{e}_x + \frac{\partial E_x}{\partial z} \vec{e}_y = i\omega\mu_0(H_x \vec{e}_x + H_y \vec{e}_y) \quad (2.89)$$

On peut donc exprimer les composantes du champ magnétiques sous la forme :

$$H_x = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (2.90)$$

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (2.91)$$

On peut alors injecter l'expression du champ électrique dans les équations 2.90 et 2.91 :

$$H_x(z) = -\frac{k_j}{i\omega\mu_0} (E_{y_j}^+ e^{ik_j z} - E_{y_j}^- e^{-ik_j z}) \quad (2.92)$$

$$H_y(z) = \frac{k_j}{i\omega\mu_0} (E_{x_j}^+ e^{ik_j z} - E_{x_j}^- e^{-ik_j z}) \quad (2.93)$$

Une relation directe entre les champs électriques et magnétiques est donc obtenue dans chaque couche d'indice j . On définit alors l'*impédance de l'onde* EM comme le ratio entre les composantes croisées des champs électriques et magnétiques :

$$Z_{xy}(z) = \frac{E_x(z)}{H_y(z)} \quad (2.94)$$

$$Z_{yx}(z) = -\frac{E_y(z)}{H_x(z)} \quad (2.95)$$

L'impédance peut être reliée aux propriétés électriques de la couche j en injectant dans les équations 2.88 et 2.93 dans l'équation 2.94 :

$$Z_{xy}(z) = \frac{\omega\mu_0}{k_j} \frac{E_{x_j}^+ e^{ik_j z} + E_{x_j}^- e^{-ik_j z}}{E_{x_j}^+ e^{ik_j z} - E_{x_j}^- e^{-ik_j z}} \quad (2.96)$$

En divisant numérateur et dénominateur par le terme $\left(E_{x_j}^+/E_{x_j}^-\right)^{1/2}$, on obtient :

$$Z_{xy}(z) = \frac{\omega\mu_0}{k_j} \frac{\left(E_{x_j}^+/E_{x_j}^-\right) e^{ik_j z} + \left(E_{x_j}^-/E_{x_j}^+\right) e^{-ik_j z}}{\left(E_{x_j}^+/E_{x_j}^-\right) e^{ik_j z} - \left(E_{x_j}^-/E_{x_j}^+\right) e^{-ik_j z}} \quad (2.97)$$

En introduisant la notation suivante :

$$q_j = -\ln \left(E_{x_j}^+/E_{x_j}^-\right)^{1/2}, \quad (2.98)$$

on reformule l'équation 2.97 sous la forme

$$Z_{xy}(z) = \frac{\omega\mu_0}{k_j} \frac{e^{(ik_j z - q_j)} + e^{-(ik_j z - q_j)}}{e^{(ik_j z - q_j)} - e^{-(ik_j z - q_j)}} = \frac{i\omega\mu_0}{k_j} \coth(ik_j z - q_j) \quad (2.99)$$

pour $z_{j-1} + 0 < z < z_j - 0$ dans la couche j . On a donc obtenu une expression simplifiée de l'impédance en fonction des propriétés du milieu.

Les équations de continuités 2.27 et 2.29 imposent la continuité des composantes horizontales des champs à l'interface entre deux couches consécutives, et par conséquent de l'impédance d'onde. Ainsi à l'interface z_j entre les couches j et $j+1$, on a :

$$Z_{xy}(z_j - 0) = Z_{xy}(z_j + 0) \quad (2.100)$$

On peut alors exprimer l'impédance au sommet de la couche $j+1$ en fonction des propriétés de la couche j

$$Z_{xy}(z_j + 0) = \frac{\omega\mu_0}{k_j} \coth(ik_j z - q_j) \quad (2.101)$$

On écrit q_j en fonction des autres variables :

$$q_j = ik_j z - \coth^{-1} \left[\frac{k_j}{\omega\mu_0} Z_{xy}(z_j + 0) \coth(ik_j z - q_j) \right] \quad (2.102)$$

Par récurrence, on peut injecter cette expression de q_j dans l'équation 2.99 pour $z = z_{j-1} + 0$:

$$Z_{xy}(z_{j-1} + 0) = -\frac{\omega\mu_0}{k_j} \coth \left(ik_j d_j - \coth^{-1} \left[\frac{k_j}{\omega\mu_0} Z_{xy}(z_j + 0) \right] \right) \quad (2.103)$$

où $d_j = (z_{j-1} + 0 - z_j + 0)$. On a donc obtenu une relation de récurrence entre les impédances des couches j et $j - 1$. En posant

$$R_j = \coth \left(k_j d_j - \coth^{-1} \left[\frac{k_j}{\omega \mu_0} Z_{xy}(z_j + 0) \right] \right) \quad (2.104)$$

on a

$$Z_{xy}(z_{j-1} + 0) = -\frac{\omega \mu_0}{k_j} R_j \quad (2.105)$$

Examinons plusieurs valeurs de j :

- pour $j = 1$ on a

$$Z_{xy}(+0) = -\frac{\omega \mu_0}{k_1} \coth \left(ik_1 d_1 - \coth^{-1} \left[\frac{k_1}{\omega \mu_0} Z_{xy}(z_1 + 0) \right] \right) \quad (2.106)$$

- pour $j = 2$ on a

$$Z_{xy}(z_1 + 0) = -\frac{\omega \mu_0}{k_2} \coth \left(ik_2 d_2 - \coth^{-1} \left[\frac{k_2}{\omega \mu_0} Z_{xy}(z_2 + 0) \right] \right) \quad (2.107)$$

·
·
·
·

- pour $j = N - 1$ on a

$$Z_{xy}(z_{N-2} + 0) = -\frac{\omega \mu_0}{k_{N-1}} \coth \left(ik_{N-1} d_{N-1} - \coth^{-1} \left[\frac{k_{N-1}}{\omega \mu_0} Z_{xy}(z_{N-1} + 0) \right] \right) \quad (2.108)$$

Il est donc possible d'exprimer l'impédance de l'onde EM en surface en fonction de combinaisons de propriétés géo-électriques du sous-sol tabulaire.

Dans le demi-espace de résistivité ρ_N , on retrouve le même comportement que dans le cas du milieu homogène : l'amplitude des champs s'annulant en $z \rightarrow \infty$, le terme en exponentiel positif se doit d'être précédé d'un multiplicateur nul. Ainsi, on obtient :

$$E_x(z) = E_{x_N}^+ e^{ik_N z} \quad (2.109)$$

$$E_y(z) = E_{y_N}^+ e^{ik_N z} \quad (2.110)$$

avec $z_{n-1} + 0 \leq z \leq +\infty$. On peut donc relier les composantes du champ magnétique de cette dernière couche aux équations 2.109 et 2.109 :

$$H_x(z) = -\frac{k_N}{\omega\mu_0} E_{yN}^+ e^{ik_N z} \quad (2.111)$$

$$H_y(z) = \frac{k_N}{\omega\mu_0} E_{xN}^+ e^{ik_N z} \quad (2.112)$$

Par conséquent on peut donc écrire les impédances Z_{xy} et Z_{yx} dans le demi-espace $z_{n-1} + 0 \leq z \leq +\infty$, en fonction de k_N :

$$Z_{xy}(z) = E_x(z)/H_y(z) = \frac{\omega\mu_0}{k_N} \quad (2.113)$$

$$Z_{yx}(z) = -E_y(z)/H_x(z) = \frac{\omega\mu_0}{k_N} \quad (2.114)$$

On a obtenue une expression simple de l'impédance dans le demi-espace. En injectant récursivement les valeurs d'impédances des couches les plus profondes à la surface dans les formules 2.2.6.1 à 2.2.6.1, on obtient l'expression de l'impédance en surface suivante en fonction du coefficient R_N :

$$Z_{xy}(+0) = Z_{yx}(+0) = \frac{\omega\mu_0}{k_1} R_N \quad (2.115)$$

Les deux composantes de l'impédance de l'onde en $z = 0$ sont égales dans un milieu tabulaire. Cette impédance est parfois appelée impédance de Tikhonov et Cagniard (*impédance T-C*, [Tikhonov 1950]).

L'impédance T-C peut être estimée à la surface terrestre par la mesure simultanée des composantes orthogonales des champs $\vec{E}(z = +0)$ et $\vec{H}(z = +0)$ à une période donnée. Il apparaît que cette impédance est uniquement dépendante de la période d'observation et des conductivités électriques des couches du sous-sol, mais pas des amplitudes des champs mesurés. L'estimation de cette impédance est un des fondements de la théorie du sondage magnétotellurique.

2.2.6.2 Comportement asymptotique de l'impédance à basse fréquence

On va étudier le comportement asymptotique de l'impédance MT à fréquence nulle selon que la dernière couche soit un isolant ou un conducteur parfait.

Isolant parfait

On considère un milieu à une couche de résistivité ρ_1 sur un demi espace homogène de résistivité infinie $\rho_2 \rightarrow \infty$. On peut écrire l'impédance de surface :

$$Z = \frac{\omega\mu_0}{k_1} R_2 = \frac{\omega\mu_0}{k_1} \coth \left[-ik_1 d_1 + \coth^{-1} \left(\frac{k_1}{k_2} \right) \right] \quad (2.116)$$

Dans le cas spécifique où $\rho_2 \rightarrow \infty$ le terme $\coth^{-1} \left(\frac{k_1}{k_2} \right)$ s'annule. L'impédance devient donc :

$$Z = \frac{\omega\mu_0}{k_1} \coth(-ik_1 d_1) \quad (2.117)$$

Le comportement asymptotique à basse fréquence de la formule précédente est le suivant :

$$Z(\omega \rightarrow 0) = \frac{\omega\mu_0}{-ik_1^2 d_1} = \frac{\rho_1}{d_1} \quad (2.118)$$

où $\frac{\rho_1}{d_1}$ est la résistance longitudinale de la première couche.

Pour un milieu à deux couches et un demi-espace, on trouvera le comportement asymptotique suivant :

$$Z(\omega \rightarrow 0) = \frac{\omega\mu_0}{k_1} \coth \left(-ik_1 d_1 + \coth^{-1} \left[\frac{k_1}{k_2} \coth(-ik_2 d_2) \right] \right) = \frac{1}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2} \quad (2.119)$$

où $\frac{1}{d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2}$ est la résistance longitudinale des deux premières couches.

Pour un milieu à N couches, on aura :

$$Z(\omega \rightarrow 0) = R \quad (2.120)$$

où $1/(d_1/\rho_1 + d_2/\rho_2 + \dots + d_{N-1}/\rho_{N-1})$ est la résistance longitudinale des couches.

Conducteur parfait

On considère un milieu à une couche de résistivité ρ_1 sur un demi espace homogène de résistivité nulle $\rho_2 \rightarrow 0$. On peut écrire l'impédance de surface :

$$Z = \frac{\omega\mu_0}{k_1} R_2 = \frac{\omega\mu_0}{k_1} \tanh \left[-ik_1 d_1 + \tanh^{-1} \left(\frac{k_1}{k_2} \right) \right] \quad (2.121)$$

Dans le cas où $\rho_2 \rightarrow 0$, on a

$$\tanh^{-1} \left(\frac{k_1}{k_2} \right) = \tanh^{-1}(\rho_2/\rho_1)^{1/2} \rightarrow 0 \quad (2.122)$$

d'où

$$Z = \frac{\omega\mu_0}{k_1} \tanh(-ik_1 d_1) \quad (2.123)$$

La limite asymptotique à fréquence nulle de l'équation précédente est :

$$Z(\omega \rightarrow 0) = -ik_1 d_1 \frac{\omega\mu_0}{k_1} = i\omega d_1 \quad (2.124)$$

L'impédance ne dépend donc pas de la résistivité du milieu mais uniquement de la distance qui sépare la surface du toit du socle. On peut généraliser cette formule à un milieu à N couches :

$$Z(\omega \rightarrow 0) = i\omega \sum_{p=1}^{N-1} d_p \quad (2.125)$$

Quelque soit le nombre de couches situées au dessus du socle, l'impédance à basse fréquence ne sera dépendante que de la distance au toit du socle.

2.3 Tenseur d'impédance Magnétotellurique

2.3.1 Opérateurs Magnétotelluriques

Dans la section précédente, nous avons défini l'impédance effective d'un milieu tabulaire dans le cas d'une source monochromatique plane. Si dans une première approximation, les sources de la magnétotellurique sont conçues comme des nappes de courants planes dans l'ionosphère, il est essentiel de considérer le problème de l'induction avec des sources aux propriétés arbitraires.

Dans le cas où l'on considère une source de courant ionosphérique et magnétosphérique, pour une onde EM monochromatique, les champs électrique (\vec{E}) et magnétique (\vec{H}) satisfont en domaine de Fourier les équations de Maxwell suivantes :

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\vec{Q} \quad (2.126)$$

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \quad (2.127)$$

où σ est la conductivité électrique du milieu d'observation, μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, ω est la pulsation du signal et $j\vec{Q}$ est la densité volumique des courants-sources ionosphériques et/ou magnétosphériques, donnant lieu au signal MT.

On peut écrire les champs électriques et magnétiques en coordonnées sphériques comme des transformations linéaires de la densité de courant $j\vec{Q}$:

$$E(\vec{r}) = \iiint_Q \hat{G}^E(\vec{r}/\vec{r}', \omega, \rho) j\vec{Q}(\vec{r}') dv' \quad (2.128)$$

$$H(\vec{r}) = \iiint_Q \hat{G}^H(\vec{r}/\vec{r}', \omega, \rho) j\vec{Q}(\vec{r}') dv' \quad (2.129)$$

où Q est la région contenant les sources, \hat{G}^E et \hat{G}^H sont des opérateurs linéaires liés au vecteur \vec{r} qui définit le point d'observation et \vec{r}' qui définit une position des sources, à la pulsation ω et à la résistivité du milieu ρ .

[Berdichevsky 1984] montrent que pour la majorité des variations géomagnétiques impliquées dans la génération du champ MT, telles que les micropulsations, la variation S_q , les orages et sous-orages géomagnétiques, la densité de courant $j\vec{Q}$ peut être représentée comme une transformation linéaire d'un vecteur \vec{A} tel que :

$$j\vec{Q} = \hat{a}(\vec{r})\vec{A} \quad (2.130)$$

Ce vecteur \vec{A} est constant dans l'espace et caractérise la polarisation et l'amplitude des courants ionosphériques et magnétosphériques. On l'appelle vecteur caractéristique du champ. Enfin, le vecteur \hat{a} dépend des coordonnées spatiales et caractérise la géométrie des courants externes. Il est appelé opérateur d'excitation et caractérise différents types de variations de la source telles que les micropulsations, les variations S_q les orages et sous orages géomagnétiques.

On peut injecter 2.130 dans 2.129 et 2.128 afin d'obtenir

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \hat{e}(\vec{r}, \omega, \rho) \vec{A} \quad (2.131)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \hat{h}(\vec{r}, \omega, \rho) \vec{A} \quad (2.132)$$

où

$$\hat{e}(\vec{r}, \omega, \rho) = \iiint_Q \hat{G}^E(\vec{r}/\vec{r}', \omega, \rho) \hat{a}(\vec{r}') dv' \quad (2.133)$$

$$\hat{h}(\vec{r}, \omega, \rho) = \iiint_Q \hat{G}^H(\vec{r}/\vec{r}', \omega, \rho) \hat{a}(\vec{r}') dv' \quad (2.134)$$

Les équations 2.133 et 2.134 définissent les *opérateurs caractéristiques de champ électriques et magnétiques* \hat{e} et \hat{h} . Ceux ci dépendent des coordonnées du point d'observation \vec{r} , de la pulsation ω et de la résistivité du milieu ρ . Si ces opérateurs sont inversibles, on peut alors redéfinir \vec{A} tel que :

$$\vec{A} = \vec{E}(\vec{r}, \omega) \hat{e}^{-1}(\vec{r}, \omega, \rho) = \vec{H}(\vec{r}, \omega) \hat{h}^{-1}(\vec{r}, \omega, \rho) \quad (2.135)$$

En injectant les expression 2.135 dans 2.131 et 2.132, on obtient les relations suivantes :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega, \rho) = \hat{e}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{h}^{-1}(\vec{r}, \omega, \rho) \vec{H}(\vec{r}, \omega, \rho) = \hat{Z}(\vec{r}, \omega, \rho) \vec{H}(\vec{r}, \omega, \rho) \quad (2.136)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega, \rho) = \hat{h}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{e}^{-1}(\vec{r}, \omega, \rho) \vec{E}(\vec{r}, \omega, \rho) = \hat{Y}(\vec{r}, \omega, \rho) \vec{E}(\vec{r}, \omega, \rho) \quad (2.137)$$

où \hat{Z} et \hat{Y} sont les opérateurs d'*impédance* et d'*admittance* magnétotellurique définis par les relations suivantes :

$$\hat{Z}(\vec{r}, \omega, \rho) = \hat{e}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{h}^{-1}(\vec{r}, \omega, \rho) \quad (2.138)$$

$$\hat{Y}(\vec{r}, \omega, \rho) = \hat{h}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{e}^{-1}(\vec{r}, \omega, \rho) \quad (2.139)$$

En magnétotellurique, on cherche à estimer l'un ou l'autre de ces opérateurs, liés aux propriétés électriques du sous-sol, à partir d'enregistrements de champ électrique et magnétiques. Les techniques d'estimation sont décrites dans la partie suivante.

Si l'on mesure le champ électrique et magnétique à différents endroits \vec{r} et \vec{r}_0 , en vertu des relations 2.131, 2.132 2.135, on peut écrire :

$$\hat{E}(\vec{r}, \omega) = \hat{e}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{e}^{-1}(\vec{r}_0, \omega, \rho) \hat{E}(\vec{r}_0, \omega) = \hat{t}(\vec{r}/\vec{r}_0) \hat{E}(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.140)$$

$$\hat{H}(\vec{r}, \omega) = \hat{h}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{h}^{-1}(\vec{r}_0, \omega, \rho) \hat{H}(\vec{r}_0, \omega) = \hat{m}(\vec{r}/\vec{r}_0) \hat{H}(\vec{r}_0, \omega) \quad (2.141)$$

où \hat{t} et \hat{m} sont les opérateurs électriques et magnétiques, tels que :

$$\hat{t}(\vec{r}/\vec{r}_0) = \hat{e}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{e}^{-1}(\vec{r}_0, \omega, \rho) \quad (2.142)$$

$$\hat{m}(\vec{r}/\vec{r}_0) = \hat{h}(\vec{r}, \omega, \rho) \hat{h}^{-1}(\vec{r}_0, \omega, \rho) \quad (2.143)$$

Les quatre opérateurs \hat{Z} , \hat{Y} , \hat{t} et \hat{m} sont les opérateurs magnétotelluriques et caractérisent des transformations entre les champs électriques et magnétiques. Ces opérateurs sont dépendant de la pulsation ω , de la résistivité du sous-sol ρ et des amplitudes et polarisations des courants ionosphériques et magnétosphériques.

[Berdichevsky 1984] prouvent que les opérateurs associés aux micropulsations et aux orages géomagnétiques prennent à basse et moyennes latitudes une forme matricielle de dimension 2×2 . Dans le cas où l'on enregistre les composantes verticales des champs électriques et magnétiques, on définit les matrices magnétotelluriques associées aux opérateurs \hat{Z} , \hat{Y} , \hat{t} et \hat{e} :

$$\hat{Z} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.144)$$

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} Y_{xx} & Y_{xy} \\ Y_{yx} & Y_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.145)$$

$$\hat{t} = \begin{bmatrix} t_{xx} & t_{xy} \\ t_{yx} & t_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.146)$$

$$\hat{m} = \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.147)$$

Ainsi, à partir des équations 2.144 et 2.145 on peut écrire les relations suivantes entre les composantes horizontales des champs électriques et magnétiques :

$$E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y \quad (2.148)$$

$$E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y \quad (2.149)$$

$$H_x = Y_{xx}E_x + Y_{xy}E_y \quad (2.150)$$

$$H_y = Y_{yx}E_x + Y_{yy}E_y \quad (2.151)$$

Dans cette thèse, nous nous penchons sur l'estimation des composantes de la matrice (ou tenseur d'impédance) Z à partir des mesures de champ électrique et magnétiques au sol en utilisant les équations 2.148 à 2.151.

2.3.2 Expression des champs en fonction des sources

En MT, on considère que le champ magnétique dérive d'un potentiel vecteur \vec{A} tel que :

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.152)$$

Dans le cas des ionosphérique et magnétosphériques associées à la MT, le potentiel \vec{A} est solution de l'équation de Helmholtz suivante :

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -j\vec{Q} \quad (2.153)$$

En résolvant cette équation en domaine de Fourier spatial, on obtient une expression de \vec{A} en fonction de la densité volumique de courant et de l'inverse de l'opérateur d'excitation \hat{a} :

$$\vec{A}(\vec{r}) = \iiint_V \hat{a}^{-1}(\vec{r}, \vec{r}') j_Q(\vec{r}') dv' \quad (2.154)$$

$$\hat{a}^{-1}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-ik|\vec{r}' - \vec{r}|}}{4\pi |\vec{r}' - \vec{r}|} \quad (2.155)$$

où V est le volume contenant les sources magnétotelluriques, dont la géométrie est à définir. L'information relative aux propriétés électriques du milieu de mesure est contenue dans le nombre d'onde k . Il est important de noter que cette équation n'est valable que dans le cas où le site d'observation des champs MT est éloigné de la source d'une distance supérieure à la longueur d'onde. On peut maintenant exprimer aisément les champs MT (inducteurs+induits) \vec{E} et \vec{H} en fonction du potentiel vecteur \vec{A} grâce à l'équation (2.152) :

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\vec{A}(\vec{r}) + \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}))}{\sigma + i\varepsilon\omega} \quad (2.156)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}) \quad (2.157)$$

Il est possible de retrouver ces expressions en domaine temporel en utilisant la transformée de Laplace. Grâce à ces expressions, on peut calculer les champs MT de manière synthétique pour tout type de géométrie de sources (volume V) et de densité volumique \vec{j}_Q (homogène ou inhomogène).

2.3.3 Modèles d'impédance

2.3.3.1 Milieu homogène et tabulaire

La perméabilité magnétique μ varie peu dans le sous sol : on fait l'approximation $\mu = \mu_0$, où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide. Dans le cas d'un milieu homogène ou tabulaire, le tenseur d'impédance prend une forme anti-diagonale :

$$\hat{Z} = \begin{bmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.158)$$

$$\text{où } Z = Z_{xy} = Z_{yx} = \frac{E_x}{H_y}_{z=0} = -\frac{E_y}{H_x}_{z=0}.$$

Le ratio $Z_{ij} = \frac{E_i}{H_j}$ est appelé impédance magnétotellurique, grandeur complexe du fait du déphasage entre les champs électriques et magnétiques et exprimée en $mV.km^{-1}.nT^{-1}$. Cette impédance scalaire est reliée à la résistivité apparente ρ_a du milieu investigué par l'équation suivante :

$$\rho_a(f) = \frac{|Z(f)|^2}{\mu_0 \omega} \quad (2.159)$$

On définit aussi la phase apparente du tenseur d'impédance Φ_a telle que :

$$\Phi_a(f) = \text{atan}(\tan(Z(f))) \quad (2.160)$$

Dans le cas d'un milieu tabulaire à N couches, on peut exprimer l'impédance Z analytiquement en fonction du coefficient R_N défini dans l'équation 2.104 :

$$Z = -\frac{i\omega\mu_0}{k_x^2 + k_y^2 - i\omega\mu_0/\rho_1} R_N \quad (2.161)$$

Dans un milieu homogène, l'impédance s'exprime sous la forme :

$$Z = -\frac{i\omega\mu_0}{k_x^2 + k_y^2 - i\omega\mu_0/\rho_1} \quad (2.162)$$

où ρ_1 est la résistivité de la première couche.

Dans le cas d'un milieu tabulaire ou homogène de résistivité apparente $\rho_a(f)$, on redéfinit la profondeur de pénétration (skin depth) d'une onde plane monochromatique (\vec{E}, \vec{H}) de fréquence f telle que :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho_a}{\omega\mu}} \quad (2.163)$$

δ correspond à la profondeur (en m) à laquelle l'amplitude de l'onde électromagnétique est atténuée d'un facteur e^{-1} .

Dans le cas d'un milieu homogène, ρ_a et la phase de Z_{ij} sont constantes en fonction de la fréquence. Cette dernière vaut 45° . Au contraire, dans le cas d'un milieu tabulaire où ρ varie avec la profondeur, ρ_a varie avec la fréquence. Dans les deux cas, la valeur de Z_{ij} est indépendante de la direction de mesure des champs E_i et H_j , tant qu'elles sont orthogonales. C'est une particularité des milieux homogènes et 1D, qui n'existent rigoureusement pas dans la nature.

Remarque : On peut estimer correctement l'impédance d'un milieu homogène ou 1D à partir des champs EM dans n'importe quelle orientation des directions de mesures, à condition que celles du champ électrique et du champ magnétique soient orthogonales. En pratique, l'impédance MT s'estime à partir des séries temporelles des champs \vec{E} et \vec{H} (voir section suivante sur l'estimation du tenseur d'impédance)

2.3.3.2 Milieu 2D

Dans le cas d'un sous-sol aux propriétés électriques bidimensionnelles, on oriente notre référentiel de manière à ce que la résistivité du milieu ne varie pas suivant l'axe y (voir schéma 2.3.3.2). On fait l'hypothèse que la densité de courant ionosphérique \vec{j}_Q ne varie pas dans la direction y . En conséquence, les champs EM ne varient pas dans la direction y .

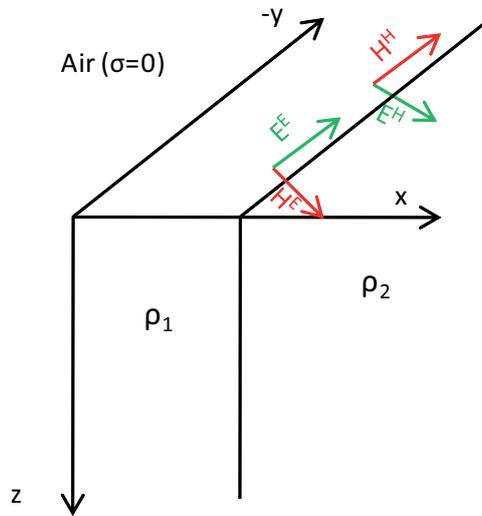


FIGURE 2.8 – Milieu bidimensionnel et décomposition des champs en mode TE et TM

On peut alors simplifier les équations de Maxwell suivantes, en annulant les termes en dérivées par rapport à y :

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\vec{Q} \tag{2.164}$$

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \tag{2.165}$$

Ainsi, on obtient le système d'équation suivant :

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + j_x^Q \quad (2.166)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + j_y^Q \quad (2.167)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z + j_z^Q \quad (2.168)$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_x \quad (2.169)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y \quad (2.170)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_z \quad (2.171)$$

où $\sigma = 1/\rho(x, z)$ est la conductivité du milieu à la position (x, z) . On peut diviser ces équations en deux sous-groupes :

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + j_x^Q \quad (2.172)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z + j_z^Q \quad (2.173)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y \quad (2.174)$$

et

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + j_y^Q \quad (2.175)$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_x \quad (2.176)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_z \quad (2.177)$$

En relation avec ces deux ensemble d'équations, on subdivise le champ électromagnétique en deux contributions notées (E^H, H^H) et (E^E, H^E) telles que :

$$\vec{E}^H = (E_x, 0, E_z) \quad (2.178)$$

$$\vec{H}^H = (0, H_y, 0) \quad (2.179)$$

$$\vec{E}^E = (0, E_y, 0) \quad (2.180)$$

$$\vec{H}^E = (H_x, 0, H_y) \quad (2.181)$$

avec

$$\vec{E} = \vec{E}^H + \vec{E}^E \quad (2.182)$$

$$\vec{H} = \vec{H}^H + \vec{H}^E \quad (2.183)$$

Les composantes des champs (\vec{E}^H, \vec{H}^H) sont appelés champs de polarisation H ou Mode Transverse Electrique (TE) car le champ magnétique est aligné avec l'axe d'invariance de la structure 2D alors que le champ électrique lui est perpendiculaire. Les champs (\vec{E}^E, \vec{H}^E) sont dits en polarisation E ou Mode Transverse Magnétique (TM) car le champ magnétique est parallèle à l'axe invariant de la structure 2D. Dans le cas d'une structure 2D, on peut décomposer les champs enregistrés à la surface en la superposition d'un mode TM et d'un mode TE. A chacun de ces modes de polarisation peut être associée une impédance MT scalaire Z^{TE} ou Z^{TM} reliant respectivement les composantes E_x et H_y ainsi que E_y et H_x . Dans le cas présent, le tenseur prend la forme suivante :

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & Z^{TE} \\ Z^{TE} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.184)$$

Au contraire du cas homogène ou 1D, les valeurs d'impédance Z^{TE} et Z^{TM} sont différentes.

Dans la réalité, les mesures MT sont rarement effectuée en orientant l'axe y dans la direction d'invariance du milieu 2D, que l'on note y' , et qui n'est pas connue a priori. Le tenseur d'impédance estimé est alors non anti-diagonal :

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.185)$$

L'angle horizontal entre l'axe de mesure y et d'invariance y' est appelé *angle de strike* et se note θ . Quelque soit l'orientation des axes de mesures (x, y, z) , il est possible de soumettre le tenseur d'impédance Z , dont les 4 composantes sont non nulles à une rotation d'axe verticale et d'angle θ afin d'obtenir le tenseur Z' :

$$Z' = R_\theta Z R_\theta \quad (2.186)$$

où R_θ est une matrice de rotation d'angle θ . Le tenseur Z' est anti-diagonal et s'écrit sous la forme de l'équation 2.184. Il existe plusieurs méthodes d'estimation du strike θ , qui seront évoquées plus tard.

2.3.3.3 Milieu 3D

Dans la majorité des cas le milieu est tridimensionnel : la résistivité ρ varie dans les 3 directions. Il devient alors rigoureusement impossible de décomposer les champs en mode TE et TM. Le tenseur d'impédance estimé est alors :

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.187)$$

Aucune rotation ne permet d'annuler les composantes diagonales du tenseur.

2.3.4 Invariants du Tenseur d'impédance

2.3.4.1 Invariants de rotation

Les invariants de rotations sont des paramètres, calculés en fonction des composantes du tenseur, qui ne varient pas suivant la direction des axes de mesures. [Szarka 1997] montrent qu'il existe 7 invariants de rotations réels et indépendants basés sur 3 grandeurs complexes :

$$S_1 = Z_{xx} + Z_{yy} \quad (2.188)$$

$$D_2 = Z_{xy} - Z_{yx} \quad (2.189)$$

$$\det M = Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx} \quad (2.190)$$

A partir de S_1 , qu'on appelle trace et de D_2 , différence entre les composantes anti-diagonales, on définit 4 invariants : $Re(S_1)$, $Im(S_1)$, $Re(D_2)$ et $Im(D_2)$. A partir du déterminant, on définit 3 invariants : $\det(Re(Z))$, $\det(Im(Z))$ et $Im(\det(Z))$.

2.3.4.2 Angle de Swift et Skew

Dans le cas d'un milieu 2D, la détermination de l'angle de strike peut se faire soumettant le tenseur Z à une rotation d'angle θ (équation 2.186) afin de minimiser les composantes diagonales (Z_{xx} et Z_{yy}) et maximiser les anti-diagonales (Z_{xy} et Z_{yx}). Ce qui se traduit par les équations suivantes :

$$\left| Z'_{xx}(\theta) \right|^2 + \left| Z'_{yy}(\theta) \right|^2 = \min \quad (2.191)$$

$$\left| Z'_{xy}(\theta) \right|^2 + \left| Z'_{yx}(\theta) \right|^2 = \max \quad (2.192)$$

[Swift Jr. 1967] donne la solution du système précédent, connue sous le nom d'angle de Swift :

$$\theta = \frac{1}{4} \left(\frac{2Re(D_1 S_2)}{|D_1|^2 - |S_2|^2} \right) \quad (2.193)$$

où D_1 et S_2 sont définis comme suit :

$$D_1 = Z_{xx} - Z_{yy} \quad (2.194)$$

$$S_2 = Z_{xy} - Z_{yx} \quad (2.195)$$

A partir de ces deux dernières quantités, on définit un invariant rotationnel appelé *skew*, qui représente la compatibilité du milieu investigué avec une modélisation à 2 dimensions :

$$skew = \frac{|S_1|}{|D_2|} \quad (2.196)$$

Les faibles valeurs de *skew* traduisent un milieu 2D, et autorisent une estimation du strike. Plus la valeur de *skew* augmente, plus le milieu est 3D.

[Bahr 1991] et [Szarka 1997] introduisent des invariants plus élaborés permettant d'analyser la dimensionnalité et les propriétés du milieu investigué. [Weaver 2000] suggère une nouvelle formulation des invariants du tenseur, basé sur une décomposition de celui ci en partie réelle et imaginaire. Ces invariants dits Invariants rotationnels de WAL sont associés à une représentation graphique utilisant les cercles de Mohr.

2.4 Estimation du tenseur d'impédance magnétotellurique

2.4.1 Théorie de [Sims 1971]

Dans cette partie, nous différencierons Z_{ij} , tenseur d'impédance véritable et \hat{Z}_{ij} , le tenseur d'impédance estimé.

On considère les équations (2.148) et (2.148). On pourrait estimer les composantes du tenseur Z à condition d'avoir au minimum deux mesures indépendantes (en un même site de mesure) de E et H . Soient H_1, H_2, E_1, E_2 ces mesures. On peut exprimer Z_{xx} et Z_{xy} sous les formes :

$$Z_{xx} = \frac{|E_{x1}H_{y2} - E_{x2}H_{y1}|}{|H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}|} \quad (2.197)$$

$$Z_{xy} = \frac{|H_{x1}E_{x2} - H_{x2}E_{x1}|}{|H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}|} \quad (2.198)$$

à condition que $|H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}| \neq 0$, c'est à dire que les polarisations des deux champs mesurés soient différentes (condition d'indépendance des mesures).

Remarque : [Goubau 1978] s'inspire de cette proposition pour introduire le concept de référence lointaine : les deux mesures indépendantes sont uniquement magnétiques ($E_{x1} = E_{x2}$ et $E_{y1} = E_{y2}$) et correspondront alors aux mesures de deux stations MT distantes et synchrones

Afin de réduire l'influence du bruit contenu dans les mesures sur l'estimation de Z , il est préférable d'utiliser autant de mesures indépendantes que possible. Pour un jeu de n mesures indépendantes, on résout les composantes Z_{xx} et Z_{xy} au sens des carrés moyens. Pour ce faire, on définit un potentiel Ψ tel que :

$$\Psi = \sum_{i=1}^n (E_{xi} - Z_{xx}H_{xi} - Z_{xy}H_{yi}) (E_{xi}^* - Z_{xx}H_{xi}^* - Z_{xy}H_{yi}^*) \quad (2.199)$$

ou * désigne le complexe conjugué.

Remarque : les véritables valeurs de Z_{xx} et Z_{xy} sont considérées comme constantes durant l'ensemble des mesures indépendantes.

On peut dériver (2.199) par rapport aux parties réelles et imaginaires des composantes de Z , on obtient ainsi les équations :

$$\sum_{i=1}^n E_{x_i} H_{x_i}^* = Z_{xx} \sum_{i=1}^n H_{x_i} H_{x_i}^* + Z_{xy} \sum_{i=1}^n H_{y_i} H_{x_i}^* \quad (2.200)$$

$$\sum_{i=1}^n E_{x_i} H_{y_i}^* = Z_{xx} \sum_{i=1}^n H_{x_i} H_{y_i}^* + Z_{xy} \sum_{i=1}^n H_{y_i} H_{y_i}^* \quad (2.201)$$

(2.200) et (2.201) tend à minimiser l'erreur due au bruit sur E_x . On peut résoudre le problème de manière similaire sur E_y . Une autre approche consisterait à minimiser l'erreur sur les composantes du champ magnétique en introduisant deux fonctions Ψ alternatives :

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{E_{x_i}}{Z_{xx}} - H_{x_i} - H_{y_i} \frac{Z_{xy}}{Z_{xx}} \right) \left(\frac{E_{x_i}^*}{Z_{xx}^*} - H_{x_i}^* - H_{y_i}^* \frac{Z_{xy}^*}{Z_{xx}^*} \right) \quad (2.202)$$

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{E_{x_i}}{Z_{xy}} - \frac{H_{x_i}}{Z_{xy}} - H_{y_i} \right) \left(\frac{E_{x_i}^*}{Z_{xy}^*} - \frac{H_{x_i}^*}{Z_{xy}^*} - H_{y_i}^* \right) \quad (2.203)$$

En dérivant (2.202) et (2.203) par rapport aux parties réelles et imaginaires des composantes de Z , on trouve deux nouvelles équations. Au final, les carrés moyens fournissent 4 formules impliquant Z_{xy} et Z_{yx} :

$$\overline{E_x E_x^*} = Z_{xx} \overline{H_x E_x^*} + Z_{xy} \overline{H_y E_x^*} \quad (2.204)$$

$$\overline{E_x E_y^*} = Z_{xx} \overline{H_x E_y^*} + Z_{xy} \overline{H_y E_y^*} \quad (2.205)$$

$$\overline{E_x H_x^*} = Z_{xx} \overline{H_x H_x^*} + Z_{xy} \overline{H_y H_x^*} \quad (2.206)$$

$$\overline{E_x H_y^*} = Z_{xx} \overline{H_x H_y^*} + Z_{xy} \overline{H_y H_y^*} \quad (2.207)$$

où en considérant deux champs \vec{A} et \vec{B} en domaine spectral à une fréquence fixe, on définit le terme de puissance croisée (*Crosspower*) avec $\overline{AB^*} = \sum_{i=1}^n A_i B_i^*$. Les mesures des champs \vec{E} et \vec{H} étant bruitées, l'utilisation d'une moyenne spectrale des champs est nécessaire afin de lisser le spectre (des sauts d'amplitudes importants et ponctuels sont constatés) : on parle de *Band-Averaging*. Ainsi pour un champ A , à une fréquence f , on calcule une valeur de coefficients de Fourier $A^m(f)$ moyennée sur un intervalle de fréquence $[f - \Delta f; f + \Delta f]$, telle que :

$$A^m(f) = \int_{f-\Delta f}^{f+\Delta f} A(f') df' \quad (2.208)$$

Remarque : nous nous concentrons maintenant sur l'estimation de Z_{xy} , les autres termes du tenseurs étant estimables par une approche similaire à celle qui suit

Des équations (2.204) à (2.207), on peut déduire 6 formules d'estimations de Z_{xy} , non indépendantes :

$$\hat{Z}_{xy}^1 = \frac{(\overline{H_x E_x^*})(\overline{E_x E_y^*}) - (\overline{H_x E_y^*})(\overline{E_x E_x^*})}{(\overline{H_x E_x^*})(\overline{H_y E_y^*}) - (\overline{H_x E_y^*})(\overline{H_y E_x^*})} \quad (2.209)$$

$$\hat{Z}_{xy}^2 = \frac{(\overline{H_x E_x^*})(\overline{E_x H_x^*}) - (\overline{H_x H_x^*})(\overline{E_x E_x^*})}{(\overline{H_x E_x^*})(\overline{H_y E_x^*}) - (\overline{H_x H_x^*})(\overline{H_y E_x^*})} \quad (2.210)$$

$$\hat{Z}_{xy}^3 = \frac{(\overline{H_x E_x^*})(\overline{E_x H_y^*}) - (\overline{H_x H_y^*})(\overline{E_x E_x^*})}{(\overline{H_x E_x^*})(\overline{H_y H_y^*}) - (\overline{H_x H_y^*})(\overline{H_y E_x^*})} \quad (2.211)$$

$$\hat{Z}_{xy}^4 = \frac{(\overline{H_x E_y^*})(\overline{E_x H_x^*}) - (\overline{H_x H_x^*})(\overline{E_x E_y^*})}{(\overline{H_x E_y^*})(\overline{H_y H_x^*}) - (\overline{H_x H_x^*})(\overline{H_y E_y^*})} \quad (2.212)$$

$$\hat{Z}_{xy}^5 = \frac{(\overline{H_x E_y^*})(\overline{E_x H_y^*}) - (\overline{H_x H_y^*})(\overline{E_x E_y^*})}{(\overline{H_x E_y^*})(\overline{H_y H_y^*}) - (\overline{H_x H_y^*})(\overline{H_y E_y^*})} \quad (2.213)$$

$$\hat{Z}_{xy}^6 = \frac{(\overline{H_x H_x^*})(\overline{E_x H_y^*}) - (\overline{H_x H_y^*})(\overline{E_x E_x^*})}{(\overline{H_x H_x^*})(\overline{H_y H_y^*}) - (\overline{H_x H_y^*})(\overline{H_y H_x^*})} \quad (2.214)$$

De ces six formules d'estimations du tenseur, \hat{Z}_{xy}^3 et \hat{Z}_{xy}^4 (équations 2.211 et 2.212) sont instables si les champs ne sont pas polarisés, en raison des propriétés de la source magnétosphérique ($\overline{E_x E_y^*}$, $\overline{E_x H_x^*}$, $\overline{E_y H_y^*}$ et $\overline{H_x H_y^*}$ tendent vers 0). Les quatre autres estimations sont stables dans la mesure où le champ n'est pas trop polarisé.

On peut exprimer la présence de bruit aléatoire sur les données MT par un terme additionnel :

$$E_x = E_{x_s} + E_{x_n} \quad (2.215)$$

$$E_y = E_{y_s} + E_{y_n} \quad (2.216)$$

$$H_x = H_{x_s} + H_{x_n} \quad (2.217)$$

$$H_y = H_{y_s} + H_{y_n} \quad (2.218)$$

où A_{is} est le terme non bruité alors que A_{in} représente le bruit.

Les équations 2.148 et 2.149 s'appliquent aux termes non bruités et deviennent :

$$E_{x_s} = Z_{xx}H_{x_s} + Z_{xy}H_{y_s} \quad (2.219)$$

$$E_{y_s} = Z_{yx}H_{x_s} + Z_{yy}H_{y_s} \quad (2.220)$$

Si tous les termes de bruits sont nuls, on estime parfaitement l'impédance du milieu : on obtient alors l'égalité $\hat{Z}_{ij} = Z_{ij}$. En injectant les termes bruités dans les solutions (2.209) à (2.214), on démontre que \hat{Z}_{xy}^5 et \hat{Z}_{xy}^6 sont affectés dans le sens d'une sous-estimation par la présence de bruit aléatoire sur les séries magnétiques H_{x,y_n} , mais restent insensibles au bruit sur les séries électriques E_{x,y_n} . Inversement, \hat{Z}_{xy}^1 et \hat{Z}_{xy}^2 sont affectés de la même manière par le bruit électrique mais restent insensibles au bruit magnétique. [Sims 1971] définit un coefficient de stabilité s entre les quatre estimations \hat{Z}_{xy}^1 , \hat{Z}_{xy}^2 , \hat{Z}_{xy}^5 et \hat{Z}_{xy}^6 :

$$s = \frac{\left| \hat{Z}_{xy}^1 \right| \left| \hat{Z}_{xy}^2 \right|}{\left| \hat{Z}_{xy}^5 \right| \left| \hat{Z}_{xy}^6 \right|} \quad (2.221)$$

Remarque : *par la suite, les codes dits 'Robustes' ([Chave 1989]) utiliseront la formule \hat{Z}_{xy}^6 comme solution initiale d'une régression plus complexe dotée d'outils statistiques.*

2.4.2 Méthode dite de Référence Lointaine (ou *Remote Reference*, introduite par [Goubau 1978])

Le principal inconvénient des solutions du tenseur d'impédance proposées par [Sims 1971] est que les termes des équations (2.204) à (2.207) sont affectés par le bruit, souvent corrélé entre séries temporelles magnétiques et électriques, et conduisent à des impédances peu fiables. Dans l'hypothèse où celle-ci est suffisamment éloignée pour ne pas être affectée par les mêmes bruits que la station principale, [Goubau 1978] proposent d'utiliser le champ électrique ou magnétique enregistré par une station MT distante et synchrone afin de filtrer le bruit sur l'un ou l'autre des champs.

Remarque : *on suppose que les erreurs sur les estimations d'impédance ne sont ni liées à l'instrumentation, ni aux techniques d'estimations mais à un bruit intrinsèque aux données.*

Dans le cas d'une référence lointaine électrique, les équations (2.204) à (2.205) deviennent :

$$\overline{E_x E_{x_r}^*} = Z_{xx} \overline{H_x E_{x_r}^*} + Z_{xy} \overline{H_y E_{x_r}^*} \quad (2.222)$$

$$\overline{E_x E_{y_r}^*} = Z_{xx} \overline{H_x E_{y_r}^*} + Z_{xy} \overline{H_y E_{y_r}^*} \quad (2.223)$$

où E_{x_r} et E_{y_r} sont les composantes du champ électrique de référence.

Dans le cas d'une référence lointaine magnétique, les équations (2.206) à (2.207) deviennent :

$$\overline{E_x H_{x_r}^*} = Z_{xx} \overline{H_x H_{x_r}^*} + Z_{xy} \overline{H_y H_{x_r}^*} \quad (2.224)$$

$$\overline{E_x H_{y_r}^*} = Z_{xx} \overline{H_x H_{y_r}^*} + Z_{xy} \overline{H_y H_{y_r}^*} \quad (2.225)$$

où H_{x_r} et H_{y_r} sont les composantes du champ magnétique de référence. En théorie les longueurs d'ondes des champs EM utilisés en MT autoriseraient l'utilisation d'une référence électrique ou magnétique localisée à des distances atteignant, à moyennes et basses latitudes, plusieurs centaines à plusieurs milliers de kilomètres. Cependant, le champ électrique est plus bruité que le champ magnétique et son utilisation en référence lointaine entraîne des erreurs considérables sur l'estimation du tenseur. Ainsi, [Goubau 1978] conseille l'utilisation de séries temporelles magnétiques.

Remarque : *Les hypothèses sur l'uniformité du champ magnétique sont historiquement formulées dans le cas des basses fréquences. Leur validité décroît aux fréquences supérieures à 1Hz. Les phénomènes plus locaux tels que les éclairs atmosphériques ne répondent à ces critères qu'à partir du moment où la station de mesure est éloignée de la source.*

Ainsi, on peut redéfinir quatre formules d'estimation associées aux quatre composantes du tenseur d'impédance MT.

$$\hat{Z}_{xx} = \frac{(\overline{E_x H_{x_r}^*})(\overline{H_y H_{y_r}^*}) - (\overline{E_x E_{y_r}^*})(\overline{H_y H_{x_r}^*})}{(\overline{H_x H_{x_r}^*})(\overline{H_y H_{y_r}^*}) - (\overline{H_x H_{y_r}^*})(\overline{H_y H_{x_r}^*})} \quad (2.226)$$

$$\hat{Z}_{xy} = \frac{(\overline{E_x H_{y_r}^*})(\overline{H_x H_{x_r}^*}) - (\overline{E_x H_{x_r}^*})(\overline{H_x H_{y_r}^*})}{(\overline{H_x H_{x_r}^*})(\overline{H_y H_{y_r}^*}) - (\overline{H_x H_{y_r}^*})(\overline{H_y H_{x_r}^*})} \quad (2.227)$$

$$\hat{Z}_{yx} = \frac{(\overline{E_y H_{x_r}^*})(\overline{H_x H_{y_r}^*}) - (\overline{E_y H_{y_r}^*})(\overline{H_y H_{x_r}^*})}{(\overline{H_x H_{x_r}^*})(\overline{H_y H_{y_r}^*}) - (\overline{H_x H_{y_r}^*})(\overline{H_y H_{x_r}^*})} \quad (2.228)$$

$$\hat{Z}_{yy} = \frac{(\overline{E_y H_{y_r}^*})(\overline{H_x H_{x_r}^*}) - (\overline{E_y H_{x_r}^*})(\overline{H_x H_{y_r}^*})}{(\overline{H_x H_{x_r}^*})(\overline{H_y H_{y_r}^*}) - (\overline{H_x H_{y_r}^*})(\overline{H_y H_{x_r}^*})} \quad (2.229)$$

Ces estimations ne seront théoriquement pas biaisées par le bruit présent dans les séries temporelles électriques et magnétiques, à condition que le bruit de la station de référence soit non corrélé de celui de la station de base. [Gamble 1979] comparent des résistivités obtenues d'après une seule station MT à celles obtenues en configuration (Station + Remote) : ces dernières apparaissent bien moins bruitées et plus cohérentes que les résistivités standards (voir figure 2.4.2).

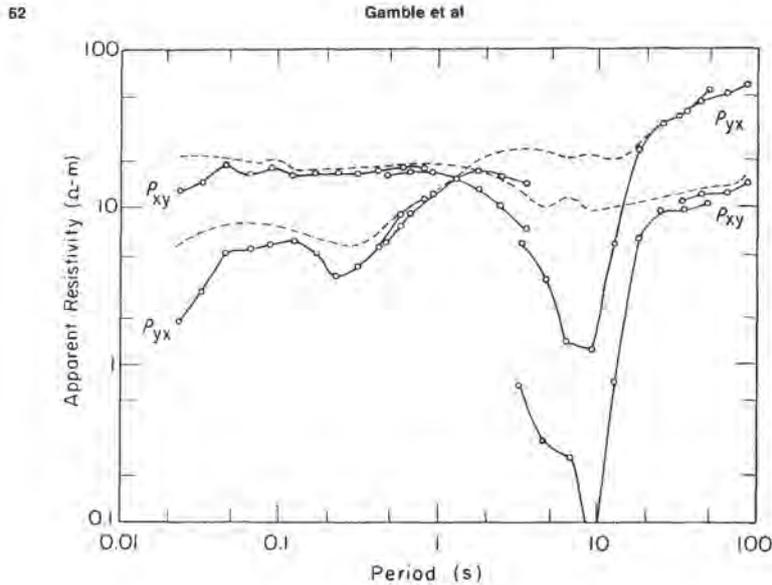


FIG. 10. Standard method apparent resistivities versus period, Lower La Gloria. Remote reference results are indicated by dashed lines.

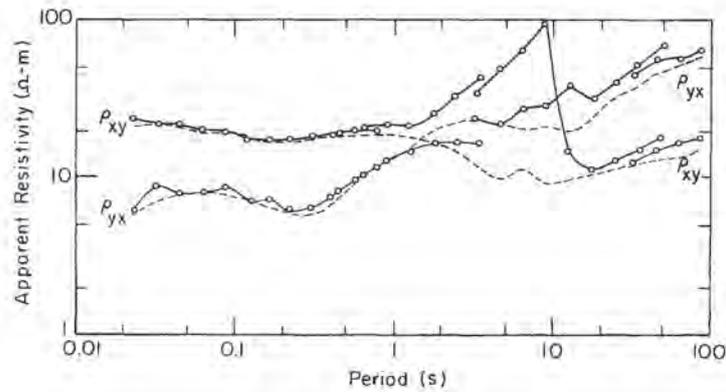


FIG. 11. Admittance method apparent resistivities versus period, Lower La Gloria. Remote reference results are indicated by dashed lines.

FIGURE 2.9 – [Gamble 1979] : a) Comparaison entre résistivités issues de processing standard avec une seule station et issues d'un calcul avec référence lointaine magnétique, b) Comparaison entre résistivités calculées d'après les admittances et résistivités calculées avec une seule station et une référence lointaine magnétique

2.4.3 Erreurs et méthodes Robustes

D'après [Jones 1989], on définit comme 'robuste' toute méthode d'estimation du tenseur qui reste insensible à des proportions raisonnables (inférieures à 50%) de données corrompues et/ou à des incompatibilités dans les modèles statistiques employés lors de la définition des résidus de la régression linéaire employée et qui réagit graduellement plutôt que brutalement à chacun de ces deux perturbations.

