UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

ÉCOLE DOCTORALE MSII ED 269

IRMA

THÈSE présentée par:

Gatien RICOTIER

soutenue le : **15 décembre 2021**

pour obtenir le grade de: **Docteur de l'université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité: Mathématiques

Projets collectifs et personnels autour de Bourbaki dans les années 1930 à 1950

THÈSE dirigée par :

M. SCHAPPACHER Norbert	Professeur, université de Strasbourg

RAPPORTEURS :

M. AUBIN David	Professeur, Sorbonne Université
Mme. GISPERT Hélène	Professeure, université Paris-Saclay

AUTRES MEMBRES DU JURY :

M. BRECHENMANCHER Frédéric	Professeur, École Polytechnique
M. GASBARRI Carlo	Professeur, université de Strasbourg
Mme. GOLDSTEIN Catherine	Directrice de recherches, Sorbonne Université
M. KRÖMER Ralf	Professeur, Bergische Universität Wuppertal

À ma famille.

Résumé

Cette thèse contient des analyses d'interactions entre des projets personnels et collectifs, autour du groupe Bourbaki, entre les années 1930 et 1950. La période délimitée comprend l'arrivée sur le marché de l'emploi universitaire de personnes qui vont être proches du groupe Bourbaki, jusqu'à l'explosion des publications et des participants au projet, après la guerre. Deux axes d'étude sont présentés. Le premier, sur l'environnement scientifique et le cadre de vie d'Henri Cartan et d'André Weil, a pour objet de montrer des interactions entre les carrières des membres de Bourbaki et leurs activités collectives dans le cadre de ce projet. Le second est une étude centrée sur l'enseignement du calcul différentiel et intégral par Henri Cartan entre 1931 et 1940, à partir de ses cahiers de brouillon. Ces deux axes révèlent l'interdépendance de projets personnels et collectifs autour de Bourbaki, ainsi que le début de l'évolution de ce projet dans la scène mathématique et académique.

Remerciements

Ce manuscrit est la consécration d'un travail de longue haleine. En ayant suivi un cursus scolaire exclusivement mathématique, je n'ai pas vraiment imaginé m'orienter vers l'histoire des mathématiques avant la fin du premier semestre de mon master 2. Avec la plupart de mes camarades de promotion, nous sommes allés à une école d'hiver *Nonlinear Function Spaces in Mathematics and Physical Sciences*, à Lyon, et j'ai eu une révélation lors d'un exposé d'Augusto Ponce. À la suite de sa présentation sur les différentes contributions autour des espaces de Sobolev sur les variétés et, en particulier, des interactions entres les orateurs de cette école d'hiver et leurs travaux, je me suis soudainement rendu compte que je voulais comprendre comment cette science progresse plutôt que de participer directement à son avancement.

J'ai rapidement contacté Norbert Schappacher et, dans la continuité de notre premier rendez-vous, il m'a très rapidement orienté vers un sujet que j'ai directement voulu approfondir : l'évolution du premier livre sur l'intégration de Bourbaki. Satisfaits de notre première collaboration et conscients qu'il était nécessaire d'aller encore plus loin, nous avons alors formulé un projet de thèse ambitieux. Grâce au soutien financier de la Région Grand Est, j'ai pu me consacrer à ce travail à partir d'octobre 2017.

Norbert m'a introduit dans une belle communauté. Il m'a non seulement incité à participer à la très intéressante *Novembertagung*, qui est une conférence organisée par et pour les jeunes chercheurs, mais il m'a également fait découvrir des problématiques, des travaux, des sujets et, surtout, des personnes passionnantes, comme les membres de mon jury ! Combiné à son attrait des bonnes et belles choses, ses connaissances, sa curiosité, sa disponibilité et ses tenues vives et joyeuses, j'ai passé des années agréables et stimulantes à ses côtés. Grâce à Norbert, j'ai profité de conditions exceptionnelles pour me plonger dans l'histoire des mathématiques : je lui en suis infiniment et sincèrement reconnaissant.

J'ai l'immense honneur d'avoir un jury que je tiens en grande estime scientifique et humaine. J'ai découvert l'histoire des mathématiques et ai approfondi mes connaissances dans ce domaine grâce à leurs travaux ; je m'en suis également inspiré et les ai utilisés tout au long de mon travail. Nos discussions ont été captivantes, rassurantes et sources de nombreuses réflexions. Je remercie sincèrement David Aubin et Hélène Gispert d'avoir accepté de rapporter ma thèse, ainsi que Frédéric Brechenmacher, Carlo Gasbarri, Catherine Goldstein et Ralf Krömer de faire partie de mon jury.

Mon travail n'aurait pas été possible sans les premiers apports fondamentaux de Liliane Beaulieu et Michèle Audin. À travers leurs premiers traitements des archives autour du projet Bourbaki et de l'inauguration de recherches profondes et sérieuses autour de ce groupe de mathématiciens, elles m'ont permis d'appréhender plus facilement une extraordinaire quantité d'archives et, surtout, d'avoir une base solide pour pouvoir participer à l'analyse de l'histoire

de Bourbaki et de ses membres. J'ai essayé, avec ma modeste contribution, de m'inscrire dans la continuité de leurs travaux.

Dès le début de ma thèse, j'ai eu la chance de rencontrer Christophe Eckes. Nos discussions autour de Bourbaki et notre travail autour de la refonte du site des archives Bourbaki m'ont énormément apporté. Christophe m'a particulièrement aidé à mieux exprimer mes idées et cette thèse lui doit beaucoup. Je remercie également les différentes personnes des archives Henri Poincaré avec qui j'ai eu l'occasion d'échanger et, de manière générale, les nombreux chercheurs que j'ai croisés à différentes occasions.

Les aspects administratifs sont généralement peu visibles dans un manuscrit de thèse ; ils représentent cependant un aspect non négligeable du travail entrepris, en particulier en histoire des mathématiques. J'ai toujours été agréablement accueilli et accompagné par le personnel de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. La simplicité et l'efficacité de Jessica Maurer-Spoerk a rendu de nombreux aspects administratifs moins moroses, notamment pour l'organisation de la *Novembertagung* à Strasbourg. Je tiens à remercier également Delphine Schmitt, Delphine Karleskind, Pascale Igot, Christine Disdier, Grégory Thureau, Marounia Schmitt et Nathalie Kostmann. Je remercie aussi les deux directeurs successifs de l'IRMA, Yann Bugeaud et Philippe Helluy, pour leur soutien dans l'organisation de la *Novembertagung*.

Ma thèse m'a amené à entreprendre des recherches à divers endroits dont le personnel mérite également d'être remercié pour leur accueil et leur disponibilité. Je pense en particulier aux archives départementales du Bas-Rhin, aux archives départementales du Puy-de-Dôme [1], aux Archives nationales, à Cédric Dameron de la bibliothèque de Sorbonne Université section Mathématiques Informatique Recherche, à Henri Duvillard de la bibliothèque de l'Institut Henri-Poincaré [2] et à Charles-Éloi Vial de la Bibliothèque nationale de France.

Je souhaite remercier infiniment toute ma famille et ma belle-famille pour leur soutien inconditionnel. Ils m'ont toujours encouragé et aidé dans tout ce que j'ai entrepris.

De la maternelle au doctorat, à la SNSM ou au Genepi, j'ai rencontré des personnes incroyables qui m'ont hébergé, motivé ou qui ont su me détourner de mon travail quand j'en avais besoin [3]. Je remercie en particulier : Maxime, Thibault, Antoine, Émile, Florent, Mathilde, Pierre, Paul, Grégoire, Mathilde, Jules, Léo, Maxime, Thomas, Alexandre, Alice, Philippe, Kévin, William, Matthieu, Ervin, Bayard, Gladys, Claire, Camille, Arthur, Guillaume, Frédéric, Gabrielle, David, Léa [4], Antoine, Nicolas, Viet-Cuong, Pierre-Alexandre et Martin. En plus d'excellentes conditions de travail au sein de l'IRMA, j'ai eu la chance d'avoir de très sympathiques collègues de bureau : Claire et Philippe [5] puis Guillaume et Xavier.

Dans un autre registre, je remercie Aaron Swartz et Alexandra Elbakyan et tiens à souligner l'importance de leurs contributions pour l'ouverture de la science au plus grand nombre.

Les canards de la fac de maths et les pavés de la place du marché ont su rester de marbre

1. La fermeture de la salle de lecture pour travaux m'a permis, avec l'aide du personnel, de consulter une centaine de cotes avec une efficacité extraordinaire.
2. Qui m'a notamment envoyé un scan en très haute définition de l'arbre de probablités de la sous-section 1.3.1.
3. Ou pas.
4. Que je remercie en particulier pour les très nombreuses corrections qui ont permis d'améliorer substantiellement la langue de ce manuscrit.
5. Eh oui, j'avais l'impression de me retrouver à la maison !

face à mes innombrables réflexions : qu'ils en soient ici remerciés.

Pour finir, ma chère et très tendre Pauline, je n'aurai pas réussi à aller aussi loin sans toi. Ta capacité à accepter et tempérer l'ours mal léché que je suis ainsi que ton affection ensoleillent mon quotidien.

Table des matières

Introduction

Cette thèse vise à analyser les interactions entre des projets personnels et collectifs, autour du groupe Bourbaki, entre les années 1930 et 1950. La période délimitée comprend l'arrivée sur le marché de l'emploi universitaire de personnes qui vont être proches du groupe Bourbaki, jusqu'à l'explosion des publications et des participants au projet, après la guerre.

0.1 Contextualisation

Le nom *Nicolas Bourbaki* est directement associé à la collection d'ouvrages publiés sous le titre *Éléments de mathématique* et à un célèbre séminaire de mathématiques. Le groupe réuni autour de ce projet est également rapproché, par l'intermédiaire de ses membres ou de son influence directe, à une façon de présenter les mathématiques et à une façon d'enseigner celles-ci, dites à l'époque « mathématiques modernes ». Le groupe Nicolas Bourbaki est ainsi un élément scientifique majeur du vingtième siècle. Les activités du groupe ont généré une quantité d'archives considérable ; elles constituent par conséquent une ressource historique formidable. À travers celles-ci, le fonctionnement du collectif de mathématiciens et l'évolution de leur travail deviennent sensibles à partir de leur matérialisation brute. Leur exploitation représente alors un intérêt majeur, ne serait-ce que pour l'histoire des sciences du vingtième siècle.

Les origines du projet Bourbaki ont été racontées et étudiées à plusieurs reprises [6]. À la suite des questionnements d'Henri Cartan sur l'enseignement du calcul différentiel et intégral (CDI), André Weil propose à plusieurs camarades mathématiciens, tous, à l'exception de Szolem Mandelbrojt, normaliens des promotions 1922 à 1926, de se réunir pour répondre à ces questions en publiant collectivement un traité d'analyse. À la suite de plusieurs réunions, à partir de décembre 1934, en marge du séminaire Julia, les collaborateurs se retrouvent lors d'un congrès, à Besse-en-Chandesse, en juillet 1935. Ils adoptent alors le nom « Bourbaki » pour leur projet. Les membres fondateurs sont Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Coulomb, Jean Delsarte, René de Possel, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, Szolem Mandelbrojt et André Weil. Pour acter l'existence du projet, un article est publié sous le nom de Nicolas Bourbaki aux *Comptes Rendus Hebdomadaires de l'Académie des Sciences*, suite à la présentation de ce travail par Élie Cartan lors de la séance du 23 décembre 1935 [7]. Après plusieurs cycles d'écriture par un membre suivie de la révision collective d'une rédaction, le premier fascicule des *Éléments de*

6. Des interviews et biographies ou autobiographies des membres du groupe à des travaux d'historiens ou de mathématiciens, les exemples sont nombreux et facilement accessibles. La fondation et l'évolution du récit nécessiteraient un travail historiographique dans la lignée de [Gol91], [GL91], [Aub97] et [Aub18].

7. Voir [Bou35].

mathématique paraît en 1939 [8]. Un « séminaire Nicolas Bourbaki » commence en janvier 1946 ; les textes des exposés sont publiés à partir de décembre 1948. Le projet initial, la rédaction d'un traité d'analyse, a ainsi rapidement pris de nouvelles proportions, bien plus larges que ce qui était envisagé à l'origine.

Le groupe Bourbaki est un cas extrême illustrant les interactions collectifs-individus en sciences, et plus particulièrement en mathématiques. Si les recherches, les enseignements et les activités des membres du groupe sont déjà, individuellement, remarquables, l'influence de Bourbaki est également considérable. À mesure que le projet du groupe et ses activités évoluent, les interactions entre les activités bourbachiques et les autres projets des membres se multiplient et se diversifient. Un rassemblement dans un tel projet collectif n'est pas anodin dans le milieu de l'enseignement et de la recherche en mathématiques. Les membres sont tous de jeunes mathématiciens qui souhaitent faire une carrière académique. Ils doivent par conséquent se faire reconnaître scientifiquement et obtenir des postes. Ces activités les conduisent à communiquer et à interagir entre eux, ainsi qu'avec d'autres scientifiques ; le collectif formé par le projet Bourbaki permet alors, de fait, de défendre des objectifs communs. Si le pseudonymat [9] permet, a priori, de ne pas engager la responsabilité morale ou scientifique individuelle des membres de Bourbaki, des activités collectives dans le cadre de ce projet ont directement influencé leurs travaux et leurs carrières. Ce constat induit directement une question importante :

— Comment les membres et leurs activités personnelles interagissent-elles avec le travail et le projet collectif ?

L'étude de cette question permet de mieux appréhender d'autres aspects du groupe Bourbaki. Tout d'abord, la délimitation des membres appartenant au groupe au cours du temps n'est pas claire, même pour les membres. C'est également le cas de la caractérisation d'activités des membres comme faisant partie du « projet bourbachique ». Ce n'est qu'en situant chaque membre par rapport au collectif, à travers ses activités, qu'il devient possible d'éclaircir ces points. À ce titre, les problèmes de carrières, voyages et familles ont également toute leur importance.

Je présente ici deux nouvelles études sur ces interactions autour du projet bourbachique. La première porte sur les carrières et les activités des membres : elle est centrée sur André Weil et Henri Cartan ; la deuxième se concentre sur l'enseignement du CDI par Henri Cartan, entre 1931 et 1940, à partir, essentiellement, de ses cahiers de brouillon. Ces études reprennent, prolongent ou s'ajoutent à d'autres travaux qui traitent de cette thématique. En particulier :

— la thèse d'Anne-Sandrine Paumier qui comporte, notamment, une section intitulée « Les distributions chez Bourbaki comme illustration de l'interaction individu-collectif [10] » ;

— l'article [Krö06] [11], de Ralf Krömer, qui revient sur les dissensions au sein de Bourbaki

8. Voir [Bou39].

9. Voir [Bea89, pp. 278-288] sur l'adoption du nom Bourbaki. Michèle Audin explique, [Aud11, note 33.2, p. 481], que les « règles de secret » sur l'appartenance au groupe ne sont pas encore instituées en 1939. Je n'ai pas réussi à obtenir plus d'informations sur l'apparition et le développement de cette pratique au sein du projet collectif.

10. Voir [Pau14, p. 55].

11. Il faut remarquer que contrairement à la thèse d'Anne-Sandrine Paumier, qui utilise principalement les archives Bourbaki et [Aud11] dans sa section sur Bourbaki, Ralf Krömer ne peut pas se fonder exactement sur ces deux sources. En effet, au moment de la publication, les archives Bourbaki ne sont pas encore numérisées et

à propos de la théorie des catégories dans les années 1950 et montre que ces désaccords conduisent à la démission d'Alexandre Grothendieck.

Dans ces deux cas, les sujets se concentrent sur deux aspects mathématiques spécifiques. De plus, les périodes considérées se situent à chaque fois après la Seconde Guerre mondiale. Il m'a donc semblé particulièrement intéressant de traiter les interactions entre collectifs et individus de façon différente pour montrer que d'autres types de travaux sont possibles. C'est pour cette raison que mes deux axes d'analyse commencent avant le début du projet bourbachique et qu'un de ces axes d'analyse ne se concentre pas sur un aspect mathématique.

Le travail de Liliane Beaulieu a été fondamental pour mes recherches. À travers sa thèse et ses diverses contributions au traitement des archives Bourbaki, elle a inauguré de nouveaux horizons de recherches en histoire des mathématiques. En plus d'un dégrossissage général du sujet et des archives, elle a particulièrement contribué à :

— faire un panorama de la formation, des voyages, des premiers postes et d'autres activités des premiers participants au projet bourbachique [12] ;
— faire une description du travail collectif au sein de Bourbaki à partir des archives du groupe [13] ;
— décrire l'origine et l'importance du pseudonyme Nicolas Bourbaki, ainsi que le folklore créé autour du collectif [14].

Ses travaux sont essentiellement fondés sur les archives Bourbaki et des sources orales ; ils se concentrent sur la dynamique du travail collectif au sein de Bourbaki.

Michèle Audin a également énormément concouru à des reconstructions historiques autour de Bourbaki. Encore plus que la thèse de Liliane Beaulieu, ses travaux sont essentiellement des récits chronologiques traversés par « plusieurs interrogations auxquelles ils tentent d'apporter des éléments de réponse [15] ». Ses livres sur la correspondance entre Henri Cartan et André Weil ou le séminaire Julia [16] sont de formidables sources d'informations ; ils suscitent aussi de nombreux questionnements.

À partir des travaux de ces deux chercheuses, qui constituent un arrière-plan sur lequel s'appuient mes recherches, je propose d'approfondir leurs analyses par des études transversales.

0.2 Le plan

Comme annoncé plus haut, cette thèse s'articule en deux grandes études. La première est centrée sur l'environnement scientifique d'Henri Cartan et André Weil entre 1929 et 1947 ; la seconde s'intéresse à l'enseignement du CDI par Henri Cartan entre 1931 et 1940. Les deux axes peuvent être lus indépendamment, mais ils constituent ensemble une étude des interactions entre projets collectifs et projets individuels, comme le rappelle la section 13.1. Je ne reviens

[Aud11] n'est pas encore publié. Ne parlant pas allemand, je n'ai pas pu travailler directement avec la thèse de Ralf Krömer.

12. Voir [Bea89, chapitre I].
13. Voir [Bea89, chapitre II à IV].
14. Voir [Bea89, section 7, chapitre III] et [Bea99].
15. En reprenant la formulation [Bea89, p. 9].
16. Voir [Aud11] et [Aud14b].

pas sur l'histoire générale de Bourbaki excepté pour des besoins ou des apports spécifiques. Ce n'est pas l'objet de cette thèse et les croisements entre différentes parties risqueraient de rendre sa lecture difficile. C'est aussi la raison pour laquelle je me suis limité à deux axes. Leur interdépendance étant relativement faible a priori [17], j'ai pu les séparer clairement et non pas les éclater puis les regrouper.

0.2.1 Bourbaki, environnement scientifique et cadre de vie : quelques projets d'Henri Cartan et André Weil entre 1929 et 1947

Le groupe Bourbaki est difficile à délimiter : ses membres, leurs projets individuels et collectifs évoluent constamment. À ce titre, j'emploie l'expression « projet bourbachique » et ses variantes pour désigner les activités ou intentions, engagées ou envisagées, qui sont faites au nom du groupe, de l'ensemble du collectif. L'analyse précise des activités de deux membres bien choisis, Henri Cartan et André Weil, révèle que le développement de Bourbaki et du projet collectif est lié à l'évolution de leurs projets personnels ou communs. À travers l'exemple de ces deux mathématiciens, je montre [18] comment le projet éditorial initial s'est étendu à d'autres aspects de l'activité et de l'environnement scientifique des membres de Bourbaki entre 1929 et 1947. Il y a évidemment l'apparition du *séminaire Bourbaki* après la guerre, mais ce n'est qu'une partie visible des autres activités du groupe. Qui plus est, ce séminaire s'intègre dans une vision plus large d'organisation de son activité mathématique, aussi bien collective qu'individuelle. Je montre en effet qu'à travers la volonté de créer des « centres mathématiques intéressants », plusieurs membres de Bourbaki cherchent à se rassembler dans des lieux qui proposent des conditions de travail agréables où ils peuvent facilement se retrouver et organiser des activités collectives comme, par exemple, un séminaire. Le simple fait de pouvoir se retrouver entre collègues qui s'apprécient particulièrement est aussi déterminant.

Afin de ne pas multiplier les difficultés méthodologiques, j'ai centré cette partie sur l'environnement direct des membres de Bourbaki. L'objectif est de se concentrer sur l'influence des actions collectives et individuelles du groupe. Je n'ai donc pas considéré les perspectives purement scientifiques ou d'organisation plus globale de la recherche scientifique. Avec la croissance du pouvoir institutionnel de Bourbaki, il devient de plus en plus délicat de ne pas prendre en compte ces perspectives à partir des années 1950.

Dans le chapitre 1, je montre que le groupe Bourbaki est composé d'un ensemble de normaliens qui arrivent à peu près au même moment sur le marché de l'emploi universitaire. Après un rappel du contexte législatif et disciplinaire qui régit leurs carrières en France, je présente quelques difficultés liées à l'obtention des premiers postes de ces normaliens. Je donne ensuite des exemples de parcours qui sont révélateurs de différentes situations jusqu'à la fin de l'entre-

17. Le plus gros problème étant évidemment l'influence directe de la carrière d'Henri Cartan sur son enseignement du CDI.

18. Beaucoup d'éléments de toute cette partie sont présentés dans [Aud11]. En traitant séparément les différentes problématiques qui se présentent en particulier à Henri Cartan et André Weil, je montre précisément les spécificités de chacune d'entre elles. En ce sens, il est intéressant de commencer par lire [Aud11] afin de bien voir comment tous ces points s'entremêlent dans la correspondance. Je reviens sur certaines problématiques de celle-ci en les développant séparément : cela permet de distinguer différents aspects des interactions entre collectifs et individus.

deux-guerres. En parallèle, différentes activités mathématiques collectives s'organisent : c'est l'objet du chapitre 2. La rupture avec Gaston Julia en 1938 est alors un tournant décisif qui marque l'arrêt de l'indépendance entre le projet bourbachique et les carrières de ses membres.

Toute la guerre demande une lecture différente. En se concentrant, dans le chapitre 3, sur les situations dissemblables d'Henri Cartan et d'André Weil, les interactions entre problématiques individuelles, comme le retour en France de ce dernier, et collectives, par exemple la tenue d'un congrès Bourbaki, sont décisives. En particulier, l'obtention d'une mission pour faire revenir André Weil en France, au début de l'été 1945, dans le but officiel de participer à un congrès Bourbaki est déterminante pour sa situation administrative. C'est également le début d'une première campagne pour obtenir un poste à André Weil en France entre 1945 et 1947. Celle-ci est présentée dans le chapitre 4 qui montre l'importance de la mobilisation de membres de Bourbaki.

Après avoir présenté ces interactions entre le projet Bourbaki et les carrières de ses membres, je montre dans le chapitre 5 que l'idée d'avoir des centres mathématiques intéressants est sous-jacente à certaines de ces stratégies de candidature et de carrière. Des opportunités de placements et d'extension de Bourbaki deviennent alors des compromis individuels et collectifs qui sont motivés par l'intérêt pour le projet bourbachique ou, plus généralement, le travail collectif. En parallèle, une autre activité collective, l'organisation de séminaires, présentée dans le chapitre 6, devient progressivement une des activités du groupe à part entière.

0.2.2 Henri Cartan et l'enseignement du calcul différentiel et intégral entre 1931 et 1940

La deuxième partie est centrée sur l'enseignement du CDI par Henri Cartan entre 1931 et 1940. Ses cahiers de brouillon constituent la source principale de toute cette partie. La méthodologie spécifique à de telles sources et les motivations derrière cette étude sont expliquées dans le chapitre 8.4. Le reste de la partie suit un découpage simple. Le deuxième chapitre présente, à partir d'une comparaison avec le traité d'Édouard Goursat, l'évolution du cours d'Henri Cartan année après année, entre 1931 et 1935. Avec le changement d'orientation de sa charge d'enseignement, j'analyse, au chapitre 9, l'évolution du projet bourbachique depuis la première réunion de décembre 1934 jusqu'à septembre 1939, par rapport aux enseignements d'Henri Cartan présentés dans le chapitre précédent, ainsi que de ses cours complémentaires. Henri Cartan n'a pas la pleine charge de l'enseignement du CDI à ce moment et je me suis donc limité à ce qui est pertinent par rapport au cours de CDI d'Henri Cartan, tout en essayant d'être le plus exhaustif possible à partir des archives disponibles. Dans le chapitre 11, je compare essentiellement les travaux dans le cadre du projet Bourbaki à cet enseignement, à l'université de Clermont-Ferrand, par Szolem Mandelbrojt en 1937–1938, Henri Cartan en 1939–1940 et René de Possel en 1940–1941. Le dernier chapitre de cette partie est une synthèse qui présente également quelques perspectives.

0.3 Des pistes d'études potentielles et des nouveautés

Le vaste sujet de cette thèse m'a poussé à envisager, approfondir puis présenter différentes pistes de recherches. Dans cette section, j'en présente quelques-unes qui n'ont pas atteint un niveau de maturité suffisant pour être incorporées à ce manuscrit. En particulier, je mentionne différentes archives qui mériteraient d'être pleinement exploitées.

Après avoir analysé une première fois les archives Bourbaki pour mon mémoire de master, il m'est apparu qu'il était difficile d'exploiter ces dernières de manière isolée. Il n'est tout d'abord pas possible d'organiser ces documents à partir de leur seul contenu. La description plus précise des activités du groupe dans les chapitres II et III de [Bea89], par rapport aux deux chapitres suivants, en est un bon exemple. Ces archives reflètent une partie de l'activité des personnes rassemblées dans le projet Bourbaki, mais l'expliquent mal. D'autre part, des apports extérieurs, par exemple la correspondance de membres de Bourbaki ou les cahiers d'Henri Cartan, permettent de mieux comprendre les activités bourbachiques. À l'inverse, une exploitation précise des archives peut éclairer d'autres recherches. Depuis leur numérisation, plusieurs travaux d'organisation des archives Bourbaki ont été entrepris. Cette tâche est longue et délicate, car des trous dans les archives, des références obscures dans leur contenu et l'évolution de l'organisation globale du traité rendent difficile leur exploitation, même partielle, de façon pertinente, sans en avoir une connaissance globale. C'est également une confession bourbachique indiquée dans l'introduction de la « nomenclature des rédactions Bourbaki [19] ». Si des sujets peuvent quand même être traités de façon pertinente sur une période bien déterminée, c'est une mise en contexte conséquente qui permet de les rendre intéressants.

Après avoir découvert que les cahiers d'Henri Cartan ont été donnés à la bibliothèque de mathématiques de l'université de Strasbourg, j'ai profité d'avoir un bureau dans les mêmes locaux pour travailler dessus. Avec dix-huit cartons contenant une dizaine de cahiers chacun, un premier travail de repérage plus précis du contenu a été nécessaire. L'inventaire [Aud14a] est déjà relativement exhaustif mais ne suffit pas. La réutilisation des cahiers et leurs liens entre eux doivent être pris en compte [20]. Des anomalies qui ne pouvaient pas s'expliquer à travers ces seuls cahiers m'ont mené à également explorer les archives de l'université de Strasbourg déposées aux archives départementales du Bas-Rhin afin d'avoir plus d'informations sur la carrière d'Henri Cartan. J'en ai profité pour examiner d'autres documents sur d'autres personnes, la faculté des sciences ou le repli de l'université de Strasbourg à Clermont-Ferrand pendant la guerre. Ce dernier point, ainsi que la présence d'autres membres de Bourbaki dans cette université avant la guerre, m'ont amené à aller consulter des documents aux archives départementales du Puy-de-Dôme.

La continuité des enseignements de CDI d'Henri Cartan et les liens par rapport à l'origine du projet Bourbaki m'ont rapidement obligé à exploiter cette partie des cahiers. Il y a beaucoup d'autres études qui peuvent être envisagées à travers ces sources. Les nombreux travaux et cours autour de la topologie algébrique mériteraient d'être étudiés dans un projet ambitieux.

En parallèle, j'ai sondé des archives personnelles disponibles à l'Académie des sciences. Les conditions pénibles de consultation et l'inaccessibilité des fonds de Jean Dieudonné ou Henri Cartan m'ont rapidement fait comprendre qu'un travail de qualité dépasserait le temps imparti

19. « Les numéros attribués ci-dessous aux rédactions Bourbaki sont dans une large mesure arbitraires ; seuls les plus élevés suivent grosso modo l'ordre chronologique. Vu l'état défectueux des archives, c'était là la seule méthode raisonnable : un reclassement complet aurait entraîné un travail hors de proportion avec son utilité éventuelle », voir [Boua, nilhcr004].

20. À ce niveau, le catalogue analytique créé pour exploiter les cahiers de brouillon d'Élie Cartan, voir `https://web.archive.org/web/20191220035638/http://eliecartanpapers.ahp-numerique.fr/`, est une approche qui permettrait de valoriser ceux d'Henri Cartan.

à une thèse. J'ai également consulté quelques cotes aux Archives nationales et les archives Bourbaki des éditions Hermann déposées à la Bibliothèque nationale de France [21]. Enfin, j'ai exploré le fonds de Marcel Brelot déposé à la bibliothèque de Sorbonne Université section Mathématiques Informatique Recherche [22], afin de consulter le tapuscrit d'un cours de calcul différentiel et intégral de René de Possel ainsi que la correspondance avec quelques membres de Bourbaki et d'autres personnes qui y sont conservés. Comme je le montre à de nombreuses reprises dans ce manuscrit, l'exploitation de la correspondance permet d'éclaircir de nombreuses activités du groupe.

Différents aspects politiques, philosophiques, d'organisation de la recherche scientifique française ou de collaboration internationale, parallèles au projet bourbachique, n'ont pas été incorporés dans cette thèse. Les ressources à mobiliser sont différentes de celles principalement exploitées ici et leurs interactions avec le projet collectif sont moins évidentes. De plus, les articles philosophiques de Claude Chevalley, l'engagement de Jean Coulomb dans l'Union rationaliste ou l'opposition de Jean Delsarte ne peuvent pas forcément être présentés dans le même contexte.

Que ce soit en tant que sujet central d'un travail ou une mention anecdotique, le groupe Bourbaki n'est pas un sujet nouveau en histoire des sciences. Cependant, par rapport aux apports et influences du collectif ou des individus qui le composent, de très nombreux aspects n'ont pas encore été exploités. À titre indicatif, je regroupe ici les principales nouveautés qui sont présentes dans ce manuscrit. Sauf erreur de ma part, celles-ci ne se retrouvent pas sous une forme aussi développée dans l'ensemble des entrées de la bibliographie ni dans d'autres travaux que j'ai pu consulter.

Pour la première partie :

— Le document représentant un arbre de probabilité de la sous-section 1.3.1 est un témoignage concret des questionnements que peuvent avoir de jeunes chercheurs à la recherche de leurs premiers emplois universitaires. Si les carrières de la plupart des protagonistes mentionnés dans cette thèse ont été plus ou moins étudiées à diverses reprises, il n'y a jamais réellement eu d'analyse des « carrières croisées » de René de Possel et André Weil. Combinée à l'arbre de probabilité, elle permet de montrer l'aspect restreint des possibilités de poste, ainsi que les échanges qui s'opèrent entre des carrières proches.

— Si la section de l'Est de la SMF a été mentionnée à diverses reprises, c'est systématiquement le discours d'André Weil qui est repris à ce propos. Après avoir longtemps cherché, j'ai finalement réussi à trouver plus d'informations, présentées dans la sous-section 2.1.3. À l'inverse, c'est par hasard que j'ai découvert le changement de direction des *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg* en 1937.

— Face aux difficultés pour discriminer de façon tangible l'implication des membres de Bourbaki par rapport à l'impression que donne la lecture des circulaires du groupe, j'ai essayé différentes approches. La clarté du *tableau des mentions de membres de Bourbaki dans les différents bulletins du groupe* au début de la section 2.2 et l'ouverture directe vers une étude des différents cas permettent d'avoir un panorama de la constitution du groupe

21. Voir `https://web.archive.org/web/20211008162241/https://www.bnf.fr/sites/default/files/2018-11/cp_bourbaki.pdf` : je n'exploite pas du tout ces documents dans cette thèse.

22. Voir [Brea].

avant la guerre.

— La rupture de 1938 entre Bourbaki et Gaston Julia, reprise essentiellement de [Ric21], ainsi que l'exploitation de beaucoup d'informations intéressantes contenues dans la lettre d'André Weil à Jean Coulomb du 24 mai 1938 est une étude obligatoire après la lecture de ce document fourni par Christophe Eckes. Ces événements présentés dans la section 2.3 vont être déterminants par la suite, en particulier pour la carrière d'André Weil.

— La synthèse du retour d'Henri Cartan à Strasbourg en 1945 ou du parcours d'André Weil pendant la guerre se fonde sur différents autres travaux. L'utilisation poussée de deux documents particulièrement intéressants permet de donner de la profondeur à des péripéties administratives présentées dans le chapitre 3.

— Dans le même ordre d'idées, l'important dégrossissage de Michèle Audin sur la campagne pour faire revenir André Weil en France entre 1945 et 1947 est particulièrement intéressant pour saisir la simultanéité [23] des problématiques et des interactions collectives. En utilisant une présentation différente dans le chapitre 4, l'analyse que je propose est complémentaire de ce premier travail.

— Avec l'enrichissement des projets du groupe Bourbaki, la possibilité d'avoir des centres mathématiques intéressants et l'organisation de séminaires est une prolongation directe des activités individuelles des membres du groupe. J'utilise d'autres travaux et des documents inédits pour exposer, dans le chapitre 5 pour les centres mathématiques et le 6 pour les séminaires, les dynamiques à l'œuvre dans ce développement d'activités collectives.

Pour la deuxième partie, l'essentiel du matériel étant inédit, c'est une étude originale. J'ai entrepris les propositions de recherches relativement évidentes proposées par Marc Rogalski par rapport au cours de CDI de René de Possel à Clermont-Ferrand en 1940–1941 [24]. Je les ai également adaptées et développées par rapport au reste du corpus. Concrètement, cette étude chronologique permet d'arriver aux principales conclusions suivantes :

— Contrairement aux récits sur l'origine de Bourbaki, la formule de Stokes n'apparaît pas comme un point qui est, en soi, beaucoup travaillé dans le cours de CDI d'Henri Cartan. Cependant, des efforts pour modifier le début du cours et le changement de variable des intégrales doubles sont effectivement visibles. Je suppose alors que la formule de Stokes est une formulation qui, bien qu'inexacte, permet de synthétiser l'ambition originelle du projet.

— Le début du projet Bourbaki s'inscrit dans la continuité des efforts de modification de son cours de CDI par Henri Cartan, mais le projet rédactionnel devient rapidement plus

23. La présentation de Michèle Audin suit essentiellement le format imposé par la présentation et le commentaire d'une correspondance. Certains points sont parfois regroupés dans une seule note.

24. Précisément : « Toute une analyse mathématique et historique de ce cours de René de Possel reste à faire. L'un des points mystérieux est de déterminer les rapports de ce cours avec le célèbre cours que Henri Cartan, replié à Clermont-Ferrand avec l'université de Strasbourg, y avait alors donné à la même époque. Il serait aussi intéressant d'analyser les évolutions entre la version de Clermont-Ferrand et celle d'Alger. Une comparaison avec le cours de Gustave Choquet serait aussi instructive, concernant les évolutions des conceptions des mathématiciens français sur l'enseignement souhaitable des mathématiques à l'université, entre 1940 et 1955. », voir la page de présentation de [Pos41] sur le site de l'IREM de l'Université de Paris. Je n'aborde pas la dernière proposition dans ce manuscrit à cause de la période considérée dans cette thèse et de difficultés méthodologiques importantes par rapport au reste du corpus utilisé dans toute cette partie.

vaste. Des idées d'Henri Cartan pour ses cours sont proposées pour le traité collectif ; à l'inverse, il réutilise une partie du travail collectif dans ses cours. Cette interaction entre le projet collectif et une charge personnelle est également visible, avec des motivations personnelles différentes, à travers le cours de CDI de René de Possel en 1940–1941.

Ce manuscrit amène à un constat : la plupart des études bourbachiques sérieuses et profondes restent à imaginer et à entreprendre. Un énorme chantier sur les sources doit être poursuivi. Celles-ci doivent être rendues accessibles, organisées et liées. Alors des études rigoureuses et systématiques pourront être débloquées ou concrétisées. La quantité faramineuse de sources variées peut être à l'origine d'un travail aussi important que celui réalisé dans le cadre du projet Bourbaki en lui-même.

0.4 Précisions méthodologiques et de lecture

En raison de leur présence transversale dans cette thèse, j'ai choisi de ne pas signaler toutes les références aux travaux [Bea89] et [Aud11] ; un certain nombre de points ne sont d'ailleurs pas spécialement pertinents pour mon sujet. Dans ce dernier cas, je traite généralement un fait d'un point de vue différent.

Dans les différentes citations, j'ai effectué une réécriture diplomatique des sources que j'ai consultées. Des lettres de Jean Delsarte ou les cahiers de brouillon d'Henri Cartan peuvent parfois être délicats à interpréter. Je ne souligne jamais de texte cité, mais j'ai retranscrit cette pratique dans les sources par l'emploi de l'italique. À l'inverse, toutes mes interventions personnelles sont indiquées entre crochets : j'ai remplacé les rares crochets des documents originaux par des parenthèses. J'ai supprimé les notes des textes originaux que je n'ai pas jugé pertinentes. Pour garder une homogénéité dans la présentation des documents qui peuvent avoir plus d'un siècle d'écart, tous les guillemets français des citations sont remplacées par des guillemets anglais.

Toutes les URL dans ce document sont fournis à travers l'interface `https://web.archive.org/`. Les liens sont des références qui, par exemple pour `https://web.archive.org/web/20210505165158/http://archives-bourbaki.ahp-numerique.fr/`, permettent d'accéder à une sauvegarde de la page [25] à la date à laquelle je fais référence, ici le 05/05/2021, ainsi que l'URL originale, `http://archives-bourbaki.ahp-numerique.fr/`.

Liste d'acronymes utilisés presque systématiquement après leur première apparition :

CDI Calcul Différentiel et Intégral ;

le CNRS le Centre National de la Recherche Scientifique, remplace *la* Caisse Nationale de la Recherche Scientifique à partir d'octobre 1939 ;

ENS École Normale Supérieure ;

SMF Société Mathématique de France.

25. Il peut y avoir des cas où cela ne marche pas correctement, mais la référence reste valable.

Liste d'abréviations utilisées dans différentes citations [26] :

C. Henri Cartan ou Claude Chevaley en fonction du contexte

D. Jean Dieudonné / Jean Delsarte (plus rare)

Del. Jean Delsarte

E. Charles Ehresmann

L. Jean Leray

M. Szolem Mandelbrojt / Paul Montel

Mand. Szolem Mandelbrojt

W. André Weil

Vocabulaire bourbachique :

Bulletin circulaire, souvent un compte rendu d'une réunion du groupe, transmise par courrier ou en main propre aux membres du groupe.

Compte rendu bulletin qui fait suite à une réunion du groupe et rend compte de ce qui a été dit, fait et prévu lors de celle-ci.

Réunion proto-bourbachique nom, consacré par Liliane Beaulieu, des dix premières réunions, entre le 12 décembre 1934 et le 20 mai 1935, du projet qui va adopter le nom de Bourbaki.

Réunion du traité d'analyse nom presque systématique des comptes rendus des réunions proto-bourbachiques.

Réunion plénière ou congrès nom donné aux réunions du groupe dont la durée est généralement d'une dizaine de jours.

« Plénière de fondation de Besse » ou « congrès fondateur » noms utilisés pour désigner le congrès où le nom Bourbaki est adopté, à Besse-en-Chandesse en juillet 1935.

Journal de Bourbaki : nom du bulletin du groupe entre les réunions du traité d'analyse et la tribu.

« Congrès de l'Escorial » nom du congrès initialement prévu à l'Escorial [27], près de Madrid, mais ayant finalement eu lieu à Chançay en septembre 1936 ; le congrès suivant, en septembre 1937, est appelé « Congrès de Chançay » ou « Congrès de Chançay II ».

La Tribu nom du bulletin du groupe utilisé presque systématiquement à partir du 15 mars 1940.

Caucus terme employé à plusieurs reprises, après la guerre, pour désigner des réunions bourbachiques où plusieurs membres de Bourbaki sont absents et nécessitent d'être consultés pour valider les décisions de la réunion [28].

26. Le contexte enlève généralement toute ambiguïté.
27. Voir [Sch06].
28. Voir également [Aud11, note 175.8, p. 552].

Première partie

Bourbaki, environnement scientifique et cadre de vie chez Henri Cartan et André Weil entre 1929 et 1947

Chapitre 1

Des normaliens à la recherche d'une carrière à la sortie de l'École

Avant d'analyser le début des carrières de plusieurs jeunes chercheurs en mathématiques vers la fin de l'entre-deux-guerres, il est important d'avoir quelques idées du contexte dans lequel ils vivent [1]. Je commence donc par montrer que les membres fondateurs de Bourbaki forment un groupe spécifique de mathématiciens. Je présente ensuite quelques informations générales sur le fonctionnement et les contraintes du milieu universitaire français de cette période. Un document d'archives particulièrement original me permet alors d'envisager des problématiques liées à l'obtention des premiers postes à la fin de l'entre-deux-guerres. Enfin, dans la dernière section de ce chapitre, je présente quelques parcours spécifiques de membres de Bourbaki.

1.1 Les membres de Bourbaki jusqu'en 1938, une génération de normaliens au début de leur carrière

Entre la fin de la Première Guerre mondiale et les années 1930, Gaston Julia connaît une carrière fulgurante qui en fait l'un des principaux patrons des mathématiques de l'entre-deux-guerres. Il soutient sa thèse en décembre 1917, obtient le grand prix des sciences mathématiques de l'Académie des sciences en 1918 et est chargé du *cours Peccot* au Collège de France en 1918 et 1920 [2]. Il est nommé professeur à la faculté des sciences de l'Université de Paris en 1925. Au moment où est organisé le séminaire Julia, entre 1933 et 1939, la « reconnaissance institutionnelle et internationale » de Julia est « au plus haut » [3]. En effet, alors qu'il est

> Professeur à la Faculté des sciences de Paris, il cumule, à partir de 1937, ce poste avec celui de professeur de géométrie à l'École polytechnique, succédant ainsi à Maurice d'Ocagne. Entre-temps, il est élu membre de l'Académie des sciences le 5 mars 1934 en remplacement de Paul Painlevé, décédé le 29 octobre 1933. [Eck18, p. 274]

1. Dans tout ce chapitre, je reprends et développe plus en profondeur ce que j'ai déjà publié dans [Ric21].
2. Pour plus d'informations sur le début de carrière de Gaston Julia et sa blessure de guerre, voir [Gol11, pp. 22–25].
3. Voir [Aud14b, p. 39].

Les mathématiciens sollicités par Gaston Julia en 1933 pour participer à son séminaire partagent un intérêt scientifique pour les thématiques qui y sont traitées, mais c'est certainement aussi pour eux une occasion de se rapprocher davantage d'une figure alors dominante dans le champ mathématique.

Gaston Julia précise les objectifs de ce séminaire dans une lettre circulaire du 8 mai 1933 : « [l]e but poursuivi serait, d'une part de nous mettre mutuellement en état de suivre les recherches modernes, d'autre part de provoquer de nouvelles recherches et, éventuellement, de les exposer » [4]. Il s'agit donc, d'une part, de proposer des exposés sur des thématiques contemporaines, d'autre part de présenter des travaux originaux ou d'annoncer des articles ou monographies à venir [5].

Une nouvelle lettre circulaire du 7 juin 1933 annonce le programme du séminaire pour l'année 1933-1934 : « Groupes finis abstraits. Groupes finis linéaires. Algèbre hypercomplexe. ». Figurent également dans cette lettre la date retenue pour la première séance, le lundi 13 novembre 1933, ainsi que les trois premiers orateurs prévus : André Weil, Paul Dubreil et Claude Chevalley. Dans une note, Michèle Audin explique :

> Le secrétaire a ajouté à la main les listes de ceux à qui la circulaire a été transmise (Boos, Coulomb, Delsarte, Dieudonné, Dubourdieu, Favard, H.Cartan, Marty, Poncin, de Possel) et de ceux qui ont été prévenus (Weil, Dubreil, Chevalley, Hocquenghem, Blanc, Leray, Ortens (il s'agit certainement d'Émile Ostenc), Pailloux, Bourion), ainsi que la date d'envoi. [Aud14b, p. 59]

Il est important de remarquer que toutes les personnes mentionnées sont des élèves ou anciens élèves de l'ENS [6]. Qui plus est, ils ont forcément croisé Gaston Julia lors de cette période de leur scolarité [7]. Ce dernier l'affirme d'ailleurs dans son allocution lors de son jubilé scientifique [8]. De ces élèves et anciens élèves de l'ENS, un sous-ensemble se dégage un peu plus précisément concernant les orateurs :

> Revenons à nouveau à la lettre de Julia : « le concours de jeunes archicubes ayant l'expérience de la recherche et de l'enseignement », y avait-il écrit. Quelques années plus tard (voir page 40), il parlera des « meilleurs des jeunes gens que nous [Élie Cartan et lui, Julia] avions connus à l'École Normale ». Les orateurs du séminaire furent en effet tous des jeunes gens auxquels Élie Cartan et Gaston Julia avaient enseigné lorsqu'ils étaient élèves de l'ENS. [Aud14b, p. 36]

Ces « meilleurs des jeunes gens [de] l'École Normale » se connaissaient tous. Ils se côtoient à différents endroits, à commencer par les couloirs de l'ENS, ou le séminaire Hadamard [9], sont

4. Voir [Aud14b, p. 29].

5. Par exemple André Weil annonce, longtemps avant sa publication, la parution prochaine de ce qui devient [Wei40], dans la bibliographie de l'exposé 2.J du 8 avril 1935.

6. Voir les courtes biographies à la fin de [Aud14b].

7. Michèle Audin l'affirme pour les orateurs, [Aud14b, p. 36], cité ici juste après. Gaston Julia a, en effet, en tant que professeur à la faculté des sciences de l'Université de Paris, donné de nombreux cours à l'ENS pendant toute la scolarité de tous les élèves mentionnés. Au regard du nombre de fois où Henri Cartan mentionne Gaston Julia dans ses cahiers de cette époque, voir [Aud14a, les cahiers numéros 1], il est très peu probable que tous ces élèves ne l'aient pas croisé au moins une fois.

8. Voir [Jul70, p. 387] cité [GL91, pp. 87 - 88].

9. Le *séminaire Hadamard* qui est mis en place dans les années 1910 et s'arrête lorsque Jacques Hadamard prend sa retraite en 1937, est dédié à l'« analyse de mémoires » ; les mathématiciens qui y participent sont d'âges et de nationalités variés, voir [Aud14b, pp. 7–27] et [Aud13].

parfois camarades de promotion ou se lient d'amitié. En ne considérant que les orateurs du séminaire Julia des cinq premières années [10] et appartenant aux promotions 1929 et précédentes de l'ENS [11], on distingue un premier ensemble restreint de personnes arrivant à la même période sur le marché de l'emploi universitaire. Toutes ces personnes sauf Eugène Blanc, Marie-Louise Dubreil-Jacotin et Charles Ehresmann ont obtenu un poste de professeur ou de maître de conférences dans une université des départements en 1938 [12]. En allant encore un peu plus loin, mis à part Frédéric Marty [13], ce sous-ensemble fait partie du « comité rédacteur » du traité d'analyse établi lors de la deuxième réunion proto-bourbachique [14]. Dans ce groupe, seul Szolem Mandelbrojt n'a pas donné d'exposé au séminaire Julia : les membres de ce comité sont les principaux acteurs dont il est question ici.

1.2 Contexte législatif et disciplinaire

En revenant de deux années passées en Inde, André Weil arrive en France pour y trouver un travail. Étant mathématicien, il cherche à se faire recruter dans ce milieu scientifique, c'est-à-dire obtenir un poste universitaire.

> De retour à Paris [en mai 1932], je m'informai des postes vacants ; on me parla de Marseille. Sur le boulevard Saint-Michel je rencontrai l'illustre Denjoy, qui s'enquit avec bienveillance de ma situation et me demanda : « Jeune homme, êtes-vous dans les cadres ? ». J'ignorais que dans les cadres on pût mettre autre chose que des tableaux ; je dus lui paraître stupide [15]. « Mais, me dit-il, c'est très important pour la retraite ». Ce mot n'avait pas pour moi un sens beaucoup plus tangible, et je ne compris que bien plus tard la justesse de son propos [16]. [Wei91, p. 97]

Il n'y a rien de surprenant à ce qu'André Weil recherche un poste vacant dans une université pour pouvoir y travailler, mais l'empressement d'Arnaud Denjoy concernant sa situation dans les cadres est significatif. Si les chargés de cours ne sont nommés que pour une période donnée, les postes de maître de conférences et de professeur sont, sauf exception, pourvus jusqu'à la retraite. La carrière d'un universitaire français est donc fortement liée à un poste fixe occupé dans un cadre : c'est une problématique déterminante pour la retraite et pour la progression académique. Comme le prouvent de nombreuses lettres entre Henri Cartan et André Weil, ils échangent à ce propos tout au long de leur correspondance. Ce contexte législatif est défini, entre autres, par le décret du 28 décembre 1919 sur l'avancement du personnel scientifique des Universités :

10. Voir la liste [Aud14b, p. 36], reproduite dans la section A.3.
11. En excluant également Élie Cartan pour des raisons évidentes.
12. Voir [Min, 1938].
13. Frédéric Marty est décédé en 1940, voir [Aud14b, p. 163].
14. Voir [Boua, delta002].
15. Certainement pas plus que cela car les « cadres », comme nous allons le voir tout de suite, sont représentés à travers des « tableaux de classement ». Une lettre qu'il envoie à Henri Cartan le 20 janvier 1929 prouve qu'André Weil est absolument au courant de l'intérêt d'intégrer rapidement les cadres, et de ne pas être un simple chargé de conférences, voir [Aud11, p. 16].
16. André Weil se préoccupe dès 1938 de son avancement dans les cadres, à travers la recherche d'un poste de professeur, et au plus tard en 1947, voir [Aud11, p.148], de la question de sa retraite.

> Art. 1er. Les professeurs, chargés de cours, maîtres de conférences, chefs de travaux, préparateurs, bibliothécaires des Universités, Facultés et Ecoles supérieures de pharmacie sont répartis en deux cadres, l'un pour l'Université de Paris, l'autre pour les Universités des départements. Chaque cadre est divisé en catégories, chaque catégorie en classes. [Del31, p. 378]

Les cadres correspondent donc à un classement de tout le personnel scientifique des universités françaises. Celui-ci peut se résumer de la façon suivante [17], pour les universités des départements :

— chargé de cours suppléant (fonctionnaire chargé d'assurer le service d'un emploi pourvu d'un titulaire) ;

— chargé de cours (fonctionnaire chargé d'assurer le service d'une chaire sans titulaire) [18] ;

— maître de conférences (de la troisième à la première classe) ;

— professeur de quatrième classe sans chaire ;

— professeur (de la quatrième à la première classe) ;

et pour l'Université de Paris :

— maître de conférences (de la troisième à la première classe) [19] ;

— professeur sans chaire ;

— professeur (de la troisième à la première classe).

Les catégories et les classes donnent droit à un traitement, en fonction du cadre [20]. Des quotas de personnels dans les différentes catégories et classes sont fixés et évoluent avec le temps. Les avancements de carrière sont possibles de trois façons différentes : par nomination à un poste vacant, par promotion au choix ou à l'ancienneté dans chaque classe [21]. Tout cela fait que la connaissance de la position des personnels dans ces cadres, matérialisés par les tableaux de classement qui sont publiés chaque année, est primordiale pour une progression de carrière et de traitement.

Les nominations aux postes de chargé de cours et de maître de conférences sont faites par le recteur, par délégation du ministre de l'Instruction publique, sur proposition du conseil de l'université après avis du conseil de la faculté intéressée [22]. Le dossier des candidats comporte un CV, une liste des travaux et un bref résumé de ceux-ci ; le poste est pourvu par arrêté interministériel. Pour les nominations des professeurs, un membre de la faculté fait un rapport sur les dossiers des candidats qui permet au conseil de la faculté de faire un classement, par vote. Les dossiers, le rapport et le procès-verbal du vote sont ensuite envoyés au recteur qui

17. D'après les *Tableaux de classement du personnel enseignant et scientifique*, voir la section A.4.

18. À partir des *Tableaux de classement du personnel enseignant et scientifique au 1er janvier 1935* les deux catégories de chargé de cours se retrouvent dans une seule catégorie « suppléants ».

19. Les classes de chargés de cours et chargés de cours suppléants des facultés des sciences et des lettres de l'Université de Paris, ainsi que les quatrième et cinquième classes des chargés de cours de cours complémentaires et maîtres de conférences de toutes les universités, ont été supprimées par un autre décret du 28 décembre 1919, [Del31, pp. 382-383] ; les fonctionnaires de ces classes sont inscrits dans la 3e classe, à la suite de ceux déjà inscrits à ce moment-là dans cette classe et dans l'ordre de leur classement d'origine.

20. Voir le tableau extrait du décret du 29 mai 1930 dans la section A.5.

21. Pour plus d'informations sur ces deux derniers points, voir [Pic20, p. 73].

22. Article 14 du décret du 21 juillet 1897, voir [Del31, p. 226].

soumet la nomination au ministre, après avis du Comité consultatif de l'enseignement supérieur public [23]. Le poste est ensuite pourvu par décret.

L'accès à des postes universitaires et la progression dans les catégories se fait donc par une série d'évaluations par des conseils [24]. D'ailleurs, comme l'explique Emmanuelle Picard [25], ce système de nomination à des postes universitaires renforce l'aspect disciplinaire [26] à travers l'évaluation par des pairs, tout en conférant à ces derniers, que ce soit au niveau local ou national, un pouvoir décisif sur les affectations : le ministre ou le recteur n'ayant qu'un pouvoir de validation des choix des conseils. En pratique, cela nécessite presque systématiquement de se rapprocher des professeurs de la faculté visée et de faire des « tournées de visites ». Ces dernières consistent à rencontrer les professeurs d'une institution à laquelle une personne est candidate [27]. La proximité scientifique est également un critère implicite déterminant.

Dans le livre [Cha94], Christophe Charle explique que « le profil dominant et la réussite maximale » dans les disciplines les plus classiques et les plus théoriques des facultés de sciences sur la période 1870–1940 est représenté par « [c]eux qui ont été reçus jeunes rue d'Ulm ont obtenu des bourses ou des postes dans l'enseignement supérieur facilement et ont ainsi été titularisés en province avant 35 ans ; ils ont alors de bonnes chances [28] d'être élus jeunes à la faculté des Sciences de Paris (ainsi 49,9% des normaliens professeurs à Paris avaient été titularisés avant 35 ans). » Pour pouvoir obtenir un poste à Paris et ainsi espérer accéder à l'excellence académique [29], les jeunes chercheurs en mathématique de la fin de l'entre-deux-guerres doivent donc commencer par trouver, rapidement, un poste dans une université des départements et, par conséquent être mobiles géographiquement. Cela nécessite également d'avoir accès aux informations pour les postes disponibles, de pouvoir rencontrer les membres de la faculté visée et d'obtenir l'aide éventuelle de personnes, souvent d'anciens professeurs ou des collègues plus âgés et déjà installés, qui savent comment maximiser ses chances. André Weil l'exprime très clairement, le 20 janvier 1929, dans une lettre à Henri Cartan à propos de leur candidature à un ou, hypothétiquement, deux postes de chargé de cours à l'Université de Strasbourg :

> Tout cela est ridiculement compliqué. Le jeu des universités en France est plus compliqué que le bridge ou les échecs. Heureusement qu'il y a des gens comme Vessiot ou Villat qui s'y connaissent admirablement. [Aud11, p. 16]

Le fonctionnement législatif et implicite du recrutement universitaire est complexe. Les choix faits et les postes obtenus en début de carrière sont très importants pour l'évolution de celle-ci. Avec d'autres problématiques personnelles, cette période peut être particulièrement délicate pour de nombreux jeunes chercheurs.

23. Article 1er du 30 mai 1924, voir [Del31, pp. 466-467].
24. Seules les promotions de classe par ancienneté sont automatiques.
25. Voir [Pic12, pp. 162-163].
26. Voir [Pic20, pp. 179-191] pour une analyse précise du principe d'organisation en discipline académique : voir en particulier le tableau p. 191 pour les sections disciplinaires de la fin de l'entre-deux-guerres : les « sciences mathématiques et l'astronomie » en sont une des six des facultés des sciences.
27. C'est un aspect des candidatures qui répugne André Weil, voir la section 4.2.
28. Les chances ne sont pas égales en fonction des universités de province, voir [Cha94, pp. 152-153].
29. Voir [GL91, p. 56].

1.3 Une tentative d'optimisation pour obtenir un poste

1.3.1 Un brouillon d'arbre de probabilité

À la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré, dans un dossier « André Weil », se trouve, au milieu de documents ayant visiblement appartenus à René de Possel, une feuille qui a servi à représenter un arbre de probabilité. Dans celui-ci, tout porte à croire que son auteur cherche à estimer la probabilité d'obtenir un poste à un endroit donné.

La racine initiale de l'arbre, qui n'est pas écrite, correspond au remplacement de (Jean-Marie) Le Roux à Rennes. Celui-ci étant parti à la retraite en 1933 [30], ce document a donc dû être établi après le moment où l'auteur a pris connaissance de son départ, c'est-à-dire en 1932 ou 1933. D'autre part, il est très peu probable que ce document ait été produit par André Weil car les mots « moi » et « Weil » y sont tous les deux inscrits. Peu d'éléments infirment l'hypothèse que René de Possel en soit l'auteur, mais rien ne permet de le confirmer avec certitude non plus.

La lecture de l'arbre n'est pas très difficile. À partir de la première racine, l'auteur estime la probabilité de différents événements. Deux cas se présentent alors avec la même probabilité de $\frac{1}{2}$: (Marcel) Légaut remplace (Jean-Marie) Le Roux ou bien quelqu'un d'autre est titularisé à Rennes. Ce premier cas s'ouvre sur trois possibilités avec la même probabilité de $\frac{1}{3}$. Pour la première, l'auteur du document remplace (Marcel) Légaut à Rennes : c'est une racine terminale et la probabilité de cet événement, $\frac{1}{6}$, est reportée à droite du document. Les deux autres cas sont le remplacement de (Marcel) Légaut par (Marcel) Brelot ou Exo (? [31]). Ils sont rassemblés [32] dans un cas où quelqu'un va aller à Paris. Si c'est (Henri) Milloux, (André) Weil ou (Henri) Cartan qui obtient le poste, l'auteur estime qu'il peut en avoir un à Marseille. Si c'est (Jean) Favard, l'auteur aurait une chance à Grenoble. Dans le premier cas où (Georges) Bouliguand va à Paris, il y a un autre sous-arbre :

— (Jean) Favard est titularisé à Poitiers et l'auteur va à Grenoble ;

— un de Strasbourg va à Poitiers et l'auteur va à Marseille ;

— un de Caen va à Poitiers et l'auteur va à Caen ;

— un de Lille va à Poitiers et l'auteur va à Lille.

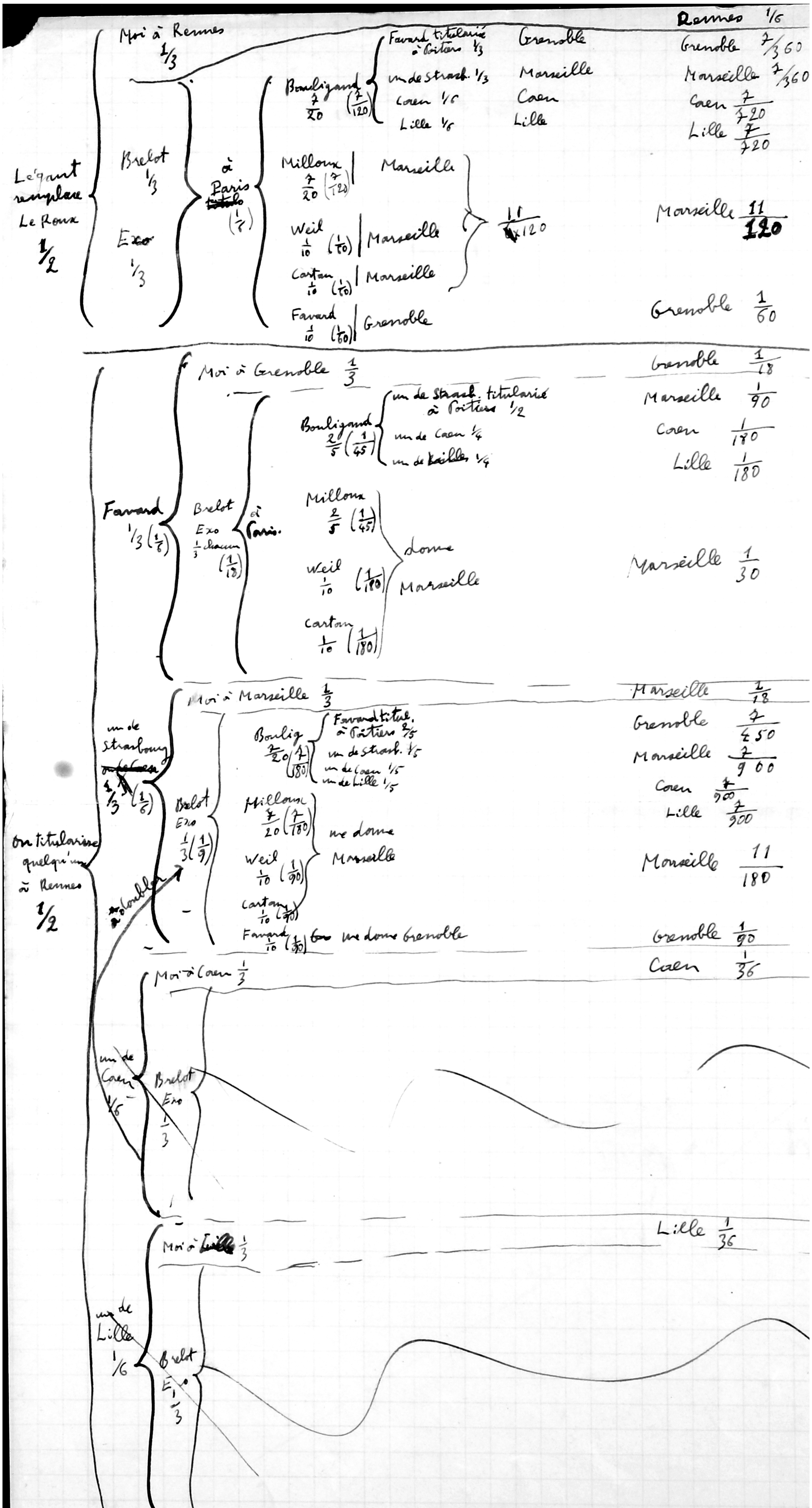
Le reste du document suit la même démarche. Notons que les deux derniers cas, où quelqu'un de Caen ou Lille est titularisé à Rennes, sont, finalement, rayés. L'auteur fait un renvoi, « à doubler », de Caen vers Strasbourg. Il n'a certainement plus retravaillé le document à partir de ce moment-là, car il n'a pas pris la peine de faire la même chose pour Lille.

30. Il est mentionné dans [Min, 1933], mais ne l'est plus à partir de [Min, 1934].

31. Je n'ai pas réussi à trouver à qui, ou quoi, pouvait faire référence ce mot. Jusque-là, ma meilleure hypothèse est que c'est un surnom possible d'Alexis Hocquenghem, même si, pour les étudiants de l'ENS, les surnoms peuvent trouver leur origine dans bien d'autres circonstances que des rapprochements de syllabes du prénom et du nom.

32. L'accolade est inversée et ces deux événements sont rassemblés par la suite.

Illustration 1.1 – Arbre de probabilité conservé dans [Col, dossier André Weil]



1.3.2 Un document révélateur de problématiques sous-jacentes à l'obtention de premiers postes universitaires

Cet arbre est symptomatique de plusieurs problématiques professionnelles et personnelles auxquelles est soumis l'auteur du document. Il s'agit pour lui de trouver un poste universitaire, il faut donc qu'il prenne connaissance des différentes opportunités. Afin de maximiser ses chances, l'auteur essaye de rassembler les candidats potentiels et leurs candidatures éventuelles : la quantité de noms et d'options montre que l'auteur a connaissance de nombreuses informations. Dans cette situation, avoir un réseau académique, par exemple d'anciens élèves de l'ENS, est un réel avantage. Enfin, il est intéressant de s'interroger sur les raisons qui poussent l'auteur de cet arbre à faire tous ces calculs. Seules des hypothèses peuvent être faites à ce propos :

— Est-ce qu'il cherche à savoir ce qui l'intéresse le plus pour sélectionner des personnes avec qui entrer en contact, et donc minimiser ses visites et déplacements ?

— Est-ce qu'il cherche à optimiser ses chances d'être nominé dans un milieu professionnel, une faculté stimulante ?

— Est-ce qu'il souhaite optimiser ou éviter une position géographique particulière ? Par exemple : être à proximité de sa famille ou d'un établissement de soin, ne pas avoir trop de difficultés à se rendre à Paris ou une autre ville, avoir un climat agréable ou adapté à sa santé, avoir un loyer modéré, avoir la possibilité de poursuivre sa carrière à cet endroit, etc.

Ces problématiques se posent, à des degrés divers, aux différents mathématiciens qui commencent leur carrière professionnelle à ce moment-là. André Weil écrit à Henri Cartan, quand il envisage d'obtenir de nouveau un poste à Strasbourg, le 6 août 1933 :

> Sans doute tu sais que (suivant toutes les vraisemblances) Dubreil ira à Nancy ; que Chapelon rentre à Lille de sorte qu'il n'y aura pas de vacance là ; que Dieudonné ira à Rennes parce qu'on pense que ce sera le premier poste libre ; et que par conséquent il ne restera de vacance (si je suis nommé chez vous) qu'à Marseille, où de Possel a de très grandes chances. [Aud11, p. 29]

Ils sont plusieurs à faire des estimations pour l'obtention des postes disponibles ; après, d'ailleurs, avoir parfois également estimé quels postes allaient être disponibles. La quantité de combinaisons possibles, la difficulté à obtenir des informations complètes et les contraintes personnelles associées aux candidatures et à l'obtention de ces postes nécessitent parfois beaucoup d'efforts de la part de ces jeunes chercheurs. Dans ce contexte, la réalisation d'un arbre de probabilité est un outil pour se représenter des possibilités et des choix à faire en conséquence. C'est en tout cas révélateur de la situation délicate dans laquelle se retrouvent même les meilleurs élèves de la fabrique de l'élite scientifique française lorsqu'ils doivent rechercher leurs premiers postes universitaires à la fin de l'entre-deux-guerres.

1.4 Exemples de parcours des premiers participants au projet Bourbaki

Liliane Beaulieu a déjà rassemblé de très nombreuses informations intéressantes sur les premiers participants au projet collectif dans le premier chapitre de sa thèse. Sa conclusion est sans appel : ce sont d'anciens normaliens, ils ont reçu des prix prestigieux, ils ont bénéficié d'opportunités de formation à l'étranger et se sont intégrés dans différents réseaux internationaux, ils ont acquis une certaine autorité et ont toutes les chances de prendre la relève du pouvoir académique. En revenant ici un peu plus en détail sur certains parcours académiques, je montre que l'incorporation et la progression dans les cadres peuvent être plus ou moins rapides en fonction des situations, des choix et des opportunités.

1.4.1 L'installation rapide de Jean Delsarte et Henri Cartan à l'Est

Parmi les anciens élèves de l'ENS participant à la deuxième réunion proto-bourbachique, Jean Delsarte et Henri Cartan sont les premiers à obtenir un poste de professeur en 1936. De fait, ils sont également les deux seuls à ne pas avoir fait de séjour prolongé à l'étranger pour leur formation [33].

1.4.1.1 Jean Delsarte

Jean Delsarte est, parmi les premiers participants au projet bourbachique, celui qui s'est installé le plus rapidement et de la façon la plus significative. En effet, il est, avec André Weil, celui qui est entré le plus tôt à l'ENS mais il obtient son premier poste de maître de conférences dès 1928. De plus, il est au cours de sa carrière celui qui reste le plus longtemps dans la même université.

Il est chargé, en 1927, d'un cours de mathématiques appliquées à la faculté des sciences de l'université de Nancy avant même de soutenir sa thèse en mars 1928. Au mois d'octobre de la même année, il est nommé maître de conférences de mathématiques générales et commence sa progression dans les cadres à Nancy :

1927 chargé de cours de mathématiques appliquées ;

1928 maître de conférences de mathématiques générales (emploi d'Université) ;

1931 promu au choix de la troisième à la deuxième classe ;

1932 maître de conférences de mathématiques générales (emploi d'État) ;

1935 promu au choix de la deuxième à la première classe ;

1936 professeur d'analyse supérieure de quatrième classe [34].

Il a la charge de quelques cours complémentaires à Nancy : celui d'astronomie à partir de 1933, ainsi que des exercices pratiques d'agrégation, des interrogations et examens en 1937 et 1938. Notons également qu'il exerce différentes autres charges académiques durant cette période : il est examinateur d'admission à l'École Centrale en 1930, 1932 et 1934, chargé du *cours Peccot* au Collège de France en 1931 et délégué des maîtres de conférences au Comité consultatif de

33. Voir [Bea89, p. 102].
34. Voir [CP14, Jean Delsarte].

l'Enseignement supérieur en 1934 [35]. Avec, entre autres, de nombreuses publications scientifiques dans l'entre-deux-guerres [36], Jean Delsarte a donc un profil optimal pour accéder à la reconnaissance académique parisienne. Cependant, comme l'atteste le déroulé complet de la carrière de Jean Delsarte et plusieurs témoignages d'André Weil :

> Décidé une fois pour toutes à rester à Nancy, il mit, lui [contrairement aux autres qui sont tentés par la Sorbonne], toute son ambition à en faire un foyer de mathématique active.
>
> Un premier pas fut fait quand des relations de bon voisinage commencèrent à s'établir entre Nancy et Strasbourg où enseignaient ses amis Henri Cartan et André Weil, l'un depuis 1931, l'autre à partir de 1933. Peu à peu on en vint à des rencontres régulières, alternant entre l'une et l'autre ville, et à la création d'une "branche de l'Est" de la Société Mathématique de France, dont les réunions attirèrent même des mathématiciens étrangers. D'autre part, une série de nominations où l'influence de Delsarte fut de plus en plus décisive vint renforcer beaucoup la mathématique nancéenne ; c'est ainsi que Dubreil, puis Leray et Dieudonné y furent appelés. [Wei79c, 1971b, p. 219] [37]

Aucune archive n'a permis jusqu'à maintenant de montrer une activité plus qu'anecdotique de la « branche de l'Est » de la SMF [38], mais les efforts de Jean Delsarte pour attirer des mathématiciens et créer un centre de mathématique intéressant à Nancy sont, eux, bien visibles, avec notamment la création de l'Institut Élie Cartan en 1953 [39].

Il faut également prendre en compte d'autres avantages dont bénéficie Jean Delsarte en choisissant de rester à Nancy. Tout d'abord, il se marie à Thérèse Sutter, une amie d'enfance, en 1929 et s'installe au 4 rue de l'Oratoire à Nancy [40]. Le couple n'a donc pas forcément envie de déménager [41]. Notons en particulier que l'adresse du « Bureau de la rédaction » des 9 numéros du *Journal de Bourbaki*, du 15 novembre 1935 au 16 mars 1937, est la sienne, tout comme le sera le siège social de l'Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki à sa création [42]. De plus, l'absence de démarche de candidature lui permet également de consacrer plus de temps à d'autres activités.

1.4.1.2 Henri Cartan

S'il n'était pas nécessaire de rentrer plus spécifiquement dans le détail du début de carrière de Jean Delsarte, le cas d'Henri Cartan est bien plus déterminant dans cette thèse. En effet, bien que relativement similaires à celles de son camarade, ses charges d'enseignement éclairent l'évolution de son cours de CDI, donc de la deuxième partie de cette thèse.

35. Voir [Egu, CURRICULUM.pdf].
36. Voir [Egu, OEUVRES.pdf].
37. Ce passage d'une *Notice biographique de J. Delsarte* est relativement semblable à un autre : [Wei91, p. 116].
38. J'y reviens plus en détail dans la partie 2.1.3.
39. Voir [Egu, BIO_DELSARTE.pdf].
40. Voir [Egu, BIO_DELSARTE.pdf].
41. À part lorsqu'il occupe le poste de directeur de la Maison franco-japonaise à Tokyo, il ne fit que des voyages brefs, mais nombreux, à l'étranger.
42. Voir [Ren03, p. 47].

Après avoir été élève de l'ENS pendant trois années, Henri Cartan est agrégé de mathématiques en 1926. Il est boursier Arconati Visconti jusqu'à ce qu'il soit nommé professeur de mathématiques au lycée de Caen en octobre 1928. Il soutient sa thèse au mois de décembre, mais envisage de candidater à un poste de chargé de cours à la faculté des sciences quelque temps avant. En effet, André Weil lui envoie une lettre à ce propos dès le 10 novembre 1928 [43]. Ce dernier va voir les « pontifes » à Strasbourg entre le 12 et le 17 janvier 1929 et lui annonce, dans une lettre envoyée de Colmar, « que ces messieurs sont très embarrassés pour choisir entre nous deux [44] ! » Finalement, c'est Henri Cartan qui est choisi [45] et il est mis à disposition par le ministre de l'Instruction publique à partir du 20 avril.

Henri Cartan ne peut plus occuper ce poste à la rentrée, car Paul Flamant, professeur à Clermont-Ferrand, est nommé professeur de mathématiques générales à la faculté des sciences de l'université de Strasbourg, le 19 juillet 1929, avec effet au 1er octobre. Il est alors chargé d'« un cours de Mathématiques à la Faculté des sciences de Lille », à partir du 1er octobre 1929. Cependant, le 8 juillet 1931, Henri Cartan écrit au doyen de la faculté des sciences de l'université de Strasbourg pour lui annoncer :

> M. Valiron sera prochainement nommé suppléant de M. Vessiot à Paris, et il faudra le suppléer à Strasbourg. Je serai très heureux que cette occasion me permît de revenir dans une Faculté dont j'ai gardé un si excellent souvenir, malgré la brièveté du séjour que j'y ai passé.

Le 18 septembre 1931, le doyen transmet au recteur la demande des professeurs de mathématiques pour que le cours de Georges Valiron soit délégué à Henri Cartan et, le 10 décembre 1931, ce dernier signe son procès-verbal d'installation, avec effet au 1er octobre 1931.

