



UNIVERSITÉ DE STRASBOURG



ÉCOLE DOCTORALE 269 - MSII

Laboratoire du Génie de la Conception

THÈSE présentée par :

Jonathan FRECHARD

soutenue le : 02 juillet 2013

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : Génie industriel

**Systèmes d'entraînement de bandes
flexibles : optimisation multicritère des
performances dynamiques par
approche évolutionnaire**

THÈSE dirigée par :

M. KNITTEL Dominique

Professeur, Université de Strasbourg

RAPPORTEURS :

M. GOMES Samuel

Professeur, Université Technologique de Belfort-Montbéliard

M. SAUTER Dominique

Professeur, Université de Lorraine

AUTRES MEMBRES DU JURY :

M. COLLET Pierre

Professeur, Président du jury, Université de Strasbourg

M. DREAN Jean-Yves

Professeur, Université de Haute Alsace, Mulhouse

M. RENAUD Jean

Professeur, INSA de Strasbourg

Remerciements

La finalisation d'une thèse marque la fin d'une histoire et le début d'une autre. Je profite de ce moment pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de ces années.

Tout d'abord, je tiens à remercier le Professeur Dominique Knittel, mon directeur de thèse, qui a permis la réalisation de ce travail. Je le remercie pour ses conseils, son implication, et son aide précieuse tout au long de ces 4 années. Je lui suis très reconnaissant de la confiance qu'il a eu à mon égard pendant mes travaux de thèse.

L'évaluation de travaux regroupant plusieurs de disciplines n'est pas une tâche facile. A cet égard, je tiens à remercier tous les membres du jury pour leur considération. Je tiens particulièrement à remercier le Professeur Samuel Gomes et le Professeur Dominique Sauter, rapporteurs de ma thèse, pour l'analyse détaillée et constructive qu'ils ont faite de mon mémoire de thèse. Je remercie également le Professeur Pierre Collet, Président du jury, pour son implication et son regard critique sur mon travail. Je souhaite remercier le Professeur Jean-Yves Drean pour son analyse de mon travail. J'exprime ma gratitude au Professeur Jean Renaud pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire et avoir participé à mon jury.

Je remercie le Professeur Roland De Guio, directeur du LGéCo au moment du début de ma thèse. Je remercie tous mes collègues du LGéCo : Sarah et Arash merci pour tous les bons moments passés ensemble. Je tiens à remercier tous les membres de notre équipe de recherche en entraînement de bandes, Vincent, David, Yannick, Julien, Renan et Michel qui ont su enrichir mon travail par leur regard critique et leurs questions, mais qui ont également su me témoigner leur amitié lors des moments difficiles. Je remercie tout le personnel administratif et technique de l'UFR de Physique et Ingénierie. Je tiens également à remercier les personnes de l'Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler. J'exprime ma gratitude à Philippe Dessagne, Directeur de recherche, qui m'a permis d'intégrer un projet très intéressant.

Au cours de ma thèse, j'ai eu le plaisir d'enseigner à l'IUT de Haguenau et à l'INSA de Strasbourg. Je tiens à remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu l'occasion de travailler pendant ses cours. J'exprime ma gratitude à Yann Gaudeau, Frédéric Imbert, Jean Wagner, Sébastien Poli, Hakim Remita, Marc Vedrines. Je remercie également tout le personnel administratif et technique de l'INSA et de l'IUT.

Enfin, je remercie tous mes proches, ma compagne Jennifer et ma fille Maëlys qui ont su me soutenir et qui ont toujours cru en moi durant ces quatre années. Je remercie également mes meilleurs amis Mickaël et Linda qui ont toujours trouvé les mots pour m'aider. Je tiens également à remercier ma famille, mes parents, mes frères et soeurs ainsi que mes beaux parents qui ont toujours cru en ma réussite.

Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	v
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	xiii
Notations & Acronymes	xv
Introduction & Problématique	1
1 Modélisation des systèmes d'entraînement de bandes	7
1.1 Introduction, état de l'art, motivations	9
1.2 Equations phénoménologiques	9
1.2.1 Vitesse de la bande	9
1.2.2 Tension de bande	10
1.2.3 Modèle linéaire	13
1.3 Modèles des éléments primitifs	13
1.3.1 Le dérouleur	13
1.3.2 Les rouleaux libres et motorisés	15
1.3.3 L'enrouleur	16
1.3.4 Le danseur pendulaire	17
1.3.5 L'accumulateur	19
1.4 Construction des modèles complets des systèmes étudiés	20
1.4.1 Banc expérimental de l'Université de Strasbourg	20
1.4.2 Modélisation d'un système contenant des éléments non primitifs : exemple du prototype FTS	24
1.5 Influence de la structure du système	26
1.5.1 Danseur ou capteur de force ?	27
1.5.2 Structure du danseur pendulaire	28
1.6 Influence de la variation de paramètres en boucle ouverte	28
1.6.1 Influence des rayons	29
1.7 Conclusion	29

2	Commande robuste décentralisée de type H_∞	31
2.1	Introduction, état de l'art, motivation	33
2.2	Commande industrielle	34
2.2.1	Commande en couple	35
2.2.2	Asservissement de vitesse	35
2.2.3	Asservissement de vitesse ou de position?	37
2.2.4	Asservissement de tension	37
2.3	Commande avancée de tension : approche H_∞	38
2.3.1	Résolution du problème H_∞ standard	38
2.3.2	Résolution du problème H_∞ avec contraintes d'ordre et de structure	39
2.4	Influence de la variation de paramètres en boucle fermée	50
2.4.1	Influence de la vitesse de défilement	51
2.4.2	Influence des rayons	53
2.4.3	Influence de l'élasticité de la bande	57
2.5	Conclusion	60
3	Optimisation multicritère du comportement de la bande	61
3.1	Introduction et motivation	63
3.2	L'optimisation des systèmes mécatroniques déterministes	63
3.2.1	Bref état de l'art de l'optimisation en ingénierie de systèmes déterministes	63
3.2.2	Les problèmes d'optimisation	65
3.2.3	Les algorithmes d'optimisation	67
3.2.4	Les algorithmes génétiques	69
3.2.5	Les autres algorithmes de résolution de problèmes	69
3.3	Prise en compte des incertitudes paramétriques	70
3.3.1	Ajout d'objectifs ou de contraintes pour quantifier la robustesse paramétrique	71
3.3.2	Modification des objectifs	72
3.4	Optimisation des systèmes d'entraînement de bandes flexibles	74
3.4.1	Critères à optimiser	75
3.4.2	Optimisation de la commande	77
3.4.3	Choix optimal de la structure du système	104
3.5	Conclusion	122
	Conclusion Générale & Perspectives	123
	Liste des Publications	127
	Annexes	129
A	Introduction aux algorithmes génétiques	131
A.1	Représentation des individus	133
A.2	Génération de la population initiale	133
A.3	Sélection des individus	134
A.4	Opérateurs génétiques	136
A.4.1	Croisement	136
A.4.2	Mutation	137
A.5	Critère d'arrêt	138
A.6	Différents algorithmes génétiques multiobjectifs	138

A.6.1	VEGA : Vector Evaluated Genetic Algorithm	138
A.6.2	MOGA : Multi Objective Genetic Algorithm	138
A.6.3	MOGA II	138
A.6.4	NSGA : Nondominated Sorting Genetic Algorithm	139
B	Autres algorithmes utilisés durant les phases d'optimisation	141
B.1	Recherche des points dominants sur le front de Pareto	143
B.2	Obtenir un front de Pareto homogène	144
B.3	Tirage aléatoire	145
B.3.1	Tirage de Monte Carlo	145
B.3.2	Hypercube latin	146
B.3.3	Polynôme de chaos	147
B.3.4	Comparaison des différents tirages	148
C	Rappel sur la commande robuste H_∞	151
C.1	Formulation du problème de synthèse H_∞	153
C.2	Synthèse H_∞ avec filtres de pondération	154
C.2.1	Méthode des sensibilités mixtes	154
C.2.2	Synthèse avec prise en compte des perturbations	155
C.2.3	Synthèse avec modèle de référence	155
D	Modélisation et commande du prototype FTS.	157
E	Choix optimal du tracteur maître et des bandes passantes	175
	Bibliographie	195

Liste des figures

1	Photographie du banc industriel de l'Université de Strasbourg	2
2	Photographie du FTS (Fast Tape System)	3
1.1	Volume d'analyse entre deux rouleaux	10
1.2	Modèle pour la loi de conservation de la masse	12
1.3	Schéma du dérouleur	14
1.4	Schéma du rouleau tracteur	15
1.5	Schéma de l'enrouleur axial	16
1.6	Schéma du danseur pendulaire	17
1.7	Schéma de l'accumulateur	19
1.8	Chemin de bande du banc industriel	20
1.9	Comparaison entre modèles linéaire et non-linéaire	23
1.10	Comparaison des sorties des modèles linéaire et non-linéaire	24
1.11	Schéma de principe du FTS	25
1.12	Schéma du danseur-accumulateur	26
1.13	Valeurs singulières maximales et minimales du système avec et sans danseurs	27
1.14	Valeurs singulières minimales et maximales pour différentes valeurs de L_{cg}	28
1.15	Valeurs singulières minimales et maximales pour différentes valeurs des rayons	29
2.1	Stratégie de commande décentralisée	34
2.2	Correcteur IP de vitesse	36
2.3	Comparaison du comportement de la boucle de vitesse pour différentes valeurs de ω_v	37
2.4	Commande industrielle (a) d'un dérouleur avec danseur – (b) d'un tracteur avec capteurs de force	38
2.5	Schéma de principe de la synthèse S/KS/T avec modèle de référence	39
2.6	Schéma de synthèse de la commande H_∞	40
2.7	Simulation du modèle non-linéaire pour les correcteurs H_∞ de tension/position des danseurs obtenus par synthèse simultanée	41
2.8	Comportement fréquentiel du système en boucle fermée avec les gabarits pour la synthèse simultanée des correcteurs de tension/position des danseurs pour $W_d = 0$	43
2.9	Découpage en sous-systèmes du banc industriel	44
2.10	Simulation du modèle non-linéaire pour les correcteurs de tension/ position des danseurs obtenus par synthèse décentralisée	46
2.11	Comportement fréquentiel du système en boucle fermée pour la synthèse décentralisée des correcteurs de tension/ position des danseurs ($W_d = 0$)	47

2.12	Ensemble des fonctions de transfert pour la synthèse centralisée (en bleu) et décentralisée(en rouge)	48
2.13	Comparaison des valeurs singulières maximales du système en boucle fermée . . .	49
2.14	Zone de stabilité du système en boucle fermée	50
2.15	Valeurs singulières du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de vitesse de défilement	51
2.16	Pôles du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de la vitesse de défilement de bande	51
2.17	Simulation du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs de la vitesse de défilement	52
2.18	Valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs des rayons	54
2.19	Simulation du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs des rayons initiaux . . .	55
2.20	Simulation du modèle non-linéaire pour une erreur de mesure des rayons de 2% .	56
2.21	Valeurs singulières maximales du système en boucle fermée avec erreur sur la mesure des rayons	57
2.22	Valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de l'élasticité	58
2.23	Pôles du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de l'élasticité	58
2.24	Simulation du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs de l'élasticité de la bande	59
3.1	Exemple de front de Pareto pour un problème à deux objectifs à minimiser . . .	66
3.2	Comparaison points robuste et point performant	71
3.3	Exemple de front de Pareto obtenu par optimisation robuste	74
3.4	Convergence de l'algorithme	79
3.5	Gabarit sur les tensions	80
3.6	Espace objectifs du problème de synthèse temporelle	80
3.7	Simulation de la configuration optimale en performance de suivi de consigne pour plusieurs valeurs de l'élasticité de bande	81
3.8	Simulation de la configuration la plus robuste pour plusieurs valeurs de l'élasticité	82
3.9	Front de Pareto du problème de synthèse fréquentielle	84
3.10	Comparaison entre les approches fréquentielle et classique pour <i>Ex2</i>	84
3.11	Front de Pareto du problème de synthèse fréquentielle avec modèle stochastique .	86
3.12	Zone d'analyse autour du front de Pareto fréquentiel	87
3.13	Stratégie de découpage de l'espace des objectifs fréquentsiels	88
3.14	Stratégie de découpage et points sélectionnés	88
3.15	Comparaison des fronts de Pareto fréquentiel et temporel	89
3.16	Sélection de la configuration optimale	90
3.17	Simulations temporelles : comparaison de l'approche présentée avec l'approche classique, pour une élasticité multipliée par 2	91
3.18	Front de Pareto du problème de synthèse fréquentielle avec modèle stochastique .	92
3.19	Front de Pareto normalisé du problème de synthèse fréquentielle avec modèle stochastique	93
3.20	Comparaison des fronts de Pareto fréquentiel et temporel	93
3.21	Zoom sur le front de Pareto temporel	94
3.22	Simulation de la configuration sélectionnée pour une vitesse divisée par 7	95
3.23	Comparaison entre l'approche classique et l'approche R-MORDO pour une élasticité multipliée par 2	96

3.24	Simulation de la tension intermédiaire pour différentes valeurs de l'élasticité . . .	98
3.25	Simulation de la tension intermédiaire pour différentes valeurs de la vitesse de défilement	99
3.26	Zone de stabilité des différentes approches (stabilité analysée dans le domaine fréquentiel) où $E_0 = ES + T_0$	100
3.27	Simulations du modèle non-linéaire : synthèses avec et sans filtre W_d	103
3.28	Zone de stabilité en boucle fermée – synthèses avec et sans filtre W_d	104
3.29	Système générique à 7 tracteurs	105
3.30	Sous-systèmes utilisés pour la synthèse de la commande en tension	105
3.31	Simulations du système non-linéaire pour différentes positions du tracteur maître et différentes bandes passantes	106
3.32	Fonctions de transfert maximales sur la diagonale (ligne continue) et hors-diagonale (ligne pointillée) du système bouclé	107
3.33	Signal de perturbation appliqué sur la tension T_{in}	108
3.34	Simulation du système perturbé (pour le régime établi)	108
3.35	Transformée de Fourier des tensions simulées	109
3.36	Simulation du système pour une élasticité divisé par 5	110
3.37	Valeurs singulières du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de la bande passante de la commande en vitesse	112
3.38	Zones de stabilité du système pour plusieurs valeurs de la bande passante de la boucle de vitesse	112
3.39	Simulations du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs de la bande passante de la boucle de vitesse	113
3.40	Simulations du modèle non-linéaire pour une bobine de déroulement imparfaite	114
3.41	Valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de L_{cg}	115
3.42	Valeurs singulières maximales et minimales des systèmes en boucle ouverte avec et sans danseurs pendulaires	116
3.43	Pôles des systèmes en boucle ouverte avec et sans danseurs	117
3.44	Valeurs singulières maximales et minimales des systèmes en boucle ouverte avec et sans danseurs, avec variations du rayon dérouleur	117
3.45	Valeurs singulières maximales et minimales des systèmes avec et sans danseurs	118
3.46	Pôles des systèmes avec et sans danseurs	118
3.47	Simulation des modèles non-linéaires avec et sans danseurs	119
3.48	Simulations de T_d pour une erreur du rayon du dérouleur de 14%	120
3.49	Zone de stabilité des correcteurs en fonction des variations des paramètres E_0 et V_0	120
3.50	Simulation des modèles non-linéaires avec et sans danseurs lors du déroulement d'une bobine imparfaite	121
A.1	Déroulement d'un algorithme génétique	133
A.2	Comparaison des tirages aléatoires de génération de la population initiale (500 individus)	135
A.3	Illustration du croisement 1 point	136
A.4	Illustration du croisement uniforme	137
B.1	Déroulement de l'algorithme de filtrage du front de Pareto [MIYM03]	143
B.2	Méthode de génération d'un front de Pareto homogène (20 points)	145

B.3	Tirage aléatoire par hypercube latin	147
C.1	Forme standard	153
C.2	Schéma de synthèse par les sensibilités mixtes S/KS/T	154
C.3	Schéma de synthèse S/KS/T avec perturbations	155
C.4	Schéma de synthèse S/KS/T avec modèle de référence	155

Liste des tableaux

2.1	Abscisse spectrale du système bouclé pour différentes consignes de vitesse de V_0 .	53
3.1	Niveau de la contrainte σ	74
3.2	Principaux critères d'optimisation dans le domaine temporel	75
3.3	Réglage de l'algorithme de résolution	78
3.4	Valeurs de la norme H_∞ des différentes configuration	97
3.5	Valeurs de l'erreur maximale de tension de bande pour les différentes configurations	98
3.6	Temps de synthèse des différentes approches, à l'aide d'un PC équipé d'un processeur intel i7 960 (quadcore 3.2Ghz) et de 4 Go de RAM	101
3.7	Récapitulatif des configurations des perturbations de coupure étudiées	106
B.1	Erreurs d'estimations de la moyenne et de l'écart-type pour les différentes méthode de tirage	149
B.2	Taille du jeu de paramètres pour différentes méthode de tirage aléatoire [Lov08] .	149

Notations & Acronymes

Paramètres des modèles

α_d	Position angulaire du danseur pendulaire de la section de déroulement
α_e	Position angulaire du danseur pendulaire de la section d'enroulement
$\dot{\alpha}_d$	Vitesse angulaire du danseur pendulaire de la section de déroulement
$\dot{\alpha}_e$	Vitesse angulaire du danseur pendulaire de la section d'enroulement
C_{fs_i}	Couple de frottements secs du $i^{\text{ème}}$ rouleau
E	Module d'élasticité de la bande (module de Young)
E_0	Coefficient intermédiaire $E_0 = ES + T_0$
ϵ_i	Allongement relatif dans le brin de bande i
ϵ_x	Allongement relatif dans la direction x
ϵ_y	Allongement relatif dans la direction y
ϵ_z	Allongement relatif dans la direction z
$f_v(\Omega(t))$	Loi de frottements visqueux dépendants de la vitesse $\Omega(t)$
F_j	Force exercée par le vérin sur le danseur pendulaire
h	Épaisseur de la bande
J_i	Inertie du $i^{\text{ème}}$ rouleau
J_{arbre}	Inertie de l'arbre des rouleaux motorisés
K_i	Constante de couple du moteur entraînant le rouleau i
l	Largeur de la bande
l_0	Largeur de la bande au repos
L_i	Longueur du brin de bande i entre les rouleaux i et $i + 1$
L_0	Longueur de la bande au repos
L_{cg}	Distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du danseur pendulaire
L_d	Longueur du bras du danseur (entre les axes de rotation du pendule et du rouleau)
L_v	Bras de levier de la force exercée sur le danseur par le vérin pneumatique
ν	Coefficient de Poisson
ρ	Masse volumique de la bande
ρ_0	Masse volumique de la bande au repos
R_d	Rayon de la bobine dérouleur
R_e	Rayon de la bobine enrouleur
R_i	Rayon du rouleau i
S	Section de la bande
S_0	Section de la bande au repos
T_i	Tension dans le brin de bande i
T_{int}	Tension dans la section intermédiaire

T_0	Tension nominale de la bande
U_i	Consigne de couple du moteur du rouleau i
V_i	Vitesse linéaire du rouleau i
V_0	Vitesse nominale de défilement de la bande
Ω_d	Vitesse angulaire du dérouleur
Ω_e	Vitesse angulaire de l'enrouleur
Ω_i	Vitesse angulaire du rouleau i
ω	Pulsation (rad/s)

Notations mathématiques

$\ G(s)\ _\infty$	Norme H_∞ du système $G(s)$
$\sigma_i(M)$	$i^{\text{ème}}$ valeur singulière de M
$\Re(a)$	Partie réelle du nombre complexe a
$\Im(a)$	Partie imaginaire du nombre complexe a
s	Opérateur de Laplace
A, B, C, D	Matrices d'état d'un système
$M_0(s)$	Modèle de référence
$\mu(a)$	Moyenne de l'ensemble du jeu de variables a
$\sigma(a)$	Écart-type de l'ensemble du jeu de variables a
$W_i(s)$	Filtre de pondération

Notations relatives à l'optimisation

\vec{f}	Vecteur des objectifs
\vec{x}	Variation de décision
$\vec{g}(\vec{x}) <$	Contrainte d'inégalité
$\vec{h}(\vec{x}) =$	Contrainte d'égalité
J	Fonction de coût
ω_i	Pondération des objectifs
$\vec{\alpha}$	Paramètres incertains

Acronymes

BO	Boucle Ouverte
BF	Boucle Fermée
BMI	<i>Bilinear Matrix Inequality</i> – Inégalité Matricielle Bilinéaire
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i> – Inégalité Matricielle Linéaire
LPV	<i>Linear Parameter Varying</i> – Linéaire à Paramètres Variants
LTi	<i>Linear Time Invariant</i> – Linéaire à Temps Invariant

“ Il n’y a pas de problèmes, il n’y a que des solutions. ”

André Gide

Introduction & Problématique

Dans les secteurs manufacturiers, comme dans beaucoup de domaines, les exigences de performances continuent de s’accroître et deviennent de plus en plus contraignantes, aussi bien en terme de rendement que de qualité.

Pour répondre à ces exigences, différentes stratégies ont été développées, comme par exemples la mise en place de sévères contrôles de qualité tout au long de la chaîne de production, l’implantation de capteurs supplémentaires ou de moyens de diagnostics.

Cependant, la poursuite de l’amélioration des performances passe également pas une remise en question de l’outil de production. Il s’agit d’optimiser cet outil, voire même de le reconcevoir. Cette phase d’optimisation est généralement basée sur l’expertise et le savoir-faire accumulés dans chacune des disciplines mises en oeuvre : mécanique, électrotechnique, électronique, informatique, automatique, etc. De plus, les industriels optimisent ou reconçoivent généralement les différents éléments ou composants de façon indépendante, en fonction des connaissances de chaque expert et des contraintes propres à chaque industrie. Cette démarche “mono-métier” ou mono-disciplinaire ne conduit pas toujours aux résultats escomptés.

Il est donc important de considérer la machine à optimiser comme un système entier, c’est à dire dans sa globalité, caractérisé par l’interconnexion de sous-systèmes dynamiques, d’actionneurs, de capteurs, de systèmes de commande, etc. En parallèle, il est primordial d’avoir une approche multidisciplinaire et multiobjectif dans la phase d’optimisation.

Dans le cadre de cette thèse, on s’intéresse aux systèmes mécatroniques asservis, non-linéaires, à paramètres variants. L’optimisation de tels systèmes complexes présente divers verrous scientifiques et technologiques. En effet, la recherche d’une ou plusieurs solutions optimales vis à vis d’un cahier des charges (qui est lui-même à formaliser ou à optimiser) nécessite au préalable de définir des critères de “performances” (et des contraintes) qui ne sont pas toujours faciles à établir. De plus, l’optimisation de la machine basée sur des modèles phénoménologiques ou comportementaux utilise souvent des logiciels de différentes disciplines (Matlab/Simulink, MSC Adams, Abaqus, Samcef, ...) qui ne communiquent pas toujours entre eux.

Le problème posé est difficile, non convexe en général, et la recherche de solutions est chronophage.

Une difficulté supplémentaire vient du fait que, dans de nombreux cas d’études, certains paramètres sont incertains. En effet, certains paramètres sont difficiles à évaluer précisément, d’autres ont des tolérances de fabrication ou de montage, d’autres encore évoluent en fonction du temps

ou de leurs conditions d'utilisation. Ces incertitudes doivent être prises en compte lors de la phase d'optimisation.

La méthodologie d'optimisation ainsi que les algorithmes de recherche de l'optimum dépendent de nombreux aspects comme la complexité de la machine à optimiser (comportements linéaires ou non-linéaires, dimension, nombre de paramètres, systèmes avec ou sans retard, ...), la nature et le nombre d'objectifs et de contraintes à respecter, la nature et le nombre de variables de décision (les réglages que l'on souhaite optimiser, les paramètres à optimiser, ...), les modèles et les logiciels associés.

Une méthode générique adaptée à tous les systèmes mécatroniques semble difficile à formaliser voire impossible.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons aux systèmes d'entraînement de bandes flexibles qui sont des systèmes non-linéaires, de grande dimension, à paramètres variants et qui possèdent un fort couplage entre les différentes sorties. Nous nous focalisons principalement sur deux systèmes d'étude. Le premier est un banc semi-industriel de l'Université de Strasbourg. Il est composé de 30 rouleaux, de 4 moteurs et de 2 danseurs pendulaires. Ce premier système est appelé "banc industriel" dans la suite de ce mémoire. Une photographie du système est donnée à la figure 1.



FIGURE 1 – Photographie du banc industriel de l'Université de Strasbourg

Le second système est un prototype spécifique pour des applications dans le domaine de la physique nucléaire. Il est composé de 3 moteurs, d'une vingtaine de rouleaux et de deux mécanismes novateurs qui regroupent un danseur pendulaire et un accumulateur. Ce système est utilisé pour la collecte et le transport de particules radioactives émanant d'un accélérateur de particules. Ce système est appelé FTS pour Fast Tape System. Une photographie du système est donnée à la figure 2.



FIGURE 2 – Photographie du FTS (Fast Tape System)

Les systèmes d'entraînement de bandes flexibles sont largement utilisés dans l'industrie pour transporter, transformer ou stocker sous forme de bobines des produits tels que papier, carton, textile, polymère, métal, etc. Des opérations telles que l'impression, le découpage, le laminage sont menées sur une large gamme de vitesses de défilement selon l'application : de quelques millimètres à plus de deux mille mètres par minute. Deux grandeurs de consigne influencent directement la qualité du produit fini. Il s'agit de la vitesse de défilement de la bande et de sa tension. Il est par conséquent primordial de bien contrôler ces paramètres.

L'optimisation de systèmes industriels d'entraînement de bandes est un problème difficile. En effet, ces systèmes sont généralement de grande dimension (*large scale systems*), non-linéaires, à paramètres variants et incertains. Un des objectifs de ces systèmes industriels est de convoier la bande à une vitesse désirée, aussi élevée que possible, tout en maintenant la tension de bande dans un intervalle autour de la consigne. La taille de cet intervalle dépend du matériau et des propriétés et réglages de la machine. De nombreuses perturbations peuvent survenir, comme par exemple celles occasionnées par le déroulement ou l'enroulement d'une bobine imparfaite (ovale et/ou excentrique).

La partie mécanique d'une ligne d'entraînement de bande est généralement conçue en première étape. Se pose la question de choix technologiques : avec ou sans danseurs, emplacement du

tracteur maître (qui impose la vitesse à la bande), etc.

La structure de commande ainsi que les réglages des correcteurs associés doivent ensuite être optimisés pour la ligne industrielle.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons tout d'abord à l'optimisation de la commande industrielle, à partir de modèles phénoménologiques du système. La synthèse "automatique" des correcteurs nous permet ensuite d'optimiser la topologie de la ligne, en particulier l'emplacement du tracteur maître.

Objectifs de la thèse

Un premier objectif consiste à développer des méthodologies d'optimisation multicritère de performances dynamiques de systèmes mécatroniques à paramètres incertains. Ces méthodologies s'appuient sur les fonctions de coûts (*fitness function*) et les contraintes de systèmes industriels. Par conséquent, nous avons choisi les systèmes d'entraînement de bandes flexibles non seulement comme cas d'application de la méthodologie d'optimisation mais également pour nourrir le développement lui-même de cette méthodologie. (Au début de la thèse, nous avons étudié plusieurs systèmes fictifs très généraux et nous nous sommes aperçu au bout de quelques mois que les systèmes étudiés ne nous fournissaient pas assez de verrous de type industriels et nous "tournions en rond").

Le second objectif consiste à optimiser le comportement dynamique de bandes flexibles dans les systèmes d'entraînement à l'aide des méthodologies d'optimisation développées. Nous nous focalisons essentiellement sur la partie automatique : il s'agit d'optimiser "automatiquement" les paramètres des correcteurs pour que le concepteur de la machine n'ait plus à s'occuper de la commande durant la pré-étude.

Il est clair que les méthodologies développées s'appliquent également à l'optimisation de différents paramètres (mécaniques, électriques, ...) pour une même classe de systèmes mécatroniques asservis (cette classe est encore à délimiter).

Dans un premier temps, le réglage de la commande d'ordre et de structure fixes à l'aide d'algorithmes d'optimisation évolutionnaire est étudié de façon approfondie en tenant compte des interactions entre les sous-systèmes et des variations de certains paramètres.

Une seconde approche consiste à prendre en compte l'incertitude paramétrique directement dans le processus d'optimisation. Pour ce faire, les lois de probabilité des paramètres incertains sont fixées *a priori* (mais elles peuvent contenir elles-mêmes des incertitudes).

Les algorithmes d'optimisation nécessitent en général un grand nombre de tests sur le système à optimiser ou à concevoir. Il est donc logique de développer les différentes méthodologies à l'aide de simulateurs.

Organisation du mémoire

Ce mémoire réparti en trois chapitres est organisé comme suit :

- **Le premier chapitre** introduit les lois physiques nécessaires à la modélisation phénoménologique des systèmes d'entraînement de bandes. Les principaux éléments sont succinctement décrits et modélisés. Les modèles complets des deux systèmes étudiés sont ensuite présentés. La fin de ce chapitre est dédiée à l'influence de variations de paramètres sur le comportement du système en boucle ouverte.
- **Le deuxième chapitre** présente la synthèse de correcteurs d'ordre et de structure fixes pour un système d'entraînement de bandes de grande dimension. L'approche H_∞ est décrite et appliquée à la synthèse simultanée de tous les correcteurs de tension de bande. Les résultats sont ensuite comparés avec ceux obtenus à partir d'une synthèse décentralisée. L'influence de certains paramètres sur les performances en boucle fermée est également étudiée.
- **Le troisième chapitre**, coeur de cette thèse, porte en premier lieu sur l'optimisation des performances dynamiques de la bande pour un système présentant des incertitudes sur certains paramètres. Les méthodologies d'optimisation sont basées sur l'utilisation d'algorithmes génétiques. Ensuite, différents choix structurels sont présentés et optimisés.
- **La conclusion** rappelle les principales contributions de ces travaux et présente des perspectives.

1

Modélisation des systèmes d'entraînement de bandes flexibles

Sommaire

1.1	Introduction, état de l'art, motivations	9
1.2	Equations phénoménologiques	9
1.2.1	Vitesse de la bande	9
1.2.2	Tension de bande	10
1.2.2.1	Relation entre allongement, tension et contrainte	10
1.2.2.2	Loi de conservation de la masse	11
1.2.2.3	Relation entre la vitesse de bande et l'allongement	12
1.2.3	Modèle linéaire	13
1.3	Modèles des éléments primitifs	13
1.3.1	Le dérouleur	13
1.3.2	Les rouleaux libres et motorisés	15
1.3.3	L'enrouleur	16
1.3.4	Le danseur pendulaire	17
1.3.4.1	Modèle linéaire	18
1.3.5	L'accumulateur	19
1.4	Construction des modèles complets des systèmes étudiés	20
1.4.1	Banc expérimental de l'Université de Strasbourg	20
1.4.1.1	Construction d'un modèle linéaire	20
1.4.1.2	Comparaison entre modèles linéaire et non-linéaire	23
1.4.2	Modélisation d'un système contenant des éléments non primitifs : exemple du prototype FTS	24
1.5	Influence de la structure du système	26
1.5.1	Danseur ou capteur de force?	27
1.5.2	Structure du danseur pendulaire	28
1.6	Influence de la variation de paramètres en boucle ouverte	28
1.6.1	Influence des rayons	29
1.7	Conclusion	29

1.1 Introduction, état de l'art, motivations

Les systèmes de déroulement-enroulement de bandes flexibles sont des systèmes non-linéaires, multivariés, de grande dimension et à paramètres variants dans le temps. Leur étude nécessite l'élaboration de modèles phénoménologiques décrivant leur comportement dynamique. Le modèle phénoménologique, contrairement au modèle de type boîte noire, permet de connaître l'influence de la variation des paramètres du modèle sur son comportement.

Les premiers modèles phénoménologiques d'un système d'entraînement de bandes ont été développés dans les années soixante [Kes61] et soixante-dix [Bra71] [Wol76]. Ces modèles décrivent le comportement longitudinal d'une bande dans un système d'entraînement et sont basés sur la loi de la conservation de la masse, la loi de Hooke et la loi de Coulomb (pour modéliser les frottements). Les modélisations non-linéaires et linéaires de systèmes d'entraînement de bandes sont présentées dans [Koç00] [KKdMA02] [Kni03].

Afin d'étudier l'influence des variations de paramètres (commande, mécanique, matériau, consigne, ...) sur les performances du système étudié, un modèle précis doit être développé. Ce modèle non-linéaire permettra de connaître les vitesses des rouleaux et les tensions de bande entre deux rouleaux consécutifs. De plus, certains systèmes spécifiques, comme les danseurs et les accumulateurs, nécessitent le calcul de la longueur de bande ou de position angulaire dans le cas du danseur pendulaire. Pour pouvoir étudier les caractéristiques fréquentielles du système considéré et de faire la synthèse de correcteurs linéaires, les modèles doivent être linéarisés autour d'un point de fonctionnement. Outre la modélisation phénoménologique et l'analyse fréquentielle du système, il faudra également étudier l'influence de choix structurels de la machine.

Ce chapitre présente la modélisation phénoménologique, basée sur les lois de la physique, de systèmes de déroulement-entraînement-enroulement de bandes flexibles. La vitesse de défilement de la bande au niveau de chaque rouleau et sa tension entre deux rouleaux consécutifs seront calculées et permettront la construction de modèles des différents éléments primitifs (ou sous-systèmes) constituant une chaîne d'entraînement de bandes.

1.2 Equations phénoménologiques décrivant le comportement dynamique d'une bande flexible

La modélisation du système d'entraînement de bandes nécessite le calcul de deux grandeurs essentielles : la vitesse de la bande au niveau de chaque rouleau et la tension de bande entre deux rouleaux consécutifs. On supposera qu'il n'y ait pas de glissement entre la bande et le rouleau. De plus, on négligera le poids de la bande (la modélisation incluant le poids de la bande a été étudiée par Kuhm et Knittel [KK12] dans le cas de l'accumulateur). Le schéma de la figure 1.1 donne les grandeurs utilisées pour la modélisation des systèmes d'entraînement de bandes flexibles.

1.2.1 Vitesse de la bande

La vitesse de la bande, au niveau du rouleau, est obtenue en appliquant le principe fondamental de la dynamique en rotation sur un rouleau. On supposera que la vitesse de la bande au niveau du rouleau est égale à la vitesse linéaire du rouleau : il n'y a pas de patinage. Le patinage et les conditions d'apparition sont étudiés dans [VK05]. La vitesse du rouleau i peut être calculée de

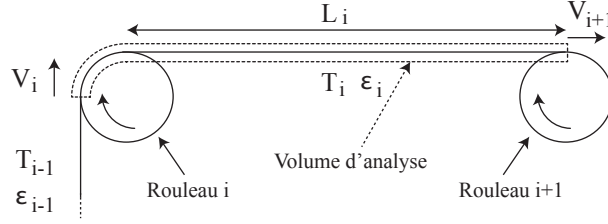


FIGURE 1.1 – Volume d'analyse entre deux rouleaux

la manière suivante :

$$\frac{dJ_i\Omega_i}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{J_i V_i}{R_i} \right) = R_i(T_i - T_{i-1}) + K_i u_i - C_{r_i} \quad (1.1)$$

où J_i est l'inertie du rouleau, R_i le rayon du rouleau. Ω_i et V_i sont respectivement les vitesses angulaire et linéaire du rouleau. T_i et T_{i-1} sont les tensions de bande en aval et en amont du rouleau i , $K_i u_i$ est le couple moteur appliqué au rouleau. Pour un rouleau non motorisé, ce terme est nul. C_{r_i} est le couple résistant induit par les frottements de rotation du rouleau par rapport au bâti. Ces frottements sont de deux types : les frottements visqueux et secs :

$$C_{r_i} = f(\Omega_i) + C_{f_{s_i}} \quad (1.2)$$

avec $f(\Omega_i)$ qui correspond au couple de frottements visqueux fonction de la vitesse (les frottements visqueux sont proportionnels à la vitesse, autour d'un point de fonctionnement [Koç00]) et $C_{f_{s_i}}$ qui représente le couple de frottements secs (ou frottements de Coulomb).

Dans le cadre de ce travail, la modélisation des frottements secs tient compte de l'effet Stribeck. Nous avons utilisé le modèle de Bo et Pavelescu [BP82] [Koç00].

1.2.2 Tension de bande

Avant d'établir la relation décrivant la tension de bande entre deux rouleaux consécutifs, il est intéressant au préalable de rappeler quelques lois élémentaires de rhéologie et de mécanique.

1.2.2.1 Relation entre allongement, tension et contrainte

L'allongement d'une bande en mouvement provient de la différence de vitesses entre les rouleaux en amont et en aval. Afin de quantifier l'allongement, il convient de définir au préalable l'allongement relatif ϵ d'une bande :

$$\epsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (1.3)$$

où L et L_0 représentent respectivement la longueur sous contrainte et au repos.

Le comportement d'un matériau sous contrainte de traction est donné par sa courbe contrainte-allongement. Le comportement peut généralement se décomposer en quatre grandes zones : une zone élastique où les déformations sont réversibles, une zone de déformations irréversibles (appelée également zone de déformations permanentes), une zone de striction où le matériau s'endommage fortement et enfin la rupture.

La loi de Hooke décrit le comportement d'un matériau dans la zone élastique : elle définit la relation entre l'allongement relatif ϵ et la contrainte σ en introduisant le module de Young E (Pa) :

$$\sigma = E\epsilon = \frac{F}{S} \quad (1.4)$$

F est la force appliquée et S la section de la bande.

Cependant, en général, le comportement des matériaux sous contraintes ne satisfait pas au seul modèle élastique établi par la loi de Hooke. En effet, le comportement des solides déformables, décrit par la rhéologie, associe simultanément l'élasticité, la viscosité et la plasticité du matériau. Il existe différents modèles rhéologiques de base couplant l'élasticité et la viscosité, comme par exemple le modèle de Maxwell ou le modèle de Voigt [LC98].

Dans le cadre de ce travail, nous allons nous limiter à la loi de Hooke. Cependant, nous considérons que le module de Young ne sera pas connu de façon précise. D'une part, son évaluation est souvent difficile et, d'autre part, sa valeur n'est pas constante dans le temps et peut évoluer fortement en fonction de la température et de l'humidité ambiantes. L'influence de ce paramètre fera donc l'objet d'une étude particulière et ses variations seront prises en compte dans l'analyse de la robustesse du système asservi, ainsi que dans la synthèse de commandes à paramètres incertains.

L'allongement d'un matériau soumis à une contrainte uniaxiale implique également des déformations dans les directions perpendiculaires à l'axe de la contrainte. Ces contractions peuvent être caractérisées à l'aide du coefficient de Poisson ν . La relation entre l'allongement dans la direction de sollicitation, ϵ_x , et la contraction dans les directions perpendiculaires s'exprime de la façon suivante :

$$\epsilon_z = \epsilon_y = -\nu\epsilon_x \quad (1.5)$$

La section de la bande se trouve donc modifiée comme suit [Koc00] :

$$S = lh = (1 + \epsilon_y)l_0(1 + \epsilon_z)h_0 = S_0(1 - \nu\epsilon_x)^2 \quad (1.6)$$

où l et h représentent la largeur et l'épaisseur de la bande. L'indice 0 représente les grandeurs au repos.

En pratique, pour la plupart des bandes élastiques, la valeur du terme $(1 - \nu\epsilon_x)^2$ est très proche de 1 et, de par ce fait, le coefficient de Poisson sera négligé dans la suite de ce travail.

En appliquant la loi de Hooke (zone élastique), on peut estimer la tension de bande à l'aide de la relation :

$$T = ES\epsilon_x \quad (1.7)$$

1.2.2.2 Loi de conservation de la masse

Considérons le volume d'analyse présenté à la figure 1.2. La masse de la bande au repos (sans contrainte) dans ce volume est donnée par :

$$M_0 = \rho_0 L_0 l_0 h_0 \quad (1.8)$$

Lorsque la bande est soumise à une contrainte d'allongement, la masse de la bande dans le volume d'analyse vaut :

$$M = \rho L l h \quad (1.9)$$

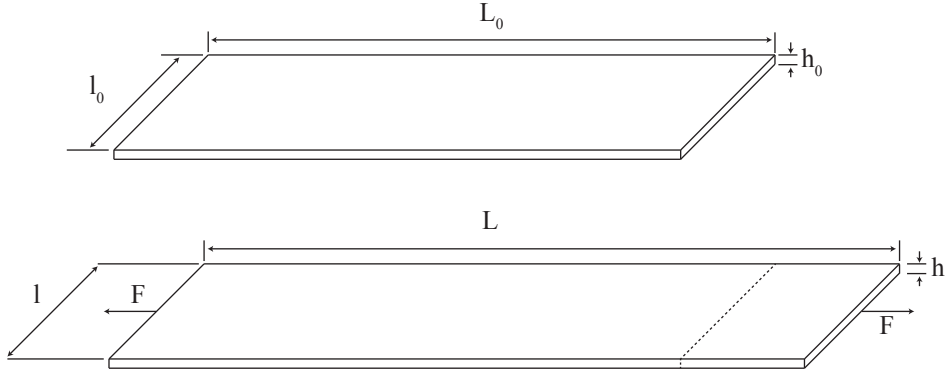


FIGURE 1.2 – Modèle pour la loi de conservation de la masse

Les dimensions d'une bande sous contrainte sont obtenues en considérant l'allongement relatif suivant les trois axes :

$$L = L_0(1 + \epsilon_x) \quad l = l_0(1 + \epsilon_y) \quad h = h_0(1 + \epsilon_z) \quad (1.10)$$

En considérant que la masse de la bande dans les deux cas (au repos et sous contrainte) est constante, on obtient la masse volumique [Shi91] :

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)} \quad (1.11)$$

En négligeant la contraction de la section de bande due au coefficient de Poisson, on arrive à la relation :

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 + \epsilon)} \quad (1.12)$$

1.2.2.3 Relation entre la vitesse de bande et l'allongement

L'équation de continuité de la mécanique des fluides peut être appliquée à un brin de bande en mouvement [Bra73] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.13)$$

En combinant les équations (1.12) et (1.13), la relation entre vitesse et allongement de bande devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{1 + \epsilon} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V}{1 + \epsilon} \right) = 0 \quad (1.14)$$

où ϵ est l'allongement relatif dans la direction de déplacement. En intégrant cette relation sur le volume d'analyse (cf figure 1.1) et en supposant que la longueur de bande en contact avec le rouleau est négligeable devant la longueur de bande entre les deux rouleaux consécutifs, on obtient la relation suivante :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_i}{1 + \epsilon_i} \right) = -\frac{V_{i+1}}{1 + \epsilon_i} + \frac{V_i}{1 + \epsilon_{i-1}} \quad (1.15)$$

La démonstration est donnée dans [Koç00]. Cette équation différentielle permet de calculer l'allongement relatif ϵ_i (entre les rouleaux i et $i + 1$) en fonction de l'allongement relatif en amont ϵ_{i-1} et des vitesses des deux rouleaux V_i et V_{i+1} .

1.2.3 Modèle linéaire

La linéarisation du modèle est nécessaire pour la synthèse de commandes linéaires. De plus, elle permet l'étude fréquentielle du système. Le développement limité d'ordre 1 :

$$\frac{1}{1 + \epsilon} \approx 1 - \epsilon \quad (1.16)$$

permet de linéariser la relation (1.15). Pour cela, il faudra d'abord dériver la partie gauche de la relation (1.15) avant d'appliquer le développement limité d'ordre 1. On obtient ainsi [Koc00] :

$$L \frac{d\epsilon_i}{dt} = V_{i+1} - V_i + \epsilon_{i-1} V_i - \epsilon_i (2V_i - V_{i+1}) \quad (1.17)$$

La linéarisation de cette relation autour d'un point de fonctionnement, en considérant $V = V_0 + \Delta V$, $\epsilon = \epsilon_0 + \Delta \epsilon$ donne [Koc00] :

$$L \frac{d\Delta \epsilon_i}{dt} = (1 + \epsilon_0)(\Delta V_{i+1} - \Delta V_i) + V_0(\epsilon_{i-1} - \epsilon_i) \quad (1.18)$$

Cette relation peut être transcrite en tension de bande à l'aide de la loi de Hooke en posant $T = ES\epsilon$:

$$L \frac{d\Delta T_i}{dt} = (ES + T_0)(\Delta V_{i+1} - \Delta V_i) + V_0(T_{i-1} - T_i) \quad (1.19)$$

Dans certains mécanismes, tels le danseur ou l'accumulateur, la longueur de bande entre deux rouleaux n'est pas toujours constante et le terme de gauche de la relation (1.15) devient :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_i}{1 + \epsilon_i} \right) = L \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{1 + \epsilon_i} \right) + \frac{1}{1 + \epsilon_i} \frac{dL}{dt} \quad (1.20)$$

La relation (1.19) devient ainsi :

$$L \frac{d\Delta T_i}{dt} = (ES + T_0)(\Delta V_{i+1} - \Delta V_i + \frac{dL_i}{dt}) + V_0(T_{i-1} - T_i) \quad (1.21)$$

Ces relations décrites dans [Kni03] sont utilisées dans le cadre de ce travail, afin de construire les modèles linéaires des systèmes étudiés.

1.3 Modèles des éléments primitifs d'une ligne d'entraînement de bandes flexibles

Les relations (1.1) et (1.15) permettent de construire les modèles non-linéaires des éléments primitifs des systèmes d'entraînement de bandes. Quelques exemples de modélisation sont donnés ci-après. Ensuite, à partir du modèle de chaque élément, ou ensemble d'éléments, il est possible de construire le simulateur de la chaîne d'entraînement étudiée.

1.3.1 Le dérouleur

Le schéma de principe du dérouleur est donné à la figure 1.3. Le dérouleur est généralement le premier élément d'une ligne. En début de ligne, c'est lui qui va dérouler le produit. La tension de déroulement de la bande dépend également de la tension T_b dans la bobine.

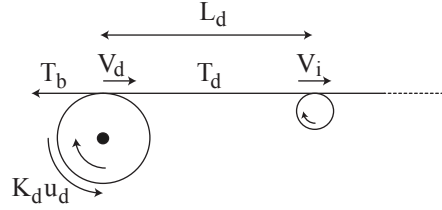


FIGURE 1.3 – Schéma du dérouleur

La relation (1.1) devient pour le dérouleur :

$$\frac{dJ_d\Omega_d}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{J_d V_d}{R_d} \right) = T_d R_d - K_d u_d - C_{fs} - f_v(\Omega_d) \quad (1.22)$$

Dans cette relation, J_d et R_d représentent respectivement l'inertie et le rayon du dérouleur. Ces grandeurs varient au cours du temps. Ω_d est la vitesse de rotation du dérouleur. $T_d R_d$ représente le couple induit par la bande. $K_d u_d$ représente le couple moteur ; ce terme peut être choisi négatif afin d'obtenir un signal de commande en couple u_d positif. C_{fs} est le couple de frottements secs et f_v (qui dépend de la vitesse de rotation du dérouleur) permet de modéliser les frottements visqueux de la bobine par rapport au bâti.

Le rayon est déterminé par décrémentation : à chaque tour on enlève l'épaisseur h de la bande supposée constante :

$$\frac{dR_d}{dt} = -\frac{h}{2\pi} \frac{V_d}{R_d} \quad (1.23)$$

L'inertie J_d résulte de la somme de l'inertie de l'arbre moteur J_{arbre} et de l'inertie de la bobine :

$$J_d = J_{arbre} + \frac{\pi \rho l}{2} (R^4 - R_{arbre}^4) \quad (1.24)$$

où ρ est la masse volumique et l la largeur du produit déroulé.

L'élongation ϵ_d du brin de bande situé après le dérouleur est calculée en appliquant la relation (1.15) :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_d}{1 + \epsilon_d} \right) = -\frac{V_i}{1 + \epsilon_d} + \frac{V_d}{1 + \epsilon_b} \quad (1.25)$$

où V_i est la vitesse linéaire du rouleau situé après le dérouleur.

La loi de Hooke peut être appliquée afin d'obtenir l'expression de la tension de déroulement :

$$T = ES\epsilon \quad (1.26)$$

La tension $T_b (= ES\epsilon_b)$ est la tension dans la dernière spire de la bobine. La valeur de cette tension peut être approximée de diverses manières. Koç [Koç00] propose de lui donner la valeur nominale de la tension de déroulement T_d . En réalité, la simulation du modèle non-linéaire du dérouleur montre que la vitesse V_d et la tension T_d sont peu influencées par la valeur de T_b . De plus, l'approximation faite par Koç permet de simplifier les relations obtenues après linéarisation.

Afin de construire le modèle linéaire du dérouleur, nous utilisons les relations (1.1) et (1.19) qui sont linéarisées autour d'un point de fonctionnement, en considérant que le rayon et l'inertie de la bobine varient lentement. Les frottements secs sont également négligés dans le modèle linéaire.

En posant $T = T_0 + t$ et $V = V_0 + v$, la relation permettant le calcul de la tension de bande devient :

$$L_d \frac{dt_d}{dt} = -V_0 t_d + (v_i - v_d)(ES + T_0) \quad (1.27)$$

La relation décrivant la vitesse de la bande devient :

$$J_d \frac{dv_d}{dt} = t_d R^2 - K_d R_d u_d - f_v v_d \quad (1.28)$$

Il est intéressant d'obtenir les fonctions de transfert de la vitesse et de la tension au dérouleur. L'application de la transformée de Laplace conduit à :

$$v_d(s) = -\frac{(L_d s + V_0) K_d R_d}{P(s)} u(s) + \frac{R_d^2 E_0}{P(s)} v_i(s) \quad (1.29)$$

$$t_d(s) = \frac{E_0 K_d R_d}{P(s)} u(s) + \frac{(J_d s + f_v) E_0}{P(s)} v_i(s) \quad (1.30)$$

où $E_0 = ES + T_0$ et $P(s) = J_d L_d s^2 + (J_d V_0 + L_d f_v) s + f_v V_0 + R^2 E_0$

1.3.2 Les rouleaux libres et motorisés

Afin de guider et de supporter la bande tout au long de la ligne, des rouleaux libres sont employés. Certains de ces rouleaux sont motorisés afin de tracter la bande. La tension de bande en aval T_i et la vitesse du rouleau V_i dépendent de la tension en amont T_{i-1} et la vitesse en aval V_{i+1} . Le schéma de principe du rouleau tracteur et les différentes notations sont donnés à la figure 1.4.

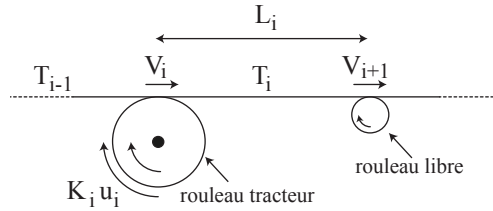


FIGURE 1.4 – Schéma du rouleau tracteur

Le rayon et l'inertie du rouleau étant constants, la relation permettant le calcul de la vitesse est simple à résoudre :

$$J_i \frac{dV_i}{dt} = (T_i - T_{i-1}) R_i^2 + K_i R_i u_i - R_i C_{fs} - R_i f_v (\Omega_i) \quad (1.31)$$

On suppose qu'il n'y ait pas de glissement entre la bande et le rouleau. Pour les rouleaux non motorisés, le terme $K_i R_i u_i$ est nul. Les rouleaux libres peuvent également être équipés de capteurs de force afin de mesurer la tension de bande.

La tension de bande en aval T_i est calculée à l'aide de la relation :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_i}{1 + \epsilon_i} \right) = -\frac{V_{i+1}}{1 + \epsilon_i} + \frac{V_i}{1 + \epsilon_{i-1}} \quad (1.32)$$

En considérant un point de fonctionnement (T_0 et V_0 tels que $T = T_0 + t$ et $V = V_0 + v$), les équations linéaires décrivant la tension et la vitesse de bande sont données par :

$$L_i \frac{dt_i}{dt} = (ES + T_0)(v_{i+1} - v_i) + V_0(t_{i-1} - t_i) \quad (1.33)$$

$$J_i \frac{dv_d}{dt} = (t_i - t_{i-1})R_i^2 - K_i R_i u_i - f_v v_i \quad (1.34)$$

En utilisant la transformé de Laplace on obtient :

$$v_i(s) = \frac{(L_i s + V_0)K_i R_i}{P(s)} u_i(s) + \frac{R_i^2 E_0}{P(s)} v_{i+1}(s) - \frac{L_i R_i^2 s}{P(s)} t_{i-1} \quad (1.35)$$

$$t_i(s) = \frac{E_0 K_i R_i}{P(s)} u_i(s) + \frac{(J_i s + f_v)E_0}{P(s)} v_{i+1}(s) - \frac{(J_i s + f_v)V_0 + E_0 R_i^2}{P(s)} t_{i-1} \quad (1.36)$$

1.3.3 L'enrouleur

La ligne se termine dans la plupart des cas par un enrouleur qui a pour but de mettre en bobines le produit fini. Le schéma de principe de l'enrouleur axial est donné à la figure 1.5. La tension d'enroulement T_e est déterminée à partir de la tension T_{i-1} et des vitesses V_i et V_e .

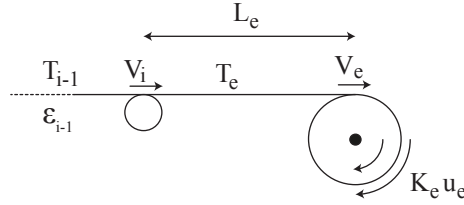


FIGURE 1.5 – Schéma de l'enrouleur axial

La vitesse d'enroulement est régie par la relation :

$$\frac{dJ_e \Omega_e}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{J_e V_e}{R_e} \right) = -T_e R_e + K_e u_e - C_{fs} - f_v(\Omega_e) \quad (1.37)$$

L'inertie de l'enrouleur J_e est déterminée par la relation (1.24). Le rayon est calculé par incrémentation :

$$\frac{dR_e}{dt} = \frac{h}{2\pi} \frac{V_e}{R_e} \quad (1.38)$$

L'allongement relatif ϵ_e dépend des vitesses V_i et V_e et de l'allongement ϵ_{i-1} :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_e}{1 + \epsilon_e} \right) = -\frac{V_e}{1 + \epsilon_e} + \frac{V_i}{1 + \epsilon_{i-1}} \quad (1.39)$$

On procède de la même manière que pour le dérouleur pour construire le modèle linéaire de l'enrouleur. On obtient :

$$J_e \frac{dv_e}{dt} = -t_e R_e^2 + K_e R_e u_e - f_v v_e \quad (1.40)$$

$$L_e \frac{dt_e}{dt} = (v_e - v_i)(ES + T_0)(t_{i-1} - t_e) V_0 \quad (1.41)$$

Les fonctions de transfert obtenues par application de la transformée de Laplace sont données par :

$$v_e(s) = \frac{(L_e s + V_0) K_e R_e}{P(s)} u(s) + \frac{R_e^2 E_0}{P(s)} v_i(s) - \frac{R_e^2 V_0}{P(s)} t_{i-1}(s) \quad (1.42)$$

$$t_e(s) = \frac{E_0 K_e R_e}{P(s)} u(s) - \frac{(J_e s + f_v) E_0}{P(s)} v_i(s) + \frac{(J_e s + f_v) V_0}{P(s)} t_{i-1}(s) \quad (1.43)$$

1.3.4 Le danseur pendulaire

Les danseurs pendulaires ou linéaires sont très présents dans l'industrie. Ils permettent, d'une part, le contrôle indirect de la tension de bande [KFB⁺04] [GKPB11] et, d'autre part, ils agissent comme un filtre mécanique afin de réduire les oscillations et les perturbations de tension [PDZP03]. En général, ils sont placés proche du dérouleur ou de l'enrouleur afin de garantir une tension de déroulement ou d'enroulement optimale. Le modèle du danseur pendulaire a été donné dans [KFB⁺04]. Une étude avancée de la commande avec danseur pendulaire a été menée dans [GKPB11].

Le danseur pendulaire est composé d'une structure contenant un rouleau libre qui peut pivoter autour d'un axe O . Un vérin pneumatique est utilisé afin d'appliquer une force sur cette structure. La valeur de cette force dépend de la tension de bande désirée. Le schéma de principe du danseur pendulaire est donné à la figure 1.6.

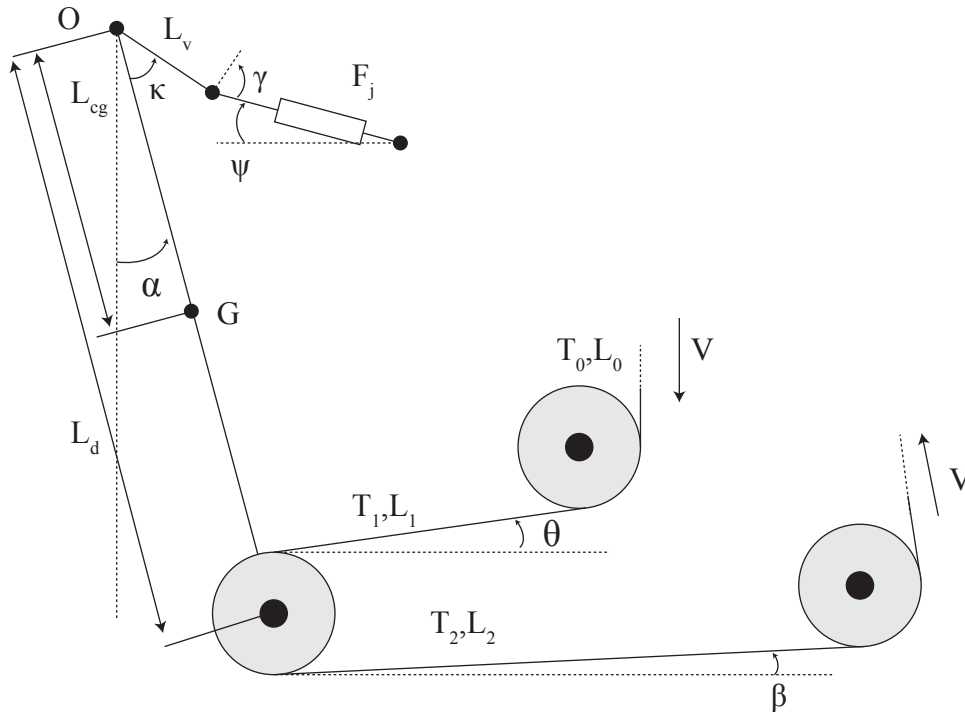


FIGURE 1.6 – Schéma du danseur pendulaire

La position angulaire α du danseur est calculée en appliquant le principe fondamental de la

dynamique en rotation au point O . Les couples agissant sur le bras du danseur sont dus à la traction exercée par les deux brins de bande en amont et en aval du rouleau du danseur, à la force exercée par le vérin et au poids du danseur. Les frottements autour de l'axe du danseur ne doivent pas être négligés.

La modélisation décrite dans [Gas11] donne :

$$J_{dp}\ddot{\alpha} = T_1(L_d - R)\cos(\alpha - \beta) + T_2(L_d + R)\cos(\alpha - \theta) - F_j L_v \cos \gamma - P_d L_{cg} \sin \alpha - C_f \quad (1.44)$$

où J_{dp} et P_d représentent respectivement l'inertie et le poids de l'ensemble du danseur. L_d est la longueur du bras du danseur, c'est à dire la distance entre l'axe de rotation du rouleau libre et l'axe de rotation. L_v est la distance entre l'axe de rotation du danseur et le bout de la tige du vérin. L_{cg} est la distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité G du danseur. T_1 et T_2 sont les tensions dans les brins de bande en amont et en aval du rouleau danseur. R représente le rayon du rouleau libre et C_f correspond au couple de frottements (secs et visqueux). L'angle α est l'angle entre la verticale et le bras du danseur, κ est l'angle entre le bras contenant le rouleau qui se déplace et le bras du danseur accueillant la tige du vérin. θ et β sont respectivement les angles entre les brins de bande en amont et en aval et l'horizontale. γ représente l'angle entre la tige du vérin et la perpendiculaire au bras du danseur accueillant la tige du vérin. Finalement, ψ est l'angle entre la tige du vérin et l'horizontale.

Pour pouvoir respecter la consigne de tension de bande, il faut maintenir le bras du danseur dans sa position verticale ($\alpha = 0$). Dans cette position, lorsque l'on désire avoir une tension T_0 dans les brins de bandes (au niveau de T_1 et T_2), il faut appliquer la force (du vérin) suivante :

$$F_j = \frac{T_0(L_d - R)\cos\beta_0 + T_0(L_d + R)\cos\theta_0}{L_v \cos\gamma_0} \quad (1.45)$$

Il faut également prendre en compte la modification de la vitesse linéaire de la bande en entrée et en sortie du rouleau danseur, puisque le rouleau se déplace (mouvement pendulaire). On peut aisément déterminer [Gas11] :

$$\begin{aligned} \text{Vitesse entrée} \quad V_e &= V - (L_d - R)\dot{\alpha} \\ \text{Vitesse sortie} \quad V_s &= V + (L_d + R)\dot{\alpha} \end{aligned} \quad (1.46)$$

La tension T_1 sera donc calculée en considérant V_e tandis que la tension T_2 sera calculée en considérant V_s . Cette différence de vitesses tangentielles entre l'entrée et la sortie du rouleau en mouvement montre que la bande devrait glisser sur le rouleau lorsque celui-ci fait un mouvement pendulaire.

1.3.4.1 Modèle linéaire

La relation (1.44) peut être linéarisée pour de petites variations de l'angle α autour de la position verticale, en faisant un développement limité d'ordre 1.

La linéarisation conduit à l'expression suivante :

$$J_{dp}\frac{d^2\alpha}{dt^2} = T_1(L_d - R)\cos\beta_0 + T_2(L_d + R)\cos\theta_0 + FL_v \cos\gamma_0 - PL_{cg}\alpha - C_f \quad (1.47)$$

où l'indice 0 correspond aux angles considérés lorsque le danseur est à la verticale, c'est à dire $\alpha = 0$.

Les tensions en entrée et en sortie du rouleau danseur peuvent être déterminées en prenant en compte les vitesses tangentielles de la bande définies par la relation (1.46) :

$$\begin{aligned} L_1 = \frac{dT_1}{dt} &= (ES + T_0) \left(V_2 - V_1 + \frac{dL_1}{dt} - (L_d - R)\dot{\alpha} \right) + V_0(T_0 - T_1) \\ L_2 = \frac{dT_2}{dt} &= (ES + T_0) \left(V_3 - V_2 + \frac{dL_2}{dt} - (L_d + R)\dot{\alpha} \right) + V_0(T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (1.48)$$

La relation (1.48) tient compte de la variation de longueurs en entrée et sortie du danseur pendulaire. La modélisation du danseur pendulaire et son asservissement en position sont étudiés en détails dans [KFB⁺04] [GKPB11] [PDZP03].

1.3.5 L'accumulateur

L'accumulateur est un système très utilisé dans l'industrie. Il est généralement placé proche de l'enrouleur ou du dérouleur. Ce mécanisme est composé de rouleaux libres fixes par rapport au bâti (rouleaux du bas sur la figure 1.7), tandis que d'autres rouleaux libres sont fixés sur un chariot mobile (rouleaux du haut sur la figure 1.7). L'accumulateur permet, comme son nom l'indique, de stocker et de restituer la bande en déplaçant le chariot mobile et donc en faisant varier la longueur des brins de bandes L_{acc} . Cela permet de changer la bobine, à l'enrouleur ou au dérouleur, sans stopper la production. Par exemple, le changement d'une bobine au dérouleur nécessite de stopper la vitesse de la bande à l'entrée de l'accumulateur ($V_e = 0$) et de mouvoir simultanément le chariot mobile (sur la figure 1.7 le chariot mobile descend) de manière à garder une vitesse de bande constante à la sortie de l'accumulateur. Ainsi l'accumulateur restitue de la bande durant cette phase. Une fois le changement de bobine terminé, la vitesse du dérouleur est augmentée de manière à avoir $V_e > V_s$ et ainsi de faire remonter le chariot mobile pour atteindre sa position nominale.

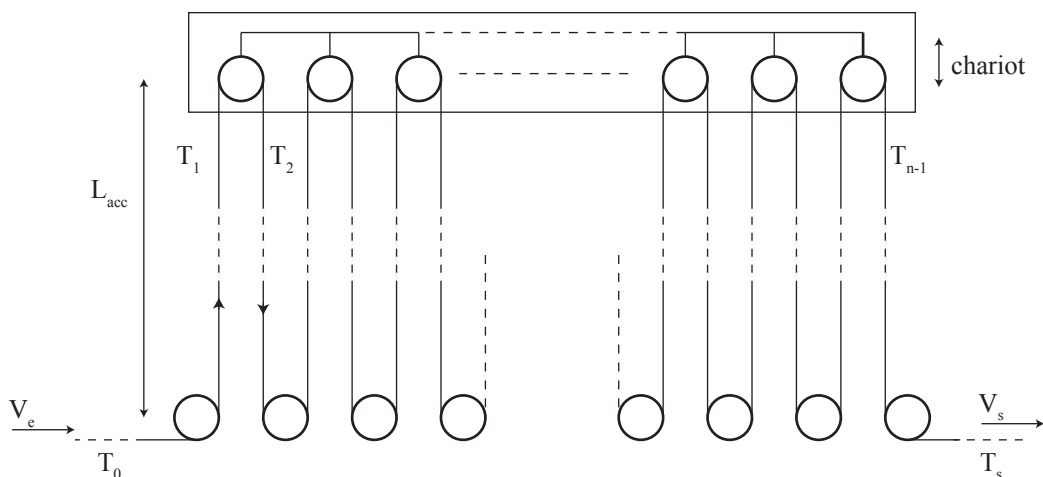


FIGURE 1.7 – Schéma de l'accumulateur

La modélisation complète et la commande avancée de plusieurs types d'accumulateurs sont décrites dans [PSD03] [KKB09] [KK12] [KKB12] [KKR12] .

1.4 Construction des modèles complets des systèmes étudiés

Les équations de base décrites précédemment ont permis de construire les modèles phénoménologiques des éléments d'une chaîne de déroulement-entraînement-enroulement de bandes élastiques. Ces modèles sont ensuite programmés dans l'environnement logiciel Matlab/Simulink.

Principalement deux applications sont étudiées dans le cadre de ce travail, en plus de systèmes génériques. Il s'agit premièrement d'un banc semi-industriel composé de nombreux rouleaux (motorisés ou non) de l'Université de Strasbourg. Le deuxième banc étudié est un prototype de l'Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien (UMR, CNRS–Université de Strasbourg). Ce banc très spécifique est dédié à une application particulière. Les modèles non-linéaires et linéaires ont été construits pour le banc de l'Université. Le modèle du second système n'étant pas linéarisable, seul le modèle non-linéaire a été construit. Ces modèles serviront d'une part à synthétiser et tester des stratégies de commande, et d'autre part à mener des analyses paramétriques.

1.4.1 Banc expérimental de l'Université de Strasbourg

Le banc expérimental est composé de nombreux rouleaux libres, de plusieurs rouleaux motorisés, d'un dérouleur et d'un enrouleur, de deux danseurs pendulaires et de plusieurs capteurs de vitesse et de capteurs de force à jauges de contrainte. Ce banc permet plusieurs chemins de bande qui utilisent plus ou moins de rouleaux (motorisés ou non). Le chemin de bande utilisé est présenté à la figure 1.8. Les rouleaux sont numérotés à partir du dérouleur, les rouleaux 5 et 26 sont les rouleaux libres des danseurs pendulaires. Les rouleaux marqués de la lettre J sont équipés de capteurs de force à jauges de contrainte. Les rouleaux 1, 11, 19 et 30 sont motorisés. Les rouleaux 18 et 19 sont entraînés par le même moteur.

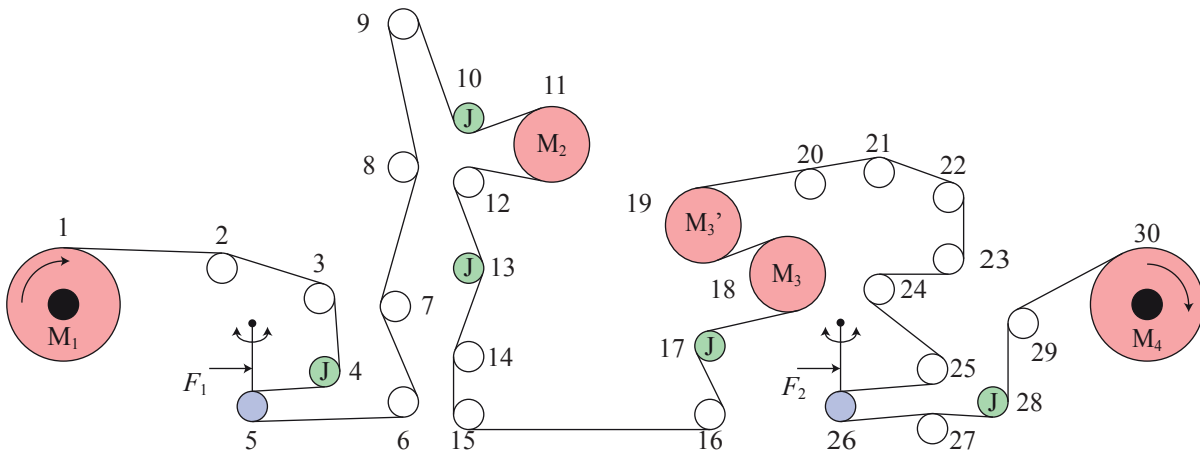


FIGURE 1.8 – Chemin de bande du banc industriel

Le simulateur non-linéaire est obtenu en programmant les équations non-linéaires dans l'environnement logiciel Matlab/Simulink.

1.4.1.1 Construction d'un modèle linéaire

La synthèse de commandes linéaires avancées nécessite une étude fréquentielle et pour cela un modèle linéaire de la machine est indispensable. La linéarisation est faite autour d'un point de fonctionnement caractérisé par une vitesse nominale V_0 de la bande, une tension nominale T_0 de

la bande, une position angulaire nominale α_0 des danseurs pendulaires. De plus, les rayons et inerties du dérouleur et de l'enrouleur sont considérés comme étant fixes. Les frottements secs sont négligés (dans la commande, leur effet peut être compensé par un terme de feedforward).

Le modèle linéaire est mis sous la forme d'une représentation d'états d'un système multivariable (plusieurs entrées, plusieurs sorties) :

$$\begin{cases} E_{ss}\dot{x} &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y &= C(t)x(t) \end{cases} \quad (1.49)$$

Le vecteur d'états x est composé de l'ensemble des vitesses et des tensions de bande présentes dans la ligne d'entraînement. Le système comportant 2 danseurs pendulaires, les angles et leurs dérivées sont ajoutés. L'entrée multivariable u du système est composée des consignes de couple u_i de chaque moteur. Les équations ont montré que pour pouvoir déterminer l'angle α des deux danseurs pendulaires, il faut inclure les variations de longueur des brins de bande en amont et en aval de chaque danseur, ainsi que la force appliquée par chaque vérin, dans le vecteur d'entrée du système linéaire. Le vecteur de sortie y est composé des vitesses linéaires des moteurs, des tensions de bande au niveau des capteurs de force et des positions des danseurs (si les danseurs sont utilisés). Finalement, E_{ss} est une matrice inversible permettant de simplifier l'écriture de la représentation d'états. Le vecteur d'états x est défini comme suit :

$$x^T = [V_1 \quad T_1 \quad V_2 \quad T_2 \quad \cdots \quad T_{29} \quad V_{30} \quad \alpha_d \quad \dot{\alpha}_d \quad \alpha_e \quad \dot{\alpha}_e] \quad (1.50)$$

Le vecteur de l'entrée multivariable u est défini comme suit :

$$u^T = [u_d \quad u_{t1} \quad u_{t2} \quad u_e \quad F_1 \quad \dot{L}_4 \quad \dot{L}_5 \quad F_2 \quad \dot{L}_{25} \quad \dot{L}_{26}] \quad (1.51)$$

L'asservissement en tension de bande est assuré au dérouleur et à l'enrouleur en régulant la position des danseurs pendulaires, tandis qu'au milieu de la ligne on utilise deux capteurs de force placés sur le rouleau 13. Ces capteurs mesurent la moyenne des tensions T_{12} et T_{13} . Le vecteur des sorties y est donc défini par :

$$\begin{aligned} y^T &= [\Omega_d \quad \Omega_{11} \quad \Omega_{18} \quad \Omega_e \quad \alpha_d \quad T_{int} \quad \alpha_e] \\ \text{avec } T_{int} &= \frac{T_{12} + T_{13}}{2} \end{aligned} \quad (1.52)$$

Le système comporte donc 10 entrées, 7 sorties et 63 états. Les matrices A , B et E_{ss} sont définies comme suit [Gas11] :

$$A = \begin{bmatrix}
 -f_d & R_d^2(t) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 -E_0 & -V_0 & E_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & -R_2^2 & -f_2 & R_2^2 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -f_{26} & R_{26}^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -E_0 & -V_0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \delta \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -f_{29} & R_{29}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -E_0 & -V_0 & E_0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -R_e^2 & -f_e & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -L_{cge}P_{de} & -C_{fd_e}
 \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

$$B = \begin{bmatrix}
 -R_d K_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & R_e K_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_{ve} \cos \gamma_0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

$$E_{ss} = \begin{bmatrix}
 J_d & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & L_d & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & J_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & L_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & J_{29} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & L_{29} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & J_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{dp_d} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{dp_e}
 \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

Le coefficient $\delta = -E_0(L_{de} + R_{de})$ dans la matrice A (voir dernière colonne) est issu de la relation (1.46) de composition des vitesses utilisée pour le calcul de la tension T_{26} dans le brin de bande en aval du danseur proche de l'enrouleur. Des coefficients similaires (deux par danseur) existent

dans la matrice A pour le danseur de la section de déroulement. L'indice e se rapporte à toutes les grandeurs du danseur proche de l'enrouleur. V_0 est la vitesse nominale de défilement de la bande et $E_0 = ES + T_0$ est un facteur utile à la simplification de l'écriture du modèle linéaire (où E est le module de Young de la bande, S sa section et T_0 la tension nominale désirée de la bande).

1.4.1.2 Comparaison entre modèles linéaire et non-linéaire

Afin de valider la précision du modèle linéaire, celui-ci est simulé et les résultats sont comparés avec ceux du modèle non-linéaire. Le principe de comparaison est illustré à la figure 1.9. Le système étant commandé en couple, il est instable en boucle ouverte. Il est par conséquent préférable de faire une comparaison en prenant les mêmes correcteurs pour les modèles non-linéaire et linéaire (la synthèse des correcteurs fait l'objet du chapitre suivant) et les mêmes consignes. Les longueurs des brins de bande en aval et en amont des danseurs pendulaires calculées dans le modèle non-linéaire sont utilisées en entrées du modèle linéaire.

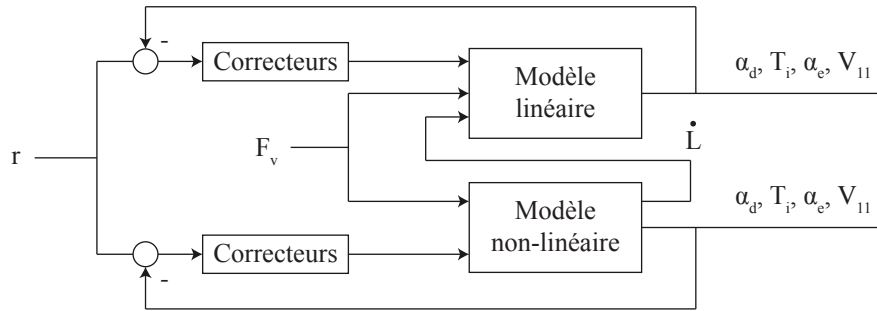


FIGURE 1.9 – Comparaison entre modèles linéaire et non-linéaire

Les sorties à comparer sont les angles α_d et α_e des danseurs pendulaires, la tension intermédiaire donnée par les capteurs de force fixés sur le rouleau 13 et la vitesse du premier tracteur motorisé. La figure 1.10 présente les réponses des modèles linéaire et non-linéaire pour les signaux considérés. Il faut noter que l'échelle des amplitudes n'est pas la même pour l'angle du danseur pendulaire proche du dérouleur (figure 1.10(c)) et l'angle du danseur pendulaire proche de l'enrouleur (figure 1.10(d)).

La commande en position des danseurs pendulaires a été volontairement "dégradée" afin d'augmenter la variation des angles et ainsi de pouvoir mieux observer les différences entre modèles linéaire et non-linéaire. La figure 1.10(c) montre les limites de l'approximation des petits angles puisque l'erreur entre modèles linéaire et non-linéaire augmente lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement $\alpha = 0$.

La linéarisation a été effectuée autour d'un point de fonctionnement de la ligne : $V_0 = 500m/min$ et $T_0 = 50N$. De plus, nous avons choisi $R_d = 0.5m$ et $R_e = 0.2m$ pour le modèle linéaire.

Des sauts de consignes de vitesse et de tension sont appliqués pour pouvoir visualiser et comparer le comportement dynamique des deux modèles.

Au vu des résultats, on peut conclure que le comportement dynamique du modèle linéaire est proche de celui du modèle non-linéaire autour d'un point de fonctionnement. Par conséquent, le modèle linéaire sera utilisé pour la synthèse de commandes linéaires avancées.

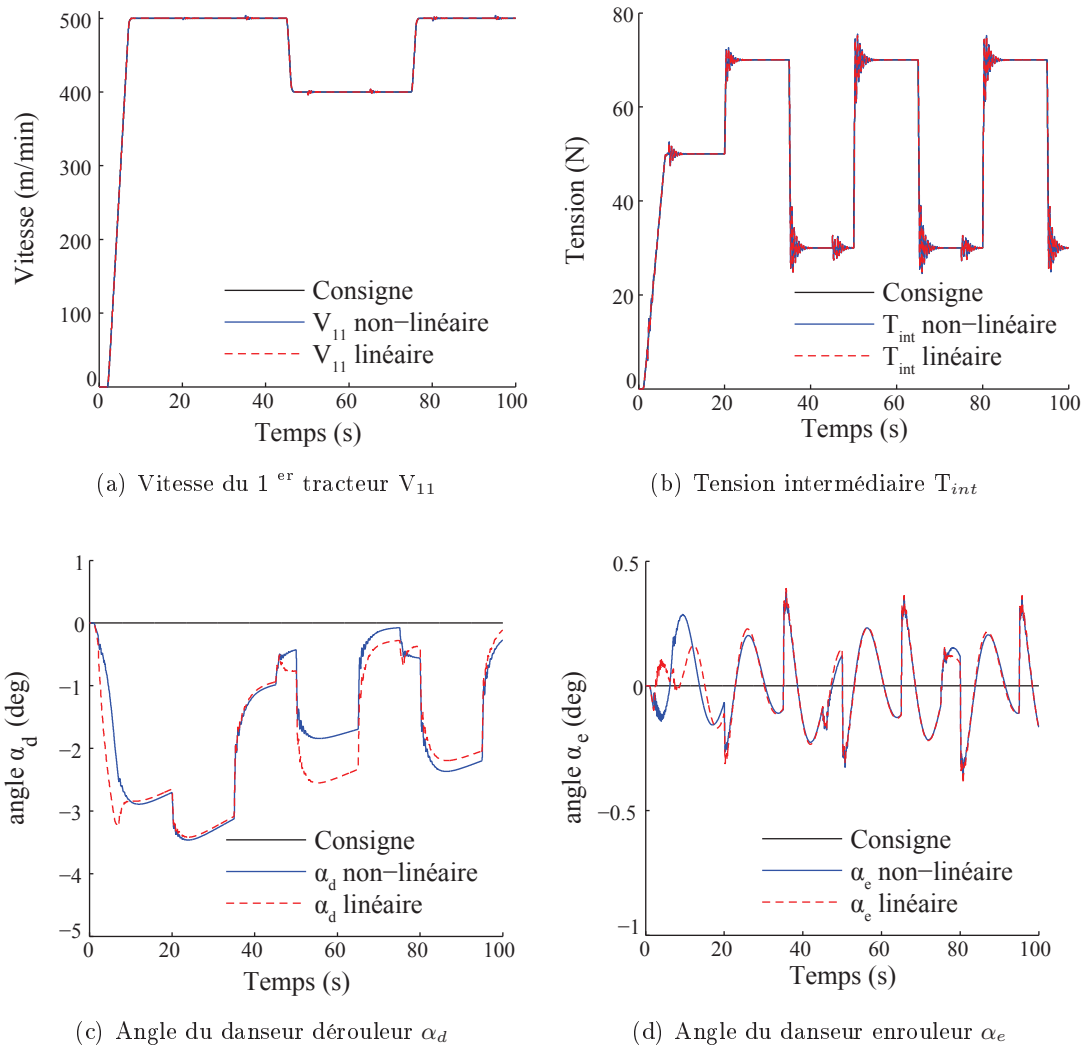


FIGURE 1.10 – Comparaison des sorties des modèles linéaire et non-linéaire

1.4.2 Modélisation d'un système contenant des éléments non primitifs : exemple du prototype FTS

Ce prototype très spécifique est développé depuis plusieurs années au sein de l'Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien de Strasbourg. Il est appelé FTS pour Fast Tape System. Il est utilisé au sein du grand accélérateur de particules du CERN. Les particules radioactives issues de la collision d'atomes sont récoltées sur une bande en aluminium. Ces particules ne peuvent pas être étudiées et dénombrées au point de collection puisque celui-ci est pollué par les particules des expériences précédentes. De plus, ces particules ont une demi-vie très courte et doivent donc être transportées très rapidement du point de collection jusqu'au détecteur. Le cahier des charges de ce projet impose un asservissement en position très rapide : une bande au repos doit être déplacée sur 50cm en moins de 100ms (temps repos-repos). Nous avons la charge de modéliser le système et d'étudier la commande. Une étude détaillée nous a montré qu'un système classique à 3 moteurs ne permet pas d'atteindre la rapidité de déplacement souhaitée.