2.4.3.1 Modèles d'erreur de [Pedersen 1982]

On se place dans le cas d'une seule station MT (pas de référence lointaine). En effet, il est reconnu que le champ magnétique \vec{H} est moins affecté par les bruits et perturbations industrielles que le champ électrique \vec{E} . On se place également dans le cas d'un milieu 1D. On a la relation :

$$E_x = Z_{xy}(H_y + N_{H_y}) + N_{E_x} \quad (2.230)$$

où N_{E_x} et N_{H_y} sont les bruits présents sur les données électriques et magnétiques. Ces deux bruits sont supposés indépendants. A partir des données (E_x et H_y), on estime la composante anti-diagonale du tenseur \hat{Z}_{xy} : cette estimation comporte une erreur due aux contributions N_{E_x} et N_{H_y} .

[Pedersen 1982] différencie deux types d'erreurs :

- Les erreurs dites 'aléatoires' ou encore 'statistiques', dues à l'unique présence de bruit sur le champ électrique ($N_{H_y} = 0$). Elles donnent une mesure quantitative de la précision d'une estimation MT. Un moyen de réduire ces erreurs est d'augmenter la quantité (liée à la durée) de données analysées par les codes d'estimations MT.
- Les erreurs dites 'biais', dues à la double présence de bruit sur les champs électriques et magnétiques. Le biais a une amplitude bien souvent supérieure aux erreurs aléatoires et constitue une mesure de la justesse d'une estimation du tenseur. Ces erreurs sont dans la plupart des cas extrêmement difficiles à mesurer. La méthode de référence lointaine tend à diminuer ces erreurs, en filtrant l'influence du bruit magnétique sur les estimations de tenseurs. Cependant, l'utilisation d'une référence lointaine génère systématiquement des erreurs statistiques supérieures à celles obtenues dans le cas d'un traitement robuste à station unique.

Des formules sont proposées pour estimer ces deux erreurs. Mais elles requièrent la connaissance du rapport signal sur bruit dans les séries temporelles électriques et magnétiques, ce qui est difficile à évaluer à partir des données. En outre les modèles statistiques de bruits sur les séries \vec{E} et \vec{H} utilisés sont gaussiens, ce qui est une simplification de la réalité.

Remarque : *les limites de ces estimations d'erreurs sont handicapantes : i) il est nécessaire d'estimer soi-même le rapport signal sur bruit dans les données, ii) l'hypothèse d'un bruit gaussien sur les données est source d'erreur.*

2.4.3.2 L'approche de [Chave 1989]

Remarque : dans cette partie, nous nous attardons sur le fonctionnement du code BIRRP pour un traitement en configuration de station unique (pas de référence lointaine). Une propriété importante de cette méthode d'estimation de l'impédance MT est qu'en domaine de Fourier, les champs MT sont supposés avoir une distribution Gaussienne.

Dans le code *Bounded Influence Remote Reference Processing* ([Chave 1989]), les estimations M (M estimates) sont utilisées pour résoudre les équations 2.148 et 2.149. Pour chaque fréquence d'étude $f_q (q = 1 : nf)$, les séries temporelles de champs électrique ($e(t)$) et magnétique ($h(t)$) sont divisées en un nombre $N(f_q)$ de sous-séries chevauchantes (dont la longueur $D(f_q)$ est inversement proportionnelle à la fréquence) et soumises à une transformée de Fourier (E et H). Pour chaque fréquence, E et H deviennent alors les *données* dans l'équation de régression suivante :

$$E = ZH + N_E \quad (2.231)$$

où E est un vecteur de dimension $N(f_q)$, N_E (vecteur de dimension $N(f_q)$) est le bruit sur le champ électrique, H est une matrice $N(f_q) \times 2$ et Z est un vecteur de dimension 2.

Pour chaque fréquence d'étude, une solution initiale est obtenue en appliquant les moindres carrés ordinaires à l'équation (2.231) :

$$\hat{Z}^1 = (H^*H)^{-1}(H^*E) \quad (2.232)$$

Cette solution \hat{Z}_1 est utilisée pour calculer les résidus initiaux $\hat{R}^{[1]} = E - Z^1H$ ($R^{[k]}$ est un vecteur de dimension N) de l'équation (2.231) et donner une estimation initiale de l'échelle. Puis, plusieurs itérations sont réalisées par moindres carrés pondérés. Pour l'itération k , la solution est :

$$\hat{Z}^{[k]} = (H^*w^{[k]}H)^{-1}(H^*w^{[k]}E) \quad (2.233)$$

en utilisant une matrice diagonale de pondérations d'Huber w , de dimensions $N(f_k) \times N(f_k)$, dont les composantes diagonales $w_{ii}^{[k]}$ exprimées en fonction de $x_i^{[k]} = R_i^{[k]}/d^{[k]}$ (où $R_i^{[k]}$ est le résidu associé à la solution de l'itération et d est l'échelle de l'itération précédente) : dans le cas de l'itération 2, on prend les résultats issus de \hat{Z}^1 :

$$w_{ii} = 1 \quad (2.234)$$

si $|x_i^{[k]}| \leq a$
et

$$w_{ii} = \frac{a}{x_i^{[k]}} \quad (2.235)$$

si $|x_i^{[k]}| > a$

Une valeur de a de 1.5 est utilisée dans le code.

Le facteur d'échelle $d^{[k]}$ doit être estimé de manière robuste, de façon à ne pas être affecté par des événements extrêmes dans les champs (autrement nommés *outliers*). [Chave 1989] suggère deux possibilités reposant sur la distance inter-quantile et la déviation médiane absolue (annexes) :

$$d^k = \frac{S_{IQ}}{\sigma_{IQ}} \quad (2.236)$$

et

$$d^k = \frac{S_{MAD}}{\sigma_{MAD}} \quad (2.237)$$

L'arrêt des itérations est commandé lorsque la puissance des résidus $R_i^{[k]H} w^{[k]} R_i^{[k]}$ se stabilise sous un seuil. Alors l'échelle $d^{[k]}$ reste fixe et des itérations supplémentaires sont réalisées avec une nouvelle pondération proposée par [Thomson 1977] (equation 2.238).

$$w_i^{[k]} = e^{-e^{\alpha(|z_i^{[k]}| - \alpha)}} \quad (2.238)$$

A nouveau, les itérations stoppent lorsque la puissance des résidus $R_i^{[k]H} w^{[k]} R_i^{[k]}$ se stabilise sous un second seuil. Le choix de la valeur de α détermine les propriétés de la pondération. [Chave 1989] suggèrent de prendre la valeur du p^{me} quantile de la distribution de Rayleigh. BIRRP élimine l'influence des estimations conduisant à des résidus s'écartant d'une distribution de Rayleigh.

Remarque : *Au final, on obtient une valeur estimée du tenseur Z que l'on notera \hat{Z} . La méthode est ici décrite pour un seul site de mesure, mais est aussi déclinable pour inclure une référence lointaine. Il est à noter que cette méthode considère que le bruit est purement électrique (on ne cherche pas à minimiser les résidus sur H). En termes statistiques, une des limites de la méthode réside dans l'hypothèse faite à la dernière étape du calcul, stipulant que seuls les résidus suivant une distribution de Rayleigh conduisent à des estimations correctes. Une seconde limite est que les champs MT sont modélisés comme ayant une distribution gaussienne.*

2.4.3.3 Estimation des erreurs par variance Jackknife

[Chave 1989] remarquent que dans le contexte des régressions linéaires (moindres carrés pondérés ou non), les estimations d'erreurs calculées à partir de statistiques (variance, déviation standard...) sur les distributions des résidus sont rarement fiables. Ils suggèrent d'utiliser une méthode d'estimation d'erreurs basée sur une technique dite *JackKnife*.

Pour une fréquence donnée f_q , considérons la population de $N(f_q)$ données (E^d et H^d avec $d = 1 : N(f_q)$). \hat{Z} est l'estimation de Z basée sur la population obtenue ci-dessus. On peut définir une sous-série d'estimations du tenseur \hat{Z}_t obtenue à partir de sous-populations de E^d et H^d dans lesquelles la t^{me} donnée est retirée. La moyenne Jackknife des estimations est la suivante :

$$\tilde{Z} = N\hat{Z} - \frac{N-1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{Z}_{-t} \quad (2.239)$$

La variance Jackknife est définie comme suit :

$$\tilde{Z}^2 = \frac{N-1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{Z}_{-t} - \bar{Z})^2 \quad (2.240)$$

avec

$$\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{Z}_{-t} \quad (2.241)$$

Afin d'adapter le Jackknife à la régression présentée dans la section précédente, on définit une pseudo-valeur pondérée :

$$P_i = (N(1 - \text{hat}_i) + 1)\hat{Z} - N(1 - \text{hat}_i)\hat{Z} \quad (2.242)$$

où les termes hat_k sont les élément diagonaux de la *hat matrix*, introduite par [Chave 2004], qui est définie comme suit :

$$HAT = B(B^H B)^{-1} B^H \quad (2.243)$$

où B est l'induction magnétique, vecteurs au mêmes dimensions que E et H .

La *hat matrix* est liée aux résidus de la régression R , au champ électrique E et à la matrice identité I par la relation :

$$R = (I - H)E \quad (2.244)$$

L'estimation Jackknife de la matrice de covariance associée à la régression est :

$$\tilde{S} = \frac{1}{N(N-p)} \sum_{i=1}^N [\tilde{Z} - P_i][\tilde{Z} - P_i]^H \quad (2.245)$$

où p est le rang de la *Hat matrix* H .

Une estimation d'erreur sur l'impédance est donnée par la racine carrée des termes diagonaux. On peut créer des intervalles de confiance à l'aide de l'expression :

$$\hat{Z} - t_v(1 - \frac{\gamma}{2})\tilde{S} \leq Z \leq \hat{Z} + t_v(1 - \frac{\gamma}{2})\tilde{S} \quad (2.246)$$

où $t_v(1 - \frac{\gamma}{2})$ est la valeur de la loi de *Student* avec v degrés de liberté, et $100(1 - \gamma)$ est la limite de confiance.

Remarque : *La méthode Jackknife permet d'étudier l'influence de chaque donnée (E^d et H^d) sur le résultat final. Elle permet d'exclure les estimations faussées par la présence de valeurs aberrantes dans les données, ce qui réduit considérablement les erreurs 'statistiques'. Cependant, pour limiter les erreurs de 'biais', liées par du bruit présent dans le champ magnétique, la méthode la plus efficace est d'inclure une référence lointaine lors de l'estimation robuste.*

2.5 Suivi temporel MT et limites des méthodes 'robustes'

Nous introduisons ici une terminologie du suivi temporel MT, que nous utiliserons dans la thèse.

2.5.1 Le suivi temporel MT

On considère $e(t)$ et $h(t)$, séries temporelles de champs électrique et magnétique, commençant à un instant t_0 , d'une durée totale L et mesurées avec une fréquence d'acquisition f_s sur un site de mesure S . Le suivi temporel MT est l'estimation de valeurs du tenseur d'impédance Z à différentes fréquences f_k , pour des fenêtres temporelles consécutives d'une durée D . Cette durée est appelée résolution temporelle du suivi. Elle varie avec la fréquence d'estimation f et représente la durée minimale des données MT nécessaire à l'obtention d'estimations d'impédance fiables. Pour chaque fréquence, on obtient des séries temporelles de tenseur notées $Z(t_i, f_k)$, où $t_i = [t_0 : D(f_k) : t_0 + L]$. La résolution temporelle peut varier d'un site de mesure à un autre et d'une période de mesure à une autre.

Afin de différencier des variations temporelles générées par d'éventuelles erreurs d'estimations de celles issues de variation géo-électriques du sous sol, il est nécessaire d'estimer la qualité des des valeurs de tenseur obtenues. On utilise alors des estimateurs d'erreurs tels que la variance Jackknife évoquée dans la section précédente.

Remarque : *cependant, la fiabilité même des estimateurs d'erreurs est sujette à caution. L'estimateur d'erreur sur le tenseur est un outil de contrôle sur la qualité des tenseurs successivement estimés. Comment estimer la fiabilité de cet outil ?*

2.5.2 Stabilité des estimations MT

[Eisel 2001] étudient la stabilité d'estimations successives du tenseur d'impédance sur un site dit 'non-dynamique', dont les propriétés géo-électriques restent constantes dans le temps. Deux stations MT, implantées en Californie, enregistrent continuellement les champs électrique et magnétique sur une période de deux ans (1996-1997). [Eisel 2001] calculent le tenseur d'impédance, avec une référence lointaine, pour chaque jour de données et mettent en évidence des déviations de résistivité et de phase apparentes (écart à un modèle médian issu des deux années d'estimations) d'un jour à l'autre au caractère aléatoire (voir figure 2.10). Différentes méthodes d'estimations d'erreurs dont celles basées sur les variances Jackknife, décrites plus haut, sont calculées puis comparées aux déviations temporelles des résistivités et phases estimées. Sur la gamme de période investiguée ([1-1000s]), aucun estimateur d'erreur ne fournit des estimations totalement fiables : les erreurs issues de méthodes dérivées des techniques de variance Jackknife sous estiment la variabilité du signal à certaines périodes et la surestime à d'autres.

2.5.3 Applications de suivi temporel

2.5.3.1 Recherche de précurseurs sismiques

[Kappler 2010] réalisent un suivi temporel MT sur des mesures continues du champ MT, effectuées par deux stations synchrones dans une zone proche de la faille de San Andreas, à Parkfield, sur une période allant de 1995 à 2007. Les fréquences étudiées vont de 10^{-4} à 1 Hz. Après un prétraitement des données, des estimations quotidiennes du tenseur sont calculées en utilisant une station en référence lointaine sur l'autre. Le 28 Septembre 2004, un séisme de magnitude 6 se produit à Parkfield. [Kappler 2010] analysent les données afin de déterminer si des changements de résistivités surviennent avant l'évènement, dans une optique de recherche de précurseurs. De la

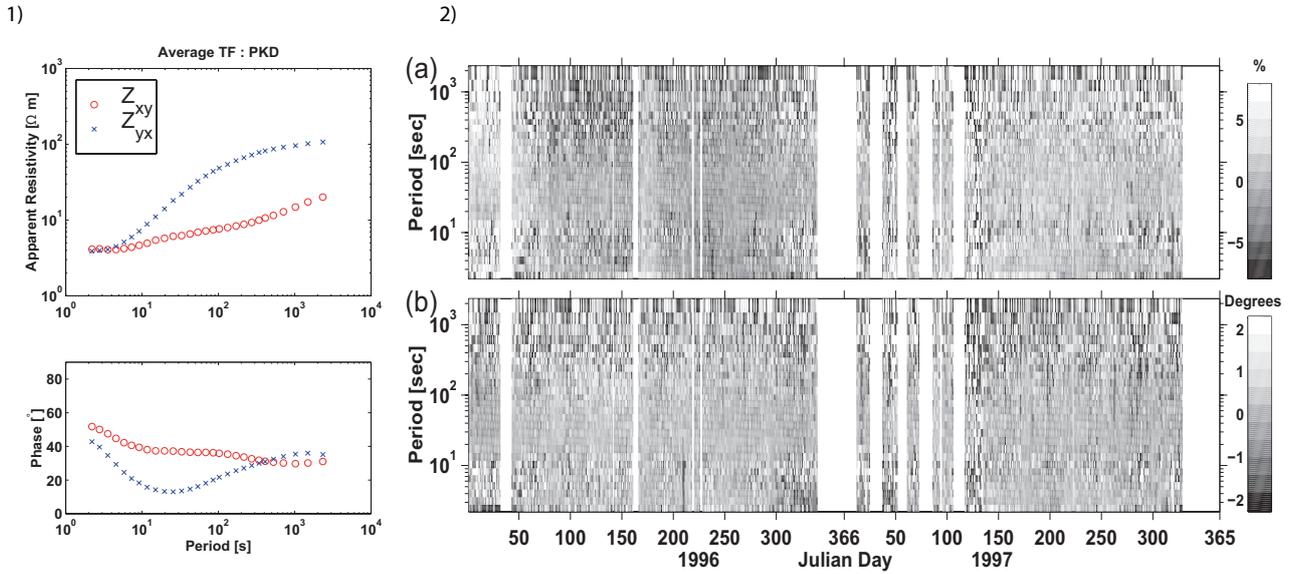


FIGURE 2.10 – d’après [Eisel 2001] résultats de traitement effectués sur des données de deux stations MT enregistrant continuellement le champ MT durant la période 1996-1997. Résistivités et phase apparentes sont calculées chaque jour : 1) modèle médian de résistivité et de phase apparentes issu des deux ans d’estimations, 2) déviation des composantes ρ_{xy} et Φ_{xy} par rapport au modèle médian en fonction du temps et de la fréquence.

même manière que [Eisel 2001], ce sont les écarts de résistivité relatifs à un modèle médian, calculé sur plusieurs années d’estimations, qui sont observés (voir figure 2.11). Les résultats présentent des variations de résistivités, aux distributions aléatoires, dues à des effets électromagnétiques des sources et/ou du milieu, mais aucun signal ne peut être identifié ou caractérisé comme précurseur sismique.

2.5.3.2 Suivi temporel en milieu volcanique

[Aizawa 2010] effectuent des mesures continues des champs MT de Mai 2008 à Juillet 2010 sur le volcan Sakurajima (Japon). Deux stations, séparées d’une distance de 6 km, sont déployées à l’est et à l’ouest du cratère sommital. Chaque jour, le tenseur d’impédance est estimé pour des fréquences allant de 4 à 320 Hz. Les résistivités issues de la composante Z_{yx} sont alors inversées à deux dimensions (voir figure 2.12). Des variations temporelles de résistivités apparentes de faible amplitude sont mises en évidence. L’origine de ces variations est discutée : [Aizawa 2010] suggèrent une intrusion de magma au niveau de la mer, malgré la très faible amplitude des signaux enregistrés.

Remarque : à ce jour les études de suivi temporel MT mettent en évidence des variations temporelles de résistivité de faible amplitude, inférieures à un ordre de grandeur.

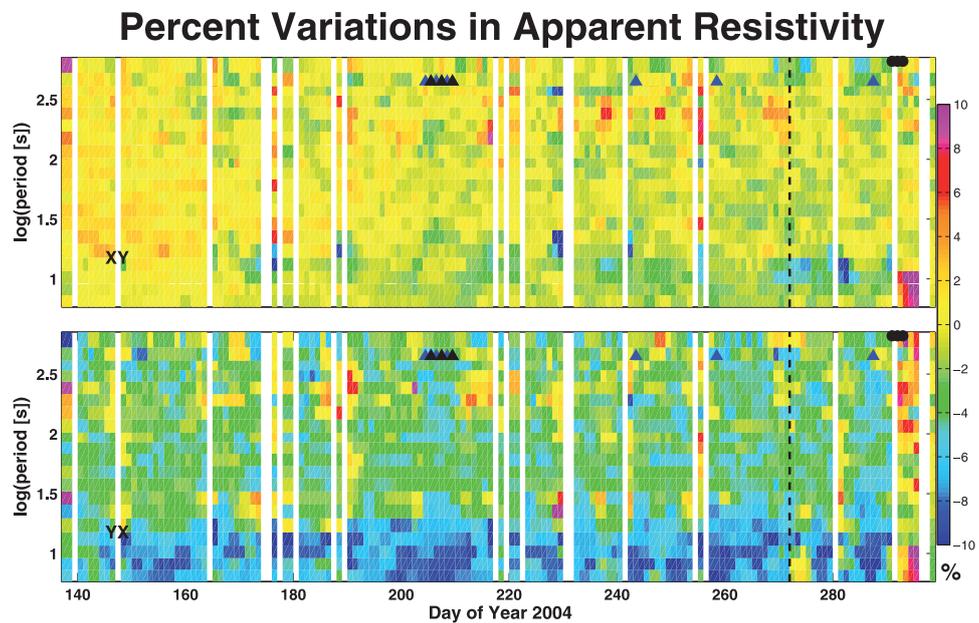


FIGURE 2.11 – d'après [Kappler 2010] *écarts relatifs de résistivité apparente, calculés quotidiennement avec une référence lointaine, à un modèle moyen issu d'une médiane sur 4 ans d'estimations, pour différentes périodes appartenant à la bande ULF. Les déviations des composantes ρ_{xy} et ρ_{yx} sont représentées.*

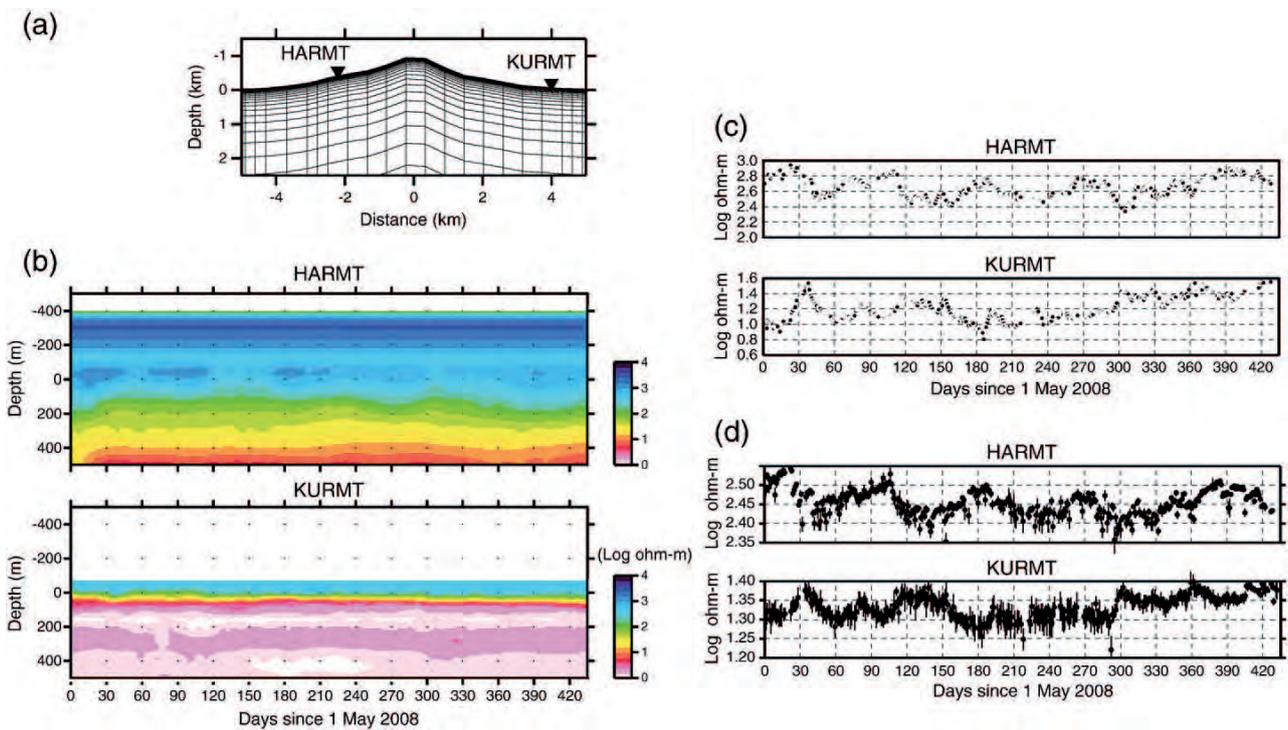


FIGURE 2.12 – d'après [Aizawa 2010]. a) grille utilisée pour l'inversion 2D, b) variations temporelles des résistivités inversées à 2D dans un plan vertical contenant chaque station, c) séries temporelles de variations de résistivités issues des résistivités inversées observées à 50m de profondeur, d) séries temporelles de résistivités apparentes pour les stations HARMT à 22.5 Hz et KURMT à 97 Hz.

Erreurs Robustes sur le tenseur MT

Sommaire

3.1	Article soumis à <i>Geophysical Prospecting</i> : Robust Error On MT Impedance Estimates	51
3.2	Variabilité temporelle d'estimations MT	71
3.2.1	Description des données et objectifs	71
3.2.2	Traitement	71
3.2.3	Résultats	72
3.3	Perspectives méthodologiques	87

L'estimation des erreurs sur le tenseur MT est un point crucial de la méthodologie MT et de son application dans le cadre d'un suivi temporel de résistivité (voir chapitre 2). [Eisel 2001] montrent que les estimateurs d'erreurs existant sous-estiment la variabilité des estimations MT due au bruit anthropique et aux propriétés fluctuantes de la source.

*Dans cette partie, nous introduisons un nouvel estimateur du module de l'erreur MT, basé sur une régression entre le champ magnétique et les résidus issus de l'estimation du tenseur sur le champ électrique, et conduisant à l'estimation d'un tenseur d'erreur. Nous le testons sur des données synthétiques puis réelles en utilisant différents critères statistiques. Cette étude fait l'objet d'un article soumis à *Geophysical Prospecting*, présenté dans ce chapitre.*

Par la suite, nous présentons une application de suivi temporel d'une durée d'une journée, dans le cas d'un réservoir géothermique aux propriétés géo-électriques constantes. Les données sont issues d'une campagne de prospection MT effectuée durant cette thèse. Nous montrons des fluctuations importantes des valeurs de résistivité et de phase sur la durée des mesures, qui ne sont pas toujours englobées par l'amplitude des erreurs estimées.

3.1 Article soumis à *Geophysical Prospecting* : Robust Error On MT Impedance Estimates

Robust Error on MT impedance estimates (REVISED PAPER from GP-2010-0994.R1)

Pierre WAWRZY尼亚K (1) *Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, Strasbourg, France*

Pascal SAILHAC (1) *Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, Strasbourg, France*

Guy MARQUIS (3) *Shell International Exploration and Production, Houston, USA*

We propose here a new, robust, methodology to estimate the errors on the magnetotelluric (MT) impedance tensor. This method is developed with the BIRRP code *Chave and Thompson* [2004] in single site configuration. The error is estimated by reinjecting the electric field residual obtained after calculation of the impedance tensor into the tensor function calculation procedure. We show using synthetic examples that the Error Tensor calculated with our method yields a more reliable error estimate than the one calculated from jackknife statistics. The modulus of realistic error estimates can be used as Quality Control and accurate inversion constraint of MT surveys. **Moreover, reliable error estimates are necessary for new applications of MT to dynamic subsurface processes such as reservoir monitoring.**

1. Introduction

Magnetotellurics (MT) uses natural electromagnetic field variations recorded at the earth's surface to image the electrical resistivity of the ground subsurface. This is a prospecting method for which sources are ionospheric currents due to solar wind-magnetosphere interactions at frequencies under 1 Hz and lightning activity propagating through the atmosphere at higher frequencies.

One can show (e.g. *Vozoff* [1987]) that the horizontal electric and magnetic fields are related through the so-called impedance tensor Z . This tensor is estimated from the recorded time-series as transfer functions between the magnetic H and electric E fields horizontal components (*Sims* [1971]). The impedance Z is also a function of the subsurface resistivity.

The estimation of Z is arguably the most significant stage of MT data processing. Most practitioners follow some form of least-squares fitting procedure to subsets of data segments in the Fourier domain (e.g. *Vozoff* [1987]). This approach to estimate the MT impedance tensor relies on several assumptions:

- * The incident wave is a plane wave, i.e. MT geomagnetic sources are located far from the site of MT measurement.
- * The signal is assumed to be stationary during the estimation period.
- * The subsurface resistivity is also assumed to be stationary during the estimation period.
- * The noise on the EM fields is Gaussian.

Obviously, these conditions are not always strictly met: non-stationary phenomena exist on the magnetic field H and long-term subsurface changes may induce time variability of Z . Moreover, the data are often affected by cultural noise induced by power lines, moving vehicles or industrial infrastructure. In most estimation procedures, any departure from these ideal conditions will be considered as noise and modelled as Gaussian residuals of the electric field.

In order to address some of these noise problems, *Gamble et al.* [1979] introduced the Remote Reference technique where a second MT site is used to remove the influence of noise included in the local MT site magnetic field that may bias impedance estimates. Impedance tensor estimation remained however based on band-averaged and time-averaged cross-correlations in the Fourier domain (*Sims et al.* [1971]).

Since then, adaptive robust tensor estimation procedures have been developed in the 1980's, by down-weighting high residuals and singular data (*Larsen* [1980], *Egbert and Booker* [1986], *Chave et al.* [1987]). By comparing these different approaches, *Jones et al.* [1989] illustrate the improvement brought by the use of robust data processing methods.

On a more general level, a measurement is valid and can be used for law fitting when one also gets a reliable measure of its accuracy. Also error estimates on MT impedances are often used as weighing factors in MT inversions. In standard robust MT methods, errors are defined by the variance on the population of Z estimates. *Chave and Jones* [1997] showed that con-

ventional distribution-based error estimates are often biased. Because they were considered to be less sensitive to non-stationarity and departure from Gaussian error distributions, *Chave and Thomson* [1989] replaced standard variance by Jackknife variance (introduced by *Efron* [1982] and *Efron and Gong* [1983]). Improved robust methods should allow the MT user to obtain more stable and more reliable MT impedance estimates.

The question of the stability of MT estimates and their associated errors has been discussed by *Eisel and Egbert* [2001]. They showed that Jackknife variance errors did not reliably estimate the variability of the successive estimates over the full range of MT frequencies. They suggest that day-to-day variability is the best way to estimate impedance accuracy. More recently, *Hanekop and Simpson* [2006] suggested that deviations from the plane wave assumption used in the MT method leads to errors on impedance estimates that will not be reflected in the standard error bars.

In this article, we introduce in detail a new type of error estimate, the Error Tensor. It is based on a robust least-squares regression between the horizontal magnetic field and the residuals of the electric field obtained from the impedance estimation.

For testing the reliability of the proposed error calculation, we first consider a synthetic data set, where a real time-series of the magnetic field h is convolved with two synthetic impedance models: a homogeneous half-space and a 1D layered resistivity. A real time-series of magnetic field is used instead of a synthetic superposition of pure or singular oscillations because our aim is to comfort the robustness of the method with realistic non-stationary behaviours. We compare the true and estimated quantities to assess the accuracy of the estimation method. We focus on the modulus of the Error Tensor since the apparent resistivity is defined through the modulus of the impedance tensor. Then, several levels of Gaussian noise are added on electric field time series and the error estimator is tested again.

Second, we consider a real data set on a site where the resistivity does not change in time, so that any variation of the impedance should be interpreted as a limit of the processing method. We study the variability of successive estimates over the day and compare it with error estimates. Reliable error estimates ought to provide upper and lower bounds of Z variability.

2. Methodology

2.1. Estimating the impedance tensor

In time domain, $e_i(t)$ and $h_j(t)$ are related by a convolution equation involving the impedance tensor $z_{ij}(t)$:

$$e_i(t) = \sum_j z_{ij}(t) * h_j(t) + \mu_i(t), \quad (1)$$

where i, j are direction indices (say, $1=x, 2=y$) and the asterisk $*$ denotes the convolution product (in time domain). While $e_i(t)$ and $h_j(t)$ can be considered as random but observable variables, $z_{ij}(t)$ is non-random and unobservable and $\mu_i(t)$ is the noise.

In most processing techniques (e.g. *Chave et al.*, 1987, *Egbert*, 1997), the electric and magnetic fields are transformed into the Fourier domain (resp. $E_i(f)$ and $H_j(f)$) and the convolution equation (1) becomes, in discrete form:

$$E_i(f_k) = \sum_j Z_{ij}(f_k) H_j(f_k) + N_{E_i}(f_k), \quad (2)$$

where $N_{E_i}(f_k)$ is the electric field misfit and is assumed to follow normal statistics with zero mean.

The approach introduced here can be used with any transfer function estimation technique. Here we consider the Bounded influence remote-reference processing (BIRRP) code (*Chave and Thomson* [2004]), which solves equation (2) within a series of time windows (called "delete-ones"). BIRRP is used here in single site (SS) configuration. To improve the accuracy, the length of these time windows is chosen to be inversely proportional to the target frequency f_k (meaning time-frequency resolution comparable to that of the wavelet transform (*Zhang et al.* [1997])). Thus solving equation (2) within all subsets yields a series of estimates for $Z_{ij}(f_k)$ at different times. This population of estimates is considered and compared to a reference statistical model in order to detect outliers and apply Jackknife filtering. One finally gets a filtered population which is concentrated around a mean value, providing a robust estimate for $Z_{ij}(f_k)$.

2.2. The Error Tensor

In addition to a robust estimate for $Z_{ij}(f_k)$, BIRRP also provides the user with the spreading parameter of the filtered population (related to the variance). This is classically used as an estimate of the uncertainty on $Z_{ij}(f_k)$ but it is biased in cases for which low geomagnetic activity involves a population of $Z_{ij}(f_k)$ estimates with a small variance but with a mean far from the true value. These errors are mostly underestimated as they

are physically related to the variability of successive estimates.

To address this problem, we propose here the use of a new estimator for errors on the MT impedance tensor: the Error Tensor, defined on the basis of residuals of the electric field.

Let us call $Z_{ij}^{est}(f_k)$ the estimated impedance tensor at a frequency f_k . By product with the magnetic field this yields to:

$$E_i^P(f_k) = \sum_j Z_{ij}^{est}(f_k) H_j(f_k), \quad (3)$$

where $E_i^P(f_k)$ is the predicted electric field in Fourier domain.

By subtracting equation (3) from (2), we obtain the following relation for the residuals:

$$\Delta E_i(f_k) = \sum_j \Delta Z_{ij}(f_k) H_j(f_k) + N_{E_i}(f_k). \quad (4)$$

Here, $\Delta E_i(f_k)$ is the difference between the observed and produced electric fields:

$$\Delta E_i(f_k) = E_i(f_k) - E_i^P(f_k) \quad (5)$$

and the Error Tensor $\Delta Z_{ij}(f_k)$ is a 2x2 tensor defined as the difference between the true impedance Z_{ij} and the estimated tensor:

$$\Delta Z_{ij}(f_k) = Z_{ij}^{est}(f_k) - Z_{ij}(f_k). \quad (6)$$

Our earlier assumption of a normal distribution of ΔE_i is first used to determine the impedance components Z_{ij} by solving equation (2) and is moved to a similar linear equation (4) to be solved to determine impedance errors ΔZ_{ij} . The estimation of the Error Tensor can be made with classical robust MT impedance computation techniques by passing $\Delta E_i(f_k)$ back to the time domain and then using the time-series ($\Delta e_i(t), h_j(t)$) as input to the transfer function estimation code. The Error Tensor is computed in the same way as the MT tensor itself and its components can be considered as error estimates on $Z_{ij}^{est}(f_k)$.

The Error Tensor is defined by the residuals from the regression that yields to $Z_{ij}^{est}(f_k)$. For the presentation that follows, we introduce three error notations:

1. ΔZ_{ij}^{est} denotes the new robust error estimates (solution to equation 4)
2. ΔZ_{ij}^{birrp} is BIRRP's own error estimates based on the *so-called* Jackknife variance of impedance estimates
3. ΔZ_{ij}^{obs} is the true error observed in our synthetic tests (by direct use of the definition in equation 6 with the true impedance tensor)

2.3. Parameters of sliding windows

We consider successive runs of BIRPP, in a single station (SS) processing configuration, on data acquired within a single day to provide several estimates, each being relative to a record duration D . This duration is related to the period T_0 (in seconds as for D), to the number of *delete-ones* (elemental sliding windows for each estimate) N , and to the number of periods within each *delete-one* K :

$$D = cNKT_0, \quad (7)$$

where c is an overlapping factor (dimensionless and strictly lower than unity).

For simplicity in this paper, we focus on 4 values of T_0 : 50 s, 5 s, 0.5 s and 0.05 s. These periods are used for all synthetic and real data cases; they are related to the skin depth $\delta \approx 503 \sqrt{T_0 \rho_a}$ (where δ is in metres, T_0 is in seconds, the apparent resistivity ρ_a is $\Omega.m$) so they address a significant range of depth samplings. They are considered for the estimates of both MT and Error tensors ($Z_{ij}^{est}(f_k)$ and $\Delta Z_{ij}^{est}(f_k)$ respectively).

For each frequency of interest, the data are decimated to a new sampling rate f_s . We use the BIRRP code with elemental windows or *delete-ones* of 3 different lengths (see Table 1), respectively increasing the number K of periods T_0 per elemental window. The parameter N is not systematically tested: this is the number of elemental windows (*delete-ones*) for each BIRRP estimate. After a few tests ($N=125, 250, 500$), we noted that the most important sensitivity is on parameter K so for all cases considered we will use $N=250$. Tests using different values of K (and corresponding values of D) are shown for the synthetic homogenous case; for all other applications (synthetic 1D case and the real data case), we use a fixed K of 6 periods per elemental window.

3. Test on synthetic models

To test the validity of the error estimation method, we produced a hybrid data set consisting of a real magnetic data (MT source) but a synthetic electric field based on a well-defined impedance model. We chose this approach because:

- * if we use a real (e, h) data set, we will not have a full knowledge of the true impedance Z_{ij} which is necessary to compute the true errors to be compared to estimated errors;

* if we use a purely synthetic data set, we will be able to know exactly the true impedance Z_{ij} , but the time fluctuations and instabilities will not be representative of the complexity and realism of geomagnetic external variations. Actual non-stationarities, including unknown natural, anthropic noise and deviation from the plane wave assumption of MT sources are required in the synthetic data because they can be a significant cause of errors on impedance estimates.

Thus, we use a hybrid data set, i.e. "semi-synthetic": we use an observed magnetic field $h_j(t)$ but we compute a synthetic electric field $e_i^s(t)$ based upon a simple analytic impedance model in frequency domain Z_{ij}^M , that is convolved with the observed magnetic field (equation 3). The real magnetic data set is a 24-hour time-series acquired at 1024Hz on August 5th 2009, during a magnetotelluric survey on the granitic area of Avrillé (Vendée, France). A first set of synthetic data uses a homogeneous resistivity model, a second uses a layered resistivity model. Quality of the impedance tensor and error tensor estimates obtained on one synthetic time-series is obtained by comparing statistical behaviour and time variability of the relative errors over the day: true errors $\Delta Z_{ij}^{obs}(f_k)$, our new Error Tensor $\Delta Z_{ij}^{est}(f_k)$, and the errors given by BIRRP $\Delta Z_{ij}^{brrrp}(f_k)$. This approach assumes correlated noise between the electric and magnetic fields, which is supposed not to be the case for the tensor estimation procedure.

3.1. The homogeneous case

First we consider a simple hybrid data set, using an impedance Z_{ij}^M corresponding to a homogeneous medium of resistivity $\rho_M = 750 \Omega.m$. The wavenumber k_M is defined:

$$k_M = \sqrt{\frac{\omega\mu_M}{2\rho_M}}(1 - I) \quad (8)$$

where $I = \sqrt{-1}$, $\omega = 2\pi f$, and $\mu_M = \mu_0$ is the magnetic permeability in the medium classically set to be equal to the free-air permeability (relative change in the electrical resistivity ρ_M is much greater than in μ_M). The impedance tensor is a simple antisymmetric tensor with zero diagonal and opposite off-diagonal terms $Z_{i,j}^M = (-1)^{i+1} Z_M$ where i, j are direction indices and Z_M is the medium complex impedance:

$$Z_M = \frac{\omega\mu_0}{k_M} = \sqrt{\frac{\rho_M}{2\omega\mu_0}}(1 + I). \quad (9)$$

3.1.1. Statistical Behaviour of True and Estimated Relative Errors

Let us focus on the results obtained on the xy component (figures 1, 2 and 3); from a statistical point of view, its behaviour is similar to that of the other off-diagonal element (yx), while the diagonal elements are negligible. We consider both histograms of error estimates normalized to true errors.

($|\Delta Z_{ij}^{brrrp}|/|\Delta Z_{ij}^{obs}|$ and $|\Delta Z_{ij}^{est}|/|\Delta Z_{ij}^{obs}|$) and relative true errors $|\Delta Z_{ij}^{obs}|/|Z_{ij}^{obs}|$. We focus on the histogram maximum, providing the most likely value, respectively X_0^{brrrp} , X_0^{est} and X_0 :

* For the true errors ΔZ_{xy}^{obs} , X_0 (see Figure 1) decreases with increasing K at periods $T_0 = 0.5$ and $5s$. This dependency on K shows that the longer the deletion windows, the better the impedance tensor estimates are. To the contrary, at the shortest period ($T_0 = 0.05s$), the longest estimates ($K = 12$) display larger errors than the others. This could be due to the occurrence of short-lived transient noise-sources.

* To analyze their accuracy, one can compare the BIRRP error estimates ΔZ_{xy}^{brrrp} to the true errors ΔZ_{xy}^{obs} (see Figure 2): a large proportion of the Jackknife estimates population ΔZ_{xy}^{brrrp} (red in Fig. 2) underestimates the errors. Errors ΔZ_{xy}^{brrrp} (or ΔZ_{xy}^{est}) cannot be considered as reliable when they are lower than the true errors ΔZ_{xy}^{obs} . ΔZ_{xy}^{brrrp} ranges from [XX] to [YY].

* Now comparing the "Error Tensor" estimates ΔZ_{xy}^{est} to the true errors ΔZ_{xy}^{obs} (see Figure 3), one remarks that most probable values X_0^{est} range from 1.55 to 2: this is an acceptable overestimation of errors (considering the low relative errors ΔZ_{xy}^{obs}). So $|\Delta Z_{xy}^{est}|$ can be used as a diagnostic/quality control (QC) tool during a survey.

One can discuss the 'best' K that leads to both reliable Z and ΔZ estimates. For the present case, using $K = 3$ would be the best choice, because for all periods, all errors ΔZ_{xy}^{est} are larger than the true errors so we avoid the pitfall of using unrealistically small errors in the interpretation. However, this also yields to the largest true errors on the tensor itself (since ΔZ_{xy}^{obs} decreases with K). Thus we would prefer to use $K = 6$ for a balance between Error Tensor quality (overestimate of errors except 2% of underestimate for $T_0 = 0.05s$) and Tensor quality (lowest true errors). Moreover, we obtain a better time resolution than for the case with $K = 12$: for instance for $T_0 = 0.5 s$ (2 Hz frequency), one is able to correctly get one value for each tensor component and

its uncertainty every 12.5 min ($D \approx NKT_0$) with $K = 6$ or 25 min with $K = 12$.

3.1.2. Time Variability

Let us now extend our discussion to both xy and yx components of the impedance tensor. In addition to the histograms of the ratios $|\Delta Z_{ij}^{birrp}|/|\Delta Z_{ij}^{obs}|$ or $|\Delta Z_{ij}^{est}|/|\Delta Z_{ij}^{obs}|$, we also characterize the quality of error estimates by the correspondance between the time fluctuations of estimated errors to the true errors (ΔZ_{ij}^{birrp} or ΔZ_{ij}^{est} to ΔZ_{ij}^{obs}). We define correlations, for each component ij of the tensor, between observed and new robust errors time series as $C_{ij}^{obs/est}$ and between observed and classical jackknife errors time series as $C_{ij}^{obs/birrp}$. We use those correlation values ($C_{ij}^{obs/est}$ or $C_{ij}^{obs/birrp}$) to show the accuracy of the estimates in terms of variability (Table 2). Similitude between variability and correlation can be seen by comparing the strong correlation values of $C_{xy}^{obs/est}$ to the shape of the time fluctuations of the true ΔZ_{ij}^{obs} and the estimated errors in Figure 4.

- * Let us consider the values of $C_{ij}^{obs/birrp}$ (Table 2) and corresponding plots of error time-series (see Figure 4). Whatever the value of K , ΔZ_{ij}^{birrp} shows in most cases little correlation with ΔZ_{ij}^{obs} .
- * We note that the accuracy of the variability of the Error Tensor is evident whatever the parameter settings: at the exception of the shortest periods ($T_0 = 0.05$ s; for $K = 6, 12$), ΔZ_{ij}^{est} time-series are strongly correlated with ΔZ_{ij}^{obs} (values reach 0.99 in some cases). Practically, for the case where one would like to select the best estimate of Z at a fixed period T_0 over a whole day, choosing the estimate associated with the lowest value of $|\Delta Z_{ij}^{est}|$ would be reasonable. As the Error Tensor is based on a regression on the electric field residuals Δe of the MT tensor estimation, we suggest that this is probably more representative of the fluctuations of the true magnitude of the error on ΔZ_{ij}^{est} .

For all T_0 , the best correlations between ΔZ_{ij}^{est} and ΔZ_{ij}^{obs} are obtained for $K = 3$ (see Table 2). This case also corresponds to the worst Z estimates (largest true errors, see Figure 1).

Plots of both true and estimated errors versus time (Figure 4) display two regimes associated with daytime and nighttime data. Compared to those from the daytime data, the ($T_0 = 0.5$ s, $K = 6$) estimates based on the night time data are characterized by an increase of errors on the xy element and to a lesser extent on the yx

element. Because this case is actually a 'semi-synthetic' data case (real h field + synthetic Z impedance), those patterns are essentially due to internal variability in the properties of h (non-stationarity of the sources, noise and possible deviation from the plane wave hypothesis of MT sources).

3.2. The 1D case

The second family of synthetic data sets is built by using layered (1D) models. The true impedance is computed using classical iterative formulas (e.g. *Ward and Hohmann*, [1987]) and accounts for a half-space of resistivity $\rho_M = 1$ Ω .m overlain by two layers: the top layer has a fixed resistivity $\rho_1 = \rho_M = 1$ Ω .m equal that of the half-space, and the intermediate layer resistivity ρ_2 is allowed to vary and will be used as a sensitivity parameter. Impedance in each layer is defined similarly to that of the homogeneous case (equations 8 and 9), using the wavenumbers $k_1 = k_M$ and $k_2 = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\rho_2}}(1 - i)$, and scalar impedances $Z_1 = Z_M$ and $Z_2 = \omega\mu_0/k_2$.

The first two layers have bottom depths of h_1 and h_2 respectively. In order to minimize the frequency dependence with depth, we choose thickness values in relation to the skin depths. To emphasize the effect of the second layer resistivity, we put layer 2 at a depth of two skin depths and gave it a thickness of one skin depth: $h_1 = 1.5\delta$ and $h_2 = 2.5\delta$, and we use six different values of layer 2 resistivity ρ_2 : 10^{-2} , 10^{-1} , 1, 10^1 , 10^2 and 10^3 Ω .m. We fixed the 'binning' parameters K and N to 6 and 250, i.e. the best parameters obtained for the homogeneous case. **Among the 18 models created, we show on Figure 5 a typical MT resistivity sounding curve, computed with the synthetic data and associated with one 1D model. The quality of the soundings (very low errors) obtained from the other models is similar to this one.**

3.2.1. Statistical Behaviour of True and Estimated Relative Errors

As in the homogeneous case, the statistical point of view is discussed using the xy component only.

- * Most probable values X_0 associated with the distribution of true relative errors $|\Delta Z_{xy}^{obs}|$ decrease with increasing period T_0 (Figure 6). All errors are small, less than a few percent.
- * Values of X_0^{birrp} show that the population of ΔZ_{xy}^{birrp} underestimates ΔZ_{xy}^{obs} (see Figure 7). Looking at histograms of $|\Delta Z_{xy}^{birrp}|/|\Delta Z_{xy}^{obs}|$, one can observe that for $T_0 = 0.5$ s, 94% to 96% of all associated population

is less than unity (i.e indicating that error estimates are lower than true errors), for $T_0 = 5$ s, it is 60% to 71% of the population while for $T_0 = 0.05$ s, 15% to 40% of the population is concerned. As in the homogeneous case, a considerable proportion of Jackknife errors underestimate the true errors.

- * Histograms of $|\Delta Z_{xy}^{est}|/|\Delta Z_{xy}^{obs}|$ and associated values of X_0^{est} show that, in all cases, Error Tensor estimates ΔZ_{xy}^{est} are larger than the true errors $|\Delta Z_{xy}^{obs}|$ (see Figure 8). For $T_0 = 5$ s and $T_0 = 0.5$ s, 100% of all histograms population is superior to unity. Concerning $T_0 = 0.05$ s, 96% to 98% of the error population overestimate the true errors. Now, examining in more detail the values of X_0^{est} at $T_0 = 0.5$ s and $T_0 = 5$ s, the Error Tensor overestimates the true errors by factors of 1.75 to 1.95. For $T_0 = 0.05$ s, the overestimates are even higher, ranging from 2.21 to 4.

Thus, for all frequencies, the Error Tensor brings a significant improvement of error estimation: true errors are overestimated by a factor 1.7 to 4 while they were underestimated with jackknife estimates. However the results for the highest frequency must be used with caution: the overestimate of errors reaches a factor of 4, a very high value.

3.2.2. Time Variability

As in the homogeneous case, let us consider the correlation values between true and estimated errors (see Table 3):

- * For the shortest period $T_0 = 0.05$ s, both $C_{ij}^{obs/birrp}$ values are very low (-0.08 to 0.78). The longer periods show higher correlations but never higher than 0.83 . As for the homogeneous case, the variability of the true errors on the MT tensor is unsatisfyingly represented by ΔZ^{birrp} .
- * For the shortest period $T_0 = 0.05$, most $C_{ij}^{obs/est}$ values are low (-0.09 to 0.74). For periods $T_0 = 0.5$ s and $T_0 = 5$ s, correlations values are high (≥ 0.81). At those periods, one can say that Error Tensor estimates ΔZ^{obs} behave similarly to the true errors ΔZ^{obs} . Besides, we note a significant difference between the components: the xy values range from 0.95 to 0.99 , while the yx values are systematically lower (half of them between 0.81 and 0.89).

3.3. Behaviour of error estimates with Gaussian noise

In order to test the behavior of error estimates with electric noise, different levels of noise is injected on syn-

thetic electric field $e_i^s(t)$ time series such as:

$$e_i^N(t) = e_i^s(t) + N(t, \sigma_N); \quad (10)$$

where σ_N is the standard deviation of the noise, that we set proportional to the electric field standard deviation $\sigma_{e_i^s}$ such as $\sigma_N = a\sigma_{e_i^s}$ and a is defined as the noise level. Comparison between the 3 types of errors are made as for the noise-free data case. As the discussion on the statistical nature of EM noise is still open, we choose to inject simple Gaussian noise on the electric field time series.

Different noise levels were injected on the electric field, respectively corresponding to values of a (equal to $0.2, 0.5, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ or 0.5). First, the statistical behavior of the estimates is briefly synthetized by standard deviations and median values of observed and estimated quantities. Values associated with relative true errors populations $\Delta Z_{ij}^{obs}(T_k)/Z_{ij}^{obs}(T_k)$ increase with noise level (see Figure 9). For $a = 0$, one can find the results observed in the noise-free case. At $T_0 = 0.05$ s, relative observed errors increase strongly with noise level. Again, Error tensor estimates are overestimated by a reasonable factor while BIRRP error estimates can be strongly underestimated (not represented here).

Second, $C_{ij}^{obs/birrp}$ values are very low at all periods ($T_0 = 0.05, 0.5, 5$ s) for both non-diagonal components and varies with a . $C_{ij}^{obs/est}$ increase as a function a at different rates. For $T_0 = 0.5, 5$ s, values are always superior to 0.85 . At $T_0 = 0.05$ s, $C_{ij}^{obs/est}$ are very low on the yx component for values of a lower than 0.1 and increase strongly with increasing noise a . A possible explanation for this correlation is that when a low noise level is added to the electric field, errors are principally caused by bias in the magnetic field, propagated to the electric field with maximum correlation. When higher levels of gaussian noise are present, scatter becomes dominated by synthetic noise. While BIRRP's own error estimates fails to correlate with the true errors, the higher the noise level, the more ΔZ_{ij}^{est} correlates with ΔZ_{ij}^{obs} .