Si Henri Cartan a déjà enseigné des compléments au cours de CDI avant 1931, c'est à partir de cette année qu'il a la pleine charge de ce cours. Plus précisément, dans ses états de service, il écrit qu'il est chargé « d'un cours de Mathématiques », alors que quand il s'agit du cours de mathématiques générales, cela est écrit explicitement [46]. Cependant, quand il précise la nature des enseignements donnés, il écrit bien que c'est du cours de CDI et de quelques autres activités, comme des compléments de mathématiques générales et une préparation à l'agrégation, dont il s'agit. Il est donc très fortement probable que la formulation vague « d'un cours de Mathématiques » ait été utilisée car « du cours de Calcul Différentiel et Intégral » prend trop de place.

Le 11 décembre 1933 sont adoptés deux arrêtés très importants pour la carrière d'Henri Cartan :

> — nommant M. Cartan maître de conférences à la Faculté des Sciences, en remplacement de M. Milloux ;

43. Voir [Aud11, p. 13].
44. Voir [Aud11, p. 15].
45. Il a d'ailleurs décrit, plus tard, le déroulé en ces termes : « A cette époque les postes dans l'enseignement supérieur étaient peu nombreux et les nominations se faisaient à n'importe quel moment de l'année. C'est ainsi qu'un poste de "chargé de cours" fut annoncé pour le mois d'avril 1929 à la faculté des sciences de Strasbourg et Weil et moi-même eûmes tous deux l'idée d'y être candidat. Nous voici donc en compétition ; j'avais a priori une chance de l'emporter, non pas pour mes mérites personnels, mais parce que Georges Valiron, professeur à Strasbourg, s'intéressait plus aux fonctions d'une variable complexe qu'aux travaux d'André Weil. C'est ce qui arriva. [Car99a] ».
46. Voir [Arca, 1007W257 et 2090W3].

— chargeant M. Weil André de la suppléance de M. Valiron, en remplacement de M. Cartan. [Arca, 2090W3]

En effet, non seulement il incorpore les cadres, mais son ami André Weil le rejoint à Strasbourg. Henri Cartan ne peut cependant pas enseigner de janvier à juin 1934 car il est malade [47].

Le 14 septembre 1935, Henri Cartan se marie avec Nicole Weiss, fille de Pierre Weiss, un de ses collègues physiciens à Strasbourg depuis 1919, et ami de son père, Élie Cartan : ils étaient camarades de promotion à l'ENS en 1888 [48]. Henri Cartan est nommé professeur titulaire de mathématiques générales en janvier de l'année suivante. Il n'a donc plus la pleine charge du calcul différentiel et intégral, même s'il enseigne à quelques occasions des compléments à ce cours.

Le 12 décembre 1936, Cartan sollicite le doyen pour obtenir deux mois de congés, du 1er janvier au 28 février 1937, car il doit subir une opération chirurgicale au début de janvier. Une partie de sa charge d'enseignement est alors déléguée à Claude Chevalley qui assure déjà la suppléance d'André Weil, parti à Princeton de janvier à mai 1937. Après deux demandes de prolongation, il reprend finalement son poste le 12 avril.

1.4.2 André Weil et René de Possel, jeu de postes de Marseille à Clermont-Ferrand

Après avoir effectué son service militaire en 1928–1929, André Weil candidate à un même poste qu'Henri Cartan à l'université de Strasbourg. Ils s'écrivent tous les deux à ce propos, échangeant sur leurs visites des « pontifes » et à l'éventualité d'une deuxième vacance. C'est finalement Henri Cartan qui obtient le poste et André Weil passe deux années universitaires, du début d'année 1930 à mai 1932, à l'université d'Aligarh, en Inde [49]. À son retour en France, il obtient un poste de chargé de cours à Marseille, à partir du 1er décembre 1932. À sa grande fierté, il ne rejoint son poste qu'au moment de sa nomination, et non pas un peu avant [50]. Cela semble assez révélateur de son manque d'intérêt pour cette ville et sa faculté, ce qu'il a d'ailleurs affirmé : selon lui, la vie scientifique y était à peu près nulle [51]. À l'inverse, son attrait pour Strasbourg en 1929 est certainement lié à ses racines familiales [52] ainsi que la proximité

47. Henri Cartan écrit dans ses *Souvenirs d'une longue amitié* : « Nous voici donc enseignant tous deux dans le vaste bâtiment de la place de l'université, derrière la statue de Pasteur. Mais cela ne dura que deux mois, car au début de janvier je fus admis à l'hôpital du boulevard Georges Clemenceau avec une fièvre typhoïde dont les complications me tinrent à l'écart de l'enseignement jusqu'à la fin de l'année scolaire. Mais je n'oublierai pas les visites réconfortantes qu'il me fit à l'hôpital », [Car99a]. Cela est vérifié par les informations dans ses dossiers de carrière à l'université de Strasbourg, voir [Arca, 1007W257 et 2090W3].

48. Voir [Aud11, p. 477].

49. Voir [Wei91, pp. 63 et 97]. Szolem Mandelbrojt rapporte qu'on lui a d'abord proposé ce poste, mais qu'il a refusé car son fils Jacques venait de naître, voir [Man85, p. 25].

50. Voir [Wei91, p. 98].

51. Voir [Wei91, pp. 100 et 116].

52. Voir [Car99b, p.7], ou [Wei09, pp. 129-137].

avec l'Allemagne [53] et Paris [54]. N'étant pas moins désireux de retrouver Henri Cartan que ce dernier [55], et en ayant déjà certainement parlé de cela avec lui, il lui écrit, le 6 août 1933, qu'il « [a] vu Cavalier [56] qui [lui] a vivement conseillé d'accepter une éventuelle nomination à Strasbourg » [57]. Le 10 août 1933, il envoie sa candidature officielle au doyen [58], qui lui renvoie les démarches à effectuer pour optimiser ses chances de nomination. Un arrêté le charge d'un cours, à partir du 1er décembre 1933, à l'université de Strasbourg [59]. Il garde ce poste jusqu'à ce qu'il soit nommé maître de conférences de mathématiques à la faculté des sciences de l'université de Strasbourg, en remplacement d'Henri Cartan, qui vient d'être nommé professeur de mathématiques générales, le 1er avril 1936.

C'est René de Possel qui remplace, à partir du 16 décembre 1933, André Weil à Marseille [60], jusqu'à sa nomination en tant que maître de conférences suppléant à Clermont-Ferrand, du 1er octobre 1934 [61] jusqu'à fin 1936 [62]. Il est ensuite certainement retourné donner des cours à Marseille car, dans sa candidature de 1937 au poste libéré par Szolem Mandelbrojt, il est indiqué qu'il est chargé de cours dans cette ville [63]. L'année suivante, il est chargé de cours de CDI à Besançon [64].

En parallèle, André Weil part à l'Institute for Advanced Study de Princeton de janvier à mai 1937 [65] et est remplacé, à Strasbourg, par Claude Chevalley. Quand il revient en France, André

53. Dans les commentaires de ses œuvres, André Weil écrit : « Je me réjouissais aussi de la proximité de Siegel et de ses collègues de Francfort (principalement Max Dehn et Hellinger) ; malheureusement je n'en profitai pas longtemps. La situation en Allemagne ne tarda pas à se détériorer, encore plus vite que je n'avais su le prévoir, et mon voyage à Francfort et Hambourg au printemps 1934 fut, je crois, le dernier que j'aie fait en ce pays jusqu'à la guerre. Je continuai, il est vrai, à voir Siegel assez régulièrement ; mais ce fut en Suisse ou bien à Strasbourg même que nous fîmes en sorte de nous rencontrer. », [Wei79a, p. 530]

54. Le site `https://web.archive.org/web/20211008092700/https://ressources.data.sncf.com/explore/dataset/meilleurs-temps-des-parcours-des-trains/table/?disjunctive.relations=&sort=-temps_estime_en_minutes&refine.annee=1938` donne, pour un trajet en train depuis Paris, 270 minutes pour Strasbourg et 580 pour Marseille en 1938. C'était, respectivement, 517 minutes et 863 en 1920. Il n'y a pas de données pour Marseille entre 1920 et 1938.

55. Voir [Wei91, p. 100].

56. Ce nom apparaît à deux reprises dans la correspondance entre Henri Cartan et André Weil. Michèle Audin n'a pas déterminé de quelle personne il s'agit. D'après les deux mentions, il s'agit vraisemblablement de Jacques Cavalier, alors directeur de l'enseignement supérieur, qui est relativement méconnu.

57. Voir [Aud11, p. 29].

58. Toutes les sources de cette fin de paragraphe se trouvent dans [Arca, 2090W20] et sont confirmées par [Min].

59. Alors que Michèle Audin, [Aud11, p. 9], et Lilianne Beaulieu, [Bea89, p. 119], écrivent qu'à cette période André Weil dispose d'un poste fixe de maître de conférences, il s'avère qu'il n'a qu'un poste de chargé de cours, qui doit être renouvelé chaque année.

60. Là où il avait « de très grandes chances », d'après la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 6 août 1933, voir 1.3.2.

61. Voir [Arcb, T05982]. Son arrivée oblige d'ailleurs Pierre Dive à reprendre son poste de maître de conférences à Marseille.

62. Szolem Mandelbrojt explique, dans la candidature de René de Possel en 1938, qu'il a été professeur pendant deux années scolaires à la faculté des sciences de Clermont-Ferrand.

63. Je n'ai pas trouvé le tableau de classement de 1937, voir la section A.4. Notons que Pierre Dive indique dans son dossier de candidature qu'il est « Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Marseille, Chargé de cours à la Faculté des Sciences de Clermont », voir [Arcb, T4940]. C'est lui qui a obtenu le poste.

64. Voir [Min, 1938], c'est également ce qui est indiqué dans sa candidature de 1938.

65. Il demande une prolongation d'absence pour le mois de juin en indiquant qu'il ne lui sera vraisemblablement pas possible d'être rentré à Strasbourg à ce moment, voir [Arca, 1476W8]. En fait, il s'est rendu au Mexique à ce moment-là, voir [Aud11, p. 478].

Weil et sa famille [66] ne pensent pas rester à Strasbourg très longtemps. Dans son autobiographie, il est écrit qu'à cause de « l'avenir [qui] semblait si incertain [...] nous nous contentâmes d'un petit appartement meublé [67] ». Le choix délibéré de prendre un appartement meublé est confirmé par une lettre à René de Possel [68] et montre effectivement qu'ils souhaitent pouvoir quitter Strasbourg facilement et rapidement. Le contexte politique n'est peut-être pas la seule raison de ce choix : André Weil veut avancer dans sa carrière et il n'y a alors pas d'opportunité immédiate d'obtenir un poste de professeur à Strasbourg. Il commence alors à candidater à des postes qui lui permettraient de progresser dans les cadres.

Le décret de nomination de Szolem Mandelbrojt au Collège de France est signé le 1er juin 1938. Le conseil de la faculté des sciences de l'université de Clermont-Ferrand demande rapidement que sa chaire soit déclarée vacante. Cela est validé par le ministre de l'Éducation nationale dans un arrêté, publié le 17 juin, qui offre un délai de vingt jours aux candidats pour faire valoir leurs titres [69]. C'est Szolem Mandelbrojt qui est chargé de faire le rapport sur les candidatures. Il détaille les travaux de René de Possel et d'André Weil sur deux pages pour chacun, mais n'expose ceux d'André Roussel que sur un paragraphe de quatre lignes. Sa conclusion est sans appel :

> J'espère vous avoir prouvé que de POSSEL est un bon mathématicien, que ROUSSEL a fait des recherches intéressantes, mais que WEIL est un mathématicien très puissant, s'attaquant et résolvant des problèmes de tout premier ordre.
>
> C'est pourquoi, je vous propose de présenter M. WEIL en première ligne et M. de POSSEL en deuxième ligne. [Arcb, T4942]

Après quelques quiproquos lors du vote, c'est finalement René de Possel qui est présenté en première ligne et André Roussel en deuxième. Dans un rapport qui fournit des éclaircissements sur le vote, le doyen explique alors que seuls deux candidats ont reçu des votes lors de la présentation en première ligne : quatre pour René de Possel et trois pour André Weil. Les électeurs du premier ont reconnu ses qualités mathématiques, mais également le fait qu'il a déjà été chargé, pendant deux ans, d'un cours dans cette même faculté. Pour le deuxième, les électeurs ont estimé, comme le présente le rapport de Szolem Mandelbrojt, que c'est un excellent mathématicien et que sa « non-présentation en première ligne [...] lui cause un préjudice injustifié, puisqu'il s'agit du meilleur candidat ; en outre sa thèse est de quatre années antérieures à celle de son concurrent [70]. » Le conseil de la faculté préfère donc choisir une personne qui a déjà travaillé dans son université et qui avait déjà candidaté l'année précédente à la chaire de mécanique rationnelle, même si cela engendre une certaine injustice scientifique.

Puisqu'il est nommé à Clermont-Ferrand, René de Possel ne peut honorer ses enseignements

66. Évelyne de Possel divorce en juin 1937, voir [Wei91, p. 123], et se marie avec André Weil le 30 octobre 1937, voir [Aud11, p. 477].
67. Voir [Wei91, p. 124].
68. Lettre d'André Weil à René de Possel du 7 février 1938, [Col, dossier De Possel papiers].
69. La candidature d'Henri Pailloux n'a pas été retenue car il a envoyé son dossier le 27 juillet... alors que le conseil de la faculté avait déjà formulé ses présentations, voir [Arcb, T4942].
70. Voir [Arcb, T4942].

à Besançon [71]. Le 20 octobre 1938, il est en effet informé [72] que le ministre de l'Éducation nationale souhaite le charger d'un cours de calcul différentiel et de calcul intégral à la faculté des sciences de l'université de Besançon, à partir du 1er novembre suivant. André Weil répond alors, par voie hiérarchique, qu'il ne souhaite pas accepter une telle nomination à Besançon et qu'il en avait d'ailleurs informé le directeur de l'Enseignement supérieur au cours d'un entretien au mois de juillet 1938. Ce poste ne le fait pas avancer dans les cadres et il doit préférer l'instabilité politique de Strasbourg et ses conditions de travail, plutôt que l'isolement scientifique à Besançon.

71. Dans le rapport du doyen, il est également précisé qu'il a été présenté par le conseil de la faculté des sciences de Besançon pour sa chaire de calcul différentiel et intégral, ainsi que par la section permanente, et donc que ça ne lui causerait aucun préjudice, contrairement à André Weil, de ne pas obtenir le poste à Clermont-Ferrand.

72. Par le doyen, suite à une lettre d'Adolphe-Louis Terracher, alors recteur de l'académie de Dijon. Ce dernier aide également André Weil pendant la guerre, voir 3.2.4.

Chapitre 2

La construction d'un projet collectif

Dans le chapitre précédent, j'ai montré que, analysées individuellement, les progressions de carrière des membres de Bourbaki jusqu'en 1938 sont déjà plus ou moins complexes en fonction des situations et des ambitions de chacun. Il s'agit maintenant de présenter les premiers projets collectifs de ces personnes et les interactions avec des problématiques de carrière. Cela nécessite une tout autre analyse.

Ces mathématiciens qui commencent leurs carrières dans la deuxième moitié de l'entre-deux-guerre peuvent appartenir à différents collectifs : anciens élèves de l'ENS, chercheurs dans une spécialité, enseignants d'une université, etc [1]. Le collectif rassemblé autour du séminaire Julia est singulier dans la scène mathématique française, car ce type de rassemblement est rare à cette période. Le développement, en parallèle de ce rassemblement, d'un projet rédactionnel qui s'établit sur la durée place alors le collectif ainsi formé dans une position originale. En participant à un projet entre jeunes chercheurs français éparpillés sur le territoire national ou plus loin, ils ont une occasion supplémentaire d'échanger et de développer des affinités entre eux. L'évolution de leurs objectifs communs influence alors le projet collectif, à commencer par le passage d'un traité d'analyse à un traité plus vaste sur « la mathématique ». Les contributions entre individus et collectif évoluent au cours du temps que ce soit sur des aspects mathématiques, administratifs voire politiques.

La première section présente des projets collectifs antérieurs ou parallèles à Bourbaki. Jusqu'en 1938, ils restent relativement indépendants de ce dernier. Dans la section suivante, je présente les membres de Bourbaki dans cette période afin de faire une distinction entre l'implication des différents protagonistes dans le projet collectif. Celle-ci est nécessaire pour bien comprendre les enjeux individuels au sein et autour du collectif. Je montre ensuite que le projet rédactionnel commence à interagir concrètement avec les activités et les carrières de ses membres autour de la rupture, en 1938, avec Gaston Julia. Les jeux d'influence et, dans la section suivante, le déplacement des activités de Bourbaki, sont les premiers signes d'un enrichissement des ambitions du projet collectif.

1. Pour une introduction plus générale sur la notion de collectif en mathématiques et histoire des mathématiques, voir [Pau14, pp. 21-26].

2.1 Premiers projets collectifs

2.1.1 Un premier projet de séminaire et les publications en l'honneur de Jacques Herbrand

Peu de documents permettent de décrire les relations de ces futurs mathématiciens et les seules traces qui persistent se retrouvent souvent dans des souvenirs rapportés bien des années après. Ils fréquentent les couloirs de l'ENS à la même période, certains ont déjà l'occasion de discuter entre eux, d'aller ensemble à des cours ou au séminaire Hadamard, voire commencent à se lier d'amitié.

La première possibilité de construire un réseau plus restreint que le simple fait d'être un élève mathématicien de ces promotions participant à la vie mathématique parisienne est certainement l'idée d'André Weil de créer un séminaire entre jeunes. En effet, dans une lettre à Henri Cartan du 10 novembre 1928, il lui écrit :

> Je suis principalement préoccupé en ce moment de mettre sur pied, à l'Ecole, un séminaire d'arithmétique. J'aurai le concours de Dubreil, ainsi que celui de Herbrand et Chevalley, aussi celui de Grandjot, de Göttingen, que tu as dû rencontrer à Bologne, et qui est boursier Rockefeller à Paris en ce moment. [Aud11, p. 13]

Il semble cependant que cette idée n'ait pas abouti. Cela est certainement dû aux voyages, au service militaire et à la préparation de la thèse de beaucoup de ces personnes.

Le décès de Jacques Herbrand, en 1931, est le premier élément significativement représentatif d'un réseau de ces promotions de l'ENS. Claude Chevalley, qui avait écrit deux articles en collaboration avec Jacques Herbrand, s'occupe de sa notice avec Albert Lautman [2], puis, à son retour du service militaire [3], en 1933–1934, conçoit avec André Weil le projet d'une publication d'une série d'exposés en l'honneur de leur ami. Ils mobilisent ainsi un réseau autour de Jacques Herbrand, que Liliane Beaulieu décrit de la façon suivante :

> Ils sollicitèrent les contributions scientifiques de leurs camarades Marcel Brelot, Cartan, Delsarte, Dieudonné et Dubreil, qui s'y associèrent, du moins en y publiant un travail[Note : Dans la bibliographie à la fin du texte de l'exposé de 1934 de Possel au séminaire Julia, était annoncé un ouvrage sur la mesure et l'intégration de de Possel, à paraître dans la série des exposés à la mémoire de Jacques Herbrand. À ma connaissance, cet ouvrage ne vit pas le jour.]. Ils allèrent aussi chercher la participation de mathématiciens allemands dont certains avaient connu Herbrand et ses travaux, Emmy Noether et von Neumann, par exemple. Les recherches de Herbrand avaient entretenu quelques rapports avec les travaux de certains d'entre eux mais c'étaient surtout des mathématiciens de première ligne que Chevalley et Weil avaient voulu recruter : Reinhold Baer, Richard Brauer, Hasse, Noether et von Neumann. L'entreprise bénéficia de plus de la contribution du mathématicien russe, Nicolas Lusin, et de celle du mathématicien japonais, Shôkichi Iyanaga. [Bea89, p. 138]

Les mathématiciens mobilisés dans ce projet ont des profils plus divers que ceux du séminaire Julia ou de Bourbaki. D'autre part, les échanges et interactions sont, eux, plus restreints. Cela

2. Voir [CL68].
3. Voir [Bea89, p. 138].

reste cependant une expérience collective qui représente un préliminaire non négligeable au projet bourbachique.

Les raisons des différents rassemblements, la disponibilité et l'investissement des participants entraînent différentes dynamiques dans les projets collectifs. Le rassemblement autour d'un projet de rédaction d'un traité d'analyse est une expérience supplémentaire d'un travail en commun. Si ces travaux sont parfois empêchés par des contraintes personnelles, comme ça a pu être le cas pour le projet de séminaire d'André Weil ou l'adjonction tardive de Charles Ehresmann à l'entreprise bourbachique, la profondeur du projet Bourbaki et l'engagement de ses membres assurent à ce rassemblement une certaine pérennité.

2.1.2 Le séminaire Julia : une opportunité dans le paysage mathématique français de l'entre-deux guerres

La première année du séminaire Julia est consacrée à la théorie des groupes et aux algèbres, une thématique vraisemblablement retenue lors de la réunion d'organisation du 15 mai 1933 [4]. Pour la deuxième année, le programme est étudié le 30 avril 1934 après un exposé de Claude Chevalley et il porte finalement sur les espaces de Hilbert [5]. Alors que les réunions proto-bourbachiques débutent au cours du mois de décembre 1934, l'empreinte du groupe Bourbaki sur les orientations du séminaire Julia est manifeste jusqu'au printemps 1938. Ainsi, la troisième année du séminaire, 1935–1936, est consacrée à la « Topologie » et Michèle Audin note à ce propos que « la topologie a été le point de rencontre, le lieu commun des protagonistes de Bourbaki ». À propos de l'année suivante, 1936–1937, elle note qu'« il est assez probable que c'est [André Weil] qui a proposé le thème "travaux d'Élie Cartan" », ce qui concorde tout à fait avec ses intérêts mathématiques et son estime pour lui [6]. La cinquième année se concentre sur les « fonctions algébriques », l'objectif étant alors de « comprendre ce qui intéressait André Weil à ce moment-là » [7]. En résumé, le rôle joué par les membres fondateurs de Bourbaki, et par André Weil en particulier, est indéniablement central dans le choix des thématiques traitées par les orateurs du séminaire Julia jusqu'en 1938.

Le séminaire Julia prend une orientation différente en 1938–1939, comme le montre Michèle Audin [8]. Le « Séminaire de mathématiques » change de nom et devient le « Cercle mathématique de l'École normale supérieure » ; il a lieu à l'ENS et non plus à l'IHP ; le public y est plus jeune et moins international ; enfin, les membres fondateurs de Bourbaki n'y donnent plus d'exposés [9]. Michèle Audin a émis l'hypothèse [10] que ce changement a pu s'opérer dès 1937, en

4. Voir [Aud14b, pp. 29–30]. De nombreux détails sont présentés dans ce travail, en particulier sur les sujets mathématiques autour du séminaire que je ne développe pas ici.

5. Voir [Aud14b, pp. 66–73].

6. Comme le prouve ses commentaires [Wei79a, pp. 522, 530 et 531] sur son étude des travaux d'Élie Cartan entre 1932 et 1935, ou la dédicace au début de son livre [Wei40], qu'il voulait offrir le 18 mai 1939 à l'occasion du jubilé scientifique d'Élie Cartan, voir [Wei79a, p. 549].

7. Voir [Aud14b, pp. 76, 84 et 88].

8. Voir [Aud14b, pp. 47-48 et 114-116].

9. Michèle Audin fait également la remarque suivante : « Le sujet est beaucoup plus classique : on a peut-être du mal à le réaliser aujourd'hui, mais l'algèbre abstraite et la topologie étaient des sujets radicalement nouveaux ; le calcul des variations était un choix moins inattendu (même si, on le verra, il y avait la théorie de Morse) », voir [Aud14b, p. 48].

10. Voir [Aud14b, p. 115].

raison d'opinions politiques ou scientifiques divergentes opposant les membres fondateurs de Bourbaki à Julia. Elle fait allusion à la participation de Julia au bicentenaire de l'université de Göttingen en juin 1937. Les festivités organisées pour cette occasion prennent la forme d'une autocélébration du régime nazi [11]. Une lettre à charge d'André Weil à Jean Coulomb révèle un point de vue différent : cette rupture serait plutôt l'expression d'une opposition au groupe Bourbaki [12].

2.1.3 Deux marqueurs d'une ambition professionnelle en mathématique : la section de l'Est de la SMF et les *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg*

En parallèle de la deuxième année du séminaire Julia et des premières réunions proto-bourbachiques, ces protagonistes sont également à l'origine d'une autre initiative révélatrice de leur ambition mathématique et de la structuration de leurs activités :

> Avec Delsarte, qui avait réussi à attirer à Nancy quelques-uns de nos camarades, nous nous occupâmes de mettre sur pied une branche de l'Est de la Société Mathématique de France, qui, jusqu'à la guerre, organisa des réunions alternativement à Nancy et à Strasbourg [...] [Wei91, p. 125]

Je n'ai trouvé aucune autre mention des activités de cette « branche de l'Est de la SMF », à part dans quelques parties *Vie de la société* du *Bulletin de la SMF* :

> SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE.
> SECTION DE L'EST (1 [13]).
> Compte rendu de la Séance du 17 mai 1935 (Strasbourg)
>
> La Section de l'Est de la Société Mathématique de France a tenu sa réunion constitutive à Strasbourg, le 17 mai 1935, à 15$^{\text{h}}$. Étaient présents : MM. Delsarte, Dubreil, M$^{\text{me}}$ Dubreil-Jacotin, MM. Husson et Mentré, du groupe de Nancy ; MM. H. Cartan, Cerf, Flamant, Roussel, Thiry, Weil, du groupe de Strasbourg. Le quorum fixé par le Conseil de la société étant rempli, la Section de l'Est de la Société Mathématique est déclarée constituée et procède à l'élection de son bureau. Sont élus, à l'unanimité : MM. Thiry, président ; Husson, vice-président ; Weil, secrétaire. On décide que la Section n'exigera, jusqu'à nouvel ordre, aucune cotisation spéciale, et qu'elle n'aura pas de trésorier. On décide également que la Section se réunira au moins deux fois par an, une fois à Nancy et une fois à Strasbourg.
>
> *Communications :*
>
> M. Delsarte fait une communication : *Sur un procédé général de développement des fonctions en série* [14].

11. Voir [Eck18, pp. 276–289], et toute la première section de cet article pour une mise en contexte plus globale des activités de Gaston Julia dans cette période.
12. Voir la section 2.3.
13. La note est la suivante : « Le Conseil de la Société Mathématique de France a décidé, dans sa séance du 16 janvier 1935, d'autoriser la création de *sections régionales* de la Société, à condition que ces sections réunissent au minimum dix membres de la Société ; les comptes rendus des séances de ces sections pourront, après avis du Bureau, être publiés par le Bulletin de la Société. »
14. Jean Delsarte fait référence à cette communication, parue dans le *comptes rendus des séances de la*

> M. Thiry fait une communication, accompagnée de projections et de démonstrations expérimentales : *Sur certains mouvements tourbillonnaires dans une lame fluide.*
>
> La séance est levée à $18^{\mathrm{h}}30^{\mathrm{m}}$. [Soc, 1935, pp. 39-40]

La *section de l'Est* est la première section régionale à être mentionnée dans le Bulletin de la SMF [15], qui venait d'autoriser la création de telles sections lors de la réunion du Conseil du 16 janvier de la même année. Cette section n'apparaît plus dans le Bulletin de la SMF, au moins jusqu'à la guerre.

Cela peut sembler anodin, mais se saisir de cette opportunité de créer une section de l'Est de la SMF montre la volonté de ce groupe, ou du moins de ses instigateurs, d'être présents sur la scène mathématique nationale. André Weil est, d'autre part, dès son adhésion à la SMF en 1933, « sociétaire perpétuel [16] » . Ce choix a pu être motivé par des considérations économiques ou administratives, mais il montre surtout qu'André Weil souhaitait très vite faire durablement partie de cette société scientifique.

À partir de 1937, Bourbaki se dote également d'un organe éditorial à Strasbourg. En effet, les *Publications de l'Institut de Mathématiques de l'Université de Strasbourg* dont les douze premiers volumes paraissent entre 1920 et 1934 [17], sont reprises par des membres du groupe, devenant les *Publications de l'Institut de Mathématique [au singulier] de l'Université de Strasbourg*. L'éditeur choisi est Hermann, soit le même que celui prévu pour les *Éléments de mathématique*, dont le premier fascicule est sous presse en 1939 [18]. Parmi les dix premiers volumes issus des *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg*, neuf sont rédigés par des membres de Bourbaki : André Weil, Henri Cartan, Laurent Schwartz et Jean Dieudonné.

Ainsi, durant les cinq premières années d'existence du séminaire Julia, les principaux membres fondateurs du groupe Nicolas Bourbaki s'installent et développent leurs activités dans des universités des départements, en particulier Strasbourg et Nancy. Ils s'impliquent dans la SMF à travers la création d'une branche de l'Est en 1935. De plus, avec la reprise en main des *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg*, ils disposent à partir de 1937 d'un organe éditorial reflétant leurs activités scientifiques [19].

Société mathématique de France, en précisant que celle-ci a été faite à la section de Nancy–Strasbourg, dans deux articles, voir [Del71, pp. 299 et 303].

15. Il y a également une *section du Sud-Est*, en 1937, voir [Soc, 1937, p. 38], qui devient le *groupe Rhodanien*, après l'ajout de l'Université de Lausanne, en 1938, voir [Soc, 1938, p. 43]. Ce sont les seules mentions de sections jusqu'à la Guerre, où le Bulletin de la SMF ne contient alors plus de partie *Vie de la société*.

16. Voir [Soc, 1937, p. 17]. Le règlement intérieur précise que le sociétaire doit verser « une somme égale à vingt fois la cotisation annuelle s'il est âgé de moins de quarante ans », avec la possibilité de payer « par quart, à des intervalles ne dépassant pas une année », voir [Soc, 1935, p. 24]. Ce texte est validé le 9 janvier 1935, deux ans après l'adhésion d'André Weil. Le règlement avait précédemment été modifié le 11 janvier 1928, mais le texte n'avait pas été publié dans le Bulletin. De même, le montant de la cotisation annuelle complète n'est publié qu'en 1936 : je suppose que le montant de la cotisation annuelle ou pour être membre à vie est du même ordre de grandeur. Puisqu'il donne son adresse rue Auguste Comte à Paris, André Weil doit être considéré comme un membre *résidant* ; je ne sais cependant pas s'il était membre *actif*, avec une cotisation annuelle complète de soixante-quinze francs, ou membre *adhérent*, avec une contribution à hauteur de la moitié de la cotisation annuelle complète.

17. Regroupant alors des articles publiés par le personnel de l'Institut, ils sont notamment disponibles à la bibliothèque de mathématiques de Strasbourg sous les cotes 35615 à 35627.

18. Voir [Bea89, p. 139] et [Wei91, pp. 107–109].

19. Cela est, en particulier, utile pour la publication d'un ouvrage d'André Weil en 1940, voir la sous-section 3.2.3.

2.2 Engagements des premiers participants au projet Bourbaki

Ce projet de rédaction d'un traité d'analyse est en cours de construction et il est normal que des participants abandonnent ou soient plus ou moins actifs. Par conséquent, il est nécessaire de distinguer l'implication de ceux-ci. De fait, nous allons voir que les noms mentionnés sur le site de l'association Bourbaki [20] ne correspondent qu'aux membres considérés lors de la « plénière de fondation de Besse » : cela n'est donc qu'un instantané d'un groupe qui évolue.

2.2.1 Tableau des mentions dans le bulletin du groupe

Tableau 2.1 – Mentions de membres de Bourbaki dans les différents bulletins du groupe : les *réunions du Traité d'analyse*, le *Journal de Bourbaki* et les trois premiers congrès annuels.

	10-12-1934	14-01-1935	28-01-1935	11-02-1935	25-02-1935	11-03-1935	25-03-1935	08-04-1935
Cartan	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent
Chevalley	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent
Coulomb		Mentionné		Mentionné			Mentionné	Mentionné
De Possel	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent
Delsarte	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent
Dieudonné	Présent	Présent	Présent	Présent		Présent	Présent	Présent
Dubreil		Mentionné	Mentionné	Présent				Démission
Leray		Présent	Mentionné		Mentionné	Présent	Mentionné	Mentionné
Mandelbrojt		Présent	Présent	Mentionné				Mentionné
Weil	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent	Présent

	06-05-1935	20-05-1935	07-1935	15-11-1935	15-12-1935	15-01-1936	15-02-1936
Cartan	Excusé	Présent	Intermittent	Mentionné	Mentionné	Mentionné	Mentionné
Chevalley	Présent		Présent	Mentionné	Sans nouvelles	Mentionné	Sans nouvelles
Coulomb	Remplaçant	Présent	Intermittent				
De Possel	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Mentionné	Sans nouvelles	Mentionné
Delsarte	Présent	Présent	Absent	Mentionné	Mentionné	Mentionné	Mentionné
Dieudonné	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Mentionné	Mentionné	Mentionné
Dubreil	Remplacé						
Ehresmann			Mentionné				
Leray	Présent	Présent	Exclu				
Mandelbrojt	Mentionné	Présent	Présent	Mentionné	Sans nouvelles	Mentionné	Mentionné
Weil	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Mentionné	Mentionné	Mentionné

	25-03-1936	06-07-1936	09-1936	27-11-1936	18-12-1936	16-02-1937	16-03-1937	09-1937
Cartan	Présent		Excusé	Mentionné	Présent	Sans nouvelles	Excusé	Présent
Chevalley	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Mentionné	Présent	Présent
Coulomb			Intermittent	Mentionné	Mentionné	Mentionné	Excusé	Honorariat
De Possel	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Mentionné	Présent	Présent
Delsarte	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Mentionné	Présent	Présent
Dieudonné	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Mentionné	Présent	Présent
Ehresmann	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Mentionné	Présent	Présent
Mandelbrojt		Sans nouvelles	Présent	Mentionné	Présent	Mentionné	Présent	Présent
Weil	Présent	Présent	Présent	Mentionné	Présent	Sans nouvelles	Excusé	Présent

Le tableau 2.1 est un relevé des personnes présentes ou mentionnées dans les comptes rendus et bulletins du groupe entre la première réunion proto-bourbachique, le 10 décembre 1934, et l'avant-dernier congrès d'avant-guerre, en septembre 1937 [21]. Les dix premières réunions sont

20. « Le groupe Bourbaki s'est formé en 1935. Ses membres fondateurs étaient : Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Coulomb, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, René de Possel, Szolem Mandelbrojt, André Weil. », [Boub].

21. De ce troisième congrès au premier numéro de *la Tribu* en mars 1940, voir [ER, À propos de La Tribu N° 1 du 15 mars 1940]. En dehors des rédactions individuelles que l'on peut dater de cette période, seul le compte rendu du congrès de Dieulefit se trouve dans les archives. Même ce dernier, d'une durée de deux jours à cause du contexte politique, ne semble pas avoir été très productif. Cela est parfaitement visible à travers le faible

les « dix réunions proto-bourbachiques ». Les trois dates où ne sont précisés que le mois et l'année correspondent aux trois premiers congrès bourbachiques.

Dans ce tableau, je n'ai retenu que les mentions de personnes qui ont été, à un moment ou à un autre, considérées comme membres du projet. D'autres scientifiques apparaissent dans ces documents :

— Emil Artin qui est « consultant » le 11 février 1935 ;

— Élie Cartan, père d'Henri Cartan, qui est « consultant » le 20 mai 1935 et serait venu au congrès de Dieulefit [22] ;

— Raoul Husson qui « sert l'apéritif » le 25 mars 1936 ;

— Yves Rocard qui est « consultant » le 11 mars 1935 et fournit un rapport sur ce qui pourrait intéresser les physiciens dans un tel traité [23].

La présence d'autres personnes est également attestée à travers des photos ou des témoignages : Luc Olivier et Marie-Thérèse Bastien (la « secrétaire de Bourbaki ») sont présents sur des photos du congrès de Besse [24], tout comme A. Mirlès [25] qui est également présent au premier congrès de Chançay [26] ; Évelyne de Possel, alors mariée à René de Possel, avant de l'être avec André Weil, donna le prénom « Nicolas » à Bourbaki pour la publication de la note de 1935 [27] ; Ninette Ehresmann est présente au premier congrès de Chançay [28] ; Marguerite et Jacqueline Chevalley, respectivement mère et femme de Claude, sont présentes aux deux congrès de Bourbaki à Chançay [29] ; enfin, Simone Weil, la sœur d'André, est, elle, présente aux congrès de 1937 et 1938 [30].

2.2.2 Le « noyau dur »

Henri Cartan, Claude Chevalley, René de Possel, Jean Delsarte, Jean Dieudonné et André Weil sont les participants à la toute première réunion proto-bourbachique. Ils font partie, avec Szolem Mandelbrojt et Jean Coulomb, des « membres fondateurs » du groupe, c'est-à-dire des personnes présentes lors du congrès, qualifié de « fondateur », de Besse-en-Chandesse, en juillet 1935, où le nom « Bourbaki » a été adopté pour le projet, qui n'était déjà plus restreint à un « traité d'analyse [31] ». Ces six mathématiciens sont mentionnés dans presque tous les bulletins de cette période. Ils sont également, contrairement à Szolem Mandelbrojt et Jean Coulomb, toujours activement impliqués dans le groupe après la guerre [32].

D'autre part, après une analyse des archives bourbachiques d'avant-guerre, ces six personnes sont celles qui fournissent le plus de rapports et participent le plus aux réunions : les contribu-

nombre de pages et de résolutions adoptées lors de ce congrès ou bien à travers le témoignage d'André Weil qui affirme qu' « à ce congrès on ne fit guère de travail utile », [Wei91, p. 130].

22. Voir [Wei91, p. 129].
23. Voir [Boua, delta006] et [Boua, delms000].
24. Voir [Bor07, p. 145] et les photos sur le site des archives Bourbaki.
25. Il n'a pas été possible de retrouver le prénom complet de cette personne.
26. Voir les photos sur le site des archives Bourbaki et [Wei91, p. 111].
27. Voir [Wei91, p. 106].
28. Voir [Wei91, p. 111].
29. Voir [Gue04, p. 17] et [Wei91, p. 111].
30. Voir [Bor07, p. 144] et écouter [Mar19].
31. Voir [Bea89, chapitre III].
32. Même René de Possel, voir [Aud11, p. 529], contrairement à ce que peuvent indiquer des travaux imprécis.

tions de Jean Coulomb et Szolem Mandelbrojt sont plus modestes. Ce « noyau dur » échange beaucoup de lettres et se rencontre souvent, que ce soit sur les lieux de travail des membres, principalement Nancy et Strasbourg, dans le cadre de « la section de l'Est de la SMF » ou non, ou bien au séminaire Julia [33]. Ils correspondent aussi, à l'exception de René de Possel, aux membres qu'André Weil considère comme « indispensable[s] » pour la continuation du projet Bourbaki après le début de la guerre [34].

2.2.3 Le départ de Paul Dubreil et de Jean Leray

Paul Dubreil, qui exerce aux côtés de Jean Delsarte à Nancy à partir de 1933, compte parmi les orateurs réguliers du séminaire Julia et il est considéré comme membre du groupe dès la deuxième réunion proto-bourbachique. Il semble cependant n'avoir été présent qu'à la quatrième de ces réunions et n'est pas mentionné dans les comptes rendus des trois réunions suivantes. Sa « démission » est enregistrée lors de la huitième réunion et Jean Coulomb le remplace. Paul Dubreil n'a donc pas concrètement participé au projet [35].

Le cas de Jean Leray est différent. Il participe aux deuxième, troisième et dixième réunions et est mentionné lors de trois autres. D'après les comptes rendus, il semble s'investir plus que Paul Dubreil. Jean Leray ne participe cependant pas au congrès de Besse. Au début du compte rendu produit à l'issue de cet événement fondateur, on peut même lire : « Leray, en état de dégonflage est exclu ; on se réserve le droit de le consulter sur des points spéciaux. (N.B. En fin de congrès, on décide de proposer à Ehresmann de prendre la place vacante) » [36]. Il est remplacé par Charles Ehresmann. Jean Leray n'a pas dû être particulièrement intéressé par la tournure du projet et à l'investissement demandé : au moment où il doit s'engager plus sérieusement, c'est-à-dire ne pas seulement participer à des réunions en marge du séminaire Julia, mais à une session de travail de neuf jours, il s'écarte du projet. Néanmoins, le fait que le groupe « se réserve le droit de le consulter sur des points spéciaux » montre que ses qualités mathématiques

33. J'aborde à peine la production de recherche des acteurs mentionnés dans cette thèse, mais une rapide recherche sur `https://web.archive.org/web/20211025203035/https://zbmath.org/` révèle une autre dynamique intéressante. À l'exception de Jean Delsarte, tous les membres de Bourbaki qui sont dans le « noyau dur » publient un article avec un autre de ces membres avant 1940 : Henri Cartan et Jean Dieudonné en 1939, Claude Chevalley et René de Possel en 1933 ainsi que Claude Chevalley et André Weil en 1932 et 1934. D'autre part, Henri Cartan et Szolem Mandelbrojt publient deux articles en commun en 1939 et 1940 ; Charles Pisot et Claude Chabauty rédigent ensemble un article publié en 1938. Jean Coulomb, Jean Delsarte, Paul Dubreil, Charles Ehresmann et Jean Leray n'ont jamais publié un article avec un participant de cette période. Dans le cas de Jean Delsarte, cela pourrait être dû, comme pour d'autres, à une certaine spécificité de ses centres d'intérêt en recherche mathématique par rapport aux autres membres du groupe.

34. Voir la lettre de Hermann Weyl à Alvin Johnson du 22 mars 1941, [Sie01, pp. 284-285].

35. Suite à un entretien réalisé cinquante ans après les faits, Liliane Beaulieu explique, [Bea89, pp. 158–159], que Paul Dubreil a démissionné car sa femme était alors en poste à Rennes et que le ménage devait régulièrement se déplacer d'une ville à l'autre. D'autre part, elle ajoute qu'il avait des réserves sur l'ambition de ce projet et le choix de la maison d'édition Hermann pour la publication du traité collectif.

36. Dans un entretien avec Liliane Beaulieu réalisé en décembre 1985 et cité dans [Bea89, pp. 158–160], Jean Leray revient sur ses réticences à participer au « travail en groupe » caractérisant les réunions proto-bourbachiques. Selon le témoignage de Jean Leray, son approche orientée alors vers les mathématiques appliquées n'aurait pas eu « bonne audience auprès de certains membres ». Liliane Beaulieu nuance toutefois le propos de Jean Leray, estimant que « le groupe à cette époque ne semblait pas tenir un discours “puriste” sur les mathématiques ». En s'appuyant sur les témoignages d'Henri Cartan, Jean Dieudonné et André Weil, Liliane Beaulieu explique qu'en se séparant du groupe, suite aux conseils des « patrons » de la Sorbonne, Jean Leray « s'assurait le soutien de maîtres dont les autres se distanciaient. »

spécifiques sont toujours considérées par le groupe.

En résumé, la participation de Paul Dubreil et Jean Leray au projet de rédaction d'un traité d'analyse semblait évidente : ils font partie d'un cercle de jeunes mathématiciens de l'ENS de la même génération et sont des participants privilégiés du séminaire Julia. Face à l'évolution du projet et l'investissement demandé, ils s'écartent très vite du groupe. Cette séparation ne semble pas, dans un premier temps, avoir suscité de rancœur d'un côté ou de l'autre mais, rapidement, face aux membres de Bourbaki qui ont un projet commun et se réunissent régulièrement, ils vont se retrouver en concurrence avec un groupe de personnes qui peuvent défendre ensemble des intérêts communs ou personnels.

2.2.4 Les investissements limités de Szolem Mandelbrojt et de Jean Coulomb

Les deux seuls participants des premières années du projet Bourbaki qui n'ont pas donné d'exposé au séminaire Julia ont également des parcours professionnels et un investissement dans le travail collectif qui les placent, de fait, dans une situation différente des personnes formant le « noyau dur » du groupe.

Szolem Mandelbrojt est le seul participant de ces premières années qui n'a pas fait ses études à l'ENS. Il est, de quelques années, l'aîné des participants et n'est arrivé à Paris, et en France, qu'au moment où il souhaitait commencer à préparer un doctorat. Il assiste à des cours des mêmes professeurs que les autres membres du groupe et participe activement au séminaire Hadamard et à plusieurs réunions de la SMF [37]. Il est le seul qui est déjà professeur lors des premières réunions, alors que les autres sont maîtres de conférences ou n'ont pas de poste de titulaire. Sa présence dans le projet est ainsi une exception non négligeable dans l'homogénéité du profil des autres participants.

S'il n'est pas le plus actif [38] ni le plus assidu aux réunions, Szolem Mandelbrojt est cependant celui qui va avoir la charge des liens institutionnels du groupe. Son apport dans l'acceptation de l'utilisation des locaux de l'université de Clermont-Ferrand à Besse-en-Chandesse est sujet à controverse [39], mais c'est lui qui est chargé de contacter Émile Borel pour une subvention finançant, au moins une partie, des congrès du groupe. Ce dernier conseille alors à Szolem Mandelbrojt de solliciter la Caisse nationale de la recherche scientifique en s'adressant directement au physicien Jean Perrin, alors sous-secrétaire d'État à la recherche scientifique auprès du ministre de l'Éducation nationale de l'époque, Jean Zay. Cette demande de subvention à hauteur de 10 000 francs est rédigée par Jean Delsarte, signée par l'ensemble du groupe et communiquée par Szolem Mandelbrojt à Jean Perrin. Elle leur est accordée et est même renouvelée au moins une fois [40]. Le groupe Bourbaki jouit ainsi d'appuis institutionnels, favorisés par les interventions de Szolem Mandelbrojt auprès d'Émile Borel et de Jean Perrin.

37. Comme l'attestent plusieurs bulletins de la société, voir [Soc].

38. Il a été identifié, par les contributeurs du site des archives Bourbaki, comme étant l'auteur d'une seule rédaction, [Boua, iecnr021/022], conservée dans les archives Bourbaki.

39. Il l'affirme dans [Man85, p. 24] mais son implication n'est pas avérée dans les archives disponibles du groupe Bourbaki. Malgré l'aide des archivistes, je n'ai trouvé aucune mention d'un éventuel groupe de mathématiciens concernant l'utilisation des locaux de Besse dans les archives de l'université de Clermont-Ferrand déposées aux [Arcb].

40. Voir [Bea89, pp. 372–373] ainsi que [Boua, delco001–005].

Szolem Mandelbrojt fut donc, malgré ses faibles apports mathématiques au travail collectif, un soutien institutionnel important pour Bourbaki. Il succède à Jacques Hadamard au Collège de France au printemps 1938. Après le congrès de Dieulefit en 1938, il n'est plus mentionné comme membre du groupe dans les archives Bourbaki. Il a décrit sa distanciation du projet en ces termes :

> Je suis resté jusqu'à la guerre. Quand je suis rentré, je n'en étais plus. La guerre a commencé en 1939. Il y a des gens qui sont restés, je ne sais pas s'ils ont continué ou non, mais moi j'ai été mobilisé de septembre 1939 jusqu'en juillet 1940. Après, je me suis trouvé en Corrèze, aux États-Unis et puis à Londres. Et à mon retour, la question ne se posait plus.[Man85, p.24]

Son départ aux États-Unis est organisé dans le cadre d'un plan de sauvetage de l'élite des scientifiques français après l'invasion allemande, appelée « mission Rapkine [41] ». Cette distanciation géographique précipite de fait sa séparation du groupe.

Après avoir été reçu au concours de l'agrégation de mathématiques en 1926, comme Paul Dubreil et Henri Cartan [42], la carrière de Jean Coulomb prend une tournure différente de celles de ses camarades mathématiciens de l'ENS [43]. À la suite d'une discussion avec Yves Rocard, il se rapproche de Marcel Brillouin qui cherche un mathématicien pour le remplacer comme assistant de physique mathématique. Il soutient une thèse sous la direction de ce dernier en 1931 et, en 1932, il est nommé physicien-adjoint à l'*Observatoire de Physique du Globe du Puy-de-Dôme* [44]. Cela explique pourquoi Jean Coulomb n'a, d'après les archives, jamais donné d'exposé au séminaire Julia. En effet, il se spécialise progressivement en physique mathématique, domaine éloigné des thèmes retenus dans le cadre de ce séminaire. C'est très certainement la raison pour laquelle il ne figure également pas, dès le début, dans la liste des membres produite lors de la deuxième réunion proto-bourbachique [45]. Le nombre de participants étant alors limité à neuf personnes, il est cependant mentionné comme « spécialiste qualifié pour aider à la rédaction de fascicules particulièrement techniques » et conserve ce statut jusqu'à ce que lui soit proposée la place de Paul Dubreil, au moment de la démission de ce dernier.

S'il est régulièrement mentionné, Jean Coulomb ne semble avoir produit qu'un seul document pour le groupe, à savoir un rapport qui se présente sous la forme d'une lettre envoyée à Jean Delsarte. Ce rapport est intitulé *Equations linéaires. Fuchs. Singularités confluentes (Garnier). Classification. Hypergéométrique* [46]. Comme il l'explique dans cette lettre, il ne connaît pas vraiment les attentes du groupe sur ces thématiques. À la fin de ce courrier, il répète ce qu'il

---

41. Pour plus d'informations sur Louis Rapkine et ce plan de sauvetage, voir [Dos98] et, en particulier, la page 226 pour la suite favorable accordée à l'invitation de Szolem Mandelbrojt au *Rice Institute* de Houston.

42. Voir `https://web.archive.org/web/20211008143850/http://rhe.ish-lyon.cnrs.fr/?q=agregsecondaire_laureats&nom=&annee_op=%3D&annee%5Bvalue%5D=1926&annee%5Bmin%5D=&annee%5Bmax%5D=&periode=All&concours=13&items_per_page=10`. Il est difficile de ne pas donner ici l'anecdote suivante : « [Jean Coulomb] est agrégé de mathématiques dans un excellent rang et obtient même, comme me l'a révélé Henri Cartan qui passait le même concours, la meilleure note à la composition de calcul différentiel et intégral. », [Ger99].

43. Liliane Beaulieu qualifie Jean Coulomb de « physicien avec un solide bagage mathématique », voir [Bea93, p. 31] ; plus précisément, le parcours et les publications de Jean Coulomb montrent que c'est un mathématicien qui s'est progressivement tourné vers la physique mathématique.

44. Voir [Ger99].

45. Voir [Boua, cote delta002].

46. Voir [Boua, cote deles013].

leur a déjà expliqué oralement : il ne peut honorer les demandes de rédaction pour l'année suivante. Il ne semble pas avoir participé à d'autres réunions. De fait, en 1937, Jean Coulomb est nommé directeur de l'*Institut de Météorologie et de Physique du Globe de l'Algérie*. Il est promu à l'« honorariat » pour Bourbaki lors du congrès de Chançay de 1937. La lettre d'André Weil à Jean Coulomb du 24 mai 1938 témoigne de leur amitié et, à l'instar de Szolem Mandelbrojt, Jean Coulomb demeure un soutien de premier plan pour favoriser l'implantation du groupe dans le champ mathématique.

2.3 La rupture de 1938 : première opposition à Bourbaki

L'obtention de premiers postes universitaires et les différentes activités collectives sont autant d'occasions d'interactions entre jeunes chercheurs en mathématiques à partir des années 1930. L'existence d'un groupe relativement soudé autour du projet d'édition d'un traité de mathématiques influence les relations entre ces protagonistes : la première opposition à Bourbaki en tant que collectif a lieu en 1938. Il s'agit ici d'en étudier les causes, le déroulement et les conséquences.

2.3.1 Des protagonistes titulaires dans des universités des départements en 1938

Au 1er janvier 1938, tous les anciens élèves de l'ENS qui ont participé à la deuxième réunion proto-bourbachique ont un poste de titulaire dans une université des départements [47] :

— Jean Delsarte, Paul Dubreil et Jean Leray sont professeurs de quatrième classe à Nancy, Jean Dieudonné y est maître de conférences de troisième classe ;

— Henri Cartan est professeur de quatrième classe à Strasbourg et André Weil y est maître de conférences de troisième classe ;

— Claude Chevalley est maître de conférences de troisième classe à Rennes ;

— René de Possel est maître de conférences de troisième classe à Besançon.

Arrivés sur le marché de l'emploi universitaire au même moment, ils ont parfois candidaté ou se sont succédé à un même poste. Si la concurrence entre Henri Cartan et André Weil a été cordiale lors de leur première candidature à Strasbourg, il y a eu des affrontements pour d'autres jeux de postes. En effet, dans une lettre du 24 mai 1938 à Jean Coulomb [48], André Weil essaye de convaincre son interlocuteur de s'opposer à l'ascension académique de Jean Leray en lui présentant un constat personnel de ce qu'il lui reproche. Le ton est donné dès la première phrase : « Pour une fois que je t'écris, il faut que ce soit encore des ragots universitaires... ». En effet, Jean Leray revient de Berlin et passe sa thèse en 1933. La même année, André Weil écrivait à Henri Cartan que « Dieudonné ira à Rennes parce qu'on pense que ce sera le premier poste libre [49] » : il est, en effet, parmi ce groupe de normaliens, celui qui est entré le plus tôt à l'ENS et a soutenu le plus tôt sa thèse de doctorat sans avoir un poste dans une université.

47. Voir [Min, 1938].
48. Voir [Wei38]. Toutes les citations sans source de cette section proviennent de cette lettre. Je remercie Christophe Eckes de m'avoir communiqué ce document et de l'aide qu'il m'a apportée pour son analyse.
49. Voir [Aud11, p. 29].

Cependant, André Weil présente à Jean Coulomb un état des lieux à charge de ce qu'aurait entrepris Jean Leray pour essayer de discréditer Jean Dieudonné :

> Tu dois te souvenir que, rentré de Berlin et sa thèse passée, il avait fait, en douce et sans prévenir, des cours (à titre gratuit) à la Faculté de Rennes, espérant que ce service rendu le ferait nommer à Rennes avant que ce fût son tour [...]. Mais tu n'as peut-être pas été au courant des intrigues qu'il a menées à Nancy, l'an dernier [1937], pour empêcher Dieudonné de s'y faire nommer, alors que la chose était formellement convenue dès avant la venue de Leray à Nancy, et il le savait bien. Son chef-d'oeuvre, ce fut de dire un jour à Chevalley, dans le train de Nancy "Si j'étais un salaud, je n'aurais qu'à aller dire à Delsarte que Dieudonné est communiste, et il ne serait plus question de sa nomination" et, huit jours après, de se rendre chez Delsarte, et après maint tortillement, de révéler à Delsarte.. ce que celui-ci, bien sûr, savait depuis longtemps (il s'est bien estompé depuis lors, d'ailleurs, le stalinisme de Dieudonné).

Parce qu'il a donné des cours à titre gratuit à la faculté de Rennes, André Weil pense que Jean Leray souhaitait s'attirer les faveurs du conseil responsable de la nomination d'un chargé de cours dans cette université. En effet, il n'est pas rare qu'un tel conseil préfère confier un poste à une personne qui a déjà donné des cours dans sa faculté, plutôt qu'à une personne qui aurait de plus grands mérites scientifiques [50]. Sans faire de comparaison scientifique entre ces deux mathématiciens, c'est cependant Jean Dieudonné qui est entré à l'ENS et a soutenu sa thèse le plus tôt par rapport à Jean Leray. C'est un avantage non négligeable qui, dans l'arbre de probabilité présenté plus haut [51], augmente celle d'obtenir un poste : c'est d'ailleurs bien Jean Dieudonné qui obtient le poste. Si, dans ce premier cas, la manœuvre de Jean Leray ne semble pas avoir pour objectif de s'opposer à une personne en particulier, ce qu'André Weil rapporte par la suite est d'un tout autre ordre.

En allant délibérément, d'après les témoignages croisés de Claude Chevalley et Jean Delsarte, annoncer à ce dernier des faits sur Jean Dieudonné, dans l'objectif d'empêcher sa nomination à Nancy, Jean Leray lance une réelle attaque *ad personam*. À moins que Jean Leray n'ait pas du tout suivi, même de loin, les activités du groupe Bourbaki depuis son départ, le déroulé des faits par André Weil, de l'annonce à Claude Chevalley à l'action auprès de Jean Delsarte, peut faire ressembler ceux-ci à une forme de démonstration d'un pouvoir sur les carrières académiques de ses camarades. Dans tous les cas, avec ce portrait à charge, André Weil montre qu'il n'apprécie pas du tout Jean Leray dès la fin de l'entre-deux-guerres [52] ; l'habilité et les stratégies de ce dernier pour obtenir un poste universitaire en sont assurément une des causes.

2.3.2 Les premières candidatures d'André Weil au Collège de France

André Weil envisage d'obtenir une chaire à Paris, au Collège de France, dès le début de l'année 1938. Comme il l'explique dans son autobiographie [53], il s'est porté candidat à la succession

50. Voir, par exemple, la section 1.4.2, pour le cas des candidatures de René de Possel et André Weil à Clermont-Ferrand en 1938.
51. Voir la sous-section 1.3.1.
52. Michèle Audin qualifie ce denier de « vieil ennemi » d'André Weil lorsqu'ils sont tous les deux lauréats du Prix Wolf, en 1979, voir [Aud11, p. 666].
53. Voir [Wei91, pp. 125–127].

de Jacques Hadamard. Soutenu par ses camarades Henri Cartan et Jean Delsarte, et conseillé par Henri Lebesgue [54], il effectue ses visites de candidatures jusqu'à ce que ce dernier l'informe qu'il choisit plutôt Szolem Mandelbrojt. Jusqu'à maintenant, peu de travaux semblent avoir analysé les dessous d'une nomination qui est pourtant mentionnée à plusieurs reprises dans des textes ou interviews des acteurs ou de leurs proches. La lettre d'André Weil à Jean Coulomb apporte alors un peu plus de profondeur aux jeux de pouvoir qui se sont déroulés et continuent :

> Dans l'affaire du Collège, on [55] a adroitement utilisé Leray pour écarter tous les concurrents de Mandelbrojt. Lebesgue, depuis longtemps, manifestait beaucoup de tendresse pour Leray ; Montel tenait à faire passer Mandelbrojt (il y tenait d'autant plus qu'après l'affaire des Médailles [56] j'étais particulièrement compromis, et je le reste) ; alors il s'est passé que Lebesgue a présenté M. en première ligne, a écrit à Leray pour lui demander d'être candidat pour la deuxième ligne, puis a menacé tous les concurrents, s'ils persistaient dans leurs candidatures, de les mettre en compétition avec Leray pour la 2e ligne, en jetant le poids de son autorité (qui, en la matière, faisait loi au Collège) du côté de Leray ; après quoi, tout le monde s'est retiré, sauf M. et L., et M. a été présenté au Collège sans encombre par une grosse majorité, Leray recueillant néanmoins (pour la 1e ligne) 8 ou 10 voix qu'on a attribuées à des antisémites impénitents. Cela fait, restait la présentation à l'Institut [57] ; Leray s'est retourné vers Picard et Julia, a fait une campagne acharnée (il a eu le toupet d'écrire à Cartan qu'il avait passé 15 jours à Paris à “étudier l'état d'esprit de l'Institut”), et, en faisant valoir (il a eu l'impudence de me le déclarer) l'argument xénophobe et aussi, je crois, l'argument antisémite, il a réussi à récolter 21 voix contre 26 à M. Voilà donc Julia et Villat, qui l'ont porté aux nues à l'Institut, et qui ne peuvent plus s'en dédire à la Sorbonne. Mais ce n'est pas tout...

Ce placement stratégique est confirmé par les souvenirs de Szolem Mandelbrojt [58]. Le soutien de Paul Montel à Szolem Mandelbrojt n'est pas étonnant : il a été un des examinateurs de sa thèse, en 1923, et, après avoir fait passer ses notes aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* par Jacques Hadamard, très majoritairement, et Émile Borel, il commence à les transmettre à Paul Montel à partir du 14 juin 1937. Le pouvoir institutionnel de ce dernier

54. Il demande également à Helmut Hasse et Carl Siegel de répondre en sa faveur à une sollicitation de Frédéric Joliot, voir [Aud11, p. 479].

55. D'après le reste de la lettre, ce « on » désigne au moins Henri Lebesgue.

56. Voir [Bea89, pp. 128-133]. André Weil, Jean Coulomb, Jean Delsarte et d'autres scientifiques tentent, à partir de septembre 1937, de s'opposer à la création par Jean Perrin d'un système de récompenses doté d'un budget conséquent. Le projet est annoncé au Journal officiel : pour tenter d'entraver l'apparition de ces médailles, ils lancent une campagne dans le but d'empêcher le vote des crédits par le parlement. Après avoir récolté des signatures dans différentes pétitions et s'être assuré du soutien de responsables politiques, la campagne à laquelle participent Jean Coulomb, Jean Delsarte et André Weil aboutit : le budget est finalement rejeté à la toute fin de l'année 1937. Cette affaire est également mentionnée, par exemple, dans [Gut13, p. 26], [Aud11, p. 479] ou [PP86].

57. Le Collège de France détermine l'ordre de présentation des candidats, c'est-à-dire la ligne de chacun, puis c'est l'« Institut », donc l'Académie des sciences dans ce cas, qui choisit à partir de cet ordre de présentation.

58. « J'ai été nommé au Collège de France en 1938, beaucoup grâce à Lebesgue. Je dois dire que j'allais souvent à Paris pour des choses purement administratives parce que j'étais délégué des professeurs de Clermont-Ferrand au syndicat autonome, Montel m'appelle chez lui et me dit “Ecoutez, Mandelbrojt, nous pensons tous à vous, Lebesgue surtout... le Collège de France vous intéresserait ?” [...] C'est alors qu'Hadamard fut obligé de partir. Lebesgue a dit à Leray de se présenter aussi, mais il m'a écrit après “je vous présente en première ligne” », [Man85, pp. 26–27].

et sa proximité scientifique avec Szolem Mandelbrojt ont assurément joué dans la nomination de ce dernier.

D'un autre côté, Jean Leray a clairement le soutien d'Henri Lebesgue. En étant présenté en deuxième position, cela peut permettre de faciliter une future nomination [59]. Mais, d'après André Weil, Jean Leray ne s'arrête pas là et poursuit sa campagne de candidature. Il mobilise ses soutiens à l'Académie des sciences, Émile Picard et Gaston Julia, et manœuvre également sur le plan politique. La montée en puissance de l'antisémitisme en France tout au long des années 1930 joue, face à Szolem Mandelbrojt, très clairement en sa faveur. La participation de Gaston Julia au bicentenaire de l'université de Göttingen en juin 1937, qui est une réelle autocélébration du régime nazi, en est révélatrice [60]. Cette lettre d'André Weil, inspirée par sa propre campagne, est, à ma connaissance, la seule source associant Jean Leray à des « arguments antisémites ». En tous cas, le faible écart au moment du vote final montre l'influence importante de Jean Leray et de ses soutiens à l'Académie des sciences. À partir de ce moment, il a donc de fortes chances d'obtenir rapidement un poste à Paris.

Les intérêts de telles campagnes de candidature dépassent souvent la seule obtention d'un poste. Dans ce cas, Henri Lebesgue prépare en réalité le terrain à la création d'une chaire de mécanique des fluides qui serait spécialement réservée à Jean Leray au Collège de France. Les archives de cette institution conservent la trace de ce projet de chaire [61]. Au bout du compte ce projet est retoqué au profit d'une chaire d'aérolocomotion mécanique et biologique sur laquelle est élu le naturaliste Étienne Œhmichen.

2.3.3 La rupture avec le séminaire Julia en 1938 sur fond de jeu d'influence

Le changement d'orientation du séminaire Julia à la rentrée de l'année scolaire 1938–1939 est surprenant. La lettre d'André Weil à Jean Coulomb apporte alors un point de vue inédit [62] sur le déroulé des événements :

> Il [Leray] s'est arrangé pour faire comprendre à Julia qu'il avait eu grand tort de laisser à Bourbaki la conduite de son séminaire, que le séminaire marchait mal, qu'il n'en sortait pas de Travaux, et qu'avec sa collaboration à lui Leray tout marcherait bien autrement. Ce qui explique qu'à la fin des deux derniers exposés de l'année (Chevalley et Pisot, exposés excellents d'ailleurs) Julia a engueulé les conférenciers avec un parti pris manifeste, et a proprement limogé notre équipe, en annonçant que l'an prochain le séminaire aurait lieu "dans des conditions différentes".

Il n'y a pas de version écrite du dernier exposé de Claude Chevalley [63] et aucune « engueulade » ne transparaît dans la version écrite de l'exposé de Charles Pisot ou dans les archives Bourbaki.

59. C'est effectivement ce qu'il s'est passé quelques années plus tard : voir la section 4.2 et, en particulier, la sous-section 4.2.3.

60. Voir [Eck18, pp. 276–289].

61. Un rapport d'Henri Lebesgue du 9 juin 1938 en faveur de Jean Leray sur une chaire de mécanique des fluides est conservé sous la cote *4 AP 486 g* aux Archives du Collège de France. Je remercie Christophe Eckes de m'avoir transmis toutes les informations de ce paragraphe.

62. Voir [Ric21, p. 35] pour une description détaillée des sources qui n'ont pu apporter aucune information complémentaire par rapport au constat fait par Michèle Audin qui est mentionné dans la sous-section 2.1.2.

63. Dans [Aud14b], Michèle Audin émet d'ailleurs l'hypothèse qu'il a été donné par Frédéric Roger.

Si ce changement brutal d'orientation n'a laissé que des traces indirectes, cette lettre en fournit une raison d'après André Weil. Une fois la décision de Gaston Julia prise, il n'a certainement pas été possible de la changer. Après les autres manœuvres de Jean Leray présentées dans cette lettre, il est clair, du point de vue d'André Weil, qu'il essaye non seulement de progresser le plus vite possible dans sa carrière, quitte à freiner celles de ses camarades, mais également d'évincer Bourbaki dans son ensemble. En s'arrangeant pour écarter le noyau dur de Bourbaki du séminaire Julia, il réussit à éloigner Bourbaki de la scène mathématique parisienne et prendre la place que ses membres occupent. De plus, d'après les propos d'André Weil, Gaston Julia est en phase avec Jean Leray puisqu'il limoge l'équipe Bourbaki individuellement [64] et collectivement.

Les membres de Bourbaki ont forcément discuté de cette offensive de Jean Leray. En obtenant du pouvoir institutionnel, ce dernier peut progresser plus rapidement dans sa carrière et, comme le suggèrent les accusations d'André Weil avec les différentes manœuvres qu'il présente, écarter ses anciens camarades d'un tel pouvoir : il aurait déjà essayé d'empêcher la nomination d'un de ses camarades en se servant de prétextes politiques et il aurait aussi réussi à évincer Bourbaki du séminaire Julia. La suite de la lettre montre alors qu'André Weil fait particulièrement attention à ce que les actions de Jean Leray ne nuisent pas collectivement ou individuellement aux participants du projet bourbachique.

2.3.4 La mobilisation du réseau bourbachique pour s'opposer à la nomination de Jean Leray à la Sorbonne

Ce que rapporte André Weil à Jean Coulomb est justifié par les actions que celui-ci veut entreprendre par rapport à la tournure des événements qu'il rapporte : il essaye de convaincre son interlocuteur qu'il faut absolument s'opposer à l'ascension académique d'un collègue dont il vient de dresser une image négative. Après avoir fait un état des lieux très personnel sur les qualités scientifiques Jean Leray, de ce qui, comme je l'ai mentionné plus haut, se serait passé à Rennes et à Nancy, de l'« affaire du Collège » et du limogeage de l'équipe Bourbaki par Gaston Julia, André Weil revient ensuite à la raison pour laquelle il lui rapporte toutes ces informations : ils doivent s'opposer à la nomination de Jean Leray à Paris. En effet, par rapport à ses soutiens, ses manœuvres et le pouvoir académique qu'il risque d'obtenir, il n'est pas raisonnable pour eux de laisser Jean Leray obtenir le premier un poste à Paris sans essayer de faire quelque chose. Il faut donc pousser le membre fondateur de Bourbaki qui a le plus de chance de l'emporter face à Jean Leray à candidater. Par la suite, il faut également mener une campagne pour soutenir cette candidature.

André Weil précise tout d'abord à son destinataire qu'« après étude de la situation avec Cartan, il a bien fallu constater que je n'avais pas l'ombre d'une chance [65] » : il ne peut donc pas se porter lui-même candidat. En plus de Jean Leray, le mathématicien Georges Bouligand,

---

64. Même s'il a rejoint le groupe Bourbaki et a été « engueulé » par Gaston Julia, Charles Pisot donne un exposé lors de la séance du 19 décembre 1938 du séminaire. Les recherches publiées de Charles Pisot à cette époque se concentrent sur la théorie des nombres, ce qui est plutôt éloigné du sujet du séminaire cette année-là, le « calcul des variations ». Il a peut-être simplement un intérêt mathématique pour cette thématique à ce moment précis.

65. Tout d'abord André Weil n'a pas, lui, de poste de professeur à ce moment. D'autre part, comme il l'explique dans un autre passage de cette lettre, ses candidatures à Paris sont compromises par son implication dans l'« affaire des médailles ».

qui est en poste à Poitiers depuis 1921 et est de loin leur aîné puisqu'il a soutenu sa thèse en 1914, souhaite également accéder à cette chaire à la Sorbonne. La candidature de Georges Bouligand ne reçoit pas l'assentiment d'André Weil, celui-ci faisant remarquer, dans sa lettre à Jean Coulomb, qu'« il n'y a pas intérêt à le voir transplanter à Paris la manufacture de thèses vaseuses en série, qu'il avait installée à Poitiers » [66]. Parmi les membres du noyau dur de Bourbaki, Jean Delsarte serait le plus à même de concurrencer Jean Leray, en raison de son ancienneté de classement. Jean Delsarte souhaite cependant rester à Nancy [67]. Henri Cartan se porte donc finalement candidat pour le poste à la Sorbonne contre Georges Bouligand et Jean Leray, alors qu'il « aurait préféré rester tranquillement à Strasbourg 2 ou 3 ans encore [68] ». André Weil se montre cependant assez sceptique sur les chances de réussite d'Henri Cartan :

> Son affaire ne se présente pas très bien ; le voir battu, et surtout voir Leray passer, ce serait, scientifiquement, une injustice à mon avis, et, du point de vue de la propreté, un comble. On ne sait encore l'attitude que prendra Montel, qui est en Roumanie. Malheureusement, l'élection doit se faire le 17 juin ; cette précipitation est d'autant plus défavorable à Cartan que Chazy [69] (son principal partisan déclaré jusqu'ici) sera déjà parti pour l'Égypte à cette date.

Pour cette raison, André Weil demande à Jean Coulomb de solliciter le soutien du physiologiste et homme politique Henri Laugier et du physicien Charles Maurain. Henri Laugier, qui est le cousin germain de Jean Coulomb, occupe une position stratégique dans le champ scientifique [70]. Jean Perrin lui confie en 1936 la direction du service central de la recherche scientifique dont l'objectif est de mettre sur pied le *Centre National de la Recherche Scientifique*. Henri Laugier assure d'ailleurs la direction du CNRS de sa création en octobre 1939 à la débâcle de mai-juin 1940. Henri Laugier devient également professeur à la faculté des sciences de Paris en 1937 et pourrait donc constituer un précieux appui en faveur d'Henri Cartan. Pour sa part, Charles Maurain est le premier directeur de l'Institut de physique du globe de Paris et occupe, à partir de 1926, les fonctions de doyen de la faculté des sciences de Paris. Il a été membre du jury de thèse de Jean Coulomb et correspond régulièrement avec lui. Lorsque Charles Maurain prend sa retraite en 1941, Jean Coulomb lui succède à la direction de l'Institut de physique du globe de Paris en 1941 [71]. Je n'ai pas réussi à déterminer si Henri Laugier et Charles Maurain ont finalement œuvré en faveur d'Henri Cartan par l'intermédiaire de Jean Coulomb.

Finalement, Georges Bouligand est élu à la Sorbonne en juin 1938. C'est effectivement celui qui avait la plus grande ancienneté parmi ces trois candidats. Jean Leray poursuit sa carrière à Nancy jusqu'à sa mobilisation en 1939–1940 [72]. Henri Cartan reste à l'université de Strasbourg

66. Pour plus d'informations sur Georges Bouligand et la faculté des sciences de Poitiers dans les années 1930, voir [Lel09, pp. 105–130].

67. Voir, par exemple : « Cartan et moi n'étions pas si fermement résolus à nous implanter définitivement à Strasbourg que l'était dès lors Delsarte de se fixer à Nancy ; mais nous n'avions aucune démangeaison d'en sortir », [Wei91, p. 116].

68. Henri Cartan et sa famille sont bien installés à Strasbourg et c'est une ville qu'ils apprécient, voir la sous-section 3.1.2.

69. Le mathématicien et astronome Jean Chazy exerce à la faculté des sciences de Paris depuis 1933 et il est élu membre de l'Académie des sciences, section d'astronomie, le 8 février 1937.

70. Voir [Pic95].

71. Voir [Pye93, pp. 45–48].

72. Pour plus de détails sur la trajectoire de Jean Leray durant et juste après la Seconde Guerre mondiale, voir [Eck20].

jusqu'au repli de celle-ci à Clermont-Ferrand, en septembre 1939.

2.4 Le séminaire de Strasbourg et l'imminence de la guerre

À l'issue de cet épisode, les membres de Bourbaki recentrent leurs activités dans l'Est de la France où ils sont installés et regroupés depuis quelques années. Un cahier de brouillon d'Henri Cartan [73] intitulé « Séminaire Strasbourg 1938–39 » contient les notes de plusieurs exposés :

— 25 novembre 1938, André Weil, « Résumé de topologie combinatoire » ;

— 9 décembre 1938, André Weil, « Théorie des intersections » ;

— 21 décembre 1938, Henri Cartan, « Formes différentielles ; théorèmes de de Rham » ;

— 13 janvier 1939, Jacques Feldbau, « Représentations de S_3 dans S_2 » ;

— 27 janvier 1939, Louis Perrin, « Mémoire de Lusternik et Schnirelmann (Actual. scientif. Hermann, 1934) » ;

— [74] 8 mars 1939, Jacques Feldbau, « Topologie des esp. homogènes » ;

— 24 mars 1939, Charles Ehresmann, « Topologie de certaines variétés » ;

— 21 avril 1939, Jacques Feldbau, « Groupes d'homotopie et groupe fondam. » ;

— 3 mai 1939, Louis Perrin, « Topologie des f. anal. (d'après Stoïlow) » ;

— 30 mai 1939, Helmut Hasse, « Hypoth. de Riemann généralisée pour corps de f. ell. à coef. (mod p) [75] » ;

— 7 juin 1939, Jacques Feldbau, « Espaces fibrés ».

