

Thèse soumise pour l'obtention du grade de Docteur de l'Université de Strasbourg

Spécialité : *Sciences de la Terre*

Jeudi 8 mars 2012

Méthodologie d'interprétation en électromagnétisme aéroporté



Julien Guillemoteau

Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 75-16)

École et Observatoire des Sciences de la Terre

Université de Strasbourg

Commission d'examen :

Bernard Bourgeois	BRGM	Examineur
Mickael Behaegel	AREVA	Examineur
Dominique Gibert	Institut de Physique du Globe de Paris	Rapporteur externe
Pierre Keating	École Polytechnique de Montréal/GSC	Rapporteur externe
Jean-Michel Marthelot	Université de Strasbourg/EOST	Rapporteur interne
Pascal Sailhac	Université de Strasbourg/EOST	Directeur de thèse

Remerciements

Mais, en fait, là, j'ai mon doctorat, c'est fini tout ça, les études ? Faut épargner ? Non !! J'veux pas épargner ! ? S'il vous plaît, Monsieur le directeur, Madame la présidente, Maman, Papa, je veux tout recommencer...

200 euros, je me souviens bien de ton chèque. Je crois qu'on ne m'avait jamais offert spontanément une si grosse somme d'argent, jusqu'à cet été 2002. Merci Claude d'avoir cru en moi et de m'avoir, par cette somme, imposé la responsabilité de réussir ma première année à l'université.

L'université. Mais pour faire quoi ? De la physique. Pourquoi ? Chercheur un jour ? Quelle prétention, j'ai que 12 en math ?... En tout cas, merci à tous les gens qui ne m'ont pas posé cette question fatidique sur la finalité de mes études. Merci à toi Audrey pour ta confiance et ta sérénité. Merci à toute la famille Drapeau : Guylaine, Daniel, Ludi, Guillaume, Geoffrey et Anne, pour ces samedis midi où je récupérais sereinement de ma semaine studieuse et festive.

Merci à l'ASMDM, mon club de foot, pour ma trop courte carrière de footballeur. Merci à mes coachs, Luco et Yvon, pour avoir respecté mes impératifs quelques fois vers la fin du semestre. Merci à tous mes coéquipiers, merci au camping municipal de Rivedoux (Ile de Ré), et aux clubs-discothèques La Playa, l'Oxford de La Rochelle, La Vége à Vix, le Cristal à Réaumur, Le Manoir à Sainte Hermine, et à Cheb Khaled pour son tube Didi.

J'aimerais remercier le DEUG Sciences de la matière de Poitiers mais surtout le Printemps de Bourges et mes fidèles compères Guit et Romain, Lofo et Didier Vampasse.

Merci à la L3 Physique du Futuroscope !!! À mes amis de la peuf de Saint-Colomban-des-Villars : Barr, Guillaume, Mathieu, To et Jano.

En passant, j'aimerais aussi remercier Claude Cohen Tannoudji qui, à travers ses gros livres de chansons, m'a fait comprendre, entre autres, pourquoi on préférera toujours un espace de fonctions orthogonales.

Et oui, je suis un nerd, mais je suis sûr qu'un jour on sera des sex symbols ! Regarde seulement nos corps danser avec Vince, Max, Paul ou Francis sur les plots du Café des Anges, et tu verras.

Merci à tous les potos de l'école d'inge : Baptiste, Manue, JM, Florian, Aurel, San-

drine, Maud, mon parrain et fillot JR, Damien, Clem, Alex, Slim, Rémi, Alexia, Baudoin, Polo, Lauriane et tous les autres, pour avoir fait vivre la Gigabringue. Merci à Thomas, Guillaume et Sam pour cette inoubliable semaine de révisions sur l'Etna.

J'aimerais remercier tous les thésards de l'EOST (même ceux de Blessig) pour m'avoir accompagné durant l'épreuve finale. Ha cette période de grâce qu'est la première année de thèse... Merci à la fête de la Moustache. Merci aux Marteaux Killeurs pour les matchs de foot à l'Orangerie, et à Aurore pour tes interventions "dans la face", ou à Marco pour ton tackle de la joue. Merci à Axel Remaster pour refaire le match dans le patio. Merci à Pierre, mon frère EM. Merci à Edouard et Emilie pour les ballades en décapotable les dimanches d'automne. Merci à Julia, toujours motivée pour une soirée au Korrigan. Merci à Elise et Damien pour les soirées Mont d'Or. Merci à Tony pour ton poulet coca-ketchup et tes soirées déguisées un peu ostentatoires, il faut le dire, des fois. Merci aux autres adeptes de la formule Orangerie-Marché bar : Olivier, Florence, Alexandra, Max, Moussa, Zac, Indrah, Yasser, Francis, Marie-Laure, Flavia, Guillaume, Florian, Momo, Julien, Clem, Etienne, Thomas, Benoît, Chloé (bien que de Charente-Maritime), Sheldon, Lucile, Suzon, Geoffroy, Manu, Angel et bien d'autres.

Merci à Jojo et Vince pour avoir initié avec moi le 20 Quai des bateliers. Merci à mon grand Paul pour l'avoir poursuivi avec Xavier, mon pote supporter de Sochaux, et notre artiste William.

Merci à l'équipe de foot de l'Université de Strasbourg pour tous ces moments de convivialité le lundi soir "à Geispo" autour d'un barbecue succulent de merguez Azoulay.

Merci à Thierry, Carine, Marie et Nervis pour ces chaleureux après-midis mutzigéois.

Et puis, j'aimerais remercier mes amis de Maillé, mon cousin Florent, Titi, Geoff, Céline, Florentin, Gug, Stéphanie, Mainger, Benoît, Merça, Simon, Anne-Laure, Cocol, Claire, Victorien, ThomasdeBesac, Maxime, Pêcheur, Karen, Metec, Momo, Coco, pour m'avoir accompagné, tout le temps ! Bon, sinon, je ne mets pas d'anecdotes sur ce qu'on a fait ; j'écirai un livre plus tard.

Maintenant, j'aimerais remercier Maksim Bano pour m'avoir accueilli pour le diplôme de Master. Merci pour ta patience lorsque la girouette que je suis s'emballait. Merci Yves Géraud, Marc Diraison, et George Herquel pour cette semaine de terrain en Costa Brava et les tapas de Llorets del Mar.

Un grand merci également à Marc Descloitres pour cette journée d'initiation au système TEMfast.

La discussion géophysique haut débit en illimité ? C'est possible avec Pascal Sailhac, fournisseur d'idées larges bandes. Un grand merci à mon directeur de thèse pour toutes ces discussions passionnantes. Le bureau était toujours ouvert, c'était super, merci pour ta disponibilité et ta patience.

Merci à Mickael Behaegel, Jean-Marc Miehe et Joseph Roux pour avoir initié ce projet, merci pour votre confiance. Merci Mickael pour avoir géré et encadré l'aspect "appliqué" de ma thèse. Merci à l'entreprise Areva pour avoir financé cette thèse. Les journées annuelles des thésards m'ont personnellement beaucoup appris.

Merci aux membres du jury, Pierre Keating, Dominique Gibert, Jean-Michel Marthelot et Bernard Bourgeois, pour avoir accepté de rapporter cette thèse.

Merci à Binta et Caroline de m'avoir aidé pour les tâches administratives. Merci à Juju pour sa passion de la baballe, et je sais de quoi je parle.

Merci à Alain et Laurence pour leur bienveillance, et pour m'avoir aidé à préparer la soutenance. Laurence, au nom des thésards de Descartes, merci pour la mousse au chocolat.

Merci à mes grands-parents Michelle, Marinette, Auguste et André. Je n'ai pas vraiment les pieds dans l'eau goudronnée du fond des barques poitevines, ni d'argile sous les ongles ces temps-ci. Mais parfois, je crois que j'ai choisi la géophysique pour garder quand même un certain contact avec la terre.

Merci à mes parents pour leur amour et leur soutien. Merci Papa pour toutes tes passions, ça m'a ouvert sur tellement de choses. Merci Maman pour avoir fait de moi un véritable et authentique Petit Chou. Attention, statut que je ne suis pas prêt de céder. Merci à mon frère David, Petit Chou II, que j'aime bien plus que j'en montre. Merci Alain pour ton expérience dans les moments décisifs. Sans toi, je crois que j'aurais pu tout louper.

Et puis un grand merci à Anaïs, mon amour, *meine Schönheit*. Tout ça, tout ce que je fais en général, c'est juste pour t'impressionner et te faire rire.

À mes amis Aldo et Lulu.

Résumé

Ce travail de thèse apporte des éléments méthodologiques pour l'interprétation rapide de données électromagnétiques transitoires (TEM) aéroportées.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au problème de l'inversion 1D qui est, à ce jour, un traitement standard. Nous avons écrit un programme qui permet d'effectuer cette opération avec trois types d'approches concernant la régularisation. La première utilise l'information issue d'un sondage proche pour contraindre le résultat. La seconde utilise une contrainte sur les variations verticales du résultat. Enfin, la troisième approche contraint le maillage utilisé lors du paramétrage de l'inversion.

Nous nous sommes ensuite focalisés sur le problème de l'inversion 2D rapide. Dans un premier temps, nous présentons une première approche basée sur l'approximation de Born à partir de la théorie du milieu homogène équivalent. Nous montrons que celle-ci s'avère peu efficace pour imager des structures 2D simples. En comparant les fonctions de sensibilité de cette méthode avec celles obtenues à l'aide d'un code de modélisation numérique par éléments finis, nous montrons que cette approche n'est pas adaptée au problème de l'inversion 2D de données TEM. En nous basant sur les résultats numériques, nous proposons un modèle empirique de sensibilité pour effectuer une inversion 2D rapide et plus réaliste. Les résultats des inversions 2D empiriques sur des données synthétiques et réelles s'avèrent très prometteurs.

Ensuite, nous étudions analytiquement l'effet de la topographie sur les données EM aéroportées. Dans le cas d'un demi-espace homogène incliné, nous montrons que la direction des courants induits dans le sous-sol dépend de l'angle de l'interface air/sol. Nous proposons alors une méthode pour prendre en compte cet effet lors du traitement des données TEM.

Enfin, nous testons nos méthodes de traitement sur des données VTEM acquises dans le bassin de Franceville au Gabon. L'inversion 1D permet d'obtenir rapidement une coupe verticale de la conductivité électrique dans la direction transversale au bassin. Cette méthode permet d'identifier les principales failles de la zone. L'inversion 2D confirme les résultats 1D au niveau des failles et permet, de plus, d'imager les filons volcaniques intrusifs résistants lorsque l'encaissant est conducteur.

Abstract

Airborne Electromagnetic is a common method to map the near-surface electrical conductivity quickly over a large distance, such as several hundreds of kilometers. This method is sensitive to contrast of electrical conductivity within the ground ; the principal application is geological mapping for hydrology and mining. This PhD work provides methodological tools for the fast interpretation of airborne transient electromagnetic data (ATEM). As our first step, we focused on the problem of 1D ground imaging, which is currently a standard treatment. We built a program that allows us to solve this inverse problem using three different approaches to the regularization. The first one uses information from a close sounding in order to constrain the result. The second one uses constraints on the vertical variation of the result. Finally, the third approach performs a condition number analysis to constrain the mesh of the inversion. Then, we focused on the fast 2D imaging problem. We developed a first approach based on the Born approximation, which uses the theory of an equivalent homogeneous medium. We show that this method is ineffective for the imaging of simple 2D bodies. By comparing the sensitivity functions of this method with those obtained using finite element modeling, we show that this approach is not suitable for the 2D inversion of TEM data. Inspired by the latter numerical results, we proposed an empirical sensitivity function that allows fast 2D inversion. The results of the 2D empirical inversion when applied on both synthetic and real data sets are very promising. In the third part, we analyzed the effect of topography on the airborne EM data. For an inclined homogeneous half-space, we show that the direction of the ground induced current is parallel to the surface air/ground. Then, we proposed a method to take into account this effect in the treatment of TEM data. Finally, the tools developed during this PhD have been applied to a real VTEM data set acquired over the basin of Franceville, in Gabon. The 1D inversion quickly provides the vertical cross-sections of the electrical conductivity in the direction transverse to the basin. This method allows us to identify the main geological formations in the area. The 2D inversion confirms the 1D result for fault imaging in the basin and also allows the imaging of resistive volcanic intrusions when they are embedded in conductive sedimentary rocks.

Table des matières

Table des figures	xi
1 Introduction	1
I Présentation de la méthode TEM	5
1 Principe	7
1.1 Les méthodes EM en géophysique	7
1.2 La méthode TEM aéroporté	9
1.2.1 Les différents systèmes d'acquisition aéroportés	11
2 Modélisation de la réponse magnétique transitoire	13
2.1 Milieu homogène : méthode analytique	13
2.1.1 Réponse magnétique transitoire dans l'air	23
2.1.2 Réponse électrique transitoire dans le sous-sol	24
2.2 Milieux complexes : méthodes numériques	29
2.2.1 Anomalie dans un milieu homogène : équations intégrales	29
2.2.2 Équations différentielles	30
2.3 Théorie du milieu homogène apparent : ABFM	31
3 La conductivité apparente : une observable indirecte	33
3.1 Conversion des données en A/m	33
3.2 Modélisation de la réponse transitoire idéale du système	35
3.3 Modélisation de la source	36
3.4 Calcul de $\sigma_a(t)$ par <i>table look-up</i>	37

TABLE DES MATIÈRES

II	Inversion de données TEM	39
1	Inversion 1D	45
1.1	Théorie ABFM 1D	45
1.1.1	Estimation du noyau de Fréchet f_{1D}	46
1.1.2	Problème inverse 1D	47
1.2	Inversion non linéaire avec l'algorithme DQED	49
1.2.1	Première version du code InvTEM	49
1.2.2	Modifications effectuées sur InvTEM	52
1.2.3	Influence des paramètres d'inversion	57
1.2.4	Conclusion	67
1.3	Développement d'algorithmes d'inversion rapide	68
1.3.1	Inverse généralisée SVD avec maillage adaptatif	69
1.3.2	Inverse par moindres carrés et régularisation du problème	76
1.4	Article publié à <i>Geophysical Prospecting</i>	78
1.4.1	Abstract	78
1.4.2	Introduction	79
1.4.3	Imaging the electrical conductivity	80
1.4.4	Imaging the logarithm of the conductivity	89
1.4.5	Limitation of the 1D interpretation	90
1.4.6	Application to a real data set	92
1.4.7	Conclusion	94
2	Inversion 2D	97
2.1	Théorie ABFM 2D	97
2.1.1	Évaluation du noyau de Fréchet 2D	98
2.2	Article publié à <i>Geophysics</i>	101
2.2.1	Abstract	101
2.2.2	Introduction	102
2.2.3	Theory and Methods	103
3	Influence de la topographie	119
3.1	Énergie transmise dans le sous-sol	119

3.1.1	Introduction : general theory	119
3.1.2	Green functions of the problem	120
3.1.3	Vertical magnetic dipole over a homogeneous media	122
3.1.4	Horizontal magnetic dipole over a homogeneous media	125
3.1.5	Radiation of an arbitrarily oriented dipole	127
3.2	Définition et calcul de la pente locale	130
3.3	Conclusion	131
III	Développements et applications	133
1	Développement d'un logiciel de traitement rapide de données TEM	135
1.1	Architecture du code	135
1.2	Fonctionnalités de InvTEM2.0	137
2	Traitement de données VTEM acquises dans le bassin de Franceville au Gabon	139
2.1	Contexte géologique général du Francevillien	139
2.2	Traitement du bloc de données Mounana-Bangombé	141
2.3	Traitement de la ligne L10830 : analyse structurale de la zone	143
2.3.1	Analyse de la conductivité apparente	143
2.3.2	Inversion 1D des données de conductivité apparente	144
2.3.3	Inversion empirique 2D des données de conductivité apparente . . .	146
IV	Conclusion et perspectives	151
	Bibliographie	159
V	Annexes	171
A	Logiciel ArjunAir	173
B	Paramètres utilisés pour le traitement des données	179
C	Coefficients de réflexion pour F	181

TABLE DES MATIÈRES

D Coupe stratigraphique simplifiée du Francevillien	183
E Interprétation de la ligne L10830	185
F Mise en évidence de filons volcaniques par méthode magnétique	187
G Documentation pour le programme InvTEMv2.0	189

Table des figures

0.1.1 Haut : Différents types de modélisation du sous-sol avec un réalisme croissant. Bas : <i>trade off</i> entre la robustesse de la méthode et le temps de traitement.	2
1.1.1 Description schématique d'une acquisition EM transitoire. Après la coupure de courant au sein de la bobine émettrice (Tx), une boucle de courants induits se diffuse en profondeur et génère un champ magnétique "réponse" ou "secondaire" qui est mesuré par la bobine réceptrice (Rx) en fonction du temps. Un des avantages de cette méthode est que la réponse est isolée du champ primaire car la mesure s'effectue quand la bobine Tx n'émet plus.	8
1.1.2 Schéma descriptif des systèmes d'acquisition TEM aéroportés.	9
1.1.3 Quelques exemples de systèmes EM embarqués sur avion.	10
1.1.4 Quelques exemples de systèmes EM héliportés.	12
1.2.1 Champ magnétique créé par une boucle circulaire en tout point de la couche d'air.	23
1.2.2 Dérivée temporelles du champ magnétique dans la couche d'air provoquée par une boucle circulaire située à $x = 0m$ et $h = 45m$ au dessus d'un demi-espace de conductivité électrique $\sigma = 10^{-2}S/m$ à trois instants après la coupure	25
1.2.3 Champ électrique dans le sous-sol : schéma	27
1.2.4 Champ électrique dans le sous-sol induit par une bobine émettrice située à $x = 0m$ et $h = 45m$ au dessus d'un demi-espace de conductivité $\sigma = 1S/m$.	28

TABLE DES FIGURES

1.2.5 Champ électrique dans le sous-sol induit par une bobine émettrice située à $x = 0m$ et $h = 45m$ au dessus d'un demi-espace de conductivité $\sigma = 0.1S/m$.	28
1.3.1 Table de réponses transitoires idéales (en noir) et convoluées à la source réelle (en rouge) dans le cas d'un système d'acquisition de type VTEM. . .	38
2.1.1 (a) Fonction de sensibilité (ou noyau de Fréchet) ABFM en fonction de la profondeur à différents temps pour un milieu de conductivité $\sigma = 0.1S/m$. (b) Sensibilité intégrée correspondante. <i>Tiré de l'article</i> Christensen (2002).	48
2.1.2 Configuration TDEM générale. La boucle émettrice de rayon a et composée de n_a tours de spires est située à l'altitude z et à une distance ρ de la boucle réceptrice de rayon b composée de n_b tours de spires située à l'altitude h (Behaegel, 2007).	51
2.1.3 Comparaison des résultats et du temps de calcul pour trois types d'interpolation : (haut) Spline cubique dsplez de la librairie IMSL, (milieu) Spline cubique splineBval disponible en open source, (bas) Interpolation linéaire. .	53
2.1.4 Schéma descriptif des différents agencements de couches pour l'inversion. .	54
2.1.5 a)Inversion de la ligne L1500 du jeu de données d'Elliston obtenue avec invTEM où 1 point sur 10 a été inversé avec un modèle à 20 couches. Les résultats sont affichés en $\log(\rho)$. b)Sensibilité des résultats (en %). Tiré de Behaegel (2007).	56
2.1.6 Inversion de la ligne L1500 du jeu de données d'Elliston obtenue avec invTEM où 1 point sur 20 a été inversé avec un modèle à 20 couches. Les résultats sont affichés en $\log(\sigma)$	56
2.1.7 Modèle de conductivité du sous-sol et données synthétiques associées. . . .	57
2.1.8 Influence du type de maillage sur la qualité du résultat.	59
2.1.9 Influence du nombre de couches dans l'inversion pour une agencement des couches adaptatif homogène	61
2.1.10Influence du modèle initial fourni à l'algorithme d'inversion pour un maillage adaptatif homogène de 20 couches.	63
2.1.11Inversion des données synthétiques dans le sens opposé avec un modèle a priori de $0.001S/m$. L'artefact post-structure a disparu	64

2.1.12	Influence des bornes de l'espace des modèles fournies à l'algorithme d'inversion pour un maillage adaptatif homogène de 20 couches et un milieu initial égale au résultat du sondage précédent.	66
2.1.13	Profil de sondages synthétiques 1D généré à partir d'un milieu tabulaire à trois couches. Même modèle que précédemment affiché avec la palette de couleur qui est utilisée dans la suite.	72
2.1.14	Évolution du rang p en fonction du nombre de blocs à inverser	73
2.1.15	Évolution du conditionnement en fonction du nombre de paramètres pour les deux types de maillages : homogène en rouge et non homogène en pointillés.	74
2.1.16	Évolution du conditionnement en fonction du nombre de paramètres pour les deux types de maillages : homogène en rouge et non homogène en pointillés.	75
2.1.17	Description of the procedure for the interpretation of TEM data. The definition of the apparent conductivity aims to avoid the configuration dependant part of the problem. The forward modelling consists in computing first the apparent conductivity by using the ABFM procedure. Secondly, the TEM response is found out by table look up of the homogeneous response which has been previously computed using relation (2.1.44) for large number of conductivities. The inversion of TEM data is the reciprocal process	81
2.1.18	Vertically constrained inversion of synthetic noisy data (0.1 of random noise added to $h(t)$) for a large number of λ_V . The data misfit versus regularization describes the balance between data information and constraints based on a priori information	83
2.1.19	Laterally constrained inversion of noisy (0.1%) 2.5D synthetic data for different values of λ_L . The optimal choice of regularization is around $\lambda_L = 0.01$	85
2.1.20	Comparison between simple SVD inversion and SVDal inversion of a noisy (0.1%) 2.5D synthetic dataset. The algorithm SVDal changes the number of layers in order to reduce the condition number and avoid singular values.	88

TABLE DES FIGURES

2.1.21	Application of the logarithmic inversion for 3 iterations ($n=1,2,3$) to a synthetic data set. The starting model which has been used is a smooth result provided by the vertically constrained inversion. The results show a good convergence in term of resulting image and data misfit.	89
2.1.22	Layered inversion of layer-shaped and dyke-shaped 2D conductive target within two different hosting media. One can see that 1D inversion fails if the conductivity contrast is higher or in case of vertically shaped formations.	91
2.1.23	Layered inversion of real data set acquired over the basin of Franceville (Gabon). On the left part : resulting conductivity sections for the three methods VCI, LCI and SVDal with additional logarithmic inversion. The lithologies FB and FA are superposed to the TEM section at wells positions in the profile. On the upper right part, the results of the three methods of TEM inversion are superposed to the drill holes measurement.	93
2.2.1	Schéma décrivant le principe de l'imagerie TEM à 2 dimensions. Le système d'acquisition mesure le champ magnétique $h_z(x, t)$ le long du profil. Les paramètres à déterminer sont la conductivité $\sigma(x, z)$ de chaque bloc constituant le sous-sol. La fonction de sensibilité $S(x, z, t, \sigma_a)$ décrit comment le sous-sol est illuminé pendant une mesure.	97
2.2.2	Fonction "récepteur" R_z pour la composante verticale à $t = 234\mu s$ pour deux positions de récepteur ($x_R = 0, y_R = 0$) et ($x_R = 0, y_R = 100$) dans le cas d'une boucle de rayon $a = 100m$ posée sur un demi-espace de conductivité électrique $\sigma = 10^{-2}S/m$	99
2.2.3	Schematic description of EM measurement with source and receiver in the air.	105
2.2.4	Spatial distribution of e_ϕ in the ground for three channels after the 1A current has been turned off. The loop source has a radius $a = 13m$ and is located at $h_S = 45m$. Upper part : $\sigma = 1S/m$, lower part : $\sigma = 0.1S/m$. . .	107

2.2.5 Left column : sensitivities function derived using the Biot and Savart law in 3D (top) and 2D (bottom). Right column : Sensitivity function derived from numerical modeling (top) and empirical approach (bottom). The loop source is located at $h_S = 45m$ over a half-space with the conductivity $\sigma = 10^{-2}S/m$, with a radius $a = 13m$	109
2.2.6 Inversion of the VTEM synthetic data generated by a weakly 2D model with a shallow conductive layer. From top to bottom : true model and position of soundings (triangles) ; concatenated result of 1D inversions using vertical constraints (VCI) ; result of the 2D Born inversion using Biot and Savart's sensitivity ; result of the 2D empirical inversion.	111
2.2.7 Inversion of VTEM synthetic data. Left column : small prism ($100m \times 100m$) with a conductivity of 200 mS/m embedded in a half-space with a conductivity of 5 mS/m. Right column : horizontal layer with a conductivity of 100 mS/m embedded in resistive medium with a conductivity of 1 mS/m and simple topography. From top to bottom : cross section of the true model, after 1D inversion, after 2D Born inversion, and after 2D empirical inversion.	115
2.2.8 Inversion of VTEM data acquired over the lake Minowean area (Canada). From top to bottom : observed data in term of H_z (left) and σ_a (right), cross section after 1D inversion (left) and 2D inversion (right), and the corresponding approximate data misfit and finite element data misfit. . . .	116
2.3.1 Vertical magnetic dipole (VMD) placed at the height $z = -h$ above a homogeneous conductive media.	123
2.3.2 Horizontal magnetic dipole (HMD) placed at the height $z = -h$ above a homogeneous conductive media.	125
2.3.3 Equivalence between the case of a horizontal current loop source over and inclined half-space and the case of an inclined source over a flat half-space.	130
2.3.4 Estimation de l'empreinte latéral en fonction de la clearance au moment où les courant pénètrent dans le sous-sol	131
3.1.1 Structure de la nouvelle version du code InvTEM.	136

TABLE DES FIGURES

3.2.1 Haut : Localisation du bassin de Franceville au Gabon. Bas : Localisation du bloc de données VTEM de Mounana-Bangombé dans la carte géologique du bassin de Franceville (Gauthier-Lafaye, 1986).	140
3.2.2 Haut : Vue en perspective de la surface topographique mesurée lors du levé aéroporté. Bas : Conductivité électrique en surface obtenue par inversion 1D projetée sur la surface topographique.	142
3.2.3 Haut : Champ magnétique vertical pour chaque fenêtre de temps (Ligne L10830). Milieu : Hauteur de vol le long du profil de mesures. Bas : Conductivité apparente pour chaque fenêtre de temps.	144
5.1.1 Exemple de fenêtre générée par write_cfl.m.	174
5.1.2 Exemple de fenêtre générée par read_cfl.m.	175
5.1.3 Comparaison des résultats issus de ArjunAir avec les réponses analytiques pour des modèles homogènes de $\sigma = 0.001, 0.01$ et $0.1S/m$. Graphique de gauche : réponse $B_z(t)$. Graphique de droite : réponse dB_z/dt	176
5.4.1 Modifié d'après Weber (1968).	184
5.5.1 Interprétation de la ligne L10830 du jeu de données de Mounana-Bangombé. Le profil central d'inversion 1D est entouré de six sections d'interprétation 2D.	186
5.6.1 Carte de tilt (en haut) et son analyse structurale (en bas), d'après Fleury (2011).	188

1

Introduction

Dans beaucoup de domaines comme la recherche de matière première mais aussi pour la gestion et la surveillance de notre environnement, il est nécessaire de connaître la structure interne du sous-sol dans le premier kilomètre de profondeur. La méthode la plus intuitive est d'effectuer un forage : on perce un trou et on regarde ce qu'il y a dedans. Cette méthode apporte une information très haute résolution (de l'ordre du cm) ; elle est cependant invasive. En effet, dans certains contextes, si elle est effectuée au mauvais endroit, elle peut entraîner des conséquences néfastes pour l'environnement ou, pour des raisons techniques, coûter beaucoup plus chère qu'initialement prévu. Dans un premier temps, il est donc préférable d'utiliser des méthodes de contrôle non destructives. Dans cette optique, l'imagerie géophysique de la proche surface permet d'obtenir une information sur la distribution spatiale des propriétés physiques du sous-sol. Il existe un grand nombre de méthodes utilisant les différentes théories de la physique : parmi elles, on peut citer les méthodes sismiques basées sur les lois de la mécanique, les méthodes électromagnétiques et les méthodes basées sur la théorie des champs de potentiel.

Cette thèse porte sur l'imagerie du sous-sol par méthode électromagnétique aéroportée. Cette méthode est sensible aux propriétés électriques du sous-sol. Elle permet de mettre en évidence certaines roches conductrices ou celles qui sont saturées en eau. Durant la dernière décennie, de nombreuses campagnes d'acquisition en EM aéroporté ont été commanditées par les entreprises du secteur minier pour l'exploration et la caractérisation de gisements, ou par les collectivités territoriales pour des problématiques environnementales. Associées à cette récente activité, de nombreuses avancées technologiques ont été

1. INTRODUCTION

réalisées au niveau de l'acquisition. Cependant, les moyens de traitement des données restent relativement basiques et doivent être améliorés afin de pouvoir tirer le maximum d'information des mesures.

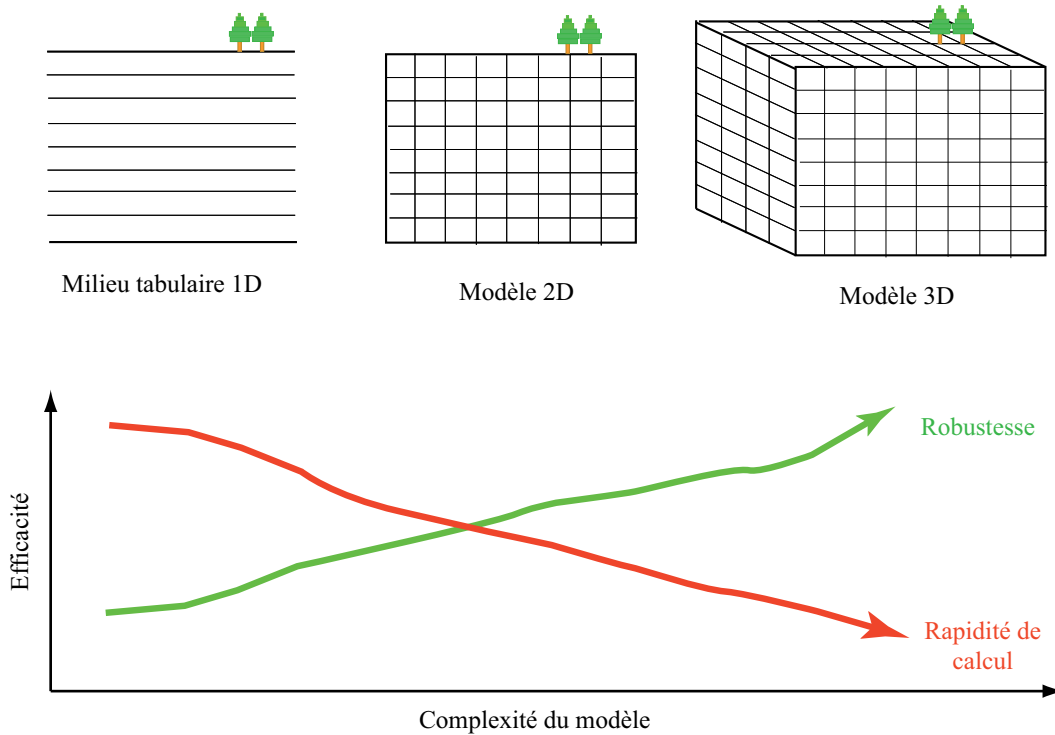


Figure 0.1.1: *Haut : Différents types de modélisation du sous-sol avec un réalisme croissant.
Bas : trade off entre la robustesse de la méthode et le temps de traitement.*

C'est dans ce contexte que j'ai démarré mon doctorat à l'Université de Strasbourg, sous la direction de Pascal Sailhac de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg (IPGS), et en collaboration avec l'entreprise Areva, qui possède beaucoup de données électromagnétiques acquises sur des gisements miniers. Cette thèse présente ainsi des développements méthodologiques visant à améliorer le traitement des données issues de ces campagnes d'acquisition. Étant assez nouveaux dans ce domaine, notre premier objectif a été de s'approprier les traitements standards en fabriquant nos propres codes de calcul. Grâce à cela, nous avons pu optimiser les routines d'imagerie 1D, que ce soit en temps de calcul ou en paramétrage. Après avoir acquis suffisamment de connaissances sur le sujet, nous avons pu développer des moyens de traitement plus poussés, comme l'imagerie rapide 2D. La figure 0.1.1 reflète la philosophie de notre travail au cours de cette thèse.

D’abord, nous avons modélisé le sous-sol avec un modèle de conductivité tabulaire (1D), ensuite nous avons développé des traitements utilisant un modèle 2D et bien sûr, dans le futur, il faudra s’intéresser au problème 3D.

La plupart des moyens de traitement de données EM repose sur un modèle de sous-sol à une dimension. Dans ce modèle, on suppose que le sous-sol est un milieu tabulaire dans lequel la conductivité électrique ne varie que d’une couche à l’autre. Pour déterminer la conductivité de chaque couche, il faut résoudre un système d’équations avec autant d’inconnues que de couche, et autant d’équations que de mesures. Ce problème mathématique est mal posé. Pour obtenir une solution réaliste, il faut ajouter de l’information *a priori*. Ceci augmente la complexité du paramétrage lors du traitement des données. Durant la première partie de ma thèse, nous avons développé l’inversion 1D tout en testant différentes méthodes pour contraindre le problème à partir d’information *a priori*. Nous avons également optimisé le temps de calcul en codant nos propres programmes d’inversion de la conductivité électrique. Ceci a fait l’objet d’un premier article publié dans le journal *Geophysical Prospecting* en 2011.

Dans certains cas, le milieu est loin d’être tabulaire et l’approximation 1D n’est plus suffisante pour imager correctement le sous-sol. En partant de la loi de Biot et Savart, nous avons calculé les fonctions de sensibilité 3D et 2D qui décrivent comment le sol est illuminé pendant une mesure. Notre objectif est d’obtenir une image rapidement. Pour ce faire, nous avons testé l’approximation de Born en utilisant la théorie du milieu homogène équivalent, très rapide à calculer. Cependant, celle-ci s’est avérée peu applicable, voire moins bonne que l’inversion 1D. En effet, cette méthode repose sur la condition qu’une perturbation du modèle n’engendre qu’une petite perturbation sur les données. Or, une perturbation 2D correspond à un cylindre de longueur infinie dans la direction perpendiculaire à l’image, ce qui influence beaucoup les données. En utilisant un programme de modélisation EM en éléments finis, nous avons estimé numériquement la fonction de sensibilité 2D réelle. Nous montrons qu’elle est très différente de celle obtenue avec le milieu homogène apparent. Le calcul d’une fonction de sensibilité par méthode numérique est trop long pour être applicable en imagerie. Pour palier à ce problème, nous proposons un modèle analytique simple pour approximer la réalité. L’utilisation de cette théorie empirique pour l’imagerie EM donne des résultats très satisfaisants. Ces travaux font l’objet

1. INTRODUCTION

d'un deuxième article soumis à *Geophysics* en septembre 2011.

Lorsque les mesures sont effectuées en mode aéroporté, la forme de la surface influence considérablement la manière avec laquelle le sous-sol est illuminé. En réécrivant la théorie des potentiels de Schelkunoff dans le cas d'une interface inclinée, nous montrons analytiquement l'effet de la topographie sur les courants électriques induits lors d'un sondage EM. Ces résultats sont incorporés dans le modèle empirique développé pour l'imagerie 2D. Ces travaux font l'objet d'un troisième article qui est en cours de préparation.

Ce manuscrit est structuré en trois grandes parties. La première est une présentation générale des méthodes EM, ainsi que le formalisme théorique nécessaire à la compréhension physique du problème. La deuxième partie présente tous les développements méthodologiques présentés en amont. Elle est composée en trois chapitres : l'inversion 1D, l'inversion 2D, et l'effet de la topographie. La dernière partie est intitulée développements et applications. Dans un premier temps, nous y présentons le programme de traitement des données avec interface utilisateur qui a été développé au cours de cette thèse. Et pour finir, nous présentons un cas d'étude qui se situe au Gabon dans un contexte d'exploration minière.

Première partie

Présentation de la méthode TEM

1

Principe

1.1 Les méthodes EM en géophysique

Le principe des méthodes géophysiques électromagnétiques (EM) est basé sur la théorie de l'électrodynamique classique. Elles reposent sur l'étude de champ électromagnétique dans les roches afin de caractériser leurs propriétés électriques. En général, le sous-sol est excité par un champ primaire naturel ou artificiel. Le champ secondaire créé par le sous-sol est alors mesuré par un capteur sensible au champ électrique ou au champ magnétique. Il existe beaucoup de méthodes différentes car on peut utiliser un grand nombre de configurations en fonction des composantes du champ électrique ou magnétique mesurées.

On peut distinguer deux modes d'analyse sensibles soit à la conductivité électrique soit à la permittivité électrique. Lorsque l'on utilise une fréquence d'excitation assez élevée, la matière n'a pas le temps de réagir à l'excitation et la propagation de l'onde injectée est observable ; c'est le cas de la méthode géoradar ou *Ground Penetrating Radar* (GPR). Dans ce cas, on est sensible à la permittivité électrique du milieu. À l'inverse, lorsque l'on utilise un temps d'excitation plus long (basse fréquence) que le temps de relaxation électrique de la matière (hypothèse quasi-static), l'onde EM diffuse ; on est alors sensible à la conductivité électrique. Les méthodes basées sur l'EM en mode diffusion peuvent se décomposer en deux familles selon qu'elles utilisent une source lointaine ou une source proche. Dans le premier cas, on peut considérer l'onde primaire comme une onde plane. La Magneto-Tellurie (MT) utilise le champ électromagnétique naturel pro-

1. PRINCIPE

voqué par les courants électriques lointains circulant dans l'ionosphère. Un autre méthode, appelée VLF (*Very Low Frequency*), utilise le champ EM provoqué par une source anthropique (contrôlée ou non) lointaine. Dans la deuxième famille de méthodes EM, on utilise une source contrôlée qui fait partie du système d'acquisition, c'est celle-ci qui va nous intéresser.

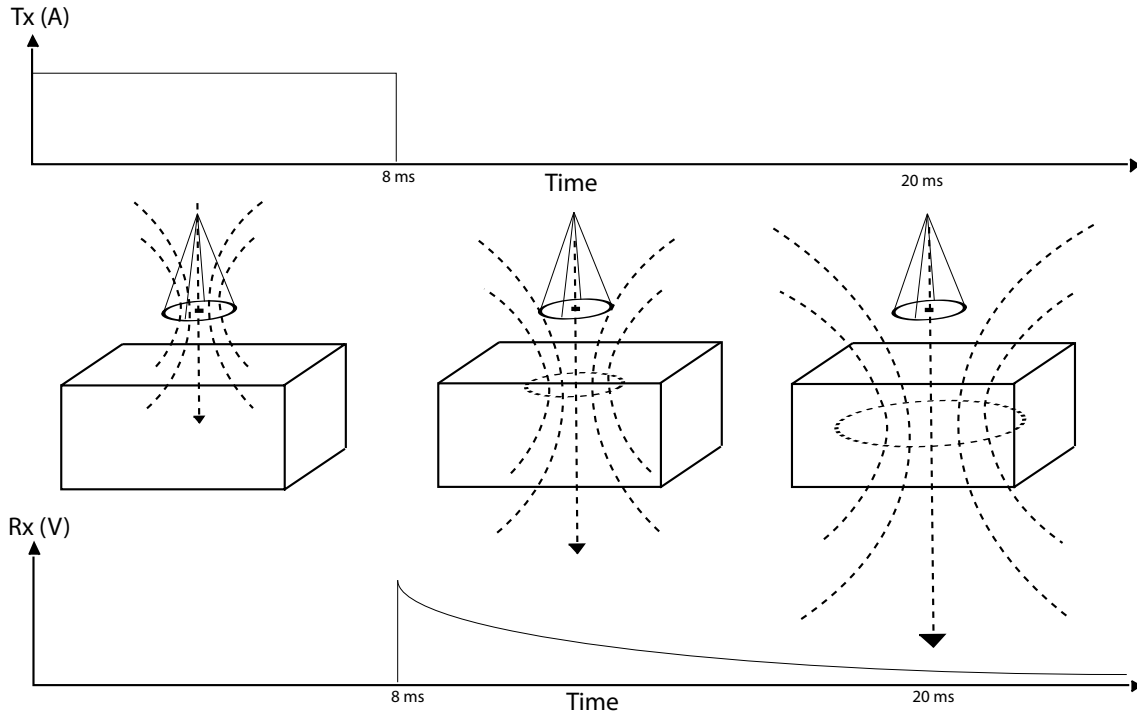


Figure 1.1.1: Description schématique d'une acquisition EM transitoire. Après la coupure de courant au sein de la bobine émettrice (T_x), une boucle de courants induits se diffuse en profondeur et génère un champ magnétique "réponse" ou "secondaire" qui est mesuré par la bobine réceptrice (R_x) en fonction du temps. Un des avantages de cette méthode est que la réponse est isolée du champ primaire car la mesure s'effectue quand la bobine T_x n'émet plus.

Il est possible de séparer cette dernière famille en deux sous-familles selon qu'on étudie le champ EM en régime harmonique ou en régime transitoire. La première famille correspond aux méthodes fréquentielles (FEM) et la deuxième aux méthodes transitoires (TEM ou TDEM). Chacune de ces méthodes peut être utilisée au sol ou en aéroporté. L'acquisition en aéroporté permet de couvrir de plus grandes surfaces en un temps relativement court. Elle permet aussi de faire abstraction des obstacles naturels tels que les rivières,

marais, forêts, falaises, etc. Cependant, du fait de l'éloignement de la source par rapport au sol, la résolution spatiale est moins bonne. On peut trouver des études comparatives entre les mesures au sol et aéroportées dans Liu & Asten (1992), Anderson *et al.* (1993), Christiansen & Christensen (2003) et Davis & Groom (2009).

Les premières mesures EM aéroporté ont été effectuées dans les années 60 dans le cadre de l'exploration minière. L'EM aéroporté reste de nos jours une méthode de choix dans ce domaine (Vallée *et al.*, 2011). Depuis quinze ans, ce mode d'acquisition est appliqué dans d'autres secteurs tels que la détection de mines antipersonnelles et de bombes non-explosées (Doll *et al.*, 2010), la bathymétrie (Becker *et al.*, 1987; Vrbancich, 2004, 2011), l'hydrologie (Auken *et al.*, 2009b; Baldrige *et al.*, 2007; Danielsen *et al.*, 2003; Siemon *et al.*, 2009a), l'environnement (Doll *et al.*, 2000), la cartographie de la salinité des eaux (Kirkegaard *et al.*, 2011) ou bien de l'épaisseur de la banquise (Kovacs *et al.*, 1987; Multala *et al.*, 1996).

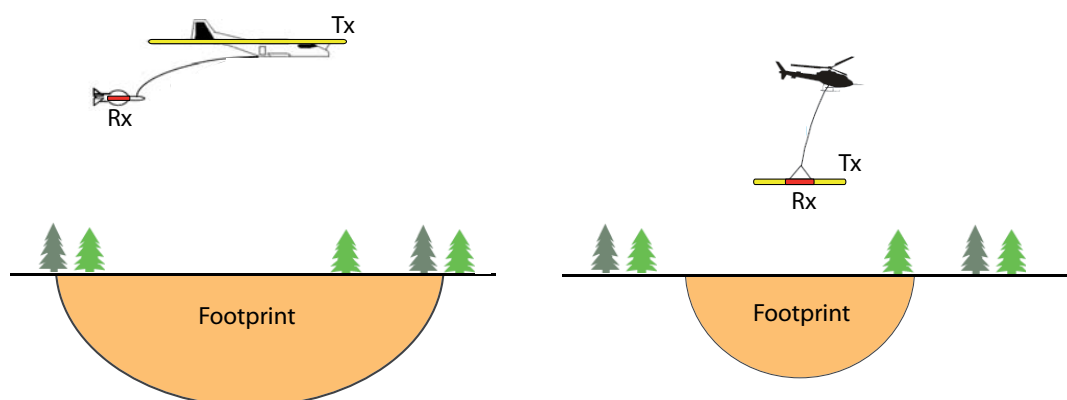


Figure 1.1.2: Schéma descriptif des systèmes d'acquisition TEM aéroportés.

1.2 La méthode TEM aéroporté

Le principe d'une mesure EM en régime transitoire est décrit de façon schématique dans la figure 1.1.1. Le système de mesures est tracté dans la couche d'air à quelques dizaines de mètres de la surface du sous-sol. Un sondage TEM peut se décomposer en deux temps : durant l'excitation EM (*on-time*), après l'excitation EM (*off-time*). Durant la période *on-time*, on fait passer un courant continu au sein de la bobine émettrice qu'on

1. PRINCIPE

appellera Tx. Ensuite, on coupe brutalement ce courant (c'est le début de la période *off-time*) et on mesure la réponse magnétique transitoire du sous-sol avec la bobine réceptrice Rx. Lorsque le courant au sein de la bobine émettrice est coupé brutalement, le flux magnétique varie, ce qui génère une f.e.m au sein du milieu environnant la bobine. En accord avec la loi d'induction introduite par Faraday (1.2.18), un système de courant se forme dans le sol sous la bobine émettrice et se diffuse ensuite vers le bas (ce courant induit est connu sous le nom de courant de Foucault ou courants d'Eddy). En accord avec la loi d'Ampère (1.2.19), la bobine réceptrice est sensible au flux magnétique généré ce système de courant induit. Sachant que ce courant se diffuse à travers le sol, la mesure de ce flux en fonction du temps peut fournir de l'information sur la conductivité électrique du sous-sol. La profondeur d'analyse correspond à la profondeur de la boucle de courant induite. Suivant la conductivité du milieu, cette boucle s'élargit avec la profondeur, ce qui a pour conséquence de changer la résolution de la mesure. On peut dire que plus le temps

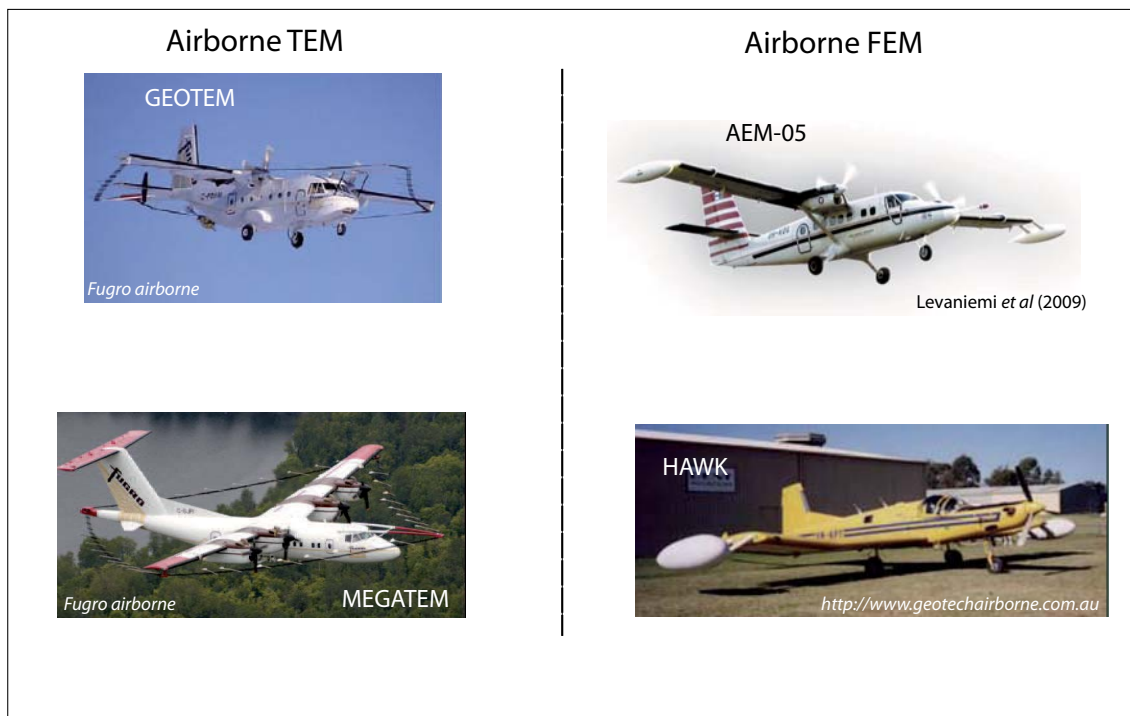


Figure 1.1.3: Quelques exemples de systèmes EM embarqués sur avion.

augmente, plus la profondeur d'analyse est grande, et moins bonne est la résolution. Le but de la modélisation directe est de prédire le comportement des boucles de courant de

Foucault à partir d'une répartition de conductivité afin de calculer la réponse associée au niveau du récepteur.

1.2.1 Les différents systèmes d'acquisition aéroportés

Les mesures TEM aéroporté peuvent être effectuées de deux façons différentes : en hélicoptère ou en avion.

Par avion (Figure 1.1.3)

Jusqu'à la fin du 20ème siècle, les principaux systèmes TEM aéroportés utilisaient des avions. Pour les systèmes TEM, la boucle d'émission entoure l'avion alors que l'appareil récepteur est situé au bout d'un câble à l'arrière de l'avion. C'est le cas des appareils GEOTEM (Annan & Lockwood, 1991), MEGATEM (Smith & Lemieux, 2009; Smith *et al.*, 2001) et TEMPEST (Lane *et al.*, 2000) développés par Fugro Airborne. Les systèmes FEM sont conçus différemment. En général, la bobine émettrice est située à l'extrémité d'une des deux ailes alors que la bobine réceptrice est située sur l'extrémité de l'aile opposée. On peut citer le système HAWK développé par Geotech ltd et le système AEM05 développé par le Geological Survey of Finland et exploité par le JAC (Leväniemi *et al.*, 2009).

En hélicoptère (Figure 1.1.4)

Les années 80-90 ont vu le développement de systèmes héliportés d'acquisition. Les mesures en hélicoptère s'effectuent à une altitude moins élevée qu'en avion, elles permettent d'avoir une meilleure résolution spatiale. On développa d'abord les systèmes fréquentiels comme les IMPUT et DIGHEM (Fraser, 1978) ou le RESOLVE par Fugro Airborne. Les systèmes temporels héliportés se sont largement développés durant la dernière décennie et remplacent peu à peu les autres types d'acquisition (Allard, 2007). Sattel (2009) fait un inventaire des dernières avancées concernant les systèmes TEM héliportés. On peut citer AEROTEM (Balch *et al.*, 2003), VTEM (Witherly *et al.*, 2004) de Geotech ltd, le SKYTEM (Auken *et al.*, 2009a), le NEWTEM (Eaton *et al.*, 2002, 2004), REPTTEM ou le HELIGEOTEM (Fountain *et al.*, 2005). En général, l'émetteur et le récepteur sont situés au bout d'un câble sous l'hélicoptère.

1. PRINCIPE

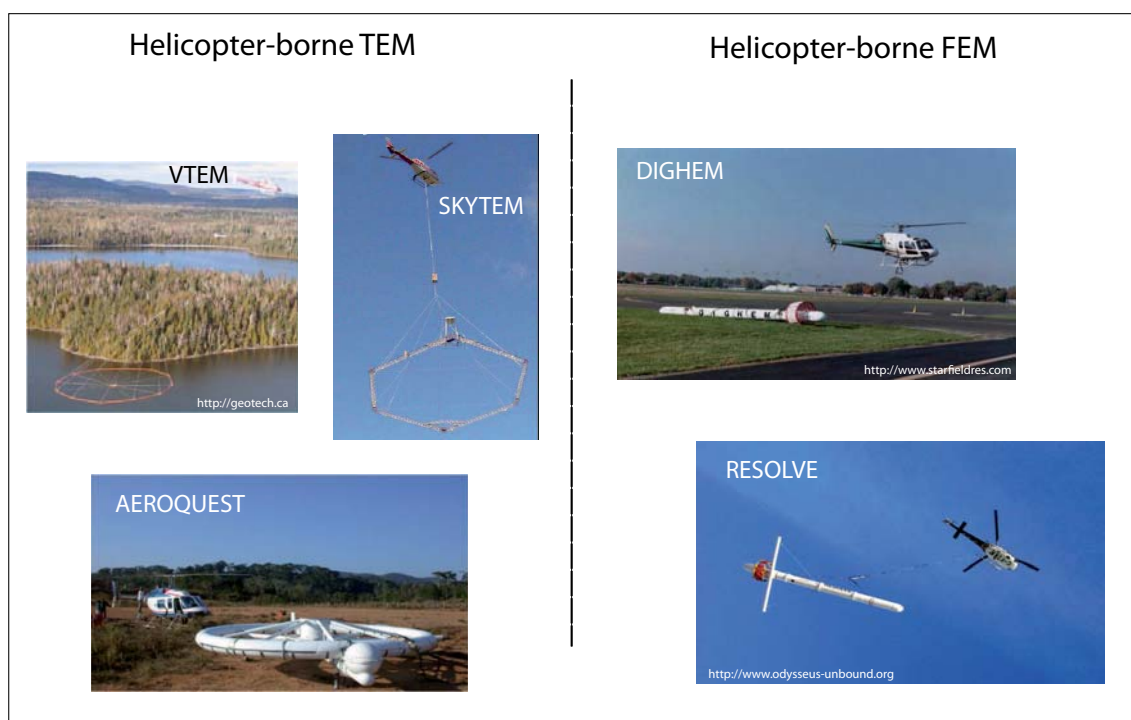


Figure 1.1.4: *Quelques exemples de systèmes EM hélicoptérés.*

2

Modélisation de la réponse magnétique transitoire

2.1 Milieu homogène : méthode analytique

Les équations de Maxwell

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques peut être modélisé par les quatre relations suivantes :

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (Gauss) \quad (1.2.1)$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0, \quad (1.2.2)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (Faraday) \quad (1.2.3)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{H}) = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (Ampere) \quad (1.2.4)$$

où E est le champ électrique, H est le champ magnétique, $B = \mu H$ est l'induction magnétique, μ est la perméabilité magnétique du milieu, ρ est sa densité de charges, ϵ est sa permittivité électrique et σ est sa conductivité électrique. Ces relations sont le résultat des travaux de Maxwell (1873) qui réalisa une synthèse des lois physiques découvertes expérimentalement par Faraday, Gauss et Ampère. Dans la partie qui suit, nous allons décrire à quoi correspond physiquement chacune des quatre relations exposées ci-dessus.

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

Courants électriques

Lorsque l'on fait passer une onde électromagnétique dans la matière, il se crée un courant électrique. Pour construire sa théorie, Maxwell introduisit la formule du courant total qui est donnée par la somme du courant de déplacement et du courant de conduction :

$$\vec{J}_T = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_c + \vec{J}_d. \quad (1.2.5)$$

Le courant de conduction correspond au mouvement des charges libres (phénomène irréversible). Le paramètre physique associé à ce phénomène est la conductivité électrique. Le courant de déplacement correspond au mouvement des charges liées. Ce phénomène est également appelé polarisation. Les charges sont dites "liées" car le processus de polarisation est réversible. On peut comparer ce phénomène à un condensateur qui se charge et se décharge. Si le champ électrique est de la forme $E = E(z)e^{i\omega t}$, on peut donc écrire :

$$\vec{J}_T = \left(\epsilon + \frac{\sigma}{i\omega}\right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \epsilon_T \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1.2.6)$$

où ϵ_T est la permittivité effective du milieu. Elle rend compte à la fois de la conductivité et de la permittivité. Si on prend une conductivité réelle et une permittivité complexe $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$, on a :

$$\epsilon_T = \epsilon' - i\left(\epsilon'' + \frac{\sigma}{\omega}\right). \quad (1.2.7)$$

La partie imaginaire constitue les pertes diélectriques. C'est la partie qui rend compte de l'absorption de l'énergie par la matière. Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur, ce phénomène est appelé effet Joule. On distingue deux processus : l'énergie dissipée par conduction et la perte par hysteresis diélectrique. Le premier phénomène est la chaleur perdue par les courants de conduction. Le deuxième correspond au terme ϵ'' et est lié à l'effet capacitif de la matière. En effet, si on considère la matière comme un condensateur, il a été observé par Mouline (1922) un déséquilibre énergétique entre la charge et la décharge. Ce dernier est prépondérant pour les hautes fréquences. En général, ce formalisme est utilisé lorsque l'on s'intéresse aux phénomènes de propagation comme dans le cas du géoradar par exemple. En induction EM, on s'intéresse plutôt aux phénomènes de diffusion, il est alors préférable d'écrire les équations en utilisant la conductivité électrique :

$$\vec{J}_T = (\sigma + \omega\epsilon'' + i\omega\epsilon')\vec{E} = \sigma_T \vec{E}. \quad (1.2.8)$$

Dans ce cas là, les phénomènes de polarisation sont contenus dans la partie imaginaire de la conductivité électrique totale. Cet aspect est étudié lors d'expériences de polarisation provoquée (PP).

Lois de conservation du flux

Les deux premières relations de Maxwell découlent du fait que \vec{E} et \vec{B} sont des champs à flux conservatifs. Prenons un champ électrique \vec{E} appliqué sur un volume V de surface fermée S . D'après le théorème de Green-Ostrogradski, l'intégrale du champ à travers la surface S est donnée par :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div}(\vec{E}) dV. \quad (1.2.9)$$

La divergence d'un champ traduit sa tendance à fluctuer localement. La relation ci-dessus exprime l'équilibre entre le flux à travers la surface (premier terme) et la fluctuation interne du champ (second terme). Les propriétés électriques des roches sont très hétérogènes. Les variations spatiales au sein de la matière peuvent être considérées comme des sources secondaires qui vont modifier localement le champ \vec{E} . On modélise ces sources secondaires par des charges présentes dans l'élément de volume V . D'après le théorème de Gauss, le flux du champ électrique à travers la surface S fermée est relié à la somme des charges Q_i à l'intérieur du volume par la relation suivante :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_i}{\epsilon}. \quad (1.2.10)$$

Si on considère une densité de charge volumique ρ , on a :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \frac{\rho}{\epsilon} dV. \quad (1.2.11)$$

Par analogie avec le théorème de Green-Ostrogradski (1.2.9), on peut écrire l'égalité présentée sous forme locale 1.2.1 :

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}. \quad (1.2.12)$$

Cette relation est la première équation de Maxwell. Elle est appelée "équation de Maxwell-Gauss" ou bien expression locale de la loi de Coulomb".

En ce qui concerne les propriétés magnétiques, on suppose que les roches sont homogènes.

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

On prend en général $\mu = \mu_0$. Il n'existe pas de charges magnétiques au sein de la matière. De la même manière que pour le champ électrique, on peut écrire la conservation du flux pour le champ magnétique 1.2.2 :

$$\text{div}(\vec{H}) = 0. \quad (1.2.13)$$

Phénomènes d'induction

Les deux dernières équations de Maxwell découlent des expériences de Faraday et Ampère qui ont mis en évidence le couplage entre le champ électrique et le champ magnétique. Dans les deux cas, on considère une ligne fermée C délimitant une surface S dans un espace à trois dimensions. D'après le théorème de Stokes, on a :

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{S}. \quad (1.2.14)$$

L'expérience de Faraday a montré que la variation du flux magnétique ϕ à travers S génère une tension variable e sur la ligne C. Cette différence de potentiel est appelée la force électromotrice (fem). Le flux magnétique à travers la surface S est donné par :

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (1.2.15)$$

La f.e.m au sein de la ligne C est donnée par l'intégrale du champ électrique généré par la variation de flux magnétique :

$$e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1.2.16)$$

Comme nous l'avons écrit plus haut, l'expérience de Faraday a relié la fem avec la variation du flux magnétique, nous avons donc l'égalité suivante :

$$e = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \Leftrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (1.2.17)$$

Par analogie avec la formule de Stokes reliant le champ à son rotationnel (1.2.14), on en déduit la troisième équation de Maxwell 1.2.3 :

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.2.18)$$

Réciproquement, l'expérience d'Ampère a démontré la création d'un champ magnétique par un courant électrique. Ainsi, le champ magnétique le long du contour C sera provoqué

par la somme de tous les courants électriques \vec{j}_T passant à travers la surface S .