4. Real Data Application

Let us now show tests of the error estimation methodology on a real data set acquired at a site in Vendée (Western France) where subsurface resistivity is reasonably assumed to be constant in time. Time series were recorded for a whole day (with a 1024 Hz sampling frequency), a sufficiently long record for estimates at periods shorter than 5 s. Consecutive values of Z and ΔZ , have been computed over the whole (e,h) time-series using $K = 6$ and $N = 250$ for the sliding windows

in BIRRP. The comparison between the variability and the error estimates is a more useful way to estimate the quality in the real data case, without any a priori knowledge of the subsurface resistivity structure. Besides, the behavior of $\frac{\Delta Z^{est}}{\Delta Z^{obs}}$ cannot be reached on real data since the true error ΔZ^{obs} is unknown; this can only be discussed by comparison with the tests on synthetic data.

4.1. Typical MT sounding

First, we present a typical MT sounding realized with periods going from 3.9 ms to 8 s from our real data set, including the 3 periods used in our synthetic tests ($T_0 = 0.05$ s, 0.5 s and 5 s). This sounding quantities are obtained from the rotation of impedance tensor estimates in the geo-electrical directions. Typical apparent resistivities ρ_{xy} et ρ_{yx} are shown with associated error bars computed from median values of Error Tensor estimates over the daily estimates. Apparent phase ϕ_{xy} and ϕ_{yx} are also shown.

Resistivities are of a hundred $\Omega.m$ at short periods and both ρ_{xy} and ρ_{yx} are similar. Both decrease at longer periods ($T_0 > 0.5s$) while xy and yx components differ. This sounding has been done on a fractured granitic area with conductor inclusions.

4.2. Statistical Behaviour of Impedance estimates

We discuss the median daily relative errors computed for $T_0 = 0.05$ s, 0.5 s and 5 s (see Table 4). First, at $T_0 = 0.5$, all components of the tensor shows large relative errors, equal or superior to 100%. This reflects the great variability shown on tensor component time series at this period. Both periods $T_0 = 0.05s$ and $T_0 = 5s$ have relative errors reaching several tens of percents. ΔZ_{yx} shows the highest values.

4.3. Daily Variation

As proposed by *Eisel and Egbert* [2001], day-to-day variability would be the best way to estimate impedance estimate precision for a real data set with very long time-series. We apply this variability criterion on a consequently shorter time scale: **we study the variability of successive estimates (each one is associated with a duration D of signal)** over a day and compare it with the error estimates based upon residuals. Reliable error estimates must provide upper and lower bounds of the Z estimate time variations. We know that the subsurface geo-electrical structure does not change during the period of analysis, so that the daily variation is uniquely due to anthropic EM noise, measurement errors and non-stationarity of the source. We define lower and upper bounds Z^- and Z^+ of confidence interval (see Annexe). We will consider the errors ΔZ^{est} to be reliable

when their associated confidence interval ($[Z^- : Z^+]$) allows the MT user to take a single value that will remain valid for the whole day.

We will now observe if this condition is respected by comparing the whole-day median and the standard deviation of the Z estimates for all components (as an example, Figure 11 shows the variations of Z_{xx} bounds over the duration of the dataset). Our results (see Table 4) show that one of the three periods T_0 strictly meets this condition: for $T_0 = 0.05$ s, median values of errors overestimates standard deviation of Z estimates. Similarly, for $T_0 = 0.5$ s and $T_0 = 5s$, the condition is met on components xx , xy and yy and confidence intervals can be used as the actual bounds of Z over the day. However, errors underestimates standard deviations on yx for these periods.

We also observe this condition on apparent resistivities estimates. Tensor estimates Z and associated error tensor ΔZ are now rotated into Z principal axis and becomes Z' and $\Delta Z'$ (see Annexe for details). From anti-diagonal components of Z' and $\Delta Z'$, upper and lower bounds are defined (see Annexe for details), and are transformed in resistivity bounds ρ^+ and ρ^- . Moreover, from Z' and $\Delta Z'$, a resistivity tensor $\hat{\rho}$ and an Error Tensor of resistivity $\Delta \rho$ is deduced. Then values of standard deviation of resistivity estimates time series are compared with median value of $\Delta \rho$ for xy and yx components.

For $T_0 = 0.05s$, standard deviations of estimated resistivities are slightly equal to median of resistivity errors, time series of ρ_{xy}^+ and ρ_{xy}^- and ρ_{yx}^+ and ρ_{yx}^- values can be used as resistivity bounds at this period. In contrary, for $T_0 = 0.5$ s and $T_0 = 5$ s, standard deviations are significantly larger than median of resistivity errors (see Table 5). Figure 12 shows that at those periods, confidence bounds doesn't allow to take one single daily resistivity value.

5. Conclusion

As an alternative to classical Error estimates on MT impedances, we propose a new 'robust' MT error tensor estimate ΔZ , computed from Transfer Functions from magnetic time-series $h(t)$ and the electric field residuals time-series $\Delta e(t)$, resulting from the impedance tensor estimate. They are computed with the same robust processing code as the impedance Z itself, which allows for easy calculations. Tested on two synthetic homogeneous and 1D synthetic data sets, this procedure yields more reliable estimates on the modulus than the errors based on the jackknife variance. This is clear on synthetic data sets:

. First, the Error Tensor 'method' overestimates true errors in reasonable proportions (of a factor 2).

. Second, at the exception of the shortest period studied here, all correlations between the true and the new 'robust' errors time-series are quite high (0.9). The variability displayed by Error Tensor estimates reflects the time variations of true errors, which was not the case with Jackknife-based error estimates. Moreover, we injected several levels of Gaussian noise on the electric field and obtained following results: new 'robust' errors estimates get highly correlated for moderate amounts of noise for all tested periods. This feature is really important for the developpement of time-lapse MT, where successive estimates are made continuously in time: time variations of Error estimates must reflect the true fluctuations in the quality of tensor. This is a clear improvement compared to previous Jackknife-based error estimates. This is important in MT for rapid QC and to optimize data collection durations.

In a real data case, in order to test the Error Tensor estimates, one should observe a different condition: considering one time-series of successive impedance estimates, reliable errors estimates should englobe their time variations. The 'robust' Error Tensor values are strictly higher than the daily variation of successive impedance estimates on 1 of our 3 periods of study. In order to compare our results with classical MT apparent resistivities, impedance errors were converted in apparent resistivity errors. The behaviour of resulting resistivity confidence intervals is similar to those on the impedance.

The necessary condition for the development of imaging (in space and time) using MT monitoring of the subsurface (such as volcanoes, hydrocarbon reservoirs or geothermal fields) is the reliability and robustness of both impedances and associated error estimates. The proposed 'robust' errors can be used for such applications, because they provide good correlations with the time variation of the true errors of successive estimates. In addition to the new error estimator, we also propose a methodology to test transfer function estimator in MT. This procedure can be applied with any MT impedance estimation method. Robustness of the Error Tensor has been shown, at least on its modulus. One valuable addition to this study would be to run the same test with the use of a magnetic remote reference, which can improve results obtained with real data.

Besides, we used only the modulus of the Error Tensor in this paper but a reliable phase error estimator should be an improvement to the method. As the phase

of the impedance tensor is less sensitive to near-surface distortions, it is often necessary to use it for inversion. Phase errors could also be used as weighting factor in the inversion process. This will be the subject of a next article.

6. Appendix

As only the module of the error tensor is defined, one should consider all phase values in order to define confidence intervals on rotated impedances. First, we define a family Z_{ij}^* of Z_{ij} components, covering the full range of possible phases, such as :

$$Z_{ij}^* = \{Z_{ij} + |\Delta Z_{ij}| e^{j\alpha}\} \quad (11)$$

where $j = \sqrt{-1}$ and where α covers 0 to 2π . Thus, the bounds of the confidence interval for each component Z_{ij} (respectively Z_{ij}^- and Z_{ij}^+) are defined by minimum and maximum modulus values in the family of Z_{ij}^* . In addition, with these bounds, we define two matrices of dimension 2×2 of confidence intervals Z^- and Z^+ .

We now consider the case where the tensor is rotated through its principal axes. Let θ be the strike angle determined on the basis of the impedance estimate Z , from which we define a rotation matrix:

$$R_\theta = \begin{bmatrix} R_{xx}^\theta & R_{xy}^\theta \\ R_{yx}^\theta & R_{yy}^\theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

Then, the tensor is rotated with R_θ and each rotated component is associated with a family of values :

$$Z_{xx,\theta} = R_{xx}^\theta Z_{xx}^* + R_{xy}^\theta Z_{yx}^* \quad (13)$$

$$Z_{xy,\theta} = R_{xx}^\theta Z_{xy}^* + R_{xy}^\theta Z_{yy}^* \quad (14)$$

$$Z_{yx,\theta} = R_{yx}^\theta Z_{xx}^* + R_{yy}^\theta Z_{yx}^* \quad (15)$$

$$Z_{yy,\theta} = R_{yx}^\theta Z_{xy}^* + R_{yy}^\theta Z_{yy}^* \quad (16)$$

From the maximum and minimum values of modulus of each family components, tensors of upper and lower bounds of confidence interval Z_θ^+ and Z_θ^- are defined. Thus, they are transformed in resistivity bound matrix from which values ρ_{ij}^+ and ρ_{ij}^- are taken.

7. Acknowledgements

We wish to thank the region of Vendée (France) for supporting the survey from which the real data used is extracted. We also thank the survey staff composed of Boualem Bouyahiaoui, Julien Guillemoteau, Maksim Bano and Vincent Allegre.

References

- [1] Berdichevsky M. N., and M.S. Zhdanov, **1984**, *Advanced Theory of Deep Geomagnetic Sounding*, Elsevier, Amsterdam.
- [2] Chave, A. D., and A. G. Jones, **1997**, Electric and magnetic field galvanic distortion decomposition of BC87 data: *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 49, 4669-4682.
- [3] Chave, A. D., and D. J. Thomson, **1989**, Some comments on magnetotelluric response function estimation: *Journal of Geophysical Research*, 94, 14215-14225.
- [4] Chave, A. D., and D. J. Thomson, **2004**, Bounded influence estimation of magnetotelluric response functions: *Geophysical Journal International*, 157, 988-1006.
- [5] Chave, A. D., D. J. Thomson, and M. E. Ander, **1987**, On the robust estimation of power spectra, coherences, and transfer functions: *Journal of Geophysical Research*, 92, 633-648.
- [6] Efron, B., **1982**, *The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- [7] Efron, B., and Gong, **1983**, A leisurely look at the bootstrap the jackknife, and cross-validation, *Am. Stat.*, 37, 36-48.
- [8] Egbert, G.D., **1997**, Robust multiple-station magnetotelluric data processing, *Geophys. J. Int.*, 130, 475-496.
- [9] Egbert, G. D., and J. Booker, **1986**, Robust estimation of geomagnetic transfer functions: *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 87, 173-194.
- [10] Eisel, M. and Egbert, G.D., **2001**, On the stability of magnetotelluric transfer function estimates and the reliability of their variances, *Geophys. Jour. Int.* 144, 65-82.
- [11] Gamble, T. D., W. M. Goubau, and J. Clarke, **1979**, Magnetotellurics with a remote reference, *Geophysics*, 61, 53-68.
- [12] Hanekop, O. and Simpson, F., **2006**, Error propagation in electromagnetic transfer functions: what role for the magnetotelluric method in detecting earthquake precursors?, *Geophysical Journal International*, 165, 763-774.
- [13] Jones, A. G., A.D. Chave, G. Egbert, D. Auld, and K. Bahr, **1989**, A comparison of techniques for magnetotelluric response function estimation: *Journal of Geophysical Research*, 94, 14201-14213.
- [14] Larsen, J. C., **1980**, Electromagnetic response functions from interrupted and noisy data, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 32, Supp.I, S189-S1103.
- [15] Sims, W. E., F. X. Bostick, and H.W. Smith, **1971**, The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data: *Geophysics*, 36, 938-942.
- [16] Vozoff, K., **1987**, The magnetotelluric method, *Electromagnetic methods in applied Geophysics: Volume 2, Application*, SEG.
- [17] Wannamaker, P.E., **1999**, Affordable magnetotellurics: interpretation in natural environments, *Three-dimensional electromagnetics*, Society of Exploration Geophysicists, 349-374.
- [18] Ward, S. H., and G. W. Hohmann **1987**, Electromagnetic theory for geophysical applications, *Electromagnetic methods in applied Geophysics: Volume 1, Theory*, SEG.
- [19] Zhang, Y., and K. V. Paulson, **1997**, Enhancement of signal-to-noise ratio in natural-source transient MT data with wavelet transform: *Pure and Applied Geophysics*, 149, 405-419.

Besides, we benefited of comments by Pascal Tarits, Jacques Zlotnicki, Jean Jacques Schott, Michel Cara, Juanjo Ledo, Aude Chambodut and anonymous reviewers.

Comments and suggestions from two anonymous reviewers have greatly helped to improve this manuscript.

T_0 [s]	f_s [Hz]	K	D [s]
0.05	213.33	3	19.2
		6	38.4
		12	76.8
0.5	21.33	3	192
		6	384
		12	768
5	2.13	3	1920
		6	3840
		12	7680

Table 1: Duration of the windows for Z and ΔZ estimates in function of the number K of periods T_0 contained in each delete-one (columns), for each period T_0 of interest (lines), and for a fixed number N of 120 delete-one

T_0 [s]	K	$C_{xy}^{obs/est}$	$C_{yx}^{obs/est}$	$C_{xy}^{obs/birrp}$	$C_{yx}^{obs/birrp}$
0.05	3	0.83	0.61	0.41	0.46
	6	0.20	0.17	0.27	0.48
	12	-0.17	0.2	0.18	0.52
0.5	3	0.99	0.88	0.89	0.78
	6	0.99	0.89	0.84	0.62
	12	0.99	0.91	0.68	0.37
5	3	0.98	0.97	0.7	0.66
	6	0.97	0.93	0.57	0.54
	12	0.97	0.92	0.1	0.17

Table 2: HOMOGENOUS CASE: synthetic data. Correlation coefficients between the true and estimated error time-series for several values of K (number of periods T_0 contained in each delete-one) at different periods T_0 of estimation. $C_{ij}^{obs/est}$ and $C_{ij}^{obs/birrp}$ explained in text.

T_0 [s]	ρ_2 [Ω .m]	$C_{xy}^{obs/est}$	$C_{yx}^{obs/est}$	$C_{xy}^{obs/birrp}$	$C_{yx}^{obs/birrp}$
0.05	10^{-2}	0.15	0.05	0.06	0.13
	10^{-1}	0.74	0.67	0.78	0.78
	10^{-1}	0.20	0.17	0.27	0.48
	10^0	-0.08	0.04	-0.05	-0.08
	10^1	-0.09	0.05	-0.05	-0.08
	10^2	-0.09	0.05	-0.05	-0.08
0.5	10^{-2}	0.99	0.88	0.83	0.63
	10^{-1}	0.99	0.88	0.84	0.63
	10^0	0.99	0.89	0.84	0.62
	10^1	0.99	0.92	0.83	0.60
	10^2	0.99	0.92	0.83	0.58
	10^3	0.99	0.92	0.83	0.58
5	10^{-2}	0.99	0.97	0.75	0.72
	10^{-1}	0.99	0.98	0.72	0.65
	10^0	0.97	0.94	0.57	0.54
	10^1	0.95	0.83	0.31	0.45
	10^2	0.95	0.81	0.25	0.46
	10^3	0.95	0.81	0.25	0.45

Table 3: 1D CASE: as for Table 2, but for synthetic data with K fixed to 6.

T_0 [s]	0.05	0.5	5
$median(\Delta Z_{xy}^{est} / Z_{xx}^{est})$	18%	13%	137%
$median(\Delta Z_{yx}^{est} / Z_{xy}^{est})$	34%	20%	91%
$median(\Delta Z_{yy}^{est} / Z_{yx}^{est})$	41%	60%	144%
$median(\Delta Z_{xx}^{est} / Z_{yy}^{est})$	25%	15%	97%
$std(Z_{xx}^{est})/ \Delta Z_{xx}^{est} $	0.1	0.85	0.3
$std(Z_{xy}^{est})/ \Delta Z_{xy}^{est} $	0.58	0.5	0.5
$std(Z_{yx}^{est})/ \Delta Z_{yx}^{est} $	0.13	1.87	2.8
$std(Z_{yy}^{est})/ \Delta Z_{yy}^{est} $	0.07	0.7	0.34

Table 4: REAL DATA CASE. Standard deviations of the absolute impedance estimates $|Z^{est}|$ time-series to compared to median of absolute associated errors DZ^{est} for the four periods T_0 of observation (respectively 5, 0.5, and 0.05s). Both values are normalized to median values of impedances estimates obtained in Table 5.

T_0 [s]	0.05	0.5	5
$median(\Delta \rho_{xy}^{est} / \rho_{xy}^{est})$	12%	11%	83%
$median(\Delta \rho_{yx}^{est} / \rho_{yx}^{est})$	14%	8%	73%
$std(\rho_{xy}^{est})/ \Delta \rho_{xy}^{est} $	1.14	8.1	12.8
$std(\rho_{yx}^{est})/ \Delta \rho_{yx}^{est} $	1.3	6.3	9.9

Table 5: REAL DATA CASE. Standard deviations of the absolute resistivity estimates ρ_{ij}^{est} time-series to compared to median of absolute associated errors ρ_{ij}^{est} for the four periods T_0 of observation (respectively 5, 0.5, and 0.05s). Both values are normalized to median values of impedances estimates obtained in Table 5.

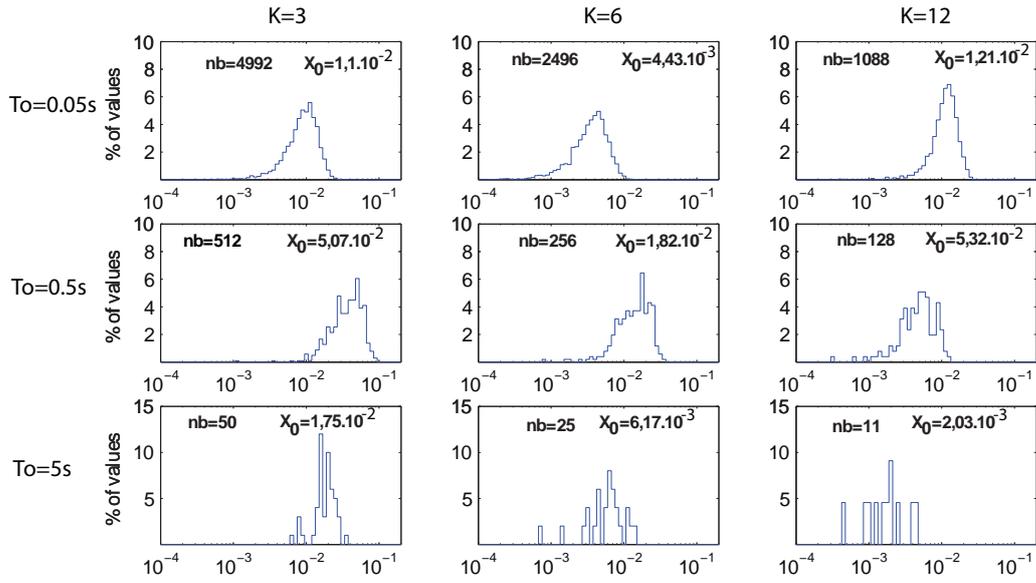


Figure 1: HOMOGENEOUS CASE: synthetic data. Histogram of relative true errors ΔZ_{xy}^{bs} for 4 periods of estimation ($T_0 = 0.05s, 0.5s, 5s$) and several values of K ($K = 3, 6, 12$). X_0 is the most probable value and nb is the number of estimates.

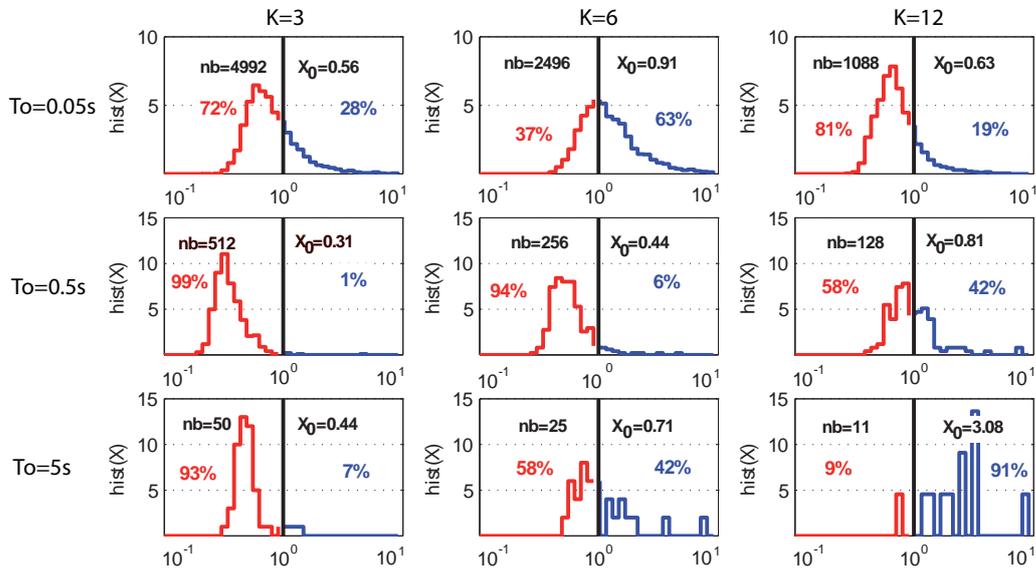


Figure 2: HOMOGENEOUS CASE: synthetic data. Same as Figure 1 for BIRRP errors normalized by true errors $\frac{|\Delta Z_{xy}^{brrp}|}{|\Delta Z_{xy}^{obs}|}$. Red curves : part of the histogram with values under unity, indicating an underestimate of errors (associated % of the population shown); Blue curves : values above unity, overestimate.

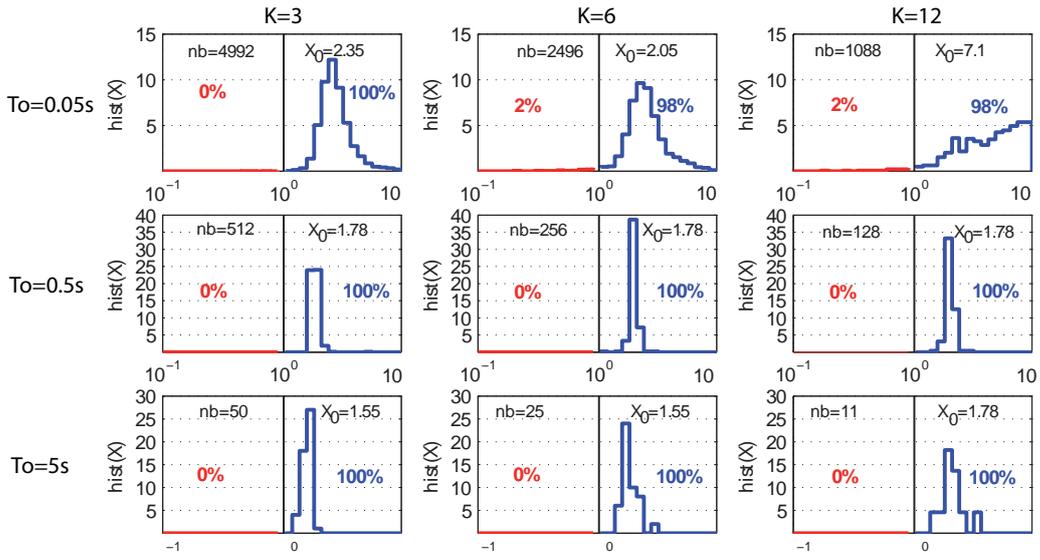


Figure 3: HOMOGENEOUS CASE: synthetic data. Same as Figure 2 for our proposed Error Tensor $\frac{|\Delta Z_{xy}^{est}|}{|\Delta Z_{xy}^{obs}|}$.

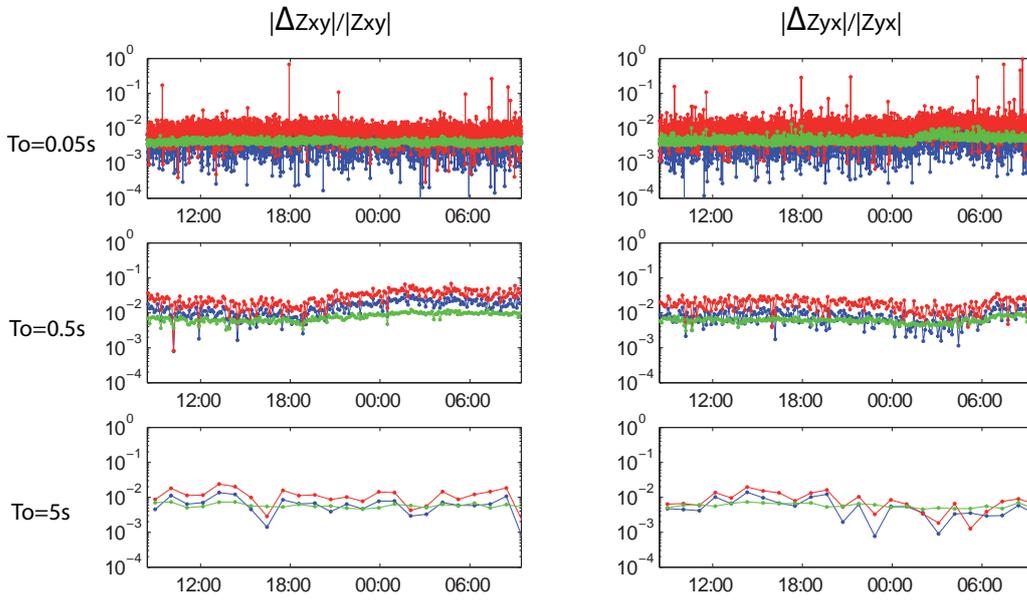


Figure 4: HOMOGENEOUS CASE: synthetic data, $K = 6$. Relative estimated and true ΔZ_{xy} (left column) and ΔZ_{yx} (right column) time-series for 3 periods of estimation ($T_0 = 0.05s, 0.5s, 5s$): i) blue=true errors, ii) red=Error Tensor, iii) green=Birrp error.

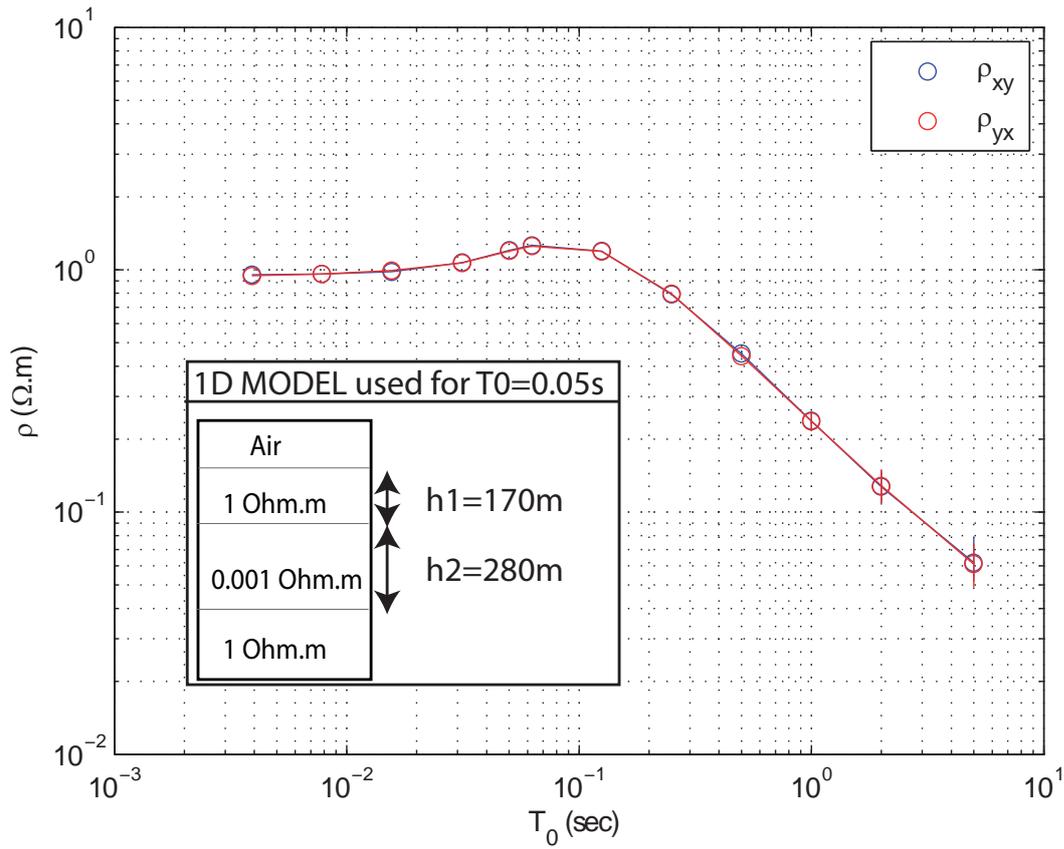


Figure 5: 1D CASE: synthetic data corresponding to one tabular model. Classical MT sounding realized with 3 periods per decade plus 3 additional periods of estimation ($T_0 = 0.05s, 0.5s, 5s$). Error bars based on the Error Tensor are present but very small.

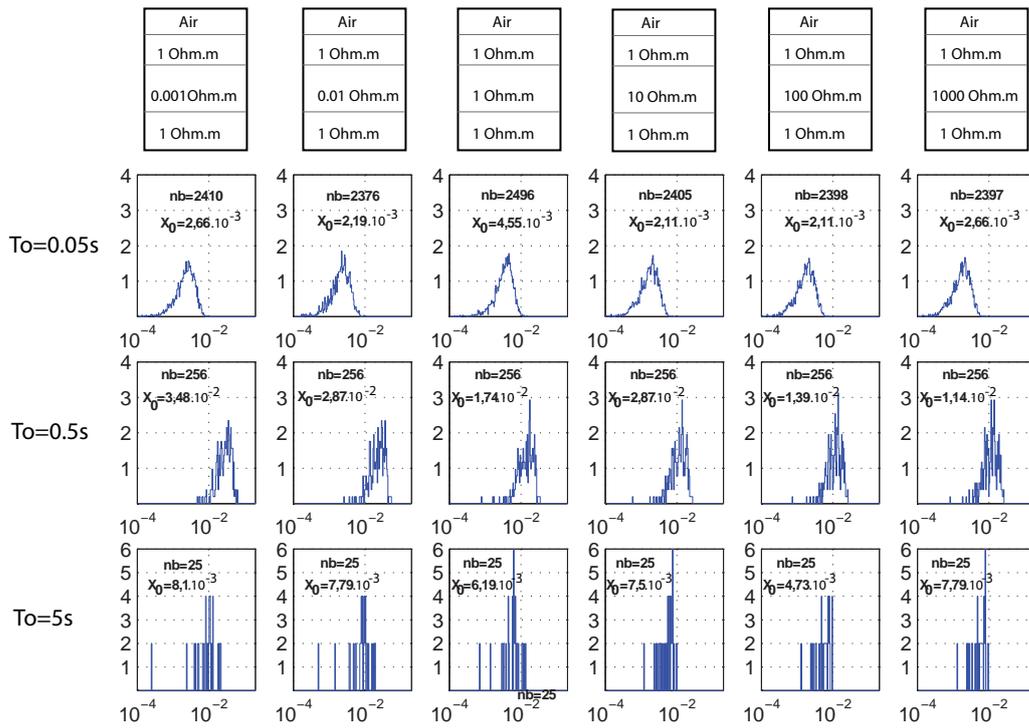


Figure 6: 1D CASE: synthetic data. K is 6. Histogram of relative true errors $\frac{|AZ_{xy}^{obs}|}{|Z_{xy}^{obs}|}$ for 3 periods T_0 of estimation (0.05s, 0.5s, 5s), and 5 resistivity models ($\rho_2 = 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10^1, 10^2, 10^3 \Omega.m$). X_0 is the most probable value.

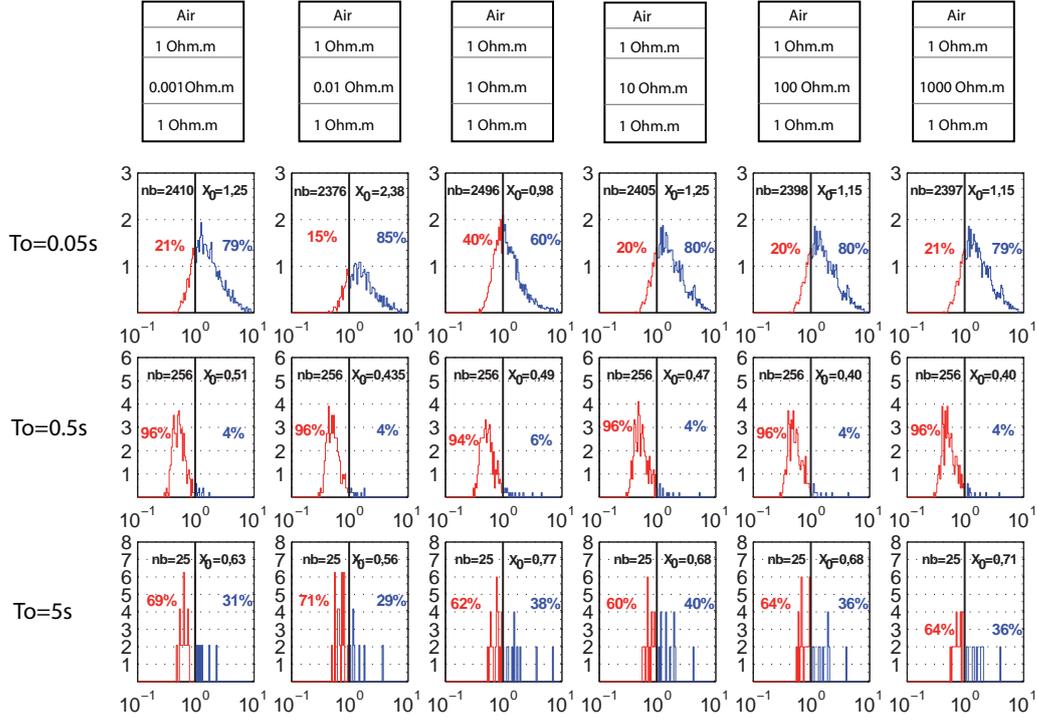


Figure 7: 1D CASE: synthetic data. Same as Figure 5 for BIRR errors normalized by true errors $\frac{|\Delta Z_{xy}^{birr}|}{|\Delta Z_{xy}^{obs}|}$. Red and blue curves as above in Figure 2.

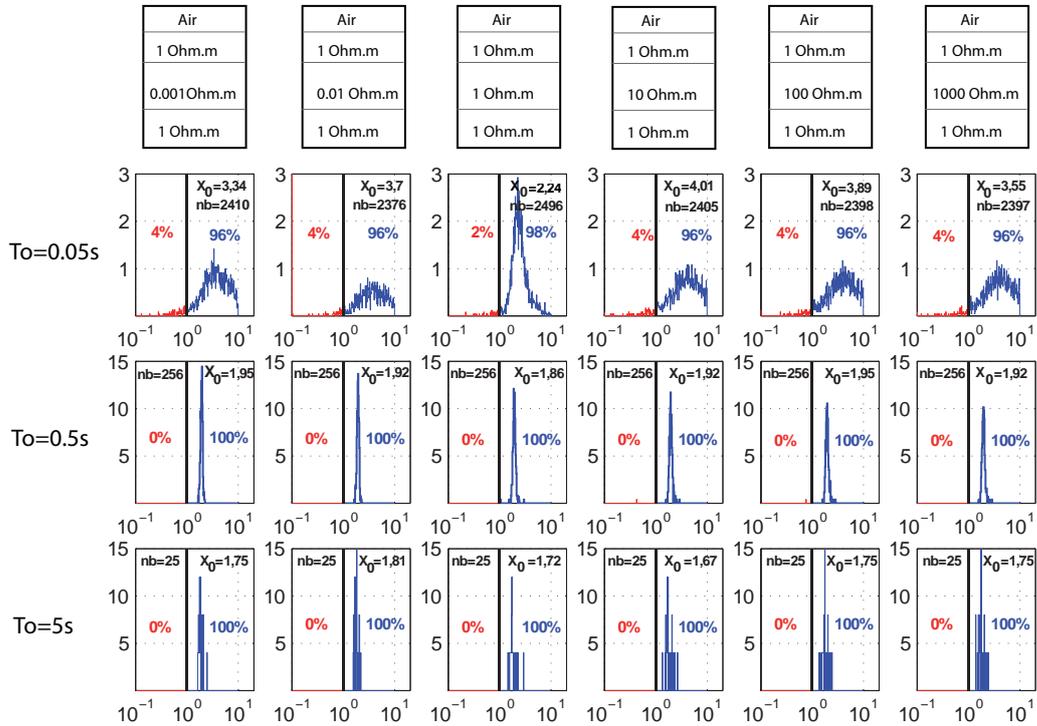


Figure 8: 1D CASE: synthetic data. Same as Figure 6 for our proposed Error Tensor normalized by true errors $\frac{|\Delta Z_{xy}^{est}|}{|\Delta Z_{xy}^{obs}|}$.

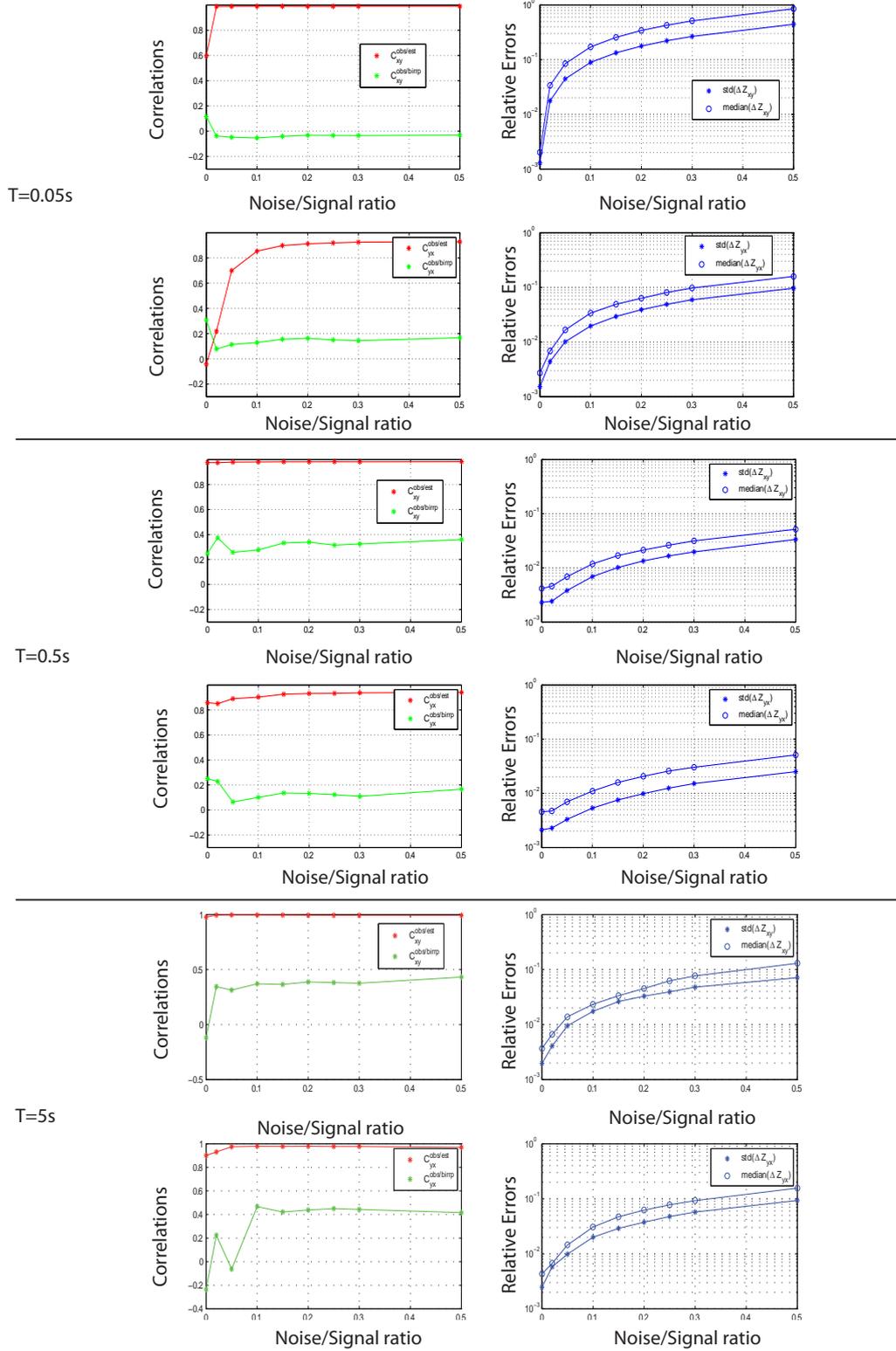


Figure 9: HOMOGENEOUS CASE: synthetic data with different noise level injected, controlled by parameter a , on the electric field. Left: correlations coefficients between the true and estimated error time-series as a function of a at different periods T of estimation. $C_{ij}^{obs/est}$ and $C_{ij}^{obs/birrp}$ explained in text. Right: median values and standard deviation of relative observed error population ΔZ_{ij} as a function of a .

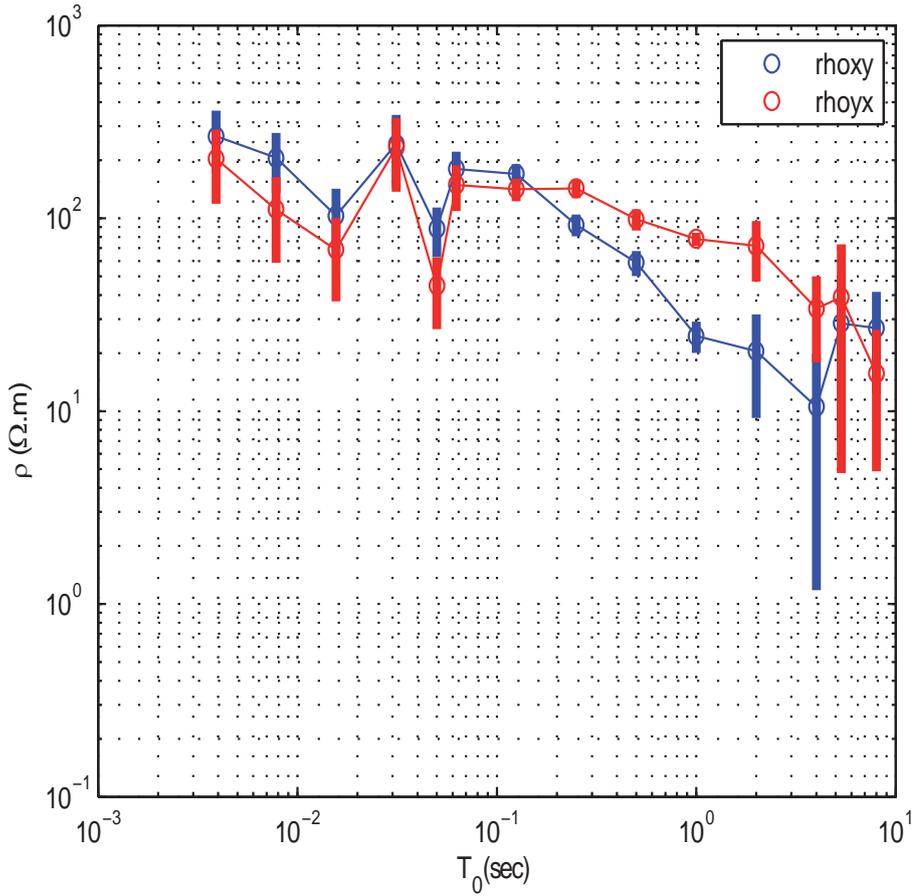


Figure 10: REAL DATA CASE : noisy MT sounding. Presentation of MT results at the 3 periods of interest and other additional periods: apparent resistivities and associated error bars obtained with the Error Tensor estimator. Values are obtained with real observed MT time-series over one day of data. Daily medians of successive values are represented. K (the number of periods T_0 contained in each *delete-one*) is fixed to 6.

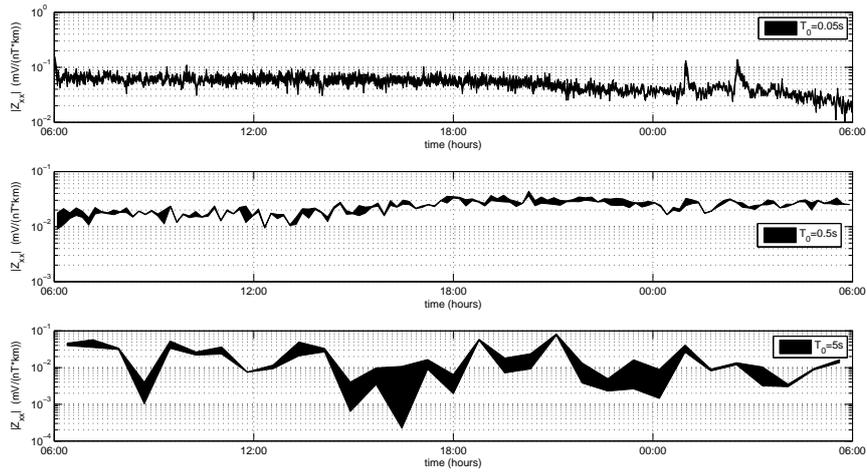


Figure 11: REAL DATA CASE. Time series of modulus of confidence bounds of component Z_{xx} (in black) for 3 periods T_0 of estimation (0.05s, 0.5s, 5s).

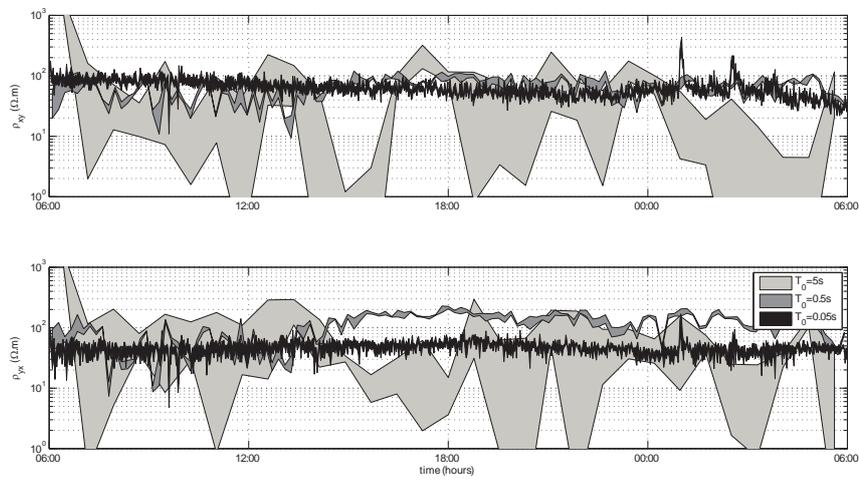


Figure 12: REAL DATA CASE. Time series of confidence interval associated with rotated apparent resistivities ρ_{yx} and ρ_{xy} for 3 periods T_0 of estimation (0.05s, 0.5s, 5s) represented in different grey levels.

3.2 Variabilité temporelle d'estimations MT

Dans cette partie nous présentons les résultats d'un traitement MT continu, incluant des estimations d'erreurs robustes effectuées avec la méthode du tenseur d'erreur, appliquée à des données issues d'une campagne géophysique effectuée pendant la thèse en Vendée. L'objectif est de présenter avec plus de détails des séries temporelles d'estimations MT et d'observer l'évolution des incertitudes associées.

3.2.1 Description des données et objectifs

Les données ont été acquises à l'aide d'une station MT Metronix, équipée de sondes magnétiques à induction MFS06 et d'électrodes non-polarisables (3.1). Les composantes horizontales des champs électrique et magnétique ont été enregistrées à une fréquence d'échantillonnage de 1024 Hz. L'acquisition s'inscrit dans le cadre d'une prospection MT dans le Massif granitique d'Avrillé (voir carte magnétique) pour la recherche de zones conductrices possiblement liées à un potentiel géothermique (30 sites similaires ont été prospectés). Le site présenté, Moutiers Source, est situé dans le voisinage de plusieurs sources chaudes et a été reconnu comme un site à dimensionnalité faible (1D ou 2D : voir Annexe). La durée d'enregistrement est de 22h59min (du 7 Juillet 2009 à 7h24 au 8 Juillet 2009 à 6h23) : elle permet d'effectuer des estimations consécutives d'impédance et d'erreurs robustes à haute fréquence, dans une optique de suivi temporel MT (voir chapitre 1) à l'échelle d'une journée.

La configuration géo-électrique du lieu d'investigation est constante à l'échelle de temps de la mesure. Les fluctuations temporelles des estimations successives du tenseur, si elles existent, seront uniquement dues à des phénomènes non-stationnaires dans les sources MT (voir chapitre 1), au bruit anthropique et à d'éventuelles erreurs de mesure. Dans le cas présent, en tenant compte de la précision des instruments et de la courte durée de la mesure, nous considérons les erreurs de mesures comme nulles. En suivant la terminologie de [Pedersen 1982], nous tenterons de discuter les erreurs observées en termes d'erreurs statistiques, inversement proportionnelles à la précision de l'estimation, et d'erreurs de biais, liées à l'exactitude de l'estimation.

3.2.2 Traitement

Le traitement ci-contre s'effectue sans référence lointaine magnétique, qui n'a pas été déployée pendant la durée des mesures.

Pour chaque fréquence d'estimation f , les données ont été divisées en un nombre $n_e(f)$ de séries temporelles consécutives d'une durée $D(f)$, elles mêmes découpées (lors de l'estimation) en 60 sous fenêtres d'une durée $d = 16/f$. Le choix de ce paramétrage est issu des résultats de la section précédente. Les fréquences étudiées appartiennent au domaine pollué par le bruit anthropique et valent respectivement 4, 8, 16, 32, 64, 128 et 256 Hz.

Chaque série temporelle est traitée à l'aide du code BIRRP, en configuration *single-station* (sans référence lointaine), et donne lieu à une estimation de tenseur d'impédance Z ainsi qu'à un tenseur d'erreur ΔZ associé, calculé par la méthode décrite précédemment. Pour chaque fréquence, on obtient des séries temporelles de tenseur et d'erreur. On rappelle qu'on utilise le module seul du tenseur d'erreur, la phase n'étant pas contrainte.



FIGURE 3.1 – gauche : Centrale d’acquisition Metronix (ADU07), droite : sonde magnétique à induction MFSO6 (fabrication Metronix)

Ensuite, on s’affranchit des possibles rotations de polarisations des champs en considérant le déterminant du tenseur d’impédance $\det(Z)$, grandeur scalaire (équivalent 1D du tenseur) et invariant de rotation ([Weaver 2000]). Pour chaque fréquence, on construit un intervalle de confiance pour toute série temporelle de Z_{ij} à partir des erreurs ($[Z_{ij} - \Delta Z_{ij}; Z_{ij} + \Delta Z_{ij}]$). On transforme ces intervalles de confiance sur Z en intervalles de confiance $[\rho_-; \rho_+]$ sur la résistivité issue du déterminant ρ_{det} :

$$\rho_+^a = \frac{\max \left| \det \left(Z_{\pm} \Delta Z \right) \right|}{\mu_0 f} \quad (3.1)$$

$$\rho_-^a = \frac{\min \left| \det \left(Z_{\pm} \Delta Z \right) \right|}{\mu_0 f} \quad (3.2)$$

L’observation couplée de l’évolution de l’intervalle de confiance $[\rho_-; \rho_+]$ et de la phase $\Phi(\det(Z))$ constitue un suivi temporel MT.