Les orateurs sont moins nombreux et donnent plus d'exposés que lors des séminaires Julia des années précédentes. On peut également remarquer que quelques exposés acquièrent des caractéristiques typiques du futur séminaire Bourbaki, l'objectif étant dans certains cas de présenter les travaux d'autres mathématiciens. En parallèle, les activités bourbachiques sont presque à l'arrêt. Le congrès de 1938 n'est pas productif et est avorté. Les archives Bourbaki ne contiennent pas de bulletins ni de document datant, a priori, de cette période, entre ce congrès et le premier volume du nouveau bulletin du groupe, *La Tribu* du 15 mars 1940 [76]. L'inéluctabilité de la guerre se fait de plus en plus sentir : André Weil prépare sa fuite [77], Jacques Feldbau commence ses activités de résistance et arrache la pancarte « Entrée interdite aux chiens et aux Juifs » de la fameuse Maison Kammerzell [78], les plans pour le repli à Clermont-Ferrand de l'université de Strasbourg, qu'Henri Cartan suivra en septembre 1939, sont prêts [79]. Le contexte singulier de la guerre oblige à une lecture différente des agissements et des jeux de pouvoir en cette période.

73. Voir [Aud14a, 6.52].

74. Est rayé, juste avant, « 8 février 39, Weil, Général. sur groupes de Lie ». L'exposé d'André Weil a dû être prévu puis annulé.

75. Répétition d'un exposé donné au séminaire Julia quelques jours plus tôt, voir le texte du séminaire 6-X du séminaire Julia, ainsi que [Aud11, p. 480] et surtout [Eck18, pp. 289].

76. Voir [ER, À propos de La Tribu N° 1 du 15 mars 1940].

77. Voir le début de la section 3.2.

78. Voir [Aud10, p. 51].

79. Voir la sous-section 3.1.1.

Chapitre 3

Les parcours d'Henri Cartan et d'André Weil par rapport à la guerre

En[1] septembre 1938, le congrès Bourbaki à Dieulefit ne permet pas au groupe de faire des avancées significatives dans ses travaux, notamment à cause du contexte politique autour des accords de Munich[2]. Si des membres du groupe échangent ou prennent des nouvelles des uns et des autres entre septembre 1938 et mars 1940, il n'y a pas de *Journal de Bourbaki* ou d'autre bulletin interne du groupe durant ce laps de temps. Le travail collectif semble suspendu : seuls les engagements pour des rédactions « presque définitives » d'André Weil pour les deux premiers chapitres sur les ensembles et celles de Jean Dieudonné pour les *lois de composition* en algèbre et le premier chapitre de topologie laissent espérer de nouvelles avancées[3]. Les difficultés d'avancement des autres travaux en vue de publication sont ensuite amplifiées par la dispersion des membres du groupe[4].

Un nouvel élan dans le projet collectif voit le jour avec la mise en circulation, en mars 1940, du premier numéro du nouveau bulletin du groupe : *La Tribu.* Celle-ci est la concrétisation de l'importante correspondance mathématique entre Henri Cartan, Jean Dieudonné et André Weil pendant cette période. À la suite de la débâcle puis de l'armistice du 22 juin 1940, les membres de Bourbaki engagés dans l'armée se retrouvent, de fait, libérés de leurs obligations militaires. La possibilité de se retrouver lors d'un congrès bourbachique se concrétise alors au centre névralgique provisoire du groupe, Clermont-Ferrand, en décembre 1940.

L'exil d'André Weil et les aléas de la situation dans la France occupée entre 1940 et 1942 ne permettent que difficilement la poursuite des activités du groupe Bourbaki. Cependant quelques points spécifiques sont traités par le groupe qui arrive à se rassembler partiellement, à Clermont-Ferrand, à deux autres occasions, en 1941 et 1942. L'invasion de la zone libre le 11 novembre 1942

1. Cette introduction reprend partiellement les « focus » que nous avons rédigés avec Christophe Eckes, voir [ER]. Dans le reste du chapitre, je ne reviens pas plus en détails sur les activités bourbachiques afin de me concentrer sur les situations d'Henri Cartan et d'André Weil par rapport à la guerre.

2. Voir [Boua, deldi008] et [Wei91, p. 130].

3. Voir [Boua, deldi008]. Le fascicule de résultats de théorie des ensembles, [Bou39], paraît en 1939, les deux premiers chapitres de topologie, [Bou40], en 1940, puis les deux suivants, [Bou42b], en 1942, tout comme le premier chapitre du livre d'algèbre, [Bou42a]. Voir le chapitre 10.

4. « En septembre 1938, la plénière de Dieulefit avait été écourtée par un appel aux armes et Bourbaki ne tint aucune réunion l'année suivante. À compter de septembre 1939, et pour la durée de la "drôle de guerre", la plupart des membres furent mobilisés et ne purent obtenir leurs permissions simultanément pour se réunir », [Bea89, p. 379].

bouleverse une nouvelle fois l'organisation provisoire du groupe. Ses activités sont alors encore plus concentrées et quelques membres se retrouvent pour des congrès à Liffré, en septembre 1943, puis à Paris en avril 1944. La libération progressive de la France en 1944 puis la capitulation allemande le 8 mai 1945 permettent ensuite un voyage d'André Weil, alors au Brésil, en France, du 20 juin à fin juillet 1945, ainsi que la tenue d'un congrès Bourbaki à cette occasion.

La Guerre perturbe inévitablement les activités bourbachiques, même si tous les membres du groupe sont épargnés. Les avancées mathématiques et les progressions de carrière dans cette période spécifique ne peuvent pas être analysées de la même façon que dans le reste de l'histoire du groupe Bourbaki. Dans la première section, je décris le repli d'Henri Cartan avec le reste de l'université de Strasbourg à Clermont-Ferrand, sa nomination à Paris puis sa demande de détachement à Strasbourg lors de la libération. La période parisienne au milieu de la guerre n'a pas été l'occasion de grands aléas dans sa carrière, elle n'est donc qu'évoquée. De même, la section suivante couvre la situation d'André Weil entre 1939 et 1945, essentiellement d'un point de vue administratif français. Sa situation, alors provisoire, aux États-Unis, n'est qu'évoquée : sa carrière dans ce pays mériterait d'être plus précisément étudiée.

3.1 Henri Cartan, de Strasbourg évacuée à Strasbourg libérée

3.1.1 Repli de Strasbourg à Clermont-Ferrand puis départ à Paris

Le 23 septembre 1938, le doyen de la faculté des sciences de l'université de Strasbourg, André Danjon, met en circulation une *note sur l'évacuation éventuelle de l'Université*. Elle contient des instructions sur la communication d'un éventuel ordre d'évacuation, la présence des familles de mobilisés, la garde des bâtiments, le traitement des archives et instruments ainsi que le point de ralliement :

> L'université de Strasbourg se grouperait à Clermont-Ferrand. La plupart des autres services de la région seraient évacués sur Périgueux, mais l'Université n'y trouverait pas de locaux et l'on a dû revenir au plan primitif en ce qui nous concerne. Les membres du personnel, qu'ils soient dirigés d'abord vers Périgueux ou qu'ils puissent changer de direction en cours de route, devront finalement rallier Clermont. [Arca, 2086w1]

L'évacuation des populations est d'abord envisagée en parallèle de la construction de la ligne Maginot en 1926 puis précisée en 1930, 1933 et 1936. C'est en 1936 que sont désignées pour la première fois les zones géographiques où les populations seraient évacuées [5]. La note citée ci-dessus modifie une précédente note sur l'évacuation de l'université qui a circulé en 1936. Le choix de Clermont-Ferrand est motivé par la construction d'un palais universitaire dans cette ville ce qui permet d'offrir suffisamment de place pour accueillir l'université de Strasbourg [6].

5. Voir [Wil15, p. 97].

6. D'après un *projet d'accord entre les Universités de Clermont-Ferrand et Strasbourg* soumis au conseil de l'université de Strasbourg lors de la séance du 27 janvier 1940 : « Conformément aux prévisions qui lui avaient été communiquées depuis plusieurs années et qui semblent remonter à la construction même du Palais Universitaire de Clermont-Ferrand, l'Université de Strasbourg a été repliée à Clermont », voir [Arca, 1313w39]. Je n'ai pas trouvé d'autre source permettant de motiver ce choix.

Henri Cartan écrit à André Weil, le 5 octobre 1939, qu'il est replié à Clermont-Ferrand avec le reste de l'université :

> Pour moi qui suis réformé [7], j'ai suivi le sort de notre Faculté. Strasbourg a été complètement évacuée du 2 au 3 septembre ; je ne l'ai appris que le 10 et me suis mis en route le 11 pour Clermont, où toute l'Université (ou plutôt ce qu'il en reste) se trouve repliée. [...] J'ai déniché un logement : une petite villa meublée à Beaumont, à 2 km au sud de la ville. [Aud11, p. 36]

Il participe à l'enseignement commun des deux facultés réunies [8]. Ils ont, avec sa famille, laissé leur appartement, leurs affaires et documents à Strasbourg [9]. S'il écrit à André Weil qu'il pense pouvoir y retourner au moment du bachot [10], cela ne sera finalement pas le cas avant la libération de Strasbourg. Il est, avec Georges Cerf, chargé de la suppléance de René de Possel, professeur de calcul différentiel et intégral, mobilisé [11].

Le 13 octobre 1940, un arrêté charge Henri Cartan, à titre provisoire, à dater du 1er octobre 1940, des fonctions de maître de conférences de calcul différentiel et intégral, en remplacement de Georges Valiron, à Paris [12]. Il n'a pas été possible de déterminer les raisons de cette nomination et de son acceptation par Henri Cartan.

Au cours des années 1940 et 1941, un plan de sauvetage de scientifiques français inquiétés par le régime de Vichy et l'occupant est mis en place par Henri Laugier et Louis Rapkine, avec l'aide de la fondation Rockefeller [13]. Henri Cartan fait partie de la liste des mathématiciens que l'on envisage d'envoyer en Amérique, soumise par Henri Laugier et Louis Rapkine à la fondation Rockefeller et à Alvin Johnson, le 7 octobre 1940 [14]. Le 10 décembre 1940, la fondation Rockefeller vote une subvention pour qu'Henri Cartan et sa famille soient accueillis à l'université Columbia. Le président de cette université envoie un télégramme au directeur de l'enseignement supérieur à Vichy et la réponse positive d'Henri Cartan est transmise par Jean Dieudonné, dans une lettre du 6 mars 1941. En apprenant qu'ils attendent un troisième enfant, Henri et Nicole Cartan ne préfèrent pas s'engager dans ce voyage passant par l'Espagne et le Portugal ; Jean Dieudonné l'écrit au président de l'université de Columbia dans une lettre du 1er avril 1941. La

7. Michèle Audin explique [Aud11, p. 486] : « C'est sans doute à cause des séquelles de la fièvre typhoïde dont il a été question dans la note 29.6 qu'Henri Cartan était réformé. Il était père de deux enfants, après la naissance le 20 juin de sa fille Françoise. »

8. Les archives de l'administratif et du fonctionnement des deux facultés réunies que j'ai consultées sont conservées sous les cotes [Arca, 1313W39] et [Arcb, 6W1, 418W9, 418W89, 908W614, 1170W111, 1296W593, 1455W199, 1455W200, 1455W205, 1533W7, 2078W71, 2078W74, T6812, T6490 et T6491]. Il y a également les *Annales de l'Université de Strasbourg* de cette période, conservées sous les cotes [Arca, 1313W15 et 1313W16].

9. Henri Cartan a expliqué : « Pendant toute la durée de la guerre, on m'a refusé l'autorisation de retourner à mon appartement de Strasbourg. Un jour, Behnke m'a proposé d'aller chercher quelques documents mathématiques que j'y avais laissés. Il s'est effectivement rendu à Strasbourg, mais sans succès. Puis, il a essayé à nouveau et, cette fois-là, il a réussi. Il est parvenu à mettre la main sur certains documents qu'il a ensuite déposés à la bibliothèque de l'université de Fribourg. En 1945, des membres de Forces françaises alors présentes en Allemagne les y ont découverts et me les ont rendus. Parmi ces documents se trouvaient les comptes rendus, ou procès-verbaux, des premières réunions de ceux qui devaient par la suite former le groupe Bourbaki. », voir [CJ00, pp. 6-7].

10. Voir [Aud11, p. 37].

11. Voir [Arcb, T6491].

12. Voir [Arca, 2090W3].

13. Pour plus d'informations sur la « mission Rapkine », voir [Dos98]. Pour le reste du paragraphe, voir [Dos98, pp. 43-44].

14. Voir [Dos98, 197].

naissance d'Étienne Cartan a lieu le 18 octobre 1941. Le 29 novembre, Jean Dieudonné écrit un câble à Louis Rapkine l'informant que le départ de la famille Cartan ne pourra avoir lieu avant l'été. La subvention est finalement annulée le 14 décembre 1942, suite aux événements récents en France, en particulier l'invasion de la zone libre, qui rendent ce départ impossible.

Henri Cartan ne participe pas au congrès bourbachique qui a lieu à Clermont-Ferrand du 6 au 11 décembre 1940. Il vient cependant en zone libre pour deux autres congrès dans cette même ville, du 16 au 19 avril 1941 et du 5 au 14 août 1942 [15]. De même, il participe également aux congrès de Liffré en septembre 1943 et à celui de Paris en avril 1944 après l'invasion de la zone libre [16]. Je n'ai rassemblé que peu d'autres informations sur les activités d'Henri Cartan à Paris pendant la guerre ; il est probable qu'il soit essentiellement occupé par ses enseignements à l'ENS ainsi que différentes recherches en mathématiques [17].

3.1.2 Le plus cher désir de participer à la tâche importante dans Strasbourg délivré d'Henri Cartan

Depuis le début de sa carrière, comme pour certainement tous ses collègues en France, les nominations académiques d'Henri Cartan commencent par une prise de contact plus ou moins informelle avant d'entamer des démarches officielles. Pour son détachement à Strasbourg, les choses lui ont échappé, car dans un courrier du 24 novembre 1944, le lendemain de la libération de Strasbourg, le ministre de l'Intérieur annonce au recteur de l'académie de Strasbourg que :

> M. CARTAN, ancien professeur de calcul différentiel et intégral à la Faculté des Sciences de l'Université de STRASBOURG, actuellement maître de conférences à la Faculté des Sciences de l'Université de PARIS désire à nouveau être nommé professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de STRASBOURG. [Arca, 2090W3]

Cette demande est transmise au doyen de la faculté des sciences puis au directeur de l'institut de mathématiques. Le 6 décembre 1944, Henri Cartan écrit alors une longue lettre au doyen de la faculté des sciences, André Danjon, afin de s'expliquer sur la demande formelle que ce dernier vient de recevoir :

> Je viens de dire "notre" Faculté ; c'est parce que je me suis toujours senti attaché à cette Maison et à cette famille spirituelle, malgré ma nomination d'octobre 1940. A cette époque, où venir à Paris n'apparaissait pas comme une perspective agréable, du fait de l'occupation dont Clermont était alors préservée, je n'avais pas cru pouvoir refuser le poste qu'on me demandait de prendre [18]. Mais je ne vous avais pas caché que mon plus cher désir serait de pouvoir néanmoins rentrer avec nos collègues dans Strasbourg délivré, où une tâche importante nous attendrait. J'avais aussi fait part de ce désir à Monsieur Terracher, mais il faut bien reconnaître que l'éventualité que j'envisageais paraissait alors utopique à beaucoup. Depuis, j'avais eu également

15. Voir [ER, Les congrès de Clermont-Ferrand de 1940, 1941 et 1942].
16. Voir [ER, Les congrès de Liffré (septembre 1943) et Paris (avril 1944)].
17. C'est, par exemple, ce que laisse supposer sa correspondance avec Marcel Brelot pendant cette période, voir [Breb].
18. Je n'ai pas réussi à déterminer pourquoi « on lui demande de prendre ce poste », ni pourquoi il n'a « pas cru pouvoir refuser ».

> l'occasion de mettre au courant mon nouveau Doyen, Monsieur Montel, de mon intention.
>
> Bien des choses se sont passées depuis : le personnel de la Faculté s'est en partie renouvelé, il y a eu les événements tragiques dont les traces ne sont hélas par effacées, – et puis il vient d'y avoir l'entrée du général Leclerc ! Mon retour à Strasbourg est-il maintenant possible, et souhaitable ? En demandant à faire de nouveau partie de votre Faculté, ne risquerais-je pas de nuire à l'avancement de mes jeunes camarades ? J'ai hésité à entreprendre une démarche officielle jusqu'à présent, et comme le temps ne semblait pas presser, je n'en ai fait aucune. Or j'apprends aujourd'hui que la Faculté de Strasbourg aurait reçu via l'Intérieur, l'Alsace-Lorraine et l'Education Nationale une demande relative à ma "réintégration dans les cadres de Strasbourg". Je suis très étonné et contrarié qu'une telle démarche de caractère officiel ait pu être faite sans que je m'en doute. Je ne vois à cela qu'une explication : ayant revu Monsieur Capitant au début de septembre, après quatre années de séparation, je lui avais naturellement, à titre personnel, fait part du désir que j'avais conservé de retrouver Strasbourg. M. Capitant a-t-il cru devoir donner une suite officielle à cette conversation ? Je l'ignore, et en tout cas je regrette vivement d'avoir été devancé par les organismes officiels, car j'aurai voulu être le premier à vous consulter sur l'opportunité des démarches à faire ?
>
> Puisque maintenant la question s'est trouvée posée à mon insu, permettez-moi, Monsieur le Doyen, de venir vous demander si mes anciens Collègues seraient favorables à mon retour éventuel à la Faculté, retour qui devrait évidemment n'avoir lieu que de manière à ne léser les droits de personne. [Arca, 2090W3]

L'ennui d'Henri Cartan par rapport à la tournure administrative de cette demande de détachement à Strasbourg est révélateur puisqu'il explique clairement qu'il aurait préféré en parler d'abord, de façon informelle, avec les premiers intéressés à la faculté des sciences de Strasbourg. D'autre part, et c'est un point important pour lui, il ne souhaite pas léser ses collègues plus jeunes [19].

C'est peut-être parce qu'Henri Cartan n'a pas été mobilisé dans une unité combattante qu'il souhaite participer à la « tâche importante dans Strasbourg délivrée ». Dans sa lettre, il explique également qu'il est attaché à la faculté des sciences de Strasbourg. Ces informations sont certainement ajoutées pour favoriser l'acceptation de sa demande, mais il a déjà exprimé cet attachement quand il demande à retourner, après un court passage en tant que chargé de cours en 1929, à Strasbourg, « dans une faculté dont [il a] gardé un si excellent souvenir », à la rentrée 1931. En plus de considérations mathématiques et de progression de carrière, Henri Cartan a des relations à Strasbourg. En effet, sa mère est une amie intime de la mère de Jean-Louis Koszul qui l'invite en 1929 [20], et surtout, Henri Cartan a épousé, en septembre 1935, Nicole Weiss, fille d'un camarade de promotion de son père, Pierre Weiss, professeur de physique à Strasbourg depuis 1919 [21]. Née en 1916, Nicole Weiss a donc passé la majeure partie de sa vie à Strasbourg. C'est ainsi que, d'après une interview d'Henri Cartan par Liliane

19. Voir également le passage de sa lettre à André Weil du 6 avril 1935, citée dans la sous-section 5.1.
20. Voir [Car87].
21. Comme Maurice Fréchet, il participe à la récupération française de la Kaiser-Wilhelms-Universität de Strasbourg, voir [Maz10].

Beaulieu, le choix de retourner à Strasbourg en 1945 provient du fait qu'« il avait gardé pour cette université et cette ville, une mémoire de cœur et pour remplir une promesse faite à son épouse strasbourgeoise [22]. »

D'autre part, à la suite de son départ précipité lors du repli de l'université de Strasbourg à Clermont-Ferrand, la famille Cartan a dû laisser ses affaires et son appartement. La question du logement à Strasbourg est problématique. Henri Cartan écrit par exemple à Marcel Brelot, le 16 août 1945 : « Moi-même ai passé par Strasbourg avant de venir ici ; il me fallait tenter d'y résoudre le problème du logement. J'ai une solution provisoire, le définitif interviendra le mois prochain ; de toute façon, nous aurons un appartement où emménager : ce sera mon ancien, ou un autre obtenu par échange [23]. » D'autre part, dès le 7 septembre 1945 le doyen annonce à Henri Cartan que le recteur lui a fait savoir que le Lieutenant Colonel Theobald, du Gouvernement Militaire de Bade - Education et Cultes - à Fribourg en Brisgau, lui a écrit, le 25 août 1945, et transmis « un procès-verbal de saisie de documents ». Il s'agit des documents que Heinrich Behnke avait récupérés et déposés à la bibliothèque de l'université de Fribourg [24].

Le Conseil de Faculté de Strasbourg adopte à l'unanimité la demande de détachement d'Henri Cartan lors de la séance du 1er février 1945 [25]. Il semble qu'Henri Cartan ne mentionne pas son projet d'aller à Strasbourg à son ami André Weil, alors à São Paulo, avant le 6 avril 1945 :

> En fait, on aura, pour la rentrée prochaine, à me trouver un remplaçant : en effet, je désire retourner à Strasbourg pour deux ans au moins, afin de travailler là-bas à la réorganisation de la Faculté ; nous aurons un centre mathématique intéressant, avec Ehresmann, Chabauty et Lichnérowicz. Je ne pense pas demander à reprendre une chaire à Strasbourg, sinon je ferais partir Chabauty ou Lichné, qui aspirent à être titularisés ; et ce serait une perte stupide pour Strasbourg. Bref, l'accord semble s'être fait entre les deux doyens intéressés sur la formule suivante : on détache provisoirement de Paris à Strasbourg, et je continue à appartenir au cadre parisien (maître de conf. de dernière classe !). C'est, en tout cas, une solution d'attente. Si tu ne rentres pas, le problème de ma suppléance est tout résolu : Dubreil sera nommé [...] [26] [Aud11, pp. 101-103]

Il souligne encore une fois l'importance de ne pas empêcher la titularisation de ses jeunes collègues, Claude Chabauty et André Lichnerowicz. D'ailleurs, si la note du 24 novembre 1944 mentionnait le fait qu'Henri Cartan souhaitait « à nouveau être nommé professeur », il s'agit finalement d'un détachement provisoire. Dans cette configuration, il faut donc qu'il y ait quelqu'un pour assurer ses charges d'enseignement à Paris. Henri Cartan envisage ce remplacement comme solution pour le retour d'André Weil, en particulier pour qu'il n'occupe pas son poste à Strasbourg [27]. Mais si ce dernier n'est pas intéressé par cette solution provisoire ou que la charge d'enseignement ne l'intéresse pas, Paul Dubreil serait candidat et aurait toutes les chances d'être

22. Voir [Bea11].
23. Voir [Breb].
24. Voir la note 9.
25. Toutes les informations sans sources de cette sous-section qui ne proviennent pas directement des citations se trouvent dans [Arca, 1007W257 et 2090W3].
26. Les passages autour de ce morceau de paragraphe sont cités dans la sous-section 3.2.6.
27. Voir la sous-section 3.2.6.

nommé. Cependant, la possibilité pour André Weil dépend de sa réintégration, comme l'écrit Henri Cartan à Marcel Brelot le 3 juin 1945 :

> Mon affaire d'appartement à Strasbourg ne s'arrange décidément pas ; il faut que j'aille sur place pour chercher un autre logement. [...]
>
> Montel semble pressé de régler la question de ma suppléance ; d'autre part, d'après les renseignements pris par Delsarte, la procédure de grâce amnistiante demandera d'assez longs délais. Dans ces conditions, Weil ne sera sans doute pas réintégré au moment de choisir un candidat ; et c'est ce que Montel a laissé entendre à Delsarte. Est-ce l'indice d'une hostilité de sa part contre W ? Quoi qu'il en soit, Delsarte est parti samedi (il vient à Paris chaque semaine en ce moment) avec l'intention de demander à Dieudonné d'être candidat. Il est évident qu'indépendamment de l'intérêt intrinsèque de la présence de Dieud. à Paris, c'est aussi l'intérêt de la future candidature de W. que D. soit choisi maintenant. Mais je ne sais si Dieud. a de sérieuses chances contre Dubreil. Que dis-tu de la situation ? Comptes-tu intervenir d'une manière ou de l'autre ? [Breb]

Jean Delsarte et Henri Cartan ont commencé des démarches pour qu'André Weil soit réintégré [28], mais Paul Montel aimerait que la question du remplacement d'Henri Cartan soit réglée au plus vite, donc certainement avant la réintégration d'André Weil. Dans ces conditions, Jean Delsarte voudrait que Jean Dieudonné soit candidat à ce poste. En plus de l'avantage d'avoir ce dernier à Paris, cela permettrait de faciliter une future candidature d'André Weil. Il est probable que cela soit pour lui laisser sa place à Paris dès qu'il sera en condition de revenir, ou bien qu'il puisse prendre la place que Jean Dieudonné finira par laisser à Nancy en étant nommé définitivement à Paris. Dans tous les cas, Paul Dubreil est toujours un candidat sérieux qui a toutes ses chances. Henri Cartan demande alors le point de vue de Marcel Brelot sur la situation, s'il compte être candidat ou bien s'il peut œuvrer en faveur d'un candidat.

Avec la tenue du congrès Bourbaki du 22 juin au 4 juillet 1945 [29], Henri Cartan discute certainement de toutes ces candidatures avec les autres membres de Bourbaki. Il fait un compte-rendu de la situation à Marcel Brelot, dans une lettre du 29 juin 1945 :

> Weil ne veut pas rentrer en France avant fin 46 ou 47 ; Delsarte parle de s'en aller au Brésil l'an prochain. Dieudonné et Weil, comme Delsarte, déclarent mépriser la Sorbonne. C'est très bien d'avoir un centre actif à Nancy-Strasbourg ; mais il faudrait y canaliser les étudiants. Sera-ce possible ? Seras-tu candidat à Paris , ou laisseras-tu Dubreil seul candidater ? [Breb]

Avec son poste à São Paulo, André Weil n'est pas intéressé par le remplacement d'Henri Cartan à Paris [30]. Jean Delsarte n'est pas intéressé non plus, car la Sorbonne ne l'attire pas, tout comme Jean Dieudonné, et qu'il envisage de partir au Brésil. Il suppose alors qu'ils vont rester à Nancy et que cela fera un centre mathématique avec Nancy-Strasbourg [31], mais qu'il faudrait y attirer des étudiants. Il se demande alors, ainsi qu'à Marcel Brelot, si cela est possible. De plus, il l'interroge directement sur sa candidature éventuelle pour son remplacement à Paris ; Paul

28. Voir la sous-section 3.2.6
29. Voir la sous-section 3.2.7.
30. Le problème de sa réintégration comme prérequis ne se pose plus puisqu'il vient tout juste d'être réglé, voir la sous-section 3.2.6.
31. Voir le chapitre 5.

Dubreil étant alors toujours le seul candidat déclaré auprès d'Henri Cartan. Marcel Brelot ne semble pas être intéressé, car Henri Cartan lui écrit, le 16 août 1945 : « Dubreil ne pourra pas être présenté par le Conseil de la Sorbonne avant le 13 octobre ; d'ailleurs sa nomination à Paris n'intéresse que Jacqueline Ferrand [32]. » Si Paul Dubreil est toujours le seul candidat à cette date, Jacqueline Ferrand vise, elle, une éventuelle place libérée par la personne qui va remplacer Henri Cartan.

Une note du 6 septembre 1945 du directeur de l'Enseignement supérieur, pour le ministre, au recteur de l'Académie de Strasbourg, Marcel Prélot, explique le système qu'il souhaite mettre en place pour le détachement d'Henri Cartan :

> J'ai l'honneur de vous faire connaître que j'ai décidé de mettre M. CARTAN, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Paris, à la disposition de la Faculté des Sciences de l'Université de Strasbourg.
>
> M. CARTAN continuera à être payé par les soins de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.
>
> J'ai l'intention, sous réserve de recevoir un avis favorable du Conseil de la Faculté des Sciences de Paris, de désigner comme suppléant de M. CARTAN à la Sorbonne, M. DUBREIL, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy. Le traitement de M. DUBREIL serait donc assuré par la Faculté de Nancy, tandis que la Faculté des Sciences de Strasbourg assurerait le paiement du traitement du suppléant de M. DUBREIL. [Arca, 1007w257]

Il y a dû avoir une méprise administrative puisque Paul Dubreil est d'abord mis à la disposition de l'académie en tant que remplaçant d'Henri Cartan, mais cette décision est annulée par le ministre le 9 novembre 1945. En effet, le conseil de la faculté des sciences de Paris décide de nommer Maurice Janet comme remplaçant, plutôt que Paul Dubreil [33]. Jacqueline Ferrand est chargée du service de la chaire de mécanique rationnelle à la Faculté des Sciences de Strasbourg par un arrêté du 5 novembre 1945. Elle est mise à disposition de l'Académie de Caen, en qualité de suppléante de Maurice Janet, appelé à remplacer Henri Cartan à Paris [34].

Le 13 juin 1947, le directeur de l'Enseignement supérieur envoie une note au recteur de l'académie de Strasbourg à propos de la fin du détachement d'Henri Cartan : « Le moment est venu de rendre ce fonctionnaire à sa faculté d'origine . » Henri Cartan réintègre la faculté des sciences de Paris le 1er octobre 1947.

Ces années à Strasbourg sont soumises aux difficultés pratiques dues au contexte d'après-guerre. Dans une lettre à André Weil du 4 mars 1947, Henri Cartan rappelle sa condition sur place :

> Il [Dieudonné] a tendance à oublier la vie tracassière à laquelle nous soumet le "dirigisme" toujours en progrès ; pour ne donner qu'un exemple, je viens de perdre deux matinées rien que pour arriver à toucher les feuilles d'alimentation de la bonne, parce qu'il manquait sur sa carte d'alimentation un tampon de l'Office du Logement ! [Boua, hcco104] [35]

32. Voir [Breb].
33. Voir [CP14, Paul Dubreil] et [Boua, hcco016], reproduite [Aud11, p. 530].
34. Voir [Arca, 1476W448].
35. Lettre reproduite [Aud11, ppp. 189-193].

Si Henri Cartan ne mentionne que sporadiquement leurs conditions de vie à Strasbourg dans sa correspondance, sa fille, Françoise Adam-Cartan, née le 20 juin 1939, a également fourni quelques informations supplémentaires sur ces deux années strasbourgeoises lors des obsèques d'Henri Cartan :

> La famille Henri Cartan, quasi intégralement spoliée (mobilier, équipement, objets de valeur, piano, etc.), comme beaucoup d'autres Alsaciens, ne roulait pas sur l'or. Henri Cartan et sa femme ont dormi sur un matelas à même le sol pendant les deux années à Strasbourg. Les démarches à accomplir au quotidien pour tenter de récupérer les meubles ou les papiers volatilisés pendant la guerre, d'obtenir des tickets d'alimentation, des vêtements chauds pour les enfants, et d'éventuelles et souvent hasardeuses indemnisations, étaient vitales, et prenaient d'autant plus de temps que les demandeurs étaient nombreux. [Aud11, note 189.1, p. 560]

La demande de détachement d'Henri Cartan n'est donc pas anodine. Cela permet de répondre à des envies et des besoins personnels, de retourner dans un cadre connu, à reconstruire, à la libération de la France. Le contexte professionnel et scientifique, avec la présence de plusieurs mathématiciens qu'il apprécie, est également important dans ce choix. S'il ne l'avait peut-être pas prévu, sa présence à Strasbourg lui permet également de relancer les coopérations franco-allemandes, par exemple avec ses contacts avec Wilhelm Süss et l'institut de recherche mathématique d'Oberwolfach [36].

3.2 André Weil et la guerre

Les péripéties d'André Weil pendant la guerre ont été mentionnées à plusieurs reprises. Cette période marque en effet un tournant dans sa carrière. Comparativement, les descriptions précises et détaillées des événements sont plus rares ; il y en a trois et elles servent presque systématiquement de référence à la mention de cette période pour André Weil :

— l'autobiographie d'André Weil, [Wei91], de 1991, où André Weil décrit lui-même ces événements d'après ses souvenirs [37] ;

— l'article [Pek92], de 1992, qui revient sur l'arrestation d'André Weil en Finlande à l'aide d'archives de la police centrale finlandaise ;

— la correspondance entre Henri Cartan et André Weil et les notes de Michèle Audin, [Aud11], qui apportent de nombreuses informations complémentaires.

En ajoutant des documents disponibles aux *Archives départementales du Bas-Rhin*, il est possible de revenir sur ces événements et de présenter avec plus de détails, certains points intéressants de cette période. En particulier, je souhaite insister ici sur les soutiens d'André Weil.

Pour ce faire, un long rapport tout en nuances du doyen de la faculté des sciences, André Danjon, est envoyé le 14 décembre 1944 au vice-président du conseil de l'université de Strasbourg

36. Voir [Rem20].

37. Michèle Audin précise à ce propos : « Un dernier commentaire : on a dit (par exemple Pierre Cartier [référence vers [Car99b]]), et nous croyons bien volontiers, que l'écriture et la publication des souvenirs d'André Weil ont été motivées par sa volonté, sinon de se justifier (comme dit Cartier), du moins de s'expliquer dans la controverse dont il a été et reste le centre. », voir [Aud11, p. 483].

en repli à Clermont-Ferrand, André Foster, et résume une grande partie de la situation et des problématiques liées :

> Par une lettre du 6 décembre, vous avez bien voulu me demander :
>
> 1° Le rappel des circonstances qui motivèrent, en 1940, la révocation de M. André WEIL.
>
> 2° Ce que je pense de son éventuel retour à STRASBOURG.
>
> Je commence par le rappel des faits. M. André Weil, Maître de Conférences de mathématiques, fut nommé professeur titulaire de mécanique rationnelle, par décret en date du 29 août 1939, avec effet du 1er octobre. Mais, dès les congés de Pâques de 1939, il avait quitté la France, chargé d'une mission du C.N.R.S. pour l'Angleterre et les pays du nord de l'Europe. Au début de septembre, il se trouvait en Finlande, coupé de toute communication avec la Faculté.
>
> J'ai su, depuis, qu'il était parti avec la perspective d'une longue absence, ayant réalisé son avoir : une centaine de mille francs en dollars, qu'il portait sur lui. Il n'avait pas caché à ses amis son désir de se trouver hors de France au moment où éclaterait une guerre qu'il jugeait inévitable. Son attitude, au printemps de 1939, était celle d'un objecteur de conscience, pour lequel la mission dont il était chargé n'était qu'un subterfuge pour échapper à la mobilisation.
>
> A la déclaration de guerre, M. Weil était donc en Finlande, à Helsinki. Il ne se présenta pas à la légation de France, se mettant ainsi en état d'insoumission en temps de guerre. Peu de jours après l'attaque de la Finlande par l'U.R.S.S., M. Weil fut arrêté sur une place d'Helsinki par les servants finlandais d'une batterie antiaérienne, qui avaient jugé sa curiosité suspecte.
>
> Mis au courant de l'incident, le Ministre de France adressa au Ministère des Affaires étrangères un rapport sur la situation militaire de M. Weil et sur les circonstances de son arrestation. A mon avis, le rapport dramatise un peu, à le lire, on pourrait croire que M. Weil, trouvé porteur d'une grosse somme d'argent, faisait de l'espionnage au profit d'une tierce personne : hypothèse invraisemblable pour toute personne de bonne foi connaissant bien André Weil. Il est peut-être badaud, mais pas espion.
>
> Quant à la position d'insoumis, elle n'était pas niable. Le rapport du Ministre de France, transmis au Ministre de l'Education Nationale le 30 décembre 1939, par le Président du Conseil, Ministre de la Défense Nationale, de la Guerre et des Affaires Etrangères, entraîna la révocation de M. Weil, prononcée par un décret en date du 19 janvier 1940, avec effet au 1er janvier.
>
> Les autorités finlandaises, qui n'avaient retenu aucun motif d'inculpation contre lui, l'avaient refoulé vers la Suède, par Haparanda. Arrivé à Stockholm, il avait essayé, mais en vain, d'obtenir un passeport pour l'Amérique. C'est alors qu'il se remit à la discrétion du Ministre de France en Suède. Rapatrié par l'Angleterre, en janvier 1940, si mes souvenirs sont exacts, il fut incarcéré à Rouen, en prévention de Conseil de guerre. En mars ou avril, il était condamné à 5 ans de prison.
>
> Toutefois à la demande du commissaire du gouvernement que des témoignages de moralité, notamment celui de M. Elie Cartan et le mien, avaient favorablement

> disposé, il fut décidé de surseoir à l'application de la peine pour permettre à M. Weil de faire campagne. Après un bref séjour au dépôt de son unité, il prit part aux opérations sur la Somme, ainsi qu'à la retraite de Normandie, vers un port d'embarquement, d'où il gagna l'Angleterre.
>
> Rapatrié, sur sa demande, après l'armistice de 1940, il vint me voir à Clermont, et me fit part de son désir de gagner l'Amérique, où il savait trouver un poste et les moyens de gagner sa vie et celle de sa famille. C'était, évidemment, le parti le plus sage pour lui, devant les mesures d'exception antijuives qui s'annonçaient. Je fis donc très volontiers des démarches en sa faveur, pour lui obtenir un passeport et des facilités de passage. Il parvint, non sans difficultés, à gagner New-York vers la fin de 1940. Je n'ai plus eu de ses nouvelles directement, mais j'ai appris récemment, par M. Henri Cartan, que M. Weil se trouvait actuellement à Sao Paulo avec un contrat de 2 ans.
>
> Examinons maintenant s'il convient de l'attirer en France, et plus particulièrement à Strasbourg.
>
> André Weil est un mathématicien de grande valeur, chef d'une école dont les publications paraissent sous le pseudonyme collectif de Nicolas Bourbaki. Les membres de ce groupe souhaitent vivement le retour de leur animateur, et leur désir, très légitime, s'accorde avec les intérêts de la science. M. Weil est, du reste, en règle avec la justice militaire, et les frontières lui sont ouvertes. Mais, ses amis, voulant lui assurer un emploi, demandent sa réintégration.
>
> Il me semble que c'est mal poser le problème. La réintégration proprement dite, comportant l'annulation du décret du 19 Janvier 1940, avec réinstallation de M. Weil dans sa chaire restée vacante, prendrait l'apparence d'une mesure de réparation et soulèverait de vives protestations. M. Weil n'a pas été frappé par une mesure d'exception, et je suis convaincu qu'il ne prétend à aucune réparation. Il a accepté le jugement prononcé contre lui et je n'ai entendu de sa part aucune récrimination.
>
> C'est, comme le mentionne d'ailleurs votre lettre, une mesure de grâce ou d'amnistie qui s'impose ici. Les services éminents rendus par M. André Weil aux mathématiques françaises, soit en France, soit à l'étranger, la justifient largement. Elle lui permettrait de postuler un nouvel emploi public, et de recevoir, en attendant, une allocation de maître ou de directeur de recherches du C.N.R.S., ce qui donnerait satisfaction à ses amis.
>
> Quant à la réinstallation de M. Weil dans sa chaire de Strasbourg, même pour ordre [38], elle rencontrerait, comme je viens de le dire, une vive opposition qui n'a pas attendu l'événement pour se faire jour. On aurait à craindre un incident violent, qui pourrait avoir des suites graves pour la carrière de l'intéressé. Je ne saurais donc donner à une mesure de ce genre un avis favorable, et j'ai tout lieu de croire que la Faculté adopterait la même attitude, si elle était consultée. [Arca, 2090W20]

Dans la suite de cette section, je reviens sur le parcours d'André Weil pendant la guerre en utilisant cette note comme fil directeur et en y ajoutant des compléments et précisions.

38. C'est-à-dire sans l'occuper effectivement.

3.2.1 Fuite nordique

Comme l'écrit André Danjon dans son rapport, André Weil soumet effectivement une demande d'autorisation d'absence pour effectuer une mission, dont il est chargé par le Service de la Recherche Scientifique, en Angleterre et en Scandinavie, du 15 avril au 15 juillet 1939. Cela est accepté sous réserve qu'André Weil rémunère directement Charles Ehresmann, son suppléant [39]. Il écrit à Henri Cartan, le 25 mai 1939, qu'il a quitté l'Angleterre et est arrivé à Oslo, d'où il rédige sa lettre, après être passé par Newcastle et Bergen. Il ajoute qu'il part le lendemain à Copenhague et qu'Henri Cartan peut lui écrire à l'institut de mathématique de cette ville jusqu'au 7 ou 9 juin, et qu'ensuite ce sera son adresse parisienne [40]. La suite de son voyage peut être décrite par les archives de la police centrale finlandaise :

> Le dossier contient une reconstitution chronologique des péripéties nordiques des époux Weil en 1939 — inspirées selon l'espion suspect par celles de Nils Holgersson. Arrivée via Malmö à Uppsala en Suède le 13 juin ; départ via Stockholm en bateau pour Helsinki le 14 juin ; arrivée à Helsinki le 15 juin. Séjour d'un mois environ chez Lars Ahlfors, puis chez Rolf Nevenlinna. En août, séjour touristique au bord du lac Salla au cœur de la haute Carélie finlandaise, puis à Petsamo au bord de l'Océan Arctique, où avant la guerre la Finlande jouissait de son seul accès à l'Atlantique. Retour à Helsinki le 31 août ; départ d'Éveline Weil pour la France le 20 octobre ; arrestation d'André Weil le 30 novembre ; sa détention à Helsinki jusqu'au 4 décembre, puis à Vaasa ; son expulsion vers la Suède via Laponie le 12 décembre. [Pek92, p. 13]

Tout cela est confirmé par les souvenirs d'André Weil, publiés avant la citation précédente [41]. Il mentionne également qu'au lac Salla, « nos aimables hôteliers, inquiets de nous voir dicter et rédiger de si abondantes notes tout en contemplant avec tant d'attention la disposition des lieux avoisinants, en avaient tiré la conclusion qui, pour eux, semblait s'imposer : je ne pouvais être qu'un espion soviétique [42]. » Cela est confirmé par son dossier : « Un touriste (?) étranger, M. Hess, qui l'avait croisé dans un hôtel à Salla, avait signalé à la police qu'il avait bien une tête d'espion, ce monsieur Weil. Il se trouva aussi qu'entre-temps il avait visité plusieurs fois l'ambassade de l'Union Soviétique [43]. » Le comportement suspect d'André Weil couplé à ses voyages en des lieux qui sont devenus importants pour le conflit entre la Finlande et l'URSS laisse supposer qu'il s'agit d'un espion. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'il est interpellé le 30 novembre, au moment de la première attaque de l'U.R.S.S. sur la Finalnde, car il s'est approché de mitrailleuses antiaériennes. Il est alors emmené à l'École militaire puis à la police centrale, car il y a déjà un dossier sur lui à la suite de la dénonciation précédente [44].

En se trouvant en situation irrégulière vis-à-vis des autorités françaises, André Weil signe ses lettres « L. Ahlfors », afin d'échapper à la censure française entre le début du conflit et son arrestation [45]. Il ne peut également pas obtenir le visa nécessaire pour son projet d'aller en Suède

39. Voir [Arca, 1476w8]. C'est le même système qui a été mis en place pour le séjour d'André Weil à l'Institute for Advanced Study à Princeton, en 1937 : Claude Chevalley avait alors été son remplaçant.
40. Voir [Aud11, p. 33].
41. Voir [Wei91, pp. 135-139]
42. Voir [Wei91, p. 137].
43. Voir [Pek92, p. 14].
44. Voir [Wei91, p. 139] et [Pek92, pp. 13-14].
45. Voir, par exemple, les lettres qu'il écrit à Henri Cartan le 12 septembre, 22 octobre et 21 novembre,

aux alentours du départ d'Eveline Weil, le 20 octobre [46]. Après la fouille de son appartement en sa présence, avec la découverte de plusieurs documents suspects, il est interrogé par la police finlandaise. Grâce à l'absence de contradiction dans son récit, le soutien de Lars Ahlfors et la liste de savants qui peuvent témoigner en sa faveur que ce dernier énonce aux autorités finlandaises [47], André Weil est amené à la légation française en Finlande le 3 décembre. S'il a écrit « Dans ma situation je ne pouvais me réclamer de la légation de France ; on m'y conduisit cependant [48] », Osmo Pekonen fait lui remarquer que « La meilleure assurance sur la vie d'André Weil était son passeport français [49]. » En effet, le besoin de la Finlande de conserver de bons rapports diplomatiques avec la France au moment de son entrée en guerre joue certainement en la faveur d'André Weil.

3.2.2 De l'arrestation à la révocation

L'accueil d'André Weil par le secrétaire de la légation fut compliqué : « Je dus lui avouer ma situation irrégulière ; il me traita d'espion et de déserteur ; en fait je devais apprendre que suivant la loi française je n'étais coupable que d'"insoumission". En conclusion il déclara m'abandonner à mon sort [50]. » Cela est confirmé par les archives de la police centrale de Finlande :

> [À la légation] on dit aux Finlandais que Weil était un communiste notoire, déserteur et traître de la patrie. L'ambassade proposa son assistance pour assortir ses papiers pour mettre au jour de nouveaux documents aggravants.
>
> Dans les papiers d'André Weil je n'ai trouvé aucune trace de l'existence d'un lien quelconque entre lui et le P.C.F. Le dossier comporte plusieurs textes attribués à André Weil (certains signés en sanskrit) sur la situation politique de l'Europe, vu [*sic*] de la Finlande en octobre 1939, et même sur un projet étrange sur la constitution d'une société secrète, à la manière de Bourbaki, qui eût pu influer sur la marche des événements [51]. [Pek92, pp. 16-17].

Ainsi, la légation de France en Finlande est plus sévère envers André Weil que les autorités finlandaises. Elles n'ont d'ailleurs rien à reprocher à ce dernier, à part un retard sur le retour de livres à la bibliothèque. À l'inverse, un agent finlandais écrit, le 30 janvier 1940, à propos de cette affaire que « L'ambassade nous avait indiqué que si nous avions fusillé Weil, ils ne seraient pas intervenus [52]. » En effet, finalement la légation française en Finlande ne sait pas vraiment quoi faire d'André Weil alors que le pays vient juste de commencer à se faire attaquer.

[Aud11, pp. 35-40], et le commentaire d'Henri Cartan reproduit [Aud11, p. 485].

46. Voir [Wei91, p. 138].
47. Voir [Pek92, p. 14] et [Wei91, pp. 139-140].
48. Voir [Wei91, p. 140].
49. Voir [Pek92, p. 17].
50. Voir [Wei91, p. 140].
51. Plus précisément, dans le paragraphe suivant : « Ce dernier document existe dans le dossier en traduction finnoise. J'ignore l'identité du traducteur, mais j'ai aperçu que la traduction est inexacte ; en effet, la traduction finnoise a été manipulée de manière convenable afin de faire paraître André Weil comme un espion du "réseau Bourbaki" hostile à la Finlande ! »
52. Voir [Pek92, p. 17]. Il faut ici rappeler qu'Osmo Pekonen écrit, dans cet article, que c'est la seule mention du verbe « fusiller » dans tout le dossier, que le nom de Rolf Nevanlinna n'y apparaît pas du tout et que l'histoire selon laquelle ce dernier aurait empêché André Weil d'être fusillé, souvent repris de [Wei91, p. 141], n'est vraisemblablement que pure fantaisie.

Dans un rapport, qui d'après André Danjon en décembre 1944 « dramatise un peu », transmis au ministère des affaires étrangères, la légation écrit, le 14 décembre 1939, sur André Weil :

> Au printemps de 1939, il s'était présenté à notre Légation à HELSINKI dont il avait sollicité l'intervention auprès de la Légation de l'U.R.S.S. pour obtenir plus aisément un visa soviétique, afin de se rendre à MOSCOU où il se disait invité par l'Académie des Sciences à faire des conférences. Depuis ce moment, notre Légation ignorait ce qu'il était devenu, et jusqu'à sa présence en Finlande.
>
> En tout état de cause, M. WEIL, Lieutenant d'Infanterie de réserve, qui se serait trouvé en Finlande depuis le mois de juin, ne s'est pas présenté à notre Légation au moment de la mobilisation et n'a pas satisfait aux obligationsmilitaires [*sic*] qui lui incombent. Il a d'ailleurs fait , lorsqu'il fut interrogé par notre Légation, profession d'objection de conscience et, interrogé sur la raison pour laquelle cette conviction ne l'avait pas empêché de faire son service militaire, ni d'accepter un grade dans la réserve, il a répondu que "ses opinions d'objecteur de conscience s'étaient formées peu à peu".
>
> Le Directeur de la Police politique, qui se préoccupait alors d'évacuer tous ses prisonniers, demanda si la Légation pourrait se charger de rapatrier M. WEIL en France.Notre Ministre répondit que celui-ci était,,à [*sic*] ses yeux, coupable du seul crime de désertion en temps de guerre ; qu'il était impossible de demander au Gouvernement finlandais l'extradition d'un déserteur, que notre Légation ne pourrait être appelée à reconduire ce déserteur en France au cas où les autorités finlandaises l'expulseraient.
>
> Il semble bien, en effet, que ce soit à cette dernière mesure que la Police Politique finlandaise, dans l'impossibilité où elle se trouve de faire instruire l'affaire d'espionnage, se soit résolue à l'égard de M.André WEIL. Le 5 Décembre, il était dirigé sur la prison de WAASA d'où il adressait à notre Légation, les 7 et 8 décembre, les lettres ci-jointes, puis il était conduit vers le nord en direction de la frontière suédoise et se trouverait actuellement à HAPARANDA.
>
> Il y a lieu de noter que, titulaire d'une bourse de 30.000 Frs., l'intéressé disposait, au moment de son arrestation, de devises pour une valeur d'environ 120.000 Francs et se disposait à partir pour les Etats-Unis où il pensait, assure-t-il, obtenir par l'intermédiaire de savants scandinaves et américains, une chaire dans une grande Université. [Arca, 1476w8]

Les accusations sur le communisme d'André Weil reposent donc vraisemblablement sur cette demande du printemps 1939 pour obtenir un visa [53]. D'autre part, la situation de ce dernier semble claire pour eux : c'est un objecteur de conscience, donc un déserteur, qui souhaite échapper au conflit. Il avait d'ailleurs une grosse somme d'argent pour ce projet. Cela prouve bien, comme l'explique André Danjon dans son rapport du 14 décembre 1944, que la demande de mission d'André Weil au printemps 1939 était délibérément dans la perspective de ne pas être en France au moment de la déclaration de la guerre. Cette idée n'est pas nouvelle puisque, lors du congrès de Dieulefit en septembre 1938, André Weil est parti en Suisse pendant deux jours

53. Ce rapport ne mentionne pas la lettre de Lev Pontrjagin concernant une éventuelle visite à Leningrad, voir [Wei91, p. 139].

car il pensait l'entrée en guerre imminente. Il écrit même dans son autobiographie : « J'avais déjà résolu, si la guerre survenait, de chercher à déserter [54]. » Son plan étant de se réfugier dans un pays neutre pour pouvoir ensuite émigrer aux États-Unis [55]. C'est bien toujours en lien avec ce principe que la mission au printemps 1939 a été conçu :

> Ma femme et moi étions liés d'amitié avec Lars Ahlfors. En 1939 il fut convenu que nous irions passer quelques semaines de l'été avec lui et sa famille dans une villa qu'il comptait louer dans le golfe de Finlande. Si la paix se prolongeait au delà de l'été nous rentrerions à Strasbourg, peut-être avec un détour par Leningrad. Sinon mon projet était de rester en Finlande, d'où je croyais pouvoir préparer à loisir mon passage aux Etats-Unis ; ce ne fut pas ma seule erreur de calcul. J'emportais avec moi en dollars une somme que je pensais pouvoir suffire à mes projets. Bien entendu Eveline était au courant de mes intentions ; elle n'en augurait rien de bon. [Wei91, p. 135]

Comme il l'écrit lui-même, si la première partie de son plan, qui est de se retrouver dans un pays neutre au moment de l'entrée en guerre de la France, s'est bien déroulée, le reste est plus difficile. Ne disposant pas de visa pour aller aux États-Unis et ne pouvant demander le soutien de la légation de France à Helsinki à cause de son statut d'insoumis, André Weil s'est retrouvé coincé en Finlande. Avec l'attaque de l'URSS sur ce pays, la situation commence à devenir compliquée et André Weil se fait alors arrêter pour une raison saugrenue. La légation, qui ne l'accuse de rien de plus, ne peut pas vraiment intervenir dans cette situation : le gouvernement finlandais ne peut pas se charger de l'extradition d'un déserteur et la légation ne peut pas non plus le faire revenir en France en cas d'expulsion de Finlande. André Weil se retrouve donc en Suède, à Haparanda, le 12 décembre 1939.

Après avoir traversé à pied le pont vers Haparanda, André Weil doit de nouveau raconter son histoire aux gendarmes suédois. Il est alors hébergé « chez l'habitant » puis au poste de police local, dans un régime de semi-liberté. Il écrit à la légation française en Finlande pour essayer de récupérer les affaires qui étaient dans son appartement [56] : il s'agit vraisemblablement des lettres des 7 et 8 décembre mentionnées dans le rapport de la légation précédemment cité. D'après André Weil, la police d'Haparanda reçoit des ordres de Stockholm selon lesquels André Weil ne pouvait rester en Norvège : il doit être rapatrié en France par ce pays ou bien être renvoyé en Finlande. N'ayant ni visa ni argent il essaye de faire jouer ses contacts pour trouver une solution et écrit à Harald Cramer et Viggo Brun, et certainement à d'autres personnes également [57]. Il demande à ce dernier s'il peut lui obtenir un visa norvégien pour les États-Unis, argumentant d'une invitation de Solomon Lefschetz [58]. Cela n'aboutit pas. Ces deux correspondants essayent de trouver d'autres solutions et Harald Cramér écrit à Viggo Brun, le 21 décembre 1939 :

> J'ai parlé au ministère des affaires étrangères et à l'ambassade de Finlande pour savoir s'il était possible de faire quelque chose pour lui. Le ministère des affaires

54. Voir [Wei91, p. 130].
55. Voir [Wei91, p. 134] : « Mon plan était, en cas de guerre, de me réfugier en pays neutre, puis d'émigrer aux Etats-Unis ; j'ignorais que les Américains, si accueillants pour ceux qui n'ont pas besoin d'eux, le sont beaucoup moins pour ceux qui se trouvent à leur merci ; cela est humain sans doute. »
56. Voir [Wei91, pp. 142-144].
57. Voir [Wei91, p. 144] et [Aud11, p. 489] qui mentionne des lettres d'André Weil à Viggo Brun du 16 et 24 décembre 1939, ainsi que celle du 2 janvier 1940.
58. Voir [Aud11, p. 489].

> étrangères répond que, par principe, les autorités suédoises refusent tout permis de résidence à des citoyens d'autres pays qui refusent le service militaire, que la candidature de Weil a déjà été refusée et qu'elle n'a aucune chance d'être acceptée. Ils pensent qu'il a déjà été renvoyé de Finlande. Tout ce qu'ils peuvent faire, c'est accorder un permis de transit à travers la Suède, s'il a l'autorisation d'entrer dans un autre pays. [Aud11, p. 490]

Ne pouvant retourner en Finlande et n'ayant pas vraiment de solution pour être accueilli dans un autre pays, André Weil s'adresse à l'ambassade de France en Suède. Celle-ci, contrairement à la légation en Finlande, doit pouvoir le rapatrier en France puisque début janvier il reçoit un billet de train pour Stockholm. Le permis de transit est donc accordé. André Weil reste quelques jours à Stockholm en liberté provisoire. Il se rend à l'ambassade de France où son passeport est échangé contre un document de voyage, un billet de train pour Bergen et un billet de bateau entre Bergen et Newcastle. Il embarque à Bergen fin janvier [59].

Entre-temps, la situation d'André Weil en France évolue. Le 30 décembre 1939, le rapport sur André Weil du 14 décembre 1939 est transféré par le ministère des Affaires étrangères au ministre de l'Éducation nationale, celui de la défense nationale et de la guerre ainsi que celui de l'intérieur. Il n'est indiqué aucune marche à suivre ou autre indication, cette transmission semblant être purement informative. Le 9 janvier 1940, une lettre du ministre de l'Éducation nationale, Yvon Delbos, au ministre d'État, vice-président du Conseil, chargé des affaires d'Alsace et de Lorraine transmet une copie de la lettre précédemment mentionnée et le rapport qui l'accompagne. Dans cette lettre, le ministre écrit « Etant donné la gravité des faits, j'estime que la seule sanction qui convienne est la révocation de ce fonctionnaire. » Un projet de décret est joint : il contient déjà la signature du ministre et, si le ministre d'État chargé des affaires d'Alsace et de Lorraine partage cette manière de voir, il n'a qu'à le signer et le soumettre directement en projet de décret au président de la République. Le décret est adopté le 19 janvier et André Weil est révoqué à dater du 1er janvier 1940 [60]. Dans son autobiographie, il a écrit qu'on lui avait dit que c'était par ordre personnel d'Édouard Daladier [61] ; il est probable que ce dernier, ministre de la Guerre, l'ait demandé à Yvon Delbos, ministre de l'Éducation nationale, mais je n'ai rien trouvé qui permet de le confirmer.

3.2.3 Retour en France, détention, jugement et engagement militaire

À l'arrivée du bateau à Newcastle, la police britannique attend André Weil. Il est de nouveau interrogé puis, accompagné par un policier, fait le trajet de Newcastle à Londres dans un train de nuit. Il est conduit dans un poste de police et est interrogé encore une fois. Toujours accompagné d'un policier, il est emmené en train à Southampton où un agent des services français de renseignement le prend en charge. Ils embarquent dans un bateau à direction du Havre. Débarqué, André Weil est remis aux gendarmes qui le conduisent à la prison du Havre [62].

André Weil reste dans cette prison jusqu'à la mi-février, où il est emmené en train à la prison

59. Voir [Wei91, pp. 144-145].
60. Voir [Arca, 1476w8].
61. Voir [Wei91, p. 173].
62. Voir [Wei91, pp. 145-147].

militaire de Rouen [63]. Henri Cartan lui écrit une lettre le 12 février, mais André Weil ne lui répond que le 22, car celle-ci met du temps à le suivre jusqu'à Rouen [64]. Il obtient rapidement, par sa famille et ses amis, de quoi lire et écrire. Il a ainsi une abondante correspondance, du temps pour faire des mathématiques et lire [65]. Entre autres choses, André Weil s'inquiète de son image dans le milieu universitaire. Si Henri Cartan lui écrit, le 12 février, que « [l]es collègues sont gentils et se préoccupent beaucoup de ton sort [66] », André Weil lui demande, le 22, si c'est André Danjon qui est le doyen à Clermont-Ferrand et « quelle impression la mesure prise à mon égard par le ministre a produite dans les milieux dans la Faculté [67]. » Henri Cartan lui fait alors une description dans une lettre du 1er mars 1940 :

> J'ai donné de tes nouvelles à droite et gauche et suis chargé de te transmettre des amitiés, de Cerf en particulier. C'est toujours Danjon qui est doyen ; Cerf est assesseur. La mesure prise à ton égard par le ministre a produit un assez gros effet de surprise [Note : Ici une ligne et demie de « caviardée », c'est-à-dire barrée très soigneusement à l'encre noire pour être rendue illisible.] je dois dire qu'heureusement, personne dans l'université, n'ajoutait foi à ces bruits ridicules. En réalité, on se rend clairement compte maintenant du motif de la mesure ; et j'ai l'impression que Danjon ne se désintéresse pas de ton sort, sans pouvoir agir pour le moment, bien entendu. [Aud11, p. 48]

Si André Weil s'inquiète de la perception de sa situation parmi ses collègues, c'est certainement pour avoir une meilleure idée de ses futures opportunités académiques. Avec une condamnation de ses actions, André Weil aurait peu de chances de retrouver un poste en France. À l'inverse, le soutien de ses collègues et du milieu scientifique peut jouer en sa faveur pour sa situation actuelle et future. Une révocation est la sanction la plus sévère pour un fonctionnaire, il est donc normal qu'une telle mesure entraîne une mauvaise image. Le fait que cette sanction soit consécutive d'une insoumission, et non d'une faute universitaire ou militaire plus importante, permet cependant de relativiser son importance.

Dans une lettre du 6 mars, André Weil explique à Henri Cartan qu'il vient de recevoir le « décret récent qui [le] concerne ». Il demande alors des précisions, car ce décret, qui est celui annonçant sa révocation, mentionne André Weil comme « professeur de mathématiques ». Or ce titre ne peut lui être attribué puisqu'il était « maître de conférences de mathématiques », candidat à un poste de « professeur de mécanique rationnelle » mais pas à celui de « professeur de mathématiques ». Cette erreur lui fait se demander si sa nomination en tant que professeur était effective avant ce décret [68]. Henri Cartan, dans une lettre du 17 mars, lui confirme que sa titularisation était effective avant la fin de 1939 [69] : il a été nommé professeur titulaire de mécanique rationnelle, à compter du 1er octobre 1939, dans un décret signé le 29 août. Il est probable qu'André Weil n'ait pas été au courant de ce décret, ou bien qu'il pensait que celui-ci avait été annulé avant son application en conséquence de son absence à partir de début septembre.

63. Voir [Wei91, p. 149].
64. Voir [Aud11, pp. 41-44].
65. Voir [Wei91, pp. 149-158].
66. Voir [Aud11, p. 41]
67. Voir [Aud11, p. 43].
68. Voir [Aud11, pp. 58-59]
69. Voir [Aud11, p. 63].

Si André Weil demande des précisions sur son poste duquel il a été révoqué, c'est aussi parce qu'il est en train de corriger les épreuves de son fascicule sur les « groupes » [70] et se demande quel titre il doit mettre. Dans sa réponse du 17 mars, Henri Cartan lui explique qu'« il [lui] paraît tout à fait inopportun de faire suivre [son] nom d'un titre quelconque sur la première page de [son] fascicule sur les groupes ; et [il] n'est pas le seul de cet avis [71]. » Il continue en lui écrivant que ce livre pourrait être intéressant pour les *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg* [72] et qu'il ne sait plus si cela avait déjà été décidé ou non. Il lui explique que s'il est d'accord, André Weil doit demander à l'éditeur, Freymann, d'attendre un peu afin qu'il vérifie si le doyen, André Danjon, est d'accord : « C'est plus correct, pour éviter tout ennui ultérieur. » Henri Cartan prend ainsi toutes les précautions pour éviter de dégrader davantage la situation d'André Weil et ses futures éventuelles démarches. André Weil lui répond le 26 mars que c'est ce qui avait déjà convenu et qu'il suivra le conseil d'Henri Cartan sur l'omission de son titre. Henri Cartan lui écrit, sur une carte postale du 27 mars 1940, que le doyen est d'accord [73]. André Weil lui demande alors, le 9 avril, d'exprimer au doyen sa « vive reconnaissance [74] ». Le livre paraît en 1940, aux *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Clermont-Ferrand*, nom provisoire adopté pendant le repli [75]. Aucun titre ne figure à côté du nom d'André Weil, mais il ne semble pas y avoir de règle fixe à ce propos pour ces publications [76].

André Weil est jugé le 3 mai 1940 et est condamné à cinq ans de prison et à la perte de son grade d'officier [77]. Élie Cartan est venu témoigner en sa faveur, mais, d'après André Weil, on ne lui prête nulle attention. À l'issue de la séance, le commissaire du gouvernement expose leurs droits aux condamnés du jour : faire appel ou demander une « suspension de peine » pour intégrer une unité combattante. André Weil choisit cette dernière option, ce qui est accepté. D'après le rapport d'André Danjon, c'est grâce à son témoignage de moralité et celui d'Élie Cartan que le commissaire du gouvernement est « favorablement disposé » pour cette mesure. Je n'ai trouvé aucune mention de la présence ni de la lecture d'un témoignage écrit par André Danjon au procès d'André Weil. Toujours est-il que ce dernier écrit qu'au moment où le commissaire du gouvernement présente cette possibilité de suspension de peine, qu'« [i]l paraissait suggérer qu'une telle demande de ma part serait favorablement accueillie. »

André Weil retourne à la prison de Rouen après son procès. Le samedi suivant, le 10 mai 1940, André Weil est averti que sa demande de suspension de peine est acceptée et il est libre à cet instant. Il doit se présenter à Cherbourg le lundi suivant. Il y reste jusqu'à son transfert

70. Il s'agit de [Wei40].
71. Voir [Aud11, p. 63].
72. Pour plus de précisions sur ces intérêts, voir la sous-section 5.1.
73. Voir [Aud11, p. 71].
74. Voir [Aud11, p. 79].
75. Il est précisé, dans la présentation des *Publications de l'Institut Mathématique de l'Université de Strasbourg* de [Sch50], que « Sur les fascicules III, IV et V, le nom de Strasbourg a été remplacé par celui de Clermont-Ferrand, lieu de repliement de l'Université de Strasbourg pendant la guerre de 1939–1945. » Curieusement, des exemplaires de [Sch43] portent le nom de Strasbourg : ils sont identiques à ceux de Clermont-Ferrand, hormis ce changement ainsi que la qualité et le format du papier.
76. Celui de Charles de la Vallée-Poussin y figure dans [La 37], en 1937, c'est également le cas pour Laurent Schwartz en 1943 dans [Sch43]. Le titre de *Professeur à l'Université de Chicago* d'André Weil figure dans [Wei48c], mais pas dans [Wei48b], alors que les deux livres paraissent la même année.
77. Voir [Wei91, p. 159], il précise que c'est la « peine maximum ». Voir [Wei91, pp. 159-172] pour la description générale de tout ce paragraphe et des deux suivants.

à Saint-Vaast-la-Hougue, début juin. Il est évacué avec le reste de sa compagnie le 17 juin et arrive le lendemain à Plymouth. De là, il rejoint, en train, un camp de soldats français proche de Stoke-on-Trent. Il y reste quelque temps. Les soldats qui n'ont pas rejoint l'armée gaulliste sont ensuite évacués pour Bristol. À leur arrivée, les bateaux qui devaient les mener au Maroc sont déjà partis. André Weil et ses camarades sont alors logés dans un village proche de Bristol. Vers la mi-juillet, ils sont de nouveau déplacés dans un autre camp pendant environ deux semaines, puis dans le camp de White City à Londres. Il écrit alors à Henri Cartan, le 27 juillet 1940, pour lui donner sa nouvelle adresse et annoncer son rapatriement prochain.

Décidé à rentrer en France pour pouvoir rejoindre Éveline Weil et Alain de Possel [78] avant de chercher à partir avec eux aux États-Unis, André Weil attend son rapatriement. Dépourvu de papiers d'identité, il parvient finalement à se faire produire une carte qui certifie qu'il a été soigné à l'hôpital pour une pneumonie. Cela lui permet de rejoindre le navire-hôpital *Canada*, à Liverpool. Il écrit à Henri Cartan le 2 octobre 1940, à bord du bateau, que celui-ci va faire une escale à Oran, d'où il expédiera cette lettre, et qu'il arrivera à Marseille quelques jours plus tard. Il explique qu'il ne sait pas exactement ce qu'il va faire en fonction de sa démobilisation et de la communication avec sa femme ; de plus, il ajoute qu'il lui demandera certainement de l'héberger à Clermont-Ferrand pendant quelque temps [79]. Il lui envoie de nouveau un télégramme d'Oran pour lui dire qu'il part de Marseille et espère le voir bientôt [80]. Il arrive avec le bateau, à Marseille, le 6 octobre 1940.

3.2.4 Nouveau retour en France et départ pour les États-Unis

En arrivant à Marseille, André Weil est envoyé dans des baraquements et retrouve ses parents. Il est démobilisé le lendemain, le 7 octobre 1940. Révoqué de son poste de professeur, André Weil est chômeur et accepte l'aide financière de ses parents. Le 9 octobre, il envoie un télégramme à Henri Cartan pour lui dire qu'il arrive le lendemain, en train, à Clermont-Ferrand [81]. Ce dernier est maintenant professeur à Paris et il n'est pas sûr qu'ils se sont vus à ce moment-là [82].

La promulgation des premiers décrets antisémites, le 3 octobre 1940, rend la situation d'André Weil délicate : « [s]ans parler de la menace dont ils étaient porteurs, il est clair qu'ils interdisaient à André Weil, déjà révoqué, tout [*sic*] chance de retrouver un poste [83]. » Il poursuit alors dans le sens de son plan initial : partir en Amérique. Pour cela, il doit retrouver sa femme et son enfant, obtenir un nouveau passeport, des visas et un moyen de transport [84]. La fondation Rockefeller vote, dès le 17 septembre 1940, une subvention de 4 500 dollars pour que la *New School for Social Research* puisse accueillir André Weil dans le cadre de la « mission Rapkine » de sauvetage des scientifiques français [85]. Ce dernier en est averti dès son arrivée en France et il lui est également suggéré de demander un visa « hors quota », à Lyon, où se trouve

78. Évelyne, née Gillet, s'est d'abord mariée à René de Possel, avec lequel elle a eu un fils, Alain, avant de divorcer et de se marier avec André Weil.
79. Voir [Aud11, p. 89].
80. Voir [Aud11, p. 90].
81. Voir [Aud11, p. 90] et [Wei91, pp. 172-175].
82. Michèle Audin émet des réserves à ce sujet, voir [Aud11, note 96.9, p. 522].
83. Voir [Aud11, p. 505].
84. Voir [Wei91, p. 175].
85. Voir [Dos98, p. 16].

le consulat américain le plus proche [86]. Grâce à l'aide du doyen de la faculté des sciences de Strasbourg repliée à Clermont-Ferrand, André Danjon, il récupère un passeport [87]. Cependant, il n'a toujours pas de visa pour les États-Unis :

> Au consulat une surprise fâcheuse m'attendait. Pour bénéficier d'un visa « hors quota », d'après la loi américaine, il faut justifier d'un poste d'enseignement au moment où l'on dépose la demande. Le consul, qui visiblement n'avait que peu de sympathie pour la foule des juifs en mal de visa, prit argument de là, ou prétexte, pour refuser ma demande. Entre temps Eveline m'avait rejoint, et nous avions reçu nos passeports dûment autorisés par Vichy. De leur côté mes parents, à Marseille, avaient réussi à nous réserver des passages sur un bateau à destination de la Martinique. Je câblai à la *New School* ; mes instructions furent de partir à la Martinique ; là on verrait en ce qui concernait le visa américain, que sans doute ils se faisaient forts d'obtenir à Washington. Nous partîmes donc pour Marseille. [Wei91, p. 178]

Il n'a pas été possible de dater avec précision le retour d'Éveline Weil et Alain de Possel auprès d'André Weil. Leurs retrouvailles datent vraisemblablement de fin novembre ou de début décembre 1940 [88]. De même pour les passeports, il est juste possible d'affirmer qu'ils les ont au plus tard le 27 décembre, mais sans avoir de place dans un bateau à ce moment-là [89]. Les parents d'André Weil réservent la place dans le bateau pour la Martinique entre cette date et le 13 janvier, la veille du départ d'André Weil à Marseille, où il doit embarquer le 24 [90]. Il se présente au consulat américain à Marseille pour obtenir des visas avec succès [91]. C'est ainsi qu'André Weil et sa famille embarquent le 24 janvier 1940 [92].

Même s'il est déjà parti, la demande de visa d'André Weil au consulat des États-Unis à Lyon poursuit son chemin. Pour le consul général, le vice-consul, Clark Husted, demande, dans un courrier du 20 février 1941 au directeur de l'université de Strasbourg repliée à Clermont-Ferrand, un rapport sur André Weil :

> Monsieur Weil a dit qu'il avait été membre de la Faculté jusqu'au mois de mai 1939. Il prétend qu'à partir de cette date il lui a été impossible de continuer à enseigner chez vous pour des "raisons de conscience". Il n'a pas expliqué ce qu'il entendait par

86. Voir [Wei91, p. 178].

87. Voir le rapport d'André Danjon du 14 décembre 1940 et [Wei91, p. 116] : « l'astronome Danjon qui m'appuya si utilement à la fin de 1940 quand j'eus besoin d'un passeport de Vichy pour partir en Amérique ». D'après André Weil, « il [André Danjon] l'emmena lui-même au ministère à Vichy. », voir [Wei91, p. 175]. Il mentionne également le soutien du recteur de l'université de Strasbourg repliée à Clermont-Ferrand, Adolphe Terracher, ainsi que celle du syndicaliste René Belin, sur recommandation de sa sœur. Contrairement à André Danjon, il n'a pas été possible de déterminer s'il y a eu une éventuelle intervention de la part de ces deux personnes pour aider André Weil.

88. Lors de ces retrouvailles, André Weil mentionne leur logement dans un hôtel à Ceyrat, à côté de Clermont-Ferrand et de la présence de Jean Dieudonné dans une chambre voisine, voir [Wei91, p. 178]. Ce dernier écrit à Henri Cartan, le 14 décembre 1940, qu'il n'a réussi à trouver à se loger que dans le même hôtel qu'André Weil, voir [Aud11, p. 507].

89. Voir la citation de la lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 27 décembre 1940, [Aud11, p. 507].

90. Voir la citation de la lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 13 janvier 1941, [Aud11, p. 507].

91. Voir [Wei91, p. 179] : « Sans grand espoir j'allai, moi aussi, me présenter au consulat américain ; cette fois j'eus plus de chance. Le consul était un homme expressément envoyé par Roosevelt pour procéder au sauvetage des intellectuels européens en détresse. Séance tenante, et au mépris, je crois, de tous les règlements, il m'octroya des visas "quotas". »

92. Voir la citation de la lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 29 janvier 1940, [Aud11, p. 507].

> "raisons de conscience" et j'ai cru comprendre au cours de ma conversation avec lui qu'il avait eu des difficultés avec vous et avait été rappelé à l'ordre. [Arca, 2090w20]

C'est alors le doyen André Danjon qui répond au vice-consul, dans une lettre du 3 mars :

> Monsieur WEIL est un mathématicien éminent, qui a eu l'occasion d'enseigner aux Etats-Unis, notamment à l'Université de Princeton. Il était depuis quelques années maître de conférences à la Faculté des Sciences de Strasbourg lorsque, en avril 1939, il fut chargé d'une mission scientifique officielle en Angleterre et dans les pays scandinaves.
>
> Il n'a eu aucune difficulté avec la Faculté ou l'Université ; son enseignement a toujours été excellent, et son service de professeur n'a donné lieu à aucun reproche. Nous l'avions même fait nommer professeur titulaire de mécanique à la date du 1er octobre 1939.
>
> Les affaires de conscience dont M. WEIL vous a parlé se rapportent à sa situation militaire. [Arca, 2090w20]

Ce rapport est sensiblement favorable à André Weil. En dégageant toutes les difficultés sur la situation militaire d'André Weil, André Danjon présente ce dernier sous un jour favorable. En plus des omissions sur sa situation depuis l'entrée en guerre de la France, le doyen ne mentionne pas le blâme qu'il a reçu en juin 1934, à l'initiative du doyen précédent, pour être allé en Allemagne sans en avoir fait la demande officielle [93]. Je n'ai pas trouvé de suite à cette demande de visa au consulat des États-Unis à Lyon, mais, de toute façon, André Weil a déjà quitté le territoire métropolitain.