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}_T \cdot d\vec{S}. \quad (1.2.19)$$

Le courant électrique est la somme des courants de conduction et des courants de déplacement. Il est donné par la relation suivante :

$$\vec{j}_T = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.2.20)$$

En utilisant l'équation (1.2.14), on a :

$$\int_S (\sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) d\vec{S} = \int_S r \vec{\text{rot}}(\vec{H}) d\vec{S}. \quad (1.2.21)$$

Si on écrit cette relation sous sa forme locale, on obtient la quatrième équation de Maxwell 1.2.4 :

$$r \vec{\text{rot}}(\vec{H}) = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.2.22)$$

Comme nous avons pu le voir, les équations de Maxwell réunissent des phénomènes électromagnétiques qui ont été observés expérimentalement. Elles sont constituées de deux paires de relations réciproques mais non symétriques. La non symétrie de ces équations constitue encore de nos jours un problème de fond en physique classique. Elle est causée par le fait que l'on n'a pas mis en évidence l'existence d'un monopôle magnétique. Il en résulte que la divergence de champ magnétique est toujours nulle (1.2.2) et que le "courant magnétique" n'est fonction que de la variation du champ magnétique (1.2.3).

Équations de diffusion-propagation des ondes EM

À partir des équations de Maxwell, on peut construire l'équation de diffusion et propagation d'un champ électromagnétique. Par souci de clarté, les calculs sont écrits avec le formalisme "nabla" :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (1.2.23)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.2.24)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.2.25)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu \sigma \vec{E} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.2.26)$$

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

Effectuons le rotationnel de l'équation (1.2.25) :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \wedge \vec{B}). \quad (1.2.27)$$

La quatrième équation de Maxwell nous donne $\vec{\nabla} \times \vec{B}$, on a donc :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.2.28)$$

D'après l'analyse vectorielle, on sait que :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}. \quad (1.2.29)$$

Si on considère un milieu homogène ne contenant pas de charge électrique, on a $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$, d'où :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{E}. \quad (1.2.30)$$

En réalité, il y a bel et bien des charges électriques dans la matière. On effectue l'approximation $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ car les volumes élémentaires homogènes que nous considérons sont suffisamment grands et les échelles de temps suffisamment longues pour obtenir des charges moyennes presque nulles. En combinant cette dernière égalité avec (1.2.28), on obtient :

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}. \quad (1.2.31)$$

Ceci est l'équation de diffusion-propagation pour le champ électrique. En faisant le rotationnel de la quatrième équation de Maxwell, on obtient la même forme d'équation pour le champ magnétique :

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{0}. \quad (1.2.32)$$

Le Laplacien traduit le comportement spatial du champ. Le second terme, c'est-à-dire la dérivée temporelle d'ordre 2, rend compte de l'aspect ondulatoire du champ, c'est le terme de propagation. La dérivée temporelle d'ordre 1 traduit quant à elle l'aspect diffusion. Si on écrit l'équation (1.2.31) dans le domaine de Fourier, c'est-à-dire si on effectue la transformée de Fourier en temps, on a :

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}, \omega) + (\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega) \vec{E}(\vec{x}, \omega) = 0. \quad (1.2.33)$$

Cette égalité est connue sous le nom d'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{x}, \omega) + k^2 \vec{E}(\vec{x}, \omega) = 0, \quad (1.2.34)$$

où $k = \sqrt{\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega}$ est le nombre d'onde qui est caractéristique de la fréquence et des propriétés du milieu.

Équation de diffusion hétérogène

Les équations présentées dans les parties précédentes sont obtenues en considérant un milieu ne possédant pas de source. Pour décrire l'effet d'une source, on utilise les équations de Maxwell hétérogènes :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} + i\omega\mu\vec{H} = -\vec{J}_m^s, \quad (1.2.35)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} - (\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E} = \vec{J}_e^s. \quad (1.2.36)$$

\vec{J}_m^s et \vec{J}_e^s sont les densités de courant magnétique et électrique provoqués par la présence d'une source de polarisation. Les deux équations précédentes sont difficiles à résoudre. Si on réécrit le problème en terme de potentiels vecteurs \vec{F} et \vec{A} et en utilisant la jauge de Lorenz, les équations deviennent similaires à l'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\vec{J}_m^s, \quad (1.2.37)$$

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = \vec{J}_e^s. \quad (1.2.38)$$

Un milieu tabulaire est un milieu anisotrope transverse ayant une géométrie cylindrique d'axe vertical. On s'intéresse donc à la variation des potentiels avec la profondeur. Dans le domaine spectral (k_x, k_y) , les solutions de ces équations peuvent s'écrire de la forme :

$$\tilde{A}(k_x, k_y, z) = A^+(k_x, k_y)e^{-uz} + A^-(k_x, k_y)e^{+uz}, \quad (1.2.39)$$

$$\tilde{F}(k_x, k_y, z) = F^+(k_x, k_y)e^{-uz} + F^-(k_x, k_y)e^{+uz}, \quad (1.2.40)$$

où le tilde désigne les composantes spectrales, $u = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$ dépend des caractéristiques physiques du milieu via la relation de dispersion $k^2 = \mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega$. Les signes "+" et "-" correspondent à la solution descendante (vers z positif) et montante (vers z négatif) respectivement. Pour une source placée à $z = -h$ au-dessus de la terre, la solution entre la source et la surface terrestre est donnée par (Ward & Hohmann, 1987) :

$$\tilde{A}(k_x, k_y, z) = A_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}), \quad (1.2.41)$$

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

$$\tilde{F}(k_x, k_y, z) = F_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}), \quad (1.2.42)$$

où $u_0 = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2}$, r_{TM} et r_{TE} sont les coefficients de réponse du milieu tabulaire pour les modes TE et TM respectivement. Dans le domaine spatial réel (x,y), les solutions sont les transformées de Fourier inverses des relations précédentes. On a :

$$A = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (1.2.43)$$

$$F = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y. \quad (1.2.44)$$

Dipôle magnétique vertical

Lorsque l'on utilise une boucle de courant placée à l'horizontale, on crée un dipôle magnétique vertical de moment $m\mathbf{u}_z$ pour $z = -h$. Le vecteur champ électrique se trouve entièrement dans le plan horizontal, c'est-à-dire celui qui est parallèle à la boucle et au sol : on est en mode transverse électrique ou "TE". La bobine de mesure, si elle est dans le même plan que la boucle de courant, est sensible aux variations de champ magnétique suivant l'axe vertical. Dans cette partie, nous exposons comment calculer ce champ à partir de l'équation du potentiel vecteur F présentée dans la section précédente. Dans la première couche (air), on a :

$$\nabla^2 \vec{F} + k_0^2 \vec{F} = -i\omega\mu_0 m \delta(x)\delta(y)\delta(z+h). \quad (1.2.45)$$

Si on résout cette équation dans le domaine spectral, et si on ne considère pas la présence du milieu tabulaire, on obtient la solution descendante qui est relative au champ primaire (Ward & Hohmann, 1987) :

$$\tilde{F}(k_x, k_y, z) = \frac{i\omega\mu_0 m}{2u_0} e^{-u_0 h} e^{-u_0 z}. \quad (1.2.46)$$

Par identification avec 1.2.42, on peut déduire l'expression de F_p :

$$F_p = \frac{i\omega\mu_0 m}{2u_0}. \quad (1.2.47)$$

Ainsi, on peut substituer F_p dans 1.2.44 et obtenir l'expression du potentiel F dans le domaine (x,y) en fonction des paramètres de la source :

$$F = \frac{i\omega\mu_0 m}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u_0 h}}{u_0} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y. \quad (1.2.48)$$

Cette intégrale se simplifie si on effectue le changement de variable $\lambda = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ et $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Elle prend alors la forme d'une transformée de Hankel (Ward & Hohmann, 1987) (Eq. 4.43) :

$$F(\rho, z) = \frac{i\omega\mu_0 m}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-u_0 h}}{u_0} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) \lambda J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.49)$$

Cas d'une boucle de courant circulaire

Dans le cas d'une boucle émettrice, le potentiel vecteur à une distance horizontale ρ du centre de la boucle va être influencé par le moment magnétique de chaque élément de surface à l'intérieur de la boucle. L'élément de potentiel dû à un élément de surface de la boucle s'écrit en coordonnées polaire de la façon suivante :

$$dm = I \rho' d\phi d\rho'. \quad (1.2.50)$$

Si on intègre sur la boucle entière de rayon a , l'équation 1.2.49 devient alors :

$$F(\rho, z) = \frac{i\omega\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\infty \lambda \frac{e^{-u_0 h}}{u_0} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) \int_0^a \int_0^{2\pi} J_0(\lambda R) \rho' d\phi d\rho' d\lambda. \quad (1.2.51)$$

En utilisant le théorème d'addition de *Watson, (1944 p.36)* ainsi que la relation de *Dwight, (1961)*, reliant les fonctions de Bessel d'ordres consécutifs, on obtient la relation suivante :

$$F(\rho, z) = \frac{i\omega\mu_0 I a}{2} \int_0^\infty \frac{e^{-u_0 h}}{u_0} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.52)$$

Pour obtenir le champ magnétique vertical qui découle du potentiel F , on utilise la relation donnée par Ward & Hohmann (1987) (Eq. 1.130) :

$$H_z = \frac{1}{i\omega\mu_0} \left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right) F. \quad (1.2.53)$$

Ce qui, dans notre cas, revient à écrire :

$$H_z = \frac{\lambda^2}{i\omega\mu_0} F. \quad (1.2.54)$$

D'où la relation pour le champ magnétique :

$$H_z(\rho, z) = \frac{I a}{2} \int_0^\infty \frac{e^{-u_0 h}}{u_0} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) \lambda^2 J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.55)$$

Ceci constitue la solution générale de notre problème dans le domaine (ω, ρ, z) . Les paramètres sont, d'une part les positions h , a et ρ pour la géométrie d'acquisition, et d'autre part r_{TE} pour ce qui concerne les propriétés électriques du milieu tabulaire.

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

Réponse transitoire

Le principe de l'EM en domaine temporel (TDEM) est de mesurer la réponse transitoire du système. En d'autres termes, on étudie comment s'effectue son retour à l'équilibre après l'arrêt d'une excitation continue. Dans la pratique, on excite le système en faisant passer un courant continu dans la boucle émettrice, puis on mesure le champ magnétique après avoir coupé le courant brutalement. On peut ainsi écrire la réponse transitoire comme le produit de convolution de la source $I(t)$ ayant la forme d'une marche et la réponse impulsionnelle $h(t)$ du système. On considère la source comme la symétrique d'une fonction de Heaviside ayant les caractéristiques suivantes :

$$I(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t < 0 \\ 0 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}. \quad (1.2.56)$$

La réponse transitoire est alors donnée par :

$$h_z^{step}(t) = I(t) * h(t). \quad (1.2.57)$$

Si on effectue la transformée de Laplace de cette égalité, sachant que la transformée de Laplace de $I(t)$ est égale à $\hat{I}(t) = -1/s$ on obtient la réponse transitoire en domaine fréquentiel.

$$\hat{H}_z^{step}(s) = -\frac{1}{s} \hat{H}_z(s). \quad (1.2.58)$$

La réponse en fonction du temps est alors donnée par :

$$h_z^{step}(t) = L^{-1} \left[-\frac{\hat{H}_z(s, \rho, z)}{s} \right]. \quad (1.2.59)$$

La réponse transitoire du système correspond donc à la transformée de Laplace inverse de la relation 1.2.55 divisée par s . Cependant, la méthode utilise une bobine réceptrice qui est sensible seulement à la variation du champ magnétique. On doit donc définir dh_z^{step}/dt :

$$\frac{dh_z^{step}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(L^{-1} \left[-\frac{\hat{H}_z(s, \rho, z)}{s} \right] \right). \quad (1.2.60)$$

Si on effectue la transformée de Laplace de cette égalité, on a :

$$L \left[\frac{dh_z^{step}(t)}{dt} \right] = s.L \left[L^{-1} \left[-\frac{\hat{H}_z(s, \rho, z)}{s} \right] \right] = -\hat{H}_z(s, \rho, z) \quad (1.2.61)$$

La variation du champ magnétique au niveau de la bobine réceptrice peut donc s'écrire comme la transformée de Laplace inverse de l'expression 1.2.55.

$$\frac{dh_z^{step}(t)}{dt} = -L^{-1} [H_z(\omega = -is, \rho, z)]. \quad (1.2.62)$$

Il est important de noter que la dérivée temporelle de la réponse transitoire dh_z^{step}/dt correspond à la réponse impulsionnelle (ou fonction de Green) du système.

2.1.1 Réponse magnétique transitoire dans l'air

Le champ magnétique à l'intérieur de la couche d'air peut s'écrire simplement comme la somme d'une onde directe descendante et d'une onde réfléchie montante proportionnelle à un coefficient r_{TE} . Ce coefficient de réflexion équivalent décrit l'induction du champ magnétique secondaire due aux courants électriques circulant à l'intérieur du demi-espace inférieur. Soit une boucle d'émission Tx de rayon a placée dans la couche d'air à une hauteur h au-dessus d'un demi-espace conducteur. Comme nous l'avons montré, le spectre

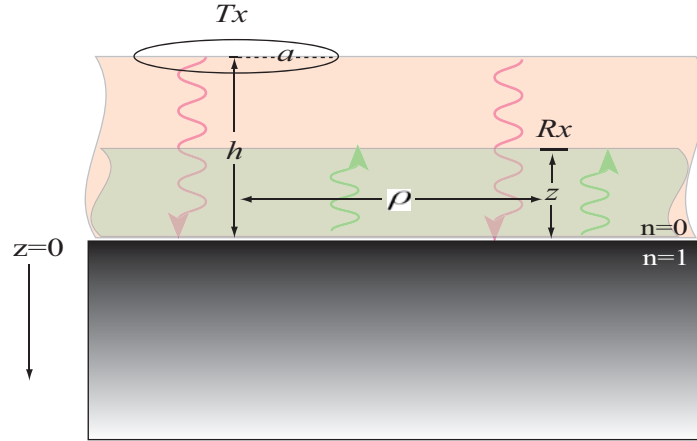


Figure 1.2.1: Champ magnétique créé par une boucle circulaire en tout point de la couche d'air.

en ω du champ magnétique à une hauteur z et une distance horizontale $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ de Tx est donné par la relation (1.2.55) que nous répétons ici :

$$H_z(\rho, z) = \frac{aI}{2} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE}e^{u_0(z-h)}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \quad (1.2.63)$$

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

où ω est la pulsation, $\lambda = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ est la composante horizontale en coordonnées spectrales, $u_n = \sqrt{\lambda^2 - k_n^2}$ est le nombre d'onde dans la couche n , et r_{TE} est le coefficient de réflexion du milieu homogène donné par :

$$r_{TE} = \frac{u_0 - u_1}{u_0 + u_1} = \frac{\sqrt{\lambda^2 - \mu_0 \epsilon_0 \omega^2} - \sqrt{\lambda^2 + i\mu_0 \sigma \omega}}{\sqrt{\lambda^2 - \mu_0 \epsilon_0 \omega^2} + \sqrt{\lambda^2 + i\mu_0 \sigma \omega}}, \quad (1.2.64)$$

où μ est la perméabilité magnétique que l'on considère égale à celle du vide μ_0 partout et σ est la conductivité électrique du demi-espace. La relation (1.2.63) correspond à la réponse impulsionnelle du système. Pour obtenir la réponse transitoire, il suffit de diviser le spectre par $-i\omega$:

$$H_z^{step}(\omega, z) = -\frac{H_z(\omega, z)}{i\omega}. \quad (1.2.65)$$

La dérivée du champ magnétique vertical au cours du temps est donnée par la transformée de Laplace inverse de la réponse transitoire multipliée par $i\omega$, ce qui correspond, en fait, à la réponse impulsionnelle :

$$\frac{dh_z^{step}}{dt}(t, z) = -L^{-1} [H_z(\omega = -is, z)]. \quad (1.2.66)$$

Le champ magnétique est, quant à lui, obtenu en intégrant $\frac{dh_z^{step}}{dt}$ sur le temps. Considérons une bobine d'émission de rayon $13m$ parcourue par un courant $I = 1A$ et située à 45 m au-dessus d'un demi-espace de conductivité $\sigma = 10^{-2}S/m$. Dans la figure (1.2.2), la distribution du champ magnétique dans la couche d'air est donnée pour trois fenêtres de temps après la coupure du courant dans la bobine d'émission. En EM transitoire, on est sensible au champ magnétique secondaire seulement. Ainsi, étant donné que les courants électriques qui l'induisent sont des boucles horizontales situées dans le sous-sol et centrées sur la position de la source, le champ magnétique est plus important si on est proche de la surface et proche de la source.

2.1.2 Réponse électrique transitoire dans le sous-sol

Potentiel vecteur F transmis dans le demi-espace

D'après l'équation (1.2.37), le potentiel vecteur \tilde{F} se comporte comme une onde qui, dans l'air ($n = 0$), s'écrit de la façon suivante (Ward & Hohmann, 1987) :

$$\tilde{F}_0(\omega, k_x, k_y, z) = (A_i + A_r) \frac{e^{-u_0 z}}{2u_0} = i\omega \mu_0 m e^{-u_0 h} (1 + r_{TE}) \frac{e^{-u_0 z}}{2u_0}, \quad (1.2.67)$$

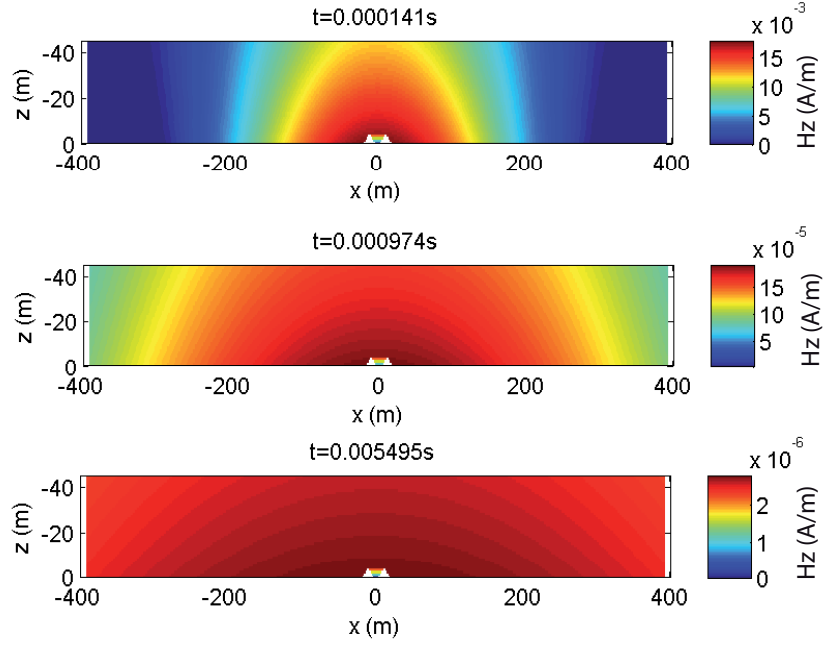


Figure 1.2.2: *Dérivée temporelles du champ magnétique dans la couche d'air provoquée par une boucle circulaire située à $x = 0\text{m}$ et $h = 45\text{m}$ au dessus d'un demi-espace de conductivité électrique $\sigma = 10^{-2}\text{S/m}$ à trois instants après la coupure*

où u_n est le nombre d'onde dans la couche n , m le moment magnétique de la source et A_i et A_r sont respectivement l'amplitude de l'onde incidente et l'amplitude de l'onde réfléchie. Dans le demi-espace conducteur (une seule couche $n = 1$), l'onde transmise est de la forme :

$$\tilde{F}_1(\omega, k_x, k_y, z) = A_t \frac{e^{-u_1 z}}{2u_1}, \quad (1.2.68)$$

où A_t est l'amplitude de l'onde transmise qui dépend de l'amplitude de l'onde incidente A_i et du coefficient de transmission t_{TE} entre les deux milieux tel que :

$$A_t = t_{TE} A_i. \quad (1.2.69)$$

En appliquant les relations de passage entre deux milieux à $z = 0$, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{A_i}{u_0}(1 + r_{TE}) = \frac{A_t}{u_1} \\ A_i(1 - r_{TE}) = A_t \end{cases}, \quad (1.2.70)$$

d'où on déduit la valeur de A_t :

$$A_t = A_i \frac{2u_1}{u_0 + u_1}. \quad (1.2.71)$$

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

En comparant avec la relation (1.2.69) on en déduit la valeur du coefficient de transmission :

$$t_{TE} = \frac{2u_1}{u_0 + u_1}. \quad (1.2.72)$$

On peut alors écrire la valeur de \tilde{F}_1 en fonction du coefficient de transmission à l'interface air sol :

$$\tilde{F}_1(\omega, k_x, k_y, z) = i\omega\mu_0 m e^{-u_0 h} t_{TE} \frac{e^{-u_1 z}}{2u_1}. \quad (1.2.73)$$

Champ électrique transmis dans le demi-espace

De la même façon que pour le potentiel vecteur dans l'air, le potentiel vecteur F_1 transmis dans le sous-sol en considérant un dipôle magnétique vertical comme source est donné par :

$$F_1(\omega, \rho, z) = \frac{i\omega\mu_0 m}{4\pi} \int_0^\infty \frac{t_{TE}}{u_1} e^{-u_0 h} e^{-u_1 z} \lambda J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.74)$$

Dans le cas d'une boucle circulaire de rayon a et en passant dans un système de coordonnées cylindriques, la relation (1.2.73) devient :

$$F_1(\omega, \rho, z) = \frac{i\omega\mu_0 I a}{2} \int_0^\infty \frac{t_{TE}}{u_1} e^{-u_0 h} e^{-u_1 z} J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.75)$$

Le champ électrique E_ϕ en mode TE dans le demi-espace conducteur se calcule à partir du potentiel vecteur F_1 en utilisant les relations suivantes Ward & Hohmann (1987)(p. 161) :

$$\begin{aligned} E_\rho &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_1}{\partial \phi} \\ E_\phi &= \frac{\partial F_1}{\partial \rho} \\ E_z &= 0 \end{aligned} \quad (1.2.76)$$

Pour un milieu homogène isotrope, le champ électrique est invariant suivant u_ϕ . Par conséquent, d'après la première équation de (1.2.76), la composante radiale du champ électrique E_ρ est nulle. Le champ électrique s'oriente donc uniquement suivant u_ϕ . En utilisant la relation (1.2.76), on a dans le cas d'un dipôle :

$$E_\phi(\omega, \rho, z) = \frac{-i\omega\mu_0 m}{4\pi} \int_0^\infty \frac{t_{TE}}{u_1} e^{-u_0 h} e^{-u_1 z} \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.77)$$

Pour le cas d'une boucle circulaire, en faisant le même développement que pour le champ magnétique dans l'air (1.2.55), on obtient :

$$E_\phi(\omega, \rho, z) = \frac{-i\omega\mu_0 I a}{2} \int_0^\infty \frac{t_{TE}}{u_1} e^{-u_0 h} e^{-u_1 z} \lambda J_1(\lambda a) J_1(\lambda \rho) d\lambda. \quad (1.2.78)$$

2.1 Milieu homogène : méthode analytique

où ω est la pulsation, $\lambda = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ est la composante horizontale en coordonnées spectrales, $u_n = \sqrt{\lambda^2 - k_n^2}$ est le nombre d'onde dans la couche n , et t_{TE} est le coefficient de transmission dans un milieu homogène donné par :

$$t_{TE} = 1 - r_{TE} = \frac{2u_1}{u_0 + u_1}. \quad (1.2.79)$$

Dans un repère cylindrique $\{u_\rho, u_\phi, u_z\}$ centré sur le centre de la boucle d'émission, les courants telluriques engendrés par la source dans un demi-espace homogène sont orientés selon la composante azimutale u_ϕ . Ces courants suivent ainsi une trajectoire circulaire ("en rond de fumée") autour de la source. Le courant électrique est proportionnel au

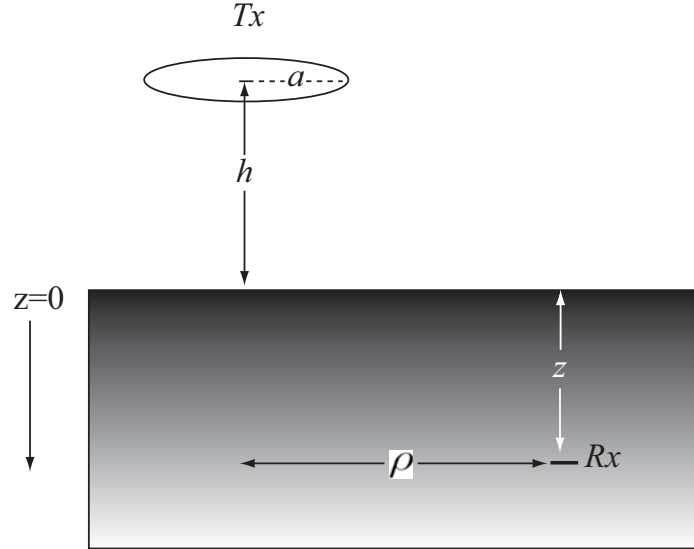


Figure 1.2.3: Champ électrique dans le sous-sol : schéma

champ électrique induit :

$$\vec{J}(\omega, \rho, z) = \sigma \vec{E}_\phi(\omega, \rho, z), \quad (1.2.80)$$

avec E_ϕ qui est donné par la relation (1.2.78). Comme pour le champ magnétique vertical, la réponse transitoire est calculée en effectuant la transformée de Laplace inverse de la relation suivante :

$$E_\phi^{step}(\omega, \rho, z) = -\frac{E_\phi(\omega, \rho, z)}{i\omega}. \quad (1.2.81)$$

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

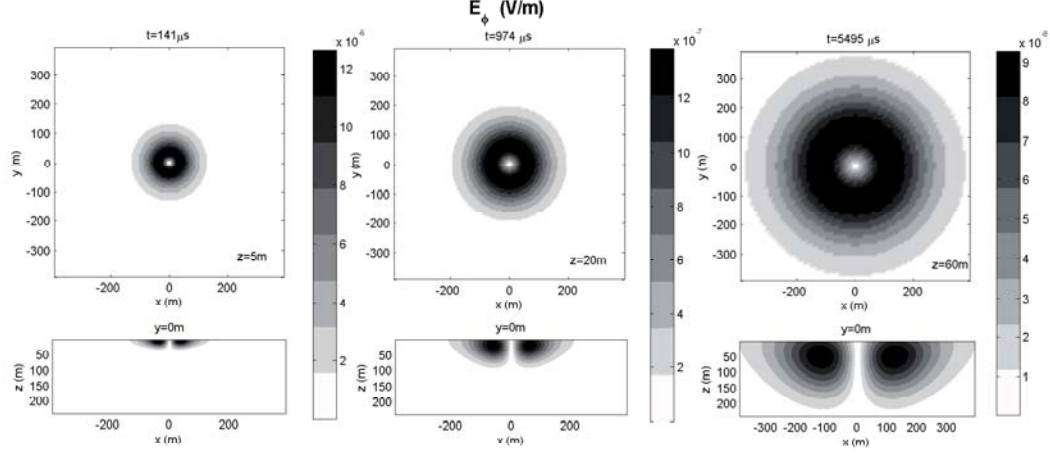


Figure 1.2.4: *Champ électrique dans le sous-sol induit par une bobine émettrice située à $x = 0m$ et $h = 45m$ au dessus d'un demi-espace de conductivité $\sigma = 1S/m$.*

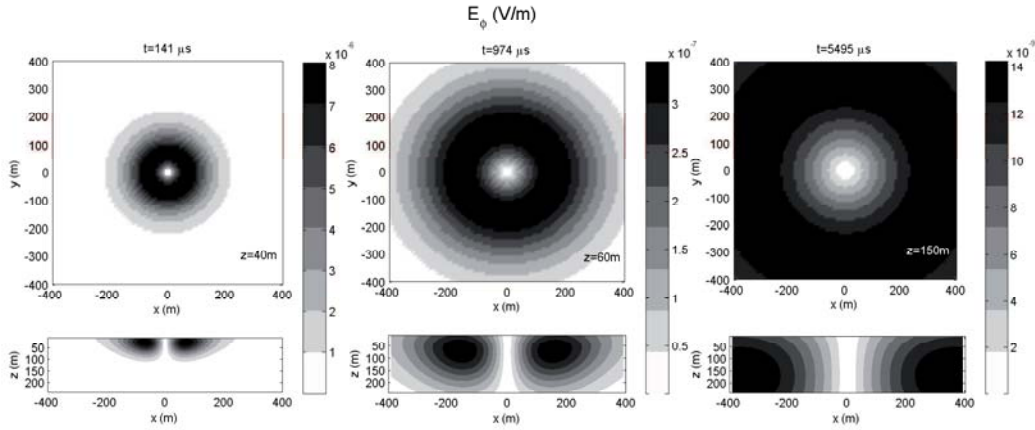


Figure 1.2.5: *Champ électrique dans le sous-sol induit par une bobine émettrice située à $x = 0m$ et $h = 45m$ au dessus d'un demi-espace de conductivité $\sigma = 0.1S/m$.*

Considérons une bobine d'émission de rayon $a = 13m$ parcourue par un courant $I = 1A$ et située à 45 m au-dessus d'un demi-espace de conductivité $\sigma = 1S/m$. Dans la figure (1.2.4), la distribution du champ électrique dans le demi-espace est donnée pour trois fenêtres de temps après la coupure du courant dans la bobine d'émission. On peut voir que le champ électrique présente deux maxima dont les positions sont symétriques par rapport à l'axe u_z . On peut également noter que plus le temps augmente plus la répartition du champ s'étale et s'éloigne de la source.

Dans la figure (1.2.5), on montre le champ électrique causé par le même type de source sur un milieu plus résistant $\sigma = 10^{-1}S/m$. On peut voir que les courants électriques diffusent plus rapidement dans le sous-sol et atteignent des profondeurs plus grandes.

2.2 Milieux complexes : méthodes numériques

Il serait très fastidieux de déterminer la solution analytique des équations de Maxwell pour un milieu complexe. En fait, elle correspondrait à un très grand nombre de fonctions spéciales. Dans ce contexte, on préfère simuler les équations de Maxwell numériquement. Il existe deux familles de méthodes numériques. La première consiste à simuler les équations intégrales. La seconde consiste à simuler les équations différentielles.

2.2.1 Anomalie dans un milieu homogène : équations intégrales

La méthode des équations intégrales a été introduite en électromagnétisme dans les années 70. Elle permet de modéliser la réponse EM d'un milieu homogène de conductivité σ_b présentant une anomalie de conductivité $\sigma_a = \sigma_b + \Delta\sigma$ de forme quelconque. Il a été démontré que le champ électrique en tout point de l'espace peut être décrit par la somme du champ électrique provoqué par le milieu homogène et un champ additionnel provoqué par l'anomalie de conductivité (Zhdanov, 2009) :

$$E(\mathbf{r}') = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}') + \iiint_{V_a} \mathbf{G}_b(\mathbf{r}'|\mathbf{r}) \Delta\sigma(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{v}, \quad (1.2.82)$$

où G_b est la fonction de Green de l'équation de Helmholtz pour le milieu homogène et V_a est le volume de l'anomalie. Pour déterminer le champ électrique en tout point de l'espace, il faut intégrer numériquement sur le volume V_a et résoudre cette équation intégrale de Fredholm du second type. Le champ magnétique est déduit en utilisant la solution de cette équation et la relation 1.2.4. Cette méthode est relativement rapide pour modéliser la réponse EM due à la présence d'un corps compacte. Pour un milieu présentant des variations de conductivité plus complexes, il faut utiliser les équations différentielles.

2.2.2 Équations différentielles

La méthode différentielle consiste à utiliser l'équation de diffusion pour le champ électrique ou pour le champ magnétique :

$$\left(\mu \nabla \wedge \left(\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \right) + i\omega \mu \sigma \right) \mathbf{E} = -i\omega \mu \mathbf{j}, \quad (1.2.83)$$

$$\left(\sigma \nabla \wedge \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \wedge \right) + i\omega \mu \sigma \right) \mathbf{H} = \sigma \nabla \wedge \left(\frac{1}{\sigma} \mathbf{j} \right). \quad (1.2.84)$$

Pour modéliser le champ électrique, on peut résoudre la première équation. Ensuite, on déduit le champ magnétique à partir de la quatrième équation de Maxwell 1.2.26. Réciproquement, on peut résoudre 1.2.84 pour obtenir le champ magnétique et en déduire le champ électrique avec 1.2.25.

Méthode des différences finies

On peut résoudre ces équations pour un milieu complexe en utilisant la méthode des différences finies (Mackie *et al.*, 1994; Smith, 1996; Wang & Hohmann, 1993; Weaver, 1994; Weaver & Brewitt-Taylor, 1978; Zhdanov, 2009). Dans ce cas là, on discrétise le milieux en un ensemble de blocs, on remplace l'opérateur différentiel du second ordre par un opérateur de différences finies et on définit les conditions de continuité du champ EM entre chaque bloc. Si on considère un milieu divisé en N blocs, le champ électrique s'obtient en résolvant le système d'équations suivant :

$$(\mathbf{D} + i\omega \mu \sigma) \mathbf{e} = i\omega \mu \mathbf{c}, \quad (1.2.85)$$

où \mathbf{e} est le vecteur à déterminer contenant les trois composantes du champ électrique pour chaque bloc, \mathbf{D} est une matrice $3N \times 3N$ complexe et symétrique, μ et σ sont des matrices diagonales contenant les permittivités et les conductivités de chaque bloc, et \mathbf{c} est un vecteur contenant les conditions aux limites et le terme source.

Méthode des éléments finis

Une autre approche est la méthode des éléments finis (Beltzer, 1990; Tong, 1977; Zienkiewicz, 1989). Cette méthode consiste à diviser le milieu en N sous-régions dans lesquelles

2.3 Théorie du milieu homogène apparent : ABFM

le champ EM est décomposé dans une base de fonction choisie \mathbf{v}_n . Par exemple, pour le champ électrique, on a :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n \mathbf{v}_n(\mathbf{r}). \quad (1.2.86)$$

En incorporant cette décomposition dans l'équation 1.2.83, on obtient la relation suivante :

$$\sum_{n=1}^N a_n (\mu \nabla \times (\frac{1}{\mu} \nabla \times) + i\omega \mu \sigma) \mathbf{v}_n(\mathbf{r}) = -i\omega \mu \mathbf{j}^e. \quad (1.2.87)$$

En faisant la projection de cette équation sur les fonctions de base \mathbf{v}_p et en écrivant le résultat sous forme matricielle, on obtient la relation suivante :

$$(\mathbf{L}^\mu + i\omega \sigma) \mathbf{a} = -i\omega \mathbf{j}^E, \quad (1.2.88)$$

où \mathbf{a} est le vecteur à déterminer contenant les coefficients du champ électrique projeté dans la base \mathbf{v}_n , \mathbf{L}^μ est la matrice contenant les produits scalaires $(\mu \nabla \times (\frac{1}{\mu} \nabla \times) \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_p)$, σ contient les produits scalaires $(\mu \sigma \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_p)$ et \mathbf{j}^E est un vecteur contenant le terme source $(\mu \mathbf{j}^e, \mathbf{v}_p)$. Dès lors qu'on a le vecteur \mathbf{a} , on reconstruit le champ électrique à partir de la relation 1.2.86. Pour générer des données aéroportées synthétiques causées par des milieux 2D complexes, nous avons utilisé le logiciel ArjunAIR (Raiche, 2008a) développé par l'organisme de recherche appliquée australien CSIRO qui est basé sur la méthode des éléments finis. Ce programme est une application console. Pour faciliter son utilisation, nous y avons ajouté une interface Matlab (voir annexe A).

2.3 Théorie du milieu homogène apparent : ABFM

L'inversion des mesures TDEM consiste à déduire la distribution de conductivité électrique dans le sous-sol à partir de la mesure du champ magnétique secondaire provoqué par une bobine d'induction placée aussi dans l'air. Chaque mesure donne de l'information sur une zone dans le sous-sol dont les limites dépendent à la fois de la position du capteur et de la répartition des courants électriques provoqués par la source dans le sous-sol. La fonction qui décrit la zone en question est nommée "fonction de sensibilité" ou "noyau de configuration du problème". Dans le cas général de l'imagerie, on relie les données de mesure d à la répartition spatiale de la grandeur physique recherchée m par la relation

2. MODÉLISATION DE LA RÉPONSE MAGNÉTIQUE TRANSITOIRE

suivante :

$$d = \iiint_V s(\mathbf{r})m(\mathbf{r})dV. \quad (1.2.89)$$

Dans le cas du problème TDEM, la fonction de sensibilité s dépend de la conductivité électrique du milieu, le problème est non linéaire. Pour une mesure au point R dans la couche d'air, on a :

$$h_z(\mathbf{r}_R, t) = \iiint_V s(\mathbf{r}, t, \sigma)\sigma(\mathbf{r})dV. \quad (1.2.90)$$

Pour inverser ce problème correctement, il faut utiliser une méthode d'inversion itérative qui réactualise le noyau de sensibilité à chaque itération en fonction du résultat obtenu dans l'inversion précédente. Il n'existe pas de formule analytique pour décrire la réponse TDEM d'un milieu complexe. Il faut alors calculer S par modélisation numérique ce qui rend l'inversion extrêmement couteuse en temps et en mémoire de calcul. Pour réduire le temps de calcul, on peut linéariser le problème en utilisant l'approximation de Born. En considérant une faible perturbation d'un modèle de départ σ_0 , on peut écrire le champ magnétique comme la somme du champ magnétique initial et d'un champ magnétique de perturbation :

$$h_z(\mathbf{r}_R, t) = h_z^0(\mathbf{r}_R, t) + \iiint_V s(\mathbf{r}, t, \sigma_0) [\sigma(\mathbf{r}) - \sigma_0(\mathbf{r})] dv. \quad (1.2.91)$$

On peut alors voir que la conductivité électrique du milieu peut être déduite à partir de la théorie propre au modèle initial :

$$h_z(\mathbf{r}_R, t) = \iiint_V s(\mathbf{r}, t, \sigma_0)\sigma(\mathbf{r})dv. \quad (1.2.92)$$

En posant $f = \frac{\sigma_a(\mathbf{r}_R, t)}{h_z(\mathbf{r}_R, t)}s$, on peut formuler le problème inverse en prenant la conductivité apparente comme observable :

$$\sigma_a(\mathbf{r}_R, t) = \iiint_V f(\mathbf{r}, t, \sigma_a)\sigma(\mathbf{r})dv. \quad (1.2.93)$$

Le calcul de σ_a peut se faire par *table look-up* dans des abaques de réponse h_z préalablement calculés avec la relation (1.2.63) pour un grand nombre de conductivités électriques. Pour effectuer cette inversion, il faut donc déterminer la fonction de sensibilité ou noyau de Fréchet F pour un milieu homogène de conductivité σ_a .

3

La conductivité apparente : une observable indirecte

La forme des réponses EM est très dépendante des caractéristiques d'acquisition. Pour améliorer la lisibilité des mesures et pour harmoniser l'information fournie par les différentes méthodes, il est usuel de convertir les réponses EM en conductivité apparente. La conductivité apparente à un temps donné (ou une fréquence pour les méthodes FEM) correspond à la conductivité du milieu homogène qui aurait fourni une réponse équivalente à ce même temps (ou cette même fréquence) pour une même position émetteur-récepteur . Pour effectuer cette conversion dans le cas de la méthode TEM, il faut prendre en compte les trois caractéristiques suivantes :

- La configuration utilisée (position/orientation du récepteur et de la source).
- Le type de mesures : dB/dt ou $B(t)$ et le système d'unités utilisé.
- La forme du courant source utilisée ("waveform").

Dans ce chapitre, nous allons décrire comment obtenir des données sous forme de conductivité apparente à partir de ces trois caractéristiques.

3.1 Conversion des données en A/m

La plupart des appareils de mesure possèdent leur propre système d'unités. En effet, chaque constructeur adapte son format de données afin de limiter la mémoire de stockage. Pour analyser ces données, on a le choix entre deux stratégies : soit on modélise la réponse du système en question ; soit on convertit les données en un format standard utilisé pour

3. LA CONDUCTIVITÉ APPARENTE : UNE OBSERVABLE INDIRECTE

la modélisation. Nous avons choisi la deuxième en utilisant le champ magnétique $H(t)$ en A/m provoquée par une spire source parcourue par un courant unitaire.

Voltage induit dans la bobine de réception

On considère que le récepteur est une bobine de n_b spires qui mesure la force électromotrice (fem) induite. La fem induite est proportionnelle à la variation temporelle du flux magnétique à travers la surface de la bobine :

$$|V_r| = n_b \frac{\partial \Phi_b}{\partial t}, \quad (1.3.1)$$

où n_b est le nombre de spires de la boucle réceptrice et Φ_r est le flux magnétique qui correspond à l'intégrale de l'induction magnétique sur la surface de la boucle :

$$\Phi_r = \mu_0 \int_{S_b} H_z dS. \quad (1.3.2)$$

À travers la figure 2.3.3, on peut voir qu'à une altitude donnée, l'observable H_z varie peu sur quelques dizaines de mètres. Sachant que le diamètre d'une bobine réceptrice est de l'ordre de 1m, on peut considérer que l'induction magnétique est constante à l'intérieur de la boucle, la fem induite peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$|V_b| = \mu_0 n_b \pi b^2 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (1.3.3)$$

où b est le rayon de la boucle réceptrice.

Exemple pour les données VTEM

Les données VTEM réelles correspondent à la fem induite dans la boucle réceptrice normalisée par l'intensité du courant source I , les nombres de spires et les surfaces des boucles émettrices et réceptrices. Elles peuvent donc se calculer avec la formule suivante :

$$d^{VTEM} = \frac{|V_b|}{I \pi^2 a^2 b^2 n_a n_b} = \frac{\mu_0}{I n_a \pi a^2} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (1.3.4)$$

Comme nous l'avons introduit plus haut, pour obtenir la conductivité apparente, on compare le champ mesuré avec le modèle H_z pour $I = 1A$ et $n_a = 1$, on a alors :

$$\frac{\partial H_z^d}{\partial t} = \frac{\pi a^2}{\mu_0} d^{VTEM}. \quad (1.3.5)$$

3.2 Modélisation de la réponse transitoire idéale du système

Les données VTEM pour le cas dB_z/dt sont fournies en $pV/A/m^4$, le facteur multiplicatif vaut :

$$M_{dB_z}^{VTEM} = 10^{-12} \times \frac{\pi a^2}{\mu_0} = 4.225 \times 10^{-4}. \quad (1.3.6)$$

Dans le cas du champ magnétique $B_z(t)$, les données sont fournies en $pV.ms/A/m^2$. Le facteur multiplicatif vaut alors :

$$M_{B_z}^{VTEM} = 4.225 \times 10^{-7}. \quad (1.3.7)$$

Les données VTEM synthétiques calculées avec le logiciel ArjunAir sont, elles, fournies en nT/s et nT pour les valeurs dB_z/dt et $B_z(t)$ respectivement. Pour les comparer aux tables pré-calculées, il faut les convertir en Tesla, les normaliser à seulement une spire émettrice et les diviser par μ_0 pour obtenir des $A.m$:

$$Tables = \frac{10^{-9}}{n_a \mu_0} d^{Arjun}. \quad (1.3.8)$$

Le système VTEM est doté de $n_a = 4$ spires émettrices, le facteur M vaut alors :

$$M_{ArjunAir}^{VTEM} = 1.9894 \times 10^{-4}. \quad (1.3.9)$$

3.2 Modélisation de la réponse transitoire idéale du système

Dans le cas général, l'intégrale de l'équation 1.2.63 est difficile à calculer numériquement. Ryu *et al.* (1970) transforment cette équation en une expression composée de trois intégrales (deux intégrales finies et une intégrale infinie qui converge) qui peut être calculée numériquement plus facilement et ceci sans aucune approximation :

$$H_z(\omega, \rho, z) = an_a I \left\{ \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda z}}{2} [e^{-\lambda h} + r_{TE} e^{-\lambda h} - 1] J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \right\} \\ + \frac{a}{\pi} \int_{-1}^1 Re \left(\frac{(1-x^2)^{1/2}}{(z^2 2iazx - a^2 x^2 + \rho^2)^{3/2}} \right) dx \\ - \frac{3a\rho^2}{2\pi} \int_{-1}^1 Re \left(\frac{(1-x^2)^{1/2}}{(z^2 2iazx - a^2 x^2 + \rho^2)^{5/2}} \right) dx. \quad (1.3.10)$$

La réponse temporelle transitoire dh/dt est alors obtenue en calculant la transformée de Laplace inverse de l'expression précédente (où la variable de Laplace est $s = i\omega$). Cette opération ne se fait pas simplement. Lors de son post-doctorat à l'EOST, Behaegel (2007) a testé plusieurs algorithmes avant de finalement opter pour la méthode développée par DeHoog *et al.* (1982). Il a notamment adapté un code Matlab écrit par Hollenbeck (1998). Dans la figure 1.3.1, on montre en noir des données synthétiques VTEM calculées pour un grand nombre de conductivités en utilisant cette méthode. Aussi, dans la figure 5.1.3, ces mêmes réponses sont données en nT et sont comparées avec le résultat numérique fournit par ArjunAir pour les trois conductivités $\sigma = [0.1, 0.01, 0.001] \text{ S/m}$.

3.3 Modélisation de la source

L'intégrale présentée dans le paragraphe précédent est calculée pour un courant $I(\omega)$ dont le spectre est constant, elle détermine le champ H_z provoqué par une impulsion de Dirac $i(t) = \delta(t)$ centrée sur $t = 0$. En fait, cela correspond à la fonction de Green du système. En divisant H_z par $i\omega$, nous avons vu que l'on obtient la réponse transitoire qui correspond à l'induction magnétique provoquée par une excitation en forme de marche (cf 1.2.56). Celle-ci correspond à la réponse transitoire idéale du système. Or, dans la réalité, la coupure de courant appliquée dans la boucle source n'est pas aussi nette que pour cette théorie. Il faut ajouter que pour certains systèmes, on utilise volontairement une source différente de la fonction "marche" (voir source VTEM dans la figure 1.3.1). Dans ce cas, il est nécessaire de prendre en compte la forme de l'onde source ou "waveform" dans la modélisation. Pour cela, on effectue le produit de convolution de la source avec la fonction de Green ; dans le domaine spectral cela s'écrit :

$$H_z^*(\omega) = I(\omega)H_z(\omega) = -i\omega I(\omega) \cdot H_z^{step}(\omega). \quad (1.3.11)$$

Le dernier membre à droite montre que si on travaille avec la réponse transitoire, il faut utiliser la dérivée temporelle de la source. De même, pour la dérivée temporelle de h_z , on a :

$$\dot{H}_z^{step}(\omega) = i\omega H_z^{step}(\omega) = -H_z(\omega). \quad (1.3.12)$$

En dérivant 1.3.11 et en combinant avec 1.3.12, on a la dérivée temporelle de h_z^* dans le cas d'une source quelconque :

$$\dot{H}_z^*(\omega) = i\omega I(\omega) \cdot H_z(\omega) = -i\omega I(\omega) \cdot \dot{H}_z^{step}(\omega). \quad (1.3.13)$$

Si on passe dans le domaine temporel, on a donc :

$$\begin{aligned} h_z^*(t) &= -\frac{di(t)}{dt} * h_z^{step}(t), \\ \frac{dh_z^*(t)}{dt} &= -\frac{di(t)}{dt} * \frac{dh_z^{step}(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (1.3.14)$$

Ainsi, on peut voir que si on connaît la réponse transitoire idéale, il faut effectuer le produit de convolution avec la dérivée temporelle du courant source pour obtenir la réponse du système. Cela est valable pour les deux formats $B(t)$ et dB/dt . Dans la figure 1.3.1, on montre la différence entre la réponse transitoire et la réponse de la "waveform" réelle dans le cas du système VTEM pour les deux cas $B(t)$ et dB/dt . On peut voir que l'excitation réelle influence les temps courts de façon considérable.

3.4 Calcul de $\sigma_a(t)$ par *table look-up*

La relation entre l'induction magnétique et la conductivité du demi-espace est non-linéaire. Il n'existe donc pas de solution explicite pour déterminer directement la conductivité apparente. Pour palier à ce problème, on procède par recherche dans une table pré-calculée (table look-up). Pour chaque temps de mesure, on calcule la réponse pour un grand nombre de conductivités et on détecte la solution qui est la plus proche de la donnée observée. Pour gagner du temps, les réponses sont pré-calculées et stockées dans des abaques. Ainsi, le calcul de la conductivité apparente ne nécessite qu'une opération d'interpolation. Cette méthode est fonctionnelle seulement si les courbes de réponses en fonction de la conductivité sont monotones afin qu'il y ait unicité de la solution. À travers la figure 5.1.3, on peut voir que ceci n'est pas le cas pour la réponse dH_z/dt . Par conséquent, pour imager des milieux conducteurs, on préférera utiliser $H_z(t)$.

3. LA CONDUCTIVITÉ APPARENTE : UNE OBSERVABLE INDIRECTE

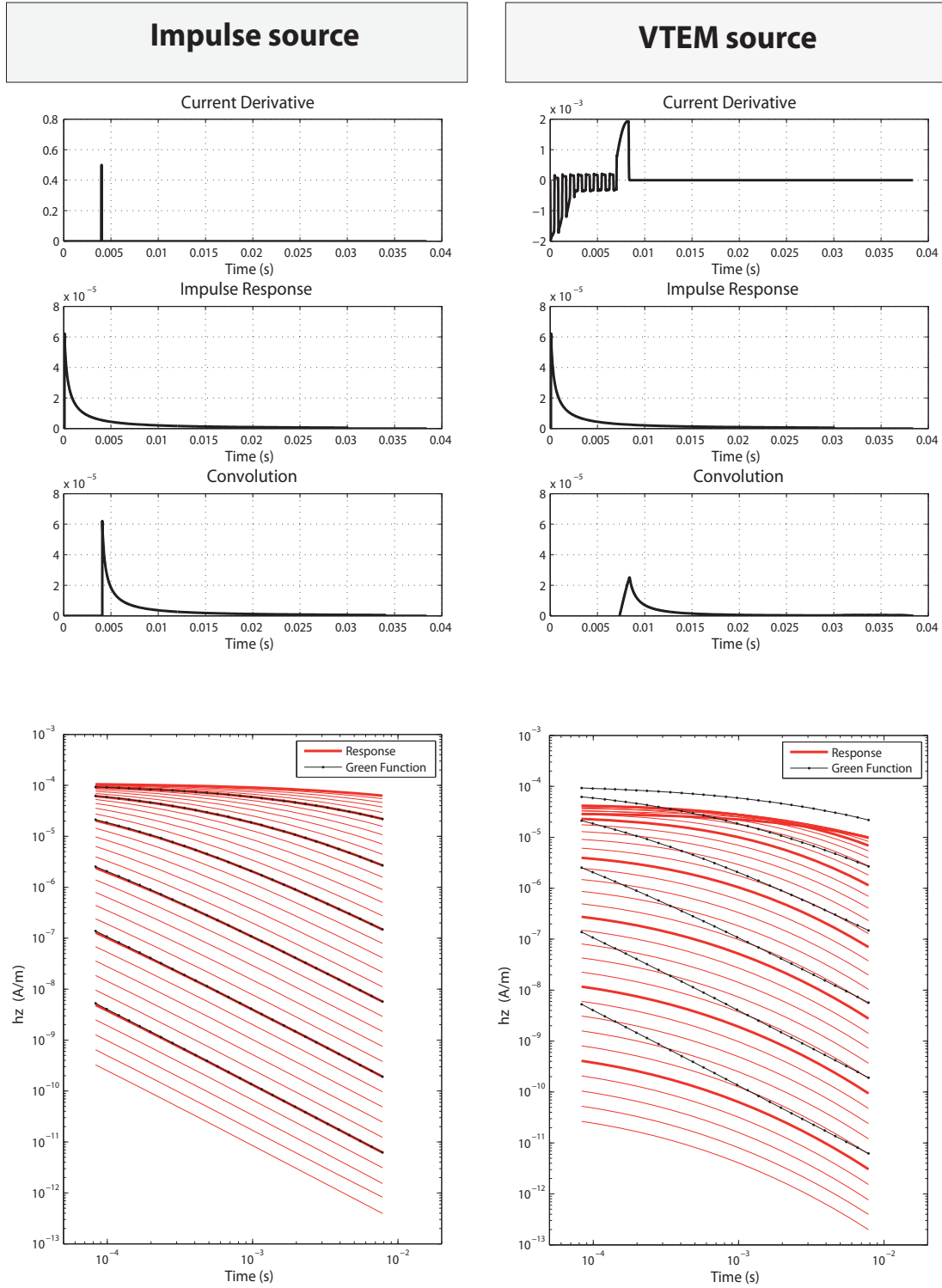


Figure 1.3.1: Table de réponses transitoires idéales (en noir) et convoluées à la source réelle (en rouge) dans le cas d'un système d'acquisition de type VTEM.

Deuxième partie

Inversion de données TEM

Introduction

L'inversion consiste à déterminer les paramètres physiques d'un objet à partir d'information issue de la mesure. Cela va de la simple régression linéaire, qui vise à déterminer les deux paramètres de l'équation $y = ax + b$, à la tomographie où à l'imagerie, pour lesquelles on doit déterminer autant de paramètres que de cellules nécessaires pour construire l'image finale. Le problème inverse se pose sous la forme d'un système d'équations dans lequel chaque ligne correspond à un apport d'information (issue directement ou indirectement de la mesure), et dont les inconnues correspondent aux paramètres physiques que l'on cherche à déterminer. Les méthodes inverses constituent un ensemble d'outils mathématiques spécialement conçus pour résoudre les systèmes d'équations. On distingue trois entités qui sont les données, le modèle et la théorie :

- Les données \mathbf{d} sont le résultat de la mesure. Dans notre cas, c'est la valeur du champ H_z au niveau de la boucle réceptrice.
- Le modèle et ses paramètres \mathbf{m} . C'est l'image qu'on cherche, ou plutôt, la solution du problème. Dans notre cas, elle représente la distribution de conductivité électrique dans le sous-sol.
- La matrice de configuration \mathbf{G} du système construite à partir de la théorie. C'est la relation mathématique qui relie le modèle aux données. Dans cette étude, on utilise la théorie de l'électromagnétisme.

Le problème se pose donc de la façon suivante :

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}(\mathbf{m}). \quad (2.0.15)$$

Si la relation entre le modèle et les mesures est linéaire, c'est-à-dire lorsque l'on peut écrire $\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m}$, et que le problème est bien déterminé, la matrice \mathbf{G} est inversible, et la solution peut être obtenue directement par la relation :

$$\mathbf{m} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{d}. \quad (2.0.16)$$

En théorie, si l'on a plus d'équations que d'inconnues, il est possible de calculer la solution exacte du système. Cependant, dans la réalité, il existe de nombreux facteurs qui compliquent la résolution du problème. En effet, les données ne sont pas exactes, elles possèdent une incertitude due à la précision de l'appareil de mesure. La théorie utilisée

n'est pas exacte non plus, dans certains cas, c'est une approximation qui ne peut pas expliquer l'intégralité de la réponse naturelle. La configuration des mesures ou la théorie ne permet pas de déterminer l'ensemble des inconnues. Pour résumer, il faut étudier le problème mathématique au travers des trois caractéristiques suivantes :

- Existence de la solution : à cause de l'incertitude sur les données et sur la théorie, il n'y a pas une solution exacte mais une infinité de solutions expliquant les mesures.
- Non-unicité de la solution : la théorie ou l'expérience de mesure n'est pas assez sélective, même dans le cas idéal concernant les incertitudes, plusieurs modèles peuvent provoquer la même réponse.
- Instabilité mathématique : le problème est posé de telle façon qu'un petit changement sur les données peut provoquer un bouleversement concernant la solution. Il est alors nécessaire d'ajouter des contraintes pour stabiliser le problème.

En général, le critère utilisé est la minimisation de la différence entre les données mesurées d^d et les données prédites d^m . Dans certains cas, cela n'est pas suffisant, on ajoute alors des contraintes sur le résultat. On cherche alors la matrice inverse généralisée pour résoudre notre problème :

$$m = G_g^{-1} \mathbf{d}. \quad (2.0.17)$$

Cette solution inverse généralisée correspond à la solution obtenue en respectant le critère :

$$\|\mathbf{d}^d - \mathbf{d}^m\| + \lambda \varphi(\mathbf{m}) \leq \epsilon, \quad (2.0.18)$$

où φ est le terme de régularisation du problème qui correspond à la contrainte additionnelle appliquée sur le résultat, et λ est une pondération permettant de fixer la balance entre l'ajustement des données et la régularisation.

Approche choisie

Pour aborder nos problèmes d'inversion, nous avons utilisé une approche déterministe où l'information *a priori* est gérée de manière classique en utilisant les critères de Tikhonov. Menke (1989) et Aster *et al.* (2005) présentent une bonne introduction à ce type d'approche. Dans l'ouvrage de Hansen (2010), on peut trouver différentes méthodes pour paramétrer la bonne pondération de l'information *a priori* dans le problème inverse. Il existe d'autres approches déterministes où la régularisation est définie à partir

de considérations statistiques en utilisant le théorème de Bayes. Ce type d'inversion, que l'on définit comme "Bayésienne", est présenté dans Tarantola (2005). Lorsque la fonction "coût" donnée par (2.0.18) possède beaucoup de minimas assez éloignés les uns des autres (c'est-à-dire que des solutions très différentes peuvent expliquer les mêmes observations), on préférera les méthodes non déterministes qui explorent l'espace des solutions de manière aléatoire. Grâce à cela, on peut faire une cartographie des différentes solutions et avoir une meilleure idée du problème. Ces méthodes sont dites "stochastiques" ou encore "méthodes de Monte-Carlo".

1

Inversion 1D

1.1 Théorie ABFM 1D

L'inversion 1D consiste à déterminer la distribution de la conductivité en profondeur $\sigma(z)$ à partir des mesures d'un sondage TEM. Le problème se pose de la manière suivante :

$$h_z(t) = \int s_{1D}(z, t, \sigma) \sigma(z) dz. \quad (2.1.1)$$

Christensen (1995) a montré que l'on peut appliquer la méthode "Approximate Inverse Mapping" (AIM) au problème TEM 1D. La méthode AIM a été présentée par Oldenburg & Ellis (1991). Elle consiste à appliquer l'approximation de Born en se basant sur le noyau de Fréchet du milieu homogène équivalent. Dans le cas du problème TEM 1D, on utilise le milieu homogène équivalent pour chaque fenêtre de temps. Cette méthode est appelée "Adaptative Born Forward Mapping" (ABFM) dans Christensen (1997) où le problème est décrit de la façon suivante :

$$\sigma_a(t) = \int f_{1D}(z, t, \sigma_a) \sigma(z) dz. \quad (2.1.2)$$

L'observable est alors la conductivité apparente (c'est la conductivité du milieu homogène équivalent) pour chaque fenêtre de temps. Le paramètre à déterminer par inversion est la conductivité en fonction de la profondeur. Et la théorie f_{1D} représente le noyau de Fréchet de l'ABFM 1D.