3.2.3 Résultats

Les séries temporelles de tenseur d’impédance estimées présentent une grande variabilité dans le temps (voir figures 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10). Des sauts d’amplitudes sont constatés à certains moments (par exemple à 256Hz, entre 8PM et 9PM sur la composante Z_{xy}) ainsi que des variations à long-terme, à l’échelle de la durée des mesures. Pour la plupart des fréquences et des composantes, les valeurs du tenseur n’oscillent pas autour d’une valeur moyenne : les enveloppes (observation à court terme) et valeurs moyennes (observation long terme) des signaux évoluent continuellement dans le temps. Ceci ne traduit pas forcément de variations temporelles géo-électriques du milieu. Il est nécessaire d’observer des invariants de rotation ([Weaver 2000]), tels que le déterminant du tenseur d’impédance, afin de s’affranchir de ces phénomènes, qui peuvent conduire à une interprétation de variation de conductivité en profondeur en lieu et place d’une rotation des champs.

L’observation des erreurs sur le module des composantes du tenseur permet une description qualitative de chaque estimation de tenseur (voir figures 3.3, 3.4, 3.5 et 3.6). Si les espérances des

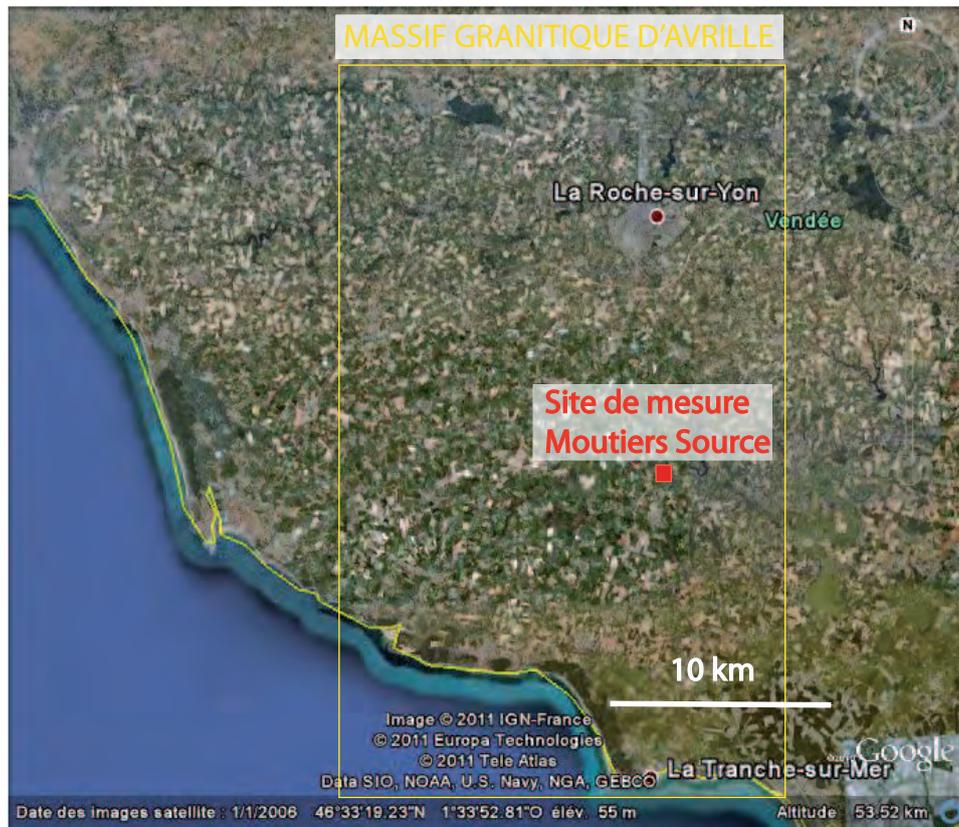


FIGURE 3.2 – Localisation du massif granitique d'Avrillé (Vendée) et position du point de mesure MT.

séries temporelles d'erreurs relatives sont assez faibles, elles présentent des valeurs ponctuellement élevées non corrélées avec les estimations erronées du tenseur aux fréquences supérieures à 50 Hz.

L'observation de l'intervalle de confiance et de la phase issus du déterminant du tenseur estimé et de ses erreurs témoigne d'une variabilité temporelle de signaux MT liée à des propriétés de la source et au bruit anthropique. On teste le critère introduit par [Eisel 2001] sur les estimateurs d'erreurs : sur un site à structure géo-électrique constante, les erreurs estimées doivent être d'une amplitude au moins supérieure à la variabilité des signaux sur la durée des données. Le corollaire de ce critère est que les intervalles de confiance sur la résistivité doivent inclure au moins une valeur de résistivité, qui reste valide sur la durée des mesures. Aux sept fréquences d'études, cette condition n'est jamais respectée (figures 3.11, 3.12, 3.13 et 3.14) : la variabilité de la taille de l'intervalle de confiance est trop importante. On peut attribuer les variations rapides des intervalles de confiance de résistivité aux erreurs statistiques et les variations lentes aux erreurs de 'biais'.

Pour les plus hautes fréquences (256, 128 et 64 Hz), en fonction de la date d'estimation, on peut estimer des résistivités différant d'un facteur allant jusqu'à 2.5. Les erreurs de biais sont les plus importantes : les variations lentes des séries temporelles présentent la plus grande amplitude. Pour 32, 16 et 8 Hz, les séries temporelles d'intervalles de confiance sont beaucoup plus stables : le rapport entre les résistivités maximales et minimales est inférieur à 1.5. Les erreurs de biais sont ici très faibles. A 4 Hz, on trouve un facteur 2.5. La phase du déterminant du tenseur oscille autour d'une valeur moyenne fixe pour 4, 8, 64 et 128 Hz. Pour 16, 32 et 256 Hz la phase présente

une plus grande variabilité.

Dans un contexte non-dynamique, nous mettons en évidence, à l'échelle d'une journée, des variations temporelles de résistivités et de phases, dues au bruit anthropique et aux propriétés des sources MT. Les erreurs estimées par la méthodologie du Tenseur d'Erreur n'englobent pas systématiquement cette variabilité. En effet, la méthode du tenseur d'erreur semble estimer les erreurs statistiques mais pas les erreurs de biais, importantes en l'absence de référence lointaine.

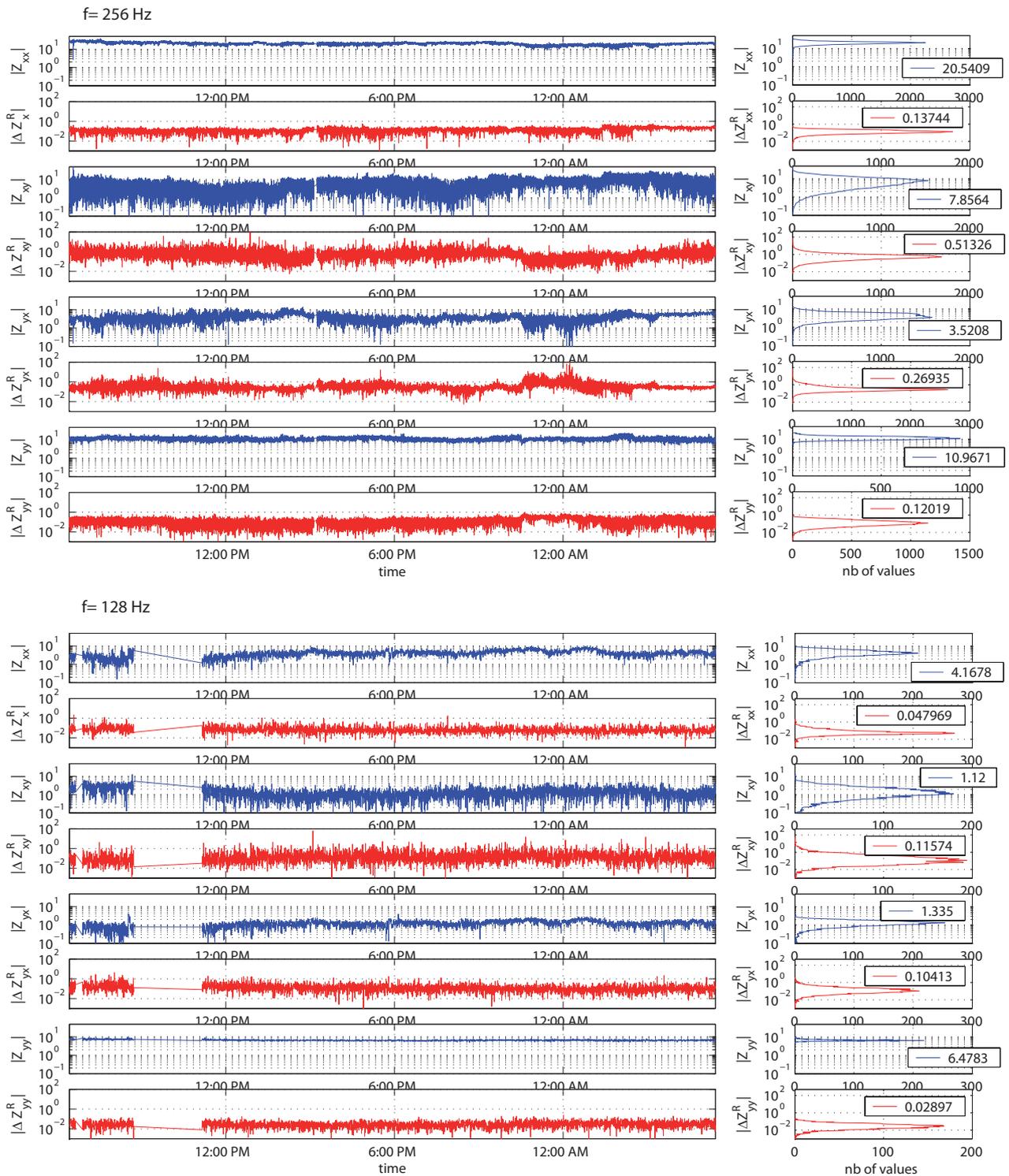
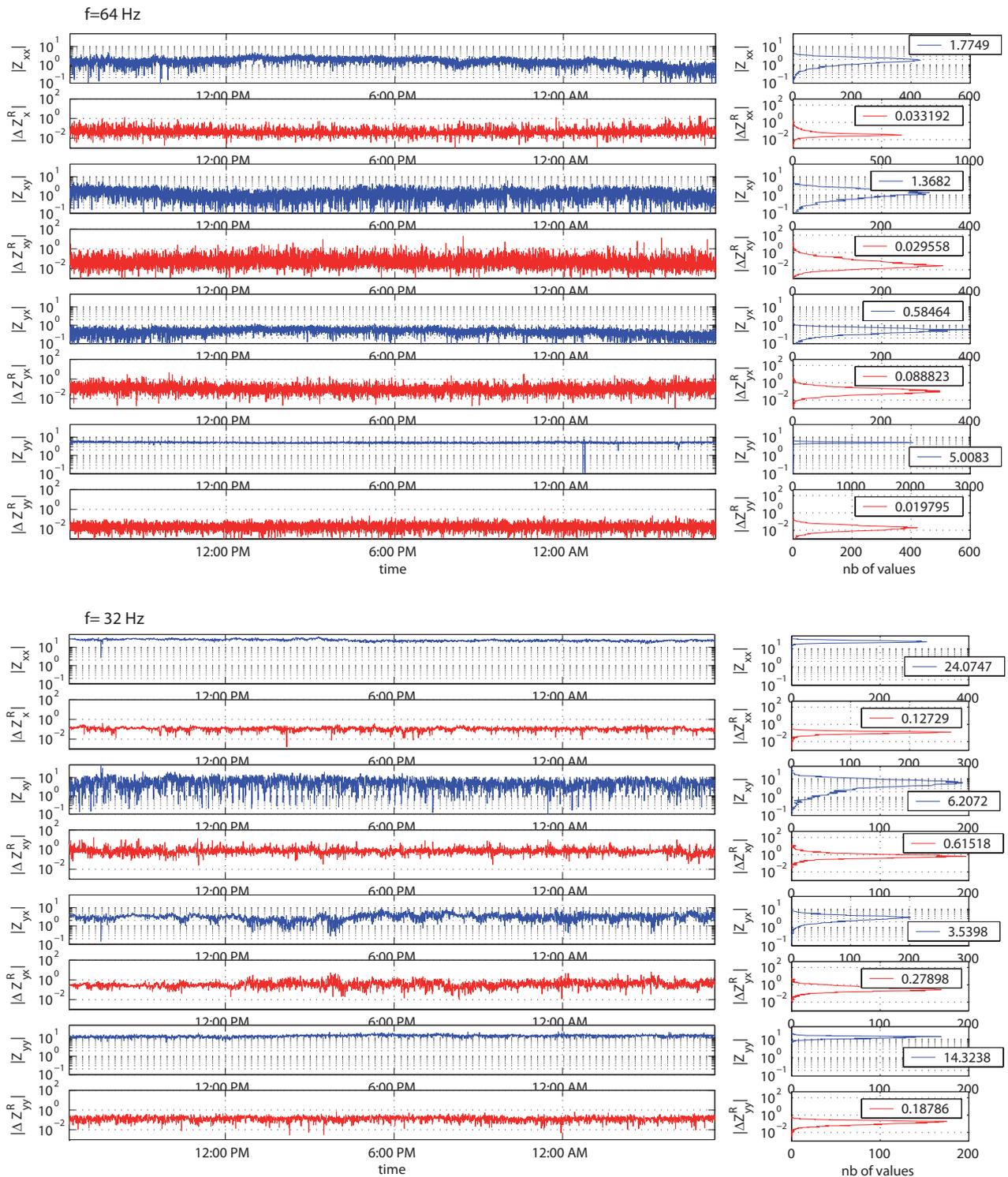


FIGURE 3.3 – Evolution temporelle du module du tenseur estimé (en $mV/(km.nT)$) et de l'erreur relative associée. Les histogrammes des populations d'erreurs et de tenseurs sont représentés à droite, les valeurs d'espérances des populations sont affichées.



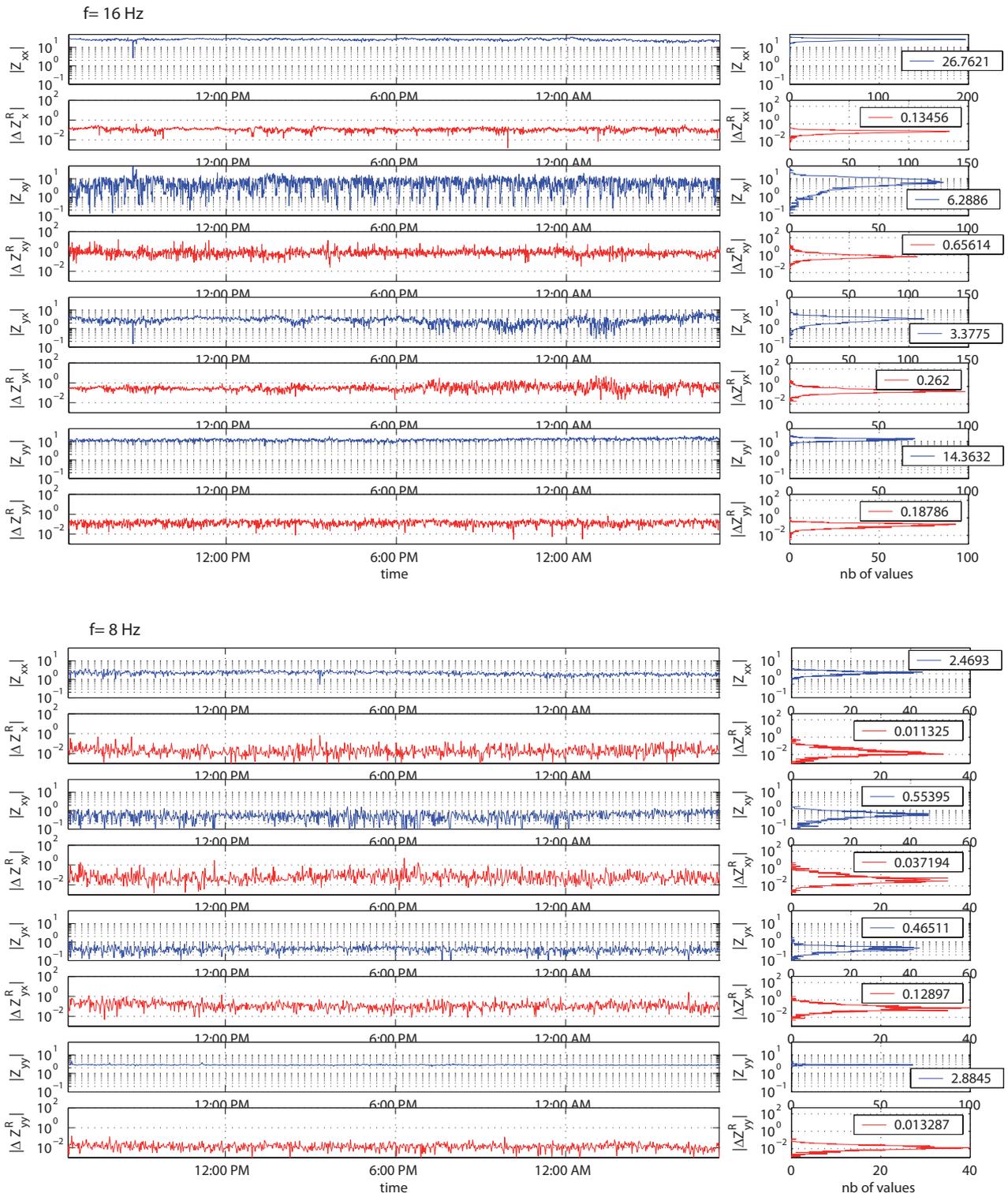


FIGURE 3.5 – Evolution temporelle du module du tenseur estimé (en $mV/(km.nT)$) et de l'erreur relative associée. Les histogrammes des populations d'erreurs et de tenseurs sont représentés à droite, les valeurs d'espérances des populations sont affichées.

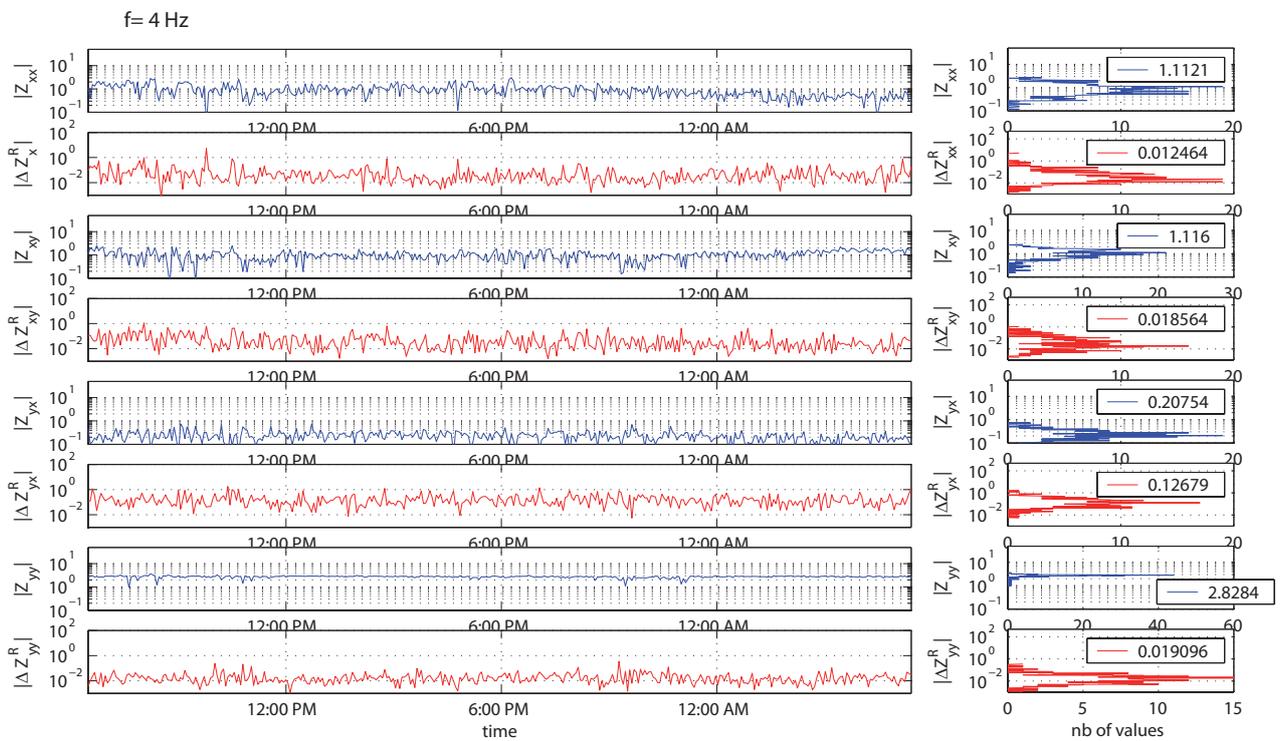


FIGURE 3.6 – Evolution temporelle du module du tenseur estimé (en $\text{mV}/(\text{km}\cdot\text{nT})$) et de l'erreur relative associée. Les histogrammes des populations d'erreurs et de tenseurs sont représentés à droite, les valeurs d'espérances des populations sont affichées.

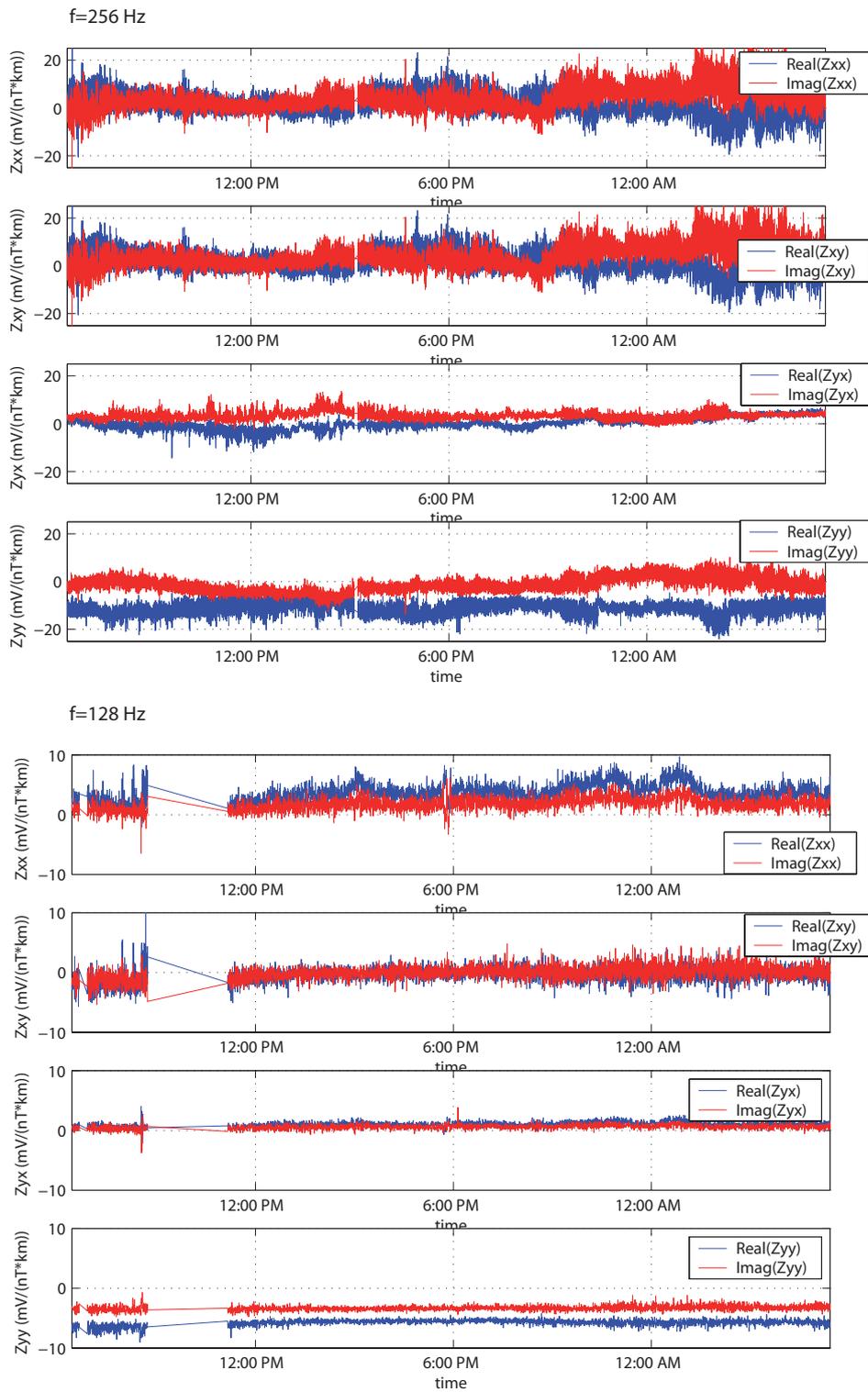


FIGURE 3.7 – Evolution temporelle des quatre composantes (parties réelles et imaginaires) du tenseur Z estimé (en $\text{mV}/(\text{km} \cdot \text{nT})$) pour plusieurs fréquences.

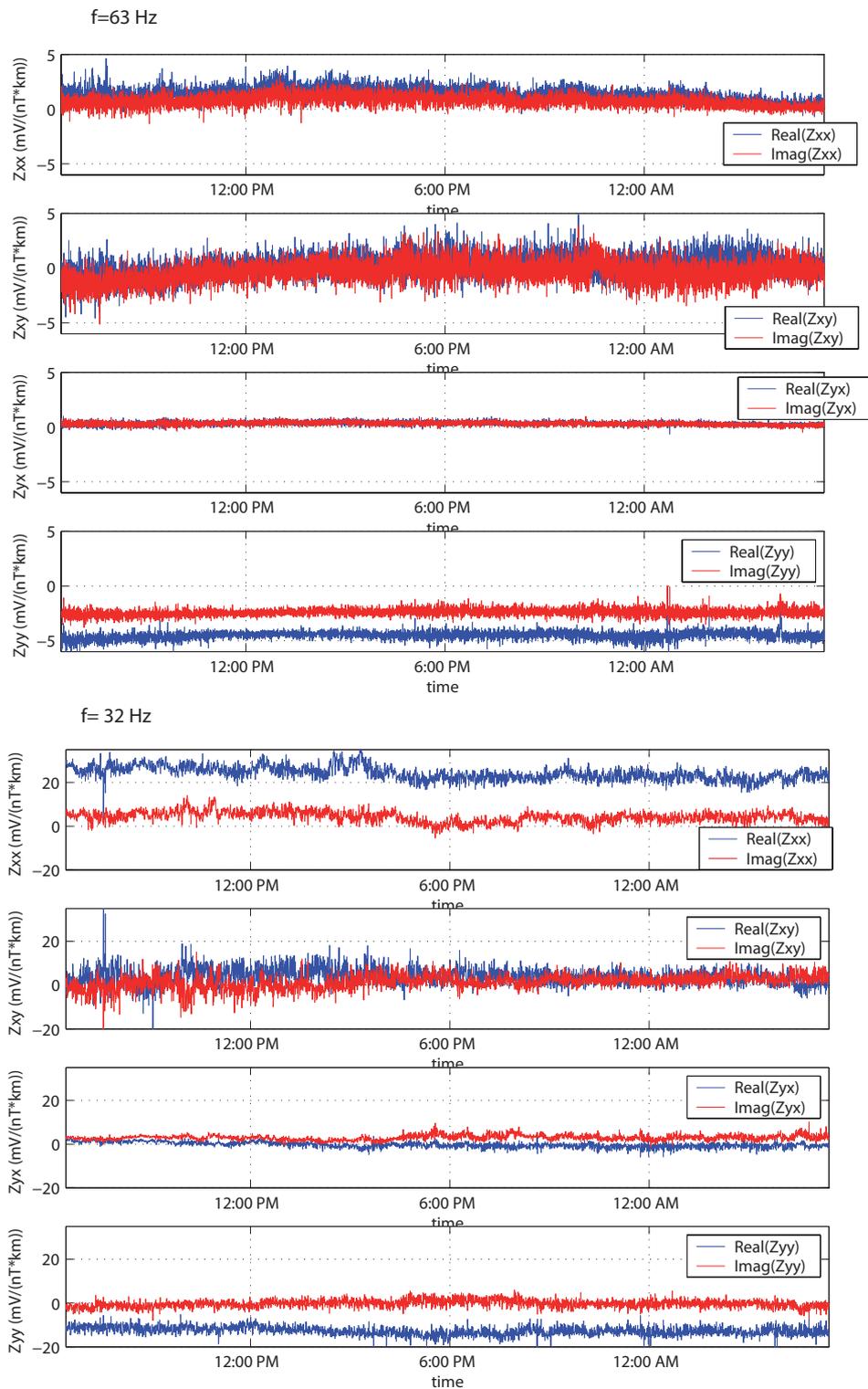


FIGURE 3.8 – Evolution temporelle des quatre composantes (parties réelles et imaginaires) du tenseur Z estimé (en $\text{mV}/(\text{km}\cdot\text{nT})$) pour plusieurs fréquences.

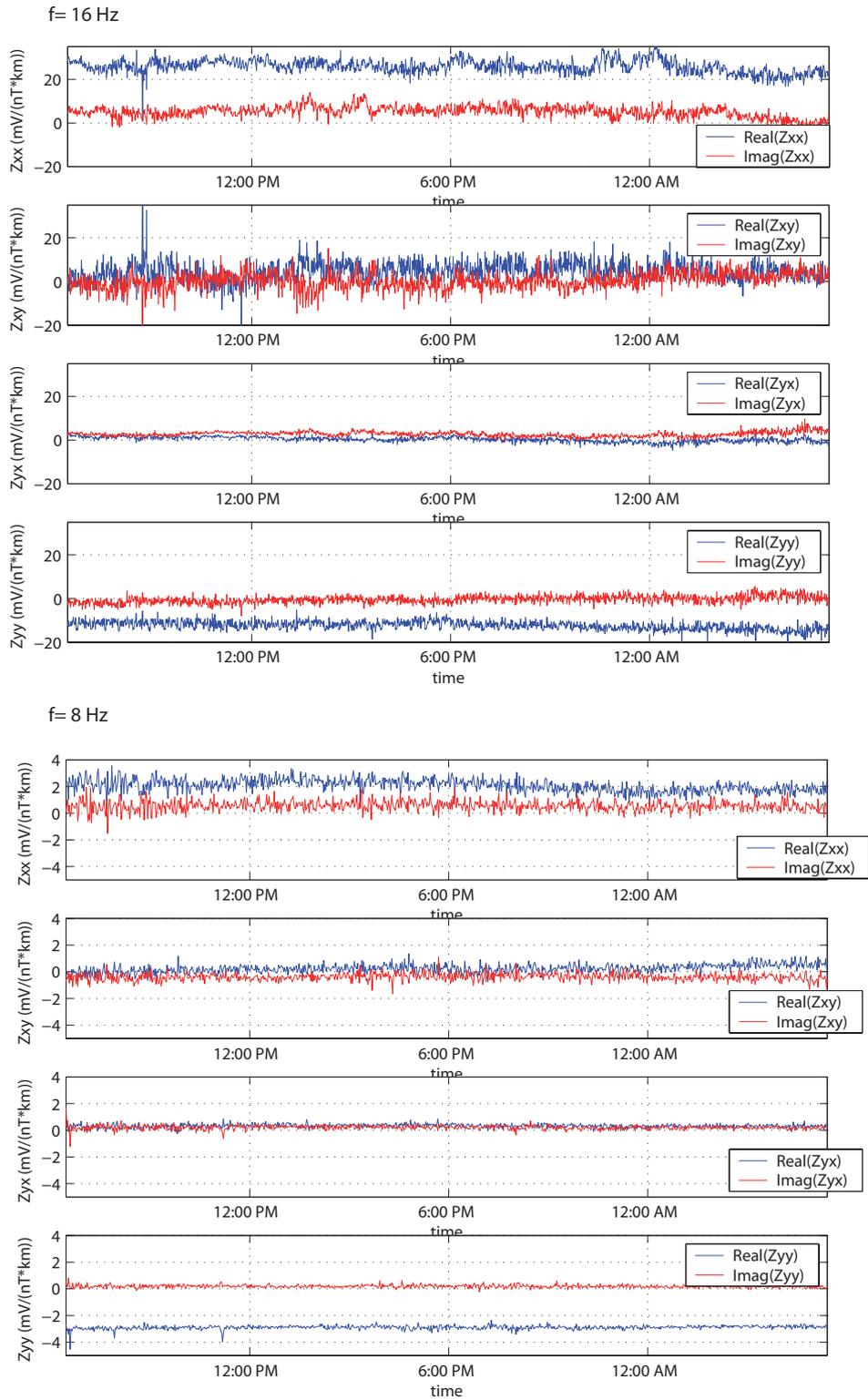


FIGURE 3.9 – Evolution temporelle des quatre composantes (parties réelles et imaginaires) du tenseur Z estimé (en $\text{mV}/(\text{km}\cdot\text{nT})$) pour plusieurs fréquences.

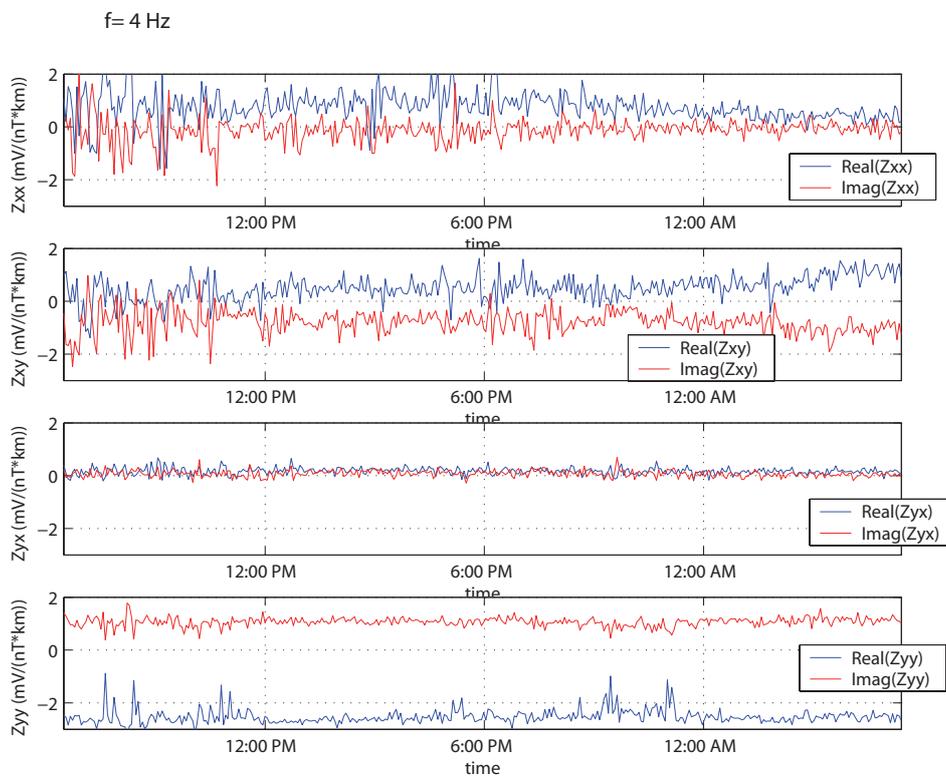


FIGURE 3.10 – Evolution temporelle des quatre composantes (parties réelles et imaginaires) du tenseur Z estimé (en $\text{mV}/(\text{km}\cdot\text{nT})$) pour une fréquence.

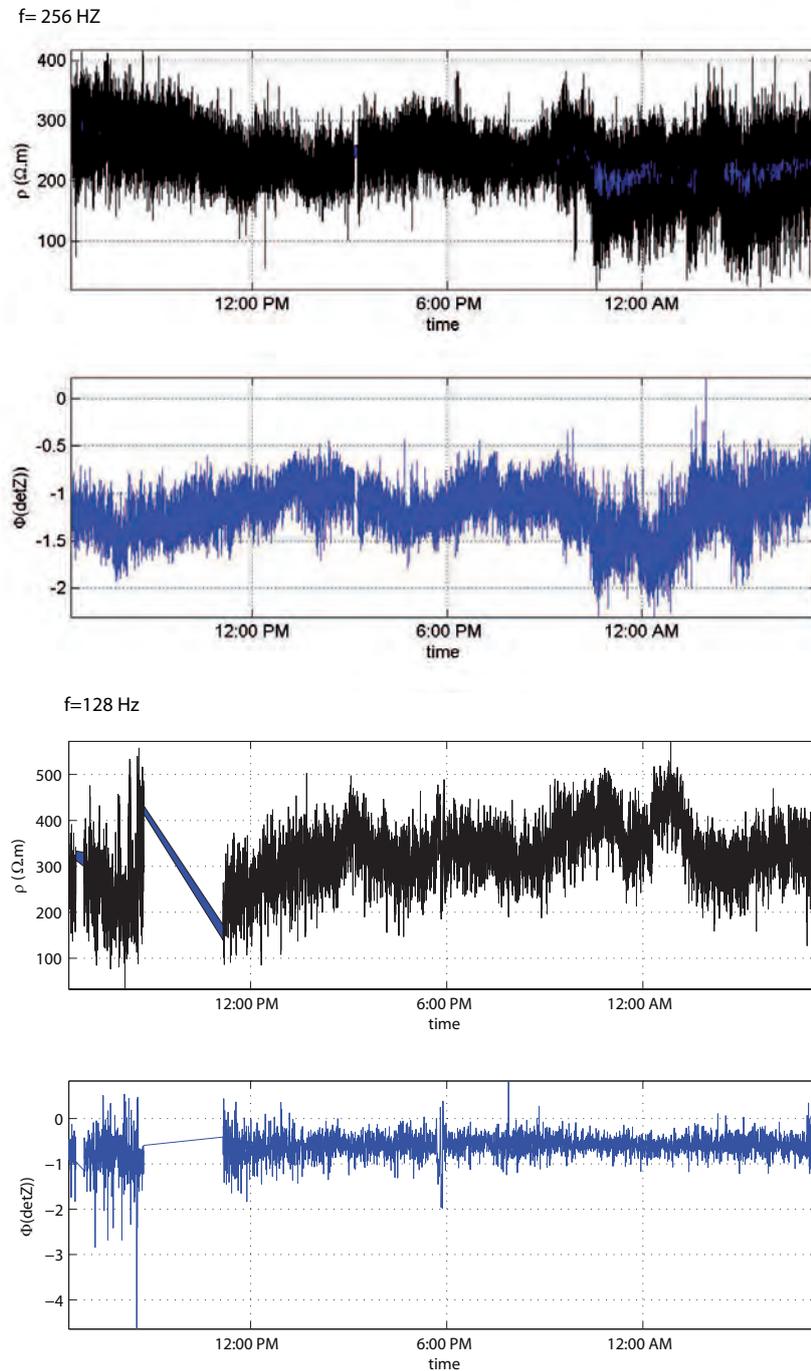


FIGURE 3.11 – Evolution temporelle des grandeurs MT du déterminant du tenseur d'impédance Z estimé pour plusieurs fréquences. Les intervalles de confiance sur la résistivité (en $\Omega \cdot m$) et la phase (en rad) sont représentés.

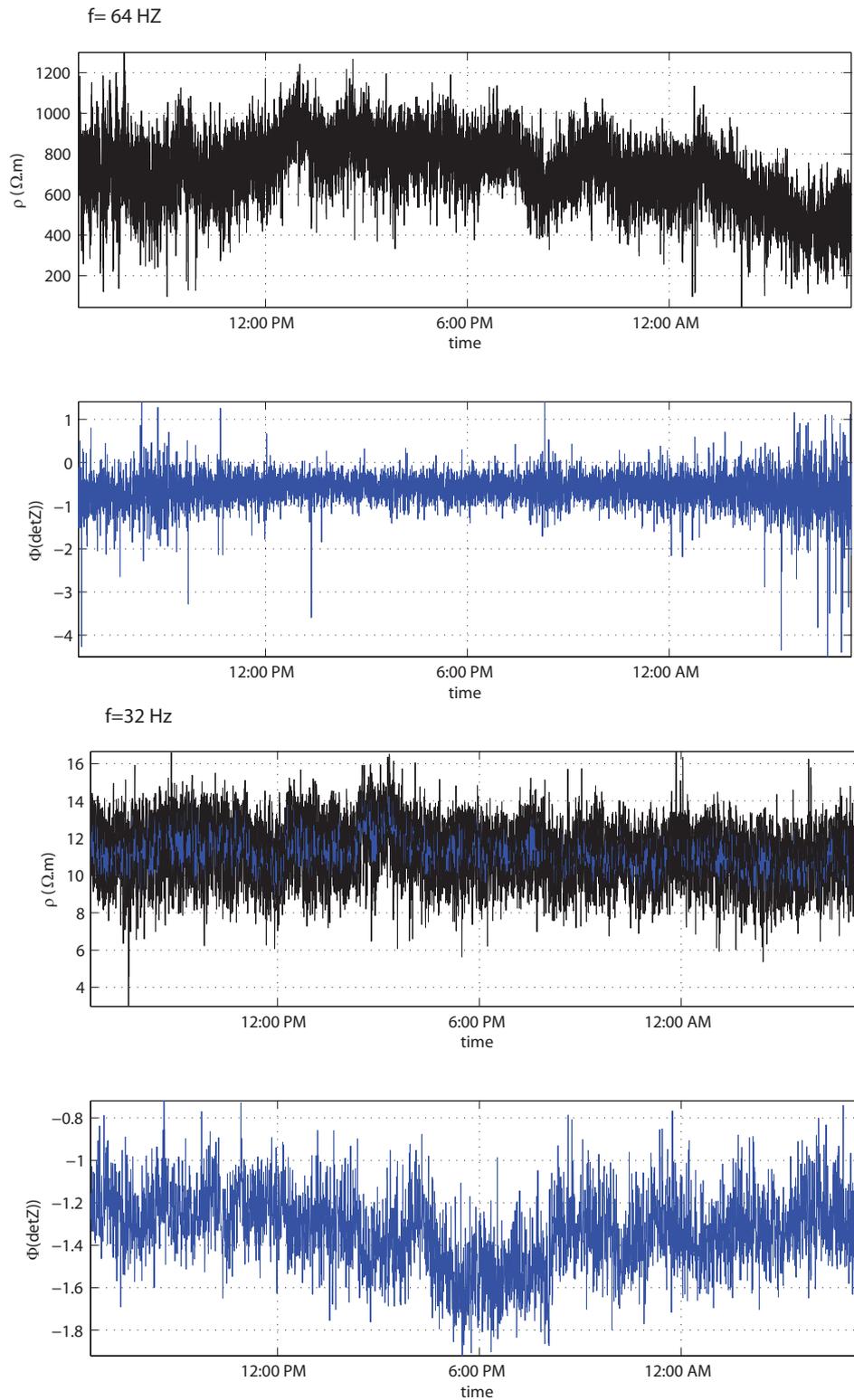


FIGURE 3.12 – Evolution temporelle des grandeurs MT du déterminant du tenseur d'impédance Z estimé pour plusieurs fréquences. Les intervalles de confiance sur la résistivité (en $\Omega.m$) et la phase (en rad) sont représentés.

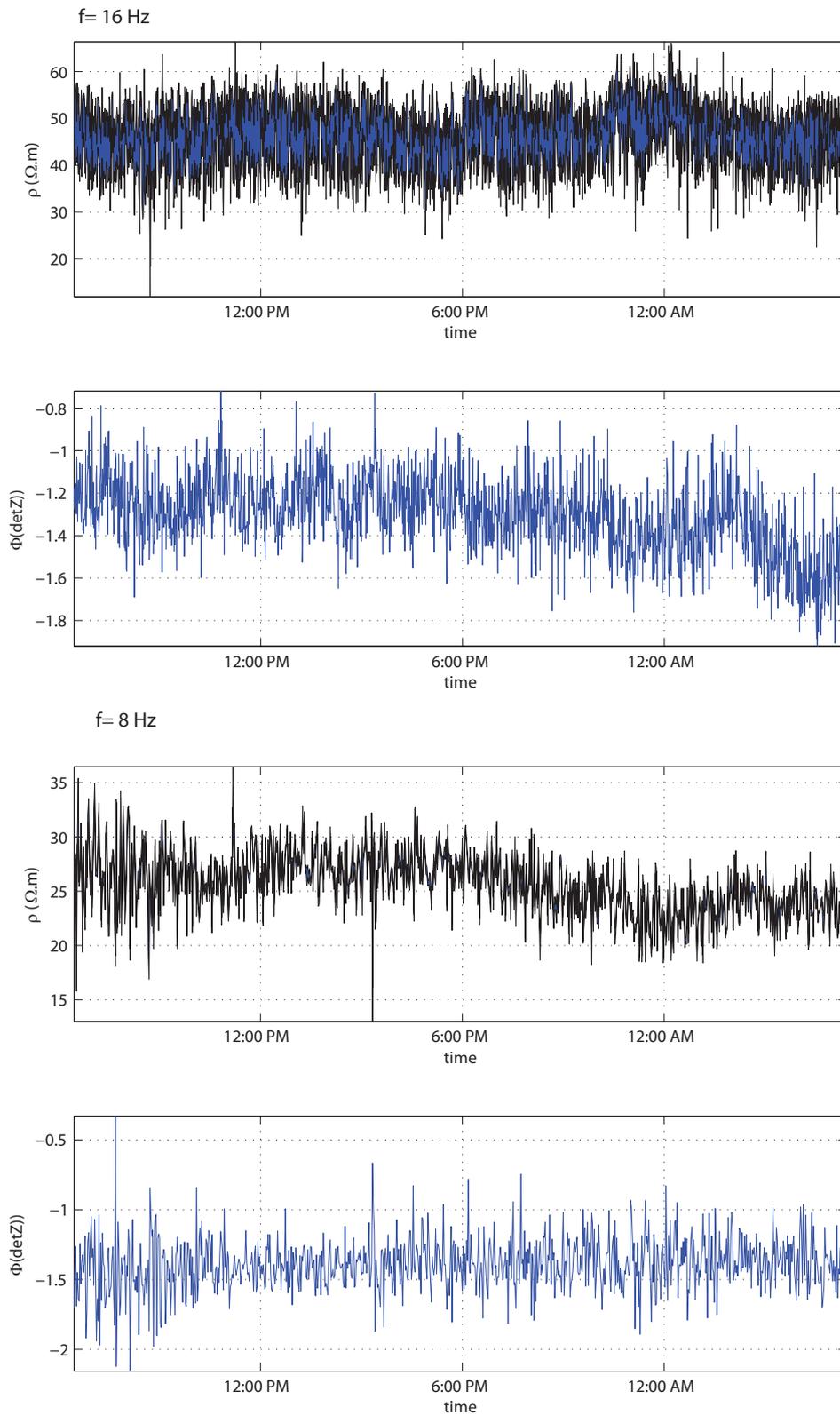


FIGURE 3.13 – Evolution temporelle des grandeurs MT du déterminant du tenseur d'impédance Z estimé pour plusieurs fréquences. Les intervalles de confiance sur la résistivité (en $\Omega.m$) et la phase (en rad) sont représentés.

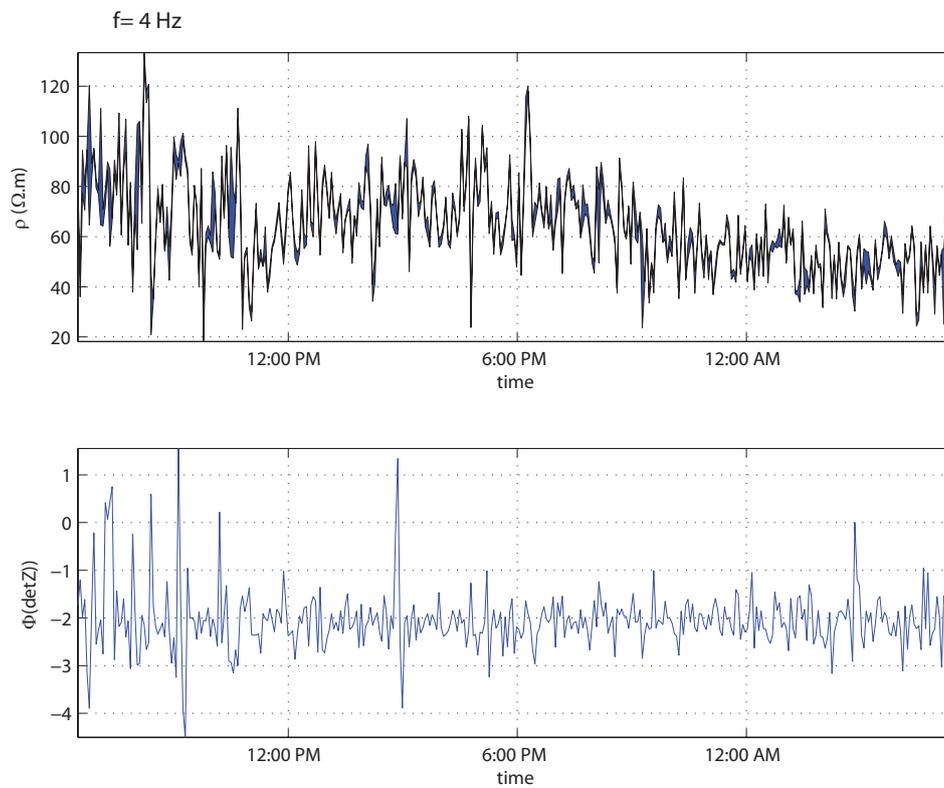


FIGURE 3.14 – Evolution temporelle des grandeurs MT du déterminant du tenseur d'impédance Z estimé à une fréquence fixe. Les intervalles de confiance sur la résistivité (en $\Omega.m$) et la phase (en rad) sont représentés.

3.3 Perspectives méthodologiques

Dans cette étude de traitement de données MT, sans référence lointaine, la méthode du tenseur d'erreur fournit des erreurs MT parfois sous-estimées. En utilisant la terminologie de [Pedersen 1982], la méthode semble estimer principalement les erreurs 'statistiques', qui témoignent de la précision de l'estimation, mais pas de son exactitude. Au contraire, les erreurs de 'biais' sont largement sous-estimées : les variations lentes de résistivité apparente présentées sur les données de Vendée sont d'une amplitude importante (plus de 100% de variations au cours de la journée). Cette insensibilité de la méthode aux erreurs de biais, principalement dues au bruit sur le champ magnétique, s'explique par les hypothèses effectuées sur les champs dans l'équation (2.231). En effet, cette équation est résolue par moindres carrés en minimisant les résidus sur ΔE , ce qui suppose que les données magnétiques H sont dénuées d'erreurs.

De plus, l'utilisation du code BIRRP pour l'estimation de ΔZ , entraîne des hypothèses statistiques sur les variables d'entrée : ΔE et H sont supposées avoir des distributions gaussiennes. Cependant, les résidus ΔE sont issus d'une différence entre les données électriques E , qui sont gaussiennes et le champ électrique produit par les résultats (estimations du tenseur) E^P , à la distribution inconnue. Les résidus électriques issus de l'estimation de Z par BIRRP ont une distribution de Rayleigh, imposée par le code de calcul. Cette entorse aux propriétés statistiques requises pour la résolution de la régression peut être à l'origine d'incertitudes supplémentaires sur le calcul du tenseur d'erreur ΔZ . L'introduction de modèles statistiques plus conformes à la réalité dans la régression du tenseur d'erreur est une voie de développement possible.