3.2.5 La pénibilité aux États-Unis puis une situation plus agréable au Brésil

André Weil et sa famille arrivent à New York le 3 mars 1941. Il ne trouve pas de poste qui corresponde à ses attentes et cette période aux États-Unis est pénible pour lui [94]. Quand il peut de nouveau correspondre avec Henri Cartan, le 6 novembre 1944, il lui écrit le résumé suivant :

> Chevalley est toujours professeur à Princeton ; pour moi, je n'ai pas très brillamment réussi ; en ce pays où d'ailleurs je n'ai jamais eu l'intention de me fixer. Non sans hésitation, j'ai accepté une chaire au Brésil, où je dois rester deux ans ; mais je compte venir passer en France les vacances de 1945–46, d'octobre à mars. [Aud11, p. 93]

André Weil et sa famille arrivent au Brésil en janvier 1945. Contrairement à ce qu'il affirme dans ses *Souvenirs* [95], ses amis n'ont pas encore obtenu sa réintégration en 1944, mais ils commencent à s'en occuper.

Comme pour la situation Henri Cartan à Paris entre 1941 et 1945, je ne développe pas ce passage de la vie d'André Weil. Je n'ai pas rassemblé d'informations nouvelles et cette période est particulière pour lui. Il est, en effet, dans une situation d'attente dans un pays

93. Voir [Wei91, p. 116] et [Arca, 1476w8].
94. Voir [Wei91, pp. 183-198] et [Aud11, pp. 508-514].
95. Voir [Wei91, p. 196].

qu'il n'apprécie pas particulièrement. Il essaye de trouver des opportunités professionnelles et scientifiques intéressantes et, à défaut de trouver quelque chose qu'il lui convienne dans ce pays, il part au Brésil en 1945.

3.2.6 Les efforts de René Capitant et Henri Cartan pour la réintégration d'André Weil et l'obtention d'une mission pour revenir en France

3.2.6.1 La question de la non-réintégration d'André Weil et de Jean Cavaillès

Alors que l'ensemble du territoire français n'est pas encore libéré, des mesures politiques sont déjà prises par le gouvernement. C'est ainsi que, le 20 octobre 1944, le vice-président du conseil de l'université de Strasbourg en repliement à Clermont-Ferrand, André Forster, écrit aux doyens des facultés des sciences et de pharmacies de l'université de Strasbourg, à propos de la non-réintégration d'André Weil et de Jean Cavaillès par l'arrêté du 16 septembre 1944, suite à une demande du recteur. Il leur demande donc des explications pour pouvoir en rendre compte au ministre :

> La comparaison entre l'arrêté du 16 septembre 1944 de M. le Commissaire de la République pour la Région de Clermont-Ferrand, dont vous m'avez fait tenir copie, et la lettre ci-jointe de M. le Ministre de l'Education Nationale révèle que MM. WEILL [*sic*] André, professeur à la Faculté des Sciences, et M. CAVAILLES, maître de conférences à la Faculté des Lettres, ne semblent pas avoir été touchés par les mesures de réintégration décidées par M. le Commissaire de la République.
>
> Je vous serais très obligé de bien vouloir prendre toutes mesures utiles pour la régularisation de la situation de ces deux fonctionnaires, d'adresser à M. le Ministre, par mon intermédiaire, copie de l'arrêté qui sera pris et de me faire tenir un double de votre lettre et copie de l'arrêté destinés à mon Secrétariat de Paris.
>
> Je vous serais reconnaissant de bien vouloir me donner les renseignements nécessaires concernant M. CAVAILLES (Lettres) et M. André WEILL (Sciences) qui permettront à M. le Ministre de l'Education Nationale de se rendre compte que ces deux fonctionnaires ne pouvaient être compris dans les arrêtés susvisés de M. le Commissaire de la République. [Arca, 2090w20]

Comme Jean Cavaillès [96], André Weil n'a pas été révoqué suite à la loi du 3 octobre 1940 portant statut des juifs. Ils n'ont donc pas pu bénéficier de l'arrêté du 16 septembre 1944. C'est ce qu'écrit l'assesseur du doyen de la faculté des sciences, Henri Weiss, au recteur, le 24 octobre. Il précise également qu'il « ignore si les faits reprochés à l'intéressé ont été amnistiés par une

96. Jean Cavaillès est détaché de l'université de Strasbourg à l'Université de Paris depuis le 1er avril 1941. Suite à son arrestation, le 5 septembre 1942, pour « participation à une tentative d'embarquement clandestin à destination de l'Angleterre », c'est le recteur d'Alsace et de Lorraine, également secrétaire général de l'Instruction publique, Adolphe Terracher, qui propose au garde des Sceaux de le révoquer le 14 mai 1943, avec effet au 1er octobre 1942. L'arrêté est pris le 6 juin 1943, avec effet au 5 septembre 1942. Le 2 janvier 1945, René Capitant signe un arrêté réintégrant Jean Cavaillès dans ses fonctions, à partir du 5 septembre 1942, voir [Arca, 1007W268]. Jean Cavaillès est fusillé le 4 avril 1944, juste après sa condamnation à mort par un tribunal militaire allemand pour ses activités de résistance.

ordonnance du Gouvernement provisoire de la République [97]. » Le vice président de l'université de Strasbourg en repliement à Clermont-Ferrand, André Forster, fait part de la réponse du ministre dans un courrier au doyen du 27 novembre 1944 : « En date du 22 Novembre 1944, M. le Ministre de l'Education Nationale m'écrit : “.....Quant à M. André WEILL [*sic*], son cas sera examiné lorsqu'il fera une demande de réintégration [98]. »

3.2.6.2 Négociations sur une mesure de clémence

Il est fort probable qu'Henri Cartan ait rapidement appris la décision du ministre René Capitant d'examiner le cas d'André Weil si une demande de réintégration est faite. Il lui écrit en effet le 26 novembre pour « attirer respectueusement [son] attention sur le cas de M. André Weil ». Après avoir rappelé les faits de 1939–1940 et en insistant sur le fait qu'André Weil a été révoqué avant tout jugement par un tribunal militaire, Henri Cartan explique :

> M. André Weil, qui a maintenant 38 ans, est, tant par l'érudition que par la puissance des conceptions, l'un des meilleurs mathématiciens dont puisse s'enorgueillir notre pays. En outre il est capable de jouer, vis-à-vis des collègues de sa génération, le rôle de guide, stimulant recherches et travaux grâce à l'autorité que ses pairs lui reconnaissent. Aussi ne saurait-on sous-estimer la perte que subirait la science mathématique française si M. Weil devait se fixer définitivement à l'étranger. Ce n'est d'ailleurs pas son désir.
>
> C'est donc dans ce que je crois être de l'intérêt national que je me permets, Monsieur le Ministre, de vous demander si vous estimeriez pouvoir réintégrer M. André Weil dans sa chaire de professeur. Cette chaire est, jusqu'à présent, restée vacante. J'ajoute que M. Weil ayant un contrat en cours avec l'Université brésilienne de Sao Paulo (et ceci d'accord avec la Délégation française à Washington), ne pourrait effectivement occuper un poste en France avant 18 mois ou deux ans. Mais, si vous considérez comme souhaitable la réintégration de M. Weil, il y aurait sans doute intérêt à ce qu'elle fût réalisée dès maintenant, afin d'éviter que ce savant ne se croie obligé de contracter plus tard de nouveaux engagements à l'étranger. [Aud11, p. 520]

Les arguments développés ici vont être largement repris par la suite : importance pour les mathématiques françaises, nécessité d'être proactif pour devancer les opportunités étrangères, absence de désir d'André Weil de rester à l'étranger. Sur ce dernier point, Henri Cartan l'affirme alors qu'il n'a pas encore reçu la lettre d'André Weil du 6 novembre 1944 qui l'explique [99]. Il est donc possible qu'Henri Cartan ait utilisé cet argument juste pour appuyer la demande de réintégration ou bien qu'il ait supposé ou appris ce désir d'André Weil par d'autres moyens. D'autre part, Henri Cartan se préoccupe de la réintégration de son ami avant que celui-ci ne lui en parle. Il lui écrit d'ailleurs que celle-ci est « en très bonne voie » dans une lettre du 10 décembre 1944 [100]. Il lui demande également de rester discret, afin de ne pas créer d'éventuels problèmes, et avance déjà le fait qu'il ne pourra certainement pas, dans tous les cas, occuper son poste à Strasbourg, « pour éviter toutes complications diplomatiques. »

97. Voir [Arca, 2090w20].
98. Voir [Arca, 2090w20].
99. Voir [Aud11, pp. 93-94].
100. Voir [Aud11, pp. 95-97].

Le 6 décembre 1944, Henri Cartan écrit à André Danjon, doyen de la faculté des sciences de l'université de Strasbourg repliée à Clermont-Ferrand. Après lui avoir décrit ses projets personnels [101], il aborde également la question de la réintégration d'André Weil :

> J'aurais aussi voulu vous dire quelques mots d'une autre affaire, fort délicate. Vous savez que nous sommes quelques mathématiciens qui considérons le retour d'André Weil en France comme très désirable, à cause de l'influence qu'il peut exercer sur la science mathématique française ; il nous semble que notre pays ne saurait se priver définitivement d'un concours comme le sien, et que, toutes autres considérations mises à part, l'intérêt national exige son retour. C'est ainsi que je me suis trouvé chargé d'intervenir auprès du Ministre pour lui demander d'examiner avec bienveillance la possibilité de la réintégration de Weil. Ce faisant, je n'ai pas perdu de vue que Weil, avant sa révocation, était titulaire de la chaire de Mécanique rationnelle à Strasbourg ; mais j'ai pensé que je n'avais pas à me préoccuper des modalités d'une réintégration éventuelle, le Ministre et la Faculté ayant la possibilité d'en discuter. L'essentiel, à mon avis, est que Weil ne soit plus sous le coup d'une révocation et puisse envisager de poser un jour sa candidature à un poste en France. Il est évident que ce poste ne serait pas à Strasbourg, où sa présence risquerait de susciter de fâcheuses difficultés. [Arca, 2090w3]

Le même jour, le recteur Marcel Prélot écrit également à André Danjon :

> Je suis consulté par la Direction de l'Enseignement Supérieur sur une mesure de clémence à prendre en faveur de M. W E I L André, ancien professeur à la Faculté des Sciences révoqué en 1939 à la suite d'évènements qui se seraient produits en Finlande.
>
> Je vous serais obligé de bien vouloir me faire connaître :
>
> 1° – ce que vous savez de cette affaire, le dossier de M. Weil au Ministère paraissant avoir été expurgé de ses pièces essentielles.
>
> 2° – ce que vous pensez d'un éventuel retour de M. Weil à Strasbourg.
>
> Les capacités exceptionnelles de l'intéressé ainsi que les interventions diverses en sa faveur font envisager à l'application à son cas de la grâce amnistiante.
>
> M. le Ministre de l'Education Nationale tient à donner une solution rapide à cette affaire. Aussi attacherais-je le plus grand prix à être informé par vous très rapidement.

L'enchaînement des événements laisse fortement supposer qu'Henri Cartan est bien conseillé et soutenu, et même très certainement par le ministre René Capitant en personne, celui-ci étant un ancien collègue d'Henri Cartan à l'université de Strasbourg, mais dans la faculté de droit. En réponse à cette demande du recteur, le doyen André Danjon rédige alors le rapport cité au début de cette section. La présentation d'André Danjon, qui ajoute des interventions personnelles aux arguments d'Henri Cartan, semble correspondre parfaitement aux attentes de ce dernier. En effet, en revenant en détail sur le parcours d'André Weil et en soutenant une « mesure de grâce » tout en expliquant les difficultés d'un retour effectif à Strasbourg, André Danjon reprend et développe les arguments qu'Henri Cartan lui a envoyés dans sa lettre du 6 décembre.

101. Voir la sous-section 3.1.2.

3.2.7 L'attente de la réintégration et la mission pour le congrès du café

Le 14 janvier 1945, André Weil écrit à Henri Cartan à propos d'un éventuel voyage en France : « J'ai un bon mois, je crois, en juin, et, si vous pouvez m'obtenir une mission et me faire venir en avion, cela laissera largement le temps de remettre le travail commun en train ; de toute manière, avec ou sans mission, je compte bien passer avec vous l'hiver 1945–46 [102]. » Les membres de Bourbaki ont déjà reçu des subventions pour leurs congrès [103]. André Weil demande donc à Henri Cartan s'ils peuvent en obtenir une nouvelle afin de financer son voyage, celui-ci se ferait en avion pour ne pas perdre de temps alors qu'il n'a qu'un seul mois de vacances. André Weil écrit de nouveau à Henri Cartan dans une lettre du 1er mars 1945, mais celle-ci n'a pas été retrouvée [104].

Henri Cartan ne semble pas répondre à André Weil avant une lettre du 6 avril 1945. Dans cette dernière, il fait une longue description de la situation et des possibilités d'André Weil en France :

> Parlons de la question de ta future situation en France. Tu sais combien nos camarades et moi sommes désireux de te voir revenir définitivement, avec un poste à ta mesure. Je me suis occupé de ta réintégration ; j'ai cru d'abord que tu serais l'objet d'une décision te replaçant pour la forme dans ton ancien emploi, mais pour des raisons sans doute complexes, et dont une partie m'échappe peut-être, la position du Ministère est actuellement la suivante : on juge inutile de te réintégrer, on attend ton retour, et alors on est tout disposé à te nommer comme si la révocation de 40 n'avait jamais existé. Tu peux, m'a-t-on affirmé, rentrer dès maintenant (mais il y a ton contrat), et si aucun poste n'était immédiatement vacant, on s'arrangerait pour te donner une position d'attente (Recherche, etc.). Bref, la bonne volonté ne fait pas de doute de ce côté, mais suffira-t-elle à lever les obstacles que certains, moins bien intentionnés, pourraient susciter ? S'il t'est possible de venir en juin (j'en reparlerai tout à l'heure), tu pourrais étudier la question sur place : as-tu intérêt à attendre avant de reparaître ici, ou au contraire à rentrer sans tarder et faire acte de présence, quitte à avoir une situation instable quelque temps ? Peut-être pourrais-tu en juger mieux que moi.
>
> Il faudra, de toute manière, résoudre la question pratique : à quel poste pourras-tu être candidat dans un délai proche ? Le Collège, où Lebesgue n'a pas été remplacé, me semble hélas bien compromis par le retour de Mandelbrojt ; car je crains que pas mal de gens ne trouvent excessif que les deux chaires de math. soient occupées par des Juifs. C'est peut-être idiot, mais il faut regarder la situation telle qu'elle est, et tâcher d'agir en conséquence. Reste donc la Sorbonne, où aucune vacance ne semble à prévoir avant la retraite de Montel (Leray et Favard ont été nommés en leur absence en 1941). [Passage sur son détachement à Strasbourg cité dans la sous-section 3.1.2.] Si tu ne rentres pas, le problème de ma suppléance est tout résolu : Dubreil sera nommé ; il avait déjà été proposé pour suppléer Leray en attendant le retour

102. Voir [Aud11, p. 98].
103. Voir la section 2.2.4.
104. Voir [Aud11, note 101.1 p. 524].

> de ce dernier (finalement, pour une question de crédits, l'affaire n'a pas abouti, et, à l'époque, Delsarte et Dieudonné, pressentis, avaient refusé d'être candidats en faisant comprendre qu'ils ne voulaient pas accomplir ce geste en ton absence). Si tu étais définitivement de retour en France pour la rentrée d'octobre, cela changerait-il les données du problème, ou plutôt sa solution ? Aurais-tu une chance sérieuse d'avoir la majorité au Conseil de la Faculté ? et trouverais-tu cette situation convenable pour toi ? Réfléchis ; il sera peut-être nécessaire que tu fasses un petit sacrifice pendant un an ou deux avant de retrouver une situation stable en France. Sinon, Dubreil aura toute chance, étant déjà dans la place, d'être nommé à la première vacance. Evidemment, il faudrait manœuvrer de manière à ne pas compromettre ta situation actuelle avant d'être sûr (autant qu'on peut l'être) d'obtenir la suppléance à Paris. Inutile de te dire que nos amis et moi ferions l'impossible pour ton succès ; mais il faut éviter les actions d'éclat, et agir surtout par persuasions individuelles. J'ajoute que ton service serait intéressant c'est le mien, il est tout entier à l'Ecole.
>
> Le Ministère de l'Education Nationale est bien disposé aussi pour tâcher de t'obtenir une mission te permettant de venir en juin. Le motif en serait un Congrès Bourbaki, suffisamment orchestré pour montrer l'importance qu'il revêt au point de vue de l'influence française à l'étranger. [Aud11, pp. 101-103]

Henri Cartan est donc assez confiant sur la possibilité d'obtenir une mission pour André Weil. C'est très certainement dû au fait qu'Henri Laugier est le directeur du CNRS. En effet, le 5 juillet 1945, André Weil écrit un rapport à ce dernier sur la mission qu'il lui avait confié de revenir pour assister à un congrès Bourbaki [105]. Le ton et l'humour montrent la complicité entre ces deux personnes.

D'autre part, Henri Cartan fait le point sur la réintégration de son ami. Il faut qu'André Weil revienne en France pour être nommé comme s'il n'avait jamais été révoqué. Son retour est donc important mais, il doit pouvoir, d'après ce qu'écrit Henri Cartan, prendre un poste pour être réintégré. Il y a donc le problème du contrat d'André Weil à São Paulo. Henri Cartan se demande donc ce qu'a intérêt à faire André Weil et lui soumet les possibilités. Pour l'obtention d'un poste provisoire, il y a le CNRS. Henri Cartan présente également d'autres options plus stables ou intéressantes. Il semble que le Collège de France soit trop compliqué à cause du retour de Szolem Mandelbrojt et du fait que les deux chaires de mathématiques seraient occupées par des juifs. Cet argument est certainement l'écho de discussions, éventuellement rapportées, ou d'une impression d'Henri Cartan sur la situation parisienne plutôt qu'une réflexion isolée. À la Sorbonne, il n'y aurait rien avant le départ de Paul Montel. Henri Cartan parle alors de son projet de retour à Strasbourg et du fait que ça peut laisser une chance à son ami d'obtenir son service à l'ENS, mais il faudrait qu'il soit de retour en octobre, qu'il gagne la majorité au conseil de la faculté et que cela lui plaise. Henri Cartan pousse un petit peu dans ce dernier sens en disant qu'il faudrait certainement qu'André Weil fasse « un petit sacrifice pendant un ou deux ans avant de retrouver une situation stable en France. » Il peut également faire des manœuvres pour s'assurer du succès d'André Weil face à Paul Dubreil. Il ajoute aussi, ce qui est important pour André Weil [106], que son enseignement serait tout entier à l'ENS.

---

105. Voir [Boua, delco006], lettre reproduite [Aud11, p. 526].
106. Voir les contraintes imposées par André Weil pour un éventuel poste en 1946, mentionnées dans la section 4.1.

Dans tous les cas, le retour d'André Weil en juin pour s'occuper de sa réintégration et de sa situation future en France semble primordial et presque acquis pour Henri Cartan. Il n'y a pas d'autres traces de lettres entre ces deux interlocuteurs jusqu'en mai 1946. Il est très probable qu'ils communiquent par correspondants interposés. Dans une lettre du 3 juin 1945, Henri Cartan décrit la situation d'André Weil à Marcel Brelot au regard du problème de son remplacement à Paris [107]. Il ne mentionne pas la question de la réintégration d'André Weil par rapport à une nomination en France. La situation a donc évolué et il semble alors qu'André Weil doit être réintégré avant d'obtenir un poste : c'est un déroulement inverse de ce qu'Henri Cartan a présenté à André Weil. D'après les renseignements de Jean Delsarte, il est possible que la demande de "grâce amnistiante" nécessite encore du temps et cela risque d'être trop tard pour qu'André Weil puisse être nommé comme remplaçant d'Henri Cartan à Paris. Paul Montel voulant en effet que cette question soit réglée rapidement, donc certainement avant que la réintégration d'André Weil puisse être effective. Finalement, André Weil ne souhaite pas lâcher son engagement à São Paulo avant la fin de l'année 1946 ou 1947, comme l'écrit Henri Cartan à Marcel Brelot, le 29 juin 1945, alors qu'il vient de retrouver son ami [108].

Dans son autobiographie, André Weil écrit : « Bientôt mes amis parisiens firent mieux encore [que d'obtenir sa réintégration] ; ils obtinrent pour moi la faveur assez rare d'un ordre de mission pour me rendre à Paris, tous frais payés, et reprendre contact avec la France et avec Bourbaki. J'en reçus l'avis en juin par le consulat de France [109]. » Si ses amis parisiens étaient peut-être au courant de l'acceptation de la mission d'André Weil, ce dernier ne semble avoir été averti qu'au dernier moment. Il poursuit avec le fait qu'il est arrivé le 20 juin et qu'un congrès Bourbaki s'est tenu aussitôt. Ce dernier a en effet lieu du 22 juin au 4 juillet 1945. Le 28 juin 1945, le ministre de l'Éducation nationale, René Capitant, signe deux arrêtés qui réintègrent André Weil dans la faculté des sciences de l'université de Strasbourg et qui le place « dans la position hors cadre prévue par l'acte dit loi du 30 avril 1941, provisoirement applicable, et mis à la disposition du service des relations universitaires et culturelles entre la France et les pays étrangers ». Cette situation durera jusqu'à la fin de la carrière d'André Weil [110]. Grâce aux efforts d'au moins Henri Cartan et Jean Delsarte, André Weil est réintégré quelques jours après son retour provisoire en France. C'est peut-être un hasard, mais il est également possible que l'obtention d'une mission pour revenir et le retour effectif sur le territoire national aient débloqué sa réintégration.

3.2.8 Postérité du rapport d'André Danjon

Le rapport du doyen André Danjon est de nouveau utilisé quelques années plus tard. En effet, un des dossiers d'André Weil aux archives départementales du Bas-Rhin [111], contient une copie d'une lettre du 13 mars 1962 qui le mentionne. Son auteur n'est pas précisé, mais je suppose qu'il s'agit du recteur de l'académie de Strasbourg. Cette lettre destinée au directeur général de l'Enseignement supérieur, visiblement en réponse à une lettre du 22 février 1962, concerne une proposition de remise d'une croix de la Légion d'honneur à André Weil :

107. Le passage en question est cité dans la sous-section 3.1.2.
108. Voir [Breb], lettre déjà citée dans la sous-section 3.1.2.
109. Voir [Wei91, p. 198].
110. Voir [Arca, 1476w8 et 2090w20].
111. Voir [Arca, 1476w8].

> Par lettre citée en référence vous avez bien voulu me demander de vous faire parvenir une proposition pour la Croix de Chevalier de la Légion d'Honneur en faveur de M. André Weil, professeur à la Faculté des Sciences de Strasbourg, détaché auprès du Ministère des Affaires Etrangères.
>
> J'ai l'honneur de vous faire connaître que j'ai sollicité à cet effet, l'avis de M. le Doyen de la Faculté intéressée qui, tout en reconnaissant la grande valeur de ce mathématicien, ne m'en a pas moins rappelé le rapport dont ce dernier avait fait l'objet en 1944 de la part de son prédécesseur.
>
> Je crois devoir livrer ce document à votre appréciation car je ne puis m'empêcher de penser aux commentaires que ne manquerait pas de susciter auprès de ses anciens collègues la nomination de M. Weil, si elle devait être retenue. [Arca, 1476w8]

Ce document isolé ne permet pas de répondre aux nombreuses questions qu'il suggère [112]. En s'appuyant sur le rapport détaillé d'André Danjon, le fait qu'André Weil est « un mathématicien de grande valeur » est rappelé, mais son insoumission pendant la guerre l'est également. S'il devait être nominé pour la croix de chevalier de la Légion d'honneur, le recteur suppose qu'il y aurait assurément des commentaires de la part de ses anciens collègues à Strasbourg. Bien que cela ne soit pas de nouveau précisé, il est clair que ce n'est pas le fait qu'il ait été détaché de l'université de Strasbourg depuis 1945, mais bien son parcours pendant la guerre qui risquerait de susciter des commentaires des anciens collègues d'André Weil. Le rappel de l'insoumission et cette remarque du recteur ont dû suffire pour ne pas donner de suite à cette proposition de nomination qui ne s'est jamais concrétisée.

112. Par exemple : qui ou qu'est-ce qui est à l'origine de cette idée de décerner la croix de chevalier de la légion d'honneur à André Weil ? pourquoi à ce moment-là ? quelle impression a fait la réception de cette lettre ? etc.

Chapitre 4

Une campagne pour faire revenir André Weil en France entre 1945 et 1947

Après la guerre, la reconstruction permet d'arriver peu à peu à une situation plus stable sur le territoire métropolitain. Les activités bourbachiques reprennent à plein régime après le congrès de 1945. Avec Henri Cartan à Paris, même s'il est détaché à Strasbourg, et André Weil qui est sans poste fixe en France, les stratégies pour les progressions de carrière prennent une nouvelle ampleur. Il n'est plus question d'obtenir de premiers postes, mais d'optimiser les situations individuelles de chacun des membres. Avec une meilleure connaissance des élections à des postes universitaires et un pouvoir institutionnel plus important qu'avant-guerre, ces problématiques vont être l'objet d'une importante correspondance [1]. À ce titre, la période 1945–1947 est représentative de la détermination collective des membres de Bourbaki à placer ses membres.

D'après la correspondance entre André Weil et Henri Cartan, ce dernier s'est préoccupé de la réintégration dans les cadres universitaires de son ami et a réfléchi aux postes éventuels qu'il pourrait occuper en France, avant que celui-ci lui en ai parlé [2]. Après avoir annoncé à André Weil que sa candidature pour le Collège de France lui paraissait impossible dans une lettre du 10 décembre 1944, Henri Cartan et Jean Delsarte tentent quand même de pousser sa candidature. En l'absence de trace de leurs conversations orales lors du congrès de 1945, il n'est pas possible de décrire précisément ce retournement de situation.

Ces échanges entre, principalement, Henri Cartan, Jean Dieudonné, Jean Delsarte et André Weil, pour trouver un poste à André Weil en France, vont durer jusqu'au retrait de sa candidature au CNRS en mai 1947. Les actions et stratégies à entreprendre occupent une place conséquente dans beaucoup de lettres. Une très grande partie d'entre elles sont rassemblées dans la correspondance publiée par Michèle Audin et j'ai consulté quelques archives correspon-

1. J'ai consulté une partie de ces archives : la correspondance de Bourbaki entre 1945–1947 conservée avec [Boua], la correspondance entre Henri Cartan et André Weil, [Aud11], et les archives de Marcel Brelot, en particulier celle avec Henri Cartan, [Breb]. D'autres archives sont disponibles et plus ou moins facilement consultables : en particulier les fonds Henri Cartan, Jean Dieudonné et André Weil aux archives de l'Académie des Sciences, les archives du Collège de France ou de différents comités d'universités. Consulter, sauvegarder, organiser et exploiter toutes ces sources nécessite un important travail et j'ai considéré avoir suffisamment de matériel pour démontrer mon propos : la recherche de bonnes combinaisons de placements, les jeux de pouvoir et la création de centres mathématiques intéressants.

2. Voir la sous-section 3.2.6.2 et la suivante, ainsi que [Aud11, note 95.4, pp. 519–520].

dantes raisonnablement accessibles [3]. Cependant, il est difficile d'y voir clair, entre toutes ces lettres, sans se concentrer sur un sujet particulier. J'ai donc choisi d'opérer un découpage en fonction des postes considérés, et de me limiter à une analyse des différentes opportunités et des actions envisagées ou à entreprendre. Je recommande très fortement au lecteur de lire toute la correspondance correspondante, si possible avant de lire cette analyse.

4.1 Des réflexions et discussions préliminaires pour faire un état des lieux

André Weil revient en France le 20 juin 1945, participe au congrès du Café puis repart vers fin juillet [4]. Je n'ai pas trouvé de correspondance entre São Paulo et la France avant mai 1946. C'est Jean Dieudonné qui envoie la première lettre à Henri Cartan, le 5 mai 1946, pour lui donner des nouvelles depuis son arrivée. Il évoque également la situation d'André Weil :

> Weil a toujours l'intention de rentrer en France en même temps que moi, soit fin 1947 ou début 1948 ; je pense donc qu'il faudrait s'occuper sérieusement dès maintenant de la situation qui pourra lui être faite à son retour ; il irait volontiers à Nancy ou Strasbourg, la Sorbonne le dégoûte, mais le Collège ne lui déplairait pas, à condition qu'il n'ait pas à faire de courbettes pour y entrer. Une quelconque de ces solutions sera-t-elle réalisable ? A vous, qui êtes sur place, de le dire. Comme solution d'attente, ne pourrait-on le nommer directeur de recherches (ceci est une idée strictement personnelle) ? [Boua, hcco003]

Ce commentaire rassemble toutes les options qui vont être envisagées pour obtenir un poste pour André Weil, en France, entre 1946 et 1947 : Collège de France, université de Nancy et direction de recherche au CNRS. Il est intéressant de noter que ce n'est pas André Weil qui en fait la demande et il n'en parle pas, dans sa correspondance avec Henri Cartan, avant que ce dernier aborde le sujet en juillet. André Weil a écrit dans son autobiographie que ce son ses amis qui se soucièrent de lui trouver un poste en France à partir de ce moment-là [5]. Ils en ont cependant discuté, que ce soit lors de son séjour en France en 1945 ou avec Jean Dieudonné à São Paulo.

André Weil écrit à Henri Cartan pour lui demander de s'occuper de sa retraite le 12 mai 1946 [6]. Ce dernier lui répond, ainsi qu'à la dernière lettre de Jean Dieudonné citée juste au dessus, dans une lettre du 1er juin 1946, adressée à ce dernier [7]. À propos des postes potentiels, il explique qu'il y a peu d'espoir pour Nancy et Strasbourg à cause de la « rigidité du système des chaires », que la candidature pour le Collège de France dépend du bon vouloir de Szolem

3. Les modalités de consultations pénibles des fonds conservés aux Archives de l'Académie des sciences m'ont découragé de tenter de les exploiter.

4. Il a écrit dans [Wei79b, p. 526], reproduit [Aud11, p. 548] : « un rapide voyage à Paris en juin et juillet 1945 ». Voir également [Wei91, pp. 199-200].

5. « Mes amis parisiens crurent pouvoir me faire nommer à une chaire du Collège de France devenue vacante par la retraite de Lebesgue. », voir [Wei91, p. 201].

6. Voir [Boua, hcco004] et [Aud11, p. 107].

7. Les lettres envoyées contiennent régulièrement des réponses et requêtes à des personnes proches de l'interlocuteur : par exemple, Jean Dieudonné et André Weil au Brésil, ou Henri Cartan et Jean Delsarte en France.

Mandelbrojt et de la candidature éventuelle d'autres personnes plus âgées, qu'il sera difficile d'être nommé professeur à la Sorbonne, même si cela ne tente pas André Weil, avant d'y avoir été maître de conférences et qu'une direction de recherche au CNRS ne devrait pas poser de problème [8]. Il précise alors que, dans ce dernier cas, il faudra qu'il envoie une notice sur ses travaux au directeur du CNRS en mars ou avril 1947 [9].

Une lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 17 juin 1946 expose clairement les problématiques personnelles d'André Weil :

> En ce qui concerne le retour de Weil , il n'est pas à priori hostile à une nomination de Directeur de Recherches , qui lui laisserait en tout cas une enviable liberté ; mais si (comme il est vraisemblable) cette nomination devait être renouvelée une ou 2 fois (je crois qu'elles sont annuelles ?) il ne veut absolument pas que ce renouvellement puisse être remis en question chaque fois et nécessite de sa part des démarches ou des courbettes ; mais il doit être entendu d'*avance* que la nomination sera reconduite *automatiquement* autant de fois qu'il sera nécessaire avant qu'il rentre dans les cadres . Pour le Collège , Weil pense que cela dépendra essentiellement de la bonne volonté de Mandelbrojt ; à mon avis , s'il y a une candidature de Fréchet , comme le bruit en avait couru , il vaudrait mieux que W. ne se présente pas contre Fréchet , mais attende la retraite de ce dernier dans 2 ou 3 ans . Quant à la Sorbonne, Weil n'accepterait d'y entrer qu'à des conditions telles qu'elles équivalent à un refus formel : il voudrait , non seulement une chaire d'emblée , mais encore une des chaires à cours libre , telle qu'Analyse sup^re^ ou Théorie des nombres ou Théorie des fonctions ; connaissant l'état d'esprit de la boutique, c'est proprement inconcevable qu'ils acceptent jamais cela ; d'ailleurs , je n'aurai jamais de grands regrets là-dessus , et j'aime mieux que tu restes le seul à être fourvoyé dans cette galère. [Boua, hcco007]

Un poste de directeur de recherche serait donc un poste d'attente pour André Weil. Le souhait d'avoir une reconduction automatique montre très clairement sa position : il est prêt à revenir en France mais à la condition que ce soit pour être sûr d'avoir un poste durable. Un autre point important est de rentrer dans les cadres, pour la progression de carrière et la retraite. Pour le Collège de France, la situation est simple, car il ne peut pas faire grand-chose. C'est Szolem Mandelbrojt qui est le mieux placé pour agir et sur qui tout repose. La concurrence avec Maurice Fréchet n'est cependant pas favorable à André Weil. Dans cette éventualité, la proximité de son départ à la retraite permet d'envisager la possibilité d'attendre. D'autre part, les conditions d'André Weil pour un poste à la Sorbonne montrent ses ambitions. Il veut une chaire fixe pour ne pas avoir à faire d'autres candidatures et pour avoir un traitement correct assuré. De plus, il souhaite avoir une liberté mathématique importante, reflet de ses intérêts en la question.

Les points de vue de Jean Delsarte, Jean Dieudonné et André Weil sur la Sorbonne sont des aspects qu'il serait très intéressant d'approfondir. Cela dépasse cependant le cadre de cette thèse, car le point de vue politique des membres de Bourbaki ne s'exprime significativement qu'à partir du moment où ils ont des postes de pouvoir, donc à la fin et après la période considérée

8. Voir [Boua, hcco006] et [Aud11, p. 527].
9. Voir [Boua, hcco006].

dans cette thèse. D'autre part, ces idées sur la Sorbonne sont également liées à une vision plus générale sur le fonctionnement de la recherche et de l'enseignement en mathématique en France.

4.2 Le Collège de France

Divers rebondissements ont lieu pendant la campagne de candidature d'André Weil en France. Au début, Szolem Mandelbrojt veut d'abord la garantie d'avoir une candidature fiable d'un mathématicien qu'il estime. Par la suite, la concurrence de Maurice Fréchet puis celle de Jean Leray viennent perturber les plans des soutiens d'André Weil. Enfin, le maintien de sa candidature, les circonstances qui l'entourent et le dénouement révèlent alors différents aspects politiques.

4.2.1 Des sondages pour la succession de Paul Langevin au Collège de France

Henri Cartan fait état d'une entrevue avec Szolem Mandelbrojt à André Weil dans une lettre du 19 juillet 1946 [10]. Paul Langevin prend sa retraite et, sous réserve de « candidats mathématiciens qui plaisent », sa chaire serait transformée en chaire de mathématiques [11]. Maurice Fréchet ne serait pas candidat, car il vient d'arriver dans la classe exceptionnelle. Henri Cartan explique alors que « la place sera pour un "jeune", c'est-à-dire de notre génération (pas Paul Lévy ni Janet par exemple). » Il ne sait pas si Jean Leray va candidater, mais, d'après Szolem Mandelbrojt, il n'a aucune chance « (à cause de sa campagne de candidature avant la guerre) [12] ». Dans tous les cas, il n'en veut pas, tout comme de Paul Dubreil, qui serait candidat, et préférerait alors que la chaire ne soit pas pour les mathématiciens.

Jean Delsarte et Henri Cartan expliquent qu'André Weil est « l'homme de la situation, et qu'il n'y avait pas à hésiter » et qu'aucun autre membre de Bourbaki ne souhaite être candidat. Szolem Mandelbrojt est alors d'accord pour faire campagne en faveur d'André Weil et commence à sonder ses collègues. Cependant, il ne veut pas se retrouver sans candidat qui lui plaise en cas d'échec de la campagne pour André Weil. Il demande donc à ce qu'Henri Cartan soit également candidat, au cas où. Ce dernier accepte et présente cette stratégie à Edmond Faral, administrateur du Collège de France, qui souhaitait le voir. Dans tous les cas, ils veulent que tout cela reste confidentiel et qu'André Weil ne fasse absolument rien pour le moment. Un des objectifs étant d'« éviter par ailleurs qu'on parle trop de toi [André Weil] à l'avance pour ne pas donner l'occasion aux campagnes hostiles de se développer. » La situation d'André Weil et leurs expériences des campagnes passées les obligent donc à adopter une stratégie prudente.

Dans une lettre à Szolem Mandelbrojt du 26 juillet 1946 dont Henri Cartan a gardé un brouillon [13], ce dernier lui demande des nouvelles de ses sondages. Il précise aussi qu'André Weil

10. Voir [Boua, hcco015], lettre reproduite [Aud11, pp. 115-116].

11. Henri Cartan précise : « conformément à une convention tacite entre mathématiciens (je me demande pourquoi je mets un s !) et physiciens lors de la récente nomination de Fr.Perrin au Collège », voir [Aud11, p. 115]. Le commentaire sur le pluriel est dû au fait qu'à ce moment-là, Szolem Mandelbrojt est le seul mathématicien au Collège de France, voir [Aud11, note 115.2, p. 529]. La convention tacite entre mathématiciens due au processus d'élection de Francis Perrin est détaillée dans [Aud11, p. 553] et est brièvement rappelée dans la note 36.

12. Voir la sous-section 2.3.2.

13. Voir [Boua, hcco016], brouillon reproduit [Aud11, pp. 530-531].

n'a pas refusé sa suppléance provisoire à la Sorbonne, pendant son détachement à l'université de Strasbourg, car aucune proposition concrète ne lui avait été faite [14]. Il explique ensuite qu'il comprend ses hésitations par rapport à un éventuel désistement d'André Weil, mais qu'il ne voit pas de sérieuses raisons que cela arrive. En attendant l'accord formel d'André Weil pour cette stratégie, Henri Cartan explique à Szolem Mandelbrojt qu'il peut déjà exprimer son opinion scientifique sur lui, comme il vient de le faire lui-même avec Ernest Tonnelat.

Jean Delsarte écrit à Jean Dieudonné, dans une lettre du 27 juillet 1946 [15], que la situation actuelle ne permet pas de créer de chaire en province actuellement et que de toute façon la priorité à Nancy ne serait pas en mathématiques. Il répète ensuite quelques points de la stratégie adoptée avec Szolem Mandelbrojt. En particulier, il explique qu'André Weil devra faire des visites : « Weil doit comprendre qu'on ne peut lui offrir le Collège sur un plat et que le Collège mérite bien... disons "une messe". » Jean Dieudonné n'a pas encore reçu cette lettre qu'André Weil répond déjà à Henri Cartan, dans une lettre du 30 juillet 1946, par rapport à ces visites. Il refuse catégoriquement : « Je les ai faites en 1937 ; et j'ai décidé que plus jamais, sous aucun prétexte, je ne me soumettrais de nouveau à cette grotesque et humiliante formalité [16] ». Il veut bien se forcer à envoyer une lettre à Edmond Faral, mais donne plusieurs « raisons de force majeures » pour ne pas faire de visites.

Jean Delsarte écrit à Henri Cartan, le 8 août 1946, qu'il devient pessimiste pour la candidature d'André Weil au Collège de France et qu'il attend la réaction de ce dernier à la lettre d'Henri Cartan du 19 juillet [17]. Le lendemain c'est Szolem Mandelbrojt qui écrit à Henri Cartan pour lui dire qu'il n'a aucune nouvelle parisienne [18]. Il explique cependant qu'il a vu quelques littéraires et un scientifique qui ne sont « pas très chauds », et deux littéraires sont « franchement contre » la candidature d'André Weil. Émile Benveniste et Jules Bloch, qui sont en faveur d'André Weil, pensent « qu'il suffirait de proposer W. en première ligne pour qu'automatiquement on vote pour celui qui est présenté en seconde ligne. » Puisque ce sont les vacances universitaires, Szolem Mandelbrojt explique qu'il faudra agir « très énergétiquement à la rentrée. »

Jean Delsarte continue à écrire à Henri Cartan à propos de la candidature d'André Weil. Dans une lettre du 13 août 1946, il explique qu'ils doivent tous les deux écrire d'urgence à Szolem Mandelbrojt [19]. Il annonce qu'il n'a jamais pensé sérieusement qu'André Weil accepterait de faire des visites au Collège de France et qu'il faut qu'ils plaident la force majeure en précisant qu'il y a déjà eu un précédent à l'École des Chartes, en 1941. Il joint à sa lettre un premier projet de lettre à envoyer à Edmond Faral. Henri Cartan écrit ensuite à André Weil, le 17 août 1946, que Jean Delsarte et lui plaideront les raisons de force majeure à Szolem Mandelbrojt [20]. Une nouvelle lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan, le 24 août [21], annonce qu'il joint une lettre qu'il a reçue de Szolem Mandelbrojt et que celle-ci doit être « symétrique de celle que tu as dû recevoir ». Il note alors que sa « réaction sur la question des visites est aussi favorable que

14. Il rapporte ici ce que Jean Coulomb aurait affirmé à Szolem Mandelbrojt, qui l'a ensuite rapporté à Jean Delsarte et que ce dernier a répété à Henri Cartan. Il précise que c'est lui qui avait émis cette idée afin de permettre à André Weil de revenir en France, mais que cela n'avait pas été plus loin. Voir la sous-section 3.1.2.
15. Voir [Boua, hcco017], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 531].
16. Voir [Boua, hcco019], lettre reproduite [Aud11, pp. 119-125].
17. Voir [Boua, hcco025].
18. Voir [Boua, hcco026], lettre reproduite [Aud11, pp. 532-533].
19. Voir [Boua, hcco029], lettre reproduite [Aud11, pp. 533-534].
20. Voir [Boua, hcco031], lettre reproduite [Aud11, pp. 126-128].
21. Voir [Boua, hcco034], lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 535-536] à partir du titre de la chaire.

possible » et qu'il voulait surtout être sûr de la fiabilité de la candidature d'André Weil avant de commencer ses démarches. Il ajoute entre parenthèses : « se défier des propos "Coulomb" – les modérer si possible. » Les réticences de Szolem Mandelbrojt devaient donc être liées à ses discussions avec Jean Coulomb [22]. Jean Delsarte indique qu'il a ensuite proposé le titre *analyse et arithmétique générales* pour la chaire au Collège de France, que cela est « très marqué en faveur de Weil », mais que ça peut également convenir à Henri Cartan. Il discute ensuite d'une proposition de Jean Dieudonné le concernant, qui n'est pas dans les archives Bourbaki, mais qui doit suggérer qu'il se présente au Collège de France afin de laisser sa place à Nancy :

> a) Je crois que Weil pourrait aisément prendre ma chaire à Nancy. (Schwartz se retirerait. Le comité consultatif marcherait à coup sûr. La Faculté suivrait, d'autant que le rapporteur, en l'absence de Dieudonné, Dubreil, moi-même, ne pourrait être que quelqu'un d'extérieur. Toi par exemple).
>
> b) J'ai par contre de grosses objections :
>
> *personnelles* : α) indignité
>
> β) *morales* : la position que j'ai prise vis à vis des nominations parisiennes, en général.
>
> γ) *économiques* : matériellement j'y perds [23]
>
> *tactiques* : malgré l'appui, (douteux), de M. Je suis persuadé que j'irai à un échec, devant Dubreil, et éventuellement Leray.
>
> Je suis d'ailleurs très optimiste en ce qui concerne les chances de succès de Weil. [Boua, hcco034] [24]

La proposition de Jean Dieudonné à laquelle Jean Delsarte fait allusion demande donc plusieurs manœuvres supplémentaires à Nancy et n'arrange pas du tout Jean Delsarte.

Dans une lettre du 29 août 1946, André Weil répond à la lettre d'Henri Cartan du 17, en lui écrivant qu'ils sont d'accord pour le Collège de France, c'est-à-dire de faire valoir la force majeure pour qu'André Weil ne fasse pas de visite [25]. Il explique qu'il a eu une « proposition très confortable de Stone à Chicago » et il joint l'essentiel de la lettre qu'il a reçue afin que Jean Delsarte et Henri Cartan voient s'il est possible de s'en servir comme argument pour faciliter sa campagne de candidature au Collège de France. Cette proposition de poste à Chicago lui semble être un bon compromis lui permettant de revenir plusieurs mois en France tous les ans, d'autant plus qu'il a l'impression qu'il a peu de chance d'obtenir un poste en France en cas d'échec au Collège de France.

Jean Delsarte écrit à Henri Cartan le 9 septembre 1946 pour faire un nouveau point, après avoir reçu une lettre de Szolem Mandelbrojt, le 7 [26] :

> De ces traditions contradictoires, il résulte, il me semble, que Weil doit écrire à Faral, fin octobre, (dès qu'on sera assuré de l'appui de Joliot) pour lui confier officieusement qu'il sera candidat si le titre choisi pour la chaire convient à son activité

22. Voir la note 14.
23. Jean Delsarte est propriétaire à Nancy et le traitement du Collège de France est inférieur à celui qu'il a à ce moment.
24. Lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 535-536].
25. Voir [Boua, hcco038], lettre reproduite [Aud11, pp. 129-131].
26. Voir [Boua, hcco042], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 536].

> mathématique et pour expliquer pourquoi il ne peut faire de visite.... Je propose cette combinaison à M et à W. Qu'en *penses-tu* [Il n'y a pas de point, ni de point d'interrogation.] [Au crayon de bois dans la marge : "d'accord"]

Jean Delsarte lui écrit de nouveau le 30 septembre en lui précisant qu'il a bien reçu sa lettre du 15 :

> Question Collège : J'ai donc vu M. jeudi dernier, je lui ai communiqué l'offre de STONE. Il l'a gardera pour lui naturellement. Cela d'ailleurs ne l'a que faiblement impressionné (si je comprends bien, il reçoit tous les 15 jours des offres analogues le concernant personnellement). Il verra JOLIOT, dès son retour d'Amérique, c'est-à-dire d'ici le 15 Octobre, il pense faire la démarche avec Perrin et peut être avec moi-même (sur ma proposition). Il regarde d'ailleurs le fait d'obtenir l'accord de JOLIOT comme ayant une portée favorable, mais négative, en ce sens que JOLIOT n'intervient pour ainsi dire pas dans les délibérations de l'Assemblée du Collège ; il s'y montrerait en effet, timide et petit garçon. Une attaque de sa part, aurait été dangereuse, mais de toute façon il ne faut pas compter sur lui pour une action positive. Au contraire, toujours d'après M. l'accord formel de PERRIN serait précieux. Il y a en effet autant de rapporteurs que de candidats, et PERRIN est le rapporteur le plus désigné après M. lui-même ; qu'il soit favorable à W. est donc un atout sérieux. J'ai l'impression générale que le gros obstacle viendrait de FARAL et des littéraires qu'il pourrait influencer. M. a vu BENWENISTE [*sic*, Benveniste], LEVY (le sanscritiste), qui voteront pour WEIL mais qui sont un peu inquiets. En somme ce qui importe surtout, c'est qu'un candidat de valeur, et dont la valeur ne puisse pas être niée par M. ne puisse être opposé à W.
>
> Au point de vue pratique, la première assemblée, fixant le titre de la chaire aura lieu au début de novembre. M. semble accepter le titre que j'ai proposé. A ce moment là, il dira que ce titre conviendrait à W, à toi, à moi, à DUBREIL, etc... ; autrement dit il ne prendra pas position. Ensuite, W. ecrira à M. une lettre de candidature officieuse, exposant les raisons de force majeure qui l'empêchent de faire les visites et demandant la diffusion de cette lettre, chose qui sera faite par les soins de M. . Puis W. cablera au dernier moment à FARAL pour poser sa candidature officielle.
>
> Il faut s'attendre à pas mal de manoeuvres parisiennes. J"ai [*sic*] entendu dire qu'il y avait beaucoup de remue-ménage. Je ne sais rien de plus. J'ai l'impression qu'une campagne VILLAT-DUBREIL pourrait se déclencher. Attendons.
>
> As-tu quelques renseignements sur la question parisienne, (succession MONTEL) j'ai entendu dire que BRELOT avait été pressenti et qu'il avait refusé. J'ai entendu dire aussi que DUBREIL se présentait à la maîtrise, contre JANET, avec quelques chances. Cela intéresserait SCHWARTZ. [Boua, hcco043] [27]

La stratégie à adopter pour optimiser les chances d'André Weil se précise. Il dispose de quelques soutiens, mais le problème principal serait la candidature d'une personne dont la valeur scientifique pourrait être comparable ou supérieure. Ils anticipent également la possibilité d'une campagne d'Henri Villat en faveur de Paul Dubreil, qui pourrait d'ailleurs rappeler celle en faveur

27. Lettre reproduite [Aud11, pp. 536-537].

de Jean Leray en 1938 [28], mais ce ne sont que des suppositions pour le moment. Henri Cartan écrit d'ailleurs à Marcel Brelot, dans une lettre du 11 octobre 1946 que « [p]our le Collège, ça a l'air de marcher pour Weil ; mais méfions-nous des canulars imprévus et des cabales [29]. »

Si les démarches pour essayer d'optimiser les chances de réussite d'André Weil continuent, les détails techniques sont fixés. C'est Szolem Mandelbrojt qui doit se débrouiller pour obtenir un titre de chaire qui doit convenir au mieux à André Weil. Par la suite, il fera une campagne de candidature à travers la diffusion d'une lettre officieuse, ce qui permettra à André Weil d'éviter de faire ses visites. Enfin, au dernier moment, André Weil devra envoyer sa candidature officielle à l'administrateur du Collège de France, Edmond Faral. Jean Delsarte écrit de nouveau à Henri Cartan, le 9 octobre 1946, pour lui transmettre une lettre de Szolem Mandelbrojt « dont les conclusions sont très favorables » et pour répéter la stratégie prévue [30]. Il joint également un projet de lettre d'André Weil à Szolem Mandelbrojt pour déclarer sa candidature officieuse et son incapacité à venir faire ses visites.

4.2.2 L'apparition de sérieuses difficultés : la candidature de Maurice Fréchet, puis de Jean Leray

La campagne de candidature commence à se compliquer à partir d'octobre 1946. Szolem Mandelbrojt écrit à Jean Delsarte, dans une lettre du 12, que « [c]ette lettre te paraîtra aussi pessimiste que l'autre a pu te paraître optimiste. J'ai vu Faral – et la situation Weil me paraît bien mauvaise [31]. » Cette lettre manque de précision et n'indique pas quels changements ont eu lieu ni la position précise d'Edmond Faral. Jean Delsarte le souligne d'ailleurs, dans une lettre à Henri Cartan du 14 octobre 1946, en lui transmettant cette lettre et en indiquant qu'elle est « sibylline et un peu inquiétante [32]. » Il précise ensuite : « J'imagine que FARAL fait de l'obstruction, et cherche peut être, faute de candidats, à laisser la chaire en sommeil. » Ils ne peuvent donc que supposer les difficultés à venir et ne peuvent commencer à agir avant d'avoir plus d'informations.

Si leur éloignement au Brésil ne leur permet pas de faire grand-chose, Jean Dieudonné et André Weil réfléchissent quand même à différents moyens pour soutenir la candidature de ce dernier. Jean Dieudonné écrit ainsi à Henri Cartan, le 25 octobre 1946, après avoir exposé le fait qu'il est très probable que « sa nomination au Collège [soit] la dernière chance qui reste de le voir revenir en France » :

> Aussi j'ai pensé que, si cela peut encore influer sur le cours des choses, il ne serait peut-être pas mauvais que toi ou Delsarte mettiez Montel au courant de la chose [...] ; il me semble qu'il était, il y a deux ans, désireux de ne pas voir les mathématiciens de notre génération s'expatrier de façon définitive ; comme il doit avoir, dans sa situation, pas mal de relations au Collège, il pourrait certainement intervenir s'il le désirait. [Boua, hcco050] [33]

28. Voir la section 2.3.
29. Voir [Breb].
30. Voir [Boua, hcco048], lettre mentionnée [Aud11, p. 537].
31. Voir [Boua, hcco049], lettre mentionnée [Aud11, p. 537].
32. Voir [Boua, hcco050]
33. Lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 537].

Paul Montel n'a pas été évoqué par Henri Cartan, Jean Delsarte ou Szolem Mandelbrojt dans la campagne de candidature pour André Weil. En insistant sur la conservation des mathématiciens français prometteurs de l'entre-deux-guerres, Jean Dieudonné pense pouvoir obtenir le soutien de Paul Montel en faveur d'André Weil. Cette idée, parallèle aux difficultés qui vont se poser pour la candidature d'André Weil au Collège de France, peut cependant être un levier supplémentaire pour favoriser son obtention d'un poste en France.

La situation prend une nouvelle tournure quand Maurice Fréchet écrit au Collège de France, le 25 octobre 1946, pour se déclarer candidat :

> Depuis ma dernière série de visites, j'ai eu l'honneur d'être nommé à la "classe exceptionnelle". On en a très naturellement conclu que je renonçais à ma candidature. C'est sous cette impression que le titulaire de la seule chaire actuelle de mathématiques avait exprimé à quelques-uns son désir de voir un jeune mathématicien entrer au Collège de France. Mais, en apprenant ma candidature, M. Mandelbrojt m'a spontanément déclaré qu'il s'y ralliait et que son rapport conclurait en ma faveur. Il m'a précisé qu'il a l'intention de proposer comme titre de la nouvelle chaire : "Analyse générale et Calcul des probabilités" [Aud11, p. 534] [34]

Sa description du malentendu est intéressante. Il décharge Szolem Mandelbrojt de la responsabilité de cette « impression » qu'il renonçait à sa candidature et explique alors que c'est pour cette seule raison, l'absence de sa candidature à lui, Maurice Fréchet, que Szolem Mandelbrojt souhaitait voir nommer un jeune mathématicien au Collège de France et qu'il avait commencé à œuvrer pour. Puisque ce malentendu n'a plus lieu d'être, Maurice Fréchet a alors le plein soutien de ce dernier. Il l'affirme même en expliquant que le concours de celui-ci est tangible puisque son futur rapport et le titre proposé pour la chaire sont en sa faveur. Ainsi, ils en ont discuté sérieusement avant l'envoi de cette lettre et ont pris leurs dispositions pour annuler tout le début de campagne de Szolem Mandelbrojt en faveur des plus jeunes. Il est alors possible de supposer, sans pouvoir le confirmer, que les imprécisions par rapport à la position d'Edmond Faral aient eu pour objectif de ne pas permettre aux soutiens d'André Weil d'agir sur Maurice Fréchet pour le dissuader de candidater.

La proposition de Maurice Fréchet pour le nom de la chaire au Collège de France est la même que celle qu'il avait faite en novembre 1945, lorsqu'il était question de créer une nouvelle chaire [35]. Il avait également dû faire des visites puisqu'il les mentionne dans cette lettre. C'est le nom que Paul Langevin avait proposé, *physique atomique et moléculaire*, qui avait été adopté. Szolem Mandelbrojt s'était rallié à cette proposition dans l'espoir qu'une chaire revienne aux mathématiciens plus tard [36]. Maurice Fréchet ne pouvait alors bien sûr plus candidater et c'est Francis Perrin qui a été élu dans cette chaire de physique, le 3 février 1946 [37]. Entre cette tentative de 1945 et la nouvelle en 1946, Maurice Fréchet est passé dans la classe exceptionnelle,

---

34. Michèle Audin ne précise pas le destinataire exact de cette lettre.

35. Voir [Aud11, pp. 553-557]. Michèle Audin rappelle le fonctionnement du Collège de France pour les candidatures : « on choisit un intitulé pour une chaire, soit déjà vacante, soit dont on demande la création ; en général cet intitulé est assez précis et l'on a un candidat en tête ; la chaire créé, on peut officiellement être candidat. »

36. C'est de là que vient la « convention tacite entre mathématiciens et physiciens » dont parle Henri Cartan dans sa lettre à André Weil du 19 juillet 1946, mentionnée dans la note 11.

37. Voir [Aud11, p. 553].

ce qui a conduit à des suppositions selon lesquelles il ne serait alors plus intéressé par une chaire au Collège de France.

C'est Jean Delsarte qui annonce la nouvelle à Henri Cartan dans une lettre du 27 octobre 1946 :

> Vu Mandelbrojt, qui m'a paru *résigné*. Fréchet est candidat, (depuis Vendredi [38]). – c'est la catastrophe sans remède... que faire ? J'ai suggéré à M. (fort discrètement), que peut être il pourrait ne pas faire le rapport. (?) – M., d'ailleurs, estime qu'une dizaine de ses collègues seront a priori hostiles, à cause de l'âge de Fréchet. Mais cela ne permet pas de manoeuvrer, surtout dans le cas présent. Je ne vois guère qu'un moyen, dégoûter Fréchet d'être candidat par boycottage et pressions diverses. (Auger marcherait assez – Il trouve que Fréchet se moque du monde et regrette de l'avoir mis au comité consultatif). Quel est ton avis ? J'attends ta réponse avant d'écrire à Weil. [Boua, hcco052] [39]

Jean Delsarte n'apprend donc que Maurice Fréchet est candidat qu'après que celui-ci a envoyé l'annonce officielle de sa candidature, le vendredi 25 octobre 1946. Il suggère discrètement à Szolem Mandelbrojt de ne pas faire le rapport alors que, d'après la lettre de Maurice Fréchet, celui-ci a déjà accepté de le faire et de le conclure en sa faveur. Même si Szolem Mandelbrojt estime que Maurice Fréchet n'a pas forcément l'approbation de tous les membres du Collège de France, Jean Delsarte pense qu'il n'y a qu'une seule possibilité pour qu'André Weil l'emporte face à lui : le retrait de la candidature de Maurice Fréchet. Pour arriver à cette fin, Jean Delsarte suggère alors d'employer des méthodes perfides. Pierre Auger, également déçu par Maurice Fréchet, serait également partant.

Henri Cartan a indiqué sur la lettre précédente, datée du 27, qu'il l'a reçue le 26. Il est difficile de savoir si c'est Jean Delsarte qui a mal anticipé la date d'envoi ou si c'est Henri Cartan qui s'est trompé de jour. Toujours est-il qu'Henri Cartan écrit à Marcel Brelot le 28 : « Je n'ai pas de nouvelles du Collège depuis 8 jours ; on devrait savoir si Fréchet s'est décidé à être candidat ! C'est la tuile pour Weil ! ! Je suis assez inquiet, d'autant plus que Faral fait tout ce qu'il peut contre Weil [40]. » Il est très probable qu'il ait déjà reçu la lettre de Jean Delsarte avant d'écrire à Marcel Brelot, puisqu'il répond également à Jean Delsarte le 28, comme le mentionne ce dernier dans la lettre suivante. En fait, Henri Cartan était au courant de la potentielle candidature de Maurice Fréchet depuis le 16 octobre, mais ne semble pas réaliser que celle-ci est confirmée avant, au moins, le 5 novembre, comme il l'écrit dans la lettre à Jean Dieudonné de cette date [41].

Jean Delsarte écrit de nouveau à Henri Cartan le 31 octobre 1946 [42]. Il commence en expliquant qu'il a bien reçu sa lettre du 28 et, après avoir abordé d'autres points, écrit :

> Tu renonces donc pour le Collège ! – que penses-tu de la lettre W. J'ai l'impression que Chicago le tente plus qu'il ne le dit – Ses regrets seront je crois, assez minces.. J'avais songé à écrire à Fréchet – Mais je suis sur le point d'y renoncer – Dans le

38. Il est bien écrit « Vendredi » sur la lettre, contrairement à ce qu'a indiqué Michèle Audin [Aud11, p. 538], à moins qu'elle n'ait consulté un autre document.
39. Lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 538].
40. Voir [Breb].
41. Voir [Boua, hcco054], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 538], citée partiellement un peu plus loin.
42. Voir [Boua, hcco053], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 538].

> fond, c'est nous qui sommes les cocus, dans cette affaire. Ce pays est foutu.
> [...]
> Il est absolument inutile de préparer la sorbonne à Weil – Tu seras donc titulaire dans un an – [Boua, hcco053]

Avec la possibilité de la candidature de Maurice Fréchet et son désintérêt de base pour le Collège de France, qui n'était motivée que pour offrir une solution de secours à Szolem Mandelbrojt en cas de renoncement d'André Weil, Henri Cartan a annoncé qu'il abandonnait complètement l'idée. D'après le début de la lettre de Jean Dieudonné du 8 novembre 1946 mentionnée plus loin, les Brésiliens n'ont reçu aucune nouvelle d'Henri Cartan, depuis le 17 août, et de Jean Delsarte depuis plus d'un mois. La lettre d'André Weil a donc dû être écrite alors que les nouvelles de sa campagne de candidature étaient de plus en plus optimistes. Jean Delsarte est maintenant défaitiste : il a l'impression que Chicago tente plus André Weil qu'il ne le dit et il perd l'envie décrire à Maurice Fréchet pour le dissuader de sa candidature. Comme il l'explique, c'est eux, Henri Cartan et lui, qui ont fait des démarches qui sont en train d'échouer. Il juge ensuite que, vu les conditions que demandait André Weil pour accepter un poste à la Sorbonne et qui n'ont pas dû changer depuis, ce n'est même pas la peine d'y penser. Henri Cartan devait aussi, certainement, questionner Jean Delsarte sur l'opportunité de laisser sa place à André Weil.

Jean Delsarte reçoit une lettre de Szolem Mandelbrojt datée du 2 novembre 1946, dont il transmet une copie à Henri Cartan dans sa lettre du 5 :

> Je n'ai pu t'écrire immédiatement (en réponse à ta lettre) car moi-même j'étais un peu désorienté. Mais cette fois-ci la chose est très claire : Fréchet est candidat, tout ce qu'il y a de sérieux. Bien entendu (et je sais que Cartan est du même avis, probablement toi aussi ; ainsi d'ailleurs, que ceux de nos Collègues que j'ai pu contacter) WEIL n'a plus absolument aucune chance. D'ailleurs, d'après ce que m'a dit Cartan il ne serait plus question pour lui de se présenter.
>
> Je crois, d'autre part, que je ne puis faire autrement que de faire le rapport pour Fréchet. C'est ce que je lui ai dit. La raison que Fréchet donne est la suivante : d'ici 3 ans, lorsque lui, Fréchet, prendra sa retraite, on aura peut être oublié l'histoire (militaire) WEIL, et celui-ci pourrait alors venir au Collège plus facilement. Le voudrait-il encore, le pourrait-il ?
>
> En attendant ce chapitre est clos, et je passe à un autre sujet. [Boua, hcco054] [43]

Ce passage montre que Szolem Mandelbrojt est tiraillé entre deux candidatures et qu'il essaye de trouver un compromis. Il a été « désorienté » par l'enchaînement des événements et, certainement, par l'entretien avec Maurice Fréchet que ce denier mentionne explicitement dans sa lettre de candidature. Il suggère fortement d'abandonner toute candidature, ce qui a certainement pour objectif d'éviter de le mettre dans une position délicate. Il essaye même d'expliquer, en renvoyant à des propos de Maurice Fréchet, que la candidature d'André Weil au moment de sa retraite aura plus de chances de succès que celle-ci. Il clôt finalement cette conversation et la campagne qui va avec. Tout cela convainc Jean Delsarte qui écrit alors à Henri Cartan, dans une lettre du 5 novembre, qu'« [i]l n'y a plus rien à faire [44]. » et semble résigné à l'attente. Il

43. Lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 538].
44. Voir [Boua, hcco055], lettre reproduite [Aud11, p. 538].

explique aussi les scrupules qui se posent « à faire revenir un ami en France » alors que le coût de la vie augmente et que le poste qu'ils essayent de lui obtenir, au Collège de France, risque de lui rapporter assez peu d'argent en l'état.

Dans une lettre qu'il envoie le même 5 novembre à Jean Dieudonné, Henri Cartan semble moins défaitiste que Jean Delsarte [45]. En effet, il répond, enfin, à Jean Dieudonné pour lui faire une longue description de la situation [46]. Il rappelle qu'il y a d'abord eu l'euphorie du soutien de Frédéric Joliot avant que la situation devienne beaucoup plus compliquée. Il répète ensuite l'essentiel du contenu de la lettre qu'il a reçue de Szolem Mandelbrojt, datée du 8 août : hostilité quasi unanime des littéraires, sous l'influence d'Edmond Faral, pour motif patriotique. Il continue avec l'annonce, « qui semble confirmée », de la candidature Maurice Fréchet et de sa surprise concernant celle-ci alors qu'il est dans la classe exceptionnelle à la Sorbonne. Henri Cartan explique alors qu'il avait pu discuter avec lui avant qu'il envoie sa candidature au Collège de France :

> Le 16 octobre, lorsque j'ai appris à Paris cette intention de Fréchet (qui n'était encore qu'une intention) j'ai eu l'occasion de le rencontrer dans l'autobus, et j'ai mis carrément les pieds dans le plat, lui laissant entendre que la satisfaction qu'il pourrait tirer de cette affaire risquerait de coûter cher à la mathématique française, si W. devait définitivement renoncer à rentrer en France. J'ai cru pouvoir lui affirmer que W. ne serait pas candidat contre lui. Il m'a promis de réfléchir et de "prendre conseil". Mais depuis, Delsarte dit qu'il a pris la résolution "définitive" d'être candidat. [Boua, hcco056]

L'intention de candidature de Maurice Fréchet n'est donc pas subite. Si Henri Cartan en a entendu parler avant de le rencontrer le 16 octobre, c'est que des discussions à ce sujet avaient déjà commencé. Il serait alors étonnant que Maurice Fréchet n'ait pas abordé relativement tôt le sujet avec la personne qui a le plus de poids dans cette affaire, le seul mathématicien en poste au Collège de France, Szolem Mandelbrojt. Il n'est donc pas absurde de supposer que les difficultés avec Edmond Faral que ce dernier mentionne à partir du 12 octobre ne soient qu'une partie du problème. Est-ce que c'est ce dernier qui a pris directement les devants avec Maurice Fréchet pour qu'il soit candidat ? Est-ce que Szolem Mandelbrojt ne mentionne qu'Edmond Faral pour ne pas permettre à Henri Cartan et Jean Delsarte d'avoir le temps de réagir [47] ? Rien ne permet d'appuyer ces hypothèses en l'absence d'autres éléments, dont je ne dispose pas. Szolem Mandelbrojt souhaite avant tout avoir un candidat qui lui convienne, mais il doit aussi essayer de ne pas contrarier les protagonistes en jeu sans raison. Après avoir discuté de « confiance mutuelle » entre camarades au début des échanges à propos de la candidature d'André Weil [48], son ralliement à la candidature de Maurice Fréchet déplaît à Bourbaki : André

45. Bien qu'il écrive une lettre à Marcel Brelot, toujours le même jour, qui se finit par : « P.S. 2 : Tu sais que Fréchet est candidat au Collège, et que Mandelbrojt fait le rapport. Je crains que Weil ne rentre plus jamais en France ! », voir [Breb]. Il est probable qu'Henri Cartan ait écrit la lettre à Jean Dieudonné, reçu celle de Jean Delsarte puis écrit à Marcel Brelot.

46. Voir le brouillon de lettre qu'il a conservé, [Boua, hcco056], reproduit [Aud11, pp. 538-539].

47. Au début de la campagne pour le Collège de France, Henri Cartan et Jean Delsarte ont suggéré la même chose à André Weil pour « ne pas donner l'occasion aux campagnes hostiles de ce développer », voir la sous-section 4.2.1

48. Szolem Mandelbrojt écrit, le 9 août 1946, à Henri Cartan : « Il faut qu'il [André Weil] comprenne bien qu'il s'agit de télégraphier à l'un de nous, et que ceci est purement une affaire entre camarades, le tout doit être

Weil et Jean Dieudonné reprochent explicitement la qualité de son engagement envers eux à la suite de ces événements [49].

Henri Cartan joue également sur le fait, auprès de Maurice Fréchet, que la candidature de ce dernier risque d'empêcher toute chance de retour définitif d'André Weil en France. Si c'est bien un problème qui leur tient à cœur à eux, ses amis, c'est également un argument qui est utilisé à de nombreuses reprises : Jean Dieudonné a écrit qu'il fallait le faire valoir auprès de Paul Montel dans sa lettre à Henri Cartan du 25 octobre, c'est certainement une des « pressions diverses » qu'il mentionne comme moyen de « dégoûter Fréchet » dans une autre lettre à Henri Cartan du 27 octobre. Cependant, si c'est un argument pour augmenter les chances de succès ou faire renoncer Maurice Fréchet à sa candidature, Henri Cartan pense que cela ne suffira pas dans une campagne contre ce dernier, car il explique qu'alors André Weil ne serait pas candidat. Il ne présente peut-être pas cela directement de cette façon à Maurice Fréchet dans l'autobus, mais il confirme qu'André Weil n'a aucune chance face à lui dans la lettre qu'il envoie à ce dernier le 25 novembre 1946.

Il conclut ce passage de cette lettre à Jean Dieudonné sur le Collège de France en écrivant que, bien que cela soit décourageant, tout espoir n'est cependant pas perdu. Il apprend rapidement que Jean Leray est également candidat puisqu'il l'écrit directement à Maurice Fréchet, le 7 novembre 1946. Il a conservé le brouillon d'une lettre à celui-ci où il accepte de faire une expertise des travaux de Jean Colmez et profite de cette occasion pour lui parler du Collège de France [50]. Il explique qu'il suppose que Jean Leray n'était pas au courant de sa candidature à lui, Maurice Fréchet, au moment de déclarer sa candidature. Il suppose certainement cela pour la même raison qu'André Weil, répétant d'ailleurs que ce dernier ne sera pas candidat contre lui. Il continue ensuite en expliquant qu'il pense qu'André Weil n'aura pas d'autre occasion d'obtenir un poste au Collège de France, à cause du « zèle patriotique de certains [51] » et du fait qu'il sera alors installé aux États-Unis. Il finit en insistant :

> Il sera donc définitivement perdu pour la France ; et ce sera, pour l'Ecole mathématique française, une perte d'autant plus grave que, loin de travailler en isolé, Weil sait exercer sur les travaux des autres une influence profonde et salutaire, et que, avec Chevalley, il était le seul représentant, en France, d'une discipline qui tend à disparaître définitivement. [Boua, hcco057]

Henri Cartan continue donc à essayer de faire pression pour que Maurice Fréchet retire sa candidature en insinuant que celle-ci entraîne, de fait, la perte définitive d'André Weil pour la France. Ses arguments sont que cela serait dommageable pour son influence sur les autres, par exemple avec le projet Bourbaki, ou bien pour la théorie des nombres puisque, d'après Henri Cartan, il est, avec Claude Chevalley, le seul autre représentant de cette discipline en France. Ce dernier point est exagéré puisque d'autres mathématiciens français travaillent en théorie des nombres, comme Paul Dubreil ou Claude Chabauty. Il est possible qu'Henri Cartan pense réellement ce qu'il écrit, ou bien exagère afin d'augmenter les chances d'André Weil de

basé sur la confiance mutuelle. Tout ce qu'il doit dire c'est de promettre de poser sa candidature si l'un de nous le lui conseille. Cette promesse doit être absolue. », voir [Boua, hcco026], lettre reproduite [Aud11, pp. 532-533].

49. Voir la sous-section 4.2.3.

50. Voir [Boua, hcco057], brouillon partiellement reproduit [Aud11, p. 539].

51. Henri Cartan a rayé une précision qu'il avait ajoutée entre parenthèses : « (et notamment de ceux qui sont "résistants" depuis la Libération) ».

rentrer en France. Ce discours contribue peut-être même à la construction du mythe de la rupture générationnelle en théorie des nombres, en France, dans l'entre-deux-guerre, développé en particulier par André Weil [52]. Dénigrer les autres mathématiciens travaillant autour de ce domaine et développer l'importance de son rôle pendant l'entre-deux-guerres est en effet un moyen de renforcer virtuellement sa valeur académique, donc l'intérêt d'un tel mathématicien.

Jean Dieudonné et André Weil ne sont pas au courant de ces candidatures avant le 8 novembre 1946, car Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan, dans une lettre envoyée à cette date, et reçue le 24, qu'André Weil aimerait avoir des nouvelles de sa candidature pour savoir comment réagir à la proposition de Chicago [53]. Une nouvelle lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 14 novembre, reçue le 18, répondant à la lettre de ce dernier du 5, est annotée par Henri Cartan avec la mention « Amener Leray » [54]. En ayant juste connaissance de la candidature de Maurice Fréchet, Jean Dieudonné explique qu'André Weil a envoyé une nouvelle marche à suivre à Jean Delsarte. Il ajoute que ce dernier « considère, lui, que tout est fini » alors qu'Henri Cartan écrivait que tout n'était pas perdu. La lettre d'André Weil à Henri Cartan du 17 novembre 1946, reçue le 27, est cependant pessimiste, car il écrit qu'il « [s]e voi[t] condamné à Chicago à perpétuité [55] ». Il explique cependant qu'il propose de maintenir sa candidature, pour des raisons de principe et d'opportunité personnelle, et a donné des instructions à Jean Delsarte. Pour la présentation de ses titres, puisque Szolem Mandelbrojt s'est engagé pour Maurice Fréchet, il propose que cela soit fait par « F.Perrin, ou Benvéniste ou n'importe qui ». Quant à la possibilité de candidater plus tard à la succession de Maurice Fréchet, cela n'intéresse pas André Weil. Tout d'abord parce qu'il n'est pas tenté par la perspective de lui succéder, mais aussi à cause du fait que l'excuse de sa situation au Brésil pour ne pas faire de visites ne fonctionnera certainement plus.

Jean Delsarte transmet, dans une lettre à Henri Cartan du 22 novembre 1946, la lettre qu'il vient de recevoir d'André Weil et une copie de sa réponse qui contient un compte rendu de la visite qu'il a effectuée l'avant-veille à Szolem Mandelbrojt [56]. Il commence également à réfléchir à une stratégie pour essayer d'obtenir une place pour André Weil à Nancy. Henri Cartan a gardé une copie de sa réponse, le lendemain, où il écrit qu'il pensait que l'affaire du Collège de France était terminée [57]. Il explique qu'il est embarrassé par le fait qu'André Weil veuille continuer à être candidat face à Maurice Fréchet alors qu'il a dit à ce dernier, à deux reprises, qu'il ne le serait pas. De plus, il pense que cette candidature contre Maurice Fréchet est vouée à l'échec, mais que, si ce dernier se retire, à cause du titre de la chaire qui sera choisie le lendemain, il lui "semble fort opportun" qu'André Weil soit candidat contre Jean Leray. Pour Nancy, il explique que « ça serait très séduisant , mais c'est trop beau pour être vrai, et il se serait fâcheux de se laisse aller à des espoirs exagérés de ce côté ! » Les discussions pour l'opportunité nancéenne

52. Voir [Gol91].
53. Voir [Boua, hcco058], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 540].
54. Voir [Boua, hcco059], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 540].
55. Voir [Boua, hcco060], lettre reproduite [Aud11, pp. 132-133].
56. Voir [Boua, hcco061]
57. Voir [Boua, hcco062]. Le contenu de la lettre est semblable sur de nombreux points à un brouillon qu'il prépare pour André Weil le 25 novembre, voir [Boua, hcco064], brouillon reproduit [Aud11, pp. 134-135]. Il indique cependant qu'il l'a réécrit à la main le 1er décembre. Dans la lettre d'André Weil du 10 décembre 1946, il écrit « laquelle ? » puis raye et corrige « du 1er décembre » quand André Weil mentionne une lettre d'Henri Cartan. Le brouillon du 25 novembre a été modifié puisqu'il a certainement, au moins, ajouté le résultat du vote sur le titre de la chaire du Collège de France, qu'il n'avait pas encore le 25.

prennent de l'ampleur à partir de janvier 1947 [58].