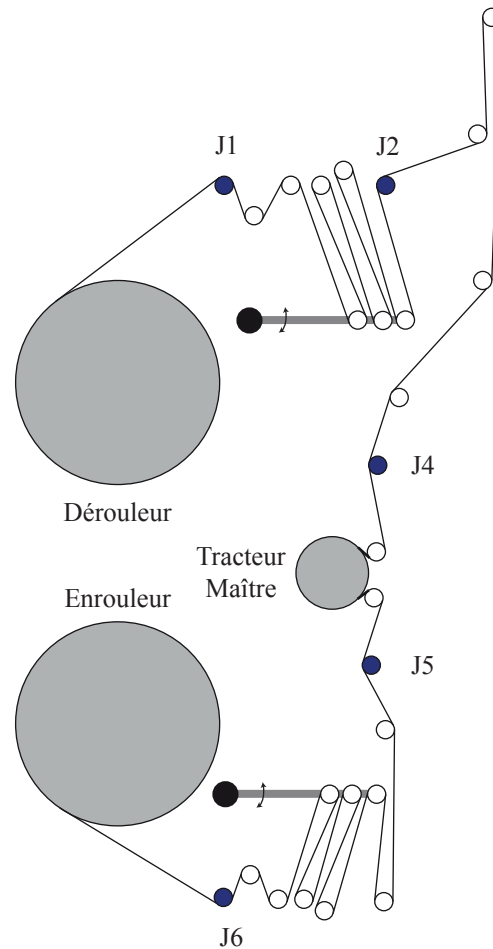


FIGURE 1.11 – Schéma de principe du FTS

Le système est composé de 3 moteurs, 6 capteurs de force à jauges de contrainte notées $J_{1...6}$ sur la figure 1.11, et de deux mécanismes tout à fait innovants. Ils regroupent un danseur pendulaire et un accumulateur (nous les appellerons danseur-accumulateur) afin de pouvoir satisfaire le cahier des charges.

Plusieurs rouleaux libres permettent le guidage de la bande. De plus, le système doit fonctionner dans un environnement hermétique sous vide puisqu'il sera directement lié à l'accélérateur de particules. La pression dans le caisson contenant le système sera de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-5} mmHG (millimètre de mercure ou Torr) soit environ $1,3310^{-4}$ à 1.3310^{-3} Pa (la pression atmosphérique est d'environ 10^5 Pa). Ce prototype est uniquement dédié aux phases de test, le système définitif ne sera pas équipé de capteurs de force.

Ce système fonctionne essentiellement en régime transitoire et les accélérations mises en jeu sont grandes. Le danseur-accumulateur permet d'une part de restituer plus rapidement la bande, par rapport à un classique dérouleur, et d'autre part a un effet filtrant sur les tensions de bande. Ce nouveau mécanisme a été conçu avec un encombrement réduit (voir figures 1.11 et 1.12). Il ne contient pas de vérin pneumatique mais un ressort dont la raideur et la longueur ont été soigneusement sélectionnées afin d'appliquer une force prédéfinie en position nominale (bras

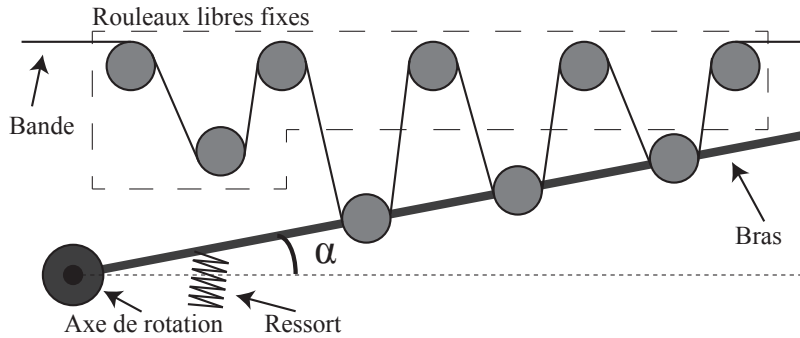


FIGURE 1.12 – Schéma du danseur-accumulateur

horizontal) et donc une tension de bande prédéfinie.

Dans un premier temps, le système a été modélisé dans l'environnement Matlab/Simulink. Une attention particulière a été portée à l'adaptation des équations phénoménologiques au système danseur-accumulateur. Puis les paramètres du modèle ont été identifiés pour reproduire les mesures effectuées sur le prototype. Après validation du modèle, une nouvelle commande a été proposée.

Le modèle est assez complexe et a nécessité plusieurs mois de travail. Puis des paramètres du modèle ont été identifiés à l'aide de longues campagnes de mesures étalées sur plusieurs mois. Il a fallu auparavant instrumenter le banc et configurer notre système dSpace pour l'acquisition et la commande. En troisième étape la commande existante a été optimisée à l'aide de notre modèle et une commande plus performante a été proposée.

Ce travail a donné lieu à la publication d'un article de journal. Cet article, reproduit en Annexe, indique les approches utilisées et les résultats obtenus. Nous avons préféré indiquer les détails en Annexe, pour ce système bien spécifique et non générique, pour ne pas alourdir ce chapitre 1.

1.5 Influence de la structure du système sur son comportement dynamique en boucle ouverte

La thèse de V. Gassmann a étudié l'influence du nombre de rouleaux motorisés et de rouleaux libres sur le comportement dynamique du système en boucle ouverte (sans la commande). Les principales observations qui s'en dégagent sont :

- une augmentation du nombre de rouleaux motorisés conduit à une augmentation du nombre de pics de résonance des valeurs singulières maximales (comportement fréquentiel du système). Le réglage de la commande devrait donc être plus difficile si le nombre d'actionneurs est élevé, dans le cas, bien entendu, où des performances élevées sont recherchées.
- les rouleaux libres ont une influence non négligeable sur le comportement dynamique de la tension de bande, et ceci d'autant plus lorsque leur nombre est élevé. Curieusement, pratiquement tous les travaux publiés ne tiennent pas compte des rouleaux libres dans la synthèse de la commande en tension de bande [PSD07] [Ang04].

La comparaison entre l'utilisation de danseurs et de capteurs de force a été peu abordée dans les différentes thèses en "enroulement" et peu de travaux ont été publiés à ce sujet. Cette comparaison a donc fait l'objet de nos investigations.

1.5.1 Danseur ou capteur de force ?

L'usage des danseurs, et tout particulièrement des danseurs pendulaires, est très répandu dans l'industrie. La régulation de la tension de bande est faite indirectement par l'intermédiaire d'un correcteur de la position du danseur. De plus, le danseur sert également de "filtre mécanique".

L'autre alternative est de faire la régulation de la tension de bande à l'aide de capteurs de force à jauges de contrainte.

Les deux stratégies ne peuvent être comparées qu'en boucle fermée, c'est à dire avec la commande. Cependant, dans ce paragraphe nous comparons les comportements fréquentiels (avec et sans danseur). Les bases de la modélisation du danseur pendulaire ont été proposées dans [KFB⁺04] et [VK07].

Le système étudié est celui représenté à la figure 1.8 et qui contient deux danseurs pendulaires. Pour la version sans danseur, il suffit de bloquer les deux rouleaux libres des danseurs pendulaires, à savoir les rouleaux 5 et 26.

Pour les deux systèmes, avec et sans danseurs, les sorties choisies sont les tensions de bande du dérouleur, dans la section intermédiaire et à l'enrouleur. Le tracé des valeurs singulières maximales et minimales de ces deux systèmes en boucle ouverte est donné à la figure 1.13.

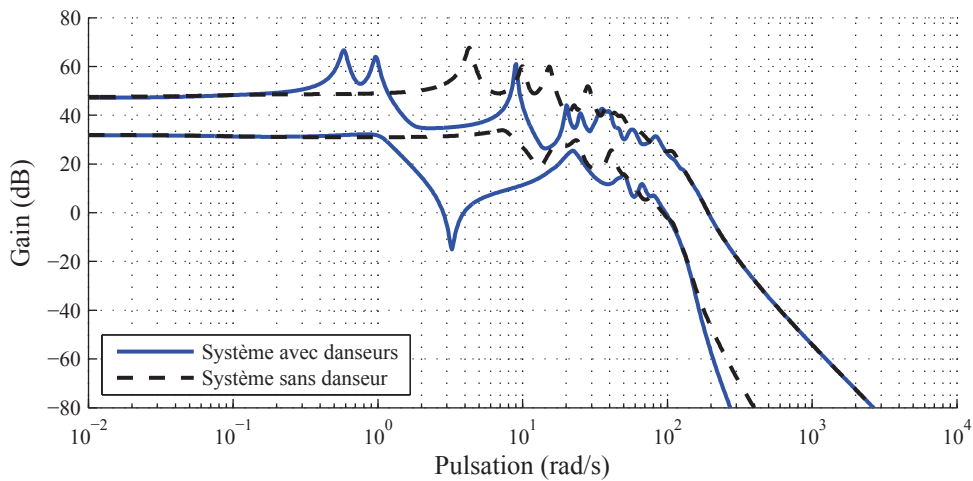


FIGURE 1.13 – Valeurs singulières maximales et minimales du système avec et sans danseurs

Le comportement dynamique en boucle ouverte est différent d'un système à l'autre. Le système avec danseurs possède des pics de résonance à basses fréquences (premier pic aux alentours de 0.6 rad/sec), les pics à fréquences plus élevées sont atténués. Pour le système sans danseur, le gain en basse fréquence est constant sur une plus large plage : le premier pic de résonance se situe à une décade plus élevée.

Ainsi, *a priori*, le système sans danseur devrait être plus facile à commander avec des correcteurs "simples" (si la bande passante en boucle fermée n'est pas trop élevée).

La commande de ces deux systèmes sera étudiée plus loin.

1.5.2 Structure du danseur pendulaire

Le comportement dynamique du danseur pendulaire dépend de différentes grandeurs et dimensions mécaniques. Ces valeurs peuvent être optimisées [VK07]. Cependant on peut aisément ajouter ou modifier un contrepoids afin d'ajuster la position du centre de gravité par rapport à l'axe de rotation. Quatre configurations sont étudiées, sachant que sur le banc industriel le centre de gravité est situé entre le rouleau libre et l'axe de rotation du danseur ($L_{cg} = 0.07m$).

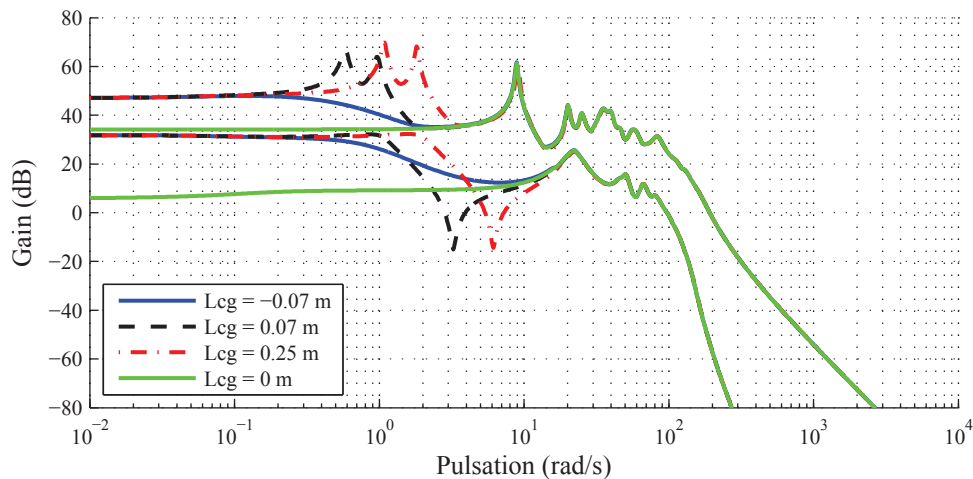


FIGURE 1.14 – Valeurs singulières minimales et maximales pour différentes valeurs de L_{cg}

La figure 1.14 montre les valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle ouverte pour 4 valeurs de la longueur L_{cg} . Les entrées considérées sont les 4 consignes de couple des moteurs; les sorties considérées sont les tensions de bande. Le comportement du système à basse fréquence est modifié de façon importante. Si le centre de gravité est placé du côté du contrepoids ($L_{cg} = -0.07m$) le comportement fréquentiel ne contient aucun pic de résonance à basse fréquence. Si le centre de gravité est placé entre l'axe de rotation et le rouleau libre ($L_{cg} = 0.07m$ et $L_{cg} = 0.25m$), des pics de résonance apparaissent. Si la distance entre le centre de gravité et l'axe de rotation du danseur est augmentée, les pics de résonance sont déplacés vers les hautes fréquences et leurs amplitudes sont augmentées. Finalement, si le centre de gravité est placé sur le centre de rotation, c'est à dire si le danseur pendulaire est parfaitement équilibré, le gain statique est constant sur une plus grande plage de fréquences et le système devrait donc être plus facile à commander. Cependant, l'équilibre parfait est difficile à atteindre.

1.6 Influence de la variation de paramètres en boucle ouverte

L'influence d'une variation de l'élasticité de la bande sur le comportement dynamique du système en boucle ouverte a été étudiée dans la thèse de V. Gassmann [Gas11] : l'amplitude et la fréquence de certains pics de résonance, dans le domaine fréquentiel, dépendent de l'élasticité de bande. L'influence de la vitesse de défilement nominale V_0 de la bande a également été étudiée dans [Gas11] : lorsque la vitesse augmente, l'amplitude des pics de résonance diminue.

En complément, nous étudions cette fois-ci l'influence des rayons des bobines de l'enrouleur et du dérouleur sur le comportement fréquentiel en boucle ouverte du système étudié.

1.6.1 Influence des rayons

La figure 1.15 illustre le comportement fréquentiel du système étudié (figure 1.8) en boucle ouverte, pour différents rayons de bobines.

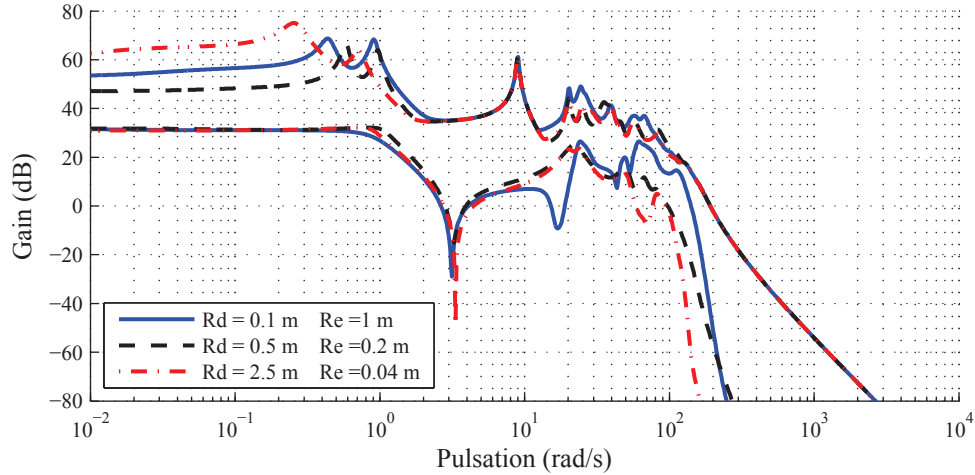


FIGURE 1.15 – Valeurs singulières minimales et maximales pour différentes valeurs des rayons

Les rayons des bobines ont principalement une incidence sur le gain statique du système et sur les deux premiers pics de résonance. Les résonances à plus hautes fréquences ne sont pas modifiées par les rayons des bobines. Koç [Koç00] montre que le gain statique entre la consigne de couple u appliquée au dérouleur ou à l'enrouleur et la tension T proche de ceux-ci est inversement proportionnel au rayon :

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{T(s)}{U(s)} \approx \frac{K}{R} \quad (1.56)$$

où K est la constante de couple du moteur.

1.7 Conclusion

Ce chapitre a permis de rappeler les équations phénoménologiques développées antérieurement et nécessaires à la modélisation des systèmes d'entraînement de bandes flexibles. A partir de ces équations, les modèles non-linéaire et linéaire des éléments primitifs composant une ligne d'entraînement de bandes ont été construits. Puis, les modèles de ces éléments primitifs ont été assemblés afin de construire les simulateurs complets des deux systèmes étudiés dans de ce mémoire. De plus, un système innovant et spécifique, le danseur-accumulateur, a été modélisé.

L'influence du danseur a ensuite été étudiée. Le comportement fréquentiel du système en boucle ouverte, avec et sans danseurs, a été présenté. La présence de danseurs modifie de façon significative les valeurs singulières en boucle ouverte. Le danseur ajoute un filtre passe-bas et permet donc d'éliminer les perturbations de fréquences plus élevées. L'étude de l'équilibrage du danseur a montré que la position de son centre de gravité a une importance sur le comportement du système en boucle ouverte. Il faut cependant noter que la force appliquée par le vérin du danseur n'est pas prise en compte dans l'analyse fréquentielle et que celle-ci va peut-être annuler l'influence de la position du centre de gravité. Ce point sera étudié par la suite.

L'influence de la variation des rayons des bobines a également été étudiée et a permis de montrer que la variation des rayons modifie le gain statique du système en boucle ouverte.

2

Commande robuste décentralisée de type H_∞

Sommaire

2.1	Introduction, état de l'art, motivation	33
2.2	Commande industrielle	34
2.2.1	Commande en couple	35
2.2.1.1	Pré-compensation	35
2.2.2	Asservissement de vitesse	35
2.2.3	Asservissement de vitesse ou de position?	37
2.2.4	Asservissement de tension	37
2.3	Commande avancée de tension : approche H_∞	38
2.3.1	Résolution du problème H_∞ standard	38
2.3.2	Résolution du problème H_∞ avec contraintes d'ordre et de structure	39
2.3.2.1	Synthèse centralisée des correcteurs du banc industriel	40
2.3.2.2	Synthèse décentralisée des correcteurs du banc industriel	43
2.3.2.3	Comparaison des synthèses décentralisée et simultanée : analyse fréquentielle des fonctions de transfert	47
2.3.2.4	Stabilité du système global asservi, en présence de variations de paramètres	49
2.4	Influence de la variation de paramètres en boucle fermée	50
2.4.1	Influence de la vitesse de défilement	51
2.4.2	Influence des rayons	53
2.4.3	Influence de l'élasticité de la bande	57
2.5	Conclusion	60

2.1 Introduction, état de l'art, motivation

Les systèmes d'entraînement de bandes flexibles nécessitent l'asservissement de deux grandeurs : la vitesse de défilement et la tension de la bande. Le but est de convoier la bande à la vitesse voulue tout en maintenant la tension dans un intervalle acceptable autour de la consigne. La taille de cet intervalle dépend de l'application et du type de matériau utilisé. Par exemple, l'impression sur un support élastique nécessite que la tension soit contrôlée de façon très précise afin de ne pas déformer les motifs. Les besoins toujours croissants de l'industrie en terme de qualité et de cadence de production conduisent à l'élaboration de commandes de plus en plus performantes.

La commande en vitesse de chaque moteur est bien maîtrisée et ne conduit pas à des difficultés majeures. Gassmann [Gas11] propose cependant de l'améliorer en remplaçant les traditionnels correcteurs PI par des correcteurs IP. Ce choix est évidemment justifié et détaillé par la suite. Des travaux récents [MFK13] ont montré que l'utilisation d'une commande en position à la place de la commande en vitesse peut être envisagée et qu'elle possède certains avantages.

La grandeur la plus difficile à asservir est la tension de bande. La principale raison de cette difficulté est le fort couplage qui existe d'une part entre vitesse et tension de bande et d'autre part entre les tensions des différents brins de bande. Son asservissement est étudié depuis de nombreuses années et les premiers travaux ont été menés au début des années 90, d'une part par Wolfermann [Wol95] qui dresse un inventaire des méthodes utilisées à l'époque et des défis à venir. D'autre part, aux Etats-Unis, Shin [Shi91] commence ses travaux sur la commande de tension décentralisée. L'asservissement de tension peut se faire de deux façons, soit par retour d'états soit par retour de sorties.

Pour la commande par retour de sorties, l'approche H_∞ est très intéressante puisqu'elle permet de minimiser le pic de résonance maximum (dans le domaine fréquentiel) du système en boucle fermée. Cette méthode est appliquée aux systèmes d'entraînement de bandes flexibles pour la synthèse de correcteurs de tension de bande centralisés dans [Koç00] et [KKdMA02]. Des correcteurs avec séquençement de gain ont également été développés dans [Koç00].

Un des défauts de la synthèse centralisée est que l'ordre des correcteurs obtenus est supérieur à l'ordre du système à commander. Cette approche n'est donc pas applicable aux systèmes de grandes dimensions. La commande décentralisée, qui implique le découpage de la machine en sous-systèmes, est utilisée afin de palier ce problème. Le découpage en sous-systèmes est présenté dans [BKO08] [KLGK03]; le découpage du système expérimental de l'Université est présenté dans [GK11]. Cependant, l'industrie utilise principalement des correcteurs de type PI ou PID. La synthèse de tels correcteurs par approches H_∞ nécessite la résolution d'inégalités matricielles bilinéaires (BMI) qui est un problème non convexe et difficile [BOK06] [BKO08]. Les récents progrès dans les algorithmes d'optimisation non-convexe ont permis la synthèse de correcteurs de tension de bande à ordre et structure fixés à l'avance [KHMV07] [GKPB11] [Gas11].

Cependant, ces approches, bien qu'ayant des performances élevées, ne sont pas assez robustes aux variations de paramètres et notamment d'élasticité de bande. Pour palier ce problème, Gassmann et Knittel ont proposé une méthode de synthèse H_∞ de correcteurs PI-LPV pour les systèmes d'entraînement de bandes [GK11].

Pour la commande par retour d'états, les approches de type Linéaire Quadratique ont été introduites par Pagilla [PSD07]. Cependant, les principaux travaux de synthèse de commandes par

2.2.1 Commande en couple

Le correcteur de couple est généralement préprogrammé dans le variateur industriel. La boucle de courant (qui correspond à un asservissement de couple) est rapide, typiquement un temps de réponse de l'ordre de la milliseconde [Koç00]. En choisissant la période d'échantillonnage des correcteurs de vitesse et de tension de bande (ou position danseur) supérieure au temps d'établissement de l'asservissement de couple, ce qui est le cas pour la plupart des commandes industrielles, alors la boucle interne d'asservissement de couple peut être approximée par un simple gain noté K_i [Kni03]. Dans la suite de ce mémoire, la commande en couple ne sera plus représentée dans les différents schémas de commande.

2.2.1.1 Pré-compensation

Afin d'améliorer l'asservissement des moteurs, un terme de pré-compensation ou feedforward (FF sur la figure 2.1) est ajouté à la sortie du correcteur de vitesse. Ce terme permet d'éliminer l'effet des frottements secs et visqueux. Il permet également de compenser le couple de traction de la bande sur le rouleau motorisé. Ce terme peut être aisément calculé en décompensant la consigne en couple du moteur en un terme de pré-compensation u_{0_i} et un terme u_i correspondant à la sortie du correcteur de vitesse. La relation (1.1) peut se réécrire :

$$\frac{d}{dt}(J_i\Omega_i) = \frac{d}{dt}\left(\frac{J_i V_i}{R_i}\right) = R_i(T_i - T_{i-1}) + K_i(u_{0_i} + u_i) - f(\Omega_i) - C_{fs_i} \quad (2.1)$$

En choisissant le terme de pré-compensation de la manière suivante :

$$u_{0_i}(t) = \frac{R_i(t)(T_{i-1}(t) - T_i(t)) + f(\Omega_i(t)) + C_{fs_i}}{K_i} \quad (2.2)$$

alors la fonction de transfert entre la consigne de couple u_i et la vitesse du moteur Ω_i se réduit à une expression simple :

$$\frac{\Omega_i(s)}{u_i(s)} = \frac{K_i}{J_i s} \quad (2.3)$$

La valeur de ce terme de pré-compensation n'est pas constante et varie dans le temps. En effet, la tension de bande et les frottements évoluent au cours du temps. De plus, dans le cas du dérouleur et de l'enrouleur, le rayon de la bobine et la vitesse angulaire varient également.

Ce terme de pré-compensation peut être approximé en utilisant les valeurs de consigne au lieu des mesures, notamment pour la tension de bande et la vitesse angulaire. De plus, comme sa variation est lente (excepté dans le cas d'un saut de tension de bande), il peut être calculé à une fréquence d'échantillonnage plus faible que celle utilisée pour les correcteurs de vitesse et de tension.

Une manière plus précise pour calculer ce terme de pré-compensation est présentée dans [KAVP06].

2.2.2 Asservissement de vitesse

L'asservissement de vitesse est présent dans la structure de commande de chaque moteur de la ligne d'entraînement. Pour le tracteur maître, il permet de garantir le respect de la consigne de vitesse de la ligne. Pour les autres tracteurs, la commande en vitesse constitue une aide à l'asservissement de la tension de bande (ou à l'asservissement de la position du danseur, selon le cas). Pour les autres tracteurs, se pose la question si un asservissement en position angulaire

(du tracteur) n'aurait pas été préférable. Cette question a été étudiée dans [MFK13]. La boucle de vitesse peut, la plupart du temps, être directement programmée dans le variateur industriel. Le correcteur de vitesse est généralement un correcteur PI. Une alternative intéressante est l'utilisation d'un correcteur IP qui a l'avantage de ne pas introduire de zéro dans la boucle fermée.

Le choix du correcteur de vitesse s'est porté sur l'utilisation d'un correcteur IP. En effet, pour des performances identiques, le correcteur IP permet d'obtenir un signal de commande inférieur [Gas11]. Le schéma de la commande en vitesse est donné à la figure 2.2.

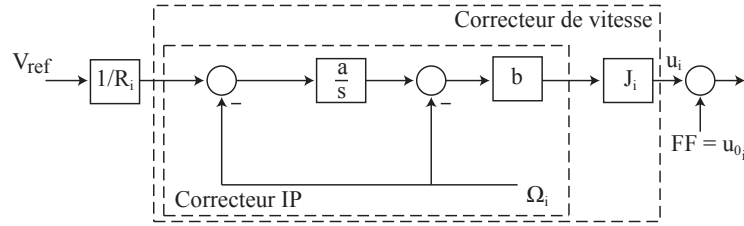


FIGURE 2.2 – Correcteur IP de vitesse

La consigne de vitesse linéaire V_{ref} est divisée par le rayon (de la bobine ou du rouleau tracteur) afin d'obtenir une consigne de vitesse de rotation Ω . La sortie du correcteur de vitesse est multipliée par l'inertie du rouleau ou de la bobine afin de désensibiliser la boucle fermée de vitesse aux variations de l'inertie (ce qui est le cas pour le dérouleur et l'enrouleur).

a et b sont les paramètres du correcteur IP à déterminer. La fonction de transfert en boucle fermée, considérant la fonction de transfert de la relation 2.3, devient [Gas11] :

$$\frac{\Omega_i(s)}{\Omega_{ref}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{s}{a} + \frac{s^2}{abK_i}} \quad (2.4)$$

La relation (2.4) montre bien que le correcteur IP n'introduit pas de zéro dans la boucle fermée. L'utilisation d'un correcteur PI aurait donné [Gas11] :

$$\frac{\Omega_i(s)}{\Omega_{ref}(s)} = \frac{1 + \tau s}{1 + \tau s + \frac{s^2}{kK_i}} \quad (2.5)$$

Le correcteur IP peut aisément être réglé en fixant le facteur d'amortissement ζ_v et la fréquence de coupure ω_v souhaités. Les paramètres a et b deviennent :

$$\begin{cases} a = \frac{\omega_v}{2\zeta_v} \\ b = \frac{\omega_v^2}{aK_i} \end{cases} \quad (2.6)$$

ω_v est à choisir avec précaution. Fixer une bande passante trop élevée peut s'avérer utopique dans le cas d'une implémentation industrielle. La figure 2.3 montre les résultats de simulations temporelles et le diagramme de Bode de la boucle de vitesse pour différentes valeurs de ω_v .

La figure 2.3(a) montre les résultats de simulation du modèle non-linéaire d'un tracteur prenant en compte les frottements secs et visqueux. La figure 2.3(b) donne le diagramme de Bode de la boucle fermée de vitesse pour le modèle linéarisé. La commande en tension de bande peut maintenant être étudiée.

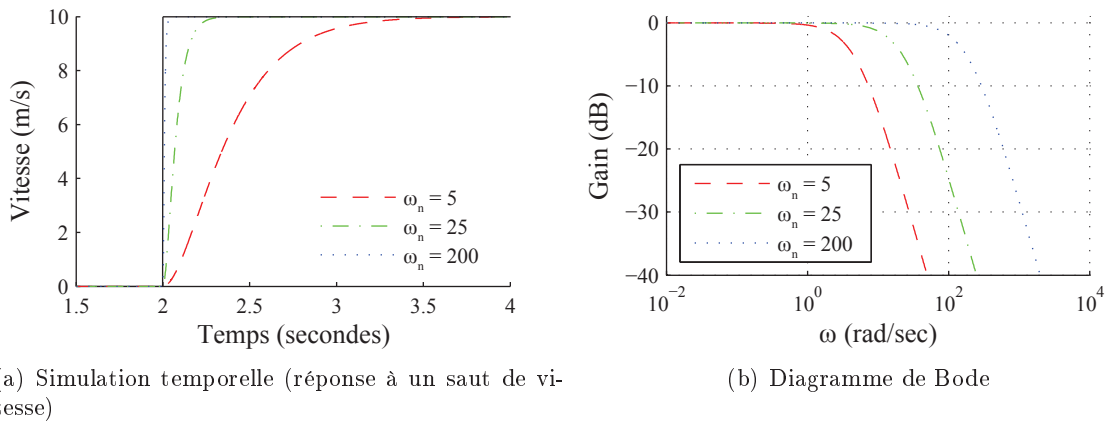


FIGURE 2.3 – Comparaison du comportement de la boucle de vitesse pour différentes valeurs de ω_n

2.2.3 Asservissement de vitesse ou de position ?

Les approches présentées utilisent toutes une commande en vitesse pour chacun des tracteurs motorisés. Il a été observé que le comportement des tensions, en remplaçant la commande en vitesse par une commande en position angulaire, est différent. Une comparaison détaillée des deux structures de commande est présentée dans [MFK13].

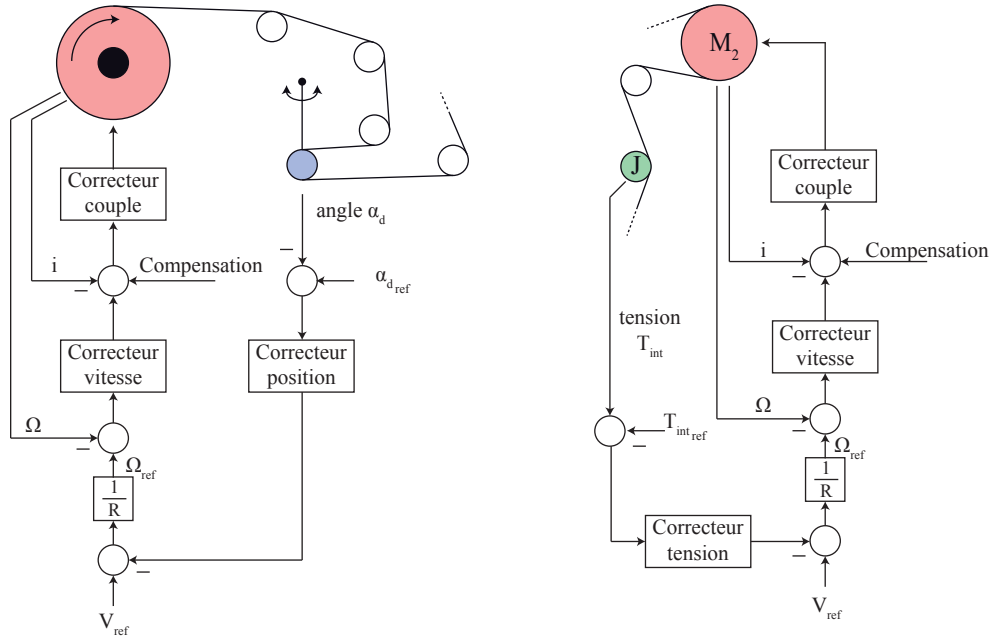
2.2.4 Asservissement de tension

La tension de bande peut être asservie de deux manières : soit la commande directe qui utilise des capteurs de force à jauges de contrainte pour mesurer la tension, soit la commande indirecte qui utilise un danseur qu'il s'agit d'asservir en position (la pression du vérin réglée de façon adéquate donne la tension de bande voulue lorsque le danseur est à sa position nominale). Les deux types de commande en tension sont illustrés à la figure 2.4.

La synthèse de la commande en tension est un problème difficile pour plusieurs raisons. [Koç00] et [Shi00] mettent en évidence le fort couplage présent dans les systèmes d'entraînement de bandes flexibles. En effet, la variation de la consigne de vitesse de défilement de la bande conduit à des variations sur les tensions de bande de la ligne. De même, une variation de la consigne de tensions conduira à des variations de vitesse. De plus, les équations phénoménologiques montrent que la tension d'un brin de bande dépend de la tension dans les brins de bande adjacents.

En plus du fort couplage, de nombreux paramètres (le rayon des bobines, l'élasticité de la bande, la vitesse de défilement, ...) peuvent varier de façon significative au cours du temps et altérer les performances de la commande. L'utilisation de commandes robustes est donc indispensable [Kni03].

Enfin la dernière difficulté de la synthèse de correcteurs de tension est la grande dimension des systèmes considérés.



(a) Asservissement indirect de tension à l'aide d'un danseur (b) Asservissement direct de tension à l'aide de capteurs de force

FIGURE 2.4 – Commande industrielle (a) d'un dérouleur avec danseur – (b) d'un tracteur avec capteurs de force

2.3 Commande avancée de tension : approche H_∞

La synthèse H_∞ étant principalement utilisée dans ce mémoire, une attention particulière est portée à sa description. Dans un premier temps, la résolution du problème H_∞ standard est présentée. Puis, l'ajout de filtres de pondération permettant de contraindre le comportement fréquentiel du système est étudié. Finalement, la synthèse H_∞ d'ordre et de structure fixes est appliquée à la synthèse des correcteur PI de tension du banc industriel. Deux approches sont utilisées et comparées entres-elles : la synthèse simultanée de tous les correcteurs développée dans le cadre de ce travail est comparée à la synthèse décentralisée [Gas11].

2.3.1 Résolution du problème H_∞ standard

La synthèse d'un correcteur par approche H_∞ consiste à trouver un correcteur qui minimise une fonction de transfert pondérée par des filtres (wighting filters), au sens de la norme H_∞ , et qui assure la stabilité asymptotique du système bouclé.

La synthèse de la commande classique H_∞ avec filtres de pondération est décrite à l'annexe C de ce mémoire.

Dans le cadre de ce travail, nous nous basons sur le schéma de synthèse S/KS/T avec modèle de référence présenté à la figure 2.5.

La résolution peut se faire à l'aide de l'équation de Riccati en utilisant l'algorithme de Doyle et Glover [DGKF89] ou en résolvant des inégalités matricielles linéaires (LMI) [IS94].

Dans le cadre de ce travail, les correcteurs H_∞ sont calculés pour la plupart par optimisation, dans l'environnement logiciel modeFrontier.

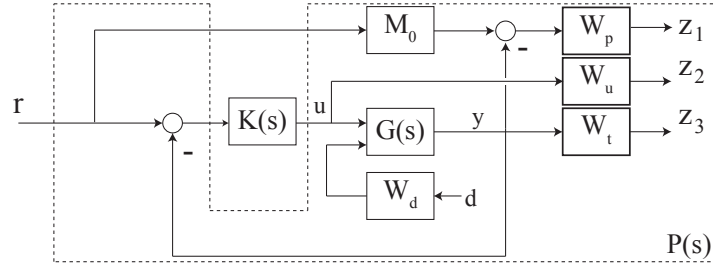


FIGURE 2.5 – Schéma de principe de la synthèse S/KS/T avec modèle de référence

Le choix et le réglage des filtres de pondération sont difficiles et ont donné lieu à de nombreux travaux [LSW91] [Lan05]. La fonction de pondération W_p joue un rôle important sur le comportement de l'erreur entre la sortie du système et la sortie du modèle de référence. Une méthode de réglage de W_p est donnée dans [BWS96]. Il propose de fixer trois critères de réglage : l'erreur statique tolérée ε_b , une bande passante ω_b et un gain maximum du transfert ($M_0 - T$), noté M . La forme de W_p devient :

$$W_p = \frac{s + M\omega_b}{M(s + \varepsilon_b\omega_b)} \quad (2.7)$$

Le filtre W_u est utilisé afin de limiter l'amplitude des signaux de commande. Il peut également être utilisé pour modéliser le comportement des signaux de commande en limitant par exemple leur bande passante.

Le filtre W_t permet de contraindre, en complément de W_p , le comportement du système en boucle fermée. Dans beaucoup de synthèses de commande, W_t est omis [Kni03].

La pondération W_d permet d'augmenter les performances de rejet de perturbations par le correcteur. Les "perturbations" considérées ici sont les forces appliquées par les vérins sur les danseurs et la consigne de vitesse.

2.3.2 Résolution du problème H_∞ avec contraintes d'ordre et de structure

La synthèse standard H_∞ ne permet pas de fixer des contraintes d'ordre et de structure des correcteurs. Cependant plusieurs approches ont été développées pour obtenir des correcteurs d'ordre réduit. On peut citer les méthodes de réduction d'ordre *a posteriori*. Soit on synthétise un correcteur d'ordre plein que l'on réduit ensuite autant que possible, soit on réduit l'ordre du modèle du système puis on synthétise un correcteur d'ordre plein pour ce nouveau système. Les techniques de réduction d'ordre utilisent principalement la décomposition en valeurs singulières de Hankel [SCL90] [FAC⁺99]. Cependant l'ordre du correcteur ne peut pas être fixé au préalable. De plus, les performances et la stabilité ne sont pas toujours garanties.

Il existe également des méthodes directes (*a priori*) qui synthétisent le correcteur d'ordre réduit (et à structure fixe) à partir du système d'ordre plein. Des contraintes d'ordre et de structure sont ajoutées à la synthèse H_∞ , ce qui conduit à la résolution d'une BMI (Bilinear Matrix Inequality). Le problème devient alors non-convexe et non-lisse. De nombreux travaux ont porté sur la résolution de ce type de problème d'optimisation [OHM06] [AN06] [ABN07] [AN07] [Bom07] [SAN09] [SABS11] [SAAN11] [MKSS13a].

La synthèse des correcteurs de tension du banc industriel est réalisée en utilisant deux approches :

d'une part les correcteurs de la structure décentralisée sont synthétisés simultanément (synthèse centralisée) et d'autre part les correcteurs sont synthétisés séparément (synthèse décentralisée). Pour cette dernière approche, le système global est au préalable décomposé en sous-systèmes et chaque correcteur est calculé pour le sous-système concerné, en faisant abstraction des autres sous-systèmes. Les paramètres de la commande en vitesse ont été fixés : $\zeta_v = 1.1$ et $\omega_v = 600$ rad/sec (voir relation (2.6)). Ces paramètres permettent d'obtenir une boucle de vitesse avec une bande passante d'environ 100 Hz, sans résonance. L'influence des spécificités de la boucle de vitesse sur le comportement dynamique de la bande sera étudiée par la suite.

2.3.2.1 Synthèse centralisée des correcteurs du banc industriel

Le schéma de synthèse de la commande décentralisée du banc multi-moteurs de l'UdS, incluant les filtres de pondération, est donné à la figure 2.6. Les correcteurs C_v , qui sont des correcteurs IP, permettent l'asservissement de vitesse des moteurs. Les correcteurs de tension C_T et de position des danseurs C_P sont les correcteurs à synthétiser par l'approche H_∞ . Dans notre cas, nous avons choisi des correcteur PI.

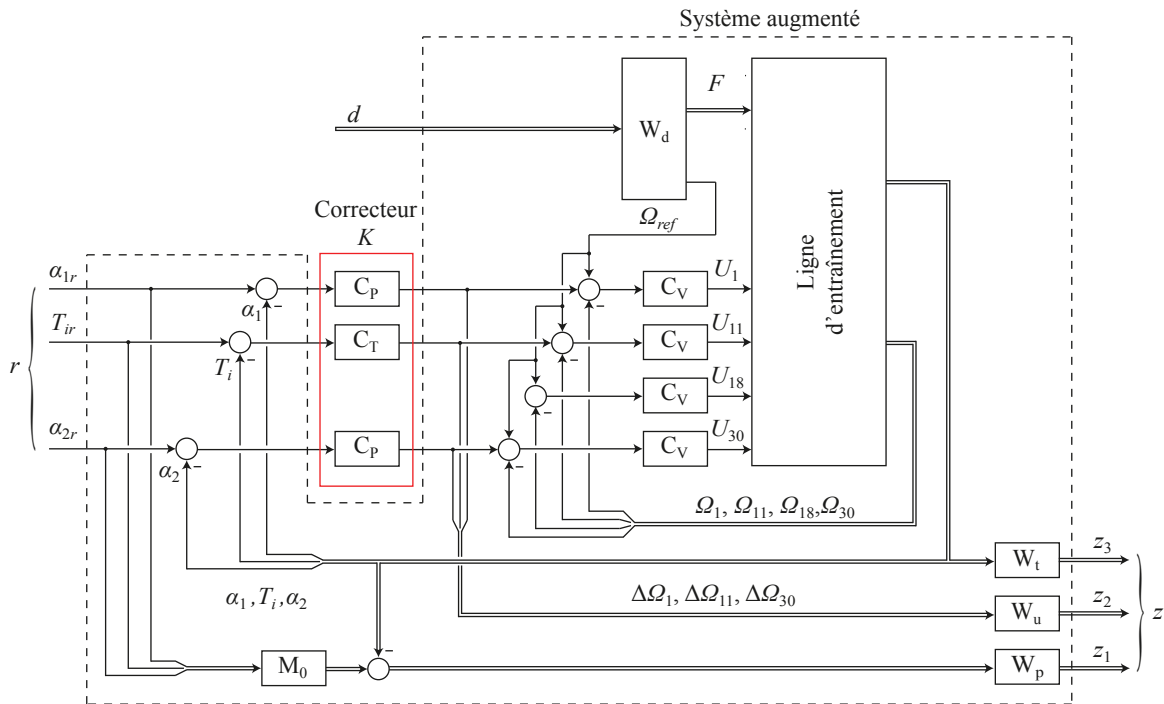


FIGURE 2.6 – Schéma de synthèse de la commande H_∞

En complément des travaux de Gassmann [Gas11] qui fait une synthèse indépendante de chaque correcteur, les correcteurs sont calculés simultanément (synthèse simultanée de la commande décentralisée). Les interactions entre sous-systèmes sont donc prises en compte. La fonction *hinstruct* de l'environnement MATLAB est utilisée dans un premier temps. Cette fonction repose sur l'algorithme de Apkarian et Noll [AN06] qui est un algorithme d'optimisation non-convexe et non-lisse. Il permet de résoudre le problème de synthèse H_∞ d'ordre et de structure fixes avec un nombre limité de calculs.

Les fonctions de pondération choisies ainsi que le modèle de référence sont présentés à la relation (2.9) et sont inspirés des travaux de Gassmann [Gas11]. Une approche avec modèle de référence est utilisée afin de fixer aisément le dépassement et la bande passante des fonctions de transfert considérées. W_p est de la forme donnée à la relation (2.7).

La bande passante ω_b est choisie de manière à être bien supérieure à la pulsation de coupure du modèle de référence (afin de minimiser l'erreur entre la sortie du système et la sortie du modèle de référence). Nous avons choisi $\omega_b = 100 \text{rad/s}$.

Pour W_t , nous avons choisi une dérivée filtrée afin d'augmenter l'atténuation ("roll-off") dans les hautes fréquences de la fonction de sensibilité complémentaire T (voir annexe C).

La pondération W_u est choisie de manière à limiter les signaux de commande.

Dans un premier temps, la pondération W_d est prise égale à 0.

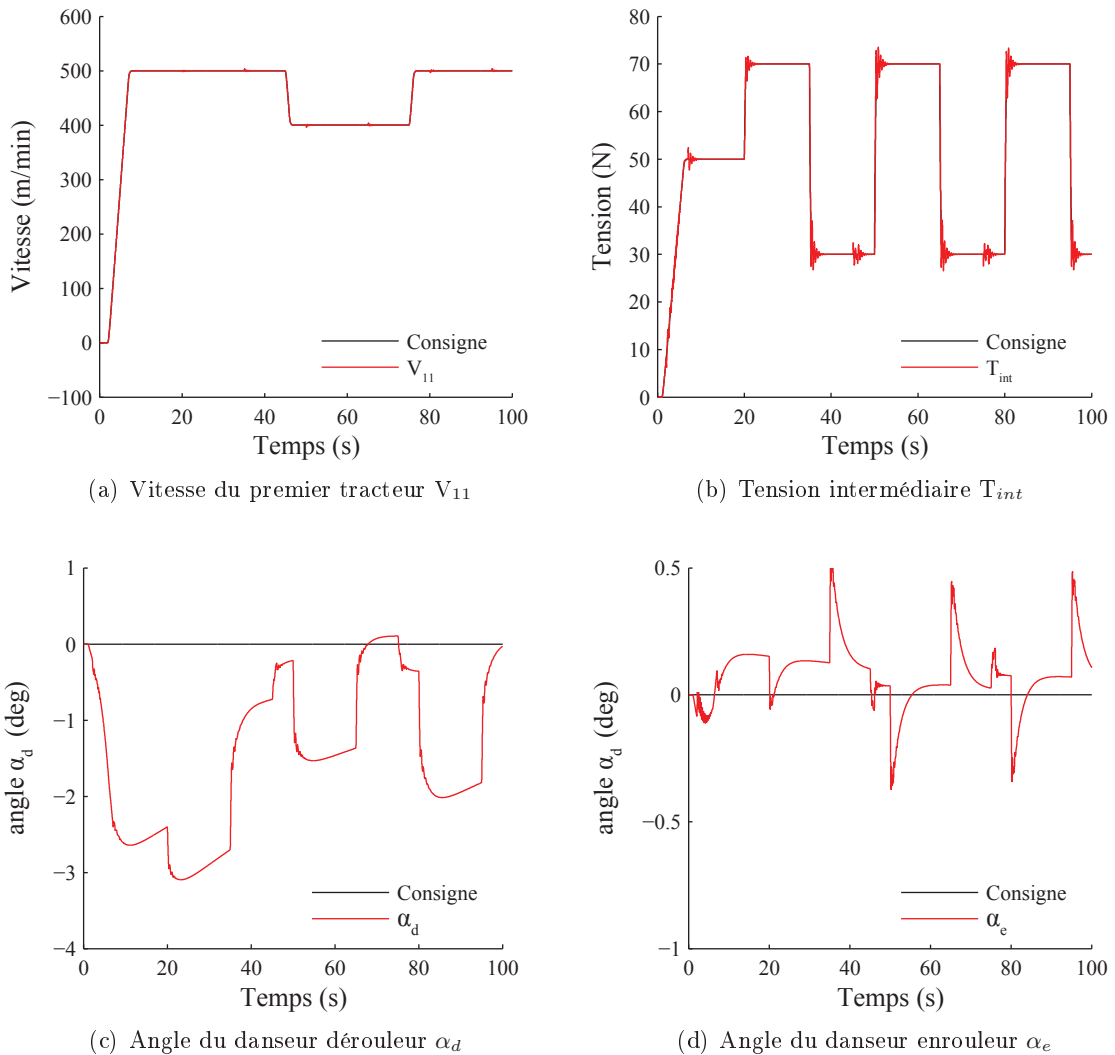


FIGURE 2.7 – Simulation du modèle non-linéaire pour les correcteurs H_∞ de tension/position des danseurs obtenus par synthèse simultanée

$$W = \begin{pmatrix} W_{.1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{.2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{.3} \end{pmatrix} \quad M_0 = \begin{pmatrix} M_{01} & 0 & 0 \\ 0 & M_{02} & 0 \\ 0 & 0 & M_{03} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

avec

$$\begin{aligned} Wp_1(s) &= \frac{100 + s/2}{1 + 0.0001s} & Wp_2(s) &= \frac{100 + s/2}{1 + 0.001s} & Wp_3(s) &= \frac{100 + s/2}{1 + 0.0001s} \\ Wu_1(s) &= 0.0001 & Wu_2(s) &= 0.001 & Wu_3(s) &= 0.001 \\ Wt_1(s) &= \frac{0.005s}{1 + 0.0001s} & Wt_2(s) &= \frac{0.02s}{1 + 0.0001s} & Wt_3(s) &= \frac{0.01s}{1 + 0.0001s} \\ M_{01} &= \frac{1}{1 + \frac{s}{15} + \left(\frac{s}{15}\right)^2} & M_{02} &= \frac{1}{1 + \frac{s}{13} + \left(\frac{s}{13}\right)^2} & M_{03} &= \frac{1}{1 + \frac{s}{10} + \left(\frac{s}{10}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

où W . correspond aux différents filtres Wp , Wt , Wd et Wu .

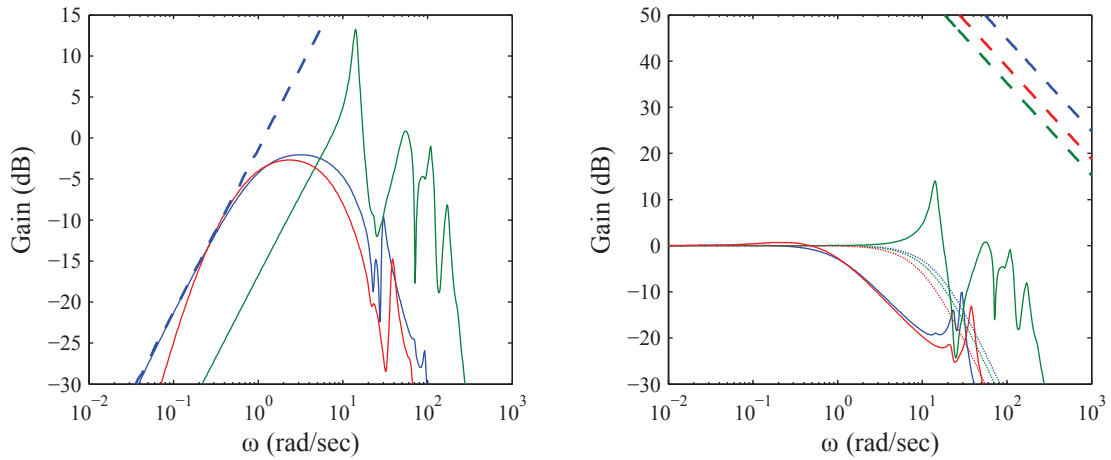
Les correcteurs PI de tension et position de danseurs pendulaires ont été synthétisés simultanément pour l'ensemble du système. Les résultats de la simulation du modèle non-linéaire sont donnés à la figure 2.7.

La consigne et la mesure de la vitesse du premier tracteur sont données à la figure 2.7(a). La consigne et la mesure de la tension intermédiaire sont données à la figure 2.7(b). Les sauts en créneaux appliqués sur les consignes de vitesse et de tension de bande ne sont présents que dans le but de valider les performances en suivi de consignes et en découplage vitesse-tension ; ils ne correspondent donc pas au type de consignes utilisé dans l'industrie (l'industrie utilise des consignes constantes). Les deux figures montrent que les performances en suivi de consignes de tension et de vitesse sont très bonnes. De plus, le couplage vitesse-tension de bande est quasiment annulé puisque des variations de tension n'entraînent pas de variations de vitesse importantes et *vice-versa*.

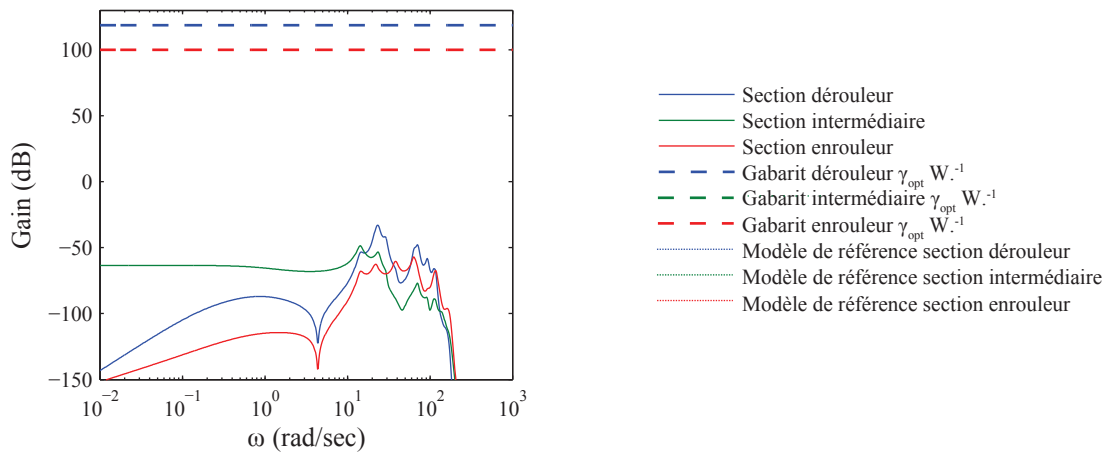
Les figures 2.7(c) et 2.7(d) donnent les mesures de la position angulaire des danseurs pendulaires. La position du danseur de la section de déroulement varie de moins de 5 degrés. Dans la section d'enroulement, le danseur pendulaire conserve une position très proche de la position nominale.

Le comportement fréquentiel du système est illustré à la figure 2.8. Les gabarits (inverse des filtres de pondération multiplié par γ_{opt}) sont ajoutés en pointillés. La figure 2.8(a) montre le comportement de l'erreur entre modèle de référence et le système. Les résultats pour les sections enrouleur et dérouleur sont très similaires alors que les résultats de la section intermédiaire sont plus "chahutés". Le même constat peut être fait sur la figure 2.8(b) qui présente la fonction de sensibilité complémentaire T (fonction de transfert en boucle fermée). Finalement, la figure 2.8(c) présente la fonction de transfert $K.S$ du système en boucle fermée (qui représente la fonction de transfert entre le signal de sortie du correcteur et la consigne). Le comportement des sections dérouleur et enrouleur sont, une fois de plus, très similaires. Le signal de commande de la section intermédiaire a un gain supérieur par rapport aux autres sections, dans les basses fréquences.

Le modèle de référence choisi pour chaque sous-système devrait fixer la bande passante de la boucle fermée pour chaque sous-système. En réalité, une synthèse simultanée des correcteurs ne permet pas forcément d'obtenir cet objectif. En effet, cette synthèse conduit à un optimum global γ_{opt} qui ne correspond pas forcément à l'optimum de chaque sous-système.



(a) Erreur entre modèle de référence et le système : $M_0 - T$ (b) Fonctions de sensibilité complémentaire T et pondération W_t



(c) Fonction de transfert de la commande KS

FIGURE 2.8 – Comportement fréquentiel du système en boucle fermée avec les gabarits pour la synthèse simultanée des correcteurs de tension/position des danseurs pour $W_d = 0$

2.3.2.2 Synthèse décentralisée des correcteurs du banc industriel

Les résultats de la synthèse simultanée des correcteurs, présentés auparavant, sont maintenant comparés aux résultats de la synthèse décentralisée décrite dans [Gas11]. La synthèse décentralisée a nécessité au préalable le découpage du système global en 4 sous-systèmes, chacun contenant un seul actionneur (rouleau motorisé ou bobine entraînée par un moteur) et des rouleaux libres. Le schéma du principe de découpage utilisé est présenté à la figure 2.9. Ensuite le correcteur (de tension ou de position du danseur) correspondant à chaque sous-système est synthétisé.

La représentation d'états du système global asservi en vitesse (et courant) peut être mise sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & A_{12} & 0 & 0 \\ A_{21} & \mathbf{A}_2 & A_{23} & 0 \\ 0 & A_{32} & \mathbf{A}_3 & A_{34} \\ 0 & 0 & A_{43} & \mathbf{A}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Les indices i (avec $i = 1, 2, 3, 4$) donnent le numéro du sous-système.

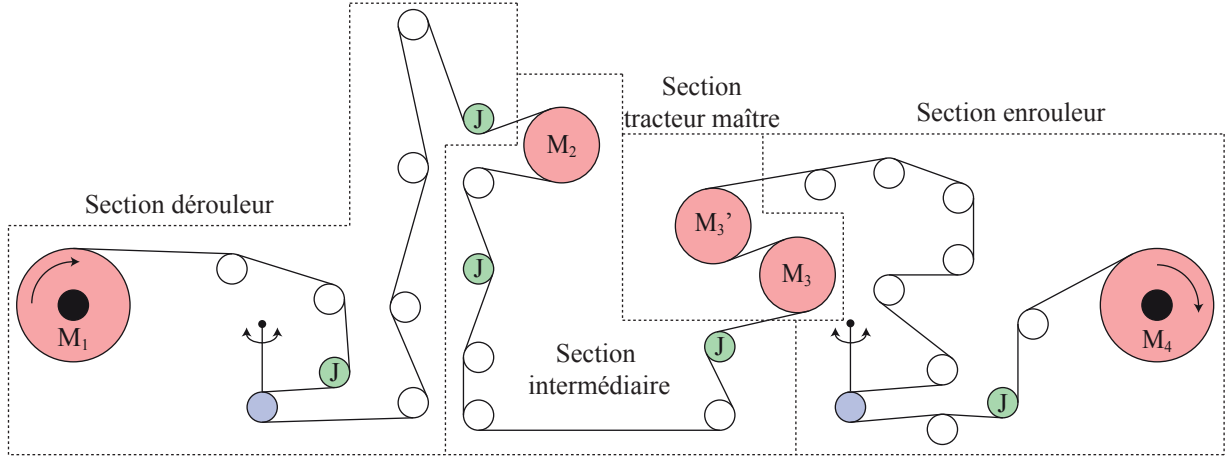


FIGURE 2.9 – Découpage en sous-systèmes du banc industriel

Dans la section dérouleur, la tension de bande est asservie par un danseur pendulaire. La représentation d'états du sous-système contient :

- le vecteur d'entrée $u_1 = [u_d \ F_1 \ \dot{L}_4 \ \dot{L}_5]^T$ composé du signal de commande du moteur du dérouleur u_d , de la force F_1 appliquée par le vérin sur le bras du danseur et des variations de longueurs des brins de bande en amont et en aval du danseur pendulaire (voir figure 1.6).
- le vecteur d'état $x_1 = [V_1 \ T_1 \ V_2 \ T_2 \ \cdots \ V_{10} \ T_{10} \ \alpha_d \ \dot{\alpha}_d]^T$ composé des vitesses linéaire V_i des rouleaux, des tensions T_i des brins de bande, de la position angulaire du danseur α_d et de sa dérivée $\dot{\alpha}_d$.
- le vecteur de sortie $y_1 = [\Omega_d \ \alpha_d]^T$ comprenant la vitesse angulaire du dérouleur Ω_d et la position angulaire du danseur α_d .

Dans la section intermédiaire, la tension est asservie en utilisant les capteurs de force à jauges de contrainte présents sur le rouleau 13. La représentation d'état de ce sous-système comprend :

- le vecteur d'entrée $u_2 = u_{11}$ composé du signal de commande du premier moteur tracteur u_{11} .
- le vecteur d'état $x_2 = [V_{11} \ T_{11} \ V_{12} \ T_{12} \ \cdots \ V_{17} \ T_{17}]^T$ composé des vitesses V_i des rouleaux et des tensions T_i des brins de bande .

- le vecteur de sortie $y_2 = [\Omega_{11} \ T_{int}]^T$ comprenant la vitesse angulaire du premier tracteur Ω_{11} et la tension intermédiaire $T_{int} = \frac{T_{12} + T_{13}}{2}$.

Dans la section maitre, le tracteur maitre est asservi uniquement en vitesse (et en couple), il n'y a aucun asservissement de tension de bande. La représentation d'état de ce sous-système comprend :

- le vecteur d'entrée $u_3 = u_{18}$ composé du signal de commande du deuxième moteur tracteur u_{18} .
- le vecteur d'état $x_3 = [V_{18} \ T_{18} \ V_{19}]^T$ composé des vitesses V_i des deux rouleaux tractés par le second tracteur et de la tension entre ceux-ci c'est à dire T_{18} .
- le vecteur de sortie $y_3 = \Omega_{18}$ composé de la vitesse angulaire du rouleau 18 ($\Omega_{18} = \Omega_{19}$)

A l'instar de la section dérouleur, la section enrouleur contient :

- le vecteur d'entrée $u_4 = [u_e \ F_2 \ \dot{L}_{25} \ \dot{L}_{26}]^T$ composé du signal de commande u_e du moteur de l'enrouleur, de la force F_2 appliquée par le vérin sur le bras du danseur et des variations de longueurs des brins de bande en amont et en aval du danseur pendulaire (\dot{L}_{25} et \dot{L}_{26}).
- le vecteur d'état $x_4 = [T_{19} \ V_{20} \ T_{20} \ \dots \ T_{29} \ V_{30} \ \alpha_e \ \dot{\alpha}_e]^T$ composé des vitesses V_i des rouleaux, des tensions T_i des brins de bande, de la position α_e angulaire du danseur et de sa dérivée.
- le vecteur de sortie $y_1 = [\Omega_e \ \alpha_e]^T$ composé de la vitesse angulaire Ω_e de l'enrouleur et de la position angulaire α_e du danseur.

Les éléments non diagonaux ($A_{12}, A_{21}, A_{23}, A_{32}, A_{34}$ et A_{43}) de la matrice A (voir (2.10)) sont négligés dans la synthèse "décentralisée" des correcteurs de tension/ position des danseurs. On néglige par conséquent le couplage entre sous-systèmes (le couplage étant réalisé par la bande elle-même).

Cette approche a l'avantage de pouvoir imposer (séparément) le comportement dynamique de chaque actionneur. Pour les deux stratégies de synthèse des correcteurs (synthèse simultanée et synthèse décentralisée), nous avons utilisé les mêmes filtres de pondération. Les correcteurs de chaque sous-système sont synthétisés dans l'environnement MATLAB/Simulink à l'aide de l'algorithme développé par Apkarian et Noll [AN06].

La figure 2.10 présente les résultats de simulation du système avec les correcteurs synthétisés de façon décentralisée. Nous avons utilisé un autre algorithme d'optimisation que dans [Gas11] et nous avons obtenu des résultats légèrement meilleurs. Des sauts de consignes de vitesse et de tension de bande sont introduits alternativement afin de visualiser les performances en suivi de consignes et en découplage tension/vitesse. L'asservissement de la position angulaire des danseurs donne de très bons résultats : les variations angulaires sont très faibles, même en présence de sauts de vitesse et de tension de bande. Le suivi de consigne de vitesse est excellent, le suivi de tension présente un léger dépassement tout à fait acceptable (en réalité on n'applique pas de sauts de consignes).

La figure 2.11 montre le comportement fréquentiel du système avec les correcteurs synthétisés de façon décentralisée. La comparaison de ces résultats avec ceux de la figure 2.8 permet plusieurs observations :

- Les fréquences de coupure de chaque fonction de transfert sont mieux respectées avec les

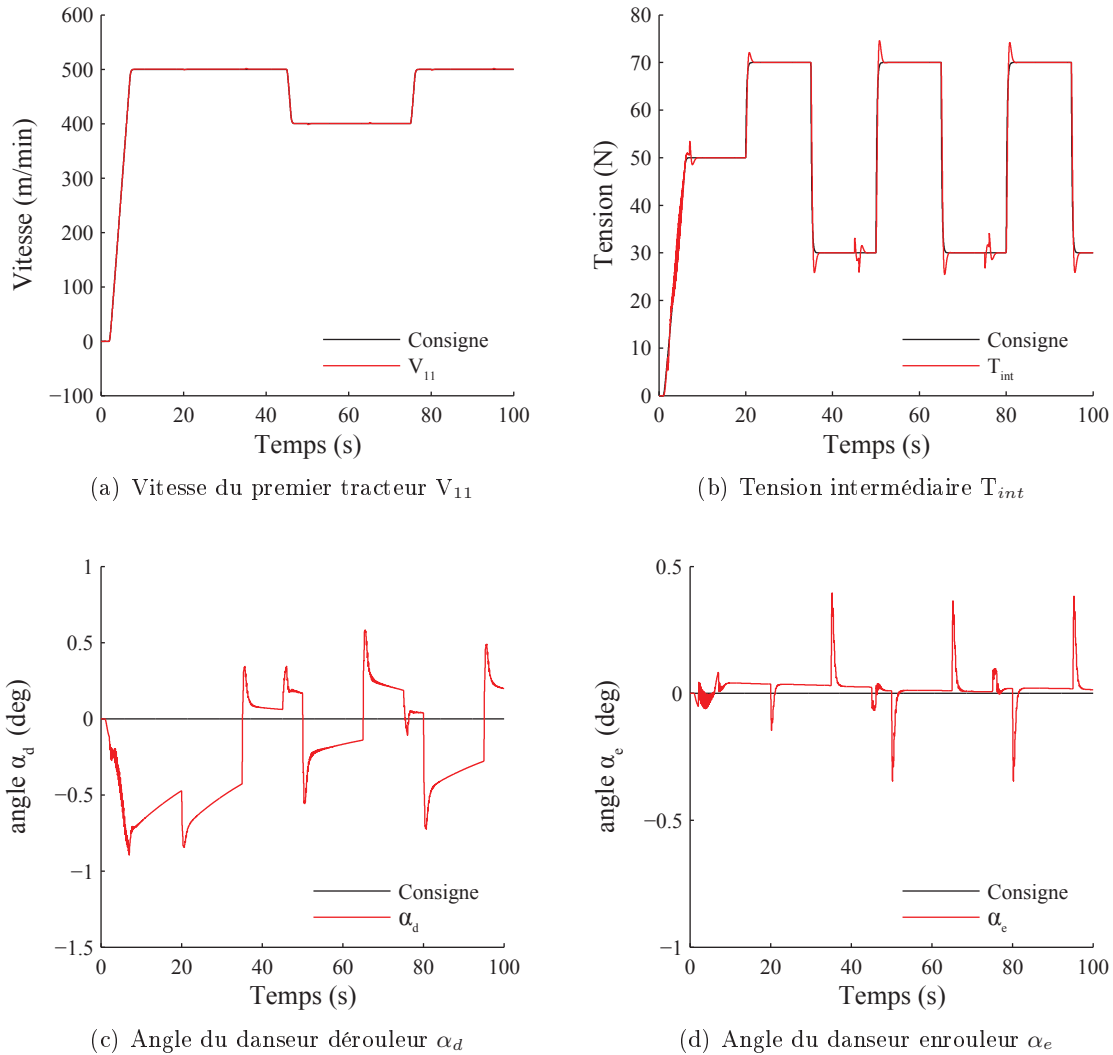
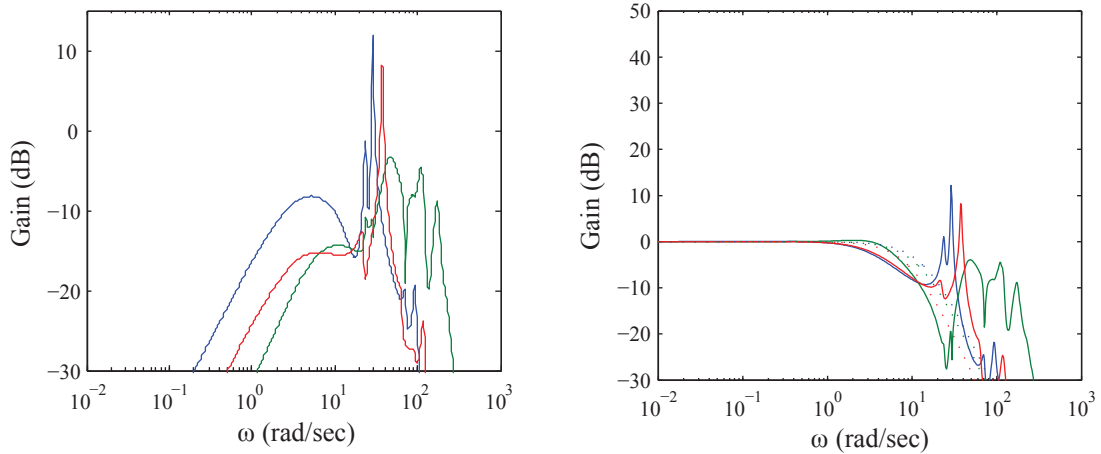


FIGURE 2.10 – Simulation du modèle non-linéaire pour les correcteurs de tension/ position des danseurs obtenus par synthèse décentralisée

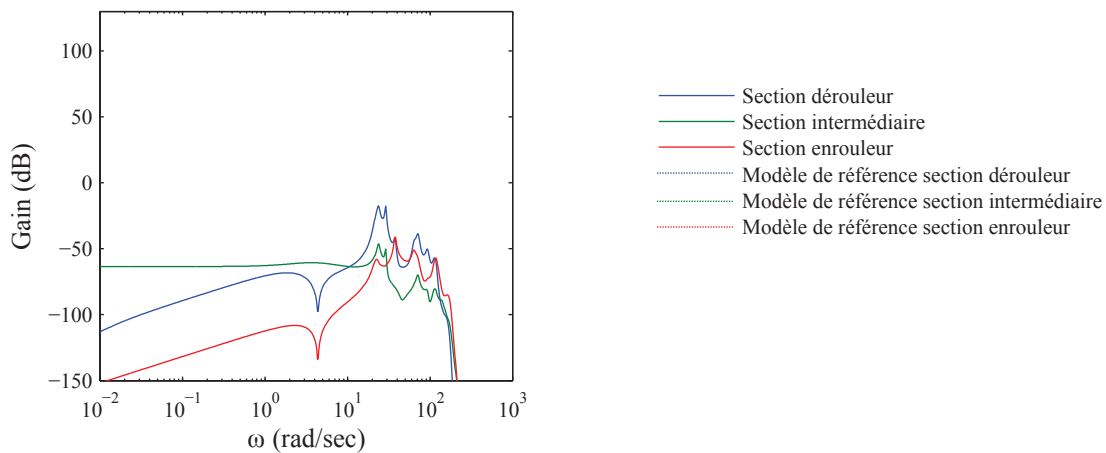
correcteurs synthétisés de façon décentralisée.

- Les fonctions de transfert concernant les danseurs sont plus chahutés avec la synthèse décentralisée.
- Les fonctions de transfert des danseurs (les fonctions de sensibilité complémentaire T) ont des pics de résonance plus importants avec la synthèse simultanée des correcteurs.

En comparant les figures 2.7 et 2.10 on peut déduire que les simulations temporelles de la synthèse décentralisée (où les interactions entre les sous-système sont négligées) sont meilleures que ceux de la synthèse simultanée des correcteurs (où les interactions sont prises en compte). En réalité, il faut également comparer la robustesse paramétrique. Elle sera étudiée plus loin.



(a) Erreur entre modèle de référence et le système $M_0 - T$ et pondération W_p (b) Fonction de sensibilité T et pondération W_t



(c) Signal de commande KS et pondération W_u

FIGURE 2.11 – Comportement fréquentiel du système en boucle fermée pour la synthèse décentralisée des correcteurs de tension/ position des danseurs ($W_d = 0$)

2.3.2.3 Comparaison des synthèses décentralisée et simultanée : analyse fréquentielle des fonctions de transfert

La figure 2.12 montre l'ensemble des fonctions de transfert du système en boucle fermée. Chaque ligne correspond à une sortie et chaque colonne correspond à une entrée. Le modèle de référence M_0 est représenté sur les diagrammes fréquentiels correspondants (les éléments de la diagonale). On remarque tout d'abord que les fonctions de transfert sur la diagonale respectent mieux la bande passante désirée lorsque la synthèse est disjointe. A l'inverse, le comportement des deux danseurs pendulaires est moins chahuté et contient des pics moins élevés pour la synthèse simultanée. Cependant, le comportement de la tension intermédiaire contient un pic de résonance pour la synthèse simultanée.

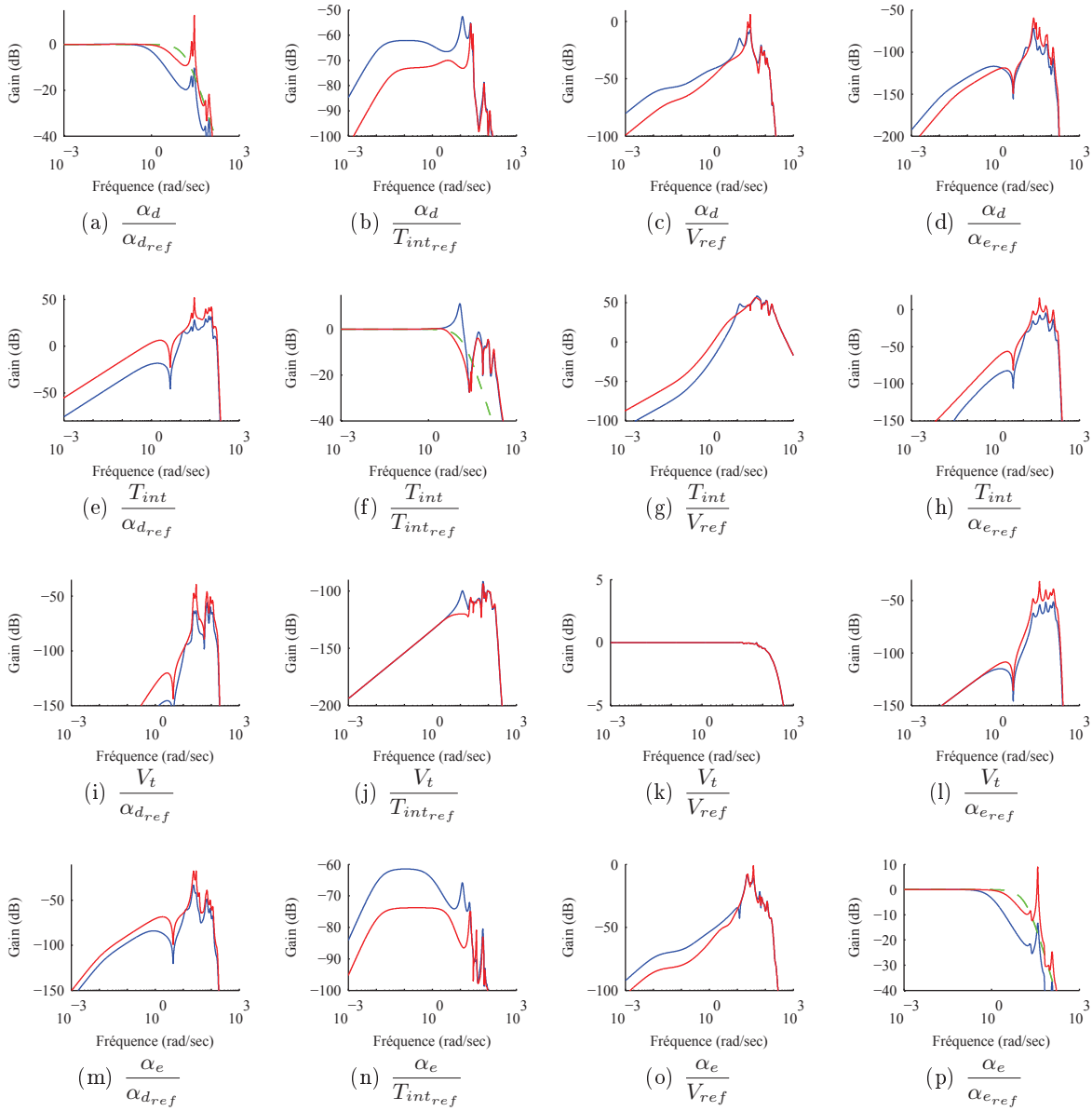


FIGURE 2.12 – Ensemble des fonctions de transfert pour la synthèse centralisée (en bleu) et décentralisée(en rouge)

En considérant les fonctions de transfert hors diagonale, on remarque que les deux synthèses conduisent à des comportements similaires (et certaines sont très proches).

Cependant, pour la plupart des fonctions de transfert hors diagonale, les pics de résonance sont légèrement moins élevés pour la synthèse simultanée.

Les valeurs singulières maximales du système global en boucle fermée sont comparées sur la figure 2.13. On voit que les valeurs singulières maximales du système en boucle fermée conserve un gain statique constant sur une plage de fréquence supérieure, plus d'une décade de plus, quand les correcteurs sont synthétisés simultanément.

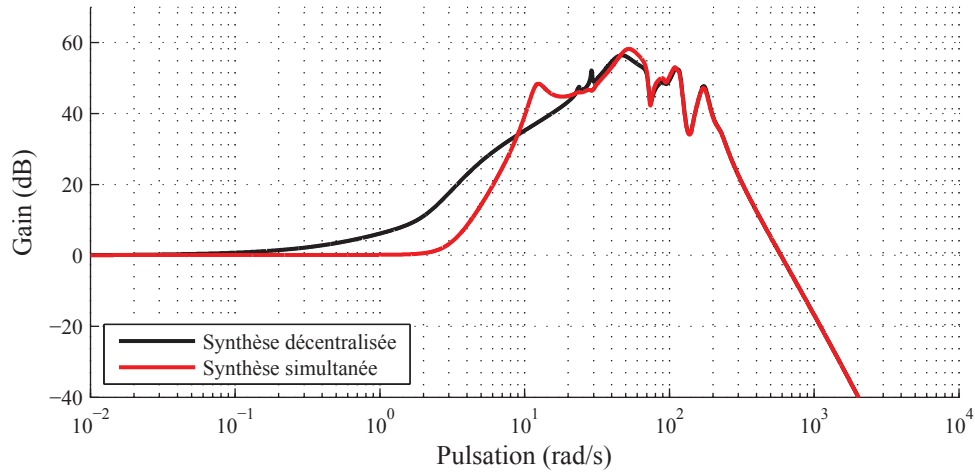


FIGURE 2.13 – Comparaison des valeurs singulières maximales du système en boucle fermée

2.3.2.4 Stabilité du système global asservi, en présence de variations de paramètres

Il est intéressant de tracer les zones de stabilité du système global asservi (en tension, vitesse et courant) en fonction de la vitesse de défilement de la bande et de son élasticité. Ces deux grandeurs peuvent varier grandement dans un système industriel.

Pour cela, nous allons étudier la localisation des pôles en boucle fermée du système linéaire, en fonction de V_0 et de E_0 (avec $E_0 = E.S + T_0$). La représentation d'états du système en boucle fermée peut être formulée de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{bf}(t) &= A_{bf}x_{bf}(t) + B_{bf}u_{bf}(t) \\ y(t) &= C_{bf}x_{bf}(t) \end{cases} \quad (2.11)$$

L'indice bf se rapporte à la boucle fermée du système (avec commandes en courant, en vitesse et en tension). u_{bf} est le vecteur d'entrée correspondant, dans notre cas, à la consigne de tensions et aux perturbations (les perturbations correspondent ici aux forces appliquées par les vérins et à la consigne de vitesse) : $u_{bf}(t) = [r(t) \ d(t)]^T$. Les matrices du système en boucle fermée sont :

$$A_{bf} = \begin{bmatrix} A - B_r D_c C & B_r C_c \\ -B_c C & A_c \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$B_{bf} = \begin{bmatrix} B_r D_c & B_d \\ B_c & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$C_{bf} = [C \ 0] \quad (2.14)$$

Les matrices avec l'indice c font référence aux matrices de la représentation d'états de la commande. La matrice B_r reprend les éléments de la matrice B se référant aux entrées de commande et la matrice B_d reprend les éléments de la matrice B relatifs aux perturbations.

Si tous les pôles du système bouclé, et donc les valeurs propres de la matrice A_{bf} , sont à parties réelles strictement négatives, le point est considéré comme stable. La figure 2.14 montre les zones de stabilité pour les méthodes de synthèse simultanée et décentralisée en fonction de V_0 (la vitesse de défilement) et E_0 ($E.S + T_0$). La synthèse simultanée des correcteurs de tension de bande et

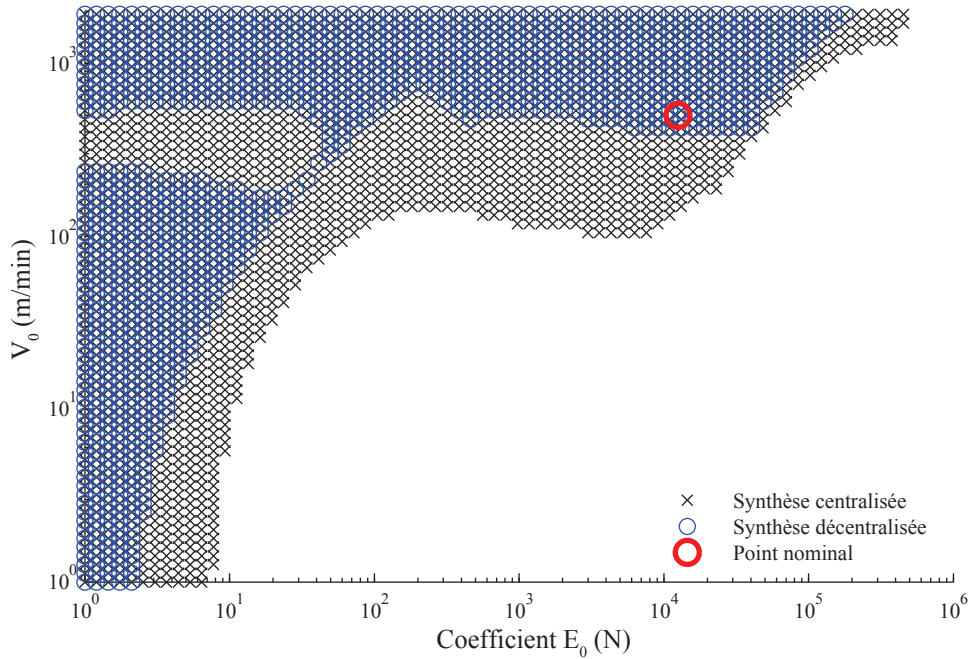


FIGURE 2.14 – Zone de stabilité du système en boucle fermée

de position des danseurs conduit à une plus grande zone de stabilité par rapport aux paramètres E_0 et V_0 , en comparaison à la synthèse disjointe.