Une solution simple pour réduire les erreurs de biais sur l'estimation de l'impédance MT est l'utilisation d'une référence lointaine (*Remote Reference*), qui implique un enregistrement simultané des champs par une autre station MT. Hélas, dans notre cas, celle-ci n'a pas été acquise, ce qui entraîne des erreurs de biais importantes à certaines fréquences.

Pour estimer les erreurs de biais, on suggère un estimateur alternatif d'erreur sur l'admittance MT, notée Y (avec $Y = \frac{1}{Z}$), qui relie les champs électrique et magnétique par l'équation

$$H = YE \quad (3.3)$$

L'estimation de l'erreur sur l'admittance revient à trouver une solution par moindres carrés pondérés de l'équation :

$$\Delta H = \Delta Y E \quad (3.4)$$

où ΔH est le résidu sur le champ magnétique (par analogie à ΔE) et E est le champ électrique. Cet estimateur présenterait des limites *a priori* liées au niveau de bruit EM, souvent élevé, sur les données électriques.

Par la suite, nous utiliserons la méthode du tenseur d'erreur comme estimateur d'erreur dans le suivi temporel MT du Piton de la Fournaise.

Suivi Temporel MT au Piton de la Fournaise (1997-1998)

Sommaire

4.1	Le Piton de la Fournaise : activité et hypothèses géophysiques	90
4.2	L'éruption de 1998	94
4.2.1	Chronologie de l'éruption	94
4.2.2	Etudes de l'éruption	95
4.2.2.1	Etudes géochimiques : synthèse de [Peltier 2009]	95
4.2.2.2	Migration d'épicentres pré-éruptive, Trémors superficiels et propagation de dyke : les études de <i>Battaglia</i>	96
4.2.2.3	Modélisation 3D de données d'interférométrie radar : Thèse de [Fukushima 2005]	96
4.2.2.4	Tomographie 3D d'ondes P par [Prôno 2009]	96
4.2.2.5	Variations de mesures continues de Potentiel Spontané : <i>Zlotnicki et al.</i> [2001]	98
4.2.2.6	Etudes géoélectriques du Piton	100
4.2.2.7	Synthèse de la théorie des réservoirs de Piton	102
4.3	Suivi Temporel MT	103
4.4	Etude de la résolution temporelle	105
4.4.1	Données synthétiques	105
4.4.1.1	Méthodologie	106
4.4.1.2	Résultats	107
4.4.2	Données Réelles	107
4.4.2.1	Critère n°1 : condition de seuil sur la valeur la plus probable $X_{ij}^{0^{est}}$	109
4.4.2.2	Critère n°2 : probabilités	109
4.5	Article : Resistivity variations associated with the 1998 large eruption at La Fournaise volcano inferred by continuous MT monitoring	116

Dans cette partie nous présentons le Piton de La Fournaise au travers d'études géologiques, géophysiques et géochimiques. L'éruption de 1998 est analysée en profondeur et les différents modèles éruptifs sont présentés. La revue bibliographique présentée est non exhaustive et introduit les concepts les plus complémentaires à notre méthodologie.

Nous développons ensuite la méthodologie de Suivi Temporel MT sur des données issues de deux stations de mesures, implantées sur le Piton de la Fournaise, et enregistrant continuellement les champs à basse fréquence. La question de la résolution temporelle de la méthode est d'abord abordée. Puis, les variations des propriétés géo-électriques du volcan durant la période 1997-1998 sont étudiées au travers d'un article, dont la soumission est prévue pour Journal of Volcanology and Geothermal Research. Les variations dynamiques de résistivités électriques observées en profondeur sont confrontées aux études pré-existantes de l'éruption.

4.1 Le Piton de la Fournaise : activité et hypothèses géophysiques

Le Piton de La fournaise est un volcan basaltique situé sur la face Sud-Est de l'île de la Réunion, dans la partie Sud-Ouest de l'océan Indien (à 700km de Madagascar). L'île de la Réunion a des dimensions de 70×50 km et possède une élongation NW-SE. S'élevant à une hauteur de 2632 m (au moment de notre étude) au dessus du niveau de la mer, elle rejoint la croûte océanique à une profondeur de 5km sous le niveau de la mer ([Lenat 1989]) et représente un volume de 75000 km^3 de matériau géologique ([de Voogd 1999]). C'est un volcan actif associé à un mécanisme de point chaud (hot-spot) intraplaque, mis en évidence par [Morgan 1981], souvent considéré comme un analogue de celui associé au volcan Kilauea (Hawaï). Plusieurs hypothèses s'affrontent quant à son origine : [Courtillot 1986] propose que le point chaud soit très ancien (plus de 65 Ma) alors que [Burke 1996] et [Sheth 2005] suggèrent une origine récente (moins de 10 Ma d'activité).

Le Piton s'est bâti sur les flancs de deux volcans plus anciens : Le Piton des Neiges (voire figure 4.1), localisé à l'ouest à une distance de 30 km et Les Alizés ([Lénat 2001]), plus proche et à l'Est de l'île. Son histoire est marquée par la construction de calderas successives et concentriques ([Chevallier 1981]) : son activité éruptive a migré d'une distance de 8 km vers le Sud Est sur une durée de 530000 ans ([Gillot 1982]).

Selon [Kieffer 1990], l'histoire du volcan peut être divisée en quatre phases d'activité, toutes terminées par un effondrement de l'édifice entraînant ainsi la formation d'une caldera (toutes les dates sont comptées en référence à notre époque) :

- Phase I : depuis 527.10^3 ans jusqu'à 290.10^3 ans, cette phase du volcan a abouti à la création d'une caldera dite Rivière des Remparts
- Phase 2 : depuis 219.10^3 ans jusqu'à 41.10^3 ans, associée à la caldera Rempart des Sables
- Phase 3 : depuis 19.10^3 ans jusqu'à 5.10^3 ans, trois calderas successives sont formées, la dernière étant l'Enclos Fouqué (agé de 5000 ans)
- Phase 4 : depuis 5.10^3 ans jusqu'à nos jours, les éruptions au sein de l'Enclos Fouqué ont conduit à la formation du dôme/cratère Dolomieux, cône terminal du Piton et s'élevant à 2632 m, soit 400 m au dessus du niveau moyen de l'Enclos. Il est à noter que le sommet de celui-ci s'est en partie effondré de 300 m dans la nuit du 6 au 7 Avril 2007.

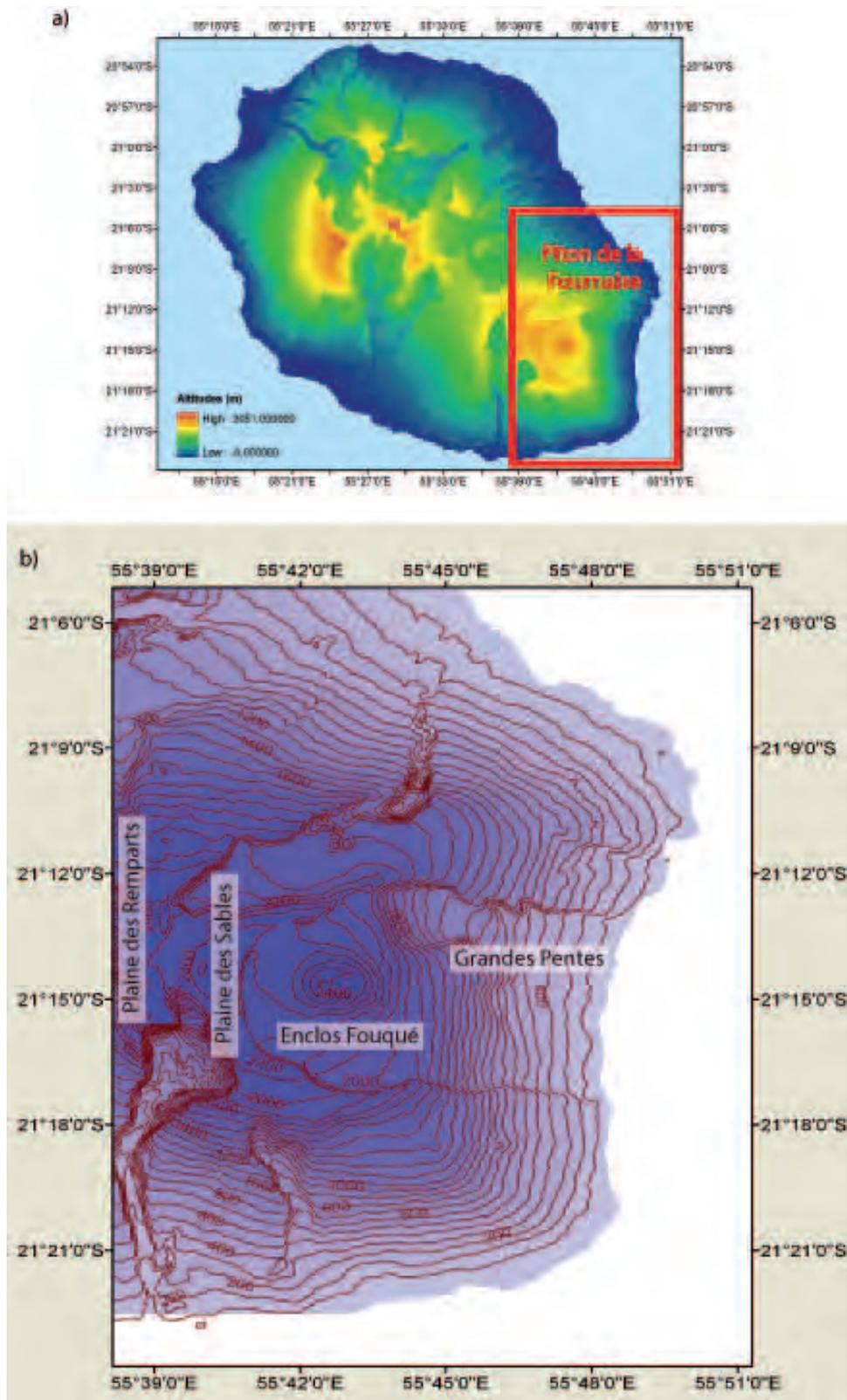


FIGURE 4.1 – a) Carte Topographique de l'île de la Réunion, b) Carte en isocline de l'édifice du Piton de La Fournaise

Table 1
Summary of the 1972 – 2007 eruptions.

Number	Type	Beginning of eruption	End of eruption	Location	Elevation (m)	Emitted volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	Lava type
1	E	9(?) - Jun-72	11(?) - Jun-72	S flank	2540 – 2200	0.27	Poorly phyric
2	E	25(?) - Jul-72	17(?) - Aug-72	E NE flank	2200 – 1760	2.9	Poorly phyric
3	E	7(?) - Sep-72	26(?) - Sep-72	N flank	2150 – 2100	4	Poorly phyric
4	E	10(?) - Oct-72	27(?) - Oct-72	S SE flank	1800	1.1	Poorly phyric
		27(?) - Oct-72	2(?) - Nov-72	S SE flank	1740	0.16	Poorly phyric
		1(?) - Nov-72	14(?) - Nov-72	S SE flank	1680	0.5	Poorly phyric
		2(?) - Nov-72	6(?) - Nov-72	S SE flank	1740 – 1720	0.02	Oceanite
		7(?) - Nov-72	9(?) - Nov-72	S SE flank	1750	0.02	Oceanite
		9(?) - Nov-72	16(?) - Nov-72	S SE flank	1755	2.5	Oceanite
		15(?) - Nov-72	10(?) - Dec-72	S SE flank	1765	5	Oceanite
5	E	10-May-73	28-May-73	Dolomieu (W)	2380	1.6	Poorly phyric
6	E	4-Nov-75	18-Nov-75	Dolomieu	2380	1.4	Poorly phyric
7	E	18-Dec-75	18-Dec-75	Dolomieu + E SE flank	2350 – 2220	0.03	Poorly phyric
		19-Dec-75	25-Jan-76	E SE flank	2115 – 2020	1.3	Poorly phyric
8	E	12-Jan-76	25-Jan-76	S SE flank	1490	0.8	Poorly phyric
		18-Jan-76	30-Jan-76	S SE flank	1320	3	Poorly phyric
		29-Jan-76	23-Mar-76	S SE flank	1780	6	Poorly phyric
		22-Mar-76	31-Mar-76	S SE flank	1840	0.4	Poorly phyric
		31-Mar-76	6-Apr-76	S SE flank	1870	0.1	Poorly phyric
9	E	2-Nov-76	3-Nov-76	N flank	2250	0.46	Poorly phyric
10	E	24-Mar-77	24-Mar-77	S SE flank	2500 – 2000	0.06	Poorly phyric
11	E	5-Apr-77	16-Apr-77	Dolomieu + NE flank (+ outside of the caldeira)	1900 – 500	20	Oceanite
12	E	24-Oct-77	17-Nov-77	E flank	2180 – 1920	23	Olivine-rich
13	E	28-May-79	29-May-79	S SE flank	2100	0.2	Poorly phyric
14	E	13-Jul-79	14-Jul-79	N & S flank	??	0.3	Poorly phyric
15	E	3-Feb-81	25-Feb-81	Bory + N flank	2540	3	Poorly phyric
16	E	26-Feb-81	26-Mar-81	SW flank	2400	4	Poorly phyric
17	E	1-Apr-81	5-May-81	NE flank	1900	5	Poorly phyric
18	E	4-Dec-83	18-Jan-84	SW flank	2220 – 2050	8	Poorly phyric
		18-Jan-84	18-Feb-84	SW flank	2280	9	Poorly phyric
19	E	14-Jun-85	15-Jun-85	W flank	2520	1	Poorly phyric
	I	9-Jul-85	9-Jul-85	E flank			
20	E	5-Aug-85	1-Sep-85	N flank	2100	7	Poorly phyric
21	E	6-Sep-85	10-Oct-85	Dolomieu + NE flank	2500 – 2250	14	Poorly phyric
22	E	1-Dec-85	3-Dec-85	S flank	2520 – 2400	0.7	Poorly phyric
23	E	29-Dec-85	7-Feb-86	Dolomieu (SW)	2550	7	Poorly phyric
24	E	19-Mar-86	5-Apr-86	S SE flank (+ outside of the caldeira)	2500 – 30	14	Poorly phyric
25	E	13-Jul-86	13-Jul-86	Dolomieu (E)	2500	0.27	Poorly phyric
26	E	12-Nov-86	13-Nov-86	Dolomieu (E)	2500	0.27	Poorly phyric
27	E	26-Nov-86	27-Nov-86	Dolomieu (E)	2500	0.24	Poorly phyric
28	E	6-Dec-86	6-Jan-87	Dolomieu (W & E)	2500	2	Poorly phyric
		6-Jan-87	10-Feb-87	NE flank	1900 – 1780	10	Poorly phyric
	I	2-Jun-87	2-Jun-87	?			
29	E	10-Jun-87	29-Jun-87	Dolomieu (E)	2500 – 2420	1.5	Poorly phyric
30	E	19-Jul-87	20-Jul-87	N & S flank	2050	0.8	Poorly phyric
31	E	6-Nov-87	8-Nov-87	N flank	2280 – 2150	1.6	Poorly phyric
32	E	30-Nov-87	1-Jan-88	S flank	2240 – 1900	10	Poorly phyric
33	E	7-Feb-88	2-Apr-88	S flank	2050	8	Poorly phyric
	I	20-Apr-88	20-Apr-88	Dolomieu (NE)			
34	E	18-May-88	1-Aug-88	N flank	2300 – 2200	15	Poorly phyric
35	E	31-Aug-88	12-Sep-88	S SW flank	2250	7	Poorly phyric
	I	12-Nov-88	12-Nov-88	?			
36	E	14-Dec-88	29-Dec-88	N flank	2250 – 2100	8	Poorly phyric
37	E	18-Jan-90	19-Jan-90	Dolomieu (SE) + SE flank	2510 – 2450	0.5	Poorly phyric
38	E	18-Apr-90	8-May-90	S SE flank	1800	8	Poorly phyric
39	E	19-Jul-91	20-Jul-91	Dolomieu (E)	2510	2.8	Poorly phyric
	I	7-Dec-91	7-Dec-91	?			
40	E	27-Aug-92	23-Sep-92	Dolomieu (W) + S flank	2530 – 2050	5.5	Poorly phyric
	I	26-Nov-96	26-Nov-96	N flank			
41	E	9-Mar-98	21-Sep-98	N flank	2450 – 2050	60	Poorly phyric
		11-Mar-98	1-Apr-98	W flank	2200	b1	Poorly phyric
		8-Aug-98	15-Sep-98	N flank (outside of the caldeira)	1700	b1	Poorly phyric
42	E	19-Jul-99	31-Jul-99	Dolomieu + E flank	2500 – 2100	1.8	Poorly phyric
43	E	28-Sep-99	23-Oct-99	Dolomieu + S flank	2500 – 1850	1.5	Poorly phyric
44	E	13-Feb-00	3-Mar-00	N flank	2450 – 2250	4.1	Poorly phyric
45	E	23-Jun-00	30-Jul-00	E SE flank	2100 – 1820	6	Poorly phyric
46	E	12-Oct-00	13-Nov-00	SE flank	2260 – 2000	9	Poorly phyric
47	E	27-Mar-01	4-Apr-01	S SE flank	2450 – 1940	4.8	Poorly phyric
48	E	11-Jun-01	7-Jul-01	SE flank	2450 – 1800	9.5	Olivine-rich
49	E	5-Jan-02	16-Jan-02	N-E flank + Plaine des Osmondes	1910 – 1070	13	Oceanite
50	E	16-Nov-02	3-Dec-02	E flank	1850 – 1500	8	Olivine-rich
51	E	30-May-03	30-May-03	Dolomieu (WSW)	2490	0.14	Poorly phyric
		4-Jun-03	9-Jun-03	Dolomieu (WSW)	2490	0.37	Poorly phyric
		12-Jun-03	15-Jun-03	Dolomieu (WSW)	2490	0.41	Poorly phyric
		22-Jun-03	7-Jul-03	Dolomieu (WSW)	2490	0.36	Poorly phyric

FIGURE 4.2 – *Peltier et al.* [2009] : Table des éruptions du Piton de la Fournaise depuis 1972.

Table 1 (continued)

Number	Type	Beginning of eruption	End of eruption	Location	Elevation (m)	Emitted volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	Lava type
52	E	22-Aug-03	27-Aug-03	Bory+N flank	2590–2140	6.2	Olivine-rich
53	E	30-Sep-03	1-Oct-03	S flank	2330–2195	1	Poorly phyric
	I	6-Nov-03	6-Nov-03	SE flank			
54	E	7-Dec-03	25-Dec-03	Dolomieu (ESE)	2475	1.2	Poorly phyric
55	E	8-Jan-04	10-Jan-04	Plaine des Osmondes	1500	1.9	Olivine-rich
56	E	2-May-04	18-May-04	S flank	2525–2000	16	Poorly phyric
57	E	12-Aug-04	16-Oct-04	Dolomieu+E flank	2540–1900	20	Poorly phyric
58	E	17-Feb-05	26-Feb-05	Plaine des Osmondes	1650–500	18–20	Oceanite
59	E	4-Oct-05	17-Oct-05	Dolomieu (WSW)	2490	1.5	Poorly phyric
60	E	29-Nov-05	29-Nov-05	Dolomieu+N flank	2490–2350	1	Poorly phyric
61	E	26-Dec-05	18-Jan-06	N flank+Plaine des Osmondes	2025–1600	15–20	Oceanite
62	E	20-Jul-06	14-Aug-06	S flank	2300–2150	2.5–3	Poorly phyric
63	E	30-Aug-06	1-Jan-07	Dolomieu (ESE)+E flank	2500	20	Poorly phyric
64	E	18-Feb-07	19-Feb-07	Dolomieu	2500	b1	Poorly phyric
65	E	30-Mar-07	31-Mar-07	S SE flank	1950–1810	b1	Poorly phyric
		2-Apr-07	1-May-07	S SE flank	600–550	140	Oceanite

Type E and I correspond to Eruption and Intrusion, respectively. When no type is mentioned, the eruptive phase is a continuation of the previous activity. For the 1972 eruptions, because of the lack of field observation, the dates are uncertain.

FIGURE 4.3 – *Peltier et al.* [2009] : Table des éruptions du Piton de la Fournaise depuis 1972.

Depuis 1930, l'activité du Piton est caractérisée par une moyenne d'une éruption par an. De rares périodes inter-éruptives de durée supérieure à 2 ans sont enregistrées (1921 – 1924, 1939 – 1942, 1966 – 1972 et 1992 – 1998 : voir table des éruptions figure 4.2 et 4.3).

Depuis 1980, un Observatoire Volcanologique est installé au Nord-Est du volcan pour permettre un suivi par des observations visuelles, géophysiques et géochimiques de l'activité du volcan.

Une des particularités du Piton est que la distribution spatiale des fissures éruptives de 1972 à nos jours, est englobée dans une zone dite 'Zone de Fracture Principale', délimitée par deux zones de failles (voir figure 4.3). Selon les statistiques de [Peltier 2009], un pourcentage important (68%) des éruptions survenues après 1972, s'illustre par des ouvertures de fissures dites 'en échelon' s'ouvrant près du sommet du cône central, puis migrant vers sa base. 21% des éruptions surviennent à l'intérieur même du cratère Dolomieu et 11% se produisent à une distance de moins de 4 km du cône central.

On peut distinguer deux phases principales dans l'histoire récente du Piton (voir figures 4.3 et 4.3), toutes deux initiées par des périodes inter-éruptives d'une durée de six ans :

- la période 1972-1992 pour laquelle il faut noter l'absence de données géophysiques avant 1980, est globalement caractérisée par une absence de précurseurs (sismique, inflation du dôme à long terme, d'une semaine à plusieurs mois), à l'exception de l'éruption de 1986.
- la période 1998-2007, qui initie un nouveau type de fonctionnement éruptif. Après 2000, les éruptions seront précédées de précurseurs significatifs : sismicité importante et inflation continue du dôme volcanique. En outre, on peut diviser l'ensemble des éruptions depuis 1972 en deux groupes principaux (non exhaustif) : i) celles impliquant un rechargement d'un système de stockage magmatique superficiel par du matériel profond (1998, 1986 et possiblement 1972 et 1977), ii) celles résultant d'injections provenant d'une même chambre magmatique superficielle en évolution thermodynamico-géochimique (les éruptions de 1979 à 1985, 1988).

Parmi le catalogue de l'activité du Piton, l'éruption de 1998 est la seule à présenter une sismicité pré-éruptive profonde (épïcètres à 7.5 km sous le niveau de la mer 35 heures avant l'éruption) associée à un rechargement profond en magma du réservoir superficiel.

4.2 L'éruption de 1998

Le 9 Mars 1998, le Piton de La Fournaise entre dans une phase éruptive d'une durée de 196 jours produisant un volume total de lave de 60 Mm^3 , après une période inter-éruptive de 6 ans (voir figures 4.3 et 4.3). Cette crise présente une sismicité pré-éruptive à forte profondeur (7.5 km sous le niveau de la mer), débutant 35 heures avant le début de l'éruption. Étudiée par des méthodes sismologiques ([Battaglia 2005b], [Battaglia 2003a], [Battaglia 2005a],[Battaglia 2005a], [Battaglia 2005b], [Prôno 2009]), par des mesures de déformations ([Battaglia 2003b], [Sigmundsson 1999]), des mesures de champ magnétique et de potentiel spontané ([Zlotnicki 2001] et [Zlotnicki 2005]), et des méthodes géochimiques ([Bureau 1999], [Vlastelic 2005], [Salaün 2010]), l'éruption de six mois n'a, à ce jour, pas encore été investiguée par des méthodes électro-magnétiques.

4.2.1 Chronologie de l'éruption

- **1996** : L'activité sismique sommitale augmente. On localise un épïcentre à 10 km au N-NW du Piton, à 16 km sous le niveau de la mer. En septembre, un ensemble d'évènements profonds est enregistré. En novembre, des évènements surviennent dans la zone sommitale.
- **1997** : Augmentation lente de la simicité sur toute l'année. En août, des séismes peu profonds surviennent.
- **Janvier 1998** : Augmentation significative de l'activité sismique.
- **8 Mars 1998** : Début d'un trémor profond d'une durée de 35h, associé à 3100 séismes volcano-tectoniques (VT). [Battaglia 2005b] montre que la position des épïcêtres profonds (sous le niveau de la mer) suit une trajectoire verticale et monotone vers la partie émergée, avec une vitesse moyenne de $1.2 - 1.6 \text{ m.min}^{-1}$.
- **9 Mars 1998** : Eruption à 11 :05 UT ([Staudacher 1998]) le long de fractures en échelon sur le flanc Nord du volcan. Des fontaines de lave apparaissent et migrent en altitude de 2450 m à 2100 m, phase qui aboutira à la création d'un cône appelé Piton Kapor (voir figure 4.3). 1 heure auparavant (9 :05 UT), un trémor superficiel s'active accompagné d'un changement rapide de pente enregistré sur les inclinomètres. [Battaglia 2003b] montre qu'il est associé à une migration rapide du magma depuis le niveau de la mer jusqu'à la zone sommitale. Le type de lave émis est un 'Steady State Basalt' (SBB).
- **10 Mars 1998** : Un second cône est initié sur le flanc Nord : le cône Maurice et Katia Krafft.
- **11 Mars 1998** : Seconde éruption au Cratère Hudson situé au Sud-Ouest du sommet (voir figure 4.3). Le type de lave émis est un 'Abnormal Group basalts' (AbGB).
- **2 Avril 1998** : L'activité cesse au cratère Hudson. 1 Mm^3 de lave a été émis.
- **Mi Mai 1998** : Le Piton Kapor cesse d'émettre des laves de type SBB et passe progressivement à des laves de type AbGB.

- **Mi Juillet 1998** : Les laves issues des Piton Kapor et Krafft descendent à une altitude de 400 m.
- **7 Aout 1998** : Augmentation brutale de la sismicité.
- **8, 9 et 14 Aout 1998** : Ouverture de nouvelles fissures au Nord en dehors de l'enclos Fouqué (au Nord : voir figure 4.3).
- **20 Septembre 1998** : Fin officielle de l'éruption.

4.2.2 Etudes de l'éruption

4.2.2.1 Etudes géochimiques : synthèse de [Peltier 2009]

Les laves émises par le Piton de la Fournaise proviennent de sources mantelliques et sont dans des phases de transitions entre basaltes alcalins et tholéitiques (d'après la synthèse de [Peltier 2009]). Les compositions des magmas sont modifiées durant leur transport et leur stockage par différenciation, contamination par les roches hôtes ou encore par incorporation de cristaux d'olivines. On peut distinguer quatre principaux types de magmas :

- les 'Steady State basalts' (notés SBB), chimiquement homogènes et à faible variabilité compositionnelle.
- des basaltes plus riches en olivine, dérivant du groupe précédent par accumulation d'olivine. Pour des contenus d'olivine supérieurs à 20%, [Lacroix 1940] suggère la terminologie d'"océanite".
- une groupe dit évolué résultant d'un fractionnement cristallin des SBB à faibles profondeurs.
- un groupe dit 'Abnormal Group Basalt' (AbGB), enrichi en *Mg*, *Fe*, *Ti*, *Na* et *K* et réduit en *Ca* et *Si* par rapport aux SBB. Ces laves sont plus primitives.

Lors de l'éruption de 1998, le Piton Kapor produit des 'Steady State basalts' (9 Mars). Deux jours plus tard, le Piton Hudson rentre en éruption et émet des laves appartenant au groupe *AbGB*. D'après [Salaün 2010], l'écart entre les compositions des deux laves émises peut s'expliquer par les compositions des roches interagissant avec les magmas dans les parties hautes du dôme volcanique (1.5 km sous le sommet). Il existe une zone de rift, appelée Main Fracture Zone, déterminant deux entités géologiques sur le cratère Dolomieu, dans laquelle se situe le Piton Kapor et pas le cratère Hudson. Cependant, cette hypothèse semble insuffisante pour expliquer l'émission de laves *AbGB* sur le Piton Kapor à partir du 11 Mai 1998 ([Bachelery 1999]).

En effet, le temps de migration des laves primitives à la surface est assez court : les laves *AbGB* ont un temps réduit de réaction géochimique avec les roches du cône volcanique. L'hypothèse d'un réservoir profond chargé de laves de types *AbGB* qui remontent à la surface i) en drainant les réservoirs superficiels, expurgeant ainsi des laves SBB présentes depuis l'éruption de 1992, ii) en se frayant un chemin indépendant du réservoir superficiel préexistant, aboutissant ainsi à l'éruption du cratère Hudson, semble plus pertinente.

4.2.2.2 Migration d'épicentres pré-éruptive, Trémors superficiels et propagation de dyke : les études de *Battaglia*

Lors de la crise sismique dite profonde, commençant 35h avant le début de l'éruption [Battaglia 2005b] localise des événements volcano-tectoniques dont les hypocentres subissent une migration verticale depuis une profondeur de 5 km sous le niveau de la mer jusqu'au niveau de la mer avec des vitesses allant de 1.2 à 1.6 m.min⁻¹ (voir figure 4.4). L'hypothèse de l'ouverture d'un dyke quasi-vertical est avancée, possiblement causée par une intrusion de magma en provenance d'un réservoir profond qui expliquerait l'absence de sismicité profonde une fois l'éruption déclenchée. Les vitesses relativement faibles de migration et la forte sismicité traduisent une propagation difficile du magma en profondeur probablement due à la fermeture d'interfaces de transfert entre chambres profondes et superficielles.

Au dessus du niveau de la mer, l'activité sismique est de très faible durée (1 heure avant l'éruption). [Battaglia 2003b] analysent conjointement des données sismiques et des variations d'inclinométrie associées à cette crise, puis les relient à un modèle de dyke se propageant entre une profondeur d'1 km au dessus du niveau de la mer et les fissures éruptives. Ces caractéristiques sont en accord avec le modèle proposé par [Sigmundsson 1999]. Une estimation des vitesses moyennes de propagation horizontale et verticale donne des valeurs de 0.6 m/s et 0.13 m/s. La perdurance d'une activité sismique superficielle entre le 9 et le 11 mars traduit le cheminement indépendant d'un magma primitif aboutissant à la création du cratère Hudson sur le flanc sud ouest du volcan.

En outre, deux discontinuités sismiques sont mises en évidence au niveau de la mer et à 1.5 km de profondeur (notées respectivement D3 et D2 sur la figure 4.4) : elles apparaissent comme des zones de faibles vitesses et sont séparées par des zones de forte sismicité, où la majorité des événements à grande magnitude surviennent. Une zone de faible vitesse profonde est localisée entre 5 et 6 km de profondeur, à la base du lieu initial de la migration des hypocentres pré-éruptifs de l'éruption de 1988.

4.2.2.3 Modélisation 3D de données d'interférométrie radar : Thèse de [Fukushima 2005]

[Fukushima 2005] propose une modélisation des données d'interférométrie radar par différentes géométries de dyke expliquant le transfert de magma entre les réservoirs profonds et les lieux d'éruptions associés à la période 1998-2000. Pour l'éruption de 1998, il propose deux modèles : a) un modèle de dyke profond, s'étendant du niveau de la mer à la surface, b) un modèle d'intrusion à une altitude de 500 m au dessus du niveau de la mer.

4.2.2.4 Tomographie 3D d'ondes P par [Prôno 2009]

[Prôno 2009] effectue une tomographie 3D basée sur les premières arrivées d'ondes P avec les données du réseau de surveillance sismique du Piton de La Fournaise, investigant des profondeurs allant jusqu'à 6 km bsl. Une augmentation globale des vitesses d'ondes P est constatée de la surface du volcan à 6 km bsl (figure 4.5 a)). Cependant, le gradient de vitesse n'est pas constant et traduit des hétérogénéités de vitesse sismique liées à la structure du volcan.

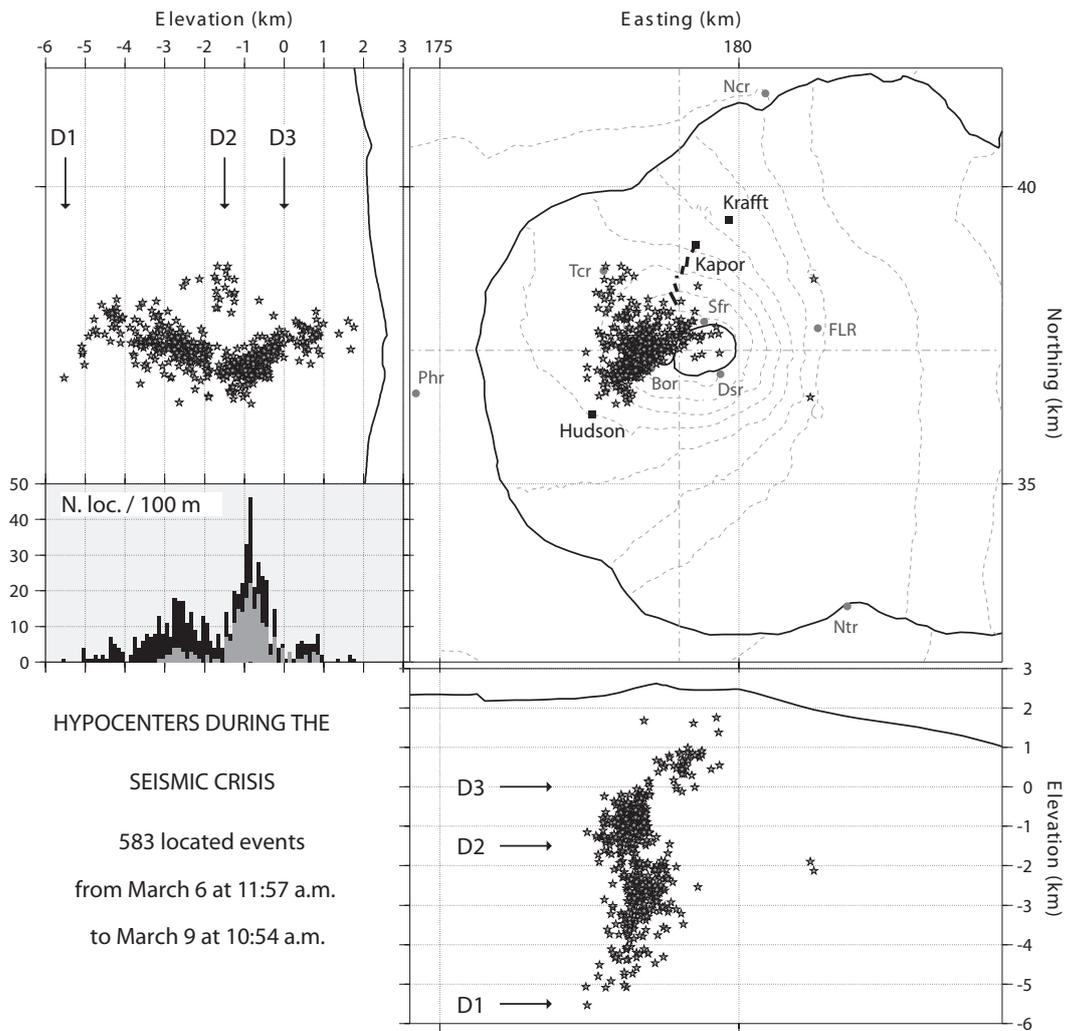


Figure 3. Geographical location of the hypocentres during the pre-eruptive seismic crisis. The earthquakes have been located using HYP071 software with an eight-layer velocity model. The histogram inserted on the north–south cross-section shows in black the number of locations as a function of the depth considering intervals of 100 m; superposed in grey is the same but only considering events with a magnitude greater than 1.5. Eruption fissures and area indicated.

FIGURE 4.4 – D’après [Battaglia 2005b] : Localisations géographiques des hypocentres associés à la sismicité pré-éruptive du Piton de La Fournaise lors de la crise de 1998.

A 1 km au dessus du niveau de la mer, une zone de forte vitesse est mise en évidence, entourée de zones à plus faibles vitesses. Elle est interprétée comme la signature d'un réservoir magmatique refroidi, formant ainsi un culot, caractérisé en premier lieu par [Nercessian 1996], autour duquel ont lieu des circulations de laves. L'échelle de l'anomalie corrobore l'amplitude et les dimensions d'une anomalie de polarisation spontanée mesurée par [Lénat 2000] et [Zlotnicki 2001]. Elle est compatible avec l'anomalie négative de gravimétrie observée et modélisée par [Gailler 2009]. En outre, une anomalie négative de vitesse est mise en évidence à 1 km bsl.

Les deux anomalies peuvent être interprétées en terme de stocks de magmas. Dans le domaine superficiel, deux modèles sont proposés : i) des poches superficielles (sills ou dykes d'après [Lénat 2000]) ii) des zones de faiblesse temporaires au sein de l'édifice ([Sapin 1996]). La tomographie en onde P suggère que ces poches (modèle 1) sont localisées dans le culot. Les éruptions seraient ainsi déclenchées par un drainage partiel ou total de ces poches, lui même engendré par un afflux de matériel en provenance d'un réservoir plus profond qui correspondrait à la zone de forte vitesse à 1 km bsl.

La localisation des hypocentres de séismes entre le niveau de la mer et le sommet se distribuent selon un pattern en V, conséquence du champ de contraintes généré par la présence d'une chambre magmatique sous le niveau de la mer. Le modèle de vitesse en profondeur (figure 4.5 a)) présente une discontinuité de vitesse importante au niveau de la mer : il s'agit de la signature d'une discontinuité géologique majeure associée à une zone de faible sismicité, mise en évidence par [Battaglia 2005b], qui correspond à des laves anciennes émises au début de l'émergence du volcan.

L'anomalie négative de vitesse profonde et de faible sismicité, localisée entre 1 et 2 km bsl, est interprétée comme une chambre magmatique dont la profondeur correspondrait à l'équilibre de densité entre le magma et les roches (qu'on appelle zone de flottabilité neutre, aussi observée par [Tilling 1993] sur le Kileaua (Hawaï), analogue du Piton de la Fournaise). En outre, lors de l'éruption de 1998, la majorité des séismes se sont produit en dessous et au dessus de cette zone. Il est suggéré que les éruptions de 1977, 1998 et 2007 sont dues à un réapprovisionnement des poches superficielles de la part de ce réservoir et de possibles chambres plus profondes.

4.2.2.5 Variations de mesures continues de Potentiel Spontané : *Zlotnicki et al.* [2001]

[Zlotnicki 2001] met en place un réseau de 5 stations de mesures 'continues' de Potentiel Spontané aux abords du cratère Dolomieu, enregistrant le signal à une fréquence d'échantillonnage de 20 mHz durant la période 1997-1998. Des signaux appartenant à la bande de fréquence dite ULF, d'une amplitude de quelques dizaines de mV/km, sont mis en évidence quelques jours avant l'éruption, jusqu'à une distance de 8 km du sommet. Quelques heures avant l'éruption, des signaux PS importants (jusqu'à quelques V/km) apparaissent au sein de la M.F.Z. Ceux ci sont interprétés comme résultant d'un effet électro-cinétique, généré par le mouvement de fluides dans des fissures ouvertes par le champ de contraintes.

En complément des ces observations continues, un profil PS circulaire et fermé est effectué autour du cratère Dolomieu en 1981, 1992, 1997 et 1998. Sa variabilité dans le temps té-

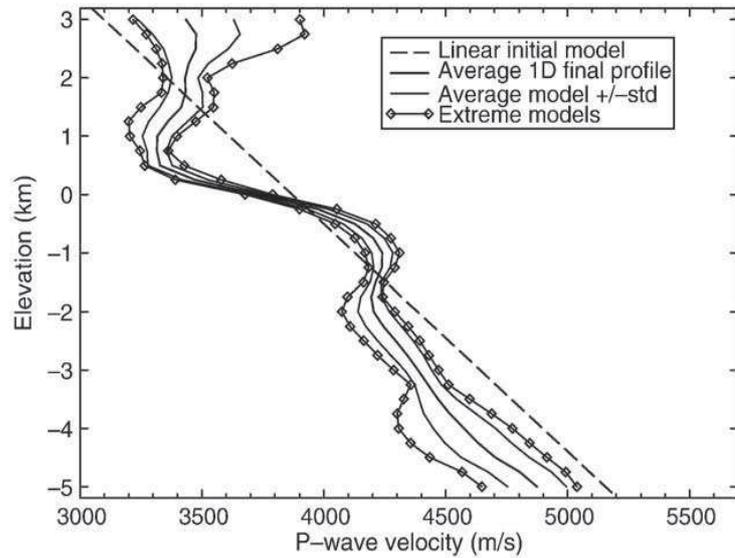


Fig. 13. Average 1D velocity model below the summit caldera calculated over mean models corresponding to 18 combinations of the inversion parameters chosen in the vicinity of the optimal parameters. For each of the 18 combinations, the 3D model for the local grid have been averaged over all nodes to obtain mean velocity profiles. The 18 resulting profiles have been stacked to obtain the average model (thick black line) as well as the extreme models (black lines with diamonds) and models corresponding to the standard deviation (thin black lines). The linear initial velocity model is also presented in black color.

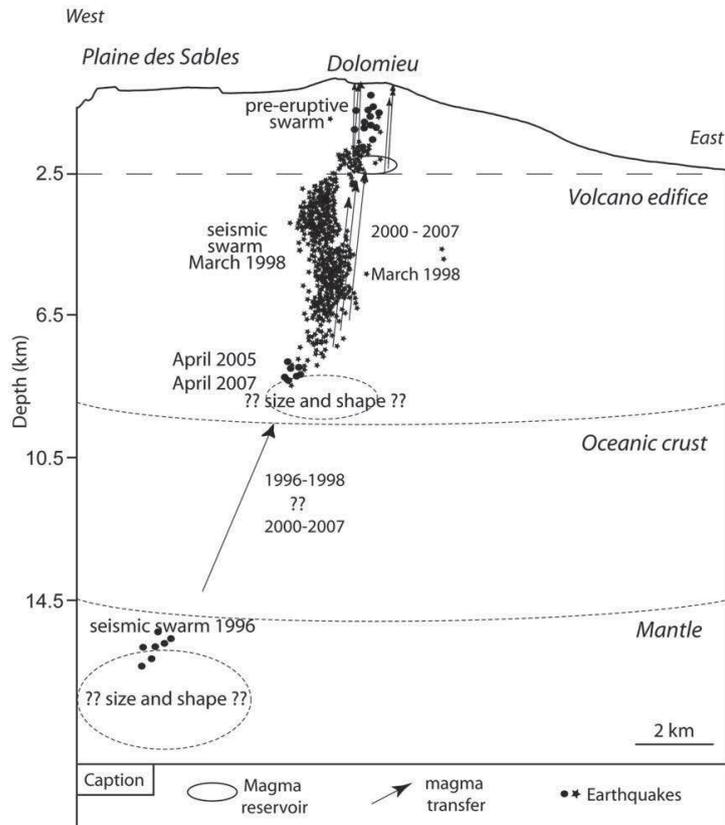


Fig. 9. East-west cross section through Piton de La Fournaise showing the location of earthquakes and magma storage at depth. Location of the March 1998 pre-eruptive seismic swarm (stars) after Battaglia et al. (2005).

FIGURE 4.5 – D’après [Prôno 2009] et [Peltier 2009] : a) Modèle de Vitesse d’onde P en profondeur, simplifié à une dimension, b) Schéma structural du volcan où les hypocentres des crises sismiques pré-éruptives sont présentés

moigne de modifications à long terme du système hydrothermal aux différentes époques de mesures.

Remarque : *Les données de PS continues de cette étude constitueront les séries temporelles électriques de nos données MT durant la période 1997-1998.*

4.2.2.6 Etudes géoélectriques du Piton

[Lénat 2000] présente les résultats d'une campagne de mesures électriques (DC) et d'EM transitoire (TEM). Une inversion conjointe des deux méthodes lui permet d'obtenir un modèle de résistivité du Piton De La Fournaise atteignant une profondeur d'1.5 km (voir figure 4.6). En surface, des résistivités très élevées, de l'ordre de $10^4 \Omega.m$, sont observées et correspondent à des couches de laves basaltiques re-cristallisées. Entre 1200 et 2000m d'altitude, des conducteurs sont mis en évidence dans le massif. A l'intérieur de la caldera, les sondages effectués indiquent des résistivités inférieures à $20 \Omega.m$, à l'extérieur la limite est à $60 - 100 \Omega.m$. Sous la zone sommitale, le conducteur s'élève à quelques centaines de mètres de la surface. Sa présence est en corrélation avec une anomalie de Polarisation Spontanée (PS) d'une amplitude de 2000 mV. Ce conducteur est associé à la présence d'un système hydrothermal (i.e. [Malengreau 1995]; [Michel 1998]).

[Schnegg 1997] étudie la structure géo-électrique de la Plaine Des Sables (voir figure 4.3), ex-caldera située en dehors de l'enclos Fouqué, par méthode Audio-Magnéto-Tellurique. Les données couvrent un spectre étroit allant de 8 à 200 Hz et ont des profondeurs d'investigation et d'inversion limitées à 1 km. Des couches conductrices pentées sont mises en évidences, interprétées comme la résultante de glissements de terrain (probablement de couches d'une ancienne caldera) en direction de la mer.

[Courteaud 1996] a réalisé des profils de sondages partant du flanc sud inactif du volcan (Baril Planèze) vers les parties internes de la Plaine des Sables. Une inversion 1D révèle des zones conductrices à quelques centaines de mètres de profondeur, interprétées comme des couches argileuses à faible perméabilité qui influent grandement sur les paramètres hydrogéologiques.

[Desclotres 1997] a prospecté la zone dite 'Grand Brulé', une dépression située sur le flanc Est du volcan, donnant sur la mer (voir Carte) à l'aide de méthodes AMT et TDEM. Une zone peu profonde de faible conductivité est mise en évidence, puis interprétée comme une couche d'argile imperméable.

En 1994, [Zlotnicki 1997] effectue 37 sondages AMT dans une gamme de fréquence comprise entre 4 Hz et 2300 Hz le long de la branche NE de la Main Fracture Zone, en dehors de la caldera de l'Enclos Fouqué. L'empilement de coulées de laves récentes masque des structures qui prennent racine à des profondeurs plurikilométriques. Deux principales structures résistives sont trouvées. Elles correspondent à des alignements de cônes, localisés le long de fractures anciennes (1832 et 1977). D'autre part des filons conducteurs sont mis en évidence. Ils canalisent les eaux météoriques s'écoulant gravitairement et constituent une zone préférentielle pour les dykes lorsque ils se propagent de la partie centrale du volcan jusqu'à l'extérieur de la caldera. A des altitudes plus basses, une zone conductrice pourrait illustrer l'infiltration d'eau de mer dans le massif volcanique.

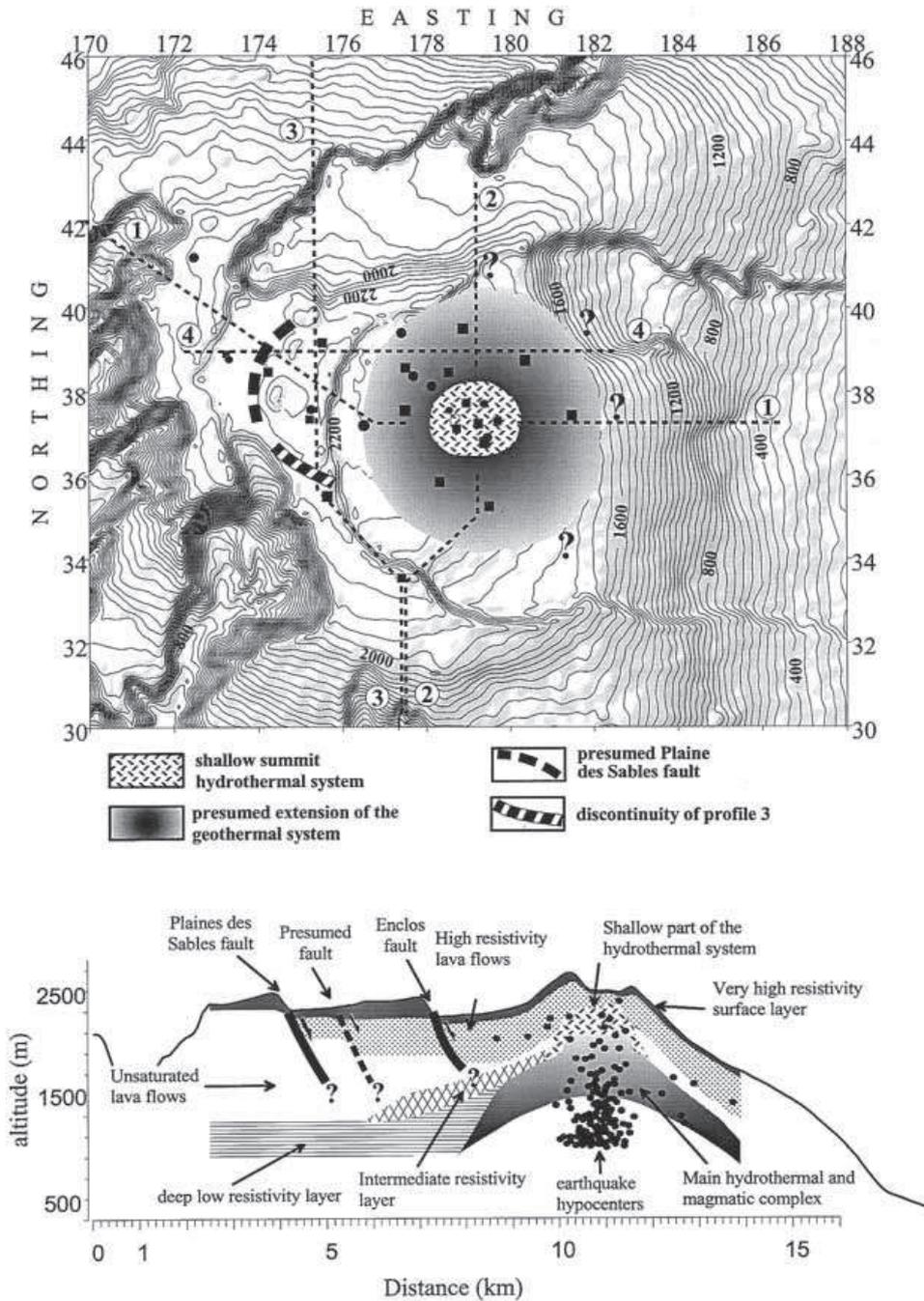


FIGURE 4.6 – [Lénat 2000] : Interprétation structurale des sondages électromagnétiques et géo-électriques. *Haut* : Localisation des sondages. *Bas* : Interprétation structurale du profil 1.A, sur laquelle des hypocentres sismiques sont superposés, associés à des séismes reflétant le mouvement du magma et des flux hydrothermaux d'une éruption antérieure à 1998.