1.1.1 Estimation du noyau de Fréchet f_{1D}

Durant un sondage TEM, on excite le sous-sol avec un champ électrique E provoqué par la boucle source. Dans chaque point de l'espace $r(x, y, z)$ et pour chaque temps t , la densité de courant induit dépend de la conductivité électrique et du champ E excitateur :

$$j(x, y, z, t) = \sigma(x, y, z) \cdot e(x, y, z, t; \sigma_a). \quad (2.1.3)$$

Le champ magnétique secondaire mesuré au récepteur est induit par ces courants électriques. On considère le cas où la mesure est effectuée au niveau de la source (central loop). D'après la loi de Biot et Savart, chaque élément de courant se comporte comme une source secondaire induisant une partie du champ magnétique (Christensen, 1995) :

$$dh(\sigma_a, t) = \frac{j(x, y, z, t; \sigma_a)}{4\pi} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz. \quad (2.1.4)$$

Dans le cas 1D, on suppose que le milieu est tabulaire : la conductivité ne varie qu'en fonction de la profondeur. En incorporant la relation 2.1.3 et en intégrant 2.1.4 sur tout l'espace, on obtient pour le champ h :

$$h(\sigma_a, t) = \frac{1}{4\pi} \int_z \sigma(z) \iint_{xy} e(x, y, z, t; \sigma_a) \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz. \quad (2.1.5)$$

Par identification avec la relation 2.1.2, on peut voir que le noyau de Fréchet est donné par :

$$s_{1D}(z, t, \sigma_a) = \frac{1}{4\pi} \iint_{xy} e(x, y, z, t; \sigma_a) \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy. \quad (2.1.6)$$

Pour obtenir le noyau de Fréchet ABFM -celui avec lequel on utilise la conductivité apparente comme vecteur de données -il faut multiplier la relation précédente par le rapport $\frac{\partial \sigma_a}{\partial h}$, on obtient alors :

$$f_{1D}(z, t, \sigma_a) = \frac{\partial \sigma_a}{\partial h} \frac{1}{4\pi} \iint_{xy} e(x, y, z, t; \sigma_a) \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy. \quad (2.1.7)$$

Les champs électriques dans un milieu homogène $e(x, y, z, t; \sigma_a)$ provoqués par un dipôle magnétique source et par une boucle de courant source sont donnés respectivement par les relations 1.2.77 et 1.2.78 dans le domaine de Fourier. On peut voir que ces deux relations

ne diffèrent que par le terme $\frac{J_1(\lambda a)}{\lambda}$ qui ne dépend pas de la profondeur. Une fois intégré, ce terme a peu d'influence sur le noyau de Fréchet 1D. On peut donc considérer que le modèle du dipôle magnétique source est suffisant pour estimer le champ électrique dans le cadre de l'inversion 1D. Si on développe (1.2.77) en utilisant la formule du coefficient de transmission (1.2.72) et en prenant $h = 0$, on obtient la relation :

$$e(\rho, z, t) = -\mu_0 m \int_{-\infty}^{+\infty} \left[i\omega \int_0^{\infty} \frac{e^{-u_1 z}}{\lambda + u_1} \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda \right] e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.1.8)$$

En prenant le champ électrique transitoire (relation 2.1.8 divisée par $i\omega$), Christensen (1995) a calculé analytiquement f_{1D} . Le résultat est donné par la relation suivante :

$$f_{1D}(z, t, \sigma_a) = \frac{m}{4\pi} \frac{1}{16\sigma\tau^4} \left\{ \frac{2u}{\sqrt{\pi}} (2u^2 + 1)e^{-u^2} - (4u^4 + 4u^2 - 1) \operatorname{erfc}(u) \right\}, \quad (2.1.9)$$

où $\tau = \sqrt{\frac{t}{\mu\sigma}}$ et $u = z/2\tau$. Cette relation peut être approximée par le noyau suivant (Christensen, 2002) :

$$f(z, t, \sigma_a(t)) = \begin{cases} \frac{2}{d}(1 - \frac{z}{d}) & \text{si } z \leq d \\ 0 & \text{si } z > d \end{cases} \quad \text{avec } d = \sqrt{\frac{ct}{\mu_0\sigma_a(t)}}, \quad (2.1.10)$$

où c est un facteur "ad hoc" déterminé de façon empirique et égal à 2,8. Notons comme propriété que l'intégrale de la fonction f sur z vaut 1. En effet, si on prend le cas d'un milieu homogène, d'après (2.1.2), on a :

$$\sigma(z) = cte = \sigma_a \Rightarrow \int_0^{\infty} f(z, t, \sigma_a(t)) dz = 1. \quad (2.1.11)$$

Le noyau de Fréchet décrit la zone éclairée par le sondage en fonction du temps. Dans la figure 2.1.1a, on peut voir que plus le temps augmente plus la zone éclairée s'agrandit vers les profondeurs.

1.1.2 Problème inverse 1D

On considère un sondage composé de N_d mesures. Chaque mesure en temps fournit une équation similaire à 2.1.2. Pour poser le problème inverse, il faut discrétiser le modèle de sous-sol. Pour un milieu tabulaire constitué de N_m couches, l'inversion 1D consiste à résoudre le système de N_d équations à N_m inconnues décrit par l'expression suivante :

$$\sigma_{a,i} = \sum_j \mathbf{F}_{i,j} \sigma_j \quad i = 1, N_d \quad j = 1, N_m, \quad (2.1.12)$$

1. INVERSION 1D

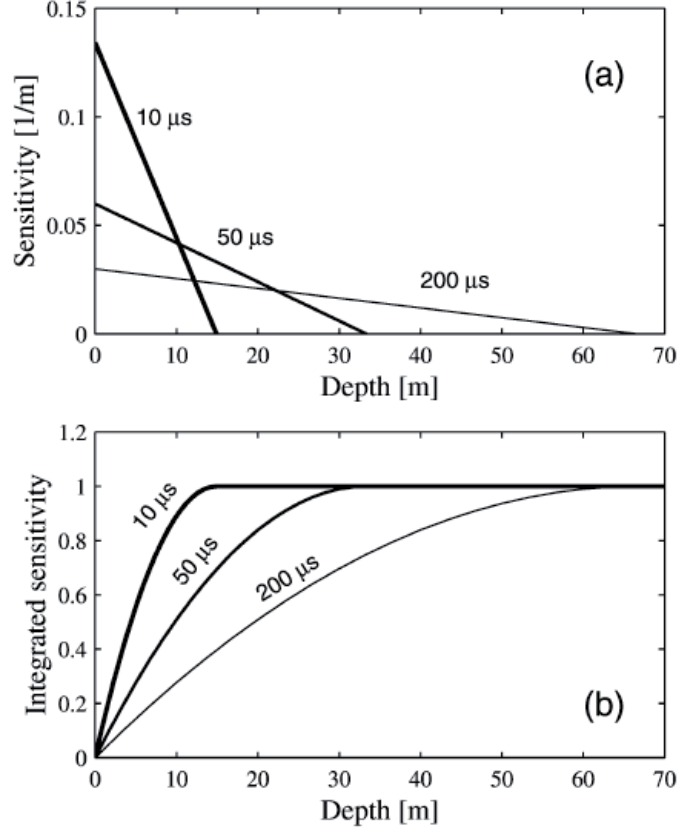


Figure 2.1.1: (a) Fonction de sensibilité (ou noyau de Fréchet) ABFM en fonction de la profondeur à différents temps pour un milieu de conductivité $\sigma = 0.1S/m$. (b) Sensibilité intégrée correspondante. Tiré de l'article Christensen (2002).

où $F_{ij} = \int_{z_j}^{z_{j+1}} f(z, t_i, \sigma_a(t_i)) dz = F(z_{j+1}, t_i, \sigma_a(t_i)) - F(z_j, t_i, \sigma_a(t_i))$ et F est une primitive de la fonction de sensibilité f :

$$F(z, t, \sigma_a(t)) = \begin{cases} \frac{z}{d}(2 - \frac{z}{d}) & \text{si } z \leq d \\ 1 & \text{si } z > d. \end{cases} \quad (2.1.13)$$

Lorsque l'on s'attaque à la résolution de ce système d'équations pour de véritables données, on se retrouve face à trois réalités :

- Les données TEM ont une incertitude liée au capteur qui a été utilisé pour effectuer les mesures.
- Le modèle tabulaire utilisé est très simpliste, il ne discrétise l'espace qu'en un nombre fini de couches seulement.
- La théorie utilisée est approximative et ne permet pas de décrire certains phénomènes, comme la diffraction des ondes par exemple, ou les phénomènes de polarisation liés

à une forte permittivité électrique.

Pour ces raisons, on se restreint à chercher la solution qui minimise l'écart entre les données observées et les données prédites. De surcroît, il existe bien souvent plusieurs minima. Cet effet augmente notamment quand on passe en 2D ou 3D car les modèles ont plus de degrés de liberté. Il est donc nécessaire de restreindre certaines de ces libertés ou "régulariser", en appliquant des contraintes sur la solution. Ainsi, le véritable problème 1D consiste à minimiser la relation suivante :

$$\Phi_{1D} = \sum_{i=1}^{Nd} e_i (\sigma_a - \mathbf{F}_{1D}\sigma)^2 + \lambda\varphi(\sigma), \quad (2.1.14)$$

où e_i est la pondération appliquée aux données et φ est la contrainte appliquée sur le résultat. Dans les deux prochaines sections, nous présentons deux approches algorithmiques différentes pour minimiser ϕ_{1D} . La première utilise un algorithme de recherche de minimum de type "méthode de Newton". Cette méthode a été implémenté par Mickael Behaegel lors de son post-doctorat à l'EOST. Notre premier travail a consisté en l'amélioration de son code nommé InvTEM.

La deuxième méthode utilise l'algèbre linéaire pour résoudre l'équation 2.1.14. Elle consiste à calculer l'inverse généralisé. Elle a été implémentée durant la première année de cette thèse et a fait l'objet de l'article publié dans la revue *Geophysical Prospecting* (Guillemot *et al.*, 2011).

1.2 Inversion non linéaire avec l'algorithme DQED

1.2.1 Première version du code InvTEM

Comme nous l'avons exposé dans le paragraphe précédent, la résolution du problème inverse repose sur la minimisation de la relation (2.1.14). Le code FORTRAN 90 "InvTEM" développé à l'EOST par Mickael Behaegel effectue cette opération. Il utilise un algorithme développé par Hanson (1986) qui est nommé DQED. Cette fonction est dédiée aux problèmes non-linéaires. Il est possible de contraindre les bornes de l'espace des modèles. Les informations nécessaires au fonctionnement de ce code sont un modèle initial, et les contraintes sur les coordonnées de l'espace des modèles. Le processus d'inversion s'effectue par itération en perturbant le modèle initial afin que celui-ci génère des données

1. INVERSION 1D

\mathbf{d}^m qui convergent vers les valeurs mesurées \mathbf{d}^d . Pour cela, le programme doit recalculer la réponse via une modélisation directe mais aussi les dérivées partielles propres à chaque paramètre de modèle (matrice Jacobienne). Pour limiter le temps de calcul, InvTEM utilise une méthode *table look-up* qui consiste à chercher la solution dans une banque de réponses et de jacobiens préalablement calculés et stockés dans une table. Les réponses H_z^m sont calculées à partir des paramètres d'acquisition pour un grand nombre de conductivités apparentes. La relation pour calculer H_z^m est donnée par :

$$H_z^m(\omega, \rho, z) = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty \frac{e^{-u_0 h}}{u_0} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) \lambda^2 J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \quad (2.1.15)$$

Où u_0 est un nombre d'onde à valeur complexe associé à la propagation de l'onde dans le vide et r_{TE} qui est caractéristique de la conductivité du milieu. I , a et ρ sont des paramètres de configuration du dispositif de mesure (figure 2.1.2). Il en va de même pour la valeur des jacobiens qui est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_j} H_i = \frac{\partial}{\partial \sigma_a} H_{demi-espace}(t_i, \sigma_a(t_i)) \times \frac{\partial \sigma_a(t_i)}{\partial \sigma_j}. \quad (2.1.16)$$

Le premier terme $\frac{\partial}{\partial \sigma_a} H_{demi-espace}(t_i, \sigma_a(t_i))$ est calculé numériquement en différenciant l'abaque des réponses du demi-espace (1.2.59) par rapport à la conductivité du milieu. Le second terme est la dérivée de la conductivité apparente par rapport à la conductivité de la couche j . En utilisant la relation 2.1.12, on comprend que cette dérivée correspond au noyau de Fréchet de notre problème inverse :

$$\frac{\partial \sigma_a(t_i)}{\partial \sigma_j} = F_{ij}. \quad (2.1.17)$$

Régularisation

Le nombre de couches et l'épaisseur de chacune d'elles sont fixés. Les paramètres de l'inversion sont les conductivités des différentes couches. Lorsque l'on inverse des données le long d'un profil, on cherche à ce qu'il y ait une certaine "continuité" de la conductivité le long de la même couche et plus particulièrement dans les terrains sédimentaires. Ceci permet de régulariser l'ensemble des inversions 1D réalisées le long d'un profil. Pour assurer cette régularisation, nous avons choisi d'utiliser, pour l'inversion de chaque sondage,

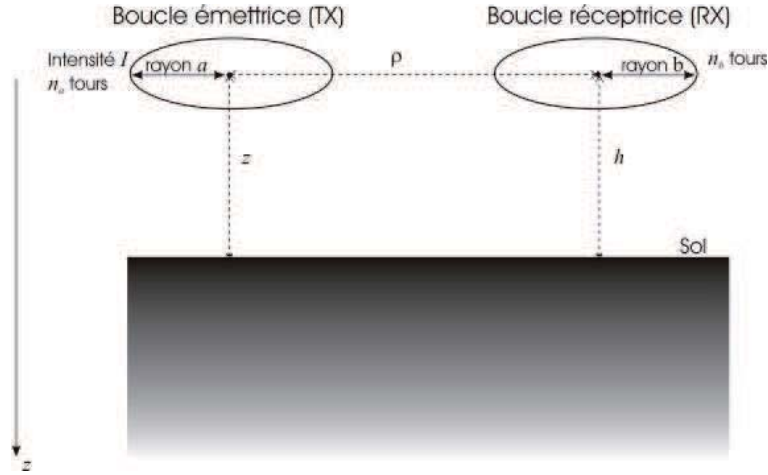


Figure 2.1.2: Configuration TDEM générale. La boucle émettrice de rayon a et composée de n_e tours de spires est située à l'altitude z et à une distance ρ de la boucle réceptrice de rayon b composée de n_b tours de spires située à l'altitude h (Behaegel, 2007).

une solution de départ égale au modèle de conductivité obtenu avec le sondage précédent. De même, on peut fixer les valeurs des limites supérieures et inférieures à ne pas dépasser (e.g. +/- 25% des valeurs obtenues lors de l'inversion précédente). La fonction coût est composée de deux termes : un terme qui correspond à la minimisation des données à proprement parler, et un second terme correspondant à la solution trouvée précédemment. Un dernier moyen de "régulariser" le profil consiste à pondérer les deux termes différemment (par exemple 0,7 pour le premier et 0,3 pour le second), ce qui permet de donner plus ou moins d'influence au résultat de l'inversion du sondage précédent. La fonction coût est donnée par :

$$\Phi = \frac{\psi_1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} |\log(\sigma_a^d) - \log(\sigma_a^m)| + \frac{\psi_2}{N_m} \sum_{j=1}^{N_m} |\log(\sigma_{0,j}) - \log(\sigma_j)|, \quad (2.1.18)$$

σ_a^d est la conductivité apparente mesurée, $\sigma_a^m = F(\sigma)$ est la conductivité apparente modélisée, σ est la conductivité réelle recherchée et $\sigma_{0,j}$ est un modèle de référence. ψ_1 et ψ_2 sont les poids de l'ajustement des données et de la régularisation respectivement. Afin d'obtenir l'erreur moyenne sur chaque temps de mesure, nous avons divisé ces poids par le nombre de données N_d . Enfin nous avons choisi une norme $L1$ pour obtenir de manière simple des solutions robustes et des valeurs positives de conductivité électrique.

Sensibilité

Il est possible d'évaluer la sensibilité des résultats obtenus. Ainsi, pour chaque inversion 1D, nous faisons varier la conductivité d'un bloc jusqu'à ce que celle-ci implique une variation de plus de 1% de la valeur de la fonction objective. La sensibilité du bloc correspond alors au pourcentage de variation de la conductivité.

Topographie

Pour tenir compte de la topographie, la première version d'InvTEM procède comme la plupart des programmes d'inversion à un "décalage" vertical des données en fonction de la topographie.

1.2.2 Modifications effectuées sur InvTEM

Interpolation des "tables look up"

Les tables utilisées par InvTEM sont calculées pour 71 échantillons de conductivité allant de 10^{-5} à $10^2 S/m$. La fonction d'interpolation utilisée est basée sur la méthode des splines cubiques. Les fichiers résultants ont une taille d'environ 40Ko. À cela, on peut trouver deux points négatifs :

- Les tables ne contiennent que 71 échantillons pour décrire un espace comprenant 7 ordres de grandeurs.
- La méthode d'interpolation "splines cubiques" est très coûteuse en temps.

Dans un premier temps, nous avons testé pour différentes méthodes d'interpolation, leur temps de calcul et leur influence sur les résultats. Afin de comparer les résultats avec ceux qui sont présentés dans le rapport de 2007, l'inversion a été testée sur la ligne L1500 du jeu de données d'Elliston. Les résultats sont montrés dans la figure 2.1.3. La méthode développée par Burkardt ne semble pas adaptée à notre problème, elle est plus longue et ne converge pas vers la solution attendue (cf les résultats de Mickael Behaegel présentés dans la figure (2.1.5)). Par contre, les deux autres méthodes ont des temps de calcul similaires. En réalité, bien qu'elle soit très bien optimisée, la fonction *dsplez* de la librairie IMSL est plus lente qu'une interpolation linéaire basique. On peut penser que les tables ne sont pas assez échantillonnées pour utiliser une interpolation linéaire. Nous avons effectué

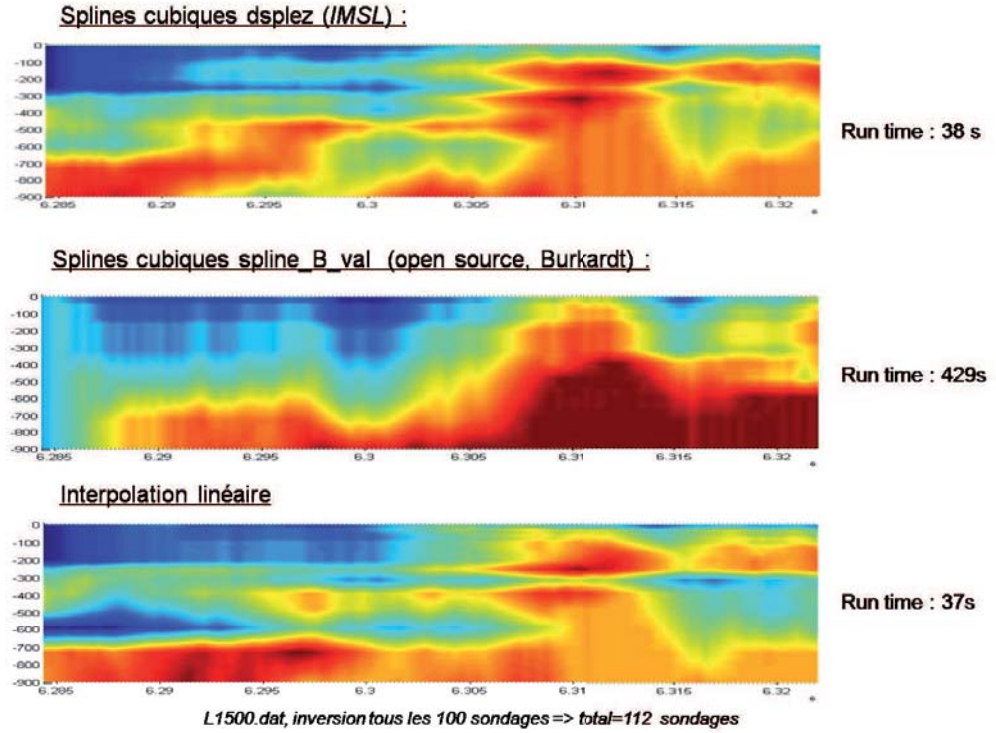


Figure 2.1.3: Comparaison des résultats et du temps de calcul pour trois types d'interpolation : (haut) Spline cubique dsplez de la librairie IMSL, (milieu) Spline cubique splineBval disponible en open source, (bas) Interpolation linéaire.

d'autres tests comparant les deux méthodes pour différents taux d'échantillonnage du modèle direct. À partir de 701 échantillons, les résultats utilisant l'interpolation linéaire sont similaires à ceux utilisant la méthode spline. On peut alors penser que le modèle est suffisamment échantillonné pour utiliser une méthode d'interpolation linéaire qui est plus rapide.

En conclusion, nous pouvons dire que les deux facteurs déterminant la qualité du modèle direct sont le taux d'échantillonnage et la méthode utilisée pour l'interpolation. Plus la qualité du modèle est bonne, plus l'inversion converge rapidement. Un bon échantillonnage permet l'utilisation d'un algorithme d'interpolation moins sophistiqué, donc plus rapide. Si on utilise 701 échantillons avec une interpolation linéaire, on obtient un bon compromis entre le temps de calcul et la qualité du résultat.

Caractéristiques du maillage

L'image finale obtenue par inversion est formée de blocs dans lesquels la conductivité a été calculée. En d'autres termes, chaque bloc correspond à une inconnue (sa conductivité) qu'il faut déterminer en résolvant le système d'équations relatif au problème. L'agencement de ces blocs est un facteur déterminant qui régit la façon dont les équations sont posées. Par exemple, on sait que le problème est de moins en moins déterminé au fur et à mesure que le nombre de blocs augmente. Cette propriété influe sur le comportement de l'inversion.

Dans la première version de InvTEM, le nombre de couches est fixé et peut prendre comme

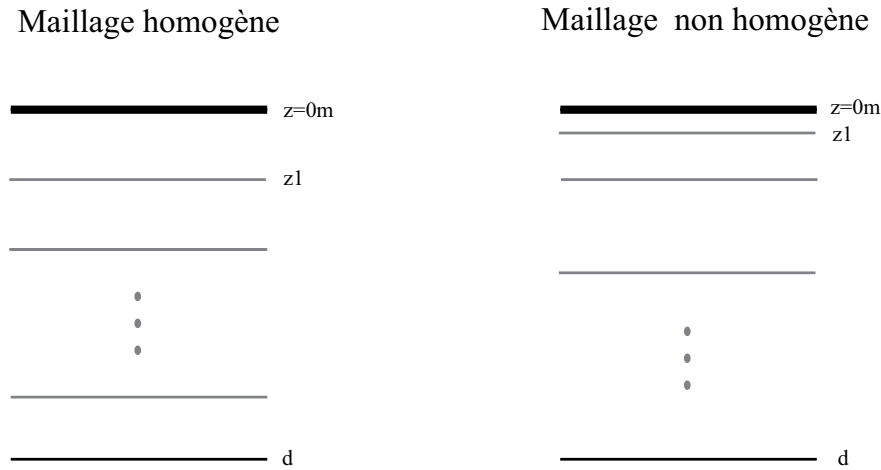


Figure 2.1.4: Schéma descriptif des différents agencements de couches pour l'inversion.

valeur maximale 20. Les interfaces sont également fixées de façon à ce que l'épaisseur des blocs augmente avec la profondeur. Ce dernier point est en accord avec le fait que la résolution de la méthode diminue avec la profondeur. Cependant, l'extension verticale de la zone analysée dépend de la conductivité du milieu. En effet, les profondeurs d'investigation peuvent varier d'un sondage à l'autre. On peut alors s'attendre à ce que la conductivité obtenue pour certains blocs, notamment les plus profonds, soit erronée car pas contraints par l'inversion (Normalement, la conductivité des blocs non illuminés reste égale à la valeur de départ donnée par le modèle initial). Pour palier à ce problème, la version initiale d'InvTEM propose d'effectuer une analyse de sensibilité "après coup" afin de localiser et supprimer les blocs défaillants. Un exemple d'application est montré dans

la figure 2.1.5.

Cependant, le calcul de la sensibilité est une opération assez coûteuse en temps. De plus, la présence de blocs "non contraints" ralentit la convergence de l'inversion. Nous avons alors ajouté à InvTEM une option qui permet de définir les blocs de façon à supprimer les zones non sondées avant même d'effectuer l'inversion. Pour cela, on calcule la pseudo-profondeur maximale d'investigation et on discrétise ensuite l'espace en N_c couches. On peut choisir une épaisseur des couches constante, on appellera cette configuration "maillage adaptatif homogène". On peut également faire augmenter l'épaisseur avec la profondeur, de telle sorte que la deuxième couches soit deux fois plus épaisse, la troisième trois fois plus épaisse, et ainsi de suite. Cette configuration a été suggérée par Siemon *et al.* (2009a); dans la suite de ce rapport nous l'appellerons "maillage adaptatif non homogène". Pour déterminer la profondeur des interfaces dans ce dernier type de maillage, on résout le système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & & & & \\ & -1 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & -1 & 1 & \\ & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & -1 & 1 \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_{N_c-1} \\ z_{N_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ 2z_1 \\ \vdots \\ iz_1 \\ \vdots \\ (N_c - 1)z_1 \\ d \end{bmatrix}, \quad (2.1.19)$$

où d est la pseudo-profondeur maximale d'investigation. Cette valeur est donnée par la relation 2.1.10. Pour inverser les données, on peut ainsi choisir différents types d'agencement des blocs. Les paramètres sont le nombre de couches N_c , la profondeur maximale d et le type de maillage (homogène ou non). Les résultats d'une inversion à 20 couches avec un maillage homogène adaptatif sont présentés dans la figure 2.1.6. Par comparaison avec la figure 2.1.5, on observe que le résultat global semble cohérent. On observe aussi que la zone supprimée lors de l'inversion avec analyse de la profondeur d'investigation correspond bien à la zone définie par analyse de sensibilité. En utilisant cette nouvelle méthode, le temps de traitement a été réduit de façon significative.

Gestion de l'information *a priori*

Dans le code InvTEM, l'information *a priori* est présente dans le modèle initial,

1. INVERSION 1D

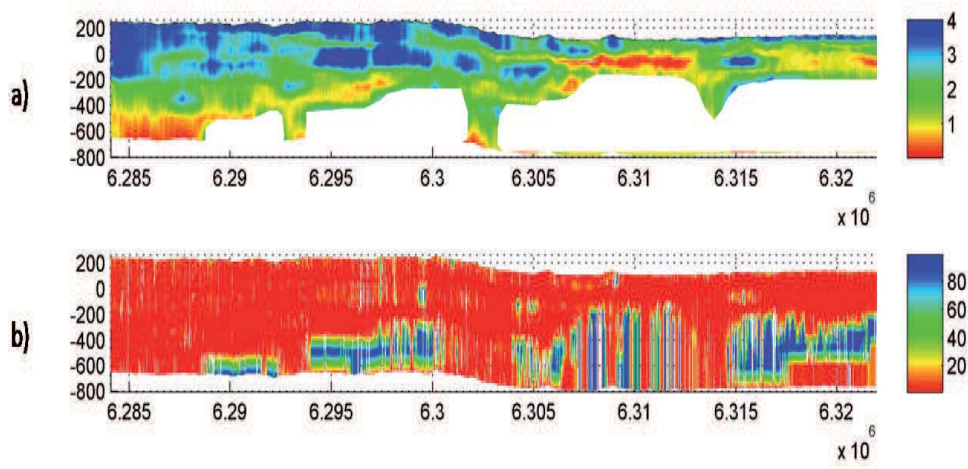


Figure 2.1.5: a) Inversion de la ligne L1500 du jeu de données d'Elliston obtenue avec *invTEM* où 1 point sur 10 a été inversé avec un modèle à 20 couches. Les résultats sont affichés en $\log(\rho)$. b) Sensibilité des résultats (en %). Tiré de Behaegel (2007).

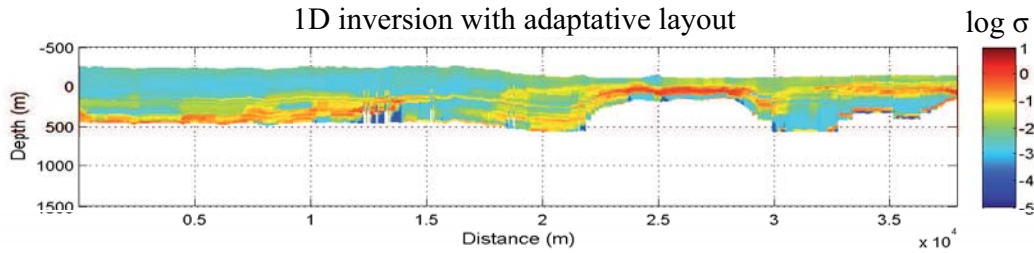


Figure 2.1.6: Inversion de la ligne L1500 du jeu de données d'Elliston obtenue avec *invTEM* où 1 point sur 20 a été inversé avec un modèle à 20 couches. Les résultats sont affichés en $\log(\sigma)$.

dans le deuxième terme de la fonction coût (2.1.18) et dans les bornes de l'espace des modèles. Dans la version de 2007, on pouvait choisir comme modèle initial une conductivité constante. Nous avons ajouté la possibilité d'utiliser un modèle qui varie avec la profondeur. Cette modification nous permet, entre autres, d'incorporer l'information issue du sondage précédent directement dans le modèle initial, ou d'utiliser un modèle de conductivité apparente en fonction de la profondeur comme suggéré par Siemon *et al.* (2009a).

1.2.3 Influence des paramètres d'inversion

Dans la section précédente, nous avons pu voir que l'inversion de données TDEM avec le programme InvTEM nécessite plusieurs réglages. En effet, on peut distinguer :

- Le type de maillage, l'agencement des profondeurs de couches.
- Le nombre de couches.
- Le modèle *a priori*.
- Les bornes de l'espace des modèles.

Dans cette partie, on se propose d'étudier l'influence de chacun de ces paramètres sur la qualité du résultat de l'inversion. Pour cela, nous avons choisi d'effectuer les tests sur des données synthétiques générées avec la méthode ABFM. L'utilisation de données artificielles nous permet de comparer notre image avec le modèle de départ (celui qui a généré les données). Le modèle utilisé est constitué d'une couche de conductivité $\sigma_c = 0.01 S/m$ placée dans un encaissant plus résistant ($\sigma_e = 0.001$). Le champ dH_z/dt a été calculé pour une acquisition de type VTEM avec une boucle émettrice de $13m$ de rayon placée à une altitude de $36m$. Les paramètres d'acquisition et de traitement sont détaillées en annexe B. Le modèle de conductivité en fonction de la profondeur ainsi que les données calculées par ABFM sont donnés dans la figure 2.1.7. Pour une analyse plus quantitative,

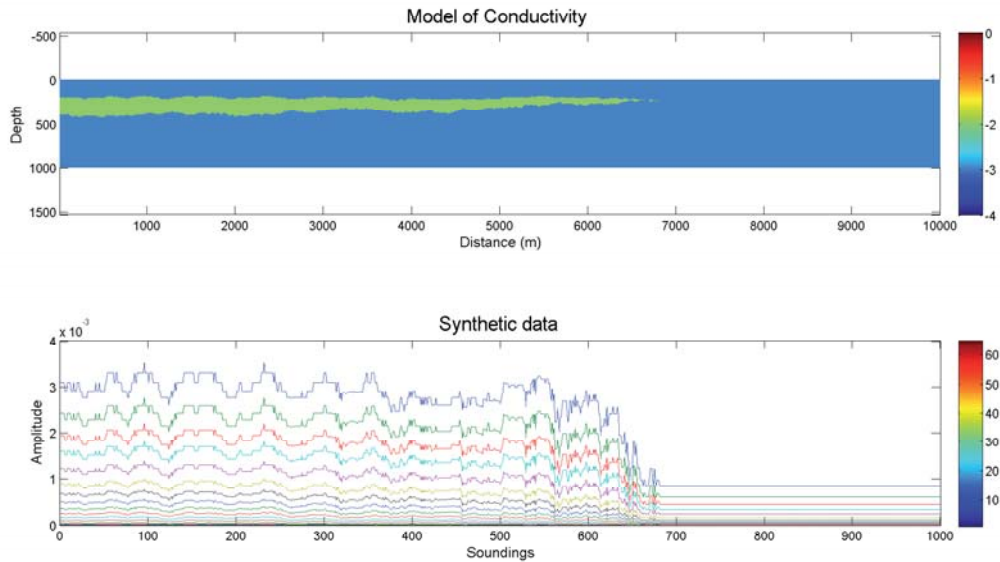


Figure 2.1.7: *Modèle de conductivité du sous-sol et données synthétiques associées.*

1. INVERSION 1D

nous calculons la moyenne de l'erreur à chaque temps pour chaque sondage :

$$\Phi = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} \frac{|\log \sigma_{a,i}^m - \log \sigma_{a,i}^d|}{|\log \sigma_{a,i}^d|}. \quad (2.1.20)$$

Effet du type de maillage

Le type de maillage peut jouer un rôle dans la qualité de l'inversion. Nous avons testé les quatre possibilités décrites dans le paragraphe précédent sur les données synthétiques. L'inversion a été effectuée avec 20 couches en prenant le résultat précédent σ_{s-1} comme modèle de départ. Les bornes sur l'espace des modèles correspondent à une modification maximale de 50%.

Le premier graphique de la figure 2.1.8 est l'image résultante de l'inversion avec des couches d'épaisseur constantes et une profondeur maximum fixée à 900m. Si on compare cette image avec le modèle de conductivité présenté dans le dernier graphique, on peut voir que la profondeur et l'épaisseur de la couche conductrice sont bien déterminées. Par contre, la conductivité électrique est légèrement surestimée dans l'encaissant au-dessus de la couche et dans la couche même. On note également une bande conductrice qui ne devrait pas être présente après $x = 7000m$. Cet artefact est dû à l'influence de l'information *a priori* qui est basée sur le sondage précédent. Dans le deuxième graphique, on montre l'image constituée de blocs homogènes avec une profondeur maximum variable qui dépend de la conductivité apparente. On peut voir que la conductivité électrique est mieux estimée que dans le premier cas. Cependant, la première interface est moins nette. On distingue un deuxième artefact dans les blocs profonds à partir de $x = 3000m$.

Les troisième et quatrième graphiques montrent les résultats en prenant des blocs de tailles augmentant avec la profondeur suivant la loi (2.1.19). Dans le cas où la profondeur maximale est constante, la conductivité et la géométrie des structures sont relativement bien déterminées. On peut tout de même noter que la conductivité est surestimée dans la zone au-dessus de la couche conductrice. Dans le cas du maillage adaptatif, la conductivité de cette zone est mieux déterminée. On pourrait même distinguer des variations horizontales plus fines au niveau des interfaces. Par contre, la profondeur globale de la couche semble sous-estimée.

1.2 Inversion non linéaire avec l'algorithme DQED

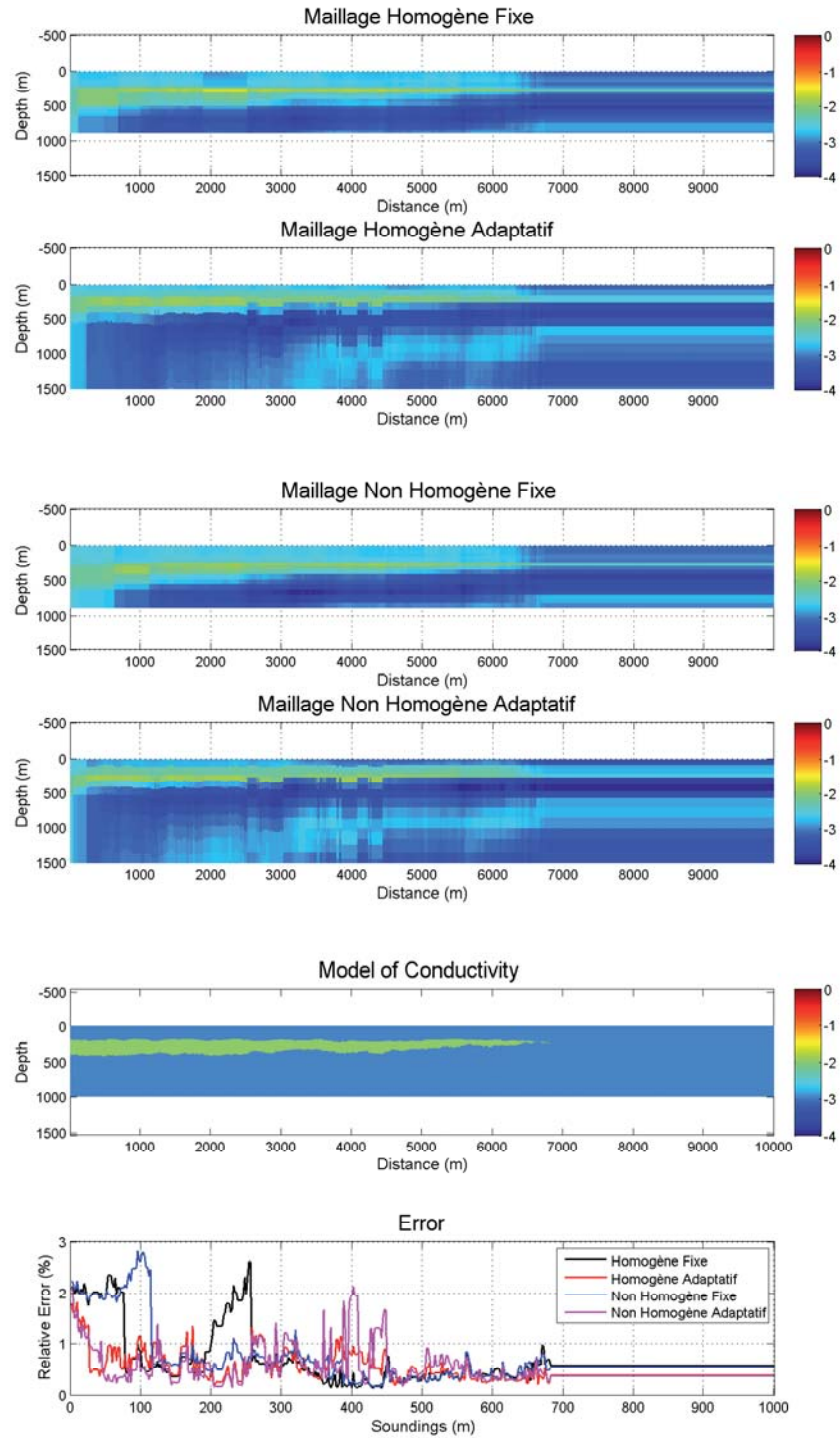


Figure 2.1.8: Influence du type de maillage sur la qualité du résultat.

1. INVERSION 1D

Il est difficile, après cette analyse qualitative, de conclure sur un type de maillage meilleur qu'un autre. Si on regarde de façon plus quantitative, c'est-à-dire en étudiant l'erreur (graphique du bas), on peut voir que c'est le maillage homogène adaptatif qui ajuste le mieux les données. C'est donc cet agencement qui sera utilisé pour la suite.

Influence du nombre de couches

Le nombre de couches correspond au nombre de paramètres à inverser pour chaque sondage. Ainsi, on doit savoir que plus le nombre de couches est grand, moins le problème est déterminé et plus lente sera la convergence de l'inversion. Dans une logique de production, il est donc important de trouver le nombre de couches optimal en termes de qualité et de temps de calcul. Dans la figure 2.1.9, on montre les résultats d'inversion pour un nombre de couches croissant : $N_c = 5, 10, 20$ et 50 .

Les inversions à 5 et 10 couches ne semblent pas être appropriées à ce cas d'étude. En effet, même si l'erreur est faible, on a du mal à reproduire la géométrie réelle du milieu. Les inversions à 20 et 50 couches rendent mieux compte des structures, même si la conductivité de la couche conductrice est surestimée. Si on regarde globalement les images et l'erreur associée dans le graphique du bas, on s'aperçoit que plus le nombre de couches est grand, meilleur est le résultat. Cependant, l'inversion à 50 couches reste deux à trois fois plus coûteuse en temps que l'inversion à 20 couches.

Pour le cas étudié, c'est l'inversion à 20 couches qui est la plus rentable, car elle fournit rapidement une image avec une résolution verticale raisonnable.

Choix du modèle *a priori*

Le modèle de départ de l'algorithme de minimisation est déterminant. Les effets de ce dernier sont d'autant plus importants que le nombre de couches augmente. En effet, plus le nombre de paramètres à déterminer augmente, plus le nombre de possibilités est grand, et par conséquent, les problèmes de non-unicité de la solution apparaissent. L'algorithme permet donc la convergence vers la solution qui remplit le critère de minimisation et qui est la plus proche du modèle initial. On entend par "proche" le fait que la norme du vecteur joignant le modèle initial et le modèle imagé ne doit pas être trop grande. Pour définir un

1.2 Inversion non linéaire avec l'algorithme DQED

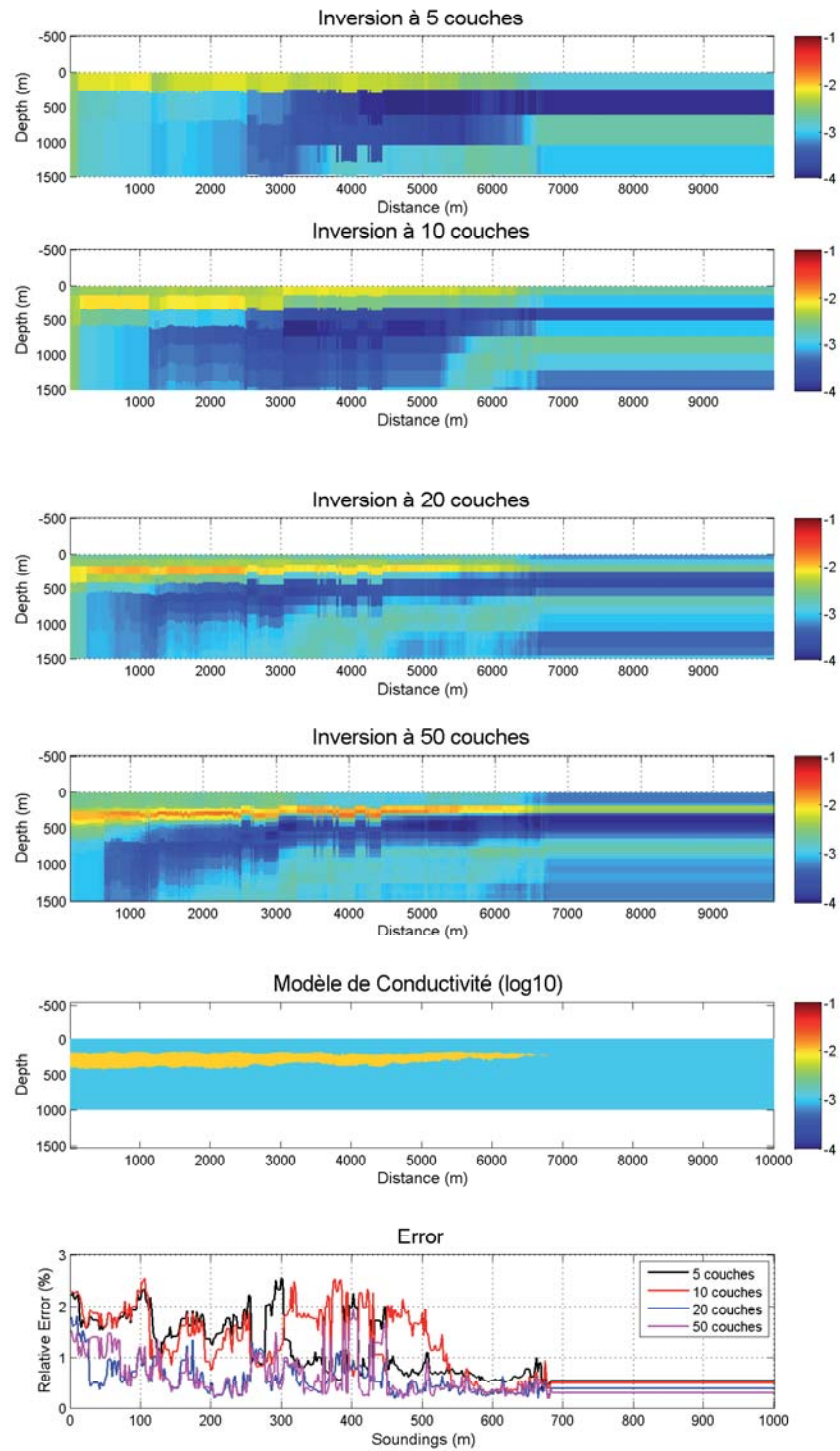


Figure 2.1.9: Influence du nombre de couches dans l'inversion pour un agencement des couches adaptatif homogène

1. INVERSION 1D

bon modèle de départ, on possède plusieurs types d'information *a priori*. On peut utiliser une valeur constante si on connaît la conductivité moyenne de la région. En général, on choisit une valeur assez basse ($\sigma = 10^{-3}$ ou $10^{-4} S/m$), d'une part car l'encaissant est souvent plus résistant que la cible, et d'autre part car l'inversion converge mieux pour les conductivités croissantes (Christensen, 2002). On peut également utiliser l'information issue des données en convertissant la courbe de σ_a *versus* temps en σ^* *versus* profondeur à l'aide de la relation (2.1.10). Une autre méthode est d'utiliser le résultat du sondage précédent. Cette technique est acceptable si la variabilité des données d'un sondage à l'autre est faible. Compte tenu de l'empreinte latérale de la méthode TDEM, qui est de l'ordre de 50-100m (Reid *et al.*, 2001), cette approximation est bonne pour les acquisitions AEM car elles sont sur-échantillonnées (un sondage tous les 3-5m), ou si le sous-sol étudié ne présente pas trop de variabilité latérale.

Nous avons testé ces trois méthodes sur le jeu de données synthétiques en prenant un maillage homogène adaptatif. Les images présentées dans la figure (2.1.10) montrent que c'est lorsque l'on utilise le résultat du sondage précédent que la couche conductrice est la mieux reproduite. Cette observation est corroborée dans l'analyse de l'erreur. Par contre, pour les mêmes raisons que dans le paragraphe précédent, l'artefact provoqué par la couche subsiste dans la partie où le milieu est homogène. Cette observation se retrouve également dans l'analyse d'erreur. Comme attendu, cet artefact disparaît si on utilise un modèle initial fixe, ou bien la courbe de conductivité apparente. La première méthode consiste à effectuer l'inversion dans le sens inverse 2.1.11. La deuxième est l'utilisation du modèle de conductivité apparente comme modèle *a priori*. L'utilisation d'un modèle constant fonctionne également, on le voit dans le premier graphique, mais à condition de connaître la conductivité réelle de l'encaissant. En effet, si on utilise une conductivité différente, l'algorithme ne converge pas vers la bonne valeur (voir deuxième graphe).

Si on règle le problème de l'artefact "post-structure", c'est le modèle du sondage précédent qui semble être le plus efficace. Nous avons noté que le choix du modèle initial pour le premier sondage pouvait avoir des conséquences non négligeables. Cette opération constitue une sorte de "graine" du processus d'inversion. Elle peut trouver une solution avantageuse lorsque l'on possède des données de forage utilisées pour le modèle initial.

1.2 Inversion non linéaire avec l'algorithme DQED

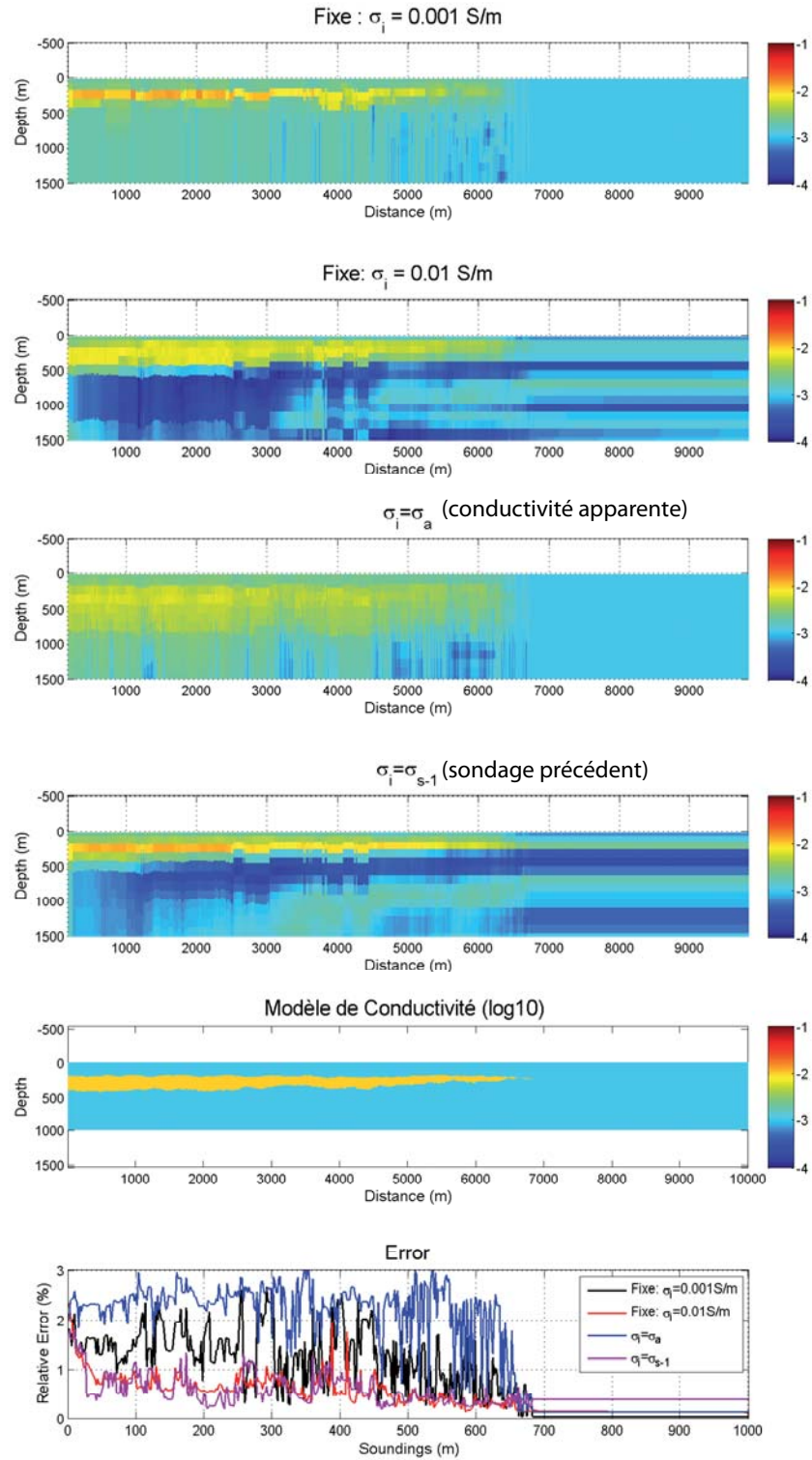


Figure 2.1.10: Influence du modèle initial fourni à l'algorithme d'inversion pour un maillage adaptatif homogène de 20 couches.

1. INVERSION 1D

Choix des bornes sur l'espace des modèles

On sait que les conductivités électriques trouvées dans le sous-sol varient de 10^{-5}S/m à 10^2S/m . Il n'est donc pas utile d'explorer un domaine de l'espace des modèles plus large. La définition des bornes de l'espace des modèles limite, ou plutôt, oriente l'algorithme de façon à ce qu'il ne converge pas vers des solutions irréalistes. De plus, on sait que la variabilité spatiale des données est faible. Dans certains cas où le pas d'échantillonnage dx est largement plus petit que l'empreinte de la méthode, il est absurde de prévoir un changement de conductivité supérieur à 50%. On peut alors utiliser ces bornes pour contraindre l'inversion en partant du résultat précédent. Pour la première version de InvTEM, cette limite était modifiable, nous avons suggéré une valeur de 25%. Nous avons

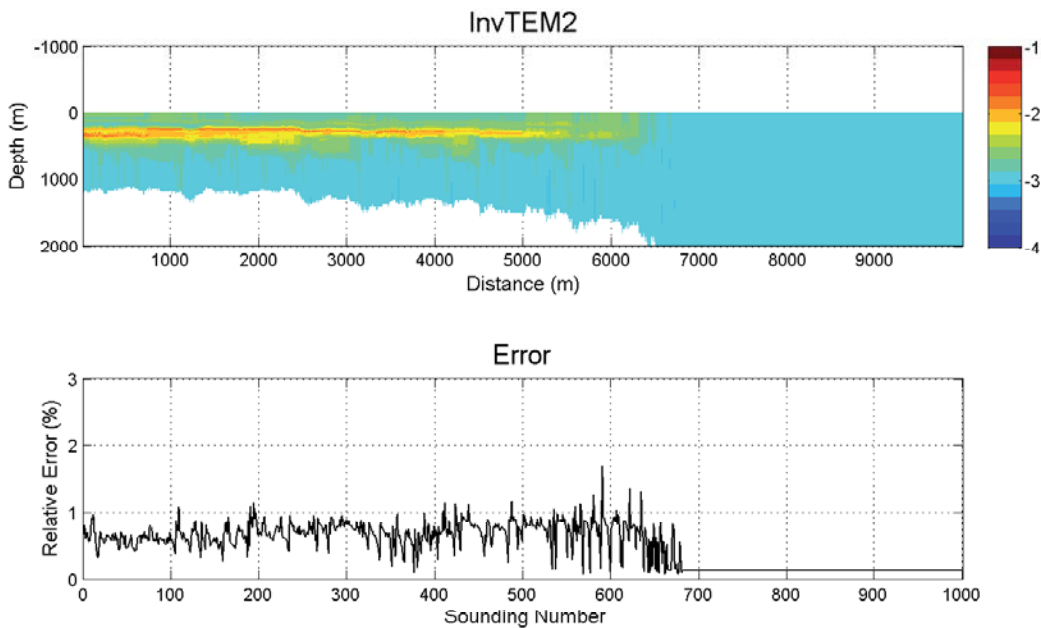


Figure 2.1.11: *Inversion des données synthétiques dans le sens opposé avec un modèle a priori de 0.001S/m . L'artefact post-structure a disparu*

testé les bornes de l'espace des modèles. Les résultats sont présentés dans la figure (2.1.12). En regardant les images, on ne peut pas noter de différence majeure, à part au début du profil. Dans l'analyse d'erreur, on remarque que les bornes aident l'algorithme à converger rapidement (en terme de nombre de sondages) vers une erreur faible. Ce comportement

semble changer lorsque l'espace devient trop étroit, c'est le cas du dernier test pour des bornes fixées à 20%.

1. INVERSION 1D

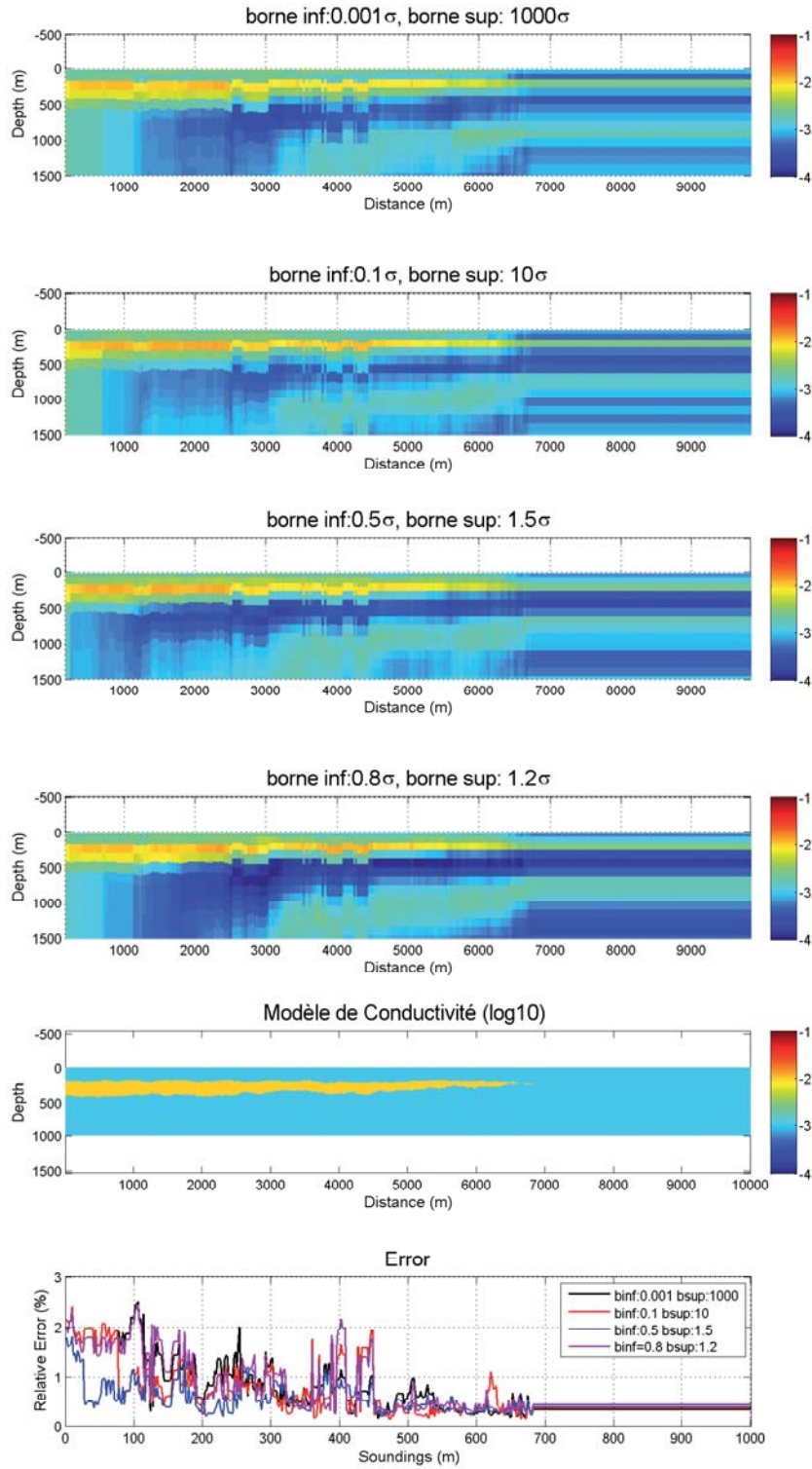


Figure 2.1.12: Influence des bornes de l'espace des modèles fournies à l'algorithme d'inversion pour un maillage adaptatif homogène de 20 couches et un milieu initial égale au résultat du sondage précédent.

Effet du sens de marche de l'inversion

Dans les résultats précédents, nous avons mis en évidence un artefact "post-structure". Dans le cas de notre modèle de biseau conducteur, c'est la couche conductrice qui perturbe l'inversion dans la zone homogène de par sa présence dans le modèle initial. Pour détecter et résoudre ce problème, nous avons testé l'inversion en parcourant le profil dans le sens opposé (de droite à gauche plutôt que de gauche à droite dans la figure 2.1.11). L'image obtenue en prenant comme modèle *a priori* $\sigma_1 = 0.01S/m$ est donnée dans la figure 2.1.11. On peut voir que cette opération a supprimé l'artefact post-structure. L'erreur obtenue dans le milieu homogène a été réduite de façon significative. Pour un jeu de données réelles, on devrait systématiquement inverser dans les deux sens et choisir le résultat qui possède l'erreur la plus faible. Ainsi, l'artefact post-structure devrait disparaître.

1.2.4 Conclusion

Il n'a pas été mis en évidence un type de maillage franchement meilleur que les autres. Pour caractériser convenablement les structures, nous nous sommes aperçus qu'il est nécessaire que les interfaces de blocs correspondent avec les interfaces réelles. Il existe déjà des méthodes 1D électriques (Auken *et al.*, 2005), où la profondeur des blocs est inversée conjointement avec la conductivité. Cette méthode a déjà été appliquée au TDEM dans le cadre d'une inversion conjointe avec des sondages électriques verticaux (CVES) (Christiansen *et al.*, 2007). Cependant, il faut avoir une bonne connaissance du milieu étudié, et notamment le nombre de couches qui est un paramètre nécessaire à cette méthode. Le développement d'un maillage qui s'adapte à la structure du modèle de façon autonome devrait apporter une réelle amélioration dans la qualité du résultat. Ceci était l'objectif du premier volet de la collaboration de recherche CNRS-AREVA et de cette thèse, nous avons maintenant tous les outils pour concevoir le processus multi-échelle appliqué au TDEM.

L'autre facteur déterminant dans l'inversion est l'information *a priori*, notamment la définition du modèle initial. Le choix d'utiliser la conductivité apparente a été suggéré par Siemon *et al.* (2009a) dans le cadre d'une prospection en EM fréquentiel. Le test effectué sur nos données synthétiques montre que ce choix est approprié pour imager les

zones homogènes, mais qu’il s’avère moins efficace pour imager la couche conductrice de notre modèle artificiel. À l’inverse, le choix d’utiliser le résultat du sondage précédent semble plus efficace pour imager la couche, mais s’avère moins bon dans le cas d’une zone homogène. Grâce à ces tests, nous prenons bien conscience que la fonction objective présente plusieurs minima et que la solution obtenue dépend du point de départ dans l’espace des modèles, c’est-à-dire le modèle a priori.

L’algorithme DQED est assez lent. De plus, il nécessite beaucoup de paramétrages car il a été conçu pour résoudre des problèmes non linéaires. En ce qui nous concerne, le problème inverse TEM 1D a été linéarisé. Dans l’optique de diminuer le temps de calcul et d’alléger le paramétrage de l’inversion, nous avons développé nos propres codes d’inversion en utilisant les solutions fournies par l’algèbre linéaire. Ceci est l’objet de la prochaine section.

1.3 Développement d’algorithmes d’inversion rapide

Pour obtenir une solution du système d’équations 2.1.12, on peut utiliser les inverses généralisées fournies par l’algèbre linéaire. L’algèbre linéaire est défini dans un espace mathématique au sein duquel la distance entre deux points est définie par une norme \mathbb{L}^2 . Par conséquent, elle ne peut fournir qu’une solution de norme \mathbb{L}^2 (moindres carrés). Son principale avantage est que cette méthode est plus intuitive et surtout plus rapide qu’un algorithme de minimisation. Ainsi, notre problème directe peut s’écrire sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\sigma_{\mathbf{a}} = \mathbf{F}\sigma. \quad (2.1.21)$$

Pour déterminer le vecteur solution σ , il faut alors calculer l’inverse de la matrice de configuration \mathbf{F} . Comme dans la plupart des cas, cette matrice n’est pas carrée, il faut utiliser une décomposition de type SVD ou QR. Ceci est l’objet de la sous-section qui suit. Une autre méthode consiste à trouver le minimum entre les deux termes de cette dernière équation (2.1.21) en faisant la dérivée de leur différence par rapport au modèle, et en l’égalant à zéro :

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} [(\sigma_{\mathbf{a}} - \mathbf{F}\sigma)^2] = 0. \quad (2.1.22)$$

Ceci est l’objet de la deuxième sous-section.