A l'inverse, la zone de stabilité correspondant aux correcteurs calculés séparément comporte des "trous" pour lesquels le système bouclé est instable. En effet, cette synthèse ne tient pas compte des interactions entre les sous-systèmes.

A titre de comparaison, sur la figure 2.14, il y a 25 % de points stables supplémentaires pour la synthèse simultanée par rapport à la synthèse décentralisée.

Nous avons retenu la synthèse simultanée des correcteurs pour la suite des travaux. Ce choix est motivé par une plus grande zone de stabilité par rapport aux variations de paramètres considérés et parce que cette approche a un fort potentiel d'utilisation dans l'optique de l'optimisation globale pluridisciplinaire du système.

2.4 Influence de la variation de paramètres en boucle fermée

Dès que la synthèse des différents correcteurs est effectuée, nous pouvons étudier l'influence de différents paramètres sur les comportements temporel et fréquentiel du système bouclé. Pour cette étude, nous considérons une vitesse de défilement nominale $V_0 = 500\text{m/min}$ et une élasticité de bande $E = 160\text{MPa}$ (ce qui correspond à un polymère très élastique). En tenant compte de la section de la bande et de la tension nominale $T_0 = 50\text{N}$, nous avons $E_0 = 12530\text{N}$ (avec $E_0 = E \cdot S + T_0$).

2.4.1 Influence de la vitesse de défilement

Dans un premier temps, nous analysons les effets d'une variation de vitesse de défilement sur le comportement dynamique de la bande, les correcteurs étant synthétisés pour $V_0 = 500 \text{ m/min}$. Les valeurs de la vitesse considérées au chapitre 1 sont reprises pour l'étude en boucle fermée.

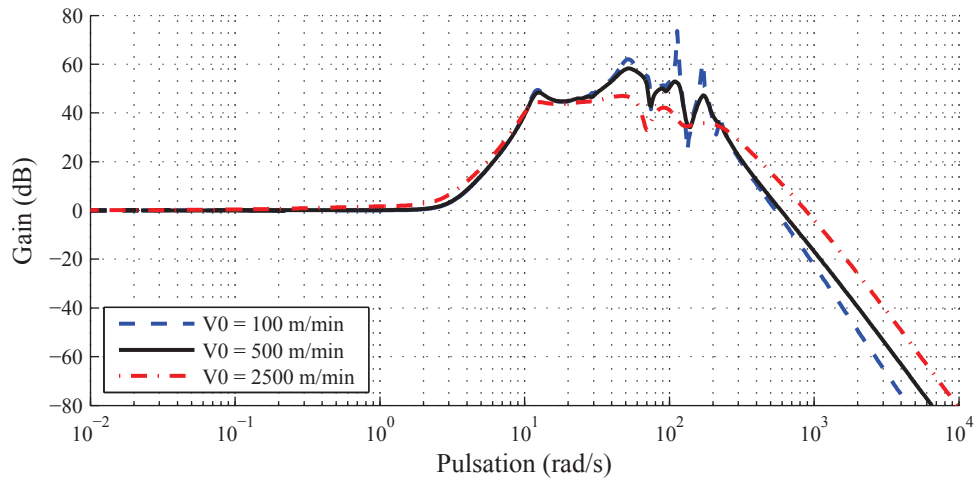


FIGURE 2.15 – Valeurs singulières du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de vitesse de défilement

La figure 2.15 montre les valeurs singulières maximales du système en boucle fermée pour différentes vitesses de bande. L'augmentation de la vitesse conduit à un diagramme fréquentiel moins "chahuté". De plus, les pics de résonance sont moins importants lorsque la vitesse de défilement est augmentée. A l'inverse, une faible vitesse de défilement engendre des pics de résonance importants et nombreux.

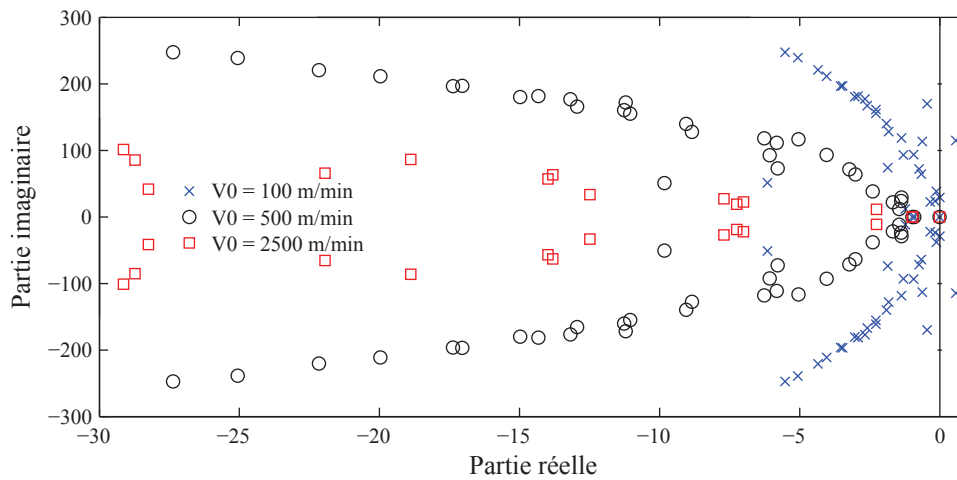
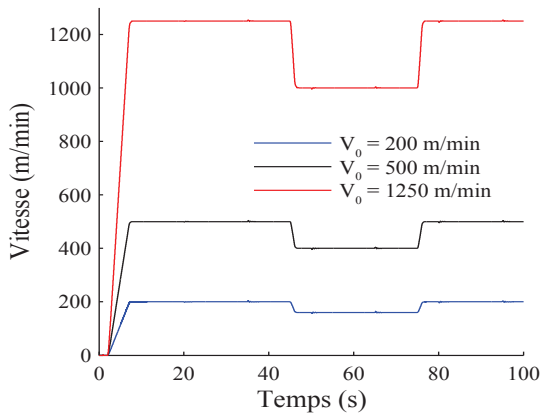
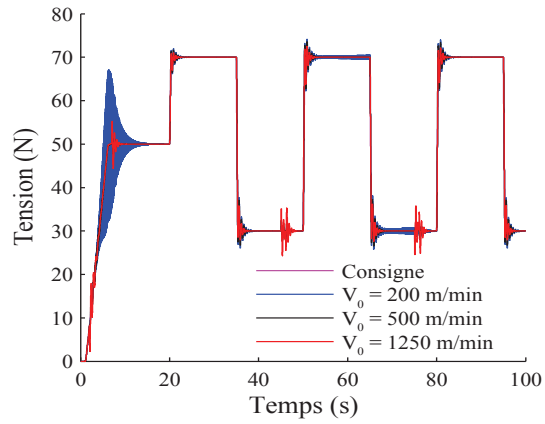
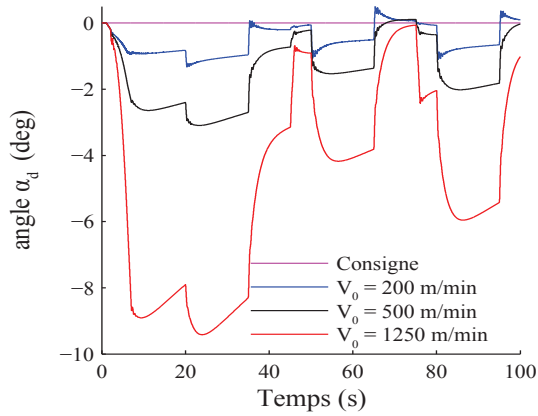
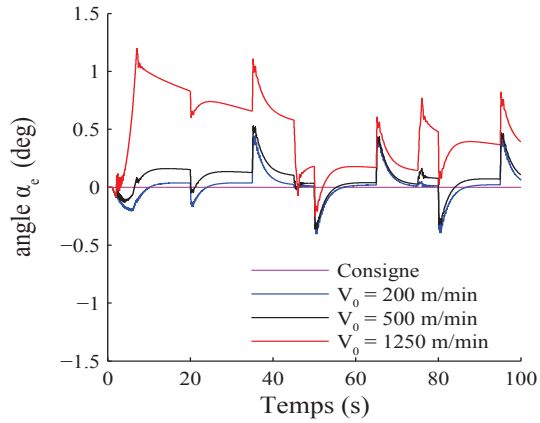


FIGURE 2.16 – Pôles du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de la vitesse de défilement de bande

(a) Vitesse du premier tracteur V_{11} (b) Tension intermédiaire T_{int} 

(c) Angle du danseur section dérouleur



(d) Angle du danseur section enrouleur

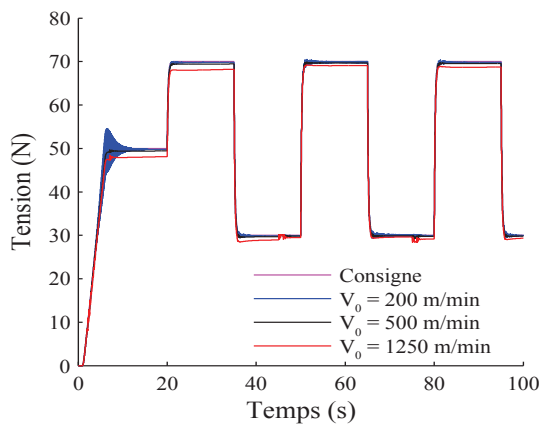
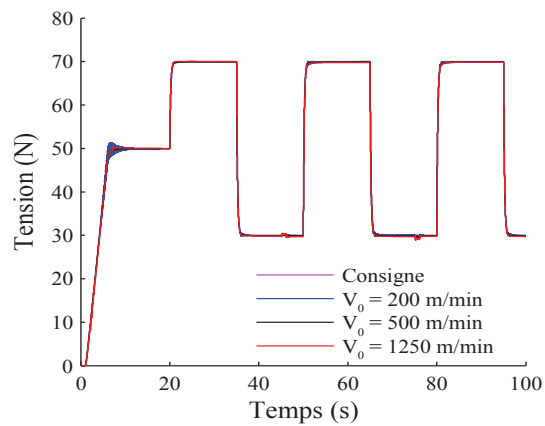
(e) Tension dérouleur T_d (f) Tension enrouleur T_e

FIGURE 2.17 – Simulation du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs de la vitesse de défilement

La figure 2.16 illustre la position des pôles du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de la vitesse de défilement (les correcteurs étant synthétisés pour $V_0 = 500m/min$). Une faible vitesse de défilement conduit à l'apparition de pôles à partie réelle positive et donc à l'instabilité du système bouclé. Ceci est corroboré par la figure 2.14. L'augmentation de la vitesse de défilement, quant à elle, induit un 'resserrement' des pôles autour de l'axe réel.

Le tableau 2.1 présente la valeur maximale de la partie réelle des pôles du système en boucle fermée, également appelée abscisse spectrale, pour trois valeurs de la vitesse de défilement (les correcteurs étant synthétisés pour $V_0 = 500m/min$). Lorsque la vitesse de défilement est faible, l'abscisse spectrale du système augmente considérablement. Cependant, une vitesse élevée ne conduit pas à un changement important de la valeur de l'abscisse spectrale.

Valeur de la vitesse de défilement	Abscisse spectrale
$V_0 = 100m/min$	0.57
$V_0 = 500m/min$	-0.0139
$V_0 = 2500m/min$	-0.0133

Tableau 2.1 – Abscisse spectrale du système bouclé pour différentes consignes de vitesse de V_0

La figure 2.17 présente les simulations du modèle non-linéaire du système pour trois valeurs de vitesse de défilement. Le système étant instable pour une vitesse $V_0 = 100m/min$, nous avons procédé aux simulations pour une vitesse $V_0 = 200m/min$ et $V_0 = 1250m/min$ (les correcteurs étant synthétisés pour $V_0 = 500m/min$). Plusieurs constatations s'en dégagent :

- Pour une consigne de vitesse élevée ($V_0 = 1250m/min$) l'angle du danseur dérouleur varie beaucoup. Pour y remédier, il faudrait diminuer la pente (et donc l'accélération) de la consigne de vitesse au démarrage. Le suivi de consignes de vitesse et tension de bande est très bon. Le couplage vitesse–tension de bande est très faible.
- Pour une consigne de vitesse réduite (dans notre cas $V_0 = 200m/min$), les tensions de bande présentent de fortes oscillations dans la zone de démarrage, surtout pour la tension T_{int} . Ces oscillations peuvent détériorer la bande. Idéalement, il faudrait synthétiser des correcteurs spécifiquement pour la phase de démarrage et changer de correcteurs, de façon non abrupte, à partir d'une certaine vitesse. On pourra par exemple utiliser une stratégie de PI-LPV développée par Gassmann et Knittel [GK11].

2.4.2 Influence des rayons

Le chapitre 1 dédié à la modélisation a montré que les rayons des bobines ont une influence importante sur le comportement fréquentiel à basses fréquences de la boucle ouverte (voir paragraphe 1.6.1). Il est intéressant d'analyser l'influence des rayons sur le comportement fréquentiel en boucle fermée.

Nous avons vu au début de ce chapitre que les rayons des bobines sont utilisés dans la commande en vitesse. Cette mesure sera considérée, dans un premier temps, comme parfaite. Les correcteurs LTI sont synthétisés pour $R_d = 0.5m$ et $R_e = 0.2m$. En plus de cette configuration nominale des rayons des bobines, les deux cas extrêmes sont étudiés, c'est à dire dérouleur vide ($R_d = 0.1m$ et

$R_e = 0.8m$) et enrouleur vide ($R_d = 0.8m$ et $R_e = 0.1m$).

La figure 2.18 montre les valeurs singulières maximales et minimales du système bouclé pour les trois configurations des rayons. Les valeurs singulières sont identiques pour les trois configurations étant donné que la mesure des rayons utilisée dans la commande correspond parfaitement à la valeur réelle des rayons des bobines.

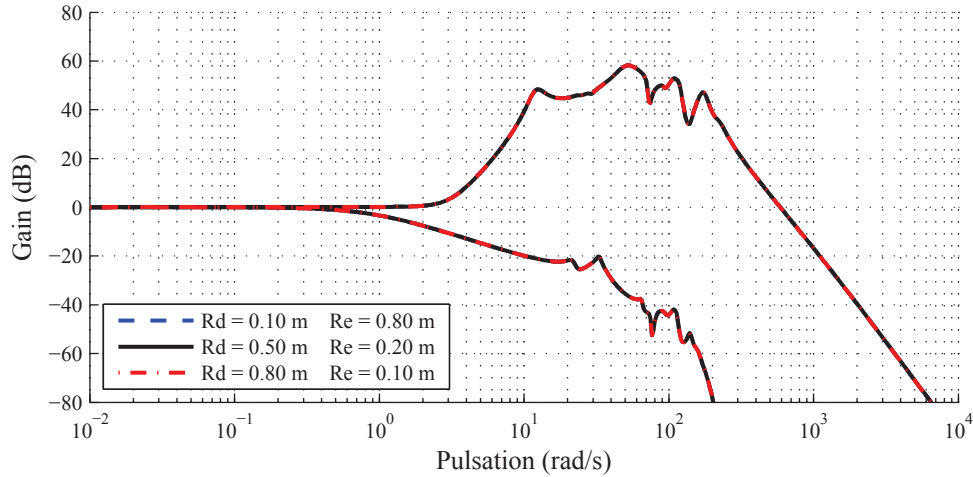


FIGURE 2.18 – Valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs des rayons

La figure 2.19 montre les simulations du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs des rayons initiaux des bobines. Le cas nominal ($R_d = 0.5m$ et $R_e = 0.2m$) pour lequel les correcteurs sont synthétisés est comparé avec les deux cas extrêmes utilisés pour l'analyse fréquentielle. Les performances en suivi de consignes et en découplage tension – vitesse sont conservées tout au long du déroulement de la bobine du dérouleur. La commande utilisant la mesure des rayons permet bien de désensibiliser la boucle fermée de tensions aux variations de rayons.

La commande suppose la mesure exacte des rayons des bobines. Malheureusement, en pratique cette mesure peut être entachée d'une erreur (par exemple en utilisant des capteurs ultrasons, ce qui est souvent le cas). Il peut être intéressant d'observer le comportement du système lorsque la mesure des rayons (et des inerties) utilisée dans la commande est entachée d'une erreur. La figure 2.21 montre les valeurs singulières maximales pour différentes valeurs de l'erreur de rayon. La commande est synthétisée pour $R_d = 0.5m$ et $R_e = 0.2m$. L'erreur de mesure des rayons est exagérée afin de mieux observer son influence sur les valeurs singulières du système bouclé. Les rayons indiqués sont ceux utilisés dans la commande ; les rayons du système sont fixés pour les trois courbes à leurs valeurs nominales. Comme observé au premier chapitre, les rayons des bobines ont une influence sur le gain du système (en boucle ouverte) à basses fréquences.

La figure 2.20 montre les simulations du modèle non-linéaire pour une erreur sur la mesure des rayons de 2%. La commande est synthétisée pour $R_d = 0.5m$ et $R_e = 0.2m$ et le système est simulé pour une mesure de rayons parfaite et une mesure de rayons entachée de 2% d'erreur. Le rayon dérouleur est sous-estimé et le rayon enrouleur est surestimé de 2% de leurs valeurs nominales. Cet ordre de grandeur d'erreur est tout à fait réaliste lorsque des capteurs ultra-

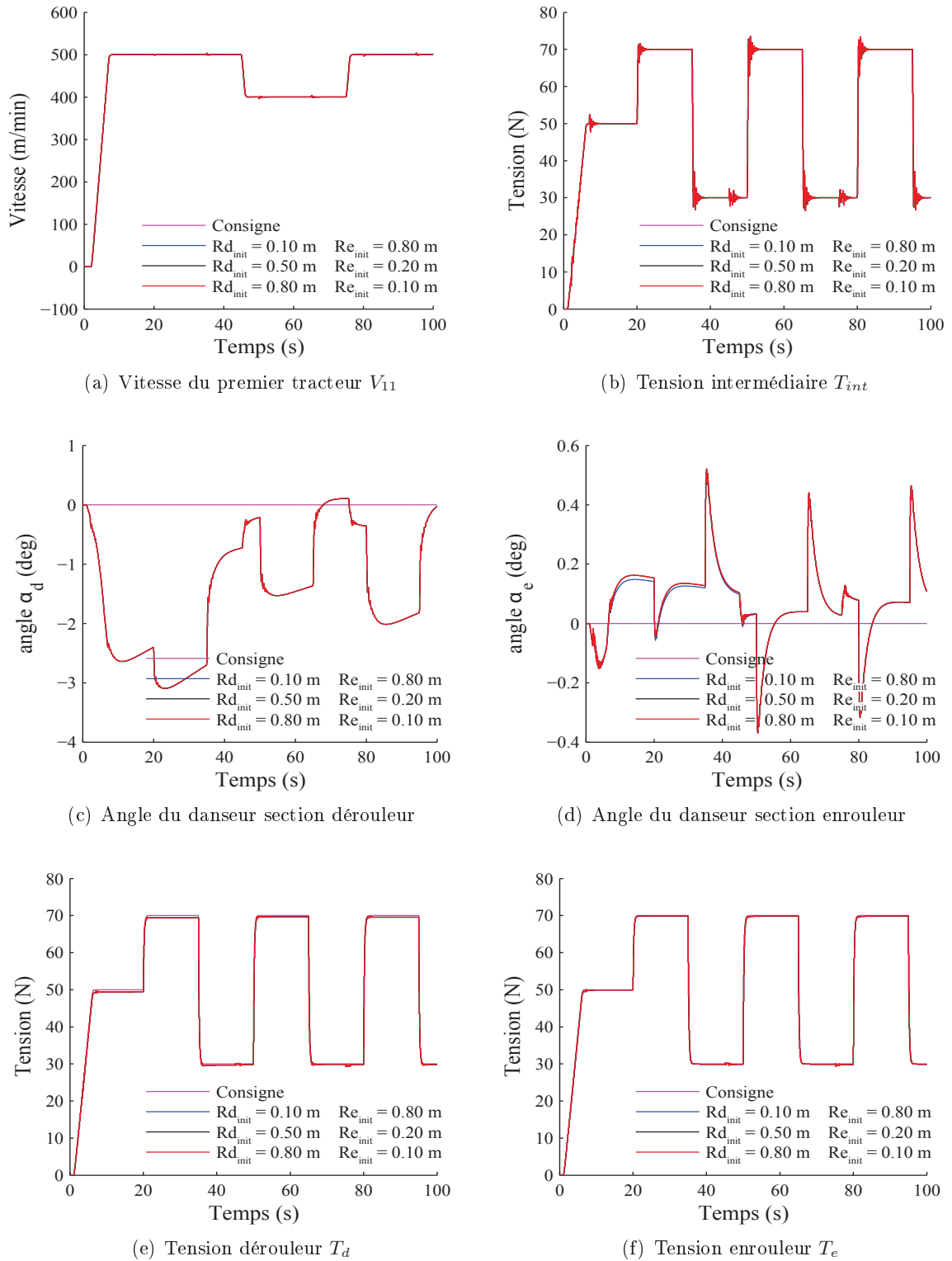
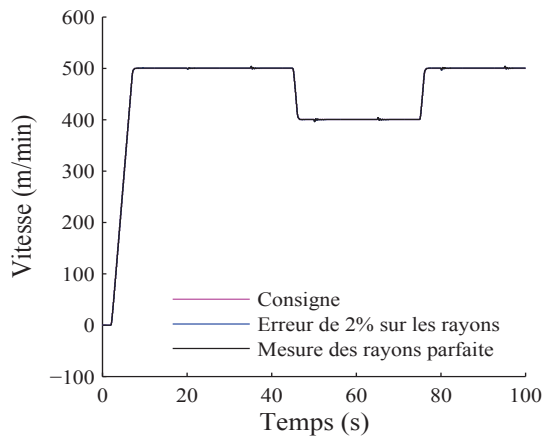
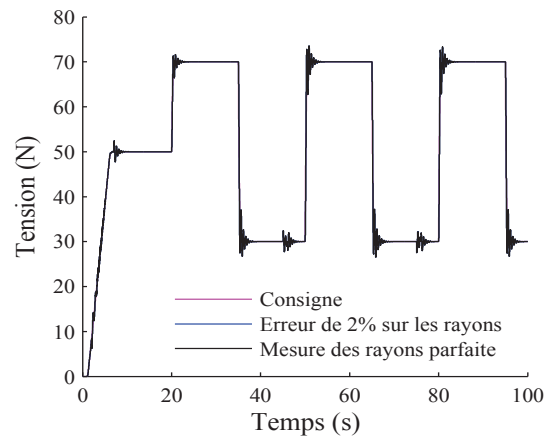
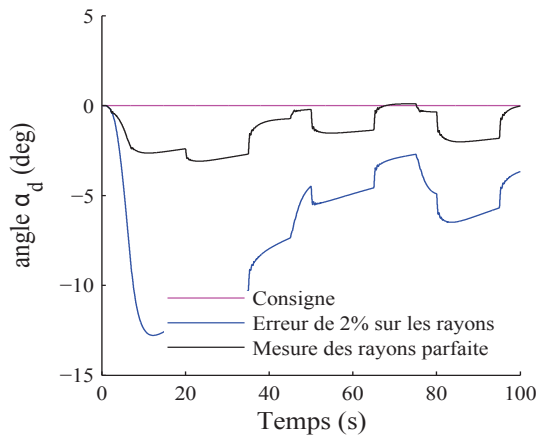
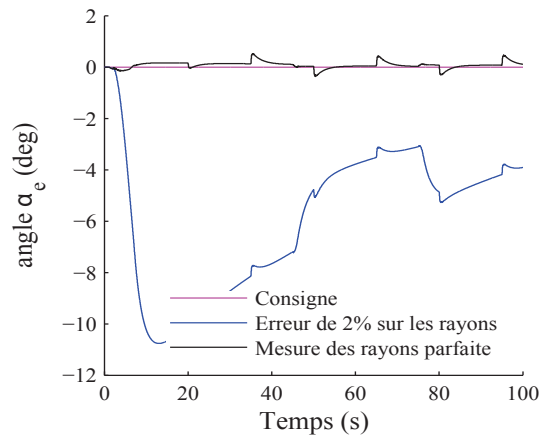


FIGURE 2.19 – Simulation du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs des rayons initiaux

(a) Vitesse V_{11} (b) Tension intermédiaire T_{int} 

(c) Angle du danseur section dérouleur



(d) Angle du danseur section enrouleur

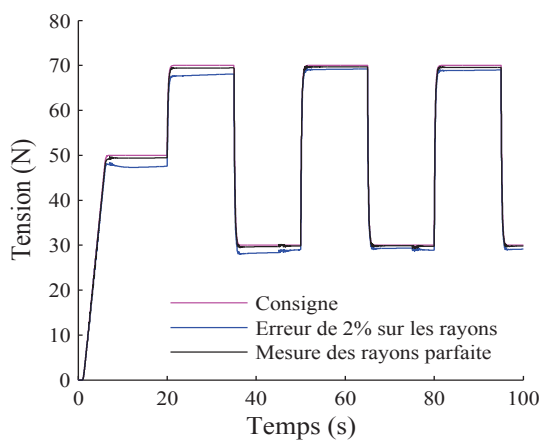
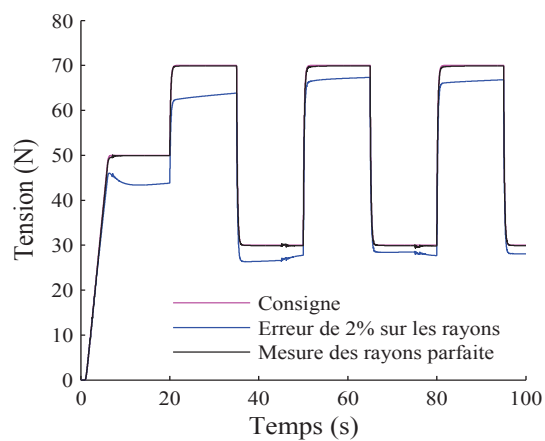
(e) Tension dérouleur T_d (f) Tension enrouleur T_e

FIGURE 2.20 – Simulation du modèle non-linéaire pour une erreur de mesure des rayons de 2%

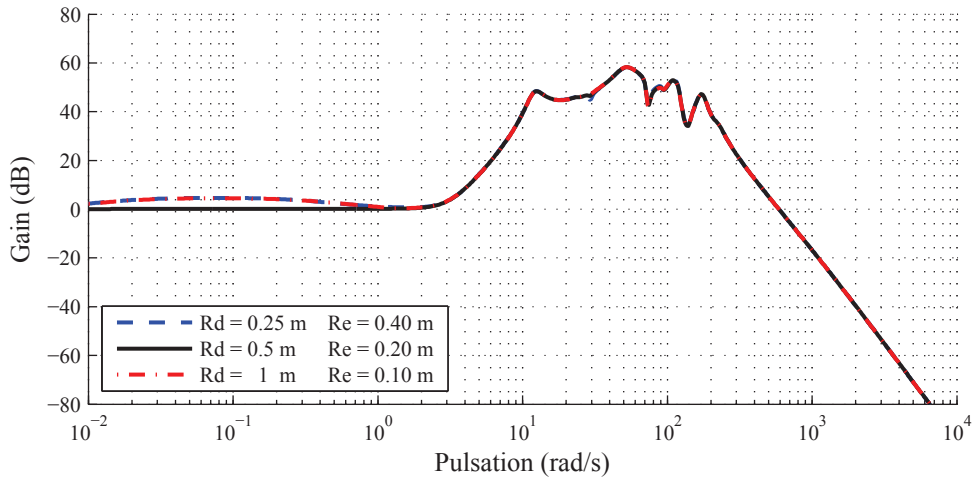


FIGURE 2.21 – Valeurs singulières maximales du système en boucle fermée avec erreur sur la mesure des rayons

sons sont utilisés. Cette erreur entraîne des variations beaucoup plus importantes de la position angulaire des deux danseurs pendulaires, ce qui donne une erreur statique sur les tensions des sections de déroulement et d'enroulement. Cependant, l'erreur est résorbée petit à petit grâce à l'action intégrale du correcteur de position des danseurs. La tension intermédiaire conserve des performances quasiment inchangées.

L'utilisation de la mesure exacte des rayons dans la commande permet donc de désensibiliser la boucle fermée aux variations de ceux-ci. Cependant, nous avons montré qu'une faible erreur sur cette mesure dégrade les performances du système.

2.4.3 Influence de l'élasticité de la bande

Le comportement dynamique d'une bande entraînée dépend fortement de son élasticité [Gas11], caractérisée ici par le module de Young E . La commande a été synthétisée pour un module de Young $E = 160\text{MPa}$, les variations de l'élasticité sont, pour l'analyse fréquentielle, exagérées afin de mieux observer leur influence. La figure 2.22 montre les valeurs singulières maximales et minimales du système asservi pour différentes valeurs de E . L'augmentation de l'élasticité E conduit au déplacement des résonances vers les hautes fréquences. De plus, la hauteur des pics est plus importante quand E augmente. Lorsque E diminue, les résonances sont déplacées vers les basses fréquences et leurs amplitudes sont légèrement atténuées. Les variations de l'élasticité de la bande ont donc une incidence importante sur le comportement dynamique du système.

La figure 2.23 présente les pôles du système en boucle fermée pour trois valeurs de l'élasticité. L'augmentation de l'élasticité de la bande peut conduire à l'instabilité du système bouclé. Lorsque E augmente, des pôles se déplacent vers la droite et leurs parties imaginaires augmentent. Certains pôles sont même localisés à droite de l'axe imaginaire (pôles instables). Lorsque E diminue, les pôles se rapprochent de l'axe réel, et ne se déplacent pas vers la droite.

Il est également intéressant de faire des simulations temporelles, à l'aide du modèle non-linéaire,

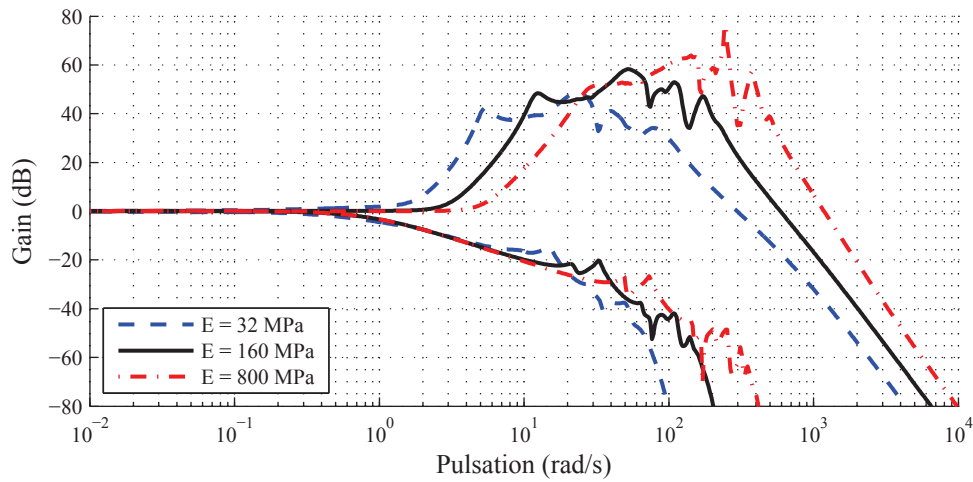


FIGURE 2.22 – Valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de l'élasticité

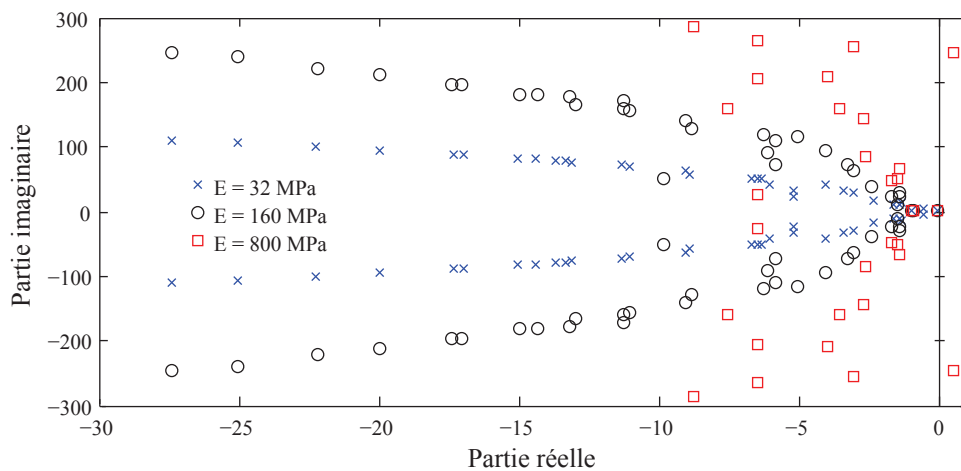
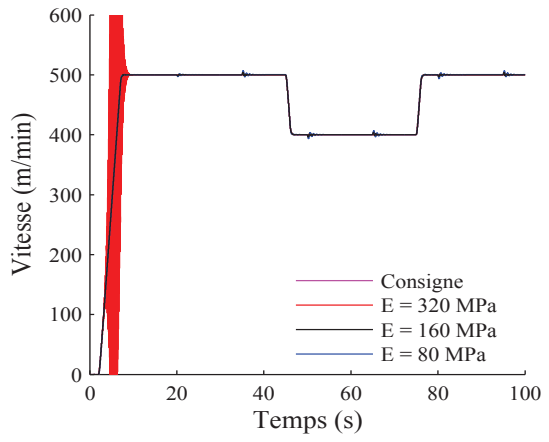


FIGURE 2.23 – Pôles du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de l'élasticité

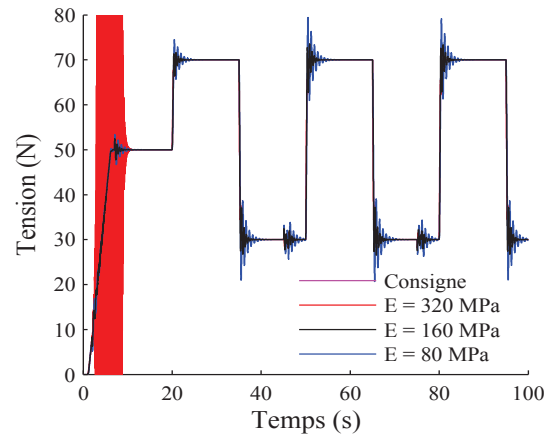
pour plusieurs valeurs de l'élasticité de la bande. Les variations de l'élasticité utilisées pour l'analyse dans le domaine fréquentiel sont importantes dans le but d'exagérer l'influence de l'élasticité de la bande. Dans le domaine temporel, ces variations importantes ne peuvent pas être simulées puisqu'elles conduisent à l'instabilité du modèle non-linéaire. Les valeurs utilisées pour la simulation sont $E = 80\text{MPa}$, $E = 160\text{MPa}$ et $E = 320\text{MPa}$, les correcteurs étant synthétisés pour $E = 160\text{MPa}$. La figure 2.24 montre les simulations temporelles pour les trois valeurs de l'élasticité de la bande.

Plusieurs constatations découlent de cette figure :

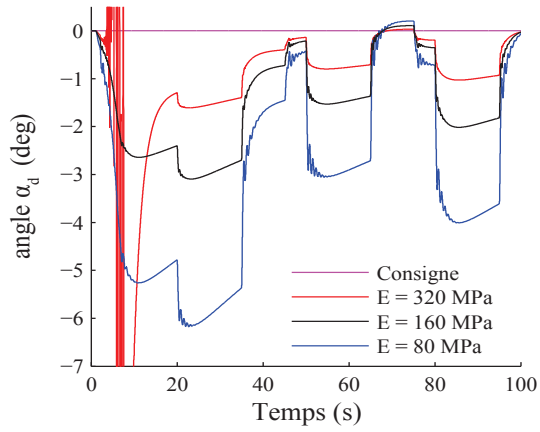
- Une diminution de l'élasticité a une influence moins néfaste qu'une augmentation de l'élasticité sur les performances du système en boucle fermée lors de la phase de démarrage. Les oscillations observées détériorent la bande en réalité.



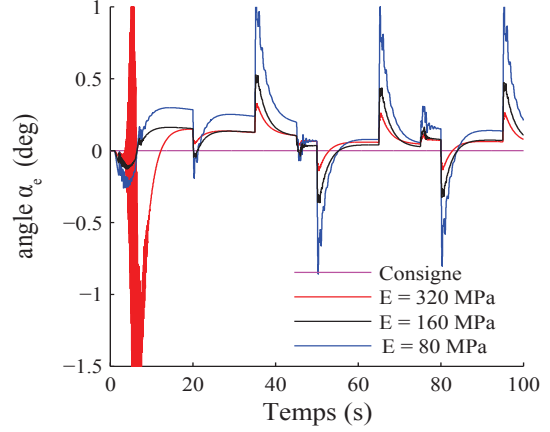
(a) Vitesse du premier tracteur V_{11}



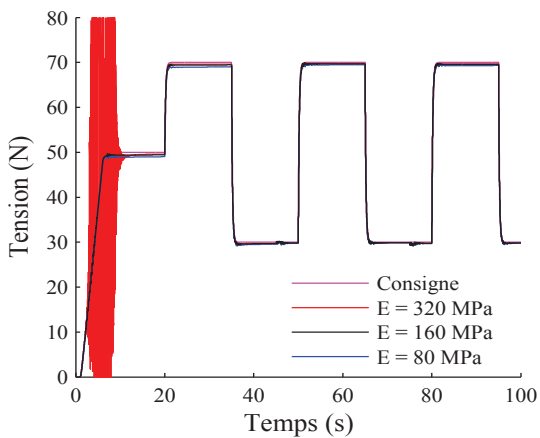
(b) Tension intermédiaire T_{int}



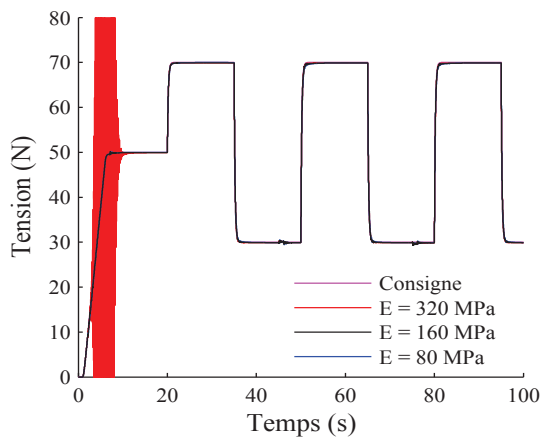
(c) Angle du danseur section dérouleur



(d) Angle du danseur section enrouleur



(e) Tension dérouleur T_d



(f) Tension enrouleur T_e

FIGURE 2.24 – Simulation du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs de l'élasticité de la bande

- La diminution de l'élasticité n'affecte que peu les performances, sauf que l'amplitude du mouvement du danseur dérouleur augmente considérablement.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter la commande du banc industriel. La commande décentralisée en cascade a été présentée et chaque boucle d'asservissement a été détaillée, ainsi que la pré-compensation utilisée pour compenser l'effet des frottements et de la traction de la bande. Deux approches de synthèse H_∞ des correcteurs de tension et position des danseurs ont été utilisées et comparées. La première synthétise simultanément l'ensemble des correcteurs décentralisés de tension de bande et de position des danseurs. La seconde synthétise les correcteurs en découpant le système global en sous-systèmes : chaque correcteur est calculé en faisant abstraction des autres sous-systèmes. Les deux méthodes de synthèse sont comparées entre elles : il en résulte que la méthode de synthèse simultanée est plus robuste vis-à-vis des variations de paramètres et sera donc utilisée dans la suite de ce mémoire.

Dans un second temps, l'influence de variations de paramètres sur les performances de la boucle fermée a été étudiée. Les paramètres considérés ici sont la vitesse de défilement, l'élasticité de la bande et l'erreur de mesure sur les rayons des bobines de déroulement et d'enroulement. Ce chapitre a ainsi permis de présenter la stratégie de commande du système global et de montrer ses limites lorsque les paramètres évoluent.

Le chapitre suivant développe des méthodes de synthèse de correcteurs, à l'aide d'approches évolutionnaires, pour rendre la commande LTI plus robuste aux variations de l'élasticité de la bande et de sa vitesse de défilement.

3

Optimisation multicritère du comportement dynamique de la bande

Sommaire

3.1	Introduction et motivation	63
3.2	L'optimisation des systèmes mécatroniques déterministes	63
3.2.1	Bref état de l'art de l'optimisation en ingénierie de systèmes déterministes	63
3.2.2	Les problèmes d'optimisation	65
3.2.2.1	Optimisation multicritère	66
3.2.3	Les algorithmes d'optimisation	67
3.2.3.1	Prise en compte des contraintes	67
3.2.3.2	Prise en compte de plusieurs objectifs	68
3.2.4	Les algorithmes génétiques	69
3.2.5	Les autres algorithmes de résolution de problèmes	69
3.2.5.1	Le recuit simulé	69
3.2.5.2	Les colonies de fourmis	70
3.2.5.3	L'essaim particulaire	70
3.3	Prise en compte des incertitudes paramétriques	70
3.3.1	Ajout d'objectifs ou de contraintes pour quantifier la robustesse paramétrique	71
3.3.2	Modification des objectifs	72
3.3.2.1	Méthode des intervalles	72
3.3.2.2	Approche multi-scénarios	72
3.4	Optimisation des systèmes d'entraînement de bandes flexibles . . .	74
3.4.1	Critères à optimiser	75
3.4.1.1	Critères temporels	75
3.4.1.2	Critères fréquentiels	76
3.4.2	Optimisation de la commande	77
3.4.2.1	Synthèse de la commande du prototype FTS dans le domaine temporel	77
3.4.2.2	Banc industriel : synthèse de la commande dans le domaine temporel	79
3.4.2.3	Banc industriel : synthèse de la commande dans le domaine fréquentiel	83
3.4.2.4	Banc industriel : synthèse de la commande dans le domaine fréquentiel par approche stochastique	85

3.4.2.5	Synthèse des correcteurs du banc industriel avec plusieurs paramètres incertains	91
3.4.2.6	Synthèse des correcteurs du banc industriel par maximisation de la variation admissible des paramètres	94
3.4.2.7	Comparaison des différentes approches de synthèse des correcteurs de tension et position des danseurs du banc industriel	97
3.4.2.8	Influence de la prise en compte des perturbations	102
3.4.3	Choix optimal de la structure du système	104
3.4.3.1	Optimisation du placement du tracteur maître et des bandes passantes des différents asservissements	104
3.4.3.2	Influence de la bande passante de la boucle de vitesse sur les performances du système en boucle fermée du banc industriel	111
3.4.3.3	Influence de l'équilibrage des danseurs pendulaires sur les performances en boucle fermée	115
3.4.3.4	Danseurs ou capteurs de force?	116
3.5	Conclusion	122

3.1 Introduction et motivation

La conception et l'amélioration de systèmes industriels nécessitent le réglage d'un grand nombre de paramètres. Le concepteur ne peut optimiser ces paramètres sans une méthodologie précise. Très souvent, le concepteur fait appel à des modélisations et simulations dynamiques pour concevoir des systèmes mécatroniques asservis ("model based design"). Il est donc intéressant d'utiliser les modèles de comportements dynamiques (ou de les créer/ compléter s'il le faut) pour optimiser la machine en vue de la reconception. Cette approche est utilisée dans le cadre de ce travail.

L'objectif des algorithmes d'optimisation est de déterminer des valeurs optimales des variables de décision, continues ou discrètes, en prenant en compte des contraintes. Il est nécessaire de définir au préalable une ou plusieurs fonctions de coût permettant de quantifier la "qualité" désirée pour le système.

Le but de l'optimisation n'est pas toujours de trouver l'optimum globale d'une fonction de coût mais de trouver un jeu de paramètres permettant d'atteindre des performances acceptables en un temps fini. De plus, la plupart des problèmes d'optimisation comporte plusieurs objectifs antagonistes. Il est alors intéressant d'obtenir plusieurs jeux de paramètres optimaux (au sens "Pareto") et ainsi d'avoir la possibilité de choisir l'un d'entre eux.

Dans ce chapitre, nous donnons tout d'abord quelques définitions sur les approches utilisées pour résoudre un problème d'optimisation de systèmes mécatroniques. Les algorithmes évolutionnaires étant particulièrement adaptés à l'optimisation de problèmes multicritères et non convexes, nous allons les décrire succinctement et présenter un bref état de l'art de leurs applications en ingénierie. Une approche spécifique sera développée puis appliquée à l'optimisation de systèmes d'entraînement de bandes flexibles. Dans un premier temps, le réglage optimal de paramètres de correcteurs sera étudié, puis dans un second temps, l'amélioration structurelle du système sera considérée.

3.2 L'optimisation des systèmes mécatroniques déterministes

3.2.1 Bref état de l'art de l'optimisation en ingénierie de systèmes déterministes

L'optimisation est très présente dans le domaine de l'ingénierie. En effet, les progrès en algorithmique et la croissance de la puissance de calcul des ordinateurs permettent de traiter des problèmes de plus grandes tailles et nécessitant des modèles complexes. L'optimisation est régulièrement utilisée dans les domaines où l'on ne peut trouver une solution de façon algébrique.

De nombreux travaux ont été menés dans l'optimisation de formes de pièces, comme par exemple les ailes d'avions. Obayashi *et al.* utilisent un algorithme génétique multiobjectif pour optimiser la forme d'ailes d'avions supersoniques [OSTH00]. Collignan propose une approche multi-modèles permettant la conception de structure d'avions complète (position et type de rivets, ...) [Col11]. Certains travaux traitent de systèmes novateurs en aéronautique, par exemple [Ham09] optimise la capacité propulsive de mini-drones à ailes battantes. Maitre *et al.* [MQLC10] proposent une approche de parallélisation sur processeurs graphiques d'un algorithme de programmation génétique. Cet algorithme est appliqué à l'identification et au pilotage automatique d'un avion.

Dans certains cas, le modèle complexe nécessite un long temps de simulation. Dans ce cas, on peut utiliser une surface de réponse [MMAC09] pour approximer le modèle et ainsi mener l'opti-

misation plus rapidement. Laurenceau propose d'utiliser une surface de réponse pour optimiser le profil d'ailes d'avion [Lau08].

De nombreux travaux concernent l'intégration de la construction du modèle de substitution au sein même du processus [SSV⁺04]. Sasena a, par exemple, développé l'algorithme super-EGO (Efficient Global Optimisation) [Sas02]. L'idée est de construire un premier modèle de substitution afin de trouver, par optimisation, la zone ayant le plus de chance d'abriter des configurations optimales. Une fois l'optimum du modèle de substitution trouvé, la configuration correspondante est ensuite testée sur le modèle réel. Si la différence est importante alors un nouveau modèle de substitution est construit en ajoutant des points autour de la configuration considérée.

Les algorithmes d'optimisation sont parfois utilisés dans le cadre de l'optimisation topologique : il s'agit de concevoir des formes que l'homme ne pourrait imaginer et de trouver les paramètres associés. On peut citer l'exemple de la conception d'antennes. Li [Li10] utilise un algorithme génétique pour la conception d'antennes destinées à la communication de données sur des réseaux wifi multibandes. Dans le domaine de la santé, on peut citer l'optimisation de réglage d'implants cochléaires. Collet *et al.* [CLBR⁺09] utilisent un algorithme génétique afin de régler le gain des électrodes de ce type d'implant. Dans les deux cas, les solutions étaient difficilement imaginables par les experts du domaine.

De nombreux travaux ont été menés dans le domaine de l'optimisation multidisciplinaire. Par exemple Rao et Tiwari [RT09] optimisent des paliers magnétiques sans contact. Les variables de décision sont composées des paramètres mécaniques (géométrie, des paramètres de fonctionnement (courant, montage, ...) et des paramètres de la commande du système. Il s'agissait d'optimiser conjointement la partie mécanique et la commande.

Une attention particulière dans le cadre de ce travail est portée à l'optimisation des systèmes dynamiques, et plus particulièrement à l'optimisation des correcteurs. Les correcteurs peuvent être optimisés dans le domaine temporel. De plus en plus de logiciels d'ingénierie utilisent cette approche depuis qu'ils intègrent des programmes ou boîtes à outils d'optimisation. En réalité, il faudrait également considérer le comportement dynamique dans le domaine fréquentiel pour augmenter ou garantir des performances dynamiques. Malheureusement l'approche fréquentielle n'est utilisable que pour les modèles linéaires (généralement on linéarise le modèle non-linéaire autour de point(s) de fonctionnement).

La méthode la plus intuitive pour optimiser les performances d'un système dynamique consiste à minimiser l'erreur entre consignes et mesures selon un critère. Sekaj et Sramek [SS05] utilisent un algorithme génétique pour minimiser un index de performance prenant en compte plusieurs grandeurs : l'erreur entre la consigne et la sortie, la dérivée de l'erreur, le signal de commande et sa dérivée. La fonction objectif à minimiser est une somme pondérée des critères précédemment cités.

Une méthode multiobjectif a été proposée par Popov *et al.* [PFW05] pour la synthèse de correcteur PID de systèmes chimiques. Le premier objectif est la minimisation du critère ISE (Integral of Squared Error – Intégrale du carré de l'erreur). Le second objectif est le critère IAE (Integral of Absolute Error – Intégrale de la valeur absolue de l'erreur) du signal de commande.

On peut également considérer les systèmes dynamiques uniquement dans le domaine fréquentiel et donc utiliser des critères dans ce domaine. Les critères le plus répandus sont l'optimisation H_2 [FAC⁺99] [CCK05] et l'optimisation H_∞ [SP05] [DF99]. C'est cette dernière approche que nous

utilisons dans le cadre de ce travail. De nombreux chercheurs ont développé diverses méthodes et logiciels d'optimisation de la norme H_∞ . Le problème H_∞ standard est résolu principalement à l'aide des équations de Riccati [DGKF89] ou de LMI (Linear Matrix Inequalities) [GAC94]. Cependant, la recherche de correcteurs H_∞ d'ordre et de structure fixes est un problème réputé difficile et non lisse. Différentes approches existent comme par exemple la résolution de BMI (Bilinear Matrix Inequalities) [BOK06]. Deux logiciels (en réalité ce sont des fonctions dans l'environnement Matlab) sont assez efficaces : HIFOO (H Infinity Fixed Order Optimisation) développé par Burke *et al.* [BHLO06] et plus récemment hinfstruct développé par Apkarian et Noll [AN06].

Différents travaux ont utilisé ces logiciels pour la synthèse de correcteurs H_∞ appliquée à des systèmes spécifiques. Par exemple, les travaux de Bompart [Bom07] et de Simões [SAN09] sont des applications directes des algorithmes développés par Apkarian et Noll [AN06] à la synthèse de correcteurs dans le domaine aéronautique. Gassmann et Knittel ont utilisé HIFOO pour synthétiser les correcteurs de tension d'un système d'entraînement de bandes flexibles [GKPB11]. Mais ils ont également développé une approche innovante, à l'aide d'algorithmes génétiques, pour la synthèse de correcteurs H_∞ [Gas11].

3.2.2 Les problèmes d'optimisation

Les problèmes d'optimisation peuvent être définis comme la recherche de l'optimum du ou des critères, également appelés fonctions de coût, en agissant sur les variables de décision qui évoluent dans un espace de recherche donné. L'optimum d'une fonction peut être le minimum ou le maximum selon le critère. Un problème d'optimisation est souvent soumis à des contraintes. Elles peuvent concerner les variables de décision ou des paramètres extérieurs. Les contraintes modifient l'espace de recherche puisque certains jeux de variables de décision appartenant à l'espace de recherche peuvent ne pas convenir [CS02].

Soit un problème d'optimisation qui a un vecteur objectif \vec{f} (qui regroupe l'ensemble des fonctions à optimiser) dépendant des variables de décision regroupées dans le vecteur \vec{x} , et soumis aux contraintes regroupées dans les vecteurs \vec{g} (contraintes d'inégalité) et \vec{h} (contraintes d'égalité). Ce problème consiste à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser} \quad \vec{f}(\vec{x}) \\ \text{sous les contraintes} \quad \vec{g}(\vec{x}) < 0 \\ \quad \quad \quad \vec{h}(\vec{x}) = 0 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Les problèmes d'optimisation peuvent être caractérisés par le type de variables de décision, le type des critères et de la présence ou non de contraintes. Les variables de décision sont les paramètres sur lesquels on peut agir et qui évoluent dans un espace de recherche donné. Elles peuvent être réelles, discrètes ou combinatoires. Des variables combinatoires peuvent prendre un nombre fini de valeurs. Les critères, ou objectifs, sont les fonctions qui quantifient la qualité d'un jeu de variables de décision. Les contraintes permettent de savoir si un vecteur de décision est "réalisable" ou non.

Les problèmes d'optimisation en ingénierie sont la plupart du temps des problèmes d'optimisation non-linéaires contraints. En effet, les relations entre les variables de décision et les fonctions objectives ne sont pas connues et nécessitent l'utilisation d'un code de calcul numérique (simulateur de la machine par exemple).

3.2.2.1 Optimisation multicritère

Lorsque le vecteur objectif \vec{f} contient plusieurs fonctions, on parle de problème d'optimisation multiobjectif. La solution du problème n'est généralement pas unique ; on obtient un ensemble de solutions (Pareto). Les points dominants dans l'espace des objectifs forment le front de Pareto.

Un point dominant est un point pour lequel on ne peut pas améliorer un objectif sans dégrader l'un des autres. Soient deux vecteurs critères f^1 et f^2 . On dit que f^1 domine f^2 si et seulement si $f^1 \leq f^2$ et $f^1 \neq f^2$, c'est à dire $f_k^1 \leq f_k^2$ pour tout k et $f_k^1 < f_k^2$ pour au moins un k (k représente l'un des objectifs à minimiser) [Oth98].

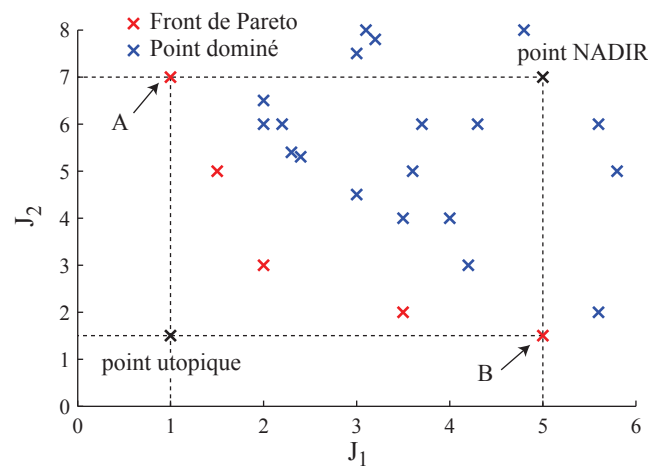


FIGURE 3.1 – Exemple de front de Pareto pour un problème à deux objectifs à minimiser

La figure 3.1 montre le front de Pareto pour un problème à deux objectifs J_1 et J_2 : on considère que les deux fonctions de coût sont à minimiser. Le front de Pareto est obtenu en utilisant l'algorithme présenté par [MIYM03]. On peut également définir d'autres points particuliers présents sur la figure 3.1 ; la définition de ces différents points est formulée par de nombreux auteurs [Oth98] [CS02] [Lie09].

Tout d'abord les points idéaux sont les points qui minimisent un objectif sans tenir compte des autres. Le point idéal pour l'objectif J_1 correspond au point A de la figure 3.1 et le point idéal de l'objectif J_2 correspond au point B. Les points idéaux sont utilisés pour normaliser le front de Pareto [Gro06].

Le point utopique, quant à lui, est le point pour lequel tous les objectifs sont minimaux. Ce point est bien sûr inatteignable dans la plupart des problèmes d'optimisation étant donné que les objectifs sont souvent antagonistes. Le point utopique est souvent utilisé pour choisir un point du front de Pareto ayant le meilleur compromis entre les objectifs [Mie99].

Le dernier point remarquable est appelé point NADIR : il correspond aux valeurs maximales de chaque objectif dans l'ensemble Pareto optimal. Le point NADIR peut facilement être déterminé à l'aide des points idéaux, il peut également être utilisé par certains algorithmes pour restreindre l'espace de recherche [MERL10].

Une fois le problème d'optimisation posé convenablement, il existe plusieurs méthodes de résolution.

3.2.3 Les algorithmes d'optimisation

Il existe de nombreuses familles d'algorithmes d'optimisation, chacune d'elle ayant de nombreuses variantes. Le choix de l'algorithme pour un problème donné peut se faire en fonction des informations que l'on possède sur la ou les fonctions de coût du problème [Duc07].

Il existe principalement deux catégories d'algorithmes d'optimisation : les algorithmes déterministes et les algorithmes stochastiques. Un algorithme déterministe donnera toujours le même résultat si on le lance plusieurs fois avec les mêmes conditions de départ. Il existe deux familles d'algorithmes déterministes : les algorithmes déterministes analytiques et les algorithmes déterministes géométriques. Le principal défaut de ces approches est leur sensibilité aux minima locaux et aux points de départ [CS02].

D'une part les méthodes analytiques peuvent être utilisées lorsque la fonction objectif est continue et dérivable. Ces méthodes utilisent une direction de recherche, souvent basée sur le gradient de la fonction objectif, afin de converger vers l'optimum. Les principales méthodes déterministes analytiques sont la méthode de Newton [Ded06] et ses dérivées comme la méthode de Quasi-Newton [DS96]. On peut également citer les méthodes de la plus grande pente [Avr76] et du gradient conjugué [Naz09].

D'autre part, les méthodes géométriques ne nécessitent pas la connaissance du gradient de la fonction de coût. Elles fonctionnent par itérations successives qui recherchent la direction la plus favorable. On peut notamment citer la méthode très utilisée du simplex [Hor85]. On peut également citer la méthode de Rosenbrock [Ros60] et la méthode de variations locales de Hooke et Jeeves [HJ61].

Les algorithmes stochastiques, quant à eux, permettent de trouver l'optimum global d'un problème complexe en s'appuyant sur des notions probabilistes. Ces algorithmes peuvent donner des résultats différents en les relançant avec les mêmes conditions initiales étant donné leur caractère stochastique.

On peut distinguer d'une part, les algorithmes utilisant un seul individu qui évolue dans l'espace de recherche, comme par exemple la recherche tabou [Glo90] et le recuit simulé [C85]. D'autre part, certains algorithmes utilisent une population d'individus qui évoluent vers l'optimum de la fonction de coût. La plupart de ces algorithmes copient un comportement existant dans la nature. L'algorithme de colonie de fourmis copie le comportement de l'insecte pour trouver le chemin le plus court entre la fourmilière et une source de nourriture [Dor92]. L'algorithme de l'essaim particulaire copie le comportement des nuées d'oiseaux ou des bancs de poissons ; chaque individu va "appeler" ses congénères quand il trouve un optimum [KE95].

Plusieurs algorithmes ressemblent à la théorie de l'évolution de Darwin. On peut citer la programmation génétique, qui en plus d'optimiser des paramètres peut également trouver des fonctions ou créer des structures complexes à partir de blocs élémentaires [Koz92]. Pour finir, on peut citer les algorithmes génétiques qui font évoluer une population par croisements entre les individus dans le but de converger vers un individu optimal. Ils ont été présentés par Holland [Hol92].

Les algorithmes génétiques sont principalement utilisés dans le cadre de ce travail.

3.2.3.1 Prise en compte des contraintes

La façon la plus simple de prendre en compte une contrainte est de modifier le problème contraint en un problème non contraint en modifiant l'objectif. Une solution consiste à pénaliser la valeur de l'objectif en y ajoutant un terme p si la contrainte g n'est pas respectée. L'objectif f peut être exprimé comme suit :

$$\begin{cases} f(\vec{x}) = J & \text{si } g(\vec{x}) < 0 \\ f(\vec{x}) = J + p & \text{si } g(\vec{x}) \geq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

D'autres méthodes existent et utilisent les notions de pénalité ou de barrière [CCC99], on peut également citer la méthode du Lagrangien augmenté [LT02].

Les méthodes directes ne transforment pas le problème et le traite directement comme un problème d'optimisation contraint. Ces méthodes procèdent à une suite de minimisations unidirectionnelles ou remplacent le problème original par une suite de sous-problèmes approchés. On peut notamment citer la programmation récursive quadratique [WM06].

Le problème de la plupart des méthodes qui prennent en compte des contraintes est la recherche de solutions respectant la contrainte. En effet, dans certains cas l'objectif ne peut être évalué si la contrainte n'est pas respectée ; on remplacera donc la valeur de l'objectif par le terme p . Cependant, avec cette méthode, l'algorithme n'aura aucune indication sur la direction dans laquelle chercher les points respectant la contrainte. On peut donc utiliser la contrainte comme un objectif à minimiser quand elle n'est pas respectée. On peut ainsi définir un objectif f comme suit :

$$\begin{cases} f(\vec{x}) = J(\vec{x}) & \text{si } g(\vec{x}) < 0 \\ f(\vec{x}) = g(\vec{x}) \cdot p & \text{si } g(\vec{x}) \geq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

où J est l'objectif à minimiser quand la contrainte est respectée. g est la valeur de la contrainte et p est une pénalité avec laquelle on multiplie g quand la contrainte n'est pas respectée. Cette façon de prendre en compte une contrainte peut être utilisée en synthèse de commande de systèmes mécatroniques. En effet, la contrainte sur la stabilité du système peut être représentée par l'abscisse spectrale (maximum de la partie réelle des pôles du système asservi) : si l'abscisse spectrale est supérieure à 0 on la minimise et si elle est inférieure à 0 on minimise le critère de performance J .

3.2.3.2 Prise en compte de plusieurs objectifs

La plupart des approches présentées jusqu'ici permettent de résoudre des problèmes d'optimisations monoobjectif. Afin de prendre en compte plusieurs objectifs, on peut utiliser plusieurs méthodes. Dans un premier temps, pour trouver le front de Pareto on peut faire la somme pondérée des objectifs [SS05]

$$J = \sum_{i=1}^n \omega_i f_i(\vec{x}) \quad (3.4)$$

où n est le nombre d'objectifs, f est la valeur d'un objectif dépendant des variables de décision \vec{x} . ω est le vecteur des pondérations tel que la somme des pondérations soit égale à 1. On peut ensuite faire varier les pondérations ω_i afin d'obtenir l'ensemble des points du front de Pareto. Le problème rencontré avec cette méthode est la mauvaise dispersion du front de Pareto. En effet, faire varier linéairement les pondérations ω_i ne garantit pas d'avoir une répartition homogène des points obtenus sur le front de Pareto. Une solution consiste à utiliser la méthode de la contrainte normale (Normal Constraint method) [MIYM03].

Une autre méthode consiste à diviser le problème multiobjectif en sous-problèmes à un seul objectif pour lesquels les autres critères sont considérés comme des contraintes [Mav09].

Les algorithmes génétiques ont été adaptés à la résolution de problèmes multiobjectifs. On peut citer MOGA [FF93] et VEGA [Sch85] qui furent les premiers algorithmes génétiques multiobjectifs. L'idée est de classer les individus en fonction de la valeur de leurs objectifs. Chaque algorithme utilise une façon différente pour gérer ce classement.

Les algorithmes génétiques étant principalement utilisés dans cette thèse, une attention particulière est portée à leur description succincte.

3.2.4 Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques [Hol92] sont inspirés de la théorie de l'évolution de Charles Darwin [Dar59]. Cette théorie considère que les individus les mieux adaptés à l'environnement survivent et se reproduisent. Le vocabulaire utilisé est analogue à celui utilisé en biologie : l'individu représente un jeu de variables de décision, une population représente un ensemble d'individus. Le principe est donc de générer une population initiale de taille donnée et de faire évoluer les individus vers l'optimum. Pour ce faire, l'algorithme va sélectionner les meilleurs individus pour les "croiser" et obtenir une population d'enfants. De plus, des mutations aléatoires seront ajoutées pendant l'évolution afin de garantir la dispersion des individus dans l'espace de recherche. Cette opération sera répétée tant que le critère d'arrêt ne sera pas satisfait.

Les algorithmes génétiques étant principalement utilisés dans nos travaux, leur fonctionnement est détaillé en annexe A.

3.2.5 Les autres algorithmes de résolution de problèmes

De nombreux algorithmes stochastiques permettent de résoudre les problèmes d'optimisation multiobjectifs. Nombre d'entre eux sont inspirés de la nature. Une liste brève est donnée ci-après.

3.2.5.1 Le recuit simulé

Cet algorithme est dérivé d'un procédé souvent utilisé en métallurgie : le recuit. Le principe est de chauffer un matériau rapidement et de le refroidir lentement. Lorsque le matériau est chauffé les atomes le composant vont se séparer et s'agiter, en le refroidissant lentement l'agitation va diminuer lentement et les atomes vont se 'ranger' de façon très ordonnée. Deux équipes ont eu l'idée d'utiliser ce principe pour la résolution de problème d'optimisation [KGV83] et [C85]. Le principe est de tester les voisins des points actuels avec une distribution de probabilité dépendant de leur qualité. Le critère de Métropolis [MRR⁺53] dépendant de la température T permet de savoir si l'on garde un nouvel individu ou non. Ce critère dépend de la différence entre le nouvel individu et l'ancien : si le nouvel individu est meilleur on le conserve sinon on le conserve avec une probabilité proportionnelle à la température T . Une température élevée donnera donc un comportement très agité à l'algorithme, quand la température est faible l'algorithme conservera moins de points moins performants. Quand $T = 0$ on ne conservera que les individus meilleurs que le point en cours. Le paramètre T évoluera donc au cours du processus d'optimisation en suivant le schéma de refroidissement.

Cet algorithme a été utilisé pour la synthèse de commandes comme par exemple par Mitra *et al.* [MJC91] et plus récemment par Mahar et Ali [MA11].

3.2.5.2 Les colonies de fourmis

L'optimisation par colonie de fourmis copie le comportement de fourmis qui cherchent de la nourriture. En effet, si on place d'une part une fourmilière et d'autre part un point de nourriture dans un environnement, même complexe, au bout d'un temps fini on observera une colonne de fourmis qui reliera le point de nourriture à la fourmilière en empruntant le chemin optimal. Après de longues observations des fourmis, on a pu décrire le processus. Dans un premier temps des éclaireurs vont parcourir l'environnement, l'espace de recherche, de façon aléatoire. Une fois un point de nourriture découvert la fourmi va revenir au nid en déposant des phéromones sur son chemin. Les autres fourmis vont suivre ces phéromones de façon approchées et sur leur retour elles vont déposer à leur tour des phéromones pour renforcer la piste. Petit à petit, les fourmis faisant des erreurs sur leur chemin vont trouver un chemin plus court, ce chemin sera parcouru par plus de fourmis sur une période donnée et la piste de phéromones sera donc plus forte. Au final, les chemins non optimaux vont disparaître, les phéromones étant volatiles, et il ne restera que le chemin optimal. Ce principe a été adapté par Dorigo [Dor92] à la résolution de problèmes d'optimisation.

On trouve quelques publications sur la synthèse de correcteurs en utilisant cet algorithme, notamment [ZCZ06]. Mahar a également testé cet algorithme sur la synthèse de correcteurs d'ordre fixe [MAHB11].

3.2.5.3 L'essaim particulaire

Une autre méthode répandue est l'essaim particulaire. Cet algorithme copie le comportement d'un vol d'oiseau, sur le même principe que l'optimisation par colonie de fourmis (les individus communiquent entre eux). Ce principe a été utilisé pour résoudre des problèmes d'optimisation par [KE95]. Un certain nombre d'individus sont éparpillés dans l'espace de recherche, chacun d'eux connaît la valeur de la fonction de coût minimum qu'il a atteint, la meilleure solution de son voisinage (qui peut être la totalité de la population) et sa vitesse. Le déplacement de chaque individu se fera vers l'optimum global de la population, ou du voisinage, d'une façon stochastique; il aura notamment une inertie qui va lui faire dépasser la position du minimum global. Sur son trajet, chaque individu va parcourir un ensemble de solutions de l'espace de recherche et certainement trouver mieux que le minimum vers lequel il se déplace. L'inertie et la part stochastique du mouvement devront décroître au cours de l'optimisation afin de permettre la convergence et de ne pas avoir un ensemble de particules qui errent dans l'espace de recherche. De nombreux auteurs ont appliqué cet algorithme à la synthèse de correcteurs. On peut citer Wang *et al.* [WPW08], Al Habri *et al.* [AHAC⁺09].

3.3 Prise en compte des incertitudes paramétriques

Les méthodes abordées précédemment supposent implicitement que les données d'entrées et la valeur des fonctions de coûts sont déterministes et connues précisément. Cependant, pour la plupart des problèmes pratiques ces hypothèses sont imparfaites. En effet, les modèles utilisés sont entachés d'erreurs. De plus, certains paramètres du modèle sont difficiles à identifier précisément et d'autres évoluent au cours du temps. Les incertitudes peuvent également venir de la précision des variables de décision, par exemple les dimensions d'une pièce mécanique ne pourront être reproduites qu'avec une certaine précision (une petite variation de dimension peut fortement dégrader les performances). La figure 3.2 montre la différence entre un point optimal A mais moins

robuste aux variations du paramètre α et un point B plus robuste aux variations paramétriques : pour une variation $\Delta\alpha$ du paramètre α , le point A engendre une plus grande variation de J (il suffit de comparer ΔJ_A et ΔJ_B). Le point B est appelé solution “robuste”.

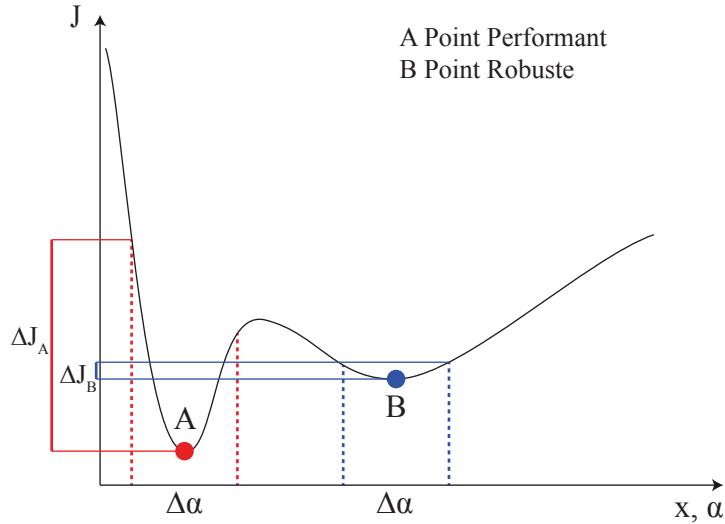


FIGURE 3.2 – Comparaison points robuste et point performant

La volonté de prendre en compte les incertitudes dans la résolution des problèmes d’optimisation n’est pas nouvelle. On peut notamment citer Dantzig [Dan55] qui dès 1955 prend en compte les incertitudes.

Il existe de nombreuses façons de prendre en compte les incertitudes dans les problèmes d’optimisation. Il existe principalement deux approches. La première ajoute un objectif ou une contrainte pour assurer la robustesse de la solution finale [TL10]. La seconde, quant à elle, modifie complètement le problème en le reformulant ou en modifiant les objectifs [MVZ95].

Dans la littérature, l’optimisation robuste a deux définitions bien différentes : la première définit l’algorithme comme étant robuste, c’est à dire que pour plusieurs utilisations de celui-ci il convergera vers un optimum égal ou équivalent en terme de valeurs des objectifs. La seconde définition, que nous avons utilisée dans le cadre de ce travail, concerne la robustesse paramétrique de la solution trouvée.

3.3.1 Ajout d’objectifs ou de contraintes pour quantifier la robustesse paramétrique

L’approche la plus intuitive pour traiter un problème d’optimisation robuste est d’ajouter un ou plusieurs objectifs de quantification de la robustesse. Une contrainte peut être utilisée à la place d’un objectif. Par exemple, Toscano et Lyonnet [TL10] utilisent le théorème de Kharitonov pour vérifier la stabilité d’un système dynamique pour un intervalle de variations donné. Ce théorème très utile [Kha78] permet de prouver qu’un système est robuste sur l’intervalle de variations des paramètres en étudiant le polynôme caractéristique de ce système uniquement sur les bornes de l’intervalle de variations. Cependant, ce théorème nécessite le calcul des racines de ce polynôme caractéristique et ne peut donc pas être appliqué à un système d’ordre élevé comme celui étudié dans ce mémoire.

3.3.2 Modification des objectifs

Une modification des objectifs est utilisée dans deux types d'approches : la méthode des intervalles [Neu91] et l'approche multi-scénarios [MVZ95]. La première approche ne nécessite pas d'information sur les paramètres incertains alors que la seconde nécessite la connaissance des lois de probabilité suivies par les paramètres incertains.

3.3.2.1 Méthode des intervalles

La méthode de résolution par intervalles est souvent utilisée pour la résolution de problèmes soumis à des incertitudes. Le principe est d'optimiser un critère pour les paramètres incertains variant dans un intervalle donné.

Cette approche nécessite cependant une expression littérale des objectifs et n'est donc pas toujours applicable à la conception de systèmes mécatroniques nécessitant un modèle de simulation. Benjamin [Ben02] applique la méthode des intervalles à la commande de véhicules autonomes.

3.3.2.2 Approche multi-scénarios

Les approches multi-scénarios utilisent un ensemble fini S_s de scénarios permettant la modélisation de l'incertitude. La méthode principalement utilisée est la génération de valeurs de paramètres incertains à l'aide d'une distribution hypercube latin [MBC79] en tenant compte de leurs lois de probabilité. Le système est ensuite évalué pour chaque valeur du paramètre ainsi généré. Plusieurs critères peuvent ensuite être utilisés. On peut étudier le pire cas ou le cas moyen, comme décrit dans [MVZ95]. De plus, une étude prenant en compte les propriétés statistiques du jeu de valeurs des objectifs peuvent être examinée. Ces approches sont décrites dans la thèse de Vincent Baudouin [Bau12].

Une autre approche, développée dans nos travaux, consiste à utiliser un nombre de scénarios de l'espace S_s qui respectent une contrainte comme objectif de la robustesse. Par exemple, le nombre de systèmes appartenant à l'ensemble S_s des scénarios où le modèle linéaire correspondant est stable sera utilisé.

Une autre méthode est l'utilisation des approches 'k-sigma' dont le principe est d'utiliser la moyenne et l'écart-type des valeurs d'un objectif pour chaque élément de l'ensemble des scénarios.

Considérons le problème d'optimisation suivant :

$$\left| \begin{array}{ll} \textit{Minimiser} & f(\vec{x}, \vec{\alpha}) \\ \textit{sous la contrainte} & g(\vec{x}, \vec{\alpha}) < 0 \end{array} \right. \quad (3.5)$$

où $\vec{\alpha}$ est l'ensemble des paramètres α incertains et \vec{x} est l'ensemble des variables de décision. Ces paramètres α peuvent être des variables de décision, des paramètres propres au système ou des variables environnementales (température, humidité, ensoleillement,...).

En considérant que les lois de probabilité des paramètres α sont connues, un ensemble de scénarios S_s peut être générés en suivant ces lois de probabilité. Pour procéder au tirage des valeurs des différents paramètres, une distribution hypercube latin peut être utilisée. La valeur de la fonction de coût $f(\vec{x}, \vec{\alpha})$ sera calculée pour chaque valeur des paramètres $\vec{\alpha}$.

La méthode DFSS (Design For Six-Sigma) propose de minimiser une fonction, le plus souvent une somme pondérée dépendant de la moyenne et de l'écart-type des valeurs de l'objectif, en ajoutant une contrainte k-sigma :

$$\left| \begin{array}{ll} \textit{Minimiser} & F(\mu_f, \sigma_f) \\ \textit{sous les contraintes} & \mu_f + k\sigma_f < USL \\ & \mu_f - k\sigma_f > LSL \end{array} \right. \quad (3.6)$$

où μ_f et σ_f sont respectivement la moyenne et l'écart-type des valeurs du critère pour l'ensemble des scénarios. USL et LSL sont respectivement les bornes supérieures et inférieures admises pour la valeur du critère J .

La méthode DFSS a été appliquée à l'optimisation de la structure d'une automobile pour améliorer la résistance aux chocs par Koch, Yang et Gu dans [KYG04].

La valeur de k est souvent fixée à 6 afin de procéder à une optimisation sous contraintes six-sigma. Le problème de ce type de problème d'optimisation est qu'il peut être insoluble. En effet, l'existence d'une configuration respectant les contraintes k-sigma n'est pas garantie. De plus le niveau k des contraintes sigma doit être fixé *a priori*.

Afin de palier aux différents problèmes de la méthode DFSS, la méthode a été améliorée pour pouvoir utiliser une approche multiobjectif de manière à ne pas de fixer les contraintes sigma avant la résolution [SF07]. Il s'agit de la méthode DFMOSS (Design For Multi-Objective Six Sigma) qui a été appliquée avec succès à l'optimisation de la forme d'ailes d'avion dans [SF07]. Cette méthode propose de minimiser la moyenne μ_f et l'écart-type σ_f de la fonction de coût pour l'ensemble des scénarios. Le problème d'optimisation de l'équation 3.5 devient donc :

$$\left| \begin{array}{ll} \textit{Minimiser} & \mu_f(\vec{x}) \\ & \sigma_f(\vec{x}) \\ \textit{sous la contrainte} & nb_{g(\vec{x}) < 0} > SC \end{array} \right. \quad (3.7)$$

où $nb_{g(\vec{x}) < 0}$ est le nombre de points qui respectent la contrainte $g(\vec{x})$. SC est une limite d'acceptation. On acceptera d'avoir un petit nombre SC (de l'ordre de 2 à 3) de solutions qui ne respectent pas la contrainte. SC est souvent égal à zéro, c'est à dire que toutes les solutions doivent respecter la contrainte.

La résolution d'un tel problème d'optimisation conduit à l'obtention d'un front de Pareto robuste. En effet chacune des configurations obtenues est robuste vis-à-vis des variations de paramètres. L'avantage de cette méthode est que la valeur des seuils USL et SLS et du niveau de la contrainte sigma sont fixés après le processus d'optimisation. La figure 3.3 montre un exemple de front de Pareto obtenu par cette méthode.

Contrainte 6 sigma

Afin de choisir le point optimal, on peut utiliser la notion de qualité 6 sigma [Ten01]. On fixe une contrainte 6 σ comme montré à l'équation 3.8. Certains problèmes d'optimisation n'ont besoin que d'une des deux contraintes 6 σ ; c'est le cas sur l'exemple de la figure 3.3 où une seule contrainte 6 σ est utilisée et représentée par une ligne rouge. Les points sous cette ligne respectent la contrainte, c'est à dire que la valeur du critère sera supérieure à la borne USL avec une probabilité de seulement 0.002 pour un million, avec la distribution des paramètres incertains considérée. Bien sûr, tous les problèmes pratiques ne nécessitent pas un taux de satisfaction aussi

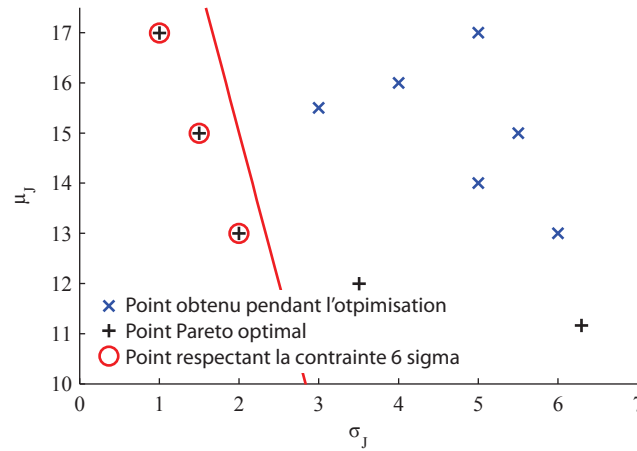


FIGURE 3.3 – Exemple de front de Pareto obtenu par optimisation robuste

contraignant. L'avantage de la méthode DFMOSS est qu'on peut fixer d'une part le niveau de la contrainte (σ , 2σ , 3σ , ...), et d'autre part les valeurs des bornes USL et LSL après la résolution du problème d'optimisation.

Le tableau 3.1 indique la probabilité de défauts par million pour les niveaux de contraintes σ les plus utilisés.

$$\begin{aligned} \mu_{JS} - 6\sigma_{JS} &\geq LSL \\ \mu_{JS} + 6\sigma_{JS} &\leq USL \end{aligned} \quad (3.8)$$

Niveau σ	Défauts par million
1σ	317 400
3σ	2 700
6σ	0.002

Tableau 3.1 – Niveau de la contrainte σ

3.4 Optimisation des systèmes d'entraînement de bandes flexibles

Les performances d'une configuration (structures et paramètres de commande, structures et paramètres mécaniques, ...) d'une machine peuvent être analysées dans deux domaines :

- le domaine temporel où les simulations du système (modèle non-linéaire ou linéaire) sont utilisées afin de quantifier les performances sur les sorties. Cette approche a l'avantage d'être facile à implémenter et d'être applicable aux systèmes non-linéaires. Cependant, les sorties du système dépendent fortement des entrées appliquées. De plus, le temps de simulation peut être long.
- le domaine fréquentiel en utilisant des diagrammes de Bode ou les valeurs singulières. On analyse cette fois-ci les performances des fonctions de transfert linéarisées qui sont indépendantes des entrées. L'analyse est généralement moins chronophage par rapport à celle menée dans le domaine temporel.

Il est clair que dans notre cas la méthode DFMOSS est à adapter à l'optimisation de systèmes dynamiques.

3.4.1 Critères à optimiser

Plusieurs critères peuvent être définis dans chacun des deux domaines. Les principaux critères sont décrits brièvement ci-après.