4.2.2.7 Synthèse de la théorie des réservoirs de Piton

Sur la base de toutes les études effectuées sur le Piton, quatre réservoirs magmatiques sont proposés :

- un premier réservoir (chambre 1) situé entre 0 et 1 km au dessus du niveau de la mer. [Nercessian 1996] et [Prôno 2009] proposent un modèle de poches de laves situées au sein d'un culot formé de magma refroidi, résultant d'une éruption antérieure. Au contraire, [Peltier 2009] suggère un modèle de chambre magmatique plus simple et rejette l'hypothèse d'un réseau de poches interconnectées. Le volume de ce système est estimé, dans des contextes différents de la crise de 1998, entre 0.1 km³ et 0.3 km³ par [Albarède 1997], 0.3 km³ par [Peltier 2007] et 0.35 km³ ([Sigmarsson 2005]). Parallèlement, [Battaglia 2005b] observe une migration d'hypocentres de séismes du niveau de la mer à la surface, 1h avant l'éruption du 9 mars, traduisant le chemin du magma entre le réservoir et le Piton Kapor.
- un second système entre 1 et 2 km de profondeur (chambre 2) sous le niveau de la mer, exclusivement suggéré par la tomographie en ondes P de [Prôno 2009] dans le cadre de l'éruption de 98. Il est corrélé à une zone de faible sismicité révélée par [Battaglia 2005b]. Il est avancé qu'il puisse avoir réapprovisionné le système superficiel lors de l'éruption de 98. Nous discuterons cette hypothèse.
- un troisième réservoir (chambre 3) est proposé à l'interface entre l'île et la croûte continentale, discontinuité géologique majeure favorisant le stockage de magma ([Gallart 1999]). Sa position (7.5 km sous le niveau de la mer) correspond à la base des épicesentres enregistrés au début de la crise de 98 par [Battaglia 2005b]. L'hypothèse d'un dyke, s'ouvrant 35 heures avant l'éruption du 9 mars, assurant le transport du magma entre ce réservoir et la chambre superficielle est avancée (signaux sismiques profonds pré-éruptifs). Un fois le dyke ouvert, le magma profond réapprovisionne la chambre 1 de manière asismique (dans cette interprétation, la chambre 2 est ignorée).
- La crise sismique de 1996, dont les épicesentres sont localisés à 15 km de profondeur sous la Plaine des Sables pourrait indiquer la présence d'un dernier réservoir profond. En effet, la zone de transition entre la croûte continentale et le manteau pourrait être sujette à du 'sous-plaquage magmatique' (*magmatic undeplating*). [Driad 1997] met en évidence une zone de faible sismicité à des profondeurs correspondantes sous la partie Sud-Est de l'île.

Il est important de noter le rôle de l'éruption de 1998 dans le fonctionnement du Piton de la Fournaise : c'est la première crise depuis la création de l'Observatoire Volcanologique du Piton de la Fournaise qui présente une sismicité profonde (épicesentres au dessus de l'interface croûte-volcan). L'ouverture du dyke entre 7.5 km et le niveau de la mer a modifié le fonctionnement du volcan en facilitant son réapprovisionnement en magma profond.

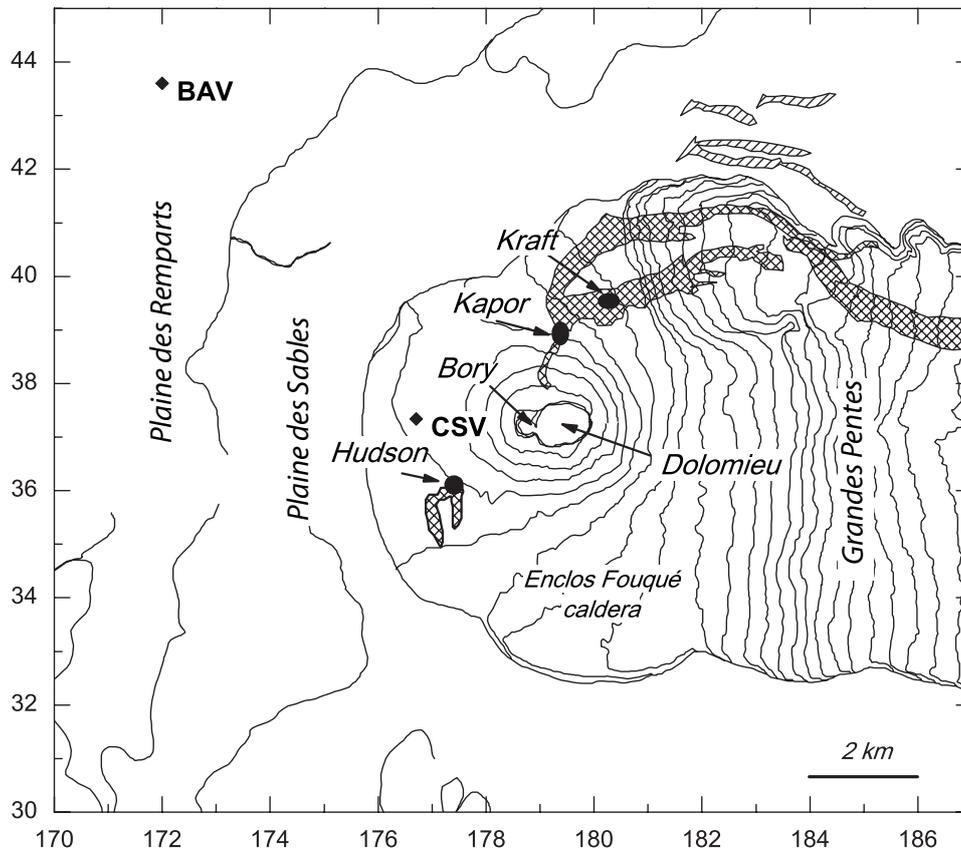


FIGURE 4.7 – Carte des stations MT continues implantées sur le Piton De La Fournaise durant la période 1997-1998.

4.3 Suivi Temporel MT

Deux stations MT, appelées CSV et BAV sont installées respectivement à l'intérieur et en dehors de l'Enclos Fouqué (Figure 4.3). Ces deux stations sont composées de deux magnétomètres horizontaux, avec une résolution de $1/100 \text{ nT}$, ainsi que de deux lignes électriques Nord-Sud et Est-Ouest au bout desquelles sont fixées des électrodes non polarisables de type $Pb-PbCl_2$, enterrées à une profondeur de quelques dizaines de centimètres dans le sol. Les quatre composantes horizontales du champ MT sont enregistrées simultanément à une fréquence d'acquisition de 50 mHz, et stockées sur une carte flash par une centrale d'acquisition 12 bits. La période d'enregistrement couvre les deux années complètes 1997 et 1998.

Les données enregistrées aux deux stations sont présentées sur les figures 4.8 et 4.9. A partir du 20 Mars 1998, les composantes magnétiques de la station BAV sont soumises à un mouvement de magnétomètre et les données deviennent inexploitable.

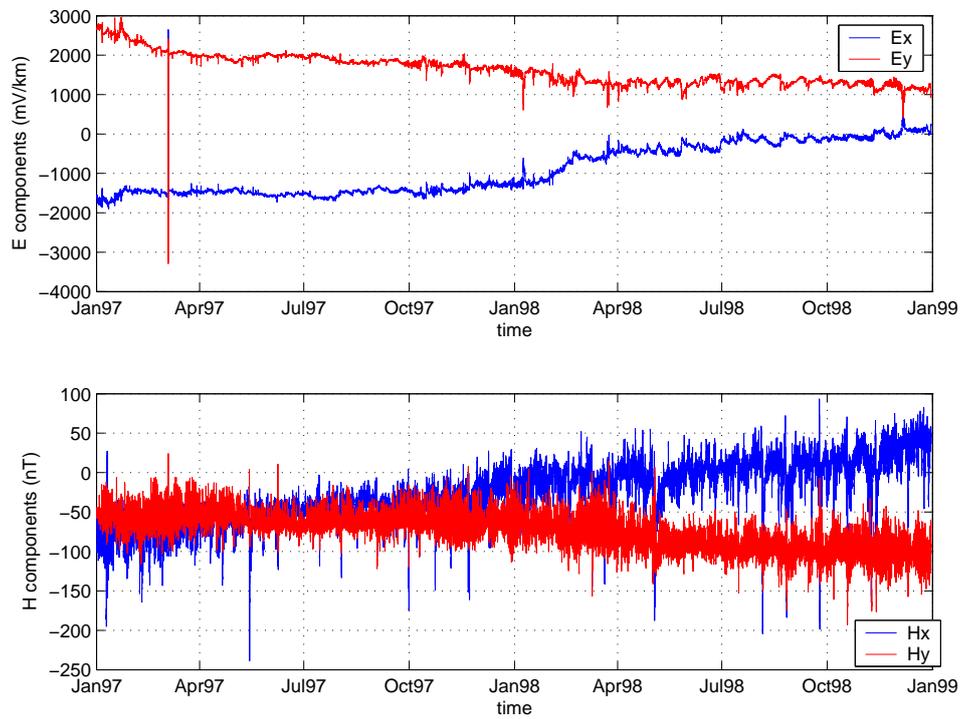


FIGURE 4.8 – Données MT de la station CSV sur la période 1997-1998.

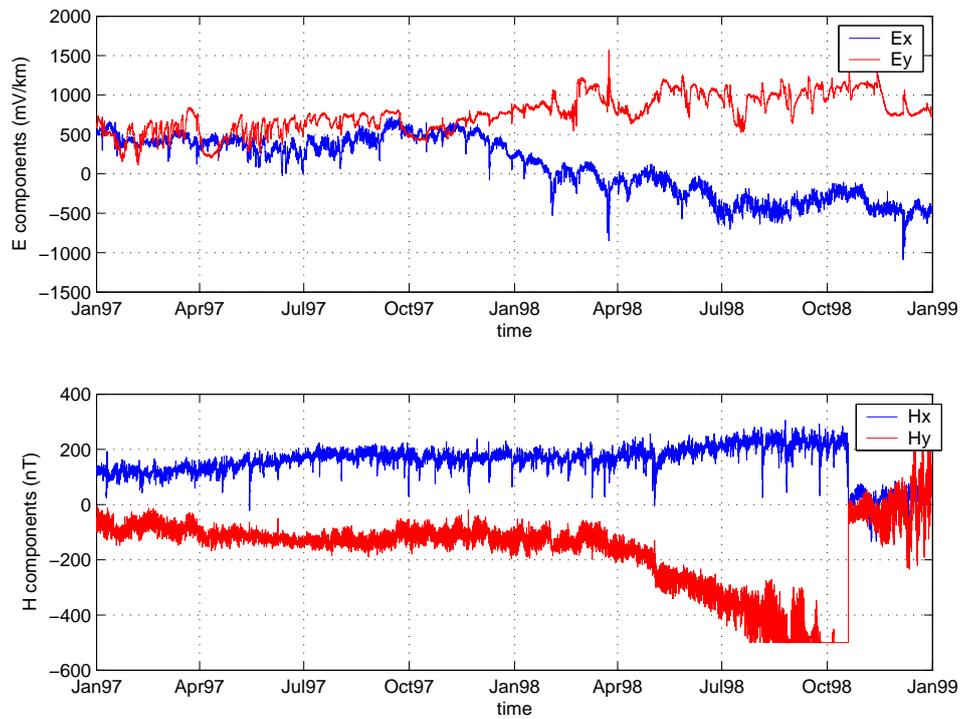


FIGURE 4.9 – Données MT de la station BAV sur la période 1997-1998.

4.4 Etude de la résolution temporelle

Dans une approche de Suivi Temporel Magnétotellurique, on cherche à estimer périodiquement la résistivité apparente à plusieurs fréquences. La résolution temporelle est la durée D minimale des séries temporelles de champs électrique et magnétique nécessaire à l'obtention d'une estimation fiable de tenseur d'impédance MT . Elle est la période à laquelle des estimations MT successives sont possibles.

*Du fait de phénomènes de non stationnarité dans les sources MT , la durée des données MT joue un rôle considérable dans la qualité des estimations de tenseur (voir chapitre 3). En utilisant le code *BIRRP* d'Alan Chave, nous proposons une méthode simple d'estimation de la résolution temporelle basée sur l'estimation robuste des erreurs sur le tenseur développé dans le chapitre 3.*

L'approche explicitée ci-dessous concerne exclusivement le calcul du tenseur d'impédance en configuration 'Single Station'. On n'utilise pas de Remote Reference. Le but de cette partie est de définir une résolution temporelle pour notre étude du Piton de La Fournaise, pour les quatre périodes d'estimations $T_1 = 80$ s, $T_2 = 2$ min, $T_3 = 4$ min, $T_4 = 8$ min utilisées.

On considère un enregistrement continu de données MT d'une durée totale L . On cherche à estimer le tenseur d'impédance Z et son erreur ΔZ à différentes périodes T_k , à partir de séries temporelles consécutives d'une durée D , issues de l'enregistrement total. La qualité de nos estimations de tenseur est mesurée avec le tenseur d'erreur ΔZ . Pour une période d'estimation T_k , on rappelle la décomposition de la durée D d'une série temporelle en un nombre N de sous-fenêtres temporelles chevauchantes, chacune durant K périodes T_k :

$$D = cNKT_k \quad (4.1)$$

où c est le facteur de chevauchement entre les sous-fenêtres temporelles (sans dimension, $c < 1$)

La qualité des estimations est dépendante à la fois de la durée D des séries temporelles et de leur décomposition en K et N . Nous étudions l'influence de ces paramètres sur la qualité des estimations de tenseur sur des données synthétiques puis sur les données MT du Piton de la Fournaise. Dans un objectif de suivi temporel de réservoir volcanologique, nous chercherons à minimiser D afin d'obtenir un nombre maximum d'estimations de résistivités dans le temps.

4.4.1 Données synthétiques

Dans un premier temps, nous estimons la résolution temporelle de la méthode sur des données synthétiques, afin de nous familiariser avec le comportement de D en fonction des paramètres de calculs de Z et ΔZ .

4.4.1.1 Méthodologie

Modèle d'impédance et données :

Nous utilisons un modèle d'impédance MT Z^M , tenseur $[2 \times 2]$ correspondant à un milieu homogène de résistivité $\rho_M = 100 \Omega.m$. On définit le nombre d'onde K_M tel que :

$$K_M = \sqrt{\frac{\omega\mu_M}{2\rho_M}}(1 - i) \quad (4.2)$$

où $i = \sqrt{-1}$, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation du signal (en $rad.s^{-1}$), et $\mu_M = \mu_0$ est la perméabilité électrique du milieu (ici égale à celle du vide). Le tenseur d'impédance MT associé au milieu homogène est antidiagonal ($Z_{xx} = Z_{yy} = 0$), ses composantes non-nulles valent $Z_{i,j}^M = (-1)^{i+1}Z_M$ où i, j sont les directions et Z_M l'impédance scalaire telle que :

$$Z^M = \frac{\omega\mu_0}{K_M}. \quad (4.3)$$

Afin de créer des données synthétiques, les deux composantes du champ magnétique des données MT de la station CSV, enregistrées à une fréquence d'échantillonnage de 50 mHz lors de l'année 1997, sont convoluées avec le tenseur z^M pour obtenir un champ électrique correspondant. Les données synthétiques obtenues ont une durée d'un an. A partir de ces données, on effectue un nombre $n_e(D)$ d'estimations successives (nombre qui décroît avec D), à différentes dates $t_q(D)$ (celles ci sont déterminées par la durée D), du tenseur et de son erreur pour différentes valeurs de D , N et K . On note ces estimations Zij^{est} et ΔZij^{est} . Pour une période T_k d'estimation, on définit alors les erreurs dites 'vraies' comme suit :

$$\Delta Zij^{true}(t_q(D), T_k, D(N, K)) = Zij^{est}(t_q(D), T_k, D(N, K)) - Zij^M(T_k) \quad (4.4)$$

Estimation de la résolution Temporelle :

Afin d'estimer la qualité des erreurs estimées, pour chaque composante ij du tenseur, on compare alors les erreurs relatives estimées et 'vraies' en fonction du paramétrage $D(N, K)$. Pour chaque valeur et décomposition $D(N, K)$, on compare les populations d'erreurs successives relatives 'estimées' et 'vraies'. Pour ce faire, on introduit les valeurs les plus probables $X_{ij}0^{true}$ et $X_{ij}0^{est}$ respectivement associées aux populations d'erreurs relatives 'vraies' $\left| \frac{\Delta Zij^{true}(T_k)}{Zij^M(T_k)} \right|$ et d'erreurs relatives 'estimées' $\left| \frac{\Delta Zij^{est}(T_k)}{Zij^M(T_k)} \right|$.

On introduit une condition de seuil s_1 sur $X_{ij}0^{true}$ et $X_{ij}0^{est}$: si au moins 1 des 4 composantes de $\left| \frac{\Delta Zij^{est}(T_k)}{Zij^M(T_k)} \right|$ affiche des valeurs les plus probables supérieures à ce seuil sont rejetées et la décomposition $D(K, N)$ associée est considérée comme insatisfaisante (cf car elle conduit à des erreurs trop élevées). Par ce moyen, on trie donc les décompositions $D(K, N)$ aboutissant à des estimations d'impédances satisfaisantes ou insatisfaisantes. La valeur minimale de $D(K, N)$ fournissant des impédances satisfaisantes est une estimation de résolution temporelle, que l'on appliquerait dans le cadre d'un suivi MT appliqué aux données synthétiques.

Afin d'effectuer le tri entre les décompositions, on introduit ici une représentation en carte des valeurs de X_{ij0} en fonction du logarithme de N et K (voir figure 4.10). Les valeurs de X_{ij0} supérieures à s_1 sont masquées dans le plan $(\log_{10}(N), \log_{10}(K))$. L'avantage de cette représentation est que l'on peut y tracer des lignes continues dites *iso-D*, représentant les différents couples (N, K) associés à une même valeur de D . Il devient alors aisé d'observer, pour chaque composante du tenseur ij , la durée $D_{ij}(N, K)$ minimum autorisant des estimations satisfaisantes. Enfin, une fois les durées $D_{ij}(N, K)$ obtenues, la durée maximum des 4 composantes ij sera définie comme résolution temporelle.

4.4.1.2 Résultats

L'étude se limite à une seule période d'estimation $T_k = 80$ s et aux composantes xy et yx (car dans le cas de données 1D, $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$). En premier lieu, les valeurs X_{ij0}^{true} (figure 4.10) diminuent globalement en fonction de D (voir les lignes dites iso-D, en noir sur le graphe). A durée D fixe, les faibles valeurs de N ($N < 60$) et de K ($K < 8$) conduisent à des valeurs supérieures à 5%.

De même, les valeurs X_0^{est} (voir figure 4.10) diminuent lorsque N et K augmentent. En outre, les valeurs X_{ij0}^{est} sont supérieures aux valeurs X_{ij0}^{true} : les erreurs estimées surestiment les erreurs 'vraies' dans le cas des données synthétiques.

Pour une valeur de $s_1 = 5\%$, on distingue ainsi deux domaines du plan (K, N) . La condition $X_{ij0}^{true} < s_1$ n'est pas respectée pour les plus basses valeurs de K ($K < 8$) et N ($N = 10$) (voir figure 4.10). La valeur minimale de D , notée D_{min} respectant cette condition est 85 min (seconde courbe iso-D) et est associée à une valeur du couple (K, N) de $(4, 30)$.

En appliquant la même méthode aux erreurs estimées, en considérant les valeurs X_{ij0}^{true} , la même résolution D_{min} est obtenue (voir figure 4.10). Cette valeur D_{min} est une estimation de la résolution temporelle associée à notre période d'estimation T_k .

4.4.2 Données Réelles

Dans cette partie, nous appliquons la méthodologie développée sur les données synthétiques aux données MT de la station CSV (figure 4.3) sur la période 1997-1998. A nouveau, on calcule Z et ΔZ sur l'ensemble des données pour différentes valeurs et décompositions de D . Les données réelles étant bruitées, on s'attend à des valeurs d'erreurs 'vraies' (non connues) et estimées plus importantes que dans le cas synthétique. De manière similaire au cas synthétique, pour chaque période d'étude T_k on définit $X_{ij0}^{est}(D(N, K), T_k)$, valeur la plus probable de la population d'erreurs relatives (obtenues avec la durée d'estimation $D(N, K)$) de la composante ij : $\left| \frac{\Delta Z_{ij}^{est}(T_k)}{Z_{ij}^{est}} \right|$. On notera que si dans le cas synthétique, les erreurs relatives étaient normalisées par rapport au modèle d'impédance $Z_{ij}^M(T_k)$, elles sont ici normalisées à l'impédance estimée $Z_{ij}^{est}(T_k)$.

Dans la suite, on va estimer la résolution temporelle en utilisant deux critères différents.

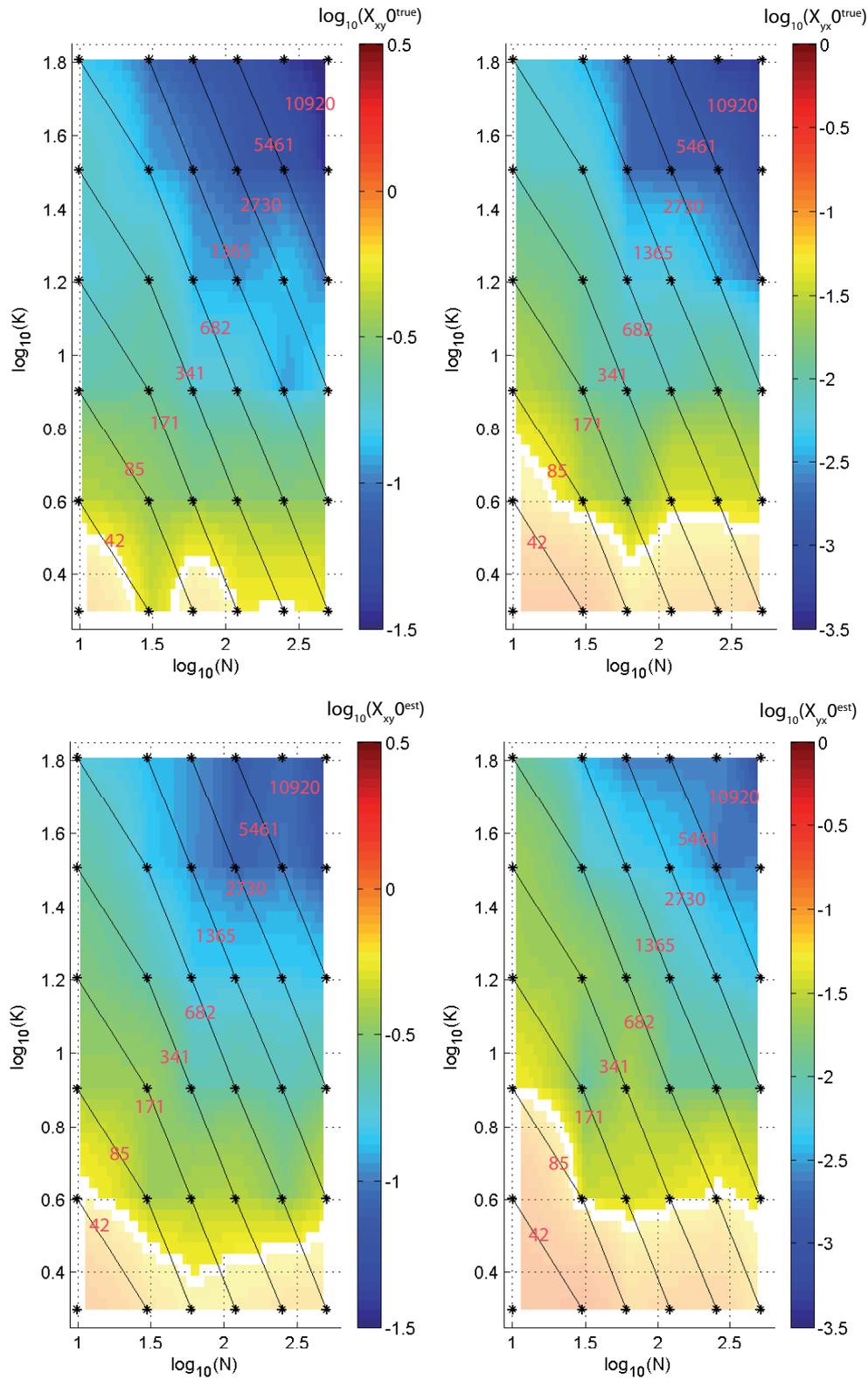


FIGURE 4.10 – Données synthétiques (1 an de données synthétiques à 20 mHz) et milieu homogène. Logarithme en base 10 des valeurs les plus probables de populations d'erreurs relatives 'vraies' $X_{ij}0^{true}$ (haut) et estimées $X_{ij}0^{est}$ (bas) pour les composantes xy et yx en fonction des valeurs de K et de N . Les valeurs $X_{ij}0^{est} > s_1 = 20\%$ sont masquées. Les valeurs de D sont représentées par des lignes noires, appelées iso-durées. Les valeurs sont indiquées en minutes en rouge. La ligne blanche représente l'iso-valeur $X_{ij}0^{est} = 20\%$

4.4.2.1 Critère n°1 : condition de seuil sur la valeur la plus probable $X_{ij}0^{est}$

Une condition de seuil s_1 est appliquée sur les valeurs de $X_{ij}0^{est}$ aux quatre périodes d'estimations ($T_k = 80$ s, 2 min, 4 min, 8 min). La méthodologie énoncée dans le cas synthétique est reproduite à l'identique, mais sur les 4 composantes ij .

Dans le cas du suivi temporel sur le Piton de La Fournaise, les propriétés géo-électriques (résistivité) du milieu investigué varient significativement dans le temps, ce qui peut avoir des conséquences sur le calcul MT. Il convient donc d'estimer la résolution temporelle séparément sur les périodes calmes (l'année 1997) et éruptives (du 6 Mars au 20 Septembre 1998). Dans cette configuration, nous testons l'estimation de la résolution temporelle D des valeurs de seuil s_1 allant de 5% à 45%.

Les résultats sont exprimés dans le tableau 4.1). De manière générale, il apparaît que plus le seuil s_1 est élevé, meilleure est la résolution temporelle, car on accepte des qualités d'estimations de tenseur de moins en moins bonnes. C'est une conséquence directe de la décroissance des erreurs 'vraies' et estimées avec l'augmentation des durées des séries temporelles D , mise en évidence dans le chapitre 3. Pour une valeur s_1 de 20%, les résolutions temporelles obtenues pour chaque période sont de 85 min pour $T_k = 80$ s, 341 min pour $T_k = 160$ s, 341 min pour $T_k = 360$ s et 682 min pour $T_k = 720$ s en période calme et de 85 min pour $T_k = 80$ s, 85 min pour $T_k = 160$ s, 341 min pour $T_k = 360$ s et 682 min pour $T_k = 720$ s (voir figures 4.12 et 4.11).

En fixant une condition de seuil sur l'espérance des erreurs relatives estimées du tenseur d'impédance, on définit des résolutions temporelles associées aux périodes éruptives et calmes assez similaires.

La limite inhérente à ce seul critère de seuil est que, considérant une population de n_e estimations successives de Z et ΔZ associées à une résolution temporelle D , on ignore la proportion réelle d'estimations fiables (tenseurs estimés associés à de faibles erreurs). Un second critère est donc nécessaire.

4.4.2.2 Critère n°2 : probabilités

Considérant une population de n_E estimations de Z et ΔZ successives calculées avec une durée D de séries temporelles et des paramétrisations (K, N) différentes, on définit $p_{\Delta Z_{ij}^{est}}$ est donc la probabilité d'obtenir des erreurs relatives estimées $\left| \frac{\Delta Z_{ij}^{est}(T_k)}{Z_{ij}^{est}} \right|$ supérieures à s_2 , où s_2 est un second seuil sur les erreurs relatives en pourcentage.

Critère n°2 : pour discriminer les couples $D(N, K)$ on tolère une probabilité maximum $p_{\Delta Z_{ij}^{est}}^M$ d'obtenir des d'erreurs relatives ΔZ_{ij}^{est} supérieures à s_2 %. De la même manière que pour le critère n°1 (voir section précédente), la recherche des valeurs minimum de $D(N, K)$ respectant cette condition est effectuée.

En considérant conjointement la configuration *Single-Station* d'estimation, souvent sujette à des biais dus au champ magnétique, et le domaine de période investigué, correspondant aux sources géomagnétiques de types ionosphérique et magnétosphérique, dont les propriétés sont complexes et inconstantes, on attend des erreurs de l'ordre de plusieurs dizaines de %. Ainsi, il apparaît raisonnable d'accepter une probabilité maximum d'obtenir des d'erreurs relatives $s_2 = 70\%$ de plus de $p_{\Delta Z_{ij}^{est}} = 0.2$. On teste aussi une valeur de 0.25.

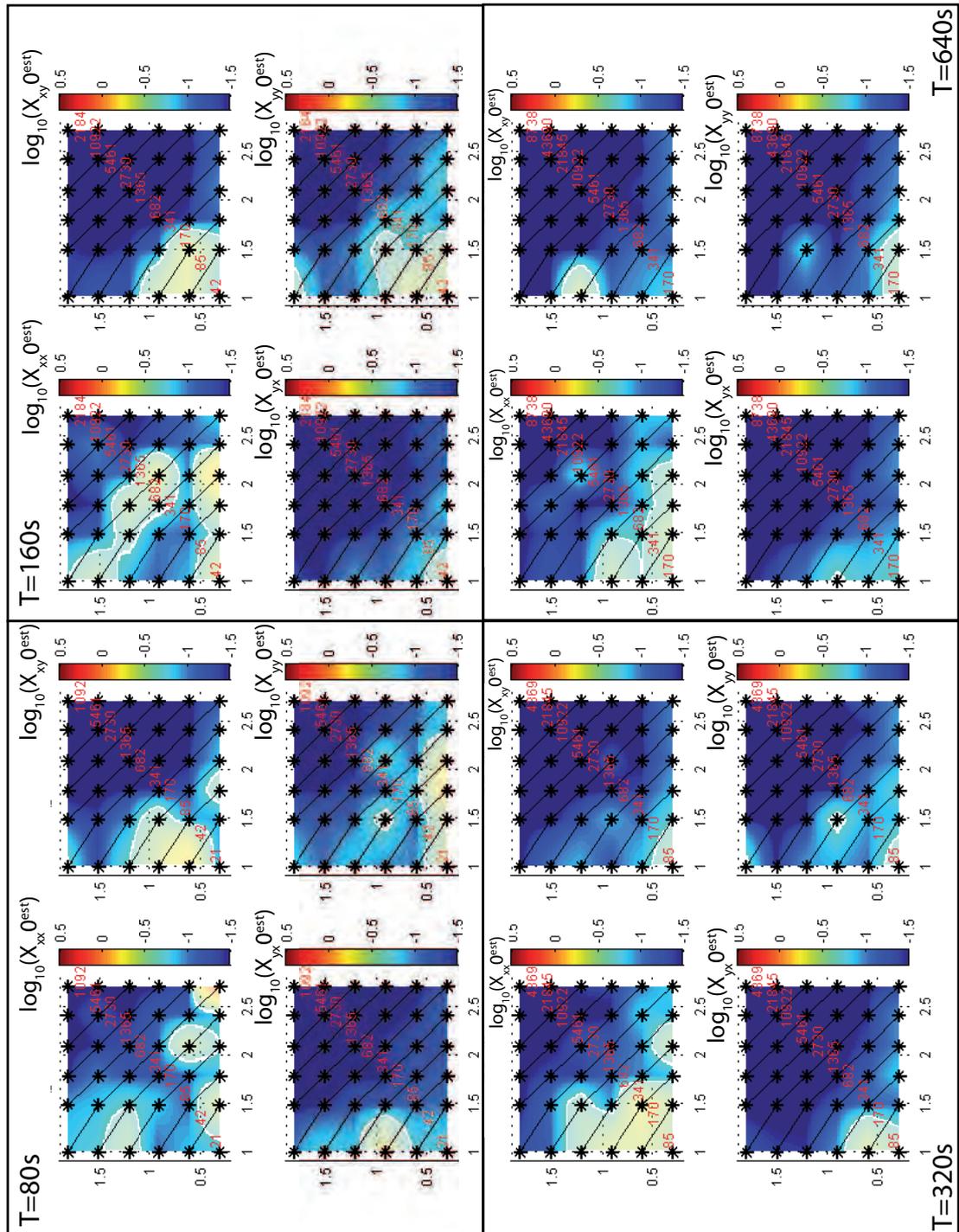


FIGURE 4.11 – Données réelles : régime 'calme' (1997). Etude pour quatre périodes d'estimation $T_0 = 80\text{ s}, 2\text{ min}, 4\text{ min}, 8\text{ min}$. \log_{10} des valeurs les plus probables $X_{ij}^{0\text{est}}$ des populations d'estimations successives d'erreurs relatives pour chacune des composantes ij des tenseur, en fonction des paramètres $\log_{10}(N)$ (en abscisse) et $\log_{10}(K)$ (en ordonnée). Les valeurs $X_{ij}^{0\text{est}} > s_1 = 20\%$ sont masquées. Les courbes noires représentent les valeurs de D et montrent les combinaison de K et N qui aboutissent à une même durée de série temporelle. Les valeurs de D sont indiquées sur les courbes en minutes. Le liseret blanche représente l'iso-valeur $X_{ij}^{0\text{est}} = 20\%$ et délimite les zones acceptables (en couleur) et rejetée (masquée).

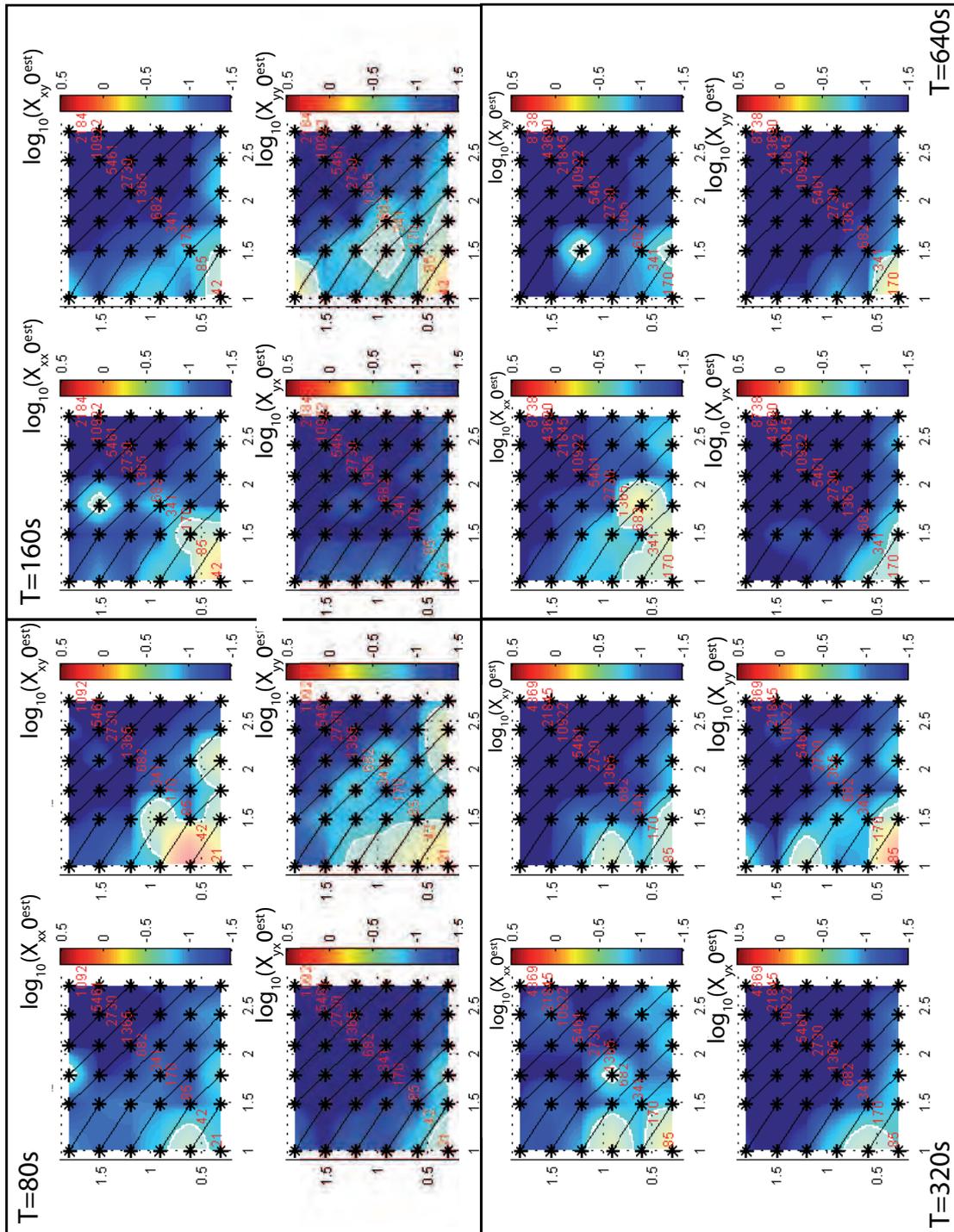


FIGURE 4.12 – Données réelles : période éruptive (du 6 mars au 20 septembre 1998). Même légende que la figure 4.11.

	$ T_k[s]$	80	160	320	640
$Th[\%]$	Regime				
5	Quiet	341	2730	1365	2730
	Eruptive	1365	2730	2730	5461
10	Quiet	341	1365	1365	2730
	Eruptive	341	682	682	2730
15	Quiet	85	341	341	682
	Eruptive	341	682	682	2730
20	Quiet	85	341	341	682
	Eruptive	85	85	341	682
25	Quiet	85	341	341	341
	Eruptive	85	85	341	682
30	Quiet	85	341	341	170
	Eruptive	42	85	170	341
35	Quiet	21	85	85	170
	Eruptive	42	85	170	341
40	Quiet	21	42	85	170
	Eruptive	42	85	170	341
45	Quiet	21	42	85	170
	Eruptive	42	85	170	341

TABLE 4.1 – Résolution temporelle D (en minutes), en fonction de différentes conditions de seuil s_1 sur les valeurs les plus probables des erreurs relatives, pour les 4 périodes d'estimation T_k utilisées dans le suivi temporel. L'étude est effectuée séparément sur la période éruptive (du 6 Mars au 20 Septembre 1998) et la période calme (l'année 1997).

Les résolutions temporelles estimées sont présentées dans le tableau 4.2 (voir aussi figures 4.13 et 4.14). A nouveau, il n'y a pas de différences significatives entre les résolutions en périodes éruptives et non éruptives. On remarque que pour $p_{\Delta Z^R} = 0.2$, la durée d'estimation D est comprise entre 128 fois et 256 fois la période d'estimation T_k . On trouve des résolutions temporelles supérieures à celles obtenues avec le critère 1.

En observant la probabilité d'obtenir des erreurs inférieures à un seuil défini en fonction de la durée des séries temporelles, on peut estimer la résolution temporelle d'un suivi temporel MT.

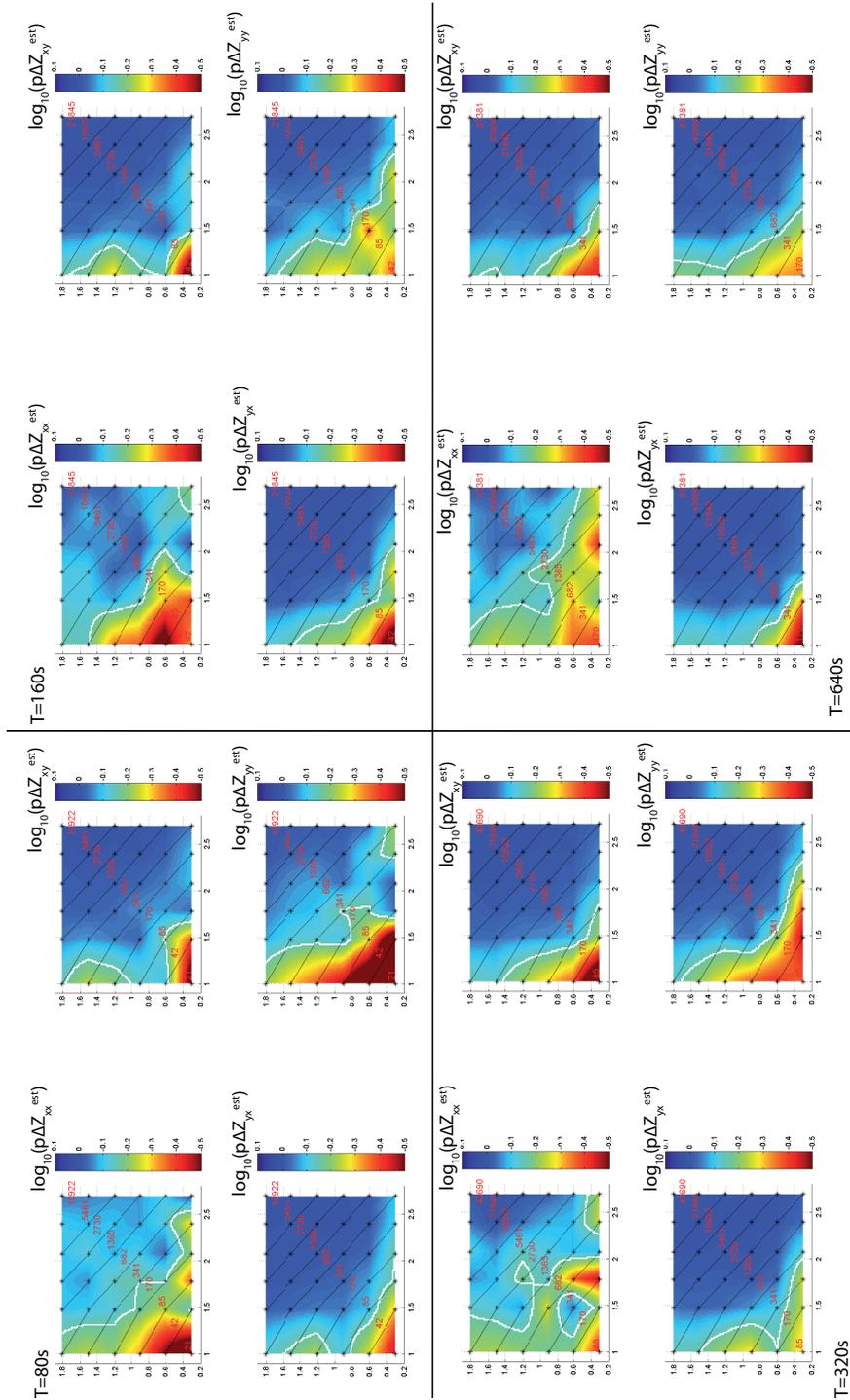


FIGURE 4.13 – Données réelles : régime 'calme' (1997). Etude pour quatre périodes d'estimation $T_0 = 80 \text{ s}, 2 \text{ min}, 4 \text{ min}, 8 \text{ min}$. Log_{10} de la probabilité $p_{\Delta Z_{ij}^{est}}$ d'obtenir des erreurs relatives supérieures à un seuil $s_2 = 70\%$, en fonction des paramètres $\text{log}_{10}(N)$ (en abscisse) et $\text{log}_{10}(K)$ (en ordonnée). Le liseret blanche représente l'iso-valeur $p_{\Delta Z_{ij}^{est}} = 0.2$ et délimite les zones acceptables ($p_{\Delta Z_{ij}^{est}} > 0.2$) et rejetée ($p_{\Delta Z_{ij}^{est}} < 0.2$). Les courbes noires représentent les valeurs de D et, montrent les combinaisons de K et N qui aboutissent à une même durée de série temporelle. Les valeurs de D sont indiquées sur les courbes en minutes.

	T_k [s]	Regime	80	160	320	640
$p_{\Delta Z_{ij}^{est}}$	s_2 [%]					
0.2	70	Eruptive	341 [256]	341 [128]	682 [128]	1365 [128]
		Quiet	341 [256]	341 [128]	1365 [256]	1365 [128]
0.25	70	Eruptive	170[128]	341[128]	682[128]	1365[128]
		Quiet	341[256]	341[128]	341[64]	1365[128]

TABLE 4.2 – *Données réelles. Etude pour quatre périodes d'estimation for $T_0 = 80$ s, 2 min, 4 min, 8 min. Résolutions temporelles estimées en tolérant des probabilité maximale $p_{\Delta Z_{ij}^{est}} = 0.2$ et $p_{\Delta Z_{ij}^{est}} = 0.25$ d'obtenir des erreurs relatives supérieures à un seuil $s_2 = 70\%$. Les valeurs des durées sont exprimées en nombre de période T_k entre crochets.*

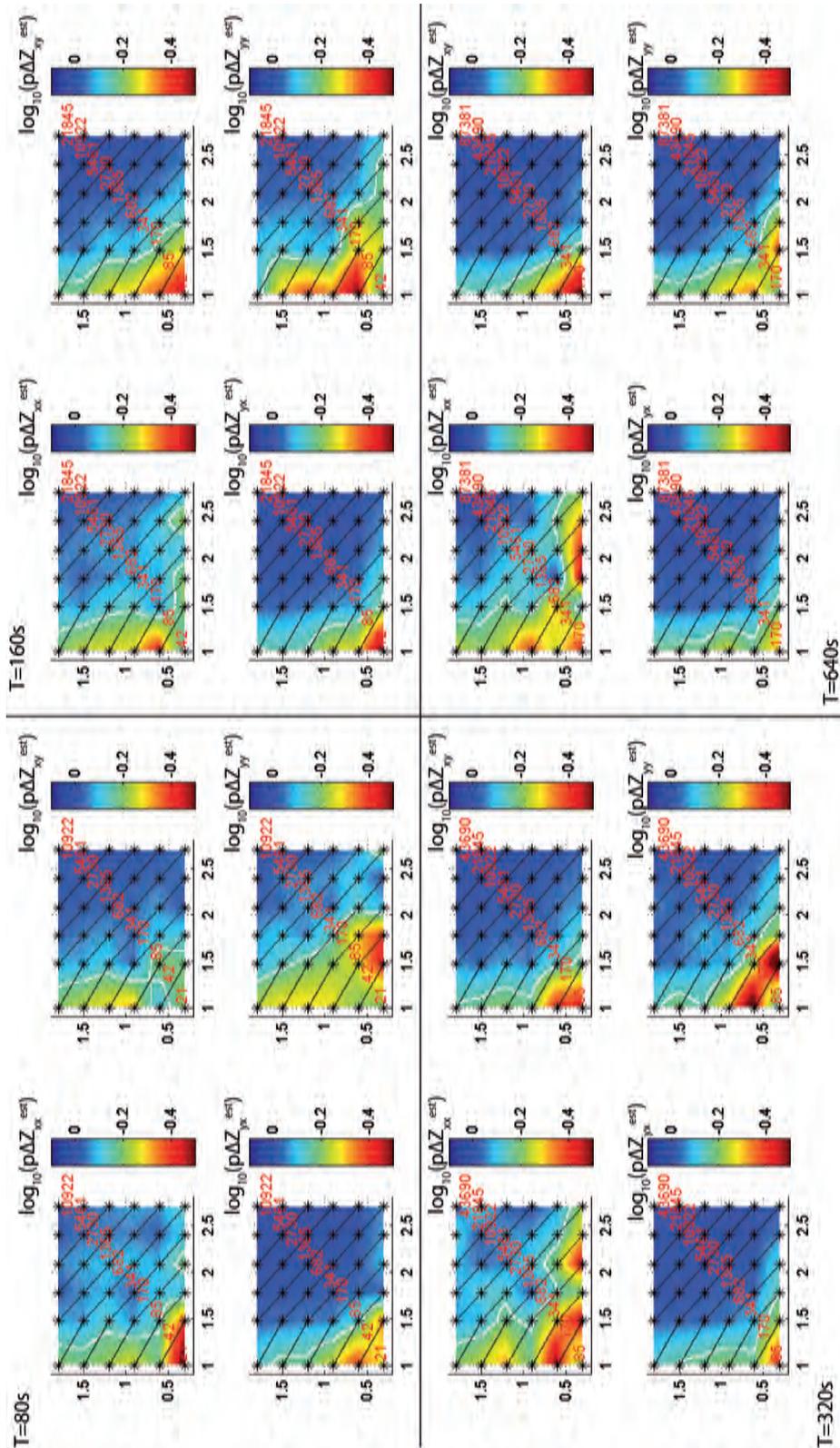


FIGURE 4.14 – Données réelles : période éruptive (du 6 mars au 20 septembre 1998). Même légende que figure 4.13.

4.5 Article : Resistivity variations associated with the 1998 large eruption at La Fournaise volcano inferred by continuous MT monitoring

Resistivity variations associated with the 1998 large eruption at La Fournaise volcano inferred by continuous MT monitoring

Pierre WAWRZY尼亚K (1) *Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, Strasbourg, France*

Jacques ZLOTNICKI (2) *Observatoire de physique du Globe de Clermont-Ferrand, France*

Pascal SAILHAC (1) *Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre, Strasbourg, France*

Guy MARQUIS (3) *Shell International Exploration and Production, Houston, USA*

Time-lapse magnetotellurics aims at studying resistivity variations in the earth due to internal processes, especially when dynamics of geophysical fluids is involved. Reliable estimates of the uncertainties of the MT parameters are essential to determine accurately the occurrence and timing of a subsurface event. We developed a new method, named the Error Tensor Method, to estimate the errors on the impedance and apply it in this study. We are testing the feasibility of time-lapse MT on a data set acquired at Piton de la Fournaise (Reunion Island) volcano in 1997-1998 at a sampling frequency of 25mHz. In 1998, the volcano erupted during 6 months and expelled 60Mm³ of lava. This large amount of fluid could lead to dynamical resistivity changes in a depth range that can be investigated by the data. First, the time resolution of the method was estimated using the uncertainties obtained by the Error Tensor method on sub-datasets. Then, resistivities were computed each day with BIRRP code. Results display apparent resistivity variations of large amplitude during the eruption and illustrates different regimes of activity. Finally, apparent resistivities were continuously inverted using a 1D approximation and a reference resistivity model inferred from AMT survey done during a quite period preceding the Eruption. Inverted time-depth profiles show evidences for a deep upward migration of conductive material during the eruption. Those results are compared to other studies and bring complementary information to the knowledge of the 1998 eruption.

1. INTRODUCTION

Electrical resistivity in the crust characterizes geological structures or the presence of ground fluids, even at great depth. While tomography of the sub-surface by active electrical methods can reach depths up to 1000m, scanning the crust at greater depth can be achieved by magnetotellurics (MT) (Vozoff [1972]).

In Natural Hazards, electrical resistivity surveys are commonly used for the static imaging of volcanic structures and associated plumbing systems. Müller *et al.* [2004] created a 3D model of Merapi volcano (Indonesia), Ogawa *et al.* [1998] used Audio Magnetotellurics (AMT) on Usu Volcano, Hokkaido (Japan); both studies showed evidences for conductive bodies under the volcanic edifices and related them to tectonic accidents and hydrothermal systems.

Then, the continuous monitoring of electrical resistivity on volcanoes was developed with the further objective to detect time variations of electrical properties associated with eruptive activity. On Oshima Is-

land (Japan), Yukutake *et al.* [1990] have shown progressive changes in the electrical resistivity beneath the cone which initiated one year before the eruption. In addition, sharp signals of enhanced amplitude were observed during the months preceding the eruptive phase and were attributed to magma ascent under the volcanic Island. On Miyake-jima (Japan), DC measurements have exhibited large resistivity changes below the summit area during the months preceding where the explosive phreatic activity which started on July 8, 2000 (Zlotnicki *et al.* [2003]).

A few instances of continuous magnetotellurics measurements confirm that electrical resistivity can also change with the volcanic activity at greater depth. On Miyake-Jima, continuous MT monitoring showed a monotonic decrease of the resistivity during the 3 months preceding the eruption, with a sharp decrease in the 11 days before the crisis (Zlotnicki *et al.* [2009]). More recently, Aizawa *et al.* [2011] applied the same technique to Sakurajima volcano during a quiet (non

eruptive) period and showed, at fixed frequencies, resistivity variations of less than one order magnitude.