1.3.1 Inverse généralisée SVD avec maillage adaptatif

Dans cette partie, on se propose d'étudier les caractéristiques du problème au sens des méthodes inverses. Nous disposons de N_t mesures pour déterminer la conductivité électrique de N_l couches. Comme nous l'avons vu précédemment, la théorie ABFM permet de linéariser la relation entre les mesures et le modèle de conductivité en profondeur. Le système d'équations à résoudre peut ainsi s'écrire en fonction du vecteur "données" $\sigma_{a,i}$ de dimension N_t , du vecteur "modèle" σ_j de dimension N_l et de la matrice de configuration F de dimension $N_t \times N_l$.

$$\begin{pmatrix} \sigma_a(t_1) \\ \vdots \\ \sigma_a(t_i) \\ \vdots \\ \sigma_a(t_{N_t}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & \cdot & F_{1N_l} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdot & F_{ij} & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{N_t 1} & \cdot & F_{N_t N_l} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_j \\ \vdots \\ \sigma_{N_l} \end{pmatrix}. \quad (2.1.23)$$

Dans la suite de cet exposé, cette relation sera exprimée de manière plus concise telle que :

$$\sigma_{\mathbf{a}} = \mathbf{F} \cdot \sigma. \quad (2.1.24)$$

Décomposition de Lanczos

Si la matrice \mathbf{F} était carrée et non singulière, la solution serait donnée simplement par :

$$\sigma = \mathbf{F}^{-1} \cdot \sigma_{\mathbf{a}} \text{ avec } \mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{F})} \cdot \text{com}(\mathbf{F})^T, \quad (2.1.25)$$

où *com* désigne la comatrice. Dans notre cas, on ne peut pas appliquer cette méthode car la matrice du problème n'est pas carrée. On utilise alors la décomposition en valeurs singulières (SVD) pour calculer l'inverse généralisée, ou "pseudo-inverse", de la matrice \mathbf{F} . D'après Lanczos (1961), la matrice rectangulaire \mathbf{F} de dimension $N_t \times N_l$ peut s'écrire comme le produit de trois matrices :

$$F = U \Lambda V^T, \quad (2.1.26)$$

1. INVERSION 1D

où U est une matrice $N_t \times N_t$ regroupant colonne par colonne les vecteurs propres (ou axes principaux) de l'espace des données, V^T est une matrice $N_l \times N_l$ regroupant ligne par ligne les vecteurs propres de l'espace des modèles et Λ est une matrice diagonale regroupant les valeurs propres associées. Si on distingue le sous-espace engendré par les valeurs propres non-nulles λ_p du sous-espace résiduel qui est engendré par les valeurs propres nulles, on peut écrire la relation précédente comme il vient :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} U_p & U_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_p \\ V_0 \end{pmatrix}. \quad (2.1.27)$$

Ainsi, la matrice F peut s'écrire dans le sous espace engendré par les valeurs propres non nulles :

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}_p \Lambda_p \mathbf{V}_p^T. \quad (2.1.28)$$

La matrice Λ_p étant carrée, on peut alors exprimer l'inverse généralisée de la matrice \mathbf{F} :

$$\mathbf{F}_g^{-1} = \mathbf{V}_p \Lambda_p^{-1} \mathbf{U}_p^T. \quad (2.1.29)$$

\mathbf{U}_0 et \mathbf{V}_0 peuvent être interprétés comme des taches sombres non éclairées par l'opérateur F .

Évaluation de l'inversion

La première chose à regarder dans une décomposition en valeurs singulières est le nombre p de valeurs propres non-nulles. Si on compare ce nombre aux dimensions de l'espace des mesures et des modèles, on distingue quatre cas de figure :

- $N_t = N_l = p$, le système est "bien déterminé" selon Lanczos, ou "bien posé" selon Hadamard.
- $p = N_l < N_t$, le système est sur-déterminé, il y a plus d'information qu'il est nécessaire.
- $p = N_t < N_l$, le système est sous-déterminé, il y a plus d'inconnues que de données.
- $p < N_l$ et $p < N_t$, le système est sur et sous-déterminé, c'est un système sous-déterminé et certaines équations sont redondantes.

Le degré d'éclaircissement du problème peut être apprécié en calculant les matrices de résolution et d'information, données respectivement par $R = V_p V_p^T$ et par $Inf = U_p U_p^T$. La matrice de résolution informe de l'unicité dans la détermination de chaque paramètre.

1.3 Développement d'algorithmes d'inversion rapide

La matrice d'information montre le degré d'information fourni par chaque donnée. Si on connaît l'erreur sur les données (en général c'est l'erreur due à l'instrumentation), on peut calculer la matrice de covariance du modèle, qui est donnée par :

$$\mathbf{Cm} = \mathbf{F}_g^{-1} \mathbf{C}_d (\mathbf{F}_g^T)^{-1}, \quad (2.1.30)$$

où C_d est une matrice diagonale constituée de l'erreur sur chaque mesure. Suivant comment le problème est posé, une petite erreur sur les données peut engendrer une solution très différente. Dans ce cas, on dit que le problème est mal conditionné. Cette caractéristique peut être mesurée en calculant le conditionnement $Cond$ de la matrice à inverser, qui se définit comme le rapport de la plus grande valeur propre sur la plus petite :

$$Cond(F) = \frac{Max(\lambda_p)}{Min(\lambda_p)}. \quad (2.1.31)$$

Il est admis que plus le conditionnement est grand, plus l'erreur sur les données aura des conséquences sur les solutions. Il faut souvent preconditionner le système en multipliant le système d'équations par une matrice M de façon à diminuer le conditionnement.

Application sur des données TDEM synthétiques "parfaites"

Dans cette partie, on se propose d'utiliser les différents outils d'analyse du problème pour caractériser l'inversion effectuée sur des données synthétiques 1D. Ce jeu de données a été généré par un modèle tabulaire représentant une couche conductrice de $\sigma_c = 0.01S/m$ dans un encaissant de $\sigma_e = 0.001S/m$ (figure 2.1.13). Dans l'idéal, nous n'avons pas besoin de modèle particulier pour étudier les caractéristiques mathématiques du noyau. Dans notre cas, le noyau F_{ij} dépend des données σ_a , le problème est linéarisé ligne par ligne en fonction de $\sigma_{a,i}$, et par conséquent, la relation 2.1.23 devrait plutôt s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_a(t_1) \\ \vdots \\ \sigma_a(t_i) \\ \vdots \\ \sigma_a(t_{N_t}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11}(\sigma_a(t_1)) & \cdot & F_{1N_t}(\sigma_a(t_1)) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdot & F_{ij}(\sigma_a(t_i)) & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{N_t1}(\sigma_a(t_{N_t})) & \cdot & F_{N_tN_t}(\sigma_a(t_{N_t})) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_j \\ \vdots \\ \sigma_{N_t} \end{pmatrix}. \quad (2.1.32)$$

1. INVERSION 1D

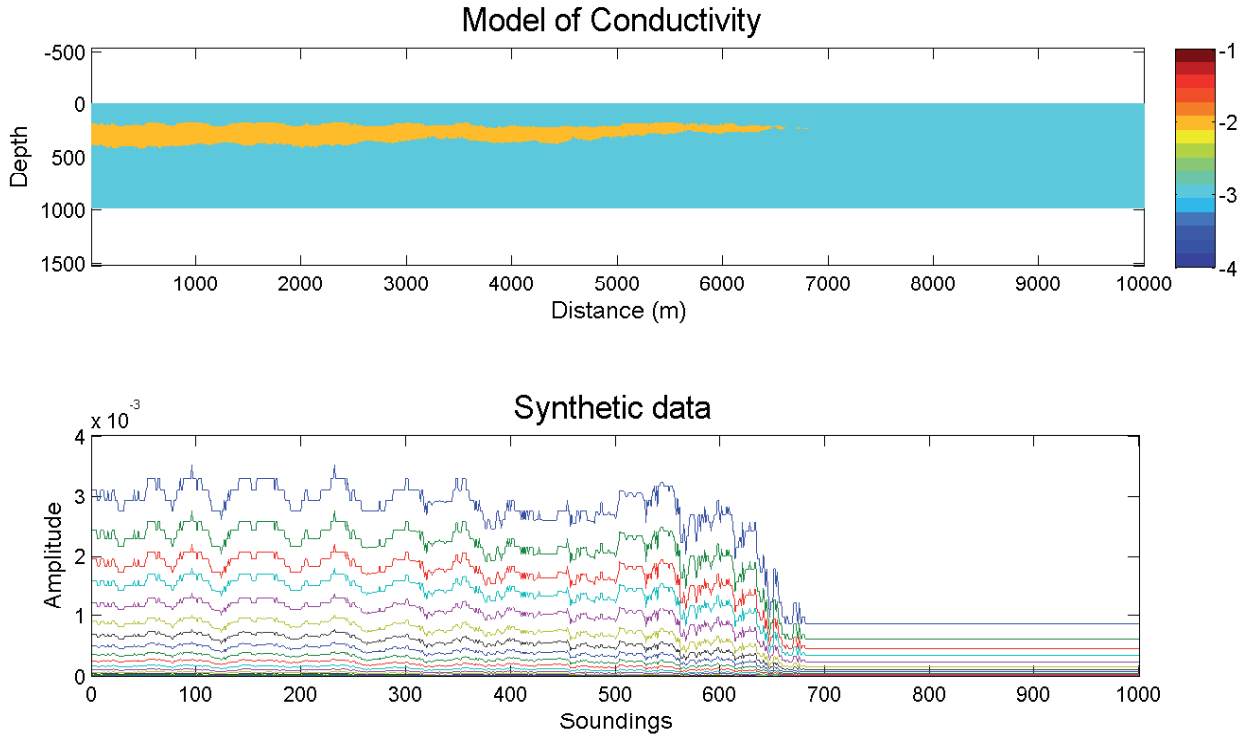


Figure 2.1.13: Profil de sondages synthétiques 1D généré à partir d'un milieu tabulaire à trois couches. Même modèle que précédemment affiché avec la palette de couleur qui est utilisée dans la suite.

Par conséquent, tous les résultats qui suivent sont spécifiques au modèle de trois couches utilisé pour générer les données artificielles. Cet exemple va toutefois mettre en évidence certaines caractéristiques générales du problème qui sont importantes dans le choix de la méthode d'inversion pour l'application sur des données réelles.

Nombre de valeurs propres ou rang du noyau F

Si on prend les données du sondage $x = 2000\text{m}$ et que l'on calcule le nombre p de valeurs propres associées pour différents nombres de paramètres à inverser, on peut déterminer les zones, en terme de nombre de couches N_c , pour lesquelles le problème est sur, sous ou sur et sous-déterminé. La courbe du rang p de la matrice F en fonction du nombre de paramètres est donné dans la figure 2.1.14. On peut voir que pour $N_c < 10$, le rang

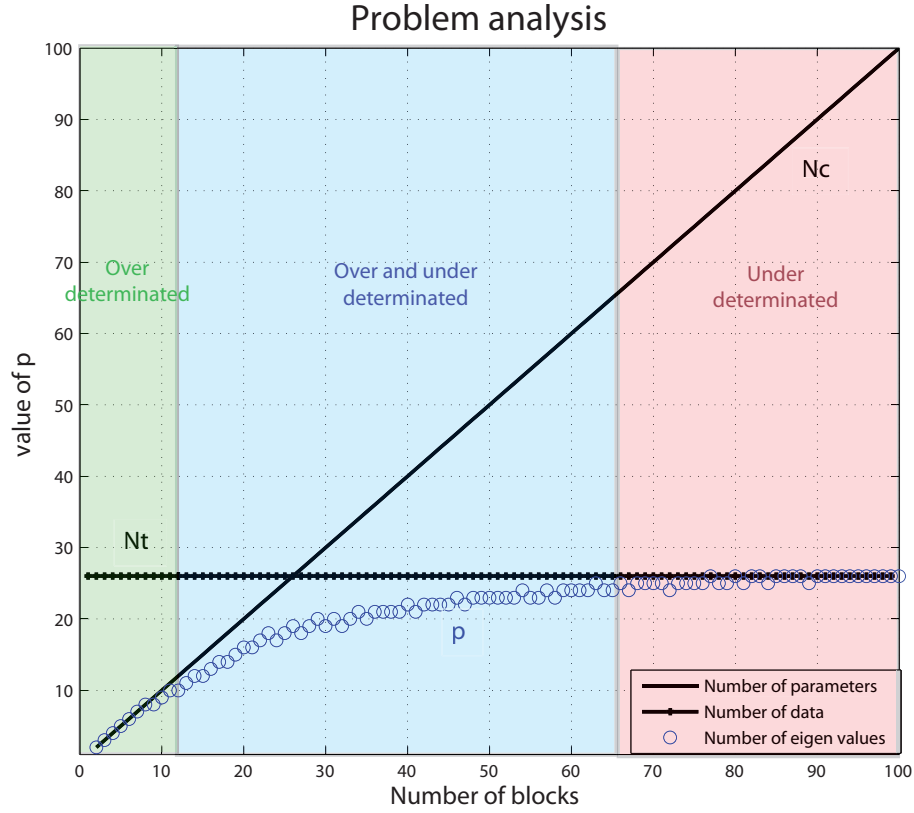


Figure 2.1.14: Évolution du rang p en fonction du nombre de blocs à inverser

p est égal au nombre de paramètres N_c et est inférieur au nombre de données N_t . Dans cette zone, le problème est sur-déterminé, il n'est pas nécessaire d'utiliser un modèle *a priori* pour l'inversion. Pour $10 < N_c < 65$, le nombre p est inférieur aux deux valeurs N_t et N_c , le problème est à la fois sur et sous-déterminé. Pour $N_c > 65$, le problème est sous-déterminé, on n'a donc aucun intérêt à paramétrer un maillage de plus de 65 couches pour ce sondage.

Conditionnement du problème

Pour le même sondage $x = 2000\text{m}$, on calcule le conditionnement du problème pour différents nombres de couches. Les résultats concernant les deux types de maillage (homogène et non homogène) sont présentés dans la figure 2.1.15. De par les caractéristiques d'acquisition comme la largeur des fenêtres temporelles de mesures, on est amené à penser

1. INVERSION 1D

que le maillage non-homogène est le plus adapté. La comparaison des courbes du conditionnement pour $N_c < 20$ fournit des conclusions allant dans le sens opposé. Cependant, à partir d'un certain nombre de blocs, les courbes prennent un régime périodique : elles oscillent fortement entre une valeur de 1000 qui est correcte et 10^{10} qui témoigne d'un très mauvais conditionnement. Ce comportement met en évidence la relation entre le maillage et le modèle sur le conditionnement du problème. En effet, on est tenté d'avancer que les puits de ces courbes correspondent à une configuration où les interfaces réelles sont corrélées avec des interfaces du maillage. Les pics, quant à eux, correspondent à un contexte où les interfaces réelles tombent au milieu d'une couche. Dans le graphe du haut

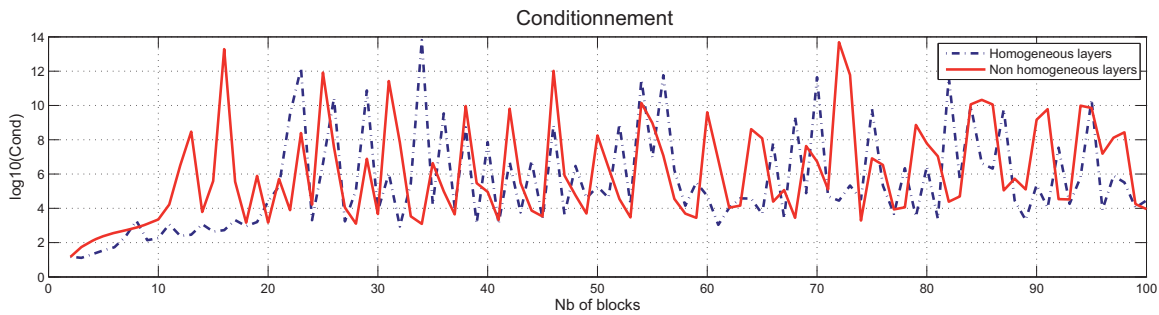


Figure 2.1.15: Évolution du conditionnement en fonction du nombre de paramètres pour les deux types de maillages : homogène en rouge et non homogène en pointillés.

de la figure 2.1.16, on montre les résultats d'une inversion à 45 blocs. La résolution des systèmes d'équations a été effectuée par la méthode SVD qui ne nécessite aucune information *a priori*. On a utilisé un maillage non-homogène à profondeur adaptative. On peut voir que dans certaines zones, le conditionnement est très élevé et l'image ne correspond pas au modèle de départ. Le fait qu'il y ait des zones où le conditionnement est bon ou mauvais confirme l'hypothèse sur la relation entre le maillage et le modèle. En effet, dans certaines zones (on peut dire par chance!), il s'avère que le modèle est bien contraint par le maillage. Pour optimiser le paramétrage du problème, on peut choisir le nombre de blocs pour lequel le problème est le mieux conditionné. Pour chaque sondage 1D, on commence avec une inversion à 45 blocs. On calcule le conditionnement, et si celui-ci est trop élevé, on recommence en ajoutant ou en supprimant un bloc. On effectue cette opération jusqu'à ce que le conditionnement soit inférieur à une valeur fixée au départ

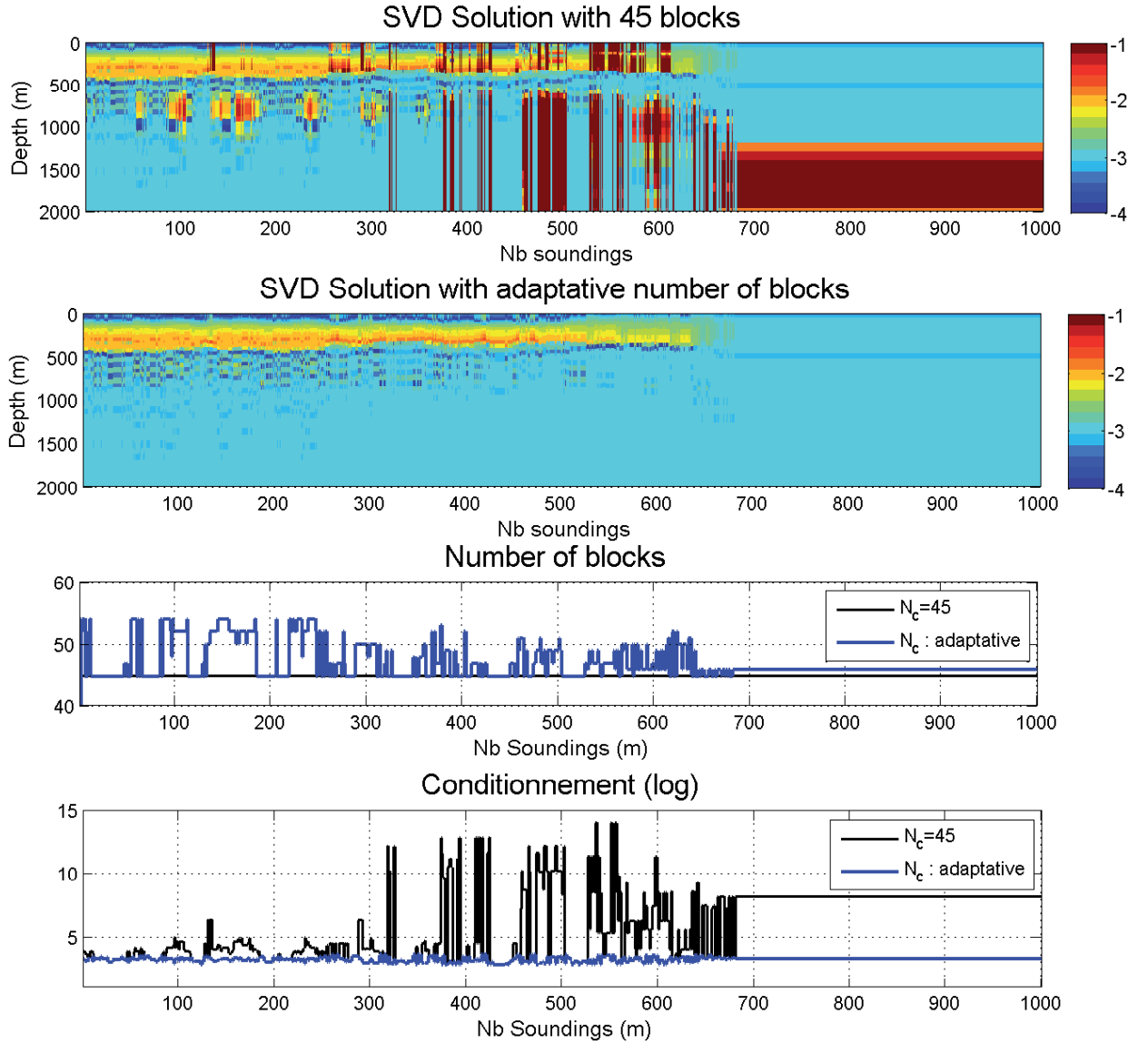


Figure 2.1.16: Évolution du conditionnement en fonction du nombre de paramètres pour les deux types de maillages : homogène en rouge et non homogène en pointillés.

(dans notre cas, le critère est $Cond < 5000$). L'image obtenue en appliquant cette méthode sur les données synthétiques est montrée dans le deuxième graphe de la figure 2.1.16. Les résultats montrent une nette amélioration, d'autant plus que cet algorithme ne nécessite aucune information *a priori*. Dans l'esprit, cette méthode présente des similitudes avec les travaux de Jupp & Vozoff (1975). Bien que plus simpliste, elle semble très bien adaptée à notre problème. Nous avons jugé bon de la présenter dans notre premier article qui est

exposé dans la section suivante.

1.3.2 Inverse par moindres carrés et régularisation du problème

Nous venons de présenter la manière la plus intuitive de résoudre le problème 2.1.21. Cependant, nous avons vu que dans certains cas, le conditionnement du problème est très grand, il faut alors le reposer et refaire une décomposition SVD plusieurs fois de suite. Une autre approche permet de réduire significativement le temps de calcul. Elle consiste à utiliser la solution qui annule la dérivée par rapport au modèle de l'écart entre les observations et les prédictions.

Solution naturelle

En utilisant le formalisme matriciel, l'erreur, au sens des moindres carrés, entre les prédictions et les observations peut s'écrire de la façon suivante :

$$\phi_d = (\sigma_a - \mathbf{F}\sigma)^T(\sigma_a - \mathbf{F}\sigma) = \sum_i^{N_d} \left[\sigma_{a,i} - \sum_j^{N_m} \mathbf{F}_{ij}\sigma_j \right] \left[\sigma_{a,i} - \sum_k^{N_m} \mathbf{F}_{ik}\sigma_k \right]. \quad (2.1.33)$$

En faisant la dérivée par rapport aux modèles σ_q de cette expression et en l'égalant à zéro, on obtient (Menke, 1989) :

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial \sigma_q} = 0 = 2 \sum_k^{N_m} \sigma_k \sum_i^{N_d} F_{iq} F_{ik} - 2 \sum_i^{N_d} F_{iq} \sigma_{a,i}. \quad (2.1.34)$$

En notation matricielle, on obtient alors :

$$\mathbf{F}^T \mathbf{F} \sigma - \mathbf{F}^T \sigma_a = \mathbf{0}. \quad (2.1.35)$$

Sachant que $\mathbf{F}^T \mathbf{F}$ est une matrice carrée de taille $N_m \times N_m$, on peut alors déterminer le vecteur solution en effectuant l'opération suivante :

$$\sigma = [\mathbf{F}^T \mathbf{F}]^{-1} \mathbf{F}^T \sigma_a. \quad (2.1.36)$$

Information *a priori* sur les mesures (solution naturelle pondérée)

Nous avons écrit plus haut que dans la plupart des cas, il faut ajouter de l'information *a priori* dans la fonction objective Φ qui est à minimiser. On peut utiliser une information *a*

a priori sur la précision des mesures. Dans le cas d'un sondage TEM, les données en temps longs sont en général plus bruitées. On peut alors prendre en compte cette erreur en leur affectant un poids moindre. Ainsi, lorsque l'on veut pondérer les mesures, la fonction à minimiser s'écrit de la façon suivante :

$$\Phi_d = (\sigma_a - \mathbf{F}\sigma)^T \mathbf{W}_d (\sigma_a - \mathbf{F}\sigma), \quad (2.1.37)$$

où \mathbf{W}_d est une matrice diagonale contenant le poids de chaque mesure (ou chaque ligne d'équation, si on raisonne dans un cadre plus général). En faisant le même raisonnement que pour la solution naturelle, on obtient la solution suivante :

$$\sigma = [\mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \mathbf{F}]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \sigma_a. \quad (2.1.38)$$

Contrainte sur la norme du vecteur solution

Lorsque l'on n'a pas suffisamment d'informations sur la qualité des mesures et que l'on doit tout de même stabiliser le problème mathématique, on peut utiliser ce critère simple qui est de minimiser la norme du vecteur solution. Cette norme peut aussi être pondérée élément par élément :

$$\Phi_m = \phi_d + \sigma^T \mathbf{W}_m \sigma. \quad (2.1.39)$$

La solution qui minimise cette expression est donnée par :

$$\sigma = [\mathbf{F}^T \mathbf{F} + \mathbf{W}_m]^{-1} \mathbf{F}^T \sigma_a. \quad (2.1.40)$$

On peut également combiner cette nouvelle contrainte s'appliquant sur la solution avec la contrainte sur les données :

$$\sigma = [\mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \mathbf{F} + \mathbf{W}_m]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \sigma_a. \quad (2.1.41)$$

Information *a priori* sur le modèle

Si on veut que la solution soit relativement proche d'une solution *a priori* σ_0 , alors il suffit de minimiser l'écart entre ce modèle *a priori* et le modèle final. On utilise alors la fonction objective suivante :

$$\Phi_m = \phi_d + (\sigma - \sigma_0)^T \mathbf{W}_m (\sigma - \sigma_0). \quad (2.1.42)$$

Dans ce cas là, la solution est donnée par la relation suivante :

$$\sigma = \sigma_0 + [\mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \mathbf{F}^T + \mathbf{W}_m]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{W}_d [\sigma_a - \mathbf{F} \sigma_0]. \quad (2.1.43)$$

Il existe d'autres façons de régulariser le problème, on peut aussi appliquer des contraintes sur les dérivées spatiales premières et secondes de la solution. Dans la section suivante, nous présentons notre premier article publié dans la revue *Geophysical Prospecting*, qui discute des différentes façons de régulariser ou de poser le problème inverse 1D pour le traitement de données TEM aéroporté.

1.4 Article publié à *Geophysical Prospecting*

1.4.1 Abstract

Airborne transient electromagnetic (TEM) is a cost-effective method to image the distribution of electrical conductivity in the ground. We consider layered earth inversion to interpret large data sets of hundreds of kilometre. Different strategies can be used to solve this inverse problem. This consists in managing the a priori information to avoid the mathematical instability and provide the most plausible model of conductivity in depth. In order to obtain fast and realistic inversion program, we tested three kinds of regularization : two are based on standard Tikhonov procedure which consist in minimizing not only the data misfit function but a balanced optimization function with additional terms constraining the lateral and the vertical smoothness of the conductivity ; another kind of regularization is based on reducing the condition number of the kernel by changing the layout of layers before minimizing the data misfit function. Finally, in order to get a more realistic distribution of conductivity, notably by removing negative conductivity values, we suggest an additional recursive filter based upon the inversion of the logarithm of the conductivity. All these methods are tested on synthetic and real data sets. Synthetic data have been calculated by 2.5D modelling ; they are used to demonstrate that these methods provide equivalent quality in terms of data misfit and accuracy of the resulting image ; the limit essentially comes on special targets with sharp 2D geometries. The real data case is from Helicopter-borne TEM data acquired in the basin of Franceville (Gabon) where borehole conductivity loggings are used to show the good accuracy of the inverted models

in most areas, and some biased depths in areas where strong lateral changes may occur.

1.4.2 Introduction

Airborne transient electromagnetic (TEM) surveying was introduced about fifty years ago in the mining industry to detect shallow conductive targets like graphitic or sulphide formations. Nowadays, this method is also useful for groundwater exploration (Auken *et al.*, 2009b) or on-shore hydrocarbon exploration (huang2008). Thanks to recent improvement in acquisition systems, it is now possible to image continuously, quickly and accurately the electrical conductivity distribution in the ground with the development of new modelling and inversion strategies. 2D inversion (Wolfgram *et al.*, 2003), 2.5D inversion (Wilson *et al.*, 2006) or 3D inversion (Cox *et al.*, 2010) starts to become practical when applied on airborne electromagnetic (AEM) data. However, less accurate interpretation as layered earth inversion remains the most useful method to interpret fastly large amount of data or to provide prior model for fast 3D inversion. The first step of this method is to carefully define the 1D kernel relating the model of conductivity in depth to the data of apparent conductivity in time or frequency, the second step is to carefully invert the data. Actually in most cases, the layered inversion is an ill-posed problem which needs regularization. Zhdanov (2009) provided a detailed description of the recent improvement notably the minimum support method (Portniaguine & Zhdanov, 1999) concerning regularization problem in EM geophysics. For 1D AEM inverse problem, one can use standard Tikhonov strategy. Christensen (2002) developed a fast method called “One Pass Imaging” which uses a regularization of the z-variability (in the vertical direction). Siemon *et al.* (2009b) and Vallee & Smith (2009) recently published other results obtained by regularization with horizontal constraints. In complement to all these approaches, in this paper we expose and compare three others methods to solve the 1D inverse problem of AEM data. The first one uses a constraint over the vertical derivatives and is similar to the One Pass Imaging developed by Christensen (2002). As AEM data are over-sampled along the flight line direction, we developed a second approach which uses this information to apply lateral constraint. This method is based upon a minimum length criterion over the difference with the results from the previous sounding. We suggest a third new approach which allows getting a natural generalized inverse (which mean no regularization)

1. INVERSION 1D

and which is based upon local analysis of the condition number to determine the layer layout prior to the inversion. All our programs use the linear modelling called Adaptive Born Forward Mapping (ABFM) to predict the data (Christensen, 2002). The ABFM procedure consists in solving a linear relationship between the apparent conductivity and the real conductivity. It is based on the hypothesis of normal distribution of conductivities, which is able to result in a model with some negative values; the better physical hypothesis which constrains any conductivity to be positive is that they obey lognormal statistics. Thus, we suggest an additional step using the kernel for the logarithm of the conductivities; this avoids negative conductivity values in the resulting model and allows sharper boundaries within the resulting model. First we compare these methods when applied on a simple synthetic case. The artificial measurements have been generated by 2.5D modelling using the program ArjunAir705 developed by the P223 EM modelling project (Raiche, 2008b; Wilson *et al.*, 2006). The quality of each method is considered in terms of error (data misfit) and comparison to the true model. Then, we apply these methods on real data set acquired over the basin of Franceville (Gabon) in order to detect the bottom of an ampelite layer characterized by relatively high electrical conductivities. In that real data case, the quality of each method is considered in terms of data misfit and comparison to borehole measurements.

1.4.3 Imaging the electrical conductivity

Description of the problem

Airborne TEM data are provided in terms of magnetic field $h(t)$ or its time derivative dh/dt recorded in the receiver loop, where t is the time delay after turn off of the transmitter loop. In this paper, we consider the vertical magnetic field located at the centre of a horizontal circular loop transmitter; in the quasi static domain it is given in the Fourier domain by Ward & Hohmann (1987) :

$$H_z(\omega) = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + r_{TE}e^{\lambda z}] J_1(\lambda a) d\lambda, \quad (2.1.44)$$

where a is the radius of the transmitter loop, z is its altitude and I is the amplitude of the electrical current injected, λ is the horizontal component of the wave number in the air and r_{TE} is the reflection coefficient which depends on the conductivity of the underground

medium. Because the typical transmitter current is a step current with turn off at time 0s, the transient response in terms of dh_z/dt is computed by performing the inverse Laplace transform of the expression 2.1.44. Then, $h_z(t)$ can be obtained by integrating dh_z/dt . Finally the response of the system is given by convolving the step response to the time derivative of the actual current injected in the transmitter loop.

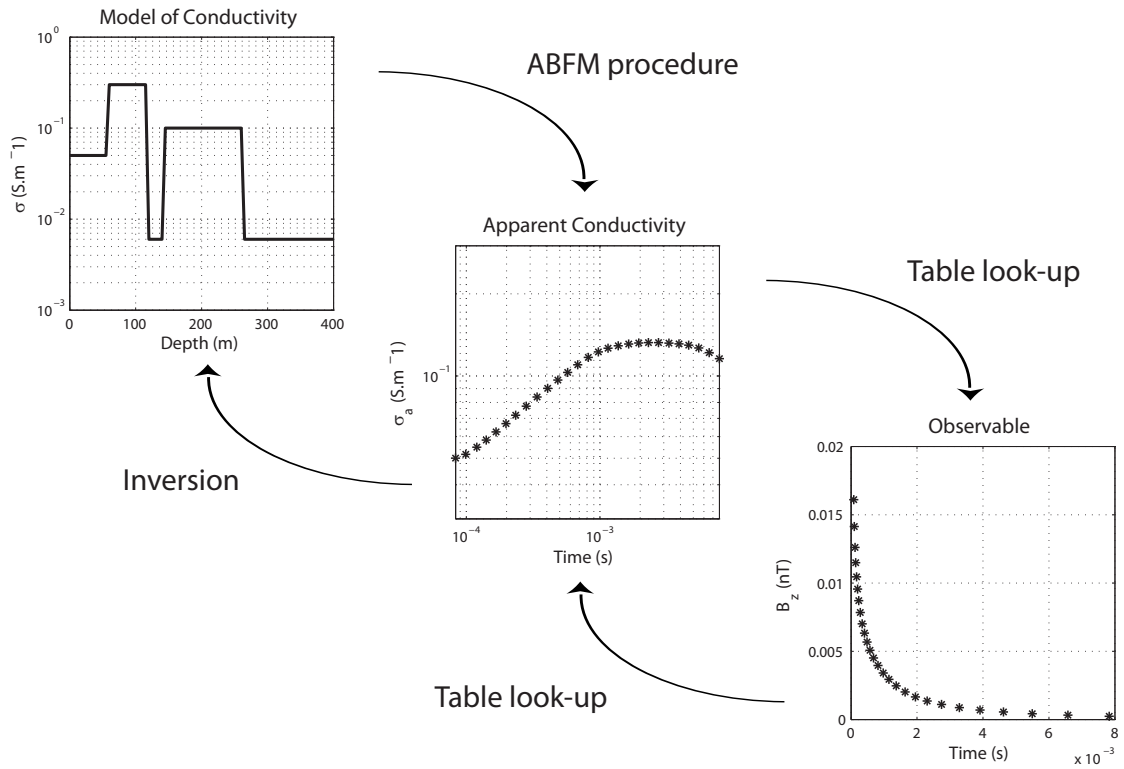


Figure 2.1.17: Description of the procedure for the interpretation of TEM data. The definition of the apparent conductivity aims to avoid the configuration dependant part of the problem. The forward modelling consists in computing first the apparent conductivity by using the ABFM procedure. Secondly, the TEM response is found out by table look up of the homogeneous response which has been previously computed using relation (2.1.44) for large number of conductivities. The inversion of TEM data is the reciprocal process

One way to simplify the problem is first to convert $h_z(t)$ data into apparent conductivity and then to compute the layer conductivities by inversion of the apparent conductivities. The apparent conductivity σ_a is defined as the conductivity of the equivalent homogeneous half space which provides the same response. Therefore, σ_a is the solution of the following equality :

1. INVERSION 1D

$$h_z^{halfspace}(t, \sigma_a) = h_z^{tabular}(t, \{\sigma_i, h_i\}). \quad (2.1.45)$$

By introducing the apparent conductivity, one can separate the problem into two subsequent parts : 1- one configuration dependent part which is the relation between the TEM response and the apparent conductivity characterised by 2.1.45 for a homogeneous half space, 2- a configuration independent part which relies the apparent conductivity to the layer conductivities. To interpret our data, we follow the reciprocal scheme (see Figure 2.1.17). For each time window, the apparent conductivity is inverted by table look-up within abacus containing the current system response $h_z(t)$ or dh_z/dt for a large amount of homogeneous half space. To compute the real conductivities, we use the ABFM method (Christensen, 2002) which is the linearized version of Equation 2.1.45 in time-domain. For a layered medium with N_m layers, the apparent conductivity versus the N_d time windows is written as a linear combination of the conductivity versus depth :

$$\sigma_{a,i} = \sum_j F_{i,j} \sigma_j \quad i = 1, N_d \quad j = 1, N_m, \quad (2.1.46)$$

where σ_a is the vector of apparent conductivity, σ is the vector of the layer conductivities and F is the kernel depending on the apparent conductivity and time. The latter relation constitutes the forward formulation of our problem. Assuming that the measured response is always above noise level, the maximum depth of the layered media is given equal to penetration depth of the primary field at the largest time window. This depth can be approximated by the following relationship introduced by Christensen (2002) :

$$z_{max} = \sqrt{\frac{ct_{N_d}}{\mu_0 \sigma_{a,N_d}}}, \quad (2.1.47)$$

where $c = 2.8$ is the *ad hoc* scaling factor that he obtained by minimizing the squared difference between the exact and the approximate apparent conductivities (Equation 2.1.46) summed over six layered models with different parameters. In order to follow the decrease of resolution with depth, we set the layer interfaces in such a way that the n^{th} layer is n times thicker than the first one. Depending on the magnitude of the discretization of the media, the problem is over determined, mixed determined or under determined. In most cases, we consider mixed-determined problems because we need a compromise when

choosing the number of layers : enough layers are necessary to get a good vertical resolution, however too much layers would increase the computation time above acceptable values for real time applications. In the following, we discuss the different strategies to solve such a 1D inverse problem.

Inversion with vertical constraints

The vertical constraint has been suggested to regularize 1D TEM problem by Christensen

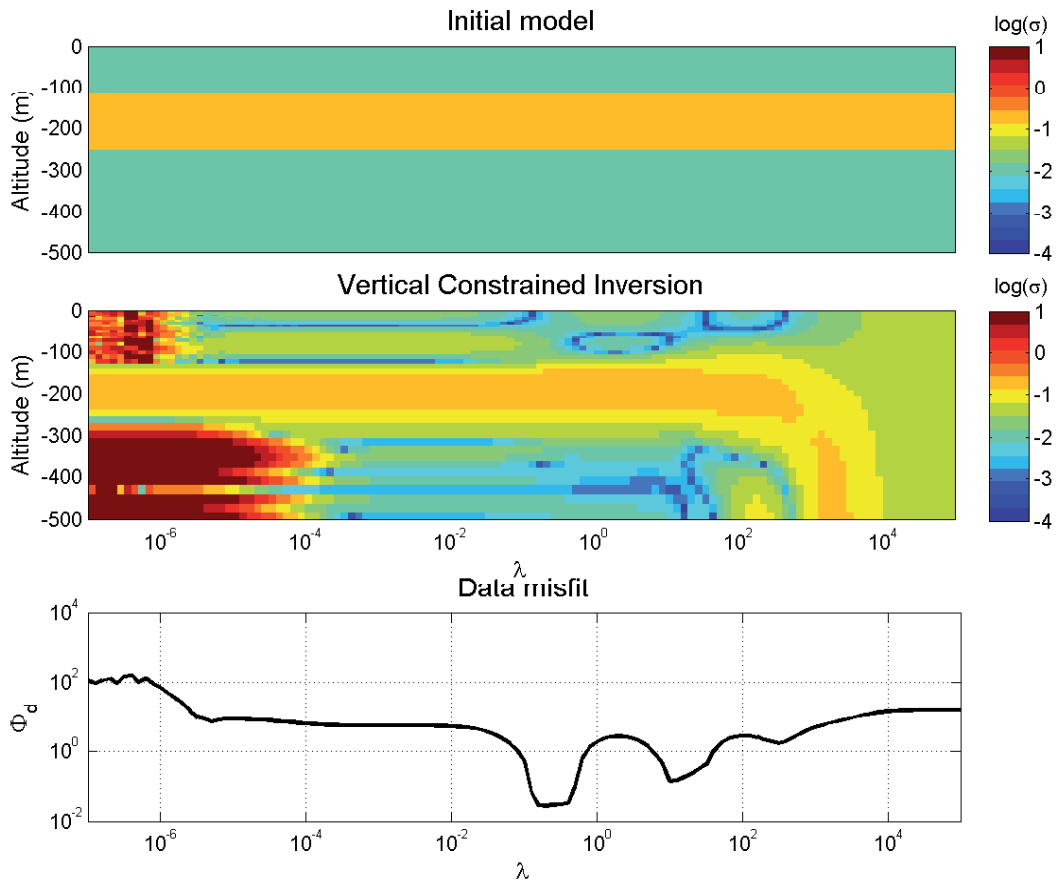


Figure 2.1.18: Vertically constrained inversion of synthetic noisy data (0.1 of random noise added to $h(t)$) for a large number of λ_V . The data misfit versus regularization describes the balance between data information and constraints based on a priori information

(2002) in counterpart to the measure of the length of the solution. In this study, we consider only the vertical constraint in order to identify its own effect. The objective function which has to be minimized is given as follows :

1. INVERSION 1D

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_d} e_i^2 (\sigma_{a,i} - F_i(\sigma))^2 + \lambda_V^2 \sum_{j=1}^{N_m} \left(\frac{d^2 \sigma_j}{dz^2} \right)^2. \quad (2.1.48)$$

The first sum of this expression constitutes the data misfit (e.g. a weighted mean square) and the second constitute the regularizing part. e is a weighting vector characterizing the importance of each measurement, it could be related to the inverse of variances if one also considers independent normal distributions for the apparent conductivity at each time delay t_i ; λ_V is a weighting factor characterising the vertical variability of the model. The solution which minimizes the function F is written as follows (Menke, 1989) :

$$\sigma = [\mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \mathbf{F} + \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \sigma_a, \quad (2.1.49)$$

where \mathbf{W}_d is a diagonal matrix containing the weighting factors e_i^2 . We took \mathbf{W}_d equal to an identity matrix for all the inversions discussed in this paper since we do not have any a priori information on the measurements. $\mathbf{S} = \lambda_V^2 \mathbf{D}^T \mathbf{D}$ is the vertical smoothness matrix which depends on the first and second order derivative of the model, \mathbf{D} is written as :

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1/\delta z_1 & -1/\delta z_1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 1/\delta z_2^2 & -2/\delta z_2^2 & 1/\delta z_2^2 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 1/\delta z_{N_m-1}^2 & -2/\delta z_{N_m-1}^2 & 1/\delta z_{N_m-1}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 1/\delta z_{N_m} & -1/\delta z_{N_m} \end{bmatrix}, \quad (2.1.50)$$

where δz_i is equal to half of the current layer thickness in order to compensate the increasing thickness of layers with depth. Figure 2.1.18 shows the inversion and the relative apparent conductivity misfit of 1D synthetic data for an increasing smoothness. We tested values of regularization control parameter λ_V in the range of $[10^{-7}, 10^5]$. In the bottom of Figure 2.1.18, the apparent conductivity misfit is displayed versus the regularization weight. If λ_V is too small, the regularization is too weak and the matrix to be inverted is singular. If λ_V increases, the smoothness becomes more important : this avoids artefact due to the noise of data until an optimal value $\lambda_V \approx 0.3$ which well reproduces the initial model. For larger λ_V , the regularization becomes preponderant and covers the information contained in the data : the smoothness is too large to reproduce real conductivity

changes and data errors increase as well. Different approaches exist to find the optimal value for lambda (Hansen, 1992, 2010) or (Constable *et al.*, 1987; Oldenburg & Li, 1994) for iterative methods. We used the simplest criterion similar to the discrepancy principle (Aster *et al.*, 2005) : we set the optimal parameter at the highest value of λ_V able to produce a reasonable data misfit. Consequently, one has to define the threshold of the data misfit regarding the level of noise before the inversion.

Inversion with lateral constraints

Airborne TEM are usually over sampled along the flight line. Indeed, since the footprint of

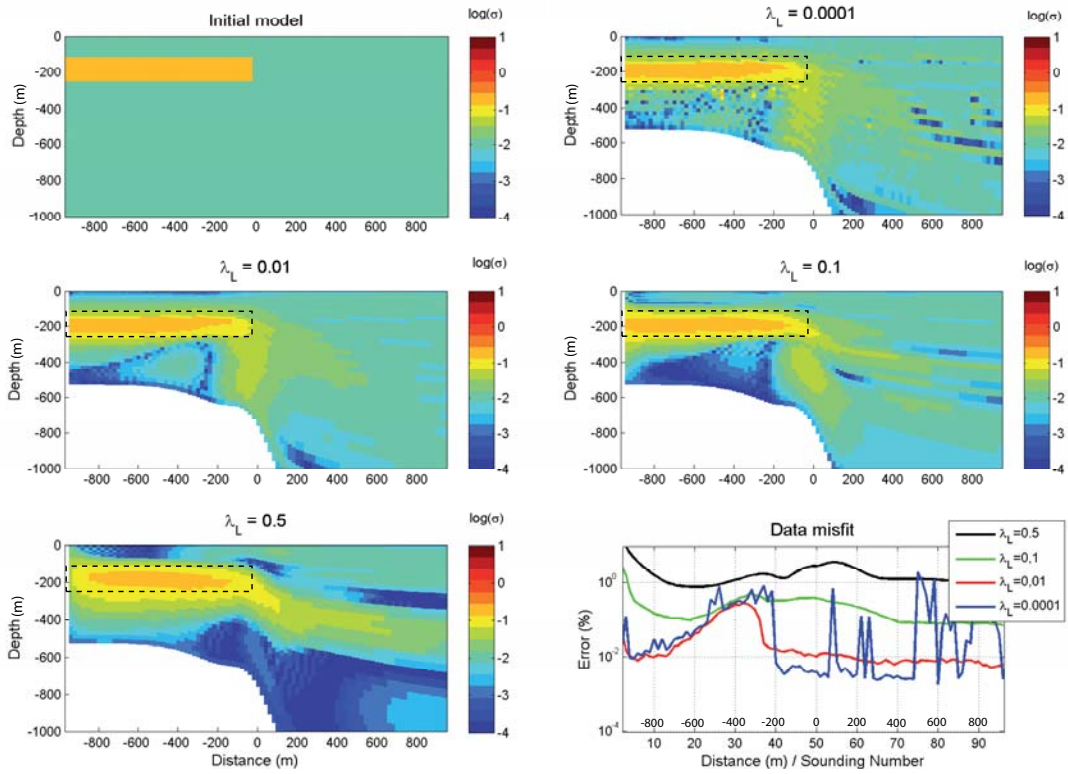


Figure 2.1.19: Laterally constrained inversion of noisy (0.1%) 2.5D synthetic data for different values of λ_L . The optimal choice of regularization is around $\lambda_L = 0.01$

the method is larger than the interval between two soundings, the measurements cannot vary sharply between two measuring points. It is possible to use this information as a lateral constraint to regularize this 1D inverse problem. Santos (2004) for ground measu-

1. INVERSION 1D

rements, Auken *et al.* (2005) and Viezzoli *et al.* (2008) for airborne data set, developed 1D Laterally Constrained Inversion (LCI) based on a smoothing term which constraints lateral derivatives of the 1D model. In these methods, one needs to consider several soundings simultaneously. Christiansen *et al.* (2007) applied this method on small data set from ground-based measurements. Siemon *et al.* (2009b) adapted this method for large airborne continuous measurements. In order to reduce the computational cost, we propose a method which allows inverting all the soundings independently with a simple lateral constraint. This method consists in using the result provided by the previous sounding as a reference model. In that case, the objective function that we have to minimize is composed of the data misfit plus a second term which minimizes the difference between the solution and the result provided by the previous sounding $\sigma(\mathbf{s} - \mathbf{1})$:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_d} e_i^2 (\sigma_{a,i} - F_i(\sigma))^2 + \lambda_L^2 \sum_{j=1}^{N_m} (\sigma_{s,j} - \sigma_{s-1,j})^2. \quad (2.1.51)$$

The solution σ_s of the current sounding is given by :

$$\sigma_s = \sigma(\mathbf{s} - \mathbf{1}) + [\mathbf{F}^T \mathbf{W}_d \mathbf{F} + \lambda_L^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{W}_d [\sigma_a - \mathbf{F} \sigma_{s-1}]. \quad (2.1.52)$$

The parameter λ_L controls the magnitude of the lateral constraint. Figure 2.1.19 shows the laterally constrained inversions of 96 synthetic Bz data with 0.1% of noise performed every 20 meters over a 2.5D conductivity model. The synthetic data was generated by using the program ArjunAir with which we simulate pure step response in coincident loop geometry (with a loop transmitter of 26m in diameter and a 1.1m diameter receiver and a nominal clearance of 45m). They are composed of 27 channels starting from $t_1 = 83\mu s$ to $t_2 = 7.8ms$. The aim is to reproduce VTEM (Wetherly *et al.*, 2004) configuration. The model is composed of a conductive layer of conductivity $\sigma = 200mS/m$ embedded within a host medium of $10mS/m$. The results of the inversion and their relative misfit are displayed in Figure 2.1.19 for four increasing degrees of smoothness ($\lambda_L = [0.001, 0.01, 0.1, 0.5]$). Like in the previous section, setting λ_L too small allows non realistic values of conductivities generating unstable data misfit. By comparing to the true conductivity, we can conclude that the optimal choice of the regularization factor is around $\lambda_L = 0.01$. For larger smoothness, the inversions need more soundings to converge toward the right model. If a strong lateral variation occurs, the data misfit increases first

and then decreases as slow as λ_L is large. We conclude that λ_L has to be chosen carefully by considering the lateral data sampling. Indeed, if the sampling rate increases, larger value of λ_L can be efficient since the lateral influence will be more important.

SVD inversion with adaptative layout SVDal

Another way to solve an inverse problem is to use the natural generalised inverse provided by singular value decomposition (Lanczos, 1961) :

$$\sigma = \mathbf{V}_p \mathbf{\Lambda}_p^{-1} \mathbf{U}_p^T \sigma_a, \quad (2.1.53)$$

where \mathbf{V}_p and \mathbf{U}_p are the matrices of the p eigenvectors related to non-null eigenvalues and spanning the model space and the data space respectively. The advantage of this method is that we do not need any a priori information. Thus, the natural generalized inverse leads to minimize only the term of data misfit without any weighting factors :

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_d} e_i^2 (\sigma_{a,i} - F_i(\sigma))^2. \quad (2.1.54)$$

However, for realistic cases which are ill-conditioned problems, the eigenvalues smoothly decrease toward zero so that it is difficult to identify non-null ones. In practice, the solution is to cut off the small eigenvalues or to damp them like Huang & Palacky (1991) or Chen & Raich (1998). Actually, this method is equivalent to a least square inversion with a weighted constraint on the norm of the solution. In order to keep a natural solution (which minimizes only the term of data misfit), we propose a method which consists in designing the grid of the model before the inversion in such a way that the problem is well conditioned. The algorithm of this method which we call SVDal can be described as follows :

- 1 Knowing the maximum depth of investigation, we compute the grid layout for a initial number of layers.
- 2 We compute the condition number which is defined as the ratio between the highest and the lowest non zero eigenvalues of the kernel.
- 3 If the condition number is too high, we change the number of layers and execute again the previous steps until the condition number is sufficiently low.
- 4 At last, the solution is computed using the relation (2.1.53).

1. INVERSION 1D

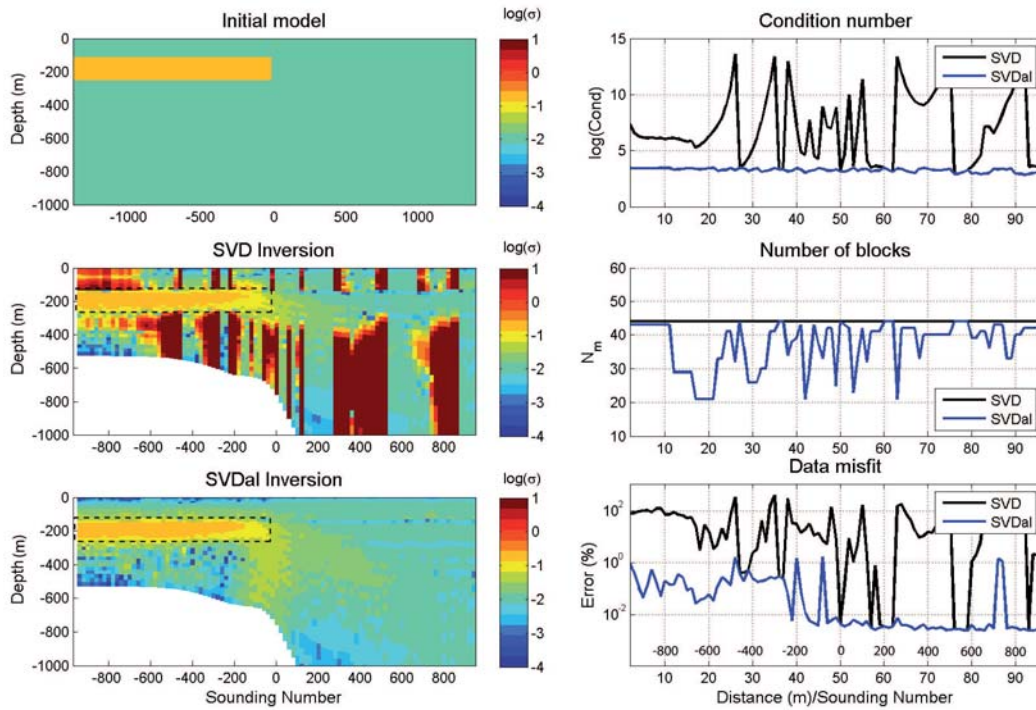


Figure 2.1.20: Comparison between simple SVD inversion and SVDal inversion of a noisy (0.1%) 2.5D synthetic dataset. The algorithm SVDal changes the number of layers in order to reduce the condition number and avoid singular values.

Figure 2.1.20 shows the difference between a simple SVD inversion with 45 layers and the SVDal inversion. For simple SVD inversion, some soundings may be ill-conditioned; the singularities generate infinite values of conductivity. These strong artefacts are correlated with large condition numbers. By changing the number of layers in the SVDal algorithm, one reduces these large condition numbers to a more reasonable value which has been fixed to $\text{Cond}=3000$ before the SVD inversion. The application on synthetic data shows a good misfit associated to the right convergence in the model space. As the condition number decreases naturally with the numbers of unknowns, it is important to understand that the SVDal algorithm do not find the lowest value of the condition number but the nearest reasonable one. By choosing a decreasing number of layers, one reduces obviously the computational cost and, in a way, raises the smoothness of the resulting model.

1.4.4 Imaging the logarithm of the conductivity

The principal disadvantage of the methods presented above is that they are fundamentally based on the assumption that conductivity is normally distributed : however it is well known that conductivity of rocks usually follows a log normal distribution (Palacky, 1987). In order to remove negative values and to get a more realistic distribution it is

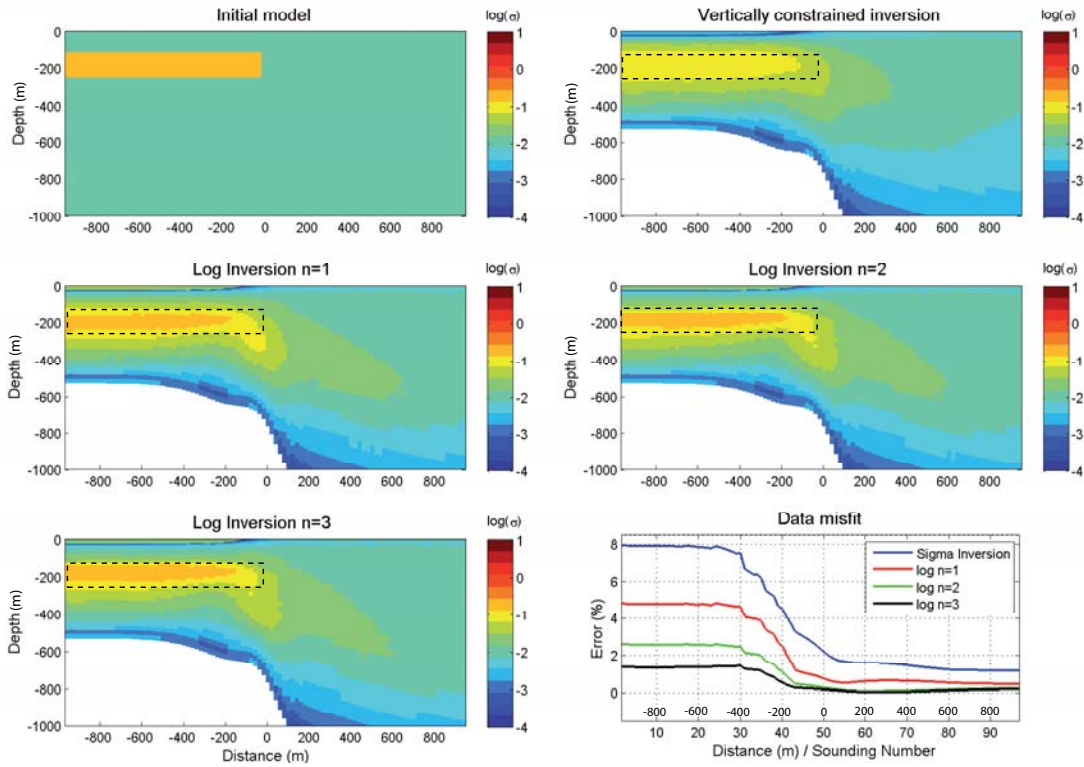


Figure 2.1.21: Application of the logarithmic inversion for 3 iterations ($n=1,2,3$) to a synthetic data set. The starting model which has been used is a smooth result provided by the vertically constrained inversion. The results show a good convergence in term of resulting image and data misfit.

therefore more convenient to write the problem with the logarithm of the conductivity :

$$\log_e \sigma_{a,i} = \sum_j F_{i,j}^* \log_e(\sigma_j) \quad i = 1, N_d \quad j = 1, N_m, \quad (2.1.55)$$

with

$$F_{i,j}^* = \frac{\sigma_j}{\sigma_{a,i}} F_{i,j}. \quad (2.1.56)$$

1. INVERSION 1D

The new kernel F^* is highly non linear because it depends on the model explicitly. Therefore, the problem has to be solved by using a non linear iterative method. If one knows a model being relatively close to the solution, one can use the perturbation theory. We can write the relation as follows :

$$\log_e \sigma_{a,i} = \log_e \sigma_{a,i}^0 + \sum_j F_{i,j}^* (\log_e \sigma_j - \log_e \sigma_j^0) \quad i = 1, N_d \quad j = 1, N_m. \quad (2.1.57)$$

By setting $y_{a,i} = \log(\sigma_{a,i}/\sigma_{a,i}^0)$ and $y_j = \log(\sigma_j/\sigma_j^0)$, this relation leads back to a new formulation of the linear relation to be inverted :

$$y_{a,i} = \sum_j F_{i,j}^* y_j \quad i = 1, N_d \quad j = 1, N_m. \quad (2.1.58)$$

This linear inverse problem is still partly undetermined and needs regularization. We can use the fact that the Taylor approximation allows only small perturbations. The level of perturbation can be regularized by minimising the length of the vector solution \mathbf{Y} , so the objective function can be written as follows :

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_d} (y_{a,i} - \mathbf{F}_i^* \mathbf{y})^2 + \lambda_p^2 \sum_{j=1}^{N_m} y_j^2. \quad (2.1.59)$$

By this way, the parameter λ_p controls the magnitude of the perturbation used at each step. Thus, the electrical conductivity of the layered media is deduced using the following formula :

$$\sigma^0 \cdot \mathbf{e}^{[\mathbf{F}^{*T} \mathbf{F}^* + \lambda_p^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{F}^{*T} \mathbf{y}_a}. \quad (2.1.60)$$

If σ^0 is taken equal to the absolute value of the results provided by inversion of the conductivity, the logarithmic inversion can be used as an additional recursive filter which provides a realistic distribution of conductivity. Figure 2.1.21 shows the application of this method on the synthetic data set. The starting model is the result of a vertical constrained inversion in which λ_V has been chosen using the discrepancy principle for one sounding in the profile (this sounding is taken randomly). The magnitude of perturbation λ_P has been selected in order to provide a good convergence of the data misfit.