4.2.3 Un titre de chaire préparé pour Jean Leray

Le vote sur le nom de la chaire vacante a lieu le 24 novembre :

> [L]e titre imaginé par Delsarte le 24 août (« Analyse et Arithmétique générales ») n'est jamais arrivé jusqu'au Conseil. Par une petite note expédiée le 6 novembre, Mandelbrojt confirma qu'il demanderait la chaire sous le titre proposé par Fréchet. Et, le 10 novembre, c'est un géologue, Paul Fallot, qui annonça qu'il allait proposer une chaire en « théories des équations ». [... C]omme il l'avait annoncé, lors de l'Assemblée du 24 novembre, Fallot proposa un autre intitulé, prononçant un long rapport scientifique, dans lequel la mécanique des fluides l'amena naturellement à Leray, et dans lequel il cita donc aussi le rapport écrit par Lebesgue sur Leray en 1938 (lors de l'élection de Mandelbrojt) [...] Le titre exact sous lequel il proposa la chaire est : « Théorie des équations différentielles et fonctionnelles ». Mandelbrojt proposa quand même son autre titre (la chaire pour Fréchet) ; [... [59]] et l'on est passé au vote qui a donné, sans surprise, 26 voix aux « équations » contre 8 à l'« analyse ». [Aud11, pp. 554-555]

Le résultat de ce vote est politique : les raisons sont mentionnées à la fin de cette sous-section. Maurice Fréchet pense que c'est à cause de son âge qu'il n'a pas remporté le vote du titre de la chaire, car il envoie une note à Henri Cartan, le lendemain du vote : « On n'a pas voulu d'un professeur à trop court terme. Leray a été élu par 26 voix contre 8 [60]. » Par contre, il fait correctement remarquer que ce vote vaut élection [61]. Pour Henri Cartan, le fait que le titre de la chaire exclue de fait Maurice Fréchet relance la possibilité de continuer la campagne de candidature d'André Weil. Il écrit alors à Marcel Brelot, le 29 novembre 1946 : « Ainsi, Fréchet est écarté au profit de Leray ! Je me demande ce que va faire Weil. » En attendant une réponse claire, avec Jean Delsarte qui avait reçu directement les instructions d'André Weil, ils reprennent leurs efforts. La candidature d'André Weil doit faire l'objet d'un rapport, mais Szolem Mandelbrojt, qui s'occupe déjà de celui de Maurice Fréchet, refuse dans un premier temps [62]. D'après lui, Francis Perrin ne pourrait pas en faire un non plus, mais Jean Delsarte lui demande quand même directement [63] : il n'aura pas de réponse avant l'envoie de la lettre de candidature d'André Weil [64]. Henri Cartan et Jean Delsarte se demandent d'ailleurs si c'est

58. Voir la sous-section suivante.

59. Le passage sauté est : « Hadamard, qui était présent (comme professeur honoraire), "a fait connaître son avis" ; il y a eu un bref échange (dont la teneur n'est pas plus consignée dans le procès-verbal que l'avis d'Hadamard) ». D'après une lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 1er janvier 1946, voir la sous-section 4.2.5, Jacques Hadamard « a fait remarquer l'étrangeté du titre choisi par Leray ».

60. Voir [Aud11, p. 555].

61. Voir la note 35 et la fin de cette sous-section.

62. Voir la lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 30 novembre 1946, [Boua, hcco064], lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 543-544].

63. Voir la sous-section suivante.

64. Lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 4 décembre 1946 [Boua, hcco066], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 543] ; lettre de Jean Delsarte à Francis Perrin du 16 décembre 1946 [Boua, hcco071], lettre reproduite [Aud11, p. 545] ; lettres de Jean Delsarte à Henri Cartan du 22 décembre 1946 et du 15 janvier 1947, voir [Boua, hcco076 et hcco083], lettres partiellement reproduites [Aud11, p. 546 et 547] ; ainsi que la note [Aud11, 169, p. 547]. Jean Delsarte obtient finalement une réponse par l'intermédiaire de Szolem Mandelbrojt,

parce qu'il ne veut pas d'André Weil ou pour d'autres raisons. Dans une lettre à Henri Cartan du 4 décembre 1946, Jean Delsarte écrit en effet :

> J'ai en effet téléphoné à M. Vendredi denier – Mon impression ressemble à la tienne – moins intense cependant – Je ne le crois pas de mauvaise fois – (mais velléitaire et craintif) – Crois tu véritablement à un tel machiavélisme chez Joliot (ou Leray) ? Je crois tout simplement à un jeu de circonstances favorables bien exploité par Leray, à de la naïveté et de la maladresse chez Fréchet, à de l'*huluberluïsme* chez Joliot...– Mais qu'importe – [Boua, hcco066] [65]

Il explique ensuite qu'il est sûr que Szolem Mandelbrojt ne rapportera pas pour André Weil, mais qu'il essayera encore de le convaincre. C'est tout de même Szolem Mandelbrojt qui le fait finalement :

> C'est pourtant bien Mandelbrojt qui rapporta sur le poste.
>
> Il reste à mentionner l'opinion de Louis Rapkine, qui entretenait avec André Weil une correspondance très amicale durant cette période brésilienne. Dans une lettre du 12 novembre, il écrivit
>
> — que Mandelbrojt avait été « épatant » et avait fait des visites pour André Weil,
>
> — que lui-même avait vu Joliot, Courrier et Francis Perrin, tous en faveur d'André Weil,
>
> — que Faral et les littéraires sont une « des plus belles bandes d'hypocrites et de salauds qu'on puisse imaginer ».
>
> Allant dans le même sens (à un détail près), mentionnons encore une lettre de Delsarte à André Weil, datée du 2 décembre, dans laquelle il écrivit :
>
>> Je ne crois pas (?) que Joliot et Perrin soient très enchantés du succès de Leray, candidat de droite, poussé par Faral, Courrier, et élu des littéraires. [Aud11, p. 544]

La différence entre le point de vue de Louis Rapkine, le 12 novembre, et celui de Jean Delsarte, le 2 décembre, sur Robert Courrier n'est pas forcément due au changement de rapporteur. Il est en effet possible que Louis Rapkine fonde son jugement sur ce dernier avant la déclaration de candidature de Jean Leray. Robert Courrier, qui pouvait être en faveur d'André Weil parce qu'il ne voulait pas de Maurice Fréchet, aurait ensuite préféré Jean Leray.

Pour Szolem Mandelbrojt, c'est au moment de la candidature de Maurice Fréchet que l'opinion des membres de Bourbaki fait volte-face. Malgré son extrême précaution pour s'assurer un candidat, quitte à quémander qu'Henri Cartan double la candidature d'André Weil, il a réellement fait campagne pour ce dernier. Le lâchage complet d'André Weil, au profit de Maurice Fréchet, au courant du mois d'octobre, est vu comme une véritable tromperie par les membres de Bourbaki, et en particulier de ceux qui sont au Brésil. Jean Dieudonné l'écrit dans une lettre à Henri Cartan du 14 novembre 1946 : « Ce que je trouve écoeurant c'est de voir Mandelbrojt présenter les titres de Fréchet, et encore plus de vous voir continuer à collaborer avec cet individu à des "symposia" (sic) destinés à le mettre en vedette et à chauffer son futur siège à

voir la sous-section 4.2.5.

65. Lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 543-544].

l'Institut [66] ! » André Weil donne un point de vue similaire, tout en faisant la part des choses, dans une lettre à Henri Cartan du 10 décembre 1946 :

> [...] c) dans l'affaire du Collège, le bénéfice net de tout ça, c'est que vous soyez fixés sur le nommé Mandelbrojt, et définitivement ; heureusement ta lettre indique qu'il ne te reste plus aucun doute. Je n'ai d'ailleurs jamais pensé que ce soit lui qui ait suscité la candidature de Fréchet (si tu as eu l'impression que j'ai dit ça, c'est que je me serai mal exprimé) ; ce n'est pas ça son genre. Enfin j'espère que vous allez lui signifier carrément qu'il ne peut rien avoir de commun entre Bourbaki et lui ;
> d) quant à savoir s'il convient ou non d'envoyer ma lettre de candidature, je pencherai à faire ce qui a le plus de chances de canuler Mandelbrojt ; ce que j'en dis, ce n'est pas par esprit de vengeance mais parce qu'en soi ça me paraît un bon critère de la meilleure ligne à suivre. Pour ce qui est de "prendre ses responsabilités" il me semble qu'il les a largement prises, et qu'il s'est jugé. Si vous vous sentez sûr [*sic*] qu'il ne voterait pas pour moi, alors vous pouvez me porter candidat. Mais, voyant les choses d'ici, je me demande si, justement, dans la situation très fâcheuse où il se trouve – par sa propre faute – il n'adopterait pas au dernier moment, en désespoir de cause, la solution de ne pas parler mais de voter pour moi, et de se faire une virginité par ce moyen facile et en somme sans risque. En somme ma tendance générale serait de laisser tomber, mais je m'en remets à vous de décider en dernier ressort (N. B. Bien entendu, tout ça repose sur l'information de Delsarte que Mand. refuse de présenter mes titres). [Boua, hcco069] [67]

Puisqu'il ne vote finalement pas pour André Weil, ce dernier mitige plus tard son point de vue sur Szolem Mandelbrojt, car il écrit dans un rapport à Gaston Berger en 1953 pour « lancer l'idée d'une section math. à l'Ecole des Hautes Etudes [68] » :

> Mandelbrojt : excellent analyste, un peu trop étroitement spécialisé. Honnête. N'est inféodé à aucune clique. Pas trop courageux. [Aud11, p. 544]

André Weil reconnaît l'honnêteté de Szolem Mandelbrojt qui n'a pas changé son vote au dernier moment. Par contre, son manque de courage, par exemple en ne soutenant plus André Weil au moment de la candidature de Maurice Fréchet, et son inféodation, en particulier envers Bourbaki et ses anciens camarades, ont marqué André Weil. Par conséquent, ce dernier souhaite qu'il sache clairement que Bourbaki dans son ensemble se distancie de lui [69]. S'il a expliqué que la question de son appartenance à Bourbaki « ne se posait plus » à son retour en France après la guerre [70], Szolem Mandelbrojt est ensuite désavoué par Bourbaki, à cause de son soutien à la candidature de Maurice Fréchet. Le fait qu'il finisse par faire le rapport sur André Weil ne remet vraisemblablement pas en cause cette décision.

La lettre d'André Weil du 10 décembre 1946 commence, avec ironie, par l'exclamation « Félicitations à l'heureux Leray [71] ! » Après avoir expliqué qu'il joint à cette lettre une lettre

66. Voir [Boua, hcco059], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 540].
67. Lettre reproduite [Aud11, pp. 137-138].
68. Voir [Aud11, p. 336].
69. Il le précise même dans un post-scriptum d'une lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 2 janvier 1947 : « J'espère qu'après les histoires du Collège, vous avez définitivement rompu toutes relations avec le sieur Mandelbrojt ! », voir [Boua, hcco079], lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 546-547].
70. Voir la sous-section 2.2.4.
71. Voir [Boua, hcco069], lettre reproduite [Aud11, pp. 137-138].

de candidature non datée dont Henri Cartan et Jean Delsarte devront décider de l'envoi ou non, André Weil précise un peu plus sa pensée. Il explique en effet que le problème de sa candidature et du rapport « n'a pas grande importance [...] puisque de toute manière l'aspect scientifique de la question n'intéresse personne ». En effet, les problématiques scientifiques ne sont pas importantes puisque la décision a été prise plus de trois ans plus tôt :

> La discussion des crédits des deux chaires de mathématiques a finalement lieu en mars 1943 et il n'y est pas question de Denjoy. La chaire de « Mathématiques », celle de Lebesgue, est explicitement réservée pour un des éminents mathématiciens prisonniers de guerre dont l'un, notamment, a déjà été candidat au Collège [Note : Quoiqu'il ne soit pas nommé, il est clair qu'il s'agit de Jean Leray, classé unanimement en deuxième position derrière Mandelbrojt en 1937. Prisonnier de guerre en juin 1940, il dirige de 1940 à 1945 l'Université de captivité de l'Oflag XVII A, qui regroupait 5000 prisonniers.]
>
> [...]
>
> Quels que soient les arguments échangés, la décision prise trois ans plus tôt de réserver une chaire de mathématiques pour un prisonnier, et de façon plus ciblée pour Jean Leray, détermine l'issue de la discussion de l'assemblée. [Gis17, paragraphes 38 et 40]

Hélène Gispert relève quand même la grande précision des arguments mathématiques donnés par Paul Fallot, alors que celui-ci n'est pas un mathématicien. Avec Michèle Audin, elles soulignent les « louanges de Leray, le mathématicien et l'homme [72] » et « [l]a guerre, le camp de prisonniers utilisés comme argument scientifique... [73] ». Cela reste cependant dans la prolongation des raisons qui ont servi d'argument pour réserver cette chaire à Jean Leray dès 1943. Si Szolem Mandelbrojt n'était pas là au moment où cette décision a été prise, il est quand même étonnant que le point de vue du seul mathématicien du Collège de France ne soit pas pris en compte. Le rôle d'Edmond Faral a certainement son importance ici puisque c'est lui qui est au cœur des démarches pour l'avenir des chaires de mathématiques du Collège de France pendant la guerre.

4.2.4 La poursuite de la candidature d'André Weil, un choix nécessaire et « désagréable de livrer une bataille perdue d'avance »

Si André Weil laisse à ses amis les choix de poursuivre sa candidature alors qu'il n'a pas l'ombre d'une chance, ces derniers soulignent la nécessité de le faire afin de montrer son désir de rentrer en France. En effet, Henri Cartan l'écrit clairement à Jean Dieudonné dans une lettre du 6 décembre 1946, car un professeur du collège de France vient de lui expliquer qu'il a l'impression qu'André Weil n'a pas exprimé cette envie [74]. C'est en précisant ce point que Jean

72. Voir [Gis17, paragraphe 40].

73. Voir [Aud11, p. 555].

74. Précisément : « Pour le Collège, nous attendons la décision finale de Weil. Delsarte est, comme moi, d'avis qu'il vaut mieux que W. soit effectivement candidat, bien qu'il puisse être désagréable de livrer une bataille perdue d'avance. Mais ainsi la situation sera plus nette. Faut-il dire qu'un de ces Messieurs du Collège, que j'ai vu l'autre jour à un tout autre propos, et qui du reste n'était pas très bien informé puisqu'il croyait que c'était Fréchet le gagnant (lui-même est littéraire), a devant moi sérieusement mis en doute le désir de W. de rentrer

Delsarte commence sa lettre à Francis Perrin du 16 décembre 1946 pour lui demander de faire un rapport sur la candidature d'André Weil [75]. Cette lettre résume précisément le déroulé des événements et les arguments en faveur d'André Weil : son désir de rentrer en France, l'attente après la candidature de Maurice Fréchet, la difficulté de sa candidature pour une chaire préparée pour Jean Leray, le fait que c'est sa dernière occasion de s'établir en France, l'impossibilité d'un rapport de Szolem Mandelbrojt qui a déjà fait celui de Maurice Fréchet et l'importance d'André Weil pour les mathématiques françaises.

Dans une lettre à Marcel Brelot du 22 décembre 1946, Henri Cartan écrit :

> Je pense que Weil va tout de même être candidat à la chaire du Collège, ne serait-ce que pour que les gens ne puissent plus dire qu'il n'a jamais cherché à rentrer en France. Quant à l'histoire de prof. sans chaire à Bordeaux, c'est un pur canard : actuellement, Weil est hors cadre, et mis à la disposition des Relations culturelles (est-ce le titre exact ?) pour la chaire qu'il occupe provisoirement au Brésil. [Breb]

Je n'ai pas trouvé d'autres traces de « l'histoire de prof. sans chaire à Bordeaux ». C'est peut-être un bruit de couloir qui circule à propos du fait qu'André Weil aurait un poste de professeur sans chaire à Bordeaux, mais qu'il n'aurait pas voulu revenir en France l'occuper. Cela expliquerait alors pourquoi certaines personnes ont l'impression qu'André Weil n'a aucun désir de revenir en France. Henri Cartan précise alors clairement ce qu'il en est à Marcel Brelot et explique également que la candidature à la chaire du Collège de France permettrait de clarifier la situation. Comme pour la réintégration d'André Weil en 1945, Henri Cartan souhaite agir au plus tôt afin d'éviter d'éventuels futurs malentendus ou situations délicates.

4.2.5 Envoi de la candidature d'André Weil, recherche d'un candidat en deuxième ligne et dénouement

Henri Cartan transmet à Jean Delsarte la lettre de candidature d'André Weil à l'administrateur du Collège de France [76]. Ce dernier attend d'avoir la certitude de la vacance de la chaire pour l'envoyer [77]. Celle-ci est publiée au Journal Officiel le 11 janvier 1947 mais Jean Delsarte n'en a pas la certitude jusqu'au 15 janvier au moins [78]. Il l'envoie finalement le 21 janvier 1947 et date la lettre de candidature d'André Weil du 15 janvier 1946 [79]. Il le dit à Henri Cartan dans une lettre du 24 janvier 1947 [80] et précise que le vote aura lieu le 16 février. Il évoque également deux problèmes :

---

en France, W. n'ayant, depuis la guerre, jamais fait de geste indiquant qu'il pouvait avoir ce désir. Que les gens qui soutiennent cette opinion soient ou non de bonne foi (il doit y avoir des uns et des autres), il importe qu'on ne puisse plus, désormais, afficher une telle opinion. Bien entendu, si W. se décide, il faut qu'il le fasse vite. » [Boua, hcco068]

75. Voir [Boua, hcco071], lettre reproduite [Aud11, p. 545].

76. Lettre d'Henri Cartan à Jean Dieudonné du 20 décembre 1946, voir [Boua, hcco072], passage non-reproduit dans [Aud11, p. 546].

77. Lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 22 décembre 1946, voir [Boua, hcco076], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 546].

78. Voir, respectivement, [Aud11, p. 555] et [Boua, hcco083], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 547].

79. Tout comme sa lettre d'accompagnement, il se trompe à la suite du changement d'année, voir [Aud11, p. 556].

80. Il fait de nouveau une erreur de date et indique 1946 sur la lettre, voir [Boua, hcco001].

> Il y a d'ailleurs une difficulté possible – Mand. m'a appris que le titre exact de la chaire est “Théorie des équations différentielles et fonctionnelles” – (décision prise par la 1ere assemblée, celle de Novembre, à la suite d'une intervention d'Hadamard, qui a fait remarquer l'étrangeté du titre choisi par Leray). – Or, la lettre de W. porte “Théorie des équations” – – Faral peut donc encore ergoter – Mais il était trop tard pour remédier à la chose – On verra –
>
> Fr. Perrin est rentré. Il a vu M. et lui a parlé de ma lettre. D'après M. il n'est pas chaud – Tu as encore le temps, d'ici le 16, de le voir et de lui fournir des arguments... et de l'énergie. [Boua, hcco001]

Le problème du titre de la chaire ne change pas le fait qu'André Weil n'a aucune chance de remporter cette chaire réservée à Jean Leray. Les Brésiliens n'ont aucun doute là-dessus puisque Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan, le 27 janvier 1947, « P-S. Au fait, et à titre purement documentaire, qu'a donné le vote au Collège ? », alors que le vote n'a pas encore eu lieu. Jean Delsarte n'avait obtenu aucune réponse de Francis Perrin [81] avant d'envoyer la lettre de candidature. C'est Szolem Mandelbrojt qui fait finalement le rapport pour André Weil.

Suite à la publication de la vacance de chaire au Journal Officiel le 11 janvier 1947 : « le Collège en informa Leray et Mandelbrojt, à qui il demanda “de bien vouloir prendre vos dispositions pour la désignation d'un candidat en deuxième ligne” [82]. » Marcel Brelot est sollicité pour être candidat [83], car Henri Cartan lui écrit, le 25 janvier 1947 :

> J'ai attendu pour t'écrire d'avoir reçu de Delsarte pleine confirmation que la lettre de candidature de Weil a bien été envoyée à l'Administration du Collège de France. J'ai reçu cette confirmation aujourd'hui ; te voilà donc définitivement fixé.
>
> Je ne pense pas commettre d'indiscrétion en te révélant que Lichné vient aujourd'hui de recevoir de Leray une lettre où il le presse vivement de poser sa candidature au Collège ; résultat, sans doute, de ton refus. Pourquoi diable la candidature de Weil ne lui suffit-il pas ? ? [Breb]

L'argument sur la candidature effective d'André Weil provient de la réponse que fournit Marcel Brelot suite à sa sollicitation pour être candidat [84]. C'est pour cela qu'Henri Cartan écrit à Marcel Brelot qu'il est maintenant fixé : la candidature d'André Weil est effectivement envoyée. Par la suite, André Lichnerowicz, qui est en poste à Strasbourg [85], est sollicité par Jean Leray. Proche de Bourbaki, il a certainement des scrupules concernant le fait qu'André Weil est déjà candidat pour la deuxième ligne. Henri Cartan écrit de nouveau à Marcel Brelot, le 2 février 1947 : « Pour le Collège, j'ai dit et *redit* à Lichné que tu avais refusé ; j'ai l'impression que ce

81. Voir la sous-sous-section 4.2.3.

82. Voir [Aud11, p. 555].

83. Il doit être possible de déterminer la personne qui sollicite Marcel Brelot pour être candidat à partir des lettres de celui-ci à Henri Cartan, éventuellement conservées dans la correspondance de ce dernier. C'est Szolem Mandelbrojt, Jean Leray, ou les deux conjointement, comme l'écrit Henri Cartan dans une lettre du 14 février 1947 citée un peu plus loin. Je n'ai pas réussi à déterminer les raisons qui motivent la recherche d'un autre candidat qu'André Weil en deuxième ligne.

84. Lettre d'Henri Cartan à Jean Delsarte du 22 mai 1947, [Boua, hcco116] : « Brelot ayant dignement refusé d'être candidat [au Collège de France], puisqu'il y en avait déjà deux : Leray et Weil ! »

85. Il vient d'être nommé à la chaire de mécanique rationnelle à Strasbourg. Il est présenté à l'unanimité par le comité consultatif, en octobre, puis derrière Claude Chabauty, en novembre. Le ministre choisit finalement André Lichnerowicz. Voir la lettre de Henri Cartan à Jean Dieudonné du 20 décembre 1946, [Boua, hcco072], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 546].

n'est pas certain qu'il refuse : Pérès est venu à la charge, etc..., etc... Il doit mourir d'envier de se laisser faire. En tout cas, je lui ai parlé fort nettement [86]. » Il ne veut donc pas être un opposant à Marcel Brelot. D'autre part, Henri Cartan lui a très certainement dit que sa candidature serait très mal vue, de la part de Bourbaki, du fait de celle déjà posée d'André Weil.

Par la suite, Jean Dieudonné et André Weil ne demandent plus de nouvelles de la candidature de ce dernier au Collège de France. Ils envisagent même les autres opportunités qui peuvent être saisies. L'échec face à Jean Leray est donc une évidence pour eux. Dans sa lettre à André Weil datée du 14 février 1947 mais continuée le 16, Henri Cartan écrit « jour du vote au Collège [87] ? » avant d'évoquer d'autres options pour André Weil. Il lui annonce le résultat du vote, dans une lettre du 4 mars, entre crochets, dans un paragraphe où il évoque les perspectives futures :

> Ah ! J'allais oublier de te dire que tu as eu *Une* voix au Collège, j'ignore laquelle. Jamais le neutron Francis ne m'a donné le moindre signe de vie, à croire qu'il n'a pas reçu la lettre que je lui avais écrite . Que je te dise aussi que Leray et Mand. semblaient très préoccupés de trouver un candidat pour la 2^{e} ligne. Ils se sont adressé à Brelot, qui a dignement refusé sous prétexte qu'il y avait déjà deux candidats, toi et Leray. Alors ils ont fini par trouver quelqu'un qui n'a su résister à la perspective de pouvoir mettre plus tard sur sa Notice qu'il a été présenté au Collège : je veux dire Lichné. [Boua, hcco104] [88]

Henri Cartan avait déjà eu des échos du résultat depuis, au moins, le 27 février. Il écrit en effet une lettre à Marcel Brelot à cette date en expliquant que « Weil a eu, paraît-il, une voix. Je suppose qu'il n'y a pas eu de discussion pour la seconde ligne [89]. » Après avoir présenté les travaux de Jean Leray et André Lichnerowicz, Szolem Mandelbrojt a consacré une phrase pour ceux d'André Weil lors de la réunion du 16 février, expliquant qu'il est un très grand mathématicien, mais que ses travaux n'ont aucun lien avec le titre de la chaire [90]. Francis Perrin a alors soutenu la candidature d'André Weil en soulignant la qualité de ses travaux, puis le vote a eu lieu. Jean Leray remporte toutes les voix sauf une, pour André Weil, à la présentation en première ligne. André Lichnerowicz, qui n'a aucune voix pour la première ligne, est présenté en deuxième ligne.

Le fait qu'André Lichnerowicz s'est porté candidat au Collège de France est très mal vu par plusieurs membres de Bourbaki. Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan, le 14 mars 1947, à propos de celui-ci « je regrette de constater que Charles et Chabauty avaient raison quant au caractère du personnage [91] ». Henri Cartan écrit à Jean Delsarte, le 22 du même mois, « je pense qu'en douce, Lichné nous réserve une surprise » par rapport à la succession de Jean Leray à la Sorbonne. Après avoir été considéré comme un sympathisant de Bourbaki par Jean Dieudonné dans une lettre à Henri Cartan du 17 juin 1946 [92], malgré quelques réserves après des faits rapportés par Charles Ehresmann et Claude Chabauty [93], le groupe est, après sa candidature au Collège de France, particulièrement attentif à ce qu'il fait. La méfiance des membres de

86. Voir [Breb].
87. Voir [Boua, hcco095], lettre reproduite [Aud11, p. 174].
88. Lettre reproduite [Aud11, pp. 189-193].
89. Voir [Breb].
90. Voir [Aud11, p. 556].
91. Voir [Boua, hcco113].
92. Voir [Boua, hcco007].
93. Voir la sous-section 5.2.

Bourbaki paraît analogue à celle envers Jean Leray, consécutive de sa première candidature au Collège de France en 1938.

Henri Cartan finit par apprendre qui a voté en faveur d'André Weil un peu plus tard. Il lui écrit dans une lettre du 23 mars, en réponse à une lettre d'André Weil du 14 et reçue le 21 qui lui demandait « P.S. Pour la beauté du fait, je serais bien curieux de savoir qui est le héros, ou le distrait, qui m'a accordé sa voix au Collège [94] ? ? ? » :

> J'ai vu Francis Perrin au Jubilé Montel. C'est lui qui a voté pour toi, et il ne s'est pas contenté de voter, mais il a parlé en ta faveur lors de la discussion ; et il l'a fait en termes très nets. Ton nom n'a donc tout de même pas été escamoté dans cette affaire, comme je le craignais à un moment. Tu me diras que ça ne change guère le résultat ! [Boua, hcco117] [95]

Le soutien de Francis Perrin à André Weil ne s'est donc pas seulement limité à une déclaration avant le vote. Il essaye même de donner une nouvelle chance à André Weil en proposant, toujours dans la réunion du 16 février 1947 au Collège de France, de créer de nouvelles chaires et de proposer, dans une réunion suivante, un intitulé « Théorie des nombres » [96] parmi d'autres. Il n'y a aucun doute sur le fait que c'est une tentative pour avoir une nouvelle opportunité pour faire revenir André Weil en France. Cependant, cette proposition est refusée.

4.3 Une opportunité nancéenne ?

Si un poste à Nancy ou Strasbourg est l'option qui intéresse le plus André Weil, la situation au printemps 1946 ne permet pas d'envisager une telle solution dans l'immédiat [97]. Après la complication de la candidature d'André Weil au Collège de France, avec les candidatures successives de Maurice Fréchet et Jean Leray, les autres options sont envisagées un peu plus sérieusement. Celle d'avoir un poste à Nancy est mentionnée dans la lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 22 novembre 1946 où, après une discussion avec Pierre Auger, il écrit que celui-ci « me semble assez disposé à faire un effort financier pour créer une chaire d'Arithmétique supérieure à NANCY [98]. » Il demande ce qu'en pense Henri Cartan et ce dernier lui répond, dans une lettre du 23 novembre :

> Quant à la chaire d'arithmétique supérieure à Nancy, ce serait très séduisant ; mais c'est trop beau pour être vrai, et il serait fâcheux de se laisser aller à des espoirs exagérés de ce côté !

L'opportunité d'une telle création de chaire n'est alors pas évoquée avant fin janvier. Suivant le conseil d'Henri Cartan, Jean Delsarte ne veut peut-être pas insister plus dans cette direction, ou bien il n'a pas forcément le temps avec ses autres activités et la candidature d'André Weil au Collège de France. Une éventuelle autre solution étant alors envisagée en janvier.

La nouvelle opportunité est un concours de circonstances qui commence par le détachement de Jean Capelle, professeur dans la chaire de mécanique appliquée à la faculté des sciences de

94. Voir [Boua, hcco112], lettre reproduite [Aud11, pp. 203-205].
95. Lettre reproduite [Aud11, pp. 208-210].
96. Voir [Aud11, p. 557].
97. Voir la section 4.1.
98. Voir [Boua, hcco061].

Nancy, auprès du ministre de la France d'Outre-mer afin d'exercer les fonctions de directeur de l'Enseignement en Afrique-Occidentale française, à partir du 1er octobre 1946 [99]. En tant que doyen de cette faculté, Jean Delsarte est particulièrement concerné par ce remplacement et écrit à ce propos à Henri Cartan, le 31 octobre, au milieu d'autres considérations de postes, que « nous songeons à Gauthier [100]. » D'un autre côté, Henri Cartan informe Jean Dieudonné de plusieurs mouvements dans une lettre du 20 décembre 1946 [101]. Il écrit tout d'abord que Roger Godement vient de prendre la suppléance de Paul Dubreil à Nancy. Ce dernier venant en effet d'être chargé d'assurer la préparation au certificat de mathématiques générales à la Faculté des sciences de Paris [102] :

> Quant à Dubreil, il a provisoirement la suppléance de Garnier (transfert provoqué par la retraite de Montel), en attendant la titularisation de Bouligand (c'est son tour, après ce sera le mien !) à la place de Garnier. La question sera alors de savoir lequel, de Janet ou de Dubreil, aura la maîtrise de Bouligand. Vous vous en fichez sans doute, mais Delsarte et Schwartz ne s'en fichent pas, et Jacq. Ferrand non plus, qui guigne la chaire de Janet à Caen.

Les trois protagonistes impliqués dans le remplacement d'Henri Cartan à Paris en 1945 [103] sont de nouveau concernés par le remplacement de Georges Bouligand, toujours à Paris. En effet, Paul Dubreil et Maurice Janet souhaitent tous les deux être nommés à ce poste. De son côté, Jacqueline Ferrand est détachée par la faculté des sciences de Strasbourg auprès de celle de Caen, en remplacement de Maurice Janet, qui remplace lui-même Henri Cartan à Paris. Elle vient d'être nommée maître de conférences de mathématiques générales à la faculté des sciences de Strasbourg, le 1er octobre 1946, en remplacement d'André Lichnerowicz qui est nommé à la chaire de mécanique rationnelle de la même faculté, mais reste détachée à Caen [104]. Si Maurice Janet obtient le poste de Georges Bouligand, elle a de grandes chances d'obtenir sa chaire à Caen. D'un autre côté, Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan, le 2 janvier 1947, que la nomination de Paul Dubreil laisserait entrevoir une nouvelle possibilité :

> Nous ne sommes pas si indifférents que tu crois à la question du sort de Dubreil à la Sorbonne : il se trouve en effet que Capelle, à Nancy, serait sur le point de passer recteur. Dans ce cas, il y aurait une possibilité inespérée de faire venir Weil dans la chaire de Dubreil (dès qu'elle serait libre), à condition que Schwartz prenne la chaire de Méca.appliquée. Weil est assez tenté par cette dernière occasion de créer le centre Bourbaki rêvé à Nancy, d'autant plus que les offres de Chicago ne paraissent plus aussi mirobolantes qu'au premier abord, et risquent de ne pas être suffisantes pour surmonter le dégoût de Weil pour cette ville et ses habitants. Au cas où le départ de Capelle se confirmerait, il faudrait insister auprès de Schwartz pour qu'il fasse le petit sacrifice d'enseigner pendant quelques années la Méca.appliquée ; de toute manière, ça éviterait que le nommé Gauthier ne s'incruste à Nancy ; nous avons eu un mal énorme à nous débarrasser de Dubreil, ce n'est pas pour le remplacer par

99. L'arrêté est daté du 6 janvier 1947, voir [CP14, Jean Capelle].
100. Voir [Boua, hcco053].
101. Voir [Boua, hcco072], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 546].
102. Voir [CP14, Paul Dubreil].
103. Voir la sous-section 3.1.2.
104. Voir [Arca, dossier 1476W448].

> un autre "corps étranger" du point de vue de Bourbaki ! [Boua, hcco079] [105]

D'après Jean Dieudonné, André Weil pourrait venir à Nancy si Paul Dubreil et Jean Capelle obtiennent effectivement d'autres postes. Le problème de la nécessité de ce double changement pour permettre à André Weil de venir à Nancy est intéressant puisqu'il suffirait, d'un point de vue purement pratique, qu'il n'y ait qu'un seul poste pour lui. Tout d'abord, et même si cela n'est pas explicitement mentionné dans les documents que j'ai consultés, il semble hors de question qu'André Weil empêche Laurent Schwartz d'obtenir un poste à Nancy. La problématique de ne pas entraver la progression de leurs collègues plus jeunes s'était déjà présentée lorsqu'Henri Cartan avait exprimé le souhait de retourner à Strasbourg en 1945 [106]. D'autre part, il semble qu'il n'est pas envisageable qu'André Weil occupe la chaire de mécanique appliquée. Il a exprimé des contraintes fortes dans le cas d'un poste à Paris [107] et, si les deux postes sont effectivement disponibles, Jean Dieudonné précise bien qu'il faudrait que Laurent Schwartz « fasse le petit sacrifice d'enseigner pendant quelques années la Méca.appliquée ». Pour ne pas être en charge de cet enseignement tout en laissant un poste à Laurent Schwartz, ce dernier devrait accepter de reprendre la première charge d'enseignement qu'il a eu en arrivant à Nancy [108]. D'après une lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 15 janvier 1947, Laurent Schwartz accepterait cette proposition de Jean Dieudonné et André Weil, « mais sans enthousiasme [109]. » Il est en effet difficile de ne pas accepter cette faveur demandée par ses aînés bourbachiques, même si la chaire de calcul différentiel et intégral de Jean Leray l'intéresse plus.

Dans une lettre à Henri Cartan du 7 janvier, Jean Delsarte écrit que la solution que propose André Weil « est parfaitement réalisable ou plutôt l'était encore il y a quelques jours [110]. » En effet, il poursuit en expliquant qu'il vient de recevoir « une lettre de candidature de MAZET (!), qui change tout. » Il semble donc surpris par cette candidature, ou, du moins, ne pas l'avoir envisagée, et est embêté puisqu'elle est parfaitement viable. Il poursuit en détaillant pourquoi :

> Ce dernier, en effet, est très qualifié au point de vue administratif pour prendre la direction de l'Ecole, que quitte CAPELLE, et au point de vue de l'enseignement de Mécanique appliquée, il est tout de même assez sortable, plus, en tout cas, que n'importe quel mathématicien pur. (son activité mécanique à LILLE avant la guerre, n'a pas été négligeable au point de vue enseignement et recherche d'une évolution de la mécanique rationnelle vers quelque chose de plus intéressant et de plus réel). Quoiqu'il en soit, si MAZET persiste, il a toutes les chances de passer au Comité Consultatif comme à la Faculté. [Boua, hcco080]

Jean Capelle est en effet directeur de l'École supérieure d'Électrotechnique et de Mécanique appliquée de Nancy [111] depuis le 10 octobre 1944. Son départ nécessite donc également son remplacement et Robert Mazet, qui est recteur de l'académie de Caen depuis 1944 [112], est parfaitement qualifié pour cela. Du point de vue de l'enseignement et de la recherche, ses activités sont également plus en rapport avec la chaire qu'il vise à Nancy qu'un mathématicien

105. Lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 546-547].
106. Voir la sous-section 3.1.2.
107. Voir la section 4.1.
108. Voir [CP14, Laurent Schwartz].
109. Voir [Boua, hcco083].
110. Voir [Boua, hcco080].
111. Voir [CP14, Jean Capelle].
112. Voir [Ger92, p. 424].

pur comme André Weil. Jean Delsarte explique donc qu'il a peu de chance de réussir à faire passer la candidature de ce dernier devant celle de Robert Mazet aux différents conseils.

Tout n'est pas perdu pour autant. En effet, Jean Delsarte continue sa lettre en expliquant que son absence due à son départ à Princeton et les « conditions particulières dans lesquelles se trouve L'Ecole que dirigeait CAPELLE » font que la demande de vacance ne pourra être faite avant plusieurs mois. Robert Mazet viserait également la succession d'Henri Beghin à Paris, qui aura lieu en juillet ou en octobre, ce qui l'obligera donc à choisir. Jean Delsarte précise qu'« il est possible alors qu'il laisse le champ libre à SCHWARTZ et WEIL » mais que c'est tout pour le moment. Huit jours plus tard, Jean Delsarte écrit de nouveau à Henri Cartan pour lui dire que Robert Mazet « vient à Nancy vendredi [113] » et qu'il semble s'intéresser beaucoup à la chaire de Jean Capelle. D'autant plus que « ses tentatives parisiennes semblent vouées à l'insuccès. » Avec une offre de salaire jugée insuffisante à Chicago et l'échec assuré au Collège de France, la situation future d'André Weil est incertaine. Il est alors question de rester à São Paulo, de prendre une année de congés pour venir en France ou de candidater à une direction de recherche [114].

Face à cette nouvelle impasse, Henri Cartan tente de trouver d'autres solutions pour son ami. Ce n'est même plus à cause de la candidature de Robert Mazet qu'il pense que la situation est bloquée, mais parce que Jean Capelle souhaiterait garder sa chaire afin de pouvoir la reprendre si nécessaire [115]. Il essaye non seulement de voir pour une direction de recherche [116], mais relance l'idée d'une création de chaire auprès de Pierre Auger. Il lui en aurait « redit deux mots » lors d'une réunion du Comité consultatif en janvier, mais ne précise rien de plus dans sa lettre à André Weil du 14 février 1947. Jean Delsarte aborde de nouveau le sujet avec Pierre Auger à Princeton, alors qu'André Weil vient d'accepter une nouvelle offre plus intéressante de l'université de Chicago, et reproduit la conversation dans une lettre à Henri Cartan, le 18 mars 1947 :

> J'ai vu Auger hier. Il est ici pour 3 semaines. Je lui ai annoncé l'acceptation de W. Voici la conversation à peu près : *Moi* : Tout cela est tout de même bien dommage, voici Weil perdu pour nous et les mathématiques en France. *Aug.* Oui c'est bien dommage. Mais tu as vu, au Collège, nous nous sommes littéralement heurtés à un mur. *M.* sans doute ; il aurait fallu créer une chaire pour W.– *Aug.* – oui, mais je ne pourrais offrir à un type comme Weil, (sic), une chaire en province – Et créer pour lui une chaire au Collège, ça aurait fait une révolution. – *M.* Mais W. aurait accepté une chaire d'arithmétique supérieure à Nancy ; je croyais te l'avoir dit... *Aug* : c'est vrai – Et puis, si dans un an la chose l'intéresse encore, il n'y a aucune impossibilité.... Qu'en penses-tu ?
>
> [...]
>
> Auger m'a dit qu'il n'était pas question que Capelle garde sa chaire – Il est détaché,

113. Voir [Boua, hcco083].
114. Voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 23 janvier 1947, [Boua, hcco085], reproduite [Aud11, pp. 143-144], la lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 27 janvier 1947 , [Boua, hcco096], et la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 2 février 1947, [Boua, hcco089], reproduite [Aud11, pp. 145-149].
115. Voir la lettre d'Henri Cartan à André Weil du 14 février 1947, [Boua, hcco095], lettre reproduite [Aud11, pp. 168-177], et lettre d'Henri Cartan à Jean Delsarte du 11 mars 1947, [Boua, hcco110].
116. C'est l'objet de la section suivante.

> et l'intérêt de la maison exige son remplacement effectif. [Boua, hcco114] [117]

La création d'une chaire d'arithmétique supérieure n'aurait donc pas été faite à cause d'un malentendu et d'un manque de conviction de Pierre Auger. En n'insistant pas plus auprès de lui, certainement par pessimisme et parce qu'ils étaient occupés à autre chose, Henri Cartan et Jean Delsarte ont donc certainement manqué l'occasion de faire venir André Weil à Nancy. Avec son acceptation pour Chicago, la question ne se pose plus réellement. De même pour le placement de Laurent Schwartz et André Weil, malgré le fait que la chaire de Jean Capelle sera vraisemblablement vacante puisque celui-ci ne pourra la garder. Cette dernière possibilité est de toute façon invalidée par la nomination de Maurice Janet à la Sorbonne :

> Janet passe avec 28 voix contre 16 à Dubreil, qui du reste avait commis la faute de dire qu'il n'était pas candidat. J'ai fait ce que j'ai pu : discussion à la réunion préalable des mathématiciens (à laquelle j'ai assisté lundi dernier), propagande auprès de divers collègues, et mon bulletin de vote par correspondance. Cela ne pouvait évidemment par suffire contre la clique Chazy-Valiron-Darmois-Fréchet-Châtelet-Bouligand, à laquelle Favard à jugé utile de se joindre, "Janet n'ayant pas démérité". [Boua, hcco117] [118]

Comme il l'explique, Henri Cartan avait donc fait une campagne en faveur de Paul Dubreil. Son objectif était certainement de conserver la possibilité de faire venir André Weil à Nancy en cas de retournement de situation pour la succession de Jean Capelle. Le fait d'avoir une autre chaire disponible pour un membre de Bourbaki devait également l'intéresser. Finalement, la chaire de Jean Capelle est déclarée vacante en juillet 1947 et c'est bien Luc Gauthier qui y est nommé [119].

4.4 Une direction de recherche au CNRS

Henri Cartan écrit à Jean Dieudonné, le 1er juin 1946, que « ce qui ne doit pas faire un pli, c'est la nomination de W. comme directeur de recherche au C.N.R.S., et c'est ainsi qu'il faut envisager la situation pour son retour, pour commencer, à défaut d'autre chose [120]. » Il continue en expliquant qu'il faudra qu'il pose sa candidature en mars ou avril prochain, donc 1947. Comme nous l'avons vu, plusieurs autres options et campagnes sont envisagées et plus ou moins poursuivies entre-temps. Face aux déconvenues successives, une candidature à une direction de recherche au CNRS pour André Weil est envisagée de plus en plus sérieusement. Si celle-ci ne devait « pas faire un pli » pour Henri Cartan en juin 1946, la situation s'avère finalement beaucoup plus difficile que prévu.

117. Lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 565].
118. Lettre reproduite [Aud11, pp. 208-210]. Il faut noter qu'Henri Cartan continue en ajoutant : « J'allais oublier : Denjoy, qui ne rate pas une occasion de se conduite comme un loufoque, t'avait donné sa voix à la Commission des mathématiciens ! » Il écrit essentiellement la même chose à Jean Delsarte dans une lettre du 22 mars 1947, [Boua, hcco116].
119. Voir [CP14, Jean Capelle] et [Ren03, p. 44]. Laurent Schwartz mentionne également que Luc Gauthier succède à Jean Capelle [Sch97, p. 288]. D'après une lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 25 août 1947, [Boua, hcco154], Jean Capelle aurait candidaté et échoué à la succession d'Henri Beghin : « As tu su la dernière de Capelle ? Sa candidature à la *chaire* Beghin, son succès écrasant au conciliabule, son échec, (de justesse), au conseil, grâce à une vigoureuse et pertinente intervention de Montel. Pour une fois, le scandale – (et il eût été multiple), a été écrit ! »
120. Voir [Boua, hcco006].

Frédéric Joliot-Curie est placé à la direction du CNRS le 20 août 1944 par Henri Wallon [121]. Il met alors en place une nouvelle politique au CNRS :

> Lors des réunions de septembre et d'octobre 1944, Frédéric Joliot-Curie expose longuement devant ses collègues les grandes lignes directrices de l'organisation de la recherche qu'il souhaite mettre en place une fois le paix revenue.
>
> [...]
>
> Il propose ensuite la structuration des disciplines en sous-comités, bientôt appelés "comités (directeurs) spécialisés", constituant autant de divisions du comité directeur, un peu comme l'Académie des Sciences est elle-même subdivisée en sections. À la différence de la noble maison, le directeur du CNRS souligne sans ironie que leurs membres devraient être des "personnalités jeunes et d'une activité reconnue". Ces sous-comités seraient des organismes de gestion collective de chaque discipline par ses représentants, ayant des réunions fréquentes, par exemple une fois par semaine au début de leur fonctionnement, alors qu'il n'y aurait que de rares réunions de l'ensemble du comité directeur. [Gut13, pp. 91-92]

Ce fonctionnement et la hiérarchie qui en découle vont être particulièrement importants pour la future campagne à une direction de recherche d'André Weil. Il faut également noter que, dans une lettre à Marcel Brelot du 26 octobre 1944, Henri Cartan écrit :

> Moi aussi, j'ai appris incidemment que je ferais partie de la commission des math. au C.N.R.S ; il semble qu'il n'y ait pas encore de nominations officielles. [...] Je ne sais au juste qui a fixé la composition des commissions et de quels conseils on s'est entouré, n'ayant participé à rien moi-même. Mais, d'après ce que j'ai pu savoir depuis (à mon tour de te demander la discrétion), il semble bien que Delsarte a été écarté volontairement, à cause notamment de son projet de réforme où beaucoup de gens ou d'institutions se considèrent comme attaqués, à tort ou à raison, – ce qui lui vaut des ennemis. [Breb]

Cette supposition mériterait d'être vérifiée et analysée en profondeur. Cela sort cependant du cadre fixé dans cette thèse et nécessite un important travail sur la politique dans le milieu universitaire [122]. L'intérêt ici est de souligner l'importance des différentes politiques aux CNRS à partir de 1944. Si Jean Delsarte en subit les conséquences à travers l'échec de sa nomination dans la commission des mathématiques au CNRS, l'ostracisation d'André Weil l'empêche, lui, d'obtenir un poste en France.

Si André Weil reçoit une lettre de Louis Rapkine lui conseillant fortement de poser sa candidature à une direction de recherche le 12 novembre 1946 [123], il n'est pas question de celle-ci dans les archives Bourbaki avant janvier 1947. Puisque la demande doit être faite en mars ou avril et que d'autres options étaient également envisagées, il n'est guère étonnant que cela ne soit pas une priorité. C'est Jean Dieudonné qui relance cette possibilité, face au constat de l'échec de plus en plus inévitable des autres options, dans une lettre à Henri Cartan du 27 janvier 1947 [124]. Il explique qu'André Weil souhaiterait prendre un congé d'une année pour

121. Voir [Gut13, p. 79].
122. Voir [Ver17] pour un exemple d'un tel travail dans le cas des sciences physiques.
123. Voir [Aud11, p. 557].
124. Voir [Boua, hcco096].

venir en France et aimerait être nommé directeur de recherche pour la durée de son séjour. Il demande alors ce qu'en pense Henri Cartan, s'il peut faire « une enquête discrète auprès des gens dont ça dépend » et demande la date à laquelle il faut faire la demande. Cette intention est ensuite précisée par une lettre d'André Weil à Henri Cartan du 2 février 1947 [125]. Après avoir expliqué qu'un changement de règlement au niveau des Relations culturelles a induit une baisse des traitements de Jean Dieudonné et André Weil au Brésil, combiné à une forte inflation, il écrit :

> En attendant que tout ça s'éclaircisse, il me semble qu'il y aurait lieu de demander pour moi une direction de recherches, pour la rentrée prochaine. Si même il était possible (?) d'obtenir une nomination de directeur de recherches, pour ordre et sans traitement, pendant que je suis encore au Brésil, il en résulterait pour moi, en vertu du nouveau règlement en question (qui base les traitements ici sur les traitements français, et assimile spécifiquement les directeurs de recherches aux professeurs de la Sorbonne), une très sensible augmentation qui arrangerait bien mes affaires. Peux-tu mettre ça en train au plus tôt ? [126] [Boua, hcco089]

Ainsi, l'option d'une direction de recherche est d'abord envisagée comme une solution d'attente, non pas pour pouvoir revenir en France, mais pour avoir un meilleur salaire. Cela a dû surprendre Henri Cartan puisque, si un poste au CNRS peut être pratique pour revenir rapidement en France avant d'obtenir une autre situation, ce n'est clairement pas pour qu'André Weil reste à l'étranger. C'est ce qu'il lui écrit dans sa lettre du 14 février 1947 :

> J'approuve fort la solution d'attente d'une Direction de recherche, mais vu les expériences décevantes du passé, je me montre prudent dans l'estimation des chances. Pour préciser, tu sais qu'une telle nomination doit être approuvée par le "Directoire" du CNRS ; or Teissier, qui est directeur, est un être buté, qui du reste a voté l'autre jour contre Pisot, et je crains son hostilité à ton égard. Il ne servirait de rien que la Commission des math. vote pour ta direction de rech. si Teissier devait l'arrêter. C'est pourquoi j'ai pris les devants : passant juste quelques heures à Paris dimanche dernier, j'ai joint Pérès, qui est un type bien, et est sous-directeur au CNRS. Il doit se charger de sonder Teissier et de lui parler raisonnablement. J'attends ce que Pérès me dira. Il y a assez *urgence*, car, en vertu d'un nouveau règlement, les demandes non parvenues le 31 mars ne pourront être envisagées non seulement en mai, mais même en octobre, et il faudra attendre un an ! Je pense donc t'envoyer bientôt par avion les papiers nécessaires dès que je les aurai. D'autre part, étant donné ce que je viens de t'expliquer, je ne crois pas que tu aies une chance quelconque d'obtenir une Direction (même purement honorifique) si tu devais rester à l'étranger ; et tu me mettrais dans une position délicate, puisque mon grand argument est qu'il faut absolument que tu puisses rentrer en France. [Boua, hcco095] [127]

Neuf mois après avoir écrit que la nomination d'André Weil à une direction de recherche ne

125. Voir [Boua, hcco089], lettre reproduite [Aud11, pp. 145-149].

126. Dans une nouvelle lettre du 18 février, André Weil écrit dans un post-scriptum : « Que penses-tu de demander pour moi une direction de recherches ? », [Boua, hcco096], lettre reproduite [Aud11, pp. 178-180]. C'est étonnant qu'il réécrive à Henri Cartan à ce propos : il est probable qu'il ait oublié qu'il lui avait déjà écrit à ce sujet une quinzaine de jours auparavant, ou bien qu'il soit impatient d'avoir une réponse.

127. Lettre reproduite [Aud11, pp. 168-177].

devrait pas poser de problèmes, Henri Cartan mitige maintenant les chances de succès de cette initiative. Les échecs successifs et les hostilités rencontrées à l'égard d'André Weil l'ont résolu à être plus prudent. La récente opposition de Georges Teissier, comme l'écrit Henri Cartan, à la nomination de Charles Pisot pour un poste à Rennes [128], lors d'un vote du comité consultatif qui s'est conclu en faveur de Marie Charpentier [129], l'oblige à envisager qu'il pourra faire de même pour André Weil. Étant directeur du CNRS et faisant donc, de fait, partie du comité directeur de cet organisme, il a un pouvoir décisif sur les nominations des directeurs de recherche. Supposant que c'est ce comité qui ferait le plus de difficultés pour nommer André Weil à un tel poste, plutôt que la commission de mathématiques qui devrait facilement approuver les arguments en faveur de ce dernier, Henri Cartan entreprend des sondages auprès de Joseph Pérès, sous-directeur du CNRS. Enfin, il précise clairement que cette candidature doit avoir pour objectif de le faire revenir en France, puisque c'est son principal argument.

Joseph Pérès fait suite à la conversation téléphonique avec Henri Cartan dans une lettre à ce dernier, le 21 février 1947 :

> J'aurais déjà dû vous écrire le résultat de mes conversations au sujet de l'attribution d'une direction de recherches à André Weil. L'ambiance n'est pas très favorable et je ne peux pas du tout vous garantir le succès d'une proposition faite à cet effet.
>
> Il y aurait certainement des oppositions assez vives et, chez d'autres, la crainte de se trouver désarmé devant d'autres demandes, bien moins intéressantes à coup sûr.
>
> Il ne me paraît donc pas indiqué que Weil pose officiellement sa candidature. Vous m'aviez d'ailleurs dit, je crois, que vous ne l'engageriez à le faire que si on avait la quasi-certitude de succès et ce n'est pas le cas.
>
> Mais je pense qu'il serait utile, pour préparer l'avenir, que la question soit posée. Il me semble que vous pourriez demander à la Commission de Mathématiques de la discuter, en faisant état, par exemple, d'une lettre que Weil vous écrirait, en y exprimant son désir de rentrer en France, et en demandant à la Commission d'émettre un voeu qui serait transmis au directeur du Centre. Même si l'on n'aboutit pas ainsi on aura posé la question et on aura une idée précise des difficultés. [Boua, hcco097] [130]

Henri Cartan répond à cette lettre dès le lendemain :

> Je vous remercie de votre longue lettre du 21 février, qui malheureusement me cause du souci.
>
> Tout d'abord, je crains de ne m'être pas clairement expliqué au téléphone : je n'ai jamais eu l'idée qu'il faudrait attendre une quasi-certitude de succès pour engager Weil à poser sa candidature à une Direction de Recherches. Ce que j'aurais désiré savoir, c'est si M. Teissier ne mettrait pas un véto absolu dans l'éventualité d'un vote favorable de la Commission de Mathématiques ; et je dois avouer que

128. Je présente la situation de Charles Pisot dans la section 5.2.
129. Respectivement sept voix pour elle et quatre pour lui, voir la lettre d'Henri Cartan à Marcel Brelot du 2 février 1947, [Breb] ou celle à Jean Delsarte du 11 mars 1947, [Boua, hcco110], lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 562-563].
130. Lettre reproduite [Aud11, p. 557]. D'après le document dans les archives Bourbaki, la transcription de « mes conversations » en « notre conversations » est une erreur d'inattention qui ne laisse aucun doute.

> je comptais un peu sur votre appui pour vaincre l'hostilité de M. Teissier, qui est parfois intransigeant sur certaines questions de principe.
>
> Je suis d'accord avec vous sur l'opportunité qu'il y a de *poser la question.* Mais y a-t-il intérêt à adopter une procédure détournée ? En quoi un voeu vague de la Commission des Mathématiques préparerait-il l'avenir ? Un tel voeu n'engagera nullement la responsabilité d'une Commission qui, en outre, peut changer d'une année à l'autre en cas d'élections.
>
> D'ailleurs, en ce qui concerne André Weil, il ne s'agit pas seulement d'avenir ! Son contrat au Brésil va expirer dans peu de mois. Il s'agit, pour lui, de savoir s'il va le renouveler ou accepter une situation aux Etats-Unis, ou si au contraire il va rentrer en France, comme il en manifeste constamment le désir très vif. Pour cela, nous devons lui fournir les possibilités matérielles de son retour. Il semble donc que chaque personne responsable, en France, doive être amenée à prendre dès maintenant ses responsabilités, d'une façon aussi nette que possible.
>
> Vous connaissez mon point de vue sur la question, et je crois d'ailleurs que le vôtre s'y accorde au moins en partie. Mais dans cette affaire, je suis surtout le porte-parole de toute une génération de mathématiciens français. Vous avez d'ailleurs pu constater qu'il n'a pas été facile de trouver un candidat pour la deuxième ligne au Collège de France, malgré des propositions qui pouvaient à bon droit être considérées comme flatteuses. S'il est compréhensible qu'on doive tenir compte de l'opinion de certains qui estiment que la place de Weil n'est pas dans un poste d'*enseignement* (et par suite d'éducation de la jeunesse), on ne peut pas non plus braver une autre partie de l'opinion qui ne comprendrait pas qu'un poste aussi discret que celui de Directeur de Recherches fût refusé à un homme de la valeur scientifique d'André Weil. [Boua, hcco098] [131]

Henri Cartan commence donc sa lettre en corrigeant un malentendu : il ne s'agit pas d'avoir la certitude d'une réussite de la candidature d'André Weil, mais celle d'une absence de veto du directeur du CNRS. Joseph Pérès proposait alors de demander à la commission de mathématiques d'émettre un vœu sur une éventuelle candidature. En réponse, Henri Cartan souligne directement la faible valeur d'une telle démarche et l'inadéquation avec la situation : il ne s'agit pas de tergiverser sur un retour d'André Weil en France permis par le CNRS, mais d'avoir une réponse claire. En expliquant cela, Henri Cartan fait écho à l'avis de Joseph Pérès sur l'existence d'oppositions assez vives et d'autres personnes qui manqueraient de courage en voulant éviter le clivage, alors même que les autres candidatures seraient moins intéressantes.

Henri Cartan utilise également les arguments employés dans les autres campagnes pour obtenir un poste pour André Weil en France : l'important désir de revenir et l'envie « de toute une génération de mathématiciens français » qui souhaitent retrouver un camarade de valeur. À ce titre, il exploite la difficulté de trouver un candidat pour la deuxième ligne au Collège de France comme argument en expliquant implicitement que les réticences pour une telle candidature seraient dues à la volonté de ne pas s'opposer au retour d'André Weil en France. Il utilise un nouvel argument qui est spécifique à un poste de directeur de recherche et qu'il présente alors comme un bon compromis par rapport à d'autres postes. Puisque ce n'est

131. Lettre reproduite [Aud11, pp. 557-558].

pas un poste d'enseignement, et donc qu'il ne pourra pas transmettre directement à la jeunesse les opinions qui vont avec les agissements d'André Weil qui lui sont reprochés, une direction de recherche permettrait d'avoir une reconnaissance discrète de la valeur d'André Weil pour la science française.

Alors qu'il n'est pas au courant de cet échange, André Weil, qui reprécise le compromis par rapport à une situation au Brésil [132] suite au rappel d'Henri Cartan que son principal argument est son retour en France, anticipe, dans une lettre du 21 février, les difficultés qui peuvent se présenter :

> Pour mes affaires personnelles : il me paraît indiqué de poser *de toute manière* ma candidature à une direction de recherches, *même* si tes sondages donnent un pronostic défavorable. Si (comme il est naturel) les staliniens et leurs associés ont décidé que je ne dois pas rentrer en France, et si (ce qui est tout de même un peu étonnant) les non-staliniens sont trop lâches pour mettre bon ordre à tout ça (ce n'est pas, bien sûr, pour Bourbaki que je parle, mais pour tous ceux qui, à divers titres, se salissent les doigts à vouloir caresser des leviers de commande qu'ils sont bien incapables de prendre en main), il vaudrait mieux être fixé là-dessus une bonne fois ; si je l'avais été un peu plus tôt, je n'aurais peut-être pas méprisé si dédaigneusement l'offre de Chicago ! [Boua, hcco099] [133]

Comme Henri Cartan, il souhaite que les « lâches » qui « craignent de se trouver désarmés » prennent clairement position et leurs responsabilités. Cependant, il est beaucoup plus précis sur les personnes qui s'opposeraient fermement à son retour puisqu'il le reproche très clairement aux « communistes ». André Weil revient sur l'opposition politisée à son retour, notamment à cause de son insoumission au début de la guerre puis de son départ aux États-Unis, dans le premier post-scriptum de sa lettre :

> Tu as tort de dire que Teissier est un être buté. Il applique les consignes du "Parti", et voilà tout ; de même les Joliot, Roubault, et tutti quanti ; les uns les appliquent d'une manière cassante, les autres d'une manière sournoise, mais, même là, les consignes jouent un rôle aussi important que le tempérament personnel de l'individu. Par malheur, l'affaire du Collège, entreprise par vous avec (évidemment) les meilleures intentions (et au prix d'un sacrifice personnel de ta part) mais aussi avec quelques illusions sur la bonne fois des gens à qui vous aviez affaire, a attiré l'attention sur moi ; peut-être le Parti n'avait-il pas formulé de consigne à mon sujet avant cette affaire (ce n'est d'ailleurs pas sûr), il en a sûrement maintenant. [Boua, hcco099]

Ce qu'écrit André Weil est clair : il pense que « le parti communiste » est opposé à son retour en France et que, par conséquent, les « communistes » qui ont du pouvoir au CNRS vont essayer de l'en empêcher. André Weil, qui n'est explicitement pas communiste, a cependant une bonne

132. Précisément : « D'ailleurs, je n'envisagerais en aucun cas une direction de rech. "à titre honorifique" ; je posais la question de savoir si la nomination ne pourrait être quelque peu anticipée pour que mon traitement pendant que je suis encore au Brésil en bénéficie. De toute façon, je resterais d'ailleurs ici jusqu'à fin novembre (approximativement) ; et, bien entendu, je demanderais le renouvellement de mon contrat ici (à moins que vous n'ayez quelque chose de palpable à m'offrir), avec un congé qui me permette d'aller faire le métier (?) de directeur de rech. en France pendant une année scolaire. »

133. Lettre reproduite [Aud11, pp. 181-186].

connaissance de ce milieu, notamment par sa sœur, Simone Weil [134]. Les engagements politiques de Frédéric Joliot et de Georges Teissier au sein du parti communiste sont avérés et assurément connus [135]. Parce qu'ils étaient tous deux résistants, André Weil peut légitimement penser qu'ils sont opposés à son retour en France à cause de son antipatriotisme lié à son insoumission [136]. Les déboires de la guerre qui ont joué en faveur de Jean Leray pour son élection au Collège de France sont également un désavantage pour les candidatures d'André Weil. Pire, il suppose que la campagne en sa faveur au Collège de France a attiré l'attention du parti communiste sur lui... et le reproche explicitement à Henri Cartan et Jean Delsarte !

Dans une nouvelle lettre du 1er mars 1947, André Weil explique qu'il accepte la nouvelle offre plus raisonnable de l'université de Chicago. Cependant, il ajoute qu'il ne faut pas abandonner les démarches tant qu'il n'a pas signé, et que, dans tous les cas, cela pourra servir si les perspectives françaises s'améliorent, s'il ne supporte plus sa situation à Chicago ou s'il souhaite rentrer en France [137]. Le 4 mars 1947, Henri Cartan répond à la lettre du 24 février d'André Weil en lui expliquant qu'il est absolument d'accord avec lui pour poser, dans tous les cas, une candidature au CNRS. Après lui avoir demandé de lui retourner les formulaires correspondants qu'il lui a envoyés par avion le 28, il lui fait un compte rendu de sa correspondance avec Joseph Pérès. Il résume la situation en ces termes : « Bref, personne ne tient à prendre franchement la responsabilité d'un refus à ton sujet, mais on manoeuvre doucement pour t'écarter [138]. » L'impression d'Henri Cartan confirme donc ce qu'André Weil pressentait dans sa lettre du 24 février.

Joseph Pérès écrit de nouveau à Henri Cartan le 6 mars 1947. Il explique qu'après avoir discuté avec Georges Teissier et d'autres membres du directoire du CNRS il n'y aura pas de « veto absolu », de leur part, si la commission de mathématiques est favorable à la candidature d'André Weil. Il poursuit :

> Je pense que nous demanderons à la Section de Mathématiques d'en discuter toutes sections réunies (Maths pures, Statistiques et Théories Physiques, Astronomie et Physique du Globe, Mathématiques appliquées et Mécanique Générale) mais cela n'aura pas le caractère d'une discussion Spéciale au cas particulier de Weil, car cette procédure serait appliquée pour toutes les désignations de Maîtres et Directions de

134. Par exemple : « Ma sœur, poursuivant sa carrière mouvementée, avait commencé à accueillir assez souvent ses amis allemands chez nos parents, que parfois désolaient leurs séjours prolongés. C'étaient pour la plupart des socialistes ou communistes dissidents, échappés à Hitler. Même Trotski fut une fois, à mon insu, hébergé dans mon studio, à la fin de 1933. Tout ce va-et-vient me procurait des aperçus sur l'évolution de la situation politique, sans me donner la moindre envie de m'en mêler. A la Faculté de Strasbourg on savait à peu près qui était "de gauche" et qui était "de droite", et sans doute on me comptait parmi ceux-là. » [Wei91, p. 101], ou bien : « Ma sœur avait trop de contacts avec les milieux communistes dissidents pour qu'il ne m'en soit pas revenu bien des échos. Parmi les intellectuels « de gauche», elle a été l'un des premiers, non seulement à perdre ces illusions et ouvrir les yeux sur la nature véritable du régime stalinien, mais encore à percevoir que le mythe du bon Lénine opposé au méchant Staline était une illusion aussi. » [Wei91, pp. 112-113].

135. Voir, par exemple, [Gut13, pp. 116-117], à propos de Georges Teissier : « Il n'est pas injuste de le dire : l'engagement politique a parfois influencé l'engagement scientifique. »

136. Pierre Cartier a notablement écrit : « Mais le parti "patriote" ne désarmait pas contre lui ; Chevalley subit les contrecoups de la campagne anti-Weil, bien qu'il eût passé les années de guerre à Princeton de la manière la plus légale. Aux termes d'une dialectique souvent évoquée par Weil, il n'était pas étonnant que les "oiseaux de basse altitude" se soient chagrinés du retour des deux aigles. Mais le plus acharné du parti patriote était Jean Leray, mathématicien éminent et justement respecté pour sa science. », [Car98, p. 9].

137. Voir [Boua, hcco102], lettre reproduite [Aud11, pp. 187-188].

138. Voir [Boua, hcco104], lettre reproduite [Aud11, ppp. 189-193].

> Recherches. D'autre part nous demanderons aussi l'avis de l'Enseignement Supérieur et l'idée a été émise que le problème serait moins délicat si l'Ens^{t} S^{r} pouvait réintégrer Weil, de sorte qu'il n'y aurait plus ensuite qu'une question de détachement au CNRS. [...] Il est clair que tout ce qui pourra nous préciser la position actuelle de Weil par rapport au Ministére de l'Education Nationale sera renseignement utile. [Boua, hcco106]

La nouvelle procédure proposée pour avoir l'avis de la section de mathématiques avant celui du directoire du CNRS, qui serait généralisée pour que ce cas ne soit pas spécifique à celui d'André Weil, est accueilli favorablement par Henri Cartan qui lui répond le 8 mars 1947 [139]. De plus, puisque c'est lui qui avait pris les devants et fait les démarches pour la réintégration, Henri Cartan clarifie directement la situation d'André Weil par rapport au ministère de l'Éducation nationale [140].

Dans une lettre du 4 mars 1947, André Weil confirme qu'il accepte l'offre de Chicago mais que cela n'empêche pas un éventuel retour en France, en 1948 ou plus tard, et qu'il ne voit pas d'intérêt à se faire naturaliser américain [141]. Trois jours plus tard, André Weil renvoie les formulaires pour sa candidature au CNRS qu'Henri Cartan lui a envoyé par avion. Il précise que c'est bien une contre-assurance en cas d'échec des dernières négociations pour Chicago et demande à Henri Cartan de seulement transmettre sa candidature et de ne faire aucune autre démarche : André Weil l'avertira lorsqu'il aura signé à Chicago afin que sa candidature soit immédiatement retirée [142].

Dans une lettre à André Weil du 11 mars, Henri Cartan écrit qu'il espère recevoir bientôt les documents pour la candidature au CNRS et lui fait part de l'échange qu'il a eu avec Joseph Pérès les 6 et 8. À ce propos, il précise : « on fera ce qu'on pourra pour empêcher ce vote favorable [à André Weil, de la section de mathématiques] (c'est moi qui le dis, et le pense) [143] ». Il écrit le même jour à Jean Delsarte et lui fait également part de son échange avec Joseph Pérès. La stratégie qu'il souhaite alors adopter devient radicale :

> Si je te raconte tout cela en détail, c'est pour que tu sois averti et puisses éventuellement agir en conséquence. Il est clair que, par tous les moyens détournés, on mettra des bâtons dans les roues. A nous de marquer clairement notre volonté, et de déjouer si possible les manoeuvres. La bataille est déjà engagée. Elle se livrera notamment à la réunion des sections réunies, en mai ; seras-tu de retour ? Il faut un front compact d'une bonne partie des mathématiciens, et il faut des gens décidés :

139. Précisément : « La convocation d'un vaste aéropage pour la désignation d'un Directeur de recherches est une innovation qui peut être intéressante, car ce sera la première fois que les membres de commissions diverses auront l'occasion de se réunir et de confronter leurs doctrines, doctrines qui, jusqu'à présent, varient quelque peu avec les commissions. », [Boua, hcco108].

140. Précisément : « Révoqué en janvier 1946, il a été réintégré en juin 1945 dans sa chaire de Strasbourg, et, par le même décret, placé "hors cadre" (ce qui a libéré sa chaire) et mis à la disposition des Relations avec l'Etranger ; ceci n'a fait que régulariser sa situation de fait au Brésil. Je ne vois donc aucune difficulté d'ordre administratif. La position "hors cadre" prend fin lorsque l'intéressé est à nouveau pourvu d'une chaire, à condition bien entendu qu'une telle chaire existe et qu'on soit d'accord pour la lui donner. En ce qui concerne Weil, le cas ne s'est pas encore présenté. », [Boua, hcco108].

141. Voir [Boua, hcco103], lettre reproduite [Aud11, pp. 194-195]. André Weil ne s'est pas fait naturaliser, voir par exemple [Aud11, note 195.6, p. 561].

142. Voir [Boua, hcco107], lettre reproduite [Aud11, p. 196].

143. Voir [Boua, hcco109], lettre reproduite [Aud11, pp. 197-199].

> 1° à faire connaître catégoriquement *à l'avance* leur façon de voir ; 2° à démissionner en bloc du CNRS en cas d'échec au vote de la Commission (mais ceci, sans nécessairement le programmer à l'avance ?). As-tu des suggestions précises à proposer, et comment comptes-tu agir pour ta part ? [Boua, hcco110] [144]

Le 12 mars 1947, Henri Cartan écrit à André Weil en réponse à sa lettre du 4 mars. Il commence par expliquer qu'il n'a pas reçu sa précédente lettre, celle du 1er mars qu'il recevra finalement le lendemain [145], où André Weil lui communique les dernières nouvelles de sa situation par rapport à Chicago. Henri Cartan fait alors le point sur les dernières lettres qu'il a envoyées de son côté. Il poursuit en écrivant qu'« [a]vec la vague promesse (et encore !) d'une Dir. de rech. il est difficile de lutter contre Chicago [146] ». Avec les éléments qu'il a en main, Henri Cartan ne peut en effet pas obtenir une meilleure situation pour André Weil en France, en comparaison de celle qu'il devrait avoir à Chicago. Il explique également qu'il voit « avec mélancolie arriver le dénouement de l'affaire », même s'il reste content que son ami arrive à se trouver un poste correct. Henri Cartan souhaite assurément qu'André Weil retrouve un poste en France afin de pouvoir le voir plus régulièrement que s'il était à l'étranger. Par ailleurs, Henri Cartan demande à André Weil de lui dire clairement ce qu'il doit faire concernant sa candidature au CNRS et explique qu'il attend toujours le retour des documents qu'il lui a envoyés le 28.

De son côté, André Weil répond le 14 mars à la lettre d'Henri Cartan du 4. Il commence par expliquer qu'il suppose qu'Henri Cartan a reçu les documents pour la direction de recherche au CNRS. Il répond ensuite clairement à la question d'Henri Cartan, sans l'avoir encore reçue : « Jusqu'à nouvel ordre, il est essentiel de maintenir ferme cette candidature ; après confirmation de Chicago (début avril ?) on pourra voir si on doit la retirer, sans plus, ou la laisser quelque temps encore suivre son cours [147]. » Il continue ainsi, comme dans sa lettre du 1er mars, à ne pas abandonner cette candidature en cas de retournement de situation de dernière minute pour Chicago. Même s'il obtient effectivement ce poste, la poursuite éventuelle de sa campagne de candidature peut permettre de mieux connaître l'opinion des différents électeurs au CNRS. Il continue alors en exposant son ressenti par rapport à Joseph Pérès :

> Ce que tu écris de Pérès ("un type bien", disais-tu dans ta précédente lettre !) confirme bien que je suis maintenant sous le coup d'une exclusive du P.C., avec toutes les conséquences que ça comporte. Grâce à l'esprit de Bourbaki, qui m'a visiblement protégé en toute circonstance, je ne serai sans doute plus à la merci de ces gens-là. J'espère du moins que je ne risque rien à venir passer 2 mois en France à la fin de l'année ? Qu'en penses-tu ? Ce n'est pas du tout par plaisanterie que je pose la question.

André Weil a donc l'impression, d'après les retours d'Henri Cartan, que le « parti communiste » ne souhaite absolument pas qu'il revienne en France et essaye de tout faire pour l'en empêcher. Il semble également avoir peur que, bien qu'il ait déjà été jugé pour ça, son insoumission pendant le début de la guerre lui cause de nouveaux problèmes. Heureusement, « l'esprit de Bourbaki [148] », qui le protège en lui permettant d'obtenir un poste à Chicago, lui permet d'avoir

144. Lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 562-563].
145. Comme indiqué sur l'exemplaire de la lettre conservée par Henri Cartan.
146. Voir [Boua, hcco111], lettre reproduite [Aud11, pp. 200-202].
147. Voir [Boua, hcco112], lettre reproduite [Aud11, pp. 203-205].
148. Voir [Bea99] sur le vocabulaire, les blagues et les jeux de mots autour de Bourbaki.

une situation qui ne dépend pas uniquement des envies des « communistes ». André Weil écrit de nouveau à Henri Cartan le 21 mars 1947, après avoir reçu les lettres de ce dernier des 11 et 12 mars. Avec les dernières informations sur la situation de sa candidature au CNRS, il explique : « Si je ne me croyais pas à peu près sûr de mon affaire à Chicago, ce que tu écris de "ma" dir. de rech. m'inquiéterait énormément [149]. » Il continue cependant de considérer cette candidature comme une « assurance » en cas d'échec imprévu à Chicago. Il rappelle également qu'il lui a renvoyé les documents pour sa candidature par retour de courrier. Dans une lettre du 23 mars 1947, Henri Cartan informe André Weil qu'il a déposé son dossier complet au CNRS « mardi dernier », le 18 donc [150].