3.4.1.1 Critères temporels

Pour un système dynamique asservi, on s'intéresse généralement aux performances de suivi de consignes, de stabilité paramétrique, de couplage entre grandeurs et à la robustesse paramétrique (maintien des performances dynamiques lorsque les paramètres varient).

Quantification du suivi de consigne :

Les principaux critères utilisés en synthèse de correcteurs dans le domaine temporel sont répertoriés dans le tableau 3.2. Mirzal [MYF12] compare différents critères de performances utilisés lors de la synthèse de correcteurs par algorithmes d'optimisation.

Indice de performances	Expression mathématique
IAE (Integral of Absolute Error)	$J = \int_0^T e(t) dt$
ITAE (Integral of Time Absolute Error)	$J = \int_0^T t e(t) dt$
ISE (Integral of squared Error)	$J = \int_0^T (e(t))^2 dt$
ITSE (Integral of Time squared Error)	$J = \int_0^T t(e(t))^2 dt$

Tableau 3.2 – Principaux critères d'optimisation dans le domaine temporel

Chacun de ces critères donnera des résultats différents. Les critères prenant en compte explicitement le temps, comme les critères *ITAE* et *ITSE*, privilégient la rapidité.

Pour synthétiser une commande de systèmes mécatroniques évitant les oscillations sur les sorties, Sekaj [SS05] propose d'utiliser un critère comportant l'erreur (entre consignes et sorties) et sa dérivée. Il propose également d'ajouter le signal de commande $u(t)$ et sa dérivée. Il utilise une somme pondérée de ces différents critères :

$$J = \int_0^T |e(t)| + \alpha|\dot{e}(t)| + \beta|u(t)| + \gamma|\dot{u}(t)| dt \quad (3.9)$$

avec $e = r - y$ l'erreur de suivi de consignes.

La difficulté réside dans le choix des facteurs de pondération. Le problème d'optimisation mono-objectif peut être transformé en un problème multiobjectif en décomposant le critère J .

Dans certains cas, il peut être intéressant de minimiser l'amplitude maximale de l'erreur e . Pour intégrer l'erreur maximale dans le processus d'optimisation, deux solutions sont possibles : soit minimiser directement sa valeur (ou l'inclure dans un critère à optimiser via un facteur de pondération), soit utiliser des gabarits comme contraintes. Dans ce dernier cas, le problème d'optimisation devient :

$$\left| \begin{array}{l} \textit{Minimiser} \\ \textit{sous la contrainte} \end{array} \right. \begin{array}{l} J(x) \\ y \in \textit{Gabarit} \end{array} \quad (3.10)$$

Les gabarits temporels peuvent ainsi être utilisés pour limiter le dépassement et le temps de réponse par exemple.

Malheureusement, ce problème d'optimisation n'évite pas les solutions pour lesquelles les sorties peuvent osciller (avec amortissement bien souvent). Une solution intéressante consiste à utiliser un modèle de référence : il s'agit de minimiser l'erreur entre les sorties du système et du modèle de référence ; les mêmes consignes étant appliquées au système et au modèle de référence.

Quantification du couplage :

Afin de quantifier le couplage entre les entrées et sorties d'un système dans le domaine temporel, une approche classique est l'approche multi-scénarios détaillée par Simoes [SSP⁺09] : il ne fait varier qu'une seule consigne à la fois et observe le comportement des sorties.

Quantification de la robustesse paramétrique :

Il s'agit d'analyser le maintien ou non des performances dynamiques du systèmes lorsque des paramètres varient.

Dans le domaine temporel, la robustesse paramétrique peut être quantifiée de plusieurs manières. L'approche la plus simple consiste à faire plusieurs simulations avec des valeurs différentes des paramètres considérés, puis d'observer les différences (ou dégradations) sur la valeur du critère. Cette approche nécessite de long temps de simulations.

Cependant, deux réponses temporelles différentes peuvent donner une valeur du critère similaire voire identique. Il est donc important de bien choisir le critère à optimiser. Nous proposons dans [KFV10] de choisir le critère en fonction de la consigne : si la consigne varie, il vaut mieux comparer l'erreur maximale ; si la consigne est constant, le calcul de l'erreur quadratique est appropriée.

Une alternative, également proposée dans le cadre de cette thèse, consiste à fixer un gabarit autour de la consigne puis de chercher la variation de paramètres de manière à ce que la sortie touche le gabarit. On pourra considérer que la robustesse paramétrique est plus élevée lorsque cette variation de paramètres est plus grande.

En réalité, il faudrait combiner plusieurs critères, sans omettre des critères économiques (coût de la configuration, coût de la consommation, ...)

3.4.1.2 Critères fréquentiels

A l'instar des critères temporels, il existent de nombreux critères pour quantifier le comportement fréquentiel d'un système mécatronique asservi.

Quantification du suivi de consigne :

Le premier critère est la norme H_∞ présentée au chapitre 2. Ce critère, qui doit être minimisé, donne le maximum de la valeur singulière maximale.

Un second critère également utilisé est la norme H_2 qui représente l'énergie du système pour un

bruit blanc unitaire en entrée [CCK05]. Cette norme prend l'expression mathématique suivante :

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace}(G^*(j\omega)G(j\omega))d\omega} \quad (3.11)$$

Ces deux critères peuvent être combinés lors de synthèse de commande mixte H_2/H_∞ [ANR08]. Song et Chen [SC10] présentent la synthèse de correcteurs avec une approches mixte H_2/H_∞ à l'aide d'un algorithme génétique.

Une autre approche consiste à calculer la différence de gains entre le système et le modèle de référence, pour les fonctions de transfert considérées, et de pondérer cette différence avec l'amplitude du modèle de référence. Ainsi, on donnera plus d'importance à l'erreur lorsque le gain du modèle de référence est élevé.

Ce critère est de la forme :

$$\sum_{\omega_i=0}^{\omega_i=\omega_{max}} \text{abs} [(|M_0(j\omega_i)| - |G(j\omega_i)|) |M_0|] \quad (3.12)$$

Quantification du couplage :

Les fonctions de transfert hors diagonale décrivent le couplage entrées-sorties, c'est à dire la fonction de transfert entre une entrée i et une sortie j , avec $i \neq j$. Il est donc intéressant de minimiser la norme (H_∞ par exemple) de ces fonctions.

Une autre approche consiste à ajouter une contrainte (d'amplitude faible) sur le gain maximum de chaque fonction de transfert hors diagonale.

Quantification de la robustesse paramétrique

La robustesse paramétrique peut être quantifiée de différentes manières. Les méthodes utilisées dans le domaine temporel peuvent être transposées dans le domaine fréquentiel.

En complément, plusieurs nouveaux critères ont été proposés dans le cadre de ce travail de thèse. Ces critères sont décrits plus loin.

3.4.2 Optimisation de la commande

Les approches d'optimisation décrites précédemment peuvent maintenant être appliquées à la synthèse d'asservissement de tension de systèmes d'entraînement de bandes flexibles. Pour la commande du prototype FTS, les correcteurs ont été synthétisés uniquement dans le domaine temporel (le modèle du système à commander étant fortement non linéaire. De plus, la construction du modèle linéaire aurait été trop chronophage). Les résultats sont présentés ci-après.

La deuxième application porte sur la commande en tension du banc industriel. Les correcteurs sont synthétisés dans les domaines temporel et fréquentiel.

3.4.2.1 Synthèse de la commande du prototype FTS dans le domaine temporel

Le prototype est présenté à la section 1.4.2 de ce mémoire. L'objectif est de déplacer la bande très rapidement puis de la stopper : 50 cm en moins de 100 ms. Tout d'abord, on présente ci-après la commande actuelle. Une nouvelle stratégie de commande est ensuite donnée. Les approches sont décrites brièvement, les détails étant donnés à l'annexe D.

Commande actuelle

La commande initialement implémentée sur le système se décompose en 2 phases :

- La phase d’accumulation durant laquelle une quantité suffisante de bande est stockée dans l’accumulateur supérieur. Pendant ce temps, l’accumulateur inférieur est vidé. Le tracteur maître (Cabestan) est bloqué pendant cette phase afin de permettre la collecte d’ions radioactifs. La position des bras des accumulateurs est asservi par des correcteurs P.
- La phase de restitution durant laquelle le Cabestan déplace la bande de la distance voulue : l’accumulateur supérieur est vidé et l’accumulateur inférieur est rempli. Pendant cette phase, les deux bobines sont bloquées : l’angle des bras des deux danseur-accumulateurs n’est donc pas asservi.

Le principal défaut de cette stratégie de commande est que la distance de déplacement est limitée par la taille de l’accumulateur supérieur. De plus, lors de la phase de restitution, la position des bras des accumulateurs n’est plus asservie, et des oscillations peuvent survenir.

Stratégie de commande proposée

Afin de pallier ces problèmes, une nouvelle commande a été proposée. Les deux phases sont réunies, en une seule et des correcteurs de type PI assurent l’asservissement en position des deux danseurs-accumulateurs. Le tracteur maître est commandé en position pour procéder au déplacement de la bande. Il y a donc 4 paramètres à optimiser : $K_{p_{sup}}$ et $K_{i_{sup}}$ pour le correcteur PI relatif au danseur-accumulateur supérieur et $K_{p_{inf}}$ et $K_{i_{inf}}$ pour l’autre correcteur PI. Le problème d’optimisation peut se mettre sous la forme :

$$\text{Minimiser } Perf = \max(|\alpha_{sup}|) + \max(|\alpha_{inf}|) + \int_{t=0}^{t_{max}} |\dot{\alpha}_{sup}| dt + \int_{t=0}^{t_{max}} |\dot{\alpha}_{inf}| dt \quad (3.13)$$

Ce problème d’optimisation est résolu à l’aide du logiciel modeFRONTIER en utilisant l’algorithme MOGA2. La configuration utilisée est présentée au tableau 3.3 :

Type d’algorithme	MOGA2
Nombre d’individus	40
Nombre de générations	200
Probabilité de croisement directionnel	0.5
Probabilité de croisement uniforme	0.35
Probabilité de sélection	0.05
Probabilité de mutation	0.1
Élitisme	1 individu

Tableau 3.3 – Réglage de l’algorithme de résolution

La solution optimale est trouvée au bout des 100 générations. La figure 3.4 montre l’évolution de la valeur du critère au cours des générations de l’algorithme d’optimisation. L’algorithme a été stoppé à 100 générations car la valeur du critère à minimiser ne s’améliore plus de façon significative. L’algorithme d’optimisation a été lancé plusieurs fois avec des valeurs initiales différentes et des réglages de l’algorithme de résolution différents, afin de confirmer la convergence vers le même minimum.

Les résultats obtenus sont détaillés dans l’article reproduit en annexe D.

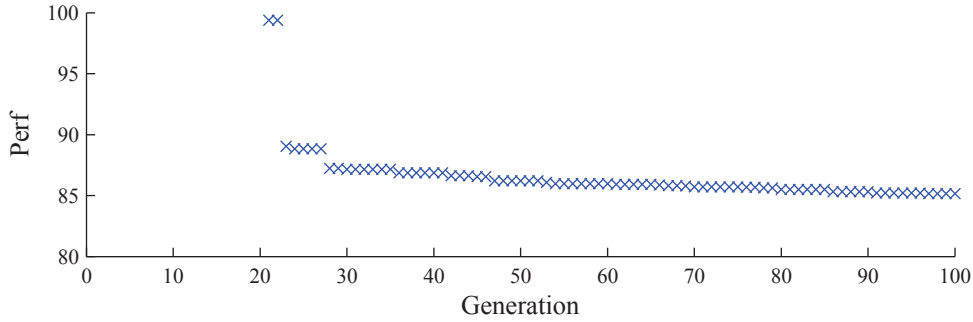


FIGURE 3.4 – Convergence de l'algorithme

3.4.2.2 Banc industriel : synthèse de la commande dans le domaine temporel

Les correcteurs de tension de bande ont, dans un premier temps, été synthétisés dans le domaine temporel. Deux objectifs sont considérés : d'une part le suivi de consigne et d'autre part la robustesse aux variations de l'élasticité de la bande. De plus, des gabarits autour de la consigne sont ajoutés afin de permettre l'utilisation d'une contrainte (pour obliger la tension à rester à l'intérieur des gabarits). Le problème d'optimisation à résoudre peut se formuler :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Minimiser} & J_1(x) \\ \text{Maximiser} & J_2(x) \\ \text{sous la contrainte} & T \in \text{Gabarit} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

avec $J_1(x)$ l'objectif de performance à minimiser, $J_2(x)$ l'objectif de robustesse à maximiser. x est le vecteur des variables de décision. T représente l'ensemble des tensions de bande du système. Les variables de décision sont composées des paramètres des 3 correcteurs PI soit 6 variables de décision. Les paramètres sont : K_{pad} , $K_{i\alpha d}$ pour le correcteur du danseur de la section dérouleur, K_{pTint} et K_{iTint} pour le correcteur de la tension intermédiaire et $K_{p\alpha e}$, $K_{i\alpha e}$ pour le correcteur de position du danseur de la section enrouleur.

Quantification des performances de suivi de consignes

Afin de quantifier les performances de suivi de consigne, la somme des critères IAE appliqués à chaque sortie est utilisée. Le critère J_1 à minimiser vaut :

$$J_1 = \int_0^{t_{max}} |\alpha_d(t) - \alpha_{d_{ref}}(t)| dt + \int_0^{t_{max}} |T_{int}(t) - T_{int_{ref}}(t)| dt + \int_0^{t_{max}} |\alpha_e(t) - \alpha_{e_{ref}}(t)| dt \quad (3.15)$$

l'indice *ref* se rapporte à la consigne de chaque sortie.

Quantification de la robustesse

Afin de quantifier la robustesse paramétrique (dans ce cas par rapport aux variations de l'élasticité de bande) de la solution considérée, un algorithme de dichotomie est utilisé. Le but est de trouver la plus petite variation δE de l'élasticité de bande qui fait sortir une tension des gabarits.

Contrainte de stabilité

Nous avons choisi d'ajouter à la stabilité asymptotique une contrainte sur les réponses temporelles : nous voulons en plus qu'en régime transitoire les réponses ne sortent pas des gabarits.

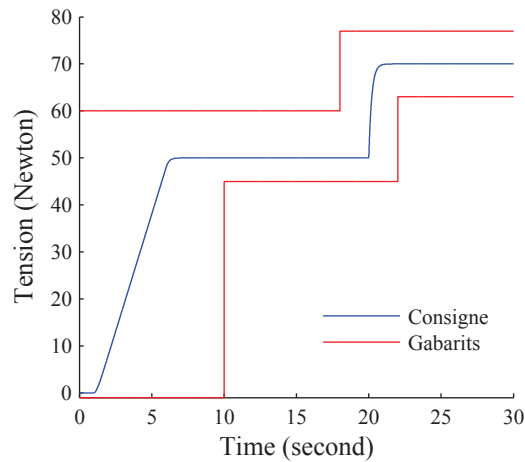


FIGURE 3.5 – Gabarit sur les tensions

Une fois l’objectif de performance en suivi de consignes, l’objectif de robustesse paramétrique et la contrainte de stabilité définis et programmés dans l’environnement logiciel Matlab, le problème d’optimisation est résolu à l’aide du logiciel modeFRONTIER en utilisant un algorithme génétique. L’algorithme utilisé est MOGA2, la population initiale est générée en utilisant l’algorithme “Incremental Space Filler”. Le nombre d’individus est de 32, les réglages concernant les différents paramètres de l’algorithme sont identiques à ceux du tableau 3.3.

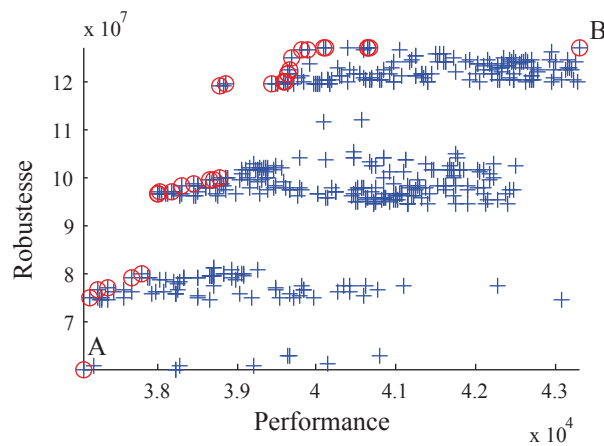


FIGURE 3.6 – Espace objectifs du problème de synthèse temporelle

La résolution du problème multiobjectif conduit à un front de Pareto filtré grâce à l’algorithme de Messac [MIYM03] (cet algorithme permet d’extraire un front de Pareto à partir d’un ensemble de points dans l’espace des objectifs). Le front de Pareto est donné à la figure 3.6.

La forme du front de Pareto montre que les deux objectifs sont antagonistes (l’amélioration de l’un entraîne la dégradation de l’autre). Le front de Pareto n’a ni une forme classique ni une forme continue. Ceci est dû au caractère “discret” de l’objectif de robustesse. En effet, la dichotomie s’arrête lorsque l’écart entre deux valeurs est inférieur au seuil prédéfini (l’écart entre

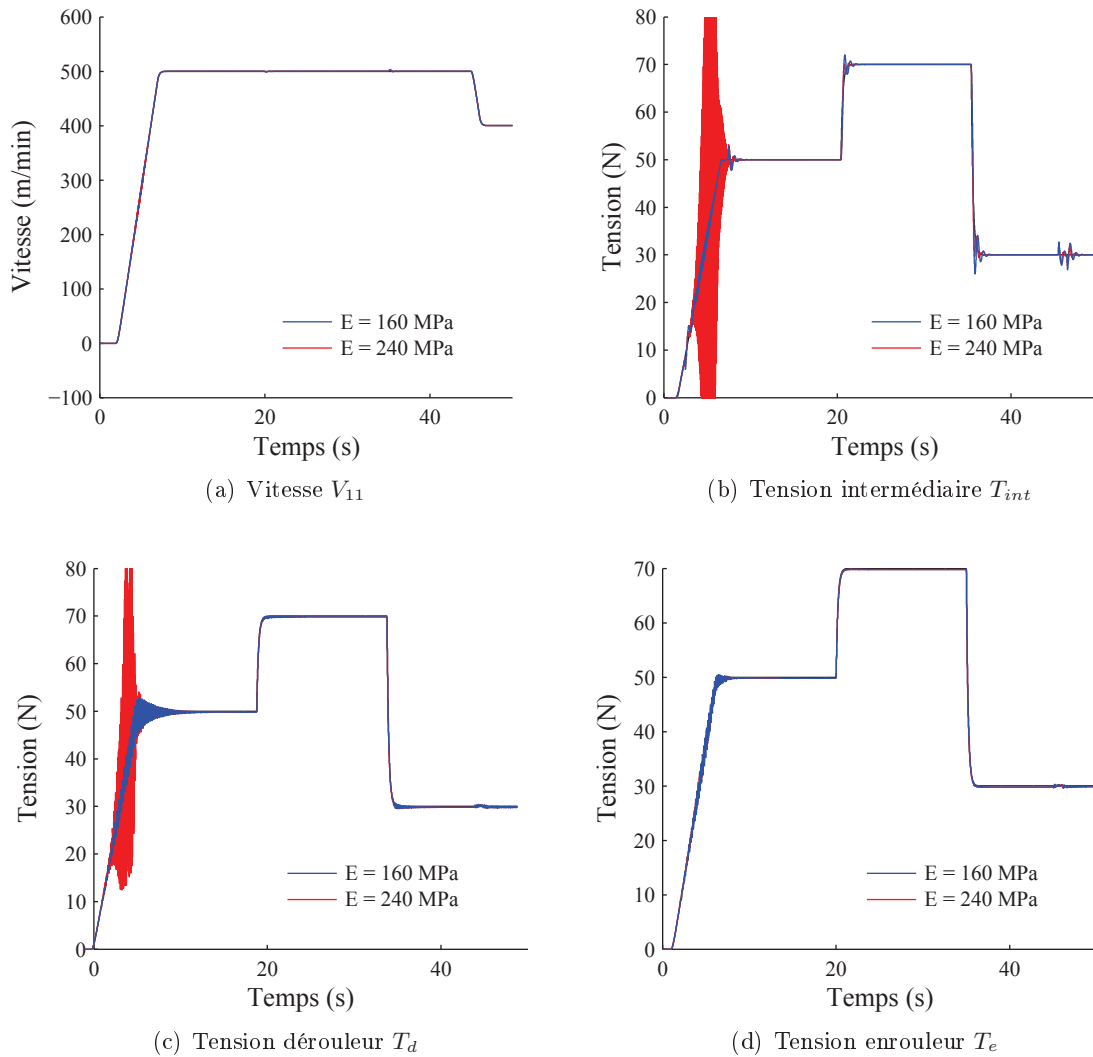


FIGURE 3.7 – Simulation de la configuration optimale en performance de suivi de consigne pour plusieurs valeurs de l'élasticité de bande

deux valeurs de J_2 ne peut donc être inférieur au seuil). Les deux configurations extrêmes, la solution optimale en robustesse paramétrique (point B sur la figure 3.6) et la solution optimale en performance de suivi de consignes (point A sur la figure 3.6), sont simulées et comparées.

La figure 3.7 donne les simulations du système non linéaire pour la configuration optimale en performance de suivi de consignes (point A sur la figure 3.6) pour deux valeurs de l'élasticité de la bande. Comme attendu, on obtient un très bon suivi de consigne pour la valeur nominale de l'élasticité. Cependant la tension de bande oscille fortement lors de la phase de démarrage du système, dans le cas d'une élasticité différente ($E = 240 \text{ MPa}$). Des pics élevés de tension apparaissent au dérouleur et à la section intermédiaire ; ces pics peuvent fortement altérer la bande.

La figure 3.8 présente les résultats de simulation de la configuration optimale en robustesse paramétrique (point B sur la figure 3.6). Les performances de suivi de consignes restent très

acceptables pour la valeur nominale de l'élasticité ; ces résultats sont comparables aux résultats obtenus pour la configuration optimale en performance de suivi de consignes. Cependant, lorsque l'élasticité varie, le système conserve de bonnes performances en suivi de consignes. Il n'y a plus de pic de tension au démarrage du système.

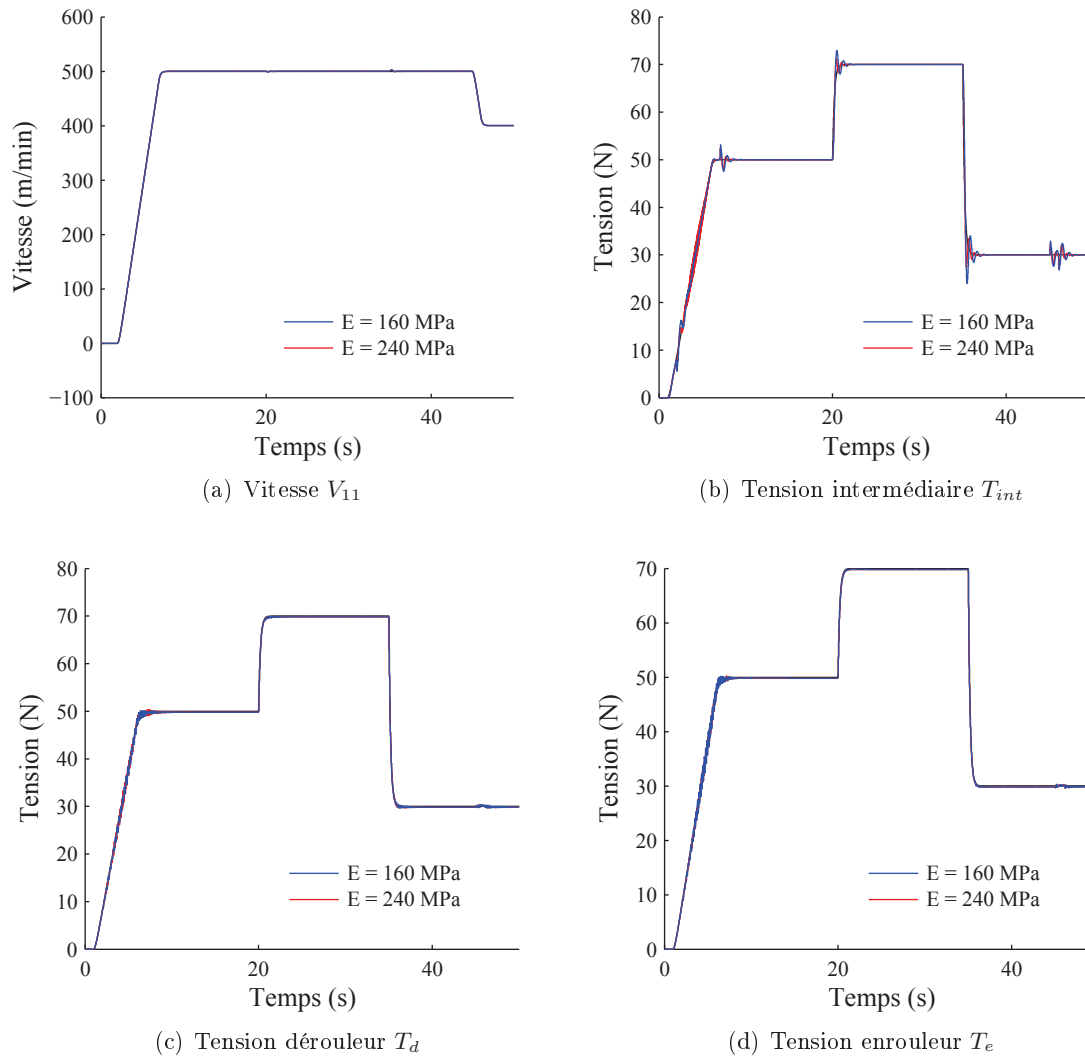


FIGURE 3.8 – Simulation de la configuration la plus robuste pour plusieurs valeurs de l'élasticité

Cette approche a montré que la synthèse de correcteurs dans le domaine temporel permet d'obtenir des performances satisfaisantes en robustesse par rapport aux variations de l'élasticité de la bande. Cependant cette approche ne garantit en aucun cas un bon comportement fréquentiel du système puisque les performances ne sont optimisées que pour une consigne donnée.

Afin de mieux contraindre, ou maîtriser, le comportement fréquentiel du système, plusieurs approches ont été développées. Nous avons utilisé notamment la norme H_∞ comme critère de performance. Par ailleurs, plusieurs méthodes multi-scénarios de quantification de la robustesse ont été développées dans le cadre de ce travail.

3.4.2.3 Banc industriel : synthèse de la commande dans le domaine fréquentiel

L'optimisation des correcteurs du banc expérimental est plus appropriée dans le domaine fréquentiel que le domaine temporel. En effet, l'étude fréquentielle du système (c'est à dire l'étude des fonctions de transfert) est indépendante de la nature du signal d'entrée, ce qui n'est pas le cas de l'étude temporelle. De plus, un avantage important des méthodes fréquentielles est le temps de calcul considérablement réduit, d'un rapport de l'ordre de 80 pour le système étudié dans l'environnement Matlab/Simulink. Cependant, le domaine fréquentiel nécessite au préalable la linéarisation du modèle autour d'un point de fonctionnement.

Le problème d'optimisation est similaire au précédent. J_1 est l'objectif de performance à minimiser, J_2 est l'objectif de robustesse à minimiser et une contrainte de stabilité est ajoutée :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \textit{Minimiser} & J_1(x) \\ \textit{Minimiser} & J_2(x) \\ \textit{sous la contrainte} & \lambda < 0 \end{array} \right. \quad (3.16)$$

où λ est l'abscisse spectrale (qui correspond à la valeur réelle maximale des pôles) du système bouclé.

Les variables de décision sont les mêmes que précédemment, à savoir les 2 paramètres de chacun des 3 correcteurs PI.

Quantification des performances

Les performances sont quantifiées par la norme H_∞ du système complet augmenté, telles que définies au chapitre 2 [GHMO09] [AN06].

Quantification de la robustesse

Afin de quantifier la robustesse, une approche multi-scénarios est utilisée. L'élasticité de la bande est considérée comme un paramètre pouvant varier dans un intervalle de valeurs de façon équiprobable. En d'autres termes, l'élasticité suit une loi de probabilité uniforme. L'intervalle de variations est défini comme suit :

$$E \in [E_n/1000 \quad E_n * 1000] \quad \textit{avec } E_n = 160MPa \quad (3.17)$$

Une fois le jeu de valeurs généré de façon logarithmique, la stabilité de chacun des systèmes correspondants est étudiée. Le nombre de systèmes instables est utilisé comme valeur de J_2 .

Contrainte de stabilité

L'abscisse spectrale du système en boucle fermée est utilisée comme contrainte. Si elle est négative, le système est stable. Cette contrainte est appliquée à chaque valeur de E comprise dans l'intervalle (3.17). Si aucun point ne respectant cette contrainte n'est trouvé, l'abscisse spectrale est minimisée.

Le problème d'optimisation est résolu dans l'environnement logiciel modeFRONTIER avec les mêmes réglages que précédemment. Le front de Pareto est donné à la figure 3.9.

La figure 3.10 illustre la comparaison entre le réglage obtenu par l'approche classique décrite au chapitre 2 (voir paragraphe 2.3.2) et la configuration la plus robuste obtenue à l'aide de l'approche "robuste" décrite dans cette partie. Pour cela, nous avons choisi le réglage des correcteurs correspondant au point A de la figure 3.9. Cependant la simulation est effectuée pour une

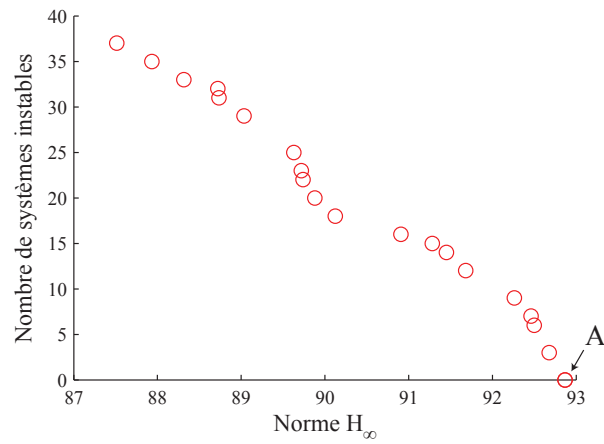
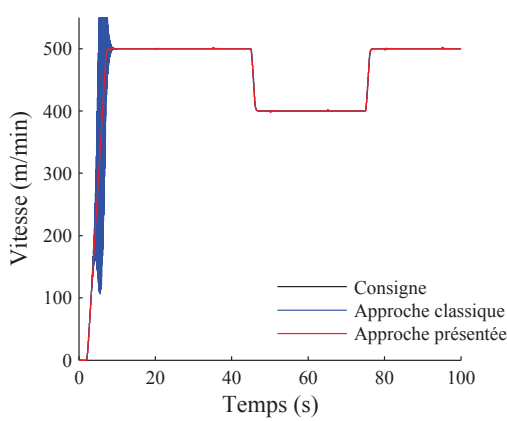
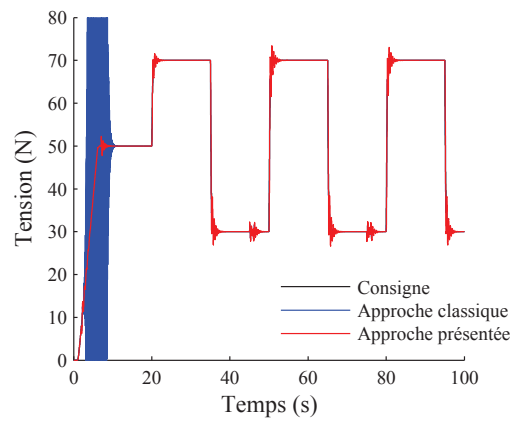


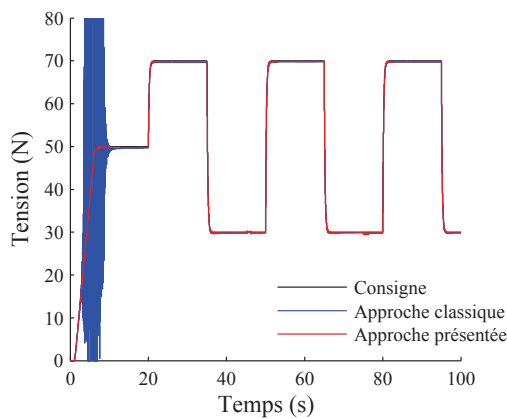
FIGURE 3.9 – Front de Pareto du problème de synthèse fréquentielle



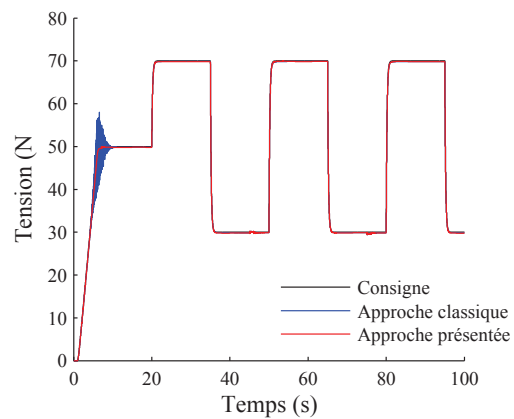
(a) Vitesse V_{11}



(b) Tension intermédiaire T_{int}



(c) Tension dérouleur T_d



(d) Tension enrouleur T_e

FIGURE 3.10 – Comparaison entre les approches fréquentielle et classique pour $Ex2$

faible variation de l'élasticité de la bande, puisque pour l'optimisation "classique", des oscillations se produisent rapidement lorsque E augmente. Dans cet exemple, nous nous sommes limités à augmenter l'élasticité par un facteur 2. Les résultats montrent que la synthèse "robuste" des correcteurs est bien plus robuste, tout en gardant de bonnes performances de suivi de consignes et de découplage tension–vitesse.

3.4.2.4 Banc industriel : synthèse de la commande dans le domaine fréquentiel par approche stochastique

L'amélioration de la robustesse vis à vis de variations paramétriques peut également être obtenue par une approche stochastique multi-scénarios. Pour cela, le paramètre variant est considéré comme une variable stochastique pour laquelle on évalue un nombre fini de scénarios. Le problème d'optimisation multiobjectif avec paramètres incertains peut être résolu de différentes manières. C'est la méthode DFMOSS (Design For MultiObjective Six Sigma) qui a retenu notre attention puisqu'elle permet d'obtenir une performance "six sigma", cette performance n'étant pas inconnu dans le monde industriel (mais pour d'autres applications). Elle a été appliquée avec succès à la conception d'ailes d'avion [SF07]. Cette approche est en réalité une amélioration de la méthode DFSS (Design For Six Sigma). A chaque itération de l'algorithme, un nouveau jeu de paramètres est généré en utilisant une sélection stochastique selon la loi "hypercube latin".

Cependant, l'adaptation de la méthode DFMOSS à notre cas d'étude n'est pas directe. Cela a nécessité une approche innovante décrite ci après et qui a fait l'objet de communications [FK12] [FKR12] [FK13b].

Tout d'abord la norme H_∞ de la fonction de transfert en boucle fermée est calculée pour chaque valeur du jeu de paramètres. Pour chaque paramètre, une loi de distribution normale est choisie. Pour l'ensemble des paramètres, une sélection "hypercube latin" est appliquée. Après plusieurs essais, le nombre d'évaluations pour chaque paramètre a été fixé à 30 (distribuées selon une loi normale). Ce nombre est un bon compromis entre le temps de simulation (et optimisation) et la précision, dans le cas de notre application.

Le problème d'optimisation devient donc :

$$\left| \begin{array}{ll} \textit{Minimiser} & \mu_H(x) \\ & \sigma_H(x) \\ \textit{sous la contraintes} & \lambda < 0 \end{array} \right. \quad (3.18)$$

avec $\mu_H(x)$ la moyenne de la norme H_∞ pour l'ensemble des valeurs des paramètres, $\sigma_H(x)$ l'écart-type de la norme H_∞ de l'ensemble des valeurs des paramètres.

Ce problème d'optimisation est résolu dans l'environnement logiciel modeFrontier. L'algorithme MOGA2 est utilisé avec une population de 40 individus et 200 générations. Etant donné la complexité du problème d'optimisation avec modèle stochastique, la probabilité de mutation a été augmentée à 30 %. La probabilité de croisement directionnel est de 50 %, le taux de sélection de 5 % et le taux de croisement uniforme est choisi à 15 %. Pour chaque itération, un ensemble de 30 valeurs des paramètres incertains est généré en utilisant un tirage hypercube latin. Dans cette étude, nous considérons un seul paramètre incertain : le module de Young E de la bande (c'est à dire son élasticité) qui est supposé suivre une loi de probabilité normale avec une moyenne de $16MPa$ et un écart-type de $4MPa$. Les valeurs négatives ainsi que les valeurs supérieures à $400MPa$ ne sont pas prises en compte.

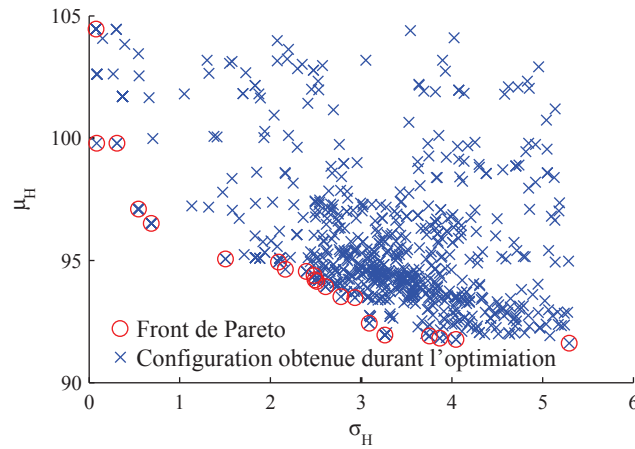


FIGURE 3.11 – Front de Pareto du problème de synthèse fréquentielle avec modèle stochastique

La figure 3.11 illustre le front de Pareto du problème de synthèse des correcteurs de tension à l'aide du modèle stochastique. L'ensemble des points tient compte du caractère incertain de l'élasticité de la bande, c'est donc un front de Pareto "robuste" vis à vis des variations du module de Young.

Choix de la configuration optimale

Cependant il n'est pas aisé de choisir une configuration optimale sur le front de Pareto, ou proche de ce front. Une solution classique pourrait être de choisir la configuration qui donne les meilleures réponses temporelles et comportements fréquentiels, sur un ensemble de points équirépartis sur le front de Pareto. Nous avons choisi une autre approche : il s'agit tout d'abord d'adjoindre une contrainte 6σ .

Cependant il est délicat de raisonner uniquement en terme de valeurs de la norme H_∞ . Ainsi nous tenons également compte des réponses temporelles. Nous avons mis en place une nouvelle méthodologie. Pour cela, nous sélectionnons certaines configurations sur la figure 3.11 et les simulons afin de reconstruire un pseudo front de Pareto dans le domaine temporel. En effet, une configuration Pareto-optimale dans le domaine fréquentiel ne le sera pas forcément dans le domaine temporel. D'une part, le modèle non-linéaire est utilisé dans le domaine temporel tandis que le modèle linéaire est utilisé dans le domaine fréquentiel. D'autre part, les critères temporels et fréquentiels sont de nature différente.

Le processus de sélection devra assurer plusieurs propriétés :

1. Prise en compte de la proximité par rapport au front de Pareto fréquentiel : un point proche du front de Pareto fréquentiel devra avoir plus de chance d'être sélectionné qu'un point éloigné.
2. Garantie de la diversité des configurations : des configurations devront pouvoir être sélectionnées tout au long du front de Pareto fréquentiel.
3. Le nombre de configurations à examiner devra rester raisonnable étant donné le temps nécessaire à leur simulation. Au maximum 100 configurations pourront être simulées dans un temps raisonnable pour notre application.

Méthodologie d'optimisation développée

Dans un premier temps, une zone de d'analyse est définie à partir des points idéaux du front de Pareto fréquentiel. L'exemple de la figure 3.1 est repris pour illustrer la zone de d'analyse sur la figure 3.12. Si le nombre de configurations dans cette zone est acceptable (au vu du temps de simulation temporelle avec le modèle non-linéaire), elles seront toutes simulées dans le domaine temporel. Sinon l'espace des objectifs fréquentiel (figure 3.11) est découpé en zones. Le résultat est illustré à la figure 3.13.

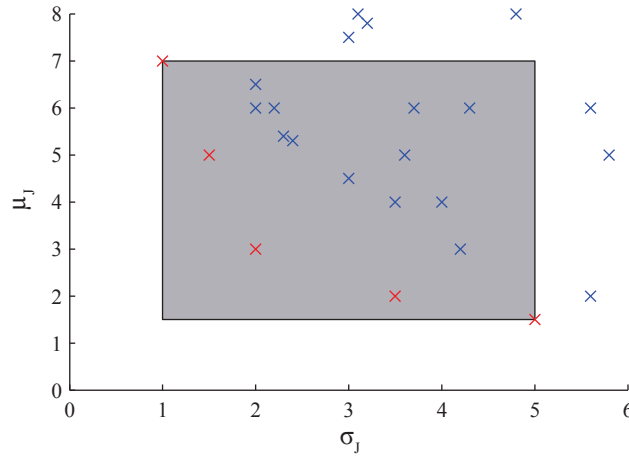


FIGURE 3.12 – Zone d'analyse autour du front de Pareto fréquentiel

Afin de garantir les propriétés énumérées juste auparavant, une méthode de découpage en deux étapes est développée. La première phase permet de prendre en compte la proximité du front de Pareto fréquentiel en découpant l'espace des objectifs par des cercles concentriques dont le rayon varie de façon non-linéaire. Le point utopique est pris comme centre des cercles, la distance entre le point utopique et le point le plus proche est utilisé comme rayon minimum R_{min} . La distance entre le point utopique et le point NADIR est considéré comme étant le rayon maximum des cercles : R_{max} . Le rayon de chaque cercle est donné par la relation :

$$Rc_i = Rc_{i-1} + \frac{R_{max} - R_{min}}{\frac{1-n^{nb_c}}{1-n} - 1} n^{(i-1)} \tag{3.19}$$

où Rc_i et Rc_{i-1} sont les rayons des cercles successifs. n est le rapport entre le rayon i et le rayon $i - 1$ et nb_c est le nombre de cercles désirés.

La seconde phase de la stratégie de découpe permet de garantir la diversité. L'espace angulaire défini par le point utopique et chacun des point idéaux (voir figure 3.1) est séparé par des lignes dont les angles sont identiques. Nous avons choisi une stratégie d'équirépartition angulaire. D'autres stratégie sont possibles. La figure 3.13 donne un exemple de découpage de l'espace des objectifs fréquentiels à l'aide de 4 cercles et 4 droites.

La prochaine étape consiste à sélectionner une ou plusieurs configurations dans chaque zone du découpage. Nous avons opté pour une sélection unique dans chaque zone, et ceci de façon

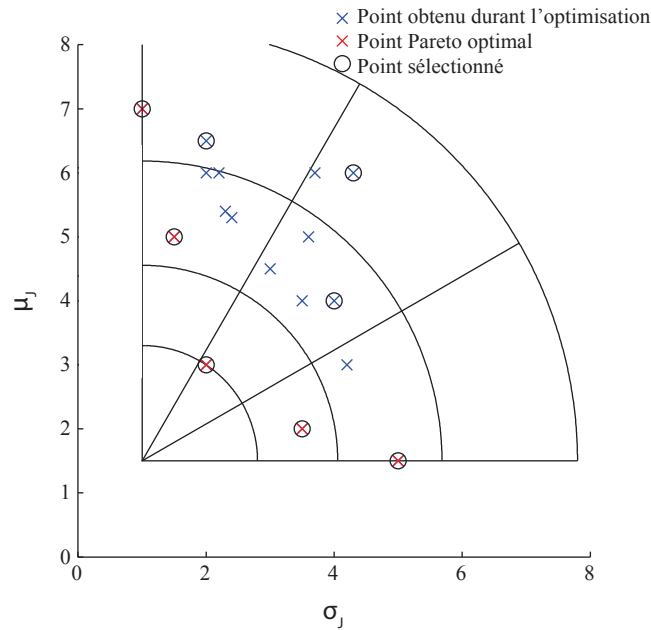


FIGURE 3.13 – Stratégie de découpage de l'espace des objectifs fréquentiels

aléatoire. De plus, les configurations Pareto optimales sont ajoutées pour être sûr de ne pas supprimer un point optimal dans le domaine fréquentiel.

La figure 3.14 présente les zones de séparation de l'espace des objectifs fréquentiels et les points sélectionnés. Onze cercles et onze lignes sont utilisés afin d'obtenir un total de 100 zones.

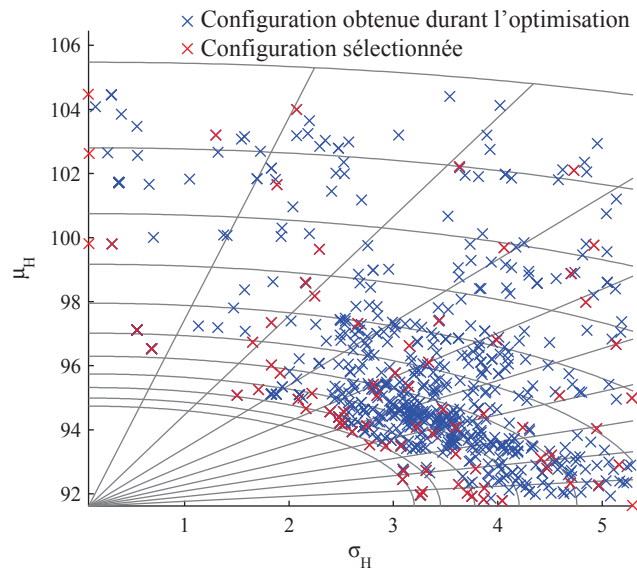


FIGURE 3.14 – Stratégie de découpage et points sélectionnés

La stratégie de sélection développée a permis de choisir 74 configurations (en tenant compte des configurations sur le front de Pareto). Les configurations sélectionnées sont simulées afin de construire un “pseudo” Pareto temporel. Le choix du critère temporel est de grande importance.

Dans les systèmes d'entraînement de bande, l'erreur quadratique de suivi de consignes n'a pas une importance capitale. C'est surtout l'erreur maximale de suivi de consignes (de tension) qui peut endommager la bande. C'est cette erreur qui constitue le critère temporel à minimiser (les consignes sont fixées au préalable!). En réalité, comme il s'agit d'un système à paramètres incertains, il faut minimiser deux critères temporels : la valeur moyenne et l'écart-type de cette erreur maximale. Ainsi pour chaque configuration sélectionnée auparavant, nous calculons les deux critères temporels pour en déduire le front de Pareto temporel. Idéalement, la configuration à retenir devrait se localiser sur les deux front de Pareto.

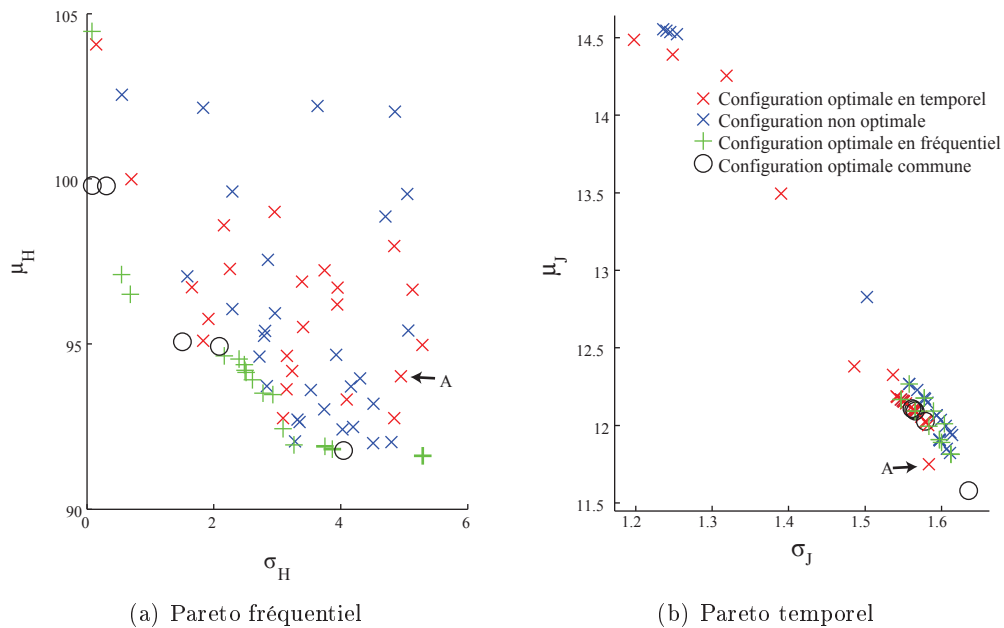


FIGURE 3.15 – Comparaison des fronts de Pareto fréquentiel et temporel

La figure 3.15 compare les fronts de Pareto fréquentiel et temporel. La différence entre les deux fronts de Pareto est notable, aussi bien sur la forme que sur l'optimalité, au sens de Pareto, des différentes configurations. Ainsi, les configurations Pareto-optimales en fréquentiel ne sont pas toutes optimales dans le domaine temporel et *vice-versa*. Seuls quelques points sont communs aux deux fronts de Pareto.

Contrainte 6 sigma

Une contrainte supplémentaire est ajoutée : il s'agit d'une contrainte "six sigma". Celle-ci permet de garantir une limite maximale sur le critère. Cette limite ne sera pas dépassée pour une probabilité de 6 sigma soit une erreur de 0.000002%.

La sélection se fait de façon géométrique en traçant la droite d'équation $\mu_J = -6\sigma_J + USL$ (USL correspond à la valeur limite du critère à ne pas dépasser) : les points en-dessous de cette ligne respectent la contrainte 6σ . Il suffit donc d'augmenter la valeur de USL jusqu'à trouver au moins un point qui respecte la contrainte. Il convient de repérer ce point sur le Pareto fréquentiel et de vérifier qu'il n'est pas trop éloigné du front de Pareto fréquentiel. De plus, si plusieurs points sont trouvés avec la méthode décrite, le front de Pareto fréquentiel sera utilisé pour sélectionner

la configuration optimale.

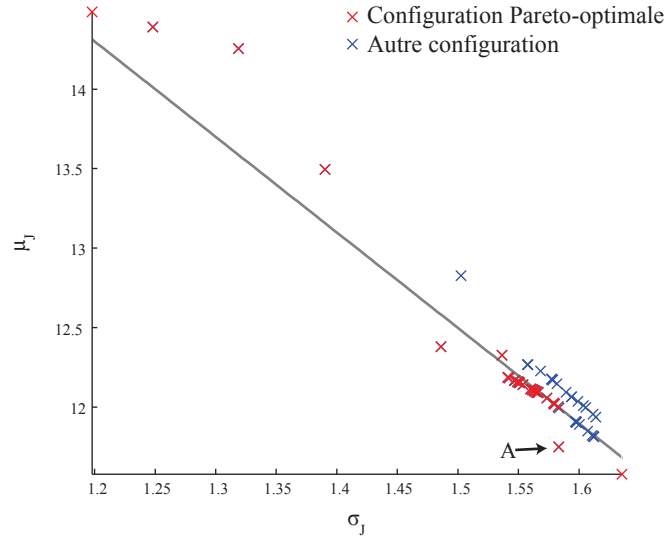


FIGURE 3.16 – Sélection de la configuration optimale

La figure 3.16 montre le Pareto temporel du problème de synthèse des correcteurs de tension de bande. La droite représente la contrainte 6σ , les points en dessous sont ceux qui respectent la contrainte six sigma. Cette droite a comme équation :

$$\mu_J = -6\sigma_J + 22 \quad (3.20)$$

La valeur de la limite obtenue est donc de 22 Newton. Cela signifie que la valeur de l'erreur maximale ne devrait pas dépasser 22 Newton pour 99.999998 % des valeurs de l'élasticité suivant la loi de probabilité décrite précédemment. La configuration marquée par la lettre *A* se trouvant sous la droite et à distance maximale de celle-ci (voir figure 3.16) garde de bonnes performances dans le domaine fréquentiel (voir figure 3.15(a)). C'est cette configuration qui est retenue pour le réglage des correcteurs de tension et de position des danseurs.

La figure 3.17 compare les simulations temporelles de la configuration obtenues avec celle obtenue par l'approche classique décrite au chapitre 2, lorsque la valeur de l'élasticité est doublée. L'approche présentée permet d'obtenir une configuration bien plus robuste aux variations d'élasticité de bande tout en maintenant de bonnes performances en suivi de consigne et de découplage tension-vitesse. De plus, l'erreur de tension ne dépasse pas 22 Newton (avec les consignes définies au préalable).

L'optimisation de correcteurs avec contrainte six sigma a plusieurs avantages :

- l'incertitude sur la valeur de l'élasticité est prise en compte, par l'intermédiaire d'une loi normale de probabilité.
- plusieurs réglages de correcteurs peuvent être obtenus et qui garantissent une bonne robustesse vis à vis de variations du paramètre considéré (ici l'élasticité de la bande), et de bonnes performances dynamiques.
- Cette approche donne également de bons résultats lorsque plusieurs paramètres sont incertains.

Il est clair que les résultats dépendent également de la loi de probabilité du paramètre incertain. L'influence de cette loi de probabilité devra être étudiée ultérieurement.

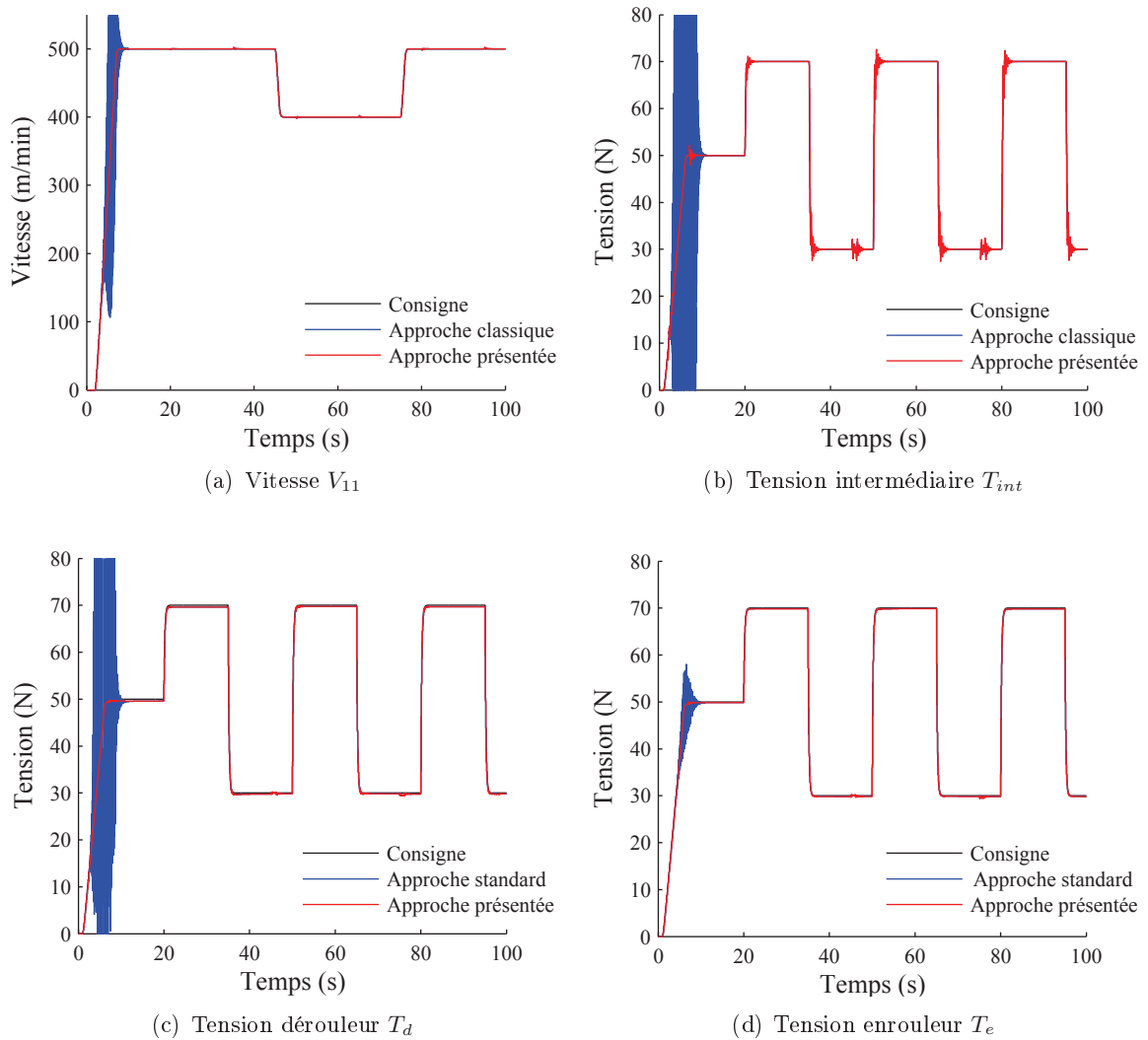


FIGURE 3.17 – Simulations temporelles : comparaison de l’approche présentée avec l’approche classique, pour une élasticité multipliée par 2

3.4.2.5 Synthèse des correcteurs du banc industriel avec plusieurs paramètres incertains

Cette fois-ci, nous nous plaçons en présence de deux paramètres incertains. Ces paramètres choisis sont l’élasticité de la bande et la vitesse de défilement. Ils jouent un rôle important dans le comportement dynamique de la bande (voir chapitres 1 et 2). Nous supposons que les diamètres des bobines sont mesurés avec précision. L’objectif est de trouver des correcteurs de tension et de position des danseurs qui sont “robustes” vis à vis de ces paramètres incertains

Le nombre d’évaluations nécessaires augmente avec le nombre de paramètres incertains. L’élasticité de la bande est supposée avoir les mêmes caractéristiques aléatoires que précédemment. La vitesse de défilement V_0 est supposée suivre une loi de probabilité normale avec une moyenne de 500 m/min et un écart-type de 100 m/min. Les valeurs négatives et celles au dessus de 2000 m/min ne sont pas prises en compte. Un jeu de 40 valeurs des paramètres incertains est choisi à

chaque évaluation de l'objectif selon une loi "hypercube latin".

L'algorithme choisi pour la résolution de ce problème d'optimisation est l'algorithme MOGA2, avec le même réglage que pour le problème précédent ne comportant qu'un seul paramètre incertain. Le front de Pareto fréquentiel obtenu est donné à la figure 3.18.

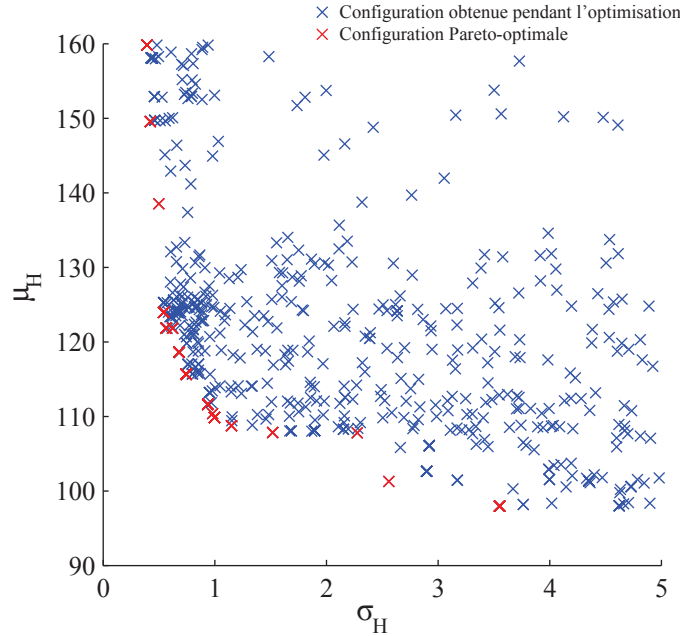


FIGURE 3.18 – Front de Pareto du problème de synthèse fréquentielle avec modèle stochastique

Dans ce cas, le front de Pareto possède une plage de variations en ordonnée et en abscisse différente. La méthode de sélection proposée précédemment ne peut pas être appliquée directement sur le front de Pareto fréquentiel puisque l'utilisation de cercles va biaiser la diversité des individus sélectionnés. En effet, la plage de variations des valeurs en abscisse étant très différente de celle en ordonnée, l'utilisation de cercle n'est pas adaptée. La solution proposée est de normaliser le front de Pareto afin qu'il retrouve des plages de variations en abscisse et ordonnée plus homogènes. Pour ce faire, les objectifs sont normalisés comme suit :

$$Obj_{norm} = \frac{Obj - \min(Obj)}{\max(Obj) - \min(Obj)} \quad (3.21)$$

Après la normalisation, la méthode de sélection est appliquée sur le front de Pareto normalisé illustré à la figure 3.19.

L'erreur maximale entre tensions de bande et consignes est à nouveau utilisée comme critère de performance à minimiser pour la construction du front de Pareto temporel. Les fronts de Pareto fréquentiel et temporel sont comparés à la figure 3.20. Plusieurs configurations optimales dans le domaine fréquentiel (c'est à dire situées sur le front de Pareto fréquentiel) ont de mauvaises performances temporelles (les points sont localisés loin du front de Pareto temporel).

La figure 3.21 montre un zoom sur le front de Pareto temporel. Les configurations communes, c'est à dire situées sur les deux fronts de Pareto, sont peu nombreuses. De plus, la figure 3.21 montre qu'elles sont localisées quasiment au même endroit dans le domaine temporel. Il n'est donc pas nécessaire d'appliquer la contrainte six sigma dans le domaine temporel pour départager les configurations optimales.

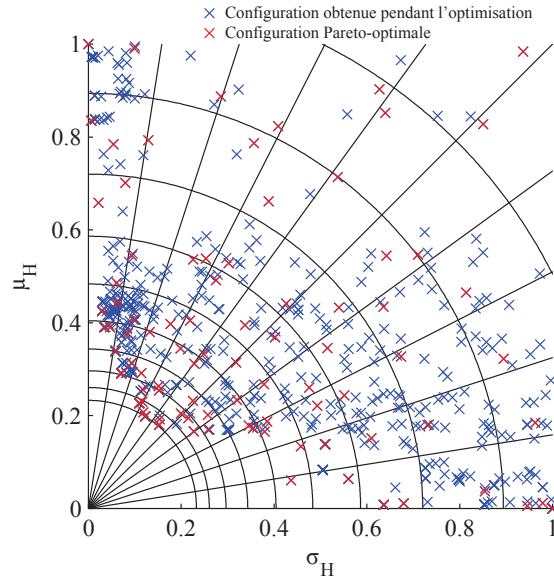


FIGURE 3.19 – Front de Pareto normalisé du problème de synthèse fréquentielle avec modèle stochastique

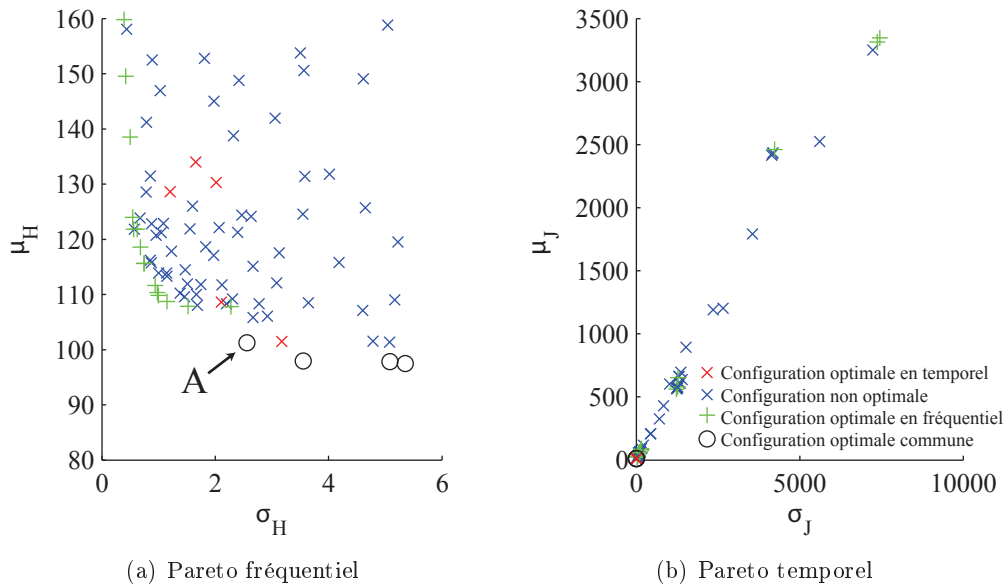


FIGURE 3.20 – Comparaison des fronts de Pareto fréquentiel et temporel

Nous proposons de retenir le point *A* (figures 3.20 et 3.21). Cette configuration donne de bonnes performances temporelle et fréquentielle. De plus, nous avons un bon compromis entre μ_H (valeur moyenne de la norme H_∞) et σ_H (valeur de l'écart-type de la norme H_∞). L'ordre de grandeur de l'erreur obtenue pour une contrainte 6σ peut être calculé :

$$USL = \mu_J + 6\sigma_J \approx 23\text{Newton} \quad (3.22)$$

Les réponses temporelles, simulées à l'aide du modèle non-linéaire pour le réglage des correcteurs

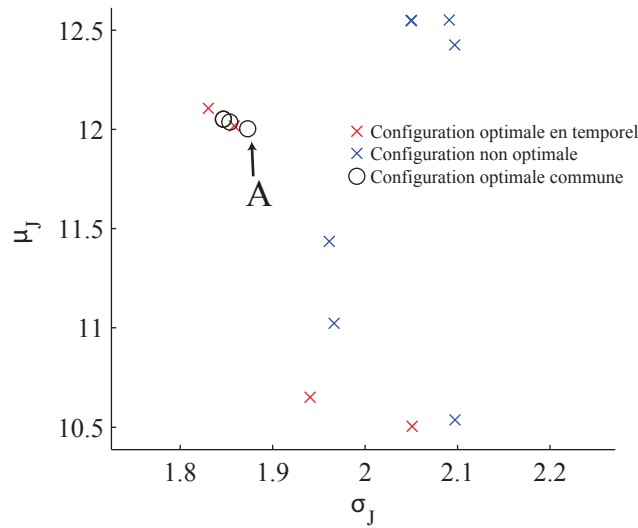


FIGURE 3.21 – Zoom sur le front de Pareto temporel

correspondant à la configuration A , sont représentées à la figure 3.22. Pour cela, la vitesse de défilement est fortement réduite : elle est divisée par un facteur 7, ce qui correspond à une valeur d'environ 70 m/min. Les correcteurs sont synthétisés pour une valeur nominale $V_0 = 500 \text{ m/min}$. Le chapitre précédent a montré que le système est plus difficile à commander quand la vitesse est faible. La configuration optimale pour 2 paramètres incertains est comparée avec la configuration précédente (avec une incertitude sur l'élasticité uniquement). Il est noté que le réglage optimal pour le système à paramètres fixes et non incertains (voir paragraphe 2.3.2) donne des résultats instables.

On remarque que le réglage des correcteurs qui tient compte de l'incertitude simultanée des deux paramètres donne des résultats nettement meilleurs.

3.4.2.6 Synthèse des correcteurs du banc industriel par maximisation de la variation admissible des paramètres

Le comportement stochastique des paramètres incertains ne peut pas toujours être connu à l'avance. On sait quels paramètres varient, mais on ne sait pas toujours quantifier cette variation sur une ligne industrielle. Une approche intéressante consiste cette fois-ci à maximiser la variation des paramètres incertains tout en conservant des performances acceptables, au lieu de maximiser les performances pour une incertitude paramétrique fixée à l'avance. Le but est donc d'obtenir le système le plus robuste possible pour des performances acceptables. Le problème d'optimisation peut se mettre sous la forme :

$$\left| \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & \sigma(\vec{\alpha}) \\ \text{sous la contrainte} & \mu_H + 6\sigma_H < UL \end{array} \right. \quad (3.23)$$

où $\vec{\alpha}$ représente l'ensemble des paramètres incertains. Ce problème d'optimisation recherche donc la configuration qui maximise l'écart-type des paramètres incertains tout en garantissant que la valeur de la norme H_∞ ne dépasse pas une valeur limite fixée UL pour une probabilité de 6σ . La valeur de UL est cependant difficile à fixer. La résolution de ce problème d'optimisation ne peut

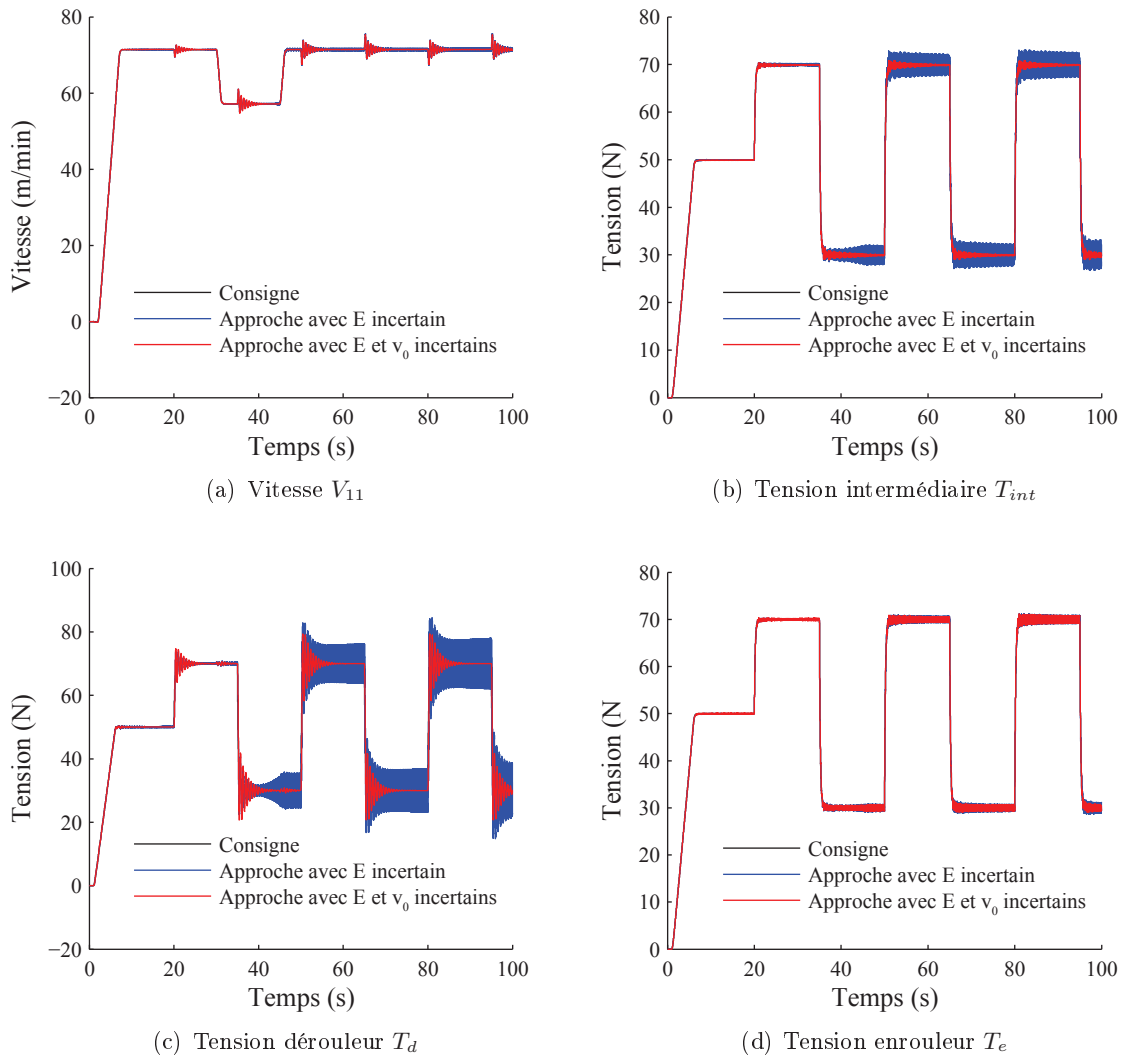


FIGURE 3.22 – Simulation de la configuration sélectionnée pour une vitesse divisée par 7

pas se faire dans le domaine temporel étant donné le grand nombre d'évaluations nécessaires (dans le domaine temporel, le problème d'optimisation nécessiterait plus d'un mois de calcul sur un PC équipé d'un processeur Intel i7 quadcore et de 6 Go de RAM).

La valeur du paramètre UL peut être fixée par itération. Nous avons cependant fixé arbitrairement UL à la même valeur que celle obtenue par la configuration précédente, afin de pouvoir comparer les résultats obtenus.

Pour résoudre ce problème d'optimisation, une version améliorée de l'algorithme NSGA2 [DAPM00] a été utilisée. Cette version, nommée "élitisme contrôlé" [DG01], permet d'avoir une amélioration du principe d'élitisme. Ainsi, d'une génération à l'autre les individus "élites" sont conservés, l'élitisme ne repose plus uniquement sur les valeurs de l'objectif mais également sur la distance séparant un point Pareto-optimal des autres sur le front de Pareto. Les configurations ayant des performances optimales et étant isolées seront donc conservées. Cette approche, développée par

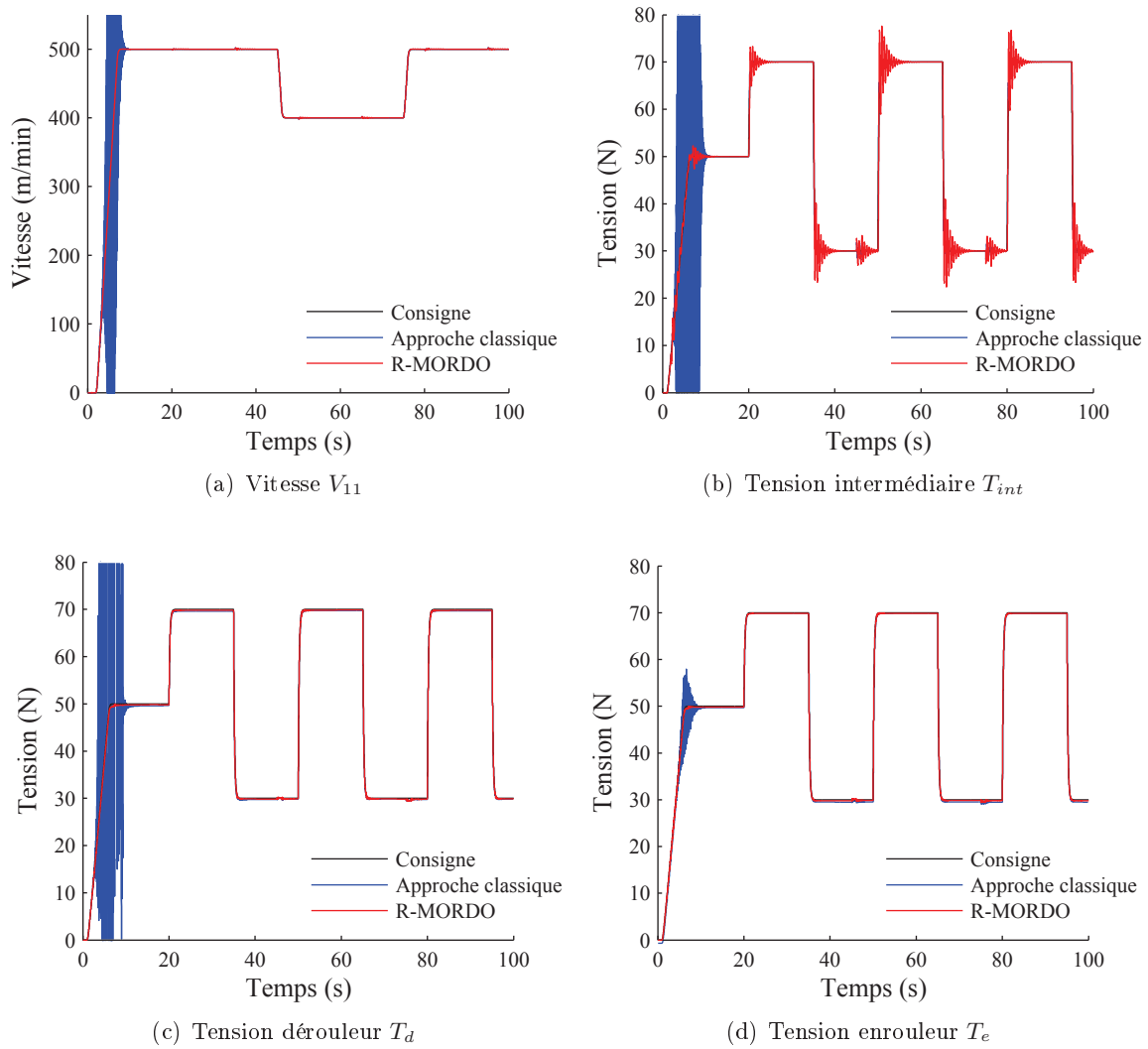


FIGURE 3.23 – Comparaison entre l’approche classique et l’approche R-MORDO pour une élasticité multipliée par 2

Deb et Goel [DG01], permet d’améliorer la convergence lorsque les contraintes du problème sont difficiles à résoudre.

La figure 3.23 présente les simulations du système pour une valeur de l’élasticité de bande multipliée par 2. La configuration optimale obtenue semble très robuste aux variations d’élasticité.

Il est à noter que le problème de maximisation de l’écart-type des paramètres incertains est appelé problème R-MORDO (Reverse Multi-Objective Robust Design Optimization)[PCGO10].

3.4.2.7 Comparaison des différentes approches de synthèse des correcteurs de tension et position des danseurs du banc industriel

Les différentes approches présentées dans ce chapitre sont maintenant comparées entre elles dans les domaines temporel et fréquentiel. Pour simplifier les légendes des figures et tableaux, les différentes approches d'optimisation sont numérotées comme suit :

1. approche classique de Apkarian et Noll [AN06] utilisée au chapitre 2
2. approche temporelle
3. approche fréquentielle déterministe prenant en compte le nombre de systèmes stables dans un jeu de valeurs de E
4. approche stochastique avec élasticité incertaine
5. approche stochastique avec élasticité et vitesse de défilement incertaines
6. approche par maximisation de l'écart-type de l'élasticité – Reverse-MORDO

Ensuite, pour les approches utilisant la robustesse comme un critère (approches 2 et 3), seule la configuration la plus robuste est considérée.

Tout d'abord, les différentes approches sont comparées pour différentes valeurs de l'élasticité. Pour ce faire, plusieurs critères de comparaison sont utilisés. Dans un premier temps, le tableau 3.4 répertorie la norme H_∞ de chaque configuration. L'approche classique (numérotée 1) a la meilleure norme H_∞ pour la valeur nominale de l'élasticité. Cependant, lorsque l'élasticité varie, cette configuration n'est pas robuste puisque la valeur du critère varie de façon importante. L'approche temporelle (numérotée 2) a de très mauvaises performances dans le domaine fréquentiel. En effet, synthétiser des correcteurs en utilisant uniquement des critères temporels néglige les fréquences non excitées, ou peu excitées, par les consignes. Les approches 3 et 4 (c'est à dire l'approche fréquentielle déterministe et l'approche fréquentielle stochastique avec contrainte 6 sigma) ont des résultats très proches. L'approche 5 possède la meilleure robustesse : la valeur de la norme H_∞ varie très peu quand l'élasticité varie. Cependant, la norme H_∞ est plus élevée que pour les autres approches fréquentielles. L'approche reverse-MORDO (numérotée 6) donne de très bons résultats : la norme H_∞ pour l'élasticité nominale n'est pas très éloignée des autres et de plus celle-ci ne varie pas beaucoup quand l'élasticité varie.

Approche	Norme H_∞ pour E_n	Norme H_∞ pour $E_n/2$	Norme H_∞ pour $E_n * 2$
approche 1	89	140	306
approche 2	1596	2297	1398
approche 3	94	111	182
approche 4	92	100	191
approche 5	161	167	159
approche 6	114	117	168

Tableau 3.4 – Valeurs de la norme H_∞ des différentes configuration

Dans un deuxième temps, les stratégies sont comparées entre elles à l'aide du critère temporel : il s'agit de comparer l'erreur de tension maximale pour différentes valeurs d'élasticité. Les résultats sont répertoriés dans le tableau 3.5. L'approche 1 a, une fois de plus, le meilleur résultat pour la valeur nominale de l'élasticité. Cependant, elle est également la moins robuste

aux variations d'élasticité. L'approche 2 donne de bons résultats sauf pour une augmentation de l'élasticité. Les approches 3 à 6 donnent de bons résultats et qui sont semblables. Pour l'approche reverse-MORDO (approche 6) les erreurs sont plus importantes, bien qu'elles ne soient pas disproportionnées.