1.4.5 Limitation of the 1D interpretation

As expected, these applications show that 1D layered inversion works quite well when imaging tabular conductive target with a low conductivity contrast. For this reason, 1D

interpretation is relatively well adapted when applied to characterize most hydrological targets. However, this approach fails to image properly local high conductivity contrasts which are typically encountered in mining exploration. Let us demonstrate this limitation by showing two synthetic cases with problematic results of the 1D inversion ; synthetic data have been computed by 2.5D modelling using ArjunAir :

- 1 the first case is the end-border of a horizontally shaped formation with conductivity larger than the host,
- 2 the second case is vertically shaped like a dyke formation with conductivity larger than the host.

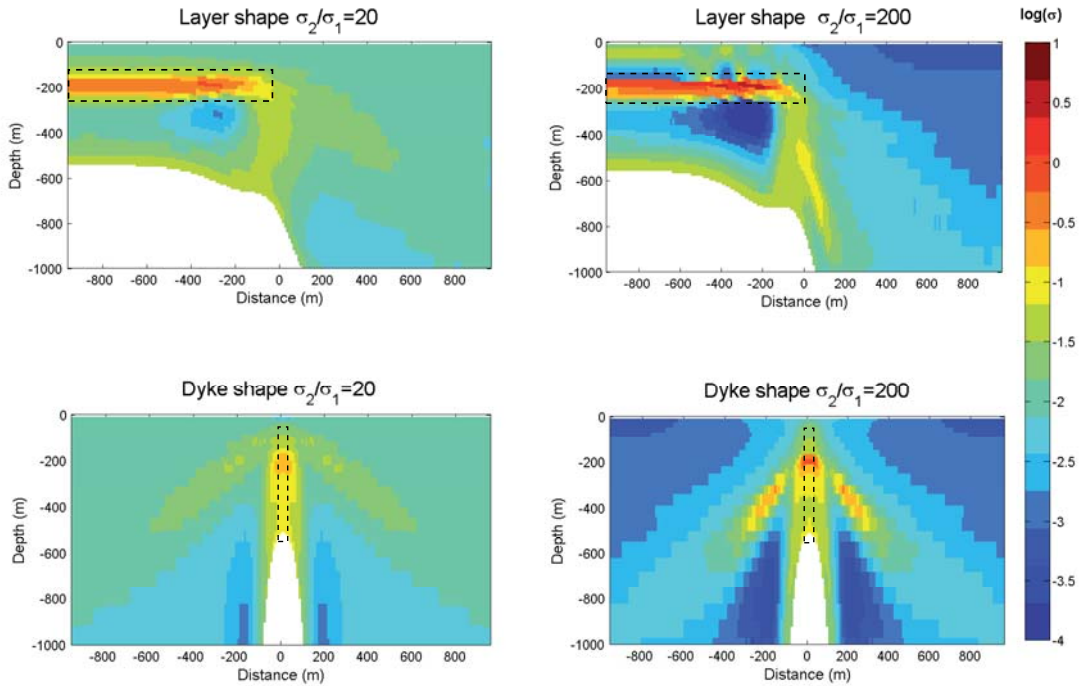


Figure 2.1.22: Layered inversion of layer-shaped and dyke-shaped 2D conductive target within two different hosting media. One can see that 1D inversion fails if the conductivity contrast is higher or in case of vertically shaped formations.

The conductivity of both targets is set equal to $\sigma_2 = 0.2S/m$. The inversion is applied for two hosting media $\sigma_1 = 10^{-2}S/m$ and $\sigma_1 = 10^{(-3)}S/m$. The results (Figure 2.1.22) show

fake structures which seem to be dipping conductive slabs : this clearly illustrates how 1D interpretation is limited in cases of high conductivity contrast or vertically shaped formations. Consequently, more time-consuming method as 2D or 3D inversion with different regularization strategy (Portniaguine & Zhdanov, 1999) would be a more appropriate way to image these kinds of structures. This is also the conclusions of Ley-Cooper *et al.* (2010) who illustrated the limits of the LCI on synthetic 2D structures.

1.4.6 Application to a real data set

Let us consider the application of the layered inversion using these regularization methods on real helicopter-borne TEM data set (VTEM) acquired over the basin of Franceville in Gabon for mining exploration. We interpret the vertical component of the magnetic field which consists in 1500 soundings of 27 channels starting from $t_1 = 83\mu s$ to $t_2 = 7.8ms$ and acquired every 5m. The transmitter is a four turns loop with a diameter of 26 m. The electrical current of 200 A is injected during 8.32ms before it is turned off; the pulse repetition rate is 25Hz. The apparent conductivity is computed by table look up of pure step responses convolved with the transmitter waveform.

The basin is made of Precambrian sediments which can host mineralization of uranium. Usually, mineralization areas are found at the contact between two horizontal lithologies in the basin : *FA* sandstone and *FB* ampelites where uranium in solution has been precipitated thanks to the presence of organic matter. *FB* lithology is characterized by relatively high electrical conductivity that constitutes the top of a proterozoic reservoir and superposes on *FA* formation that is, composed of coarse grain size sediments characterized by relatively low electrical conductivity. This developed contrasts of conductivity of about three orders of magnitude which are often located at depths less than 400m; therefore it is possible to detect it by using TEM imaging. The geology of the area has a tabular geometry with low dips that justifies the use of layered inversion as a first realistic approximation. Robustness of the methods is clear on Figure 2.1.23 where we show the comparison between the conductivity obtained from the layered inversion of an airborne TEM line and the conductivity measured from logging into four boreholes in the same area. The topographic map at the bottom right corner of figure 2.1.23 shows the locations of boreholes and the TEM line considered. On Figure 2.1.23, the conductivity logs for each

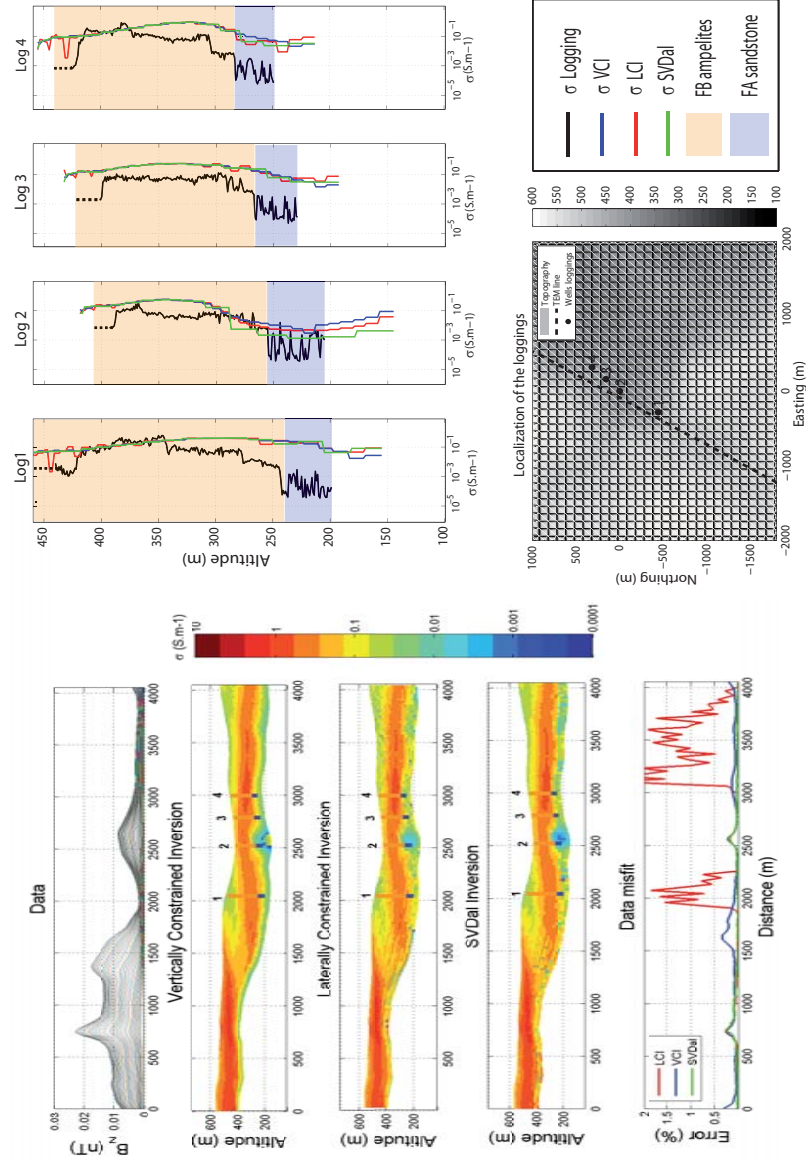


Figure 2.1.23: Layered inversion of real data set acquired over the basin of Franceville (Gabon). On the left part : resulting conductivity sections for the three methods VCI, LCI and SVDal with additional logarithmic inversion. The lithologies FB and FA are superposed to the TEM section at wells positions in the profile. On the upper right part, the results of the three methods of TEM inversion are superposed to the drill holes measurement.

1. INVERSION 1D

borehole are plotted on TEM conductivity sections. They are also displayed as background on the right part of the figure where TEM and borehole conductivity are compared. Whatever the 1D TEM conductivities, it seems that the results are slightly more conductive than the conductivity measured in borehole (up to a factor of 2 within the first hundred meter depths). Similar observations are made when comparing borehole conductivity with other kinds of EM data like CSEM. In case of TEM, this result may be due to the fact that TEM eddy currents are mostly horizontal while borehole conductivities are measured with vertical current lines. Tabular media are characterized by vertical transverse isotropy which shows larger conductivity in the horizontal directions than in the vertical direction. Therefore, TEM soundings, which are sensitive to the horizontal conductivity, should produce larger conductivity than borehole measurements. In addition, borehole conductivity is measured over a few centimetres samples of ground while TEM soundings integrate a larger area of several meters. This scaling change can generate non negligible differences between the two methods. Nevertheless, in a qualitative point of view, borehole 2 exhibits very good accordance between the different outcomes. The results at borehole 3 and 4 are coherent as well, except that we over-estimate the conductivity of the second layer in the TEM results (to factor of 10-20). The two latter boreholes are situated in the slope which separates the shelf from the valley. Since the shelf is supposed to have a thicker conductive layer on its surface, we suggest that the over-estimation of the second layer conductivity is the consequence of the topography which causes bias in the 1D TEM interpretations. We think that this effect occurs pathologically for borehole 1 which is situated at the top of the shelf border. Indeed, the TEM sounding does not detect the contact between the two lithologies.

1.4.7 Conclusion

All three effective ways which we have exposed to invert the electrical conductivity of a layered medium allow fast interpretation of a large volume of data during the survey. They make the regularization parameters more readable for geophysicists by using physical considerations as much as possible. Besides, it is important to note that all the different approaches provide similar images of conductivity. Therefore, one can think that the present methods should be used more as tools to avoid the mathematical in-

stability due to data uncertainties rather than specific ways to manage the theoretical non-uniqueness (due to equivalent models). The first method is the One Pass Imaging developed by Christensen (2002) in which we have simplified the parameterization by removing the term constraining the norm of the solution. The second method is based on lateral constraints; it can be considered as a unidirectional constrained inversion since the a priori information comes from the previous sounding only and not from a set of surrounding ones. The major practical difference with those already reported in the literature is that soundings are inverted one by one; as a consequence, the computational cost is reduced. The third method allows the user to provide a model of conductivity which does not contain additional information given by regularization. The user still has to set one parameter to the program, the maximum value of the condition number. Besides, we propose an iterative method which handles the problem with the logarithm of the conductivity; it is an additional step which starts from the result given by one of the three processes described previously. This method avoids the presence of negative values in the resulting conductivity model and lends more realism to the conductivity distribution. Especially in case of tabular lithologies, resulting models show good accordance with the true model and the borehole measurements when applied on synthetic and real data respectively. Not only does this method provide good accuracy as shown by evaluation on synthetic dataset and real VTEM survey, but it is really cost effective. We have written a dual C#/Matlab compiled program; it allows one to obtain a conductivity section resulting from 15000 TEM soundings (over a line of around 40 km for VTEM survey) in less than one minute on a Dual Core E8500 (3.16 GHz) with 3.25 Go of RAM. We suggest that the method shown here for airborne TEM data inversion would be useful in the interpretation of other kinds of EM data, similarly in spectral EM and ground-based TEM but also in CSEM and MT where the layered medium is often used as a first approximation. Nevertheless, 2D or 3D inversion is necessary for imaging targets with sharp horizontal boundaries (e.g. faults and dykes); similar approach for the 2D or 3D inversion of apparent conductivity and regularization strategies can be used for fast airborne TEM imaging; this will be the topic of another paper.

1. INVERSION 1D

2

Inversion 2D

2.1 Théorie ABFM 2D

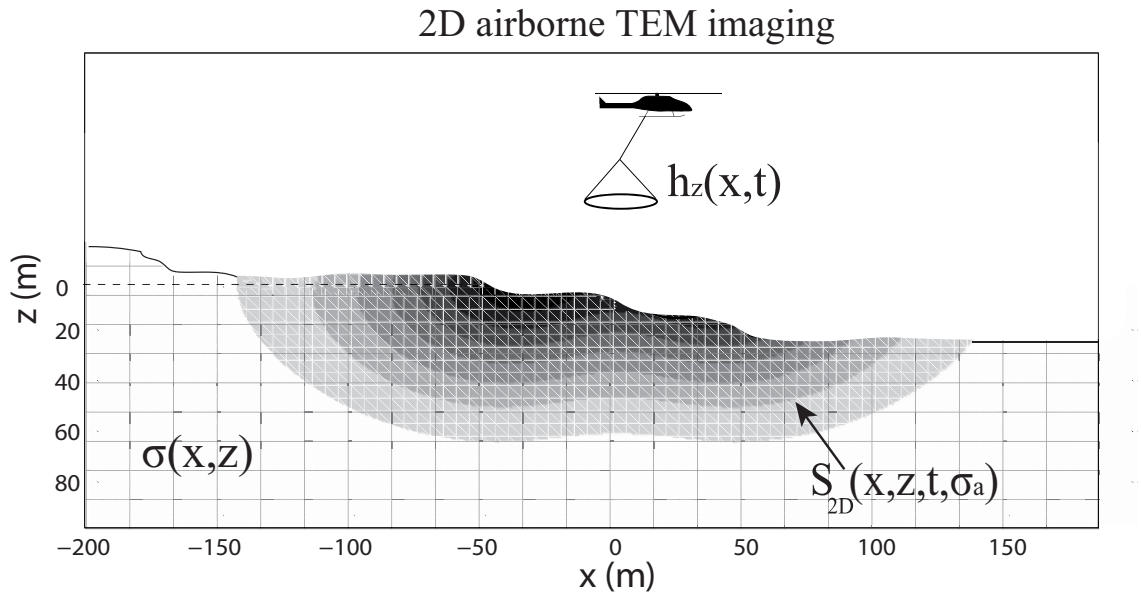


Figure 2.2.1: Schéma décrivant le principe de l'imagerie TEM à 2 dimensions. Le système d'acquisition mesure le champ magnétique $h_z(x,t)$ le long du profil. Les paramètres à déterminer sont la conductivité $\sigma(x,z)$ de chaque bloc constituant le sous-sol. La fonction de sensibilité $S(x,z,t,\sigma_a)$ décrit comment le sous-sol est illuminé pendant une mesure.

L'inversion 2D consiste à déterminer la distribution de la conductivité en profondeur $\sigma(x,z)$ à partir des mesures d'un sondage TEM à plusieurs positions r_R le long d'un profil.

2. INVERSION 2D

Le problème se pose de la manière suivante :

$$h_z(r_R, t) = \iint_S s_{2D}(x, z, t, \sigma_a) \sigma(x, z) dx dz. \quad (2.2.1)$$

En posant le problème avec la conductivité apparentes comme vecteur de données, on obtient :

$$\sigma_a(r_R, t) = \iint_S f_{2D}(x, z, t, \sigma_a) \sigma(x, z) dx dz. \quad (2.2.2)$$

L'observable est alors la conductivité apparente pour chaque fenêtre de temps et pour plusieurs sondages le long d'un profil. Le paramètre à déterminer par inversion est la conductivité dans le plan vertical défini par les axes $\{O_x, 0_z\}$ parallèle au profil de mesures. Et la théorie f_{2D} est le noyau de Fréchet de l'ABFM 2D.

2.1.1 Évaluation du noyau de Fréchet 2D

Méthode analytique : approximation de Born

On considère une source située à une hauteur h_s au-dessus d'un demi-espace conducteur. Dans un repère cylindrique $\{u_\rho, u_\phi, u_z\}$ centré sur l'axe vertical passant par le centre de la source et dont l'origine se trouve au niveau de la surface du sol, le champ magnétique au point R de coordonnées $\{\rho_R, \phi_R, -h_R\}$ dans la couche d'air peut être calculé en utilisant la loi de Biot et Savart :

$$\vec{h}(r_R) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{j}(\mathbf{r}, h_S) \otimes \overrightarrow{MR}(\mathbf{r}, r_R)}{\|\overrightarrow{MR}(\mathbf{r}, r_R)\|^3} dV, \quad (2.2.3)$$

où $\vec{j}(\mathbf{r}, h_S)$ est la densité de courant dans l'élément de volume dV qui est donnée par la relation (1.2.80). Dans le repère cartésien équivalent, les vecteurs $\vec{j}(\mathbf{r}, h_S)$ et $\overrightarrow{MR}(\mathbf{r}, \rho_R, h_R)$ se décomposent de la façon suivante :

$$\vec{j} = \|\vec{j}\| \cdot \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{MR} = \begin{pmatrix} \rho_R \cos \phi_R - \rho \cos \phi \\ \rho_R \sin \phi_R - \rho \sin \phi \\ -(z + h_R) \end{pmatrix}. \quad (2.2.4)$$

Le produit vectoriel vaut donc :

$$\vec{j} \otimes \overrightarrow{MR} = \begin{pmatrix} -(z + h_R) \cos \phi \\ -(z + h_R) \sin \phi \\ \rho - \rho_R \cos(\phi - \phi_R) \end{pmatrix}. \quad (2.2.5)$$

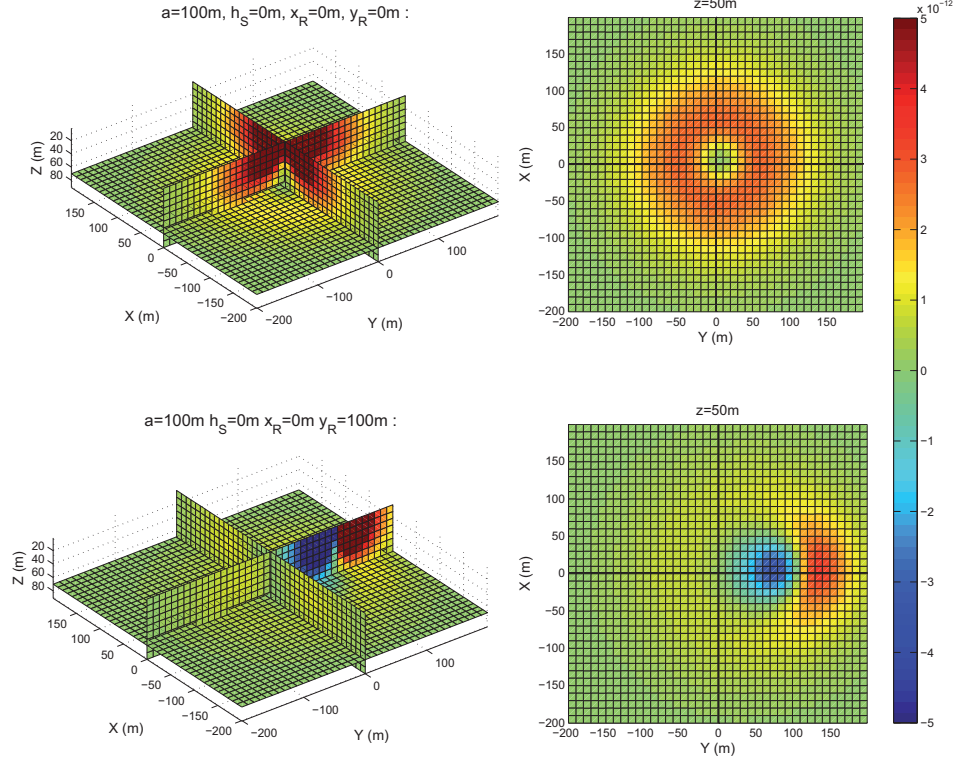


Figure 2.2.2: Fonction "récepteur" R_z pour la composante verticale à $t = 234\mu\text{s}$ pour deux positions de récepteur ($x_R = 0, y_R = 0$) et ($x_R = 0, y_R = 100$) dans le cas d'une boucle de rayon $a = 100\text{m}$ posée sur un demi-espace de conductivité électrique $\sigma = 10^{-2}\text{S/m}$.

On peut alors écrire les trois composantes du champ magnétique en fonction des coordonnées cylindriques :

$$h_n(\rho_R, \phi_R, z_R) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \|\vec{j}(\rho, \phi, z)\| R_n(\rho, \phi, z) \rho d\rho d\phi dz \quad n = x, y, z$$

$$R_x(\rho, \phi, z) = \frac{(z_R - z) \cos \phi}{(\rho_R^2 - 2\rho_R \rho \cos(\phi - \phi_R) + \rho^2 + (z - z_R)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$R_y(\rho, \phi, z) = \frac{(z_R - z) \sin \phi}{(\rho_R^2 - 2\rho_R \rho \cos(\phi - \phi_R) + \rho^2 + (z - z_R)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$R_z(\rho, \phi, z) = \frac{\rho - \rho_R \cos(\phi - \phi_R)}{(\rho_R^2 - 2\rho_R \rho \cos(\phi - \phi_R) + \rho^2 + (z - z_R)^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.2.6)$$

2. INVERSION 2D

En passant dans le système de coordonnées cartésiennes, on obtient :

$$\begin{aligned}
 h_n(x_R, y_R, z_R) &= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \|\vec{j}(x, y, z)\| R_n(x, y, z) dx dy dz \quad n = x, y, z \\
 R_x(x, y, z) &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{(z_R - z)x}{((x_R - x)^2 + (y_R - y)^2 + (z_R - z)^2)^{\frac{3}{2}}} \\
 R_y(x, y, z) &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{(z_R - z)y}{((x_R - x)^2 + (y_R - y)^2 + (z_R - z)^2)^{\frac{3}{2}}} \\
 R_z(x, y, z) &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{x^2 + y^2 - xx_R - yy_R}{((x_R - x)^2 + (y_R - y)^2 + (z_R - z)^2)^{\frac{3}{2}}}.
 \end{aligned} \tag{2.2.7}$$

En faisant l'analogie avec (2.2.11) et en utilisant la formule de la densité de courant (1.2.80), on montre que la fonction de sensibilité pour chaque composante est donnée par :

$$S_n(x, y, z, \sigma_a) = \frac{1}{4\pi} \|e(x, y, z, \sigma_a)\| \cdot R_n(x, y, z) \quad n = x, y, z. \tag{2.2.8}$$

On peut voir que S est le produit entre un terme "source" qui correspond au champ électrique primaire et un terme "récepteur" qui décrit la zone vue par le capteur de mesure. Dans le chapitre précédent, nous avons considéré que le modèle de champ électrique provoqué par une source dipolaire est suffisamment exacte pour estimer la fonction de sensibilité 1D. Pour la sensibilité 2D, il est préférable d'utiliser un modèle plus précis prenant en compte les caractéristiques de la source. Ainsi, dans cette partie, nous utilisons la transformée de Laplace inverse de la relation 1.2.78 pour décrire le champ électrique à l'intérieur du demi-espace. Comme il n'est pas possible de calculer cette expression analytiquement, nous l'évaluons numériquement en 3 dimensions. Il faut cependant noter que pour un milieu homogène ou tabulaire, le champ électrique est caractérisé par une symétrie de révolution autour de l'axe vertical passant par le centre de la source. Nous calculons donc $e(x, y, z, t, \sigma_a)$ uniquement dans la partie $x > 0$ du plan $\{O_x, O_z\}$. On est alors en mesure d'estimer la fonction de sensibilité 3D (elle est tracée en haut à droite de la figure 2.2.5 pour le plan $\{O_x, O_z\}$). Pour obtenir la fonction de sensibilité 2D, on intègre numériquement la relation 2.2.8 dans la direction O_y (graphique en bas à gauche

de la figure 2.2.5).

Nous venons de voir que le calcul de la fonction de sensibilité 2D nécessite plusieurs intégrations numériques qui sont relativement lourdes en temps de calcul. L'inversion de 3km de profil nécessite environ 2000-3000 calculs de fonction de sensibilité. En refaisant les calculs décrits plus haut, il faudrait plusieurs heures. Pour optimiser le temps de calcul, lors de l'inversion, les fonctions de sensibilité sont déterminées par *file look-up* dans un répertoire contenant 700 fichiers de fonction sensibilité pré-calculées pour les conductivités allant de $10^{-5}S/m$ à $10^2S/m$. Cet abaque est caractéristique du système utilisé. Cela sous-entend que l'on peut utiliser le même pendant assez longtemps (le temps que les constructeurs de systèmes d'acquisition innovent de façon considérable). Il faut une dizaine d'heures pour le calculer et son volume final est de 400Mo. Grâce à cette méthode, l'inversion de 3km de profil dure environ 25 minutes.

Malgré cela, l'inversion reste relativement longue. De plus, il s'avère que quand elle est appliquée au problème TEM 2D, l'approximation de Born est trop restrictive et ne permet pas de reproduire le bon modèle de sous-sol. Dans la prochaine section, nous présentons un article que nous avons soumis à *Geophysics*. Cet article montre que l'approximation de Born ne fonctionne pas à 2 dimensions. De plus, il propose une méthode qui, en plus d'être très rapide, fonctionne beaucoup mieux.

2.2 Article publié à *Geophysics*

2.2.1 Abstract

Airborne transient electromagnetic surveying provides data sections with a sufficient coverage to perform 2D imaging of electrical conductivity within the ground. Full 2D inversion using numerical modeling with finite differences or finite elements is still a time-consuming method to process the large amount of data acquired during an airborne survey. 2D structures increase the complexity of eddy current patterns within the ground. Consequently, fast approximate imaging using 2D sensitivities of equivalent homogeneous media is not sufficient and causes strong artefacts in the resulting model. To overcome this problem, one prefers to use 1D inversion or 3D inversion using local sensitivity to process this kind of data. However, we consider a fast 2D inversion to be reachable. By estimating

numerically the 2D sensitivity caused by 2D perturbations and showing that it differs considerably from the ones derived from homogeneous media, we propose an empirical model for in-loop configuration which describes the numerical 2D sensitivity. By applying this method to synthetic data, we show that it eliminates 2D artefacts which are often encountered when using approximate inverse methods based on the theory of equivalent homogeneous half-space. An application to real in-loop data illustrates this improvement for imaging a dipping layer of conductive graphite deposits in Canada. This method is relatively fast. It could provide a better understanding of the ground during the survey and would allow geophysicists to better manage the whole campaign.

2.2.2 Introduction

The Airborne ElectroMagnetic method (AEM) operating in time domain is a practical tool to map near-surface geological features over large areas (several tens of kilometres). The principal applications are mining exploration (Smith *et al.*, 2010; Wolfgram & Golden, 2001), subsurface hydrology (Auken *et al.*, 2009b; Baldridge *et al.*, 2007; Danielsen *et al.*, 2003; Kirkegaard *et al.*, 2011; Siemon *et al.*, 2009b) and on-shore hydrocarbon exploration (Huang & Rudd, 2008; Pfaffhuber *et al.*, 2009). AEM data are often interpreted using apparent conductivity transforms (Macnae *et al.*, 1998; Wolfgram & Karlik, 1995), equivalent plate inversion (Keating & Crossley, 1990; Tartaras *et al.*, 2000; Zhdanov *et al.*, 2002), diffusion velocity analysis (Eaton & Hohmann, 1987), Zohdy's method (Sattel, 2005; Zohdy, 1989) or layered earth inversion (Chen & Raich, 1998; Christensen, 2002; Farquharson *et al.*, 1999; Guillemoteau *et al.*, 2011; Huang & Palacky, 1991; Vallee & Smith, 2009; Viezzoli *et al.*, 2008). All of these methods are cost effective and allow geophysicists to rapidly process the large amount of data acquired during airborne surveys. Also, a fast 3D EM inversion algorithm has recently been presented for frequency domain data (Cox *et al.*, 2010). However, most of the surveys have been acquired along flight lines that have considerable distance between them. The information contained within such data sets does not allow the 3D model equivalences to be resolved. Consequently, 3D inversion still requires a prior model provided by 1D interpretation or else strong regularization of the model parameters. In the presence of high lateral conductivity contrasts, 1D interpretation may lead to strong artefacts in the resulting subsurface image (Ley-Cooper

et al., 2010).

An intermediate solution is to interpret the data using a 2D theory. Full 2D inversion using finite elements has been presented by Wilson *et al.* (2006) but this method is not fast enough to process large amounts of data. The fast approximate inverse mapping (AIM) approach (Oldenburg & Ellis, 1991), which uses the Born approximation applied to an equivalent homogeneous medium, has been tested by Wolfgram *et al.* (2003) for the 2D inversion of airborne TEM data. The method does not however reproduce the true conductivity when inverting only the vertical component of the magnetic field.

In this paper, we first examine the theory of approximate inverse mapping applied to the 2D subsurface imaging where the sensitivity function is derived from the Biot-Savart law. Secondly, we determine numerically the 2D sensitivity function due to 2D conductivity perturbations for the in-loop configuration and show that it differs considerably from the sensitivity derived using the AIM method. As a consequence, we suggest a new approximate theory which better describes how the ground is illuminated during in-loop TEM acquisition. Finally, we compare the new method with 1D and 2D AIM inversion as applied to two kinds of data sets : synthetic data with a pure step waveform and actual helicopter borne data with a realistic waveform.

2.2.3 Theory and Methods

The transient electromagnetic method involves exciting the ground with a time varying loop source and measuring the magnetic field resulting from induced currents in the ground (Nabighian & Macnae, 1988; Palacky, 1981). In order to understand how the ground is illuminated during an airborne TEM measurement, one has to study the sensitivity function or the Frechet kernel. Let us recall the basic principles of imaging in order to define the 2D TEM inverse problem.

Forward modeling using the Born Approximation

The inversion of TEM data consists in determining the subsurface distribution of electrical conductivity from measurements of the decaying vertical magnetic field after the source is turned off. The 3D forward problem can be written as follows (Gómez-Treviño,

2. INVERSION 2D

1987; Gomez-Trevino, 1987) :

$$h_z(\mathbf{r}_R, t) = \int \int \int_V g(\mathbf{r}, t, \sigma) \sigma(\mathbf{r}) dV, \quad (2.2.9)$$

where $h_z(\mathbf{r}_R, t)$ is the decaying magnetic field measured at receiver position $\mathbf{r}_R = \{x_R, y_R, z_R\}$ and g is the sensitivity function or Frechet kernel. The sensitivity function depends on the acquisition geometry and on the distribution of conductivity in the ground. Since the distribution of conductivity is the sought-after parameter, the inverse problem is nonlinear. For a heterogeneous media, the function g has to be computed using a numerical method such as finite differences or finite elements. However these methods are too time consuming for practical inversion. One can reduce the computational time by using approximate inverse mapping as introduced by Oldenburg & Ellis (1991). This method consists in applying the perturbation theory based on an equivalent homogeneous half-space. In such case, the transient magnetic response can be written as follows :

$$h_z(\mathbf{r}_R, t) = h_z^0(\mathbf{r}_R, t) + \int \int \int_V g(\mathbf{r}, t, \sigma_0) [\sigma(\mathbf{r}) - \sigma_0(\mathbf{r})] dv \quad (2.2.10)$$

where $\sigma_0(\mathbf{r}) = \sigma_a$ is the conductivity of the equivalent homogeneous medium with transient magnetic response h_z^0 . This approximation works well only if the actual subsurface does not differ strongly from the homogeneous model. The problem can be simplified in this case using the sensitivity function associated with the initial model :

$$h_z(\mathbf{r}_R, t) = \int \int \int_V g(\mathbf{r}, t, \sigma_0) \sigma(\mathbf{r}) dv. \quad (2.2.11)$$

Approximate inverse mapping has been applied to the 1D inversion of TEM data by Christensen (1995). Data can be associated to the conductivity of the equivalent homogeneous half space which would have produce the same response. By considering this apparent conductivity σ_a as data which controls the scaling of the sensitivity, the 3D equivalent problem may be written as follows :

$$\sigma_a(\mathbf{r}_R, t) = \int \int \int_V f(\mathbf{r}, t, \sigma_a) \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (2.2.12)$$

where

$$f(\mathbf{r}, t, \sigma_a) = \frac{\partial \sigma_a(\mathbf{r}_R, t)}{\partial h_z(\mathbf{r}_R, t)} g(\mathbf{r}, t, \sigma_a). \quad (2.2.13)$$

The function f can be viewed as a spatial averaging of the conductivity describing how the ground is illuminated for a given source-receiver configuration. It depends on both the eddy currents caused by the source and the properties of the receiver. The magnetic response at the receiver position can be estimated using the Biot-Savart law (see Figure 2.2.3) :

$$\vec{h}(r_R, t) = \frac{1}{4\pi} \int \int \int_V \frac{\vec{j}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_S) \wedge \overrightarrow{MR}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_R)}{\|\overrightarrow{MR}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_R)\|^3} dV \quad (2.2.14)$$

where \mathbf{r}_S is the position of the source and \overrightarrow{MR} is the vector between the receiver and

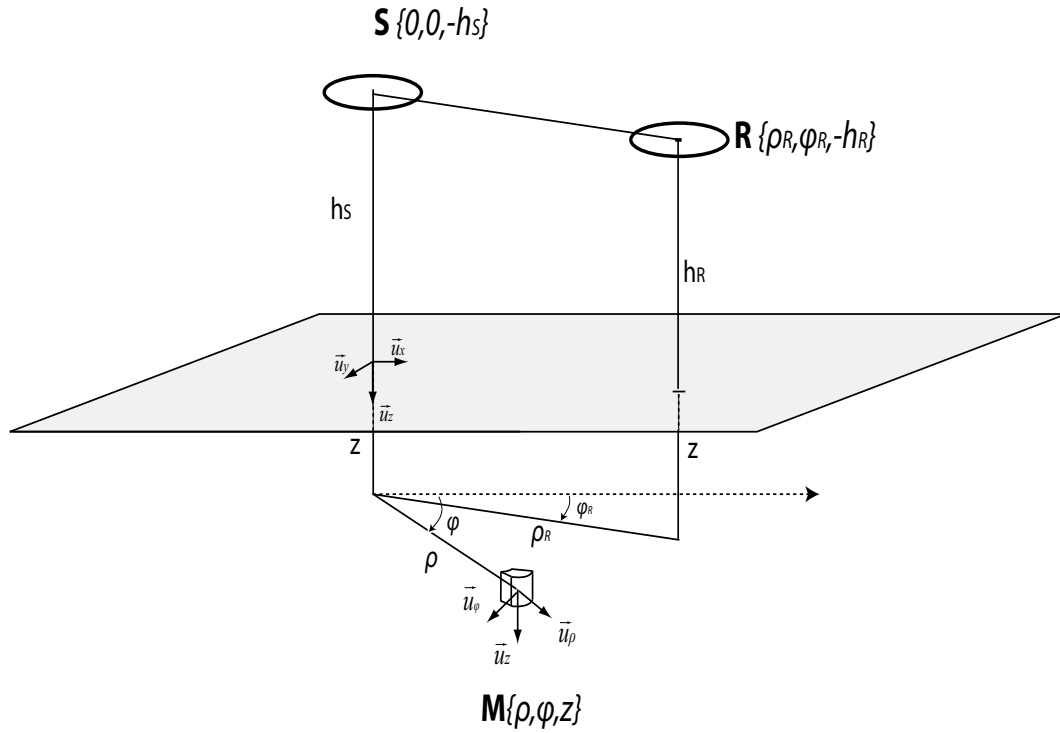


Figure 2.2.3: Schematic description of EM measurement with source and receiver in the air.

the volume element of secondary source with the current density \vec{j} . For a homogeneous half-space, eddy currents flow in horizontal loops. Therefore, in cylindrical coordinates,

$$\vec{j}(\mathbf{r}, t) = \|\vec{j}(\mathbf{r}, t)\| \cdot \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{MR} = \begin{pmatrix} \rho_R \cos \phi_R - \rho \cos \phi \\ \rho_R \sin \phi_R - \rho \sin \phi \\ z_R - z \end{pmatrix} \quad (2.2.15)$$

2. INVERSION 2D

where $\|\vec{j}\|$ is the norm of the current density depending on both conductivity and the transient electrical field $\vec{e}_\phi(\mathbf{r}, t)$ induced within the ground :

$$\|\vec{j}(\mathbf{r}, t)\| = \sigma(\mathbf{r})\|\vec{e}_\phi(\mathbf{r}, t)\|. \quad (2.2.16)$$

In a cylindrical system oriented downward, the transient electrical field in the homogeneous half space due to a horizontal loop source in the air (TE mode) points in the azimuthal direction \vec{u}_ϕ and is given in the frequency domain by (see Appendix A) :

$$E_\phi^{step}(\omega, \rho, z) = \frac{\mu_0 I a}{2} \int_0^\infty \frac{t_{TE}}{u_1} e^{-u_0 h_S} e^{-u_1 z} \lambda J_1(\lambda a) J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad (2.2.17)$$

where $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m is the magnetic permeability of free space, a is the radius of the loop source, I is the intensity of the electrical current in the loop source, u_0 and u_1 are the wave number for the air and the half space respectively, h_S is the height of the source, ρ is the horizontal distance between the source and the receiver, and t_{TE} is the transmission coefficient for the TE mode given by :

$$t_{TE} = \frac{2u_1}{u_0 + u_1}. \quad (2.2.18)$$

In Figure 2.2.4, we show the spatial distribution of the electrical field in time domain computed by setting $s = i\omega$ and by performing an inverse Laplace transform of equation 2.2.17. As expected, the results show that ground induced currents diffuse downward like a smoke ring (Nabighian, 1979; Reid & Macnae, 1998) which becomes smoother with increasing time. The diffusion velocity of the electrical field decreases in more conductive media. Using the equations 2.2.14 and 2.2.15, the sensitivity function for the three components ($n = x, y, z$) of the magnetic field in the air is estimated by :

$$h_n(\mathbf{r}_R, t) = \frac{1}{4\pi} \int \int \int_V \|\vec{j}(\mathbf{r}, t)\| R_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_R) dx dy dz, \quad (2.2.19)$$

where R_n is given for the three components of the Cartesian coordinates system :

$$R_x(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{(z_R - z)x}{((x_R - x)^2 + (y_R - y)^2 + (z_R - z)^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.2.20)$$

$$R_y(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{(z_R - z)y}{((x_R - x)^2 + (y_R - y)^2 + (z_R - z)^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.2.21)$$

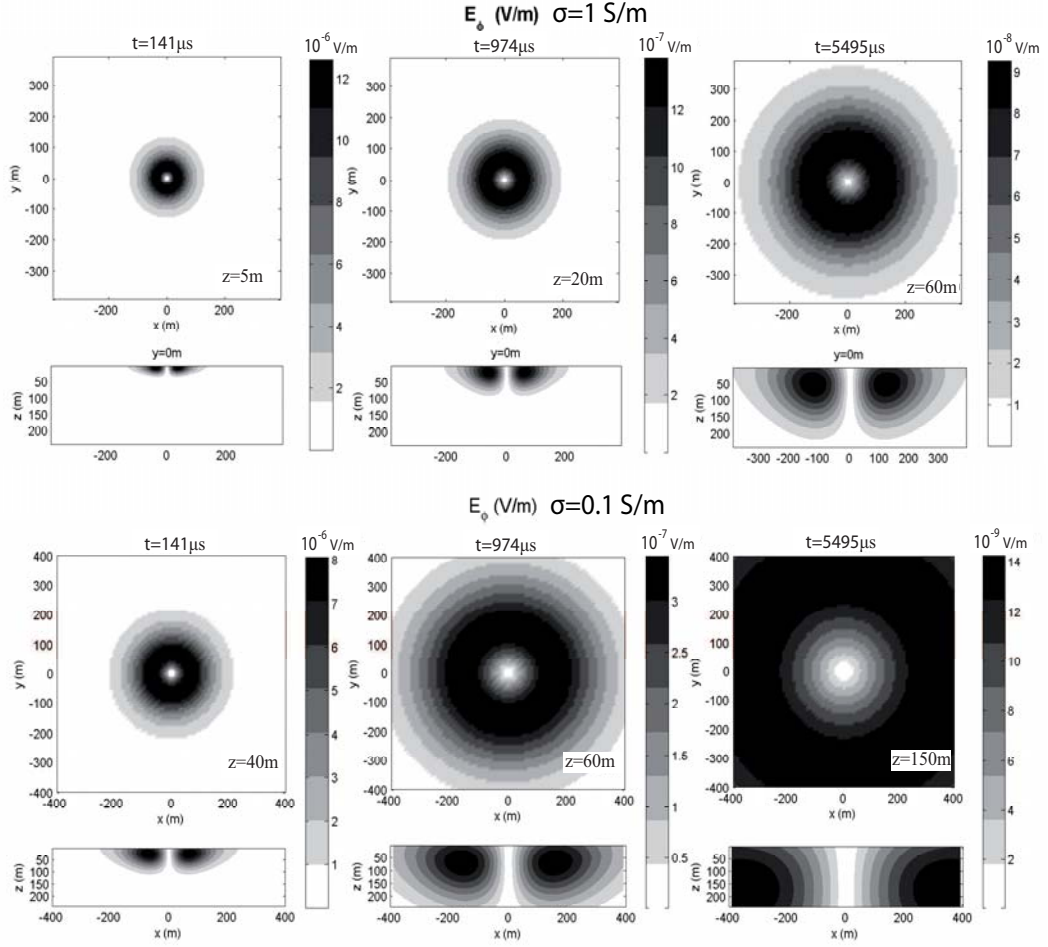


Figure 2.2.4: Spatial distribution of e_ϕ in the ground for three channels after the 1A current has been turned off. The loop source has a radius $a = 13\text{m}$ and is located at $h_S = 45\text{m}$. Upper part : $\sigma = 1\text{S/m}$, lower part : $\sigma = 0.1\text{S/m}$.

$$R_z(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{x^2 + y^2 - xx_R - yy_R}{((x_R - x)^2 + (y_R - y)^2 + (z_R - z)^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.2.22)$$

By comparing (2.2.11), (2.2.19) and (2.2.16), we can see that the sensitivity function g is the product between the electrical field in a homogeneous media and a geometric function R_n given by (2.2.20)-(2.2.22), which describes the field of view of the receiver :

$$g_n(\mathbf{r}, t; \sigma_a, \mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S) = \frac{1}{4\pi} \|\vec{e}_\phi(\mathbf{r}, t; \sigma_a, \mathbf{r}_S)\| \cdot R_n(\mathbf{r}; \mathbf{r}_R). \quad (2.2.23)$$

If one knows the 3D spatial distribution of eddy currents, one can compute the 3D sensitivity function for a homogeneous medium by using the equation 2.2.23. The 3D inversion

2. INVERSION 2D

process is time consuming because it requires many model parameters and data acquisition with 3D coverage. Therefore, 2D inversion appears as an intermediate method that would produce imaging results relatively quickly with fewer parameters. As in Wolfgram *et al.* (2003), our 2D sensitivities are computed by integration of the 3D sensitivity over the invariant y-direction (strike). In Figure 2.2.5, we show the spatial distribution of the 3D and 2D sensitivity of the vertical magnetic field for a zero offset configuration. The main consequence of using a 2D sensitivity instead of a 3D sensitivity is that conductive structures not directly beneath the flight line can get mapped as a deeper body in the resulting 2D section. It is also important to note that the Biot-Savart law is valid in free space. A more accurate approach is to compute the secondary magnetic field for a half-space using electrical dipole sources to simulate the induced currents. The free space sensitivity has similar shape but its spatial extent is overestimated compared to the half-space sensitivity. We correct this for difference by multiplying the apparent conductivity by 4 in order to get the same spatial extent as for half-space sensitivity.

Forward modeling using an empirical approach

Wolfgram *et al.* (2003) applied an adaptive Born approximation to 2D inversion of airborne TEM data. They show that it is difficult to constrain a 2D model by using only the vertical component of the magnetic field H_z . We suggest that the approximate inverse mapping using a homogeneous half-space oversimplifies the pattern of eddy currents in a 2D structure. Indeed, as 2D objects have strike length much longer than the spatial footprint, they may generate even stronger perturbations than those caused by a 3D body. Using the program ArjunAir developed at CSIRO (Raiche, 2008a), we computed the 2D sensitivity function by considering local 2D perturbations $\Delta\sigma$ successively located at all positions within the ground. The computation of this numerical kernel is carried out in the following three steps :

- 1 First, magnetic responses are computed numerically with ArjunAir for each of perturbations.
- 2 Second, the magnetic responses are converted to apparent conductivities by using a table look-up method.

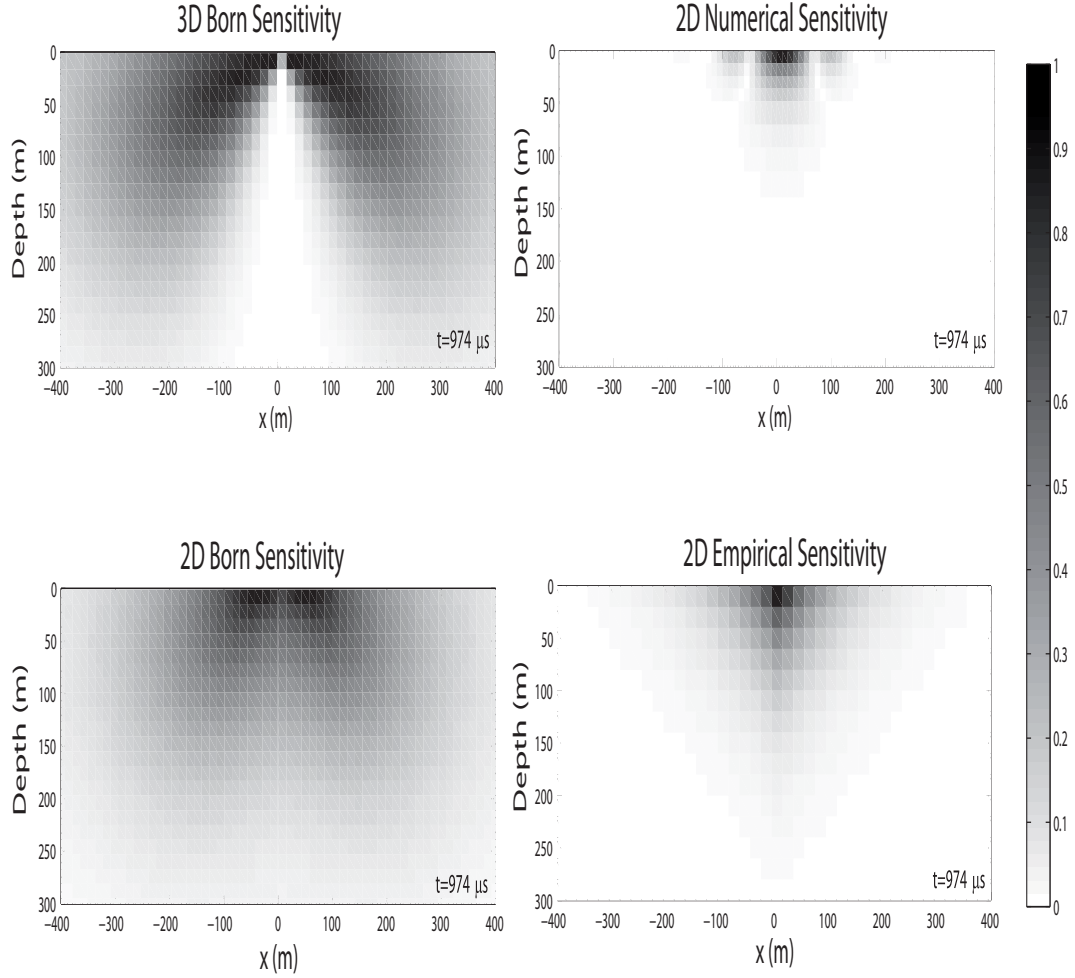


Figure 2.2.5: Left column : sensitivities function derived using the Biot and Savart law in 3D (top) and 2D (bottom). Right column : Sensitivity function derived from numerical modeling (top) and empirical approach (bottom). The loop source is located at $h_S = 45\text{m}$ over a half-space with the conductivity $\sigma = 10^{-2}\text{S/m}$, with a radius $a = 13\text{m}$.

3 Finally, the sensitivity function is computed by using the following equation :

$$f(x, z, t) = \frac{\Delta\sigma_a(x, z, t)}{\Delta\sigma}, \quad (2.2.24)$$

where $\Delta\sigma_a(x, z, t)$ is the difference between the apparent conductivity of the unperturbed medium and a medium with a perturbation $\Delta\sigma$ at the position (x, z) . In Figure 2.2.5 (top right), the right numerical 2D kernel is shown for a perturbation embedded within a homogeneous medium of conductivity $\sigma = 10^{-2}\text{S/m}$. It differs considerably from the kernel obtained by the AIM theory derived for an equivalent homogeneous half-space (see left part of Figure 2.2.5). There is one important difference that affects the inversion :

2. INVERSION 2D

the standard AIM sensitivities are characterized by two symmetric lobes at the centre of central loop system, while the numerical one shows a dominant single lobe centred just beneath the system and two smaller sides lobes. This method cannot be implemented for fast 2D inversion, however, as the computations are too time-consuming. Following Christensen (2002) for 1D TEM imaging, we suggest an empirical model to approximate the real 2D kernel. Consider the illuminated domain defined as $\Omega_i = \{[-d_x, d_x], [0, d_z]\}$ where d_z and d_x are the distances of penetration in the vertical and horizontal directions, respectively. We find that the sensitivity function of the vertical magnetic field can be approximated by a simple mathematical formula :

$$f(x, z, t) = \frac{1}{\Gamma} \begin{cases} \exp - \left(\frac{4|x|}{d_x} + \frac{6z}{d_z} \right) & , (x, z) \in \Omega_i. \\ 0 & , \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (2.2.25)$$

$$d_z = \sqrt{\frac{c_z t}{\mu_0 \sigma_a(t)}} \text{ and } d_x = \sqrt{\frac{c_x t}{\mu_0 \sigma_a(t)}} + h_R, \quad (2.2.26)$$

where c_z is the scaling factor for the vertical direction defined by Christensen (2002), c_x is the scaling factor for the horizontal direction, h_R is the receiver height and Γ is a normalizing factor detailed below. As the kernel for the apparent conductivity has to follow the condition :

$$\int \int_{\Omega} f(x, z, \sigma_a, h_R) dx dz = 1, \quad (2.2.27)$$

the new empirical kernel is normalized by :

$$\Gamma = \int \int_{\Omega_i} \exp - \left(\frac{4|x|}{d_x} + \frac{6z}{d_z} \right) dx dz. \quad (2.2.28)$$

This approximate kernel is valid for the in-loop configuration only. It is shown at the bottom right of Figure 2.2.5 for the time channel $t = 974 \mu s$ and the 45 m transmitter height over a half-space of conductivity $\sigma = 10^{-2}$ S/m. Using this approach, we assume that a cell with anomalous conductivity is unaffected by the presence of another. In other words, this method does not include the mutual inductance.

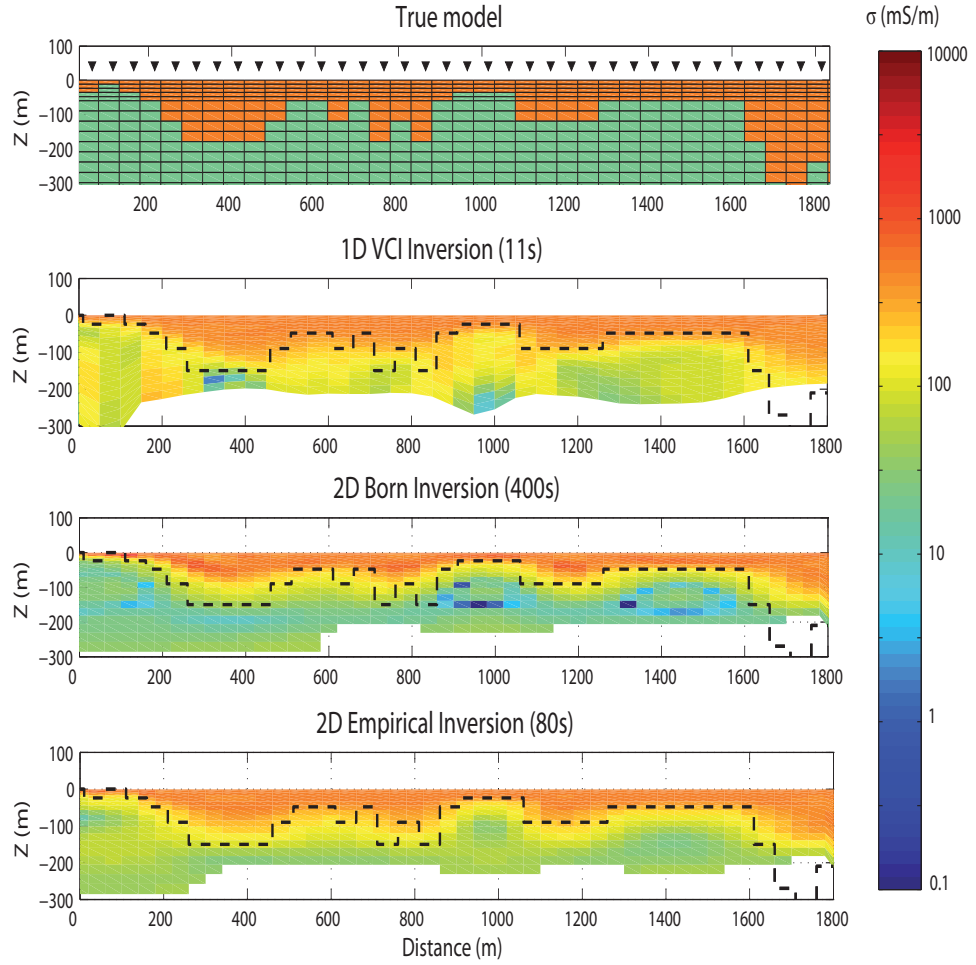


Figure 2.2.6: *Inversion of the VTEM synthetic data generated by a weakly 2D model with a shallow conductive layer. From top to bottom : true model and position of soundings (triangles); concatenated result of 1D inversions using vertical constraints (VCI); result of the 2D Born inversion using Biot and Savart's sensitivity; result of the 2D empirical inversion.*

Inverse Problem

The data for the inversion scheme consists of the apparent conductivity versus time while the model is the spatial distribution of conductivity in a vertical plane beneath the flight line. The apparent conductivities are computed prior to the inversion by looking in tables which contain the responses of the system for a large range of homogeneous earth models and transmitter heights. The response of the system is obtained by convolving the time derivative of the source current with the step response. In the case of an

2. INVERSION 2D

in-loop system and sufficiently late time channels, the B_z response is monotonic with regards to conductivity, therefore there is a unique correspondence between the apparent conductivity and the response. The 2D linear inverse problem is formulated as follows :

$$\sigma_a(\mathbf{r}_R, t) = \int_{\Omega} f(\mathbf{r}, t, \sigma_a) \sigma(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (2.2.29)$$

where $f(\mathbf{r}, t, \sigma_a)$ is the 2D sensitivity function given by equation 2.2.25. If we consider N_s soundings acquired at different positions along the flight line, with each sounding recorded at N_t time windows, the data set is composed of $N_d = N_s \times N_t$ data. By discretizing the 2D space into N_m blocks, we can write the inverse problem in a matrix form as follows :

$$\sigma_{a,i} = \sum_j \mathbf{F}_{i,j} \sigma_j \quad i = 1, N_d \quad j = 1, N_m, \quad (2.2.30)$$

where $\mathbf{F}_{i,j}$ contains the integral of $f(\mathbf{r}, t, \sigma_a)$ over each the j_{th} model block for the i_{th} data point. Our inversion scheme is separated into two steps. First, we solve equation set 2.2.30 using a Tikhonov regularization strategy :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{S}_x \\ \mathbf{S}_z \end{bmatrix} \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_a \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (2.2.31)$$

The matrix \mathbf{F} is related to the data misfit; \mathbf{S}_x and \mathbf{S}_z are smoothness matrices which constrain, respectively, the horizontal and vertical second derivatives of the recovered model. We solve this problem using the Conjugate Gradient Least Square method (CGLS) (Aster *et al.*, 2005; Hansen, 2010). The initial model is formed by equating the conductivity with the apparent conductivity at the centroid depth of each measurement. If the conductivity of the host rock is known, we use it instead. Secondly, we perform the additional recursive filter presented in Guillemoteau *et al.* (2011) which re-weights the inverse problem in the logarithmic space :

$$\sigma = \sigma^0 e^{[\mathbf{F}^{*T} \mathbf{W}_d \mathbf{F}^* + \lambda_P^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{F}^* \mathbf{W}_d \log_e(\sigma_a / \sigma_a^0)}, \quad (2.2.32)$$

where σ^0 is the initial conductivity which is, at the first iteration, the solution of the equation set 2.2.31 with large smoothness. λ_P is a Lagrangian parameter which controls the difference with the starting model σ^0 at each iteration, σ_a is the measured apparent

conductivity, $\sigma_a^0 = \mathbf{F}\sigma^0$ is the predicted apparent conductivity, \mathbf{W}_d is a diagonal error matrix with elements proportional to $h_z(t)$. As $h_z(t)$ is a decaying curve with regard to the time, this advantages the short time channel fitting. \mathbf{F}^* is the logarithmic kernel which is expressed as :

$$F_{ij}^* = \frac{\sigma_j^0}{\sigma_{a,i}} F_{ij}. \quad (2.2.33)$$

The computation of the logarithmic kernel \mathbf{F}^* is very fast at each step as we already know the standard kernel \mathbf{F} . The parameter λ_P is determined by an L-curve analysis (Hansen, 1992) at each iteration. This recursive filter allows sharper contrasts in the resulting model due to the low dynamic of both model and data in the logarithmic space. From our tests, if the starting model σ_0 is both smooth and close to the true model, then the iterative log inversion converges to a reasonable data misfit after < 10 iterations.

Results

2D inversion of synthetic VTEM data

We simulate step-off B_z transient responses for the in-loop configuration using ArjunAir. We generate three lines of synthetic data as if they were acquired with a VTEM system at the nominal 45 m clearance. We simulate a transmitter loop of 26 m diameter and a receiver of 1.1 m diameter, recording 27 measurements from $t_1 = 83 \mu\text{s}$ to $t_2 = 7.8$ ms. Synthetic data sets are computed for three models with increasing complexity : the first one is a weakly 2D conductive medium shown at the top of Figure 2.2.6 ; the second one is a clear 2D conductive body buried inside a uniform medium ground (left column of Figure 2.2.7) ; and the last one is a quasi-horizontal conductive layer embedded beneath an inclined ground (right column of Figure 2.2.7). The latter contains topography in addition to conductivity variations.

The first model contains a shallow conductive layer of 500 mS/m and varying thickness over a resistive half-space of 20 mS/m. The data consist of 36 TEM soundings acquired every 50 m at a height of 45 m. In Figure 2.2.6, the three panels beneath of the true model show the inverted models using respectively, 1D inversion with vertical constraints (VCI), standard 2D Born inversion (AIM) and empirical 2D inversion. The 1D inversion fails to reproduce the strong lateral changes occurring at the positions 200 m, 900 m and

2. INVERSION 2D

1100 m in the true model. In this case, 1D inversion using lateral constraints (LCI or SCI) (Viezzoli *et al.*, 2008) should provide better results. Using the 2D interpretations, it is possible to remove the 2D artefacts without strong regularisation; this is shown in the two bottom graphs of Figure 2.2.6.

The second model (Figure 2.2.7, top left) is an infinite (strike is the y-direction) prism with a 100 m x 100 m cross sectional area and a conductivity of 200 mS/m, situated at a depth of 50 m below the surface. The prism is embedded in a homogeneous half-space with a conductivity 5 mS/m. The reminder of Figure 2.2.7 (left column) shows the resulting images from 1D VCI inversion, the 2D Born inversion using an equivalent homogeneous half-space to compute the sensitivity and the 2D empirical inversion. The results show that the 1D inversion or 2D standard Born inversions fail to reproduce the true model, while the empirical inversion yields a better reconstruction.