Jean Delsarte fait également un point sur la situation d'André Weil dans une lettre à Henri Cartan du 18 mars 1947. Il écrit qu'André Weil accepte la nouvelle offre de Chicago, mais maintient sa candidature au CNRS jusqu'à ce qu'il ait signé son contrat. Il poursuit alors en écrivant :

> Il y a donc toute chance que la bataille, en Mai, n'ait pas lieu... Dommage, j'aurais voulu voir cela, pour mesurer la lâcheté et l'envie des uns et des autres. L'immanquable laïus de Leray, où il aurait été question de l'honneur de la France et de l'héroïsme des prisonniers de 1940, n'aurait pas manqué d'être fort intéressant... Toutes sections réunies, tu parles d'un honneur. [Boua, hcco114] [151]

Par rapport à la tournure des événements rapportée par Henri Cartan, Jean Delsarte suppose que les discussions sur la candidature d'André Weil au Collège de France, qui risquent finalement de ne pas avoir lieu, auraient permis d'avoir une vision claire des différentes opinions. À ce titre, il pense que Jean Leray se serait opposé à André Weil en comparant leurs deux sorts pendant la guerre. Si la position de Jean Leray par rapport à André Weil ne les intéresse pas particulièrement, avoir connaissance de celles des autres membres de la section de mathématiques et du directoire du CNRS leur permettrait de mieux envisager l'avenir d'André Weil en France. C'est la raison pour laquelle André Weil ne considère pas qu'il faut directement retirer sa candidature quand il aura signé à Chicago, comme il l'écrit à Henri Cartan dans une lettre du 26 mars 1947 :

> Ce qui m'amène à "ma" dir. de rech. ! Comme Delsarte le constate de son côté, il est bien évident que, dans cette fameuse séance "toutes sections réunies", vous seriez mis en minorité, après quoi, bien sûr, vous pourriez prononcer quelques paroles bien senties et donner votre démission ; pour la beauté du fait, ce ne serait pas mal, mais le bénéfice serait maigre. J'aperçois, quant à moi, trois méthodes : 1) retirer dès maintenant ma candidature, puisqu'après la lettre de Stone, on peut considérer que l'affaire de Chicago est réglée ; 2) laisser courir, en considérant que je n'ai pas à retirer ma candidature tant que le contrat avec Chicago n'est pas effectivement signé, ce qui aboutira à la séance où vous serez mis en minorité et démissionnerez avec éclat ; 3) une solution intermédiaire, dont je serais assez partisan, qui consisterait à laisser courir *jusqu'à la séance* ; toi, ou Delsarte, arriveriez en séance avec une lettre de moi en poche, annonçant ma nomination à Chicago et retirant ma candidature, lettre

149. Voir [Boua, hcco115], lettre reproduite [Aud11, pp. 206-207].
150. Voir [Boua, hcco117], lettre reproduite [Aud11, pp. 208-210].
151. Lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 565].

> que vous liriez dès que la question de ma candidature viendrait sur le tapis, sans laisser s'engager la discussion, et en l'accompagnant de commentaires appropriés. Pour fixer les idées, je t'envoie ci-joint la lettre en question non datée (tu y mettrais la date de manière à paraître l'avoir reçue le jour même, malice cousue de fil blanc qui ne tromperait personne, mais peu importe). Au lieu d'avoir le plaisir de vous faire battre, vous auriez celui de voir s'allonger considérablement un certain nombre de visages, ce qui est appréciable. Il n'est même pas impossible qu'à la faveur du désarroi vous puissiez faire voter séance tenante un voeu platonique, du genre de celui qu'envisageait Pérès, sur l'intérêt qu'il y aurait pour les mathématiques françaises à me récupérer un jour ; un tel voeu pourrait renforcer beaucoup la position d'Auger le jour où il voudrait proposer la création d'une chaire en ma faveur (cf. sa conversation récente avec Delsarte). Bref, c'est ce dernier parti que je te propose ; j'écris dans le même sens à Delsarte, avec qui tu n'as qu'à te mettre d'accord. [Boua, hcco119] [152]

André Weil commence donc par évoquer la proposition qu'Henri Cartan a faite à Jean Delsarte dans sa lettre du 11 mars : défendre la candidature d'André Weil dans la réunion des sections réunies et, puisqu'ils seront en minorité, démissionner. Ce dernier souligne alors que l'image serait forte, mais que cela ne ferait pas forcément avancer sa situation. Ce n'est cependant pas cette solution, ni celle de retirer de suite sa candidature, qui ont sa préférence. En effet, l'abandon direct ne lui apporte rien, tandis que la défense puis la démission, bien qu'envoyant une image forte, ne débloqueraient pas non plus sa situation. Il propose plutôt de conserver sa candidature et de la retirer, au moment d'aborder celle-ci, avec la lecture d'une lettre de sa main [153]. Il imagine que, dans cette configuration, les personnes présentes à la réunion seraient décontenancées et qu'il pourrait même être possible de faire voter une résolution du CNRS sur l'intérêt de voir André Weil revenir en France. Cette résolution pourrait ensuite faciliter la création d'une chaire à Nancy comme l'a proposé Pierre Auger [154]. Cette solution est moins radicale qu'une démission, mais les avantages restent tout de même très hypothétiques. André Weil confirme que c'est cette option du retrait en séance qui « reste valable » dans une lettre à Henri Cartan du 1er avril, en réponse à celle du 23 mars [155].

Finalement, le dénouement ne se passe pas comme prévu par les membres de Bourbaki. En effet, Henri Cartan écrit à Marcel Brelot le 8 mai 1947 qu'il ne pourra pas assister à la réunion de la commission du CNRS car il a été prévenu trop tard. Il regrette que la situation des non-parisiens ne soit pas réellement prise en compte et écrit une lettre de protestation en ce sens. Il demande également à Marcel Brelot s'il peut faire la même chose pendant la séance, ou par lettre s'il n'y va pas [156]. Henri Cartan prévient André Weil qu'il n'a pas pu aller à la réunion de la section de mathématiques du CNRS dans une lettre du 29 mai. Il précise que c'est parce qu'il n'a pas été prévenu assez longtemps à l'avance et parce qu'il était l'organisateur d'un colloque qui se tenait au même moment à Strasbourg. Puisqu'il avait discuté avec Joseph Pérès

152. Lettre reproduite [Aud11, pp. 211- 213].
153. Elle ne fait malheureusement pas partie des archives Bourbaki actuelles.
154. Voir la section 4.3 et, en particulier, la citation et l'analyse de la lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 18 mars 1947.
155. Voir [Boua, hcco121], lettre reproduite [Aud11, p. 214].
156. Voir [Breb].

de la candidature d'André Weil, Henri Cartan a supposé que « la correction exigeait qu['il] le prévienne, trois jours à l'avance, du retrait de [la] candidature » d'André Weil. C'est ce qu'il a fait [157]. Le 10 juin 1947, André Weil lui répond :

> Pour le CNRS, c'est une occasion perdue de protester avec bruit ; mais tout ça est si platonique, et ça n'est sûrement pas moi qui te reprocherai d'avoir préféré à ces séances du CNRS un colloque avec Fr. et St. ; ce que je te reproche, c'est de ne jamais daigner nous communiquer rien de ce que tu apprends dans ces réunions. [Boua, hcco138] [158]

Puisqu'André Weil a l'assurance d'avoir le poste à Chicago, la protestation symbolique au CNRS n'a plus vraiment d'importance et il considère que la participation d'Henri Cartan à un colloque est plus intéressante. Il émet cependant le souhait qu'Henri Cartan lui dise plus ce qui se passe dans de telles réunions afin, certainement, de préparer de meilleures stratégies à l'avenir.

157. Voir [Boua, hcco135], lettre reproduite [Aud11, pp. 229-231].
158. Lettre reproduite [Aud11, p. 236].

Chapitre 5

Des centres mathématiques intéressants

L'objectif initial du projet Bourbaki est la rédaction collective d'un traité d'analyse puis, rapidement, d'un traité plus général, les *Éléments de mathématique*. J'ai montré plus haut que les évolutions de carrières et le pouvoir universitaire sont également devenus des problématiques importantes, ou du moins largement discutées, au sein du groupe. Après une dizaine d'années de collaborations, les membres du groupe essayent non seulement de favoriser leurs activités individuelles, mais également celles collectives, qu'elles soient directement liées ou non à la publication bourbachique. En effet, forts de leurs premières réunions et congrès, ainsi que du fait d'avoir obtenu des premiers postes géographiquement proches, les membres de Bourbaki ayant le plus de pouvoir universitaire vont essayer de favoriser les placements de leurs amis et, en particulier, des autres membres de Bourbaki. En se trouvant progressivement regroupés et en développant des activités à Nancy, Strasbourg et São Paulo, l'opportunité de conquérir, développer et conserver des « centres mathématiques intéressants » devient de plus en plus importante.

5.1 Les centres mathématiques actifs de Nancy et Strasbourg

Avant la guerre, les membres fondateurs de Bourbaki cherchaient leurs premiers postes de titulaires et commençaient à s'installer. En parallèle du projet bourbachique, ils ont également développé des initiatives locales, notamment à Nancy et Strasbourg, à travers la création de la section de l'Est de la SMF, la reprise des *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg* ou la création d'un séminaire [1]. Si le développement s'est poursuivi lors du repli à Clermont-Ferrand pendant la guerre, par exemple en y attirant Laurent Schwartz [2], le contexte n'est pas comparable. Avec la volonté de participer à la tâche importante dans Strasbourg délivré, Henri Cartan met en avant, dans sa lettre à André Weil du 6 avril 1945, le fait d'y trouver « un centre mathématique intéressant, avec Ehresmann, Chabauty et Lichnérowicz [3]. » Il souligne également, à plusieurs reprises, l'importance de ne pas nuire à la progression de ses collègues strasbourgeois en ne demandant qu'un détachement.

1. Voir la sous-section 2.1.3 pour les deux premières initiatives et la section 2.4 pour le séminaire.
2. Voir [Sch97, p. 155].
3. Voir la sous-section 3.1.2.

Quand il écrit à André Weil à propos de la publication du livre sur l'intégration dans les groupes topologiques de ce dernier, Henri Cartan rappelle qu'il serait très intéressant qu'il paraisse dans les *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg* [4]. En particulier, il insiste sur le fait qu'elles sont « à cours [*sic*] de publications (voilà 15 mois que j'attends les épreuves de mon article sur les classes de fonctions) ; or il nous est indispensable de maintenir nos échanges et de ne pas laisser péricliter notre bibliothèque dont j'apprécie la richesse par comparaison à d'autres [5] ». Il rappelle ainsi l'utilisation de cet organe de publication comme moyen d'échange et, donc, appelle à continuer à enrichir une bibliothèque qu'ils estiment tous les deux [6]. Au début de l'année scolaire 1945–1946, la faculté des sciences de Strasbourg est également « la mieux dotée en personnel après Paris [7]. » Le centre mathématique intéressant pour Henri Cartan à Strasbourg est ainsi situé dans un département de mathématiques d'une faculté des sciences où les conditions de travail sont, pour la province, remarquables. André Weil le souligne également pour la fin de l'entre-deux-guerres [8].

Henri Cartan fait bien la distinction entre la faculté d'une ville et ce qu'il qualifie de « centre mathématique. » En effet, dans une lettre à Marcel Brelot du 7 janvier 1946, il écrit :

> Question bien épineuse et délicate ; car, si tu n'es pas choqué que je considère d'abord les intérêts de la Faculté de Strasbourg, et en particulier ceux de notre centre mathématique, tu dois te douter que je ne saurais voir d'un bon œil le départ éventuel de Lichné pour Grenoble ; j'en serais consterné. [...] je suis persuadé qu'il serait plus profitable à tous que des groupements comme celui des mathématiciens actuels de Strasbourg puissent subsister ; à Paris, il y a beaucoup de gens, mais l'atmosphère n'y est pas, on est pris dans le tourbillon général. [Breb]

Si un centre mathématique se développe donc de fait au sein d'une faculté, Henri Cartan semble considérer que, dans le cas de Strasbourg, c'est un sous-ensemble de cette dernière qui correspond à un groupement de mathématiciens. Il ne suffit cependant pas de se retrouver entre quelques mathématiciens qui s'entendent, comme l'écrit Henri Cartan à Marcel Brelot dans une lettre du 29 juin 1945 : « C'est très bien d'avoir un centre actif à Nancy-Strasbourg ; mais il faudrait y canaliser les étudiants. Sera-ce possible [9] ? » En plus d'avoir des activités collectives comme des discussions ou un séminaire, un centre mathématique intéressant doit, pour être actif, d'après ce qu'écrit Henri Cartan, endiguer des « étudiants ». Il y a une difficulté d'interprétation de l'emploi de ce terme par Henri Cartan. En effet, il y a déjà un bassin étudiant autour d'une faculté et, si c'est de ceux-là dont parle Henri Cartan, il est probable qu'il souhaite les faire participer pleinement aux activités du centre mathématique, par exemple en prenant part à un séminaire en plus des enseignements. Cela a par exemple été le cas de Jacques Feldbau au séminaire de Strasbourg en 1938–1939 [10]. Il est aussi possible qu'Henri Cartan pense plutôt à faire venir des étudiants de l'ENS dans le centre où il est en province. Dans ce cas là, en plus de ce qui est aussi valable pour les étudiants de province, il s'agit de pouvoir former aux intérêts

4. C'est ce qui avait été convenu depuis le début, voir 3.2.3.
5. Lettre d'Henri Cartan à André Weil du 17 mars 1940, voir [Aud11, p. 63].
6. André Weil fait une remarque similaire à celle d'Henri Cartan, voir [Wei91, p. 100].
7. « [A]vec 21 chaires et 15 maîtrises de conférences », voir la réponse de Pierre Auger, directeur de l'Enseignement supérieur, le 20 décembre 1945, à une requête du professeur Gabriel Foëx, [Arca, 2086w1].
8. Voir [Wei91, p. 100].
9. Voir [Breb].
10. Voir la section 2.4. Pour plus d'informations sur Jacques Feldbau, voir [Aud10].

et façons de faire des mathématiques de ce centre les étudiants qui ont le plus de chance de poursuivre une carrière en recherche mathématique. C'est également une occasion de montrer à de futurs collègues les avantages à travailler autour d'un tel groupement.

Avec sa femme Marie-Hélène Schwartz, Laurent Schwartz quitte Toulouse pour rejoindre Clermont-Ferrand sur les conseils d'Henri Cartan en 1940. Il rejoint ainsi, d'après ses écrits, une faculté des sciences qui, avec le repli de celle de Strasbourg, en fait « le premier centre mathématique de France, avant Paris [11]. » Encore une fois, l'instabilité de la situation politique et les disparités d'opportunités de poursuites des activités mathématiques ne permettent pas de comparer sérieusement un tel centre mathématique en période de guerre à d'autres en l'absence de conflits mondiaux. Le repli à la campagne de la famille Schwartz en est un bon exemple puisqu'il reste sans nouvelles de ses amis et collègues pendant une partie de la guerre et renonce au travail mathématique entre 1943 et 1944 [12]. Avec la libération de la France, la situation évolue et de nouvelles opportunités se présentent :

> Dieudonné qui avait passé l'année scolaire 1944-1945 à Nancy où il avait été nommé dès avant la guerre, et Delsarte, qui s'y trouvait aussi, luttaient énergiquement dès 1945 contre le courant dominant, et souhaitaient faire de Nancy un grand centre mathématique. Ils ne tardèrent pas à me proposer de les rejoindre. Dieudonné n'y avait posé qu'une condition : que nous résidions à Nancy et non à Paris. La perspective m'enchantait tout simplement, et le déménagement à Nancy eut lieu au début de l'automne 1945. [Sch97, p. 268]

En plus de la présence d'Henri Cartan, Claude Chabauty, Charles Ehresmann et André Lichnérowicz à Strasbourg, celle de Jean Delsarte, Jean Dieudonné et Laurent Schwartz à Nancy permet d'avoir un regroupement de mathématiciens qui partagent plusieurs intérêts mathématiques entre Nancy et Strasbourg. La requête de Jean Dieudonné à propos du fait de résider à Nancy a alors très certainement comme objectif d'avoir une présence effective de Laurent Schwartz à Nancy. En étant sur place, il peut ainsi être plus facilement présent aux différentes activités du centre mathématique que s'il devait s'y déplacer à chaque fois, en plus de ses enseignements. Il est également possible que le but soit d'écarter Laurent Schwartz du « tourbillon général » parisien. Dans tous les cas, ce dernier a qualifié ses années nancéennes d'« idylliques », avec des « séminaires [...] magnifiques » et habitant « à cinq minutes de n'importe lequel des collègues [13] ».

Laurent Schwartz fait également un bilan de la canalisation des étudiants :

> Comme les meilleurs étudiants de France allaient d'abord dans les grandes écoles, ou dans quelques universités prestigieuses, Paris, Strasbourg, Grenoble, il ne restait pas à Nancy beaucoup d'étudiants s'orientant vers la recherche. [...]
>
> La situation changea de façon très intéressante en 1947, grâce à Henri Cartan. [...] Il se fit de nouveau détacher à Strasbourg après la guerre et y resta jusqu'en octobre 1948 [*sic :* 1947]. Il avait la responsabilité lointaine des jeunes normaliens, mais ne leur dispensait pas d'enseignement. [...] [Sch97, p. 289]

11. Voir [Sch97, p. 155].
12. Voir [Sch94, p. 9].
13. Voir [Sch94, p. 10].

> Et Nancy ? En 1947, alors qu'il était encore à Strasbourg mais organisait à distance la formation des normaliens, Cartan se faisait beaucoup de soucis pour ces "orphelins" sur le plan scientifique. Il parvenait à peine à former les futurs analystes. Dieudonné lui conseilla d'en envoyer quelques-uns à Nancy, "capitale" de l'analyse. André Blanchard et Bernard Malgrange passèrent ainsi le premier semestre de leur deuxième année à Nancy en 1947–1948, et l'année suivante, François Bruhat et Marcel Berger. Mais cela s'arrêta là : un autre professeur chargé des normaliens, Maurice Janet, s'opposa hélas à ce système : "Il n'y a qu'une École normale, c'est celle de la rue d'Ulm, et les élèves doivent y passer leur scolarité." Plus de normaliens pour nous. [Sch97, p. 290]
>
> [...]
>
> Je tournai une nouvelle page en 1952. Malgré les excellents jeunes chercheurs que nous y avions reçus de façon épisodique, car ils n'y restaient pas, je résolus de quitter Nancy. La source normalienne s'était tarie. Je sentais combien il me faudrait toujours lutter pour avoir des élèves. [Sch97, p. 328]

Laurent Schwartz revient sur le problème posé par Henri Cartan : canaliser les étudiants qui s'orientent vers la recherche dans les centres mathématiques. Ces derniers se dirigeant alors de façon préférentielle vers les établissements les mieux établis, à commencer par l'ENS. C'est en accueillant des étudiants de cette école que la faculté et le centre mathématique de Nancy réussissent à obtenir des élèves voulant s'orienter vers la recherche.

Laurent Schwartz souligne l'importance du rôle d'Henri Cartan, en tant que « chargé des normaliens ». Cette vague notion est trompeuse. Henri Cartan fait son service d'enseignement à l'ENS à partir de 1940, mais n'a pas, sauf erreur de ma part, de responsabilité supplémentaire envers ces étudiants. Il semble plutôt que c'est parce que c'est « grâce à l'appui du directeur adjoint Georges Bruhat, le premier professeur à faire l'intégralité de son service rue d'Ulm depuis la réforme de 1903 : il est dès lors en position d'exercer un magistère inédit [14]. » Henri Cartan est particulièrement impliqué et intéressé par son service à l'ENS, comme le montre son séminaire de topologie en 1941–1942, mais il n'a pas de responsabilité officielle spécifique dans leur formation ou leur devenir [15]. C'est très certainement juste en conseillant à des normaliens d'aller à Nancy que quelques-uns y vont. Après deux années, Maurice Janet, qui n'est pas plus responsable des normaliens qu'Henri Cartan, s'oppose alors à ce dernier [16] pour que les étudiants de l'ENS aient l'obligation d'effectuer l'ensemble de leur scolarité à Paris.

C'est donc en suivant les conseils d'Henri Cartan que deux normaliens viennent passer un semestre à Nancy en 1947–1948 et deux autres l'année suivante. Bien qu'Henri Cartan y envoie également Alexandre Grothendieck en 1951, Laurent Schwartz explique que la venue trop sporadique d'étudiants intéressés par la recherche, ainsi que le fait qu'ils ne restent pas, l'incite

14. Voir [Ver17, p. 396].

15. Il semble cependant que le « "soft power" de Cartan, fondé avant tout sur son capital scientifique » est relativement déterminant sur la carrière des normaliens de cette période, en particulier « Cartan, proche en cela des chimistes et des naturalistes, cherche longtemps à ce qu'une part non négligeable des normaliens exerce dans le secondaire et limite en conséquence les possibilités de carrières dans la recherche de ceux qui ne satisfont pas ses critères élitistes » et « [a]vant la promotion 1955, une quatrième année n'est accordée qu'à ceux qui sont estimés dignes par Cartan de s'orienter vers la recherche ; par la suite, tous ceux qui en font la demande l'obtiennent », voir [Ver17, pp. 398, 401 et note 2, p. 394].

16. Il serait intéressant de vérifier si cela donne lieu à une discussion et une décision officieuse, qui aurait été consignée, ou à une résolution officielle.

à accepter un poste à Paris. Cela rejoint donc l'avis émis par Henri Cartan sur la canalisation des étudiants. Pour tous les deux, il est nécessaire d'avoir un flux régulier pour pouvoir faire fonctionner un centre de mathématiques. Sinon il faudrait qu'ils puissent et veuillent rester, mais cela nécessite un changement plus profond du fonctionnement des recrutements.

La problématique des postes est un autre aspect important pour le maintien d'un centre mathématique. Les compromis autour de l'obtention d'un poste pour André Weil à Nancy, que ce soit avec la création d'une chaire ou le jeu de placement avec Laurent Schwartz [17], en sont un exemple flagrant. Jean Dieudonné écrit d'ailleurs précisément que « Weil est assez tenté par cette dernière occasion de créer le centre Bourbaki rêvé à Nancy [18] ». Le retour d'Henri Cartan à Paris en 1947, à cause des « économies qui empêchent toute création de poste [19] », est également, d'après André Weil, une des raisons pour laquelle « tout espoir d'avoir un centre mathématique important à Strasbourg [lui] semble perdu [20] ».

Les postes, donc le vivier de mathématiciens sur place, permettent ensuite de faciliter l'animation d'activités : cours spéciaux, séminaires, colloques, invitations, etc. Dans le cas de Nancy, ces aspects nécessiteraient d'être développés en détail, surtout en parallèle de toute la carrière de Jean Delsarte et, dans une moindre mesure, des activités bourbachiques. Le colloque d'analyse harmonique organisé dans cette ville en 1947 est, par exemple, déterminant dans la carrière de Laurent Schwartz [21]. D'autre part, le siège social de l'*Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki* est, à sa fondation en 1952, le domicile personnel de Jean Delsarte.

5.2 Après la conquête bourbachique à São Paulo

Avec la présence de Jean Dieudonné et André Weil à São Paulo en 1946, l'idée de conserver une présence bourbachique au Brésil est rapidement évoquée au sein de Bourbaki. Par exemple, André Weil écrit à Henri Cartan, le 15 juin 1946 :

> [...] en principe, j'ai l'intention de rentrer en France fin 1947, comme D. ; comme le terrain est sensiblement conquis ici à Bourbaki, vous pouvez commencer à prévoir vaguement notre remplacement (une chaire [22] sûre, une autre très probable) ; de préférence par quelqu'un qui sache enseigner (Schwartz très bien) [...] [Boua, hcco008] [23]

Cette idée est plus développée dans une lettre de Jean Dieudonné au même correspondant, du 14 juin 1946 :

---

17. Voir la sous-section 4.3. Il faut souligner ici, de nouveau, qu'André Weil est plus enclin à accepter un poste à Nancy qu'à Paris.

18. Voir la lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 2 janvier 1947, [Boua, hcco079], lettre partiellement reproduite [Aud11, pp. 546-547], et déjà citée dans la sous-section 4.3.

19. Voir la lettre d'Henri Cartan à André Weil du 4 mars 1947, [Boua, hcco104], lettre reproduite [Aud11, ppp. 189-193].

20. Voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 14 mars 1947, [Boua, hcco112], lettre reproduite [Aud11, pp. 203-205].

21. Voir [BPL17].

22. Contrairement à la transcription de Michèle Audin, il est bien indiqué « chaire » et non pas « chose » dans la lettre conservée dans les archives Bourbaki.

23. Lettre reproduite [Aud11, pp. 109-110].

> Weil pense qu'en prévision de notre retour en 1947–48 , il serait bon de songer dès maintenant à notre remplacement . Nous désirerions tous deux que nos remplaçants soient de préférence des membres de Bourbaki , ou tout au moins des sympathisants actifs ; le milieu ici est maintenant très bien préparé à ce point de vue, et il serait dommage de laisser perdre cette position. Il n'est pas encore absolument sûr que je sois remplacé après mon départ (ma chaire n'étant pas encore incorporée dans les chaires fixes) mais c'est probable ; en tout cas , il y aura au moins une place vacante . Je trouve que ça devrait vous intéresser tous ; le séjour ici est agréable , et très intéressant au point de vue matériel : je ne te donne pas de chiffres qui ne signifient rien , mais le traitement que nous recevons nous permet , soit de mener un train de vie environ 2 à 3 fois plus élevé que celui qu'on pouvait avoir en France avant la guerre , soit de faire des économies équivalentes [24] . Il serait bon que , vers la rentrée d'Octobre , nous soyons fixés sur vos intentions à cet égard , car dans le courant de l'hiver il faudra que nous posions les premiers jalons , les nominations devant être décidées avant notre départ. Parles-en donc à tous les membres de Bourbaki , ainsi qu'aux sympathisants tels que Brelot , Choquet , Lichné , que cela pourrait intéresser . [Boua, hcco007]

Ils pensent donc tous les deux qu'une position bourbachique est acquise, et même conquise, à São Paulo et qu'il faudrait que cela ne périclite pas après leur départ. Ils supposent que la chaire d'André Weil sera assurément disponible à son départ et celle de Jean Dieudonné, qui n'est pas fixe, le sera très certainement également. D'après Jean Dieudonné, la situation à São Paulo est agréable et le traitement intéressant. De plus, s'ils sont prévenus assez tôt, ils peuvent également jouer de leur influence pour les nominations. Ils souhaitent donc qu'un ou deux membres de Bourbaki, ou « sympathisants », viennent les remplacer. André Weil ajoute qu'il faudrait que ce soit quelqu'un qui sache enseigner.

Dès 1945, la venue de deux autres membres de Bourbaki au Brésil, en plus de celle d'André Weil et celle, à venir, de Jean Dieudonné, est envisagée : il s'agit de Jean Delsarte [25] et de Charles Ehresmann [26]. Il s'agit peut-être d'intentions suggérées ou de plans plus préparés, mais, dans tous les cas, cela ne s'est pas directement concrétisé. C'est donc les deux membres de Bourbaki à São Paulo qui relancent, en juin 1946, ceux en France pour préparer et essayer de faire aboutir leur remplacement en 1947.

Jean Delsarte écrit à Henri Cartan, le 2 juillet 1946, qu'il n'est pas intéressé pour aller à São Paulo, car il espère aller à Princeton à ce moment. Il précise également que Laurent Schwartz n'est pas candidat non plus, car il a des chances de se faire titulariser à Nancy dans la chaire de Paul Dubreil. De toute façon, il pense, avec Laurent Schwartz, qu'il faudrait attendre « qu'il ait une situation nettement stabilisée et si possible, qu'il soit titulaire [27]. » De plus, Laurent

24. André Weil a écrit qu'« avec ce traitement [de l'université de São Paulo], auquel allait s'ajouter le supplément que je recevrais de l'ambassade en qualité de "détaché", je me trouvais à l'aise, et cela d'autant plus qu'un article de la constitution brésilienne dispensait de l'impôt sur le revenu les prêtres, les professeurs et, je crois, les journalistes. », voir [Wei91, p. 196].

25. Voir la lettre d'Henri Cartan à Marcel Brelot du 29 juin 1945 : « Delsarte parle de s'en aller au Brésil l'an prochain. »

26. Lettre de Jean Dieudonné à André Weil (le correspondant n'est pas précisé mais le contexte ne laisse pas de doute) du 20 décembre 1945 : « je pense que tu as reçu le câble que je t'ai envoyé disant qu'Ehresmann est candidat pour les cours d'été à Rio », [Boua, hcco022].

27. Voir [Boua, hcco011].

Schwartz n'est pas particulièrement intéressé par São Paulo si André Weil n'y est plus et si Jean Dieudonné n'y reste que six mois avec lui. Henri Cartan transmet ces informations à André Weil le 19 juillet 1946 :

> Question de ta future succession à Sao Paulo : il est certain que Schwartz ne sera pas candidat, il est trop attaché (et sa femme aussi) à la terre natale. Delsarte se considérait comme hors de cause ; mais maintenant que son projet de Princeton semble flancher, reconsidérera-t-il la question ? Je n'en ai pas la moindre idée, mais je suppose qu'il saura te le dire lui-même. Il y a, en tout cas, trois candidats éventuels : Ehresmann, Chabauty et Lichné. Le seront-ils encore dans six mois ? Mme Ehresmann semble moins emballée qu'il y a quelque temps. Si tu me demandais mon avis, et surtout si tu désires quelqu'un "qui sache enseigner", je te dirais : n'hésite pas, prenez Lichné, bien qu'il ne soit pas un pur Bourbaki. D'ailleurs sa femme a des attaches avec l'Amérique du Sud, et tous deux seraient très contents d'aller au Brésil. [Boua, hcco015] [28]

D'après Henri Cartan, sauf changement chez Jean Delsarte, il n'y aurait que des mathématiciens présents à ce moment à Strasbourg qui pourraient être intéressés par un séjour au Brésil. Le cas de Claude Chabauty n'est pas développé plus en profondeur. Celui de Charles Ehresmann l'est en comparaison au projet de 1945 et de l'engouement de sa femme. Cependant, ces deux membres de Bourbaki n'ont pas la faveur d'Henri Cartan à propos de leur capacité d'enseignement. Il conseille alors un sympathisant de Bourbaki : André Lichnerowicz.

Il n'est plus vraiment question de la succession à São Paulo dans la suite de la correspondance jusqu'en octobre 1946. Le 25, Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan :

> Avez-vous pensé à notre remplacement à S. Paulo ? Nous serions d'accord pour Lichné, à condition que vous nous garantissiez que son attitude vis-à-vis de Bourbaki n'est plus l'ironie assez malveillante dont nous avait parlé Charles. Au surplus, nous préférerions nettement un membre de Bourbaki, si possible. [Boua, hcco050]

« [L]'ironie assez malveillante dont nous avait parlé Charles [Ehresmann] » à propos d'André Lichnerowicz est de nouveau soulevée dans une lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 14 mars 1947 : « je regrette de constater que Charles et Chabauty avaient raison quant au caractère du personnage [29] ». Il est fort probable qu'ils aient rapporté qu'André Lichnerowicz aurait laissé supposer qu'il faisait partie de Bourbaki, certainement en entretenant un doute encore plus important que dans l'article que ce dernier publie sur Bourbaki en 1948 [30]. Dans tous les cas, ces événements ont certainement eu lieu entre 1941 et 1945, à Clermont-Ferrand ou à Strasbourg avant le retour d'Henri Cartan. Même si Jean Dieudonné et André Weil préfèrent un membre de Bourbaki, ils sont prêts à accepter de soutenir une candidature d'André Lichnerowicz s'ils ont des garanties sur son comportement. Il n'en est plus question dans la suite de la correspondance : sa candidature en deuxième ligne au Collège de France début 1947 en est certainement la cause.

Le sujet revient dans la correspondance entre le Brésil et la France avec une lettre d'André Weil à Henri Cartan du 17 mars 1947 :

28. Lettre reproduite [Aud11, pp. 112-118].
29. Voir [Boua, hcco113].
30. Voir [Lic48] et [Aud11, note 365.3, pp. 635-636].

> Revenons à Mme Mineur : par sa faute et celle de l'ambassadeur et du service des relations culturelles, il n'y a plus aucun intérêt (et il est même devenu passablement désavantageux) pour des français de venir, soit à la Faculté de S.Paulo, soit à celle de Rio, *sauf* pour des cours de quelques mois (dits "d'extension universitaire") pendant la période des grandes vacances françaises (juillet-octobre). Il y a des possibilités de tels cours pour 1948, probablement à Rio, peut-être aussi à S.Paulo ; nous suivons l'affaire, d'aussi près qu'il est possible avec les gens un peu fuyants auxquels on a affaire ici, et nous espérons en tout cas pouvoir obtenir une invitation pour Charles le moment venu. Par ailleurs, la question de mon remplacement se posera (puisque j'ai une chaire, à la différence de Dieudonné qui n'a qu'un cours d'extension, bien qu'avec un contrat de 2 ans) ; D. et moi sommes d'avis que ce qui vaudrait le mieux pour la Faculté, compte tenu de toutes les données du problème, ce serait de faire venir un mathématicien allemand, dont on pourrait espérer qu'il s'établirait ici définitivement ; personnellement, je verrai pour cela Kähler, Köthe ou Maak (je ne connais personnellement que Kähler) ; as-tu un avis ? Si tu veux, tu peux parler de ça à Charles, mais en lui demandant de garder ça *strictement* confidentiel. [...] [Boua, hcco112] [31]

Les conditions avantageuses vantées par Jean Dieudonné dans sa lettre à Henri Cartan du 14 juin 1946 ont disparu, à cause d'un changement de statut des personnes détachées au service des relations culturelles françaises [32]. Les Français n'ont donc pas vraiment d'intérêt à y aller sauf, comme le précise André Weil, pour des cours « d'extension universitaire » qui ont lieu pendant les grandes vacances françaises, de juillet à octobre. Cela pourrait commencer en 1948 et, effectivement, à partir de cette année et jusqu'en 1951, Jean Delsarte va à São Paulo chaque été [33]. Dans ces conditions, Jean Dieudonné et André Weil pensent que l'installation définitive d'un mathématicien allemand pourrait être bénéfique à la faculté de São Paulo.

Dans une lettre du 23 mars 1947, Henri Cartan répond à André Weil que « Charles et moi n'avons pas grand avis sur le choix de ton successeur à Sao Paulo. Je doute que Kähler, s'il était libéré, consentirait à se séparer de sa vieille mère. De Köthe, je n'ai plus de nouvelles depuis l'automne. Je ne connais pas Maak [34]. » André Weil relance Henri Cartan à propos d'Erich Kähler qui est un prisonnier de guerre allemand détenu en France, dans une lettre du 1er avril 1947. Si Henri Cartan écrivait que la difficulté peut provenir de la séparation avec sa mère, André Weil répond qu'il est « persuadé que ce serait même le meilleur moyen pour lui de récupérer sa famille (mère, femme et enfants) que le Brésil réclamerait par voie diplomatique [35] » et lui demande donc de faire la proposition à Erich Kähler. Henri Cartan note, sur la lettre qu'il a reçue d'André Weil, que c'est fait le 13 avril. Il reçoit une réponse, en allemand, du délégué de la *Young Men's Christian Association*, association qui vient en aide aux prisonniers de guerre, réfugiés et déportés, le 3 mars 1947 expliquant que Erich Kähler est bien prêt à accepter un poste au Brésil. Il transmet cette information à Jean Dieudonné deux jours plus tard et ajoute que « Rocard dit que pour sa libération, il n'a plus les moyens d'intervenir personnellement [36]. »

31. Lettre reproduite [Aud11, pp. 203-205].
32. Voir [Wei91, p. 196]
33. Voir, par exemple, [Roq18].
34. Voir [Boua, hcco117], lettre reproduite [Aud11, pp. 208-210].
35. Voir [Boua, hcco121], lettre reproduite [Aud11, p. 214].
36. Voir [Boua, hcco128].

Finalement, André Weil lui répond, le 10 juin 1947, qu'« il n'y a malheureusement rien à faire pour lui ici, la Fac. semble s'orienter vers Maak ou Köthe. » La solution brésilienne proposée à Erich Kähler quand il sera libéré ne marche finalement pas. André Weil ne précise pas pourquoi la faculté de São Paulo préfère les deux autres mathématiciens allemands qu'il a proposés à Henri Cartan. Dans tous les cas, il ne semble pas qu'ils soient allés remplacer André Weil au Brésil [37].

Erich Kähler n'est pas le seul à qui un poste à São Paulo est proposé afin d'avoir une position d'attente dans un moment délicat. En effet, André Weil écrit à Henri Cartan, le 26 mars 1947 :

> Je viens de recevoir une lettre de Delsarte, et une de Stone. Il paraît que ça va mal pour Pisot. Que se passe-t-il ? Au besoin, on pourrait envisager de le faire nommer à ma chaire ici à S.Paulo. [Boua, hcco119] [38]

Jean Delsarte est à Princeton et Pierre Auger y est également pendant trois semaines en mars et avril 1947 [39]. Ils discutent ensemble de l'« affaire Pisot » dans laquelle différentes enquêtes sont menées concernant l'épuration de Charles Pisot [40]. Henri Cartan fait le point sur ce dont il est au courant à Jean Delsarte dans une lettre du 22 mars 1947 [41] : après s'être déjà présenté devant une commission d'épuration qui l'a blanchi, Charles Pisot a été convoqué par le tribunal militaire de Metz en janvier. Pierre Auger explique ensuite à Jean Delsarte qu'un nouveau dossier vient d'être transmis par des militaires à Fribourg et qu'il fait également faire une contre-enquête. En apprenant cela, mais sans en connaître le détail, André Weil propose alors que Charles Pisot vienne à São Paulo si besoin. En fonction de l'issue de l'épuration dont il doit répondre, ce dernier peut en effet se retrouver dans l'impossibilité d'accéder à un poste en France ou bien, comme André Weil, se voir reprocher son comportement pendant la guerre lors de différents votes. André Weil renouvelle son offre dans une lettre du 6 avril 1947 [42] mais aucune autre nouvelle à ce sujet ne figure dans la correspondance. Il est possible que Charles Pisot n'ait eu aucune envie de partir à São Paulo ou bien que l'absence d'éléments concrets contre lui ne l'ait pas obligé à approfondir cette possibilité.

Avec la venue de six membres de Bourbaki à São Paulo ou Rio de Janeiro avant la fin des années 1950, l'influence bourbachique dans ce pays n'a pas été négligeable. Il y a même eu une réelle tendance : « "Writing in Bourbaki language", as Cândido Dias puts it, was a trend within the small mathematical research community of the early 1950s [43]. » Leopoldo Nachbin étant un des principaux promoteurs brésiliens de cette tendance, en particulier à travers la théorie des espaces topologiques, jusqu'à son départ aux États-Unis [44]. Si le terrain à São Paulo est « sensiblement conquis ici à Bourbaki » grâce à la présence de Jean Dieudonné et André Weil, São Paulo n'est pas devenu, pour un groupe dont les membres font essentiellement carrière en France, un centre Bourbaki pour autant. La présence de membres du groupe y est sporadique

37. C'est ce qu'écrit Michèle Audin, voir [Aud11, note 236.1, p. 576].
38. Lettre reproduite [Aud11, pp. 211-213].
39. Voir la lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 18 mars 1947, partiellement reproduite [Aud11, p. 565] et déjà citée dans la sous-section 4.3.
40. Dans la suite de [Eck21], « l'épuration de Charles Pisot [...] sera donc au cœur du second volet de notre enquête. »
41. Voir [Boua, hcco116].
42. Voir [Boua, hcco122], lettre reproduite [Aud11, pp. 215-218].
43. Voir [Roq18, p. 4100].
44. Voir [Roq18, pp. 4067-4068 et 4072].

entre 1945 et 1960 et, par conséquent, le développement d'un centre actif autour de Bourbaki est difficile. André Weil souligne, concernant son départ, la nécessité pour lui de trouver un « milieu scientifique plus stimulant [45] ». La présence bourbachique à São Paulo est, finalement, plus circonstancielle, opportuniste, que stratégique, malgré la tentative de Jean Dieudonné et André Weil. Cette tentative de colonialisme mathématique n'a pas particulièrement abouti [46].

5.3 Samuel Eilenberg, Bourbakam et quiproquos

Henri Cartan a décrit la cooptation de Samuel Eilenberg par Bourbaki :

> Sammy fut aussi pendant une quinzaine d'années un membre actif du groupe Bourbaki. C'est, je crois, en 1949 qu'André Weil, qui résidait aux Etats-Unis, prit contact avec lui pour le faire collaborer à une pré-rédaction à l'usage de Bourbaki, intitulée "Rapport SEAW sur les groupes d'homotopie et les espaces fibrés". C'est donc tout naturellement qu'Eilenberg fut invité au Congrès que Bourbaki tint en octobre 1950. Il y fut immédiatement apprécié et devint membre du groupe sous le nom de "Sammy". Il faut dire qu'il maîtrisait parfaitement la langue française, qu'il avait apprise à l'époque où il vivait dans sa Pologne natale. [**CartanSMFEilenberg**]

Les souvenirs d'Henri Cartan ne concordent pas tous avec les informations disponibles dans différentes archives autour de Bourbaki. En particulier, l'expression « tout naturellement » cache des négociations plus difficiles.

C'est dans une lettre à Henri Cartan du 14 janvier 1945 qu'André Weil mentionne pour la première fois la possibilité d'adjoindre Samuel Eilenberg à Bourbaki :

> Puisque tu m'interroges au sujet de mathématiciens américains qu'on puisse avec profit adjoindre à notre groupe, je ne vois guère que lui [Eilenberg] (en fait d'américain !). Tout le reste est inutilisable pour nous, et presque tout est d'une nullité décourageante. Une autre recrue, temporairement en Amérique, qui serait excellente, serait S.S.Chern, qui est en bon chemin, à mon avis, d'être bientôt le premier géomètre de sa génération. [Aud11, p. 99]

Je n'ai pas trouvé d'interrogation d'Henri Cartan dans sa correspondance avec André Weil. Il est possible qu'il en ait été question dans un échange à travers un autre intermédiaire, par un autre moyen de communication ou une lettre qui n'a pas été conservée. Il est aussi probable qu'André Weil souligne juste avec ironie le fait qu'Henri Cartan ne lui ait rien écrit à ce propos. En tous cas, cette adjonction éventuelle à Bourbaki n'est plus mentionnée dans la correspondance avant 1947. Cependant, ils peuvent en avoir discuté de vive voix, en particulier lors du retour d'André Weil en France en 1945.

Lors du congrès de Strasbourg du 8 au 19 juin 1946, la question de l'adjonction de Samuel Eilenberg est soulevée :

45. Voir [Wei91, p. 100] : « D'ailleurs, malgré la présence de Zariski à São Paulo en 1945, et celle de Dieudonné en 1946 et 1947, je ne pouvais pas ne pas souhaiter pour moi un milieu scientifique plus stimulant. ». Il écrit autre part que ces deux mathématiciens lui « avaient servi de stimulant », voir [Wei79a, p. 563]. La situation est donc beaucoup plus « stimulante » pour lui que ce qu'il a vécu à son arrivée aux États-Unis pendant la guerre, mais ne le satisfait pas pour autant.

46. Voir [Bar16].

> Il est décidé d'admettre EILENBERG au sein de Bourbaki, s'il accepte et si le groupe brésilien n'y met pas son veto. Eilenberg sera chargé de faire une rédaction de Topologie algèbrique. [Boua, nbt013]

D'après ce compte rendu, l'avis de Jean Dieudonné et d'André Weil sur la question n'est pas connu et les membres de Bourbaki réunis lors de cette réunion à Strasbourg conditionnent l'adjonction de Samuel Eilenberg à leur approbation. Une lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 16 juillet 1946 laisse supposer que l'avis négatif des Brésiliens leur est parvenu dans une lettre d'André Weil à Jean Delsarte du 5 juillet [47]. Ce veto ne figure pas dans les documents que j'ai consultés et ne semble pas particulièrement discuté à ce moment [48]. Cependant, il est bien confirmé par la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 26 mars 1947, quand il mentionne de nouveau l'idée de cette cooptation :

> Autre question importante. Depuis que Chicago est revenu sur le tapis, Dieudonné et moi songeons à la possibilité de créer une branche américaine de Bourbaki (dite, pour abréger, Bourbakam). Il y a un tas d'objections évidentes. Néanmoins, la présence là-bas, à titre à peu près permanent, de Chev. et de moi, et ta visite l'an prochain, permettent sans absurdité d'envisager un démarrage sérieux, et, par la suite, un travail efficace. J'ai établi une liste de membres possibles, sur lesquels j'ai demandé à Delsarte de chercher à se faire une opinion (sans parler de rien). Je ne te nomme qu'Ahlfors, le seul (je crois) que tu connaisses personnellement assez bien ; d'ailleurs je l'avais déjà sondé sur l'idée d'une collaboration limitée et technique, dans le domaine des fonctions analytiques, et il a réagi favorablement. Je crois aussi qu'on peut envisager d'embaucher Stone ; j'espère que celui-ci va inviter Delsarte à un laïus à Chicago, ce qui permettra à Delsarte de se faire une opinion ; Stone doit passer l'été à Rio, et Dieudonné et moi le verrons ; le cas échéant, nous lui ferions des offres, en lui expliquant franchement les difficultés variées de l'entreprise ; cela, bien entendu, en supposant que Delsarte et toi soyez d'accord. Remarque que cette idée n'a rien de commun, sinon en apparence, avec l'idée, que nous avons repoussée l'an dernier, d'embaucher Eilenberg (à une époque où Chev. était le seul représentant de Bourbaki aux USA). [Boua, hcco119] [49]

D'après André Weil, cette nouvelle initiative est différente de la précédente. Il explique qu'il ne s'agit pas uniquement de recruter Samuel Eilenberg au sein de Bourbaki, mais bien de créer une branche états-unienne du groupe. Si la première proposition avait été rejetée par le veto des Brésiliens, l'idée revient à la suite des nouvelles opportunités consécutives de la présence d'André Weil et de Claude Chevalley, ainsi que des visites déjà prévues d'autres membres. Plusieurs discussions suivent sur la cooptation de Samuel Eilenberg, avec des quiproquos et des éclaircissements sur la raison du premier veto. Celles-ci révèlent des échanges qui transparaissent rarement dans les autres types de documents des archives Bourbaki.

À part pour critiquer le nom de Bourbakam proposée par André Weil, Henri Cartan répond

47. Voir [Boua, hcco013]. Jean Delsarte transmet la lettre d'André Weil et indique ses réponses. Il précise : « Je n'ai pas parlé de la question Eilenberg, sur laquelle je n'ai pas d'opinion. » Cette lettre d'André Weil n'est pas dans les archives disponibles de Bourbaki mais la date de celle-ci est indiquée dans la lettre [Boua, hcco015].

48. Ils ont également d'autres sujets dans leur correspondance à ce moment-là. Henri Cartan le souligne dans une lettre à Claude Chevalley, du 27 février 1948, citée un peu plus loin.

49. Lettre reproduite [Aud11, pp. 211-213].

très succinctement à cette proposition dans une lettre à André Weil du 20 avril 1947 [50]. Il explique qu'il « éprouve une répulsion a priori » et qu'ils en « parleron[t] entre nous à l'occasion de la réunion de la semaine prochaine [51] ». La réunion en question est une séance du séminaire Bourbaki qui a lieu du 26 au 28 avril. Jean Delsarte a déjà répondu qu'il était réservé par rapport à cette idée de branche états-unienne de Bourbaki dans une lettre à André Weil du 18 mars [52]. En l'absence de nouvelles informations à ce propos, Jean Dieudonné relance Henri Cartan dans une lettre du 19 mai 1947. Il demande s'ils en ont reparlé et ce qu'Henri Cartan et Jean Delsarte en pensent [53]. Je n'ai trouvé ni la réponse à cette question dans la correspondance immédiate, ni de mention quelconque jusqu'à un échange de lettres entre Henri Cartan et Claude Chevalley, au début de l'année 1948.

Henri Cartan rencontre pour la première fois Samuel Eilenberg lorsque ce dernier vient l'accueillir à l'aéroport de La Guardia, à New York, fin décembre 1947. Ils se retrouvent avec André Weil, à New-York ou à Chicago, avant la fin du mois de février 1948 [54]. De son côté, Claude Chevalley voit Samuel Eilenberg à New-York en février 1948, mais vraisemblablement pas en même temps qu'Henri Cartan et André Weil, comme il l'écrit à Henri Cartan le 24 février 1948. Cette lettre est la première d'un échange de quatre lettres entre Claude Chevalley et Henri Cartan conservées dans les archives Bourbaki à propos d'un quiproquo sur l'adjonction de Samuel Eilenberg à Bourbaki :

> Cher ami,
>
> J'ai vu Eilenberg récemment à New-York, et il me dit que Weil et toi niez qu'il ait été invité à devenir membre de Bourbaki. Or je me souviens très exactement que la chose avait été décidée au Congrès de Strasbourg où j'étais présent. Plus exactement, il avait été décidé de proposer l'admission d'Eilenberg qui devait devenir définitive au cas où ni Weil ni Dieudonné — alors au Brésil — n'opposeraient leur veto. La question n'ayant pas été mentionnée et les réponses faites par Weil et Dieudonné aux décisions prises à Strasbourg, j'avais dûment fait part à Eilenberg de la décision et je l'avais prié (conformément à la mission que j'en avais reçue, cf. le no. de la Tribu contenant le C.R. du Congrès de Strasbourg) de bien vouloir penser à la question de la Topologie algébrique.
>
> Comme je pense que tu n'as pas ici le numéro de la Tribu en question, je recopie *verbatim* le passage relatif à Eilenberg : “Il est décidé d'admettre EILENBERG au

50. Voir [Boua, hcco124]
51. Voir [Boua, hcco124], lettre reproduite [Aud11, pp. 220-223].
52. Voir [Aud11, note 221.8, p. 571].
53. Voir [Boua, hcco132]
54. Voir la lettre d'Henri Cartan à André Weil du 18 décembre 1947, [Aud11, pp. 255-256], où Henri Cartan écrit qu'il serait très heureux de retrouver André Weil à son arrivée à New-York. Si la rencontre avec Samuel Eilenberg est mentionnée par Henri Cartan en 1998, voir [Aud11, note 255.2, p. 588], il n'est pas sûr qu'André Weil soit venu à ce moment-là, notamment à cause d'un épisode de froid exceptionnel. Si ce n'est pas à New-York, c'est alors lors du passage d'Henri Cartan à Chicago en janvier 1947 qu'ils se retrouvent tous les trois. Une conférence est organisée du 22 au 24 janvier et André Weil, Henri Cartan et Samuel Eilenberg en sont des orateurs. Une petite réunion Bourbaki, un « caucus », est également organisée à ce moment-là, voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 12 février 1948 et les notes correspondantes [Aud11, p. 257]. D'après la lettre d'Henri Cartan à Claude Chevalley du 27 février 1948, [Boua, hcco119], il semble qu'ils ne se sont pas vus depuis l'arrivée d'Henri Cartan aux États-Unis. Ils se sont en effet manqués à Columbia où Henri Cartan a quand même pu profiter du bureau de Claude Chevalley en son absence.

> sein de Bourbaki, s'il accepte et si le groupe brésilien n'y met pas son veto. Eilenberg sera chargé de faire une rédaction de Topologie algébrique".
>
> Vos assertions (Weil et toi) mettent Eilenberg et moi-même dans une position extrêmement embarrassante [*sic*]. Je ne comprends pas que Weil se soit permis d'affirmer comme il l'a fait que j'avais inventé de toutes pièces une décision de Bourbaki — je ne crois pas en avoir jamais usé de cette manière depuis la fondation de Bourbaki. Il me semble que des excuses tant à Eilenberg qu'à moi-même s'imposent. Meilleures amitiés. C. *Chevalley* [Boua, hcco168]

Le quiproquo est très simple : n'ayant pas été averti du veto brésilien suite à la proposition d'adjoindre Samuel Eilenberg lors du congrès de Strasbourg de juin 1946, Claude Chevalley a pris les devants et lui a fait la proposition. Les rares contacts entre Claude Chevalley et les autres membres de Bourbaki ne leur ont certainement pas laissé le temps d'aborder de nouveau cette question que tous pensaient réglée, que ce soit officiellement ou officieusement. C'est donc, malencontreusement, directement Samuel Eilenberg qui mentionne cette proposition faite par Claude Chevalley quand il voit Henri Cartan et André Weil. Ces derniers font alors porter la cause du malentendu sur Claude Chevalley qui, une fois averti par Samuel Eilenberg, écrit à Henri Cartan pour éclaircir les choses et demander des excuses. Henri Cartan revient alors sur ce qui s'est passé dans une lettre à Claude Chevalley du 27 février 1948 :

> Je commence donc par la mise au point indispensable. C'est très simple. Ce que tu dis de la décision du Congrès de Strasbourg est parfaitement exact : l'admission d'Eilenberg devait devenir effective *si* les Brésiliens n'y mettaient pas leur veto. Ce veto est arrivé, et peut-être ai-je eu tort de ne pas te le dire : si j'ai une excuse, c'est parce que, ayant à cette époque pratiquement toute la charge des liaisons entre les membres épars de Bourbaki, toute mon attention a été accaparée alors par les tragiques discussions que notre Congrès avait provoquées au sujet des Chap. II et III d'Algèbre. Tu as peut-être oublié (ou ignoré) que Dieudonné a envoyé sa démission à ce moment, que les lettres de Weil avaient un tour si sérieux que Delsarte a cru nécessaire, un jour de fin juillet, de faire exprès le voyage Nancy-Strasbourg pour venir m'entretenir du tour dramatique des événements ; dans ces conditions, préoccupé que j'étais aussi de trouver une solution au conflit qui soit mathématiquement raisonnable (il s'agissait de l'Algèbre linéaire et de l'Algèbre multilinéaire), j'ai complètement perdu de vue (du moins cela me semble probable) que j'aurais dû te dire le veto brésilien concernant Eilenberg, au lieu de discuter avec toi au sujet de la dualité. D'ailleurs, dans l'autre sens, j'ai commis un oubli analogue : tu te rappelles qu'à Strasbourg nous avions dit que si Roger s'intéressait à Bourbaki, il n'avait qu'à venir assister au Congrès suivant. J'ai parfaitement oublié de mentionner ce point quand j'ai rendu compte du Congrès aux Brésiliens, ce qui m'a valu une engueulade quelques mois plus tard.
>
> Ceci prouve que Bourbaki aurait bien besoin d'un secrétariat permanent. Quand Dieudonné est en France, ça va, car il a une mémoire extraordinaire et pense à tout.
>
> Pour en revenir à l'affaire Eilenberg, je n'y pensais plus du tout. Toi, de ton côté, tu étais en relation avec Weil après ton retour aux U.S.A., et c'est un concours de circonstances qui a voulu que vous n'ayez jamais eu l'occasion d'aborder ce sujet. Tu as cru, au bout que de quelques mois, que tu pouvais transmettre à Eilenberg

> l'invitation, parce que tu n'as probablement pas eu l'idée que la cause du veto (qui était formelle) avait fonctionné. Serons-nous d'accord si je dis que chacun de nous porte une petite part de responsabilité dans cette affaire ? Mais je veux bien admettre que la mienne est plus grande que la tienne (remarque cependant que jamais personne ne m'a officiellement chargé de la liaison Bourbaki).
>
> Après cela, quand Eilenberg est venu me raconter cette histoire en janvier (le mois denier), je ne pouvais tout de même pas lui dire brutalement : "Chevalley a raison, mais il ignorait le veto de Weil". Il est vraiment inutile de froisser les gens pour le plaisir. Je lui ai donc dit : "en effet, cette question avait été agitée au Congrès de Strasbourg où assistait Chevalley ; tout bien réfléchi, on a pensé qu'il était difficile de vous demander de travailler pour Bourbaki et ensuite, sans discussion verbale possible avec vous, de démolir tout ce que vous auriez fait (suivant la meilleure tradidion [*sic*] bourbachique), et on n'a pas donné suite à cette idée. De son côté, Chevalley, qui avait conservé le souvenir de la suggestion de Strasbourg, a cru pouvoir vous faire une proposition officielle, mais cette offre est de son cru". J'espère que tu m'excuseras d'avoir présenté ainsi les choses ; il m'a semblé que de cette manière je ne nuisais en rien à la cordialité de tes relations avec Eilenberg, et que j'évitais (du moins je l'espère) que s'enveniment celles de Weil et E. Je serais content que tu me dises explicitement si tu es d'accord avec ma façon de voir les choses, et si l'incident est clos en ce qui nous concerne. En ce qui concerne Eilenberg, je crois qu'il sympathise avec Bourbaki ; il m'a fait part de son intention d'assister peut-être au grand Congrès de juin : cela pourrait peut-être arranger les choses et décider Weil à revenir sur son veto (d'autant plus que son argument majeur, à savoir l'impossibilité de relations personnelles directes, tomberait dans ce cas-là). [Boua, hcco169]

Henri Cartan détaille à Claude Chevalley l'arrivée du veto et son oubli de le lui communiquer : il explique que c'est à cause des discussions importantes à ce moment-là et il mentionne les mathématiques, mais il y a aussi, entre autres, le retour d'André Weil en France et la naissance d'un enfant. Pour les mathématiques, il s'agit surtout des décisions du congrès de Strasbourg, le même congrès où l'adjonction de Samuel Eilenberg est soumise au veto brésilien, qui occupent une grande partie de la correspondance entre Henri Cartan, Jean Delsarte, Jean Dieudonné et André Weil [55]. Dans cette situation, Henri Cartan et Jean Delsarte sont les intermédiaires entre les Brésiliens et Claude Chevalley. Ils font visiblement beaucoup d'efforts pour que les échanges se passent pour le mieux malgré les fortes dissensions mathématiques. Le veto pour l'admission de Samuel Eilenberg au sein de Bourbaki est alors juste enregistré [56] et disparaît face à l'importance des échanges de cette période.

Henri Cartan revient ensuite au déroulé de sa discussion avec Samuel Eilenberg et André Weil. Il essaye de ne froisser personne et de ne pas nuire à des relations : il choisit donc de ne pas lui dire que c'est un veto brésilien, et apparemment d'André Weil spécifiquement, qui a repoussé cette idée. Par conséquent, il a expliqué que c'est Claude Chevalley qui a pris une initiative mais qu'il n'y a aucun engagement de Bourbaki là-dedans. L'explication d'Henri Cartan sur le changement d'avis de Bourbaki, qui correspond au veto brésilien, reprend très certai-

55. Voir [Aud11, p. 112 et suivantes] et les lettres de [Boua] de cette période.
56. Voir la lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan du 16 juillet 1946 citée dans la note 47.

nement, mais de façon beaucoup moins radicale, une partie des arguments qui l'ont motivé. L'isolement de Samuel Eilenberg risquerait, s'il présente directement un travail sans avoir expérimenté le fonctionnement du groupe, d'être brutal. En effet, la lecture de la correspondance et des différents comptes rendus du groupe laisse supposer que leurs discussions sont parfois vigoureuses.

Après avoir demandé si, avec ces explications, l'incident est clos, Henri Cartan continue directement avec une nouvelle opportunité d'adjoindre Samuel Eilenberg au groupe, à l'occasion du congrès qui est prévu en juin. Dans une lettre du 1er mars 1948, Claude Chevalley reprend :

> Je comprends mieux maintenant les faits de l'histoire Eilenberg — mais je regrette d'avoir à dire que je ne suis pas d'accord pour en laisser les choses là. Si Weil oppose son veto à l'admission d'Eilenberg, c'est son droit le plus absolu — mais il me semble qu'il peut alors prendre la responsabilité de son action, et surtout que lui (of all persons !) aurait dû soigneusement éviter de dire à Eilenberg que j'avais inventé la chose de toutes pièces. Mon intention est donc simplement de mettre Eilenberg exactement au courant de la situation complète. Je doute que cela envenime les rapports Eilenberg-Weil, qui sont, autant que je sache, excellents — et si cela devait les envenimer, il me semble que cela vaut mieux que d'envenimer les miens avec Eilenberg. D'ailleurs, en de pareilles situations, la vérité me semble toujours la meilleure politique. Quant au fond, je ne saisis pas bien la nature de l'argument Weil : au moment où cet argument était proposé, Weil était au Brésil, la plus grande partie de Bourbaki en France et moi en Amérique — de sorte que, par exemple en ce qui me concerne, mes relations personnelles avec Eilenberg étaient beaucoup plus proches et plus suivies qu'elles ne l'étaient avec un autre membre de Bourbaki — Weil en conclut-il à la nécessité de m'exclure ? [Boua, hcco170]

Dans une lettre à Claude Chevalley du 5 mars 1948, Henri Cartan répond :

> Si tu avais cru possible de ne plus parler à Eilenberg de cette affaire pour le moment, je l'aurais préféré, et cela pour la raison suivante : si nous estimons qu'il y a vraiment intérêt à ce qu'Eilenberg puisse s'intégrer à Bourbaki, il vaut mieux ne pas compromettre la chance que cela se fasse, pour ainsi dire tout seul, au Congrès de juin, si Eilenberg donne suite à son projet d'y assister (projet avec lequel Weil est tout à fait d'accord, bien entendu). Mais si tu parles à Eilenberg comme tu as l'intention de le faire, je crains que cela ne rende précaires les relations d'Eilenberg avec "Bourbaki", et bien problématique son entrée dans Bourbaki. Au contraire, si tu arrivais à laisser provisoirement la question (à moins bien entendu qu'Eil. ne te harcèle sur ce sujet), les choses s'arrangeraient, et après coup tu paraîtrais avoir simplement joué le rôle d'un précurseur. C'est tout ce que j'ai à te dire sur ce sujet ; je voulais seulement te soumettre cet aspect de la question, avant que tu ne décides définitivement ton attitude, — si ce n'est pas trop tard.
>
> Sans vouloir discuter sur l'argumentation de Weil elle-même (que je ne veux pas prendre à mon compte), je remarque seulement que tu ne peux en tirer aucune déduction logique te concernant, car tout de même tu ne peux pas comparer le cas d'Eilenberg à celui d'un membre fondateur de Bourbaki, avec qui nous avons travaillé, en contact direct, pendant des années, sans parler du lien créé par l'Ecole.

[Boua, hcco171]

Alors que Claude Chevalley préfère présenter toute la situation à Samuel Eilenberg pour qu'André Weil prenne ses responsabilités, Henri Cartan explique que ce n'est pas nécessaire, car la situation a de grandes chances de trouver une conclusion heureuse au congrès Bourbaki qui est prévu dans quelques mois. Il semble surtout que Claude Chevalley ne veut pas prendre la responsabilité d'une situation dont il n'est, visiblement, pas vraiment responsable. De plus, en ne l'apprenant qu'après qu'il ait été acté, il ne « saisi[t] pas bien la nature de l'argument Weil ». Cette argument n'est jamais explicitement présenté par Henri Cartan puisque, dans sa lettre du 27 février 1948, il n'explique que ce qu'il a répondu à Samuel Eilenberg quand il l'a rencontré en janvier 1948. En extrapolant « l'argument Weil » et sans tenir compte des explications d'Henri Cartan, Claude Chevalley demande s'il doit être exclu. Henri Cartan ne souhaite alors pas reprendre à son compte les arguments d'André Weil, mais explique que son cas n'est pas le même.

André Weil semble donc être à l'origine du veto brésilien. Ses raisons ne sont jamais explicitement données dans les documents que j'ai consultés, mais Henri Cartan avance le risque de difficultés d'intégration dans le groupe à cause de l'isolement relatif de Samuel Eilenberg. En ne voulant pas reprendre l'argument de son ami et en restant politiquement correct, Henri Cartan souhaite peut-être ne pas divulguer des propos violents d'André Weil. Ce dernier, qui est à l'origine de beaucoup d'initiatives dans le projet Bourbaki et autour, ne souhaite peut-être tout simplement pas que Claude Chevalley, en particulier, ou tout membre du groupe autre que lui, soit à l'origine d'une initiative plus locale. Ces échanges épistolaires sont surtout révélateurs des rapports interpersonnels entre les membres du groupe Bourbaki qui peuvent mal transparaître dans les comptes rendus. Comme pour d'autres sujets, André Weil peut s'être opposé rapidement à une idée, suivi par Jean Dieudonné ; celle-ci est alors rejetée par le groupe sans plus de discussions ; finalement, c'est en revenant sur cette idée que les raisons de ce rejet sont davantage débattues [57].

Samuel Eilenberg n'est pas mentionné dans les participants au congrès de juin 1948, à Paris du 1er au 8 puis à Strasbourg du 15 au 20. Cependant, dans la liste des engagements du compte-rendu il est indiqué, à la suite de son nom : « prépare, en collaboration avec Weil, un rapport sur l'homotopie élémentaire [58]. » Une lettre de Bourbaki à Samuel Eilenberg a été envoyée à la suite du congrès, le 21 [59], et mentionne « de vous charger, en collaboration avec notre bien-aimé disciple André WEIL, d'un rapport concernant les propriétés élémentaires de l'homotopie et des espaces filtrés. WEIL qui compte vous voir le 26 Juin à NEW-YORK, vous donnera toutes informations à ce sujet [60]. »

57. C'est le cas, par exemple, pour la place des nombres réels dans le traité bourbachique avec l'intervention d'Henri Cartan en mars 1936, voir 10.2.4.

58. Voir [Boua, delt003].

59. Le tapuscrit [Boua, delco011] contient une note manuscrite : « Congrès strasbourg / Juin 1948 / Nomination *Eilenberg* ».

60. Voir [Boua, delco011], lettre reproduite [Krö06, p. 128]. Ralf Krömer note : « Il est probable que Delsarte ait signé pour Bourbaki. Non seulement la lettre est tapée sur le papier à en tête du Cabinet du Doyen de la Faculté des sciences de l'Université de Nancy, mais on a aussi un double qui porte la mention manuscrite "Communiqué à Monsieur André Weil. J. Delsarte", et cette signature est de la même écriture que celle de la lettre. » Je rejoins absolument cette analyse, d'autant plus que l'utilisation de l'écriture en capitale pour les noms et les villes est assez constante chez Jean Delsarte ; tout comme le fait de mettre une majuscule aux mois, même si, pour ce dernier point, cela est aussi courant chez d'autres membres de Bourbaki. Notons également

Samuel Eilenberg participe, avec André Weil et Norman Steenrod, à un caucus Bourbaki, « à Madison pendant le meeting de l'A.M.S. [61] », le 8 septembre 1948. Il est également présent au congrès de Royaumont, du 13 au 25 avril 1949 [62]. C'est donc un membre de Bourbaki à partir de la fin des années 1940.

La question du recrutement de Samuel Eilenberg au sein de Bourbaki a donc nécessité plusieurs discussions. À travers elles, c'est l'orientation et le fonctionnement du projet collectif dont il est question entre les différents membres. Contrairement aux projets de présence bourbachique à São Paulo ou en France métropolitaine, l'isolement relatif en Amérique du Nord oblige les membres de Bourbaki à prendre des précautions supplémentaires pour ce recrutement. À cela s'ajoute un quiproquo dû aux circonstances de ces discussions.

Le changement d'avis d'André Weil au sujet du recrutement de Samuel Eilenberg, s'accompagne de l'envie de créer une branche américaine au moment où il commence à s'installer aux États-Unis, et certainement pour quelque temps. Comme pour Strasbourg, Nancy ou São Paulo, ses ambitions d'implémentations locales sont fortes. Avec ses difficultés pour revenir durablement en France à partir de son départ pendant la guerre, il souhaite certainement retrouver la dynamique collective qu'il a lancée en 1934. La délocalisation des activités du groupe est alors une solution pour pouvoir contribuer substantiellement au travail collectif sans, pour autant, rester isolé.

au passage que Ralf Krömer fait la remarque : « Le décalage entre la décision prise en juin 1946 et la date de la lettre est étonnant ; il n'est pas exclu qu'il s'agisse d'une faute de frappe. », [Krö06, p. 128]. Suite au déroulé des événements présentés ici, dont Ralf Krömer n'avait pas les archives, l'hypothèse de la faute de frappe n'est pas viable.

61. Voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 13 septembre 1948, voir [Aud11, p. 260].

62. Voir [Boua, nbt020].

Chapitre 6

Les premiers séminaires Bourbaki

Dans la section 2.4, j'ai montré que l'exclusion des membres fondateurs de Bourbaki du séminaire Julia, en 1938, s'est accompagnée de l'organisation d'un séminaire à Strasbourg. La guerre ne permet pas forcément d'envisager un tel rendez-vous. Cependant, Henri Cartan est visiblement l'initiateur de « conférences dites de quatrième année » à Paris en 1941–1942, dont l'objectif est, en collaboration avec des étudiants de l'ENS, d'étudier les « débuts de la Topologie générale (d'après le volume déjà paru de Bourbaki). » Avec la fin de la guerre, les séminaires de recherche peuvent reprendre. Un séminaire Bourbaki puis un séminaire Cartan commencent alors à s'inscrire dans la scène mathématique française et internationale.

6.1 Les « conférences dites de quatrième année » à Paris en 1941–1942

Au dos du cahier d'Henri Cartan qui contient des notes d'exposés au séminaire de Strasbourg de 1938–1939 [1], il est écrit « Topologie générale E.N.S. 1941–42 ». La suite, à partir de la fin, contient des notes préparatoires et des notes visiblement prises pendant des exposés :

— Mardi 9 déc. 41 ; Conférence introductive

— Mardi 16 déc. 41 ; Topologie de l'espace euclidien (essai)

— Mardi 6 janv. 42 ; Généralités sur les ensembles et les fonctions

— Mardi 13 janv. 42 ; Structures topologiques (Notes sur l'exposé de M^lle^ Ferrand)

— Mardi 20 janv. 42 ; Fonctions continues ; compar. de topologies. Topologie induite ; continuité sur un ss-espace (Apéry)

— Mardi 27 janv. 42 ; 1ère leçon sur les filtres

— Mardi 3 fév. 42 ; 2e leçon sur les filtres

— Mardi 10 fév. 42 ; Ultrafiltres (Exposé d'Hélène Cartan [2])

— Mardi 24 fév. 42 ; Espaces compacts (par Kreweras)

— Mardi 3 mars 42 ; Espaces produits (rédaction) (10e conférence)

1. Voir [Aud14a, 6.52], le séminaire de Strasbourg de 1938–1939 est présenté dans la section 2.4.
2. Sœur cadette d'Henri Cartan, née en 1917 et entrée à l'ENS Ulm en 1937, voir [Aud09].

— Mardi 10 mars 42 ; Espaces uniformes (1er exposé)

— Mardi 17 mars 42 ; Espaces uniformes (2e exposé)

— Mardi 24 mars 42 ; Espaces uniformes et esp. compacts (Exposé par Zamansky)

Si les notes des exposés visiblement préparés et présentés par Henri Cartan révèlent qu'il travaille vraisemblablement avec le volume publié de topologie [3], il en reste également très proche. Il est possible qu'il ait pris ces notes pour vérifier qu'il sait vraiment ce qu'il veut présenter dans ses exposés et qu'il ne les réutilise pas forcément par la suite. De même, il n'a pas été possible de déterminer la contribution d'Henri Cartan dans les exposés attribués à d'autres personnes. Dans tous les cas, il n'y a aucun doute possible sur le fait que ces conférences traitent, comme annoncé, « des débuts de la Topologie générale (d'après le volume déjà paru de Bourbaki). »

Sur les treize exposés, huit semblent être présentés par Henri Cartan et cinq le sont par des personnes entrées à l'ENS entre 1936 et 1938 [4]. Dans un projet de programme [5], Henri Cartan envisageait dans un premier temps que « sur les 12 1eres leçons (sans parler de l'introduction), 5 seraient faites par moi, 7 par des archicubes (ou autres) ». Une première feuille volante qui était dans le cahier contient une liste nommée « Archicubes ». Il y a douze noms de personnes entrées à l'ENS entre 1931 et 1937, cinq noms d'élèves en quatrième année à l'ENS et deux doctorants [6], dont quelques-uns avec leur adresse à côté. Le document regroupe également, dans un coin, trois entrées qui sont des références bibliographiques [7]. Si cette liste rappelle déjà celle des personnes qui ont reçu la circulaire annonçant le début du séminaire Julia, ou qui ont été prévenues [8], c'est une autre feuille volante qui montre des ressemblances encore plus frappantes. En effet, la copie d'une lettre présentée dans l'illustration 6.1 partage certaines similarités avec la lettre circulaire de Gaston Julia du 8 mai 1933 annonçant une réunion préparatoire pour la création du séminaire [9]. L'identité du destinataire n'est pas précisée, ni s'il y en a plusieurs. Il est même possible qu'Henri Cartan n'ait jamais envoyé cette lettre. Cependant, en comparant son contenu avec les informations dans le cahier présentées plus haut, celle-ci semble être représentative des intentions d'Henri Cartan.

Il s'agit de « conférences dites de quatrième année », ce qui est cohérent avec la liste établie. Comme dans l'annonce du séminaire Julia [10], le concours d'archicubes est présenté comme étant un point important. De même, l'objectif serait de préparer les auditeurs à être au contact de la « mathématique moderne », même si le séminaire Julia est également envisagé, lui, pour provoquer et exposer de nouvelles recherches [11]. Le thème retenu est beaucoup plus spécifique que ceux du séminaire Julia : il s'agit de se concentrer sur le volume de topologie générale de

3. Voir [Bou40].
4. Précisément : Jacqueline Ferrand et Roger Apéry en 1936, Hélène Cartan et Germain Kreweras en 1937, Marc Zamansky en 1938, d'après les informations de `https://web.archive.org/web/20210929124400/https://www.archicubes.ens.fr/lannuaire`.
5. Au début de la fin de [Aud14a, 6.52].
6. Voir [Aud14a, 6.52d]
7. Précisément : « Hopf-Alexandroff, Kuratowski, de Possel (Julia) ».
8. Voir la section 1.1.
9. Voir [Aud14b, pp. 29–30] et la section 2.1.2.
10. « Il me paraît nécessaire d'avoir le concours de jeunes archicubes ayant l'expérience de la recherche et de l'enseignement. » Voir la lettre [Aud14b, pp. 29-30] pour cette citation et la suivante dans la note suivante.
11. « Le but poursuivit serait, d'une part de nous mettre mutuellement en état de suivre les recherches modernes, d'autre part de provoquer de nouvelles recherches et, éventuellement, de les exposer. »

Bourbaki qui vient de paraître.