Approche	Erreur max pour E_n	Erreur max pour $E_n/2$	Erreur max pour $E_n * 2$
approche 1	9	12	instable
approche 2	11	13	70
approche 3	12	15	9
approche 4	11	14	8
approche 5	12	15	9
approche 6	16	17	12

Tableau 3.5 – Valeurs de l'erreur maximale de tension de bande pour les différentes configurations

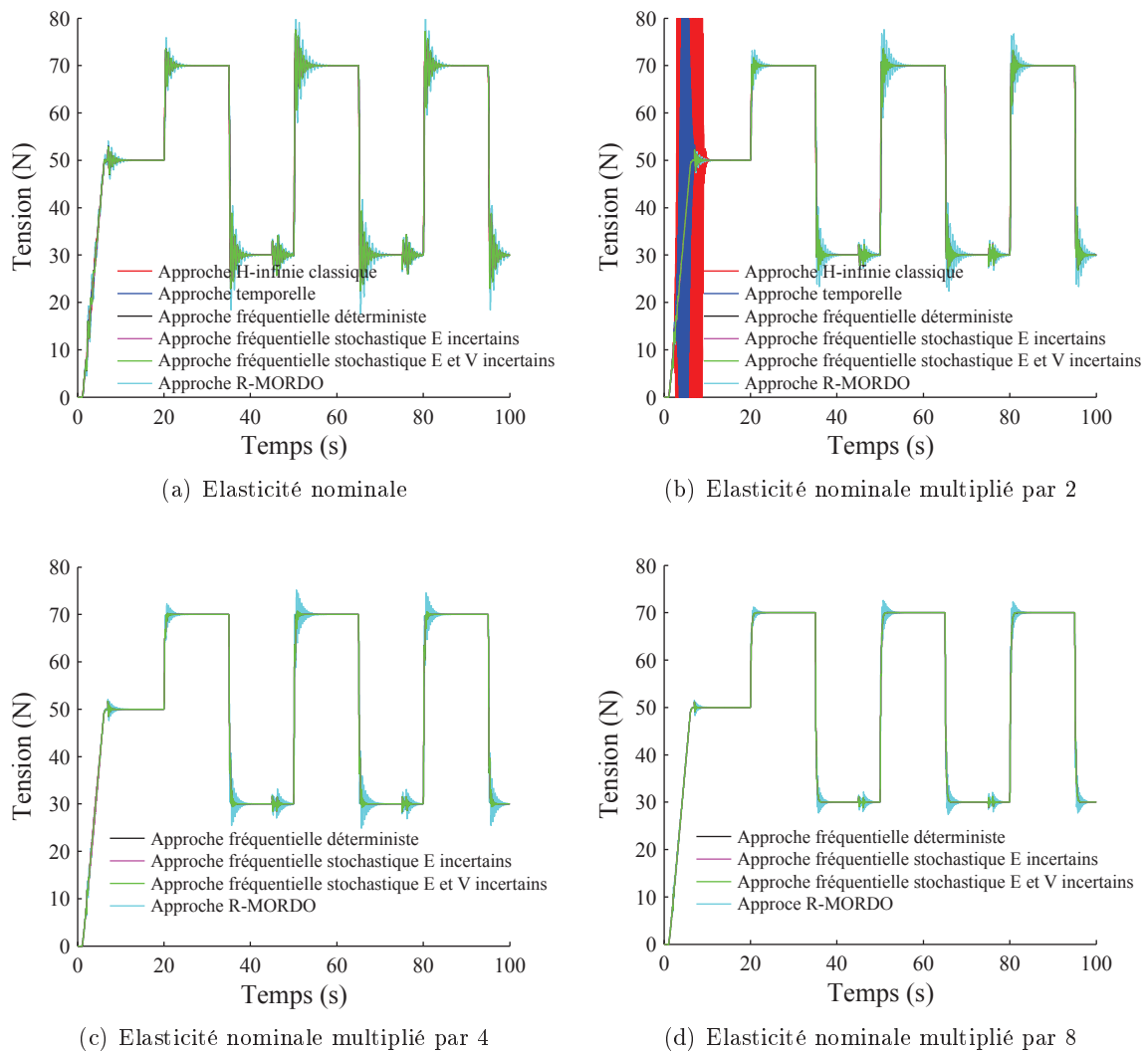


FIGURE 3.24 – Simulation de la tension intermédiaire pour différentes valeurs de l'élasticité

Ensuite, la valeur de l'élasticité E est augmentée et la simulation de la tension intermédiaire du système est comparée pour les différentes approches. La figure 3.24 montre les différentes simulations pour E_n , E_nX2 , E_nX4 et E_nX8 . Les approches 1 et 2 deviennent rapidement instables lorsque E augmente. Les approches 3 à 6 donnent sensiblement les mêmes résultats.

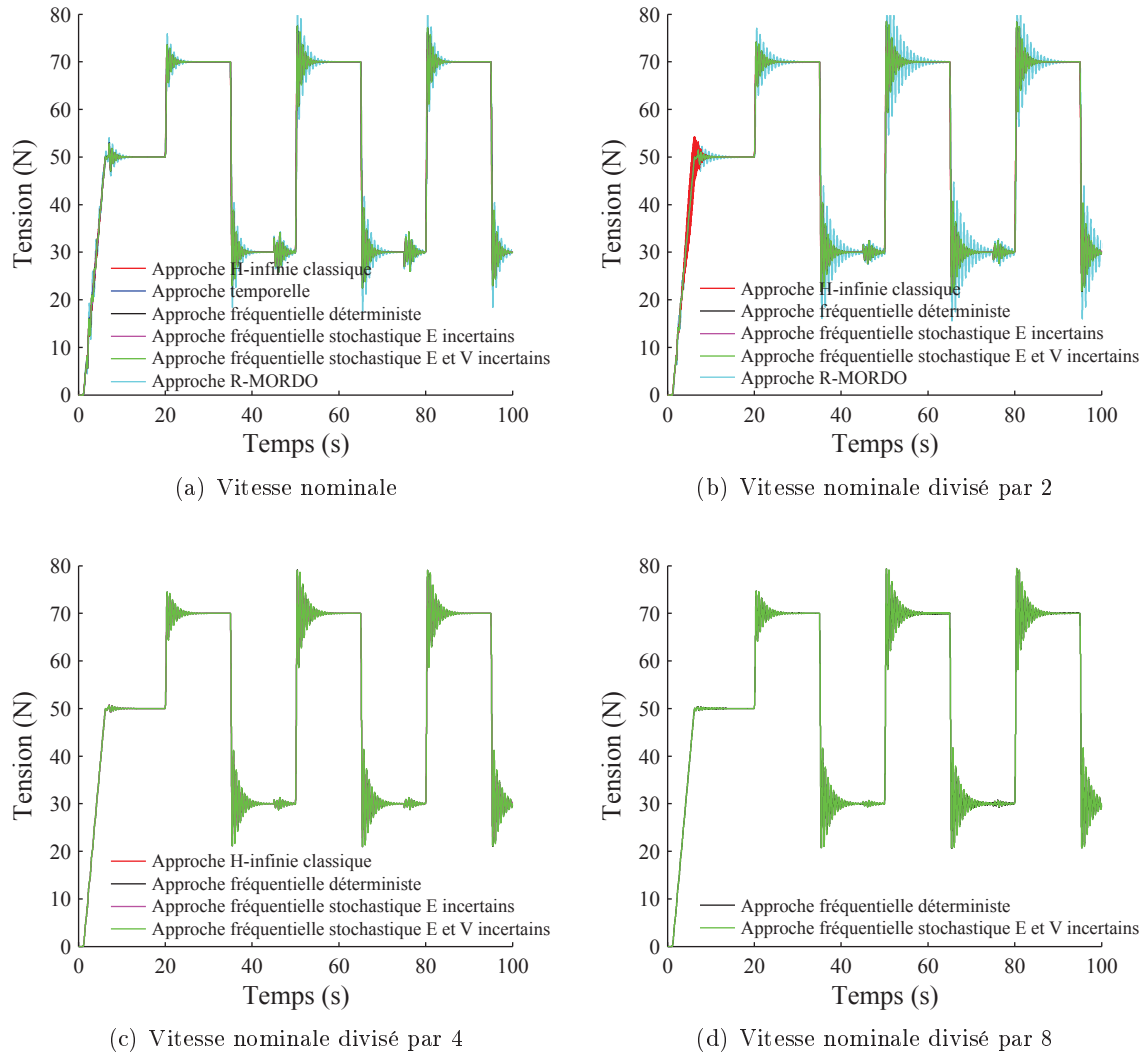


FIGURE 3.25 – Simulation de la tension intermédiaire pour différentes valeurs de la vitesse de défilement

La vitesse de défilement est modifiée afin de mesurer l'influence de cette variation sur les performances obtenues avec chaque approche. Il est à rappeler que la commande des systèmes d'entraînement de bande devient moins performante lorsque la vitesse diminue. La figure 3.25 présente les simulations de la tension intermédiaire des différentes approches pour une vitesse de défilement valant v_0 , $v_0/2$, $v_0/4$ et $v_0/8$. Comme attendu, l'approche stochastique avec deux paramètres incertains (approche 5) semble être la plus robuste aux variations de vitesse de défilement. Cependant, l'approche fréquentielle déterministe (approche 3) donne de très bons résultats, bien que la méthode d'optimisation soit assez simple.

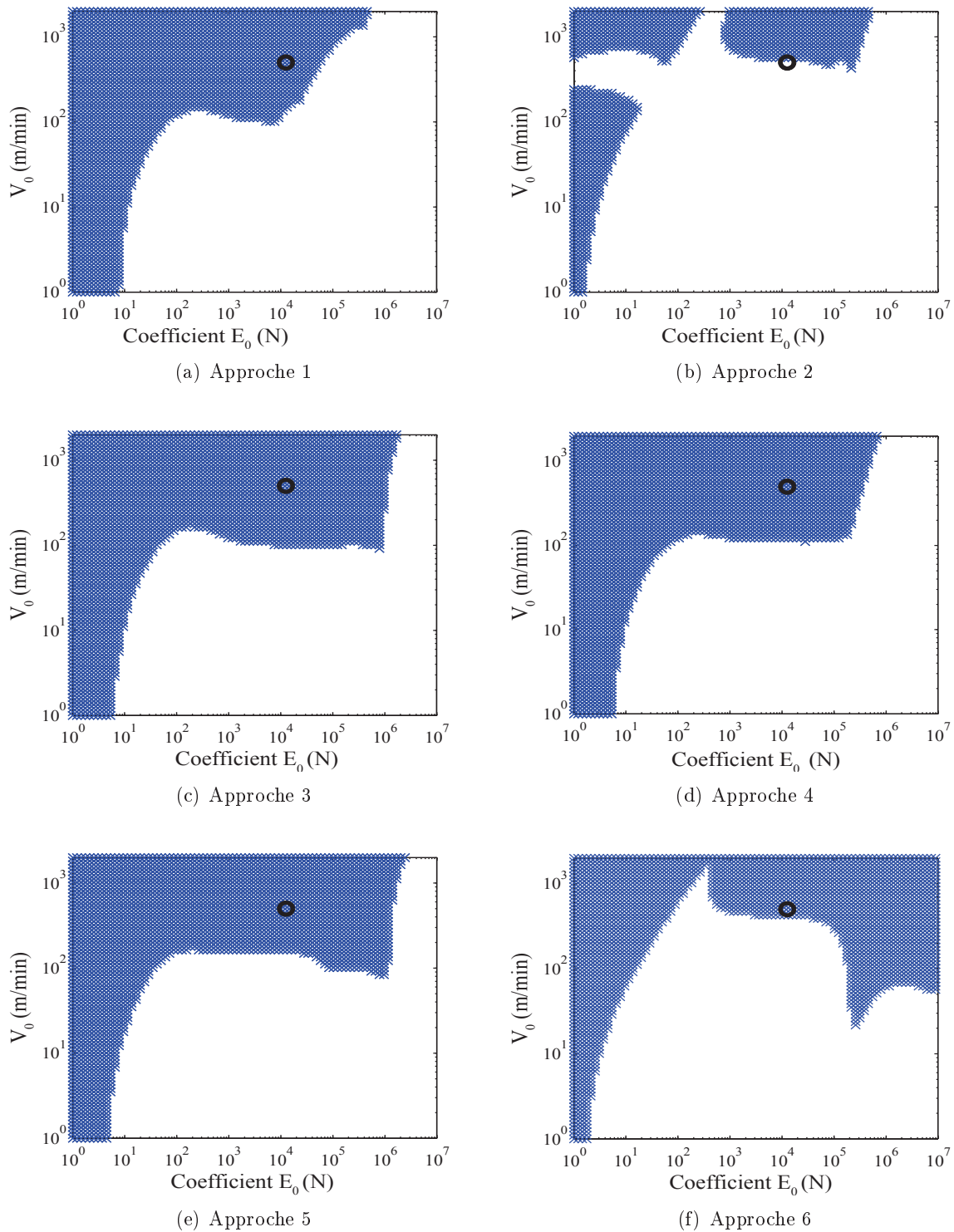


FIGURE 3.26 – Zone de stabilité des différentes approches (stabilité analysée dans le domaine fréquentiel) où $E_0 = ES + T_0$

Une comparaison peut être également faite en déterminant la zone de stabilité de chaque approche. Dans cette étude, la stabilité est définie par la partie réelle des pôles du système en boucle fermée : si tous les pôles sont situés à gauche de l'axe imaginaire, le système asservi est stable. Les résultats sont donnés à la figure 3.26. En réalité, il faudrait analyser le système non-linéaire, avec les rayons des bobines qui varient. Pour cela, il faudrait effectuer des simulations temporelles et regarder si les grandeurs (tensions et vitesses) convergent vers des valeurs fixes. Malheureusement cette approche est très chronophage.

La configuration obtenue par l'approche classique (approche 1) conduit à une zone de stabilité assez importante. Cependant, les approches obtenues par optimisation multicritère dans le domaine fréquentiel (approches 3 à 6) donnent des résultats bien plus intéressants. Les approches stochastiques donnent de très bon résultats, et en toute logique l'approche incluant deux paramètres incertains conduit à une zone de stabilité plus importante. Ce qui est étonnant, c'est que l'approche fréquentielle déterministe (approche 3) permet d'obtenir une large zone de stabilité, comparable à celle obtenue par l'approche 5. La zone de stabilité de l'approche reverse-MORDO (approche 6) a une forme étonnante. Le système ne reste pas toujours stable pour une grande variation de vitesse. Par contre, la stabilité est assurée pour une grande plage de variations de l'élasticité. Cependant, une zone de non-stabilité existe lors de la diminution de l'élasticité.

Il est à remarquer qu'un couple (E, v_0) qui conduit à une instabilité dans le domaine fréquentiel n'engendre pas forcément une instabilité dans le domaine temporel. Ceci est dû aux non-linéarités du système.

L'étude dans le domaine temporel, très chronophage, devrait être réalisée ultérieurement.

Il est intéressant également de comparer le temps d'exécution des différentes synthèses des correcteurs de tension et de position des danseurs pendulaires. Le tableau 3.6 répertorie le temps de synthèse des différentes approches en considérant le même nombre de générations des algorithmes génétiques. L'approche classique utilisant l'algorithme de Apkarian et Noll [AN06] a un temps très inférieur aux approches évolutionnaires. L'approche temporelle (approche 2) nécessite de nombreuses simulations du modèle non-linéaire est par conséquent, en toute logique, cette approche est la plus chronophage. L'approche fréquentielle déterministe (approche 3) nécessite un temps de calcul "raisonnable".

Approche	Temps de résolution
approche 1	45 secondes
approche 2	66 h
approche 3	8h
approche 4	20h
approche 5	28h
approche 6	20h

Tableau 3.6 – Temps de synthèse des différentes approches, à l'aide d'un PC équipé d'un processeur intel i7 960 (quadcore 3.2Ghz) et de 4 Go de RAM

Pour conclure, chaque approche présente des avantages et des inconvénients. L'approche fréquentielle déterministe (approche 3) obtient de bons résultats aussi bien en terme de performance en suivi de consignes, de robustesse par rapport aux variations de E et de V et en temps d'exécution. Cependant, contrairement aux approches stochastiques, elle ne permet pas de fixer une contrainte sur l'erreur maximale de tension. De plus, l'approche fréquentielle déterministe ne

prend en compte que la stabilité du système, pas le maintien des performances lorsque les paramètres varient. Les approches stochastiques (approches 4 et 5) ont l'avantage de pouvoir fixer une erreur maximale autorisée de tension de bande pour une loi de probabilité donnée des paramètres variants.

3.4.2.8 Influence de la prise en compte des perturbations

Comme présenté précédemment, la pondération W_d permet de prendre en compte les perturbations du système (voir figure 2.5). Dans l'application présentée, les "perturbations" sont composées d'une part de la consigne de vitesse et d'autre part des forces appliquées par les vérins sur les danseurs pendulaires. Jusque ici, la pondération était considérée nulle et les perturbations citées n'étaient donc pas considérées. Le filtre W_d est de la forme :

$$W_d = \begin{bmatrix} W_{d_1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{d_2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{d_3} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Le filtre W_{d_1} est relatif à la consigne de vitesse et vaut $W_{d_1} = 0.001$. Les deux filtres relatifs aux forces des vérins agissant en basses fréquences, sont choisis de la forme :

$$W_{d_i}(s) = \frac{K_{W_{d_i}}}{1 + \tau_{W_{d_i}} s} \quad (3.25)$$

Les termes $K_{W_{d_i}}$ et $\tau_{W_{d_i}}$ sont optimisés, pour chaque danseur, afin de minimiser l'erreur de position des bras des deux danseurs. Les positions angulaires ayant une petite amplitude ; le critère IAE sera utilisé. Une contrainte sur la valeur maximale de la position angulaire de chaque danseur est ajoutée. Le problème d'optimisation est formulé de la manière suivante :

$$\begin{array}{l} \text{Minimiser} \quad \int_0^T |\alpha_d(t)| dt + \int_0^T |\alpha_e(t)| dt \\ \text{sous la contrainte} \quad |\alpha_d(t)| < 5 \quad \& \quad |\alpha_e(t)| < 5 \end{array} \quad (3.26)$$

Ce problème d'optimisation est résolu par un algorithme génétique de type MOGA2 avec une configuration similaire à celle utilisée pour les problèmes décrits précédemment. A chaque itération, les correcteurs sont recalculés par une boucle interne d'optimisation utilisant l'algorithme de Apkarian et Noll [ABN07]. La synthèse avec le filtre W_d optimal est ensuite comparée avec la synthèse sans ce filtre ($W_d = 0$).

La figure 3.27 montre les simulations du système pour les deux synthèses. Une différence significative est observée sur les positions angulaires des bras des deux danseurs : les angles des danseurs sont bien moins importants lorsque les perturbations sont prises en compte dans la synthèse.

Les zones de stabilité des synthèses avec et sans prise en compte des perturbations sont comparées sur la figure 3.28. Les deux synthèses donnent des résultats très similaires.

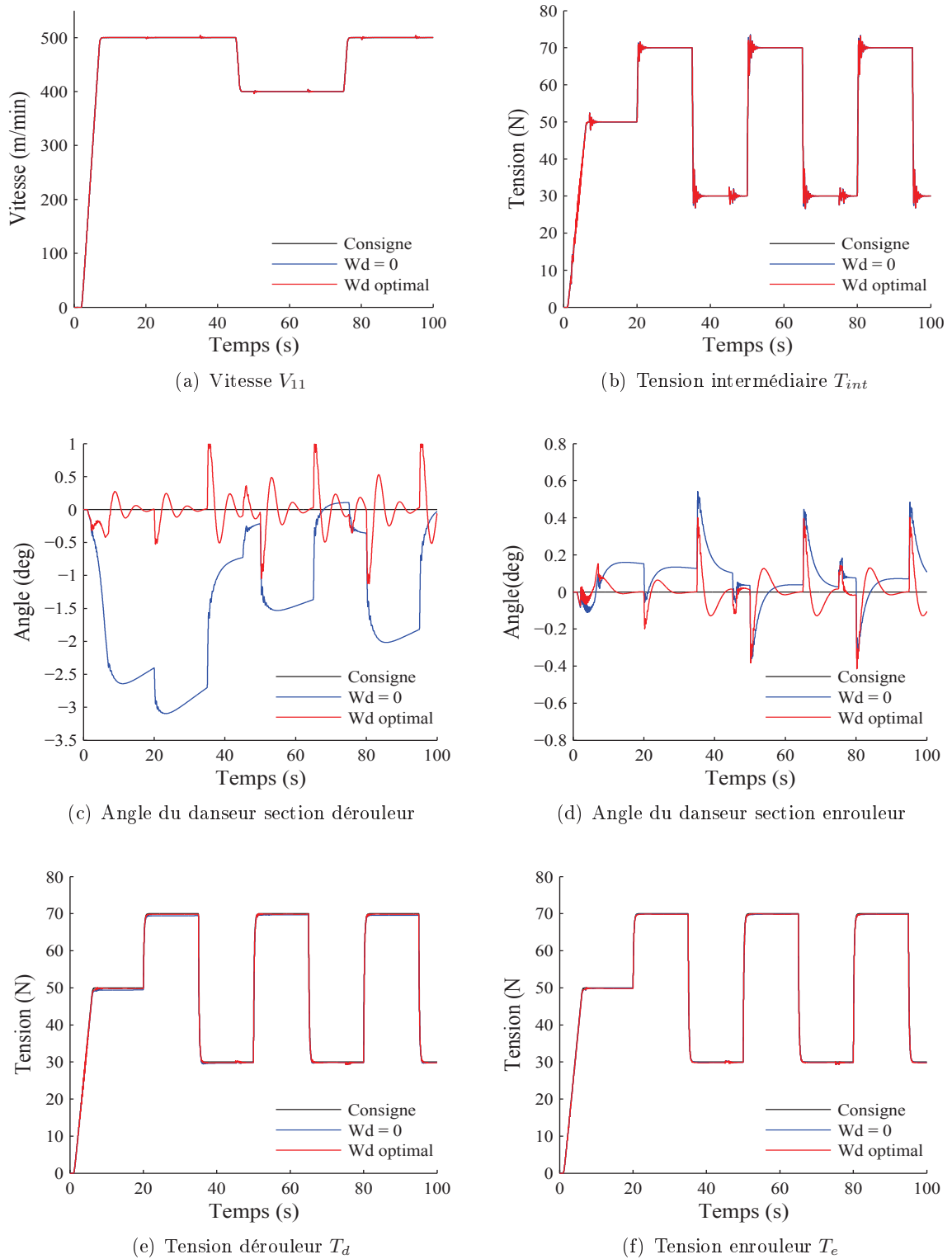
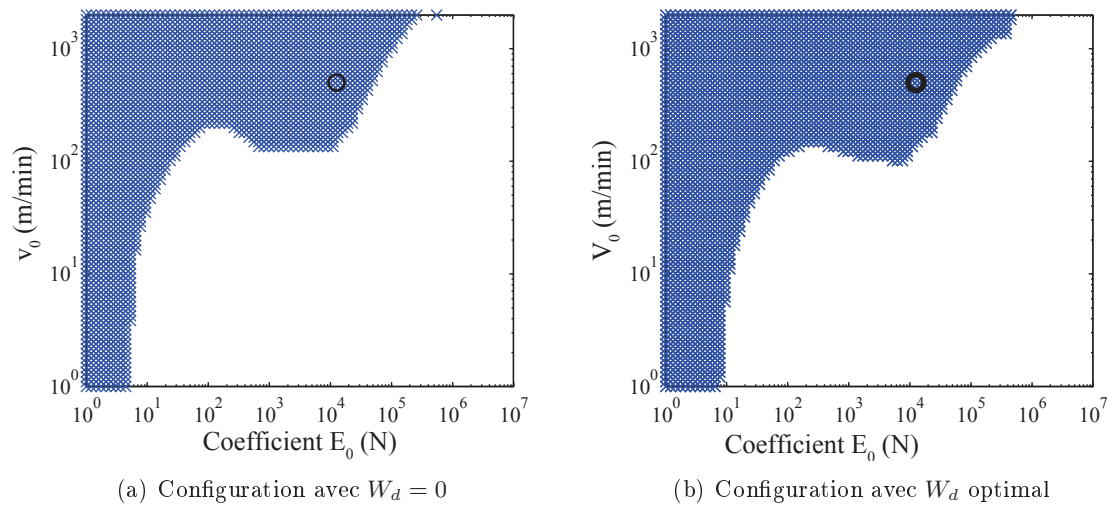


FIGURE 3.27 – Simulations du modèle non-linéaire : synthèses avec et sans filtre W_d

FIGURE 3.28 – Zone de stabilité en boucle fermée – synthèses avec et sans filtre W_d

3.4.3 Choix optimal de la structure du système

Les méthodologies de synthèse des correcteurs, présentées auparavant, servent à optimiser les performances dynamiques d'une ligne d'entraînement de bande. Cependant il est également fort intéressant d'optimiser la "structure" elle-même de la ligne : emplacement du tracteur maître, choix entre asservissement indirect de tension à l'aide de danseur pendulaire ou asservissement direct de la tension par capteurs de force, "parcours" de la bande, nombre de tracteurs et de rouleaux libres, ... Le dimensionnement de la ligne, l'optimisation des consignes et du cahier des charges sont des aspects également importants dans l'étude de ces systèmes industriels complexes et de grande dimension.

Dans le cadre de cette thèse nous nous limitons à étudier l'optimisation du placement du tracteur maître et de la bande passante de l'asservissement de vitesse. Cette étude, qui se veut générique dans ce mémoire, est effectuée à la demande d'un industriel.

Nous étudions également le choix entre l'utilisation de danseurs pendulaires et de capteurs de force.

3.4.3.1 Optimisation du placement du tracteur maître et des bandes passantes des différents asservissements

L'influence de la position du tracteur maître est étudiée sur un système générique d'entraînement de bande. Ce système est composé de 7 tracteurs motorisés et de 6 rouleaux libres équipés de capteurs de force à jauges de contrainte. Le schéma du système générique est donné à la figure 3.29. Trois configurations sont étudiées pour choisir la position optimale du tracteur maître dans le cadre de ce travail : la seconde (à partir de la gauche), la quatrième (et donc le tracteur maître se situe au milieu de la ligne), ou la sixième position (à partir de la gauche).

La position du tracteur maître a une influence sur la structure globale de la commande : les tracteurs situés en amont ou en aval du tracteur maître n'utilisent pas le même emplacement des capteurs de force (voir figure 3.30) : la mesure de tension peut se situer avant ou après le rouleau motorisé, selon le cas.

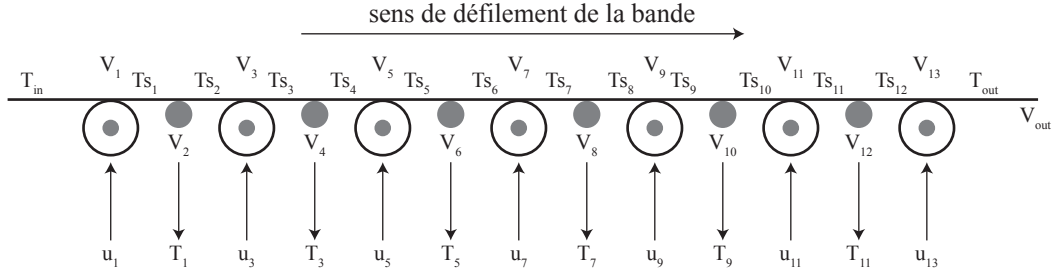
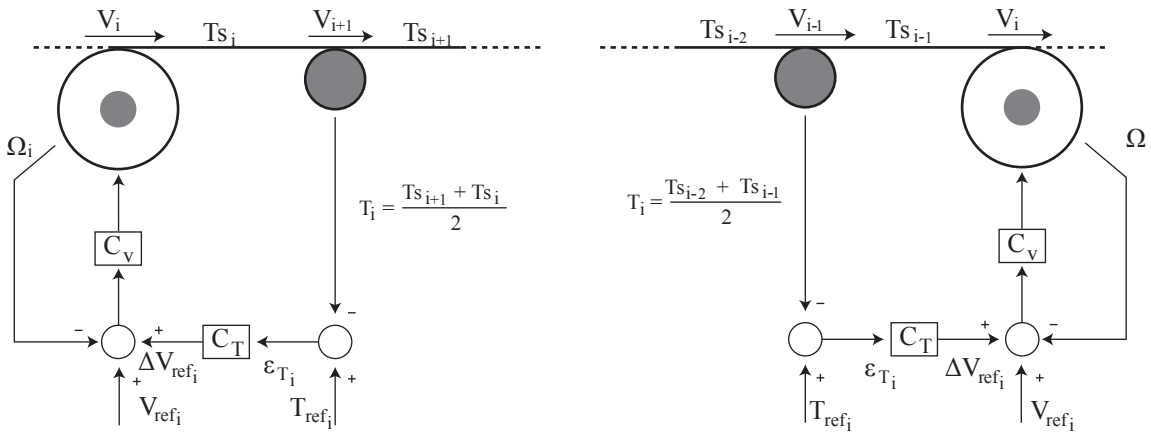


FIGURE 3.29 – Système générique à 7 tracteurs

Les tensions T_{in} et T_{out} sont fixées à la valeur nominale T_0 , la valeur de la vitesse de sortie V_{out} est fixée à la valeur nominale v_0 . La structure de la commande correspond à une structure industrielle, selon la figure 2.1. Les asservissements de tension sont réalisés à l'aide de la synthèse H_∞ d'ordre et de structure fixes, c'est à dire l'approche 1 (les autres approches de synthèse pourront être mises en oeuvre ultérieurement).



(a) Commande de la tension en amont du tracteur (b) Commande de la tension en aval du tracteur maitre

FIGURE 3.30 – Sous-systèmes utilisés pour la synthèse de la commande en tension

Les fonctions de pondérations utilisées pour la synthèse H_∞ sont :

$$W_p = \frac{100 + s/2}{s + 0.001} \quad W_u = 1.10^{-5} \quad W_t = \frac{0.015s}{0.0001s + 1} \quad W_d = 0.001 \quad (3.27)$$

Le modèle de référence M_0 (figure 2.5) dépend de la bande passante souhaitée. Le choix de la bande passante de l'asservissement de vitesse et de celle de l'asservissement de tension n'est pas aisé. Pour des raisons de simplification, nous supposons que tous les rouleaux motorisés ont la même inertie et le même diamètre et par conséquent on fixera la même bande passante en vitesse pour tous les rouleaux motorisés. De plus, on prendra une bande passante identique pour tous les asservissements de tension.

Trois configurations des bandes passantes sont utilisées et rapportées dans le tableau 3.7.

Le rapport ω_V/ω_T indiqué dans le tableau 3.7 correspond à celui préconisé par Klassen dans [Kla12]. Cependant Klassen donne des indications et recommandations uniquement pour les faibles bandes passantes (correspondant à la première ligne du tableau 3.7).

Bande passante vitesse ω_V (rad/sec)	Bande passante tension ω_T (rad/sec)	Application
5	1.3	Système industriel classique
20	5.2	Système industriel complexe
40	10.4	Application avancée

Tableau 3.7 – Récapitulatif des configurations des perturbations de coupure étudiées

Des bandes passantes plus élevées peuvent également être utilisées pour certaines applications.

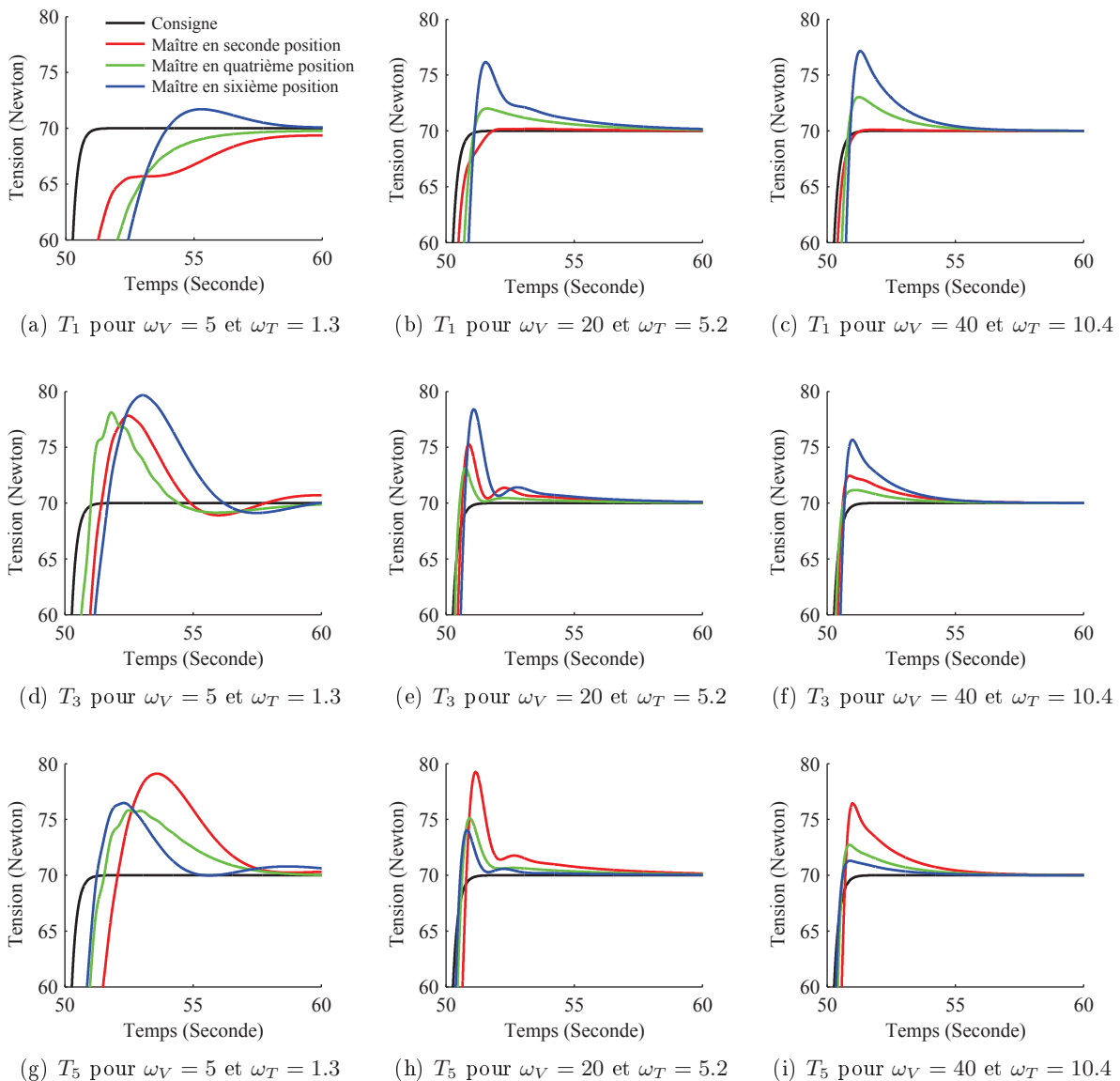


FIGURE 3.31 – Simulations du système non-linéaire pour différentes positions du tracteur maître et différentes bandes passantes

Etude des performances en suivi de consignes

Les réponses temporelles sont simulées avec le modèle non-linéaire pour les différents placements du tracteur maître, pour chacune des configurations des bandes passantes. L'ensemble des simulations est présenté à la figure 3.31. Une colonne correspond à une configuration des pulsations de coupure de tension et de vitesse. Une ligne correspond à une tension de bande (seules les tensions T_1, T_3 et T_5 sont représentées). Dans une même figure, les couleurs indiquent la position du tracteur maître.

Plusieurs remarques découlent de ces résultats de simulation :

- Les tensions proches du tracteur maître sont bien meilleures que les tensions des brins éloignés. Ce phénomène s'amplifie avec l'augmentation des fréquences de coupure.
- L'erreur de suivi de consigne de tension augmente sensiblement quand les bandes passantes diminuent.
- Le dépassement est du même ordre de grandeur pour un placement du tracteur maître.

Pour garantir de bonnes performances en suivi de consignes, il faut *a priori* que les bandes passantes (vitesse et tension) soit élevées. Pour un réglage de bandes passantes donné, la position du tracteur maître ne joue pas un rôle primordial sur les performances en suivi de consignes.

Afin de confirmer ces résultats, une étude fréquentielle est menée. Seules les fonctions de transfert entre les consignes de tension et les tensions mesurées sont considérées. Pour cela, on trace sur la figure 3.32 la fonction de transfert maximale de la diagonale (du système multi-entrées multi-sorties) et la fonction de transfert maximale des fonctions de transfert hors diagonale. L'augmentation des bandes passantes fait diminuer l'amplitude des résonances, aussi bien sur les fonctions de transfert diagonales que sur les fonctions de transfert hors diagonale. Ces observations confirment donc les résultats des simulations temporelles.

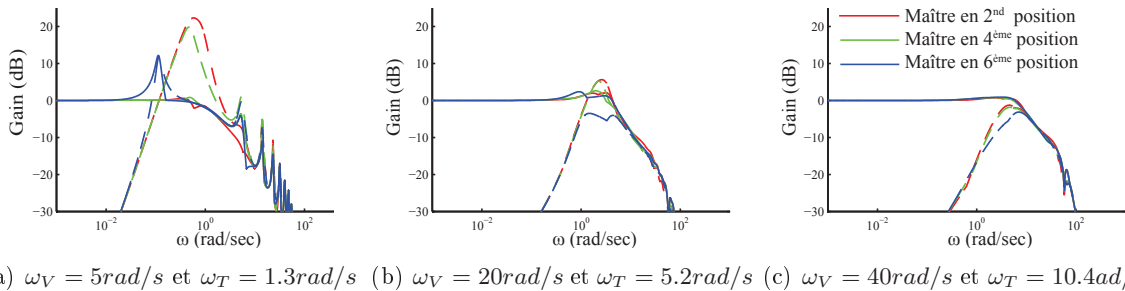


FIGURE 3.32 – Fonctions de transfert maximales sur la diagonale (ligne continue) et hors-diagonale (ligne pointillée) du système bouclé

Les performances en rejet de perturbations peuvent maintenant être évaluées.

Etude des performances en rejet de perturbations

L'ajout d'un signal de perturbation sur la tension T_{in} permet d'étudier le comportement du système en rejet de perturbations lors du déroulement d'une bobine ovale [Kni03]. Le signal de perturbation est composé de quatre sinus de même amplitude ; le fondamental représente une excentricité de la bobine déroulée, les harmoniques représentent les défauts de circularité de celle-ci. Les harmoniques devraient avoir une amplitude décroissante [Kni03]. Cependant, dans cette étude, une amplitude identique permet de mieux évaluer le rejet de perturbations en fonction de

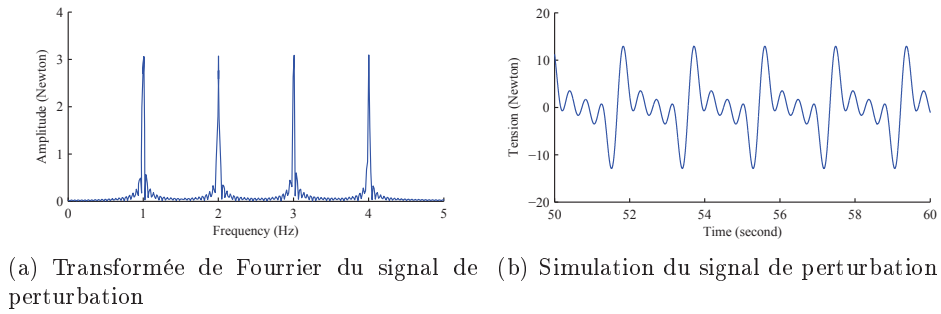


FIGURE 3.33 – Signal de perturbation appliqué sur la tension T_{in}

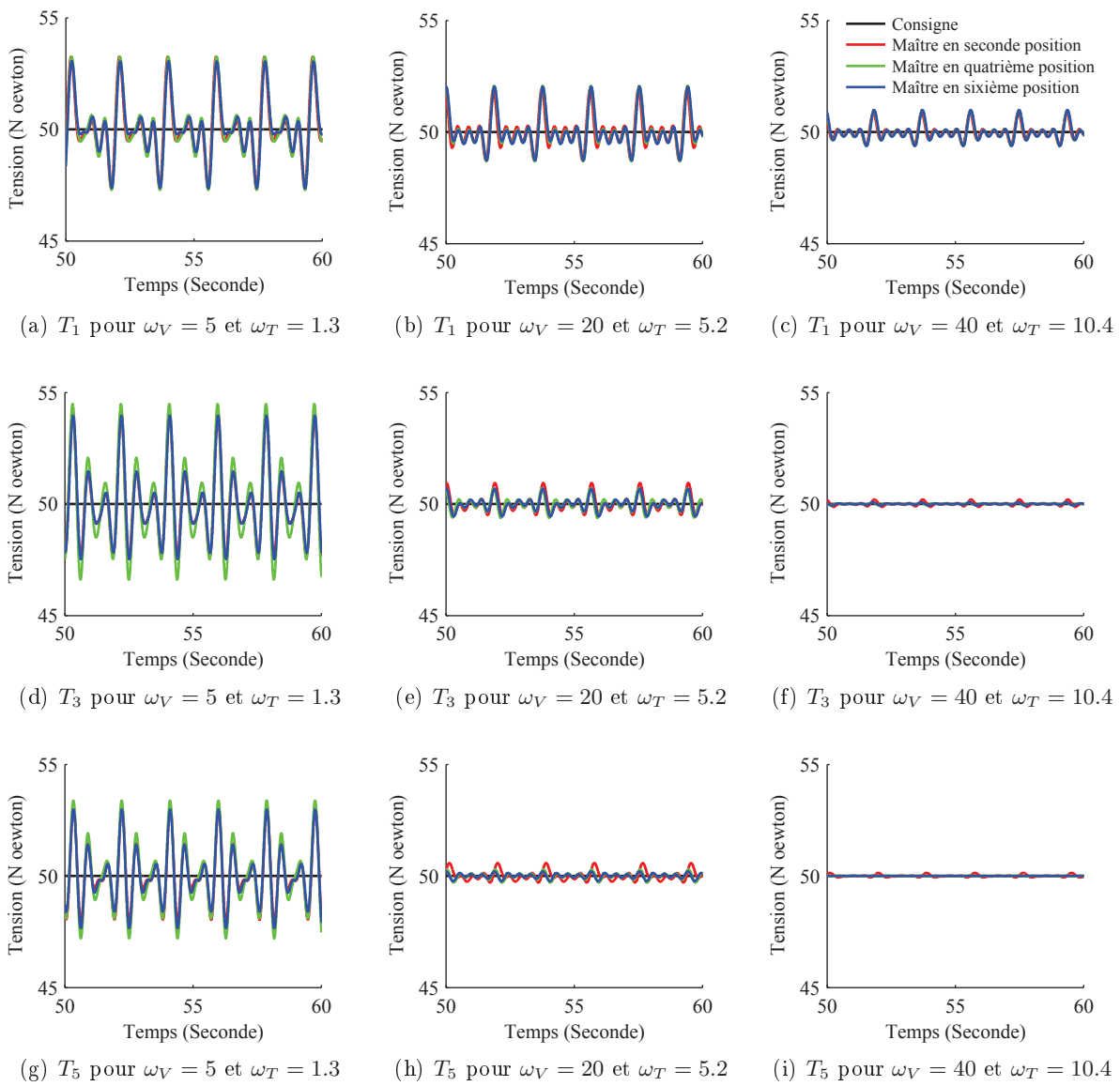


FIGURE 3.34 – Simulation du système perturbé (pour le régime établi)

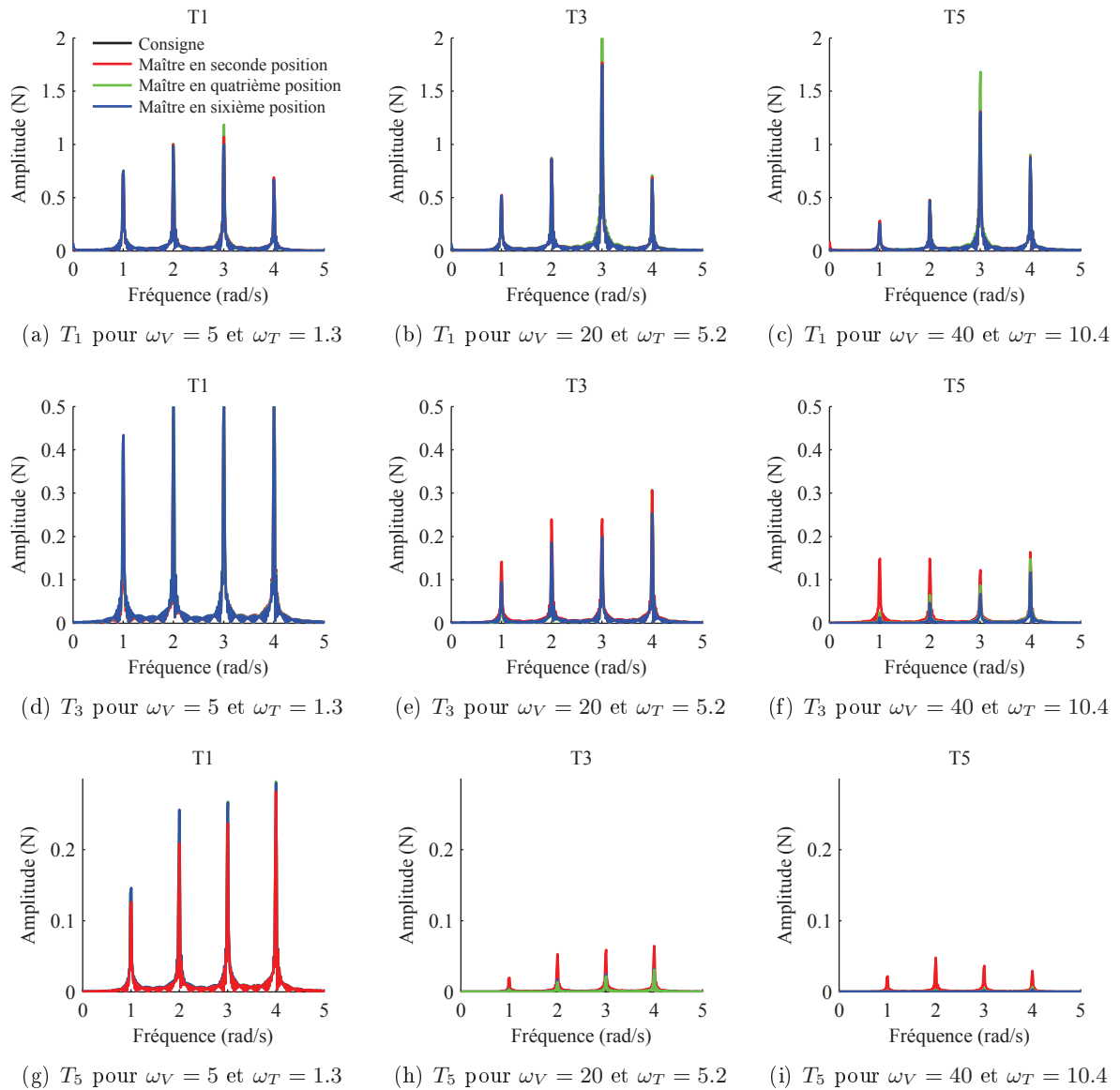


FIGURE 3.35 – Transformée de Fourier des tensions simulées

la fréquence de celles-ci.

La figure 3.33 illustre la simulation temporelle du signal de perturbation et sa transformée de Fourier. Celle-ci montre bien que l'amplitude de chaque sinus est identique.

La figure 3.34 présente les résultats de simulation du système perturbé pour les différentes configurations de position du tracteur maître et différentes bandes passantes. Une étude fréquentielle peut être menée en utilisant à la transformée de Fourier des tensions de bande. Cela permettra, en outre, d'étudier l'atténuation des perturbations en fonction de leurs fréquences. La figure 3.35 donne la transformée de Fourier des tensions simulées pour chaque configuration de position du tracteur maître et pour les différentes bandes passantes (pour le régime établi).

Ces simulations montrent que le rejet de perturbations est bien meilleur quand les bandes passantes du système augmentent. De plus, la configuration avec le tracteur maître en sixième position a des performances en rejet de perturbations légèrement supérieures aux autres configurations. La raison pourrait être que, dans cette configuration, le tracteur maître est le plus éloigné des perturbations. En réalité, des simulations ont montré que quel que soit l'endroit où sont appliquées des perturbations, le placement du tracteur maître à la sixième position donne de meilleurs résultats en rejet de perturbations (avec des perturbations appliquées sur la tension dans un ou plusieurs brins de bande).

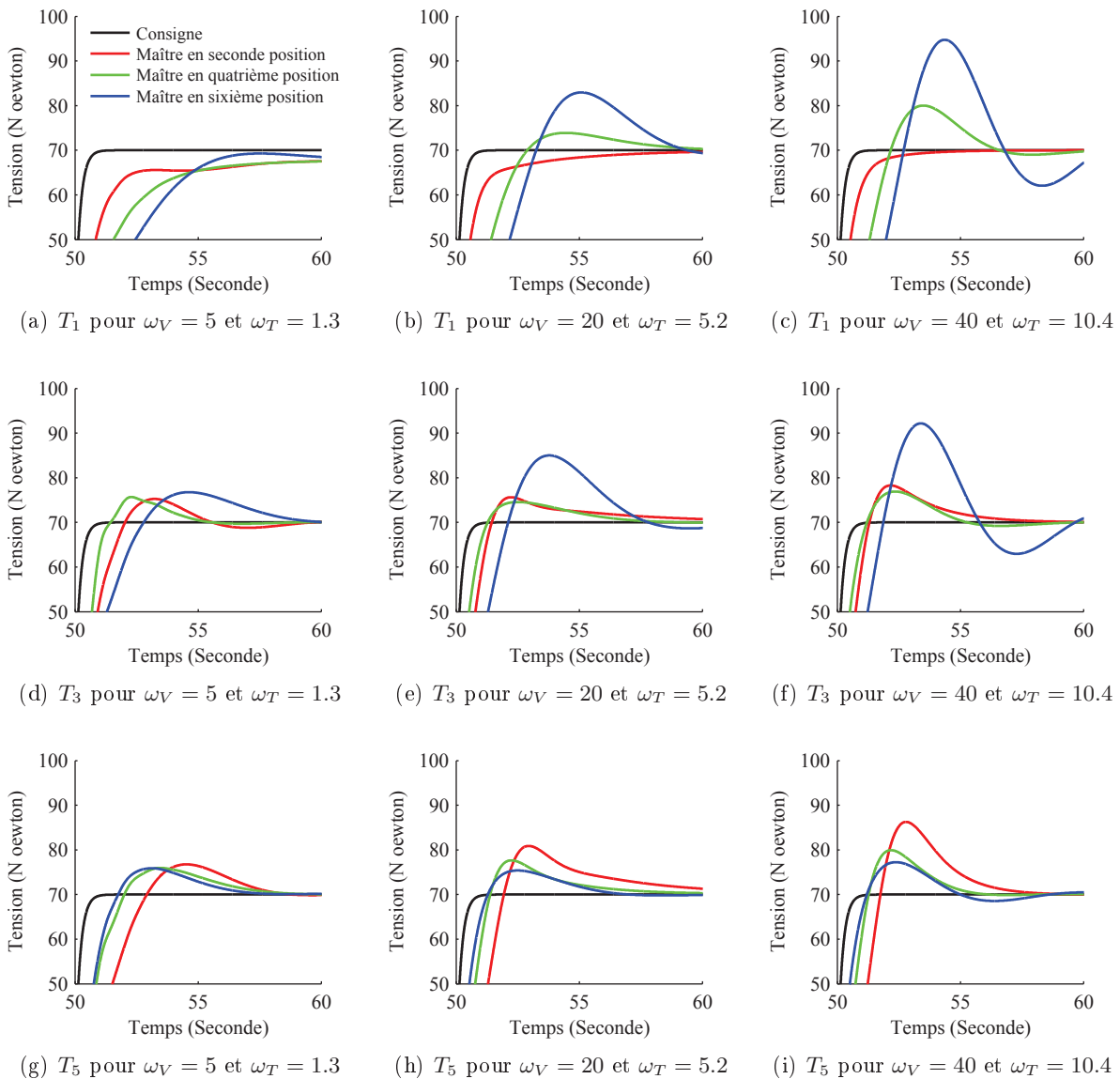


FIGURE 3.36 – Simulation du système pour une élasticité divisé par 5

Etude des performances en robustesse paramétrique

Cette fois-ci, on suppose que l'élasticité de la bande varie. Pour ce faire, le système non-linéaire

est simulé pour une élasticité de bande divisée par un facteur 5. Les résultats de simulation sont donnés à la figure 3.36.

Ces simulations montrent que le système est moins robuste aux variations de l'élasticité lorsque les bandes passantes augmentent. De plus, la configuration dans laquelle le tracteur maître est situé en sixième position est moins robuste que les autres. En effet, lorsque E varie cette configuration conduit à de plus grandes erreurs de tension de bande.

Pour conclure, cette étude a permis d'observer que le rejet de perturbations et la robustesse paramétrique sont deux objectifs antagonistes. En effet, lorsque les bandes passantes sont faibles, le système est plus robuste aux variations de l'élasticité de la bande mais le système est sensible aux perturbations. À l'inverse, des bandes passantes élevées assurent un bon rejet de perturbations mais le système est alors plus sensible aux variations de E . De plus, la configuration utilisant le sixième tracteur comme maître est meilleure que les autres en ce qui concerne le rejet de perturbations, alors que cette configuration est la moins bonne lorsque l'élasticité de la bande varie.

L'étude détaillée de l'emplacement optimal du tracteur maître et du réglage des bandes passantes a fait l'objet d'une publication [FK13a] reproduite en Annexe de ce mémoire. Des recommandations pour l'industrie y sont indiquées. De plus, l'analyse du lieu des pôles et des zéros du système bouclé, en fonction de E , est décrite.

3.4.3.2 Influence de la bande passante de la boucle de vitesse sur les performances du système en boucle fermée du banc industriel

Dans cette étude, il s'agit d'observer l'influence d'une variation de la bande passante de l'asservissement de vitesse du banc expérimental de l'UdS sur les performances dynamiques du système bouclé (avec asservissement de tension de bande et de position des danseurs). Dans cet exemple, la bande passante de vitesse peut prendre arbitrairement soit la valeur de 600rad/s , soit 200rad/s . En effet, étant donné la complexité du système considéré (nombre de rouleaux libres, présence de danseurs pendulaires, ...) la boucle de vitesse ne peut pas être aussi lente que pour le système générique du paragraphe précédent.

La figure 3.37 présente les valeurs singulières maximales et minimales des systèmes en boucle fermée pour les deux réglages de la commande en vitesse. La différence entre les deux réglages n'est pas notable : les deux comportements fréquentiels sont très similaires. De plus, la localisation des pôles pour les deux systèmes bouclés est quasi-identique.

La figure 3.39 montre les simulations du modèle non-linéaire pour les différentes valeurs de la bande passante de la boucle de vitesse. Les différences entre les deux configurations sont très minimes. La configuration avec une fréquence de coupure de 600rad/s semble légèrement meilleure. En effet, les positions angulaires des deux danseurs sont plus proches de la consigne et la tension intermédiaire est moins oscillante lors de sauts de tension.

L'étude des comportements fréquentiel et temporel du système en boucle fermée pour les deux bandes passantes de la boucle de vitesse ne permet pas de montrer une différence notable. Une étude de la stabilité paramétrique s'impose pour vérifier si la baisse de la bande passante de la boucle de vitesse modifie la zone de stabilité paramétrique. Le principe est de faire varier la vitesse de défilement et l'élasticité de la bande et d'observer l'abscisse spectrale du système en boucle fermée (nous analysons donc le système linéaire asservi).

La figure 3.38 montre que la zone de stabilité est élargie pour une bande passante de 200rad/sec .

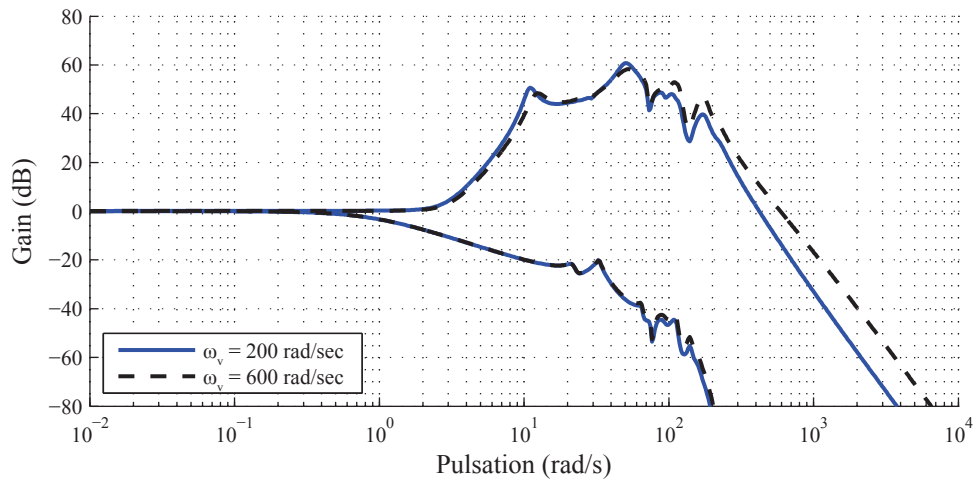


FIGURE 3.37 – Valeurs singulières du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de la bande passante de la commande en vitesse

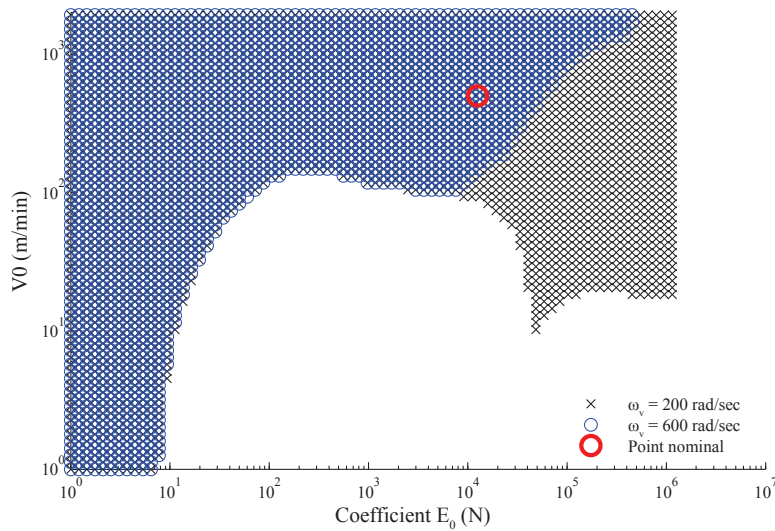


FIGURE 3.38 – Zones de stabilité du système pour plusieurs valeurs de la bande passante de la boucle de vitesse

Ainsi, la baisse de la bande passante de la boucle de vitesse implique une robustesse accrue vis-à-vis de l'élasticité de la bande et de sa vitesse de défilement. Cependant cette baisse ne devrait pas être sans conséquence sur les performances de rejet de perturbations et de suivi de consignes. Pour cela, nous simulons les performances de rejet de perturbations engendrées par le déroulement d'une bobine imparfaite : elle est supposée excentrée et non circulaire.

Nous supposons dans cette étude que le rayon de la bobine de déroulement imparfaite prend l'expression [Kni03] :

$$R_{d_{imp}} = R_d + 0.005(\sin(\theta_d) + \sin(2\theta_d) + \sin(4\theta_d)) \quad (3.28)$$

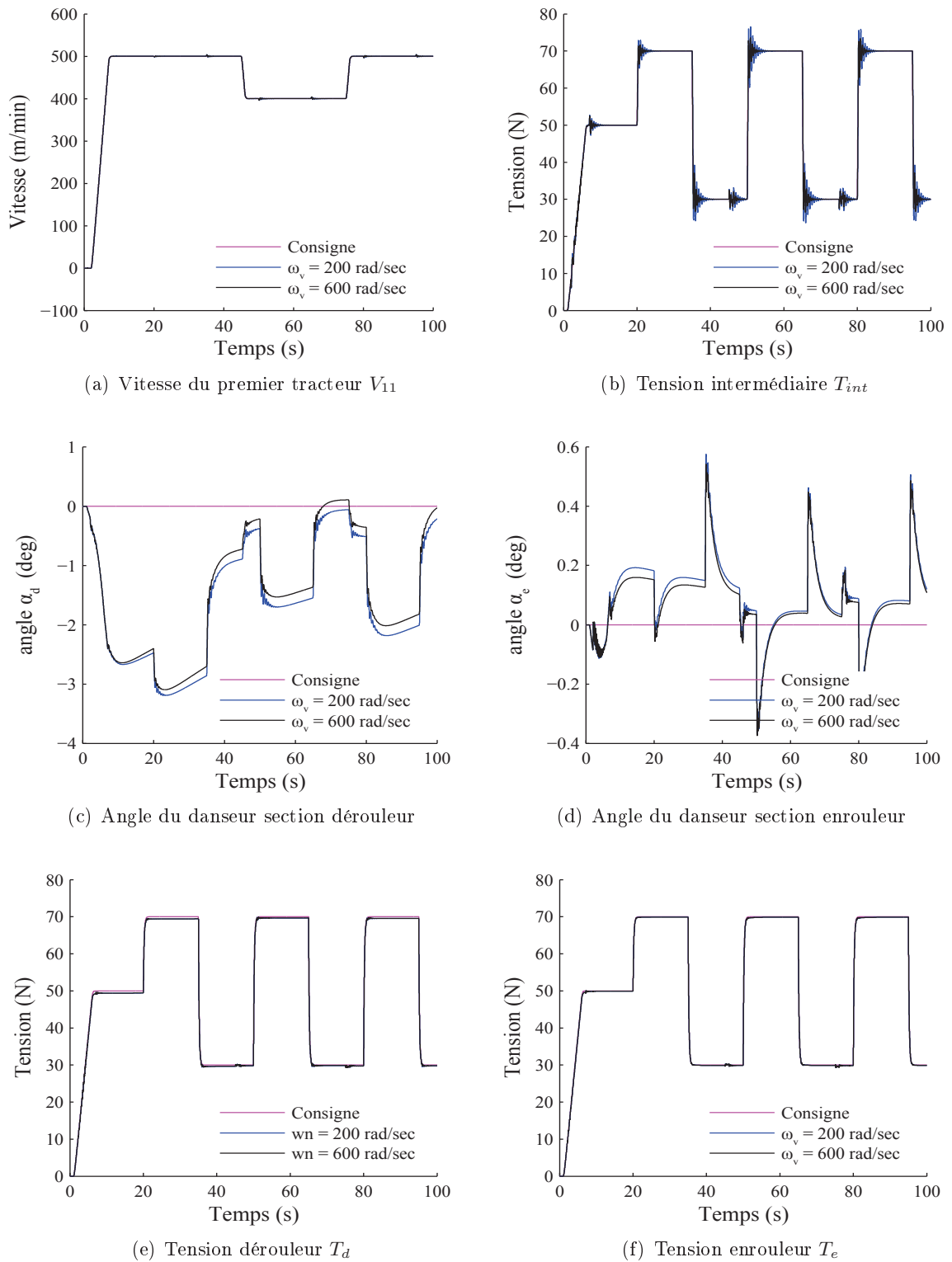
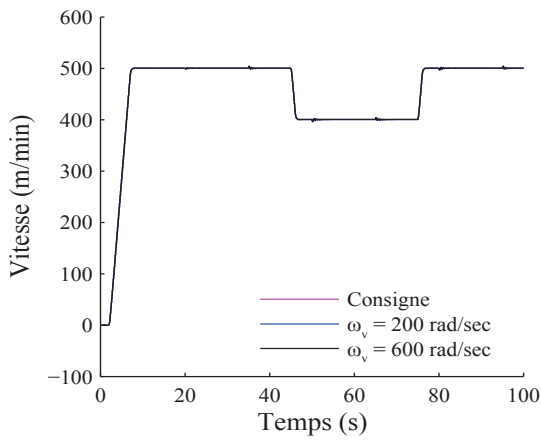
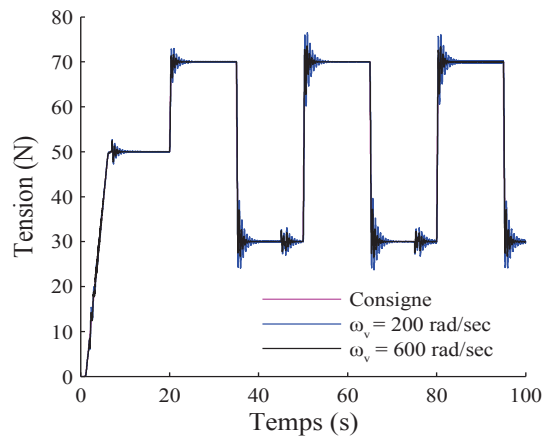


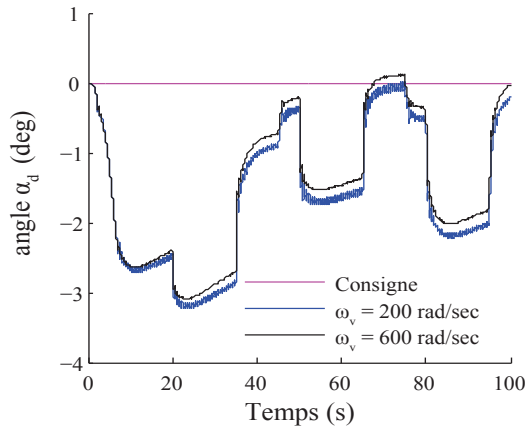
FIGURE 3.39 – Simulations du modèle non-linéaire pour plusieurs valeurs de la bande passante de la boucle de vitesse



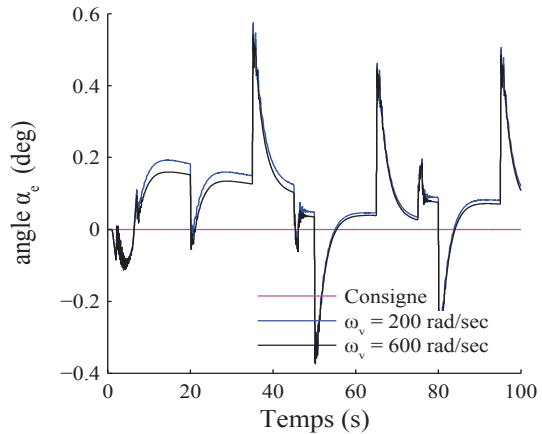
(a) Vitesse du premier tracteur V_{11}



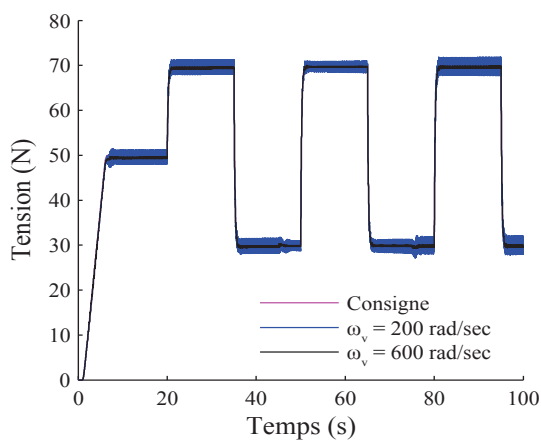
(b) Tension intermédiaire T_{int}



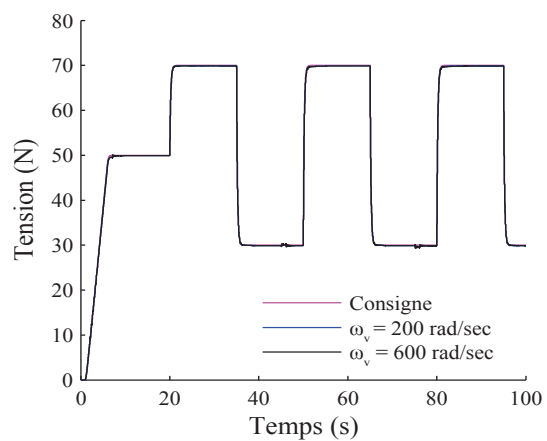
(c) Angle du danseur section dérouleur



(d) Angle du danseur section enrouleur



(e) Tension dérouleur T_d



(f) Tension enrouleur T_e

FIGURE 3.40 – Simulations du modèle non-linéaire pour une bobine de déroulement imparfaite

avec R_d rayon de la bobine parfaite et θ_d ($\dot{\theta}_d = \Omega_d$) la position instantanée de la bobine déroulée. Dans cet exemple, nous prenons arbitrairement la même amplitude pour le fondamental (qui donne l'excentricité) et les harmoniques (qui donnent l'ovalité).

La figure 3.40 donne les simulations de déroulement d'une bobine imparfaite, à l'aide du simulateur non-linéaire, pour les deux valeurs de la bande passante de la boucle de vitesse.

On observe que les perturbations occasionnées par la bobine imparfaite sont mieux rejetées (voir figure 3.40(e)) lorsque la bande passante de la boucle de vitesse est plus élevée.

En réalité, une bande passante élevée (supérieur à 100 rad/s) pour l'asservissement de vitesse n'est utilisée que pour les systèmes industriels de "petite taille" et qui demandent de grandes performances.

3.4.3.3 Influence de l'équilibrage des danseurs pendulaires sur les performances en boucle fermée

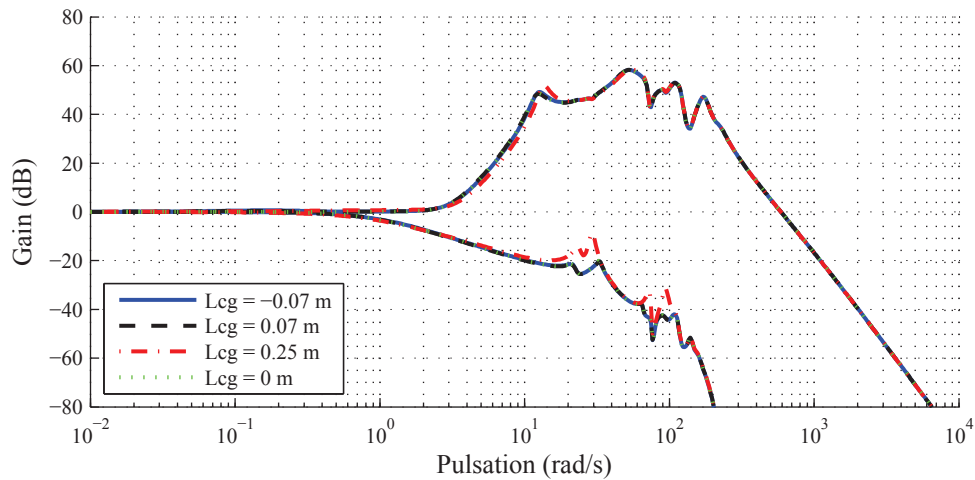


FIGURE 3.41 – Valeurs singulières maximales et minimales du système en boucle fermée pour plusieurs valeurs de L_{cg}

Afin de confirmer ou d'infirmer les observations du chapitre 1 sur l'équilibrage du danseur pendulaire, les performances en boucle fermée du système sont comparées pour quatre valeurs de la distance L_{cg} . Dans un premier temps, les valeurs singulières maximales et minimales en boucle fermée sont comparées à la figure 3.41. Pour chaque cas, la commande est recalculée pour le nouveau modèle. Contrairement aux observations menées en boucle ouverte, l'influence de la position du centre de gravité du danseur ne semble pas avoir d'importance en boucle fermée. Cela s'explique par le fait qu'en boucle fermée, l'action combinée de la commande en position du danseur et du vérin pneumatique va compenser la différence de comportement du danseur observée en boucle ouverte.

3.4.3.4 Danseurs ou capteurs de force ?

Le choix entre capteurs de force et danseurs, pour asservir la tension de bande, n'est pas aisé à faire. Le danseur a cependant l'avantage de filtrer "mécaniquement" les perturbations.

L'étude porte sur le système (figure 1.8) comportant deux danseurs. Pour l'étude d'un système sans danseur, il suffit simplement de les bloquer, afin de ne pas modifier le chemin de bande, ni le nombre de rouleaux libres. Les asservissements en tension du dérouleur et de l'enrouleur utilisent les capteurs de force les plus proches.

Dans un premier temps, nous comparons dans le domaine fréquentiel les deux systèmes en boucle ouverte (mais incluant les asservissements en couple et en vitesse). Puis nous étudions le système asservi, c'est à dire avec l'asservissement de tension ou position des danseurs selon le cas.

Etude des deux systèmes en boucle ouverte

Les valeurs singulières maximales et minimales des systèmes en boucle ouverte sont tracées sur la figure 3.42. Les consignes de vitesse des moteurs sont les entrées du système étudié. Les sorties considérées sont les tensions de bande. Les deux systèmes ont un comportement très similaire bien que quelques petites différences apparaissent. Premièrement, les valeurs singulières maximales montrent que l'utilisation de danseurs pendulaires baisse le gain du premier pic de résonance, le second pic de résonance reste inchangé pour les deux systèmes.

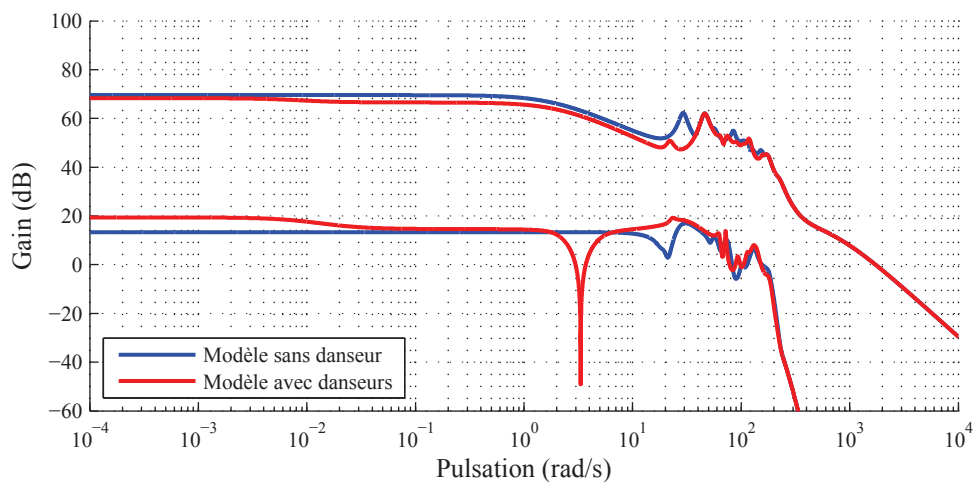


FIGURE 3.42 – Valeurs singulières maximales et minimales des systèmes en boucle ouverte avec et sans danseurs pendulaires

Les pôles des deux systèmes sont ensuite comparés sur la figure 3.43. Les emplacements des pôles sont très similaires, hormis que le système avec danseur a un pôle très proche de l'axe imaginaire. Ainsi les deux systèmes ont un comportement fréquentiel très similaire en boucle ouverte (autour du même point de fonctionnement nominal).

Les comportements fréquentiels dépendent des rayons des bobines (et donc également des inerties). Pour cela, nous traçons sur la figure 3.44 les valeurs singulières maximales et minimales pour une bobine au dérouleur d'un rayon cinq fois plus grand. Les autres grandeurs restent inchangées. Nous voyons que les gains statiques des deux systèmes (en considérant les valeurs

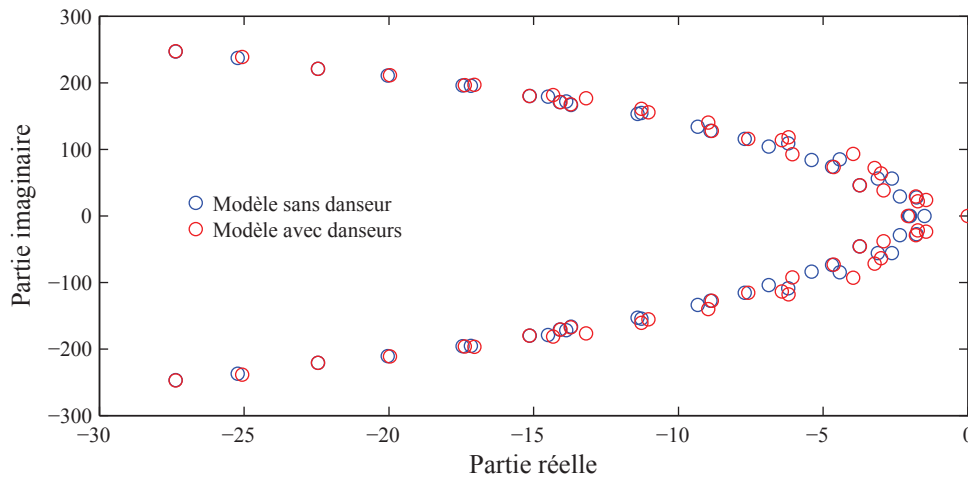


FIGURE 3.43 – Pôles des systèmes en boucle ouverte avec et sans danseurs

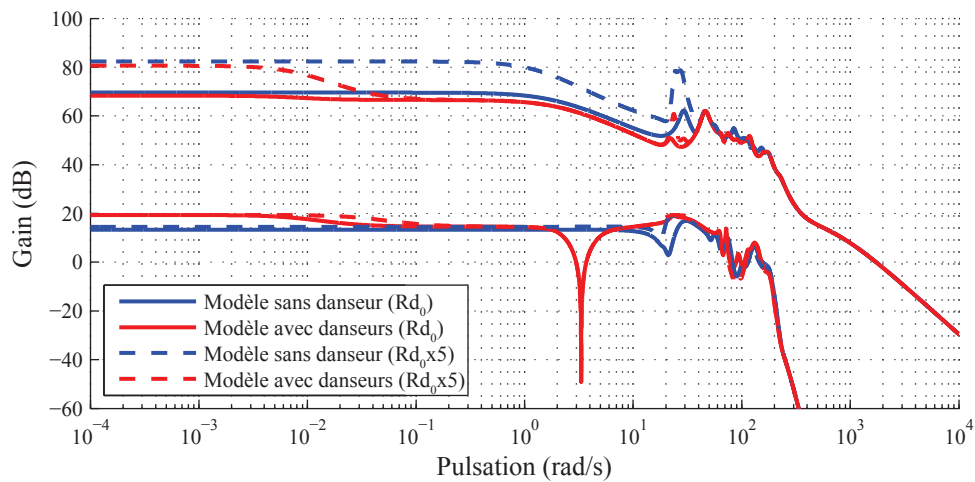


FIGURE 3.44 – Valeurs singulières maximales et minimales des systèmes en boucle ouverte avec et sans danseurs, avec variations du rayon dérouleur

singulières maximales) ont augmenté. De plus, l'amplitude du premier pic de résonance pour le système sans danseur est amplifiée.

Le système sans danseur semble donc plus sensible aux variations de rayon que le système avec danseurs.

Le tracé des pôles des systèmes avec et sans danseurs en boucle ouverte avec variations du rayon dérouleur montre qu'il ne diffère pratiquement pas d'un système à l'autre

Etude des deux systèmes en boucle fermée

Pour que la comparaison soit la plus impartiale possible, le calcul des correcteurs décentralisés est fait par synthèse globale (tous les correcteur PI des boucles extérieures sont calculés simulta-

nément). Pour les deux systèmes, nous prendrons les mêmes filtres de pondération (ceux utilisés au chapitre 2) pour la synthèse H_∞ d'ordre et de structure fixes.

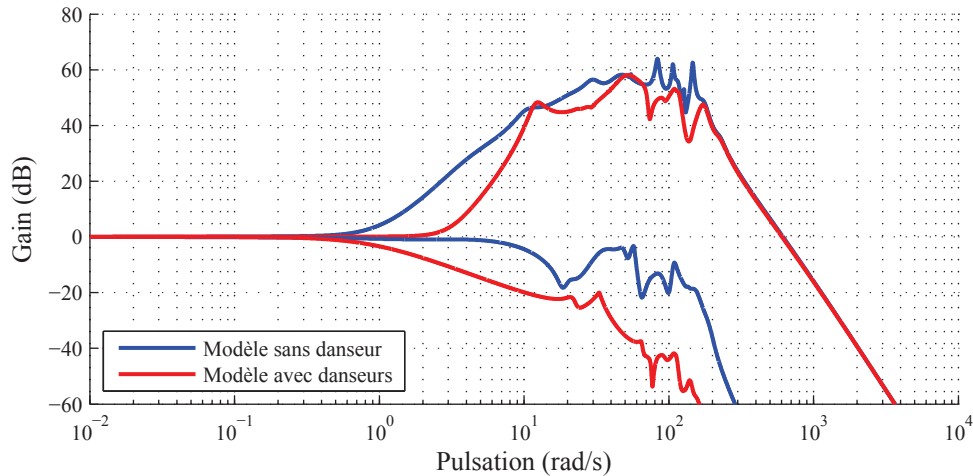


FIGURE 3.45 – Valeurs singulières maximales et minimales des systèmes avec et sans danseurs

Les valeurs singulières des deux modèles sont comparées sur la figure 3.45. Les amplitudes maximales sont très proches pour les deux systèmes. Cependant le système avec danseurs a un gain constant sur une plus grande plage de fréquences. Il y a donc un effet “filtre mécanique” en basses fréquences.

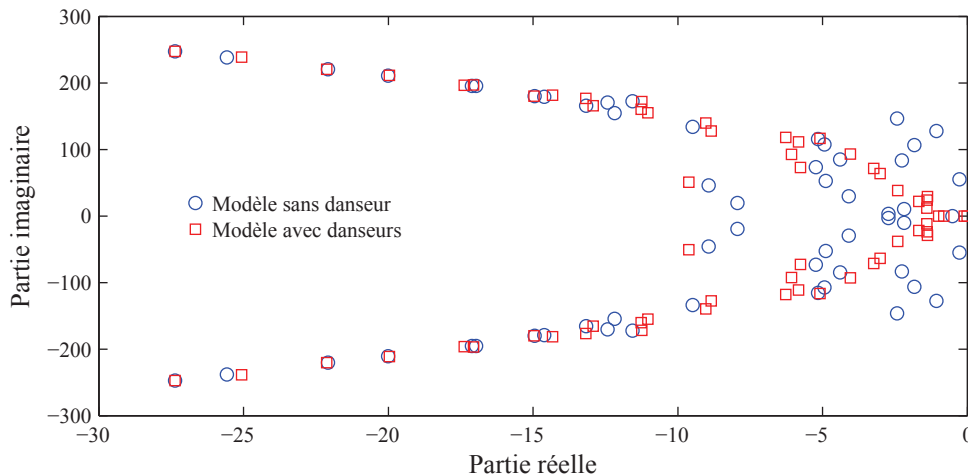


FIGURE 3.46 – Pôles des systèmes avec et sans danseurs

La figure 3.46 montre l'emplacement des pôles des deux systèmes en boucle fermée. Pour le modèle sans danseur, les pôles dominants (situés le plus à droite) ont une partie imaginaire plus grande. Le dépassement de la réponse indicielle devrait donc être plus grand (si les zéros des deux systèmes sont quasi identiques, ce qui est le cas) pour le système sans danseur..