2D inversion allows (or forces) us to take into account the influence of topography on TEM response. In our processing, we evaluate the angle ϕ averaging the local slope over a distance equal to the early-time footprint. Then, the magnetic response is divided by the factor $\cos^2\phi$ to model both the inclination of the receiver and the incidence of the primary magnetic field. In addition, in the inversion, we use a sensitivity function rotated in such a way that the modelled eddy currents are parallel to the ground surface. We tested the three inversion methods on synthetic data computed from the third model that has variation of topography. The model sections obtained for the different methods are presented in the right column of Figure 2.2.7. The 2D empirical inversion reproduces well the true model, and avoids the "pant-leg" artefact usually encountered with 1D stitched sections.

2D inversion of VTEM data

We apply the 2D empirical inversion method to a helicopter-borne TEM data set (VTEM) acquired over the lake Minowean area in Canada. The aim of the survey is to detect and characterize a conductive sheet of graphite beneath the lake. A comparative study of different electrical methods has been presented by Smith *et al.* (2011) in a similar context. Graphite layers are characterized by strong contrasts of conductivity compared to their host rocks. Moreover, there may be a polarization effects biasing the late time

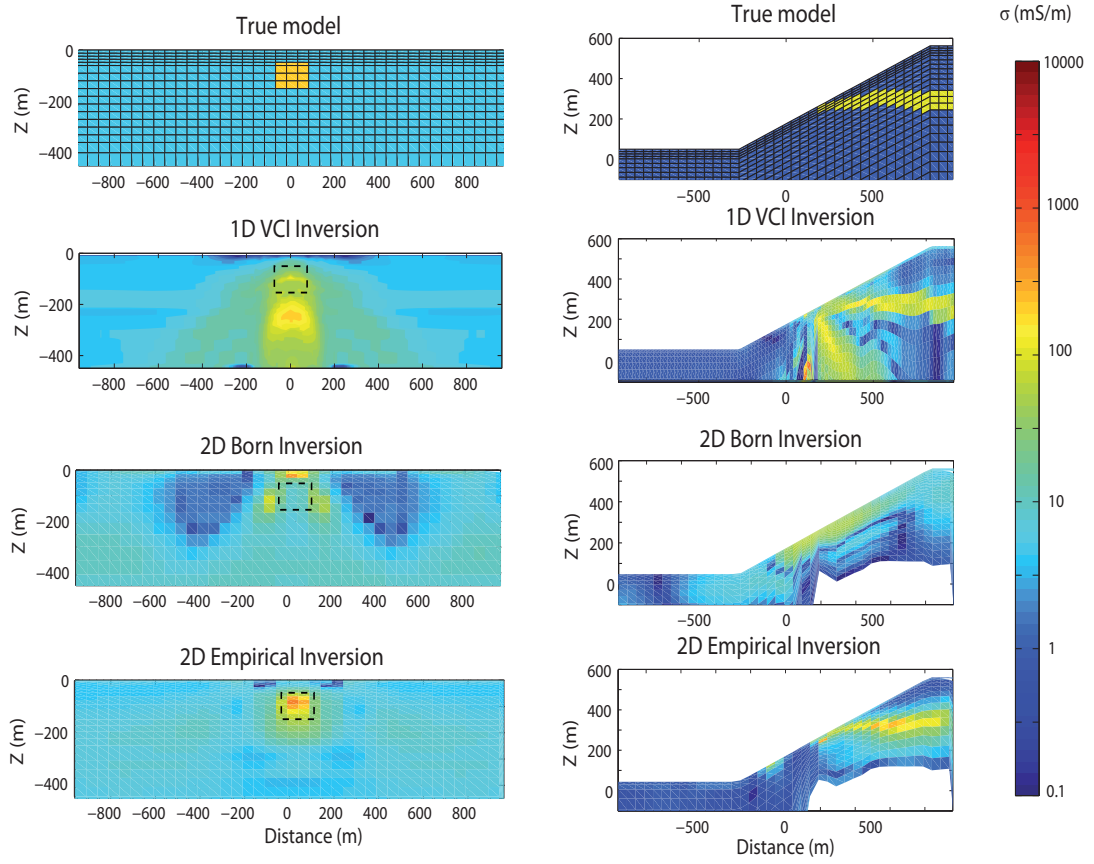


Figure 2.2.7: *Inversion of VTEM synthetic data. Left column : small prism ($100\text{m} \times 100\text{m}$) with a conductivity of 200 mS/m embedded in a half-space with a conductivity of 5 mS/m . Right column : horizontal layer with a conductivity of 100 mS/m embedded in resistive medium with a conductivity of 1 mS/m and simple topography. From top to bottom : cross section of the true model, after 1D inversion, after 2D Born inversion, and after 2D empirical inversion.*

response. We present this challenging case to identify some limitations of the empirical inversion. The transmitter is a four-turn loop, with a diameter of 26 m. The VTEM waveform is a quasi-square function with a maximum peak of 200 A and a duration of 8.32 ms. The pulse repetition rate is 30 Hz. We invert the vertical component of the magnetic field. Each sounding is composed of 24 channels from $t_1 = 120 \mu\text{s}$ to $t_{24} = 6.5 \text{ ms}$. First, the VTEM data (given in pV.ms/A/m^4) are converted to the equivalent magnetic field (in A/m) which would have been generated by 1 turn-loop and a maximum current peak of 1 A. Then, the apparent conductivity is computed looking in a table of VTEM

2. INVERSION 2D

responses (pure step response corresponding to 1 turn-loop and 1 A current convolved with the normalized waveform).

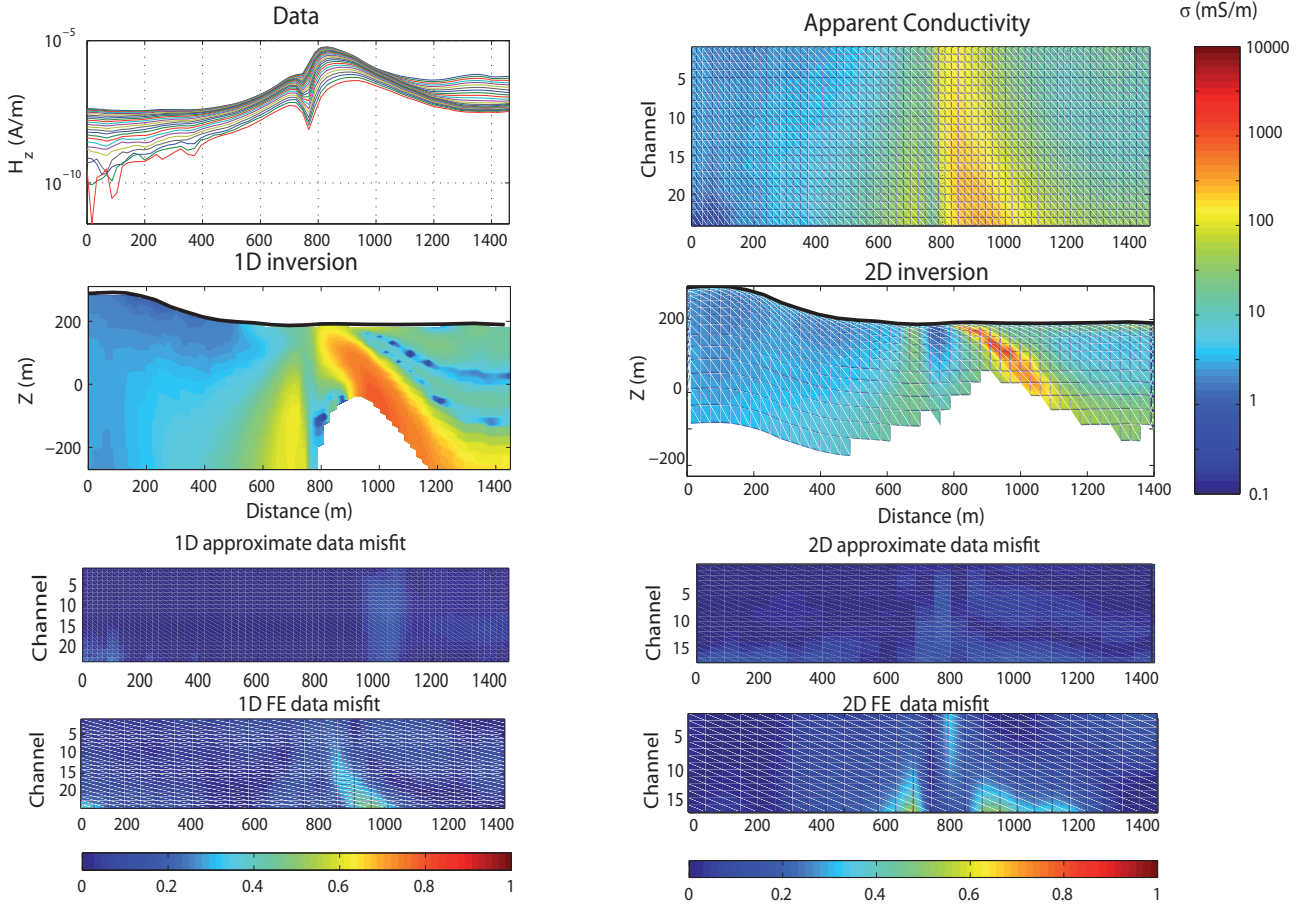


Figure 2.2.8: *Inversion of VTEM data acquired over the lake Minowean area (Canada). From top to bottom : observed data in term of H_z (left) and σ_a (right), cross section after 1D inversion (left) and 2D inversion (right), and the corresponding approximate data misfit and finite element data misfit.*

In Figure 2.2.8, we show the results for data acquired at the west border of the lake. The data are displayed as vertical magnetic field profiles (top left) and as an apparent conductivity pseudo-section (top right). A visual inspection of the data reveals a large response on both H_z and σ_a that corresponds to a highly conductive body located near $x = 800$ m. The airborne system, on its flight path, detects the conductive body before passing over it. As a consequence, the 1D inversion images this feature as a deep inclined conductive zone. In the second graph of the left column, the 1D inversion shows the "pant

leg” artefact which is often encountered when a 1D inversion is performed in case of high lateral changes of conductivity. The lower limit of imaging corresponds to the apparent depth of investigation as estimated from the late-time channel. The 2D inversion result is shown in the second graph of the right column. For that case, the lower limit of imaging is derived from the integrated sensitivity matrix (for explanation, see Zhdanov (2009)). Because of polarization and strong scattering effects, the 2D empirical inversion could only fit responses from the first 15 time channels. Indeed, while the 1D methods are able to fit all the data even in the presence of polarisation or scattering, 2D inversion cannot do it. The 2D model contrasts with the stitched 1D results. The conductive body appears as a thinner inclined plate without the 2D artefacts. In order to estimate the performance of each method, we show the data misfits computed with both the approximate forward modeling and the 2.5D finite element (FE) forward modeling. The 1D and 2D inversions show similar errors. However, comparing to geological information in the area, the small thickness of the graphite sheet in the 2D image is more realistic than the larger one obtained in the 1D inversion.

Conclusion

The sensitivity of geophysical EM measurements depends on both the subsurface current distribution induced by the source and the relative position of the receiver. For in-loop configurations, we compared realistic 2D sensitivities computed using numerical forward modeling to a 2D pseudo-sensitivity derived from the Born approximation for homogeneous media. Our results show that standard approximate mapping methods do not describe well the pattern of eddy currents, even for low conductivity perturbation. We show that using a Born approximation based on equivalent homogeneous theory is not effective for 2D inversion. A 2D contrast of conductivity is equivalent to an infinite prism perpendicular to the profile which perturbs the EM response much more than a 3D body. We suggest that the AIM method would work better for 3D inversion in the case of a small 3D body with low conductivity contrast.

For fast 2D inversion, we suggest the use of the empirical sensitivity function presented in this paper. The resulting method is very fast, and it is almost as practical as 1D

2. INVERSION 2D

inversion for processing large amounts of data. For long profile of data, we suggest using this method with a sliding inversion window of around 2-3 km width (the computation time is 1 min/km with one processor of 2.39 GHz and 3.45 Go of RAM).

Our mathematical model describes to first order the physics of the in-loop TEM measurement. Application to real and synthetic data show that it describes the behaviour of eddy currents better than 1D approximations and improves the quality of ground imaging. Nevertheless, the empirical approach fails to reproduce the real inclination of thin conductive sheets. Indeed, this property is controlled by the factors 4 and 6 in the exponential function (equation 2.2.25) which may be dependent on the conductivity of the host medium. In future, it is important to better define the empirical mathematical model in order to improve imaging.

We suggest that the new 2D method should replace 1D inversion for fast processing of airborne data. It also provides a better starting model for more rigorous inversion schemes. Using numerical modeling, it is possible to estimate the 2D sensitivity for all the configurations and to approximate it by simple mathematical functions. This suggests using the same approach as shown here to estimate the approximate 2D sensitivity of other EM systems. At this time, our method is limited to the in-loop, vertical magnetic field geometry, notably the AEM geometry with the smallest lateral sensitivity. Adopting our method to dual loop and/or horizontal receiver components systems might improve the final 2D model.

3

Influence de la topographie

3.1 Énergie transmise dans le sous-sol

Dans certains cas, la présence de variations topographiques en électromagnétisme aéroporté fait que le système d'acquisition se retrouve incliné par rapport à la surface du demi-espace. Dans cette partie, on se propose de calculer l'effet d'un dipole magnétique incliné au dessus d'un demi-espace. Afin de simplifier les conditions au limites au niveau de l'interface, il est préférable de décomposer le champs incident en deux modes TE et TM. Car cette approche est différente de celle qui exposée dans Ward & Hohmann (1987) (et rappelée dans la première partie de cette thèse), nous l'appliquons dans un premier temps aux cas connus d'une dipole vertical et d'un dipole horizontal. Ce n'est qu'ensuite que nous l'appliquons au cas d'un dipole d'orientation quelconque.

3.1.1 Introduction : general theory

One way to model the effect of an EM source excitation is to put a second member into the Maxwell equations :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = +i\omega\mu\mathbf{H} = -\mathbf{J}_m \quad (2.3.1)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H} - (\sigma + i\omega\epsilon)\mathbf{H} = \mathbf{J}_e \quad (2.3.2)$$

Solving this set of equations is a hard task as they are coupled. Traditionally, one prefer to write these equations in a different manner. One example of different formalism is to use the Schelkunoff vector potential \mathbf{F} and \mathbf{A} . As it is shown in the previous chapter, the

3. INFLUENCE DE LA TOPOGRAPHIE

Schellkunof potential satisfy the following equations of propagation :

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -\mathbf{J}_m, \quad (2.3.3)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = \mathbf{J}_e, \quad (2.3.4)$$

where $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon - i \omega \mu \sigma$. One way to solve this kind of equation is to use the Green function.

3.1.2 Green functions of the problem

The scalar Green function $g(\mathbf{r}, t)$ is the solution of potential vector equations in time domain with a Dirac delta function $\delta(\mathbf{r})\delta(t)$ as a second member. Note that for our case, the potential vector equations 2.3.3 and 2.3.4 are given in the Fourier domain where $t \rightarrow \omega \Rightarrow \delta(t) \rightarrow 1$. Therefore, for the case of the Green solutions, the latter equations become :

$$\nabla^2 G^F + k^2 G^F = -\delta_m(\mathbf{r}), \quad (2.3.5)$$

$$\nabla^2 G^A + k^2 G^A = -\delta_e(\mathbf{r}), \quad (2.3.6)$$

By solving these equations in the spectral domain $\{x, y, z\} \rightarrow \{l_x, l_y, l_z\}$, we can obtain the solution :

$$\tilde{G}^{A/F}(l_x, l_y, l_z, \omega) = \frac{1}{l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 - k^2}. \quad (2.3.7)$$

The Green function in the spatial domain is given by the inverse Fourier transform of the previous equation :

$$G^{A/F}(x, y, z, \omega) = \frac{e^{-ikr}}{4\pi r}, \quad (2.3.8)$$

where $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ is the distance with the position of the dipole. To compute the solution of the potential vector equations 2.3.3 and 2.3.4 for any kind of source $j(r, t)$, one may use the Green function as follows :

$$f(r, t) = g^F(r, t) * j_m(r, t) \quad (2.3.9a)$$

$$a(r, t) = g^A(r, t) * j_e(r, t) \quad (2.3.9b)$$

Usually, the source function can be decomposed into separable variables functions $j(r, t) = f(r)s(t)$. Therefore, one can write in the Fourier domain :

$$F(r, w) = S_m(\omega) \cdot G^F(r, w) * f_m(r) \quad (2.3.10a)$$

$$A(r, w) = S_e(\omega) \cdot G^A(r, w) * f_e(r) \quad (2.3.10b)$$

Once the vector potentials is known, one can derive the electrical field and the magnetic field by using the two following equations respectively :

$$\mathbf{E} = -\nabla \wedge \mathbf{F} - \frac{1}{\sigma + i\omega\epsilon} [k^2 \mathbf{A} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})], \quad (2.3.11)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{i\omega\mu} [k^2 \mathbf{F} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F})] + \nabla \wedge \mathbf{A}. \quad (2.3.12)$$

The latter equation provide the three components of the EM field directly. The field resulting from a source in a horizontally layered media can be expressed as double Fourier integral in the domain $\{k_x, k_y, z\}$. This method reduces the problem in solving a 1D vertical wave propagation equation. To simplify, the boundary conditions, it is better to dissociate the TE plane waves, where $E_z = 0, H_z \neq 0$ and the TM plane waves where $H_z = 0, E_z \neq 0$. By this way, one can solve the problem only in term of the vertical component for both mode and deduce the related transverse EM field.

Plane wave decomposition of the Green function

In presence of a horizontal interface, it is preferable to write the Green function as a sum of plane waves propagating normally to the interfaces :

$$G(x, y, z, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(k_x, k_y, z, \omega) e^{ik_x x} e^{ik_y y} dk_x dk_y \quad (2.3.13)$$

\tilde{G} is the Green function in the $\{k_x, k_y, z, \omega\}$ which is given by :

$$\tilde{G}(k_x, k_y, z, \omega) = \frac{e^{-u|z|}}{2u} \quad (2.3.14)$$

where $u = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$. In order to reduce the number of numerical integrals, it is better to write the equation 2.3.13 as a sum of Bessel functions :

$$G(\rho, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{u} e^{-u|z|} J_0(\lambda\rho) d\lambda \quad (2.3.15)$$

where $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ and $\lambda = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Boundary conditions

Applying the boundary conditions at the interface is much simpler if one decomposes the EM field into TE and TM components. In this context, the problem consist is determining only the vertical components H_z and E_z everywhere by using reflectivity and transmitivity of TE and TM waves respectively. Then one can deduce the transverse fields by using :

$$\tilde{\mathbf{E}}_t = \frac{1}{\lambda^2} \left[\nabla_t \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} + i\omega\mu\mathbf{u}_z \wedge \nabla_t \tilde{H}_z \right] \quad (2.3.16a)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_t = \frac{1}{\lambda^2} \left[\nabla_t \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} + i\omega\epsilon\mathbf{u}_z \wedge \nabla_t \tilde{E}_z \right] \quad (2.3.16b)$$

where ∇_t is given by :

$$\nabla_t = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.3.17)$$

Method

Hence, the modelling of EM field generated by a source excitation over a planarly interface can be decomposed into the following steps :

- Modelling of the source in term of vector potential by using [2.3.10a](#) and/or [2.3.10b](#).
One may use the Green function decomposed into planar cylindrical waves which is given by [2.3.15](#).
- Calculate the vertical component of the primary field in the source layer by using [2.3.11](#) and [2.3.12](#).
- Deduce the TE and TM parts of the primary field and calculate the vertical component of the field everywhere by using the boundary conditions.
- Derive the transverse field for both mode by using [2.3.16a](#) and [2.3.16b](#).

3.1.3 Vertical magnetic dipole over a homogeneous media

Consider Cartesian coordinates with the vertical direction oriented downward. We model a vertical magnetic dipole at the height $z = -h$ above a conductive half-space with the surface at $z = 0$ as it is described in Figure [2.3.1](#). In this context, the vector potential $\tilde{\mathbf{F}}$ (which is a sum of normal incident plane waves) has only one component in

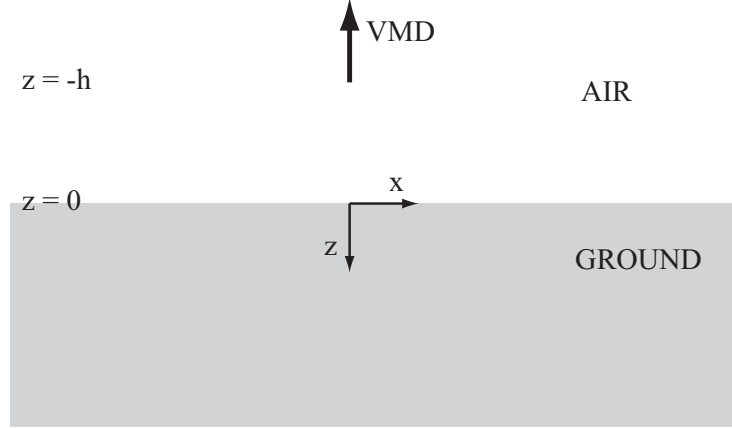


Figure 2.3.1: Vertical magnetic dipole (VMD) placed at the height $z = -h$ above a homogeneous conductive media.

the z direction that satisfies

$$\nabla_z^2 \tilde{F}_z + k^2 \tilde{F}_z = -i\omega\mu m \delta(x)\delta(y)\delta(z+h), \quad (2.3.18)$$

where m is the magnetic moment of the source dipole. By using the Green function 2.3.15, one obtains the following solution :

$$\mathbf{F} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty e^{-uh} e^{-u_0 z} \frac{\lambda}{u} J_0(\lambda\rho) d\lambda \mathbf{z} \quad (2.3.19)$$

By using 2.3.11 and 2.3.12, we have for the vertical components of the primary field :

$$E_z = \frac{\partial F_x}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0 \quad (2.3.20a)$$

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{1}{i\omega\mu} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) F_z \\ &= \frac{\lambda^2}{i\omega\mu} F_z \\ &= \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty e^{-uh} e^{-uz} \frac{\lambda^3}{u} J_0(\lambda\rho) d\lambda \end{aligned} \quad (2.3.20b)$$

One can conclude that the primary field has only the TE mode because we have $H_z \neq 0$, $E_z = 0$.

EM field in the source layer

Since the EM field propagates as a TE wave, the vertical component of the magnetic field

3. INFLUENCE DE LA TOPOGRAPHIE

in the source layer is given by

$$H_z^0(\rho, z, \omega) = \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{-u_0 z}] \frac{\lambda^3}{u_0} J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (2.3.21)$$

The latter equation corresponds to (Ward & Hohmann, 1987, eq.4.46). By using 2.3.16b, we obtain for the transverse magnetic field :

$$H_x^0 = \frac{mx}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad (2.3.22a)$$

$$H_y^0 = \frac{my}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda. \quad (2.3.22b)$$

Given these equations, it is easy to derive the ϕ component of the electric field given by (Ward & Hohmann, 1987, eq. 4.44). In the same manner, by using 2.3.16a, we have for the electric field :

$$E_x^0 = -\frac{i\omega\mu my}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad (2.3.23a)$$

$$E_y^0 = \frac{i\omega\mu mx}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda \rho) d\lambda. \quad (2.3.23b)$$

In the bottom layer

For our purpose, the bottom layer can be associated to the ground. By using the boundary conditions of a TE wave, the vertical component of the magnetic field in this layer is given by

$$H_z^0(\rho, z, \omega) = \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty e^{-u_0 h} t_{TE} e^{-u_1 z} \frac{\lambda^3}{u_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda. \quad (2.3.24)$$

in the same manner as for the source layer, the transverse fields are given by :

$$H_x^1 = \frac{mx}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} t_{TE} e^{-u_1 z} \frac{\lambda^2}{u_1} J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad (2.3.25a)$$

$$H_y^1 = \frac{my}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} t_{TE} e^{-u_1 z} \frac{\lambda^2}{u_1} J_1(\lambda \rho) d\lambda \quad (2.3.25b)$$

$$E_x^1 = -\frac{i\omega\mu my}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} t_{TE} e^{-u_1 z} \frac{\lambda^2}{u_1} J_1(\lambda \rho) d\lambda \quad (2.3.25c)$$

$$E_y^1 = \frac{i\omega\mu mx}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} t_{TE} e^{-u_1 z} \frac{\lambda^2}{u_1} J_1(\lambda \rho) d\lambda. \quad (2.3.25d)$$

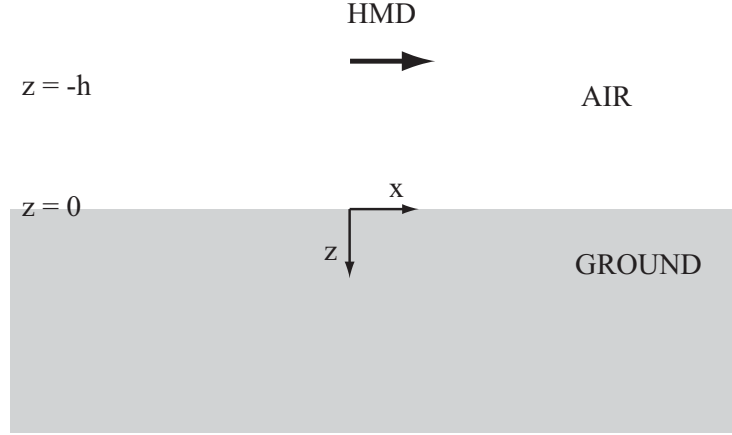


Figure 2.3.2: Horizontal magnetic dipole (HMD) placed at the height $z = -h$ above a homogeneous conductive media.

3.1.4 Horizontal magnetic dipole over a homogeneous media

Let's consider the case of a horizontal magnetic dipole placed at the altitude $z = -h$ over a homogeneous half-space (see Figure 2.3.2). In this case, the vector potential for an unbounded media is given by

$$\mathbf{F} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty e^{-u_0 h} e^{-uz} \frac{\lambda}{u} J_0(\lambda\rho) d\lambda \mathbf{x} \quad (2.3.26)$$

While there is only one non-zero vertical component of the field (H_z) for the vertical dipole, there is both non-zero H_z and E_z components for the horizontal dipole :

$$E_z = \frac{\partial F_x}{\partial y} = -\frac{i\omega\mu m y}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-uh} e^{-uz} \frac{\lambda^2}{u} J_1(\lambda\rho) d\lambda \quad (2.3.27a)$$

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial z \partial x} \right) F_z \\ &= \frac{mx}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-uh} e^{-uz} \lambda^2 J_1(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (2.3.27b)$$

One can conclude that the EM field caused by a horizontal magnetic dipole contains both TE and TM modes with regards to a horizontal interface. Therefore, in the source layer the

3. INFLUENCE DE LA TOPOGRAPHIE

two vertical components are given by

$$E_z^0 = -\frac{i\omega\mu my}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} + r_{TM}e^{u_0z}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda\rho) d\lambda, \quad (2.3.28a)$$

$$= \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} + r_{TM}e^{u_0z}] \frac{\lambda}{u_0} J_0(\lambda\rho) d\lambda, \quad (2.3.28b)$$

$$H_z^0 = \frac{mx}{4\pi\rho} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} + r_{TE}e^{u_0z}] \lambda^2 J_1(\lambda\rho) d\lambda, \quad (2.3.28c)$$

$$= -\frac{mx}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} + r_{TE}e^{u_0z}] \lambda J_0(\lambda\rho) d\lambda. \quad (2.3.28d)$$

Given the integral form 2.3.28b and 2.3.28d and the following formulas :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{x}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \qquad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{y}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \quad (2.3.29a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \left(\frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3}\right) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{x^2}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \qquad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = -\frac{xy}{\rho^3} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{xy}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \quad (2.3.29b)$$

$$\frac{\partial J_0(\lambda\rho)}{\partial \rho} = -\lambda J_1(\lambda\rho) \qquad \frac{\partial^2 J_0(\lambda\rho)}{\partial \rho^2} = \frac{\lambda}{\rho} J_1(\lambda\rho) - \lambda^2 J_0(\lambda\rho), \quad (2.3.29c)$$

the transverse field is derived using 2.3.16a and 2.3.16b :

$$\begin{aligned} H_x = & -\frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3}\right) \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 J_1(\lambda\rho) d\lambda \\ & + \frac{mx^2}{4\pi\rho^3} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 J_1(\lambda\rho) d\lambda \\ & - \frac{mx^2}{4\pi\rho^2} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 \lambda J_0(\lambda\rho) d\lambda + i\omega\epsilon \mathbf{z} \wedge \nabla_{\mathbf{t}} E_z. \end{aligned} \quad (2.3.30)$$

Since $\omega^2\mu\epsilon_0 = k_0^2 \approx 0$, the last term can be neglected :

$$\begin{aligned} H_x = & -\frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{2x^2}{\rho^3}\right) \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 J_1(\lambda\rho) d\lambda \\ & - \frac{mx^2}{4\pi\rho^2} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 \lambda J_0(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (2.3.31)$$

In the same manner, we have for the y component

$$\begin{aligned} H_y = & \frac{mxy}{2\pi\rho^3} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 J_1(\lambda\rho) d\lambda \\ & - \frac{mxy}{4\pi\rho^2} \int_0^\infty e^{-u_0h} [e^{-u_0z} - r_{TE}e^{u_0z}] u_0 \lambda J_0(\lambda\rho) d\lambda \end{aligned} \quad (2.3.32)$$

3.1.5 Radiation of an arbitrarily oriented dipole

Green function for a unbounded media

Consider a magnetic dipole oriented with an angle ϕ to the vertical direction and an angle θ to the \vec{x} direction. For a homogeneous media, the radiated EM field can be derived by using a electric potential vector \mathbf{F} parallel to the direction \mathbf{u} of the dipole. Since \mathbf{F} obeys to the same kind of equation as for the case of \mathbf{A} , it is formulated as follows :

$$\mathbf{F} = \frac{e^{-ikr}}{4\pi r} \mathbf{u} = \frac{e^{-ikr}}{4\pi r} (\sin \phi \cos \theta \mathbf{x} + \sin \phi \sin \theta \mathbf{y} + \cos \phi \mathbf{z}) \quad (2.3.33)$$

We now write the latter equation by using the Hankel transform 2.3.15 :

$$\mathbf{F}(\rho, z, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u} e^{-u|z|} J_0(\lambda \rho) d\lambda (\sin \phi \cos \theta \mathbf{x} + \sin \phi \sin \theta \mathbf{y} + \cos \phi \mathbf{z}) \quad (2.3.34)$$

By using 2.3.12, one obtains for the vertical magnetic field :

$$H_z = \frac{\frac{x}{\rho} \sin \phi \cos \theta + \frac{y}{\rho} \sin \phi \sin \theta}{4\pi} \int_0^\infty e^{-u|z|} \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda + \frac{\cos \phi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-u|z|}}{u} \lambda^3 J_0(\lambda, \rho) d\lambda \quad (2.3.35)$$

For x oriented horizontal magnetic dipole HMD where $\phi = \pi/2, \theta = 0$, one can obtain the same results as for the primary magnetic field in equation 4.121 of (Ward & Hohmann, 1987, p.226). For vertical magnetic dipole VMD, which is the case of an horizontal loop, we have $\phi = 0$ that yield to the primary field of equation 4.46 of (Ward & Hohmann, 1987, p.209)

Dipole source over a horizontal interface

For a arbitrarily oriented dipole with the moment m and placed at the altitude h , the vector potential F for an unbounded media is given by

$$\mathbf{F} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u} e^{-uz} e^{-uh} J_0(\lambda \rho) d\lambda (\sin \phi \cos \theta \mathbf{x} + \sin \phi \sin \theta \mathbf{y} + \cos \phi \mathbf{z}) . \quad (2.3.36)$$

By using 2.3.12, one obtains for the vertical magnetic field :

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \left(\frac{x}{\rho} \sin \phi \cos \theta + \frac{y}{\rho} \sin \phi \sin \theta \right) \int_0^\infty e^{-uh} e^{-uz} \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda + \frac{m}{4\pi} \cos \phi \int_0^\infty e^{-uh} \frac{e^{-uz}}{u} \lambda^3 J_0(\lambda, \rho) d\lambda. \quad (2.3.37)$$

3. INFLUENCE DE LA TOPOGRAPHIE

By using 2.3.11, we have the vertical electric field

$$E_z = -\frac{i\omega\mu m}{4\pi} \left(\frac{y}{\rho} \sin \phi \cos \theta - \frac{x}{\rho} \sin \phi \sin \theta \right) \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u} e^{-u(z+h)} J_1(\lambda\rho) d\lambda. \quad (2.3.38)$$

Consider a horizontal interface at the altitude $z = 0$ m. The vertical magnetic field correspond to the TE part of the EM field, therefore one can write in the upper layer :

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \left[\left(\frac{x}{\rho} \sin \phi \cos \theta + \frac{y}{\rho} \sin \phi \sin \theta \right) \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}] \lambda^2 J_1(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ \left. + \cos \phi \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}] \frac{\lambda^3}{u_0} J_0(\lambda, \rho) d\lambda \right]. \quad (2.3.39)$$

The vertical electric field performs as a TM waves. In the air layer, it is given by

$$E_z = -\frac{i\omega\mu m}{4\pi} \left(\frac{y}{\rho} \sin \phi \cos \theta - \frac{x}{\rho} \sin \phi \sin \theta \right) \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_0} e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}] J_1(\lambda\rho) d\lambda. \quad (2.3.40)$$

For the contact air/ground, we have $r_{TM} \simeq 1$. Therefore the transmitted E_z field is null. On can conclude that what ever the angle of the dipole, the electric field induced in the ground is parrallel to the surface.

Let's compute the X component of the magnetic field by using 2.3.16b. We need the z-derivative of the vertical magnetic field which can be expressed as follows :

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{m}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \sin \phi \cos \theta + \frac{\partial}{\partial y} \sin \phi \sin \theta \right) \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] u_0 \lambda J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ \left. - \cos \phi \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] \lambda^3 J_0(\lambda, \rho) d\lambda \right]. \quad (2.3.41)$$

Thus, after few calculations using 2.3.29, one should obtain :

$$H_x = \frac{m}{4\pi} \left[- \left(\sin \phi \cos \theta \left(\frac{1}{\rho} - \frac{2x^2}{\rho^3} \right) - \sin \phi \sin \theta \frac{2xy}{\rho^3} \right) \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] u_0 J_1(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ \left. - \left(\sin \phi \cos \theta \frac{x^2}{\rho^2} + \sin \phi \sin \theta \frac{xy}{\rho^2} \right) \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] u_0 \lambda J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ \left. + \cos \phi \frac{x}{\rho} \int_0^\infty e^{-u_0 h} [e^{-u_0 z} - r_{TE} e^{u_0 z}] \lambda^2 J_1(\lambda, \rho) d\lambda \right]. \quad (2.3.42)$$

In geophysical application, the upper layer is the air layer for which $u_0 = \lambda$. Generally, the measurements are made on a vertical plane at $y = 0$ or for $\theta = 0$. In this context, the

latter equation becomes

$$H_x = \frac{m}{4\pi} \left[-\sin \phi \left(\frac{1}{\rho} - \frac{2x^2}{\rho^3} \right) \int_0^\infty e^{-\lambda h} [e^{-\lambda z} - r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda J_1(\lambda \rho) d\lambda \right. \\ \left. - \sin \phi \frac{x^2}{\rho^2} \int_0^\infty e^{-\lambda h} [e^{-\lambda z} - r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda^2 J_0(\lambda \rho) d\lambda \right. \\ \left. + \cos \phi \frac{x}{\rho} \int_0^\infty e^{-\lambda h} [e^{-\lambda z} - r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda^2 J_1(\lambda, \rho) d\lambda \right]. \quad (2.3.43)$$

In the same manner, the vertical magnetic field is given by

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \left[\sin \phi \frac{x}{\rho} \int_0^\infty e^{-\lambda h} [e^{-\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda^2 J_1(\lambda \rho) d\lambda \right. \\ \left. + \cos \phi \int_0^\infty e^{-\lambda h} [e^{-\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda^2 J_0(\lambda, \rho) d\lambda \right]. \quad (2.3.44)$$

By comparing the two latter formulas with the ones derived for HMD and VMD, we can see that the magnetic field for a inclined dipole is just a linear combination of HMD and VMD responses :

$$H = \sin \phi H^{HMD} + \cos \phi H^{VMD} \quad (2.3.45)$$

Example of the airborne central loop system

Most of helicopter-borne EM systems use central loop configuration ($\rho = 0$). In some area with high topography, the system is not parallel to the ground. In this paragraph, we propose to use the formulas derived previously to estimate the magnetic response in this context. Consider a horizontal current loop transmitter (Tx) placed at the altitude h over an inclined half-space with the angle φ as shown in Figure 2.3.3a. In order to simplify the continuity conditions at the inclined interface, it is preferable to study the equivalent case of an inclined current loop source over a flat half-space (see Figure 2.3.3b). In the following, the loop source is approximated by using a magnetic dipole source oriented perpendicularly to the plane of the loop. At the center of the loop that is to say for $x \rightarrow 0$ and $\rho \rightarrow 0$, the equation 2.3.43 simplifies to

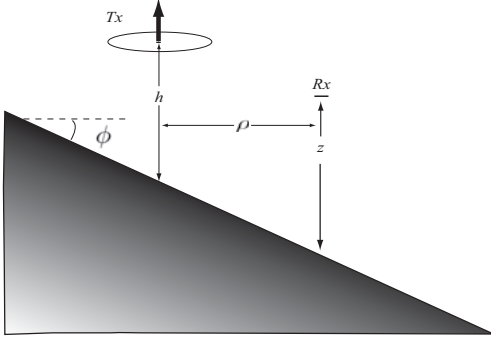
$$H_x = -\sin \phi \frac{m}{8\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda h'} [e^{-\lambda z} - r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda^2 d\lambda. \quad (2.3.46)$$

In the same context, the equation 2.3.44 reduces to :

$$H_z = \cos \phi \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda h'} [e^{-\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}] \lambda^2 d\lambda. \quad (2.3.47)$$

3. INFLUENCE DE LA TOPOGRAPHIE

a) VMD over a inclined ground



b) Inclined MD over a horizontal ground

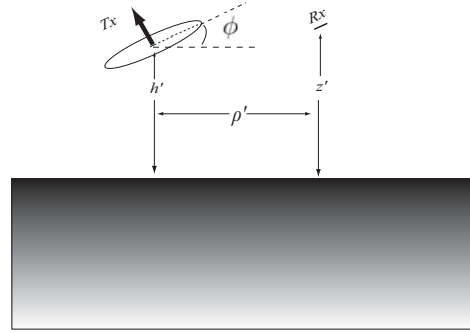


Figure 2.3.3: *Equivalence between the case of a horizontal current loop source over and inclined half-space and the case of an inclined source over a flat half-space.*

Usually, the vertical component of the magnetometer is oriented toward the following direction :

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ 0 \\ \cos \phi \end{pmatrix}. \quad (2.3.48)$$

Therefore, the response of an airborne central loop (ACL) EM system is given by :

$$H_{ACL} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} = \frac{m}{8\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda h'} \left[(\cos^2 \phi + \frac{1}{2} \sin^2 \phi) e^{-\lambda z} + (\cos^2 \phi - \frac{1}{2} \sin^2 \phi) r_{TE} e^{\lambda z} \right] \lambda^2 d\lambda. \quad (2.3.49)$$

As expected, the inclination of the ground influences only the secondary magnetic field.

3.2 Définition et calcul de la pente locale

La pente utilisée pour l'estimation du noyau d'inversion est calculée à partir du modèle numérique de terrain (surface topographique). Cependant, il faut savoir sur quelle distance autour du système on l'évalue. Cette distance que l'on appellera "empreinte de surface" dépend de la taille et de la hauteur (*clearance*) de la boucle. L'empreinte de surface peut être estimée simplement en évaluant numériquement la propagation du champ électrique horizontal dans l'air. Pour cela, on décompose la boucle source en un grand nombre N_d de dipôles électriques j correctement orientés le long d'un cercle équivalent. La composante

n du champ électrique en tout point de l'espace est donnée par :

$$E_n(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_d} \frac{j_n^i}{4\pi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^3}, \quad (2.3.50)$$

où j_n est la composante du dipôle électrique dans la direction n . Dans la figure (2.3.4), on montre la composante transversale du champ électrique E_y dans le plan $y = 0$ dans une couche d'air en-dessous de la boucle. Les lignes noires correspondent à la position des

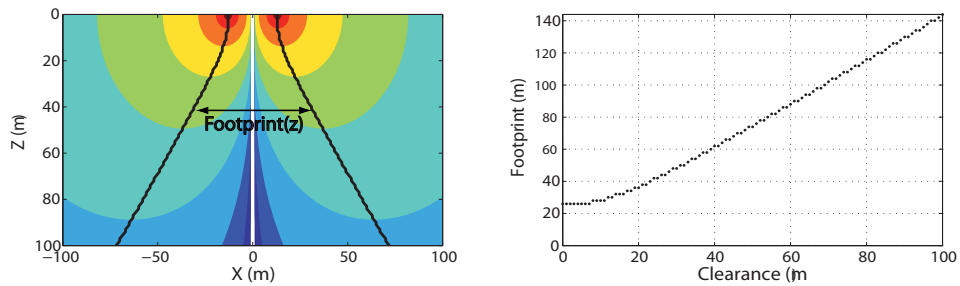


Figure 2.3.4: Estimation de l'empreinte latéral en fonction de la clearance au moment où les courant pénètrent dans le sous-sol

maximums d'amplitude pour chaque ligne horizontale. On peut voir que plus la distance verticale parcourue dans l'air est grande, plus l'écart entre les deux optimums de champ est grand. C'est justement ces optimums qui vont déterminer le rayon des boucles de courants telluriques en surface dans le cas où cette onde rencontre un demi-espace plan. Dans le graphe de droite, on montre l'évolution de cet écart en fonction de la hauteur de vol. Pour nos inversions, nous allons définir l'empreinte de surface comme étant le double de cette distance, elle peut être caractérisée par cette loi empirique :

$$D_0 = 0.66 \cdot (2h + a) \text{ avec } h > a, \quad (2.3.51)$$

où h est la hauteur de vol ou *clearance* et a est le rayon de la boucle.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que, d'une part l'inclinaison de la boucle par rapport au sol influe sur l'amplitude de la réponse EM et que, d'autre part l'inclinaison

3. INFLUENCE DE LA TOPOGRAPHIE

de la surface influence la direction de diffusion des courants électriques induits dans le sous-sol. Dorénavant, lors de nos traitements, nous estimerons la pente locale d'angle ϕ pour multiplier les données par un facteur égal à $\cos^2 \phi - 0.5 \sin^2 \phi$ afin de corriger le premier effet. De plus, pour l'inversion 2D, nous ferons une rotation du noyau de sensibilité de façon à modéliser des courants électriques parallèles à la surface air/sol.

Troisième partie

Développements et applications

1

Développement d'un logiciel de traitement rapide de données TEM

Tout au long de cette thèse, nous avons développé un programme de traitement de données TEM aéroporté. Ce programme permet d'effectuer le calcul de conductivité apparente en fonction de la profondeur (CDT). Il permet aussi l'inversion 1D linéaire avec contrainte verticale ou contrainte horizontale, l'inversion 1D avec l'algorithme d'inversion non-linéaire *DQED* et l'inversion linéaire 2D utilisant la théorie empirique présentée dans la partie précédente.

1.1 Architecture du code

D'une manière générale, tous nos codes sont écrit préalablement avec le langage Matlab. Ensuite, si le passage dans un autre langage apporte une optimisation notable du temps de calcul, nous réécrivons nos codes Matlab dans cet autre langage (nous utilisons les langages FORTRAN et C#). Le calcul des abaques de réponses est écrit en langage Matlab. Par contre, la recherche de la conductivité apparente par *table look up* lors du traitement se fait en C# car cette étape nécessite beaucoup de boucles. L'inversion 2D nécessite beaucoup de gros calculs matriciels. Pour l'instant, nous utilisons Matlab car ce langage est relativement bien optimisé (en temps de calcul) pour ce genre d'opération. Cependant, Matlab est limité en ce qui concerne la gestion de la mémoire vive. Ainsi, dans le futur, il faudrait convertir cette partie en C# ce qui permettrait d'inverser de plus grosses matrices. Enfin, l'interface utilisateur est également codée en Matlab. La struc-

1. DÉVELOPPEMENT D'UN LOGICIEL DE TRAITEMENT RAPIDE DE DONNÉES TEM

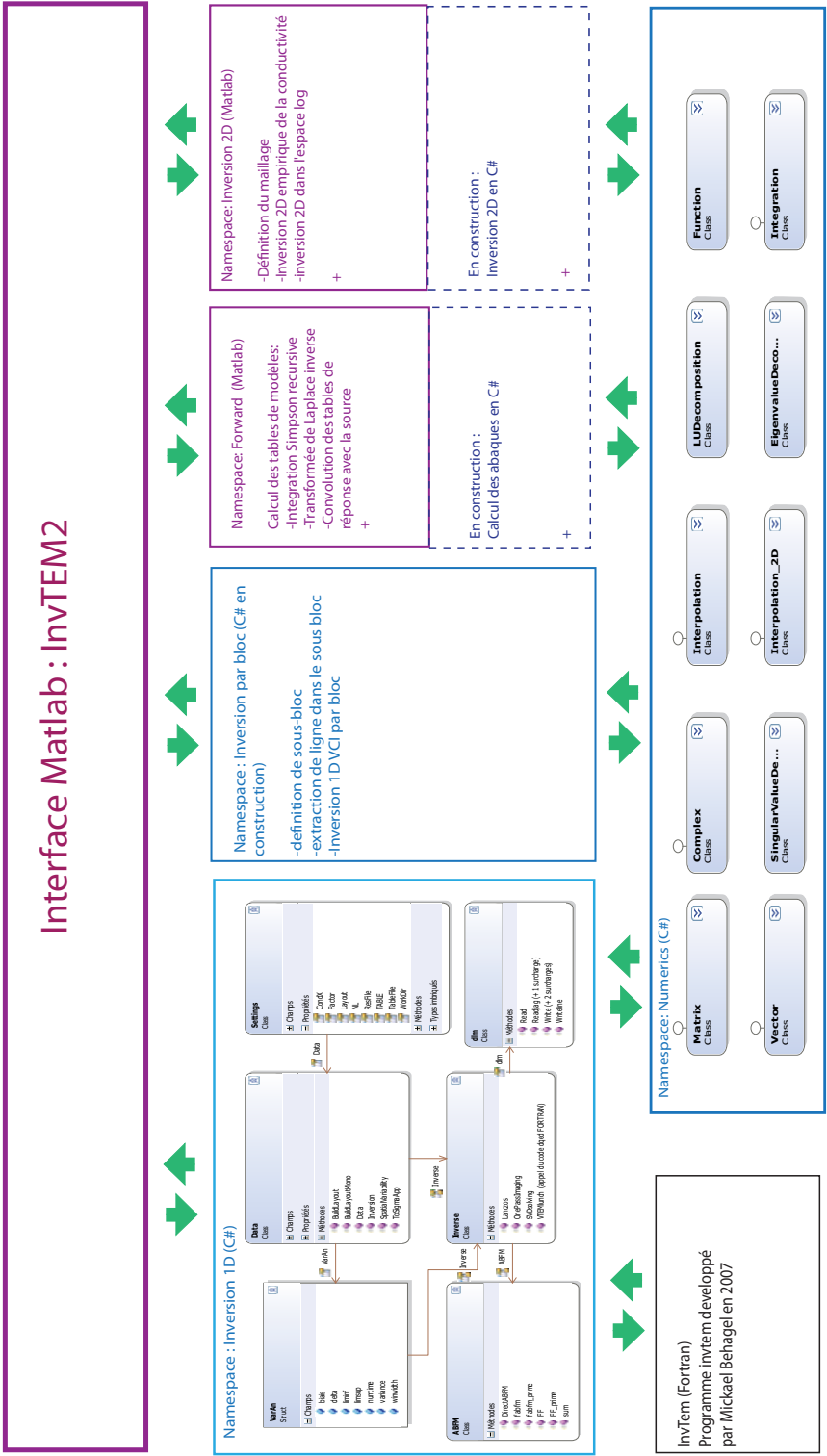


Figure 3.1.1: Structure de la nouvelle version du code InvTEM.

ture du code est résumée dans la figure 3.1.1. L'interface communique avec les différentes exécutables avec des fichiers d'entrée et de sortie au format ASCII. De cette façon, il est possible de programmer les traitements en utilisant des "routines" sans passer par l'interface.

1.2 Fonctionnalités de InvTEM2.0

La documentation du programme InvTEM2.0 est donnée en annexe G. L'ensemble des apports méthodologiques qui sont discutés dans cette thèse a été incorporé dans cette nouvelle version. Dans cette section, on se propose de les résumer à travers les différentes fonctionnalités du programme.

Environnement

La nouvelle version est constituée de trois fenêtres : une pour l'affichage des données, une pour l'affichage des résultats, et une pour contrôler et définir l'affichage des résultats. L'interface est définie de façon à passer rapidement d'un résultat à l'autre. On peut définir l'échelle de couleur (linéaire ou logarithmique) ainsi que la quantité physique voulue (conductivité ou résistivité). Il est possible de faire un zoom sur les sections obtenues et d'ajuster l'abscisse des données en conséquence.

Calcul des abaques

Nous avons incorporé la variation des paramètres "hauteur de vol" et "offset" (Tx-Rx) dans les tables de réponses. Si on prend l'exemple d'un système hélicoptère, ces abaques sont calculés pour un intervalle de hauteurs allant en général de 25m à 80m et pour un seul *offset*. De plus, il est possible de charger la forme de la source afin d'effectuer la convolution avec les réponses transitoires idéales.

Calcul de la conductivité apparente

Comme nous l'avons expliqué précédemment, le calcul de la conductivité apparente prend en compte la hauteur de vol, mais aussi l'effet de la pente locale. L'angle associé à cette pente est calculé par fenêtre glissante le long du profil. La largeur de cette fenêtre dépend également de la hauteur de vol en suivant la relation 2.3.51. La conductivité apparente

1. DÉVELOPPEMENT D'UN LOGICIEL DE TRAITEMENT RAPIDE DE DONNÉES TEM

en fonction du temps peut être migrée en profondeur. Cette transformation se fait en projetant chaque mesure de conductivité apparente sur la profondeur d'investigation correspondante.

Inversion 1D

Il est possible d'effectuer l'inversion 1D avec trois types d'algorithmes. Le premier est issu des travaux de Mickael Behaegel. Il utilise un code d'optimisation non linéaire écrit en FORTRAN qui effectue la minimisation d'une fonction contenant une régularisation latérale (LCI). Le second est une inversion linéaire avec contrainte sur les dérivées verticales du modèle (VCI). Enfin, la troisième méthode est la méthode SVDal qui optimise le conditionnement du problème en faisant varier le nombre de couches. Cette méthode fournit une solution naturelle (c'est-à-dire qu'elle est obtenue sans terme de régularisation). La première méthode effectue l'inversion directement dans l'espace du logarithme de la conductivité. Les deux dernières s'effectuent quant à elles en deux temps : d'abord, dans l'espace de la conductivité et ensuite, dans l'espace de son logarithme de manière itérative. Le maillage peut avoir une profondeur maximale constante ou adaptative. Dans le second cas, le maillage tabulaire est défini automatiquement en fonction du nombre de couches et de la profondeur d'investigation maximale. Il est également possible de définir le type de maillage tabulaire : homogène (épaisseurs constantes) ou non (épaisseurs contraintes par [2.1.19](#)).

Inversion 2D

À partir d'une section de conductivité apparente obtenue par CDT ou à partir d'une section de résultats 1D, il est possible de sélectionner des zones d'intérêt pour effectuer une inversion 2D utilisant la théorie empirique proposée dans la deuxième partie de cette thèse. Comme pour les deux méthodes d'inversion 1D linéaire, l'inversion 2D empirique s'effectue en deux temps : d'abord, avec la conductivité et ensuite, avec son logarithme de manière itérative.

2

Traitement de données VTEM acquises dans le bassin de Franceville au Gabon

2.1 Contexte géologique général du Francevillien

Les informations présentées dans cette section sont tirées en grande parties de Fleury (2011) qui a fait une synthèse des travaux de Gauthier-Lafaye (1986), Ledru *et al.* (1989), Feybesse *et al.* (1998), et Weber (1969).

Le bassin de Franceville se situe au sud-est du Gabon, en Afrique équatoriale (voir Figure 3.2.1). C'est un bassin sédimentaire d'une superficie d'environ 42000 km^2 daté autour du paléoprotérozoïque ($2.1\text{Ga} \pm 30\text{Ma}$). Il se subdivise en cinq formations sédimentaires allant du FA au FE et repose sur un socle archéen de 2.7 Ga. Son épaisseur peut atteindre les 4000m dans la zone centrale.

Principales phases tectoniques ayant constitué le bassin de Franceville

L'histoire de la déformation du bassin de Franceville peut être décomposée en trois phases principales.

La première phase correspond à la formation du bassin. Celui-ci est alors rempli par des grès et des conglomérats (FA). C'est dans ces dépôts que se situent tous les gisements d'uranium du Francevillien.

La deuxième phase correspond à une phase extensive créant des fossés d'effondrement

2. TRAITEMENT DE DONNÉES VTEM ACQUISES DANS LE BASSIN DE FRANCEVILLE AU GABON

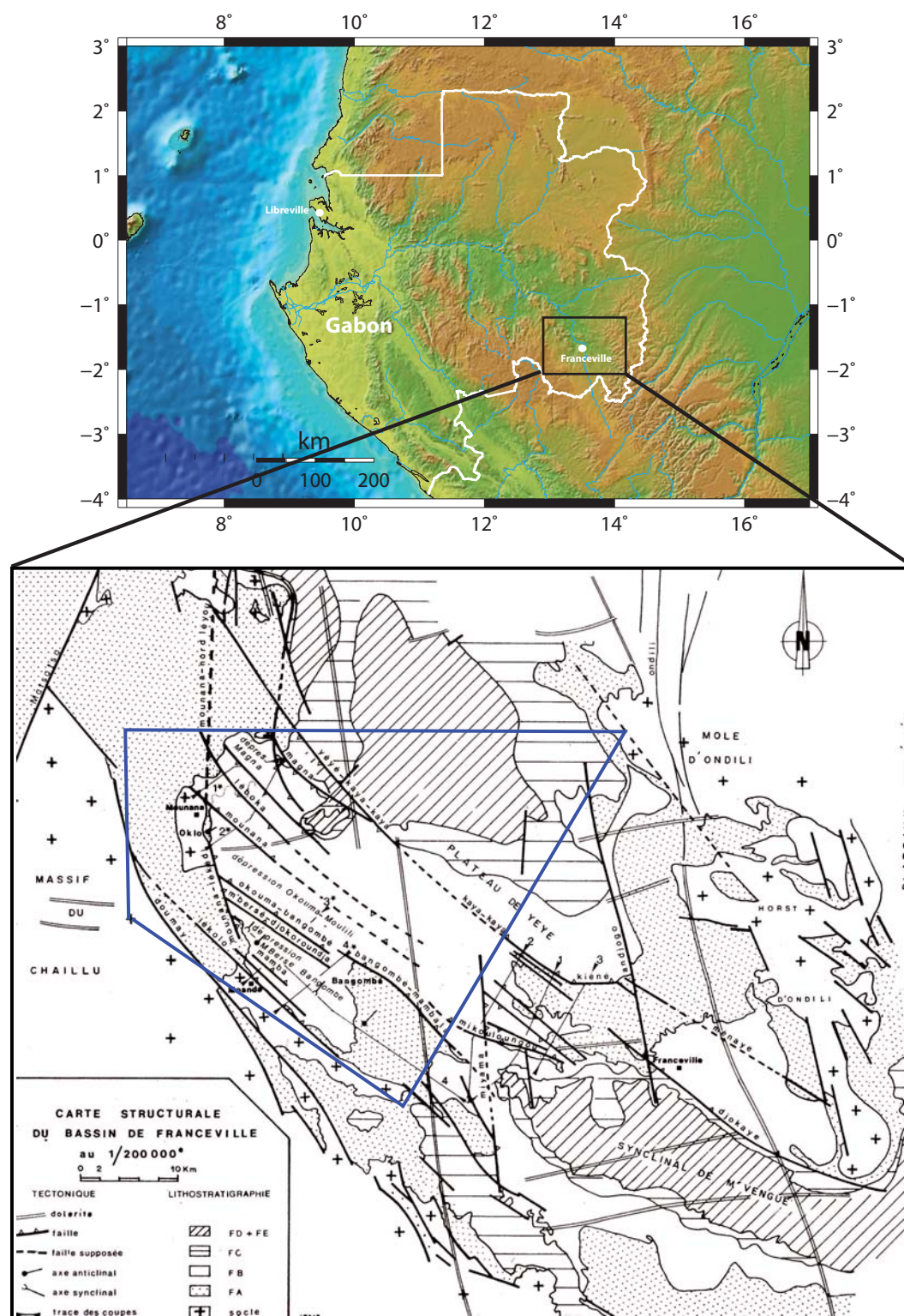


Figure 3.2.1: Haut : Localisation du bassin de Franceville au Gabon. Bas : Localisation du bloc de données VTEM de Mounana-Bangombé dans la carte géologique du bassin de Franceville (Gauthier-Lafaye, 1986).

en *horsts* et *grabbens* subsidents. Les failles normales associées à cette phase sont majoritairement orientées NO-SE. Ces nouveaux bassins sont alors remplis par des dépôts marins de type pélites, ampélites et dolomies (FB et FC).

La troisième phase correspond à nouveau à une phase d'extension. Elle se traduit également par un important volcanisme acide. Durant cette phase, le bassin est recouvert par les dépôts volcano-sédimentaires FD et FE.

Modèle métallogénique de l'uranium dans le Francevillien

D'après Gauthier-Lafaye (1986) et Mathieu *et al.* (2001), l'uranium aurait d'abord été libéré des minéraux détritiques du FA sous l'action des saumures ascendantes et oxydantes provenant de l'érosion du socle. Ensuite, l'uranium aurait été précipité dans les hydrocarbures présents dans le FB. Ainsi, l'uranium se trouve potentiellement au niveau de l'interface entre le FA et le FB, ou dans des pièges structuraux le long de certaines failles.

2.2 Traitement du bloc de données Mounana-Bangombé

Nous venons de voir que les contacts entre le grès FA et les couches pélitiques du FB présentent des zones d'intérêt pour l'exploration d'uranium dans le bassin de Franceville. Dans l'article sur l'inversion 1D que nous avons présenté dans la partie précédente, nous avons déjà établi que le contact FA/FB est caractérisé par un fort gradient de conductivité électrique. Ainsi, les méthodes EM peuvent potentiellement détecter ces contacts. Nous allons nous intéresser au bloc de données TEM aéroportées du secteur de Mounana-Bangombé qui se trouve dans la partie occidentale du bassin. Ce bloc est constitué de 100 profils de direction ($32^\circ - 212^\circ$) espacés de 400m et de 10 profils perpendiculaires espacés de 4km. Il constitue environ 3300km de profil le long desquels, nous disposons d'un sondage TEM composé de 27 fenêtres de temps, tous les 3m environ. La surface couverte par cette campagne est délimitée en bleu et superposée à la carte géologique de la région dans la figure 3.2.1. Dans un premier temps, nous avons traité ces données en bloc entier afin d'obtenir une information en surface. Dans le haut de la figure 3.2.2, on montre la surface topographique mesurée à l'aide du radar embarqué. On peut repérer quelques structures d'intérêt, comme le plateau manganésifère de Moanda (1), où affleure le FB.