In this paper, the activity of La Fournaise volcano (Réunion Island, latitude: $21^{\circ}10'S$, longitude: $55^{\circ}30'E$) is studied along a two years period bracketing the March 1998 eruption. This crisis occurred after six years of inactivity, and $60Mm^3$ of lava was expelled during 6 months of activity (Observatoire Volcanologique data). Continuous MT monitoring is used in the Ultra Low Frequency (ULF) band in order to investigate dynamical variations of apparent resistivity over the first tens of kilometres under La Fournaise volcano. A methodology for Time Lapse MT is proposed and tested:

- first, the time resolution of the monitoring is determined by an error analysis based on a new error estimator on MT impedances (Wawrzyniak *et al.* [2011]).
- time series of apparent resistivities are obtained and show variations on the full period of study.
- a simple 1D inversion is run continuously on the apparent resistivity time series and a dynamical depth profile of resistivity is obtained.

2. LA FOURNAISE VOLCANO

2.1. Electrical structure inferred by previous electromagnetic surveys

La Fournaise volcano is located in the centre of Enclos Fouqué caldera whose eastern flank is opened to the Indian Ocean (Figure 1). The central cone is entailed by two craters called Bory and Dolomieu. Radial and concentric fractures characterize the upper part of the cone, while the major fracture zone (M.F.Z.) cuts the whole volcanic edifice from the South-East to the North-East, passing through the cone. Most of the eruptive activity is taking place along the M.F.Z., sometimes crossing the rims of the Enclos Fouqué caldera. In order to image this complex and heterogeneous volcanic structure, MT and AMT soundings, Transient EM (TEM) and DC measurements have been performed both inside and outside Enclos Fouqué.

- Lénat *et al.* [1999] made both DC resistivity and TEM measurements over the Enclos Fouqué caldera and the older Plaine des Sables caldera (see figure 1). They proposed an electrical resistivity model based on joint inversion of both datasets reaching depths of $1.5km$ under the soundings sites. Surface resistivities are very high, reaching $10^4\Omega.m$, which corresponds to classical

basaltic ash resistivities. Conductors are found between $1200m$ and $2000m$ depth in the Enclos Fouqué Area, with resistivities less than $20\Omega.m$ under the summital zone and reach several hundred meters below the surface. Its position is correlated with a self potential anomaly of $2000mV$ amplitude, and is associated with and hydro-thermal system (i.e. Malengrau [1995]; Michel and Zlotnicki [1998]).

- Schnegg *et al.* [1997] studied Plaine des Sables region by AMT surveys (see figure 1). As data cover a narrow range of frequency (8 to $200Hz$), the depth of investigation is limited to $1km$. They showed evidences for dipping conductive layers, interpreted as a resulting from successive old landslides towards the ocean, probably caused by the subhorizontal layering of an older caldera.
- Courteaud *et al.* [1997] made AMT profile from the inactive Southern flank of the volcano (Baril Planeze zone) to the inner parts of the Plaine de Sables Area (see figure 1). One dimensional modelling of the profile showed very low resistivities at hundred meters of depth. They related it to poorly permeable argillaceous layers that have leading implications to hydrogeological parameters.
- Descloitres *et al.* [1997] investigated Grand Brulé, a depressed area on the eastern flank of the volcano (Figure (see figure 1)), with AMT and TDEM and found a shallow a conductive layer under resistive lava flows. This conductor is attributed to poorly permeable clay.

In 1994, Zlotnicki *et al.* [1997] made 37 MT soundings in the frequency range [$4Hz - 2300Hz$] along the NE branch of the M.F.Z.. The objective was to highlight the root of the M.F.Z. outside Enclos Fouqué caldera. The stacking of recent lava flows hid several structures which take root at more than one kilometer depth. Two high resistivity axes were evidenced and coincided with cones alignments, located themselves along the 1832 and 1977 fissures. In addition, low resistive channels were found with respective orientations NE to N and E-NE to S. These branches were canalizing meteoric ground waters flowing downwards, as well as dikes when they migrate from the central part of the cone to outside the caldera. At lower altitudes, the low resistivity indicated a penetration of oceanic water through the volcanic massif.

2.2. The March 8, eruption

After several years of rest of La Fournaise volcano, an ascending intrusive mass was detected in November 1996 (Michele *et al.* [2007]) and moved upward without reaching the ground surface. This event was followed by a slow increase of seismicity during the first half of 1997, followed by an enhancement in the second part of the year and finally a sharp acceleration in March 1998. Battaglia *et al.* [2005a] showed evidences of a deep seismic crisis starting 35 hours before the eruption. Earthquake foci moved upwards with velocity of $v = 1.2\text{-}1.6 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ from a depth of 5-6 km below sea level, which corresponds to the limit between the pre-existing oceanic crust and the island (Lénat *et al.* [1998]). The hypothesis of a vertical conduit was proposed. 1 hour before the eruption, a superficial tremor appeared at 2.5 km below the summit. Above sea level, tremor sources migrated beneath the future eruptive vents (Battaglia *et al.* [2005b]). On the March 9th, 1998, the eruption began around a 1.5 km long fissure over the north flank, forming two craters (M. and K. Krafft and Piton Kapor). On March 11th, 1998 a third crater (crater Hudson) opened on the S-SW flank of the volcano and remained active until April 2. On August 8th, new vents opened outside Enclos Fouqué about 1 km to the North. Eruption stopped on September 20th, 1998.

The chemical composition of lava emitted by the Krafft and Kapor vents until May 1998 corresponds to the group of steady state basalts (Albarède [1997]) similar to those produced since the 1977 eruption, while the lava emitted on the S-SW flank at Hudson cone was more primitive (Bureau [1999]; Vlastelic [2005]). After the middle of May, the composition of magma from Krafft and Kapor progressively changed and became as primitive as the Hudson one. To interpret this chemical evolution, Bachelery [1999] suggested that the March 9th eruption started by a vertical migration of new primitive magma at great depth: the early stage of the eruption would be related to the stress transfer between new and old magma in shallow magmatic complexes resulting in the emission of steady state basalts at the Krafft and Kapor craters; after two days, some primitive lava started to leak away at Hudson crater while steady state basalts continued leaking away at the Krafft and Kapor craters; the latter stage would correspond to the progressive mixing between magmas from the steady state basalts to primitive lavas. This interpretation has been confirmed by detailed analysis of inclinometer data Battaglia *et al.* [2003], seismic records (Battaglia *et al.* [2005b]; Proño *et al.* [2009]), petrological data (Boivin and Bachelery [2009]); a synthetic

review of this eruption, with further syn-eruptive behaviour until 2007, can be found in Peltier *et al.* [2009].

2.2.1. MT monitoring

Apart from the monitoring based on seismic and inclinometer data, we consider electric and magnetic signals recorded during the March 8 eruption. These data were first considered for self-potential monitoring (Zlotnicki *et al.* [2001]). Indeed in the 90's, the initial motivation for using electric and magnetic signals in volcano monitoring was essentially in terms of shallow hydrothermal activity: they were attributed to electrokinetic effects related to ground fluid flow in the massif driven by effective over pressure stress fields (Zlotnicki *et al.* [1990]). Now, we consider these signals using the MT approach that is based on transfer functions (or impedance tensors) related to electrical conductivity structure. We consider two stations, called CSV and BAV which were set inside and outside Enclos Fouqué caldera, respectively (see figure 1). Both stations were equipped with two horizontal components magnetometers of 1/100 nT resolution and with two orthogonal North-South and East-West electric lines, at the ends of which were fixed non polarized $Pb-PbCl_2$ electrodes buried at tens of centimetres in the ground. The four components were simultaneously recorded at a sampling rate of $f_s = 50 \text{ mHz}$ by a digital 12 bits datalogger. In the following, the x axis is $W - E$ and the y axis is $S - N$.

3. Methodology

The focus is made on data from the site CSV which is located in the caldera and remained in operation during the 1998 eruption (BAV station collapsed 10 days after the beginning of the eruptive crisis). In the following, the period ongoing from January 1997 to March 1998 will be referred as the Quiet Period and March to December 1998 will be the Eruptive Period.

3.1. MT analysis

Apparent resistivities are obtained through MT analysis of the higher frequency band of the records: 4 frequencies in the range of 1.6 mHz to 12.75 mHz are processed. They correspond to investigation depths from several to tens of kilometers (reaching the deepest seismic observations to 10 km under the summit and the upper mantle). In the following, time series of electric field $e(t)$ and magnetic field $h(t)$ (MT data) are processed through BIRRP code (Bounded Influence Remote Reference Processing Chave *et al.* [1989]) and impedance

estimates $Z(f_q)$ are obtained. In most processing techniques (e.g. Chave et al., 1987, Egbert, 1997), the electric and magnetic fields are transformed into the Fourier domain (resp. $E_j(f)$ and $H_k(f)$) and are related to each other by the following equation:

$$E_j(f_q) = \sum_k Z_{jk}(f_q)H_k(f_q) + N_{E_j}(f_q), \quad (1)$$

where $N_{E_i}(f_q)$ is the electric field misfit and is assumed to follow normal statistics with zero mean and (j, k) are the directions of the fields components (x, y) .

In order to compute errors on $Z(f_q)$, we use the Error Tensor method developed by Wawrzyniak et al. [2011]. Continuous Tensor $Z(t_i, f_q)$ and Error tensor $\Delta Z(t_i, f_q)$ estimations (where t_i is the time) are made over successive time windows to obtain time lapse impedances; following, the determinant of the tensor is used and converted into time lapse apparent resistivities which are finally inverted into successive simplified 1D resistivity models to image variations in time and depth. Both station datasets were processed in single station and remote reference configuration.

3.2. Time Lapse resolution of the apparent resistivity

The question of time resolution is essential in time lapse MT: how far can we reduce the length of MT data leading without degrading the quality of resistivity estimates? In Wawrzyniak et al. [2011], we address this question by testing several parameters in the processing code BIRRP.

Let $T_q = 1/f_q$ be the target period of analysis and D_q be the duration of the time series to be analysed. BIRRP procedure consists in the computation of tensor values within N sliding sub-windows with duration KT_q , where K is the number of target periods contained within each sub-window. Thus, the duration D_q of MT data used to obtain one single estimation of $Z(t_i, T_q)$ and $\Delta Z(t_i, T_q)$ is proportional to the period T_q and parameters N and K :

$$D_q = cNKT_q \quad (2)$$

where c is an overlapping factor (dimensionless and strictly lower than unity) between the sub time windows.

In monitoring applications, the smallest duration D_q at period T_q providing reliable Z estimates is called time resolution. It depends on the geomagnetic activity, signal to noise ratio of the record and acquisition parameters. One can note that several combinations of (K, N) may correspond to the same value of D_q but are related to different estimates. To select the best couple of (K, N)

for the period of 1997-1998, we computed successive tensors and errors for several duration D_q and corresponding combinations of (K, N) . Each $D_q(K, N)$ leads to a population of successive tensor estimates and associated errors.

In order to obtain a time resolution physically related to the errors of impedance estimates, we applied the following criterion: for each period T_q of estimation, we choose the minimum value of $D_q(K, N)$ for which the probability to obtain relative errors above a threshold Th value of 70% is inferior to $p_{\Delta Z^R} = 0.2$. Of course, this choice is arbitrary and other possibilities exists. Two different sets of time resolutions were estimated by analyzing separately the Quiet and Eruptive periods (see Table 1). Maximum values from the two sets are taken and four values of D_q are obtained, depending on the period T_q : 5 h 42 min for $T_1 = 80s$ and $T_2 = 160s$, and 22 h 45 min for both $T_3 = 320s$ and $T_4 = 640s$.

3.3. Confident interval of the apparent resistivity

For each target period T_q , successive values of $Z(t_i, T_q)$ and $DZ(t_i, T_q)$ are computed at time resolution D_q . Then for each component, the confidence interval (interval of possible values) is estimated over each interval $([Z - DZ; Z + DZ])$. Our interpretation strategy is based on a simple 1D modelling because we can use only one MT station in the caldera; so we convert 4 tensor values into a single apparent resistivity defined with its determinant. The determinant is a rotational invariant and avoids useless geometrical considerations on the horizontal electric and magnetic field when tabular approximation is assumed. In association with this quantity, we define equivalent apparent resistivity ρ_a^e as:

$$\rho_a^e(t_i, T_q) = T_q \frac{|Z_{xx}(t_i, T_q)Z_{yy}(t_i, T_q) - Z_{xy}(t_i, T_q)Z_{yx}(t_i, T_q)|}{2\pi\mu_0} \quad (3)$$

where μ_0 is the magnetic permeability of free space with $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}SI[Wb/A.m]$.

Corresponding lower and upper bounds of resistivity confidence interval (respectively ρ_- and ρ_+) are defined by:

$$\rho_a^+(t_i, T_q) = T_q \frac{|\det(Z^+(t_i, T_q))|}{2\pi\mu_0} \quad (4)$$

$$\rho_a^-(t_i, T_q) = T_q \frac{|\det(Z^-(t_i, T_q))|}{2\pi\mu_0}. \quad (5)$$

where tensors Z^- and Z^+ are defined in appendices.

3.4. 1D Inversion

Since only one MT site is available inside the caldera (CSV), one must simplify the actual geometry of the volcano for the inversion and following interpretations. The volcano is modelled as a tabular model of electrical layers. First, a reference 1D model is built from the data prior to the eruption: this average model fits time-median of apparent resistivities $\rho_a^e(t_i, f_q)$ of 1997 at long periods and MT data of the 1995 survey at high frequencies. The inversion is constrained by the use of apparent resistivity uncertainty, described by confidence intervals, and regularizations involving previous knowledge of the geoelectrical structure of the volcano, the oceanic crust and mantle electrical models. Then, this quiet-period 1D model is used as a reference model for the inversion of successive time series of 1997 – 1998 (long period data only). Continuous-time depth-sections of resistivities are obtained and allow a study of the volcanic activity of La Fournaise during the 1998 eruption.

3.4.1. Initial inversion: quiet time model $\rho^{m_0}(z)$

In order to obtain the quiet time model, a simple 1D inversion (minimization of an objective function composed of a data misfit term and a regularization) is performed from "observed" apparent resistivity $\rho_a^{obs} = \rho_a^e$ defined using the determinant of the impedance tensor estimated from the observed magnetic and electric time series. Let us call $\rho_a^{cal}(T_q)$ the calculated apparent resistivities from a resistivity model $\rho^m(z)$. We assume log-normal distributions for the apparent resistivity so that data misfit term is defined by the following sum of squares:

$$X_{data} = \frac{1}{n_d - 1} \sum_{n=1}^{n_d} \frac{(\log(\rho_a^{cal}) - \log(\rho_a^{obs}))^2}{(\log(\rho_a^+) - \log(\rho_a^-))^2}, \quad (6)$$

where n_d is the number of data samples, and error bounds ρ_a^\pm are used to define a variance parameter for the log-normal distribution.

The second term is a model regularization which we define from the vertical gradient in the model:

$$X_{smooth} = \frac{1}{n_l} \sum_{n=1}^{n_l} (\text{grad}(\log(\rho^m)))^2, \quad (7)$$

where n_l is the number of layers in the model.

The inversion results in the model $\rho^m(z)$ that minimizes the following objective function:

$$X = X_{data} + \lambda_s X_{smooth}, \quad (8)$$

where λ_s is a unitless regularization weight which controls the trade-off between the data misfit and the model smoothness.

The minimization is performed using a standard Nelder-Mead procedure. ρ_a^{obs} is computed from the median values of CSV low frequency data from the 3 last months of 1997, still considered as a quiet period. Because CSV data covers a narrow period range from 80 s to 640 s (we use 4 frequencies: 80 s, 160 s, 320 s and 640 s), the regularizations would have to be very large to solve the lack of information in the data. Instead of having too much of regularization, we prefer to use Audio MT data acquired during a survey performed over Fouqué caldera in 1995 which belongs to the same quiet period of volcanic activity (Zlotnicki *et al.*, [1997]). Thus, the data misfit X_d also contains residuals of apparent resistivities $\rho_a(f)$ at periods from 10^{-4} s to 1 s. The resulting model $\rho^{m_0}(z)$ can be considered as the simplified vertical profile over the volcano during the 6 years of quiet period preceding mars 1998 eruption.

3.4.2. Successive inversions: daily models

Let us now explain the procedure used to build a model showing resistivity variations in time and depth. The quiet model $\rho^{m_0}(z)$ is used as a reference model that gives the a priori vertical profile. We consider CSV data with apparent resistivities $\rho_a^e(t_i, T_q)$ at time t_i and period T_q . Consequently, data misfit X_{data,t_i} is a function of time, computed over a sliding window centered at time t_i with duration of about one day (longest time resolution, $D_4 = 22$ h 45 min).

The inversion gives the model $\rho^m(t, z)$ that minimizes the following objective function:

$$X = X_{data,t} + \lambda_s X_{smooth} + X_{m_0} \quad (9)$$

where X_{m_0} is a new regularization term which minimizes the deviations from the quiet model:

$$X_{m_0} = \frac{1}{(n_l - 1)} \sum_{n=1}^{n_l} \lambda_{m_0} (\log(\rho^m) - \log(\rho^{m_0}))^2 \quad (10)$$

where λ_{m_0} is a second unitless regularization weight, which controls the weight of the quiet model on the daily models. As MT data from CSV station permit to investigate large periods ([80 s - 640 s]) and consequently to constrain only deep layers, the regularization is designed to constrain the shallow domain. Let us remind that the simple penetration scale at a period T_q in a medium with apparent resistivity ρ_a is simply related to the skin depth $\delta = \sqrt{\rho_a T_q / (\pi \mu_0)}$. Thus, at each time t_i , we calculate the median skin depth δ for the 4 periods T_q and inject it in the regularization weighting factor such as the regularization term becomes:

$$\lambda_{m_0}(z) = \lambda_0 e^{\frac{-z}{\alpha \delta}} \quad \text{for depth } z < \alpha \delta, \quad (11)$$

$$\lambda_{m_0}(z) = \lambda_0 \quad \text{for } z > \alpha\delta, \quad (12)$$

where λ_0 and α are unitless constants.

This regularization factor allows maximum confidence to the quiet model at depths which aren't constrained by CSV data.

3.5. Results

In this section we will distinguish different types of resistivity, obtained with single station processing:

- the apparent resistivities issued from MT processing such as the 1995 AMT apparent resistivity sounding $\rho^{AMT}(T_q)$, the time lapse determinant apparent resistivities from station CSV $\rho^{CSV}(t_i, T_q)$ and BAV $\rho^{BAV}(t_i, T_q)$
- the resistivity models in depth, obtained by 1D inversion of apparent resistivities, such as the quiet period reference model $\rho^{Quiet}(z)$ and the time lapse model $\rho^{TL}(t_i, z)$.

3.5.1. Time Lapse Impedances

The 4 components of Time Lapse impedances $Z(t_i, T_q)$ modulus and phases of CSV site are shown in figure 2 for $T_2 = 160s$. A significant decrease of impedance modulus is observed on 3 components of the tensor (xx , xy and yy) at the beginning of the eruption, followed by a progressive relaxation to pre-eruptive values after the end of the eruption. Those variations have maximum amplitude at the lowest periods and decrease with increasing periods. At $T_4 = 640s$, variations are invisible.

3.5.2. Pre-eruptive apparent resistivity and 1D inversion

The time median of the apparent resistivity data $\rho^{CSV}(t_i, T_q)$ on the 3 last month of 1997 is assembled together with AMT data from the previous survey of 1995 $\rho_a^{AMT}(T_q)$ in Figure 3 and forms the quiet period reference sounding. A gap in frequency exists between both dataset in the band [0.5 s - 80 s]. Associated skin depths jumps from 6 km to 30 km. This hole in the data results in low constrains in the 1D inversion in this depth section. However, the inversion profile $\rho^{Quiet}(z)$ shows two conductive anomalies (Figure 6): the first display a resistivity of one hundred $\Omega.m$ and is located at a depth between 500 m and 1.2 km. The second conductor appears between 6 km and 13 km, despite a low vertical resolution. At depth larger than 20 km under the volcano, 1D inversion shows an increase of resistivities to values above $10^4\Omega.m$ at 40 km depth. These values are

similar to standard upper mantle resistivities for Pacific and Atlantic reference models proposed by *Chave et al.*, [1990].

3.5.3. Apparent resistivity variations

First, we focus on 1997 relative quiet period: apparent resistivities $\rho^{CSV}(t_i, T_q)$ and $\rho^{BAV}(t_i, T_q)$ display a few outlier values. The amplitude of those outliers increases with the periods of observation (figure 4). Moreover, some of these events, found by cross correlation, are commonly visible at the two stations CSV and BAV. Some of these events may last a few days and are produced by large rainfalls occurring on the massif; these rainfalls induce drifts in the variations of the natural electric field as evidenced by long term electric field studies (*Zlotnicki et al.*, [2001]) and by signal recognition pattern (*Bogoutdinov et al.*, [2007]). Confidence interval on apparent resistivities based on the Error Tensor method cannot take into account these rainy periods and underestimates the variability of the EM signal part that is independant from crustal and upper mantle resistivity variations. These "scattering" effects are limited to a few days and do not affect the general trends of the resistivity variations diminish with time.

Let us consider again the 1997- March 20th 1998 period for which apparent resistivities are computed at both BAV ($\rho^{BAV}(t_i, T_q)$) and CSV ($\rho^{CSV}(t_i, T_q)$) stations (Figure 4). While resistivities remain constant from January 1997 to February 1998, one can observe a sharp decay of 2 order of magnitude of the apparent resistivity on both stations at the time of the March 1998 eruption. A minimum is reached on March 17th at the two stations. After March 20th, 1998, the platform of the magnetometer at BAV began to tilt, and data were not useable after. From this date, the study is limited to station CSV beyond this date and no Remote Reference is available anymore.

A second minimum is recorded on April 15th at CSV. Later on, $\rho^{CSV}(t_i, T_q)$ display a relaxation regime and reach its preeruptive value at the end of the eruption. The amplitude of the resistivity decrease related to the eruptive crisis diminish with increasing periods of the signals (Figure 4). This second minimum is associated to skin depths of 2 and 10 km for $T_k = 80$ s and 160 s, respectively. This depth section englobes the location of the new magma batch starting from 5 to 6 km depth and moving upwards to a superficial magma pocket located at 1.5 – 2 km a.s.l. as assumed by *Battaglia et al.*, [2001].

In addition, each station has been used as remote reference for the other until the tilt of BAV station. After

the beginning of the crisis at $T_1 = 80$ s, at the two stations, resistivities show smaller decrease than with single station MT robust processing (see figure 5). At higher periods, the amplitude of variations decreases. In addition, remote reference resistivities still show outlier values, due to rainfalls and bias, during year 1997 period.

3.5.4. Resistivity in time and depth from successive 1D inversions

1D inversion of CSV time lapse resistivity $\rho^{CSV}(t_i, T_q)$ was performed for the 1997 – 1998 dataset on successive time windows of 22.75 h corresponding to 4 times the time resolution estimated for the two lowest period $T_1 = 80$ s and $T_2 = 160$ s. We used the quiet period model $\rho^{Quiet}(z)$ as reference model and imposed a constraint: we inverted the data in order to obtain a resistivity model at depths up to 20 km. Beyond this distance, data resolution is too low.

Results consists in a two years long time lapse depth model $\rho^{TL}(t_i, z)$ shown on figures 8 and 9. During year 1997, the model display a deep conductive body. We characterize it by the minimum resistivity of the depth section (which we name Conductor Resistivity) and its associated depth (which we name Conductor Center). Over the year 1997, the conductor resistivity varies between 3 and 30 $\Omega.m$ is shown and its center is included between 4 and 10 km b.s.l.. The thickness of this conductor appears large due to the very low spatial resolution. Early in March 1998, its center rapidly moves upward and almost reach the seal level while its resistivity decreases up to less than 1 $\Omega.m$.

From mid-March to May, the inverted resistivity $\rho^{TL}(t_i, z)$ shows an upward and downward migration of the conductor center between sea level and 3 km b.s.l.. Let us note that the arrival of lava nearby the station and at the ground surface could generate galvanic distortion (Groom *et al.*, [1989]) that can led to reduce the resistivity in the inversion modelling. Meanwhile, 1D inversion is not well constrained in this period (see next section) and can easily lead to low resistivities. After May, the conductor center slowly moves downward until the end of the eruption. Along this period, the conductor resistivity goes back to resistivity values between 3 and 10 $\Omega.m$, and its center migrates from 1 to 2 km depth b.s.l to 5 – 6 km b.s.l. Along this "relaxation" process, the strong fluctuations of the thickness of the conductor could be due to the variability of the natural EM field itself and the electrical noise recorded on the electric field at CSV station (Zlotnicki *et al.*, [2001], Bogoutdinov *et al.*, [2007]).

3.5.5. Sensitivity Analysis

The proposed inverse model $\rho^{TL}(t_i, z)$ is non unique; besides it is based the minimization of the objective function X so all constrains are defined only in terms of some weighed average and no precise confidence interval is computed on each parameter of the model (resistivity of each layer). A valuable addition to the inverted model itself is an estimation of the confidence attributed to each modelled layer: for that, we run a sensitivity analysis which informs about the percent of change of one layer's resistivity $\rho^{TL}(t_i, z_n)$ as compared to the change in the data (apparent resistivity at period T_q).

At each date t_i , we consider the inverted model $\rho^{TL}(t_i, z)$ discretized on $n_l + 1$ resistivity values (one for each layer plus one for the bottom half-space). We test the change of resistivity of one layer n by a factor S ; the perturbed model $\rho^{TL*}(t_i, z_n, S)$ equals to $\rho^{TL}(t_i, z)$ for all z except one:

$$\rho^{TL*}(t_i, z, S) = S \rho^{TL}(t_i, z) \quad \text{for } z = z_n. \quad (13)$$

Then, apparent resistivities are computed on the basis of this perturbed resistivity model, at each date t_i and period T_q : $\rho^{TL*}(t_i, T_q, S, z_n)$. Thus, we can compute the corresponding data misfit at period T_q ; for this, we define the discrepancy between new and observed apparent resistivities, as a function of S :

$$\Delta\bar{\rho}(t_i, T_q, S, z_n) = |\rho^{TL}(t_i, T_q) - \rho^{TL*}(t_i, T_q, S, z_n)|. \quad (14)$$

Let us note that the discrepancy of the inverse model without perturbation $\Delta\bar{\rho}(T_q, K = 1, n)$ is not zero. Model sensitivity is characterised by the relative change of the model $|1 - S|$ that would make 1% of relative data discrepancy $\Delta\bar{\rho}(t_i, T_q, S, z_n)/\rho^{TL}(t_i, T_q) \leq 0.01$. Values of S are divided in two domains: either we test an increase of resistivity by using values above 1 which we call S_p , or we test a decrease by using values lower than 1 which we call S_m . By comparing increasing or decreasing until we get a discrepancy $\Delta\bar{\rho}(T_q, S, n)$ larger than the discrepancy of the inverse model without perturbation $\Delta\bar{\rho}(T_q, S = 1, n)$, we obtain the maximum factor S_p or minimum factor S_m , respectively. This term corresponds to the model sensitivity at depth z_n : no significant effect is observed on the data if the relative change of resistivity at that depth z_n lies in the interval $[1 - S_m, S_p - 1]$.

Figures 11 and 12 shows that the sensitivity is very low at depth under 3.5 km (high absolute values of $1 - S_m$ and $S_p - 1$): this illustrates the low constraints of the inversion on the shallow part of the volcano. Looking at the $1 - S_m$ map (figure 12), depth domain between 3 and 10 km is well resolved until the beginning

of April. Then, a period of low constrains is initiated at mid May. In this period and at those depths, modelled resistivities can significantly be underestimated up to a factor 10. In the same time, $S_p - 1$ map (figure 11) display high sensitivity values, and yields the conclusion that model resistivities cannot be overestimated.

This sensitivity analysis shows general good constrains on the location and strength of conductors in our models. However interpretations should be addressed with caution, especially because the modelled resistivity is tabular while the actual geometry of the volcano is complex. Figure 10 shows the behavior of the 3 terms X_{data} , X_{smooth} and X_{m_0} constituting the objective function X as a function of time: the misfit between model and data X_{data} significantly increases during the eruption period. As some error on the data are underestimated, X_{data} can reach values between 1 to 10 during the eruption: this can be caused by underestimation of confidence interval or oversimplification of the tabular approximation.

3.6. Discussion

Although it is the first time that such long and continuous MT processing is performed on an active volcano, apparent resistivity deduced from Time Lapse MT data clearly display a decrease of one to two orders of magnitude for the lowest periods, well correlated with the onset of La Fournaise activity (Figure 4). Let us notice that the apparent resistivity has a tendency to smooth the true resistivity contrast at depth, meaning a decay of the resistivity probably larger than 2 orders magnitude at depth.

First, we consider the last 3 months of 1997 which can be still considered as a quiet period (in the seismological sense) (Figure 8). Two conductors are present in the first 20 km of depth. The superficial one, of about $100\Omega.m$, lies between 0.5 and 1.2km below the ground surface. This zone could be related to the main shallow hydrothermal system and magmatic complex based on 1D model by *Lénat et al.* [2000]. This magma chamber has been investigated by seismic P-wave tomography by *proet et al.*, [2009] and fits well with large scale positive self potential anomalies (*Michel et al.*, [1998]; *Zlotnicki et al.*, [2001]). Two hypotheses exists concerning the condition of this superficial magmatic complex. *Nercessian et al.*, [1996] suggest that a high velocity dense and intrusive cooled magma forms a plug, surrounded by lava flows and pockets. This theory is refuted by *Peltier et al.*, [2009] with geochemical observations, and the authors suggest an existing more or less homogeneous reservoir. In our case, the data does not allow to investigate the dynamics of the shallow magma storage, as it

can be seen in the sensitivity maps (Figures 11 and 12). Moreover, the depth of investigation is much larger during the quiet period than during the eruption (see Figure 7). As a consequence, the shallow depth domain is better constrained during the eruption.

In addition, the inverted model also confirms the existence of a large and thick conductor between 5 and 10 km, with a mean position at 7.5 km depth b.s.l. This depth corresponds approximately to the interface between the volcanic edifice and the crust, which is a geological discontinuity that could facilitate the formation of a magma storage system (*Gallart et al.*, [1999]). The position of the center of this conductor correlates with the deepest foci of earthquakes recorded before the migration of the epicentres towards the surface (*Battaglia et al.*, [2005]). According to these authors, 35 h before the eruption, a vertical and aseismic dyke migrated from this deep magma reservoir towards the sea level, and feeds the shallow magma reservoir. Those reservoir should have been investigated with a better quality with complementary AMT time lapse data.

The two storage systems contain two types of lava: the shallow chamber initially contained recrystallized Steady State Basalt (SBB), and the deep system was filled with Abnormal Group basalts (AbGB) (*Salan et al.*, [2010]). These two basalts were involved and emitted during the eruption (*Bureau et al.*, [1999]). It is rather difficult to discriminate these two types of magma with the MT data. It is well known that the resistivity of dry rocks at high temperature essentially depends on the temperature and not on the chemical composition (*Zhdanov* [2009]). For the depths of investigation in this study, the resistivity of molten dry rocks in the volcanic structure, the crust and the upper mantle should be mainly be controlled by temperature.

Finally, on March 8 and 9, the drastic change in resistivities and depths of the deepest conductor (event b on Figure 9) points out a very fast upward displacement of lava from 7.5 km to 1-2km b.s.l. It corresponds to the migration of earthquakes detected by *Battaglia et al.*, [2005] during 35 hours preceding the effusive phase. From the beginning of the eruption to May, time lapse resistivity modelling a downward then upward movement of the centre of the superficial conductor around the sea level. During this period the volcanic activity remains high with a high extruded lava rate. This oscillations can be the signature of the lava extrusion through a deep conduit. Then, the resistivity model follows a recovery stage toward the pre-eruptive values and depths, which indicates the decay of the eruptive activity associated with the March 9th, eruption at La Fournaise.

4. Conclusion

MT time lapse on Piton de la Fournaise shows promising results for the monitoring of strombolian type eruption. Apparent resistivity signal was computed almost on a daily basis (22 h 45) over two years: 1997 and 1998. Significant two order of magnitude decrease of the apparent resistivities is observed at the time of magma migration towards the ground surface. This low resistivity regime lasts all along the most active phase of the eruption (March to May 1998). After a significative change in the nature of the extruded lava in May, resistivity follows a relaxation regime and goes back to pre-eruptive values after the end of the eruption (September, 20th).

In addition, MT gives information about the deep structure and magma storage system of the volcano. Two conductors are found by inverting low frequency time lapse resistivities and AMT soundings during the pre-eruptive period: a shallow low resistive medium is found above sea level, and could be linked to superficial magma storage and hydrothermal systems. A second deeper conductor is located at a central depth of 7.5km below sea level, corresponding to the interface between the volcano and the pre-existing oceanic crust, where *Gallart et al.*, [1999] suggested the presence of a magma storage system. While the shallow reservoir was already investigated by EM methods such as AMT, gravity and self potential methods, the deep storage system was only studied by seismic and is now clearly associated with a deep conductor medium.

Then, we get information about the dynamics of the geoelectrical structure associated with the 1998 eruption. Inversion was performed daily over two years of continuous MT data, and indicates that a shallow conductor has suddenly appeared between sea level and 3

km depth b.s.l. We associate it to magma injection from the deep reservoir to the shallow one in relation with the 35 h of pre-eruptive migration of earthquakes towards the ground surface. MT is more sensitive to fluid motion than to stresses imposed on surrounding rocks, and brings unique and complementary information for the study of aseismic feeding system of magma storage system and rupture processes. It should be emphasized that small electric signals associated with micro-fracturation and ground fluid flows were also observed during the 15 days preceding the March 9, eruption (*Zlotnicki et al.*, [2001]).

Although, first results of time lapse MT at La Fournaise volcano are encouraging, the methodology developed in this study could be improved by better resolutions in depth and time: data could be recorded at a higher frequency and the use of several stations would allow to perform a more precise 2D and/or 3D inversion.

5. Appendices: How to compute Z_+ and Z_- ?

Such as described in *Wawrzyniak et al.*, [2011], only the module of the error tensor is defined. Thus, one should consider all phase values in order to define confidence intervals on rotated impedances. First, we define a family Z_{jk}^* of Z_{jk} components, covering the full range of possible phases, such as :

$$Z_{jk}^* = \left\{ Z_{jk} + |\Delta Z_{jk}| e^{\sqrt{-1}\alpha} \right\} \quad (15)$$

where α covers 0 to 2π . Thus, the bounds of the confidence interval for each component Z_{jk} (respectively Z_{jk}^- and Z_{jk}^+) are defined by minimum and maximum modulus values in the family of Z_{jk}^* . In addition, with these bounds, we define two matrices of dimension 2×2 of confidence intervals Z^- and Z^+ .

	T_0 [s]	Regime	80	160	320	640
p_{DZ^R}	Th [%]					
0.2	70	Eruptive	341 [256]	341 [128]	682 [128]	1365 [128]
		Quiet	341 [256]	341 [128]	1365 [256]	1365 [128]

Table 1: Estimated time resolution. Obtained by studying the populations of relative errors during the eruption (from March 1998, 6th to September) and quiet periods (year 1997) for different duration of data time series. A criterion is applied: we choose the minimum duration D for which the probability to obtain relative errors above a threshold Th value of 70% is inferior to $p_{DZ^R} = 0.2$.

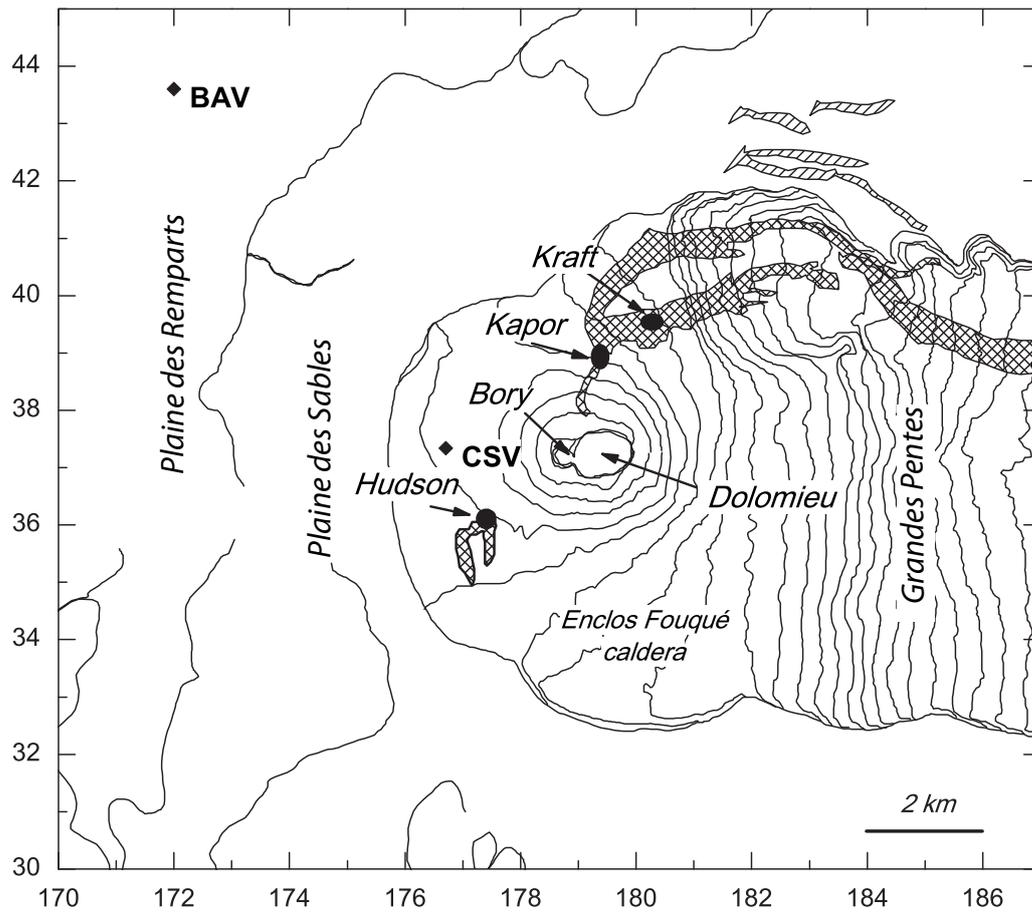


Figure 1: Map of MT stations over Le Piton De La Fournaise volcano used for continuous Time Lapse Monitoring.

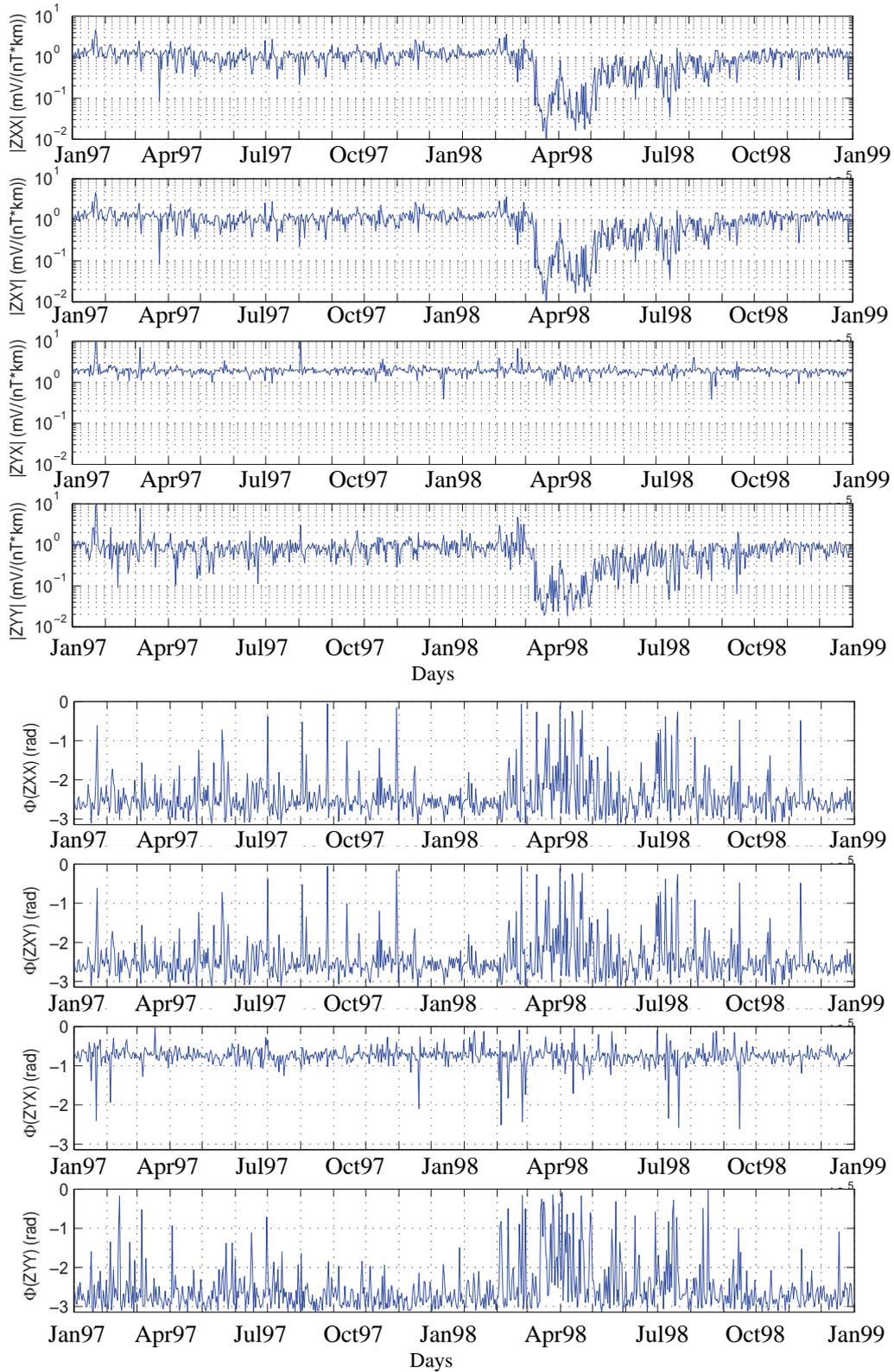


Figure 2: Estimated impedance components (Modulus and Phase) in function of time over the 1997-1998 period for $T = 160\text{s}$.

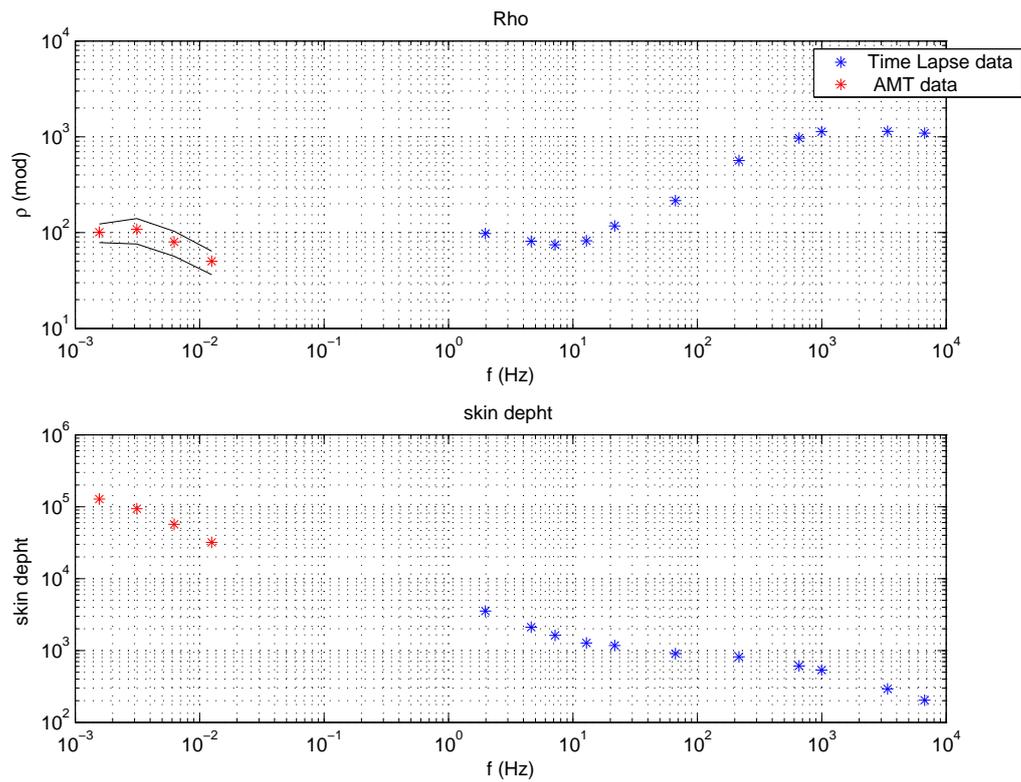


Figure 3: a) Time Lapse resistivities (in red) from the median of 1997 values and median value of all AMT soundings over the 1997 AMT campaign (in blue). b) Skin depth (m)

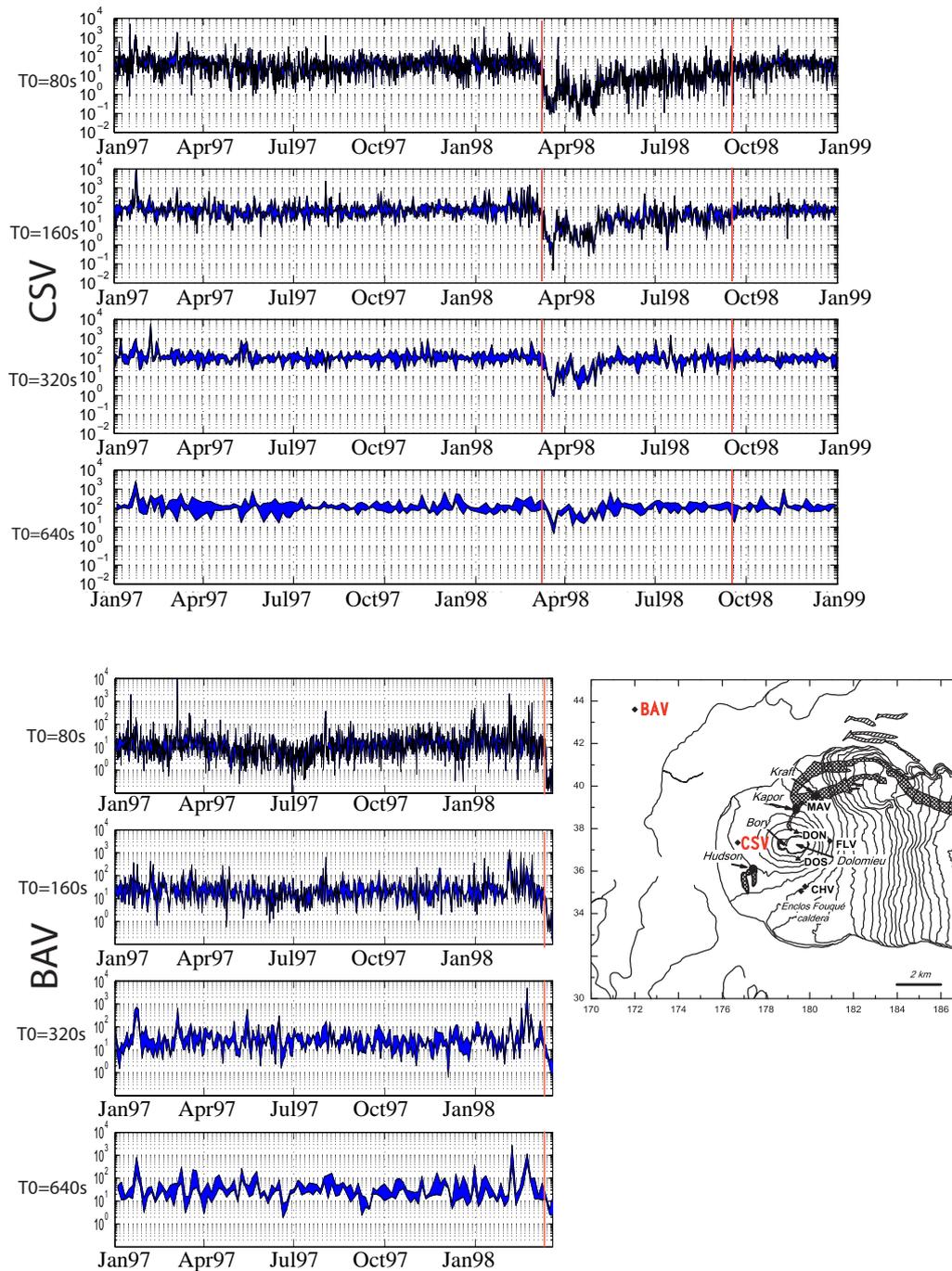
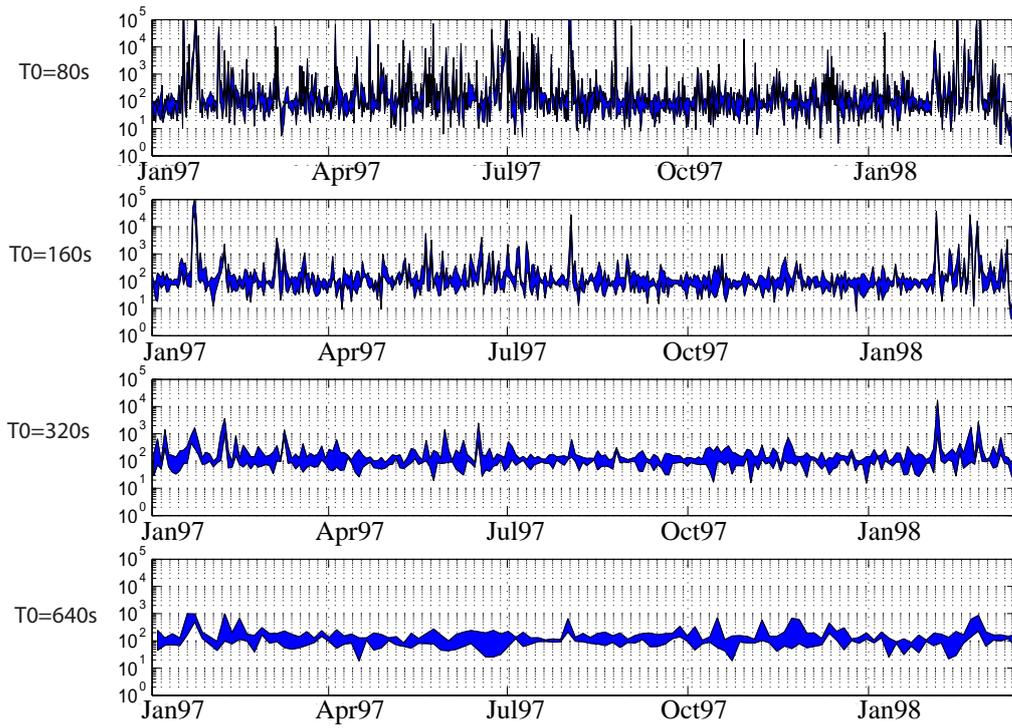


Figure 4: Continuous determinant resistivities obtained over the 1997-1998 period for four periods $T_0 = 80s, 2min, 4min, 8min$ with respective time resolution $D = 341min, 341min, 1365min$ and $1365min$. Red lines marks the beginning (March 1998, 9th) and the end of the eruption (September 9th).