Illustration 6.1 – Document [Aud14a, 6.52c] : copie d'une lettre conservée dans le cahier [Aud14a, 6.52]

Paris, le 26 octobre 1941

Mon cher camarade,

Vous connaissez le fossé chaque jour plus grand qui sépare l'enseignement classique donné en France dans les Facultés, et la mathématique moderne telle qu'elle se fait en France et à l'étranger. A la sortie de l'Ecole il nous faut un gros effort pour prendre contact avec telle ou telle branche des mathématiques qui, en quelques dizaines d'années, a pris un tel développement qu'on ne saurait concevoir sans elle une bonne culture générale.

Pour lutter, bien modestement d'ailleurs, contre ce regrettable état de choses, j'ai demandé à M. Bruhat la création, à l'Ecole, de conférences dites de quatrième année. M. Bruhat a bien voulu y consentir; ces conférences vont avoir lieu cette année au premier semestre, et j'y traiterai des débuts de la Topologie générale (d'après le volume déjà paru de Bourbaki). Les exposés seront conçus de telle manière que chaque auditeur de bonne volonté puisse, sans perdre pied, s'initier à une discipline qui, au premier abord, risque de rebuter par son aspect abstrait.

Je crois, et c'est aussi l'avis de M. Bruhat, que certains archicubes devraient s'intéresser à cette tentative, et même la seconder de leurs efforts, grâce à leurs suggestions et à leurs critiques. Je crois même que quelques-uns pourraient éventuellement y participer d'une manière active, en se chargeant de certains exposés.

De toute façon, je serai heureux d'avoir votre avis, si vous voulez bien venir à l'École (Bibli des Sciences) jeudi prochain 30 octobre, à 11 heures.

Merci d'avance, et bien cordialement.

Henri Cartan

À travers cette initiative, Henri Cartan fait la publicité de la topologie générale selon Bourbaki. C'est également un test immédiat de la réception de la publication collective dans un échantillon ciblé du public. Ces « conférences dites de quatrième année » reprennent quelques caractéristiques du séminaire Julia, mais l'ambition est différente : il s'agit de conférences de découverte de la topologie générale selon Bourbaki, dans le contexte de la zone occupée. Je n'ai pas trouvé de documents sur la continuité directe de cette initiative d'Henri Cartan, mais il est fortement probable que celle-ci n'ait pas été renouvelée à cause de la situation politique.

6.2 Le séminaire de Strasbourg en 1945–1946

La quatrième de couverture du cahier qui contient des notes du séminaire Bourbaki 1945–1946 [12], porte le titre « Séminaire Strasbourg 1945–46 ». À partir de la fin, plusieurs exposés ont été pris en note :

— 24 janvier 46, (Pisot) ; Fonctions analytiques à val. entières

— 7 fév. 46, (Lichné) ; Certains probl. relatifs aux éq. d'Einstein ; Einstein-Pauli (Ann. of Maths, 1943)

— 21 fév. 46, (Chabauty) ; Eq. diophantiennes

— 21 mars 46, (Pisot) ; Répartition des n. réels mod. 1

— 2 mai 46, de Rham ; Formes différentielles harmoniques

— 2 mai 46, H. Hopf ; Topologie des groupes de Lie ; 1941, Ann. of Math. Hopf-Samuelson [13]

— 3 mai 46, Eckmann ; Groupe fondamental et anneau d'homologie

— 4 mai 46, Eckmann ; Théorèmes d'approxim. de Kronecker et groupes topologiques

— 4 mai 46, Eckmann ; Qques applications des espaces fibrés

— 8 juin 46, Chevalley ; Anneaux locaux

— 9 juin 46, Chevalley ; Cohomologie des algèbres (théorie de Hochschild)

— 12 et 13 juin 46, Chevalley ; Groupes algébriques

— 16 juin 46, Schwartz ; Théorie des distributions

— 19 juin 46, (Delsarte) ; Arithmétique

Les exposés suivants sont datés à partir de 1947 et commencent au colloque de mai 1947 [14]. Le colloque de mai 1946 est financé par le CNRS et organisé par Charles Ehresmann [15]. Les exposés du 8 au 19 juin sont donnés dans le cadre du congrès Bourbaki de Strasbourg qui a lieu entre ces mêmes dates [16]. Les notes à partir de la fin de ce cahier montrent donc la reprise, à partir de début 1946, des colloques et séminaires à Strasbourg, complétés par l'organisation d'activités bourbachiques.

6.3 Les séminaires Bourbaki non rédigés

Dans cette section, je présente les débuts du séminaire Bourbaki. Je commence par une reconstitution des sessions du séminaire non rédigé puis j'analyse les discussions sur l'organisation du séminaire après la première année d'activité.

12. Voir [Aud14a, 6.53].
13. Charles Ehresmann fait un exposé au séminaire Bourbaki, le 21 juin 1946, sur les mêmes articles, voir la sous-section 6.3.1.
14. Voir [Aud11, note 229.2, p. 576].
15. Voir [Aud11, note 108.10, p. 528] et la lettre de Charles Ehresmann à Georges de Rham du 3 janvier 1946, reproduite [CO13, p. 133].
16. Voir le compte rendu de ce congrès dans le numéro 12 de *la Tribu*, [Boua, nbt013].

6.3.1 Reconstitution des sessions entre 1946 et 1947

Le séminaire Bourbaki n'est rédigé qu'à partir de l'année scolaire 1948–1949, mais, dès celle de 1945–1946, un séminaire associé au nom du projet rédactionnel collectif est envisagé et organisé [17]. Le seul document des archives Bourbaki à propos des deux premières années du séminaire Bourbaki est un document de travail pour l'organisation d'un « séminaire Bourbaki 1945–46 [18] ». Celui-ci contient une liste d'articles publiés dans des revues états-uniennes, essentiellement dans les *Annals of Mathematics* et *Transactions of the American Mathematical Society*, regroupés dans les thèmes suivants :

I Théorie des ensembles ; ensembles ordonnés, théories des lattices, etc.

II Algèbre

  a) Lois de composition générales
  b) Théorie générale des groupes
  c) Groupes abéliens
  d) Groupes ordonnés
  e) Théorie générale des anneaux
  f) Théorie des corps ; théorie de Galois
  g) Systèmes hypercomplexes, algèbres
  h) Représentation linéaire des groupes
  i) Géométries élémentaires

III Topologie générale : groupes topologiques

IV Topologie algébrique

Des noms et deux dates (les 19 et 21 janvier 1946, à côté des noms d'Henri Cartan et Marcel-Paul Schützenberger) sont inscrits à côté de ces articles. Certains sont également rayés. Ce document n'apporte pas d'informations supplémentaires par rapport à la tenue effective de ces exposés. Le cahier d'Henri Cartan sur lequel il est écrit « Séminaire Bourbaki E.N.S. 1945–46 » sur la couverture [19], contient les notes, plus ou moins détaillées, des exposés suivants, dans l'ordre du cahier :

- Notes sur un exposé du mémoire d'Eilenberg et MacLane : “Group extensions and homology” (Ann. of Maths, 43, 1942, p. 757-831)
- Ehresmann, 21-1-46 ; Hopf : Ann. of Math., 42, 1941 ; Samelson — [20]
- Pauc, (19-1-1946) ; Kakutani, 1941, Annals of Math, 42, 1941 (2 articles)

17. La sous-section 4.2 de [Pau15] mentionne l'existence d'un séminaire Bourbaki préhistorique, les discussions de 1947 et la simultanéité avec le séminaire Cartan à partir de 1948. J'apporte ici de nouvelles informations à partir d'une source qu'elle n'a pas exploitée : les cahiers de brouillon d'Henri Cartan.

18. Voir [Boua, hscb001].

19. Voir [Aud14a, 6.53].

20. Les indications dans le cahier peuvent porter à confusion, car cela pourrait être le même article. Ce n'est pas le cas, car le premier article est dans le numéro 1 de janvier 1941 du volume 42 de la revue *Annals of Mathematics*, tandis que le deuxième est dans le numéro 5 de décembre 1941. Heinz Hopf vient faire un exposé sur les mêmes articles à Strasbourg le 2 mai 1946, voir la sous-section 6.2.

— Dieudonné, (20-1-46) ; Day, Uniformly convex spaces (Bull. Am. M. Soc, 6-47, 1941, p. 504)

— Mackey, Isomorphisms of normed linear spaces (Ann. of. M., 43, 1942, p. 244-260) [21]

— Schutzenberger, (21-1-46) ; P.M. Whitman, (Ann. of Math., t. 42 et 43) ; Free lattices

— Colmès, 9-3-46 ; Tarski et Mac Kinsey, Ann. of M. 45, p. 141-191

— Choquet, 9-3-46 ; Exposé sur l'aire des surfaces [22]

— Lichnérowicz, 10-3-46 ; Espaces riemanniens harmoniques

— Hervé, (11-3-46) ; Siegel : Symplectic geometry (Amer. Journal, t. 45, 1943) ; Sugawara : Generalisation of Poincaré spaces (Proc. Imper. AC. Japan, t. 16, 1940)

— 30 nov. 46, (Koszul) ; Relation entre homologie et homotopie (Eilenberg–MacLane)

— 30 nov. 46, (Gauthier) ; Réduction des singularités des variétés algébriques

— 1er déc. 46, (Godement) ; Dunford : Spectral theory (Trans. sept. 43)

— 16 mars 47, (Nesbeda) ; Topological methods in the th. of f. of a single complex variable (M. Morse et M. Heins, Ann. of Maths, 1945, p. 600-666 et 1946, p. 233-273)

— 2 déc. 1947 (MacLane) ; Extensions de groupes

— 6 déc. 1947 (MacLane) ; Relations entre homotopie et cohomologie [23].

Les deux dates inscrites sur le document des archives Bourbaki correspondent à celles du cahier d'Henri Cartan. Les articles rayés sont également les noms repris par Henri Cartan pour ses notes. Un séminaire portant le nom de Bourbaki a donc bien lieu en 1945–1946.

Plusieurs sessions sont organisées. Les notes d'Henri Cartan regroupent certainement tous les exposés qui se sont tenus en 1945–1946, mais ce n'est pas le cas pour l'année 1946–1947. Il est en effet possible de faire la liste suivante des réunions du séminaire, à l'aide du cahier d'Henri Cartan pour les trois premières et de la correspondance entre Henri Cartan et Marcel Brelot ou André Weil pour les trois suivantes :

— 19–21 janvier 1946 ;

— 9–11 mars 1946 ;

— 30 novembre–1er décembre 1946 [24] ;

— 18–20 janvier 1947 [25] ;

---

21. Le nom de l'orateur et la date ne sont pas indiqués. Je suppose que Jean Dieudonné donne les deux exposés d'affilés.

22. La note précédente ne donnait pas de bibliographie, mais celle-ci en a une de sept titres au début de l'exposé.

23. Il y a trois autres notes d'exposés qui suivent mais qui ne sont visiblement pas des exposés au séminaire Bourbaki : « Cambridge » est inscrit à côté de la date du premier et les deux autres ont lieu en 1948 et 1949 mais ne sont pas publiés dans les séminaires Bourbaki rédigés qui commencent en décembre 1948, voir [Bouc, no 1 (1952)].

24. Mentionné également dans le brouillon de la lettre d'Henri Cartan à Jean Delsarte du 23 novembre 1946, [Boua, hcco062].

25. Voir la lettre d'Henri Cartan à Marcel Brelot du 22 décembre 1946, [Breb]. Henri Cartan explique à Marcel Brelot qu'il doit contacter Roger Godement s'il veut assister au séminaire. Il n'est pas sûr que celui-ci ait effectivement lieu, mais il y a bien un congrès Bourbaki en parallèle, voir [Boua, nbt015].

— 15–17 mars 1947[26] ;

— 26–28 avril 1947[27].

Les notes des deux exposés de Sanders Mac Lane des 2 et 6 décembre 1947 dans le cahier d'Henri Cartan ne permettent pas de savoir s'ils correspondent à des séminaires Bourbaki. Il n'y a pas de congrès à ce moment et le 2 est un mardi. Michèle Audin ne les mentionne pas dans les « Séminaires Bourbaki "pré-historiques"[28] ». Cependant, un document annonçant la reprise du séminaire Bourbaki en 1948–1949[29] commence par la phrase : « Après une interruption d'un an, le Séminaire Bourbaki reprendra cette année. » Il est donc probable qu'il y ait eu un séminaire Bourbaki du 6 au 8 décembre 1947 puisque cela fait effectivement une interruption d'un an, presque jour pour jour, alors que c'est un an et demi si le dernier est en avril.

6.3.2 Une correspondance sur l'avenir du séminaire à partir d'octobre 1946

Le 25 octobre 1946, après deux sessions de trois jours de séminaire en 1945–1946, Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan qu'il espère que le séminaire Bourbaki va continuer cette année. Il ajoute qu'« il faudrait que vous fassiez au moins 4 réunions au cours de l'année, une tous les 2 mois environ, en commençant en Novembre[30]. » Henri Cartan ne mentionne pas ce sujet dans sa réponse du 5 novembre 1946[31] et il ne semble pas vraiment abordé dans la correspondance bourbachique jusqu'en mai 1947. Des séminaires ont cependant bien lieu à quatre reprises en 1946–1947.

Le 5 mai 1947, Henri Cartan écrit à Jean Dieudonné les idées dont ils ont discutées avec Claude Chabauty à propos du séminaire Bourbaki de l'année suivante :

> Chab. doit écrire à Weil au sujet du Séminaire Bourbaki de l'an prochain. On a décidé que, maintenant que le flot des publications américaines de guerre est, en gros, avalé, de changer de méthode, en choisissant 3 sujets sur chacun desquels on tâchera d'avoir des exposés détaillés et coordonnés à l'avance par une commission composée de gens plus ou moins compétents. Il convient dès maintenant de songer à un programme de travail sur chacun de ces 3 sujets, qui sont ainsi prévus : 1° éq. diophantiennes ; 2° fondements de la géométrie algébrique ; 3° fonctions automorphes de plusieurs variables. A chaque session du séminaire, on pourrait avoir 2 exposés sur chacun de ces 3 sujets. [Boua, hcco128]

En écrivant que « le flot des publications américaines de guerre est, en gros, avalé », Henri Cartan semble sous-entendre que c'était l'objectif de la première année du séminaire. Comme

26. Voir la lettre d'Henri Cartan à Marcel Brelot du 22 février 1947, [Breb]. Henri Cartan écrit à Marcel Brelot qu'il a dû recevoir le programme du prochain séminaire. Il y a eu un congrès Bourbaki en parallèle, jusqu'au 18, voir [Boua, hct005]. Un exposé de Luc Gauthier au séminaire Bourbaki de mars 1949, [Bouc, no 1 (1952), exp. n°10, pp. 57-64], mentionne un exposé au séminaire Bourbaki qu'il a présenté, en mars 1947.

27. Voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 20 avril 1947, [Boua, hcco128], lettre reproduite [Aud11, p. 220] : « Dans 5 jours, je pars pour Paris (séminaire Bourbaki). » Les séminaires précédents ayant tous eu lieu du samedi au lundi, je suppose que celui-ci également.

28. Voir la [Aud11, note 135.4, p. 542].

29. Voir [Boua, hcsb002]. Le titre du document contient une erreur puisqu'il est indiqué « SEMINAIRE BOURBAKI 1948–1948 ».

30. Voir [Boua, hcco050].

31. Voir [Boua, hcco056].

le montre la liste des articles pour le séminaire Bourbaki de 1945–1946 et les notes des exposés du cahier correspondant d'Henri Cartan jusqu'en mai 1947, il s'agissait bien d'étudier des articles états-uniens publiés entre 1939 et 1945. Quant au thème du séminaire à chaque session, celui-ci s'est plus ou moins concentré, en fonction des dates, sur un ou plusieurs domaines de la liste fixée dans le document des archives Bourbaki [Boua, hscb001]. Il est probable que la contrainte des publications états-uniennes de la guerre ait été privilégiée à celle du choix d'un thème global, ou par session.

À l'inverse, le projet dont fait part Henri Cartan à Jean Dieudonné pour l'année suivante est différent. L'objectif de rattraper la production états-unienne de la guerre étant, d'après Henri Cartan, accompli, il ne semble plus alors être question de se concentrer sur les travaux publiés dans ce pays. Ils pensent, avec Claude Chabauty, choisir trois sujets qui seront étudiés toute l'année, chaque après-midi de chacune des sessions étant consacré à un de ces sujets. La coordination des exposés de chaque sujet serait effectuée par une commission. Cependant, cette idée n'est pas au goût des Brésiliens. En effet, Jean Dieudonné écrit à Henri Cartan le 19 mai 1947 :

> 11) Séminaire bourbaki. Puisque vous avez "décidé" de changer complètement de méthode, je présume que vous ne demandez notre avis que pour la forme. Pour la forme donc, je te préviens que nous sommes *violemment opposés* à cette modification. J'ai les plus grands doutes sur votre prétention d'avoir "avalé" toute la production américaine de guerre ; et quand cela serait, la-dite production se serait-elle par hasard arrêtée ? Et celle des autres pays ? Le séminaire Hadamard avait au moins autant de séances annuelles que le nôtre et n'arrivait jamais à absorber toute la production intéressante de l'année. Il s'agit de savoir quelle est la formule la plus utile : séminaire d'analyse (genre Hadamard) ou séminaire d'initiation (genre Julia) ; à notre avis, l'expérience a montré que le premier est de loin le plus stimulant et le plus vivant : quand le programme des séances est varié et bien dosé, tout le monde peut y venir avec beaucoup de chances d'y trouver au moins un exposé qui touchera à ce qui l'intéresse ; ce n'est certes pas le cas pour l'autre système, qui est tout juste bon pour initier les débutants (formule des "pro-séminaires" allemands). A la rigueur, on pourrait convenir, comme formule mixte, de réserver chaque année une séance sur 3 à l'exposé d'un groupe de mémoires relatifs à un sujet déterminé, avec une ou 2 séances d'initiation préalable si le sujet est trop mal connu. Cela dit, faites comme vous voudrez : mais je te préviens que je ne suis nullement disposé, en ce qui me concerne, à participer activement à un nouveau séminaire Julia. [Boua, hcco132]

Jean Dieudonné oppose donc deux critiques, une de fond et une de forme, sur la nouvelle proposition pour le séminaire Bourbaki. Sur le fond, il remet en question le fait de pouvoir prétendre avoir traiter l'ensemble des articles états-uniens publiés pendant la guerre. Il continue ensuite sur le fait qu'il y a de nouvelles choses qui sont parues depuis, aux États-Unis et dans d'autres pays. En l'absence de nouvelle proposition concrète de sa part, il semble que Jean Dieudonné ne critique ici que la prétention d'avoir absorbé, « en gros », en deux années, ce qui a été publié aux États-Unis. En rappelant l'expérience du séminaire Hadamard où ce dernier « proposait des sujets, normalement choisis parmi les tirés-à-part qu'il avait reçus [...], mais il acceptait volontiers d'autres propositions [32] », Jean Dieudonné explique, qu'avec autant de séances que le séminaire Bourbaki, il « n'arrivait jamais à absorber toute la production intéressante de l'année ». Il montre donc que c'est un objectif irréalisable.

Pour la forme, la critique est plus profonde. Il commence par comparer les deux séminaires auxquels ils ont tous les deux assisté. Selon lui, le séminaire Hadamard est un séminaire d'analyse de mémoires où chacun peut y trouver un exposé qui l'intéresse si le programme est bien fait. À l'inverse, il trouve que le séminaire Julia est un séminaire d'initiation qui « est tout juste bon » pour les débutants. Il propose ensuite un compromis entre les deux. C'est exactement là-dessus que rebondit Henri Cartan dans une lettre à André Weil du 15 juin 1947 :

> J'ai oublié, dans ma lettre précédente, de répondre à Dieudonné (et à toi aussi, je suppose) au sujet du Séminaire Bourbaki de l'an prochain. Il faut s'entendre : entre le séminaire Hadamard et le séminaire Julia il y a toute une gamme intermédiaire ; c'est une question de nuances. Ce que nous voulons éviter, ce sont les exposés de mémoires américains sans intérêt choisis par X^* ou autres, à qui on ne peut pas faire confiance pour nous dire : c'est sans intérêt et je n'en parle pas. Ce que nous voudrions au contraire, c'est par exemple comprendre quelque chose à la série des mémoires de Siegel ; ceci ne peut se faire que dans le cadre d'exposés qui se suivent avec un minimum de cohérence. Si vous avez des suggestions à faire pour atteindre ce but, elles seront les bienvenues. [Boua, hcco139] [33]

Henri Cartan propose un compromis entre les deux types de séminaires. En parlant au nom des organisateurs du séminaire Bourbaki en France, il reproche au fonctionnement qui se rapproche du séminaire Hadamard de ne pas pouvoir « faire confiance » aux orateurs pour écarter ce qui n'est pas intéressant. Henri Cartan souhaite, d'un autre côté, « comprendre quelque chose à la série des mémoires de Siegel », ce qui se rapproche donc d'un séminaire thématique du type de celui de Gaston Julia. Jean Dieudonné revient sur ce point dans une lettre du 17 juillet 1947 [34] : il apprécie qu'ils ne souhaitent pas refaire un séminaire Julia et espère que la majorité des exposés « sera toujours consacrée à l'analyse de la littérature courante [35] ». Il continue en attaquant Henri Cartan. Il lui demande « si tu te plains du trop grand nombre d'exposés sans intérêt, pourquoi les as-tu laissé choisir au début de l'année ? » et lui reproche « deux tendances fâcheuses pour le bon succès d'un séminaire genre Hadamard ». Il est question du perfectionnisme d'Henri Cartan sur le rejet de tout ce qui ne rentrerait pas dans les rédactions Bourbaki et son envie de n'avoir que des exposés intéressants. Pour finir :

> Ceci dit, Weil et moi ne sommes pas opposés à ce qu'une partie du Séminaire soit plus spécialement réservée chaque année à une suite de travaux sur un sujet déterminé ; mais Weil t'écrit par ailleurs pour te dire ce qu'il pense du choix que vous avez fait pour la première année, et qui ne lui paraît pas particulièrement heureux pour toutes sortes de raisons. [Boua, hcco144] [36]

Jean Dieudonné propose donc un autre compromis. S'ils s'opposent, avec André Weil, à ce

32. Voir [Aud14b, p. 14].
33. Lettre reproduite [Aud11, pp. 237-239].
34. Il est écrit [Aud11, p. 582] que la lettre est du 15 : ce n'est pas la date indiquée sur la lettre des archives Bourbaki.
35. Voir [Boua, hcco144], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 582].
36. Lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 582] : tout ce qui est après le point virgule n'y figure pas.

que le séminaire se concentre sur un ou plusieurs sujets au détriment de l'étude de mémoires divers, ils consentent à ce qu'une partie du séminaire puisse avoir cet aspect. Il semble que la lettre d'André Weil que mentionne Jean Dieudonné est celle du 14 juillet, car il n'y a pas d'autre trace, dans les archives Bourbaki, d'une lettre contemporaine de ce premier à Henri Cartan qui mentionnerait le séminaire. Dans cette lettre, il revient sur ce que Pierre Samuel [37] et Henri Cartan lui ont écrit, chacun de leur côté. Après avoir expliqué pourquoi les trois sujets leur paraissent, à lui et Jean Dieudonné, « mal choisis », André Weil donne quelques détails sur les raisons qui le pousse à penser cela de « Géométrie algébrique : normalisation, uniformisation locale » et « géométrie des matrices (Hua) », et poursuit en revenant au parallèle avec le séminaire Hadamard :

> Bref, il me semble que votre choix même des sujets prouve abondamment que vous vous condamnez à un échec complet, alors que la formule "séminaire Hadamard" représente quelque chose de nécessaire et de viable. Naturellement, cette formule doit reposer sur un choix et une distribution judicieux des mémoires à analyser ; elle n'est pas incompatible non plus avec le choix d'un ou plusieurs "centres d'intérêts" (comme disent les pédagogues) autour desquels se grouperaient certains mémoires. [Il donne l'exemple des « grands mémoires de Siegel » et des « travaux de Hecke ».] D'une manière générale, D. et moi sommes tout disposés à vous fournir des listes de mémoires, qui n'ont certes pas besoin d'être tous américains, ni d'être tous parus l'année dernière. Si, concurremment avec cela, vous tenez à consacrer une séance sur trois (p.ex.) à un sujet suivi, D. vous suggère de consacrer cette série de séances aux travaux de R.Brauer [...]. [Boua, hcco143] [38]

André Weil propose donc, de manière plus claire que Jean Dieudonné, que le séminaire Bourbaki adopte l'aspect « étude de mémoires » du séminaire Hadamard, sans se limiter aux travaux publiés dans un seul pays ou une année précise, et la possibilité de suivre des thématiques, dans la continuité du séminaire Julia.

À la suite de la réception de ces deux lettres, Henri Cartan répond à André Weil le 5 août 1947 :

> J'ai communiqué à Samuel le texte de ton "encyclique" (comme il dit) concernant nos projets de séminaire sur la topologie [39] algébrique. Il semble en résulter qu'on ne peut pas compter sur un séminaire pour s'initier à cette branche des mathématiques ? Par contre on peut fort bien, dans un séminaire, analyser des mémoires qui se rapportent

37. Je ne sais pas si cette lettre a été conservée.

38. Lettre reproduite [Aud11, pp. 242-243].

39. Il est curieux qu'Henri Cartan mentionne la « topologie algébrique » alors que seule l'expression « géométrie algébrique » est utilisée pour ces questions dans cette conversation sur les sujets du séminaire. C'est peut-être une erreur d'inattention d'Henri Cartan, car il donne quelques détails d'un colloque de topologie algébrique à André Weil, mais surtout fait un résumé de travaux de topologie algébrique qui occupe l'essentiel de la lettre. Si c'est voulu, il est possible qu'il faille d'autres lettres pour éclaircir ce changement, que les sujets du séminaire Bourbaki aient changé ou bien qu'il soit maintenant question du séminaire Cartan (dont le sujet en 1948–1949 est la topologie algébrique). Dans ce dernier cas, il est possible qu'il y ait un quiproquo puisqu'André Weil écrit bien « sur le séminaire Bourbaki de l'an prochain » dans sa lettre précédente, de même pour Jean Dieudonné ; du point de vue d'Henri Cartan, il y aurait alors une discussion générale sur l'organisation d'un séminaire et le point de vue des Brésiliens là-dessus (eux pensant discuter seulement du séminaire Bourbaki) puis, ensuite, deux séminaires distincts, celui de Bourbaki organisé avec Claude Chabauty et un autre, qui deviendrait celui « d'Henri Cartan », organisé avec Pierre Samuel.

> à un tel sujet ? Je laisse à Chabauty et à Samuel le soin de dégager de ton encyclique des règles pratiques de conduite. [Aud11, p. 244]

L'« encyclique » mentionnée par Henri Cartan correspond certainement aux passages de la lettre où André Weil détaille ses oppositions au choix des sujets. Il semble également qu'Henri Cartan commence à se désintéresser de ces questions, certainement à cause des critiques qu'il vient de recevoir du Brésil, mais aussi à cause de son départ prévu aux États-Unis. Il laisse deux autres membres de Bourbaki s'en occuper et souligne au passage une contradiction dans les propos de ses amis.

6.4 Le séminaire Cartan et le séminaire Bourbaki de 1948–1949

Les exposés consignés de la première année du séminaire Bourbaki rédigé [40] prouvent que la volonté d'André Weil et Jean Dieudonné est appliquée. Si plusieurs exposés se suivent, car ils traitent du même travail en plusieurs fois ou de publications proches d'un même auteur, il ne semble pas y avoir de choix spécifique d'un ou plusieurs sujets, ni d'un pays ou d'une année de publication. Cela est confirmé par un document annonçant la reprise du séminaire Bourbaki [41]. Pour dix-huit exposés prévus dans l'année scolaire 1948–1949, une liste de onze sujets est proposée, correspondant à des travaux précis, et aucun lien n'est présenté entre eux. Au compromis suggéré par Jean Dieudonné dans sa lettre à Henri Cartan du 19 mai 1947 où un sujet ferait l'objet d'une séance sur trois avec « une ou 2 séances d'initiation préalable si le sujet est trop mal connu », il est souhaité, dans cette annonce, que les conférenciers envoient un court résumé de leur exposé pour permettre aux non-spécialistes de mieux les suivre.

En parallèle du séminaire Bourbaki, un autre séminaire organisé par Henri Cartan commence en 1948. Celui-ci est consacré à la topologie algébrique [42] et Henri Cartan est l'orateur principal de presque la moitié des exposés de l'année. Si l'objectif n'est plus, comme lors des conférences de quatrième année à Paris en 1941–1942, de traiter un livre spécifique de Bourbaki, Henri Cartan choisit un sujet précis et s'entoure de nouveaux et d'anciens élèves de l'ENS pour la présentation des exposés [43]. Cela est confirmé par un témoignage de Laurent Schwartz :

> Indépendamment de son enseignement aux diverses promotions de normaliens, il donnait tous les ans un séminaire pour "adultes" qu'il organisait avec quelques-uns de ses plus brillants élèves (notamment Jean-Pierre Serre). Chaque séance était minutieusement préparée. Le séminaire traitait un sujet par an et attirait les mathématiciens du monde entier. J'y assistai à plusieurs reprises. La topologie algébrique et la géométrie analytique et algébrique formaient, en général, les thèmes principaux. L'ensemble des publications de ces séminaires est une œuvre monumentale. [Sch97, p. 290]

40. Voir [Bouc, no 1 (1952)].
41. Voir [Boua, hscb002].
42. Voir [Car, Tome 1, 1948-1949].
43. En 1948–1949, il y a deux contributions de Jean-Pierre Serre (1945), une de Jean Cerf (1947), Pierre Samuel (1940), Jacques Dixmier (1942) ainsi que de Jean Frenkel (1942), voir [Pau14, p. 374]. La date entre parenthèses indique l'année d'entrée à l'ENS.

Après avoir présenté ces deux séminaires, Michèle Audin note : « Le séminaire Cartan et le séminaire Bourbaki furent deux entreprises bien distinctes... mais menées par des équipes qui étaient loin d'être disjointes [44]. » Après la correspondance acerbe à propos de l'organisation du séminaire Bourbaki entre mai et août 1947, il est probable qu'Henri Cartan ait souhaité prendre son indépendance par rapport aux autres membres de Bourbaki pour organiser un séminaire comme il le souhaitait et sous une forme qu'il avait déjà expérimentée. L'organisation différente de ces deux séminaires révèle des ressemblances flagrantes entre le séminaire Bourbaki et celui d'Hadamard d'un côté, et le séminaire Julia avec celui de Cartan de l'autre [45]. Ces différences correspondent presque exactement à celle des points de vue entre les Brésiliens et Henri Cartan sur l'organisation du séminaire en 1947.

44. Voir [Aud14b, p. 101].
45. Voir [Aud14b, p. 102].

Chapitre 7

Conclusion

7.1 L'enrichissement du projet éditorial

Au début de leur carrière, les membres de Bourbaki font partie de plusieurs générations successives de normaliens à la recherche d'une carrière en mathématique. Leurs formations, voyages ou centres d'intérêt ne sont pas les mêmes, mais ils cherchent tous à obtenir de premiers postes. Les compromis géographiques vont alors de pair avec les possibilités d'obtenir un poste en fonction du mérite scientifique et de l'ancienneté.

Face à un éclatement relatif dans les universités de province, ces jeunes chercheurs peuvent se retrouver dans le cadre du séminaire Julia, à Paris. En parallèle de ce rendez-vous, les questionnements d'Henri Cartan sur son enseignement du CDI incitent André Weil à proposer un projet rédactionnel collectif. Cette initiative s'ajoute à d'autres, comme la série de publications en l'honneur de Jacques Herbrand, la création de la section de l'Est de la SMF ou la reprise des *Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg*. Cependant, ce regroupement de mathématiciens qui s'impliquent fortement, en travail et en disponibilité, dans le projet bourbachique, les place dans une situation singulière avec des relations privilégiées au sein de la scène mathématique française. Les activités collectives du groupe Bourbaki dépassent ainsi rapidement le strict projet éditorial.

La rupture avec Gaston Julia en 1938 a plusieurs conséquences directes. Tout d'abord les membres de Bourbaki ne participent pas au séminaire de l'année scolaire suivante. Un séminaire est alors organisé à Strasbourg. D'autre part, d'un point de vue de la progression de carrière et d'accès au pouvoir institutionnel, ils ne veulent pas laisser Jean Leray accéder à un poste à Paris plus rapidement qu'eux. Une campagne de candidature s'organise alors entre membres de Bourbaki pour ne pas laisser Jean Leray accéder à ce poste sans tenter de s'y opposer. En étant collectivement menacés, à la suite de l'exclusion du séminaire Julia, par cette candidature, une réponse coordonnée s'impose. C'est la première organisation d'envergure des membres de Bourbaki qui sort complètement de leur objectif de publier un traité de mathématique. C'est un tournant dans le projet commun.

La guerre bouleverse complètement les activités du groupe Bourbaki. L'évolution rapide et radicale des situations individuelles des membres fait que le projet est tout d'abord en pause, car ils ont alors d'autres priorités. Si peu de congrès sont organisés, et avec un nombre restreint de membres, le projet de rédaction continue tout de même d'avancer. D'autre part, en parallèle des toutes premières publications du groupe, certains membres commencent concrètement à mettre à profit, dans leurs enseignements, le travail collectif dans le cadre du projet Bourbaki, que ce soit l'enseignement du CDI à Clermont-Ferrand par René de Possel ou Henri Cartan, ou les enseignements de ce dernier à l'ENS [1].

La fin de la guerre marque, à partir du congrès du Café du début de l'été 1945, une expansion importante des activités du groupe Bourbaki. La production de rédactions et la publication des *Éléments de mathématique* s'accélèrent. De nouveaux membres sont régulièrement cooptés. Les questions de carrières deviennent récurrentes. Le séminaire Bourbaki commence à être organisé. D'autre part, des projets plus généraux d'expansion et d'installation de Bourbaki sont envisagés, comme l'existence de centres mathématiques intéressants à l'Est de la France, la continuité d'un enseignement bourbachique à São Paulo ou la création d'une branche états-unienne de Bourbaki.

Les premières diversifications notables et durables des activités collectives dans le cadre du projet Bourbaki, en parallèle de la rédaction et de la publication des *Éléments de mathématique*, commencent concrètement en 1938. Elles sont ensuite perturbées par la guerre et ce n'est qu'à partir de 1945 que ces différents autres aspects du projet collectif vont représenter une part significative des activités du groupe.

Pendant les toutes premières années du projet Bourbaki, les membres du groupe sont dans des situations relativement homogènes. Ils sont tous au début d'une carrière qu'ils essayent de lancer. Ils ont des situations individuelles plus ou moins stables, n'ont pas vraiment de pouvoir institutionnel et ne peuvent donc pas concrètement établir et organiser des stratégies collectives de candidature. À la veille de la guerre, les membres de Bourbaki ont tous, sauf Charles Ehresmann, un poste fixe dans une université des départements. Leurs carrières sont lancées et c'est la question de leur progression qui devient importante. La riposte à la candidature de Jean Leray est alors une stratégie collective. Ils ne veulent pas laisser un de leurs collègues qui a participé à leur exclusion collective du séminaire Julia progresser dans les postes universitaires sans essayer de s'y opposer. La nomination d'un tiers parti, Georges Bouligand, vient alors conclure cette affaire.

Si les activités et situations collectives et individuelles des membres de Bourbaki sont évidemment perturbées par la guerre, celles-ci influencent directement ce qui se passe ensuite. Malgré la complexité du montage, Henri Cartan peut demander un détachement à Strasbourg pendant deux ans. Avec la sécurité de son poste parisien, il a l'opportunité d'avoir une situation intéressante pour ses activités personnelles et scientifiques. À l'inverse, André Weil doit lutter pour revenir en France.

La stratégie développée autour d'André Weil pour essayer de lui obtenir un poste en France est révélatrice de l'intrication de plusieurs problématiques. Tout d'abord, un voyage en France, sous prétexte d'un congrès Bourbaki qui a effectivement lieu, permet à André Weil de faire le point sur sa situation administrative et d'organiser la suite de vive voix, au début de l'été 1945. Si, dès mai 1946, trois options sont envisagées, elles ne demandent pas la même organisation pour favoriser la candidature d'André Weil et correspondent à différents compromis.

Après ses deux premières tentatives d'avant-guerre, une nouvelle candidature d'André Weil au Collège de France semble évidente. Szolem Mandelbrojt, qui a une chaire dans cette institu-

1. Cette dernière phrase est justifiée par la seconde partie de la thèse.

tion et est un ancien membre de Bourbaki, devient leur contact de prédilection à ce moment. Si son problème majeur est, au début, de trouver un candidat qui l'intéresse, la candidature inattendue de Maurice Fréchet est un premier rebondissement. L'entrée en jeu de Jean Leray, et le choix d'un nom de chaire préparé pour lui, donnent ensuite une autre tournure à cette campagne. La réputation scientifique d'André Weil ne permet pas, à cause de son parcours pendant la guerre, d'obtenir un poste réservé à un prisonnier de guerre. Cette campagne permet également aux membres de Bourbaki de comprendre que Szolem Mandelbrojt n'est pas entièrement dévoué à défendre les intérêts d'un groupe rassemblé autour d'un projet duquel il s'est distancié : il est tiraillé entre différents partis.

La perspective d'un poste à Nancy est l'objet d'une motivation complètement différente. Il ne s'agit pas d'obtenir un prestigieux poste parisien, mais de rejoindre des collègues, amis et membres de Bourbaki dans un milieu qu'il apprécie. Si l'idée de créer une chaire d'arithmétique supérieure est d'abord envisagée, sans avoir été visiblement poursuivie, c'est le détachement de Jean Capelle qui suscite un nouvel intérêt pour cette option. Un montage compliqué est alors envisagé, avec de nombreuses conditions et des changements de postes. Le « petit sacrifice » éventuel demandé à Laurent Schwartz par quatre des membres fondateurs de Bourbaki [2], et son acceptation, montrent l'intérêt collectif, et en particulier de Bourbaki, à l'obtention d'un poste à Nancy pour André Weil. Avec la nomination de Maurice Janet à la place de Paul Dubreil à la Sorbonne, malgré une réelle campagne d'Henri Cartan en la faveur de ce dernier, ce moyen d'obtenir un poste pour André Weil en France est abandonné.

La dernière option, celle d'une direction de recherche, a dès le début été considérée comme une solution de repli qui ne devait pas poser de difficultés. Quand une candidature à ce poste est sérieusement envisagée, début 1947, la situation n'est finalement plus si simple. L'hostilité de Georges Teissier vis-à-vis de Charles Pisot, qui a également quitté la France pendant la guerre, mais, lui, pour l'Allemagne, laisse craindre à Henri Cartan un comportement similaire vis-à-vis d'André Weil. À la suite des échanges avec Joseph Pérès, Henri Cartan apprend que la candidature risque effectivement de rencontrer des oppositions. Il soutient alors la candidature d'André Weil en soulignant l'importance de voir ce mathématicien revenir pour la science française et se déclare être le « porte-parole de toute une génération de mathématiciens ». Dans les faits, Henri Cartan semble surtout être le porte-parole de Bourbaki. Finalement, avec l'obtention d'un poste à Chicago, cette candidature est abandonnée.

Le retour d'André Weil en France est donc un problème important pour plusieurs membres de Bourbaki entre 1945 et 1947. Il ne s'agit pas seulement de faire revenir en France un ami et un collègue d'une haute valeur scientifique. En effet, le placement des membres de Bourbaki et la poursuite du travail collectif sont également des motivations majeures. Face aux échecs pour obtenir un poste en France, le compromis du poste à Chicago est particulièrement intéressant pour André Weil puisque le fonctionnement de l'université lui permet « de passer chaque année en France un trimestre qui ne sera pas celui des grandes vacances [3] ». Cela a l'avantage de lui permettre de participer à différentes activités qui se déroulent durant l'année scolaire [4].

2. Henri Cartan, Jean Delsarte, Jean Dieudonné et André Weil.

3. Voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 26 mars 1947 [Aud11, pp. 211-213].

4. Dans une lettre à Henri Cartan du 30 avril 1947, Jean Dieudonné écrit « Weil a d'excellentes raisons pour tenir à être en Europe en dehors des vacances d'été qui dispersent tous les centres scientifiques et empêchent tout contact sérieux avec les groupes au travail et notamment les jeunes. », voir [Boua, hcco115], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 571].

7.2 Des activités mathématiques liées à l'environnement scientifique

En plus du travail en commun pour le projet de publication et de stratégies collectives pour soutenir des candidatures à des postes, d'autres activités se développent autour du projet collectif.

La reprise de l'organe de publication de l'institut mathématique de l'université de Strasbourg en 1937 permet aux membres de Bourbaki de publier des mémoires individuels. Les dix premiers étant presque exclusivement produits par des membres de Bourbaki, cette série représente de fait une autre activité du groupe ou, du moins, de plusieurs de ses membres. Comme l'écrit Henri Cartan à André Weil le 17 mars 1940, ces publications permettent d'avoir un moyen d'échange pour continuer à enrichir la bibliothèque de l'institut. Cet outil permet donc également de contribuer à améliorer leurs conditions de travail. D'un autre côté, il laisse également la possibilité de publier des mémoires de façon indépendante. Jean Dieudonné le souligne d'ailleurs, dans une lettre à Henri Cartan du 18 août 1947, quand il explique qu'il peut largement se permettre, en incluant implicitement les autres membres de Bourbaki, de boycotter les revues parisiennes si Paul Montel ne donne pas une suite rapide à la publication de quelques mémoires.

Après quelques autres projets collectifs et le début du projet Bourbaki, la création de la section de l'Est de la SMF permet de réunir des mathématiciens de Nancy et Strasbourg pour des communications. Avec l'exclusion des membres fondateurs de Bourbaki du séminaire Julia en 1938, le séminaire de Strasbourg est une nouvelle occasion de participer à des réunions scientifiques. La guerre vient alors chambouler l'organisation de tels rassemblements, mais Henri Cartan organise quand même des « conférences dites de quatrième année » en 1941–1942. Il s'agit alors de faire travailler des étudiants autour du livre de topologie générale de Bourbaki qui vient de paraître.

Avec la libération de la France, les réunions scientifiques reprennent rapidement. Un séminaire est organisé dès 1946, à Strasbourg, avec des exposés de membres et sympathisants de Bourbaki. En parallèle, un séminaire Bourbaki voit également le jour. En décidant de rédiger les exposés avant leur présentation, ce séminaire s'installe durablement dans la scène mathématique française et internationale à partir de 1948. Des divergences sur le fonctionnement du séminaire et le choix des sujets sont certainement à l'origine de la création d'un séminaire Cartan, la même année.

Les réunions scientifiques et, en particulier, les séminaires sont omniprésents dans les carrières des membres de Bourbaki [5]. En parallèle du projet éditorial, ces rassemblements permettent des échanges entre ces membres et des scientifiques proches. Ils sont surtout un marqueur important de l'activité mathématique et de l'environnement scientifique des membres de Bourbaki.

À travers les stratégies de carrières et la participation importante à des initiatives locales, des idées plus générales d'organisation de leur vie scientifique voient le jour. Sous le nom de « centre mathématique », il s'agit alors d'optimiser le rassemblement de collègues qui apprécient

5. Voir, par exemple, le chapitre 5 de [Pau14] pour une étude sur la place des séminaires dans l'activité mathématique de Laurent Schwartz.

et profitent de travailler ensemble dans différentes universités. Si Strasbourg est relativement délaissée après le départ d'Henri Cartan en 1947, la présence et l'influence de Bourbaki à Nancy sont plus pérennes. L'installation précoce et durable de la famille Delsarte, qui devient rapidement propriétaire dans cette ville, en est la raison principale.

La lettre de Jean Dieudonné à Henri Cartan du 2 janvier 1947 [6] est particulièrement claire sur les ambitions bourbachiques à Nancy ou, du moins, ce que lui en pense concrètement. La venue d'André Weil serait l'occasion de « créer le centre Bourbaki rêvé à Nancy ». En allant encore plus loin, Jean Dieudonné explique que le compromis demandé à Laurent Schwartz permettrait d'écarter Luc Gauthier, d'éviter qu'il ne « s'incruste » à Nancy. Si le plan se déroule comme prévu ils pourraient ainsi réussir à se « débarrasser » de Paul Dubreil et, par la même occasion, ne pas le remplacer par « un autre "corps étranger" du point de vue de Bourbaki ». Il ne s'agit donc plus seulement de placer des membres du projet collectif, mais bien de conquérir le centre de Nancy et y favoriser la présence de membres ou sympathisants de Bourbaki. L'objectif étant de rassembler des mathématiciens qui peuvent mettre à profit le fait de travailler au même endroit, en commençant par l'affinité autour du projet bourbachique [7].

La conquête de São Paulo est différente, car il ne s'agit que de postes provisoires. Si, dès juin 1946, la présence de Jean Dieudonné et André Weil leur permet d'affirmer que le « terrain est sensiblement conquis ici à Bourbaki », ils souhaitent que cette situation perdure. L'évolution de la situation politique et économique, ainsi que les ambitions des membres et proches de Bourbaki ne permettent cependant pas d'avoir un réel centre bourbachique en Amérique du Sud. Cependant la présence de membres de Bourbaki et leur influence à travers les activités d'enseignement et de recherche donnent lieu à une tendance d'écriture et de recherche chez des chercheurs d'origine brésilienne, en particulier Leopold Nachbin.

S'il s'agit de s'installer à São Paulo et de conserver un terrain conquis, la stratégie aux États-Unis est différente. En effet, il n'est pas question d'envoyer des membres pour conquérir le terrain, mais de créer une branche locale à travers, notamment, la cooptation de Samuel Eilenberg. La conjoncture rendue possible par la présence de membres du groupe aux États-Unis permet d'envisager la création d'une réelle dynamique : ce n'est pas un échange unilatéral de ressources humaines, mais un regroupement délocalisé dont l'existence en parallèle du groupe en France peut être envisagée sur le long terme. Le quiproquo sur la première proposition de cooptation de Samuel Eilenberg par Claude Chevalley et le veto brésilien montre des divergences dans les perspectives d'évolution du groupe. L'explication d'Henri Cartan sur le choix de requérir la proximité de membres plus expérimentés et une participation progressive est alors révélatrice de la volonté d'éviter de rebuter un mathématicien qu'ils souhaitent coopter.

Le début de la carrière académique des membres de Bourbaki, et plus généralement des orateurs au séminaire Julia, commence en province. Cela n'a rien de spécifique puisque c'est une conséquence de l'organisation des postes universitaires français en mathématiques. Le séminaire Julia représente alors un lieu de rassemblement et d'échange à Paris qui permet à ces

6. Citée dans la sous-section 4.3.

7. Par la suite, le rassemblement dans un projet commun ne semble pas suffire à favoriser les échanges mathématiques. Henri Cartan souligne des difficultés dans les rapports interpersonnels dans une lettre à André Weil du 23 février 1954 : « Une question nous préoccupe un peu, Schwartz et moi : celle de Nancy, où visiblement les choses grincent un peu ; la chute de génération est trop grande entre Delsarte et Godement pour qu'ils s'accrochent bien ; il manque Schwartz entre eux deux, et l'autorité de Dieudonné pour tout faire rentrer dans l'ordre. », voir [Aud11, p. 360].

jeunes chercheurs de se retrouver, de faire des mathématiques et d'avoir une présence dans la capitale. Ils développent également leurs activités dans les universités de province où ils ont un poste, parallèlement à la scène mathématique parisienne. La distanciation entre le noyau dur de Bourbaki et le séminaire Julia amplifie alors la délocalisation de leurs activités mathématiques en province.

La guerre change significativement la situation du groupe, et en particulier celle d'Henri Cartan et d'André Weil. Le premier accède à un poste parisien, mais demande un détachement à Strasbourg à la fin de la guerre. Cela n'est pas motivé par une perspective d'évolution de carrière, mais est lié à d'autres intérêts, personnels ou scientifiques. Plutôt qu'être le seul à vivre à Paris, Henri Cartan se rapproche d'autres membres de Bourbaki et, de fait, de nombreuses activités du groupe. La situation d'André Weil est complètement différente. À cause de son parcours pendant la guerre, il cherche à se réinstaller en France, mais, malgré l'aide importante de ses amis et plusieurs tentatives, il abandonne temporairement cette idée en acceptant un poste à Chicago. Son comportement pendant la guerre entraîne des réticences de personnes influentes, sans pour autant que celui-ci soit systématiquement déterminant.

Alors que les toutes premières années du rassemblement du groupe Bourbaki sont marquées par une installation progressive en dehors de la scène parisienne, la situation, les activités et les discussions du groupe après la guerre montrent clairement que cette ville n'est pas un objectif en soi. La tenue d'un séminaire à Paris fait alors figure d'exception, vraisemblablement pour une question d'accessibilité et donc, de fait, de visibilité. Le regroupement dans des universités de province permet au groupe d'avoir une forte influence sur le personnel local, ainsi que du pouvoir et des moyens pour l'enseignement et les activités liées à la recherche en mathématiques. D'autre part, une réelle internationalisation des activités du groupe se met en place. Alors qu'ils sont seulement détachés au Brésil, Jean Dieudonné et André Weil considèrent à un moment que le « terrain est sensiblement conquis ici à Bourbaki ». Comme à Nancy, cela signifie qu'ils peuvent influencer le personnel et l'orientation mathématique du lieu, même si cela se réalise ensuite dans une bien moindre mesure. D'autre part, l'implémentation géographique des membres permet une réelle internationalisation des activités du groupe, et non plus de celles de ses membres seuls. La cooptation de Samuel Eilenberg et le début de rassemblements bourbachiques aux États-Unis, ou bien leur participation à des réunions au centre mathématique d'Oberwolfach, montrent concrètement un début d'expansion territoriale des activités et de l'influence du groupe.

7.3 Intensification des questions de carrières au tournant des années 1950

Le début de l'expansion des activités du groupe Bourbaki présenté dans cette thèse laisse supposer que cette tendance est de plus en plus importante au cours des années. Cela est particulièrement vrai pour les carrières et donne lieu à des tensions internes et externes à Bourbaki. Claude Chevalley l'a affirmé dans un entretien avec Denis Guedj en 1981 :

> Pendant tous les premiers congrès, jusqu'à la guerre, il était tacitement entendu qu'on ne parlait pas des questions de carrière universitaire [...] malheureusement, c'est devenu envahissant après la guerre ; probablement, cela est dû au fait que lorsqu'on a fait venir des jeunes, on s'est naturellement préoccupé qu'ils aient des

> postes. C'était le doigt dans l'engrenage fatal. Peu à peu on a parlé des carrières de tout le monde, c'était la décadence complète. [Gue81]

Je me suis essentiellement concentré sur la carrière d'André Weil qui est, jusqu'en 1947, la plus discutée au sein du groupe Bourbaki. Ce n'est donc pas vraiment la carrière des membres non fondateurs qui est à l'origine des discussions sur les carrières de tout le monde. Il semble même que ce soit les carrières des membres fondateurs qui suscitent le plus d'efforts collectifs. Henri Cartan a en effet expliqué que « [u]ne fois Schwartz nommé à Paris, nous eûmes l'occasion de mener ensemble quelques batailles. L'une des plus rudes fut la campagne que nous entreprîmes pour faire nommer Chevalley à la Sorbonne en 1954 [8]. » Cette campagne a échoué, notamment à cause de la situation de Claude Chevalley pendant la guerre et d'une recension d'un de ses livres par André Weil [9]. Des échanges épistolaires et des discussions importantes ont ensuite lieu entre différents scientifiques et membres de Bourbaki, en particulier sur l'intérêt de ces problématiques pour le projet collectif. Cela se poursuit jusqu'à des publications et des questionnements plus généraux sur le fonctionnement du recrutement dans l'enseignement supérieur français [10].

Les questions de carrière des membres non fondateurs donnent également lieu à de « belles bagarres », pour reprendre l'expression d'Henri Cartan à propos de la campagne de recrutement de cinq mathématiciens à la Sorbonne en 1955 [11]. Le vocabulaire guerrier est également présent dans une lettre de Jean Favard à René de Possel, du 10 juin 1955, à propos de cette même campagne [12]. Il emploie en effet la métaphore des « bombes atomiques » pour désigner les arguments des différents partis ou bien mentionne le « terrorisme des Barbouks ». Ces fortes dissensions demandent cependant une contextualisation plus générale sur la place occupée à cet instant par Bourbaki dans le paysage mathématique et académique français, voire international.

8. Voir [Car85, p. 19].
9. Voir la lettre d'André Weil à Henri Cartan du 16 février 1954, [Aud11, p. 358], les notes correspondantes et [Aud11, note 364.1, pp. 631-634].
10. Voir [Aud11, note 369.14, pp. 638-640].
11. Voir [Car85, p. 20].
12. Voir [Col, dossier De Possel papiers], lettre partiellement reproduite [Aud11, p. 633].

Deuxième partie

Henri Cartan et l'enseignement du calcul différentiel et intégral entre 1931 et 1940

Chapitre 8

Description de la méthodologie de toute la partie sur le CDI

Travailler avec une source principale comme les cahiers de brouillon d'Henri Cartan est périlleux. Les importantes restrictions méthodologiques permettent d'avoir un cadre limitant le risque d'erreurs ; elles empêchent également d'aborder des problématiques intéressantes. Malgré tout le soin apporté à l'analyse des documents, il est possible que je me sois trompé ou que la présentation prête à confusion. Dans le doute, pour le second cas, j'ai parfois choisi de citer ou de montrer directement de longs passages du manuscrit. Si cela peut parfois être aride et pénible, j'espère néanmoins que cela entraînera un réel intérêt pour cette ressource presque inépuisable que constituent ces cahiers de brouillon.

8.1 Un exemple évident d'un sujet au cœur du récit bourbachique

Le récit de l'origine de Bourbaki a largement été présenté et diffusé. Comme le disait Henri Cartan à Marian Schmidt :

> André Weil et moi étions tous deux à l'Université de Strasbourg, en 1934. Je discutais souvent avec lui du cours de calcul différentiel et intégral que j'avais à enseigner. À cette époque, la licence de mathématiques comprenait trois certificats : physique générale, calcul différentiel et intégral, mécanique rationnelle. Autrement dit, il n'y avait qu'un seul certificat de mathématiques, celui de calcul différentiel et intégral. Il fallait donc y mettre beaucoup de choses. Je m'interrogeais fréquemment sur la façon de conduire cet enseignement, car les ouvrages existants ne me paraissaient pas satisfaisants, par exemple sur la théorie des intégrales multiples et la formule de Stokes. J'en discutai donc, à plusieurs reprises avec André Weil. Un beau jour, il me dit : "Maintenant, cela suffit ; il faudrait mettre tout cela au point une bonne fois, le rédiger. Il faut écrire un bon traité d'analyse, et après on n'en parlera plus !" [Sch90, p. 37]

Cette citation, ou d'autres y ressemblant fortement [1], est très souvent utilisée pour décrire

1. Voir celle de Jean Dieudonné [Cho95, p. 25], André Weil [Wei91, pp. 103–105], etc.

l'intention à l'origine de Bourbaki. Cependant, aucun travail historique autour de cette origine précise n'a été publié jusqu'à présent [2]. La concordance des discours des membres du groupe et la vérification à partir du premier document rédigé dans le cadre de ce projet l'expliquent certainement. En effet, l'affirmation que le projet est à l'origine la rédaction d'un traité d'analyse se retrouve dans les comptes rendus des premières réunions proto-bourbachiques :

> WEIL expose son projet - fixer pour 25 ans les matières du certificat de Calcul différentiel et intégral en rédigeant en commun un traité d'Analyse. [Boua, delta001]

Le théorème de Stokes est, lui, discuté plus en profondeur lors de la deuxième réunion :

> On parle ensuite longuement du théorème de Stokes. Il paraît décidé qu'on fera les formes différentielles extérieures, et donc le théorème de Stokes général. Il s'agit ensuite de savoir si ce théorème est local ou global. CHEVALLEY et DELSARTE sont du premier avis. WEIL ne sait à quoi se résoudre. CARTAN change d'avis deux ou trois fois. Aucune décision n'est prise. [Boua, delta002]

Ainsi, les archives Bourbaki montrent que le CDI et le théorème de Stokes sont des problématiques importantes au début du projet. Cependant, cela ne dit rien sur les interrogations d'Henri Cartan lors de la préparation de ce cours. L'analyse de ses cahiers de brouillon permet de donner une nouvelle perspective à ce récit.

Henri Cartan est chargé de l'enseignement du calcul différentiel et intégral de l'université de Strasbourg entre 1931 et 1935, puis en 1939–1940, alors que cette université est repliée à Clermont-Ferrand. L'étude des cahiers de brouillon d'Henri Cartan consacrés à ses enseignements durant cette période est particulièrement intéressante pour analyser ses questionnements avant puis en parallèle du projet de rédaction d'un traité collectif. Il retravaille visiblement son cours d'une année sur l'autre et il est donc possible d'analyser l'évolution de son enseignement et, en particulier, les interactions avec le projet bourbachique. D'autre part, Henri Cartan a raconté qu'« À Clermont-Ferrand, où l'Université de Strasbourg s'était repliée en 1939, j'ai enseigné le calcul différentiel dans les espaces de Banach, ce qui était une véritable révolution [3]. » Il est donc possible de confirmer la véracité de cette affirmation et d'en étudier le lien avec la réutilisation des idées bourbachiques pour son enseignement.

J'ai également eu accès à des cours contemporains de CDI faits par d'autres membres de Bourbaki.

— Le cours de Szolem Mandelbrojt à Clermont-Ferrand en 1937–1938. Il a été rédigé par Félix Pradier [4], dans deux cahiers, voir [Arcb, 131J1].

— Le cours de René de Possel à Clermont-Ferrand en 1941–1942, voir [Pos41].

— Un cours de René de Possel à Alger, non daté, voir [Brea, carton 23] [5].

2. Des travaux traitent déjà des aspects différents, à commencer par [Bea89], mais également d'autres moins cités dans ce manuscrit comme [GL91], [Aub18] ou [Gol91].

3. Voir [Mas00, p. 84].

4. Il n'a pas été possible de déterminer qui est cette personne, mais c'est certainement un étudiant qui suit le cours de Szolem Mandelbrojt.

5. Son étude ne s'est finalement pas avérée être particulièrement intéressante ni pertinente. En suivant les remarques sur la page de présentation du cours de CDI de René de Possel à Clermont-Ferrand sur le site de l'IREM de l'Université de Paris, j'ai fini par retrouver le document en question et ai consulté l'exemplaire conservé dans les archives de Marcel Brelot, voir [Breb]. Je n'ai pas réussi à le dater. Ce n'est cependant pas très important puisque c'est essentiellement le même cours qu'à Clermont-Ferrand, mais corrigé des errata pour la première moitié.

Ces cours permettent d'analyser et de comparer chez ces membres de Bourbaki les orientations spécifiques et l'incorporation des idées bourbachiques dans cet enseignement du CDI.

Puisqu'Henri Cartan a répété à de nombreuses reprises qu'il se servait du *Cours d'Analyse Mathématique* d'Édouard Goursat pour préparer cet enseignement, j'ai fait une comparaison avec la quatrième édition, préfacée en 1923 [6]. Il s'agit certainement du livre qu'il a utilisé pour préparer son cours, si l'on se réfère à la date de sortie de cette édition et à sa présence dans la bibliothèque de mathématique de l'université de Strasbourg. Dans tous les cas, les modifications entre les différentes éditions ne sont pas très importantes en dehors de rajouts de chapitres ou de sections. D'autre part, l'image des origines de Bourbaki comme conséquence de l'insatisfaction d'une partie d'une génération de jeunes enseignants de mathématiques a particulièrement influencé l'image de ce traité à travers la répétition de défauts supposés [7]. Une comparaison avec ce traité est donc également une occasion de combler un manque historiographique et de mitiger une image diffusée, entre autres, par les membres de Bourbaki.

J'ai choisi de me concentrer sur le cours de CDI, car c'est le plus pertinent pour cette thèse. Henri Cartan est chargé d'enseigner l'essentiel du cours de CDI entre 1931 et 1935 à l'université de Strasbourg. André Weil a écrit qu'ils étaient « conjointement » chargés de cet enseignement [8], mais ce dernier n'a dû donner que quelques compléments à ce cours, en parallèle de son enseignement d'analyse supérieure. À partir du moment où Henri Cartan est nommé professeur de mathématiques générales dans cette université, en 1936 [9], c'est lui qui donne quelques compléments de CDI et André Weil qui s'occupe de l'essentiel du cours. Il reprend ensuite la pleine charge de cet enseignement la première année où l'université de Strasbourg est repliée à Clermont-Ferrand, en 1939–1940. À la fin de l'année 1940, il est nommé maître de conférences à l'université de Paris et est chargé d'enseignements de mathématiques à l'ENS.

D'autres enseignements mériteraient évidemment d'être étudiés de la même façon, par exemple celui de topologie algébrique à partir de 1946. Cela demande cependant un travail conséquent. De même, Henri Cartan a enseigné des passages qui font partie du cours de CDI à l'ENS à partir de 1942. La différence notable de format et de public ne permet pas de faire une comparaison pertinente avec ses cours précédents à l'université de Strasbourg. Entre autres, ses cours à l'ENS sont donnés sous la forme de conférences sur des points précis, par exemple l'intégrale de Lebesgue, alors qu'il n'y a pas de découpage aussi précis dans son CDI à l'université de Strasbourg. De plus, l'évolution de son cours est particulièrement probante entre 1931 et 1940, et ne l'est que beaucoup moins par la suite [10].

---

6. Voir [Gou23]. La cinquième édition, qui est un nouveau tirage de la quatrième, est disponible sur Gallica à l'adresse : `https://web.archive.org/web/20211024202635/https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9454797/f17.item`.

7. Ce que Michèle Audin a expliqué dans différents travaux, par exemple : « Le cours de Goursat, dont on utilise volontiers le nom comme repoussoir (après moult répétitions, déformations, amplifications et exagérations), sans même avoir pensé à l'ouvrir, n'a certainement pas mérité une telle indignité. », voir [Aud12, p. 43].

8. Voir [Wei91, p. 104].

9. Voir la sous-sous-section 1.4.1.2.

10. Cela est en particulier visible dans les syllabus des deux compléments de CDI, *éléments d'algèbre* et *système différentiel*, qu'il donne à Strasbourg en 1945–1946, voir [Aud14a, 8.01j], où les changements sont, par rapport à son cours de 1939–1940, moindres que ce dernier par rapport à ceux de l'entre-deux-guerres.

8.2 Présentation des cahiers de brouillon

8.2.1 Présentation générale

Henri Cartan est décédé le 13 août 2008 et ses enfants ont donné les cahiers de brouillon à la bibliothèque de l'IRMA en 2009. Michèle Audin les a classés en 2014. Il y a une centaine de cahiers aux sujets plus ou moins bien délimités, ainsi que des feuilles de classeurs ou volantes. Les premiers cahiers commencent en 1923, alors qu'il est étudiant à l'ENS, et les dernières traces d'utilisation, par Henri Cartan, semblent être aux alentours de 1993 [11]. En raison de leur nature, ces documents demandent une méthodologie minutieuse pour être exploités de façon pertinente. En plus d'éviter d'extrapoler une pensée en cours, il faut également prendre en compte :

— les difficultés de datations exactes, en particulier les brouillons retravaillés, par exemple au crayon de bois ;

— le besoin de contextualiser à partir d'autres sources, par exemple pour les « trous » dans le cours de CDI pour cause de maladie ;

— la dispersion des sujets dans plusieurs documents ;

— les pages arrachées, les ajouts et documents manquants, etc.

D'autre part, il est important de noter que l'utilisation de cahiers de brouillon est une pratique vraisemblablement héritée de son père [12]. Si cela se traduit, dès les premières utilisations, par une certaine rigueur dans leur tenue, il y a bien sûr eu une évolution de cette pratique au cours de la carrière d'Henri Cartan. Pour ses enseignements, il y a par exemple :

— surtout dans ses premières années d'enseignement, beaucoup de plans, d'« essai d'exposition » de théories, de nouveaux plans et de nouveaux essais ;

— des pages rayées, arrachées ainsi que des rajouts dans la marge ou plusieurs pages plus loin ;

— des changements de plan dans le cours de la rédaction, possiblement pris en compte pendant l'année en cours ;

— rapidement, à partir de 1933–1934 pour le CDI, l'apparition de syllabus sur des feuilles volantes qui ont dû servir à l'exposition en classe ;

— des passages qui sont moins détaillés, car Henri Cartan devait les connaître sans avoir besoin de les reprendre ou les écrire.

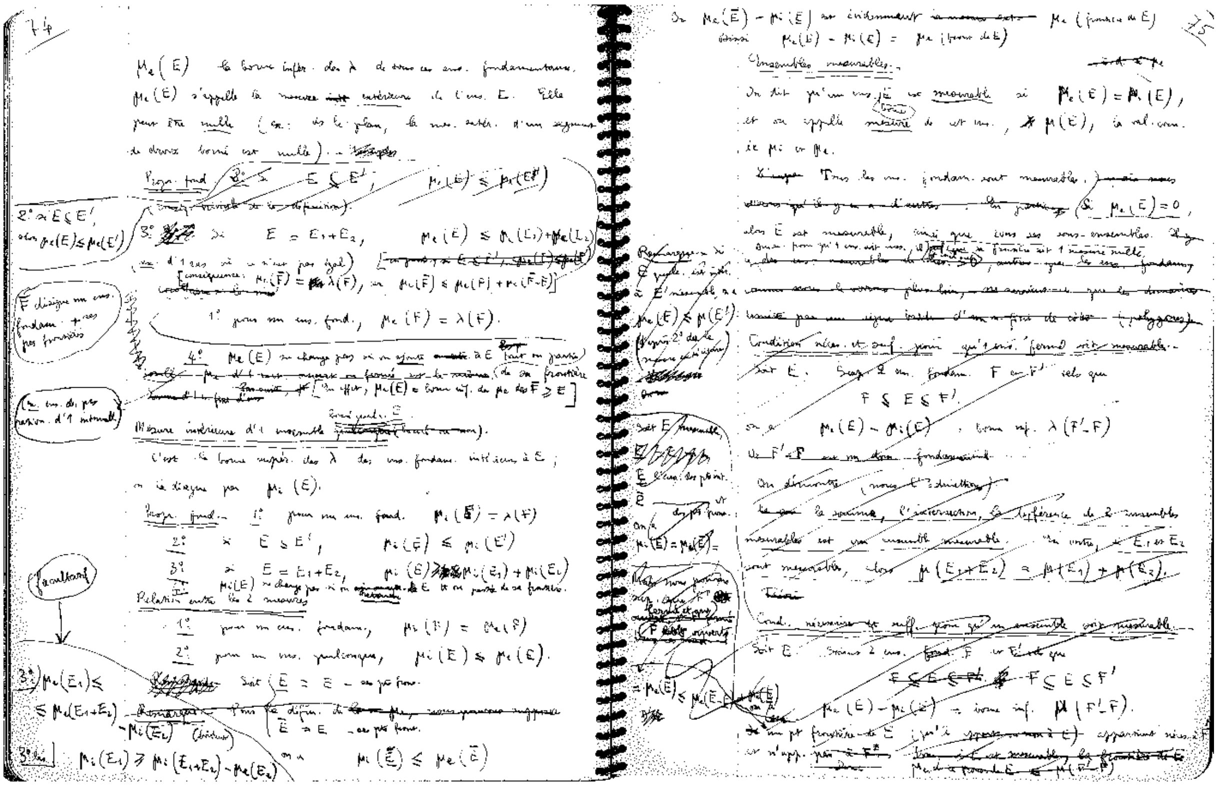
Certains passages sont ainsi très difficiles à interpréter, comme le montre l'illustration 8.1.

D'autre part, il faut garder à l'esprit que ces brouillons peuvent ne pas être une image réelle de ce qu'Henri Cartan enseigne effectivement. En particulier, il y a des difficultés pratiques pour savoir quand sont effectivement pris en compte de nouveaux essais de rédactions de parties du cours ou de nouveaux plans. De plus, certains passages sont retravaillés à plusieurs reprises, avec des indications pour les années suivantes. Avec également un système de modifications parfois cryptique, l'analyse est parfois difficile, voire vaine.

11. J'ai trouvé un document datant visiblement de cette année-là, voir la sous-section 11.2.1. Il est possible qu'il y ait d'autres marques d'utilisation plus tardive.

12. Il est difficile de ne pas voir une filiation directe entre l'utilisation de cahiers par son père, voir [Haf17], et la sienne.

Illustration 8.1 – Extrait du cahier 3.08



8.2.2 L'exemple du cours de CDI de 1931–1932

Dans les cahiers de brouillon d'Henri Cartan, trois documents sont en rapport avec son enseignement du CDI en 1931–1932 : les cahiers 3.03 et 3.04 qui contiennent respectivement le début et la fin du cours, ainsi que les feuilles volantes 3.3 a et b qui étaient contenues dans le cahier 3.03 et qui sont la réécriture d'une page, dont la numérotation est 86, et des corrections d'exercices.

Le premier cahier est le 3.03, sur lequel il est écrit

Henri Cartan
Calcul différentiel et intégral (fonct. de var. réelles)
Strasbourg 1931–32

sur la couverture, et qui commence par plusieurs essais de rédactions et de plans :

— *essai d'exposition de la théorie des différentielles*, la première page n'est pas numérotée, mais elles le sont ensuite, de 2 à 11 ;

— *essai de plan pour le début du cours* ;

— *plan* (voir l'illustration 8.2) ;

— *essai d'une théorie des intégrales définies* ;

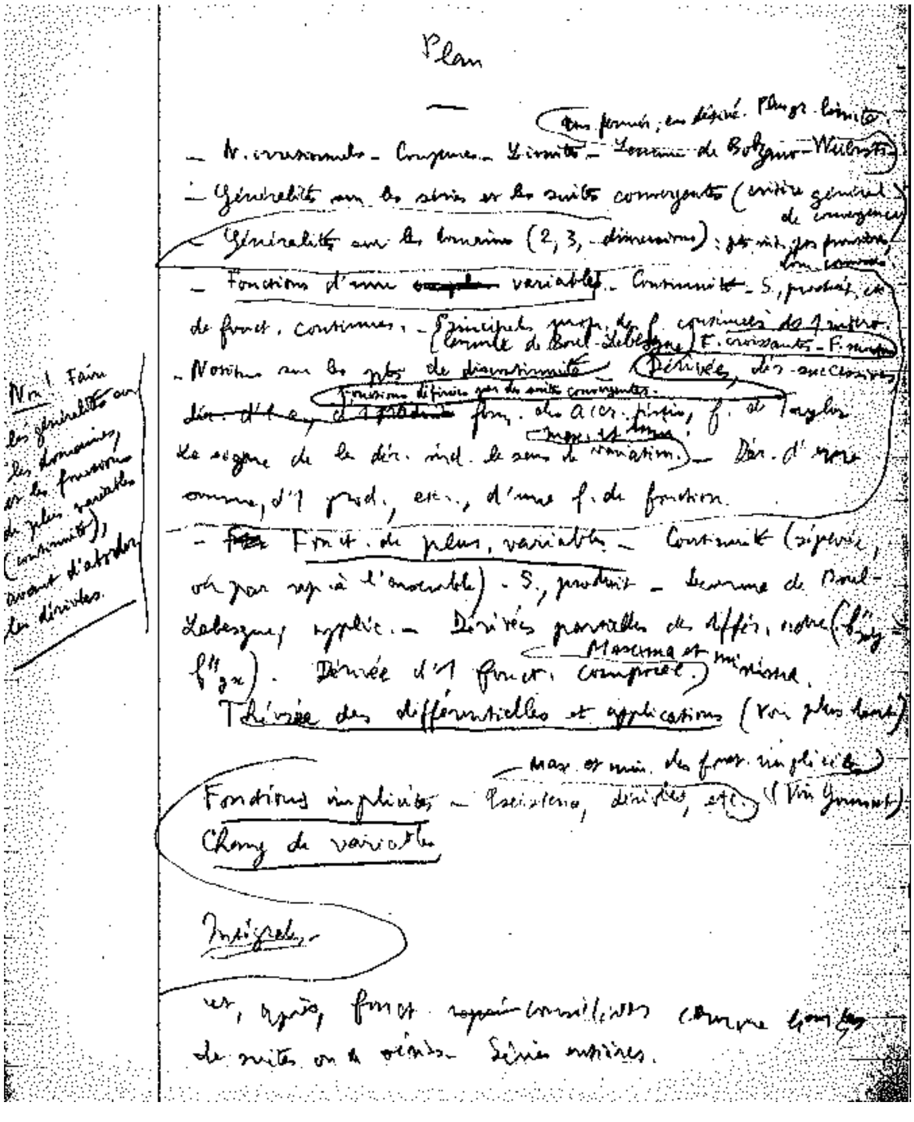
— *chang. de var. pour les intégr. multiples* (qui finit par une démonstration du théorème de Stokes) ;

— *plan pour la théorie des intégrales simples* ;

— *Nombres irrationnels. Limites. (Nouvelle version).*

Enfin, son cours à proprement parler semble commencer à la page 37. En effet, après ces premières pages de brouillon non numérotées, il débute une numérotation : dans la suite de la description, je considère les numéros de page par rapport à celle-ci. La première section est nommée *Nombres irrationnels. Coupures. Limites.* Toute la page 3 et la moitié de la page 4 sont raturées, la page 5 contient de nombreux ajouts dans la marge. À la page 8, commence une nouvelle section sur les fonctions d'une variable, mais, jusqu'à la 12, les pages sont raturées et la numérotation reprend à 8bis avec un exercice sur la convergence des séries. La section sur les fonctions d'une variable reprend à la (nouvelle) page 9.

Illustration 8.2 – Plan au début du cahier 3.03


Plan

– N. irrationnels – Coupures – Limites – Théorème de Bolzano-Weierstrass

– Généralités sur les séries et les suites convergentes (critère général de convergence)

– Généralités sur les domaines (2, 3, ... dimensions)

– Fonctions d'une ~~complexe~~ variable. Continuité – S., produit, etc. de fonct. continues.

Fonctions implicites – Existence, dérivées, etc. (Voir Goursat)

Chang. de variables

Intégrales

Le cours continue ensuite sans corrections majeures à part quelques ratures, ajouts et déplacement de paragraphes jusqu'à la page 31. Cette dernière commence par le titre *Différentielles (Voir plus haut)* et fait donc référence à son *essai d'exposition de la théorie des différentielles* qu'il a rédigé au début du cahier. Le cours poursuit sans nouvelles corrections majeures jusqu'aux pages 85 et 86. Comme quelques autres pages avant, elles sont presque complètement rayées, mais celles-ci sont réécrites juste après, dans des pages numérotées 85bis et 86. La feuille volante 3.3a est numérotée 86, mais le sujet, la numérotation des équations et des théorèmes ne correspond pas du tout à l'ancienne ou la nouvelle page 86 du cahier de brouillon. Il n'a pas été possible de déterminer la date de rédaction de ce document ni de déterminer sa place potentielle dans le cours de CDI de cette année, je l'ai donc ignorée. Les pages 91 à 97 du cahier de brouillon comportent de nombreuses ratures. Des pages ont ensuite été découpées et le cours reprend à une page 91bis. Après la page 92bis, d'autres pages ont été découpées et le cahier continue par une page 97. Face à cette situation, j'ai considéré que le cours saute de la page 90 à 91bis, puis de la page 91bis à la page 96, je n'ai pas pris en compte la première page 97 qui est complètement rayée et j'ai repris à la nouvelle page 97 qui est après les pages découpées. Le cours se poursuit jusqu'à la fin du cahier, à la page 101, avec une mention « (A suivre) ».