2. TRAITEMENT DE DONNÉES VTEM ACQUISES DANS LE BASSIN DE FRANCEVILLE AU GABON

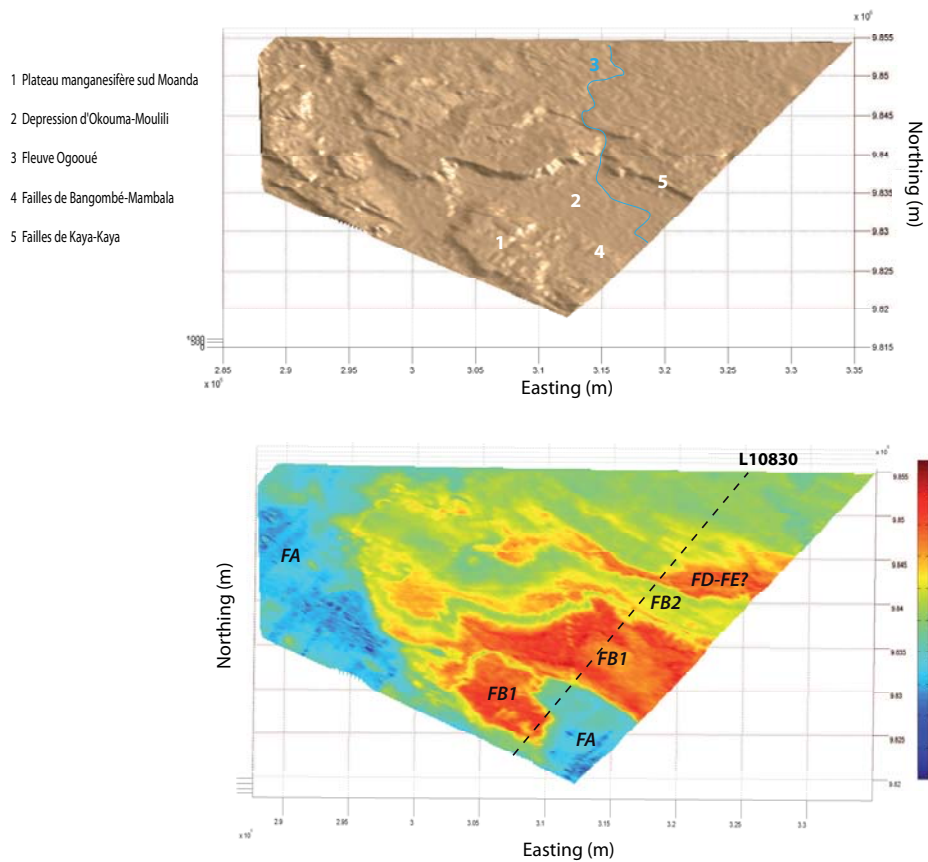


Figure 3.2.2: *Haut : Vue en perspective de la surface topographique mesurée lors du levé aéroporté. Bas : Conductivité électrique en surface obtenue par inversion 1D projetée sur la surface topographique.*

Ce plateau domine la dépression de d'Okouma-Moulili (2), où passe le fleuve Ogooué (3). Cette dépression est bordée au sud par les failles de Bangombé-Mambala (4), et au nord par les failles de Kaya-Kaya (5). Nous avons inversé une milieu tabulaire à 15 couches à partir des données VTEM pour tout le bloc. Dans le graphique du bas de la figure 3.2.2, on montre la conductivité électrique en surface (celle obtenue pour la première couche) projetée sur la surface topographique. À partir de cette carte, et en la comparant avec la carte géologique de la figure 3.2.1, on peut voir qu'il est possible de distinguer certains affleurements. Une première interprétation concernant leur distribution globale dans la partie SE est proposée.

Dans la section qui suit, on se propose d'interpréter un profil de mesures VTEM orienté

SO-NE perpendiculaire aux failles de Bangombé-Mambala et Kaya-kaya. Ce profil permet de mettre en évidence les différentes formations du Francevillien.

2.3 Traitement de la ligne L10830 : analyse structurale de la zone

La ligne de vol L10830 débute au niveau de la partie sud du plateau de Moanda et s'étend sur environ $38km$ jusqu'au niveau du socle de l'autre côté du bassin. Le profil de mesures VTEM est constitué de 14421 sondages TEM, ce qui correspond à un écart moyen de $3m$ entre chaque sondage. Les mesures ont été effectuées avec une hauteur de vol moyenne de $c = 49m$, mais cette valeur varie entre $c_{min} = 28m$ et $c_{max} = 76m$ (graphique du milieu de la figure 3.2.3). Dans le haut de la figure 3.2.3, nous montrons les données de champ magnétique verticale en prenant un sondage sur 10, ce qui correspond à un écart d'environ $30m$ entre chaque sondage. Lorsque le milieu est très résistant, l'induction magnétique est faible. Dans ce cas, la réponse magnétique aux temps longs devient plus faible que le niveau de bruit. En affichant les données avec une échelle logarithmique, on peut facilement détecter les mesures affectées par ce problème. Dans notre cas, on peut voir que le niveau de bruit se situe vers $h_z^{inf} = 3.10^{-9}S/m$.

2.3.1 Analyse de la conductivité apparente

Quand on regarde la conductivité apparente (graphique du bas), on peut séparer le profil en six zones contrastant par leur conductivité électrique :

- Entre $x = 2km$ et $x = 5km$: c'est le signal dû au plateau de Moanda, où la formation FB affleure.
- Entre $x = 5km$ et $x = 10km$: c'est une zone très résistante qui correspond au grès du FA.
- Entre $x = 10km$ et $x = 18km$: c'est la dépression d'Okouma-Moulili. Là-aussi, d'après la carte géologique (figure 3.2.1), c'est le FB composé d'ampélites très conductrices qui affleure.
- Entre $x = 18km$ et $x = 23km$: c'est le plateau de Yéyé où affleure également le FB. Cette partie est plus résistante. Elle est séparée de la zone précédente par la faille

2. TRAITEMENT DE DONNÉES VTEM ACQUISES DANS LE BASSIN DE FRANCEVILLE AU GABON

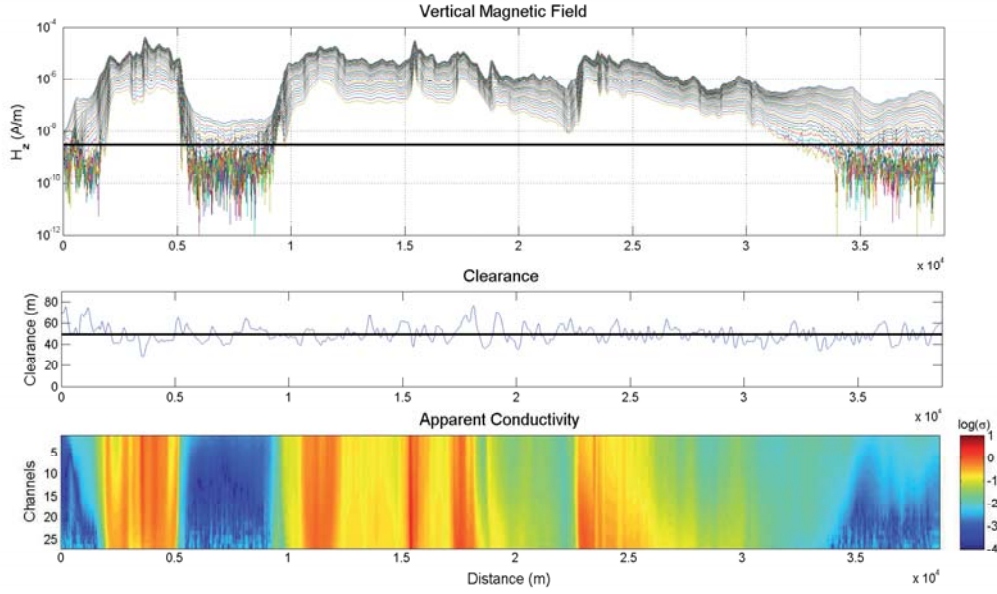


Figure 3.2.3: *Haut : Champ magnétique vertical pour chaque fenêtre de temps (Ligne L10830). Milieu : Hauteur de vol le long du profil de mesures. Bas : Conductivité apparente pour chaque fenêtre de temps.*

de Kaya-Kaya. Il est possible que ce soit dû au FB2 qui est caractérisé par du grès plus grossier (voir la coupe litho-stratigraphique du Francevillien qui est donnée en annexe D).

- Entre $x = 23\text{km}$ et $x = 26\text{km}$: cette anomalie conductrice pourrait correspondre aux ampélites du FD et FE qui affleurent dans cette zone.
- Après $x = 26\text{km}$: c'est une zone avec une conductivité moyenne $\sigma = 10^{-2}\text{S/m}$ pour les temps courts et une conductivité plus faible aux temps longs. Ce contraste de conductivité est sûrement dû à l'interface bassin/socle qui se trouve normalement à de faibles profondeurs en bordure de bassin.

2.3.2 Inversion 1D des données de conductivité apparente

Dans un premier temps, nous avons inversé en 1D les 1442 sondages qui sont montrés dans la figure 3.2.3. Ensuite, nous avons localisé des zones d'intérêt pour effectuer des inversion 2D utilisant la théorie empirique. Les résultats des inversions ainsi qu'une ébauche d'interprétation sont présentés dans la planche dépliant de l'annexe E.

Méthode

Nous avons utilisé la méthode 1D VCI pour obtenir un modèle tabulaire de conductivités électriques pour chaque sondage. Le profil 1D correspond à la juxtaposition de chacun de ces résultats 1D le long de la ligne de vol. Nous avons pris un facteur de régularisation $\lambda_v = 0.01$ pour un poids d'ajustement des données constant et égal à 1. Dans l'idéal, il faudrait affecter un poids variable (en fonction du temps) aux données afin de baisser l'influence des données bruitées. Pour l'instant, notre code 1D ne permet pas d'effectuer cette opération. Dans le futur, il faudra en modifier le paramétrage afin de permettre à l'utilisateur de réduire l'importance de certaines données. Comme nous l'avons vu précédemment, pour ce profil, les données bruitées correspondent aux mesures en temps long pour des milieux résistants. Le fait que les conductivités apparentes correspondantes soient de faible amplitude affaiblit leur poids et, de cette manière, régularise intrinsèquement le système d'équations dans le bon sens. Ainsi, dans notre cas, les données bruitées n'ont que peu d'importance sur le résultat de l'inversion. Ce bruit est tout de même visible dans la section 1D proposée. En fait, il est la cause des variations latérales "hautes fréquences" qui sont visibles dans les zones résistantes.

Analyse des résultats

Le profil 1D permet de voir l'extension en profondeur de l'anomalie de conductivité électrique observée en surface. Nous rappelons que la vitesse de diffusion des courants de Foucault baisse lorsque la conductivité augmente. Par conséquent, les profondeurs d'investigation sont plus faibles au niveau du plateau de Moanda ou au niveau de la dépression d'Okouma-Moulili. Pour se faire une meilleure idée des capacités d'investigation de la méthode TEM par rapport à la dimension des structures géologiques étudiées, nous avons ajouté la position approximative de l'interface entre le bassin francevillien et le socle archéen (pointillés noirs). Ces résultats sont tirés de l'interprétation des données magnétiques qui a été effectuée par Fleury (2011). Ainsi, nous pouvons voir que l'acquisition VTEM permet d'apporter certaines informations sur les couches affleurant à la surface du bassin sédimentaire, et que la plus grosse partie des sédiments n'est pas illuminée par la méthode.

Néanmoins, par le fait que le Francevillien soit fortement marqué par des alternances

2. TRAITEMENT DE DONNÉES VTEM ACQUISES DANS LE BASSIN DE FRANCEVILLE AU GABON

de conductivité électrique, l'EM aéroporté peut apporter certaines informations sur l'arrangement des couches sédimentaires au niveau de la sub-surface. En effet, comme nous avons déjà pu le voir dans la figure 3.2.2, le profil d'inversion 1D met bien en évidence les différentes structures en surface, mais aussi et surtout, il permet d'imager les failles qui séparent ces structures. Le meilleur exemple se situe au niveau de la faille de Kaya-Kaya. Cette faille normale sépare la dépression d'Okouma-Moulili du plateau de Yéyé. On peut voir que l'inversion 1D semble mettre en évidence de façon assez clair un décrochement entre deux couches conductrices au niveau de la faille. Il est également possible de voir des décrochements au sein même de la dépression d'Okouma-Moulili. Si on compare celui du kilomètre 12 avec celui du kilomètre 15, on peut constater un retournement à 180° dans la direction de glissement. Ceci est d'autant plus intéressant que ces failles se situent à l'aplomb de la partie la plus profonde du bassin. À partir de ces données seules, on pourrait alors suggérer un modèle de bassin en extension de type blocs basculés. Si on regarde la carte géologique, ces deux failles correspondent sûrement aux failles de Mounana et Iéboka. La deuxième moitié du profil semble moins déformée. Dans cette zone, en effet, le sous-sol présente une structure tabulaire sub-horizontale qui se prête bien à une analyse 1D. On peut notamment voir que l'interprétation EM permet de suivre l'extension en profondeur des ampélites conductrices du FD/FE qui affleurent juste après le plateau de Yéyé. En effet l'inversion EM permet de détecter le toit de cette couche conductrice jusqu'à environ 400m de profondeur. Enfin, dans la dernière partie du profil, l'inversion 1D met en évidence le contraste de conductivité à l'interface entre les roches sédimentaires du Francevillien et le socle archéen résistant.

2.3.3 Inversion empirique 2D des données de conductivité apparente

Dans l'annexe E, nous montrons les résultats de l'inversion empirique 2D sur 6 sections intéressantes du profil de la ligne L10830. Dans la plupart des cas, l'imagerie 2D valide l'imagerie 1D et n'apporte pas énormément d'amélioration. Ceci est dû au fait que les structures étudiées ont une géométrie tabulaire qui est bien imagée par l'analyse 1D. Elle permet tout de même de mettre en évidence des filons volcaniques résistants traversant les couches sédimentaires conductrices à plusieurs endroits.

Méthode

Le maillage utilisé pour l'inversion est constitué de 60x15 cellules sur environ 2km de distance. Ces cellules sont de dimension homogène dans la direction horizontale, et variable (augmentant jusqu'à une certaine profondeur définie par l'analyse des données) dans la direction verticale. En général, on surestime la profondeur maximale d'investigation utilisée pour définir le maillage. Les cellules non-contraintes du modèle sont alors supprimées a posteriori en faisant une analyse de la matrice de covariance sur les paramètres. On inverse 150 sondages échantillonnés de façon homogène le long du morceau de profil concerné. L'inversion se fait en deux temps. La première étape consiste à inverser la conductivité électrique en prenant une régularisation sur les dérivées secondes suffisamment forte pour que le modèle de conductivité résultant ne contienne aucune valeur négative. On obtient alors un modèle "smooth". Ensuite, on inverse le logarithme de la conductivité de façon itérative comme cela est décrit dans le deuxième article. Cette étape permet, entre autres, de fournir une solution avec des contrastes plus importants, tout en interdisant les valeurs négatives.

Plateau de Moanda

Le premier cas correspond au plateau de Moanda, notamment à la limite entre les zones où affleure le FB d'une part, et le FA d'autre part. Cette limite est caractérisée par une variation topographique notable. Comme nous l'avons étudié dans la partie précédente, c'est la géométrie de surface air/sol qui conditionne l'orientation des courants induits lors du sondage TEM. L'inversion 2D permet de prendre en compte cet effet. En comparant avec les résultats issus de l'analyse 1D, on peut voir que la couche conductrice a été horizontalisée par l'inversion 2D. Ceci semble plus en accord avec la géologie tabulaire attendue dans cette zone. Cependant, il faut noter que l'inversion 2D produit une zone résistante au niveau de la pente. On peut voir cet effet de manière plus générale sur la carte de conductivité électrique fournie dans la figure 3.2.2. En effet, si on compare cette carte avec la carte topographique, on peut voir que les zones de plus grande pente sont systématiquement associées à des milieux résistants. Nous espérons que la correction sur l'inclinaison relative du sol par rapport au système permettrait de supprimer cet artefact. Or nos résultats témoignent malheureusement en notre défaveur. En l'état actuel de nos

2. TRAITEMENT DE DONNÉES VTEM ACQUISES DANS LE BASSIN DE FRANCEVILLE AU GABON

connaissances, nous supposons que la présence de cette zone résistante est due au fait que notre interprétation ne prend pas en compte l'anisotropie réelle du milieu. En effet, lorsque la surface est inclinée par rapport à un milieu tabulaire, les courants telluriques induits par la source circulent dans une direction qui n'est pas parallèle aux couches. Comme le milieu tabulaire présente une forte anisotropie verticale, où la conductivité électrique est en général plus faible dans la direction verticale, il serait ainsi normal de mesurer une conductivité plus faible.

Okouma-Moulili ouest : failles de Bangombé et Mounana

Le faille de Bangombé se situerait au kilomètre 9 du profil. D'après la carte géologique, elle sépare l'affleurement du FA de l'affleurement du FB dans la dépression d'Okouma-Moulili. L'inversion 2D (graphique B de l'annexe E) n'apporte pas beaucoup plus d'information que l'inversion 1D. En effet, il est difficile d'y associer un angle de pendage et un sens de glissement. Il est important de noter qu'à cette même position, le profil passe au niveau d'un filon volcanique d'axe N-S ayant une forte empreinte magnétique (voir annexe F). Ainsi, on peut penser que la présence de ce filon en plus de la faille génère des effets 3D qui ne sont pas pris en compte par notre interprétation. On peut néanmoins observer un signal caractéristique d'une faille à la fin de ce profil 2D. S'il y a bel et bien un décrochement entre les deux couches conductrices dans le FB, on devrait observer une faille normale dont le plan de glissement regarde vers le NE. Cette faille pourrait correspondre à la faille de Mounana.

Okouma-Moulili Est

L'inversion 2D dans cette partie du profil appuie les résultats 1D concernant l'éventuelle présence de deux failles normales dont le pendage est opposé à celui de la faille de Mounana détectée dans la section 2D précédente. L'imagerie semble détecter la présence de roches plus résistantes en profondeur. Cependant, ce résultat est à considérer avec beaucoup de précaution car la sensibilité de la méthode est relativement faible en profondeur. Il est possible que ces couches résistantes soient uniquement provoquées par les contraintes sur les dérivées spatiales (c'est-à-dire la régularisation). Si ces roches sont réellement résistantes et si les couches conductrices correspondent aux ampélites du FB inférieur,

alors on peut émettre l'hypothèse qu'on détecte les roches du FA en dessous.

Faille de Kaya-Kaya

La faille de Kaya-Kaya sépare la dépression d'Okouma-Moulili du plateau de Yéyé où affleure une couche plus résistante du FB. Cette couche résistante pourrait correspondre au FB2 qui est caractérisé par des grès à granulométrie plus grossière (voir la coupe stratigraphique de l'annexe D). L'imagerie 2D confirme le décrochement déjà observé dans l'inversion 1D. D'après nos résultats, le plan de glissement de la faille de Kaya-Kaya plonge vers l'ouest du profil. On peut également voir la présence d'une intrusion résistante qui correspond vraisemblablement à un filon de dolérites déjà observé par méthode magnétique dans Fleury (2011).

Graphique E : affleurement du FD+FE

Dans le graphique E, on montre l'inversion 2D d'une section au NE du plateau de Yéyé, où la couche FD+FE affleure. Ainsi, d'après les données géologiques observées en surface, le contraste de conductivité du début de la section ne serait pas dû à une faille mais plutôt à la troncature (par érosion) d'un milieu tabulaire incliné et plongeant vers le NE. D'après ce modèle, et si la coupe stratigraphique est exacte, on devrait trouver la couche FC (jaspe) entre le FB2 du plateau de Yéyé et la couche FD+FE. Cette hypothèse semble validée par la carte géologique. La suite de la section montre un milieu relativement conducteur marqué par trois intrusions résistantes verticales. C'est d'ailleurs dans ce contexte que l'on peut profiter de la plus-value d'une interprétation 2D. Deux de ces anomalies pourraient correspondre aux filons volcaniques observés sur la carte d'interprétation de données magnétiques (annexe F). Si on veut expliquer la présence de FC en affleurement dans la suite du profil, il faut alors associer une de ces trois anomalies résistantes (plutôt la première) à une faille normale avec un plan de glissement face au S-O.

Bordure NE du bassin

La dernière section d'interprétation 2D présente la conductivité électrique en bordure de bassin à la fin du profil d'acquisition. L'imagerie semble mettre en évidence l'interface entre les roches sédimentaires et le socle. Ainsi, on peut voir l'amincissement du bassin

2. TRAITEMENT DE DONNÉES VTEM ACQUISES DANS LE BASSIN DE FRANCEVILLE AU GABON

dans sa bordure. En début de section, on détecte cette interface à $900m$ de profondeur. Ensuite, on observe une remontée du socle notable qui ramène cette interface vers $400m$ de profondeur. On observe une seconde remontée en fin de section ramenant l'épaisseur du bassin à une centaine de mètres. Dans la fin de la section, on peut voir que l'épaisseur du bassin diminue jusqu'à quelques dizaines de mètres. L'erreur faite sur ces profondeurs d'interface augmente avec la profondeur. Par exemple, l'interface en début de profil se trouve à $900m$ à plus ou moins $100m$ près. Ainsi, dans la pratique, il est nécessaire d'effectuer des analyses de sensibilité et d'erreur plus poussées (par exemple, en utilisant un programme de modélisation directe avec une théorie plus robuste).

Quatrième partie

Conclusion et perspectives

Bilan

Le bilan de cette thèse peut se résumer au travers des points suivants :

- Nous avons écrit un programme qui permet d’effectuer l’inversion 1D avec trois types d’approche concernant la régularisation : 1- La méthode OPI utilisant une contrainte verticale, 2- la méthode SVDal utilisant une contrainte sur le maillage, 3- la méthode NLO effectuant une inversion robuste (norme L1) avec une contrainte latérale.
- Nous avons validé notre programme d’abord, sur des données synthétiques et ensuite, sur des données réelles par comparaison avec des données de forage.
- Nous avons construit une interface pour le code de modélisation directe ArjunAIR. Avec ce code, nous avons estimé numériquement la sensibilité 2.5D pour le système VTEM.
- Lorsque que la distribution spatial de la sensibilité est relativement simple (comme dans le cas de la configuration *in-loop*), il est possible de l’approximer avec un modèle empirique dans le cadre de l’imagerie rapide 2D.
- Nos développements analytiques concernant l’effet de la topographie ont montré qu’il fallait prendre en compte cet effet à deux niveaux lors du traitement : 1- en multipliant les données par un facteur pour corriger l’inclinaison relative du système, 2- en faisant une rotation de la fonction de sensibilité 2D afin de reproduire au mieux la direction réelle des courants induits dans le sous-sol.

Démarche

Cette thèse résume les travaux que j’ai effectués à l’Université de Strasbourg (UDS), sous la direction de Pascal Sailhac, de mars 2009 à mars 2012. Elle s’inscrit dans le cadre d’un projet de collaboration entre l’entreprise AREVA, le CNRS et l’Université de Strasbourg qui visait à développer des outils de traitement de données EM aéroportées.

Le premier objectif du contrat était de fournir un programme d’imagerie 1D avec une interface utilisateur dont la propriété intellectuelle appartiendrait au CNRS, et dont la version compilée finale serait utilisable par AREVA. C’est pour répondre à cette ambition mutuelle que nous avons développé le programme InvTEM2.0, dont la documentation se trouve en annexe de cette thèse. Même si la théorie de l’imagerie 1D ne représente plus un

intérêt scientifique majeur à l'heure actuelle, son application s'est fortement développée durant la dernière décennie. En effet, il s'avère que cette technique peut apporter, de manière indirecte, des informations précieuses pour des problématiques scientifiques d'importance majeure, telles que la gestion et la surveillance de notre environnement. Ce dernier type de problématique fait partie des missions de notre laboratoire. Il était donc nécessaire d'acquérir une certaine indépendance quant à la connaissance et à la maîtrise de cet outil. D'un point de vue personnel, ce premier objectif a constitué pour moi la phase d'apprentissage. En effet, cela m'a permis, au travers de la littérature fournie, de bien comprendre le problème de l'imagerie EM en général. Ainsi, comme le témoigne le chapitre premier de la deuxième partie, j'ai pu me former aux méthodes inverses, ce qui constitue pour moi un objectif de carrière. Il est relativement difficile pour un chercheur débutant d'avoir rapidement du recul sur sa problématique. Ce premier volet m'a facilité cette étape, car il m'a forcé à prendre du temps sur des méthodes relativement anciennes. C'est dans cet esprit que j'ai écrit mon premier article. Non pas que la littérature sur le sujet soit insuffisamment fournie, mais compte tenu de ma problématique de recherche, c'est en quelques sortes l'article que j'aurais aimé pouvoir lire au début de ma thèse.

Le deuxième objectif convenu initialement était de reprendre le code de modélisation 3D géoradar développé au sein du laboratoire lors de la thèse de Jean-Francois Girard (2002), et de l'adapter aux fréquences de l'EM diffusif. Cependant, courant 2010, l'Institut de recherche appliquée australien CSIRO a rendu public les codes de modélisation EM par éléments finis qui ont été développés pendant les 25 ans du consortium AMIRA. Nous avons alors choisi d'utiliser ces programmes plutôt que de développer les nôtres. Ceci nous a permis de continuer à travailler sur le problème inverse. Ainsi, entre autres grâce au code ArjunAIR, nous avons pu tester nos programmes de traitement sur des données artificielles générées à partir de modèles de sous-sol complexes.

Nous avons alors concentré nos efforts sur le problème inverse 2D. Dans un premier temps, nous avons utilisé le noyau de sensibilité du milieu homogène équivalent (ABFM). Cette méthode donne de bons résultats quand elle est appliquée sur des modèles à faibles variations latérales, mais s'avère limitée pour imager de véritables structures à dimensionnalité 2D. Lorsque l'on compare la fonction de sensibilité 2D ABFM avec une fonction 2D calculée numériquement (en utilisant le code ArjunAir), on constate des différences

notables ayant des conséquences considérables sur le résultat de l'inversion. Le calcul de fonctions de sensibilité par éléments finis est assez laborieux. Pour effectuer une inversion 2D rapide, nous avons alors proposé une fonction de sensibilité empirique très facile à calculer, qui vise à reproduire le comportement des résultats numériques. Les résultats en terme d'imagerie sont présentés dans notre deuxième article, qui a été soumis à la revue *Geophysics*. Dans l'ensemble, ces résultats sont très prometteurs. En effet, notre code d'imagerie 2D permet de supprimer les artefact de type "*pant leg*" que l'on peut trouver dans les inversion 1D. Il faut néanmoins garder à l'esprit que cette méthode ne prend pas compte des effets de diffraction des ondes ou des effets de polarisation. C'est donc une méthode approximative qu'il faut utiliser lors des étapes de traitement préliminaire. Par cette étude, nous montrons seulement qu'il est possible d'obtenir rapidement une image 2D pour un système en configuration *in-loop*. Nous proposons une théorie empirique simple pour décrire la distribution spatiale de la fonction de sensibilité. Notre méthode permet, entre autres, de détecter des structures inclinées. Par contre, pour l'instant, il n'est pas raisonnable d'en déduire le pendage exacte, car cette caractéristique dépend fortement de certains paramètres de notre théorie. Ces paramètres semblent dépendre eux-mêmes de la conductivité apparente ou plutôt de la conductivité de l'encaissant. Par la suite, il faudra donc affiner le modèle empirique de sensibilité afin d'augmenter la robustesse de la méthode.

Lorsque nous avons traité le jeux de données de Mounana-Bangombé au Gabon, nous avons constaté que les zones à fortes variations topographiques sont corrélées à des zones résistantes dans les résultats d'inversion. Dans un premier temps, nous avons supposé que ces fortes résistivités pouvaient être des artefacts dûs à l'inclinaison du système par rapport à la surface du sol. C'est pour répondre à cette question que nous avons calculé analytiquement l'influence de l'angle d'inclinaison d'un demi-espace sur les données mesurées. Dans le chapitre 3 de la partie 2, nous avons montré qu'il faut corriger les mesures en utilisant un facteur qui dépend de l'angle de l'interface air/sol. Nous montrons également que cette interface influence fortement la direction des courants induits dans le sous-sol par la boucle source. En termes d'imagerie, ce dernier fait peut provoquer une erreur sur le positionnement réel de certaines structures. Nos routines de traitement prennent désormais en compte ces effets. Cependant, l'expérience a montré qu'elles ne permettent

pas d'éliminer l'artefact observé au niveau des fortes pentes. L'étude du problème avec un demi-espace incliné nous a cependant permis d'apporter une autre hypothèse concernant la source de cet artefact. En effet, nous avons montré que lorsque l'interface air/sol est inclinée, le système de mesures est sensible à la conductivité électrique dans la direction parallèle à cette interface. Dans le cas d'un milieu anisotrope comme le milieu tabulaire, on peut alors s'attendre à des variations d'amplitudes mesurées en présence de topographie, car on mesure une composante différente du tenseur de la conductivité électrique.

Les développements méthodologiques qui sont présentés dans cette thèse ont été incorporés dans la nouvelle version d'InvTEM, qui fait suite à la première version développée lors du post-doctorat de Mickael Behaegel. Ce programme est constitué d'une interface Matlab qui fait appel à des exécutables préalablement compilées à partir de codes C# et FORTRAN. L'ensemble de ce "*packages*" est compilée avec le compilateur Matlab 5.0, ce qui permet à l'utilisateur de l'installer sans posséder le logiciel Matlab.

Pour finir, nous présentons un cas d'étude sur des données VTEM acquises dans le bassin de Franceville au Gabon. Par le traitement d'une ligne de données acquises de façon transverse au bassin, nous montrons que l'inversion des données VTEM permet de mettre en évidence les principales structures de la sub-surface.

Perspectives

Le modèle mathématique proposé pour les fonctions de sensibilité empiriques n'est pas encore assez robuste. En général, il faut faire varier les facteurs présents dans la fonction exponentielle de la relation 2.2.25 en fonction de la conductivité électrique de l'encaissant pour obtenir de bons résultats. L'objectif à court terme est d'affiner ce modèle en inversant ces paramètres à partir d'un grand nombre de modèles de conductivité.

Un troisième article portant sur l'effet de la topographie est en cours de préparation. Cet article devrait justifier l'utilisation d'une inversion 2D dans le cas de milieux conducteurs avec de fortes variations topographiques. Pour l'instant, nous ne pouvons mettre en évidence cet effet et les atouts de cette correction qu'avec des données artificielles. Une évaluation sur des données réelles est prévue sur un jeu de données SkyTEM acquis sur l'île de Mayotte pour le BRGM. En plus de la topographie et de la modélisation du terme source, ce travail engage aussi des perspectives liées à la problématique de l'hydrogéologie.

La majorité des développements mathématiques qui sont présentés dans cette thèse étant réalisés dans le domaine de Fourier, il est relativement facile d'adapter notre démarche au mode d'acquisition fréquentielle (FEM). Ceci concerne des données au sol à *offset* variable (ex. : système PROMIS d'Iris Instrument) ou des données aéroportées (système à 6 fréquences du BGR).

Ma démarche d'amélioration des outils de traitement et d'inversion peut s'appliquer à d'autres techniques d'imagerie EM, comme par exemple la technique *Controlled Source Audio-MagnetoTelluric* (CSAMT). Au rythme actuel des progrès dans le domaine de l'informatique, il sera bientôt possible de faire du *monitoring* de la sub-surface par imagerie EM 3D. Ceci profitera en particulier de techniques de modélisation plus robustes tel que les éléments finis. Les applications concernent les ressources minières, la géothermie, la gestion et la surveillance volcanologique, le suivi des pollutions ou la gestion des ressources en eau (niveau d'aquifère, biseau salé, etc).

Bibliographie

- ALLARD, M. (2007). On the origin of HTEM species. *in B. Milkereit, ed., Exploration in the new millennium, Proceedings of the Fifth Decennial International Conference on Mineral Exploration.* [11](#)
- ANDERSON, A., DODDS, A., MCMAHON, S. & STREET, G. (1993). A comparison of airborne and ground electromagnetic techniques for mapping shallow zone resistivity variations. *Exploration Geophysics*, **24**, 323–332. [9](#)
- ANNAN, A. & LOCKWOOD, R. (1991). An application of airborne GEOTEM in Australian conditions. *Exploration Geophysics*, **22**, 5–12. [11](#)
- ASTER, R., BORCHERS, B. & THURBER, C. (2005). *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier Academic Press. [42](#), [85](#), [112](#)
- AUKEN, E., CHRISTIANSEN, A., JACOBSEN, B., FOGED, N. & SORENSEN, K. (2005). Piecewise 1D laterally constrained inversion of resistivity data. *Geophysical Prospecting*, **53**, 497–506. [86](#)
- AUKEN, E., CHRISTIANSEN, A., WESTERGAARD, J., KIRKEGAARD, C., FOGED, N. & VIEZZOLI, A. (2009a). An integrated processing scheme for high-resolution airborne electromagnetic survey : the SkyTEM system. *Exploration Geophysics*, **40**, 184–192. [11](#)
- AUKEN, E., VIOLETTE, S., D'OZOUVILLE, N., DESFONTAINES, B., SORENSEN, K., VIEZZOLI, A. & DE MARSILY, G. (2009b). An integrated study of hydrogeology of volcanic islands using helicopter borne transient electromagnetic : Application in the Galapagos Archipelago. *C.R. Geosciences*, **341**, 899–907. [9](#), [79](#), [102](#)

BIBLIOGRAPHIE

- BALCH, S., BOYKO, W. & PATTERSON, N. (2003). The AeroTEM airborne electromagnetic system. *The Leading Edge*, **22**, 562–566. [11](#)
- BALDRIDGE, W., COLE, G., ROBINSON, B. & JIRACEK, G. (2007). Application of Time-Domain airborne electromagnetic induction to hydrologic investigations on the Pajarito Plateau, New Mexico, USA. *Geophysics*, **72**, B31–B45. [9](#), [102](#)
- BECKER, A., ZOLLINGER, R., MORRISON, H. & LAZENBY, P. (1987). Airborne Electromagnetic Bathymetry. *Geophysics*, **52**, 1127–1137. [9](#)
- BEHAEGEL, M. (2007). *Developpement en méthodologie d'interprétation de données magnétiques et aéroportées*. Rapport de Post-Doctorat EOST. [xii](#), [36](#), [51](#), [56](#)
- BELTZER, A. (1990). *Variational and finite element methods, A symbolic computational approach*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 254 pp. [30](#)
- CHEN, J. & RAICH, A. (1998). Inverting AEM data using a damped eigenparameter method. *Exploration Geophysics*, **29**, 128–132. [87](#), [102](#)
- CHRISTENSEN, N. (1995). Imaging of central loop transient electromagnetic soundings. *Journal of enviro. engin. geophysics*, **0**, 53–66. [45](#), [46](#), [47](#), [104](#)
- CHRISTENSEN, N. (1997). Electromagnetic subsurface imaging. A case for adaptive Born approximation. *Survey in Geophysics*, **18**, 477–510. [45](#)
- CHRISTENSEN, N. (2002). A generic 1-D imaging method for transient electromagnetic data. *Geophysics*, **67**, 438–447. [xii](#), [47](#), [48](#), [62](#), [79](#), [82](#), [83](#), [95](#), [102](#), [110](#)
- CHRISTIANSEN, A. & CHRISTENSEN, N. (2003). A quantitative appraisal of airborne and ground-based electromagnetic (TEM) measurement in Denmark. *Geophysics*, 523–534. [9](#)
- CHRISTIANSEN, A., AUKEN, E., FOGED, N. & SORENSEN, K. (2007). Mutually and laterally constrained inversion of CVES and TEM data : a case study. *Near Surface Geophysics*, 115–123. [86](#)

- CONSTABLE, S., PARKER, R. & CONSTABLE, C. (1987). Occams inversion : a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. . *Geophysics*, **52**, 289–300. [85](#)
- COX, L., WILSON, G. & ZHDANOV, M. (2010). 3D inversion of airborne electromagnetic data using a moving footprint. *Exploration Geophysics*, **41**, 250–259. [79](#), [102](#)
- DANIELSEN, J., AUKEN, E., JORGENSEN, F., SONDERGAARD, V. & SORENSEN, K. (2003). The application of transient electromagnetic method in hydrogeophysical surveys. *Journal of Applied Geophysics*, **53**, 181–198. [9](#), [102](#)
- DAVIS, J. & GROOM, R. (2009). A comparison of airborne and ground electromagnetic data near the Grand Canyon. *79th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstract*, **28**, 764–768. [9](#)
- DEHOOG, F., KNIGHT, J., & STOKES, A. (1982). An improved method for numerical inversion of Laplace transforms. *SIAM, Journal on Scientific and Statistical Computing*, **3**, 354–366. [36](#)
- DOLL, W.E., NYQUIST, J.E., BEARD, L.P. & GAMEY, T.J. (2000). Airborne geophysical surveying for hazardous waste site characterization on the oak ridge reservation, tennessee. *Geophysics*, **65**, 1372–1387. [9](#)
- DOLL, W.E., GAMEY, T.J., HOLLADAY, J.S., SHEEHAN, J.R., NORTON, J., BEARD, L.P., LEE, J.L.C., HANSON, A.E. & LAHTI, R.M. (2010). Results of a high-resolution airborne tem system demonstration for unexploded ordnance detection. *Geophysics*, **75**, B211–B220. [9](#)
- EATON, P. & HOHMANN, G. (1987). A rapid inversion technique for transient electromagnetic soundings. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **53**, 384–404. [102](#)
- EATON, P., ANDERSON, B., NILSSON, B., LAURITSEN, E., QUEEN, S. & BARNETT, C. (2002). Newtem — a novel time-domain helicopter electromagnetic system for resistivity mapping. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **21**, 1–4. [11](#)

BIBLIOGRAPHIE

- EATON, P., ANDERSON, B. & LUBBE, B. (2004). Newtem — adventures in thin air. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **23**, 1213–1216. [11](#)
- FARQUHARSON, C., OLDENBURG, D. & LI, Y. (1999). An approximate inversion algorithm for time-domain electromagnetic survey. *Journal of Applied Geophysics*, **42**, 71–80. [102](#)
- FEYBESSE, J., JOHAN, V., TRIBOULET, C., GUERROT, C., MAYAGA-MIKOLO, F., BOUCHOT, V. & N'DONG, J.E. (1998). The West Central African belt : a model of 2.5-2.0 Ga accretion and two-phase orogenic evolution. *Precambrian Research*, **87**, 161–216. [139](#)
- FLEURY, S. (2011). Méthodes magnétiques appliquées à la prospection multicelle du sous-sol du bassin de Franceville. *Thèse de doctorat de l'Université de Strasbourg*. [xvi](#), [139](#), [145](#), [149](#), [187](#), [188](#)
- FOUNTAIN, D., SMITH, R., PAYNE, T. & LEMIEUX, J. (2005). The HeliGEOTEM helicopter time-domain EM system applied to mineral exploration. *First Break*, **23**, 73–78. [11](#)
- FRASER, D.C. (1978). Resistivity mapping with an airborne multicoil electromagnetic system. *Geophysics*, **43**, 144–172. [11](#)
- GAUTHIER-LAFAYE, F. (1986). Les gisements d'uranium du Gabon et les réacteurs d'Oklo. Modèle tectogénique de gisements à forte teneurs du Proterozoïque inférieur. *Thèse d'état de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg*, **78**. [xvi](#), [139](#), [140](#), [141](#)
- GÓMEZ-TREVINO, E. (1987). A simple sensitivity analysis of time-domain and frequency-domain electromagnetic measurements. *Geophysics*, **52**, 1418–1423. [103](#)
- GÓMEZ-TREVINO, E. (1987). Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems. *Geophysics*, **52**. [104](#)
- GUILLEMOTEAU, J., SAILHAC, P. & BEHAEGEL, M. (2011). Regularisation strategy for the layered inversion of Airborne TEM data : application on data acquired over the basin of Franceville (Gabon). *Geophysical Prospecting*, **59**, 1132–1143. [49](#), [102](#), [112](#)

- HANSEN, P. (1992). Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve. *SIAM Review*, **34**, 561–580. [85](#), [113](#)
- HANSEN, P. (2010). *Discrete Inverse Problem : Insight and Algorithms*. SIAM, Philadelphia. [42](#), [85](#), [112](#)
- HANSON, R.J. (1986). Least Squares with Bounds and Linear Constraints. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*, **7**, 826–834. [49](#)
- HOLLENBECK, K. (1998). Invlap.m : A matlab function for numerical inversion of Laplace transform by the de Hoog algorithm. [http ://www.isva.dtu.dk/staff/karl/invalp.htm..](http://www.isva.dtu.dk/staff/karl/invalp.htm..) [36](#)
- HUANG, H. & PALACKY, G. (1991). Damped least-square inversion of time-domain airborne EM data based on singular value decomposition. *Geophysical Prospecting*, **39**, 827–844. [87](#), [102](#)
- HUANG, H. & RUDD, J. (2008). Conductivity-depth imaging of helicopter-borne TEM data on a pseudolayer halfspace model. *Geophysics*, **73**, F115–F120. [102](#)
- JUPP, D. & VOZOFF, K. (1975). Stable Iterative Methods for the Inversion of Geophysical Data. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **42**, 957–976. [75](#)
- KEATING, P. & CROSSLEY, D. (1990). The inversion of time-domain airborne electromagnetic data using the plate model. *Geophysics*, **55**, 705. [102](#)
- KIRKEGAARD, C., SONNENBORG, T., AUKEN, E. & JØRGENSEN, F. (2011). Salinity Distribution in Heterogeneous Coastal Aquifers Mapped by Airborne Electromagnetics. *Vadose Zone Journal*, **10**, 125–135. [9](#), [102](#)
- KOVACS, A., VALLEAU, N. & HOLLADAY, J.S. (1987). Airborne electromagnetic sounding of sea ice thickness and sub-ice bathymetry. *Cold Regions Science and Technology*, **14**, 289–311. [9](#)
- LANCZOS, C. (1961). *Linear Differential Operators*. Dover Publications, New York. [69](#), [87](#)

BIBLIOGRAPHIE

- LANE, R., GREEN, A., GOLDING, C., OWERS, M., PIK, P., PLUNKETT, C., SATTEL, D. & THORN, B. (2000). An example of 3D conductivity mapping using TEMPEST airborne electromagnetics. *Exploration Geophysics*, **31**, 162–172. [11](#)
- LEDRU, P., N'DONG, J.E., JOHAN, V., PRIAN, J., COSTE, B. & HACCARD, D. (1989). Structural and metamorphic evolution of the Gabon Orogenic Belt : Collision tectonics in the lower proterozoic? *Precambrian Research*, **44**, 227–241. [139](#)
- LEVÄNIEMI, H., BEAMISH, D., HAUTANIEMI, H., KURIMO, M., SUPPALA, I., VIRONMÄKI, J., CUSS, R., LAHTI, M. & TARTARAS, E. (2009). The JAC airborne EM syste : AEM-05. *Journal of Applied Geophysics*, **67**, 219–233. [11](#)
- LEY-COOPER, A., MACNAE, J. & VIEZZOLI, A. (2010). Breaks in lithology : Interpretation problems when handling 2D structures with a 1D approximation. *Geophysics*, **75**, 179–188. [92](#), [102](#)
- LIU, G. & ASTEN, M. (1992). A comparison of airborne and ground transient EM system in their resolving power against geological noise. *Exploration Geophysics*, **23**, 197–200. [9](#)
- MACKIE, R., SMITH, J. & MADDEN, T. (1994). Three dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations : the magnetotelluric example. *Radio Science*, **29**, 923–935. [30](#)
- MACNAE, J., KING, A., STOLZ, N., OSMAKOFF, A. & BLAHA, A. (1998). Fast AEM data processing and inversion. *Exploration Geophysics*, **29**, 163–169. [102](#)
- MATHIEU, R., ZETTERSTROM, L., CUNEY, M., GAUTHIER-LAFAYE, F. & HIDAKA, H. (2001). Alteration of monazite and zircon and lead migration as geochemical tracers of fluid paleocirculations around the Oklo-Okilobondo and bangombé natural nuclear reaction zones (Franceville basin, Gabon). *Chemical Geology*, **171**, 147–171. [141](#)
- MAXWELL, J. (1873). *A treatise on electricity and magnetism*, vol. 1-2. Oxford : Clarendon Press. [13](#)

- MENKE, W. (1989). *Geophysical data analysis : Discrete inverse theory* . Academic Press, San Diego. [42](#), [76](#), [84](#)
- MOULINE, M. (1922). Recherches expérimentales sur l'hysteresis diélectrique. *Annales de la faculté des sciences de Toulouse, serie 3*, **14**, 71–135. [14](#)
- MULTALA, J., HAUTANIEMI, H., OKSAMA, M., LEPPÄRANTA, M., HAAPALA, J., HERLEVI, A., RISKÄ, K. & LENSU, M. (1996). An airborne electromagnetic system on a fixed wing aircraft for sea ice thickness mapping. *Cold Regions Science and Technology*, **24**, 355–373. [9](#)
- NABIGHIAN, M.N. (1979). Quasi-static transient response of a conducting half-space- An approximate representation. *Geophysics*, **44**, 1700–1705. [106](#)
- NABIGHIAN, M.N. & MACNAE, J. (1988). *Time domain electromagnetic prospecting methods*. in Nabighian, M.N., Ed., Investigation in geophysics no. 3, Soc. Expl. Geophys. [103](#)
- OLDENBURG, D. & ELLIS, R. (1991). Inversion of geophysical data using an approximate inverse mapping. *Geophys. J. Int.*, **105**, 325–353. [45](#), [103](#), [104](#)
- OLDENBURG, D. & LI, Y. (1994). Subspace linear inverse method. *Inverse Problem*, **10**, 915–935. [85](#)
- PALACKY, G. (1981). The airborne electromagnetic method as a tool of geological mapping. *Geophysical Prospecting*, **29**, 60–88. [103](#)
- PALACKY, G. (1987). *Resistivity Characteristics of Geologic Targets*. in Nabighian, M.N., Ed., Investigation in geophysics no. 3, Soc. Expl. Geophys. [89](#)
- PFAFFHUBER, A., MONSTAD, S. & RUDD, J. (2009). Airborne electromagnetic hydrocarbon mapping in Mozambic. *Exploration Geophysics*, **40**, 1–9. [102](#)
- PORTNIAGUINE, O. & ZHDANOV, M. (1999). Focusing geophysical inversion images. *Geophysics*, **64**, 874–887. [79](#), [92](#)

BIBLIOGRAPHIE

- RAICHE, A. (2008a). The P223 software suite for planning and interpreting EM surveys. *Previews*, **132**, 25–30. [31](#), [108](#)
- RAICHE, A. (2008b). The P223 software suite for planning and interpreting EM surveys. *Previews*, **132**, 25–30. [80](#)
- REID, J. & MACNAE, J. (1998). Comments on the electromagnetic smoke ring concept. *Geophysics*, **63**, 1908–1913. [106](#)
- REID, J., PFAFFLING, A. & VRBANCICH, J. (2001). Airborn electromagnetic footprint in 1D earths. *Geophysics*, **71**, G63–G72. [62](#)
- RYU, J., MORRISON, F. & WARD, S. (1970). Electromagnetic field about a loop source of current. *Geophysics*, **35**, 862–896. [35](#)
- SANTOS, F.M. (2004). 1-D laterally constrained inversion of EM34 profiling data. *Geophysics*, **56**, 123–134. [85](#)
- SATTEL, D. (2005). Inverting airborne electromagnetic (AEM) data with Zohdy’s method. *Geophysics*, **70**, G77–G85. [102](#)
- SATTEL, D. (2009). An overview of helicopter time-domain EM systems. *Australian Society of Exploration Geophysics (ASEG), Extended Abstract*, **1**, 1–6. [11](#)
- SIEMON, B., AUKEN, E. & CHRISTIANSEN, A. (2009a). Laterally constrained inversion of helicopter-borne frequency-domain electromagnetic data. *Journal of Applied Geophysics*, **67**, 259–268. [9](#), [55](#), [56](#), [67](#)
- SIEMON, B., CHRISTIANSEN, A. & AUKEN, E. (2009b). A review of helicopter-borne electromagnetic methods for ground water exploration. *Near Surface Geophysics*, **7**, 629–646. [79](#), [86](#), [102](#)
- SMITH, J. (1996). Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields; Part II : Bi-conjugate gradient solution and an accelerator. *Geophysics*, **61**, 1319–1324. [30](#)
- SMITH, R. & LEMIEUX, J. (2009). Exemple showing characteristics of the MEGATEM airborne system. *ASEG Extended Abstract*, **1**, 1–10. [11](#)

- SMITH, R., FOUNTAIN, D., PAYNE, T., LEMIEUX, J., PROULX, A., SHARP, B., NADER, G. & CARSON, M. (2001). The MEGATEM fixed-wing transient EM system : Development, applications, success. *7th SAGA meeting, Expanded Abstract*. [11](#)
- SMITH, R., WOOD, G. & POWELL, B. (2010). Detection of alteration at the Millennium uranium deposit in the Athabasca Basin : A comparison of data from two airborne electromagnetic systems with ground resistivity data. *Geophysical Prospecting*, **58**, 1147–1158. [102](#)
- SMITH, R., KOCH, R., HODGES, G. & LERIEUX, J. (2011). A comparison of airborne electromagnetic data with ground resistivity data over the Midwest deposit in the Athabasca basin. *Near Surface Geophysics*, **9**, 319–330. [114](#)
- TARANTOLA, A. (2005). *Inverse Problem Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia. [43](#)
- TARTARAS, E., ZHDANOV, M., WADA, K., SAITO, A. & HARA, T. (2000). Fast Imaging of TDEM data based on S-inversion. *Journal of Applied Geophysics*, **43**, 15–32. [102](#)
- TONG, P. (1977). *Finite elements method*. MIT Press, Cambridge, 332pp. [30](#)
- VALLEE, M.A. & SMITH, R. (2009). Inversion of airborne time-domain electromagnetic data to a 1D structure using lateral constraints. *Near Surface Geophysics*, **7**, 63–71. [79](#), [102](#)
- VALLÉE, M.A., SMITH, R.S. & KEATING, P. (2011). Metalliferous mining geophysics — state of the art after a decade in the new millennium. *Geophysics*, **76**, W31–W50. [9](#)
- VIEZZOLI, A., CHRISTIANSEN, A., AUKEN, E. & SORENSEN, K. (2008). Quasi-3D modeling of airborne TEM data by spatially constrained inversion. *Geophysics*, **73**, F105–F113. [86](#), [102](#), [114](#)
- VRBANCICH, J. (2004). Airborne electromagnetic bathymetry methods for mapping shallow water sea depths. *The international Hydrographic Review*, **5**, 59–84. [9](#)

BIBLIOGRAPHIE

- VRBANCICH, J. (2011). Airborne electromagnetic bathymetry investigation in Port Lincoln, South Australia - comparison with an equivalent floating transient electromagnetic system. *Exploration Geophysics*, **42**, 167–175. [9](#)
- WANG, T. & HOHMANN, G. (1993). A finite difference time-domain solution for three dimensional electromagnetic modeling. *Geophysics*, **58**, 797–809. [30](#)
- WARD, S. & HOHMANN, G. (1987). *Electromagnetic theory for geophysical applications*. in Nabighian, M.N., Ed., Investigation in geophysics no. 3, Soc. Expl. Geophys. [19](#), [20](#), [21](#), [24](#), [26](#), [80](#), [119](#), [124](#), [127](#), [181](#), [182](#)
- WEAVER, J. (1994). *Mathematical methods for geoelectromagnetic induction*. RSP, Willey, 330pp. [30](#)
- WEAVER, J. & BREWITT-TAYLOR, C. (1978). Improved boundary conditions for the numerical solution of E-polarization problems in geomagnetic induction. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **54**, 309–317. [30](#)
- WEBER, F. (1968). Une série précambrienne du Gabon : le francevillien, sédimentologie, géochimie, relations avec les gîtes minéraux. *Mémoire du Service de Cartographie Géologique d'Alsace Lorraine*, **28**. [xvi](#), [184](#)
- WEBER, F. (1969). Une série précambrienne du Gabon : le francevillien, sédimentologie, géochimie, relations avec les gîtes minéraux. *Thèse de d'état de l'université Louis Pasteur de Strasbourg*. [139](#)
- WILSON, G., RAICH, A. & SUGENG, F. (2006). 2.5D inversion of airborne electromagnetic data. *Exploration Geophysics*, **37**, 363–371. [79](#), [80](#), [103](#)
- WITHERLY, K., IRVINE, R. & MORRISON, E. (2004). The Geothech VTEM time domain helicopter EM system. *17th ASEG meeting, Sydney, Expanded Abstract*. [11](#), [86](#)
- WOLFGRAM, P. & GOLDEN, H. (2001). Airborne EM Applied to Sulphide Nickel-Examples and Analysis. *Exploration Geophysics*, **32**, 136–140. [102](#)
- WOLFGRAM, P. & KARLIK, G. (1995). Conductivity-depth transform of GEOTEM data. *Exploration Geophysics*, **26**, 179–185. [102](#)

- WOLFGRAM, P., SATTEL, D. & CHRISTENSEN, N. (2003). Approximate 2D inversion of AEM data. *Exploration Geophysics*, **34**, 29–33. [79](#), [103](#), [108](#)
- ZHDANOV, M. (2009). *Geophysical electromagnetic theory and methods*. Elsevier, Amsterdam. [29](#), [30](#), [79](#), [117](#)
- ZHDANOV, M., PAVLOV, D. & ELLIS, R. (2002). Localized S-inversion of time-domain electromagnetic data. *Geophysics*, **67**, 1115–1125. [102](#)
- ZIENKIEWICZ, O. (1989). *The finite element method*. 4th ed : McGraw-Hill, New York. [30](#)
- ZOHDY, A. (1989). A new method for the automatic interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves. *Geophysics*, **54**, 245–253. [102](#)

BIBLIOGRAPHIE

Cinquième partie

Annexes

Annexe A

Logiciel ArjunAir

Présentation du logiciel

ArjunAir calcule la réponse 3D EM fréquentielle ou transitoire d'une structure 2D le long d'une ligne d'acquisition aéroportée. La lithologie du sous-sol peut varier dans le plan vertical en-dessous de la ligne de vol (O_x, O_z) , mais est constante dans la direction perpendiculaire O_y . Le système d'acquisition est modélisé par un dipôle magnétique d'émission associé à un second dipôle magnétique de réception. L'orientation et la distance entre ces dipôles sont définissables par l'utilisateur. Les équations de Maxwell sont résolues par la méthode des éléments finis dans le domaine spectral (x, k_y, z, f) , où k_y est le nombre d'onde correspondant à la direction perpendiculaire au profil.

Mode d'emploi

ArjunAir.exe est une application Console qui utilise un fichier d'entrée (.cfl) et génère trois fichiers de sortie (.out, .mf1 et .frq). Pour lancer le calcul, on utilise le fichier textitscript F3.bat qui appelle ArjunAir.exe et définit le fichier d'entrée et le nom des fichiers de sortie. La commande DOS à taper dans la console est :

F3 *filename filenameO* ,

où *filename* est le nom du fichier d'entrée et *filenameO* est le nom du fichier de sortie. Le fichier d'entrée (.cfl) est un fichier texte au format ASCII contenant toutes les informations sur le modèle de conductivité électrique, le système et la géométrie d'acquisition. Le fichier (.mf1) est un fichier texte qui contient les réponses EM et le paramétrage, il peut être

A. LOGICIEL ARJUNAIR

importé par les logiciels de traitement Geosoft et Maxwell. Le fichier (.out) contient les mêmes informations que le fichier (.mf1) dans un format plus approprié à la lecture rapide des résultats dans un éditeur de texte. Il sert à contrôler toutes les informations concernant la modélisation. Enfin, le fichier (.frq) contient les réponses EM dans le domaine de Fourier. Ce fichier permet de re-calculer la réponse TDEM pour d'autres fenêtres de temps sans relancer tout le calcul relatif à la résolution des équations de Maxwell par éléments finis dans le domaine considéré.

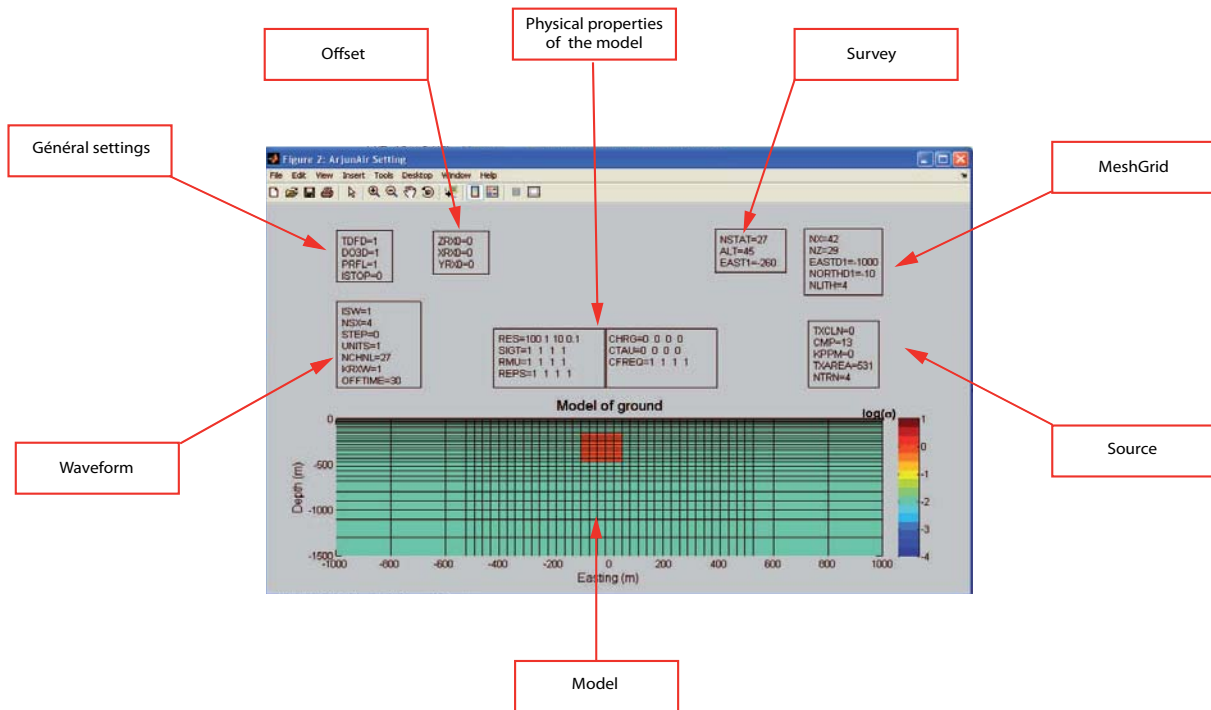


Figure 5.1.1: Exemple de fenêtre générée par *write_cfl.m*.

Apport de codes Matlab pour l'écriture et la lecture des fichiers

Pour construire un modèle 2D il faut, dans le fichier (.cfl), définir les propriétés physiques de plusieurs centaines (voire milliers) de nœuds. Dans l'optique de faciliter cette opération, nous avons conçu un programme Matlab nommé *write_cfl.m*. Ce code nous permet d'exploiter les outils de gestion des tableaux de Matlab afin de faire abstraction, lors du paramétrage, des informations implicites, comme la dimension des vecteurs et

matrices. Il génère une fenêtre Matlab qui permet le contrôle du paramétrage avant de lancer le calcul (qui prend plusieurs minutes). Cette fenêtre affiche le modèle 2D et le résumé du paramétrage (un exemple est montré dans la figure 5.1.1). On peut y trouver les différents "RECORDS" qui correspondent aux sous-parties du fichier (.cfl). Le records "General Options" définit le type de réponse modélisé (transitoire ou fréquentielle), ainsi que les options de format pour les fichiers de sortie. Le record "Offset" correspond aux coordonnées du vecteur reliant le centre de la boucle émettrice au receveur. "Waveform" contient les caractéristiques du signal source. "Survey" contient le nombre de points de mesure, leur altitude et la position du premier point le long du profil. Dans "MeshGrid", on trouve les caractéristiques du maillage qui ont servi à construire le modèle de conductivité. Enfin le record "Source" contient les informations de la boucle émettrice telle que son aire et le nombre de spires.

Pour lire le fichier de sortie (.mf1), nous avons écrit *read_mf1.m*. Ce programme affiche la réponse TDEM avec le modèle de conductivité associé. Un exemple est donné dans la figure 5.1.2. Le graphique du haut représente la réponse dB_z/dt exprimée en nT/s du modèle de conductivité électrique exposé dans le graphique du bas.