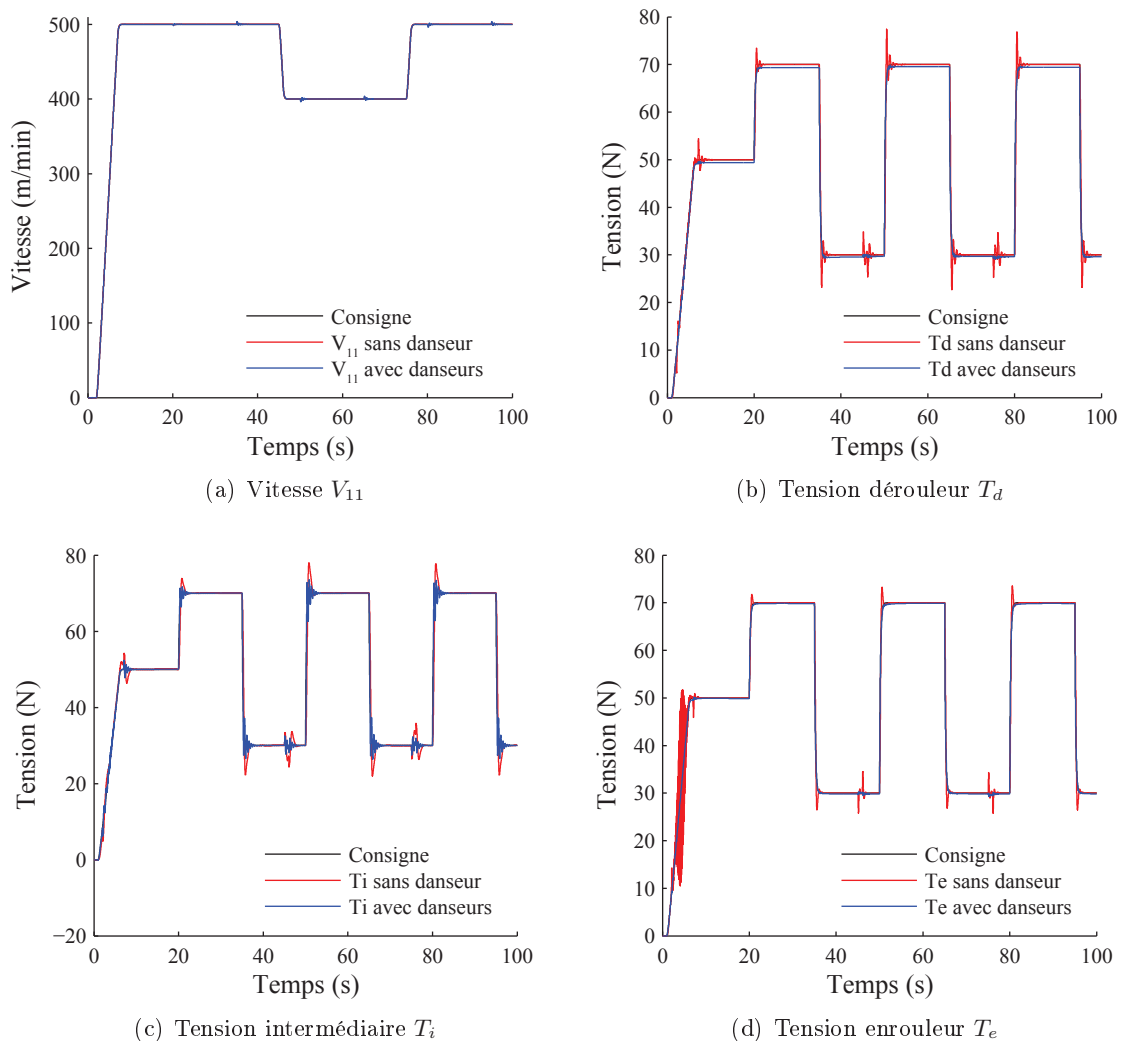


FIGURE 3.47 – Simulation des modèles non-linéaires avec et sans danseurs

La simulation des modèles non-linéaires est donnée à la figure 3.47. Ici également, le modèle avec danseurs conduit à de meilleures performances en suivi de consigne et en découplage vitesse-tension.

Cette fois-ci nous simulons l'effet d'une erreur de mesure sur le rayon du dérouleur (la valeur du rayon introduit dans le correcteur ne correspond pas à la valeur réelle du rayon de la bobine de déroulement). La figure 3.48 montre les simulations de la tension de déroulement pour une erreur (exagérée) de rayon de 14%. Le système sans danseur n'est pas perturbé par l'erreur de rayon alors que le système avec danseurs a une erreur statique importante au démarrage qui est peu à peu "réduite" par l'intégrale du correcteur. Le système sans danseur semble donc moins sensible aux erreurs de rayons.

La figure 3.49 montre les zones de stabilité des deux systèmes linéaires. Les formes des deux zones sont très différentes. Le système sans danseur est stable pour une plus grande zone.

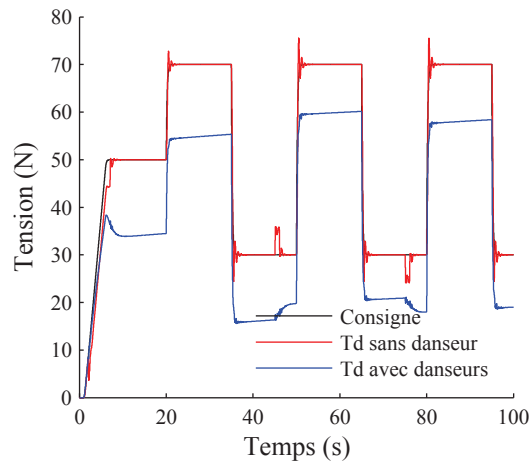


FIGURE 3.48 – Simulations de T_d pour une erreur du rayon du dérouleur de 14%

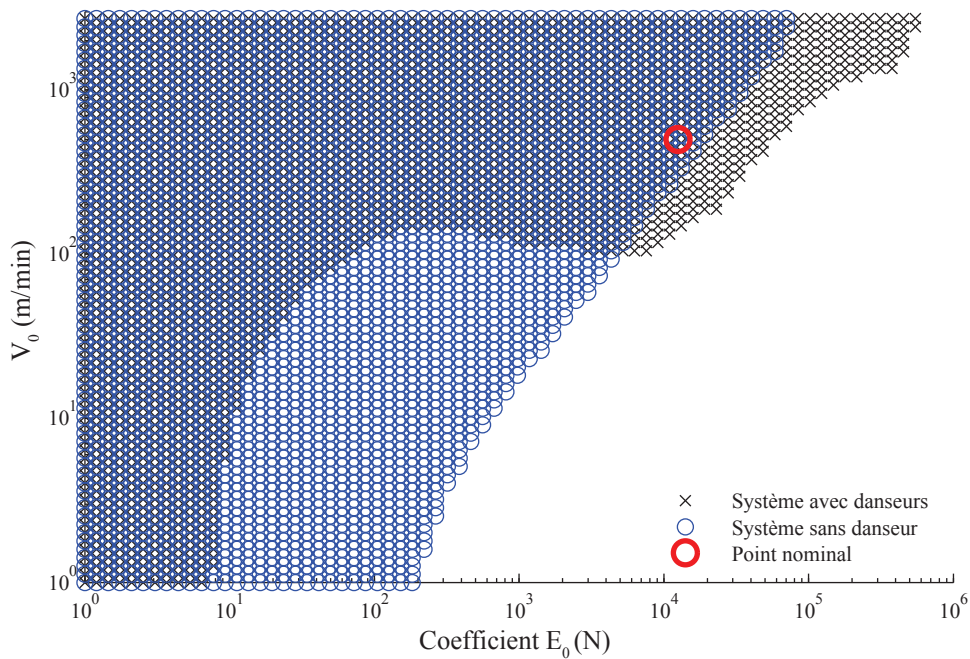


FIGURE 3.49 – Zone de stabilité des correcteurs en fonction des variations des paramètres E_0 et V_0

Le danseur pendulaire est principalement utilisé pour filtrer les perturbations issues des bobines du dérouleur et de l'enrouleur [PDZP03]. Pour simuler les performances de filtrage, nous simulons le déroulement d'une bobine circulaire mais excentrée de 5 cm. Nous avons :

$$R_{dp}(t) = R_d(t) + 0.05 \sin(\theta(t)) \quad (3.29)$$

où $R_{dp}(t)$ est le rayon dérouleur perturbé, $R_d(t)$ est le rayon de la bobine non excentrée et θ est

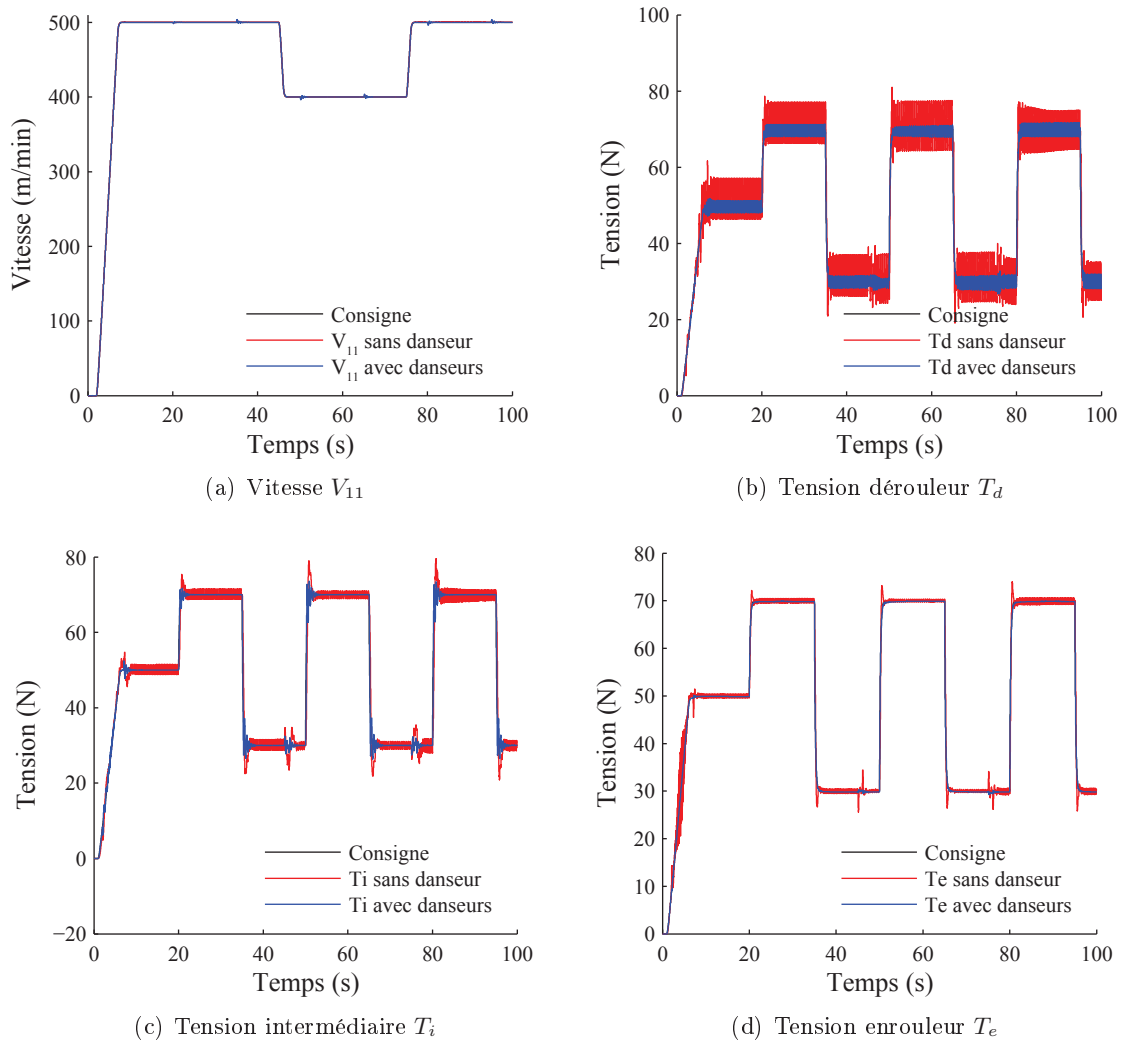


FIGURE 3.50 – Simulation des modèles non-linéaires avec et sans danseurs lors du déroulement d'une bobine imparfaite

la position angulaire de la bobine.

La figure 3.50 montre les simulations des modèles avec et sans danseurs pour le déroulement de la bobine excentrée. L'excentricité est volontairement exagérée afin de mieux observer comment les perturbations induites sont rejetées par les deux systèmes. Comme attendu, le danseur pendulaire filtre les perturbations. On parle aussi "d'absorption" de perturbations.

Cette étude succincte a permis de faire une première comparaison entre deux technologies d'asservissement de tension de bande au niveau du dérouleur et de l'enrouleur : avec danseur pendulaire (asservissement indirect de la tension) ou par capteurs de force (asservissement direct de la tension).

Le choix entre les deux technologies dépend de l'application. Dans le cas du déroulement d'une bobine imparfaite (présentant une excentricité et une ovalité), l'utilisation d'un danseur pendulaire est conseillé (sauf pour les vitesses élevées) pour rejeter les perturbations.

Cependant si l'application nécessite des variations importantes et brusques de la vitesse de défilement, alors l'utilisation de danseurs est à proscrire.

3.5 Conclusion

Ce chapitre présente tout d'abord un rapide aperçu des méthodes existantes en optimisation de systèmes mécatroniques. Les systèmes mécatroniques sont généralement des systèmes complexes asservis dont il faut également améliorer ou optimiser le comportement dynamique. Dans le cadre de ce travail, une attention particulière est portée à l'optimisation multiobjectif à l'aide d'algorithmes génétiques.

Les approches d'optimisations sont développées pour les systèmes d'entraînement de bandes flexibles, qui sont des systèmes industriels non-linéaires de grande dimension et à paramètres variants, et à ce titre des systèmes complexes. Les approches développées peuvent facilement s'adapter à l'optimisation d'autres systèmes dynamiques.

Dans un premier temps, nous nous sommes principalement focalisés sur l'optimisation du comportement dynamique de la bande, et donc à l'optimisation des correcteurs LTI, en présence d'incertitudes paramétriques. Les critères fréquentiels et temporels spécifiques à notre application conduisent à des fronts de Pareto et donc à de nombreuses solutions.

Le choix de la solution est déterminé par une approche 6σ . Cette approche est innovante pour le réglage de correcteurs. Les correcteurs LTI ainsi optimisés permettent d'obtenir de bonnes performances et qui sont en même temps robustes par rapport aux variations des paramètres considérés, ou à leurs incertitudes.

Les correcteurs ont également été optimisée par d'autres approches. Les résultats ont été comparés entre eux.

La prochaine étape consistera à optimiser des correcteurs PI-LPV qui sont bien adaptés pour la commande du dérouleur et de l'enrouleur [Koç00] [Gas11] [KKdMA02] [Kni03] [GK11], en supposant cette fois-ci qu'il y ait des incertitudes sur la mesure des rayons et des incertitudes paramétriques (vitesse de défilement et élasticité de la bande principalement).

Une première étude portant sur l'optimisation de la topologie du système a été menée. Il s'agit tout d'abord d'analyser l'influence de la position du tracteur maître, à la demande de l'industrie. Cette étude s'est portée sur un système générique.

Nous avons également comparé les performances de systèmes avec ou sans danseurs.

Il est clair que la synthèse "automatique" des correcteurs a grandement facilité l'étude "topologique".

Conclusion Générale & Perspectives

L'optimisation de systèmes mécatroniques nécessite la prise en compte de nombreux objectifs et contraintes. Les méthodes développées ont été appliquées aux systèmes d'entraînement de bandes flexibles. Elles peuvent cependant être aisément adaptées à d'autres types de systèmes mécatroniques asservis.

Le premier chapitre de ce mémoire rappelle les équations phénoménologiques permettant la modélisation du comportement longitudinal de la bande. Les modèles non-linéaires et leur linéarisation sont décrits. A partir du modèle des éléments primitifs, les modèles complets des deux systèmes étudiés sont construits. La fin de ce chapitre se concentre sur l'étude de l'influence de variations de paramètres sur le comportement du système en boucle ouverte.

Le second chapitre traite de la commande des systèmes d'entraînement de bandes par optimisation H_∞ . Une première partie de ce chapitre présente les différentes boucles d'asservissement utilisées : les commandes en couple et en vitesse sont succinctement décrites, un terme de pré-compensation est également décrit afin d'éliminer l'influence des frottements secs et visqueux et du couple induit par la bande sur chaque rouleau. Une attention particulière est portée à la commande en tension des systèmes d'entraînement de bandes. La principale contribution porte sur le calcul simultané des correcteurs décentralisés permettant ainsi la prise en compte des interactions entre les différentes parties du système. Cette approche de calcul simultané est également comparée avec la méthode de calcul décentralisé traditionnellement utilisée pour la synthèse de commandes de systèmes de grande dimension : la méthode de synthèse simultanée donne de meilleurs résultats en terme de performance H_∞ et de robustesse paramétrique.

Une contribution importante porte sur l'étude de l'influence de la variation de différents paramètres sur les performances du système en boucle fermée.

Le troisième chapitre contient les contributions majeures de ces travaux de thèse. Il décrit, dans un premier temps, les méthodes d'optimisation utilisées pour la conception de systèmes mécatroniques, avec prise en compte d'incertitudes paramétriques. Dans un second temps, une attention particulière est portée à la synthèse de commandes en tension de systèmes d'entraînement de bandes. Les critères usuellement utilisés sont succinctement énumérés, puis différentes approches d'optimisation sont décrites et comparées d'une part avec la méthode classique décrite au chapitre 2 et d'autre part, elle sont également comparées entre elles. Des approches innovantes appliquées à la synthèse de commandes de systèmes mécatroniques ont été développées et adaptées à ce domaine d'application. Chaque méthode possède ses avantages et ses inconvénients.

Ce chapitre traite également du choix optimal de la structure du système en se concentrant sur plusieurs points. Tout d'abord, l'influence de la position du tracteur maître et des réglages

des bandes passantes de vitesse et de tension est étudiée. Le modèle d'un système générique composé de 7 tracteurs motorisés est utilisé pour mener l'étude. Des résultats intéressants ont été obtenus. Le choix de l'emplacement du tracteur maître a, en effet, une incidence directe sur les performances des tensions de bande dans chaque section du système. Les bandes passantes du système jouent également un rôle important. Lorsqu'elles sont faibles, le système est très robuste aux variations de l'élasticité mais sensible aux perturbations de tension. Si les bandes passantes sont élevées, c'est l'inverse.

Une seconde étude a été menée dans les domaines temporel et fréquentiel, sur l'utilisation de danseurs pendulaires ou de capteurs de force à jauges de contrainte pour la commande en tension. Le choix est important, mais dépend fortement de l'application. La présence d'un danseur pendulaire, ou linéaire, peut cependant être recommandée dans la section de déroulement.

Ainsi, tout au long de ces travaux, diverses innovations ont été apportées. Il est à signaler qu'au début des travaux (octobre 2009) peu de publications traitaient de la synthèse de correcteurs par approche évolutionnaire.

De plus, ces travaux contribuent à des analyses intéressantes dans le domaine. Par exemple, aucune étude sur le placement optimal du tracteur maître n'avait été menée auparavant (à notre connaissance). De plus, l'analyse de l'influence de la variation des paramètres sur les performances fréquentielles et temporelles a permis de comprendre les phénomènes en jeu lorsqu'un paramètre est mal connu.

Enfin, la méthode d'optimisation sous contrainte six sigma a été adaptée à la synthèse de commande à structure et ordre fixes pour la première fois.

Perspectives

Les travaux menés au cours de cette thèse ont permis de démontrer la pertinence des approches évolutionnaires pour la conception de systèmes mécatroniques et notamment leur utilisation pour la synthèse de commandes avancées. Cependant, ces travaux ont ouvert de nouvelles pistes et posé de nouvelles questions.

Il a été montré que l'utilisation de simulations très chronophages est indispensable. Une étude pourrait être menée sur l'utilisation de modèles de substitution afin de remplacer les simulations de modèles phénoménologiques et ainsi de réduire significativement le temps nécessaire à l'évaluation de critères temporels. Ils pourraient alors être intégrés directement dans le processus d'optimisation en complément des critères fréquentiels. Des algorithmes évolutifs [Sas02], créant le modèle de substitution pendant l'optimisation pourraient être appliqués.

Ces travaux de thèse se sont concentrés sur l'utilisation d'algorithmes génétiques pour résoudre les problèmes d'optimisation posés. Il serait intéressant de comparer les résultats obtenus avec d'autres types d'algorithmes tels que les colonies de fourmis, l'essaim particulaire. Plusieurs publications récentes utilisent la théorie des jeux [YZW12] pour la synthèse de correcteurs H_∞ . Une étude pourrait également être menée sur l'utilisation de la programmation génétique [Koz92] afin de concevoir un système à partir de blocs élémentaires.

Les travaux décrits dans ce mémoire ne considèrent que des modèles 1D (une dimension) des systèmes d'entraînement de bandes flexibles. Des travaux concernant la modélisation du compor-

tement de la bande en 3 dimensions sont en cours au sein de l'équipe de recherche. Ces travaux pourraient être couplés avec les approches d'optimisation présentées. Ces travaux donneront ainsi de nouvelles variables de décision telles que le type de revêtement présent sur les rouleaux, la forme des consigne de tension, etc... Ils donneront également de nouvelles informations sur la qualité du système comme par exemple les tolérances géométriques.

Les approches avec contraintes six sigma sont appliquées en considérant que les paramètres incertains suivent une loi normale. La méthode de conception pourrait être étendue au cas où les paramètres suivent d'autres lois de probabilité.

La difficulté de la synthèse H_∞ réside dans le choix des filtres de pondération. Il serait possible d'intégrer tous les filtres de pondération au processus d'optimisation. Par exemple, Sandou [San12] propose l'utilisation d'algorithmes d'essaim particulaire pour régler les paramètres des filtres de pondération.

Liste des Publications

Revue internationale avec comité de lecture

- **J. Frechard**, D. Knittel, et al : *Modelling and fast position control of a new unwinding-winding mechanism design*. Mathematics Computers in Simulation, Special Issue Electrimacs 2011, Elsevier, available online 12 September 2012, DOI : 10.1016/j.matcom.2012.09.002
- **J. Frechard**, D. Knittel : *Drive requirements for elastic web roll-to-roll system*. Mechanism and Machine Theory, Elsevier, volume 66, pages 14–31, 2013, DOI : 10.1016/j.mechmachtheory.2013.03.005.

Revue internationale avec comité de lecture : article soumis

- **J. Frechard**, D. Knittel : *Robust web tension controller synthesis optimization under six sigma constraint of a large-scale roll-to-roll system with uncertain web elasticity*. Engineering Applications of Artificial Intelligence, Elsevier, article soumis

Communications à des conférences internationales avec comité de lecture et actes

- Y. Martz, **J. Frechard**, D. Knittel : *Advanced motion control design for longitudinal web dynamics in roll-to-roll systems : velocity or position control?* ASME International Design Engineering Technical Conferences, Portland, USA, 2013
- **J. Frechard**, D. Knittel, J. Renaud : *New robust controller synthesis optimization methodology under six sigma constraint : Application to industrial roll-to-roll systems*. 9th International Conference on Informatics in Control, ICINCO, Rome, Italy, 2012
- **J. Frechard**, D. Knittel : *Advanced optimization of industrial large-scale roll-to-roll systems under parametric uncertainties*. ASME Biennial Conference on Engineering Systems Designs and Analysis, Nantes, France, July 2012
- **J. Frechard**, D. Knittel, et al : *Modelling and fast position control of a new unwinding-winding mechanism design*. Electrimacs 2011, Paris, France, June 2011
- D. Knittel, **J. Frechard**, M. Vedrines : *Multi-objective optimization for manufacturing process design : application in roll-to-roll system*. 3th International Conference on Multidisciplinary Design Optimization and Applications, Paris, France, June 2010

Conférences nationales avec comité de lecture

- **J. Frechard** : *Application of genetic algorithm to tension control optimization of industrial large-scale roll-to-roll system under parametric uncertainties*. 14^{ème} congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Troyes, 2013
- **J. Frechard** : *Application of genetic algorithm to tension control optimization of industrial large-scale roll-to-roll system under parametric uncertainties*. 23^{ème} journée évolutionnaires thématiques, Paris, 2013
- V. Gassmann, D. Knittel, **J. Frechard** : *Multi-Objective Robust Controller Optimization for Complex Mechatronic Systems Design : Application to Roll-to-Roll Systems*. 12^{ème} congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, St Etienne, 2011

Autres conférences internationales avec actes

- **J. Frechard**, D. Knittel : *Multi-objective design optimization of industrial roll-to-roll systems using modeFRONTIER*. ModeFrontier 2012 Users' meeting, Trieste, Italy, 2012
- D. Knittel, **J. Frechard** : *Robust control design for longitudinal web dynamics*. Bahnlauf Seminar, Chemnitz, Allemagne, 2011

Annexes

Introduction aux algorithmes génétiques

Sommaire

A.1	Représentation des individus	133
A.2	Génération de la population initiale	133
A.3	Sélection des individus	134
A.4	Opérateurs génétiques	136
A.4.1	Croisement	136
A.4.2	Mutation	137
A.5	Critère d'arrêt	138
A.6	Différents algorithmes génétiques multiobjectifs	138
A.6.1	VEGA : Vector Evaluated Genetic Algorithm	138
A.6.2	MOGA : Multi Objective Genetic Algorithm	138
A.6.3	MOGA II	138
A.6.4	NSGA : Nondominated Sorting Genetic Algorithm	139

La figure A.1 résume le déroulement d'un algorithme génétique.

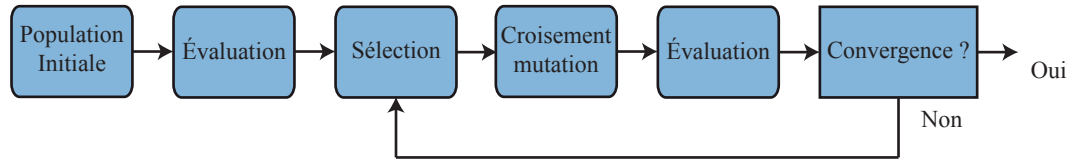


FIGURE A.1 – Déroulement d'un algorithme génétique

A.1 Représentation des individus

Avant d'utiliser un algorithme génétique, il faut choisir la façon dont les individus, contenant l'ensemble des valeurs de chaque variable de décision, seront représentés [Gué10]. La manière la plus simple de coder un individu est le codage binaire. Chaque valeur de variable de décision est représentée par son code binaire. Ce codage est utilisé dans la première version d'algorithmes génétiques [Hol92]. Cependant ce codage nécessite de fixer les bornes et la précision de chaque variable de décision *a priori*.

Une alternative au codage binaire est le codage gray. Les variables de décision sont représentées par un code binaire mais lorsqu'on augmente la valeur d'une variable d'une unité, il n'y a qu'un seul bit qui change d'état [Gra53]. L'avantage de ce codage est que deux individus avec des valeurs de variables de décision proches ont plus de similitudes que dans le cas d'un codage binaire classique.

Le codage réel représente les individus par la valeur directe des variables de décision. Ce codage est plus intuitif puisque on peut directement le comprendre sans traduction. Cependant les opérateurs génétiques (opérateurs mathématiques qui modifient les individus) sont plus complexes à programmer. De nombreux algorithmes utilisant le codage réel le traduisent en fait en binaire pour l'utiliser plus aisément.

Certains problèmes d'optimisation utilisent un codage particulier. Par exemple, la représentation sous forme d'arbres est utilisée par la programmation génétique [Koz92]. On peut également citer le problème du voyageur de commerce [WH12] qui utilise une permutation de chiffres ou de lettres pour représenter chaque individu.

Une fois la représentation des individus choisie on peut passer à l'étape suivante qui est la génération de la population initiale.

Dans le cadre de cette thèse le codage réel est toujours utilisé.

A.2 Génération de la population initiale

La première étape dans le déroulement d'un algorithme génétique est la génération de la population initiale. L'idéal est qu'elle couvre au maximum et de façon aussi homogène que possible l'espace de recherche.

La méthode la plus simple, et la moins efficace, est de générer la population initiale de façon aléatoire : on tire de façon uniforme un nombre fixé d'individus dans l'espace de recherche. On peut vérifier si l'individu tiré respecte les contraintes du problème. Dans le cas échéant on en tire

d'autres jusqu'à atteindre le nombre souhaité.

Une meilleure façon de générer les individus de la population initiale consiste à utiliser l'algorithme de Sobol [Sob67]. Cet algorithme déterministe quasi-aléatoire fonctionne en deux étapes : la première normalise les valeurs des variables de décision dans un espace de base 2 et garantit dans cet espace la dispersion ; la seconde étape remet en ordre les coordonnées dans toutes les directions en repassant dans la base d'origine. Cet algorithme a l'avantage de limiter les problèmes d'agglomération présents lors de la génération aléatoire.

Une autre façon très courante de générer la population initiale est d'utiliser un tirage selon la loi de l'hypercube latin [MBC79]. Prenons l'exemple du tirage aléatoire de deux paramètres. Dans un premier temps l'espace de recherche est quadrillé. Ensuite, les individus sont tirés aléatoirement de manière à n'en avoir qu'un seul par ligne et par colonne.

Un algorithme appelé Incremental Space Filler peut également être utilisé. Son principe consiste à ajouter les individus un à un de manière à ce que chaque nouvel individu ait un écart maximum avec les individus existants.

La figure A.2 montre un tirage de 500 individus dans un espace de recherche à deux dimensions. On voit très bien l'agglomération de points que l'on peut obtenir avec le tirage aléatoire de la figure A.2(a). Ce problème est pratiquement inexistant avec le tirage de Sobol (figure A.2(b)) et l'Incremental Space Filler (figure A.2(d)). Ces deux tirages donnent les meilleurs résultats. Le tirage de Sobol garde un aspect plus aléatoire tandis que pour l'Incremental Space Filler les individus semblent plus "rangés".

Une fois la population initiale générée, on peut sélectionner les individus auxquels les opérateurs génétiques seront appliqués.

A.3 Sélection des individus

La sélection des individus est très importante. En effet, il faut sélectionner les individus les plus prometteurs sans pour autant converger de façon prématurée vers un optimum local. Il faut trouver le bon ratio exploration/exploitation. La première sélection dans un algorithme génétique consiste à choisir les parents qui engendreront les enfants. Une seconde sélection peut également être mise en oeuvre pour choisir les individus qui vont survivre parmi les enfants et les parents, afin de former la génération suivante.

Le premier algorithme de sélection, introduit par Holland [Hol92], est la sélection par roulette. On choisit P parents avec remise sur le principe de la roulette de casino. Chaque individu est représenté par une case de la roulette dont la largeur, et donc la probabilité d'être sélectionné, dépend de la valeur de la fonction de coût, comme montré à l'équation A.1 dans le cas d'une fonction de coût à maximiser. Pour choisir un parent on lance la boule. Elle aura plus de chance de s'arrêter sur les individus ayant une bonne valeur de la fonction de coût. Cependant les individus ayant une mauvaise valeur de la fonction de coût gardent une chance d'être sélectionnés afin de maintenir la diversité. Cette méthode est rarement utilisée car elle comporte trop de défauts. D'une part, le coût en temps de calcul est élevé et la méthode est impossible à mettre en oeuvre

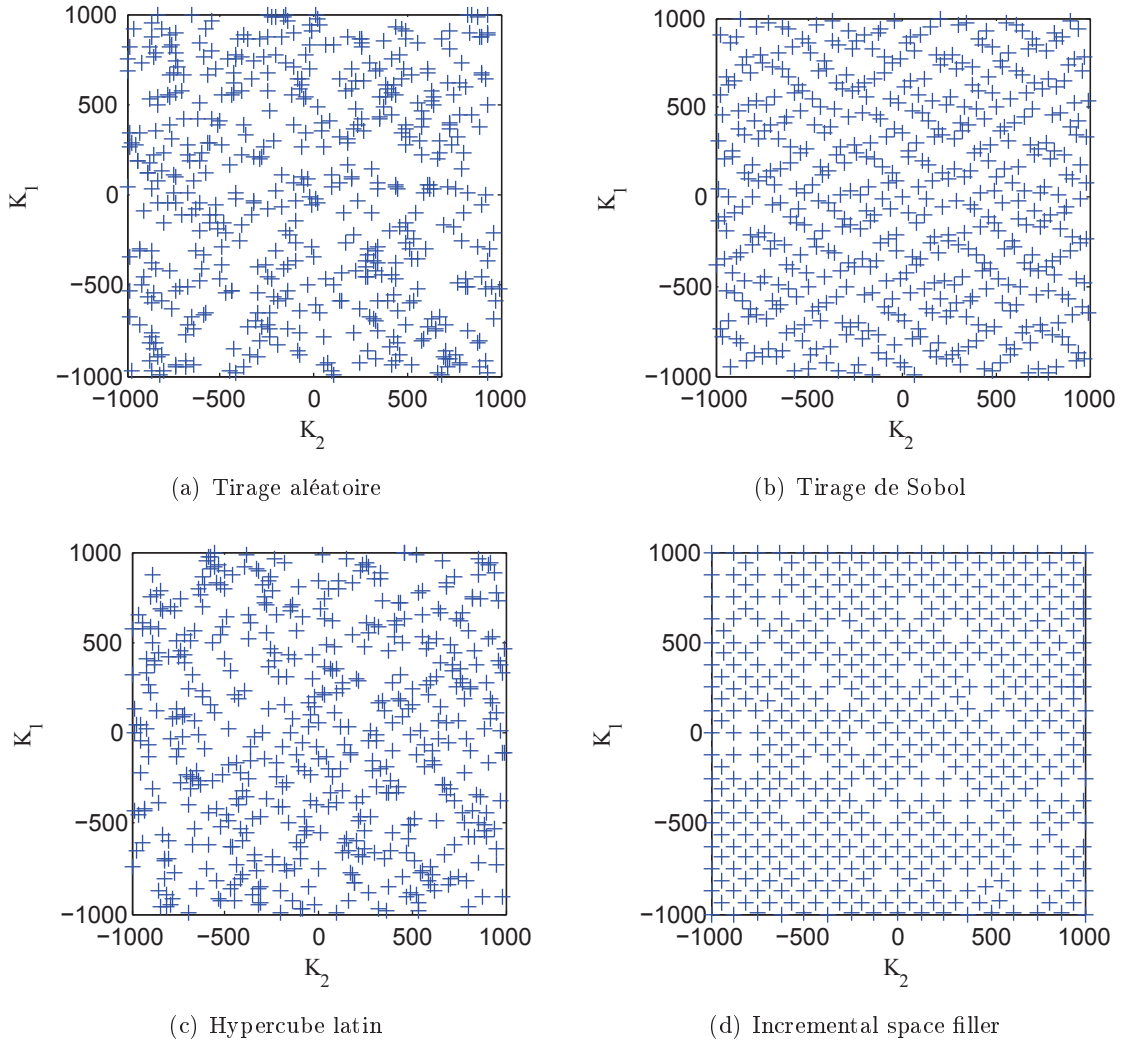


FIGURE A.2 – Comparaison des tirages aléatoires de génération de la population initiale (500 individus)

si on fait du calcul distribué puisqu'il faut connaître la valeur de la fonction de coût de tous les individus. D'autre part, si les valeurs de la fonction de coût s'étalent sur une large plage de variation, on risque de perdre en diversité puisque seuls les meilleurs individus seront sélectionnés. La probabilité L qu'un individu soit sélectionné est proportionnelle à sa valeur de l'objectif $F(\vec{x}_i)$.

$$L = \frac{F(\vec{x}_i)}{\sum F(\vec{x})} \quad (\text{A.1})$$

L'approche d'une sélection basée sur la valeur de la fonction de coût a vite été remplacée par une méthode de sélection basée sur le classement des individus [Bak85]. Le principe de la roulette est conservé mais cette fois-ci la largeur de la case est proportionnelle aux classements de l'individu. Ainsi la variance de la probabilité de sélection est la même, quelque soit la distribution des valeurs de la fonction de coût comme montré à l'équation A.2. Cependant le coût en temps de calcul est plus élevé que celui de la roulette puisqu'il faut classer les individus. De plus, on ne peut pas

utiliser cette approche si on ne connaît pas la valeur de la fonction de coût pour l'ensemble de la population. La probabilité L qu'un individu soit sélectionné dépend de son classement :

$$L = \frac{\text{Taille}_{pop} + 1 - \text{Rang}(F(\vec{x}_i))}{\sum i} \quad (\text{A.2})$$

Une méthode de sélection complètement différente peut également être utilisée : la sélection par tournois [Bri81]. Le principe est de sélectionner un certain nombre d'individus parmi la population et d'en extraire le meilleur. Le principal avantage est que l'on a pas besoin de connaître l'ensemble de la population pour opérer la sélection ; on peut donc distribuer les calculs. De plus, on a besoin d'aucun calcul de probabilité et le coût en temps de calcul est plus faible qu'avec les méthodes précédentes. Plusieurs variantes existent. Par exemple le tournoi stochastique compare deux individus et renvoie le meilleur des deux avec une probabilité comprise entre 50 et 100 %. On peut ainsi régler la pression de sélection de l'algorithme.

En complément de ces méthodes de sélection des individus, les algorithmes récents utilisent souvent l'élitisme. Dans chaque génération on réserve un petit nombre de places, en général deux, pour y conserver les meilleurs individus. Cela permet de ne pas perdre les meilleurs individus qui ont une probabilité de se faire éliminer avec les méthodes de sélection précédemment citées.

Une fois les individus sélectionnés et la nouvelle génération créée, on peut maintenant les combiner entre eux pour générer la population d'enfants.

A.4 Opérateurs génétiques

Les algorithmes génétiques utilisent deux opérateurs afin de faire converger la génération d'individus vers un optimum.

A.4.1 Croisement

Le premier opérateur génétique utilisé est le croisement qui favorise l'exploitation. Deux parents sont choisis et on les combine entre eux pour donner naissance à un nouvel individu. Il existe plusieurs méthodes de croisement pour les individus codés en binaire. Dans un premier temps, le croisement à 1 point est très utilisé. Un point de croisement est choisi et on échange les parties des parents à partir de ce point. Ce type de croisement est illustré à la figure A.3. Cette technique peut être étendue à n points, bien que n dépasse rarement 2.

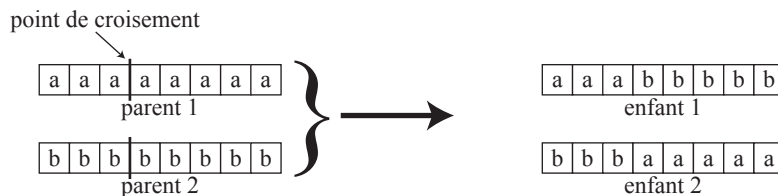


FIGURE A.3 – Illustration du croisement 1 point

Une alternative intéressante est le croisement uniforme présenté par Swereda [Sys89]. Un masque binaire de la même taille que les individus est généré aléatoirement. Pour chaque bit du masque valant 0, l'enfant recevra la valeur du bit correspondant du parent 1 ; et si le bit du masque vaut

1 il le recevra du parent 2. Le second enfant sera généré en utilisant le complément du masque. Le comportement de cette méthode est illustré sur la figure A.4.

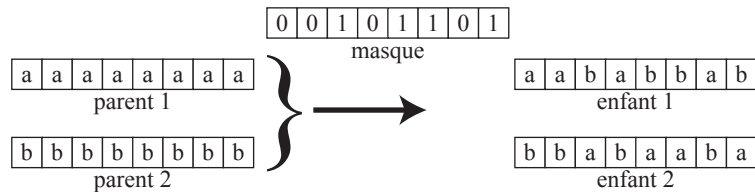


FIGURE A.4 – Illustration du croisement uniforme

D'autres croisements ont été développés ces dernières années. On peut notamment citer le croisement directionnel où la connaissance du problème est utilisée afin de garantir que l'enfant soit "meilleur" que les parents [ARP05].

Pour les individus utilisant un codage réel on peut les convertir en individus codés en binaire ou utiliser des méthodes de croisement développées pour le codage réel. Le croisement binaire simulé, présenté dans [DA94], prend en compte la proximité des enfants créés par rapport au parents dont ils sont issus. Si les deux parents sont très différents, générer un enfant au milieu d'eux n'a aucun intérêt, les enfants proches des parents seront donc privilégiés. Dans le cas où les variables de décision sont bornées, la méthode a été adaptée pour ne pas générer d'enfants en dehors des bornes [DA99].

Le croisement ne peut être utilisé seul. En effet, c'est un opérateur ne favorisant que l'exploitation. Considérons un problème d'optimisation monoobjectif à deux variables de décision binaire. Si lors de la génération de la population initiale, les individus ne contiennent qu'une valeur possible d'une variable de décision, par exemple 0, le croisement ne permet pas d'explorer les solutions pour lesquelles cette variable vaut le contraire. Il faut donc ajouter un opérateur favorisant l'exploration. Cet opérateur est la mutation.

A.4.2 Mutation

L'opérateur de mutation permet de diversifier la population : on mute un gène d'un individu pour créer un nouvel individu. Cet opérateur permet d'éviter le blocage dans un minimum local puisque l'individu muté aura de fortes chances de sortir de la vallée et d'explorer l'espace de recherche. Il existe plusieurs façons de procéder à la mutation d'un individu.

La méthode de mutation la plus simple est la bascule. Pour cela, on sélectionne un individu avec une probabilité de mutation p_m (souvent faible), on parcourt la chaîne binaire de cet individu et pour chaque bit on tire un nombre aléatoire. Si ce nombre aléatoire est inférieur à p_m on change la valeur du bit considéré.

Une méthode, fonctionnant mieux pour les valeurs réelles, est la mutation avec une distribution normale. On choisit un individu de la population avec une probabilité p_m (souvent faible). Pour chaque valeur des variables de décision x de cet individu, on tire une nouvelle valeur x' suivant une loi de probabilité normale centrée $N(x)$ sur la valeur x .

$$x' = x + N(0, \sigma) \quad (\text{A.3})$$

où x' et x sont respectivement la nouvelle valeur (après mutation) et l'ancienne valeur (avant mutation) de la variable de décision. $N(0, \sigma)$ est la loi normale de moyenne 0 et d'écart-type σ fixé par l'utilisateur.

Une fois la nouvelle population créée, il reste à savoir si on arrête le processus ou si on le recommence pour une nouvelle itération.

A.5 Critère d'arrêt

Il reste à spécifier le critère d'arrêt qui sera vérifié à la fin de chaque génération. Le critère d'arrêt le plus simple est le nombre de générations : l'algorithme s'arrête quand le nombre de générations choisi par l'utilisateur est atteint.

Un critère d'arrêt similaire est basé sur le temps d'optimisation : lorsque le temps réglé par l'utilisateur est atteint, l'algorithme s'arrête.

L'arrêt de l'algorithme peut aussi être conditionné par la variation de la fonction objectif : si la variation de la fonction objectif ne dépasse pas un certain seuil fixé par l'utilisateur, pendant un certain nombre de générations, également fixé par l'utilisateur, on considère que l'algorithme ne trouvera pas de meilleure solution et l'algorithme s'arrête.

A.6 Différents algorithmes génétiques multiobjectifs

L'optimisation multiobjectif peut être effectuée à l'aide de différentes approches utilisant des algorithmes génétiques. Une description très succinctes d'approches classiques est présentée ci-après.

A.6.1 VEGA : Vector Evaluated Genetic Algorithm

Le premier algorithme génétique multiobjectif est proposé par Schaffer en 1985 [Sch85]. Le principe est relativement simple : on sépare la population en un nombre n de sous-populations de taille égale (n étant également le nombre d'objectifs). Dans chaque sous-population, on optimise un unique objectif. Les opérateurs de croisements et de mutations sont ensuite appliqués sur l'ensemble de la population.

A.6.2 MOGA : Multi Objective Genetic Algorithm

Une évolution de VEGA est apparue en 1993 [FF93]. L'idée est d'utiliser un indicateur pour classer les solutions. L'indicateur est simplement le nombre de points qui dominent la solution considérée : si le point est dominant son indicateur vaudra 0. Le classement est utilisé pour la sélection des individus à reproduire.

A.6.3 MOGA II

Cet algorithme n'a de commun avec MOGA que l'acronyme. L'avantage de cet algorithme présenté par Poloni [PP97] réside dans ses opérateurs. En effet, quatre opérateurs sont utilisés : le croisement uniforme, le croisement directionnel, la mutation et l'élitisme.

A.6.4 NSGA : Nondominated Sorting Genetic Algorithm

Cet algorithme utilise une méthode de classement des individus un peu différente et présentée dans [SD94]. En effet, pour une population donnée on cherche le front de Pareto. On assigne à l'ensemble des individus du front de Pareto une valeur "fictive" de fonction objectif, ensuite on néglige ces individus dominant puis on recherche le nouveau front de Pareto. On affecte à l'ensemble des individus du nouveau front de Pareto une autre valeur "fictive" supérieure à la précédente. On recommence le processus jusqu'à ce que tous les individus de la population aient une valeur "fictive" assignée. Les individus sont ensuite sélectionnés (comme parents) en prenant en compte cette valeur. Une amélioration (NSGA2) a été proposée pour garantir la diversité des solutions obtenues [DAPM00]. En plus de la valeur "fictive" de l'objectif, on assigne à chaque individu une valeur de densité du voisinage (crowding). Plus les voisins sont proches et moins cette valeur sera bonne. Les meilleurs individus sont donc ceux ayant des voisins éloignés.

Annexe **B**

Autres algorithmes utilisés durant les phases d'optimisation

Sommaire

B.1	Recherche des points dominants sur le front de Pareto	143
B.2	Obtenir un front de Pareto homogène	144
B.3	Tirage aléatoire	145
B.3.1	Tirage de Monte Carlo	145
B.3.2	Hypercube latin	146
B.3.3	Polynôme de chaos	147
B.3.4	Comparaison des différents tirages	148

Afin de procéder à l'optimisation de systèmes mécatroniques, plusieurs algorithmes 'support' sont indispensables.

B.1 Recherche des points dominants sur le front de Pareto

Le premier algorithme indispensable doit servir à filtrer un front de Pareto afin d'en extraire les points dominants. Rappelons qu'un point dominant est un point pour lequel on ne peut améliorer un objectif sans en dégrader l'un des autres. L'algorithme présenté dans [MIYM03] fait une recherche exhaustive au sein de toutes les configurations afin d'en extraire les points dominants. Soient deux vecteurs critères f^1 et f^2 . On dit que f^1 domine f^2 si et seulement si $f^1 \leq f^2$ et $f^1 \neq f^2$, c'est à dire $f_k^1 \leq f_k^2$ pour tout k et $f_k^1 < f_k^2$ pour au moins un k (k représente l'un des objectifs à minimiser) [Oth98].

Le schéma de principe du déroulement de l'algorithme est donné à la figure B.1.

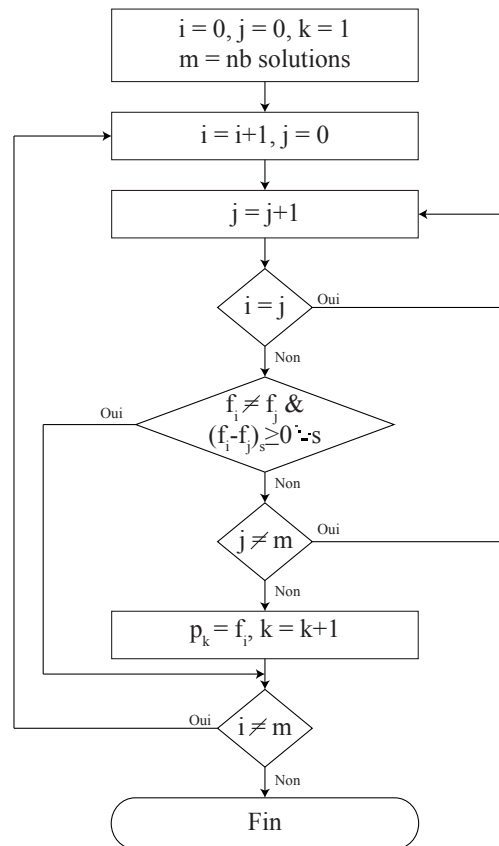


FIGURE B.1 – Déroulement de l'algorithme de filtrage du front de Pareto [MIYM03]

f correspond au vecteur objectif, s au nombre d'objectifs, p sera le vecteur contenant les configurations Pareto-optimale.

La première étape consiste à initialiser l'algorithme. On incrémente ensuite i et j , si ces deux termes sont différents ($i \neq j$) on vérifie la condition de non optimalité de la configuration f_i . Si elle est respectée pour une valeur de j , alors le point i n'est pas optimal. Si aucune configuration f_j ne vérifie la condition de non-optimalité, cela revient à dire qu'aucune configuration ne domine, au sens de Pareto, la configuration f_j : c'est donc une configuration dominante et elle est ajoutée dans

le vecteur p . L'algorithme teste ainsi toutes les configurations. Dès que toutes les configurations sont traitées, c'est à dire $j = m$, l'algorithme s'arrête.

Il est, en effet, plus facile de vérifier qu'un point est dominé que si il est dominant. L'algorithme utilise simplement le fait que si une configuration n'est dominée par aucune autre, alors elle est dominante au sens de Pareto. Cet algorithme de filtrage a été utilisé tout au long de cette thèse pour extraire le front de Pareto d'un ensemble de configurations.

B.2 Obtenir un front de Pareto homogène

Lorsqu'un problème multiobjectif doit être résolu, la somme pondérée des objectifs est souvent utilisée :

$$J = \sum_i \omega_i f_i(x) \quad \text{avec} \quad \sum_i \omega_i = 1 \quad (\text{B.1})$$

où x regroupe l'ensemble des variables de décision, f représente l'ensemble des objectifs et ω représente les pondérations appliquées à chacun des objectifs.

Faire varier les pondérations linéairement ne garantit pas toujours l'obtention d'un front de Pareto homogène. En effet, des concentrations de points et des zones vides peuvent apparaître. Pour y remédier, la méthode de la contrainte normale (Normal Constraint Method) peut être utilisée [MIYM03]. Cette méthode se décompose en plusieurs étapes. Tout d'abord, les points idéaux (voir figure 3.1) de chaque objectif sont trouvés en procédant à une optimisation monoobjectif, en considérant chacun d'eux indépendamment. Une fois ces points obtenus, une normalisation peut être opérée :

$$\bar{f}_i = \frac{f_i - \min(f_i)}{\max(f_i) - \min(f_i)} \quad (\text{B.2})$$

L'étape suivante consiste à définir des points uniformément répartis sur la droite utopique. Cette droite est définie comme reliant les points idéaux entre eux. Si le nombre d'objectifs est supérieur à 2, la droite devient un plan puis un hyperplan. L'équation de la droite utopique dans l'espace objectif normalisé est :

$$y = -x + 1 \quad (\text{B.3})$$

L'espace entre ces points répartis uniformément dépend du nombre de points désirés et s'exprime comme suit :

$$\delta = \frac{1}{nb_{pt} - 1} \quad (\text{B.4})$$

Les coordonnées des points uniformément réparties seront obtenues par la relation :

$$\begin{aligned} X_{pj} &= \alpha_1 \\ Y_{pj} &= \alpha_2 \\ \text{avec } \alpha_1 &= [0 \quad \delta \quad 2\delta \quad \dots \quad nb_{pt}\delta] \\ \text{et } \alpha_2 &= 1 - \alpha_1 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Les droites perpendiculaires à la droite utopique et passant par chacun des points uniformément répartis sur celle-ci sont prise en compte pour séparer l'espace objectif en différentes zones. Dans chacune de ses zones, un sous-problème d'optimisation est résolu :

$$\left| \begin{array}{ll} \textit{Minimiser} & \overline{f_2} \\ \textit{sous la contrainte} & \textit{solution dans la zone} \end{array} \right. \quad (\text{B.6})$$

La figure B.2 donne un exemple d'application de la méthode de la contrainte normale pour 20 points.

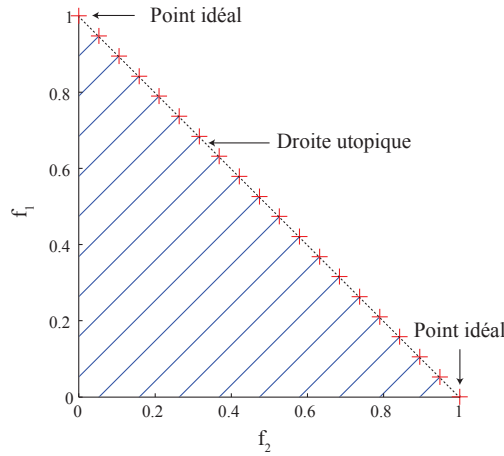


FIGURE B.2 – Méthode de génération d'un front de Pareto homogène (20 points)

B.3 Tirage aléatoire

Lors de l'optimisation robuste, il faut utiliser une méthode de tirage aléatoire des paramètres incertains afin de garantir la pertinence du jeu de valeurs du critère obtenu. Deux approches sont intéressantes : le tirage de Monte Carlo et le tirage par hypercube latin. Les explications données ci-après sont issues de [Lov08].

Le but est d'estimer la moyenne μ_Y et l'écart-type σ_Y d'une variable aléatoire Y qui est fonction d'un jeu de variables aléatoires défini comme suit :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_d) \quad (\text{B.7})$$

où chaque X_i est une variable aléatoire obéissant à une loi de probabilité D_i . La fonction f peut être définie directement ou est issue de calcul d'un modèle numérique.

B.3.1 Tirage de Monte Carlo

Le principe de la méthode de Monte-Carlo introduite par [MU49] est de tirer un jeu de valeurs aléatoires, $\{x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(N)}\}$, pour chacun des paramètres incertains en suivant leur loi de probabilité D_i .

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= \left(x_1^{(1)}, \dots, x_d^{(1)} \right)^T \\ x^{(2)} &= \left(x_1^{(2)}, \dots, x_d^{(2)} \right)^T \\ &\vdots \\ x^{(N)} &= \left(x_1^{(N)}, \dots, x_d^{(N)} \right)^T \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Un échantillon $s_Y = \{y^{(1)}, \dots, y^{(N)}\}$ de la variable aléatoire Y est déterminé par le calcul de la fonction f pour chacun des jeux de valeurs $x^{(i)}$.

$$y^{(j)} = f(x_1^{(j)}, \dots, x_d^{(j)}), \quad j = 1, \dots, N \quad (\text{B.9})$$

La moyenne et l'écart-type de la variable Y peuvent être déterminés :

$$\begin{aligned} \mu_Y \approx \hat{\mu}_Y &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y^{(j)} \\ \sigma_Y \approx \hat{\sigma}_Y &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (y^{(j)} - \hat{\mu}_Y)^2} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

où $\hat{\mu}_Y$ et $\hat{\sigma}_Y$ sont respectivement la moyenne et l'écart-type estimés.

Cependant, la méthode de Monte Carlo n'est pas très précise dans l'estimation de la moyenne et de l'écart-type. La précision est donnée par :

$$|\hat{\mu}_Y(N) - \mu_Y| \leq C \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (\text{B.11})$$

où N est le nombre d'échantillons. Cette relation montre que pour réduire l'erreur de moitié il faut multiplier la taille de l'échantillon par 4.

B.3.2 Hypercube latin

Cet algorithme d'estimation, introduit dans [MBC79], a été créé pour pallier le manque de précision de la méthode de Monte Carlo. Cette méthode divise l'intervalle de variations de chaque variable aléatoire en suivant sa loi de probabilité. Si la probabilité est uniforme, les zones auront toutes la même taille. Si la loi de probabilité est une loi normale, les zones auront une taille inversement proportionnelle à la probabilité qu'une valeur y soit incluse. Un produit cartésien de ces différents intervalles donne un maillage de dimension égale au nombre de variables aléatoires. On choisit ensuite un point dans chaque cellule de façon à ce que l'intervalle de chaque variable aléatoire soit représentée 1 fois.

Par exemple, lorsqu'il faut tirer des valeurs dans un espace à deux dimensions, on découpe l'intervalle de variations de chaque variable aléatoire et on projette ce découpage dans le plan $X_1 = f(X_2)$. On obtient ainsi un maillage. Dans chacune des zones de ce maillage un point sera sélectionné de sorte que dans chaque ligne et dans chaque colonne il n'y ait qu'un seul point. La figure B.3 montre deux tirages aléatoires de 9 points dans un espace à deux variables aléatoires suivant des distributions uniformes. Un cas homogène et un cas non-homogène sont représentés. Afin de pallier le problème de non-homogénéité de la distribution obtenue (voir figure B.3, il existe plusieurs solutions. La première consiste à générer plusieurs hypercubes latins, et de choisir le meilleur résultat grâce à un critère d'uniformité. On peut notamment citer [JMD90] et [FWB94]. Il peut être montré que la précision de l'estimation de la moyenne d'un tirage par hypercube latin s'exprime :

$$|\hat{\mu}_Y(N) - \mu_Y| \leq C \frac{1}{N} \quad (\text{B.12})$$

Ainsi, pour diviser l'erreur d'un facteur 2 il suffit de multiplier la taille de l'échantillon par le même facteur. La formule est similaire pour la précision de l'écart-type.

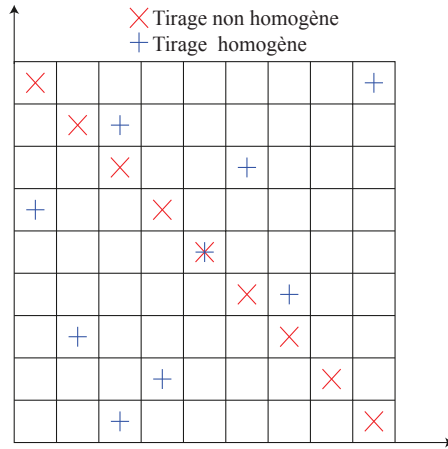


FIGURE B.3 – Tirage aléatoire par hypercube latin

B.3.3 Polynôme de chaos

Afin de réduire le nombre de valeurs nécessaires le polynôme de chaos peut être utilisé. Cette approche permet d'évaluer les caractéristiques d'une variable aléatoire a été introduite par Wiener [Wie38]. Le principe est de représenter la réponse du critère comme une suite de polynômes.

Considérons $w(x)$ étant la densité de probabilité de la variable aléatoire X . Si la variable aléatoire $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_d)$ a une variance finie, elle peut être exprimée sous la forme :

$$Y = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i p_i(x) \tag{B.13}$$

où $p_i(x)$ est un polynôme de x . Bien entendu l'ordre du polynôme de chaos n'est pas infini et le développement de la relation B.13 est tronqué à $i = k$.

Le $n^{\text{ème}}$ moment statistique de Y s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle y^n \rangle &= \int ((f(x))^n w(x) dx = \int \left(\sum_{i=0}^k \alpha_i p_i(x) \right)^n w(x) dx \\ &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \int p_i(x) w(x) dx \end{aligned} \tag{B.14}$$

Il est ainsi possible de calculer tout moment statistique de la distribution. La relation B.14 peut être simplifiée en considérant que pour toute distribution $w(x)$, il existe une famille de polynômes orthogonaux pour lesquels :

$$\langle p_i(x), p_j(x) \rangle_w = \int p_i(x) p_j(x) w(x) dx = 0, \quad \text{pour } i \neq j \tag{B.15}$$

En particulier, si $w(x)$ est une loi normale, la famille de polynômes orthogonaux est formée par les polynômes Hermitien :

$$\begin{aligned}
H_{e_0}(x) &= 1, \\
H_{e_1}(x) &= x, \\
H_{e_2}(x) &= x^2 - 1, \\
H_{e_3}(x) &= x^3 - 3x, \\
H_{e_4}(x) &= x^4 - 6x^2 + 3, \\
\vdots &\quad \quad \quad \vdots
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Il en résulte les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
\mu_Y &= \alpha_0 \\
\sigma_Y^2 &= \sum_{i=0}^k \alpha_i^2
\end{aligned} \tag{B.17}$$

Il faut ainsi déterminer les coefficients α_i qui reproduisent le comportement de la variable aléatoire Y . La méthode des moindres carrés est souvent utilisée.

Grâce au polynôme du chaos on obtient :

$$|\hat{\mu}_Y(N) - \mu_Y| \leq C \frac{1}{e^N} \tag{B.18}$$

Pour diviser l'erreur par 2, il suffit donc d'augmenter la taille de l'échantillon d'un facteur $\ln(2) \approx 0.7$.

Le nombre de tirages aléatoires doit être égal au nombre de paramètres α_i soit :

$$nb_{valeurs} = \frac{(nb_{param} + ordre)!}{nb_{param}! ordre!} \tag{B.19}$$

B.3.4 Comparaison des différents tirages

Afin de comparer entre elles les différentes méthodes présentées, [Lov08] propose d'utiliser la fonction :

$$\begin{aligned}
f(x) &= 20 \left(\frac{e^{-\frac{(x+2.7)^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} + \frac{e^{-\frac{(x-2.7)^2}{2(2)^2}}}{2\sqrt{2\pi}} \right) \\
X &\in N(0, 0.8), \quad w(x) = \frac{e^{-\frac{(x-2)^2}{2(0.8^2)}}}{0.8\sqrt{2\pi}}
\end{aligned} \tag{B.20}$$

où $N(0, 0.8)$ est la loi normal de moyenne 0 et d'écart-type 0.8.

Les valeurs exactes de la moyenne et de l'écart-type peuvent être calculé analytiquement :

$$\begin{aligned}
\mu_Y &\approx 3.52098 \\
\sigma_Y &\approx 0.50731
\end{aligned} \tag{B.21}$$

Les différents résultats obtenus par [Lov08] sont répertoriés dans le tableau B.1. Comme attendu, la méthode de l'hypercube latin donne de meilleurs résultats que la celle de Monte Carlo. Le polynôme du chaos permet d'améliorer largement les résultats obtenus. Etant donné les résultats

nbval	Monte Carlo		Hypercube latin		Polynôme du chaos	
	Erreur μ_Y	Erreur σ_Y	Erreur μ_Y	Erreur σ_Y	Erreur μ_Y	Erreur σ_Y
8	0.13523	0.16103	0.03839	0.08236	0.01127	0.02655
16	0.11711	0.08646	0.03057	0.04071	0.00027	0.00086
32	0.05922	0.04713	0.00757	0.01648		
64	0.05778	0.05253	0.00342	0.00648		
128	0.03838	0.03414	0.00246	0.00484		
256	0.02234	0.02011	0.00189	0.00313		
512	0.02061	0.01510	0.00056	0.00125		
1024	0.01031	0.01047	0.00042	0.00104		
2048	0.00964	0.00850	0.00027	0.00049		
4096	0.00786	0.00626	0.00012	0.00021		
8192	0.00389	0.00407	0.00005	0.00007		
16384	0.00291	0.00341	0.00003	0.00005		

Tableau B.1 – Erreurs d’estimations de la moyenne et de l’écart-type pour les différentes méthodes de tirage

	1 % d’erreur	0,1 % d’erreur
Monte Carlo	256/8192	16384/?
Latin hypercube	16/128	64/2048
Chaos Polynomial	8/12	12/20

Tableau B.2 – Taille du jeu de paramètres pour différentes méthodes de tirage aléatoire [Lov08]

intéressants obtenus par cette dernière méthode, elle n’a pas été testée avec des tirages de plus de 30 valeurs.

Le tableau B.2 montre le nombre d’échantillons nécessaires pour atteindre 1% puis 0.1% d’erreur d’estimation de l’écart-type et de la moyenne. Pour obtenir une erreur inférieure à 1%, l’utilisation du polynôme de chaos permet de diviser le nombre d’évaluations par 2 pour l’estimation de la moyenne et par 10 pour l’estimation de l’écart-type, par rapport à l’hypercube latin. Le polynôme de chaos donne donc des résultats très intéressants.

Cependant, lors des différents essais pendant ces travaux de thèse, le polynôme de chaos n’a pas fonctionné puisqu’il a fourni des résultats incohérents. Ce n’est qu’à la fin de ces travaux de thèse que le bug du logiciel commercial utilisé a été corrigé.

Annexe C

Rappel sur la commande robuste H_∞

Sommaire

C.1	Formulation du problème de synthèse H_∞	153
C.2	Synthèse H_∞ avec filtres de pondération	154
C.2.1	Méthode des sensibilités mixtes	154
C.2.2	Synthèse avec prise en compte des perturbations	155
C.2.3	Synthèse avec modèle de référence	155

C.1 Formulation du problème de synthèse H_∞

Considérons un système linéaire invariant ayant comme entrée $u(t)$ et comme sortie $y(t)$ de dimension respective nb_e et nb_s . On suppose que sa matrice de transfert $G(s)$ est connue. On peut écrire :

$$y(t) = G(s)u(t) \quad (\text{C.1})$$

Si le système est mono-variable, on peut définir le module $|G(j\omega)|$ pour chaque pulsation ω . Si le système est multivariable, on peut définir la valeur singulière comme étant :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G(-j\omega)^T)} = \sqrt{\lambda_i(G(-j\omega)^T G(j\omega))} \quad (\text{C.2})$$

$i = 1, \min(nb_e, nb_s)$

Les valeurs propres λ_i sont réelles positives ou nulles. Les valeurs singulières sont réelles et elles peuvent être classées. On notera $\bar{\sigma}$ la valeur singulière maximale et $\underline{\sigma}$ la valeur singulière minimale.

La norme H_∞ d'un système LTI est définies comme étant la valeur maximale de la valeur singulière maximale :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in R} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (\text{C.3})$$

La synthèse H_∞ du correcteur utilise la forme standard. Cette représentation donnée à la figure C.1 regroupe le système augmentée $P(s)$, composé du système à asservir et des filtres de pondération permettant de modeler le comportement fréquentiel, et le correcteur $K(s)$. Les entrées w du système regroupent les consignes et éventuellement les perturbations. Les signaux de commandes u regroupent les sorties du correcteur K . Les sorties de performance z permettent de mesurer les performances du système. Le vecteur y correspond aux entrées du correcteur.

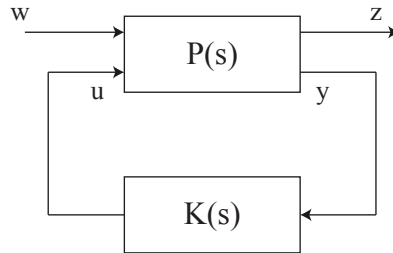


FIGURE C.1 – Forme standard

On peut fractionner la matrice de transfert de $P(s)$ en quatre matrices P_{zw} , P_{zu} , P_{yw} et P_{yu} en accord avec les dimensions des vecteurs z , w , y et u :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{zw}(s) & P_{zu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

On peut ainsi aisément calculer la matrice de transfert entre les entrées exogènes w et les sorties de performances z . Cette relation est appelée Transformation Fractionnaire Linéaire :

$$\begin{aligned} E(s) &= F_l(P(s), K(s))W(s) \\ F_l(P(s), K(s)) &= P_{zw}(s) + P_{zu}(s)K(s)(I - P_{yu}(s)K(s))^{-1}P_{yw}(s) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_w & B_u \\ C_e & D_{ew} & D_{eu} \\ C_y & D_{yw} & D_{yu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Formulation du problème H_∞ standard [DF99] :

$P(s)$ et $\gamma > 0$ étant donnés, il s'agit de déterminer $K(s)$ qui stabilise le système bouclé de la figure C.1 et qui assure $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$

Le correcteur obtenant la plus petite valeur de γ possible sera optimal.

Essentiellement deux méthodes de résolution sont utilisées : soit à l'aide de l'équation de Riccati en utilisant l'algorithme de Doyle et Glover [DGKF89], soit en résolvant des inégalités matricielles linéaires (LMI) [IS94].

C.2 Synthèse H_∞ avec filtres de pondération

Afin de contraindre le comportement fréquentiel du système bouclé, des filtres de pondération sont ajoutés.

C.2.1 Méthode des sensibilités mixtes

La méthode des sensibilités mixtes introduite dans [Kwa93] est la plus utilisée ; elle permet le modelage fréquentiel de différentes fonctions de transfert.

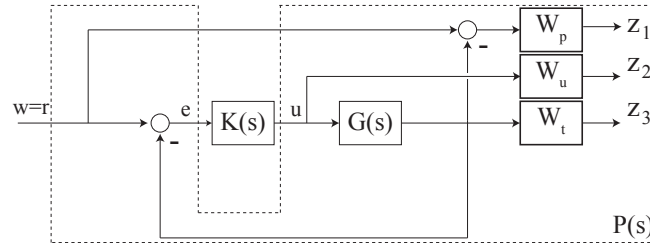


FIGURE C.2 – Schéma de synthèse par les sensibilités mixtes S/KS/T

Le schéma le plus classique est donné à la figure C.2. Il s'agit de la synthèse dénommée S/KS/T pour laquelle :

$$T_{r \rightarrow z} = \begin{bmatrix} W_p S \\ W_u K S \\ W_t T \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

où $S = (I + GK)^{-1}$ est la fonction de sensibilité et $T = I - S$ la fonction de sensibilité complémentaire.

L'objectif est de minimiser la norme H_∞ de $T_{r \rightarrow z}$.

Il est à noter que la synthèse S/KS est également très utilisée.

C.2.2 Synthèse avec prise en compte des perturbations

Une variante permet de prendre en compte les perturbations dans la synthèse du correcteur. Une pondération W_d est ajoutée au signal de perturbation et qui reflète au mieux son comportement fréquentiel. Le schéma de synthèse est donné à la figure C.3.

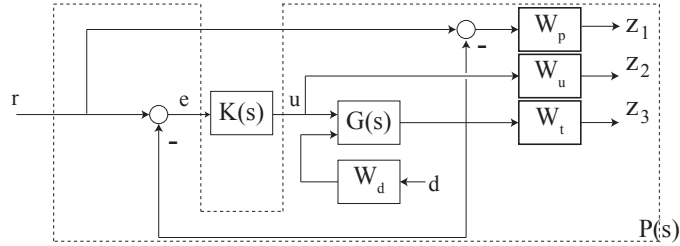


FIGURE C.3 – Schéma de synthèse S/KS/T avec perturbations

C.2.3 Synthèse avec modèle de référence

La synthèse avec modèle de référence utilise un modèle M_0 qui correspond à la fonction de transfert désirée pour le système en boucle fermée (sans les filtres de pondération). La fonction de transfert $T_{r \rightarrow z}$ devient :

$$T_{r \rightarrow z} = \begin{bmatrix} W_p(M_0 - T) \\ W_u K S \\ W_t T \end{bmatrix} \quad (C.8)$$

Le schéma de synthèse est donné à la figure C.4.

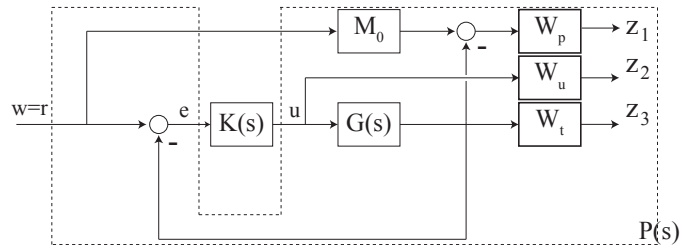


FIGURE C.4 – Schéma de synthèse S/KS/T avec modèle de référence

Annexe **D**

Modélisation et commande du prototype FTS.

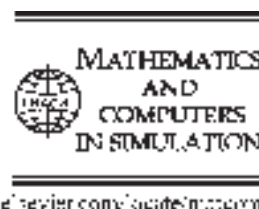
J. Frechard, D. Knittel, P. Dessagne, J.S. Pellé, G. Gaudiot, J.C. Caspar et G. Heitz : Modelling and fast position control of a new unwinding-winding mechanism design. *Mathematics and Computers in Simulation*, volume 66, pages 14–43, 2013, ISSN 0378-4754, 10.1016/j.matcom.2012.09.002.



Available online at www.sciencedirect.com

SciVerse ScienceDirect

Mathematics and Computers in Simulation xxx (2012) xxx–xxx



Original article

Modelling and fast position control of a new unwinding–winding mechanism design

J. Frechard^{a,b}, D. Knittel^{a,b,*}, P. Dessagne^c, J.S. Pellé^c, G. Gaudiot^c, J.C. Caspar^c,
G. Heitz^c

^a Roll-to-roll Research Group, Institute of Physics and Engineering, University of Strasbourg, 17 rue du Mal. Lefèbvre, 67100 Strasbourg, France

^b LGéCo, INSA Strasbourg, 24, Boulevard de la Victoire, 67084 Strasbourg, France

^c Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien, 23 rue du Loess, 67037 Strasbourg, France

Received 17 October 2011; received in revised form 5 May 2012; accepted 2 September 2012

Abstract

This paper concerns a very specific unwinding–winding system. It is used to study radioactive nuclei produced by various low energy beam appliances. Due to the short lifetime of the species considered, they have to be moved very fast from the collection point to the measuring station. To ensure the high displacement speed, a new combined dancer–accumulator mechanism has been developed. This paper focuses on the development of a non-linear model of the roll-to-roll system including the two dancer–accumulator mechanisms. Then the obtained simulation results are compared with measurements. Once the system model is validated, a new control strategy is proposed and discussed.

© 2012 Published by Elsevier B.V. on behalf of IMACS.

Keywords: Mechatronic systems modelling; Roll-to-roll systems; Physics application; Web tension control

1. Introduction

Systems handling web materials such as textile, paper, polymer or metal are very common in industry, because they represent a convenient way of transporting and processing a product from one roll to another. The basic idea is to move the web at an expected speed while maintaining web tension as constant as possible.

The considered system is very specific. In fact, it is used near low energy radioactive ions beams facilities. The web, placed in front of incident particles, collects the radioactive ions to build a radioactive source which can be studied at the collection point and then transports at a very high speed to another dedicated measuring station. The lifetime of the species of interest is in the range 10–1000 ms [18,19]. Therefore, the key challenges are, on one hand, to move the web very fast, speed up to 10 m/s, and, on the other, to ensure an accurate position control so that ions can be properly analysed by the detectors.

To ensure these specificities, a new combined dancer–accumulator mechanism was developed [3]. Usually accumulator and dancer are used separately in a web processing line: accumulator permits roll core changes without stopping

* Corresponding author at: Roll-to-roll Research Group, Institute of Physics and Engineering, University of Strasbourg, 17 rue du Mal. Lefèbvre, 67100 Strasbourg, France. Tel.: +33 6 71 20 31 30.

E-mail address: knittel@unistra.fr (D. Knittel).

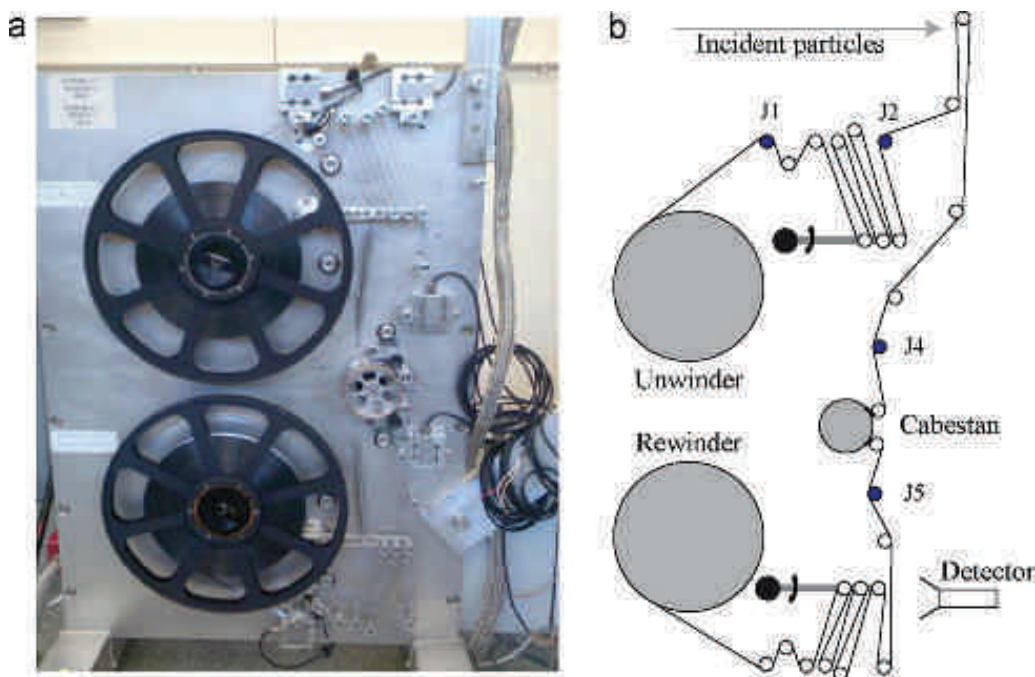


Fig. 1. The unwinding–rewinding system photo and sketch.

the line in the processing section whereas pendulum dancers are used to attenuate web tension disturbances and to avoid fast and high web tension variations and/or to perform indirect web tension control. In this work, the characteristic of the two mechanisms is coupled together in one device: the accumulator part facilitates fast position control of the studied ions whereas the dancer part prevents web breakages.

The focus of this paper is on the modelling of the entire plant (shown in Fig. 1) including the specific dancer–accumulator developed mechanism. Simulations of the model are then compared with experimental measurements. Once the model is validated, a new control strategy, which allows faster displacement, is proposed and compared with the present one. For the first time, a dancer and an accumulator are combined in order to improve the velocity performances of a roll-to-roll system. This paper presents the modelling and control of this new roll-to-roll mechanism.

Firstly, the system and its use are described. Then the mechanical modelling of the system is presented. Next, the control strategy is described and modelled. The simulation results are compared with measurements carried out on the real plant. Finally a new control strategy is proposed and its parameters are optimized.

2. System description

2.1. Mechanical composition of the system

The system is composed of three motors: an unwinder, an intermediate driven roller also called ‘Cabestan’ and a rewinder. Moreover, the system uses two dancer–accumulator mechanisms and some idle rollers to guide the web.

The prototype bench includes four load cells, labelled as J_i , $i = 1, 2, 4, 5$, to monitor web tension during the process. Another way to determine web tension uses out-of-plan vibrations measurement [25] but such approach was not applied in this work. The unwinder and the rewinder are driven by two Parvex HX820 motors. The ‘Cabestan’ is driven by a Parvex HX440 motor. A photo and a sketch of the system are given in Fig. 1.

2.2. Process description and specifications

Firstly, the radioactive ions generated by the particle accelerator are collected on the web. When the collection time is over, the device moves the web in front of the detector. The objective is to have a 50 cm web displacement in less than 100 ms with a precision of 1 mm or less. Therefore, the web has to move at a speed of up to 10 m/s with an acceleration

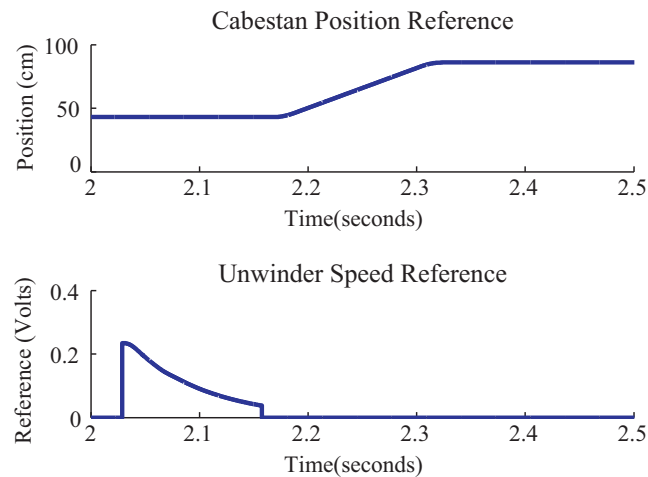


Fig. 2. Cabestan and unwinder references.

of up to 300 m/s^2 . Moreover the system has to work under a vacuum of 10^{-5} to 10^{-6} Torr. The tape transport system is synchronized with a signal coming from the pulsation system of the accelerator (typically a signal each second).

2.3. Present control strategy

The unwinder and rewinder speed are controlled by PID controller while the ‘Cabestan’ is controlled in position (industrial tuning) to ensure precise position of the studied particles.

In common industrial application of roll-to-roll systems the device operates essentially in steady space: the web tension and speed references remain constant during the process. In this application the system operates essentially during transient states: the web speed is successively increasing and decreasing. Due to this specificity, and to real-time processing unit limitations, a two phases control strategy has been developed.

The scenario is as follow. First, the system proceeds to the accumulation step: a sufficient web length is stored in the upper accumulator from the unwinder material roll while the rewinder empties the lower accumulator. The angular position of each accumulator arm is used as feedback signal to the rewinder and unwinder using P controllers, thus we have a cascading control strategy: motors velocity control and arms position control. During this phase, the ‘Cabestan’ is locked, so that radioactive ions can be collected. Then the system proceed to the restitution step, the ‘Cabestan’ moves the web of the desired distance to place the radioactive ions in front of the detectors. During this step the unwinder and rewinder are locked. At the end of these two phases, the system waits for the same sequence to start again. The ‘Cabestan’ and unwinder references are shown in Fig. 2. The shown references were used for identification purpose of the presented prototype. For the final plant, the references should be a little faster in order to achieve the requirement on displacement time (50 cm in 100 ms).

3. System modelling

The modelling of roll-to-roll system is studied for several years [9,27,1,20]. The model is built from the equations describing the web tension in each web span and the speed of two consecutive rollers assuming that no slippage occurs. Another method to model web handling systems uses energetic macroscopic representation [26]. In this work, the arm dynamical behaviour of the new dancer–accumulator system is modelled.

3.1. Mechanical modelling

The velocity dynamics of a roller is given by torque balance on it, whereas the calculation of web tension between two consecutive rollers is based on three laws [9]: Hooke’s law, Coulomb’s law and mass conservation law.