CSV



BAV

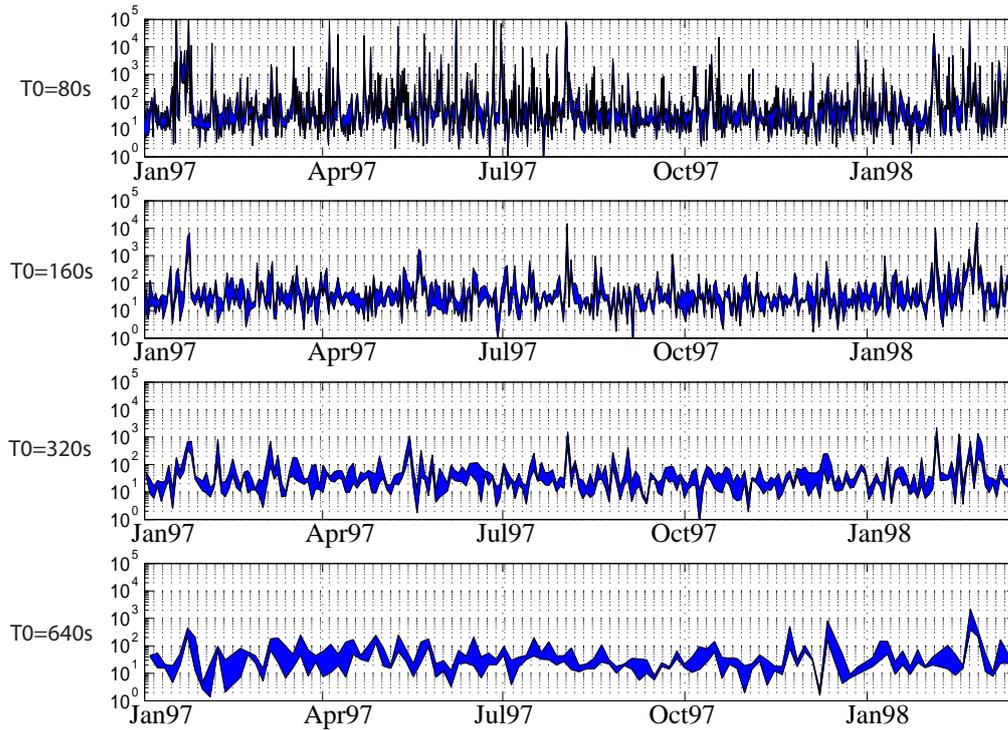


Figure 5: Remote referenced continuous determinant resistivities during the 1997-March, 17th 1998 period for four periods $T_0 = 80s, 2min, 4min, 8min$ with respective time resolution $D = 341min, 341min, 1365min$ and $1365min$. Red lines marks the beginning (March 1998, 9th) of the eruption.

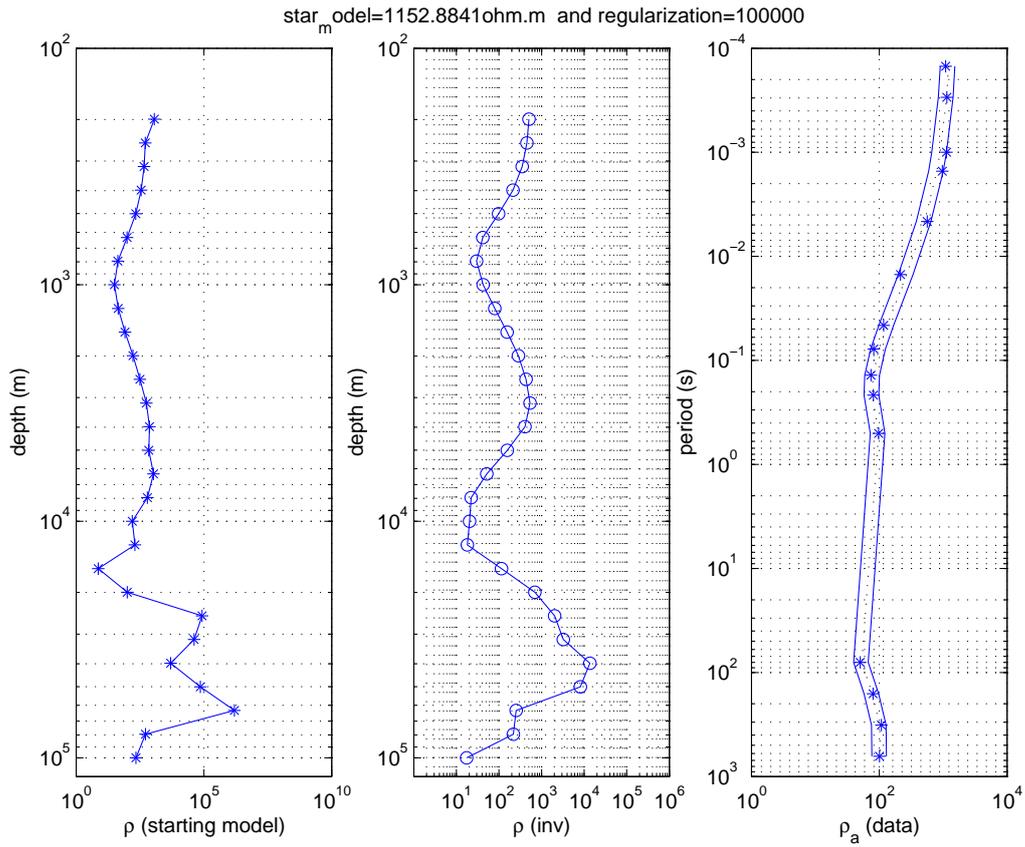


Figure 6: CSV station: resistivity results from 1D inversion made over the median value obtain in 1997 and the 1997 survey with a regularization $R = 2000$. a) start model for the inversion, b) Inverted model, c) Forward model (green dashed lines) compared to original data (blue stars).

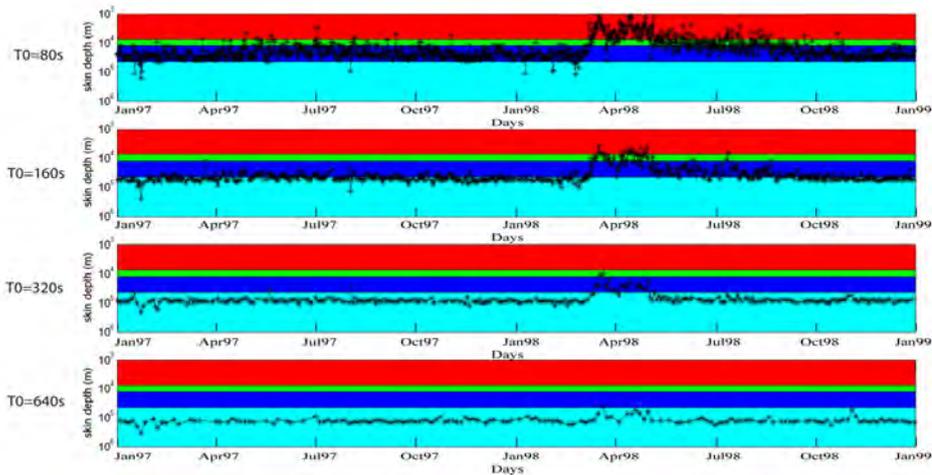


Figure 7: CSV station: time series of skin depth δ associated with four periods $T_0 = 80s, 2min, 4min, 8min$. Color blocks represent depth units associated to: a) red: the volcanic island, b) green: oceanic crust, c) blue: highly resistive upper mantle, d) cyan: mantle. Note that the elevation of station CSV is taken for $z = 0$

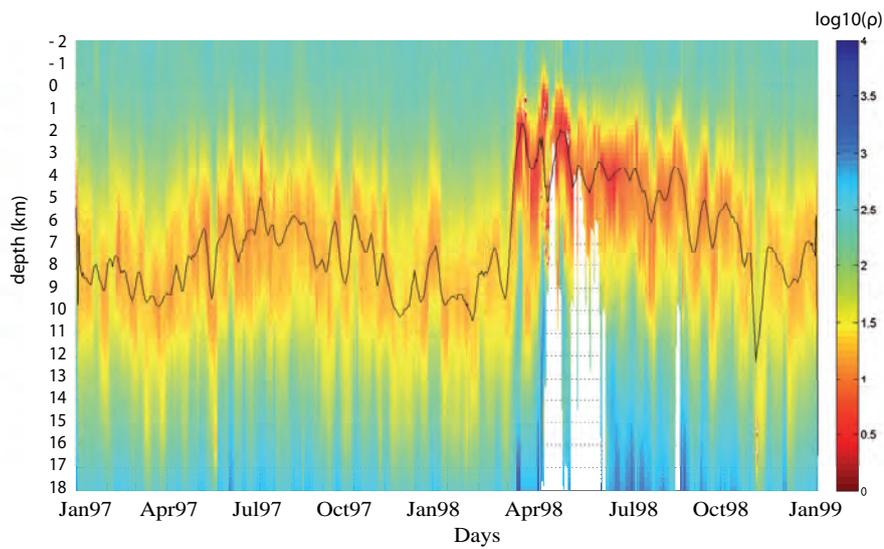


Figure 8: Continuous 1D inversion results during the 1997-1998 period in function of time and depth: resistivities are represented in \log_{10} scale. The black line represents the position of the lowest resistivity.

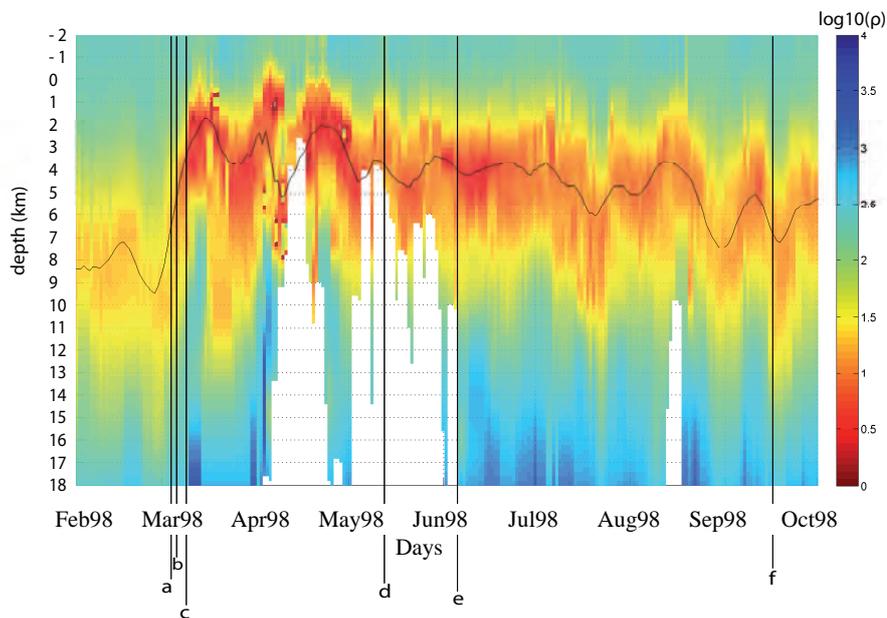


Figure 9: Continuous 1D inversion results from February to October 1998 in function of time and depth: resistivities are represented in \log_{10} scale. The black line represents the position of the lowest resistivity. Events a) to f) are key date of the eruption: a) March 8th, 98: beginning of the 35 hours deep seismic crises; b) March 9th, 98: eruption at Piton Kapor (lava type : steady state basalt); c) March 11th, 98: eruption at Piton Hudson (lava type : abnormal group basalt); d) May 15th, 98: change in lava type at Piton Kapor, abnormal group basalt is now emitted; e) August 8th: opening of a new vent outside Enclos Fouqué; f) September 20th, 98: end of the eruption.

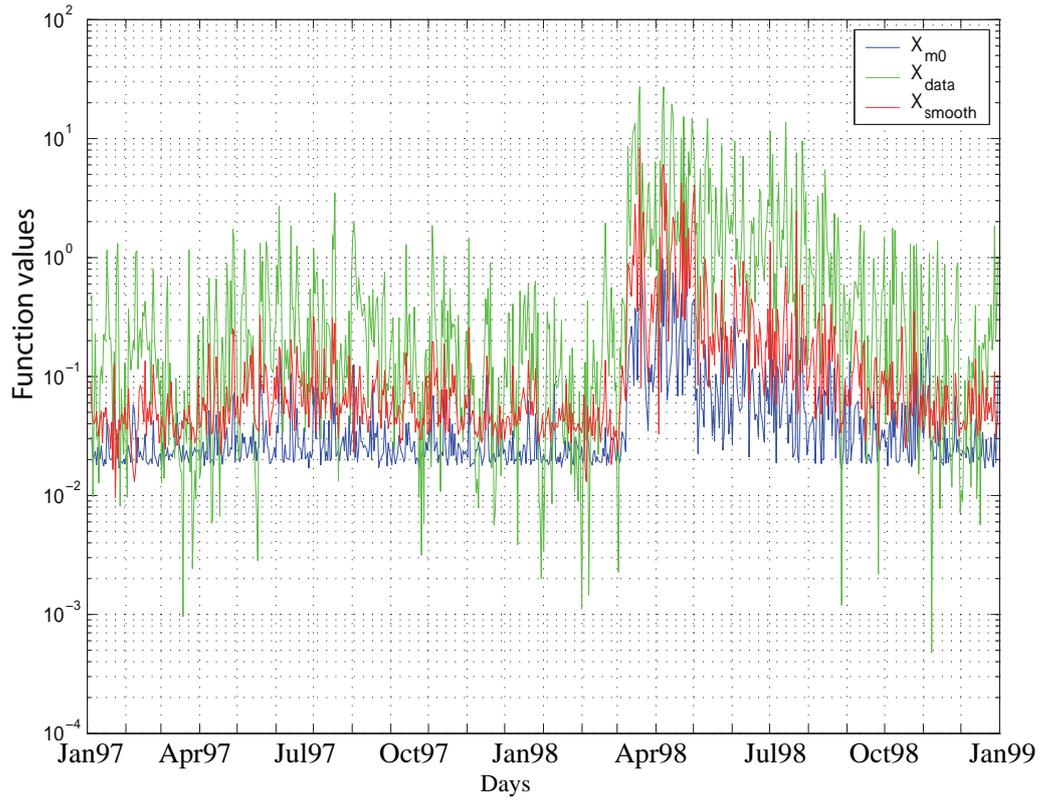


Figure 10: Functions X_{data} , X_{m_0} and X_{smooth} during the 1997-1998 period.

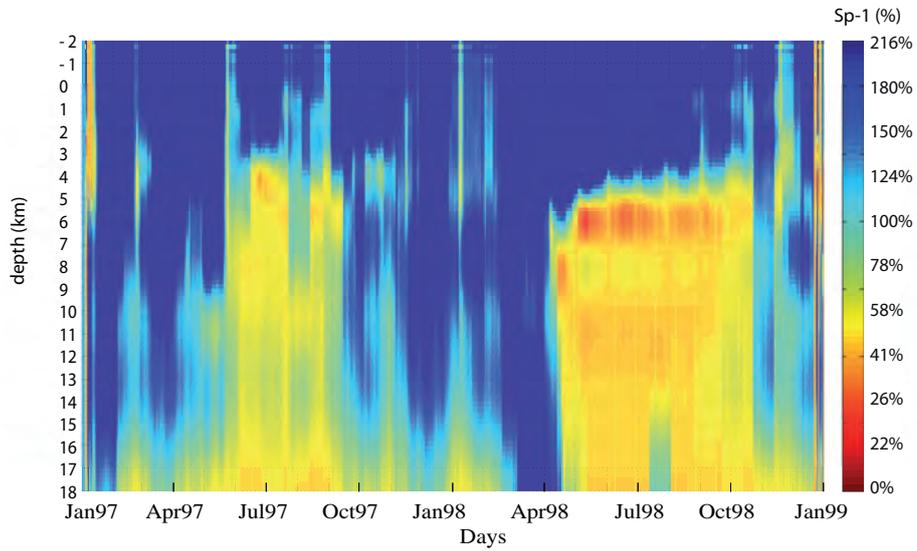


Figure 11: Sensitivity parameter $S_p - 1$ expressed in % as a function of depth and time along the two years of continuous inversion. The more the values get close to 0, the more the Sensitivity of the inversion is great.

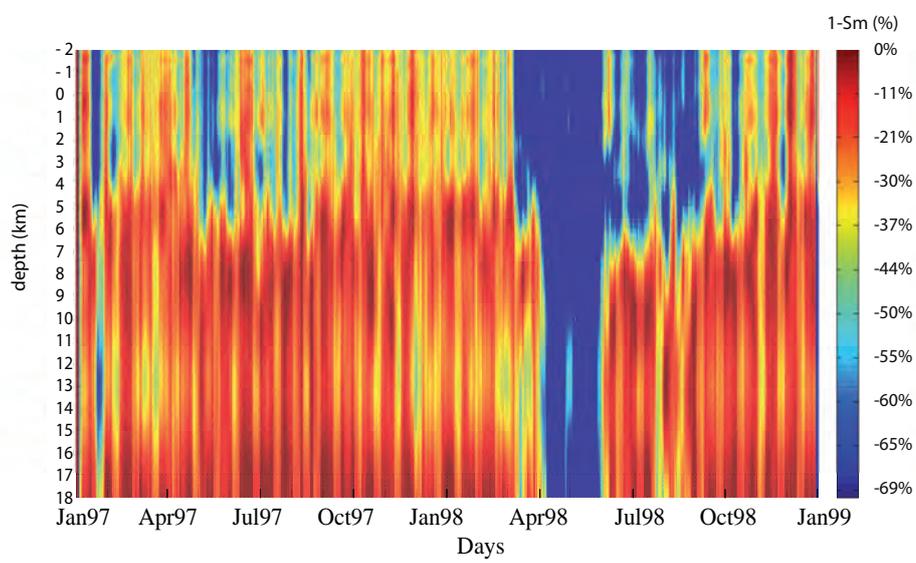


Figure 12: Sensitivity parameter $1 - S_m$ expressed in % as a function of depth and time along the two years of continuous inversion. The more the values get close to 0, the more the Sensitivity of the inversion is great.

6. References

- Aizawa, K., Kanda, W., Ogawa, Y., Iguchi, M., Yokoo, A., Yakiwara, H., Sugano, T.**, 2010. Temporal changes in electrical resistivity at Sakurajima volcano from continuous magnetotelluric observations, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 199, 165-176
- Albarede, F., Luais, B., Fitton, G., Semet, M., Kaminski, E., BGJ Upton, Bachelery, P., Cheminee, J.L.**, 1997, The geochemical regimes of Piton de la Fournaise volcano (Reunion) during the last 530 000 years, *J. Petrol.* 38, 171-201
- Bachelery, P.**, 1999. Le Fonctionnement des volcans boucliers, mémoire HDR. Université de la Réunion, St Denis, France, 698 pp
- Battaglia, J., Aki, K.**, 2003. Location of seismic events and eruptive fissures on the Piton de la Fournaise volcano using seismic amplitudes, *J. Geoph. Res.* 108, 23-64
- Battaglia, J., Bachelery, P.**, 2003b. Dynamic dyke propagation deduced from tilt variations preceding the March 9, 1998, eruption of the Piton de la Fournaise volcano. *J. Volcanol. Geoth. Res.* 120, no. 3-4, 289-310, 2003.
- Battaglia, J., Ferrazzini, V., Staudacher, T., Aki, K., Cheminee, J.L.**, 2005. Preeruptive migration of earthquakes at the Piton de la Fournaise volcano (Reunion Island). *Geophys. J. Int.* 161, 549-558
- Battaglia, J., Aki, K., Staudacher, T.**, 2005b. Location of tremor sources and estimation of lava output using tremor source amplitude on the Piton de la Fournaise volcano : 2. Estimation of lava output, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 147, 291-308
- Bogoutdinov, S.R., Agayan, S.M., Gvishiani, A.D., Graeva, E.M., Rodkin, M.V., Zlotnicki, J., Le Mouél, J.L.**, 2007. Fuzzy logic algorithms in the analysis of electrotelluric data with reference to monitoring of volcanic activity, *Izv-Phys. Solid. Earth.* 43, 597-609
- Boivin, P., Bachelery, P.**, 2009. Petrology of 1977 to 1998 eruptions of Piton de la Fournaise, La Reunion Island *J. Volcanol. Geoth. Res.* 184, Issues 12, 109125
- Bureau, H., Metrich, N., Semet, M., Staudacher, T.**, 1999. Fluid-Magma decoupling in a hot-spot volcano. *Geophys. Res. Lett.* 26, 3501-3504
- Chave, A.D., Thomson, D.J.**, 1989. Some comments on magnetotelluric response function estimation, *J. Geophys. Res.* 94, no. 14, 14.215-14.225
- Chave, A. D., Luther, D. S.**, 1990. Low-Frequency Motionally Induced Electromagnetic Fields in the Ocean, *J. Geophys. Res.* 95, 7185-7200
- Courteaud, M., Ritz, M., Descloitres, M., Robineau, B., Coudray, J.**, 1996. Cartographie AMT du biseau sale sur le flanc sud du Piton de la Fournaise (Ile de la Reunion), *CR ACAD SCI II A* 322, 93-100
- Descloitres, M., Ritz, M., Robineau, B., Courteaud, M.**, 1997, Electrical structure beneath the eastern collapsed flank of Piton de la Fournaise volcano, Reunion Island: Implications for the quest for groundwater, *Water Resour. Res.* 33, 13-19
- Gallart, J., Driad, L., Charvis, P., Sapin, M., Hirn, A., Diaz, J., de Voogd, B., Sachpazi, M.**, 1999, Perturbation to the lithosphere along the hotspot track of La Reunion from an offshore-onshore seismic transect, *J. Geophys. Res.* 104, 2895-2908
- Groom, R.W. , Bailey, R.C.**, Decomposition of Magnetotelluric Impedance Tensors in the Presence, *J. Geophys. Res.* 94, 1913-1925
- Lénat, J.F., Vincent, P., Bachelery, P.**, 1989. The off-shore continuation of an active basaltic volcano : Piton de la Fournaise (Reunion Island, Indian Ocean) ; structural and geomorphological interpretation from sea beam mapping, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 36, 1-9
- Lenat, J.F., Fitterman, D., Jackson, D.B., Labazuy, P.**, 2000. Geoelectrical structure of the central zone of Piton de la Fournaise volcano (Reunion). *B. Volcanol.* 62, 75-89
- Malengreau, B., Lénat, J.F.**, 1995. Internal structure of Reunion Island from magnetic and gravimetric data analysis, Ph.D. Thesis, Universit de Clermont-Ferrand 2
- Michel S., Zlotnicki, J.**, 1998., Self-potential and magnetic surveying of La Fournaise volcano (Reunion Island): Correlations with faulting, fluid circulation, and eruption, *J. Geoph. Res.* 103, 17,845-17,857
- Michele, M., Briole, P.**, 2007. Deformation between 1989 and 1997 at Piton de la Fournaise volcano retrieved from correlation of panchromatic airborne images. *Geophys. J. Int.* 169, 357-364
- Muller, A., Haak, V.**, 2004. 3-D modeling of the deep electrical conductivity of Merapi volcano (Central Java) : integrating magnetotellurics, induction vectors and the effects of steep topography. *J. Volcanol. Geoth. Res.* 138, no. 3-4, 205-222
- Nercessian, A., Hirn, A., Lepine, J.C., Sapin, M.**, 1996. Internal structure of Piton de la Fournaise volcano from seismic wave propagation and earthquake distribution, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 70, 123-143
- Ogawa, Y., Matsushima, N., Oshima, H., Takakura, S., Utsugi, M., Hirano, K., Igarashi, M. Doi, T.**, 1998. A resistivity cross-section of Usu volcano, Hokkaido, Japan, by audiomagnetotelluric soundings. *Earth Planets Space.* 50, no. 4, 339-346
- Peltier, A., Bachelery, P., Staudacher, T.**, 2009. Magma transport and storage at Piton de La Fournaise

(La Reunion) between 1972 and 2007 : A review of geophysical and geochemical data, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 184, no. 1-2, 93-108

Proño, E., Battaglia, J., Monteiller, V. Got, J.L., Ferrazzini, V., 2009. P-wave velocity structure of Piton de la Fournaise volcano deduced from seismic data recorded between 1996 and 1999, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 184, no. 1-2, 49-62

Salaun, A., Villemant, B., Semet, M.P., Staudacher, T., 2010. Cannibalism of olivine-rich cumulate xenoliths during the 1998 eruption of Piton de la Fournaise (La Reunion hotspot) : Implications for the generation of magma diversity, *J. Volcanol. Geoth. Res.* 198, 187-204

Schnegg, P.A., 1997. Electrical structure of Plaine des Sables caldera, Piton de la Fournaise volcano (Reunion Island), *Ann. Geophys-Italy.* XL, 305-317

Vlastelic, I., Staudacher, T., Semet, M., 2005. Rapid change of lava composition from 1998 to 2002 at Piton de la Fournaise (Reunion) inferred from Pb isotopes and trace elements : evidence for variable crustal contamination, *J. Petrol.* 46, 79-107

Vozoff, K., 1972. The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins. *Geophysics.* 37, no. 1, 98-141

Wawrzyniak, P., Sailhac P., Marquis, G., Zlotnicki, J., 2011. Robust errors on the MT impedance tensor, (Submitted) *Geophys. Prospect.*

Yukutake, T., 1990. An overview of the eruptions of Oshima Volcano, Izu, 1986- 1987 from the geomagnetic

and geoelectric standpoints, *J. Geom. Geoelectr.* 42, no. 3, 141-150

Zhdanov, M.S., 2009, *Geophysical electromagnetic theory and methods*, Elsevier Science

Zlotnicki, J., Le Mouël, J.L., 1990. Possible electrokinetic origin of large magnetic variations at La Fournaise volcano. *Nature.* 343, 633-636

Zlotnicki, J., Dupis, A., Choquier, A., 1997. Reconnaissance de la zone de fracture majeure sur le flanc nord-est du piton de la Fournaise (Ile de la Reunion) par des sondages audiomagnetotelluriques= Surveying of the Main Fracture Zone on the north-east flank of La Fournaise volcano (Reunion Island) by audiomagnetotelluric soundings. *CR ACAD SCI II A* 324, 277-284

Zlotnicki, J., Le Mouel, J. L., Sasai, Y., Yvetot, P., Ardisson, M. H., 2001. Self-potential changes associated with colcanic activity. Short term signals associated with March 9, 1998 eruption on Le Fournaise volcano (Reunion Island), *Ann. Geophys-Italy.* 44, no. 2, 335-354

Zlotnicki, J., Nishida, Y., 2003. Review on morphological insights of self-potential anomalies on volcano, *Surv. Geophys.* 24, 291-338.

Zlotnicki, J., Sasai, Y., Toutain, J.P., Villacorte, E., Haradae, M., PHIVOLCS team, Yvetot, P., Fauquet, F., Bernard, A., Nagao, T., 2009. Electromagnetic and geochemical methods applied to investigations of hydrothermal/volcanic unrests: Examples of Taal (Philippines) and Miyake-jima (Japan) volcanoes, *Phys. Chem. Earth.* 34, Parts A/B/C, Issues 67, 394408

CHAPITRE 5

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons développé une méthodologie de suivi temporel MT sur la base d'un outil, l'estimation robuste du Tenseur d'Erreur, et l'avons appliqué au Piton de la Fournaise durant la période 1997-1998, qui inclut une période éruptive de 196 jours en 1998.

Des variations temporelles de résistivités apparentes de deux ordres de grandeurs ont été observées sur le Piton de la Fournaise durant l'éruption de 1998. Celles-ci sont interprétées comme la signature électromagnétique des flux de magma gouvernant l'éruption, de type strombolienne. L'amplitude des signaux observés est très supérieure à celle des signaux observés par [Aizawa 2010] sur le volcan Sakurajima, à plus haute fréquence. Par une inversion 1D des données, nous observons des variations de résistivités en profondeur mais avec une faible résolution verticale. Durant la période pré-éruptive, un conducteur est observé entre 5 et 10 km de profondeur sous le niveau de la mer. On l'interprète, en accord avec les études sismologiques, comme un réservoir magmatique profond, localisé à l'interface entre l'île de la Réunion et la croûte océanique préexistante. Lors de l'éruption, une remontée de matériel conducteur jusqu'au niveau de la mer est mise en évidence. A partir du mois de mai, ce conducteur effectue une migration progressive vers sa profondeur pré-éruptive jusqu'à la fin de l'année.

Le suivi temporel MT révèle donc des variations dynamiques des propriétés électriques du volcan en accord avec la théorie du réapprovisionnement de la chambre magmatique superficielle, grâce à l'ouverture d'un dyke vertical, par une lave plus primitive en provenance d'un réservoir profond situé à l'interface île/croûte océanique. Il existe une complémentarité entre les études sismologiques, qui peuvent révéler des zones de faibles vitesses aux emplacements supposés des chambres magmatiques et qui sont sensibles aux mouvements de fluide dans la matrice rocheuse par les contraintes engendrées par ce mouvement, et les résultats du suivi temporel MT qui caractérisent l'emplacement du fluide magmatique par ses propriétés électriques. La résolution spatiale des inversions 1D en MT reste cependant limitée.

En outre, notre application de suivi temporel MT est dépendante de l'outil utilisé pour contrôler la qualité des estimations MT : le Tenseur d'Erreur. En effet, celui-ci semble caractériser les erreurs de manière satisfaisante lorsque le champ magnétique n'est que peu ou pas bruité. Dans ce cas, souvent idéal, l'estimateur est relativement fiable. Cet estimateur est une première étape dans la prise en compte des erreurs sur le tenseur d'impédance en fonction des résidus sur le champ électrique en MT. Lorsque le bruit est trop important sur le champ magnétique, les estimations du tenseur elles-mêmes peuvent varier significativement en fonction de la date d'estimation, sans que les Tenseurs d'Erreur ne permettent de faire un tri dans les estimations. Des développements méthodologiques sur l'estimation du tenseur d'erreur MT sont nécessaires.

Au travers de l'estimation des erreurs MT est posée la question de la validité de la théorie MT développée par Cagniard. En effet, cette théorie est basée sur une source ionosphérique générant

des ondes planes. Cependant, cette approximation d'onde plane n'est pas toujours réaliste. En effet, [Pilipenko 1993] démontre que les micropulsations géomagnétiques, qui sont des sources transitoires et pseudopériodiques, conduisent à des estimations de résistivités erronées lorsque leur géométrie n'est pas prise en compte. Une analyse préliminaire de la géométrie et des variations des propriétés de la source géomagnétique permettrait de vérifier la compatibilité des champs électrique et magnétique enregistrés par les stations au sol avec les approximations MT.

Cependant, la méthodologie de Suivi Temporel MT à basse fréquence est la seule à même d'imager la résistivité d'un milieu volcanique à des profondeurs atteignant le manteau supérieur. Les résultats obtenus sur le Piton de la Fournaise apportent une information inédite et complémentaire à celles des autres méthodes géophysiques quant à la présence et la profondeur de conducteurs profonds ou superficiels et à leurs dynamiques durant une éruption. On pourrait améliorer les résolutions spatiales et temporelles de la méthode en déployant des stations MT supplémentaires sur l'édifice volcanique et en enregistrant les champs à plus haute fréquence afin d'investiguer avec plus de précision les faibles profondeurs.

Bibliographie

- [Aizawa 2010] K. Aizawa, W. Kanda, Y. Ogawa, M. Iguchi, A. Yokoo, H. Yakiwara et T. Sugano. *Temporal changes in electrical resistivity at Sakurajima volcano from continuous magnetotelluric observations*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 2010.
- [Albarède 1997] F. Albarède, B. Luais, G. Fitton, M. Semet, E. Kaminski, Bachelery P. Upton BGJ et J.L. Cheminée. *The geochemical regimes of Piton de la Fournaise volcano (Réunion) during the last 530 000 years*. Journal of Petrology, vol. 38, no. 2, page 171, 1997.
- [Bachelery 1999] P. Bachelery. *Le Fonctionnement des volcans boucliers*. mémoire HDR, Université de la Réunion, St Denis, France, 698 pp, 1999.
- [Bahr 1991] K. Bahr. *Geological noise in magnetotelluric data : a classification of distortion types*. Physics of the Earth and planetary interiors, vol. 66, no. 1-2, pages 24–38, 1991.
- [Battaglia 2003a] J. Battaglia et K. Aki. *Location of seismic events and eruptive fissures on the Piton de la Fournaise volcano using seismic amplitudes*. Journal of geophysical research, vol. 108, no. B8, page 2364, 2003.
- [Battaglia 2003b] J. Battaglia et P. Bachelery. *Dynamic dyke propagation deduced from tilt variations preceding the March 9, 1998, eruption of the Piton de la Fournaise volcano*. Journal of volcanology and geothermal research, vol. 120, no. 3-4, pages 289–310, 2003.
- [Battaglia 2005a] J. Battaglia, K. Aki et V. Ferrazzini. *Location of tremor sources and estimation of lava output using tremor source amplitude on the Piton de la Fournaise volcano : 1. Location of tremor sources*. Journal of volcanology and geothermal research, vol. 147, no. 3-4, pages 268–290, 2005.
- [Battaglia 2005b] J. Battaglia, V. Ferrazzini, T. Staudacher, K. Aki et J.L. Cheminée. *Pre-eruptive migration of earthquakes at the Piton de la Fournaise volcano (Réunion Island)*. Geophysical Journal International, vol. 161, no. 2, pages 549–558, 2005.
- [Berdichevsky 1984] M.N. Berdichevsky et M.S. Zhdanov. *Advanced theory of deep geomagnetic sounding*. Elsevier Science Ltd, 1984.
- [Bureau 1999] H. Bureau, N. Métrich, MP Semet et T. Staudacher. *Fluid-Magma decoupling in a hot-spot volcano*. Geophysical research letters, vol. 26, no. 23, pages 3501–3504, 1999.
- [Burke 1996] K. Burke. *The African plate*. Geological Society of South Africa, 1996.
- [Campbell 2003] W.H. Campbell. *Introduction to geomagnetic fields*. Cambridge Univ Pr, 2003.
- [Chave 1989] A.D. Chave et D.J. Thomson. *Some comments on magnetotelluric response function estimation*. Journal of Geophysical Research, vol. 94, no. 14, pages 215–14, 1989.
- [Chave 2004] A.D. Chave et D.J. Thomson. *Bounded influence magnetotelluric response function estimation*. Geophysical Journal International, vol. 157, no. 3, pages 988–1006, 2004.
- [Chevallier 1981] L. Chevallier et P. Bachelery. *Evolution structurale du volcan actif du Piton de la Fournaise, Ile de la Réunion Océan Indien Occidental*. Bulletin of Volcanology, vol. 44, no. 4, pages 723–741, 1981.

- [Courteaud 1996] M. Courteaud, M. Ritz, M. Descloitres, B. Robineau et J. Coudray. *Cartographie AMT du biseau salé sur le flanc sud du Piton de la Fournaise (Ile de la Réunion)*. Comptes rendus de l'Académie des sciences : Sciences de la vie, page 93, 1996.
- [Courtillot 1986] V. Courtillot, J. Besse, D. Vandamme, R. Montigny, J.J. Jaeger et H. Cappetta. *Deccan flood basalts at the Cretaceous/Tertiary boundary?* Earth and Planetary Science Letters, vol. 80, no. 3-4, pages 361–374, 1986.
- [de Voogd 1999] B. de Voogd, S.P. Palomé, A. Hirn, P. Charvis, J. Gallart, D. Rousset, J. Dañoibeitia et H. Perroud. *Vertical movements and material transport during hotspot activity : Seismic reflection profiling offshore La Réunion*. Journal of geophysical research, vol. 104, no. B2, pages 2855–2874, 1999.
- [Descloitres 1997] M. Descloitres, M. Ritz, B. Robineau et M. Courteaud. *Electrical structure beneath the eastern collapsed flank of Piton de la Fournaise volcano, Reunion Island : Implications for the quest for groundwater*. Water resources research, vol. 33, no. 1, pages 13–19, 1997.
- [Driad 1997] L. Driad et A. Hirn. *Structure profonde de l'édifice volcanique de la Réunion (Océan Indien) par sismique réfraction et grand angle= Deep structure under the la Réunion volcanic edifice (Indian Ocean) from seismic wide angle data*. 1997.
- [Eisel 2001] M. Eisel et G.D. Egbert. *On the stability of magnetotelluric transfer function estimates and the reliability of their variances*. Geophysical Journal International, vol. 144, no. 1, pages 65–82, 2001.
- [Fukushima 2005] Y. Fukushima. *Transferts de magma au volcan du Piton de la Fournaise déterminés par la modélisation 3D de données d'interférométrie radar entre 1998 et 2000*. 2005.
- [Gailler 2009] L.S. Gailler, J.F. Lénat, M. Lambert, G. Levieux, N. Villeneuve et J.L. Froger. *Gravity structure of Piton de la Fournaise volcano and inferred mass transfer during the 2007 crisis*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 184, no. 1-2, pages 31–48, 2009.
- [Gallart 1999] J. Gallart, L. Driad, P. Charvis, M. Sapin, A. Hirn, J. Diaz, B. de Voogd et M. Sachpazi. *Perturbation to the lithosphere along the hotspot track of La Réunion from an offshore-onshore seismic transect*. Journal of geophysical research, vol. 104, no. B2, pages 2895–2908, 1999.
- [Gamble 1979] T.D. Gamble, W.M. Goubau et J. Clarke. *Magnetotellurics with a remote magnetic reference*. Geophysics, vol. 44, pages 53–68, 1979.
- [Gillot 1982] P.Y. Gillot et P. Nativel. *K—Ar chronology of the ultimate activity of piton des neiges volcano, reunion island, Indian ocean*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 13, no. 1-2, pages 131–146, 1982.
- [Goubau 1978] W.M. Goubau, T.D. Gamble et J. Clarke. *Magnetotelluric data analysis : removal of bias*. Geophysics, vol. 43, page 1157, 1978.
- [Jacobs 1964] J.A. Jacobs, Y. Kato, S. Matsushita et V.A. Troitskaya. *Classification of geomagnetic micropulsations*. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, vol. 8, no. 3, pages 341–342, 1964.

- [Jones 1989] A.G. Jones, A.D. Chave, G.D. Egbert, D. Auld et K. Bahr. *A comparison of techniques for magnetotelluric response function estimation*. 1989.
- [Kappler 2010] K.N. Kappler, H.F. Morrison et G.D. Egbert. *Long-term monitoring of ULF electromagnetic fields at Parkfield, California*. Journal of Geophysical Research, vol. 115, no. B4, page B04406, 2010.
- [Kieffer 1990] G. Kieffer. *Evolution dynamique et structurale récente (phase IV) du Piton des Neiges (Ile de La Réunion, Océan Indien)*. Le volcanisme de la Réunion, Monographie. Cent. Rech. Volcanol., Clermont-Ferrand, France, pages 163–185, 1990.
- [Lacroix 1940] A. Lacroix. *Sur la production de basalte et docéanite au cours d'une éruption du volcan actif (Piton de la Fournaise) de l'île de la Réunion*. Bulletin of Volcanology, vol. 7, no. 1, pages 67–70, 1940.
- [Lenat 1989] J.F. Lenat, P. Vincent et P. Bachelery. *The off-shore continuation of an active basaltic volcano : Piton de la Fournaise (Réunion Island, Indian Ocean) ; structural and geomorphological interpretation from sea beam mapping*. Journal of volcanology and geothermal research, vol. 36, no. 1-3, pages 1–9, 1989.
- [Lénat 2000] J.F. Lénat, D. Fitterman, D.B. Jackson et P. Labazuy. *Geoelectrical structure of the central zone of Piton de la Fournaise volcano (Réunion)*. Bulletin of volcanology, vol. 62, no. 2, pages 75–89, 2000.
- [Lénat 2001] J.F. Lénat, B. Gibert-Malengreau et A. Galdéano. *A new model for the evolution of the volcanic island of Reunion (Indian Ocean)*. Journal of geophysical research, vol. 106, no. B5, pages 8645–8663, 2001.
- [Malengreau 1995] B. Malengreau et J.F. Lenat. *Structure profonde de la Réunion d'après les données magnétiques et gravimétriques= Internal structure of Réunion Island from magnetic and gravimetric data analysis*. 1995.
- [Michel 1998] S. Michel et J. Zlotnicki. *Self-potential and magnetic surveying of La Fournaise volcano (Réunion Island) : Correlations with faulting, fluid circulation, and eruption*. Journal of geophysical research, vol. 103, no. B8, pages 17845–17, 1998.
- [Morgan 1981] WJ Morgan. *Hotspot tracks and the opening of the Atlantic and Indian Oceans*. The sea, vol. 7, pages 443–487, 1981.
- [Nercessian 1996] A. Nercessian, A. Hirn, J.C. Lépine et M. Sapin. *Internal structure of Piton de la Fournaise volcano from seismic wave propagation and earthquake distribution*. Journal of volcanology and geothermal research, vol. 70, no. 3-4, pages 123–143, 1996.
- [Pedersen 1982] L.B. Pedersen. *The magnetic impedance tensor - Its random and bias errors*. Geophysical Prospecting, vol. 30, no. 2, pages 188–210, 1982.
- [Peltier 2007] A. Peltier, T. Staudacher et P. Bachelery. *Constraints on magma transfers and structures involved in the 2003 activity at Piton de La Fournaise from displacement data*. Journal of geophysical research, vol. 112, no. B3, page B03207, 2007.
- [Peltier 2009] A. Peltier, P. Bachelery et T. Staudacher. *Magma transport and storage at Piton de La Fournaise (La Réunion) between 1972 and 2007 : A review of geophysical and geochemical data*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 184, no. 1-2, pages 93–108, 2009.

- [Pilipenko 1993] V.A. Pilipenko et E.N. Fedorov. *Magnetotelluric sounding of the crust and hydromagnetic monitoring of the magnetosphere with the use of ULF waves*. Annals of Geophysics, vol. 36, no. 5-6, 1993.
- [Prôno 2009] E. Prôno, J. Battaglia, V. Monteiller, J.L. Got et V. Ferrazzini. *P-wave velocity structure of Piton de la Fournaise volcano deduced from seismic data recorded between 1996 and 1999*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 184, no. 1-2, pages 49–62, 2009.
- [Salaün 2010] A. Salaün, B. Villemant, M.P. Semet et T. Staudacher. *Cannibalism of olivine-rich cumulate xenoliths during the 1998 eruption of Piton de la Fournaise (La Réunion hotspot) : Implications for the generation of magma diversity*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 2010.
- [Sapin 1996] M. Sapin, A. Hirn, J.C. Lépine et A. Nercessian. *Stress, failure and fluid flow deduced from earthquakes accompanying eruptions at Piton de la Fournaise volcano*. Journal of volcanology and geothermal research, vol. 70, no. 3-4, pages 145–167, 1996.
- [Schmucker 1975] U. Schmucker et P. Weidelt. *Electromagnetic induction in the earth*. Lecture Notes, Aarhus University, Aarhus, mimeographed, 1975.
- [Schnegg 1997] P.A. Schnegg. *Electrical structure of Plaine des Sables caldera, Piton de la Fournaise volcano (Reunion Island)*. Annals of Geophysics, vol. 40, no. 2, 1997.
- [Sheth 2005] H. Sheth. *From Deccan to Réunion : No trace of a mantle plume*. Geological Society of America, 2005.
- [Sigmarsson 2005] O. Sigmarsson, M. Condomines et P. Bachelery. *Magma residence time beneath the Piton de la Fournaise Volcano, Reunion Island, from U-series disequilibria*. Earth and Planetary Science Letters, vol. 234, no. 1-2, pages 223–234, 2005.
- [Sigmundsson 1999] F. Sigmundsson, P. Durand et D. Massonnet. *Opening of an eruptive fissure and seaward displacement at Piton de la Fournaise volcano measured by RADARSAT satellite radar interferometry*. Geophys. Res. Lett., vol. 26, no. 5, page 533, 1999.
- [Sims 1971] W.E. Sims, F.X. Bostick Jr et H.W. Smith. *The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data*. Geophysics, vol. 36, page 938, 1971.
- [Staudacher 1998] T. Staudacher, N. Villeneuve et Université Pierre et Marie Curie. *Piton de la Fournaise : chronique de l'éruption du 9 et 12 mars 1998*. Institut de physique du globe de Paris, 1998.
- [Swift Jr. 1967] C.M. Swift Jr. *Jr., 1967. A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the southwestern United States*. PhD thesis, 1967.
- [Szarka 1997] L. Szarka et M. Menvielle. *Analysis of rotational invariants of the magnetotelluric impedance tensor*. Geophysical Journal International, vol. 129, no. 1, pages 133–142, 1997.
- [Thomson 1977] D.J. Thomson. *Spectrum estimation techniques for characterization and development of WT4 waveguide*. Bell Syst. Tech. J., vol. 56, pages 1769–1815, 1977.
- [Tikhonov 1950] AN Tikhonov. *Determination of the electrical characteristics of the deep strata of the earths crust*. In Doklady, volume 73, pages 259–311, 1950.
- [Tilling 1993] R.I. Tilling et J.J. Dvorak. *Anatomy of a basaltic volcano*. Nature, vol. 363, no. 6425, pages 125–133, 1993.

- [Vlastelic 2005] I. Vlastelic, T. Staudacher et M. Semet. *Rapid change of lava composition from 1998 to 2002 at Piton de la Fournaise (Réunion) inferred from Pb isotopes and trace elements : evidence for variable crustal contamination*. Journal of Petrology, vol. 46, no. 1, page 79, 2005.
- [Weaver 2000] J.T. Weaver, A.K. Agarwal et F.E.M. Lilley. *Characterization of the magnetotelluric tensor in terms of its invariants*. Geophysical Journal International, vol. 141, no. 2, pages 321–336, 2000.
- [Zhdanov 2009] M.S. Zhdanov. *Geophysical electromagnetic theory and methods*. Elsevier Science, 2009.
- [Zlotnicki 1997] J. Zlotnicki, A. Dupis et A. Choquier. *Reconnaissance de la zone de fracture majeure sur le flanc nord-est du piton de la Fournaise (Île de la Réunion) par des sondages audiomagnétotelluriques = Surveying of the Main Fracture Zone on the north-east flank of La Fournaise volcano (Réunion Island) by audiomagnetotelluric soundings*. Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2. Sciences de la terre et des planètes, vol. 324, no. 4, pages 277–284, 1997.
- [Zlotnicki 2001] J. Zlotnicki, J. L. Le Mouél, Y. Sasai, P. Yvetot et M. H. Ardisson. *Self-potential changes associated with colcanic activity. Short term signals associated with MArch 9,1998 eruption on Le Fournaise volcano (Réunion Island)*. Anali Di Geofisica, vol. 44, no. 2, pages 335–354, 2001.
- [Zlotnicki 2005] J. Zlotnicki, J.L. Le Mouél, A. Gvishiani, S. Agayan, V. Mikhailov, S. Bogoutdinov, R. Kanwar et P. Yvetot. *Automatic fuzzy-logic recognition of anomalous activity on long geophysical records : Application to electric signals associated with the volcanic activity of La Fournaise volcano (Réunion Island)*. Earth and Planetary Science Letters, vol. 234, no. 1-2, pages 261–278, 2005.

Remerciements :

Un très grand merci à Pascal Sailhac pour m'avoir encadré pendant la thèse et avoir toujours été là quand j'en avais besoin. Merci à Guy Marquis de son regard critique et toujours constructif. Merci à Jacques Zlotnicki pour son regard volcanologique. Merci à Pascal Tarits pour avoir parfaitement cerné le sujet de ma thèse et m'avoir fourni des critiques constructives. Merci à Juanjo Ledo d'être venu de Barcelone pour ma soutenance. Merci à Jean Jacques Schott pour ses conseils et points de vues très précieux qui m'ont guidé durant toute ma thèse. Merci à Michel Cara d'avoir présidé mon jury de thèse. Merci à Aude Chambodut de son soutien.

Milles merci à Charlotte, sans qui tout cela n'aurait pas été possible. Merci à mes parents de leur soutien indéfectible contre vents et marées. Merci à mon frère Sébastien de son oreille attentive et de son hospitalité sans limite. Merci à Philémon Walter, Fabrice Toussaint, Bertrand Eber et Guillaume Gravelin qui constituent la plus belle équipe d'amis et de musiciens que je n'ai jamais rencontrés. Merci à mes amis géophysiciens : Zacharie Duputel pour sa confirmation scientifique que le 5ème étage est le plus haut de l'EOST, Sheldon Warden, compagnon invétéré de visionnage de films, Julia Pfeffer pour sa pétillance maîtrisée, Francis Chopin pour ses boucles rousses, Elise Kali et Damien Groleau pour leur amitié, Julien 'Hz' Guillemoteau pour avoir perforé le massif d'Avrillé pour la pose de sonde magnétiques verticales, son débat d'idée permanent en électromagnétisme et sa bonne humeur, Maxime Mouyen pour être un collègue de bureau unique en son genre, Yasser Mahmoud pour nos mémorables pauses cafés, Anthony Mémin pour ses soirées à thèmes, Aurore Franco et Chloé Lesueur pour nos éclats de rires, Julien Traveletti pour son soutien au Trombone Basse, Bep pour nos bons moments à Gérardmer, Paul Ludrano Lavadera pour sa culture cinématographique, Vincent Allègre pour son esprit rock et à Hilaire Legros pour nos conversations spontanées et toujours variées. Merci à Caroline Lazarus et à JUJU, le meilleur chien de la galaxie. Merci aussi à Aude Perrineau, Mélanie Grob, Jacques Hinderer, Maksim Bano, Laurence Jugnot, Pierre Daniel Matthey, Mattias Zillmer, Marc Schaming, Luis Riviera, Renaud Toussaint, Alan Jones et André Gérard.

Et du côté musique, merci à Marcello Marinone et Francesco Zago, Udi Koomran, Didier Houbre et Eric Gauthier Lafaye. Merci aussi à tous ceux que j'aurais oublié !

Suivi Temporel Magnétotellurique : application au Piton de la Fornaise

Résumé :

Dans ce mémoire, nous avons développé une méthode de Suivi Temporel magnétotellurique (MT) pour une application au Piton de la Fornaise (île de la Réunion) durant la période 1997-1998. Le Suivi Temporel MT consiste en l'estimation successive des résistivités et phases apparentes en un site de mesure à partir d'enregistrements de champ électrique et magnétique. Le signal MT est pollué par le bruit électromagnétique anthropique. En outre, en raison de ses sources naturelles, il contient des événements transitoires et/ou des composantes liées à des géométries complexes d'ondes électromagnétiques. Ces objets conduisent à des erreurs lors de l'estimation des grandeurs MT. En premier lieu, nous introduisons un nouvel estimateur d'erreur sur les estimations MT, présentons ses résultats sur des données réelles et synthétiques, puis discutons de sa qualité. Cet estimateur est l'outil qui permet le Suivi Temporel. La question de la résolution temporelle de la méthode est alors abordée. Enfin, la crise éruptive de 1998 est analysée par Suivi Temporel MT et présente des variations importantes de résistivité dans l'espace et le temps. La signature d'un conducteur remontant de l'interface croûte océanique/manteau vers le niveau de la mer est mise en évidence durant la crise.

Mots clés : magnétotellurique, géomagnétisme, incertitudes, imagerie électromagnétique, volcanisme

Time Lapse Magnetotellurics : application to Piton de la Fournaise volcano

Abstract :

In this PHD, we developed a time lapse magnetotellurics (MT) methodology for volcano monitoring at Le Piton de La Fournaise (Réunion island). Time Lapse MT consists in successive estimations of apparent resistivity and phase on a MT site from electric and magnetic recordings. MT signal is polluted by anthropic noise. Because of its natural sources, it contains transient features and/or has signature of electro-magnetic waves with complex geometries. Those features yield errors on MT estimates that can lead to false dynamical interpretation. First, we introduce a new robust error estimator on MT estimates, show its results and discuss its efficiency on synthetic and real data set. This estimator is a key tool for our time lapse study. A discussion is made on the time resolution of the method. Then, the 1998 eruption of le Piton de la Fournaise is analyzed by time lapse MT and shows strong resistivity variations in space and time associated with eruptive crisis. Signature of a conductor migration from the crust/mantle interface to the sea level is shown.

Keywords : Magnetotellurics, geomagnetism, time lapse, errors, electromagnetic imaging, volcano