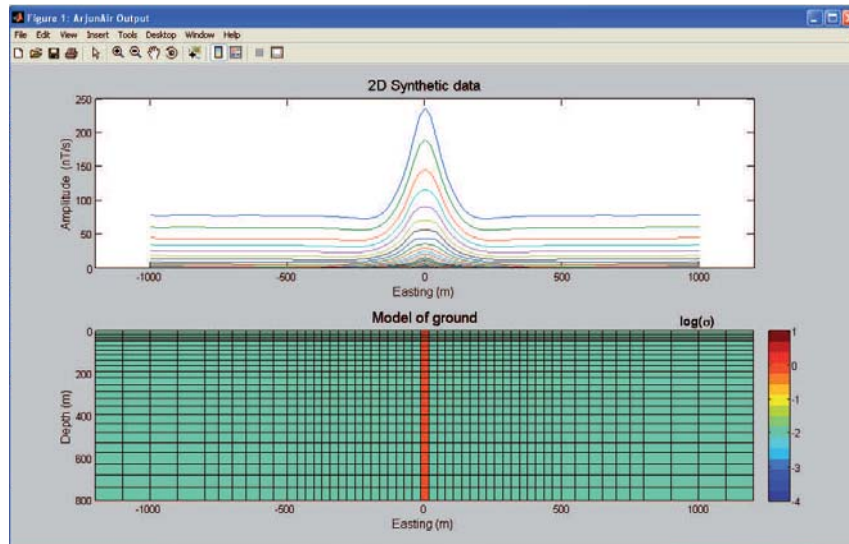


Figure 5.1.2: Exemple de fenêtre générée par *read_cfl.m*.

Test comparatif avec la modélisation analytique

Pour apprécier le degré de précision du code ArjunAir ainsi que l'intervalle de confiance

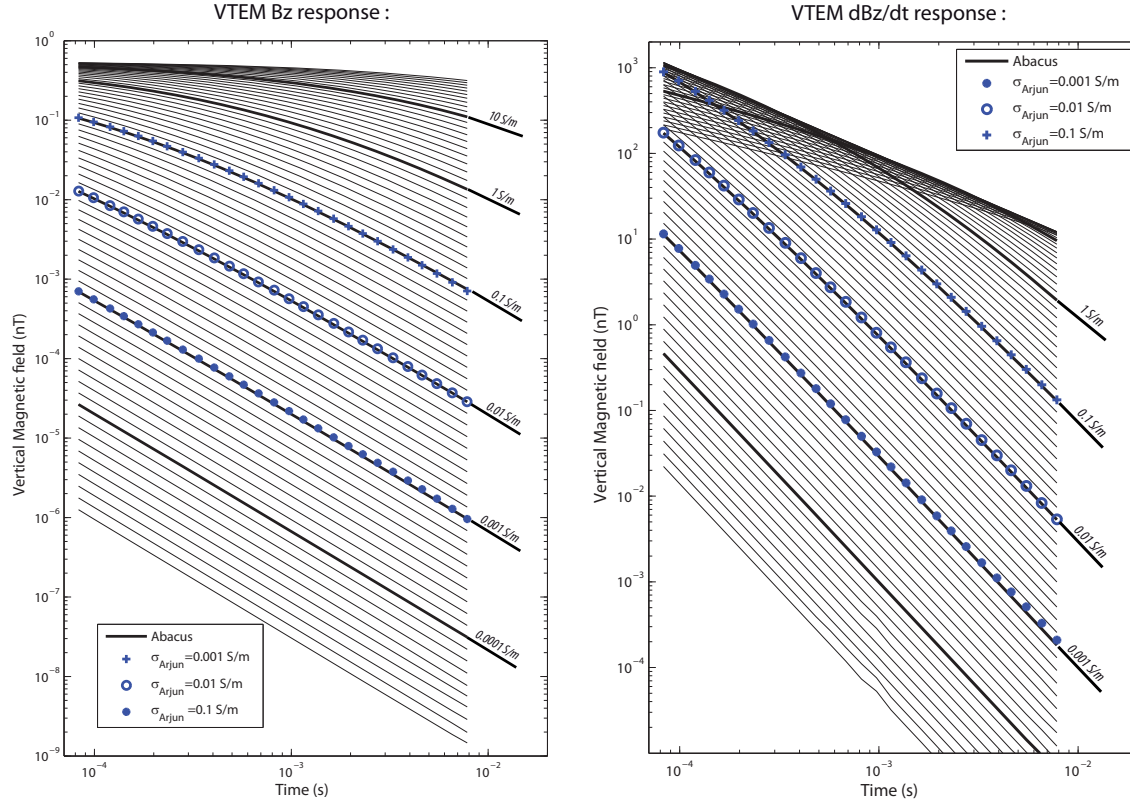


Figure 5.1.3: Comparaison des résultats issus de ArjunAir avec les réponses analytiques pour des modèles homogènes de $\sigma = 0.001, 0.01$ et 0.1 S/m . Graphique de gauche : réponse $B_z(t)$. Graphique de droite : réponse dB_z/dt .

dans lequel on peut supposer que les solutions sont justes, nous avons décidé de comparer les résultats pour un milieu homogène avec les réponses exactes calculées avec la fonction de Green 1.2.55. Les premiers tests ont été calculés en utilisant les mêmes caractéristiques d'acquisition que pour la campagne VTEM de Franceville au Gabon effectuée par Geo-Tech. Ce choix se justifie par le fait que cette campagne est assez récente (2008) pour décrire les dernières avancées méthodologiques en termes d'acquisition. Les conseils de la documentation concernant la résolution de la grille de conductivité nous ont été d'une grande utilité pour éviter les problèmes de dispersion numérique causés par la géométrie

du maillage.

Dans la figure 5.1.3, les résultats dB_z/dt et $Bz(t)$ pour des modèles homogènes de $\sigma = 0.001, 0.01$ et $0.1S/m$ sont superposés sur les abaques de réponses analytiques correspondants. Grâce à ces tests, nous appréhendons mieux les règles à suivre lors du paramétrage de la modélisation 2D par ArjunAir. Nous pouvons maintenant considérer qu'ArjunAir peut générer des jeux de données synthétiques suffisamment précis pour simuler l'ajout de bruit sur les mesures. Ce code va également nous être utile pour mettre en évidence l'effet de structure 2D et la distribution latérale de la zone de sensibilité.

Annexe B

Paramètres utilisés pour le traitement des données

Ces données ont été acquises avec la configuration suivante :

Fichier de configuration : VTEM2.car

Table de réponses : T_ VTEM2.txt

Table de jacobiens : J_ VTEM2.txt

Type : $\frac{dH_z}{dt}$

Temps : 0.000130 0.000150 0.000170 0.000190 0.000220 0.000260 0.000300 0.000350
0.000410 0.000480 0.000570 0.000680 0.000810 0.000960 0.001130 0.001340 0.001600 0.001900
0.002240 0.002660 0.003180 0.003780 0.004460 0.005300 0.006340 0.007540

Rayon de la boucle émettrice : 13m

Altitude de la boucle émettrice : 36m

Altitude de la boucle réceptrice : 36m

Offset : 0m

Intensité : 1A

Facteur de normalisation : 10^{15}

Facteur multiplicatif : 1

B. PARAMÈTRES UTILISÉS POUR LE TRAITEMENT DES DONNÉES

Annexe C

Coefficients de réflexion pour F

Dans la couche d'air, le potentiel F peut s'écrire comme la somme d'une onde directe incidente et d'une onde réfléchie :

$$F_{air} = F_p e^{-u_0 z} + r F_p e^{u_0 z}. \quad (5.3.1)$$

Dans le sous-sol, l'onde transmise se propage suivant la perpendiculaire à l'interface. Dans le cas d'une interface plane, on a :

$$F_{sol} = t F_p e^{-u_1 z}. \quad (5.3.2)$$

Pour la composante verticale F_z

D'après Ward & Hohmann (1987)(p154-155), les conditions aux interfaces pour la composante verticale de F sont données par :

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial F_{z0}}{\partial z} = \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial F_{z1}}{\partial z}, \quad (5.3.3)$$

$$F_{z0} = F_{z1}. \quad (5.3.4)$$

Dans le cas où l'interface se situe à $z = 0$, en utilisant les relations (5.3.1) et (5.3.2), ces relations de passage deviennent :

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu_0}(-1 + r_z) = -\frac{1}{\mu_1}t_z \\ \frac{1}{u_0}(1 + r_z) = \frac{1}{u_1}t_z. \end{cases} \quad (5.3.5)$$

De ce système à deux équations, on déduit les coefficients de réflexion r_z et de transmission t_z :

$$r_z = \frac{u_0 - \frac{\mu_0}{\mu_1}u_1}{u_0 + \frac{\mu_0}{\mu_1}u_1}, \quad (5.3.6)$$

C. COEFFICIENTS DE RÉFLEXION POUR F

$$t_z = \frac{2u_1}{\frac{\mu_1}{\mu_0}u_0 + u_1}. \quad (5.3.7)$$

Comme dans la plupart des cas, la perméabilité magnétique des roches est égale à celle de l'air, ces coefficients se simplifient et prennent la forme suivante :

$$r_z = \frac{u_0 - u_1}{u_0 + u_1}, \quad (5.3.8)$$

$$t_z = \frac{2u_1}{u_0 + u_1}. \quad (5.3.9)$$

Pour la composante horizontale F_x

Toujours d'après Ward & Hohmann (1987)(p154-155), les conditions à l'interface pour la composante horizontale de F sont données par :

$$\frac{\partial F_{x0}}{\partial z} = \frac{\partial F_{x1}}{\partial z}, \quad (5.3.10)$$

$$(\sigma_0 + i\omega\epsilon_0)F_{x0} = (\sigma_1 + i\omega\epsilon_1)F_{x1}. \quad (5.3.11)$$

De la même façon que pour la composante verticale, ces relations forment un système de deux équations à deux inconnues pour $z = 0$:

$$\begin{cases} (-1 + r_x) = -t_x \\ \frac{\sigma_0 + i\omega\epsilon_0}{u_0}(1 + r_x) = \frac{\sigma_1 + i\omega\epsilon_1}{u_1}t_x \end{cases}, \quad (5.3.12)$$

duquel on déduit les coefficients de réflexion et de transmission pour la composante horizontale du potentiel vecteur F :

$$r_x = \frac{u_0 - \frac{\sigma_0 + i\omega\epsilon_0}{\sigma_1 + i\omega\epsilon_1}u_1}{u_0 + \frac{\sigma_0 + i\omega\epsilon_0}{\sigma_1 + i\omega\epsilon_1}u_1}, \quad (5.3.13)$$

$$t_x = \frac{2u_1}{\frac{\sigma_1 + i\omega\epsilon_1}{\sigma_0 + i\omega\epsilon_0}u_0 + u_1}. \quad (5.3.14)$$

Dans le cas d'une interface air/sol, on a :

$$r_x = \frac{u_0 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1 + \frac{\sigma_1}{i\omega}}u_1}{u_0 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1 + \frac{\sigma_1}{i\omega}}u_1} \approx 1, \quad (5.3.15)$$

$$t_x = \frac{2u_1}{\frac{\epsilon_1 + \frac{\sigma_1}{i\omega}}{\epsilon_0}u_0 + u_1} \approx 0, \quad (5.3.16)$$

Annexe D

Coupe stratigraphique simplifiée du Francevillien

La coupe stratigraphique est présentée dans la page suivante.

D. COUPE STRATIGRAPHIQUE SIMPLIFIÉE DU FRANCEVILLIEN

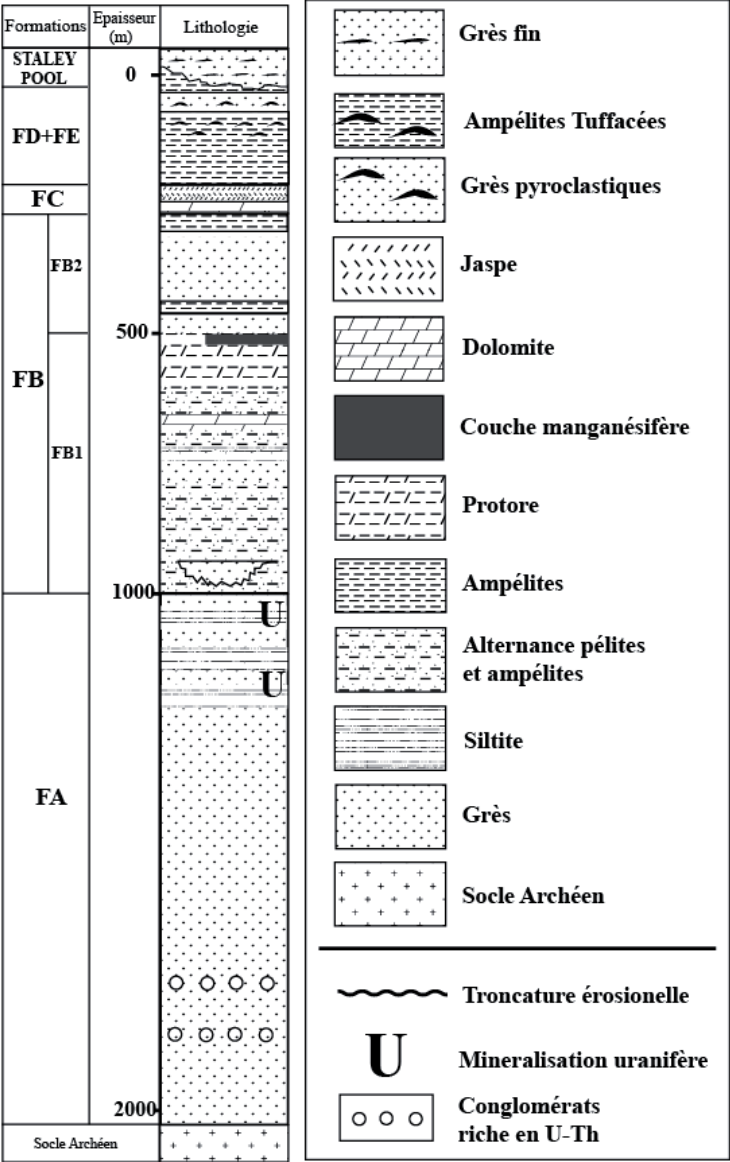


Figure 5.4.1: Modifié d'après Weber (1968).

Annexe E

Interprétation de la ligne L10830

E. INTERPRÉTATION DE LA LIGNE L10830

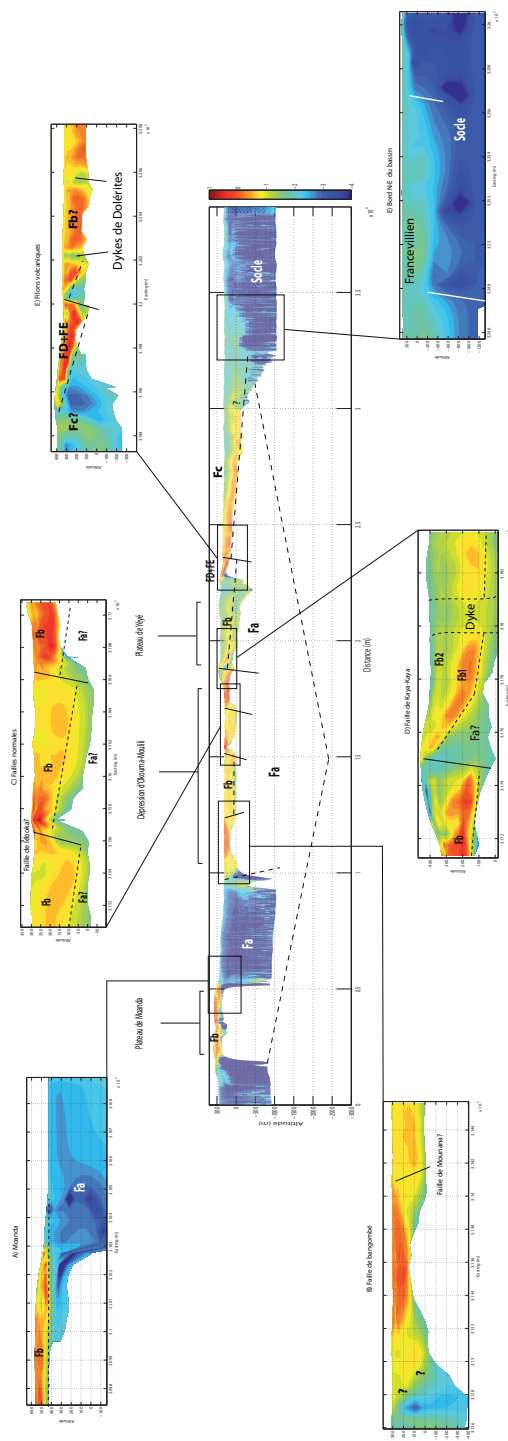


Figure 5.5.1: *Interprétation de la ligne L10830 du jeu de données de Mounana-Bangombé. Le profil central d'inversion 1D est entouré de six sections d'interprétation 2D.*

Annexe F

Mise en évidence de filons volcaniques par méthode magnétique

Dans la page suivante, nous montrons la carte de tilt donnée dans Fleury (2011) à partir de données magnétiques localisant les filons volcaniques dans la zone étudiée.

F. MISE EN ÉVIDENCE DE FILONS VOLCANIQUES PAR MÉTHODE MAGNÉTIQUE

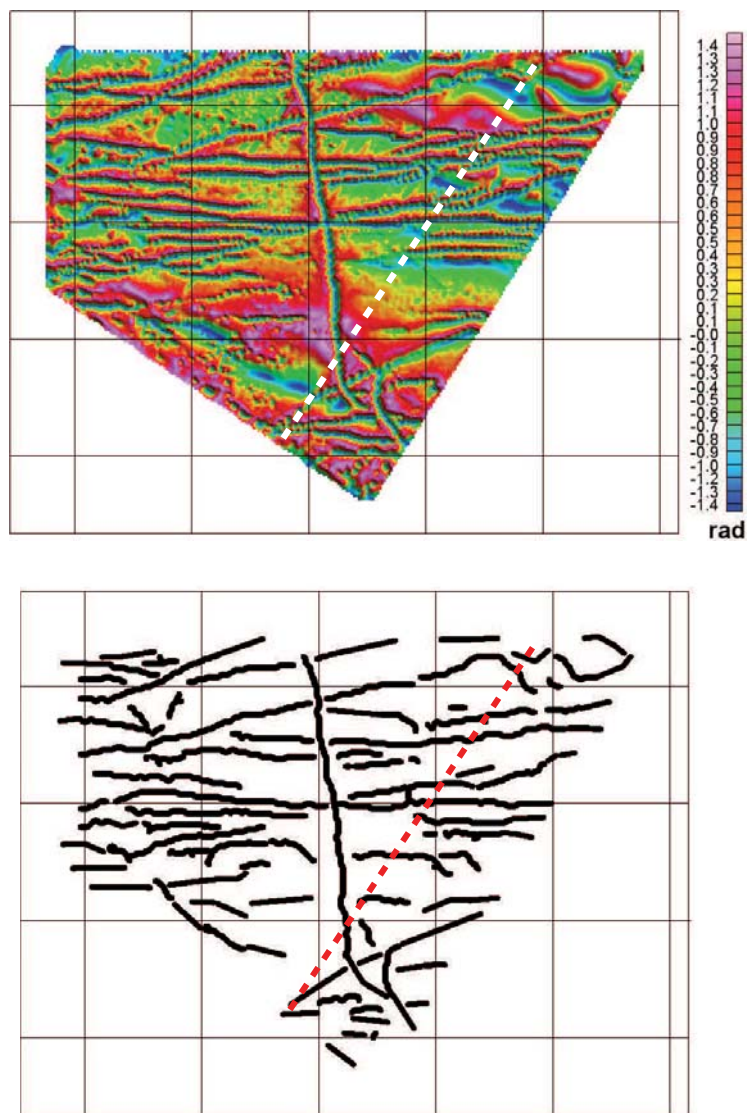


Figure 5.6.1: Carte de tilt (en haut) et son analyse structurale (en bas), d'après Fleury (2011).

Annexe G

Documentation pour le programme InvTEMv2.0

À partir de la page suivante, nous présentons à titre indicatif, la documentation du programme InvTEM2.0 pour l'année 2010. Cette version ne prend pas en compte la variation de hauteur de vol ni l'inversion 2D. La documentation de la version 2012 est en cours de préparation.



(ANNEXE G) InvTEMv2.0

Developed by Julien Guillemotea

For the contract between the CNRS, the UdS and AREVA during the period:
February, 1st 2009 to April, 1st 2012.

⁽¹⁾ *Institut de Physique du Globe de Strasbourg & EOST,
CNRS-UDS UMR 75-16, Strasbourg, France*



This report is the documentation of the software InvTEMv2.0 developed during the PhD thesis of Julien Guillemoteau for the contract of collaboration between the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), The University of Strasbourg (UdS) and the company AREVA. This work has been supervised by Pascal Sailhac for the CNRS/UDS part and Mickael Behaegel for the AREVA part.

InvTEMv2.0 is new program for the processing and 1D interpretation of airborne TEM data. It integrates most of the features contained in InvTEM developed by Behaegel (2007) plus additional tools which are listed below:

Environment:

- Visualisation of both Data and Reconstruction at the same time with zoom ability.
- Fast switch between conductivity, resistivity or their log.
- Real time control of the colormap.

Forward Modelling:

- Convolution of abacus with the voltage waveform of the source.

Processing:

- Visualization of depth of investigation versus time.
- Visualization of the apparent conductivity versus time.
- Visualization of the apparent conductivity versus Depth.
- Selection of area of interest in the profile.
- Exporting results in ASCII format.

Inversion:

- Extension of the maximum number of layers (30 to 100) for NLO inversion.
- Definition of the grid: homogeneous or not/ adaptative or fixed maximum depth.
- Fast linear SVD inversion with adaptative number of blocks.
- Fast linear OPI inversion based on the One Pass Imaging developed by Christensen (2002).
- Selection of area of interest in the profile.
- Exporting results in ASCII format.

The kernels of computation are executable compiled from code written in FORTRAN and C#. The user interface is written in Matlab. The whole package (interface plus executables) is compiled using the Matlab Compiler.

Julien Guillemoteau

Table of content

Installation.....	6
<i>System and machine requirement:</i>	<i>6</i>
<i>Checking the components of the package.....</i>	<i>6</i>
<i>Deploying InvTEMv2.0 Components.....</i>	<i>6</i>
<i>Installing Matlab Component Runtime 7.5.....</i>	<i>7</i>
<i>Running InvTEMv2.0.....</i>	<i>7</i>
How to use InvTEMv2.0.....	8
0) Overview.....	8
1) How to load data.....	9
2) Forward menu.....	9
<i>Load table.....</i>	<i>10</i>
<i>Waveform Convolving.....</i>	<i>10</i>
<i>Build table.....</i>	<i>10</i>
3) Processing menu.....	11
4) Inversion menu.....	12
<i>Create a new .inv file.....</i>	<i>12</i>
<i>Use or modify an older .inv file.....</i>	<i>13</i>
<i>Use the information from the current processing.....</i>	<i>13</i>
5) Parameters of inversion.....	13
<i>One Pass Imaging (OPI) inversion.....</i>	<i>14</i>
<i>Singular Value Decomposition (SVD) inversion.....</i>	<i>14</i>
<i>Non Linear Optimization (NLO) inversion.....</i>	<i>14</i>
Appendix: Examples of files.....	16
0) Input.....	16
<i>data file (.dat).....</i>	<i>16</i>
<i>processing file (.proc)</i>	<i>16</i>
<i>Inversion file (.inv).....</i>	<i>17</i>
<i>Times windows file.....</i>	<i>18</i>
<i>Table files.....</i>	<i>19</i>
<i>Waveform file.....</i>	<i>19</i>
1) Output.....	20
<i>Data.....</i>	<i>20</i>
<i>zA.....</i>	<i>20</i>
<i>SiGA.....</i>	<i>21</i>
<i>Inversion.....</i>	<i>22</i>

Installation

System and machine requirements:

Windows XP (32-bit or 64-bit), Windows 7 (32-bit or 64 bit) with 200 Mo of RAM and dual core processor. The language option of the computer for managing number must be English (UK).

Checking the components of the package:

The InvTEMv2.0 components are located within the directory InvTEM2. This directory must contain four files:

InvTEM2_0.exe: the executable of the software.

Install_pkg.exe: the install executable for the deployment of all the components of InvTEMv2.0.

InvTEM2_0.ctf

Install_0.bat



Deploying InvTEMv2.0 Components

Before using InvTEM2_0.exe, you need to extract additional components by **clicking** on the install **Install_pkg.exe**. A command windows (DOS) should appear and ask the question: "replace _install.bat?". Write A within the command windows to answer as [A]II.

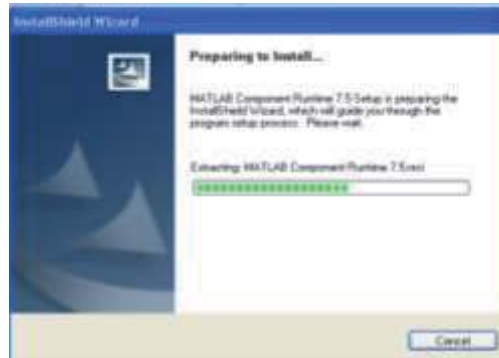


This operation extracts the two directories InvTEM2\Data and InvTEM2\Executables which contain example of configuration files and kernels of computation respectively.

The package of the Matlab Component Runtime 7.5 is also extracted. In most of cases, its executable "MCRintaller.exe" is automatically launched.

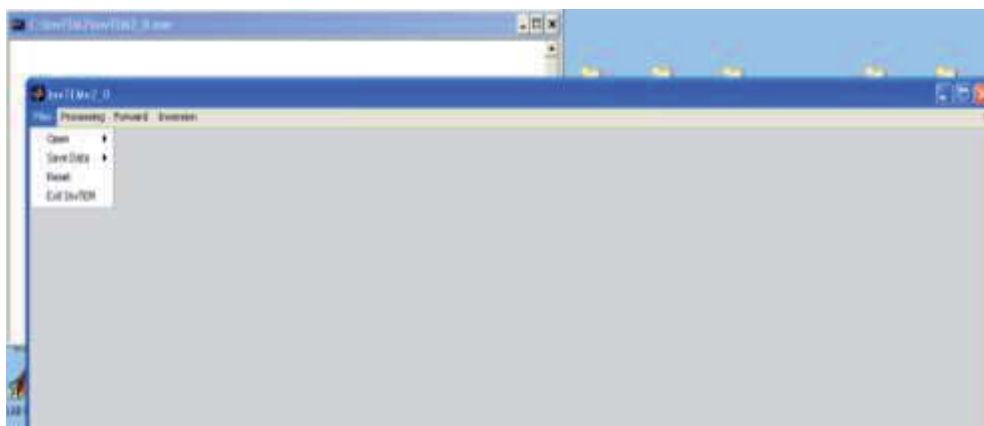
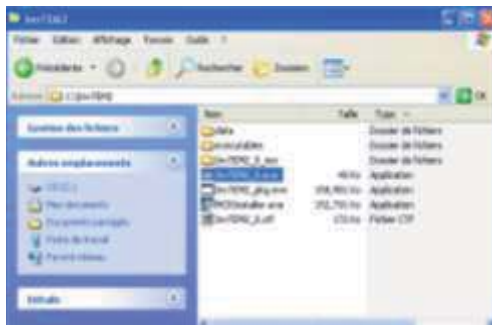
Installing Matlab Component Runtime 7.5

Matlab Component Runtime 7.5 is a virtual machine that you may need to run a Matlab compiled program like InvTEMv2.0. If the installer is not launched automatically after the previous step, click on MCRInstaller.exe and follow the instructions given by the Install Shield Wizard window:



Running InvTEMv2.0

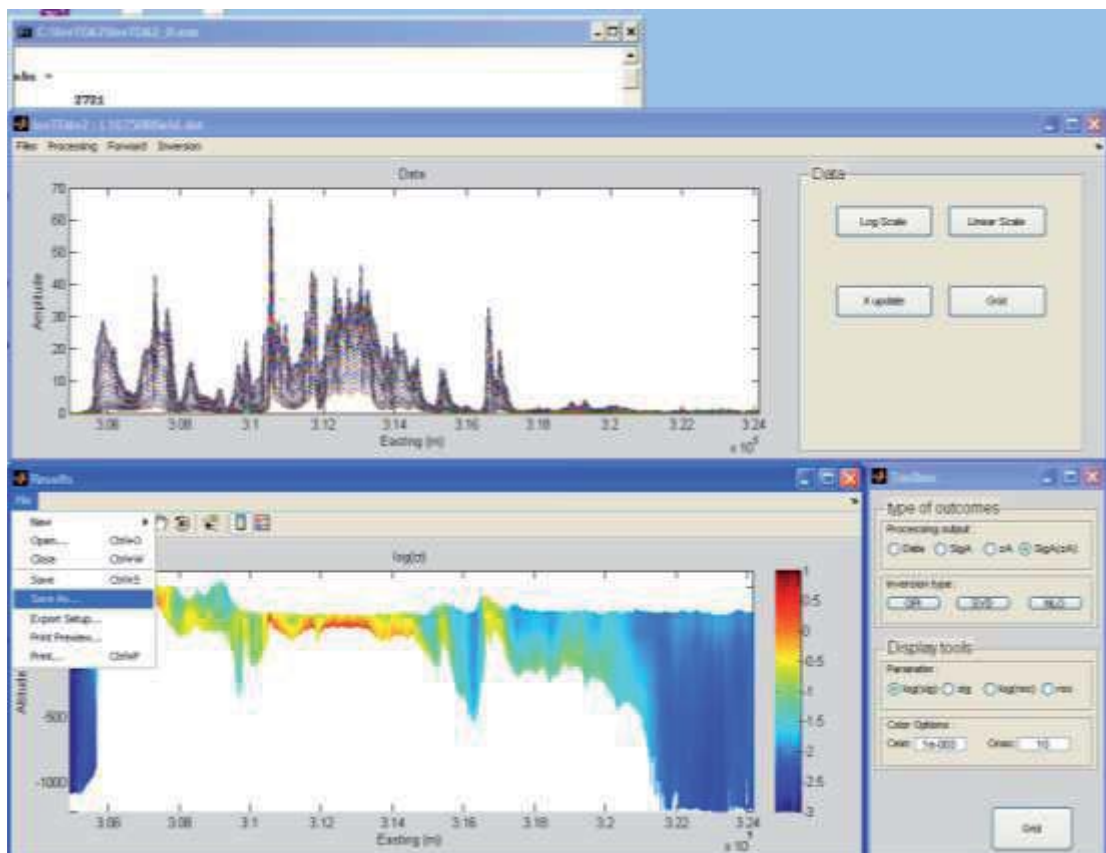
Once the MCR installed on your machine, you can run InvTEM2_0.exe to start the program. At first a command window will come and then the interface of InvTEMv2.0 should appear on the monitor. The first time InvTEMv2.0 is started, the user may have to wait several seconds before the graphical interface start.



How to use InvTEMv2.0

0) Overview

Click on the executable InvTEM2_0.exe to start the program. A command windows and the Matlab graphical user interface. The command windows will stay opened as long as the user drive the program; it will guide him by showing the progress of calculation or if the user made a wrong/incomplete action. At the start, the program shows only one empty window titled "InvTEMv2" (see picture in the previous section). This graphical interface contains the main menus: "File", "Processing", "Forward" and "Inversion". After loading data, a graphic showing the amplitude versus time is shown along the line should appear. Then, if an operation of processing or inversion is executed, two additional windows appear below the first one.



The window on the left is called “Results” and displays the outcomes of different operations. The window Results posses all the Graphical tools provided by Matlab like printing, saving, exporting images, zoom etc... The window on the right is a toolbox to manage the outcomes. By using this window, the user is able to switch between different processing and to play with colormap options.

1) How to load data and results

The executables are compiled in such a way to deal with number using English system of notation. Before starting InvTEMv2.0, the user has to check and change the **language used for number is English (UK)** if needed.

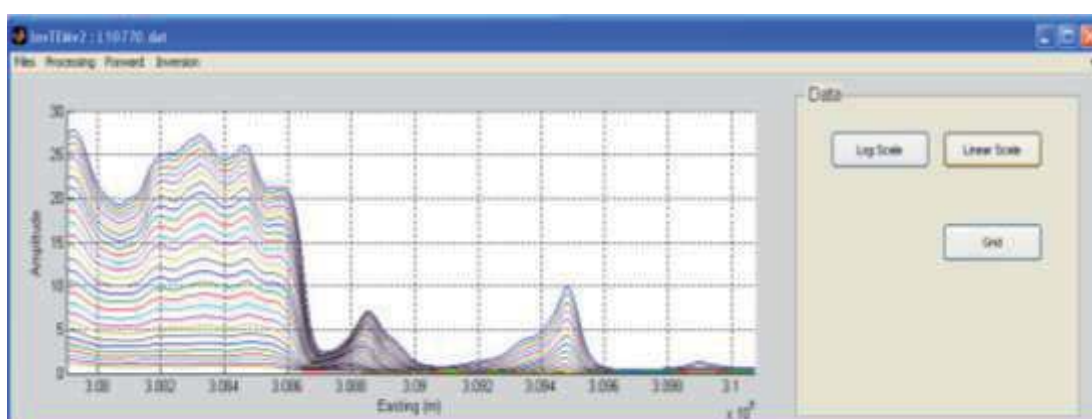
The input files for loading data consist in two files containing the TEM response (see appendix: *data file*) and the time of measurements respectively (appendix : *time windows file*).

The TEM file must be written in ASCII format with the extension .dat and follows the scheme described here: **LineNumber X Y DTM clearance d(1) d(2) d(Nt)**.

The line number does not contain any letter. The X, Y coordinate and the Digital Terrain Model (DTM) are given in meters. Usually, the TEM measurements d(1),...,d(Nt) are given with variable proportional to B(t) or dB/dt.

The time windows file is also written in ASCII format. It consists on a unique column containing the Nt times of measurements.

To load data with InvTEMv2.0, go to file **Menu** in the upper widows, **click "Open" and "data"**. **Select the data file**, and then a second dialog box will appear to **select the time windows file**. After few seconds, the TEM response for all the time windows versus X coordinate of the profile will appear. The name of the data file is displayed within the title of the windows.



The buttons "Log Scale" and "Linear Scale" allow the user to change the scale of the Y-axis of the graphic. It is possible to display the lines of the grid as well using the button "Grid".

It is possible to load ancient results of inversions (ASCII file .res) by clicking **on Files -> Open -> Results**. Then the results of inversion should appear within the result window.



If you want to perform processing or inversion operation after loading results, it is better to start again the program. If not, there may be a bug on the colormap editor in the Results windows.

2) Forward menu

In order to compute apparent and real conductivity, the program give the forward results by table look up of abacus containing the response of the system for a large

range of homogeneous media. As a consequence, one needs to build the abacus before starting an inversion or a processing.

The forward menu avails the user to build abacus from the characteristics of the acquisition. It contains three options:

- "Load table": displays abacus previously computed by InvTEMv2.0
- "Waveform Convolving": allows the user to integrate the effect of the waveform into forward modelling.
- "Build table": compute the abacus from the characteristics of acquisition. It contains the same features as in the first version of InvTEM developed by Mickael Behaegel in 2007.

Load table

This option allows the user to display the table of response (for 70 homogeneous media) in a graphics.

Waveform Convolving

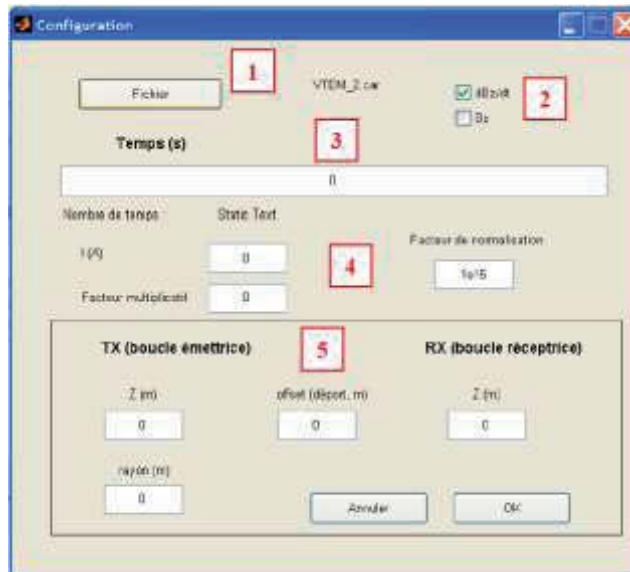
Thanks to this option, the user can incorporate the effect of the waveform in the forward modelling. Click on **Forward -> Waveform convolving**, select the file containing the transient responses and the time windows files. Then, load the file containing the voltage and the intensity of the waveform (appendix: *waveform file*) and push the button "convolve". Once the convolution finished, the user can write the responses into an ASCII file (.mod) using the button "save".



For numerical reason relative to the convolution product, the length (in time) of the table must be longer than the maximum time that user want to get in the final convolved table. Therefore, it is recommended to build longer table than necessary using the menu "Build table" when one want to convolve it then with the waveform.

Build table

To build an abacus, **click on "Build table"** and then the windows "configuration" will appear.



The button “Fichier” [1] allows creating the configuration file (.car) needed for NLO inversion. The user can choose between $B(t)$ and dB/dt [2]. The times (“Temps”) have to be written in the part [3]. The amplitude of the step signal characterising the electrical current in Ampere and the factor of amplitude (which depends on the unities of the data) are defined in [4]. In the sub-box [5], the user has to define the geometry of the acquisition system:

- Tx: transmitter height (Z in meter) and radius (rayon)
- offset: distance (in meter) between the middle of the loop transmitter and the receiver.
- Rx: Receiver height (Z in meter)

Once all the parameters are defined, **click on “Ok”** and then a wait bar will be displayed to inform the user about the progress of the abacus building. The abacus is made with 700 forward modelling; it would take around one hour (depending on your computer) to compute all the responses.

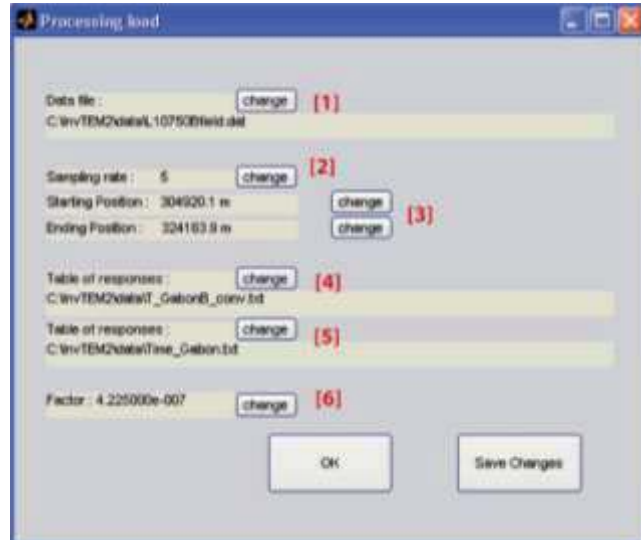
3) Processing menu

The processing menu helps the user to write the .proc file (see appendix) which is used by InvTEMv2.0 to compute apparent conductivity. It is composed by a section "New" to create a new .proc file or "Load" to keep or modify an older .proc file. In the processing windows, the user can define/change the different parameters described below:

- [1]: the emplacement of the data file (default: data file given when loading data);
- [2]: the sampling rate (default value: 5);
- [3]: the starting and ending x position in the profile if the user wants to process only one subsequent area; (default: min and max x position of the profile)
- [4]: the emplacement of the abacus previously computed using the Forward section.
- [5]: the emplacement of the time windows file;

-[6]: the factor of amplitude which depends on the abacus (default: $4.225e-7$).

By using the "New" sub-menu, default parameters are automatically suggested. However, this menu does not allow launching processing. One need to save the .proc file before and load this file with the "Load" sub menu with which it is possible to run the processing executable.



By **clicking the button "Ok"** in the "Load" menu, the processing should start. After few seconds, the windows "Results" and "Toolbox" will appear. "Results" is empty, the user has to click on one of the following buttons in "Toolbox" to display outcomes:

- Data: Re-sampled data.
- SigA: Apparent conductivity versus time.
- za: Centroid depth.
- SigA(za): migrated apparent conductivity.

By clicking on **File -> save data -> Processing** in the windows "InvTEMv2", it is possible to save the outcomes of the processing in ASCII format (see appendix: *data out, sigA and zA*).

4) Inversion menu

The processing menu helps the user to write the .inv file (see appendix: *inversion file*) which is used by InvTEMv2.0 to compute real conductivity versus depth. It contains three options depending if the user want to create a "New", "Load" an older file or create an .inv file from information used during the processing.

Create a new .inv file

By **clicking Inversion -> New**, the user is able to start an inversion without loading or processing data before. The windows "**Inversion new settings**" appears with the symbol "?" within most of the fields which are listed below:

- [1]: data file.
- [2]: table of responses.

- [3]: time windows file [3].
- [4]: Xstart and Xend.
- [5]: the default value of "factor" is set equal to $4.225e-7$.
- [6]: at this step, no OPI, SVD or NLO options are ticked.



Once the data file is define, a **button "Find"** appears between the fields of Xstart and Xend to **get the minimum and maximum coordinates** of the profile. Then select the method of inversion and define the parameters of inversion as it is described in the next section.



Before clicking on the button "Launch Inversion", save the .inv file by using the **button "Save"**.

Use or modify an older .inv file

Click **Inversion -> Load**, select an .inv file: the Inversion load setting window will appear with all the parameter defined as it is configured within the .inv file loaded. Then select the method of inversion and define the parameters of inversion as it is described in the next section. As in the previous case, the user needs to save the .inv file before running the inversion by using the button **"Save"**.

Use the information from the current processing

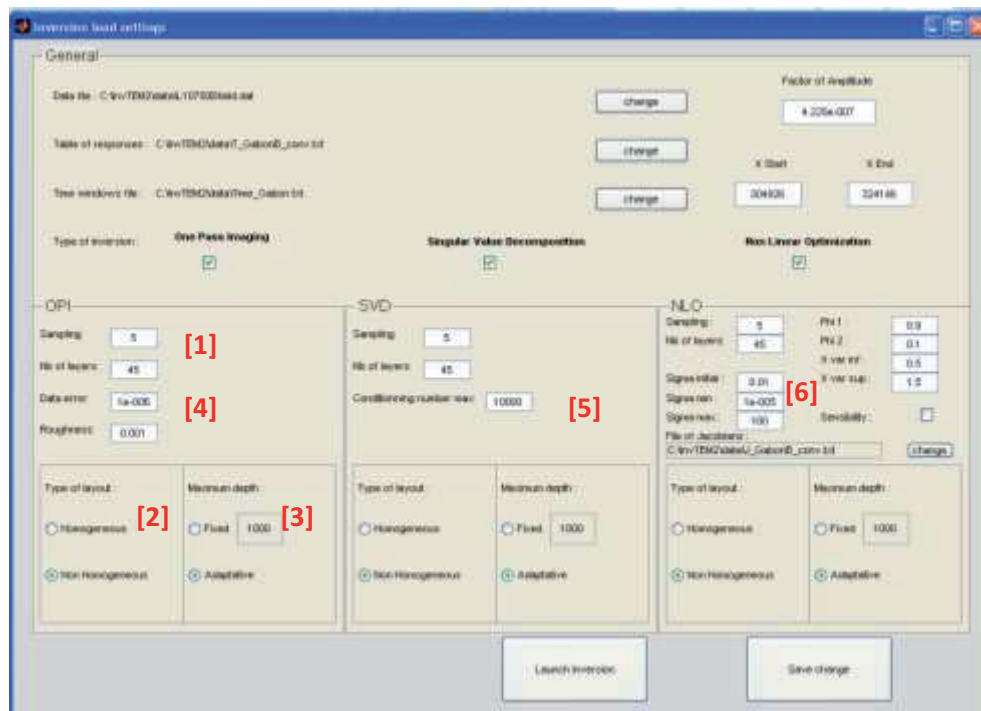
By Clicking on **Inversion -> From current processing**, the default values for data/table/time windows files, factor, Xstart and Xend will be defined as in the previous processing execution.

Then select the method of inversion and define the parameters of inversion as it is described further in the next section. The user needs to save the .inv file before running the inversion by using the button **"Save"**.

5) Parameters of inversion.

InvTEMv2.0 provides three methods of inversion (OPI SVD and NLO) based on different strategy of regularisation. By **ticking one method**, a panel with the relative parameters will appear in the windows "Inversion setting". For both OPI and NLO methods, the user can define the sampling and the number of layers of the resulting tabular media [1]. For SVD methods, the user defines the sampling as well. Since the

algorithm SVD will change the number of layer if needed, the user can only define the starting number of layers.



For all the methods, the user can choose between several options about the layout of layers:

- [2]: Homogeneous/Non Homogeneous: thickness of layers constant/increasing with depth respectively.
- [3]: Adaptive/Fixed: max depth equal to max centroid depth/fixed value respectively

One Pass Imaging (OPI) inversion

The OPI inversion allows controlling the data error and the vertical Roughness of the solution [4]. Setting the ratio data error/Roughness equal to 1000 provides good results.

Singular Value Decomposition (SVD) inversion

The SVD inversion adapts the number of layer in such a way to stabilize the mathematical convergence. The user has to define the starting number of layers and the maximum condition number allowed [5]. Setting 10000 for 45 layers provides good results. For smaller numbers of block, it is recommended to decrease as well the condition number.

Non Linear Optimization (NLO) inversion

The NLO method allows applying constraint on lateral variation of the final conductivity profile. It requires larger number of parameters [6] which are listed below:

- "sigma initial": Initial homogeneous model (default value: 0.01 S/m).
- "sigma min": smallest value of conductivity allowed (default value: 1e-5 S/m)
- "sigma max": largest value of conductivity allowed (default value: 1e2 S/m)
- "Jacobian file": file containing numerical jacobians of the abacus (computed at the same time as abacus in the forward section).
- "Phi1": weight for the L1 data misfit (default value: 0.9)
- "Phi2": weight for lateral constraint (default value: 0.1)
- "X var sup": maximum relative lateral change with the closest previous sounding (default value: 1.5)
- "X var inf": minimum relative lateral change with the closest previous sounding (default value: 0.5)

By clicking on **File -> save data -> Inversion** in the windows "InvTEMv2", it is possible to save the outcomes of the Inversion in ASCII format. (see Appendix)

Inversion file (.inv)

Data File

C:\InvTEM2\data\L10750Bfield.dat

Table File

C:\InvTEM2\data\T_GabonB_conv.txt

Time File

C:\InvTEM2\data\Time_Gabon.txt

Factor of Amplitude

4.225000e-007

X Start

3.049257e+005

X End

3.241461e+005

Inversion OPI

1

OPI Sampling

5

OPI Nb of Layers

45

OPI Data error

1.000000e-006

OPI Roughness

1.000000e-003

OPI Layout

Non Homogeneous

OPI Max depth

Adaptative

Inversion SVD

1

SVD Sampling

5

SVD Nb of Layers

45

SVD Max Condition Number

10000

SVD Layout

Non Homogeneous

SVD Max depth

Adaptative

Inversion NLO
1

NLO Sampling
5

NLO Nb of Layers
45

NLO sigma init
1.000000e-002

NLO sigma min
1.000000e-005

NLO sigma max
100

NLO phi1
9.000000e-001

NLO phi2
1.000000e-001

NLO Xvarinf
5.000000e-001

NLO Xvarsup
1.500000e+000

Sensibility
0

File of Jacobians
C:\InvTEM2\data\J_GabonB_conv.txt

NLO Layout
Non Homogeneous

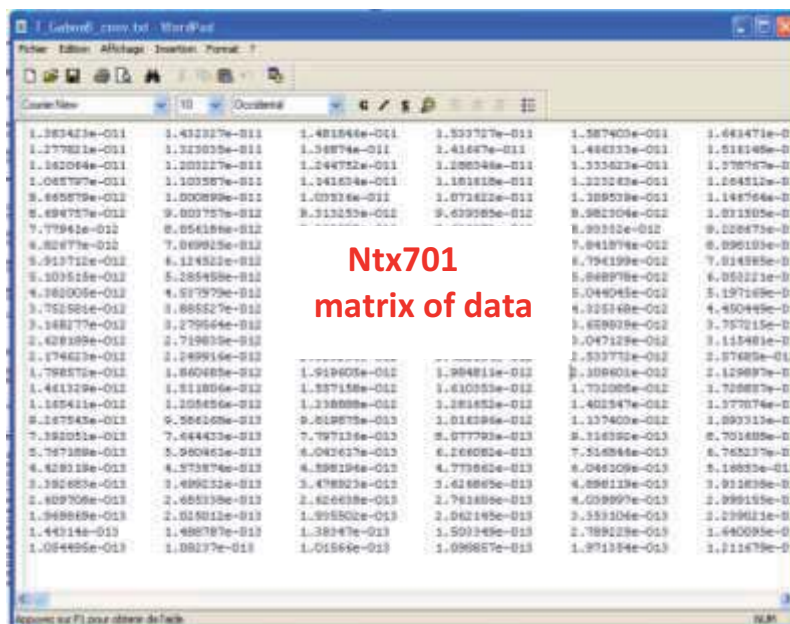
NLO Max depth
Adaptative

Time windows file (.txt)

0.000083
0.000099
0.000120
0.000141
0.000167
0.000198
0.000234
0.000281
0.000339
0.000406
0.000484
0.000573
0.000682
0.000818
0.000974

0.001151
0.001370
0.001641
0.001953
0.002307
0.002745
0.003286
0.003911
0.004620
0.005495
0.006578
0.007828

Table files (.mod)



Ntx701
matrix of data

1.383423e-011	1.432327e-011	1.481546e-011	1.533727e-011	1.587400e-011	1.643471e-011
1.277821e-011	1.323035e-011	1.368794e-011	1.416479e-011	1.466233e-011	1.518198e-011
1.162064e-011	1.203227e-011	1.244752e-011	1.288544e-011	1.335623e-011	1.386979e-011
1.045797e-011	1.103587e-011	1.161534e-011	1.181818e-011	1.223282e-011	1.264512e-011
8.665879e-012	1.000899e-011	1.033264e-011	1.073822e-011	1.109539e-011	1.148764e-011
8.694757e-012	9.003757e-012	9.313253e-012	9.639385e-012	9.982304e-012	1.033305e-011
7.779421e-012	8.054189e-012	8.369915e-012	8.693122e-012	9.024473e-012	9.364773e-012
6.826771e-012	7.069915e-012	7.385641e-012	7.701366e-012	8.018794e-012	8.336103e-012
5.913712e-012	6.124523e-012	6.439249e-012	6.754974e-012	7.071699e-012	7.389425e-012
5.103515e-012	5.285458e-012	5.590184e-012	5.898978e-012	6.202213e-012	6.504449e-012
4.380006e-012	4.577979e-012	4.865527e-012	5.148045e-012	5.425368e-012	5.690039e-012
3.751581e-012	3.885527e-012	4.158644e-012	4.425368e-012	4.696039e-012	4.960039e-012
3.168177e-012	3.279544e-012	3.539039e-012	3.797015e-012	4.047129e-012	4.304449e-012
2.628199e-012	2.719039e-012	2.949915e-012	3.168177e-012	3.425368e-012	3.690039e-012
2.174623e-012	2.249915e-012	2.450184e-012	2.628199e-012	2.818794e-012	3.036103e-012
1.798575e-012	1.860485e-012	2.037158e-012	2.194811e-012	2.354401e-012	2.509979e-012
1.461329e-012	1.511806e-012	1.657158e-012	1.800553e-012	1.936005e-012	2.062837e-012
1.165411e-012	1.205656e-012	1.338888e-012	1.461329e-012	1.577074e-012	1.697074e-012
9.167543e-013	9.586168e-013	1.031887e-012	1.103896e-012	1.174400e-012	1.243400e-012
7.382051e-013	7.644433e-013	8.197713e-013	8.677793e-013	9.167543e-013	9.668168e-013
5.767189e-013	5.960463e-013	6.342617e-013	6.728862e-013	7.118086e-013	7.511806e-013
4.328018e-013	4.573874e-013	4.898194e-013	5.226638e-013	5.55802e-013	5.898979e-013
3.182685e-013	3.349923e-013	3.578823e-013	3.826638e-013	4.098979e-013	4.362837e-013
2.302706e-013	2.405139e-013	2.586388e-013	2.781886e-013	2.990997e-013	3.200115e-013
1.698969e-013	1.75012e-013	1.895502e-013	2.062145e-013	2.233104e-013	2.404113e-013
1.443144e-013	1.488787e-013	1.58347e-013	1.69345e-013	1.789122e-013	1.890095e-013
1.054495e-013	1.08137e-013	1.15566e-013	1.239857e-013	1.317134e-013	1.404739e-013

Waveform file (.txt)

	T (ms)	Voltage (V)	I (A)
0	0.000686875	1.83E-06	
0.010416667	0.21411375	0.000573188	
0.020833333	1.154987813	0.003655231	
0.03125	2.597181875	0.010585718	
0.041666667	3.60297875	0.020200138	
0.052083333	3.863853125	0.030510691	
0.0625	3.764875313	0.040557126	
0.072916667	3.664875938	0.050336716	
0.083333333	3.647444063	0.06006979	
0.09375	3.661262188	0.069839737	
0.104166667	3.665760625	0.079621688	
0.114583333	3.657292813	0.089381043	
0.125	3.645529688	0.099109008	
0.135416667	3.635407188	0.108809962	
0.145833333	3.626852188	0.118488087	
0.15625	3.61837875	0.128143601	
...	etc		

1) Output (.res)

Data from processing

DATE

29 September 2010 13:51:07 Local

Data File:

C:\Documents and Settings\Julien

Guillemoteau\Bureau\InvTEMv2_0\data\L10750Bfield.dat

Number of soundings

2721

Time windows

27

8.3E-05	9.9E-05	0.00012	0.000141	0.000167	0.000198
0.000234	0.000281	0.000339	0.000406	0.000484	0.000573
0.000682	0.000818	0.000974	0.001151	0.00137	0.001641
0.001953	0.002307	0.002745	0.003286	0.003911	0.00462
0.005495	0.006578	0.007828			

No X Y DTM ch1 ch2 ch3 ...

1	304925.7	9823246.7	432	0.054891433	0.031058778	0.008055765
	0.00200362	0.00785842	0.011873803	0.013054754	0.013244629	
	0.012426222	0.010845224	0.009782095	0.008642686	0.007911358	
	0.006414574	0.00564752	0.004697261	0.002955933	0.001575763	
	0.000352052	1.98544E-05	0.000614889	0.002423644	0.003805944	0.00392814
	0.004667851	0.005160648	0.004734165			
2	304931.1	9823257.3	431	0.058648679	0.034484397	0.009853837
	0.001055166	0.007453506	0.011492406	0.01265539	0.013058405	
	0.012452897	0.010947103	0.010251387	0.008653938	0.007762246	
	0.006602507	0.0054492	0.004648523	0.003154579	0.001982987	
	0.000621375	2.89974E-05	0.000137591	0.00191778	0.003233255	
	0.003474278	0.003875756	0.004802308	0.004528328		
3	304936.5	9823267.9	430	0.063732609	0.038449909	0.012488452
	0.000487827	0.006255463	0.01056847	0.01163094	0.012355638	
	0.012035926	0.010425101	0.009755938	0.008610581	0.007472977	
	0.006412045	0.005454504	0.004602908	0.002883875	0.002213842	
	0.000345423	0.000273931	0.000580646	0.001225869	0.002824371	0.00273883
	0.0033318	0.004355508	0.004214467			
	...	etc				

zA file

DATE

29 September 2010 14:56:15 Local

Data File:

C:\Documents and Settings\Julien

Guillemoteau\Bureau\InvTEMv2_0\data\L10750Bfield.dat

Number of soundings

2721

Time windows

27

8.3E-05	9.9E-05	0.00012	0.000141	0.000167	0.000198
0.000234	0.000281	0.000339	0.000406	0.000484	0.000573

0.000682	0.000818	0.000974	0.001151	0.00137	0.001641
0.001953	0.002307	0.002745	0.003286	0.003911	0.00462
0.005495	0.006578	0.007828			

No	X	Y	DTM	zA1	zA2	zA3	...
1	304925.7			9823246.7			
	819	877		957	1029	432	342
	1500	1500		1500	1500	445	758
						1285	848
						774	785
2	304931.1			9823257.3			
	823	876		954	1013	431	334
	1500	1500		1500	1500	429	707
						1500	864
						783	793
3	304936.5			9823267.9			
	839	886		970	1030	430	324
	1500	1500		1500	1500	413	652
						1500	918
						805	816
						1500	1500
						1500	1500

... etc

sigA file

DATE
05 October 2010 11:04:07 Local

Data File:
C:\InvTEM2\data\L10770.dat

Number of soundings
297

Time windows
27

8.3E-05	9.9E-05	0.00012	0.000141	0.000167	0.000198
0.000234	0.000281	0.000339	0.000406	0.000484	0.000573
0.000682	0.000818	0.000974	0.001151	0.00137	0.001641
0.001953	0.002307	0.002745	0.003286	0.003911	0.00462
0.005495	0.006578	0.007828			

No	X	Y	DTM	sigA1	sigA2	sigA3	...
1	307904.4			9826504.0			
	0.34612			0.35041	0.35469	0.33377	0.33792
	0.37768			0.38399	0.39038	0.39772	0.40572
	0.42194			0.43176	0.44155	0.45125	0.45919
	0.47489			0.47878	0.47939	0.47777	0.46945
							0.456
2	307912.1			9826516.5			
	0.3476			0.35155	0.35528	0.33614	0.34004
	0.37689			0.38283	0.38907	0.39624	0.40406
	0.42007			0.4298	0.4395	0.44909	0.45677
	0.47073			0.47405	0.47384	0.47192	0.46252
							0.44964
3	307919.8			9826529.0			
	0.34893			0.35256	0.35597	0.33835	0.34199
	0.3762			0.38181	0.38788	0.39481	0.4024
	0.41838			0.42796	0.43723	0.44645	0.45341
	0.46564			0.4681	0.46717	0.46466	0.45463
							0.44222

... etc

Inversion output

Data File:

C:\Documents and Settings\Julien

Guillemoteau\Bureau\InvTEMv2_0\data\L10750Bfield.dat

Type of Inversion:

OPI

Date

28 September 2010 18:34:45 Local

Number of
Layers (Nl)

Number of
Times
Windows
(Nt)

Number of soundings

542

X Y DTM

Line
Number

10750	304946.901	9823289.363	428.6087929	45	27	0	1	3	6		
10	16	24	33	43	56	69	84	101	119	139	160
183	207	233	260	289	319	351	384	419	455	493	532
573	616	659	705	752	800	850	902	955	1009	1065	1123
1182	1242	1304	1368	1433	1500	0.0010660589791575					
	0.000654431213819568			0.000633956024435861		0.000701557187330877					
	0.000963824584918416			0.00132088759267392		0.00161199145992378					
	0.00165015982177922			0.00208792572629144		0.0021064872781392					
	0.00219072223224314			0.00232212532750033		0.00225487299092257					
	0.00221752907465345			0.00201616091119079		0.00179975420831599					
	0.00144665058755132			0.00103198114873931		0.000492655061510662					
	0.000113951784183214			0.000942926293690639		0.00135423610172762					
	0.00138846582739775			0.00127073023181251		0.000984274211330427					
	0.000611677463403802			0.0001680984803678		0.000347785881518735					
	0.000926023749696854			0.00136647033176611		0.00191103186382558					
	0.00246122353830089			0.00301416933188628		0.00363307694141643					
	0.00437442387570446			0.00497009389149003		0.00539167411771948					
	0.00561400811419008			0.00575285902944475		0.00595555873503791					
	0.00568226473974141			0.00498308707876347		0.00422624532207217					
	0.0028561689532634			0.00145779281501612							
10750	304974.5741	9823342.92	426.3262782	45	27	0	1	3	6		
10	16	24	33	43	56	69	84	101	119	139	160
183	207	233	260	289	319	351	384	419	455	493	532
573	616	659	705	752	800	850	902	955	1009	1065	1123
1182	1242	1304	1368	1433	1500	0.00130888445841349					
	0.00080347728655845			0.000777911572965222		0.000860208043276719					
	0.00118009415292812			0.00161428324115551		0.00196403203740504					
	0.00200555785141444			0.0025247793659484		0.00253373688488423					
	0.0026175749635989			0.00274668013629544		0.00263619135949086					
	0.0025439366038863			0.00225877648560282		0.00192633906155145					
	0.00145051829320704			0.000832459080055237		0.000168640946683434					
	0.000845146847706453			0.00150065064673365		0.0017725558721185					
	0.00176426724425402			0.00161969264940723		0.00134983145773648					
	0.00101637109470865			0.000659995973422475		0.000305176050806311					
	0.000111852640539192			0.000522979305618929		0.00102206292996259					
	0.00155126519033083			0.00209288296424083		0.00270731923949741					
	0.0034035893280916			0.00415047632807325		0.00482242996187265					
	0.00545293939997638			0.00618274994731029		0.0067659387407816					
	0.00743192841705261			0.00710093957692219		0.00806439895010015					
	0.00424570014178	0.00912335963794789									

. . . etc

Depth
of interfaces

Conductivities
of interfaces