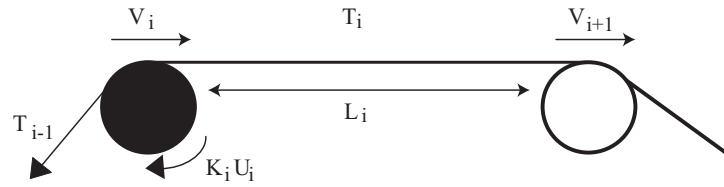


Fig. 3. Driven roller scheme.

3.1.1. Unwinder–rewinder modelling

For the unwinder and the rewinder we have to determine the roller rotational speed Ω and the web tension T . The speed transfer function of the velocity controlled motors is a second order one. It is given in (1).

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{G_0}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1} \tag{1}$$

with G_0 the static gain, ω_n the crossover frequency and ζ the damping factor. Ω_{ref} is the speed reference signal in volts and s is the Laplace variable. The parameters G_0 , ω_n and ζ have been identified. During identification procedure the loading effect of the web effect has been studied. Due to high bandwidth of the speed control loop and high torque of unwinder and rewinder motors this effect can be neglected. Moreover, the loading effect coming from the master roller is attenuated by the dancer–accumulator mechanism.

The web strain is calculated as follows [9]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L}{1 + \varepsilon_d} \right) = -\frac{V_p}{1 + \varepsilon_d} + \frac{V_d}{1 + \varepsilon_b} \tag{2}$$

where L is the web length between the unwinder, or the rewinder, and the idle roller close to the driven roller (rewinder or unwinder). Considering the unwinder, V_p is the idle roller speed, V_d is the unwinder speed. ε_b is the strain inside the wound roll, considered equal to zero, and ε_d is the web strain between the unwinder and the idle roller. Considering the rewinder, V_p is the rewinder speed and V_d is the idle roller speed. ε_b is the web strain between the idle roller and the preceding roller, ε_d is the web strain between the idle roller and the rewinder.

The web tension T is related with the web strain ε using Hooke’s law (in case of an elastic web):

$$T = ES\varepsilon \tag{3}$$

where E is the Young’s modulus and S the web cross-section.

3.1.2. Intermediate rollers model

The idle rollers and Cabestan speeds and the web tension between two consecutive rollers have to be determined. Fig. 3 shows the variables used for the calculation of these variables.

Assuming no slippage between the web and the rollers, the velocity of the i th roller is obtained by the application of torque balance on it:

$$\frac{d(I_i \Omega_i)}{dt} = R_i(T_i - T_{i-1}) + K_i U_i - \gamma r_i \tag{4}$$

where I_i is the roller inertia, Ω_i is the i th roller velocity. T_{i-1} and T_i are respectively the upstream and downstream web tension. K_i is the current loop gain, i.e. the ratio from the reference voltage to torque (the current loop dynamic being very fast). U_i is the torque reference signal and γr_i is the roller friction. Naturally, $K_i U_i$ is equal to zero for idle rollers.

The web strain ε between two consecutive rollers is deduced from [9]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_i}{1 + \varepsilon_i} \right) = -\frac{V_{i+1}}{1 + \varepsilon_i} + \frac{V_i}{1 + \varepsilon_{i-1}} \tag{5}$$

where L_i is the web span length, V_{i+1} is the downstream roller speed, V_i is the upstream roller speed and ε_{i-1} is the upstream web strain.

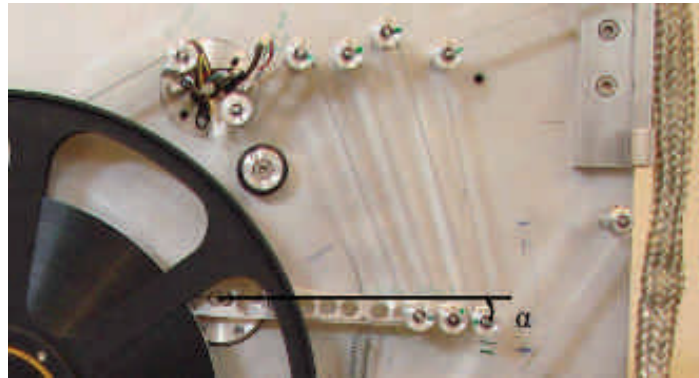


Fig. 4. Upper dancer–accumulator photo.

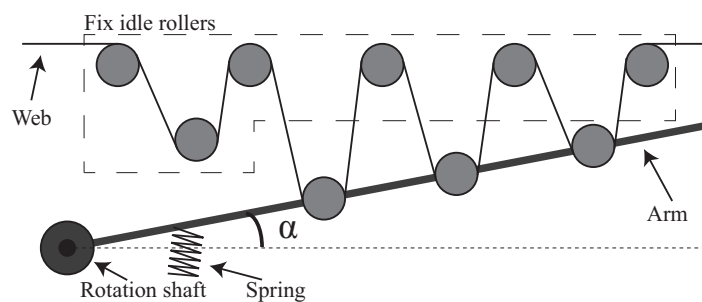


Fig. 5. Upper dancer–accumulator scheme.

3.1.3. Dancer–accumulator model

Using the previous equations, the web tensions and the rollers speed inside the dancer–accumulator can be calculated. Now, the arm angle and the web length of each web span have to be determined. Figs. 4 and 5 show the upper accumulator picture and scheme. The scheme shows the principal parts of the dancer–accumulator mechanism. Pendulum dancers have been rarely studied in the literature. A first model was published in [7]. More recent models are given in [5,6,17]. Whereas the accumulator model is described in [13,10,15,16]. A new design of accumulator mechanism is described in [11,12].

First, the arm angle α is calculated by using the following relation:

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \gamma_m - \gamma_r \quad (6)$$

where I denotes the arm inertia, α represent the angle between the arm and the horizontal. γ_m and γ_r are respectively the driven and the resistive torque. The resistive torque γ_r is neglected in the simulator. Simulations have shown that the resistive torque of the arm does not play an important role.

The driven torque is generated by the different web spans, the spring force and the arm weight. Whereas the resistive torque is generated by the static and dynamic frictions. The resulting force from the web tension on each idle arm rollers can be easily calculated under geometric considerations:

$$F_{eq} = \sum_{i=1}^2 (|T| \sin(\beta_1 - \alpha)) \quad (7)$$

where T is the web span tension, β_1 is the angle between the web and the horizontal, this angle is shown in Fig. 7.

Then the spring force F_{spring} is determined:

$$F_{spring} = [P_c + k(L - L_0)] \cdot \cos(\delta') \quad (8)$$

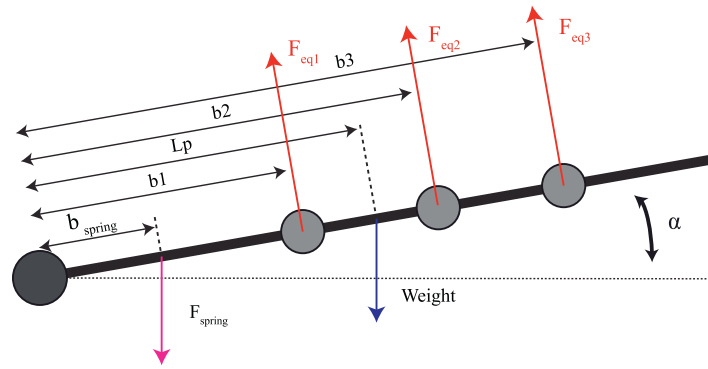


Fig. 6. Upper arm applied forces.

where P_c is the nominal spring stress. L is the spring length, L_0 is the nominal spring length (when $\alpha = 0$). k is the spring stiffness coefficient. Finally, δ' is the angle between the spring and vertical. Then the three resulting torques can be calculated:

$$\gamma_T = \sum_{i=1}^3 b_i \cdot F_{eqi} \quad (9)$$

$$\gamma_S = F_{spring} \cdot b_{spring} \cdot \cos(\alpha) \quad (10)$$

$$\gamma_W = Weight \cdot L_p \cdot \cos(\alpha) \quad (11)$$

γ_T is the torque generated by the web tensions. b_i corresponds to the distance between the arm rotational axis and the idle roller centre. γ_S represents the torque generated by the spring, b_{spring} denotes the distance between the spring and the arm rotational axis. Finally, γ_W is the torque generated by the arm weight, L_p represents the distance between the arm rotational axis and the arm gravity centre. The different distances are represented in Fig. 6.

Finally the upper arm angle is given by the differential equation:

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \gamma_T - \gamma_S - \gamma_W \quad (12)$$

For the lower arm the sign of γ_T and γ_S has to be changed.

Then the web span lengths in the accumulator have to be determined. First the distance between two consecutive idle rollers centre D_i , shown in Fig. 7 can be easily calculated using Pythagore's Theorem:

$$D_i^2 = (b \cdot \cos(\alpha) - x_c)^2 + (b \cdot \sin(\alpha) - y_c)^2 \quad (13)$$

where b is the distance between the rotational arm axis and the arm idle roller centre. x_c is the abscissa of the point C and y_c is its ordinate.

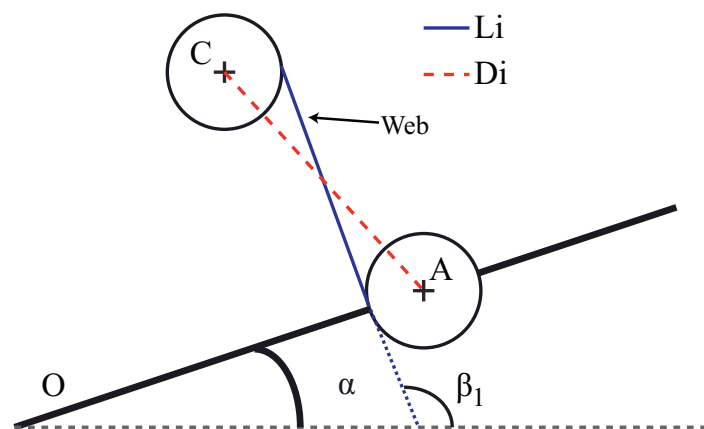


Fig. 7. Upper arm necessary distance.

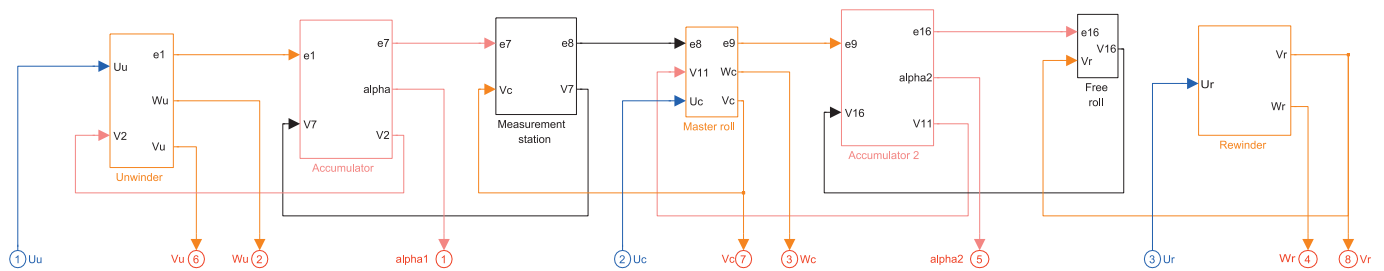


Fig. 8. Simulink model diagram block.

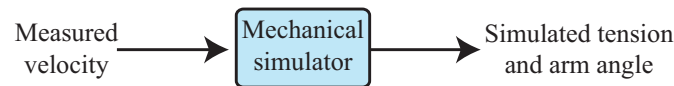


Fig. 9. Mechanical model validation.

Then the web length between two consecutive rollers in the dancer–accumulator mechanism L_i can be calculated using Thales’ theorem:

$$L_i = \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) \sqrt{\left[\frac{D_i}{(R_1/R_2) + 1} \right]^2 - R_2^2} \quad (14)$$

Finally the dancer–accumulator mechanism can be entirely modelled using (5) to obtain the web tension, (4) to obtain each roller speed, (14) to determine each web span length and (12) to calculate the arm angle.

3.1.4. Model of the global system

The previous equations have been implemented in Matlab/Simulink software environment. The Simulink diagram is seen in Fig. 8. The building of a complex model from nonlinear equations is described in [12,14].

3.2. Mechanical model validation

To validate the mechanical model, many measurements were made on the system under different configurations using a dSpace 1103 realtime board. In order to compare the results of the simulation with the corresponding experimental values, the measured motor velocity is used as model input, which means that the motors models are replaced by the measured speed as shown in Fig. 9. Then the simulated arm angle and web tensions of the four load cells are compared with the corresponding measurements.

A sensitivity analysis concludes that the simulated web tensions drastically depend on the rollers frictions. Therefore the frictions have to be included in the simulator and have to be identified.

3.2.1. Identification of the friction coefficients

Due to high web tension dependence to the frictions, they have to be modelled. Two friction types are observed on each roller: the static friction and the dynamic friction. One can observe, with a camera, that the web slips on the idle rollers during the starting phase and therefore it is not relevant to include static friction of the idle rollers in the mechanical behaviour of the web. Considering that all idle rollers have the same bearings, the dynamic friction coefficients are supposed identical.

Friction torque is then considered as proportional to the roller rotational speed. Due to high speed and acceleration, friction torque has to be saturated. Two parameters have then to be identified, the friction coefficient and the saturation value, these parameters are identified using the web tension measurement provided by the four load cells, see J_i in Fig. 1. In order to identify the friction parameters an optimization approach is used. The criterion to minimize is based on the measured web tension shape. First each web tension is considered and its shape is computed. Then for each optimization point the system is simulated. For each simulation point the error is equal to zero if the simulated tension

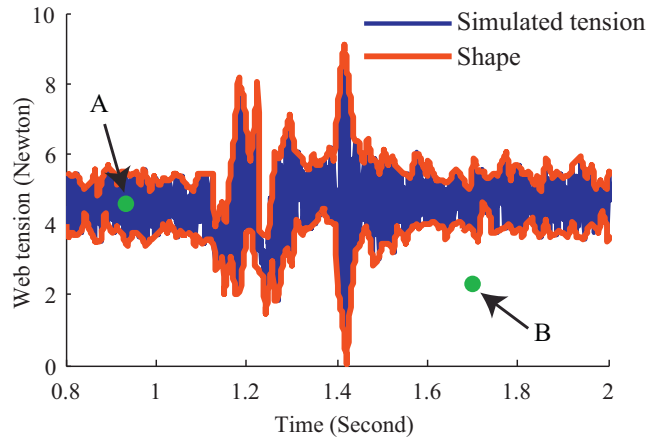


Fig. 10. Example on tension J1.

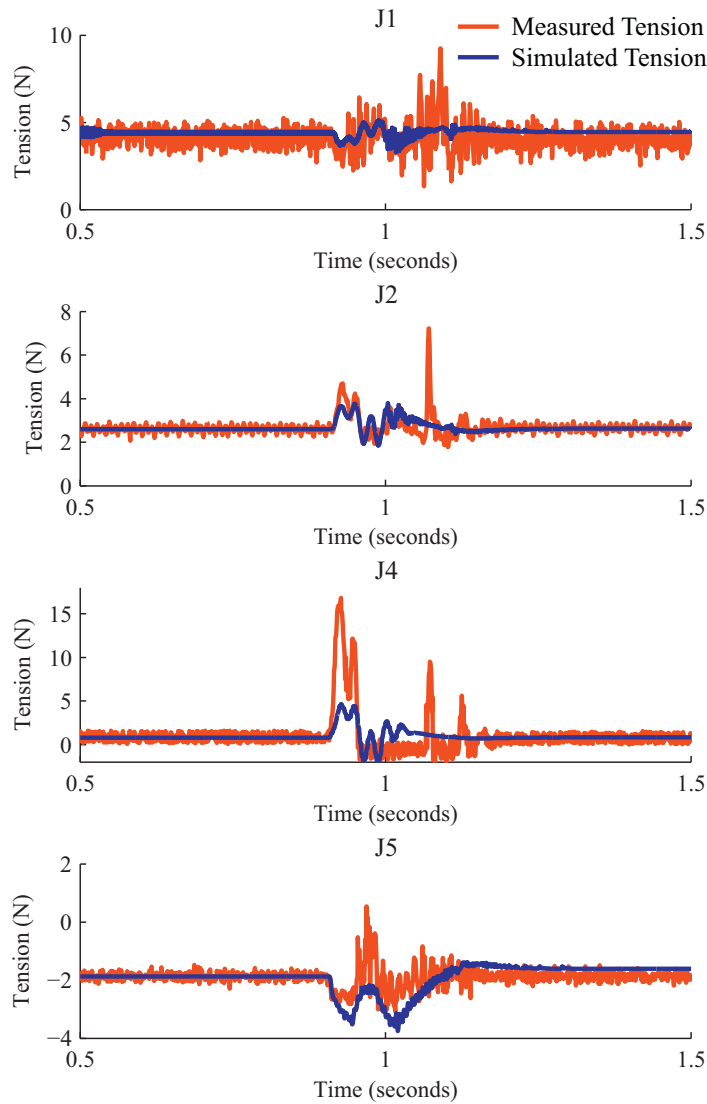


Fig. 11. Measured/simulated web tension comparison: Cabestan before the wound roll, web displacement of 23 cm.

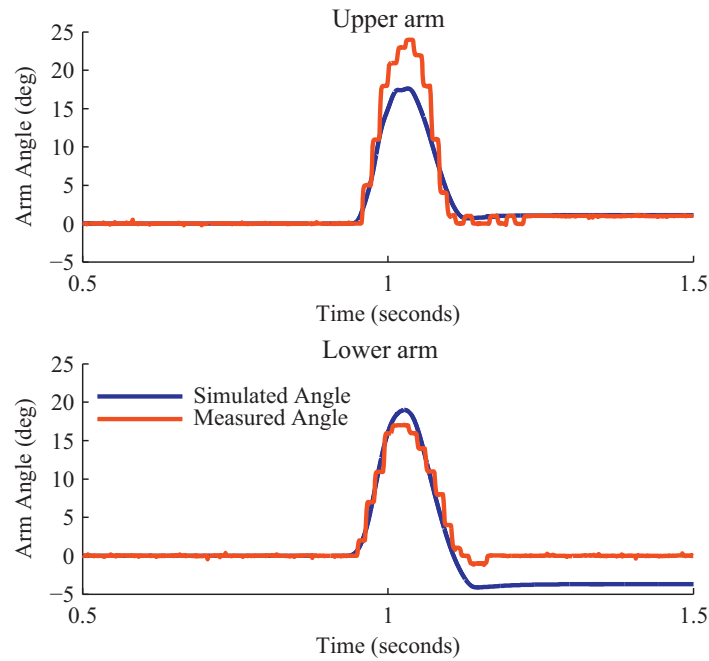


Fig. 12. Measured/simulated dancer–accumulator arm angular position: Cabestan before the wound rolls, web displacement of 23 cm.

is inside the measurement shape, for instance the point *A* in Fig. 10. If the simulation point is outside the measurement shape, like point *B*, the error is equal to the distance between the point and the nearest shape.

$$Err(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } T_s \in S_h \\ |T_s - S_h| & \text{if } T_s \notin S_h \end{cases} \quad (15)$$

where T_s is the simulated tension, S_h is the area defined by the tension measurement shape. Finally the criterion of each simulation point is added in order to have an error criterion to minimize.

$$Err_{criterion} = \sum_{t=0}^T Err(t) \quad (16)$$

The values of the two parameters used in the rest of the paper are as follows: friction coefficient is equal to 5.5×10^{-5} and the saturation of the friction torque is equal to 4.8×10^{-4} N m.

3.2.2. Comparison between measurements and simulation

First, the standard configuration of the system is used. In this configuration the two dancer–accumulators use three idle rollers on their arms. The Cabestan speed is of 25 Hz, which correspond to about 6.3 m/s. The Cabestan has an acceleration of 650 Hz/s (about 160 m/s²). The web is moved of 23 cm. During the considering phase the web restitution step and web accumulation step are inverted: the Cabestan moves the web first and then the web is accumulated in the upper arm.

Fig. 11 shows the comparison between measured and simulated web tension provided by the four load cells. One can see that the general shape of each web tension is reproduced. Nevertheless high peaks present on the measured tensions are not reproduced; these peaks correspond to web detachment phenomena; these phenomena are not modelled. Moreover the J_4 and J_5 web tension are very difficult to reproduce correctly because web slipping and detachment phenomena are located on the Cabestan. The most important is to ensure the web tension variation scale reproduction and secondarily to have a good idea of the web tension shape.

In Fig. 12 one can see that the two arm angular positions are quiet well reproduced. The error in the simulation can be explained by the lack of a precise wound roll radius measurement.

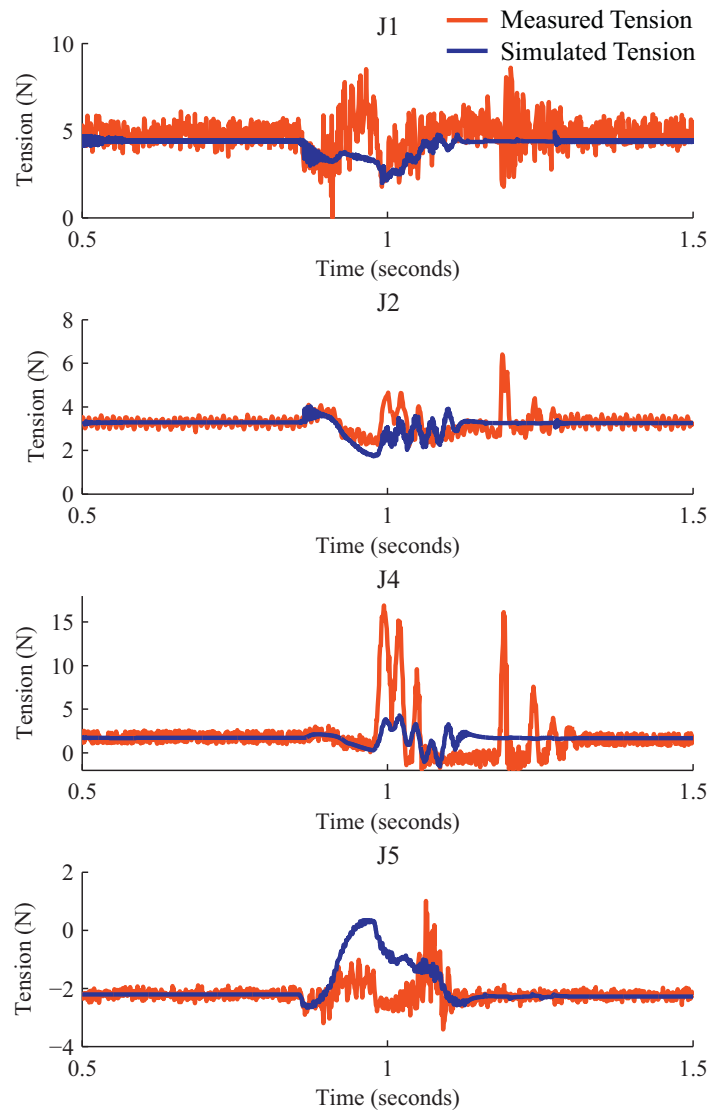


Fig. 13. Measured/simulated web tensions comparison: Cabestan after the wound rolls, web displacement of 43 cm.

To ensure the model validation a second measurement is used with the same procedure of validation. Now the first step is the accumulation step and the Cabestan moves once the accumulation step is finished. The web is displaced of 43 cm.

For the second configuration, the four web tensions shown in Fig. 13 are well reproduced. Some peaks are present on the web measurements due to detachment and slippage phenomena. Due to the greater distance of web displacement, the peaks on measured web tension are higher than in the previous configuration. In fact, the web is moved for a longer time and then the detachment between the roller and the web is greater and involves higher web tension peaks.

The dancer arm angular position for the second configuration can be seen in Fig. 14. The arm displacement direction is reversed due to the inversion of the two steps. In fact, when the Cabestan moves, the two arms go up. When the wound roll moves, in the accumulation step, the two arms go down. On the upper arm angular position measurement, one can see that, due to extended time of displacement and detachment of the web, the arm inertia comes to play a role and an overshoot can be seen. This phenomenon is not reproduced in the simulator.

It is shown that the mechanical model of the system gives an acceptable restitution of the four web tensions and the two arm angular position. Now the control strategy can be implemented on the mechanical model to simulate the entire plant behaviour.

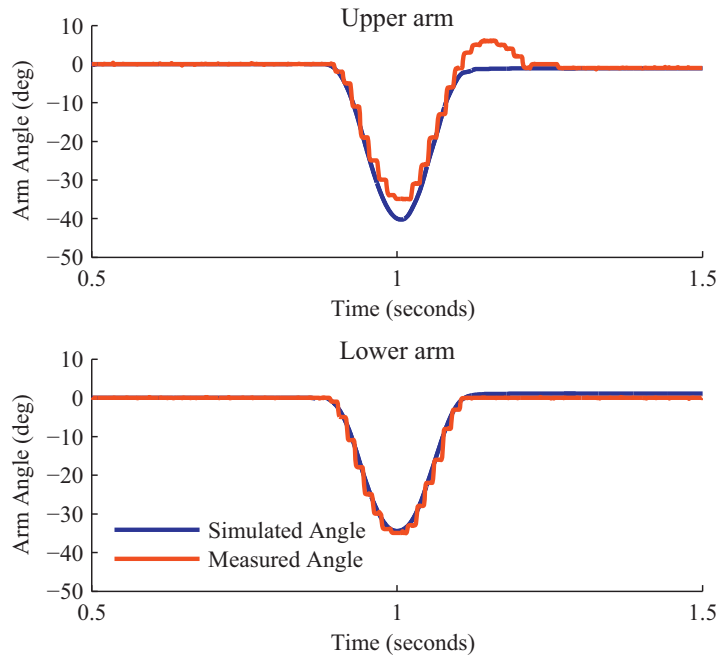


Fig. 14. Measured/simulated dancer-accumulator arm angular position for the second configuration of the plant.

3.3. Control strategy implementation

The current control strategy is implemented in Matlab/Simulink software environment using two functions. The first one is used to fill in the upper accumulator and to empty the lower accumulator using P controllers. In fact, the position reference of the Cabestan is equal to zero, the control strategy used during this step is illustrated in Fig. 15(a). Once the two accumulator arms are correctly located, the unwinder and rewinder motors are locked, speed reference equal to zero, and an ‘authorization’ signal is send to the second function. The second function creates the position reference of the Cabestan, taking into account the desired maximum speed, acceleration and web displacement distance. Then the Cabestan moves the web, the control strategy used during this step is illustrated in Fig. 15(b).

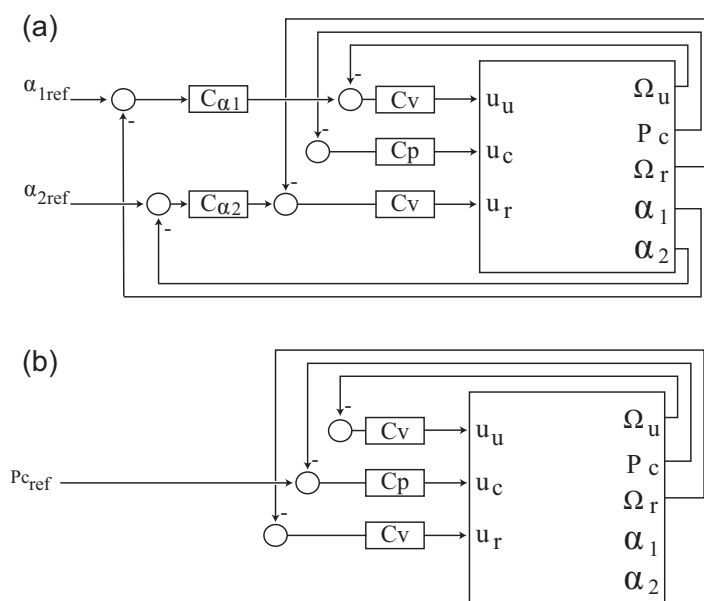


Fig. 15. Scheme of the control strategy for the two steps. (a) Control strategy during accumulation step. (b) Control strategy during restitution step.

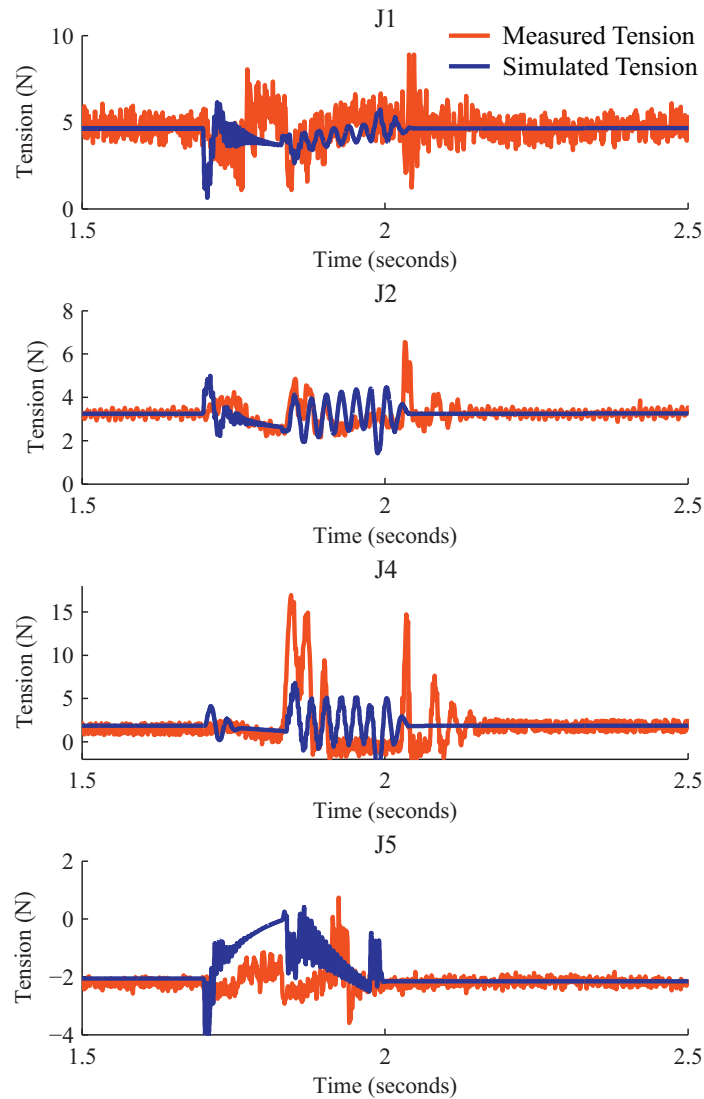


Fig. 16. Comparison between simulated and measured web tension.

Fig. 15 shows the scheme of the control strategy. C_v is the PID speed controller used for the unwinder and the rewinder. C_p is the PID position controller used for the Cabestan, $C_{\alpha i}$ is the P arm position controller. During the displacement of the Cabestan, the two arm position controllers $C_{\alpha 1}$ and $C_{\alpha 2}$ are disconnected and the speed reference is equal to zero. During the accumulation step the Cabestan reference is equal to zero.

3.3.1. Comparison between measurements and simulation

This time, the entire simulator (considering the mechanical part and the control strategy) is compared with the corresponding measurements. The particle accelerator signal is used to synchronise measurement and simulation. First, the second configuration of Section 3.2.2 is used. The web is displaced of 43 cm.

Fig. 16 shows the comparison between the simulated and measured web tension. One can see that the reproduction of the web tension shape and value are acceptable. On one hand, some peaks on the measurement are not reproduced, these peaks are due to detachment phenomena between the web and the roller. On the other hand, some peaks on the simulation, usually on system startup, are not present in measurements due to high acceleration, the web slips on the roller, the slipping phenomena being not modelled.

The simulation of the arm angular position and its measurements are compared in Fig. 17. One can see that the angular position maximal value reproduction is better than the previous one, however the reproduction quality of angular position dynamic decreases. In fact, the simulation results are no more dependent of the radius measurement

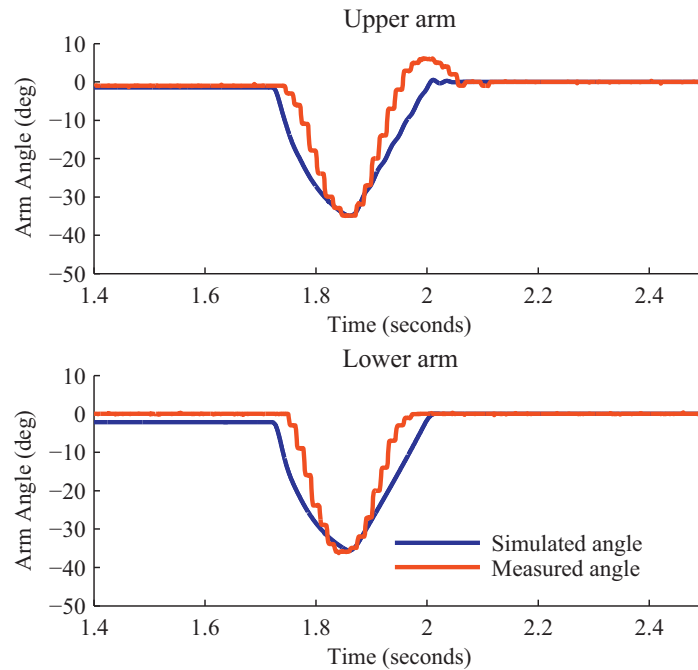


Fig. 17. Comparison between simulated and measured arm angular position.

because now the control strategy is implemented but the arm dynamic is difficult to reproduce due to unmodelled physical parts of the control loop (electronic speed controller, sensor . . .). In fact, these parts are not all accessible

Now the entire system model including the mechanical part and the control strategy is validated and it can be used to test some control configurations of the system without prototype modification.

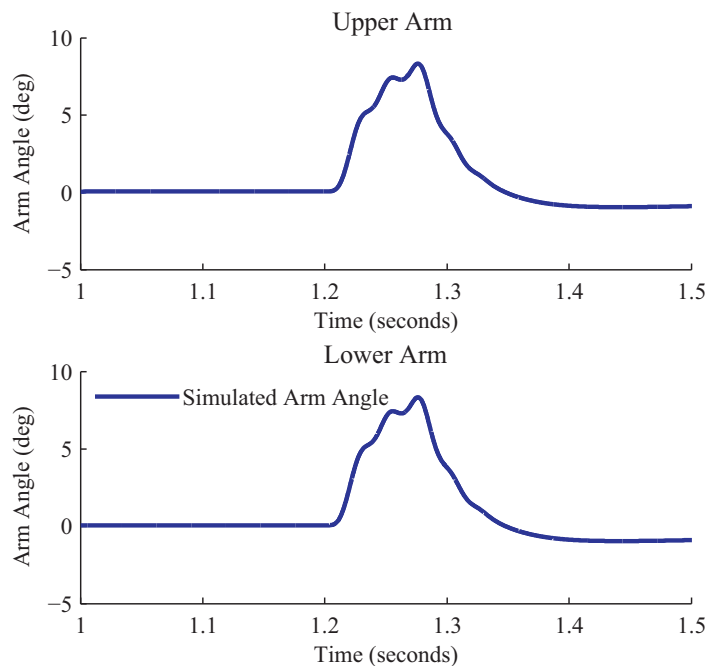


Fig. 18. Simulated arm angular position with the new control strategy.

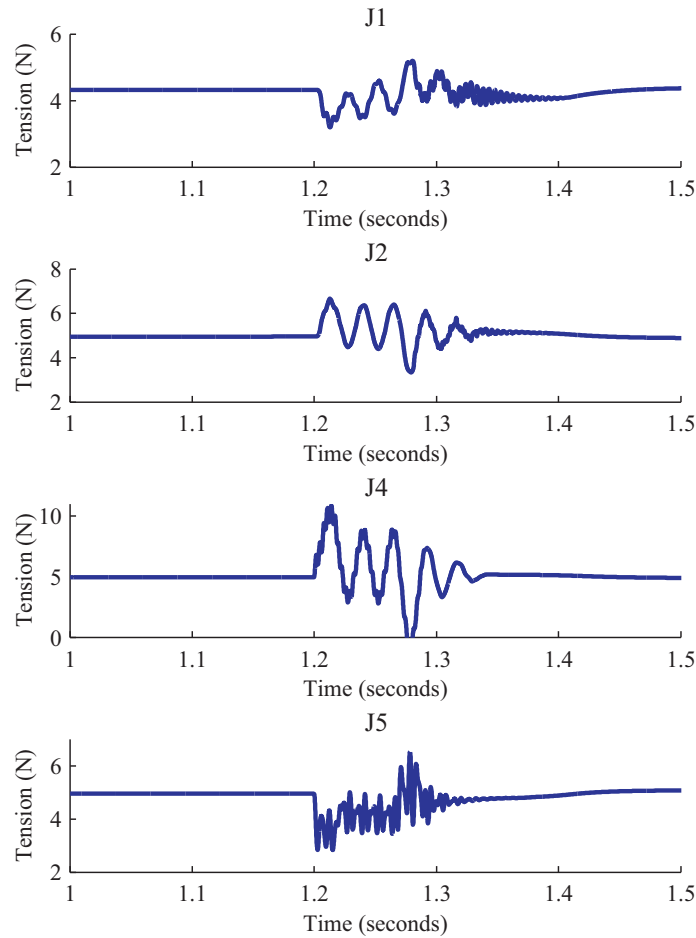


Fig. 19. Web tension along the web path with the new control strategy.

4. Example of model usefulness: new control strategy proposal

The most important function of a simulator is to test new control strategies without spending time to implement them on the real system. To reduce the time needed to place the studied particles in front of detector a new control strategy is proposed.

4.1. Control strategy

The control of web tension is studied for several years [22,27].

This time, the three motors move at the same time. In fact, the Cabestan moves the web of the desired distance while the unwinder and the rewinder is controlled in order to keep the accumulator arm position near to 0 using PI position controllers. The two accumulators are used as dancer pendulum rollers to indirectly control the web tension [5,6] and to limit fast web tension variation [17]. The three idle rollers are useful to accumulate enough web to ensure the expected acceleration and speed without control difficulties. Considering Fig. 15 the speed control of the unwinder and rewinder and the position control of the Cabestan are kept as the same. The two position controllers $C_{\alpha i}$ are now PI controllers. This control strategy is used in industrial applications [23,21]. Four control parameters have to be identified, two for each controller.

4.2. Control optimization

Once the control strategy is chosen, its parameters have to be adjusted. Due to high non-linearities of the system, linear control synthesis method cannot be applied: an optimization approach is then proposed. This kind of approach

was successful used on roll-to-roll systems to optimize control [8] and mechanical [24] parts. The optimization is solved in Matlab software environment using Genetic Algorithm [2]. The aim is to minimize the maximum arm angle variation and its oscillations.

$$F = \max(|\varepsilon_1(t)|) + \max(|\varepsilon_2(t)|) + \sum_{t=0}^T \left| \frac{d\varepsilon_1(t)}{dt} \right| + \sum_{t=0}^T \left| \frac{d\varepsilon_2(t)}{dt} \right| \quad (17)$$

where F is the optimization criterion, ε_1 and ε_2 are respectively the error on the upper and the lower arm angular position. The error derivative is minimized in order to limit the dancer arm oscillations.

4.3. Results

The presented control strategy permits to reduce the time between two consecutive web displacements, and to avoid tension disturbances during the radioactive particle sticking because the web does not move in all the process line. However this control strategy needs a more powerful processing unit for the real time control.

Fig. 18 shows the two arm angular position for a web displacement of 23 cm. One can see that the arm angular range of the two dancers is now significantly reduced: the arm moves less than 10° . These results can be compared with Fig. 12 where the angular amplitude is about 20° .

With the new control strategy, it is important to verify that the web tensions are kept in an acceptable range in all the process line, that it is the case as one can see in Fig. 19. The simulated web tension can be compared with the web tension in Fig. 11, one can see that the variation of web tensions is higher for a few values, for instance the web tension measured on load cell J_4 . However the web tensions are kept in an acceptable range where web deterioration does not occur. Keep in mind that some phenomena as the detachment and slippage between the rollers and the web are not modelled, these phenomena could decrease the web peaks.

5. Conclusion

A mathematical model of a new mechanism design was developed. This new mechanism design has the particularity to combine two systems together; the pendulum dancer roller and the accumulator. This mathematical model was then used to model a complex roll-to-roll system for a particular application in a particle accelerator. The mechanical model is validated using measurements with two different configurations of the system. Then, once the mechanical model is validated, a control strategy is implementing on it. The obtained simulation results are compared with measurements. The simulator is then used to develop a new control strategy and to test its behaviour.

Future work consists in the implementation of the proposed control strategy on the fast prototyping platform in order to test its validity. Moreover the PI-LPV controller synthesis presented in [4] can be adapted to the studied system in order to obtain better robustness with respect to the different configurations of the system.

References

- [1] G. Brandenburg, Ein mathematisches Model für eine durchlaufende elastische Stoffbahn in einem System angetriebener, umschlungener Walzen, *Regelungstechnik und Prozess-Datenverarbeiten* 3 (1973) 69–162.
- [2] C.A.C. Coello, G.B. Lamont, D.A.V. Veldhuizen, *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems* (Genetic and Evolutionary Computation), Springer-Verlag New York, Inc., USA, 2006.
- [3] J. Frechard, D. Knittel, P. Dessagne, J. Pelle, G. Gaudiot, J. Caspar, G. Heitz, Modelling and fast position control of a new unwinding–winding mechanism design, in: *Proceeding of Electrimacs 2011*, Paris, France, 2011.
- [4] V. Gassmann, D. Knittel, Robust PI-LPV tension control with elasticity observer for roll-to-roll systems, in: *Proceedings of IFAC World Congress*, Milano, Italy, 2011.
- [5] V. Gassmann, D. Knittel, P. Pagilla, M. Bueno, H_∞ unwinding web tension control of a strip processing plant using a pendulum dancer, in: *Proceedings of American Control Conference*, St. Louis, MO, USA, 2009.
- [6] V. Gassmann, D. Knittel, P.R. Pagilla, M.-A. Bueno, Fixed-order tension control in the unwinding section of a web handling system using a pendulum dancer, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 20 (2012) 173–180.
- [7] D. Knittel, L. Federlin, M. Boutaous, P. Bourgin, M. Loesch, B. Muller, Modeling and tension control of an industrial winder with dancer mechanism, in: *Proceedings of IFAC Symposium MMM*, Nancy, France, 2004.
- [8] D. Knittel, J. Frechard, M. Vedrines, Multi-objective optimization for manufacturing process design: application in roll-to-roll systems, in: *Proceedings of Third International Conference on MDOA*, Paris, France, 2010.

- 16 *J. Frechard et al. / Mathematics and Computers in Simulation xxx (2012) xxx–xxx*
- [9] H. Koç, D. Knittel, M. de Mathelin, G. Abba, Modeling and robust control of winding systems for elastic webs, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 10 (2) (2002) 197–208.
- [10] H. Koç, D. Knittel, M. de Mathelin, C. Gauthier, G. Abba, E. Ostertag, Modeling and control of an industrial accumulator in a web transport system, in: *Proceedings of European Control Conference, Budapest, Hungary, 2009*.
- [11] D. Kuhm, D. Knittel, New design of a robust industrial accumulator for elastic webs, in: *Proceedings of IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011*.
- [12] D. Kuhm, D. Knittel, New mathematical modelling and simulation of an industrial accumulator for elastic webs, *Applied Mathematical Modelling* 36 (9) (2012) 4341–4355.
- [13] D. Kuhm, D. Knittel, M.-A. Bueno, Modelling and robust control of an industrial accumulator in roll to roll systems, in: *Proceedings of 35th IEEE Annual Conference on Industrial Electronics, Porto, Portugal, 2009*.
- [14] S. Leirens, J. Pierquin, Modelling and control of an aluminium strip unwinder–rewinder, in: *Proceedings of the European Control Conference (ECC), Cambridge, 2003*.
- [15] P. Pagila, S. Garimella, L. Dreinhofer, E. King, Dynamics and control of accumulators in continuous strip processing lines, *IEEE Transactions on Industry Applications* 37 (2001) 934–940.
- [16] P.R. Pagilla, I. Singh, R.V. Dwivedula, A study on control of accumulators in web processing lines, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control* 126 (3) (2004) 453.
- [17] P.R. Pagilla, Y. Zhu, L.P. Perera, Periodic tension disturbance attenuation in web process lines using active dancers, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control* 125 (2003) 361–371.
- [18] F. Perrot, F. Maréchal, C. Jollet, P. Dessagne, J.-C. Angélique, G. Ban, P. Baumann, F. Benrachi, U. Bergmann, C. Borcea, A. Buță, J. Cederkall, S. Courtin, J.-M. Daugas, L.M. Fraile, S. Grévy, A. Jokinen, F.R. Lecolley, E. Liénard, G.L. Scornet, V. Méot, C. Miehé, F. Negoiaș, N.A. Orr, S. Pietri, E. Poirier, M. Ramdhane, O. Roig, I. Stefan, W. Wang, β -decay studies of neutron-rich K isotopes, *Physical Review C* 74 (2006) 014313.
- [19] E. Poirier, F. Maréchal, P. Dessagne, A. Algora, M.J.G. Borge, D. Cano-Ott, J.C. Caspar, S. Courtin, J. Devin, L.M. Fraile, W. Gelletly, G. Heitz, A. Jungclaus, G.L. Scornet, C. Miehé, E. Nácher, B. Rubio, P. Sarriguren, J.L. Tain, O. Tengblad, C. Weber, B(gt) strength from β -decay measurements and inferred shape mixing in ^{74}Kr , *Physical Review C* 69 (2004) 034307.
- [20] T. Sakamoto, Y. Fujino, Modelling and analysis of a web tension control system, in: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 1995, vol. 1, 1995*.
- [21] T. Sakamoto, Y. Izunihara, Decentralized control strategies for web tension control system, in: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 1997. ISIE '97, 1997*.
- [22] K. Shin, Distributed control of the tension in multi-span web transport systems, Ph.D. thesis, Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, USA, 1991.
- [23] K. Shin, *Tension Control*, Tapi Press Edition, Atlanta, USA, 2000.
- [24] D. Vadrines, M. Knittel, Design optimization using genetic algorithms of web handling systems: the case of the pendulum dancer mechanism, in: *Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress, Seattle, WA, USA, 2007*.
- [25] M. Vadrines, V. Gassmann, D. Knittel, Moving web tension determination by out of plane vibrations measurements using a laser, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 58 (January) (2009) 207–213.
- [26] Y. Wankam, P. Sicard, A. Bouscayrol, Extension of energetic macroscopic representation to time-varying systems – application to winder tension control, in: *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, vol. 2, 2006*.
- [27] W. Wolfermann, Tension control of webs. A review of the problems and solutions in the present and future, in: *Proceedings of International Conference on Web Handling, Oklahoma, 1995*.

Annexe **E**

**Choix optimal du tracteur maître et
des bandes passantes**

J. Frechard, D. Knittel : Drive requirements for elastic web roll-to-roll systems. *Mechanism and machine theory*, Volume 66, August 2013, Pages 14-31, ISSN 0094-114X, 10.1016/j.mechmachtheory.2013.03.005..



Drive requirements for elastic web roll-to-roll systems



J. Frechard, D. Knittel*

Institute of Physics and Engineering, Web Handling Research Center, University of Strasbourg, 17, Rue du Maréchal Lefèbvre, 67100 Strasbourg, France
LGeCo, INSA, 24, Boulevard de la Victoire, 67084 Strasbourg, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 24 July 2012
received in revised form 26 March 2013
accepted 27 March 2013
Available online 20 April 2013

Keywords:

Roll-to-roll
Web handling
 H_∞ synthesis
Robust control
Web tension control
Web velocity control

ABSTRACT

This paper analyzes for the first time the influence of the master roller placement of roll-to-roll systems and the effects of velocity and tension bandwidths. In such systems, each motor driven roller is controlled separately (decentralized control). The influence of the master roller position, which is only controlled in velocity and therefore gives the web speed, is studied. The other motor driven rollers are also controlled using optimized PI web tension controllers, automatically synthesized in the fixed-order and structure H_∞ framework. The web speed and tension control bandwidths play a major role on the system performances and therefore have to be chosen carefully. The impact of the master roller placement, considering several setting values of speed and control bandwidths, is analyzed with respect to reference tracking, disturbance rejection and robustness to web elasticity variations. Several configurations and settings are compared in time domain simulations and frequency system/signal analysis.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Systems handling web materials such as textile, paper, polymer or metal are very common in industry, because they represent a convenient way of transporting and processing a product from one roll to another. The variables to be monitored and controlled in order to achieve the expected product quality are web tension and speed in each span. Therefore, the goal is to move the web at an expected speed while maintaining web tension as constant as possible [1]. In order to set up the speed and tension controllers, requirements have to be fixed. These requirements are the bandwidth of the closed-loop system and the overshoot. Moreover, the master driven roller has to be placed adequately. The master roller position has an impact on the tension control structure: upstream web tension control is used before the master roller and downstream web tension control after (see Fig. 4). For the first time, the influence of the master roller position and the closed-loop bandwidths is analyzed.

A generic roll-to-roll system, composed of seven master driven rollers and six idle rollers is studied. A linear simulator of this plant is developed in the Matlab/Simulink software environment [2,3]. A linear state space model is also built for automatic controller synthesis. Each driven roller speed is controlled by IP controller, whereas web tension is controlled using PI controller. In this work, the decentralized tension control is adjusted using fixed order and structure H_∞ approach [4,5].

This work concerns the study of the influence of closed-loop bandwidth and master roller position regarding reference tracking, disturbance rejection and robustness to web elasticity variation. A preliminary study is dedicated to the description of roll-to-roll systems modeling and web speed and tension control advanced synthesis. The web dynamics is then analyzed for different master roller positions and different bandwidths (the controllers are automatically calculated).

* Corresponding author at: Institute of Physics and Engineering, University of Strasbourg, 17, rue du Maréchal Lefèbvre, 67100 Strasbourg, France.
E-mail address: knittel@unistra.fr (D. Knittel).

2. Modeling

The non-linear model of a web transport system is built from the equations describing the velocity of each roller and the web tension behavior between two consecutive rollers [6,2,7].

2.1. Web speed determination

The web linear speed V_i of a roller i , is equal to the linear roller speed assuming that no slippage occurs (see Fig. 1), which depends on the upstream web tension T_{i-1} and the downstream web tension T_i , is given by:

$$J_i \frac{dV_i}{dt} = (T_i - T_{i-1})R_i^2 + K_i R_i u_i - f_d V_i \quad (1)$$

where J_i is the roller inertia, K_i is the torque constant of the motor, R_i is the roller radius, u_i is the roller control signal and f_d is the dynamic friction coefficient. This equation assumes that no slippage occurs: the web speed is equal to the linear roller speed. Moreover a static friction can be added.

2.2. Web tension determination

The strain ϵ_i of web span i , which depends on the upstream web strain ϵ_{i-1} and the speeds of the two consecutive rollers, is given by the differential equation [2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L_i}{1 + \epsilon_i} \right) = - \frac{V_{i+1}}{1 + \epsilon_i} + \frac{V_i}{1 + \epsilon_{i-1}} \quad (2)$$

where L_i is the web span length, V_{i+1} is the downstream roller speed, and V_i is the upstream roller speed.

For an elastic web, the web tension T is obtained using Hooke's law:

$$T = ES\epsilon_i \quad (3)$$

where E is the web Young's modulus and S is the web cross-section.

The web tension is determined using the non-linear differential Eq. (2). This equation can be linearized around working points T_0 , and V_0 . Considering $T_i = T_0 + t_i$, $V_i = V_0 + v_i$, $T_{i-1} = T_0 + t_{i-1}$ and $V_{i+1} = V_0 + v_{i+1}$ the linear equation becomes [2]:

$$L_i \frac{dt_i}{dt} = V_0(t_{i-1} - t_i) + (v_{i+1} - v_i)(ES + T_0). \quad (4)$$

2.3. Linear model

The relations depicted in Eqs. (1) and (4) permit to construct the state-space representation of the studied roll-to-roll system:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbb{A}x(t) + \mathbb{B}u(t) \\ y(t) = \mathbb{C}x(t) \end{cases} \quad (5)$$

where x is the state vector, u the control vector, and y the output vector. \mathbb{A} is the state matrix, \mathbb{B} the input matrix and \mathbb{C} the output matrix.

The system scheme is shown in Fig. 2, the big circles (V_1, V_3, V_5, \dots) correspond to the motor driven rollers and the small circles (V_2, V_4, V_6, \dots) correspond to the idle rollers equipped with a load cell. The dynamical model needs the calculation of each roller speed and web tension in each span. Therefore, the state vector is composed of the velocity of each motor driven roller, the velocity of each idle roller (equipped with a load cell) and the web tension in each web span:

$$x = [V_1 \ Ts_1 \ V_2 \ Ts_2 \ V_2 \ Ts_3 \ \dots \ Ts_{12} \ V_{13}]^T. \quad (6)$$

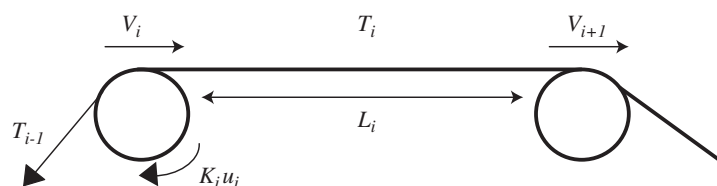


Fig. 1. Analyzed web span.

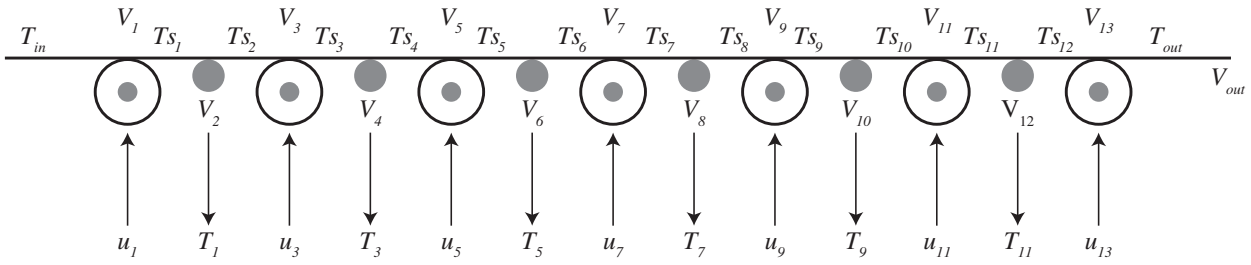


Fig. 2. System under study.

The system has 8 inputs: the input web tension T_{in} and the seven motor control signals.

$$u = [T_{in} \ u_1 \ u_3 \ u_5 \ u_7 \ u_9 \ u_{11} \ u_{13}]^T \quad (7)$$

The system has 13 outputs: the motor driven roller rotational speeds and the web tension located at each idle roller.

$$y = [\omega_1 \ \omega_3 \ \omega_5 \ \omega_7 \ \omega_9 \ \omega_{11} \ \omega_{13} \ T_1 \ T_3 \ T_5 \ T_7 \ T_9 \ T_{11}]^T \quad (8)$$

where:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{Ts_1 + Ts_2}{2} & T_3 &= \frac{Ts_3 + Ts_4}{2} & T_5 &= \frac{Ts_5 + Ts_6}{2} \\ T_7 &= \frac{Ts_7 + Ts_8}{2} & T_9 &= \frac{Ts_9 + Ts_{10}}{2} & T_{11} &= \frac{Ts_{11} + Ts_{12}}{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Once the linear model is built, the influence of the web elasticity on its behavior is studied and shown in Fig. 3. This figure represents the maximum singular values (singular values are used to analyze the frequency behavior of multiple inputs–multiple outputs system, see [8]) of the studied generic plant for different web elasticities. One can see that the frequency and magnitude of the resonance peaks depend on the web elasticity value. For web elasticity decreasing, the resonances move to lower frequencies.

3. Control strategy

In roll-to-roll systems, two variables have to be mastered: the web speed and web tension in each span. To control these variables, decentralized cascading control structure is used [9,10], as shown in Fig. 4. Each motor is firstly torque controlled with the controller C_c . This control loop has to be very fast and is approximated by the gain K_i . Then C_v is used to control the roller speed. Finally, C_T is used to control the web tension. The roller speed and web tension control loops are described more precisely in following sections. In Fig. 4, i_m is the measured current and i_r represents the current reference.

The master roller, as indicated in Fig. 4, has only a torque loop and a speed loop, whereas the other rollers have also a web tension loop. The master roller imposes the web speed of all the lines. Its position choice changes the web longitudinal dynamics of the whole plant and therefore the position has to be chosen adequately.

3.1. Motor speed control

The speed control is ensured using IP controller. The main asset of the IP controller is that it does not introduce a zero in the closed-loop transfer function.

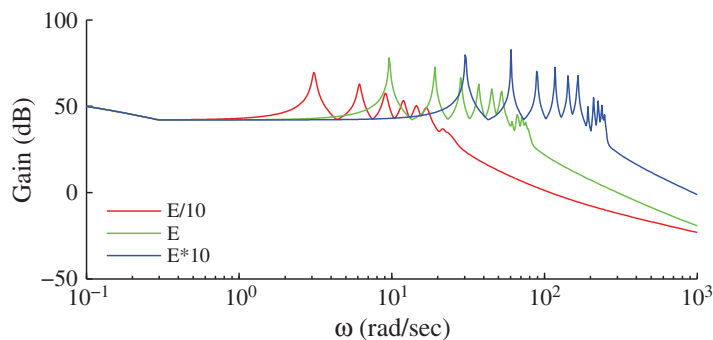


Fig. 3. Maximum singular values of the plant (open-loop): influence of the web elasticity.

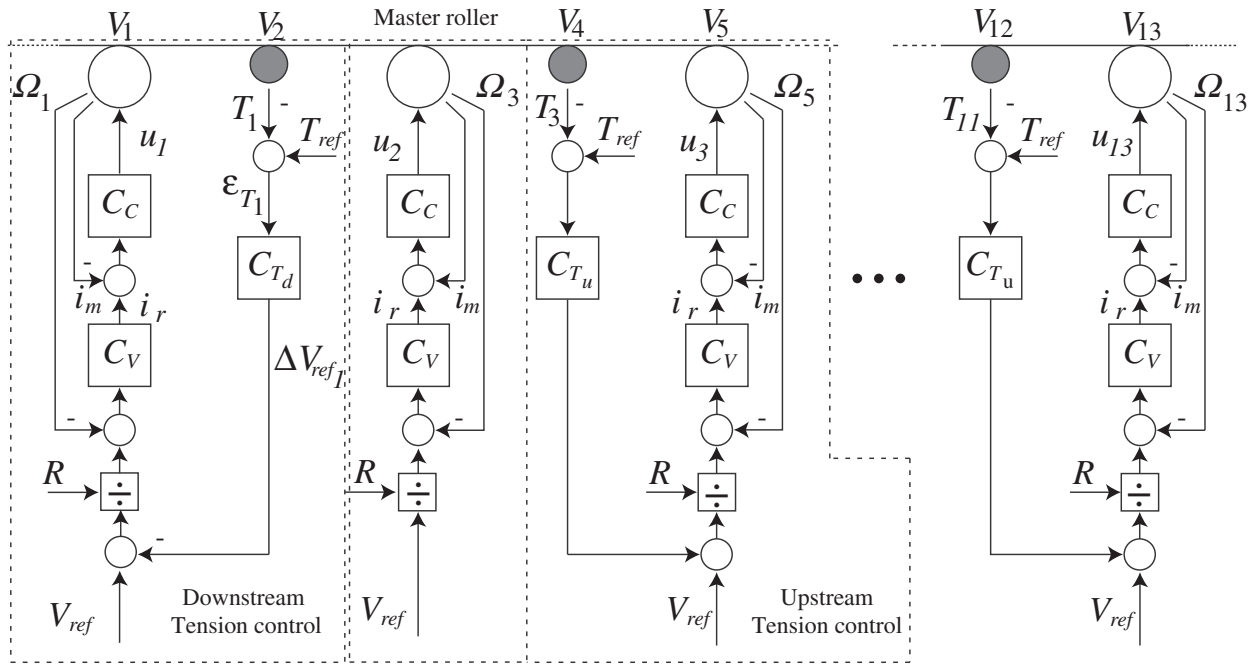


Fig. 4. Industrial decentralized control structure with the master roller in second position.

The speed controller structure is given in Fig. 5. The linear speed reference is divided by the roller radius in order to have a rotational speed reference. The controller output is multiplied by the roller inertia in order to simplify the closed loop and to remove sensitivity to inertia variations (useful for the case of wound roll). When the loading effects of the web and the frictions are compensated by a feedforward (not represented in Fig. 4), the relation of the system open loop becomes:

$$\frac{\Omega_i}{u_i} = \frac{K_i}{J_i s} \tag{10}$$

where Ω_i is the rotational roller speed, u_i is the motor control signal, and J_i is the roller inertia. The torque closed loop has been considered as very fast and approximated by the gain K_i .

The closed-loop transfer function with IP controller is:

$$\frac{\Omega_i(s)}{\Omega_{ref}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{s}{a} + \frac{s^2}{abK_i}} \tag{11}$$

The IP controller parameters a and b are calculated as follows:

$$a = \frac{\omega_v}{2\zeta_v} \quad b = \frac{\omega_v^2}{aK_i} \tag{12}$$

where ω_v is the desired bandwidth of the speed closed-loop, ζ_v is the desired damping factor and K_i is the motor torque constant.

3.2. Web tension control

Web tension control is studied for several years [2,11–15]. In this work, a H_∞ approach is used to synthesize each tension controller [5,12,16]. The H_∞ synthesis approach is commonly used in many domains [17,18], it consists in finding a stabilizing

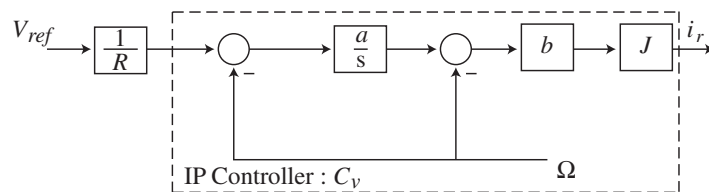


Fig. 5. IP speed controller.

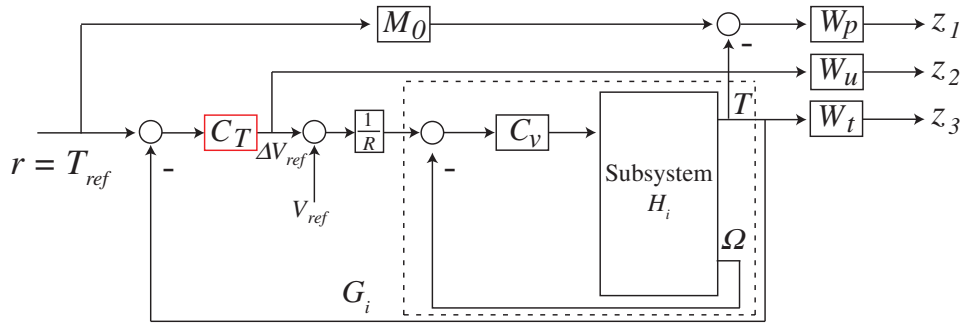


Fig. 6. H_∞ S/KS/T with model matching synthesis scheme.

controller that minimizes the H_∞ norm of the transfer function between a set of exogenous inputs r and a set of performance outputs z .

$$\|\mathbf{T}_{r \rightarrow z}\|_\infty < \gamma \tag{13}$$

3.2.1. H_∞ fixed order and fixed structure synthesis

The major drawback of the H_∞ approach is the high order of the obtained controller. Indeed, the order of the controller is equal to the sum of the system order and the weighting functions order [8]. Using current model reduction approach, the controller order cannot always be reduced while stability and performances are preserved. For industrial applications, it is highly relevant to develop design algorithms producing fixed structure and fixed order controllers (for example decentralized PI controllers). The mathematical problem seems to be difficult because fixed-order controller synthesis can be formulated as a nonsmooth affine problem in the nonconvex cone of stable matrices. Recent progress in nonsmooth problem solving permit to develop relevant synthesis tools like HIFOO released in 2005 [19] and more recently *hinfstruct* [20]. This last one is used in this work to synthesize the web tension controller of each subsystem.

The web tension controller is synthesized using S/KS/T weighting scheme and model matching, as illustrated in Fig. 6. The reference model M_0 depicts the desired closed-loop system behavior, it is taken as a second order transfer function with damping factor ζ_T equal to 1 and cross-over frequency ω_T :

$$M_0 = \frac{1}{1 + 2\zeta_T \frac{s}{\omega_T} + \left(\frac{s}{\omega_T}\right)^2} \tag{14}$$

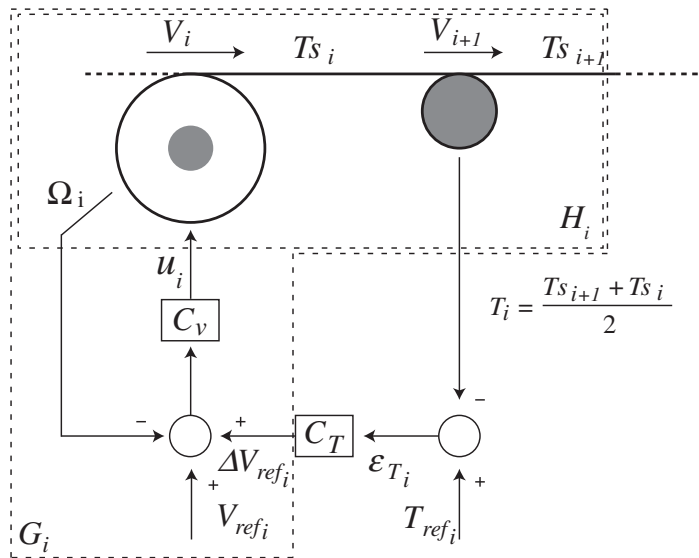


Fig. 7. Downstream tension control.

Table 1

The three settings of the speed and tension closed-loop bandwidths.

Speed bandwidth ω_V (rad/s)	Tension bandwidth ω_T (rad/s)	Applications
5	1.3	Standard plants and applications
20	5.2	Better disturbance rejection
40	10.4	Advanced applications

where s represents the Laplace variable. The weighting functions W_p , W_u and W_t appear in the transfer matrix of the closed-loop function $\mathbf{T}_{r \rightarrow z}$. r is composed of the tension reference, and z is the performance output and is composed of z_1 , z_2 , and z_3 (see Fig. 6).

$$\mathbf{T}_{r \rightarrow z} := \begin{bmatrix} W_p(M_0 - T_{CL}) \\ W_u C_T S_{CL} \\ W_t T_{CL} \end{bmatrix} \quad (15)$$

where S_{CL} is the sensitivity function:

$$S_{CL} = (I + G_i C_T)^{-1}. \quad (16)$$

G_i contains the subsystem including the speed control loop (see Fig. 7), and C_T is the web tension controller. T_{CL} is the complementary sensitivity function:

$$T_{CL} = I - S_{CL}. \quad (17)$$

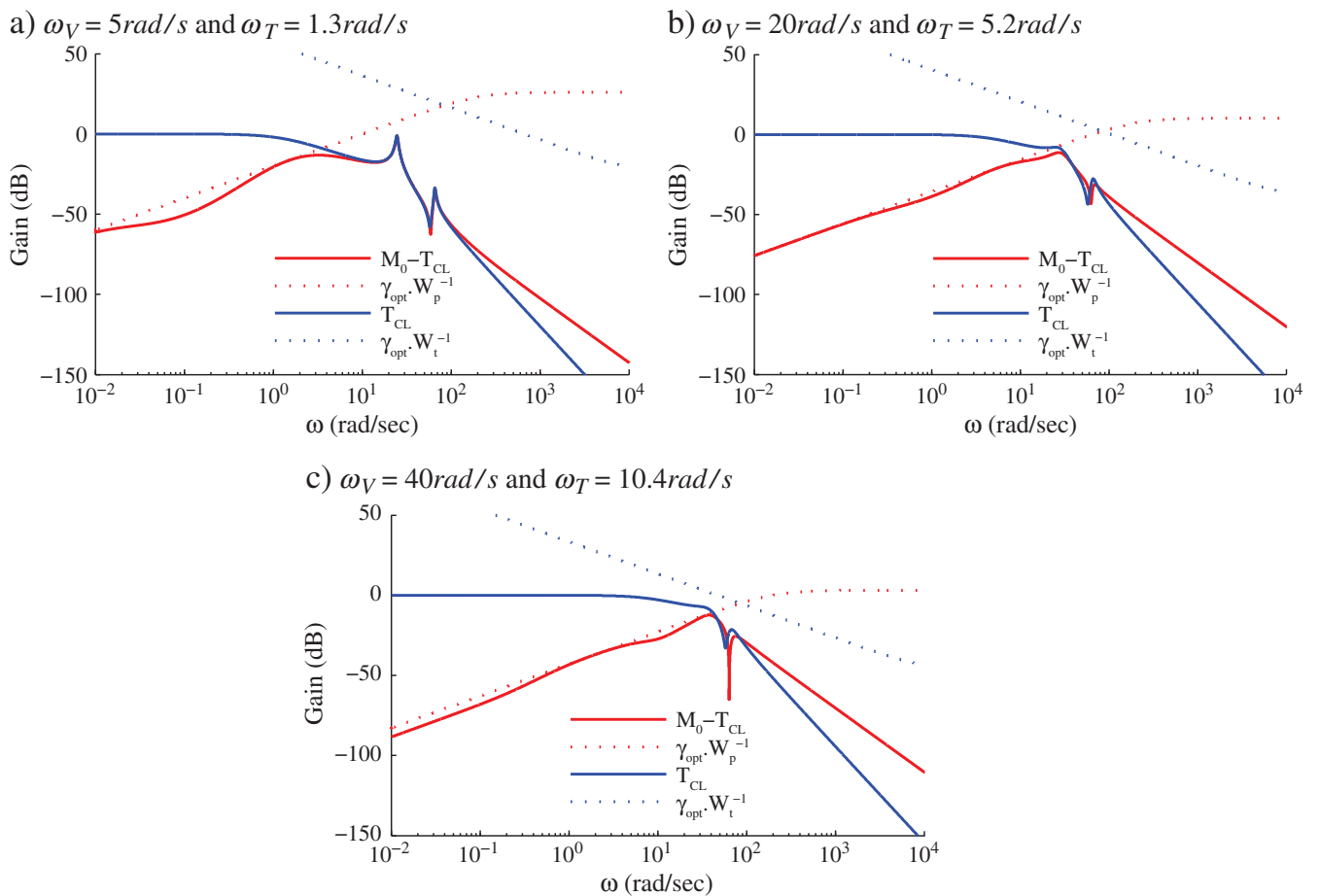


Fig. 8. Sensitivity and complementary sensitivity functions of the upstream tension control subsystem.

The weighting function W_p has a high gain at low frequency in order to reject low frequency disturbances [2]. The form of W_p is as follows:

$$W_p(s) = \frac{s}{\frac{M}{s} + \omega_B} \quad (18)$$

where M is the maximum peak magnitude of S_{CL} . ω_B is the required frequency bandwidth ($\omega_B > \omega_r$), and ε_0 is the allowed steady-state error.

The tension controller C_T (see Fig. 7) is a PI controller:

$$\frac{\Delta V_{ref_i}}{\varepsilon_{T_i}} = K_{p_i} \frac{1 + \tau_i s}{s} \quad (19)$$

where ΔV_{ref_i} is the web tension controller output that adjusts the speed reference and ε_{T_i} is the web tension error signal, i is the roller number. K_{p_i} and τ_i are the controller parameters to be determined. The optimization problem can be formulated as follows:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \|T_{r \rightarrow z}\|_{\infty} = \gamma_{opt} \\ &\text{subject to} && \lambda < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

where $\|T_{r \rightarrow z}\|_{\infty}$ is the H_{∞} norm of the closed-loop subsystem and λ is the maximum real part of the system poles also called spectral abscissa. The last condition ensures the stability of each closed-loop subsystem.

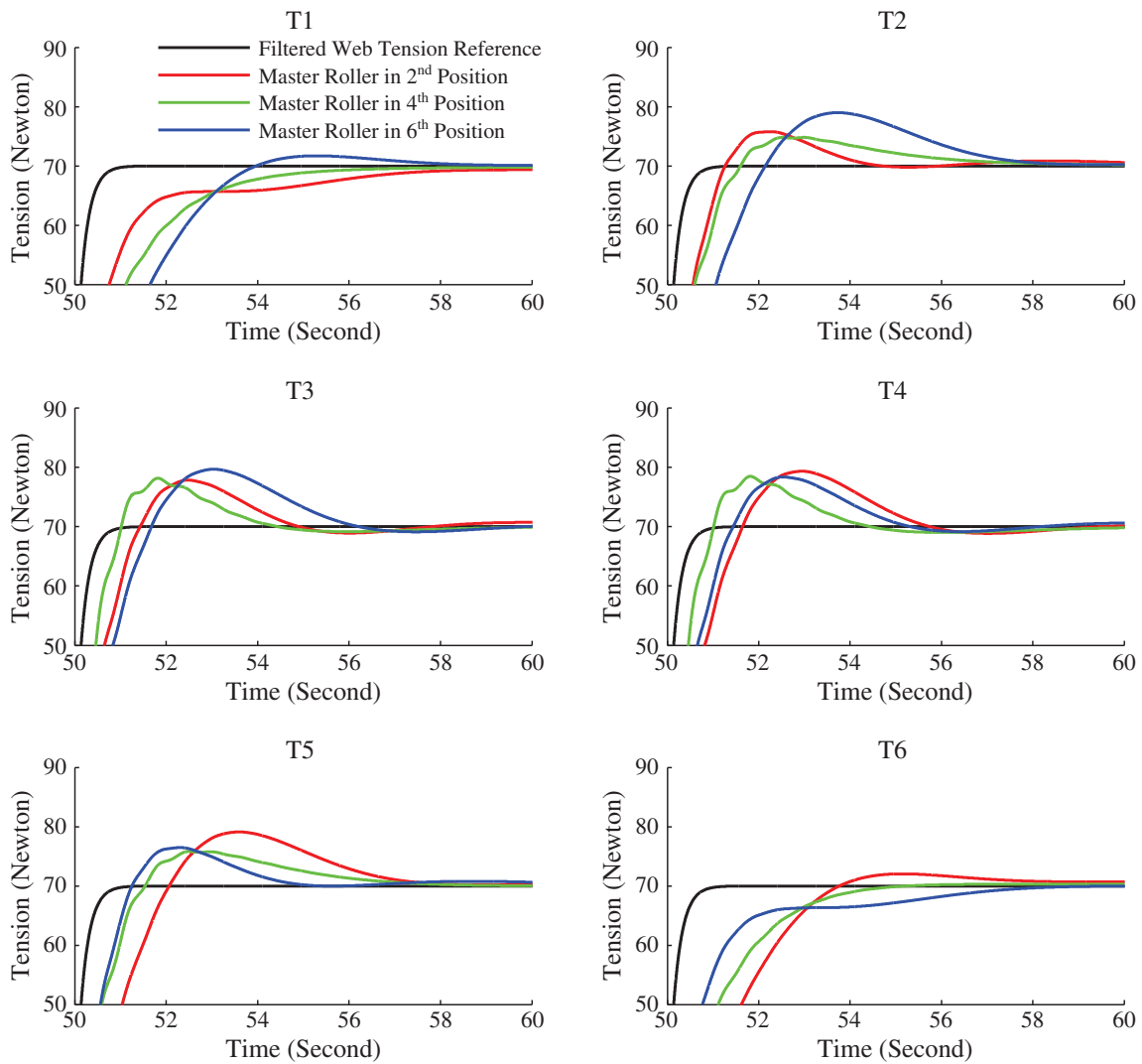


Fig. 9. Comparison of the three master roller position configurations in terms of reference tracking with $\omega_v = 5$ rad/s and $\omega_r = 1.3$ rad/s.

The decentralized PI web tension controller is calculated for the two web tension control cases. C_T is calculated for the model G_i , see Fig. 6, including the velocity loop: the upstream and the downstream tension controls. The same weighting functions and reference model are used for the two cases and therefore the obtained H_∞ norms are very close.

3.3. Drive requirements

The desired bandwidths of motor speed loop and web tension control have to be chosen adequately with respect to the size and requirements of the whole roll-to-roll plant. Klassen [21] recommends, for classical huge roll-to-roll plants, a bandwidth of 5 rad/s for the speed loop and 1.3 rad/s for the tension loop. However, some applications need higher bandwidths in order to better reject disturbances [3,22].

In this study, different settings are studied, as given in Table 1. But we keep the ratio between speed and tension bandwidths as recommended by Klassen.

4. Decentralized control synthesis

In order to synthesize an optimal tension controller of the given web span, the mathematical model of the subsystem is needed. In this application, two types of subsystem exist depending on the master roller position: in the first one the load cell is placed after the driven roller (downstream tension control) and in the second one the load cell is placed before (upstream tension control), as illustrated in Fig. 4.

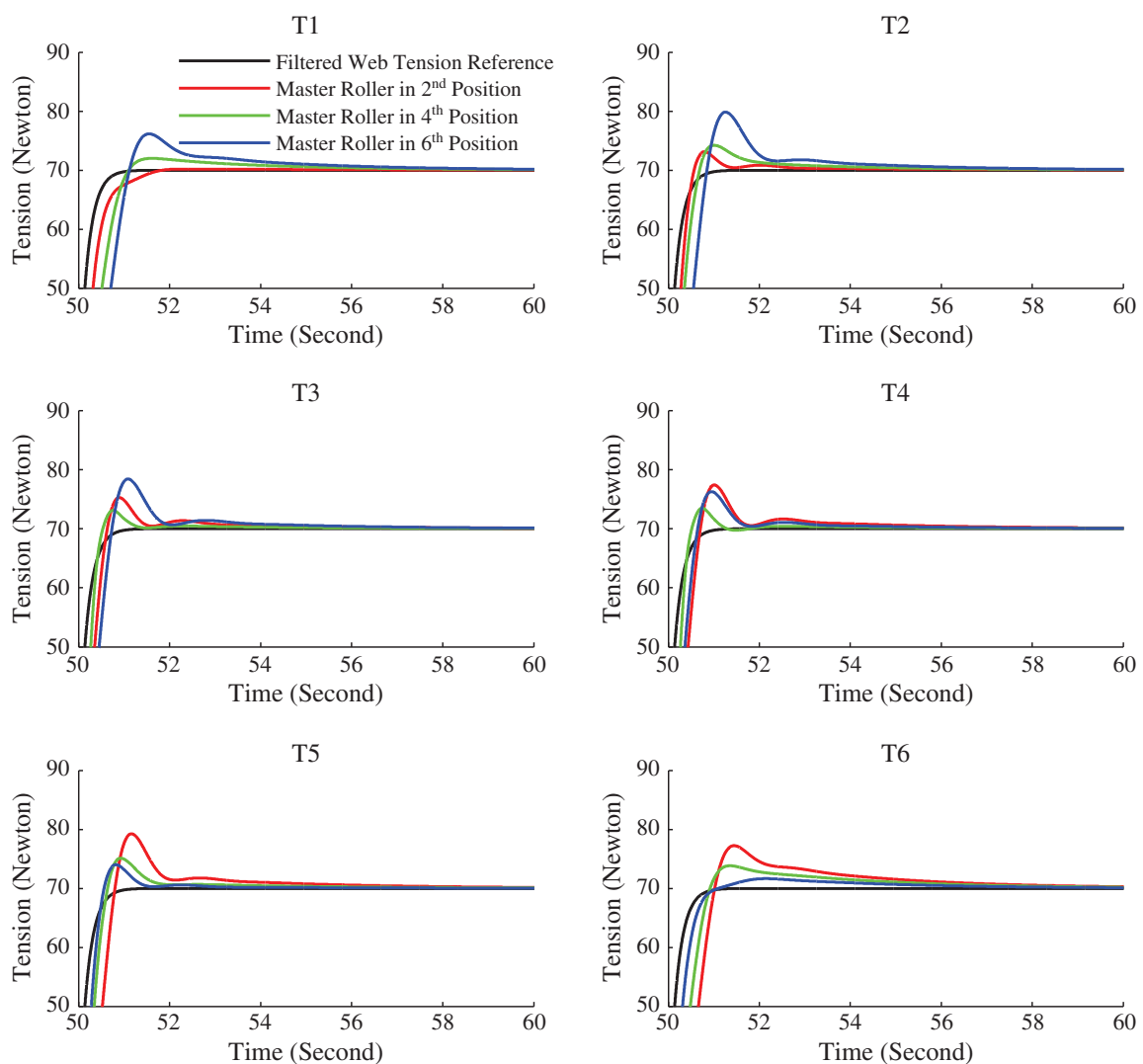


Fig. 10. Comparison of the three master roller position configurations in terms of reference tracking with $\omega_V = 20$ rad/s and $\omega_T = 5.2$ rad/s.

Case a) downstream web tension control. In the case of downstream web tension control, the subsystem H_i to be modeled is represented in Fig. 7. The state space representation of this subsystem is calculated using Eqs. (1) and (4).

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_i \\ \dot{T}s_i \\ \dot{V}_{i+1} \\ \dot{T}s_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-f_i}{J_i} & \frac{R_i^2}{J_i} & 0 & 0 \\ \frac{-E_0}{L_i} & \frac{-V_0}{L_i} & \frac{E_0}{L_i} & 0 \\ 0 & \frac{-R_{i+1}^2}{L_{i+1}} & \frac{-f_{i+1}}{L_{i+1}} & \frac{R_{i+1}^2}{L_{i+1}} \\ 0 & \frac{J_{i+1}}{V_0} & \frac{-E_0}{L_{i+1}} & \frac{-V_0}{L_{i+1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ T s_i \\ V_{i+1} \\ T s_{i+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{R_i K_i}{J_i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u_1 \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} \Omega_i \\ T_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_i^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ T s_i \\ V_{i+1} \\ T s_{i+1} \end{pmatrix} \quad (22)$$

where the subscript i is used for the driven roller and the subscript $i + 1$ is used for the idle roller. V depicts the linear web speed, and Ts stands for the web span tension. R and J are respectively the roller radius and inertia. L is the web span length. V_0 depicts the nominal web speed of the linear model and the constant $E_0 = ES + T_0$ depends on the web elasticity E , the web cross-section S and the nominal tension used for model linearization T_0 .

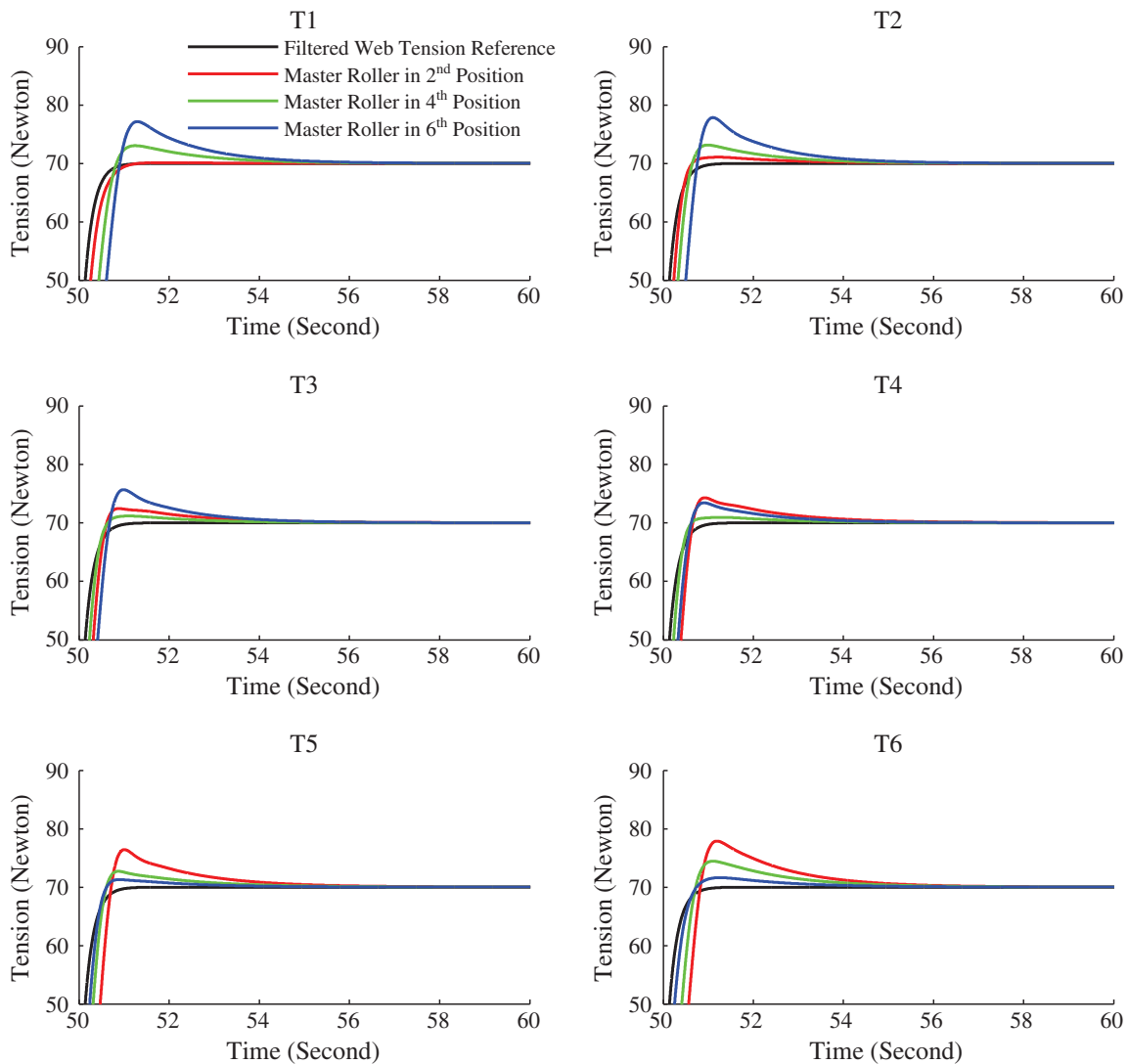


Fig. 11. Comparison of the three master roller position configurations in terms of reference tracking with $\omega_v = 40$ rad/s and $\omega_r = 10.4$ rad/s.

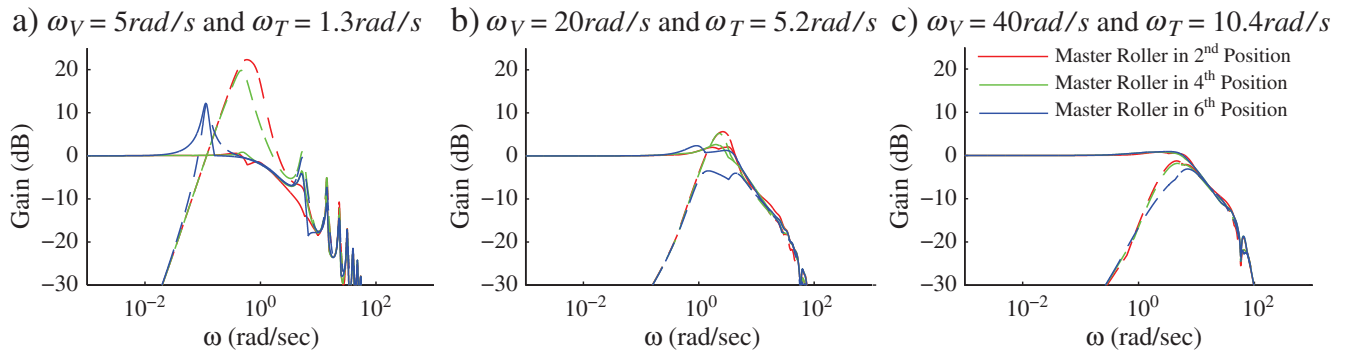


Fig. 12. Maximum of the diagonal transfer function (solid) and non-diagonal transfer function (dashed): comparison of the 3 configurations.

The first step consists in synthesizing the motor speed controller C_v for each motor driven roller, as indicated in Section 3.1. With this controller C_v and the subsystem model H_i (Eqs. (21) and (22)), the model G_i can be constructed (see Figs. 6 and 7) in order to synthesize C_T (Eq. (19)) in the H_∞ framework, as indicated in part Section 3.2.

The obtained sensitivity ($M_0 - T_{CL}$) and complementary sensitivity T_{CL} functions are presented in Fig. 8 for different bandwidth settings. One can see that the closed loop transfer function T_{CL} gain has less variations (the low frequency gain is constant for a larger bandwidth and the resonance magnitudes are reduced) when the speed bandwidth ω_v and tension bandwidth ω_T are increased, see Fig. 8(c).

Case b) upstream web tension control. In the case of upstream tension control, the subsystem H_i can be modeled in the same manner. The web tension controller C_T is then automatically synthesized, as indicated previously.

The obtained sensitivity ($M_0 - T_{CL}$) and complementary sensitivity T_{CL} functions are very close to the downstream subsystem behavior.

4.1. Decentralized control synthesis

With a fixed speed bandwidth ω_v and tension bandwidth ω_T (for example Table 1), all controllers for the industrial decentralized structure are automatically optimized, in Matlab/Simulink software environment.

5. Influence of master driven roller position and controller bandwidth: Simulations

In order to analyze the influence of the master roller position, three configurations are studied: the master roller is located at second position, or in the middle of the generic plant or at the sixth position.

These three configurations are compared to each other using a time and frequency based analysis for the three bandwidth settings presented in Table 1.

In roll-to-roll systems, the most important characteristics to ensure is the web tension reference tracking, the web tension perturbation rejection and the robustness regarding web elasticity variations.

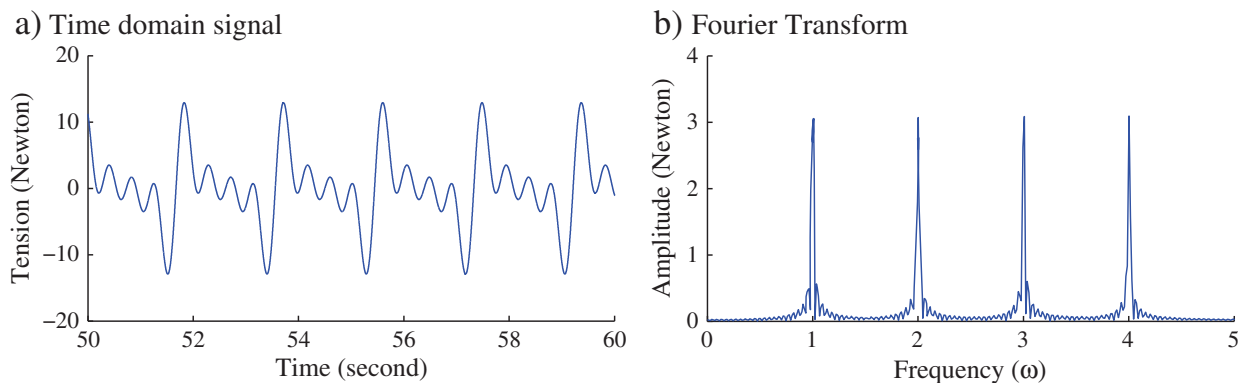


Fig. 13. Disturbance signal.

5.1. Reference tracking performance

Web tension reference tracking is a key point in roll-to-roll systems control. The resulting web tensions have to be compared for the three master driven roller positions. In this study, the web tension reference is a step filtered with a first order low-pass filter:

$$\frac{T_{filtered}}{T_{ref}} = \frac{1}{0.2s + 1}. \quad (23)$$

The web tension simulations are presented in Figs. 9, 10 and 11. Different observations can be made:

- for low speed and tension bandwidths (Fig. 9), the tensions have slow response, as expected, but the master roller position does not play an important role. All three placement configurations lead to acceptable overshoot performances.
- for high speed and tension bandwidths (Fig. 11), tension reference tracking is faster.
- the overshoot is quite the same for all bandwidth configurations.

The master roller placement does not play an important role on the tension reference tracking performances of the whole system. In fact, the mean overshoot along the line is quite the same for all master roller placements. Nevertheless, the master roller should be placed close to the web span that needs more accurate reference tracking. In fact, if a particular web tension is considered, T5 for instance, one can see that this particular tension has better performances when the master roller is close to it, i.e. when the master roller is placed in fourth position.

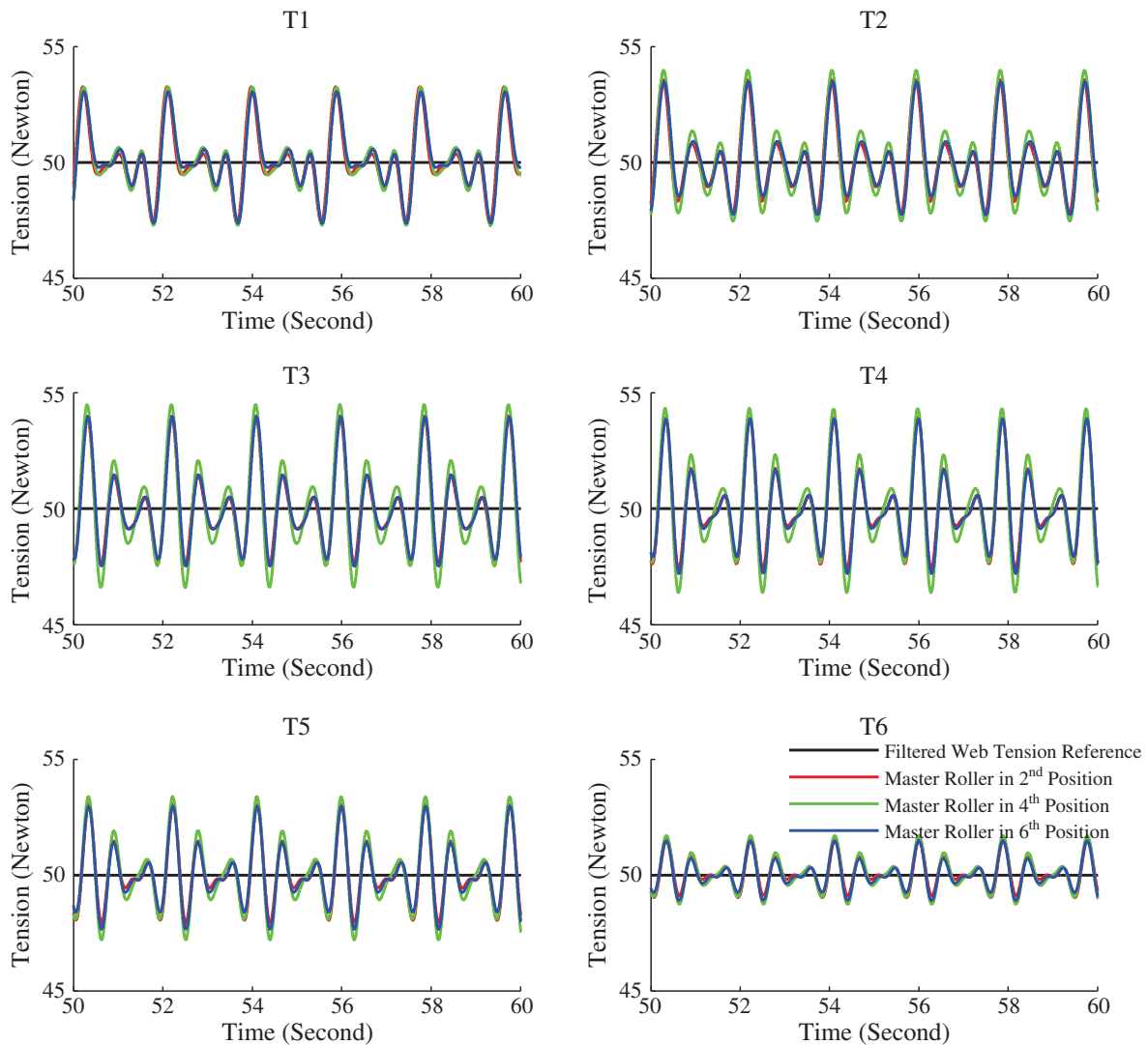


Fig. 14. Simulation of the web tensions with the disturbance applied on T_{in} with $\omega_v = 5$ rad/s and $\omega_T = 1.3$ rad/s.

The Bode diagrams in Fig. 12 show the maximum diagonal and non-diagonal transfer functions of the closed-loop plant (a diagonal transfer function is defined as a transfer function between a tension reference T_{ref_i} and the corresponding measured web tension T_i . A non-diagonal transfer function is defined as a transfer function between a web tension reference T_{ref_i} and another measured web tension T_j). In fact, the maximum non-diagonal transfer function shows the maximum coupling between tensions. The Bode diagrams of the maximum diagonal and non-diagonal transfer functions give interesting informations:

- the resonance magnitude of the diagonal transfer function and the maximum of the non-diagonal transfer function are amplified for low speed and tension bandwidths.
- the worst results are obtained for the master roller located at sixth position and the best results occur when the master roller is placed at second position (for the three bandwidth settings).

5.2. Disturbance rejection

In industrial roll-to-roll systems, the web tensions are disturbed by the unwinding of a roll having eccentricity and non-circularity. The eccentricity involves a sinus web tension disturbance with a frequency equal to the roller rotational frequency, whereas non-circularity leads to a perturbation composed of several sinus. In this study, the tension disturbance is composed of a fundamental signal (produced by unwind roll eccentricity) and three harmonics involved by non-circularity. The number of harmonics is limited and low, as shown in experimental results [23].

For didactic reasons, the four sinuses of the perturbation signal have the same amplitude in this study in order to easily compare the disturbance rejection in each frequency range. The results can be adapted for different amplitudes. The perturbation signal is represented in Fig. 13(a) and (b).

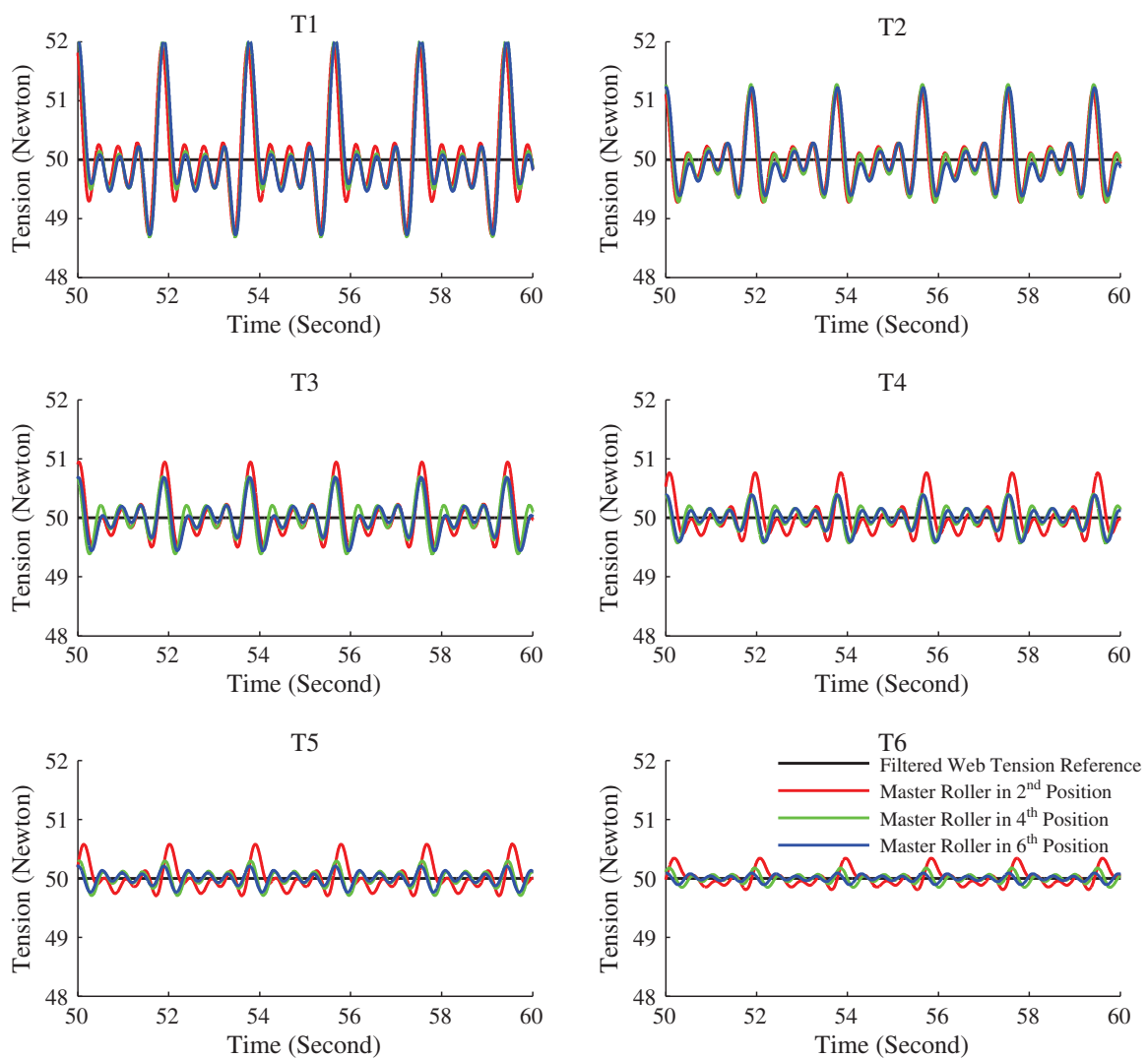


Fig. 15. Simulation of the web tensions with the disturbance applied on T_{in} with $\omega_v = 20$ rad/s and $\omega_r = 5.2$ rad/s.

To compare the master roller configurations in terms of disturbance rejection, the disturbance signal is applied on the input tension T_{in} .

The simulation results are shown in Figs. 14, 15 and 16. One can see that the perturbation signal is well rejected (or filtered) in the case of high speed and tension bandwidths (note that the magnitude scale is not the same for the three figures). The results are confirmed by the Bode diagrams (Fig. 12): the magnitude of the non-diagonal transfer function decreases when the bandwidths increase. The simulations show also that the configuration with the master roller in sixth position gives a little better results than the other placements. Moreover, simulations have been made for the same disturbance signal on T_{s7} and T_{s12} and lead to the same conclusions.

5.3. Robustness regarding web elasticity variation

Web elasticity usually varies with air temperature and moisture. This variation can decrease the system closed loop control performances. Moreover, some process lines include facilities which can make the web elasticity varying, for instance an oven changes the web elasticity drastically.

Moreover, in industry it is interesting to use the same control settings for different web materials. In order to evaluate the robustness of the master roller position, the web elasticity is divided by a factor five and the three position configurations are compared for each bandwidth value.

The simulation results are shown in Figs. 17, 18 and 19. One can see that the system is more robust to web elasticity decreasing when the closed-loop bandwidths are lower (since the open-loop resonances, illustrated in Fig. 3, are outside of closed-loop bandwidths). Moreover, the configuration with the master driven roller at the sixth position is less robust to web elasticity variations.

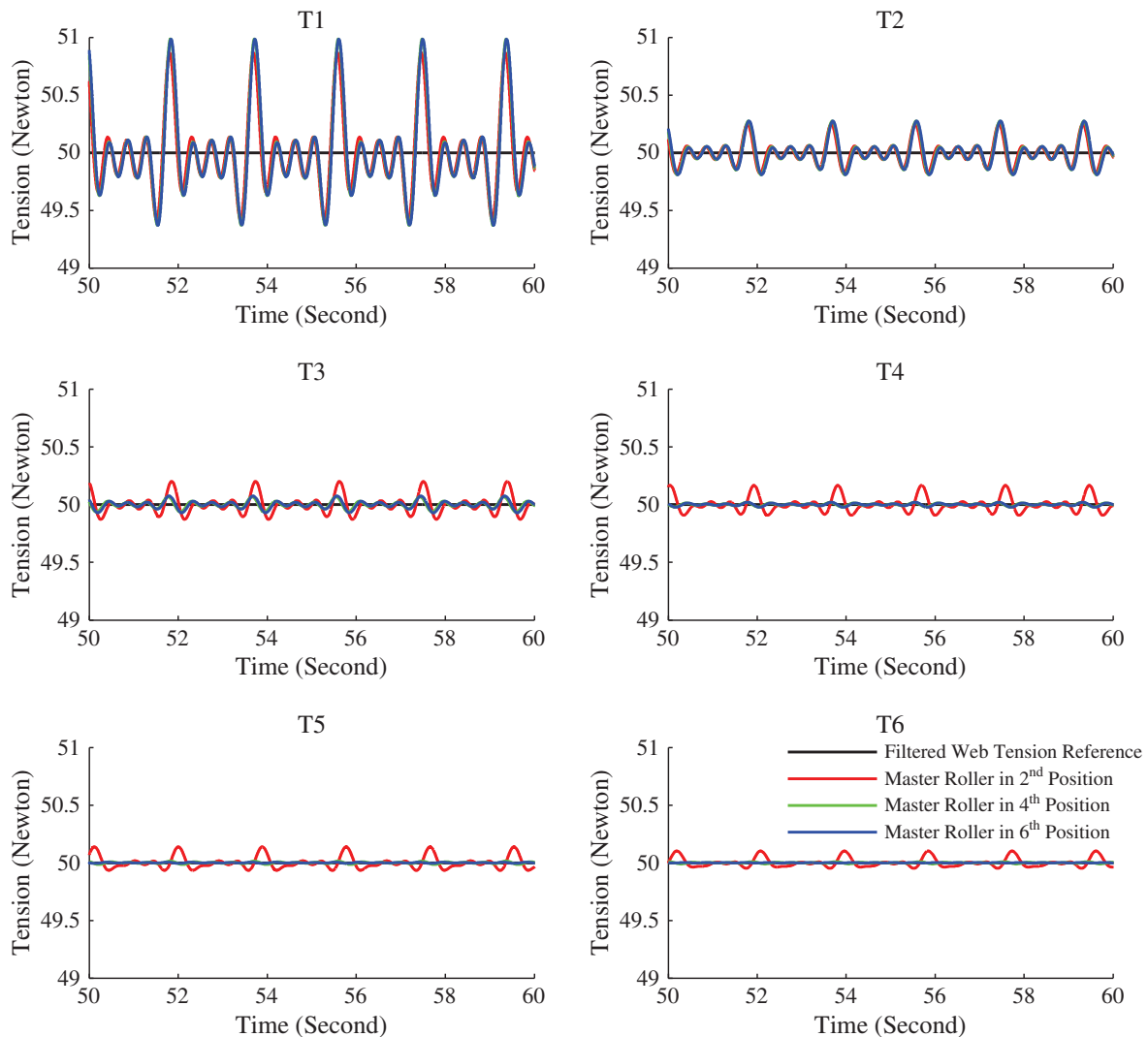


Fig. 16. Simulation of the web tensions with the disturbance applied on T_{in} with $\omega_V = 40$ rad/s and $\omega_T = 10.4$ rad/s.

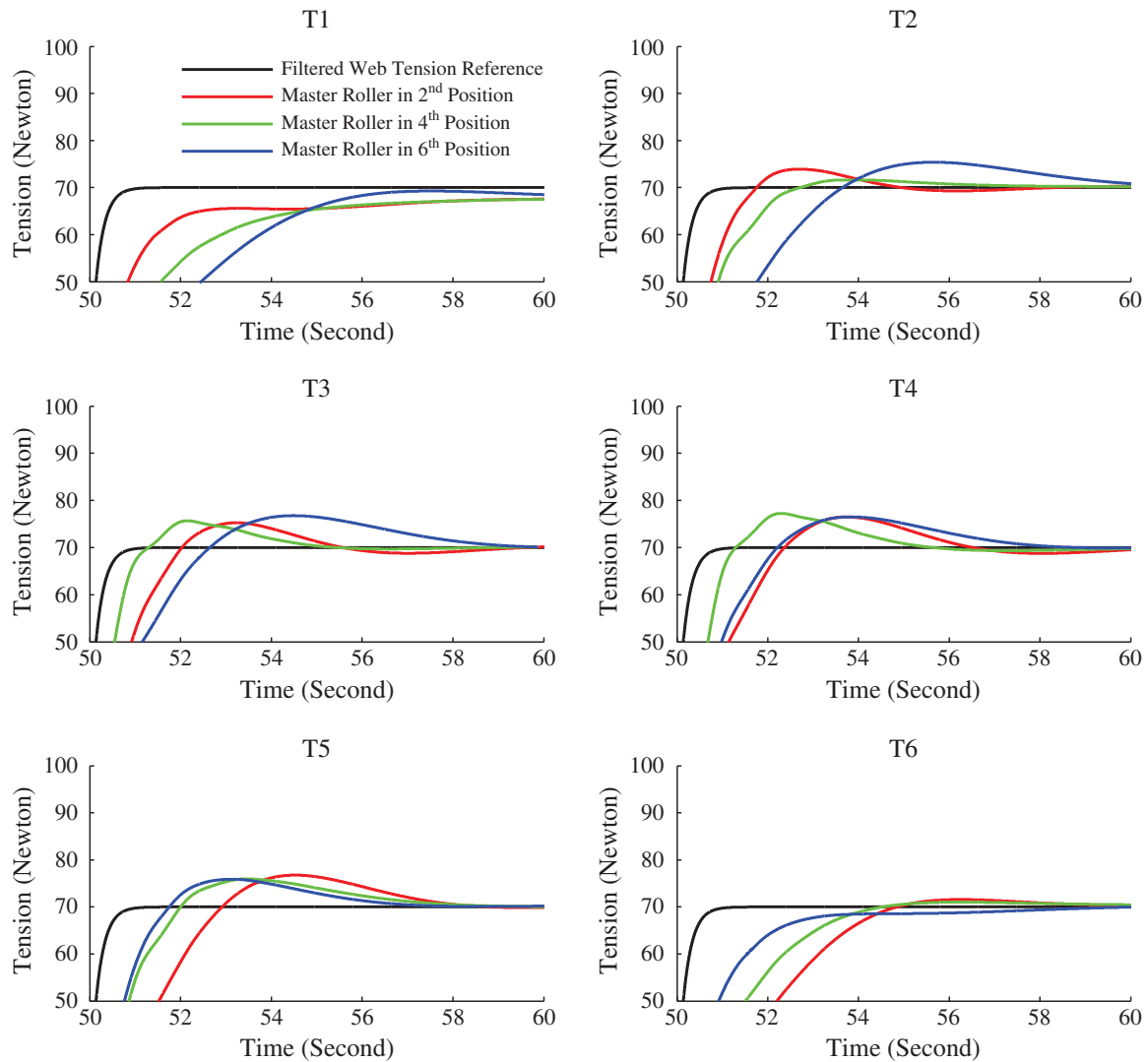


Fig. 17. Simulation with a web elasticity of $E/5 = 32$ MPa for $\omega_v = 5$ rad/s and $\omega_T = 1.3$ rad/s.

6. Analysis and discussion

Fig. 20 gives the poles of the closed-loop system for 2 values of the web elasticity, with the master roller in second position. Each subfigure shows the results for one configuration of speed and tension bandwidths.

For a web elasticity divided by a factor 5, many poles move more to the imaginary axis when the bandwidths are increased, in comparison with nominal elasticity (damping factor ζ is lower for $E/5$). In parallel, the closed loop zeros are not affected by elasticity changes (see Fig. 21, the Y-scale is close to zero). Therefore, in the case of high bandwidths, the web elasticity decreasing leads to worse reference tracking behavior (overshoot and time response are increased, see Figs. 11 and 19).

In the case of low bandwidths, the zeros and the dominant poles are not affected by web elasticity variations. Therefore, the reference tracking behaviors do not change significantly for a different value of elasticity (see also Figs. 9 and 17).

The H_∞ norm of the closed-loop complete system can also be used as a performance criterion when web elasticity is varying. Such criterion is used for systems performances comparison in [20,24].

Table 2 gives the H_∞ norm of the whole controlled roll-to-roll system without any weighting functions (in this case the H_∞ norm represents the peak gain of the singular values). One can deduce that the H_∞ norm is less varying, for different web elasticities, when the bandwidths are low. This is confirmed by the time domain simulations: Figs. 9 and 17 are quite similar whereas Figs. 11 and 19 give different reference tracking behaviors.

H_∞ norm should not be considered alone as a performance index, because this norm does not indicate the frequency location of the resonances but only the maximum magnitude of the global closed-loop transfer function.

The optimal position of the master roller and the speed and tension bandwidths are difficult to choose and depend on system requirements and control structure. Moreover, to reject disturbances the best position of the master driven roller is the sixth whereas the second position leads to better robustness to web elasticity variation.

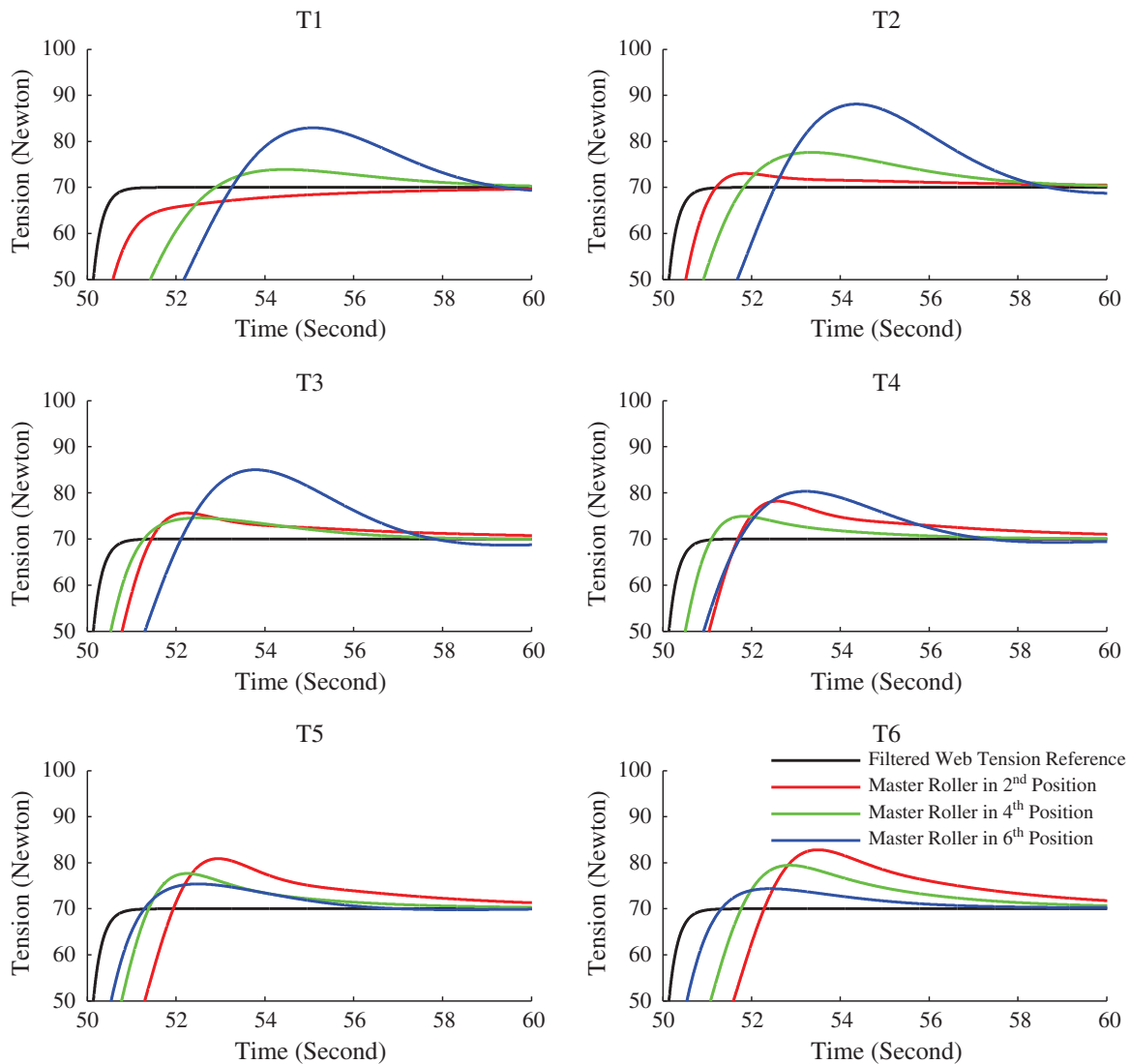


Fig. 18. Simulation with a web elasticity of $E/5 = 32$ MPa for $\omega_v = 20$ rad/s and $\omega_T = 5.2$ rad/s.

For the considered industrial decentralized control structure, different observations have been made:

- the requirements for having a good robustness to web elasticity variations are in contradiction with them for disturbance rejection: the closed-loop bandwidths should be low to guarantee robustness properties to web elasticity variations and high in order to increase the disturbance rejection behavior (and also reference tracking performances, but usually the tension reference is constant).
- on the one hand, if high tension precision and high input disturbance rejection behavior are required along the line, the master roller should be placed at the end of the line and the bandwidths should be as large as possible, taking into account the technical limitations (a pendulum dancer can also be used in the unwind section [5]). However, if web elasticity is varying drastically, for example polymer web with temperature changes, the system can become unstable. A solution consists in synthesizing PI-LPV tension controllers [12].
- on the other hand, if high robustness to web elasticity is needed, the bandwidths have to be low. However, the system with low bandwidths is more sensitive to web tension disturbances. In this case, the master roller placement does not play an important role.
- nevertheless, if high precision is required in a specific area, as printing area for example, the master roller should be placed close to this processing area, see Fig. 11.

7. Conclusion

This paper illustrates the effects on web tensions of speed and tension closed-loop bandwidths and master roller position. The simulation results show that the choice of these parameters highly depends on the system applications and requirements. In

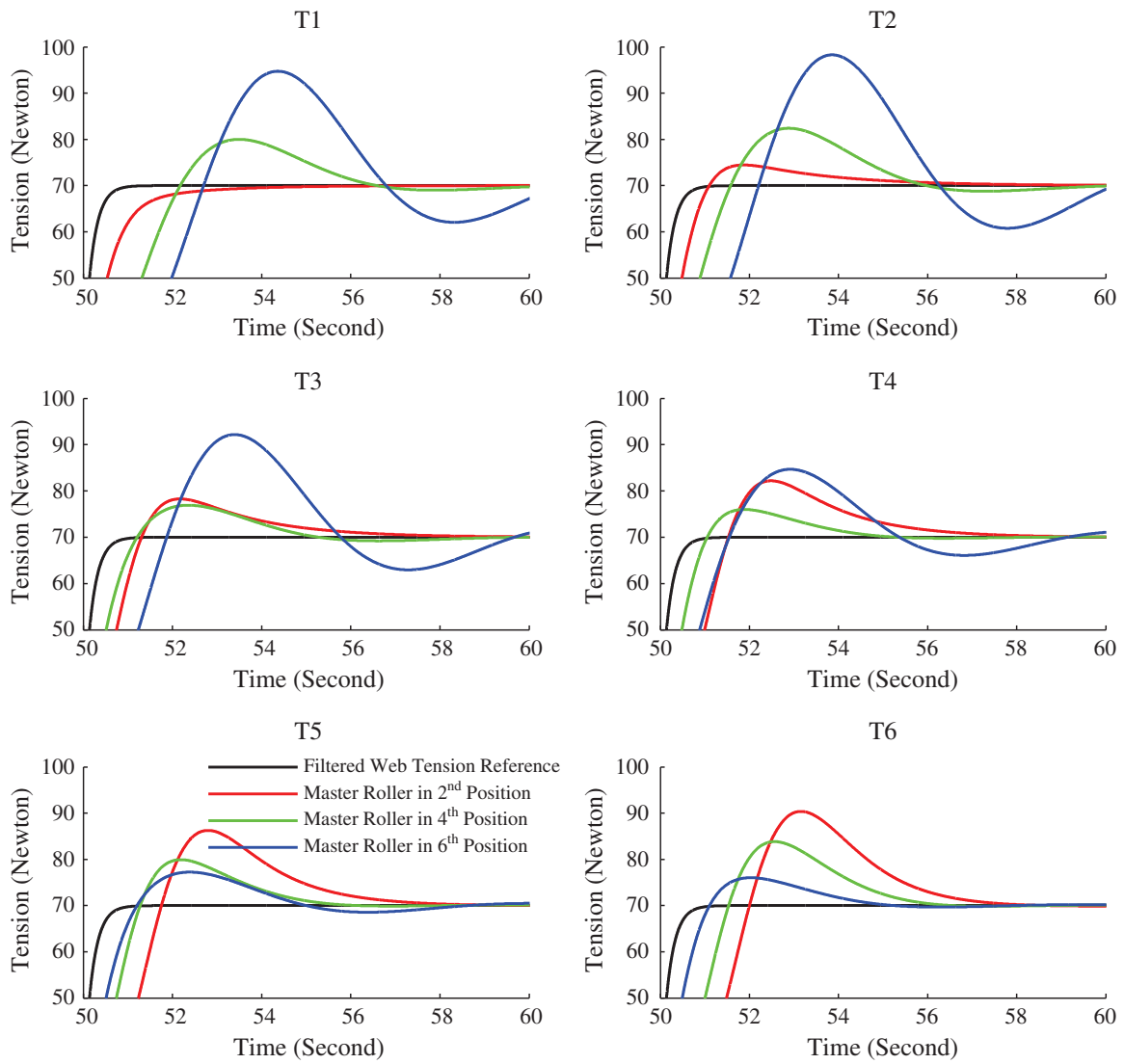


Fig. 19. Simulation with a web elasticity of $E/5 = 32$ MPa for $\omega_V = 40$ rad/s and $\omega_T = 10.4$ rad/s.

fact, the configuration depends on the need of web elasticity robustness, disturbance rejection and tension reference tracking performances. Three placement configurations have been studied, for three closed-loop bandwidth settings.

The results are analyzed in time and frequency domain. Recommendations are given in order to help plant user to set up roll-to-roll systems with respect to reference tracking, input disturbance rejection and robustness to web elasticity variations.

All observations have also been made for a larger scale system (with higher number of driven rollers and idle rollers).

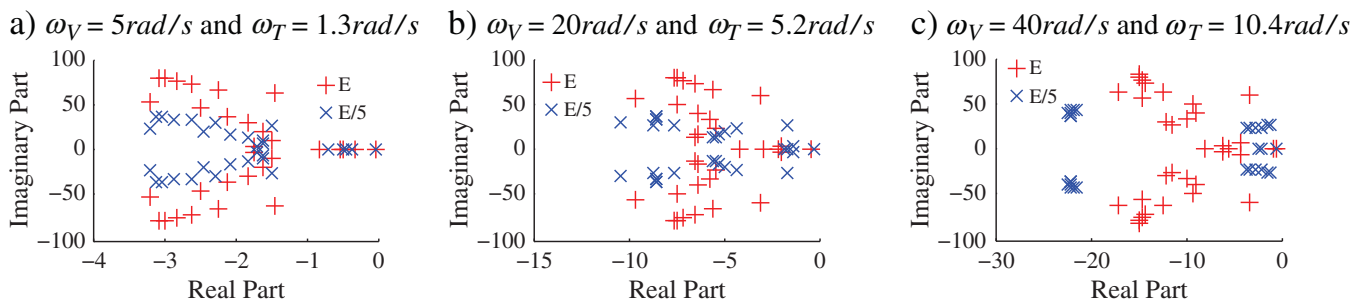


Fig. 20. Poles of the system for 2 values of web elasticity for the three configurations (master roller in second position).

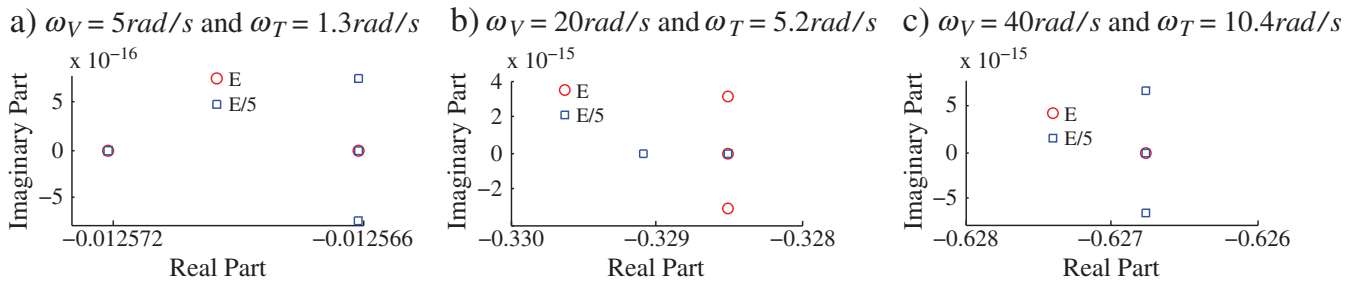


Fig. 21. Zeros of the system for 2 values of web elasticity for the three configurations (master roller in second position).

Table 2

H_∞ norm of the system for the master roller in second position.

	$\omega_V = 5 \text{ rad/s}$	$\omega_V = 20 \text{ rad/s}$	$\omega_V = 40 \text{ rad/s}$
	$\omega_T = 1.3 \text{ rad/s}$	$\omega_T = 5.2 \text{ rad/s}$	$\omega_T = 10.4 \text{ rad/s}$
$E_i/5$	25	32	34
E_i	25	37	39
$E_i * 5$	25	39	46

Appendix A

Table 3

Parameters of the studied generic system (see [3]).

Gain of the torque closed-loop	5.64 N m/V
Diameter of the rollers (idle and driven)	0.1 m
Inertia of the motor driven rollers + motor inertia	0.0814 kg/m ²
Inertia of the idle rollers	0.0743 kg/m ²
Web cross-section	$l = 300 \text{ mm}, e = 0.260 \text{ mm}$
Span length	1 m
Young modulus of the web	160 MPa
Web nominal speed	100 m/min
Web nominal tension	50 N

References

- [1] W. Wolfermann, Tension control of webs. A review of the problems and solutions in the present and future, International Conference on Web Handling, 1995, Oklahoma, 1995, pp. 198–229.
- [2] H. Koç, D. Knittel, M. de Mathelin, G. Abba, Modeling and robust control of winding systems for elastic webs, IEEE Transactions on Control Systems Technology (ISSN: 1063-6536) 10 (2) (2002) 197–208, <http://dx.doi.org/10.1109/87.987065>.
- [3] V. Gassmann, Commande décentralisée robuste de systèmes d'entraînement de bandes à élasticité variable. , Ph.D. thesis University of Strasbourg, Strasbourg, France, 2011.
- [4] V. Gassmann, D. Knittel, P. Pagilla, M. Bueno, H_∞ unwinding web tension control of a strip processing plant using a pendulum dancer, American Control Conference, 2009, St. Louis, Missouri, USA, 2009.
- [5] V. Gassmann, D. Knittel, P. Pagilla, M. Bueno, Fixed-order H_∞ tension control in the unwinding section of a web handling system using a pendulum dancer, IEEE Transactions on Control Systems Technology (ISSN: 1063-6536) 20 (1) (2012) 173–180, <http://dx.doi.org/10.1109/TCST.2011.2107554>.
- [6] D. Knittel, E. Laroche, D. Gigan, H. Koc, Tension control for winding systems with two-degrees-of-freedom H_∞ controllers, IEEE Transactions on Industry Applications (ISSN: 0093-9994) 39 (1) (2003) 113–120, <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2002.807231>.
- [7] D. Kuhm, D. Knittel, New mathematical modelling and simulation of an industrial accumulator for elastic webs, Applied Mathematical Modelling (ISSN: 0307-904X) 36 (9) (2012) 4341–4355, <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2011.11.060>.
- [8] S. Skogestad, I. Postlethwaite, Multivariable Feedback Control: Analysis and Design, 2nd ed. Wiley-Interscience 0470011688, 2005.
- [9] D. Knittel, A. Arbogast, M. Vedrines, P. Pagilla, Decentralized robust control strategies with model based feedforward for elastic web winding systems, American Control Conference, 2006, 2006, pp. 1968–1975, <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.2006.1656509>.
- [10] P.R. Pagilla, N.B. Siraskar, R.V. Dwivedula, Decentralized control of web processing lines, IEEE Transactions on Control Systems Technology (ISSN: 1063-6536) 15 (1) (2007) 106–117, <http://dx.doi.org/10.1109/TCST.2006.883345>.
- [11] A. Angermann, M. Aicher, D. Schroder, Time-optimal tension control for processing plants with continuous moving webs, IEEE Industry Applications Conference, 2000, vol. 5, 2000, pp. 3505–3511.
- [12] V. Gassmann, D. Knittel, Robust PI–LPV tension control with elasticity observer for roll-to-roll systems, IFAC World Congress, 2011, Milano, Italy, September, 2011.
- [13] T. Sakamoto, T. Kobayashi, Decomposition and decentralized controller design of web transfer system, IFAC Symposium on Large Scale Systems, 2004, pp. 149–154.
- [14] K.H. Shin, Distributed Control of the Tension in Multi-span Web Transport Systems. , Ph.D. thesis Oklahoma State University, Stillwater, USA, 1991.
- [15] G.E. Young, K.N. Reid, Lateral and longitudinal dynamic behavior and control of moving webs, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 115 (2B) (1993) 309–317.

- [16] D. Knittel, D. Henrion, M. Millstone, M. Vedrines, Fixed-order and structure H_∞ control with model based feedforward for elastic web winding systems, IFAC Conference in Large Scale Systems (invited session), Gdansk, Poland, July 2007.
- [17] M.M. da Silva, O. Bruls, J. Swevers, W. Desmet, H.V. Brussel, Computer-aided integrated design for machines with varying dynamics, Mechanism and Machine Theory (ISSN: 0094-114X) 44 (9) (2009) 1733–1745, <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.02.006>.
- [18] Z. Xianmin, S. Changjian, A.G. Erdman, Active vibration controller design and comparison study of flexible linkage mechanism systems, Mechanism and Machine Theory (ISSN: 0094-114X) 37 (9) (2002) 985–997, [http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X\(02\)00025-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X(02)00025-3).
- [19] J.V. Burke, D. Henrion, A.S. Lewis, M.L. Overton, HIFOO – a MATLAB package for fixed-order controller design and H_∞ optimization, 5th IFAC Symposium on Robust Control Design, Toulouse, France, 2006.
- [20] P. Apkarian, D. Noll, Nonsmooth H_∞ synthesis, IEEE Transactions on Automatic Control 51 (1) (2006) 71–86.
- [21] C. Klassen, Drive response requirements for web handling, AIMCAL Web Handling Conference, Prague, Czech Republic, 2012.
- [22] J. Frechard, D. Knittel, P. Dessagne, J. Pelle, G. Gaudiot, J. Caspar, G. Heitz, Modelling and fast position control of a new unwinding–winding mechanism design, Electrimacs 2011, Paris, France, 2011.
- [23] X. Xu, M. de Mathelin, D. Knittel, Adaptive rejection of eccentricity tension disturbances in web transport systems, IFAC World Congress, 2002, Barcelona, Spain, 2002.
- [24] S. Gumussoy, D. Henrion, M. Millstone, M. Overton, Multiobjective robust control with HIFOO 2.0, 5th IFAC Symposium on Robust Control Design, Haifa, Israel, 2009.

Bibliographie

- [Č85] V. ČERNÝ : Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45:41–51, 1985.
- [ABN07] P. APKARIAN, V. BOMPART et D. NOLL : Nonsmooth structured control design with application to PID loop-shaping of a process. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 17(14):1320–1342, 2007.
- [AHAC⁺09] W. AL HABRI, M. AZZAM, M. CHAKLAB, S. AL DHAHERI, L.A. LAMONT, S.F. FAISAL et Y.L. ABDEL-MAGID : Design of pid controller for power system stabilization using particle swarm optimization. In *Electric Power and Energy Conversion Systems, 2009. EPECS '09. International Conference on*, pages 1 –6, nov. 2009.
- [AN06] P. APKARIAN et D. NOLL : Nonsmooth H_∞ synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(1):71–86, 2006.
- [AN07] Pierre APKARIAN et Dominikus NOLL : Nonsmooth optimization for multiband frequency domain control design. *Automatica*, 43(4):724 – 731, 2007.
- [Ang04] A. ANGERMANN : *Entkopplung von Mehrgrössensystemen durch Vorsteuerung am Beispiel von kontinuierlichen Fertigungsanlagen*. Thèse de doctorat, Technische Universität München, München, Allemagne, 2004.
- [ANR08] P. APKARIAN, D. NOLL et A. RONDEPIERRE : Mixed H_2/H_∞ control via nonsmooth optimization. *SIAM Journal Control Optimization*, 47:1516 – 1546, 2008.
- [ARP05] M. S. ARUMUGAM, M.V.C. RAO et R. PALANIAPPAN : New hybrid genetic operators for real coded genetic algorithm to compute optimal control of a class of hybrid systems. *Applied Soft Computing*, 6(1):38 – 52, 2005.
- [Avr76] M. AVRIEL : *Nonlinear programming : analysis and methods*. Prentice-Hall series in automatic computation. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1976.
- [Bak85] J. E. BAKER : Adaptive selection methods for genetic algorithms. In *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*, pages 101–111, Hillsdale, NJ, USA, 1985. L. Erlbaum Associates Inc.
- [BAN07] V. BOMPART, P. APKARIAN et D. NOLL : Non-smooth techniques for stabilizing linear systems. pages 1245–1250, 2007.
- [Bau12] V. BAUDOUÏ : *Optimisation robuste multiobjectifs par modèles de substitution*. Thèse de doctorat, ISAE - Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, Toulouse, France, 2012.

- [Ben02] M. R. BENJAMIN : *Interval Programming : A Multi-Objective Optimization Model for Autonomous Vehicle Control*. Thèse de doctorat, Brown University, Providence, USA, 2002.
- [Ben07] A. BENLATRECHE : *Contribution à la commande robuste H_∞ de systèmes à grande échelle d'enroulement de bandes flexibles*. Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, Strasbourg, France, 2007.
- [BHLO06] J. V. BURKE, D. HENRION, A. S. LEWIS et M. L. OVERTON : Hifoo - A Matlab package for fixed-order controller design and H_∞ optimization. *In 5th IFAC Symposium on Robust Control Design*, Toulouse, France, 2006.
- [BKO08] A. BENLATRECHE, D. KNITTEL et E. OSTERTAG : Robust decentralised control strategies for large-scale web handling systems. *Control Engineering Practice*, 16(6): 736 – 750, 2008.
- [BOK06] A. BENLATRECHE, E. OSTERTAG et D. KNITTEL : H_∞ -feedback decentralized control by BMI optimization for large scale web handling systems. *In American Control Conference*, pages 619 –625, Minneapolis, USA., june 2006.
- [Bom07] V. BOMPART : *Optimisation non lisse pour la commande des systèmes de l'Aéronautique*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 2007.
- [BP82] L.C. BO et D. PAVELESCU : The friction-speed relation and its influence on the critical velocity of stick-slip motion. *Wear*, 82(3):277 – 289, 1982.
- [Bra71] G. BRANDENBURG : *Über das dynamische Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei Kraftübertragung durch Coulomb'sche Reibung in einem System angetriebener, umschlungener Walzen*. Thèse de doctorat, Université de Munich, Munich, Allemagne, 1971.
- [Bra73] G. BRANDENBOURG : Ein mathematisches modell für eine durchlaufende elastische stoffbahn in einem system angetriebener, umschlungener walzen. *Regelungstechnik und Prozess-Datenverarbeitung*, 3:69–162, 1973.
- [Bri81] A. BRINDLE : *Genetic Algorithms for Function Optimization*. Phd thesis, University of Alberta, 1981.
- [BWS96] R.W. BEAVEN, M.T. WRIGHT et D.R. SEAWARD : Weighting function selection in the H_∞ design process. *Control Engineering Practice*, 4(5):625 – 633, 1996.
- [CCC99] C. A. COELLO COELLO et A. D. CHRISTIANSEN : Moses : A multiobjective optimization tool for engineering design. *Engineering Optimization*, 31(3):337–368, 1999.
- [CCK05] F. CLAVEAU, P. CHEVREL et D. KNITTEL : A two degrees of freedom H_2 controller design methodology for multi-motors web handling system. *In American Control Conference*, Portland, Oregon, USA, 2005.
- [CCK08] F. CLAVEAU, P. CHEVREL et D. KNITTEL : A two degrees of freedom gain scheduled controller design methodology for a multi-motors web transport systems. *Control Engineering Practice*, 16:609–622, 2008.
- [Cla83] F. H. CLARKE : *Optimization and nonsmooth analysis*. Canadian Math. Soc. Series, New York, 1983.
- [CLBR⁺09] P. COLLET, P. LEGRAND, C. BOURGEOIS-RÉPUBLIQUE, V. PÉAN et B. FRACHET : *Optimization in Signal and Image Processing*, volume ISBN : 9781848210448 de

- iSTE*, chapitre Using Interactive Evolutionary Algorithms to Help Fit Cochlear Implants, pages 329–354. John Wiley and Sons, 2009.
- [Col11] A. COLLIGNAN : *Méthode d'optimisation et d'aide à la décision en conception mécanique : application à une structure aéronautique*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux, France, 2011.
- [CRC11] A. CLARICH, R. RUSSO et M. CARRIGLIO : Multi-objective optimization with modefrontier interfaces for ansa and metapost. *In 4th ANSA & μ ETA International Conference*, Thessaloniki, Greece, 2011.
- [CS02] Y. COLLETTE et P. SIARRY : *Optimisation multiobjectif*. Eyrolles édition, 2002.
- [DA94] K. DEB et S. AGRAWAL : Simulated binary crossover for continuous search space. Rapport technique, Département de Mechanical Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur, India, 1994.
- [DA99] K. DEB et S. AGRAWAL : A niched-penalty approach for constraint handling in genetic algorithms. *In Artificial neural nets and genetic algorithms : proceedings of the international conference in Portorož, Slovenia, 1999*, page 235. Springer Verlag Wien, 1999.
- [Dan55] G. B. DANTZIG : Linear programming under uncertainty. *Management Science*, 1(12 Supplement):197–206, décembre 1955.
- [DAPM00] K. DEB, S. AGRAWAL, A. PRATAP et T. MEYARIVAN : A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : Nsga-ii. pages 849–858. Springer, 2000.
- [Dar59] C. DARWIN : *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*. Murray, London, 1859.
- [Ded06] J. P. DEDIEU : *Points fixes, zéros et la méthode de Newton*. 2006.
- [DF99] G. DUC et S. FONT : *Commande H_∞ et μ -analyse*. Hermes, 1999.
- [DG01] K. DEB et T. GOEL : Controlled elitist non-dominated sorting genetic algorithms for better convergence. pages 849–858. Springer, 2001.
- [DGKF89] J. C. DOYLE, K. GLOVER, P. P. KHARGONEKAR et B. A. FRANCIS : State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8):831–847, août 1989.
- [Dor92] M. DORIGO : *Optimization, learning and natural algorithms (in Italian)*. Thèse de doctorat, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [DS96] J. E. DENNIS, Jr. et Robert B. SCHNABEL : *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations (Classics in Applied Mathematics, 16)*. Soc for Industrial & Applied Math, 1996.
- [Duc07] F. DUCHAINE : *Optimisation de Forme Multi-Objectif sur Machines Parallèles avec Méta-Modèles et Coupleurs. Application aux Chambres de Combustion Aéronautiques*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique, Toulouse, 2007.
- [FAC⁺99] G. FERRERES, D. ALAZARD, Cumer C., P. APKARIAN et M. GAUVRIT : *Robustesse et commande optimale*. Cépaduès-éd. DL, Toulouse, 1999. Cet ouvrage constitue le support d'un enseignement dispensé à Supaéro.
- [Far02] M. FARINA : A neural network based generalized response surface multiobjective evolutionary algorithm. *In Evolutionary Computation. CEC '02*, volume 1, pages 956–961, 2002.

- [FF93] C. M. FONSECA et P. J. FLEMING : Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization : Formulation, Discussion and Generalization. *In Genetic Algorithms : Proceedings of the Fifth International Conference*, pages 416–423, 1993.
- [FK12] J. FRECHARD et D. KNITTEL : Advanced optimization of industrial large-scale roll-to-roll systems under parametric uncertainties. *In ASME Biennial Conference On Engineering Systems Design And Analysis*, Nantes, France, 2012.
- [FK13a] J. FRECHARD et D. KNITTEL : Drive requirements for elastic web roll-to-roll systems. *Mechanism and Machine Theory*, 66(0):14 – 31, 2013.
- [FK13b] J. FRECHARD et D. KNITTEL : Synthèse de commande H_∞ par approche évolutionnaire de systèmes d'entraînement de bandes à paramètres incertains. *In 5^{ème} journées Nationales MACS*, Strasbourg, France, 2013.
- [FKR12] J. FRECHARD, D. KNITTEL et J. RENAUD : New robust controller synthesis optimization methodology under six sigma constraint. *In International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, pages 244–249, Rome, Italy, 2012.
- [FWB94] K.T. FANG, Y. WANG et M. BENTLER : Some applications of number-theoretic methods in statistics. *Journal of statistical science*, 9:416–428, 1994.
- [GAC94] P. GAHINET, P. APKARIAN et M. CHILALI : Affine parameter-dependent Lyapunov functions for real parametric uncertainty. *In IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, 1994.
- [Gah94] P. GAHINET : Explicit controller formulas for LMI-based H_∞ synthesis. *In American Control Conference*, volume 3, pages 2396–2400, 1994.
- [Gas11] V. GASSMANN : *Commande décentralisée robuste de systèmes d'entraînement de bandes à élasticité variable*. Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, Strasbourg, France, 2011.
- [GHMO09] S. GUMUSSOY, D. HENRION, M. MILLSTONE et M.L. OVERTON : Multiobjective robust control with HIFOO 2.0. *In 5th IFAC Symposium on Robust Control Design*, Haifa, Israel, 2009.
- [GK11] V. GASSMANN et D. KNITTEL : Robust PI-LPV tension control with elasticity observer for roll-to-roll systems. *In 18th IFAC world congress*, Milano, Italy, 2011.
- [GKPB11] V. GASSMANN, D. KNITTEL, P. R. PAGILLA et M.-A. BUENO : Fixed-order tension control in the unwinding section of a web handling system using a pendulum dancer. *Control Systems Technology, IEEE Trans. on*, PP(99):1–8, 2011.
- [GL95] M. GREEN et D. J. N. LIMEBEER : *Linear robust control*. Prentice hall édition, 1995.
- [Glo90] F. GLOVER : Tabu search : A tutorial. *Interfaces*, 20:74–94, 1990.
- [Gol89] David E. GOLDBERG : *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1st édition, 1989.
- [Gra53] F. GRAY : Pulse code communication, mars 1953.
- [Gro06] O. GRODZEVICH, O. and Romanko : Normalization and other topics in multi-objective optimization. *In Canadian Industrial Problem Solving Workshops, FM-IPSW*, Toronto, Canada, 2006.

- [Gué10] B. GUÉDAS : *Proposition de compromis pour le calcul de solutions préférées à l'aide d'un algorithme évolutionnaire multiobjectif en optimisation multidisciplinaire*. Thèse de doctorat, Ecole centrale de Nantes, 2010.
- [Ham09] M. HAMDAOUI : *Optimisation multicritères de l'efficacité propulsive de mini-drônes biomimétique à ailes battantes par algorithmes évolutionnaires*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2009.
- [HJ61] Robert HOOKE et T. A. JEEVES : Direct search solution of numerical and statistical problems. *J. ACM*, 8(2):212–229, avril 1961.
- [Hol92] J. H. HOLLAND : *Adaptation in Natural and Artificial Systems : An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. MIT Press, 1992.
- [Hor85] Jeff HOREN : Linear programming, by katta g. murty, john wiley & sons, new york, 1983, 482 pp. *Networks*, 15(2):273–274, 1985.
- [IS94] T. IWASAKI et R. E. SKELTON : All controllers for the general H_∞ control problem : LMI existence conditions and state space formulas. *Automatica*, 30(8):1307–1317, 1994.
- [JB05] Y. JIN et J. BRANKE : Evolutionary optimization in uncertain environments a survey. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 9(3):303 – 317, june 2005.
- [JMD90] M. E. JOHNSON, Moore L. M. et Ylvisaker D. : Minimax and maximin distance designs. *Journal of statistical planning and inference*, 26:131–148, 1990.
- [KAVP06] D. KNITTEL, A. ARBOGAST, M. VEDRINES et P. PAGILLA : Decentralized robust control strategies with model based feedforward for elasticwebwinding systems. *In American Control Conference, 2006*, pages 1968 –1975, june 2006.
- [KE95] J. KENNEDY et R. EBERHART : Particle swarm optimization. *In Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, volume 4, pages 1942 –1948 vol.4, 1995.
- [Kes61] G. KESSLER : Das zeitliche verhalten einer kontinuierlichen elastischen bahn zwischen zwei aufeinanderfolgenden walzenpaaren. *Regelungstechnik*, 9:154–159, 1961.
- [KFB⁺04] D. KNITTEL, L. FEDERLIN, M. BOUTAOUS, P. BOURGIN, M. LOESCH et B. MULLER : Modeling and tension control of an industrial winder with dancer mechanism. *In IFAC Symposium MMM*, pages 251–256, Nancy, France, 2004.
- [KfV10] D. KNITTEL, J. FRECHARD et M. VEDRINES : Multi-objective optimization for manufacturing process design : application in roll-to-roll systems. *In Third International Conference on Multidisciplinary Design Optimization and Applications*, Paris, France, 2010.
- [KGV83] S. KIRKPATRICK, C. D. GELATT et M. P. VECCHI : Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680, 1983.
- [Kha78] V. L. KHARITONOV : Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations. *Differentsialnye uravneniya*, pages 2086–2088, 1978.
- [KHMV07] D. KNITTEL, D. HENRION, M. MILLSTONE et M. VEDRINES : Fixed-order and structure H_∞ control with model based feedforward for elastic web winding systems. *In IFAC Symposium on Large Scale Systems*, Gdansk, Pologne, 2007.

- [KK12] D. KUHM et D. KNITTEL : New mathematical modelling and simulation of an industrial accumulator for elastic webs. *Applied Mathematical Modelling*, 36(9):4341 – 4355, 2012.
- [KKB09] D. KUHM, D. KNITTEL et M.-A. BUENO : Modelling and robust control of an industrial accumulator in roll to roll systems. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 1645 –1650, nov. 2009.
- [KKB12] D. KUHM, D. KNITTEL et M.-A. BUENO : Robust control strategies for an electric motor driven accumulator with elastic webs. *ISA Trans.*, 51:732–742, 2012.
- [KKdMA02] H. KOC, D. KNITTEL, M. de MATHELIN et G. ABBA : Modeling and robust control of winding systems for elastic webs. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 10(2):197 –208, mar 2002.
- [KKR12] D. KNITTEL, D. KUHM et J. RENAUD : Multidisciplinary design optimization of an accumulator for a large elasticity range of flexible webs. *Int. J. Simul. Multidisci. Des. Optim.*, 4:171–178, 2012.
- [Kla12] C. KLASSEN : Drive response requirements for web handling. In *AIMCAL Web handling conference*, Prague, Czech Republic, 2012.
- [KLGK03] D. KNITTEL, E. LAROCHE, D. GIGAN et H. KOC : Tension control for winding systems with two-degrees-of-freedom H_∞ controllers. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 39(1):113–120, 2003.
- [Kni03] D. KNITTEL : *Contribution à la modélisation et à la commande robuste de systèmes d'entraînement de bandes flexibles*. Habilitation à diriger des recherches, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2003.
- [Koç00] H. KOÇ : *Modélisation et commande robuste d'un système d'entraînement de bande flexible*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2000.
- [Koz92] R. J. KOZA : *Genetic Programming : on the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. Cambridge, USA, MIT Press édition, 1992.
- [Kwa93] H. KWAKERNAAK : Robust control and H_∞ -optimization—tutorial paper. *Automatica*, 29(2):255–273, 1993.
- [KYG04] P.N. KOCH, R.-J. YANG et L. GU : Design for six sigma through robust optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26:235–248, 2004.
- [Lan05] Alexander LANZON : Weight optimisation in loop-shaping. *Automatica*, 41(7):1201 – 1208, 2005.
- [Lau08] J. LAURENCEAU : *Surfaces de réponse par krigeage pour l'optimisation de formes aérodynamiques*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 2008.
- [LC98] J. LEMAITRE et J.-L. CHABOCHE : *Mécaniques des matériaux solides*. Dunod, paris édition, 1998.
- [Li10] Y. LI : Simulation-based evolutionary method in antenna design optimization. *Mathematical and Computer Modelling*, 51(78):944 – 955, 2010.
- [Lie09] A. LIEFOOGHE : *Métaheuristiques pour l'optimisation multiobjectif*. Thèse de doctorat, Université Lille 1, 2009.
- [Lov08] A. LOVISON : Uncertainty quantification in modeFRONTIER : Monte carlo, latin hypercube sampling and polynomial chaos. Rapport technique, ESTECO, 2008.

- [LP01] K. H. LEE et G. J. PARK : Robust optimization considering tolerances of design variables. *Computers and Structures*, 79(1):77 – 86, 2001.
- [LSW91] P. LUNDSTRÖM, S. SKOGESTAG et Z. WANG : Performance weight selection for h-infinity and mu-control methods. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 13:241–252, 1991.
- [LT02] R. M. LEWIS et V. TORCZON : A globally convergent augmented lagrangian pattern search algorithm for optimization with general constraints and simple bounds. *SIAM Journal on Optimization*, 12:1075–1089, 2002.
- [MA11] F. MAHAR et S.S.A. ALI : Simulated annealing based fixed order controller design and system simulations. In *Computer Applications and Industrial Electronics (ICCAIE), 2011 IEEE International Conference on*, pages 178 –183, dec. 2011.
- [MAHB11] F. MAHAR, S.A. ALI, A. HUSSAIN et Z. BHUTTO : Ant colony optimization based fixed order controller design and system simulations international conference on control, automation and systems (iccas 2011). In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on*, pages 1369 –1372, oct. 2011.
- [Mav09] G. MAVROTAS : Effective implementation of the ϵ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 213(2):455 – 465, 2009.
- [MBC79] M. D. MCKAY, R. J. BECKMAN et W. J. CONOVER : A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21:239–245, 1979.
- [MERL10] K. MIETTINEN, P. ESKELINEN, F. RUIZ et M. LUQUE : NAUTILUS method : An interactive technique in multiobjective optimization based on the nadir point. *European Journal of Operational Research*, 206(2):426–434, 2010.
- [MFK13] Y. MARTZ, J. FRECHARD et D. KNITTEL : Advanced motion control design for longitudinal web dynamics in roll-to-roll systems : velocity or position control? In *ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences*, Portland, USA, August 2013.
- [Mie99] K. MIETTINEN : *Nonlinear Multiobjective Optimization*, volume 12 de *International Series in Operations Research and Management Science*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.
- [MIYM03] A. MESSAC, A. ISMAIL-YAHAYA et C.A. MATTSON : The normalized normal constraint method for generating the pareto frontier. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 25:86–98, 2003.
- [MJC91] B. MITRA, S. JHA et P.P. CHOUDHURI : A simulated annealing based state assignment approach for control synthesis. In *VLSI Design, 1991. Proceedings., Fourth CSI/IEEE International Symposium on*, pages 45 –50, jan 1991.
- [MKQ⁺12] O. MAITRE, F. KRÜGER, S. QUERRY, N. LACHICHE et P. COLLET : Easaa : Specification and execution of evolutionary algorithms on gpgpu. *Soft Computing - A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 16(2):261–279, Feb 2012. Special issue on Evolutionary Computation on General Purpose Graphics Processing Units.
- [MKSS13a] Ichiro MARUTA, Tae-Hyoung KIM, Dongho SONG et Toshiharu SUGIE : Synthesis of fixed-structure robust controllers using a constrained particle swarm optimizer

- with cyclic neighborhood topology. *Expert Systems with Applications*, 40(9):3595 – 3605, 2013.
- [MKSS13b] Ichiro MARUTA, Tae-Hyoung KIM, Dongho SONG et Toshiharu SUGIE : Synthesis of fixed-structure robust controllers using a constrained particle swarm optimizer with cyclic neighborhood topology. *Expert Systems with Applications*, 40(9):3595 – 3605, 2013.
- [MMAC09] Raymond H. MYERS, Douglas C. MONTGOMERY et Christine M. ANDERSON-COOK : *Response Surface Methodology : Process and Product Optimization Using Designed Experiments (Wiley Series in Probability and Statistics)*. Wiley, 3 édition, janvier 2009.
- [MQLC10] O. MAITRE, S. QUERRY, N. LACHICHE et P. COLLET : Easlea parallelization of tree-based genetic programming. In *Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on*, pages 1–8, 2010.
- [MRR⁺53] N. METROPOLIS, A. W. ROSENBLUTH, M. N. ROSENBLUTH, A. H. TELLER et E. TELLER : Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6):1087–1092, 1953.
- [MU49] N. METROPOLIS et S. M. ULAM : The monte carlo method. *Journal of American Statistical Association*, 44:335–341, 1949.
- [MVZ95] J. M. MULVEY, R. J. VANDERBEI et S. A. ZENIOS : Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, 43(2):pp. 264–281, 1995.
- [MYF12] I. MIRZAL, S. YOSHII et M. FURUKAWA : PID parameters optimization by using genetic algorithm. *CoRR*, abs/1204.0885, 2012.
- [Naz09] J. L. NAZARETH : Conjugate gradient method. *Wiley Interdisciplinary Reviews : Computational Statistics*, 1(3):348–353, 2009.
- [Neu91] A. NEUMAIER : *Interval Methods for Systems of Equations (Encyclopedia of Mathematics and its Applications)*. Cambridge University Press, janvier 1991.
- [OHM06] R. ORSI, U. HELMKE et J. B. MOORE : A Newton-like method for solving rank constrained linear matrix inequalities. *Automatica*, 42(11):1875–1882, 2006.
- [OSTH00] S. OBAYASHI, D. SASAKI, Y. TAKEGUCHI et N. HIROSE : Multiobjective evolutionary computation for supersonic wing-shape optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 4(2):182 –187, jul 2000.
- [Oth98] I. OTHMANI : *Optimisation multicritère : fondements et concepts*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1998.
- [PCGO10] Sumeet PARASHAR, Alberto CLARICH, Paolo GEREMIA et Asahiko OTANI : Reverse multi-objective robust design optimization (r-mordo) using chaos collocation based robustness quantification for engine calibration. In *Multidisciplinary Analysis Optimization Conferences*, pages –. American Institute of Aeronautics and Astronautics, septembre 2010.
- [PDZP03] P.R. PAGILLA, R.V. DWIVEDULA, Y. ZHU et L.P. PERERA : Periodic tension disturbance attenuation in web process lines using active dancers. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 125(3):361–371, 2003.
- [PFW05] A. POPOV, A. FARAG et H. WERNER : Tuning of a PID controller using a multi-objective optimization technique applied to a neutralization plant. In *Decision and*

- Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pages 7139–7143, décembre 2005.
- [PP97] C. POLONI et V. PEDIRODA : GA coupled with computationally expensive simulations : tools to improve efficiency. *In Genetic Algorithms and Evolution Strategies in Engineering and Computer Science*, England, 1997. John Wiley and Sons.
- [PSD03] P.R. PAGILLA, I. SINGH et R.V. DWIVEDULA : A study on control of accumulators in web processing lines. *In American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, volume 5, pages 3684 – 3689, june 2003.
- [PSD07] P. R. PAGILLA, N. B. SIRASKAR et R. V. DWIVEDULA : Decentralized control of web processing lines. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 15(1):106–117, jan. 2007.
- [Ros60] H. H. ROSENBROCK : An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function. *The Computer Journal*, 3(3):175–184, janvier 1960.
- [RT09] Jagu S. RAO et R. TIWARI : Design optimization of double-acting hybrid magnetic thrust bearings with control integration using multi-objective evolutionary algorithms. *Mechatronics*, 19(6):945 – 964, 2009.
- [SAAN11] A.M. SIMOES, P. APKARIAN, D. ALAZARD et D. NOLL : Lateral flight control design for a highly flexible aircraft using nonsmooth optimization. *Aerospace Science and Technology*, 15(4):314 – 322, 2011.
- [SABS11] S. SIVANANAITHAPERUMAL, S. Miruna Joe AMALI, S. BASKAR et P.N. SUGANTHAN : Constrained self-adaptive differential evolution based design of robust optimal fixed structure controller. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(6):1084 – 1093, 2011.
- [SAN09] A.M. SIMOES, P. APKARIAN et D. NOLL : Nonsmooth multi-objective synthesis with applications. *Control Engineering Practice*, 17(11):1338 – 1348, 2009.
- [San12] G. SANDOU : *Contribution au développement de méthodologies pour l'automatique fondées sur l'optimisation*. Habilitation à diriger des recherches, Supélec, Paris, 2012.
- [Sas02] M. J. SASENA : *Flexibility and Efficiency Enhancements for Constrained Global Design Optimization with Kriging Approximations*. Thèse de doctorat, University of Michigan, 2002.
- [SC10] X. SONG et C. CHEN : Mixed H_2/H_∞ state feedback controllers of EPS system based on genetic algorithm. *In Intelligent System Design and Engineering Application (ISDEA), 2010 International Conference on*, volume 1, pages 940 –944, oct. 2010.
- [Sch85] J. D. SCHAFFER : Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. *In Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*, pages 93–100, Hillsdale, NJ, USA, 1985. L. Erlbaum Associates Inc.
- [SCL90] M. G. SAFONOV, R. Y. CHIANG et D. J. N. LIMEBEER : Optimal Hankel model reduction for nonminimal systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(4):496–502, 1990.
- [SD94] N. SRINIVAS et K. DEB : Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2:221–248, 1994.

- [SF07] Oyama A. SHIMOYAMA, K. et K. FUJII : Multi-objective six sigma approach applied to robust airfoil design for mars airplane. In *48th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Hawaii, 2007.
- [Shi91] K. H. SHIN : *Distributed control of the tension in multi-span web transport systems*. Thèse de doctorat, Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, 1991.
- [Shi00] K.H. SHIN : *Tension control*. Tappi Press edition, 2000.
- [So09] A. M. SIMÕES : *Synthèse de compensateurs structurés par l'optimisation non lisse*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2009.
- [Sob67] I.M. SOBOL'S : On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integral. *USSR Computational Math. and Math. Phys.*, 7:86–112, 1967.
- [SOF05] K. SHIMOYAMA, A. OYAMA et K. FUJII : A new efficient and useful robust optimization approach - design for multi-objective six sigma. In *Evolutionary Computation, 2005. The 2005 IEEE Congress on*, volume 1, pages 950 –957 Vol.1, sept. 2005.
- [SP05] S. SKOGESTAG et T. POSTLETHWAITE : *Multivariable feedback control – Analysis and design*. Wiley, (1996 ; 2005).
- [SS05] I. SEKAJ et M. SRAMEK : Robust controller design based on genetic algorithms and system simulation. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pages 6881 – 6886, dec. 2005.
- [SSP⁺09] A.M. SIMOES, D.C. SAVELLI, P.C. PELLANDA, N. MARTINS et P. APKARIAN : Robust design of a tesc oscillation damping controller in a weak 500-kv interconnection considering multiple power flow scenarios and external disturbances. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 24(1):226 –236, feb. 2009.
- [SSV⁺04] E. S. SIAH, M. SASENA, J.L. VOLAKIS, P.Y. PAPALAMBROS et R.W. WIESE : Fast parameter optimization of large-scale electromagnetic objects using direct with kriging metamodeling. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 52(1):276–285, 2004.
- [Sys89] G. SYSWERDA : Uniform crossover in genetic algorithms. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*, pages 2–9, San Francisco, CA, USA, 1989. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [Ten01] G. TENNANT : *Six sigma : SPC and TQM in Manufacturing and Services*. Gower Publishing, 2001.
- [TL10] R. TOSCANO et P. LYONNET : Robust static output feedback controller synthesis using kharitonov's theorem and evolutionary algorithms. *Inf. Sci.*, 180(10):2023–2028, mai 2010.
- [VK05] M. VEDRINES et D. KNITTEL : An improved friction sliding model for web handling systems. Application to the controller parametrization. In *IFAC World Congress*, volume 16, pages 1714–1714, Czech Republic, 2005.
- [VK07] M. VEDRINES et D. KNITTEL : Design optimization using genetic algorithms of web handling systems, the case of the pendulum dancer mechanism. In *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Seattle, Washington, USA, 2007.
- [WH12] WANG et HUI : Comparison of several intelligent algorithms for solving tsp problem in industrial engineering. *Systems Engineering Procedia*, 4:226 – 235, 2012.

- [Whi89] D. WHITLEY : The genitor algorithm and selection pressure : Why rank-based allocation of reproductive trials is best. *In Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, pages 116–121. Morgan Kaufmann, 1989.
- [Wie38] N. WIENER : The Homogeneous Chaos. *American Journal of Mathematics*, 60(4): 897–936, 1938.
- [WM06] X. WANG et Z. MAO : A recursive quadratic programming approach to multiuser detection for mc-cdma system with m-qam. *In Electrical and Computer Engineering, 2006. CCECE '06. Canadian Conference on*, pages 468–471, 2006.
- [Wol76] W. WOLFERMANN : *Mathematischer Zusammenhang zwischen Bahnzugkraft und inneren Spannungen beim Wickeln von elastischen Stoffbahnen*. Thèse de doctorat, Université de Munich, Munich, Allemagne, 1976.
- [Wol95] W. WOLFERMANN : Tension control of webs. A review of the problems and solutions in the present and future. *In International Conference on Web Handling*, pages 198–229, Oklaoma, USA, 1995.
- [WPW08] Y. B. WANG, X. PENG et B. Z. WEI : A new particle swarm optimization based auto-tuning of pid controller. *In Machine Learning and Cybernetics, 2008 International Conference on*, volume 4, pages 1818 –1823, july 2008.
- [YZW12] Z. YAN, G. ZHANG et J. WANG : Infinite horizon H_2/H_∞ control for descriptor systems : Nash game approach. *Control Theory and Application*, 10:159–165, 2012.
- [ZCZ06] W. ZHU, J. CHEN et B. ZHU : Optimal design of fuzzy controller based on ant colony algorithms. *In Mechatronics and Automation, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on*, pages 1603 –1607, june 2006.



Jonathan FRECHARD



Systèmes d'entraînement de bandes flexibles : optimisation multicritère des performances dynamiques par approche évolutionnaire

Résumé

La conception des systèmes d'entraînement de bande est étudiée depuis de nombreuses années. Ces systèmes sont très répandus dans l'industrie puisque le conditionnement sous forme de bobines simplifie le traitement de nombreux matériaux tels que le papier, le carton, les polymères, ... Ces systèmes regroupent un grand nombre de difficultés : ils sont de grande dimension, un fort couplage existe entre les grandeurs et de nombreux paramètres varient au cours du temps. La méthode d'optimisation classique consiste à considérer chaque partie du système sans tenir compte des autres. De plus, au sein d'un même sous-ensemble, l'optimisation est réalisée discipline par discipline. Une nouvelle approche est proposée et appliquée à la synthèse de la commande : il s'agit de considérer le système global en prenant en compte la robustesse paramétrique. Ensuite, le choix optimal du tracteur maître et de la technologie d'asservissement de la tension de bane associée sont étudiées.

Mots clés : Optimisation multicritère, conception de système mécatronique, approche évolutionnaire, commande d'ordre et de structure fixes, commande H infini

Abstract

The design of roll-to-roll systems is studied for several years. This kind of system is very common in industry because the wound roll packaging simplify the treatment of material such as paper, cardboard, polymers, metal ... The studied systems have a high number of difficulties: they are large-scale systems, a high coupling between physical values exists and several parameters are time dependent. The classical optimisation method consists in considering separately each subsystem without taking into account interactions. Moreover, the classical optimisation is made for each scientific field. A new approach is developed and applied to controller synthesis: the controllers are synthesized considering the global system with parametric uncertainties. The optimal choice of the master roller position and the technology used to control web tension are then studied.

Keywords : Multicriteria optimisation, design of mechatronic systems, evolutionary approaches, fixed order and structure control, H infinity control