Le deuxième cahier est le 3.04, sur lequel il est écrit

Henri Cartan

Cours de calcul différentiel et intégral (Suite)

Strasbourg 1931–32

sur la couverture. Il commence par une section *fonctions implicites* sur la première page dont la numérotation commence à 1. Le cours continue jusqu'à la page 7, les pages 8 à 11 sont rayées, la page 8 est réécrite une nouvelle fois, puis de nouveau rayée. Le cours reprend ensuite à une nouvelle page 8 jusqu'à la page 20.

J'ai supposé que le cours qu'il a enseigné cette année-là s'arrêtait à cette page. En effet, le cahier continue avec une *Note (sur un procédé d'exposition de la théorie de la continuité uniforme d'1 f. d'1 var.)* sur deux pages. Il n'a pas été possible de déterminer si cette note est pour son cours de CDI, ni quand-est ce qu'il l'a prend en compte. Il y a ensuite un plan pour le début du cours et j'ai supposé qu'il s'agissait d'une préparation pour l'année suivante. Le cahier de brouillon continue par une section *théorie des différentielles (pour 1932–33)*, j'ai donc supposé que toute la suite était une réécriture de certaines parties pour l'année suivante.

Il faut cependant faire très attention car la fin du cahier est écrite à l'envers. Il n'y a pas d'indication sur la couverture, mais la première page commence par le titre *théorie des intégrales multiples (Suite)* et sa numérotation est 102. C'est donc la suite directe du cahier 3.03. La numérotation va jusqu'à la page 120. Le cahier continue, toujours à partir de la fin, sur une section *intégration des différentielles totales* qui commence par deux pages qui sont ensuite réécrites, juste après. Cinq pages plus loin, la première partie de la page est écrite dans un sens et la deuxième dans l'autre. J'ai donc supposé que le brouillon de son cours de CDI de 1931–1932 continue à partir de la fin du cahier 3.04, puis continue à partir du début de ce même cahier, décrit dans le paragraphe précédent. C'est ce qui est le plus cohérent par rapport à la notation des pages et au plan qu'il a établi au début du cahier 3.03. Le fait que la numérotation recommence à 1 pour les fonctions implicites est très certainement dû au fait qu'il a écrit cette partie avant de continuer la rédaction linéaire de son cours.

L'analyse des autres cours dans les cahiers de brouillon d'Henri Cartan demande un travail similaire.

8.3 Les recommandations sur l'enseignement du certificat de calcul différentiel et intégral au début du XX^{e} siècle

Dans cette section, je reviens brièvement sur l'enseignement du certificat de CDI au début du XX^{e} siècle afin de donner quelques éléments de contexte.

8.3.1 Les certificats d'études supérieures en mathématiques

Le décret du 22 janvier 1896 change le fonctionnement des licences, c'est-à-dire le début des études supérieures universitaires, en France : celles-ci sont obtenues après la validation de trois *certificats d'études supérieures*. En mathématiques, pour entrer dans l'enseignement, se présenter à l'examen du doctorat ou au concours de l'agrégation, deux certificats sont obligatoires : le *calcul différentiel et intégral* et la *mécanique rationnelle*. Bien que ne faisant pas partie du territoire français à cette période, l'Alsace adopte le même fonctionnement dès 1919.

En 1911 paraît un *Rapport de la sous-commission française de la commission de l'enseignement mathématique sur l'enseignement supérieur en France*. Alphonse de Saint-Germain décrit l'enseignement dans les facultés en ces termes :

> En général, les cours sont publics, les conférences réservées aux étudiants inscrits, lesquels doivent posséder le Baccalauréat ou un titre équivalent. Ces étudiants sont libres, mais le règlement leur prescrit l'assiduité aux cours et aux exercices ; d'ailleurs le plus grand nombre d'entre eux se proposent de subir les examens dont le programme diffère peu de celui des cours et où les juges sont généralement des professeurs de la Faculté. [Sai11, p. 2]

Le fonctionnement général des facultés est donc sensiblement le même qu'aujourd'hui : les étudiants inscrits sont libres de suivre des cours et leurs professeurs leur font passer les examens. Dans la section sur le *certificat de calcul différentiel et intégral* de son *Rapport sur l'Enseignement du Calcul différentiel et intégral, de la Mécanique rationnelle, de l'Astronomie et des Mathématiques générales dans les Facultés des Sciences en France*, Ernest Vessiot est un peu plus précis dans la description des étudiants :

> 4. *Résultats généraux.* — Les étudiants qui suivent ce cours [de CDI] sont, pour la plupart, de bons élèves de classes de mathématiques spéciales des lycées ; beaucoup ont subi avec succès l'examen des bourses de licence. Ils sont alors tous bien préparés à profiter du cours, et les résultats auxquels ils arrivent sont satisfaisants. La plupart d'entre eux se destinent à l'enseignement. Les étudiants qui n'ont pas cette forte préparation réussissent moins facilement ; ceux qui sont bien doués arrivent cependant à de bons résultats, en suivant le cours deux années de suite.
>
> [...] Ceux qui ne viennent pas des classes de mathématiques spéciales des lycées suivent le cours de mathématiques générales avant d'aborder celui de calcul différentiel et intégral. [Sai11, p. 11]

Le cours de CDI est donc un cours avancé et qui s'adresse à un public qui a déjà des connaissances en mathématiques. Le tableau suivant synthétise quelques réponses indiquées dans des fiches d'élèves ayant suivi le cours de calcul différentiel et intégral d'Henri Cartan en 1934–1935 [13].

Nom	Note	Certificat de MG ?	Spéciale ?	Emploi ? [14]
Delannoy		MG	24-25	Répétiteur
Delmond		MG		Ingénieur
Dupont (Mlle)	8			
Emberger		MG		
Fischer		MG		Stagiaire Bibliothèque
Feldbau	7		Spéciale II (?)	
Fullsack	6		31-32	
Godeluck	4	MG		
Hauprich		MG		
Klein	8	MG		
Koehl	4		Spéciales	
Lévy	8		32-33 et 33-34	
Monier	8			
De Neyman	8			
Papaspiros		Licence Univ. Athènes		
Pflieger	7			Répétiteur
Philippe	6	MG		
Quirin			Spéciales	
Sager		1927		Répétiteur
Schuster	6			
Schmitt		MG		
Siffermann			Spéciales (?)	
Ullrich	6		Spéciales (31-32)	
Bernet		a suivi MG		
Diefenbacher		a suivi MG		
Jochum			Spéciales (33-34)	
Jungblut				Répétiteur

Sans extrapoler à partir de si peu de données, il est intéressant de remarquer que la plupart des étudiants ont effectivement été en classe de mathématiques spéciales ou ont suivi le certificat de mathématiques générales. D'autre part, quatre répétiteurs souhaitent certainement obtenir un diplôme d'enseignement.

8.3.2 Le certificat de CDI

La description du contenu et de l'évolution de l'enseignement du calcul différentiel et intégral dans le rapport d'Ernest Vessiot est particulièrement intéressante pour la suite :

13. Voir [Aud14a, 3.08b].
14. Je synthétise ici les notes prises essentiellement par Henri Cartan dans un formulaire comprenant les entrées suivantes : nom, prénom, date de naissance, but poursuivi, certificats déjà obtenus, cours suivis en dehors [parfois rayé : de la mécanique], situation actuelle et renseignements complémentaires.

> 6. *Variété et évolution de l'enseignement.* — [...] Cette variété, cette incessante transformation sont excellentes ; elles sont l'essence même de l'enseignement supérieur. Si l'ensemble des faits essentiels qui forment la substance du programme du certificat de calcul différentiel et intégral ne peut guère changer, les théories qui l'expliquent, les coordonnent et les animent peuvent se transformer, et gagner en compréhension et souvent même en simplicité, sous l'influence des recherches les plus récentes. Nombreuses sont les doctrines nouvelles dont les idées générales fécondes ont commencé à pénétrer l'enseignement du calcul infinitésimal et de ses applications. Citons la théorie des ensembles, les notions du prolongement analytique, des surfaces de Riemann, de la représentation conforme, des groupes, des invariants ; l'application des théories de Lie aux équations différentielles, l'emploi des méthodes cinématiques en géométrie. [Sai11, p. 12]

Henri Cartan n'a peut-être pas connaissance de ce rapport, mais il en applique quelques recommandations. Il est également important de noter le contraste, dans ce rapport, entre le statut de ce certificat et celui de mathématiques générales, qu'Henri Cartan enseigne également :

> J'ai tenu à reporter à la fin du rapport ce qui concerne le certificat dit de *mathématiques générales* : l'enseignement correspondant est, en effet, un enseignement préparatoire commun, qui, contrairement à ce qui paraît être la caractéristique de tout enseignement supérieur, ne comporte l'étude approfondie d'aucune partie des mathématiques. [Sai11, p. 9]
>
> [...]
>
> 8. *Nature de l'enseignement donné.* — Les notions mathématiques essentielles sont présentées sous une forme précise et correcte, mais sans développements théoriques. Les démonstrations exposées sont aussi simples que possible, mais rigoureuses : celles seulement qui seraient trop abstraites ou trop difficiles sont supprimées, et remplacées par un appel à l'intuition, par des images géométriques ou physiques. [Sai11, p. 22]

Ainsi, le certificat de mathématiques générales, qui ne peut pas servir aux prérequis demandés aux candidats à l'agrégation de mathématique ou à un doctorat d'État ès sciences, a pour objectif, en parallèle des classes de mathématiques spéciales des lycées, de compléter la lacune entre l'enseignement secondaire et le supérieur. Il s'agit de fournir un bagage mathématique de base aux étudiants sans, pour autant, présenter les ramifications théoriques plus profondes. En comparaison, le programme du certificat de CDI [15], est beaucoup plus ambitieux mathématiquement. Comme le révèlent les cours présentés dans ce manuscrit, des choix très sévères sont opérés dans l'enseignement de ce programme. Cela est non seulement dû à des contraintes temporelles, mais aussi à l'existence éventuelle de cours complémentaires de CDI, par exemple pour la théorie des fonctions analytiques.

En 1929, Albert Châtelet, alors recteur de l'académie de Lille, ne fait état d'aucun changement particulier dans l'enseignement du CDI en France depuis 1910 [16].

---

15. Voir l'annexe B.1.
16. Voir [Cha29, p.13].

8.4 Méthodologie

Il y a beaucoup de choses à dire sur l'évolution du cours de CDI dans les cahiers de brouillon d'Henri Cartan. Il ne s'agit donc pas de comparer systématiquement les versions [17] entre elles, ni de ne jamais rentrer dans le détail de certains points intéressants. L'objectif de mon travail sur le cours de CDI par Henri Cartan est triple : il s'agit d'analyser l'évolution de son enseignement par rapport au traité d'Édouard Goursat et au récit à l'origine du projet bourbachique, par rapport aux travaux et réflexions dans le cadre de ce travail collectif ainsi qu'à cet enseignement par d'autres membres du projet. Après une première lecture des cahiers, quelques changements au cours des années se dégagent facilement. J'ai ensuite sélectionné trois axes d'analyses qui m'ont semblé les plus pertinents pour cette thèse. Tout d'abord parce qu'ils sont particulièrement intéressants par rapport au travail bourbachique qui a lieu en parallèle. D'autre part, parce qu'ils permettent d'avoir des analyses à différentes échelles : globale, avec l'étude des plans, macroscopique, avec l'analyse des prérequis, et microscopique, avec l'étude du changement de variables pour les intégrales doubles et la formule de Stokes.

Ces axes d'études sont étudiés dans tous les chapitres de cette partie. Je commence, dans le chapitre 9, avec les cours de CDI d'Henri Cartan à l'université de Strasbourg entre 1931 et 1935. Les sections suivent les années scolaires et mobilisent principalement les sources suivantes :

— 1931–1932 dans les cahiers 3.03 et 3.04 ;

— 1932–1933 dans les cahiers 3.04 et 3.05 (c'est la seule année où il n'a pas réécrit presque complément son cours, mais uniquement certains passages) ;

— 1933–1934 dans les cahiers 3.07 et 3.13, ainsi que le syllabus 3.07a (ce cours s'arrête brusquement, car Henri Cartan est malade du 19 janvier au 9 juin 1934, mais il fait quand même passer les examens de licence et du baccalauréat) ;

— 1934–1935 dans les cahiers 3.08, 3.09 et 3.13, ainsi que le syllabus 3.407.

Entre 1935 et 1939, Henri Cartan n'a plus la charge de l'enseignement principal du CDI. Cependant, le travail de rédaction dans le cadre du projet Bourbaki commence à concrètement se mettre en place pendant cette période. En me concentrant toujours sur les axes d'analyse et sans refaire une partie de la thèse de Liliane Beaulieu, je reviens, dans la première section du chapitre 10, sur la première année du projet où les participants délimitent le programme qu'ils souhaitent traiter. Dans la deuxième section, je me suis focalisé sur les travaux bourbachiques, entre le congrès de Besse en 1935 et celui de Dieulefit en 1938, qui ont le plus de liens avec les cours de CDI étudiés ici, et principalement ceux d'Henri Cartan, ainsi que ses cours complémentaires de CDI sur :

— les équations différentielles en 1935–36 dans les cahiers 3.12 et 3.14, ainsi qu'un syllabus 3.416 ;

— les équations différentielles, le calcul des variations et les systèmes de Pfaff en 1937–38 dans le cahier 3.09 et les feuilles 3.403 et 3.404.

17. Pour certaines années, la notion même de « version » est complexe puisqu'il y a plusieurs réécritures. Dans ce cas, ce que j'appelle la version de l'année est alors ce qui, selon mes suppositions, a été présenté aux étudiants.

Dans le chapitre 11, j'étudie les cours de CDI de trois membres de Bourbaki à l'université de Clermont-Ferrand entre 1937 et 1941. Tout d'abord celui de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938 ; puis celui d'Henri Cartan en 1939–1940, à partir des cahiers 3.22 et 3.21, ainsi que les syllabus 9.01, 3.22a, 9.01c et celui qu'il a envoyé à André Weil dans une lettre du 1er mars 1940 ; et enfin celui de René de Possel en 1940–1941. Je fais une synthèse de l'étude des axes d'analyse dans le chapitre 12 et je présente ensuite des répercussions de deux cours de CDI à Clermont-Ferrand, d'une part le cours de René de Possel, d'autre part celui d'Henri Cartan.

J'ai choisi de ne pas décrire précisément le traité d'Édouard Goursat, mais de me servir de celui-ci pour présenter le cours de CDI d'Henri Cartan dans ses cahiers de brouillon de l'année 1931–1932. Premièrement, parce que ce n'est très certainement pas le seul outil qu'Henri Cartan utilise à ce moment-là pour préparer son cours. Certains passages laissent en effet supposer l'emploi d'autres traités, voire d'articles de recherche, mais l'absence de références précises dans les cahiers de brouillon ne permet pas de le confirmer. D'autre part, je me concentre ici sur l'évolution des notes de préparation du cours d'Henri Cartan. Je compare différents cours d'un corpus entre eux et une analyse plus large sur des documents disponibles ayant potentiellement été pris en compte pour la préparation de ces cours demande une méthodologie et un corpus différents : je n'ai trouvé aucun moyen de le faire rigoureusement [18]. Troisièmement, le livre [Gou23] est facilement accessible [19] alors que les cahiers de brouillon ne le sont, pour le moment, pas. C'est donc un outil, un point de comparaison, permettant de faciliter la compréhension de toute l'analyse sur le cours de CDI dans cette thèse.

8.4.1 Comparaison de plans

Pour étudier le programme global et l'articulation des différentes parties traitées dans les cours de CDI, j'ai effectué des comparaisons de plans. L'extraction de ceux-ci des cahiers de brouillon puis, à partir de 1933–1934, des syllabus sur des feuilles volantes fut intuitif. En effet, les cahiers de notes du cours d'analyse d'Édouard Goursat qu'Henri Cartan a suivi à l'ENS en 1923–1924 [20] utilisent une présentation qui met en valeur les mêmes sections et sous-sections que le traité d'analyse de ce professeur. Henri Cartan utilise le même système pour les cours qu'il doit enseigner, de façon relativement homogène : les titres de section sont centrés et ceux des sous-sections sont soulignés deux fois, voir l'illustration 8.3. D'autre part, le plan qu'il est possible d'établir de cette façon pour l'année 1939–1940 est sensiblement le même que les autres plans et syllabus qu'il a faits pour ce cours, et en particulier celui qui est au dos d'une feuille datée de 1993 [21]. Il est donc possible d'établir des plans de ses enseignements et cela, à quelques exceptions près, de façon rigoureuse.

La présentation et la comparaison des plans sont particulièrement intéressantes au regard de la citation du rapport d'Ernest Vessiot de la sous-section 8.3.2. En effet, en expliquant que « l'enseignement des faits essentiels qui forment la substance du programme du certificat

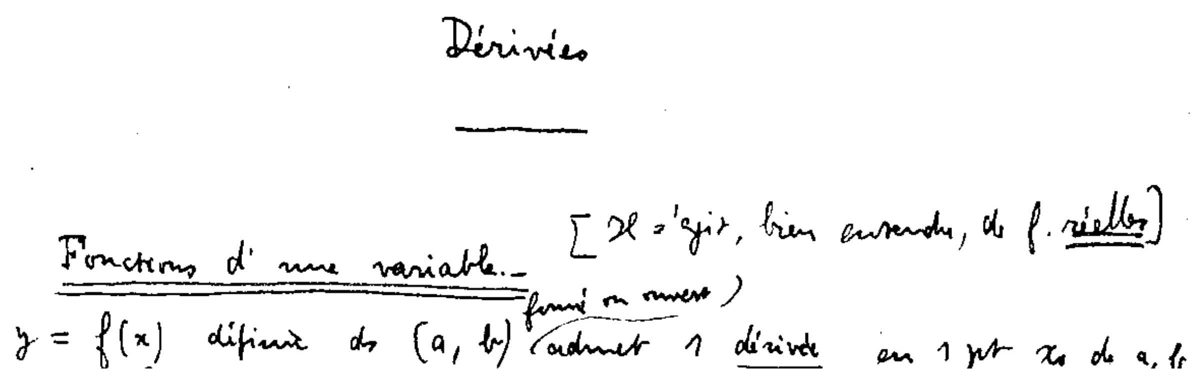
18. Dans le cas où l'utilisation d'un article de René de Possel dans le cours d'Henri Cartan de 1939–1940 est avérée, les réécritures successives tendent à faire disparaître la source d'inspiration originelle, voir la sous-sous-section 11.2.3.2 et les suivantes.

19. Il est disponible à l'adresse `https://web.archive.org/web/20211024202635/https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9454797/f17.item`.

20. Les cahiers [Aud14a, 1.01, 1.02 et 1.03].

21. Voir la sous-section 11.2.1.

Illustration 8.3 – Exemple de présentation d'une section et d'une section dans le cahier [Aud14a, 3.03]



Dérivées

Fonctions d'une variable.– [Il s'agit, bien entendu, de f. réelles]

$y = f(x)$ définie ds (a, b) (fermé ou ouvert) admet 1 dérivée en 1 pt x_0 de a, b

de calcul différentiel et intégral ne peut guère changer », il affirme que le certificat de CDI doit aborder quelques notions clefs tout en laissant ouvert le cadre dans lequel celles-ci sont présentées. De plus, comme il l'écrit, les « théories qui l'expliquent [la substance du programme du certificat de CDI], les coordonnent et les animent peuvent se transformer, et gagner en compréhension et souvent même en simplicité, sous l'influence des recherches les plus récentes. » Il est donc intéressant de voir si Henri Cartan applique effectivement ces recommandations [22]. Plus précisément, l'ordre d'exposition et la présentation au début du cours, ou non, d'outils techniques comme l'algèbre et la topologie est un point important à étudier :

> Après Euler, l'ordre d'exposition des principales notions de l'analyse est, à peu de chose près, celui qui est à l'œuvre aujourd'hui : rappels sur les éléments d'algèbre et les propriétés des nombres, étude des fonctions, des suites, des séries, puis calcul différentiel et intégral ; ensuite, seulement, les applications à la géométrie, à la mécanique, etc. Par rapport au XVII^e siècle, un renversement complet de point de vue s'est opéré. [DP86, p. 225]

Il y a eu une réelle évolution, tout d'abord dans les différentes éditions du traité d'Édouard Goursat, puis, de façon beaucoup plus prononcée, dans les versions successives du cours d'Henri Cartan, à ce niveau-là. De plus, les applications du CDI changent également dans les différents cours d'Henri Cartan. Je ne l'ai cependant pas analysé, car cela dépend très fortement de l'existence de cours complémentaire de CDI et de la personne qui en a la charge.

Ces plans permettent également de voir facilement, mais sans entrer dans le détail, les notions qui sont couvertes dans les différents cours. En particulier, il y a de très grosses différences entre ceux de Szolem Mandelbrojt, Henri Cartan et René de Possel à Clermont-Ferrand. La démarcation plus ou moins claire de ces différents cours en parties, chapitres, sections et sous-sections permet également de distinguer leur structuration en accumulation de notions et d'outils ou présentation d'un développement avec des parties plus ou moins indépendantes.

22. Il est difficile de vérifier qu'Henri Cartan a connaissance de ces recommandations et je n'ai pas réussi à le faire.

8.4.2 Le début du cours : les prérequis au CDI

Henri Cartan note dans son cours de CDI de 1934–1935 que le programme du certificat de mathématiques générales doit être maîtrisé [23]. Cela ne l'empêche pas de revenir sur des notions de ce certificat au début de ses cours de CDI. Pour cet axe d'analyse, j'ai donc comparé tout ce qui se situe avant le début, à proprement parler, du calcul différentiel et intégral. Concrètement, il s'agit de notions qui ne sont pas indiquées dans le programme de ce certificat [24], c'est-à-dire qui sont, en pratique, présentées avant la dérivation des fonctions [25]. Ces prérequis au CDI, qui n'ont pas forcément été enseignés à tous les étudiants qui suivent le cours [26], évoluent d'une année à l'autre dans le cours de CDI d'Henri Cartan avant de se rapprocher très fortement de l'ordre de présentation retenu pour le traité bourbachique. La qualification et l'importance de ce début du cours comme prérequis au CDI sont des questions importantes pour Édouard Goursat, Henri Cartan et Bourbaki. Ce premier explique dans la préface de la deuxième édition de son *Cours d'analyse mathématique* : « L'intégration des fonctions rationnelles et de quelques autres fonctions élémentaires, ainsi que l'étude de la courbure et de la développée d'une courbe plane, font aujourd'hui partie du programme de Mathématiques spéciales. J'ai cru qu'il n'y avait aucun inconvénient à supprimer ces questions élémentaires. » Il va même plus loin dans la préface à la quatrième édition de son cours, « pour ne pas augmenter les dimensions du volume, j'ai dû supprimer quelques paragraphes [...] qui, malgré leur intérêt, ne sont pas indispensables à un candidat à la licence. » S'il suppose acquis le programme de mathématiques spéciales, et souhaite se limiter aux notions indispensables pour la licence, le contenu de son ouvrage correspond donc à celui du certificat de CDI et celui de mécanique rationnelle.

J'analyse un peu plus dans le détail la présentation de notions et définitions qui sont importantes dans le début d'un cours de CDI et qui ont une évolution intéressante. Celles-ci sont : la notion d'ensemble, celle de coupure [27], la présentation des nombres réels, la définition d'une fonction et de la continuité, les notions d'ensemble complet et d'ensemble compact.

8.4.3 Le changement de variables dans les intégrales doubles et la formule de Stokes

Le choix de me concentrer en détail sur la formule de Stokes est évident. Les difficultés d'Henri Cartan avec cette formule ont largement été reliées à l'origine du projet Bourbaki :

> Un point qui le [Henri Cartan] préoccupait était le degré de généralité à donner à la formule de Stokes dans notre enseignement.

23. Voir la sous-section 9.4.1. Lors de la même année scolaire, à la première réunion proto-bourbachique, il émet également le souhait que ce programme soit supposé connu, voir la section 10.1.
24. Voir le programme en annexe B.1.
25. À l'exception du cours d'Henri Cartan en 1939–1940 où l'intégration élémentaire est présentée avant les dérivées. Pour le traité d'Édouard Goursat et les premiers cours d'Henri Cartan, j'ai également fait des remarques sur les notions qui vont finir par être intégrées au début du cours d'Henri Cartan en 1939–1940.
26. Voir, par exemple, le tableau de la sous-section 8.3.1.
27. En reprenant la terminologie des sources utilisées, je ne précise jamais qu'il s'agit de coupures « de Dedekind ».

> Cette formule s'écrit, comme on sait,
>
> $$\int_{b(X)} \omega = \int_X d\omega$$
>
> où ω est une « forme différentielle », $d\omega$ sa « dérivée », X un « champ d'intégration » et $b(X)$ le « bord » de X. A cela nulle difficulté si par exemple X est l'image indéfiniment différentiable d'une boule orientée et si ω est une forme à coefficients indéfiniment différentiables. Des cas particuliers de cette formule figuraient dans les traités classiques, mais nous n'étions pas disposés à nous en contenter. [Wei91, p. 104]

Certains témoignages parlent plus généralement de la rédaction d'un traité d'analyse, mais la plupart de ceux qui précisent les difficultés mathématiques d'Henri Cartan pour son enseignement du CDI ne mentionnent que la formule de Stokes. Ce n'est absolument pas l'impression que donne la lecture de ses cahiers de brouillon. Contrairement à certaines autres parties de son cours, il n'y a presque pas de rature ou de réécriture de la formule de Stokes : celle-ci est présentée comme une conséquence simple et directe de ce qui a été développé plus tôt dans le cours. Les hypothèses et le détail des calculs ne sont que rarement présentés.

La partie la plus travaillée et réécrite des cours de CDI d'Henri Cartan sur toute la période entre 1931 et 1940 est celle sur les intégrales doubles et, en particulier, la formule du changement de variables pour les intégrales doubles. C'est la raison pour laquelle j'étudie spécifiquement ces passages. Il est parfois nécessaire de revenir à sa présentation de l'intégrale simple pour mieux comprendre ses difficultés, mais je n'en fais pas une analyse particulière. Cela est intéressant, mais ne rentre pas particulièrement dans le cadre de cette thèse. Tout d'abord une étude générale de l'intégration dans les cours de CDI d'Henri Cartan demande beaucoup plus de travail et de place, mais n'apporte rien de plus, aux propos de cette thèse, que celle, plus restreinte, sur la formule du changement de variables pour l'intégrale double. D'autre part, il faudrait faire cela dans un contexte beaucoup plus général sur l'enseignement de la théorie de l'intégration entre 1930 et 1960. Le chapitre 11 montre déjà qu'entre 1937 et 1941, trois membres de Bourbaki ont des approches différentes à ce propos et ces points de vue ne sont pas suffisants pour éclairer seuls le travail bourbachique pour l'intégration. Le premier livre de Bourbaki sur l'intégration n'est publié qu'en 1953 et il faudrait également définir et étudier les traités et présentations « de référence » dans cette période.

Dès 1931–1932, Henri Cartan fait le choix, après une première tentative de présentation de la formule du changement de variables pour les intégrales simples, de recommencer en présentant l'intégrale de Stieltjes puis en utilisant celle-ci pour démontrer la formule. Il fait la même chose dans les dimensions supérieures. Il reprend toute cette partie pour les intégrales doubles à de nombreuses reprises, chaque année et année après année. L'ordre et l'enchaînement des notions semblent être ce qui lui pose le plus de difficultés. Je fais référence aux formules suivantes qui reviennent régulièrement :

— la formule du changement de variables pour les intégrales doubles de Stieltjes :

$$\iint_D f(x,y)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q = \iint_D f(x,y)\frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,; \tag{CVS}$$

— la formule de Stokes :

$$\begin{aligned}\int_{S} Pdx + Qdy + Rdz &= \iint_S [dPdx] + [dQdy] + [dRdz] \qquad \text{(Stokes)}\\ &= \iint_S \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)[dydz] + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right)[dzdx] + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right))[dxdy]\ ;\end{aligned}$$

— la formule de Green-Riemann :

$$\int_C (P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y) = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ; \qquad \text{(Green-Riemann)}$$

— et la formule intégrale de Cauchy :

$$\int_{D} f(z)\mathrm{d}z = 0. \qquad \text{(Cauchy)}$$

Comme l'explique André Weil dans la citation donnée au début de cette sous-section, la définition des symboles représente la difficulté majeure de ces formules. Dans la mesure du possible, j'ai essayé de donner les détails de chacun d'entre eux au cours de mes descriptions. Cela pose de nombreuses difficultés puisqu'Henri Cartan ne rappelle que rarement les hypothèses générales de ces résultats : il peut reprendre celles de son développement ou bien donner plus de précisions à l'oral. Pour les mêmes raisons, je n'ai pas cherché à distinguer les notions « locales » ou « globales ». Les quelques indications d'Henri Cartan dans ses cahiers de brouillon à ce propos montrent qu'il s'intéresse à cette distinction, mais cela ne permet pas forcément de connaître son interprétation : lui-même ne semble pas fixé là-dessus [28].

8.5 Des choix pédagogiques

Le contenu mathématique des cours d'Henri Cartan, et en particulier leur évolution, révèle des choix pédagogiques. Ses cahiers sont, en effet, des archives de son travail pour préparer des cours qu'il doit présenter à des élèves. À ce titre, ils portent les marques des choix d'Henri Cartan sur le contenu du programme général du certificat de CDI qu'il souhaite couvrir, mais également, dans une moindre mesure, des connaissances qu'il souhaite particulièrement que les étudiants retiennent de son cours. De fait, Henri Cartan est tributaire des savoirs accumulés antérieurement par les étudiants, ainsi que de leur capacité à progresser.

Concrètement, dès le début du cours, la définition d'un ensemble ou la construction des nombres réels sont des problématiques importantes. Ces développements mathématiques n'appartiennent pas à la partie essentielle du certificat de CDI, mais constituent les fondations du reste du cours. Comme l'écrit Henri Cartan dans le cahier de brouillon de son cours de CDI de 1933–1934 [29] : « Nous venons d'admettre la notion de n. irrationnel. En fait, les n. irrat. n'ont jamais été définis en tte généralité (pour les étudiants !) Comme tout le cours repose sur la considération des n. rat. et irrat. (qui constitue ce qu'on ap. le *continu arithmétique*[)], il est bon d'insister un peu. » Le choix d'une présentation rigoureuse ou le recours à l'intuition

28. Voir, par exemple, la citation de la deuxième réunion proto-bourbachique au début de ce chapitre.
29. Voir la sous-section 9.3.2.

et à des exemples sont alors des compromis entre un cours mathématiquement complet ou accessible.

Henri Cartan choisit, dès l'année scolaire 1931–1932, de définir les nombres irrationnels et de présenter leur arithmétique. Cette présentation évolue au cours des années, mais cela montre qu'il souhaite, en se distanciant du livre d'Édouard Goursat sur ce point, présenter des résultats plus ou moins récents à ses étudiants [30]. Cependant, pour ne pas les brusquer avec ces notions techniques, il écrit dans son brouillon qu'il « [part] d'abord de la notion de continu, pour avoir une image géom. » et ensuite essayer de « [refaire] la théorie correctement ». L'« image géométrique » lui permet de contextualiser sa présentation et d'avoir un outil pratique avant de faire un développement avec des notions spécifiques. De même, les choix de présenter des notions topologiques, algébriques, les intégrales de Stieltjes ou les formes différentielles peuvent être dus à leurs intérêts pédagogiques ainsi qu'à la curiosité et l'appétence d'Henri Cartan pour ces développements dans ce cours. À l'inverse, il peut également faire ces choix pour l'intérêt mathématique de ces notions sans se restreindre au point de vue du certificat de CDI, comme c'est le cas, par exemple, dans une présentation plus systématique telle que celle adoptée dans les *Éléments de mathématique* [31].

En parallèle des suppressions et des ajouts, Henri Cartan modifie beaucoup l'ordre et l'enchaînement de notions et de résultats mathématiques. Il est indéniablement perfectionniste, mais il change aussi d'avis à plusieurs reprises [32]. Il est fortement probable qu'il s'intéresse et essaye de prendre en compte les impressions et les retours des étudiants. Il peut également choisir de modifier certains passages pour des raisons mathématiques ou plus personnelles. L'envie d'appliquer ou de tester le travail plus général dans le cadre du projet Bourbaki en est un exemple particulièrement révélateur.

30. Pour plus de détails sur l'arithmétisation de l'analyse, voir par exemple [PS07].

31. Les compromis des connaissances présentées dans un livre ou dans un cours professé ne sont cependant pas les mêmes, en particulier par rapport aux niveaux et aux capacités d'assimilation des étudiants, ou bien tout simplement des contraintes temporelles ou de volume.

32. Voir la fin de la sous-section 12.1.1.

Chapitre 9

Henri Cartan et l'enseignement du calcul différentiel et intégral de 1931 à 1935

9.1 Le premier cours de CDI d'Henri Cartan en 1931–1932

9.1.1 Le plan

Il s'agit ici de comparer le plan du cours d'Henri Cartan, en annexe B.3, à celui du cours d'analyse mathématique d'Édouard Goursat, en annexe B.2. J'ai ajouté au plan du cours d'Henri Cartan les passages qui ont un contenu ou une présentation à peu près équivalent avec celui du traité d'Édouard Goursat [1]. Des ajouts au crayon de bois dans les notes du cours d'Édouard Goursat qu'il a suivi en 1923–1924 [2] laissent supposer qu'Henri Cartan retravaille celles-ci. Cela est confirmé par la présence d'une feuille volante dans un de ces cahiers [3], avec le titre « Essai d'exposition d'une théorie des intégrales multiples », qui, contrairement aux autres feuilles volantes de ce cahier, date visiblement d'une période où Henri Cartan devait enseigner cette théorie. Il y a même de très fortes chances que ce soit pour son cours de CDI de 1931–1932 : je l'ai donc considérée comme un plan pour cette partie de ce cours [4]. L'analyse détaillée des deux débuts de cours est faite dans la sous-section suivante, je ne donne donc ici que des comparaisons générales.

Les deux sources sont matériellement très différentes : à l'inverse des brouillons d'Henri Cartan, le traité d'Édouard Goursat est « à peu de chose près, le résumé de [son] Cours à la Faculté des Sciences [5]. » Il fait suite à plus d'une trentaine d'années d'enseignement du CDI et à plusieurs refontes. C'est un « livre d'enseignement [6] » qui est prévu pour être lu plusieurs fois, en

1. Je mentionne les similarités de contenu ou de présentation avec le livre d'Édouard Goursat. La notation $\emptyset$ indique que je n'ai pas pu établir de correspondance directe. Ces passages peuvent, par exemple, utiliser les mêmes notations que [Gou23], mais avoir une présentation complètement différente. Certains sont également inédits ou, du moins, ne sont pas présents et ne peuvent pas être transposés.
2. Voir les cahiers [Aud14a, 1.01, 1.02 et 1.03].
3. Voir [Aud14a, 1.1c].
4. Le titre laisse déjà supposer qu'Henri Cartan doit faire une exposition de cette théorie. Je n'ai trouvé aucun indice d'une situation où il doit faire cela sans que ce soit pour un enseignement, à moins que ce soit dans le cadre de Bourbaki. Cette hypothèse semble moins probable et, du point de vue du contenu, c'est également ce qui semble être le plus cohérent, voir la sous-sous-section 9.1.3.1.
5. Voir [Gou23, Préface à la première édition].
6. Voir [Gou23, Préface à la première édition].

particulier pour les paragraphes en caractères plus fins. Henri Cartan ne reprend pas l'ensemble du contenu des sections de [Gou23] qu'il couvre. Avec de possibles cours complémentaires de CDI en parallèle de l'enseignement d'Henri Cartan, ou bien par choix des connaissances qu'il souhaite présenter, il ne traite pas non plus tous les chapitres et sections du livre d'Édouard Goursat. Henri Cartan fait ainsi une sélection dans ce livre.

La recherche d'équivalence entre les contenus des deux cours [7] permet d'établir directement trois constats. Il y a tout d'abord de nombreuses correspondances entre le cours d'Henri Cartan et [Gou23]. Il est donc clair qu'il s'en est très fortement inspiré. Cependant, il y a également des ajouts et des passages visiblement différents : de nombreux exemples sont donnés dans les sous-sections suivantes. Cela est en particulier le cas quand il s'agit d'ajouter ou de mettre en valeur des résultats qui ne sont pas dans [Gou23], par exemple le lemme de Borel-Lebesgue ou l'intégrale de Stieltjes. Enfin, il ne suit pas exactement le même ordre que celui du livre. Le report à la fin du cours d'Henri Cartan du chapitre III d'Édouard Goursat, *Fonctions implicites. Maxima et minima. Changements de variables.*, qui est entre les différentielles et les intégrales définies dans ce livre, en est un exemple révélateur. Il revient plusieurs fois sur ce choix au cours des années d'enseignement. Sa section *applications géométriques des intégrales définies* ou les sections *aire d'une surface gauche*, *intégrales de surfaces* et *volume d'un domaine dans l'espace à 3 dimensions* sont, d'autre part, représentatives d'un choix de faire la théorie des intégrales avant d'en faire l'application, en particulier par rapport aux mesures de longueurs, d'aires ou de volumes.

D'un point de vue plus pratique, les deux plans reflètent explicitement le réemploi de connaissances à la suite des chapitres. Cependant, les liens entre les chapitres ou les sections ne sont pas forcément tous dans l'ordre des pages. Dans les deux cas, il y a une rupture nette des connaissances et des outils utilisés dans le passage du calcul différentiel au calcul intégral. À l'exception des fonctions implicites, la présentation générale comparable est la même pour les deux cours. Les dérivées et différentielles sont présentées en premier. Ensuite, il y a les intégrales simples avec des outils et des applications. Le développement est repris, à deux reprises, en augmentant à chaque fois la dimension.

9.1.2 Le début du cours

Le premier chapitre du cours d'analyse d'Édouard Goursat est une introduction et est appelée comme telle. Celle-ci est découpée en deux sections : *Limites. Ensembles.* et *Fonctions. Généralités.* Comme il l'écrit dans la préface de la deuxième édition :

> Dans la première édition, les propriétés générales des fonctions continues, ainsi que les notions empruntées à la théorie des ensembles étaient dispersées dans plusieurs Chapitres. Il m'a paru plus rationnel de les réunir dans un premier Chapitre, qui sert d'introduction pour en faire mieux saisir le rigoureux enchainement. La lecture de cette introduction peut sembler au premier abord un peu abstraite, mais elle n'est point indispensable pour la lecture de ce qui suit.

Après avoir expliqué qu'il a supprimé des « questions élémentaires » qui sont au programme de la classe de mathématiques spéciales [8], il rassemble différents points dispersés dans le livre

7. Voir la dernière colonne du tableau de la section B.3.
8. Voir la section 8.4.2.

en introduction. Le statut de prérequis de ce chapitre est indéniable, sans pour autant être indispensable, car rassemblant des notions qui doivent déjà être acquises par un lecteur ayant suivi un cours de mathématiques spéciales ou équivalent.

La première section commence par une sous-section sur les *limites*, puis une sur les *coupures*. Celles-ci, qui sont un moyen de construire les nombres réels, ne sont pas introduites de façon contextualisée. De plus, cela ne semble pas particulièrement utilisé par la suite [9]. D'autre part, il faut remarquer que la notion de nombre réel n'est pas introduite. La première utilisation d'un terme s'en rapprochant se situe à la page 145, à propos des racines réelles d'une équation. Le chapitre finit par trois autres sous-sections : *ensembles bornés*, *la plus grande des limites* et *suites convergentes*. La section sur les fonctions commence par la « définition moderne du mot *fonction [...] due à Cauchy et Riemann* » et finit par les courbes continues, après avoir présenté différentes notions et résultats sur la continuité, les fonctions continues, discontinues, monotones, à variation bornée et de plusieurs variables.

La numérotation du cours de CDI d'Henri Cartan commence à partir d'une section *Nombres irrationnels. Coupures. Limites.* Après une très rapide introduction sur l'importance de la notion de limite pour la continuité, il présente les opérations ordinaires sur les nombres entiers et les fractions : somme, produit, commutativité, distributivité. Il étend ensuite ces opérations aux nombres irrationnels qu'il vient de définir par les coupures, ainsi que l'inverse, les puissances et racines entières. Comme il l'explique au début de son cours, il « [part] d'abord de la notion de continu, pour avoir une image géom. » et ensuite essayer de « [refaire] la théorie correctement ». Cela lui permet d'expliquer, dans la sous-section sur les *limites*, l'« image géométrique » :

> *Image géométrqiue.* – Etant doné 1 axe orienté, avec 1 orig. 0 et une unité de long., nous [*rayé* : admettons, *ajouté au dessus* : pensons en principe] qu'à tt n. rat. ou irrat. corresp. un pt de cet axe et 1 seul, et réciproquement.
>
> D'où identité entre : ensemble de pts et ens. de nombres. On aura intérêt, pour avoir une image géom., à parler d'ensembles de points.

Dans un essai au début de son cahier, Henri Cartan précise que cette correspondance « est une convention » et qu'il utilise « indifféremment *nombre* ou *point* ». En pratique, Henri Cartan n'utilise pas la terminologie de « nombre réel [10] ».

Il définit la notion de limite pour une suite puis présente quelques autres notions et résultats. En particulier, bien qu'il ne définisse pas ce que sont les « termes » d'une suite, il démontre que toute suite de Cauchy converge : il semble donc qu'Henri Cartan utilise les nombres réels et démontre ici que c'est un espace complet, tout comme Édouard Goursat [11]. Dans le dernier paragraphe de cette sous-section, il ne donne qu'une description succincte des notions à aborder : cela suit globalement les pages 4 à 8 de [Gou23] sur les *ensembles bornés* et *la plus grande des limites*. La sous-section suivante, *convergence des suites et séries*, commence à la page 7 et se

9. Ce mot apparaît dans au moins six pages, dont trois dans la section du même nom. La remarque « Le nombre qui mesure l'aire du domaine limité par une courbe fermée a été défini comme une coupure dans l'ensemble des nombres positifs. » [Gou23, p. 193] est intéressante puisque l'auteur ne mentionne pas explicitement qu'il utilise ce procédé au cours du raisonnement.

10. Dans un de ses essais « Nombres irrationnels. Limites (Nouvelle version) » du même cahier, Henri Cartan écrit cependant, au tout début : « On va étudier [les] fonctions d'une variable réelle. Pour cela, il faut d'abord savoir ce que c'est qu'un *nombre réel* (positif ou négatif), et avoir défini les opérations sur ces nombres. »

11. Voir [Gou23, p. 8].

conclut à la page 8 bis par un exercice. Il y donne des définitions et des critères de convergence, correspondant aux sections 5, 156 et 149 de [Gou23].

Il y a donc deux principales différences entre cette première section et celle du livre d'Édouard Goursat. Premièrement, l'ajout d'un développement sur les nombres irrationnels, absent de [Gou23] [12]. Deuxièmement, la concentration de notions et résultats se rattachant exclusivement aux suites et séries dans la dernière sous-section, contrairement au livre d'Édouard Goursat qui les introduit une première fois dans la section correspondante, mais les développe surtout dans le chapitre XIII, consacré exclusivement aux *suites et séries infinies.*

La section *fonction d'une variable* ressemble à la section correspondante de [Gou23] avec quelques ajouts et suppressions, des modifications dans la formulation ainsi que dans le nom et l'ordre des sous-sections. Une sous-section sur les *fonctions définies par des suites convergentes* est ajoutée, alors qu'elle n'est développée qu'à la fin du chapitre suivant d'Édouard Goursat. La sous-section *fonctions de plusieurs variables* devient, elle, une section entière dans le cahier de brouillon d'Henri Cartan. Elle suit le même plan que celle sur les fonctions d'une variable et ne se concentre donc pas presque exclusivement sur la continuité, comme c'est le cas dans le livre d'Édouard Goursat. Il n'y a pas, pour finir, de sous-section sur les *courbes continues*, alors que c'est le cas dans [Gou23].

Dans le traité d'Édouard Goursat, la notion d'ensemble est « définie par des exemples [13] ». Il n'y a aucune indication particulière à ce propos dans le cahier de brouillon d'Henri Cartan et il utilise directement cette notion. Il a pu choisir de ne pas l'écrire, car il se contente d'une remarque à l'oral du même ordre qu'Édouard Goursat, ou bien parce qu'il ne souhaite pas du tout aborder ce point.

Ces deux mathématiciens définissent une fonction de la même façon : s'il y a une correspondance entre deux valeurs. Henri Cartan écrit que la valeur y dont x est fonction est définie sur « un ensemble de points » [14], alors qu'Édouard Goursat considère un nombre x compris dans un intervalle. Dans les deux cas, en l'absence de précision supplémentaire, ils se focalisent tous les deux sur la droite numérique, c'est-à-dire les nombres réels, ou des sous-ensembles de celle-ci.

De même, ils utilisent généralement la notation $f(x)$ quand ils considèrent une fonction. Les notions d'ensemble complet et d'ensemble compact n'apparaissent pas dans ces deux cours. Ils énoncent tous les deux le « lemme/principe de Bolzano [15] » et le fait qu'une suite est convergente si et seulement si elle est de Cauchy [16] ».

Édouard Goursat définit la continuité d'une fonction de la façon suivante :

12. Il explique dans la préface de la première édition que cette notion est acquise.

13. Plus précisément : « Nous avons déjà employé plusieurs fois le mot d'*ensemble*. La notion d'ensemble est une de celles qu'il paraît inutile de définir autrement que par des exemples. Toute collection d'un nombre fini ou infini d'objets constitue un ensemble ; tels l'ensemble des nombres entiers, l'ensemble des nombres rationnels, l'ensemble des droites d'un plan, etc. », [Gou23, p. 4].

14. Plus précisément : « On dit que *y est fonction de x lorsque à une valeur de x correspond une valeur de y.* On indique cette dépendance par l'égalité $y = f(x)$ » , pour [Gou23, p. 11], et « y est une fonction de x ($f(x)$) s'il existe une loi déterminée faisant correspondre à chaque valeur de x (appart. à un ens. de pts E) une valeur de y. $y = f(x)$ est alors *définie sur l'ensemble E.* » dans le cahier de brouillon d'Henri Cartan.

15. Henri Cartan écrit que « De tte suite bornée on peut extr. 1 suite converg. (lemme de Bolzano) » tandis qu'Édouard Goursat écrit que, d'après ce principe, « tout ensemble borné, comprenant une infinité de points, dans un espace à un nombre quelconque de dimensions, admet au moins un point d'accumulation [...] », [Gou23, p. 7].

16. Voir [Gou23, p. 9].

> Si la différence $f(x_0 + h) - f(x_0)$ tend vers zéro, lorsque la valeur absolue de h tend vers zéro, la fonction $f(x)$ sera dite *continue pour la valeur* x_0. D'après la définition même de la limite, on peut dire encore qu'*une fonction* $f(x)$ *est continue pour* $x = x_0$*, si à tout nombre positif* ϵ*, aussi petit qu'on le suppose, on peut faire correspondre un autre nombre positif* η *tel qu'on ait*
>
> $$|f(x_0 + h) - f(x_0)| < \epsilon,$$
>
> *pour toute valeur de* h *moindre que* η *en valeur absolue.* [Gou23, p. 13]

Il est possible qu'Édouard Goursat considère que le lecteur a déjà rencontré cette notion, car elle est seulement présentée à travers sa caractérisation. De son côté, Henri Cartan fait plus le lien avec la limite avant d'en fournir une caractérisation similaire à celle d'Édouard Goursat [17].

Le début du cours de CDI d'Henri Cartan est représentatif de son utilisation de [Gou23] pour cette année : il s'en inspire, mais n'hésite pas à prendre de la distance. Ce fait va s'amplifier au fil des années jusqu'à avoir des prérequis larges, précis et découpés en thématiques claires en 1940.

9.1.3 Le changement de variables des intégrales doubles

Le livre d'Édouard Goursat et le cours de CDI d'Henri Cartan commencent de la même façon pour les intégrales doubles, mais ils ne considèrent pas, du moins dans la théorie générale, cette intégration sur le même type de domaine. Édouard Goursat précise que c'est sur un domaine qui peut être découpé en un nombre fini de domaines quarrables [18]. Ces derniers étant des domaines dont la frontière peut être enfermée dans un domaine polygonal dont l'aire peut être rendue arbitrairement petite [19]. Tout comme son homologue, Henri Cartan fonde cette section sur des domaines qu'il présente plus tôt, mais pas sur des domaines quarrables qu'il définit de la même façon. Il utilise plutôt celle de domaine limité par des courbes simples, c'est-à-dire des courbes continues et telles qu'elles puissent être enfermées dans des polygones dont la somme des aires et celle des périmètres sont chacune inférieures à un nombre fixe. Par la suite, le domaine D en question est décomposé en un nombre fini de domaines partiels D_i, supposés quarrables et dont les aires sont respectivement égales à $\int_{(D_i)} x \mathrm{d}y$.

Comme pour l'intégrale simple, ils définissent tous les deux l'intégrale double d'une fonction à partir des sommes de Darboux [20] : si la différence des sommes de Darboux converge, par rapport à un découpage de plus en plus fin d'un domaine borné, vers 0, alors la fonction en question est intégrable. Voici la construction dans le cahier 3.03 d'Henri Cartan, équivalente à [Gou23, pp. 286–288] :

---

17. Plus précisément : « $f(x)$ est continue en x_0 si $f(x) \to f(x_0)$ qd $x \to x_0$ (Donc il ft : 1° : que $f(x) \to$ lim. finie qd $x \to x_0$; 2° : que cette lim. soit = à $f(x_0)$). *Coroll. d'1 th. préc. [sur les limites]* Pour qu'il en soit ainsi, il ft et il suffit que à $\epsilon > 0$ arb. correp. $\eta(\epsilon)$ tel que $|x - x_0| > \eta(\epsilon)$ (x appartenant à (a, b)) entraîne $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$. »
18. Voir [Gou23, p. 286].
19. Voir [Gou23, p. 189].
20. Édouard Goursat explique dans une note [Gou23, p. 169] qu'il adopte la définition de l'intégrale due à Bernhard Riemann, mais qu'Henri Lebesgue en a proposé une définition plus générale et que Arnaud Denjoy en a donné une encore plus générale.

> $z = f(x, y)$ *bornée* (sup. et inf.) ds 1 *dom. borné D quarrable.* Nous supposons D limité par des courbes *simples* (Voir plus haut). Supposons aussi D orienté ; son aire a donc un *signe.*
>
> On va définir, moyen. cert. conditions, $\iint_D f(x,y)[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$.
>
> Pour cela, partageons D en n dom. partiels D_i et soit ω_i l'aire af. d'1 signe de chac. d'eux, c'est-à-dire $\int_{\circlearrowleft D_i} x\mathrm{d}y$. Soient M_i et m_i les bornes de $f(x,y)$ ds D_i et soit
>
> $$S = \sum_{i=1}^{n} M_i\omega_i = \sum M_i \left(\int_{D_i} x\mathrm{d}y \right)$$
> $$S' = \sum m_i\omega_i = \sum m_i \left(\int_{D_i} x\mathrm{d}y \right)$$
>
> Tous les ω_i ont le m. signe, $+$ *par exemple.* Alors $S \geqslant S'$
>
> [...]
>
> Soit I la borne inf. des S, I' la borne sup. de S'. On a $I \geqslant I'$
>
> $f(x,y)$ est dit *intégrable ds le dom. D* si $I = I'$ et alors $\iint_D f(x,y)[\mathrm{d}x\mathrm{d}y] =$ par def. $I = I'$.

Ils démontrent ensuite directement qu'une fonction continue dans un tel domaine est intégrable et donnent un certain nombre de propriétés classiques : sommes de fonctions ou de domaines, formule de la moyenne, etc.

À partir de là, les deux cours divergent. En effet, le traité d'Édouard Goursat suit avec une sous-section sur le calcul des intégrales doubles dont le contenu est décrit par la première phrase : « Le calcul d'une intégrale double se ramène au calcul de deux intégrales simples prises successivement. [21] », dans le cas d'un rectangle dans cette sous-section, puis dans le cas d'un domaine (limité par une courbe de forme) quelconque. Ensuite, une sous-section présente les analogies avec les intégrales simples quand l'intégrale est considérée comme une fonction des bornes d'intégration.

Le cours de CDI d'Henri Cartan présente, lui, une sous-section sur l'*intégrale de Stieltjes.* Si le premier plan pour le changement de variables des intégrales multiples ne mentionne pas cette intégrale, cette notion est de plus en plus développée au cours des deux premiers essais, avant d'être restructurée lors d'une troisième et, visiblement, dernière tentative. Édouard Goursat ne mentionne pas l'intégrale de Stieltjes, sauf dans une note de bas de page qui précise que cette généralisation sera utile pour la théorie des intégrales curvilignes [22]. Dans cette partie, il explique juste, dans une note de bas de page [23] que ces intégrales curvilignes peuvent être plus générales en considérant des intégrales de Stieltjes : il ne nomme pas ces dernières ainsi, mais renvoie à la note précédemment mentionnée. Dans le cas des intégrales de surfaces, il explique que « [l]es raisonnements des n^os^ 111–112 [sur les intégrales doubles ordinaires] peuvent être repris sans modification en remplaçant les portions de plan par des portions de la surface S [24]. » Dans ses différents essais, Henri Cartan cherche visiblement à présenter rigoureusement de tels résultats. Je présente d'abord le premier plan puis un premier essai où les intégrales doubles de

21. Voir [Gou23, p. 291].
22. Voir [Gou23, p. 173].
23. Voir [Gou23, pp. 223-224].
24. Voir [Gou23, p. 335].

Stieltjes sont mentionnées pour la première fois, à deux reprises et de façon anecdotique. En l'absence d'indications supplémentaires, il n'est pas possible de savoir si Henri Cartan pense, à ce moment, juste évoquer cette notion, ou bien la développer de façon plus substantielle. Dans un deuxième essai, Henri Cartan présente les intégrales doubles de Stieltjes avant le changement de variables. Il retravaille ensuite cette tentative, dans un troisième essai, après avoir commencé une section sur les intégrales de surfaces.

9.1.3.1 Premier plan pour les intégrales multiples

Les notes du cours d'Édouard Goursat qu'Henri Cartan a suivi en tant qu'étudiant en 1923–1924 contiennent une feuille volante dont le titre est *Essai d'exposition d'une théorie des intégrales multiples*[25]. Ce document est visiblement postérieur à ce cours et il est très fortement probable qu'il ait été produit au moment d'enseigner cette théorie des intégrales multiples. Les notions présentées permettent de supposer que c'est pour un cours de CDI et les notations qu'il utilise dans ce document étant celles qu'il utilise dans son cours de 1931–1932, et qu'il change par la suite, ne laissent que peu de doute sur le fait que c'est pour préparer le cours de cette année[26]. Enfin, l'aspect du document laisse supposer que c'est un programme pour enseigner ce passage du cours. Cela est d'ailleurs parfaitement cohérent avec le fait qu'il soit dans un des cahiers de ce cours qu'il a suivi s'il a décidé de retravailler cet enseignement au moment de se préparer à l'enseigner lui-même.

Une première ligne entre crochets indique « Pour la défin. d'1 intégra. double, triple, partager en rectangles, paralépip. » Il est ensuite indiqué de traiter les fonctions implicites. Il introduit et donne quelques résultats sur le jacobien, qu'il appelle également « déterminant fonctionnel », et sur la différentielle totale. Il en arrive ensuite à un nouveau paragraphe, *changement de variables pour les intégrales multiples (triples par ex.)*, qui commence par :

> On écrit $I = \iiint f(x,y,z)\mathrm{d}(x,y,z)$, qu'on définit avec des parallélépip. intérieurs au vol. considéré. On voit alors tout de suite que si x, y, z sont fonct. de u, v, w, $I = \iiint f\frac{\mathrm{d}(x,y,z)}{\mathrm{d}(u,v,w)}\mathrm{d}(u,v,w)$.

La suite indique de revenir aux intégrales curvilignes et d'expliquer que l'élément d'intégration est une différentielle totale. L'objectif est, bien qu'il ne soit pas nommé, d'arriver à différentes versions de la formule de Stokes :

> Cela posé, on démontre, P et Q ét. f. de u et v ds D limité par C, $\int_C P\mathrm{d}Q = \iint_D \mathrm{d}(P,Q)$, comme on le voit en décomposant D en petits morceaux, ce qui se ramène à $\int_\Gamma x\mathrm{d}y =$ aire limitée par Γ.
>
> Plus général., $\iiint P\mathrm{d}(Q,R,S) = \iiiint \mathrm{d}(P,Q,R,S)$[27]
>
> De là tout se déduit.

Il finit par donner en exemple la formule de Stokes en faisant des calculs à partir de l'intégrale $\int_C Pdx + Qdy + Rdz$. La feuille s'arrête là.

25. Voir [Aud14a, 1.1c].
26. Il pourrait avoir repris ce passage juste après l'avoir enseigné, mais, comme il le fait par la suite quand il procède de cette façon, il y a généralement des renvois explicites à ses notes de cours. Ce n'est pas le cas ici.
27. Il précise la méthode dans un encadré sur le côté : « Partager D en rectangles, mettre de côté ceux où P s'annule ; pour les autres, on peut les partager en 1 n. fini tels que leurs images soient ds leurs domaines ».

9.1.3.2 Premier essai pour le changement de variables des intégrales multiples

Il y a une section *chang. de var. pour les intégr. multiples* au début du cahier 3.03. Celle-ci commence par :

> On définit *l'aire* limitée par C rectifiable par $\int_C x\mathrm{d}y (= -\int_C y\mathrm{d}x)$. On dém. que c'est la lim. des s. des aires de carrés inscrits, etc. (on se sert pour cela des *propr.* de l'aire, qui la défin. complét., et que possède aussi la limite précéd.). — Puis on définit $\iint f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

La suite est rayée. En montrant que « le rap. de 2 aires homologues inf. petites est $\frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}$. », il cherchait visiblement à démontrer la formule

$$\iint_\Delta f(P,Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q = \iint_D f(P(x,y),Q(x,y))\frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

La partie calculatoire de la démonstration à l'aide de formules de Taylor est cependant conservée avec l'indication « Voir plus loin » dans la marge. Un paragraphe *défin. de* $\iint f(P,Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$, où il définit cette intégrale à partir de la formule (rayée) précédente est également rayé. C'est également le cas du « Théor. $\iint_D \mathrm{d}P\mathrm{d}Q = \int_C P\mathrm{d}Q$ », de sa démonstration et d'un corollaire affirmant que « Si P, Q, décrivent 1 dom. $\iint f(P,Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$ peut se définir directement comme limite $\sum f(P_i,Q_i)\sigma_S$. »

La formule de Stokes est démontrée dans un paragraphe du même nom en développant et réduisant $\int_C P\mathrm{d}x$ à l'aide du théorème (rayé) précédent et de la formule de changement de variables. Un paragraphe d'application est dédié à la formule intégrale de Cauchy. L'application des résultats précédents aux intégrales simples est rayée et la page suivante ne contient que quelques indications sur des points particuliers à aborder, préalablement ou ultérieurement.

Il y a ensuite un nouveau passage sur la définition de $\iint_D f(x,y)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$. Pour la première fois est mentionné, entre parenthèses, que « C'est une intégrale de Stieltjes », sans indiquer plus de précisions. Il affirme que c'est, par définition, la limite de $\sum_i f(\xi_i,\eta_i)\int_{C_i} P\mathrm{d}Q$ (en supposant l'existence et la continuité des dérivées partielles de Q), si cette limite existe. Dans la marge il est écrit que si $f \equiv 1$ alors $\int_D \mathrm{d}P\mathrm{d}Q$ existe et est égale à $\int_C P\mathrm{d}Q$. La suite continue sur le fait que cette limite existe si $\frac{\int_{C_i} P\mathrm{d}Q}{\int_{C_i} x\mathrm{d}y}$ tend uniformément vers une limite $\varphi(\xi,\eta)$ quand C_i tend vers le point (ξ,η), et si $f(x,y)$ et $\varphi(x,y)$ sont intégrables. Il le démontre en affirmant qu'alors la limite de la somme $\sum f(\xi_i,\eta_i)[\varphi(\xi_i,\eta_i)+\epsilon_i]\sigma_i$ est l'intégrale $\iint_D f(x,y)\varphi(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Un exemple où $Q(x,y) = x$ est rayé et il cherche ensuite les cas où la dernière condition énoncée est remplie. Dans le premier, il suppose que P et Q ont des dérivées partielles continues et, à l'aide des calculs précédents avec un renvoi « voir plus haut », affirme que $\varphi(x,y) = \frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}$, est continue, donc intégrable. Il explique qu'alors « $\iint_D f(x,y)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$ existe et est égale à $\iint_D f(x,y)\frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ » et donne, en particulier, l'exemple où $f \equiv 1$: $\int_C p\mathrm{d}Q = \iint \frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Il présente ensuite un « autre exemple » où $Q(x,y) \equiv x$ et suppose l'existence et la continuité de $\frac{\partial P}{\partial y}$. Il montre rapidement qu'alors $\iint f(x,y)\mathrm{d}P\mathrm{d}x = -\iint f(x,y)\frac{\partial P}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ et donne également la formule dans le cas où $f \equiv 1$. Une parenthèse explique qu'il faut en déduire que $\iint f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \int \mathrm{d}x \int f(x,y)\mathrm{d}y$. Il finit par donner la formule de Green-Riemann, en supposant l'existence et la continuité de $\frac{\partial Q}{\partial x}$ et $\frac{\partial P}{\partial y}$, et en expliquant en marge que c'est une intégration par partie.

Une section suit sur le *changement de variables* pour les intégrales doubles. Il fait alors le lien avec ce qu'il vient de faire en considérant une intégrale ordinaire comme une intégrale de Stieltjes et explique que la règle du changement de variables est de remplacer $\mathrm{d}X\mathrm{d}Y$ par $\frac{\mathrm{d}(X,Y)}{\mathrm{d}(x,y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. Il finit par quelques applications aux aires. Il reprend ensuite l'essentiel de son plan de la sous-section précédente sur la théorie des différentielles composées et les différentielles totales. Il finit par un passage sur les intégrales de surface où l'intégrale sur un domaine plan est définie à l'aide de la formule de changement de variables pour les intégrales doubles de Stieltjes et où il reprend les résultats précédents pour donner la formule de Stokes.

Ce premier essai semble être l'application du plan qui a fait l'objet de la sous-section précédente. Il se retrouve cependant devant une difficulté : la définition de $\iint f(P,Q)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$. Cela le conduit alors à faire une section plus détaillée sur cette intégrale de Stieltjes, qui lui permet ensuite de donner directement la formule du changement de variables pour les intégrales doubles.

9.1.3.3 Deuxième essai et première apparition de l'intégrale double de Stieltjes

Le deuxième essai de présentation de l'intégrale de Stieltjes se situe dans la partie numérotée du cahier de brouillon 3.03, dans la section sur les *intégrales doubles*, à la suite de ce qui a déjà été décrit plus haut lorsque divergent le cours d'Henri Cartan et le livre d'Édouard Goursat. Contrairement à la présentation des intégrales simples où un premier essai de sous-section sur le changement de variables est rayé pour finalement être développé à la suite immédiate d'une sous-section sur l'intégrale de Stieltjes, Henri Cartan suit directement cet ordre de présentation pour les intégrales doubles. Cette section est alors nommée *intégrale de Stieltjes* et commence par :

> Soient $f(x,y)$, $P(x,y)$, $Q(x,y)$ 3 fonctions définies ds un dom. D ; nous les supposons bornées et continues pour simplifier. Soit à définir $\iint_D f(x,y)[\mathrm{d}P.\mathrm{d}Q]$ [28] : il s'agit là d'un *nouveau symbole* [29]. f, P, Q sont réelles ou complexes. Nous décomposons D en dom. partiels, et nous considérons
>
> $$\sum f(\xi_i,\eta_i)\int_{\circlearrowleft D_i} P\mathrm{d}Q. \tag{1}$$
>
> *S'il y a une limite*, ce sera par déf. $\iint_D f[\mathrm{d}P\mathrm{d}Q]$

Les deux pages qui suivent, les 91 et 92, sont rayées et une note dans la marge indique « voir p.91bis, 10 pages plus loin ». Je décris donc dans cette sous-section toute cette première écriture qui est rayée.

Un premier exemple indique que si $X = P(x,y)$ et $\mathrm{d}Y = Q(x,y)$ [*sic*] alors la somme a une limite et l'intégrale est l'intégrale ordinaire. Il donne un autre exemple, $\iint_D[\mathrm{d}P\mathrm{d}Q] = \int_{\circlearrowleft D} P\mathrm{d}Q$,

28. L'utilisation des crochets n'est pas spécifique à cette sous-section, car il s'en sert déjà au début de la section sur les intégrales doubles. Ce n'était pas le cas dans les essais précédents et je n'ai pas trouvé d'explication à cette pratique. Le point n'est utilisé qu'ici et semble juste être un aléa d'écriture ponctuel.

29. Dans la continuité de la note de bas de page précédente, le « nouveau symbole » mentionné par Henri Cartan peut avoir une double interprétation. Il peut s'agir de $[\mathrm{d}P.\mathrm{d}Q]$, dont il précise l'expression et l'emploi dans la « règle pratique » présentée un peu plus loin. Cependant, il est plus probable que ce soit pour insister sur le fait que l'expression entière n'est pas la même intégrale que celle qu'il a déjà définie plus tôt dans son cours. Il fait, en effet, la même chose, mais il le raye, quand il introduit l'intégrale de surface, voir l'extrait 9.3.

qu'il qualifie de fondamental. Il présente ensuite une propriété pour que la limite existe dans un théorème qu'il démontre et qui reprend exactement la fin de sa précédente définition de $\iint_D f(x,y)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$ au début du cahier. De même, il reprend exactement son exemple, qu'il qualifie cette fois-ci de théorème, et la démonstration où P et Q ont des dérivées partielles continues. Il donne ensuite la « *règle pratique* relative à (2) [30] : on écrit $[\mathrm{d}P\mathrm{d}Q] = [\frac{\partial P}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial P}{\partial y}\mathrm{d}y][\frac{\partial Q}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial Q}{\partial y}\mathrm{d}y]$ et on ft le produit symbolique. » Il continue, comme précédemment, avec le cas particulier où $f \equiv 1$ qui donne « la formule tout à fait fondamentale » : $\int_C p\mathrm{d}Q = \iint \frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(x,y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

La dernière formule est au début de la page 93 qui n'est alors plus systématiquement rayée. Il y a d'abord un exemple, la formule intégrale de Cauchy, qui est identique à celui de son premier essai au début du cahier. Un « autre théorème » suit, qui est exactement l'« autre exemple » où $Q(x,y) \equiv x$ et $\frac{\partial P}{\partial y}$ existe et est continue. Il est cependant rayé avec une note dans la marque indiquant « C'est en somme un cas particulier de (2) [CVS] ; mais on ne suppose pas l'exist. de $\frac{\partial P}{\partial x}$. On a remplacé $[\mathrm{d}P\mathrm{d}x]$ par $[\frac{\partial P}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial P}{\partial y}\mathrm{d}y]\mathrm{d}x$. » Il garde cependant la formule de la conclusion, $\iint f(x,y)[\mathrm{d}P\mathrm{d}x] = -\iint f(x,y)\frac{\partial P}{\partial y}[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$, donne le cas où $f \equiv 1$ qu'il qualifie de fondamental. Il explique que la démonstration de la formule analogue en prenant Q et $\frac{\partial Q}{\partial x}$ continue est similaire, avant de donner la formule de Green-Riemann.

Comme à la fin de son essai au début du cahier, il y a une sous-section *chang. de variables* qui applique les résultats de l'intégrale double de Stieltjes à celle ordinaire. Il y ajoute de nombreux exemples : il se rapproche alors du livre d'Édouard Goursat puisque, même si la présentation est légèrement différente, cette sous-section contient l'essentiel des sous-sections 118 et 119. Comme dans le cas des intégrales simples, il donne alors des procédés généraux d'intégration : changement de variable, intégration par parties et décomposition d'une intégration double en deux intégrations simples. En se limitant à un domaine convexe, il arrive, beaucoup plus rapidement que dans la section 114 du livre d'Édouard Goursat, aux mêmes résultats que ce dernier.

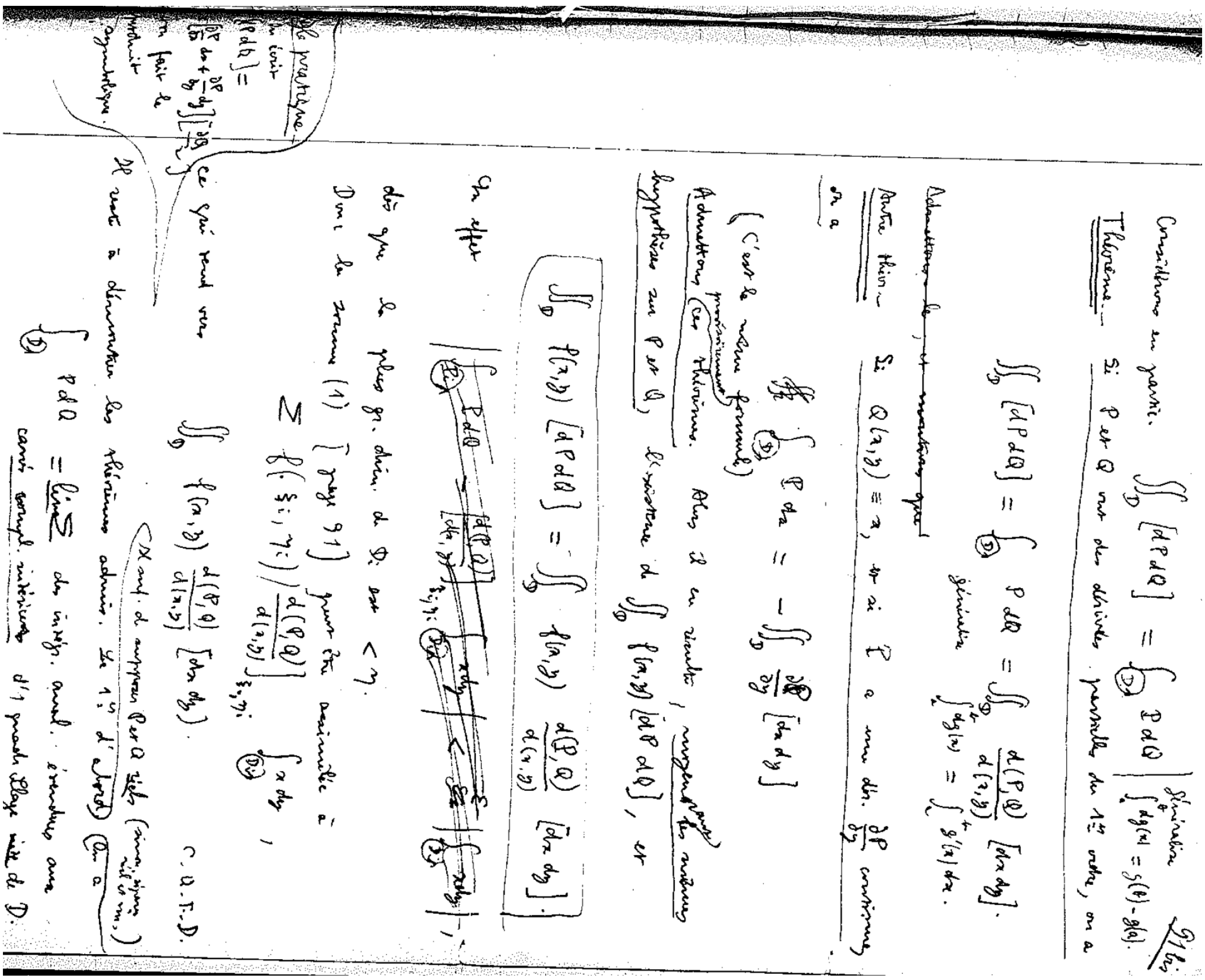
Il commence ensuite une page pour la section sur les *intégrales de surfaces* où le principe est de généraliser la notion d'intégrale curviligne. Il considère « un morceau de surface S (par ex. ds l'esp. à 3 dim. x, y, z) ; f, P, Q st 3 f. continues (pas forcément réelles) de x, y, z et x, y, z st des f. (réelles) continues de u et v. » mais, contrairement à son court essai au début du cahier, il a visiblement plus de difficultés à définir l'intégrale d'une fonction continue sur une telle surface. Comme pour l'intégrale de Stieltjes, il souhaite que ce soit, par définition, la limite de $\sum f(x_i, y_i, z_i) \int_{(S_i)} P\mathrm{d}Q$ et ajoute dans la marge « la val. de l'intégrale ne dépend pas du mode de représentation paramétrique. » Dans un premier cas où P et Q sont réelles et ont des valeurs sur une surface S qui établit une correspondance biunivoque entre S et un domaine Δ du plan, il explique que cette limite existe et est l'intégrale ordinaire $\iint_\Delta f[\mathrm{d}P\mathrm{d}Q]$. Dans un deuxième cas, en supposant que P et Q ont des dérivées partielles continues, il cherche à appliquer la formule du changement de variables pour les intégrales doubles de Stieltjes en expliquant qu'il faut vérifier, a posteriori, que l'intégrale ne dépend pas du mode de représentation paramétrique choisi. Il peut ensuite développer à l'aide de la formule $\frac{\mathrm{d}(P,Q)}{\mathrm{d}(u,v)} = \frac{\partial(P,Q)}{\partial(y,z)}\frac{\mathrm{d}(y,z)}{\mathrm{d}(u,v)} + \cdots$. Il écrit « D'où localement » et commence à développer sa formule, mais les trois pages suivantes sont arrachées.

30. L'équation (2) est la formule CVS du changement de variables pour une intégrale de Stieltjes de son dernier théorème.

Il transforme son plan originel en fonction de ses premières réécritures, en particulier en ajoutant une section *intégrale de Stieltjes*. Il réutilise presque exactement ce qu'il n'avait pas rayé au début du cahier. Sa présentation sur la condition d'existence d'une intégrale double de Stieltjes et les outils pour calculer une intégrale double de Stieltjes, essentiellement la formule CVS de changement de variables pour passer d'une telle intégrale à une intégrale double ordinaire, sont bien plus simples et clairs que dans son premier essai. De plus, il essaye de réduire le nombre de théorèmes en les rapprochant de cette formule. Cependant, il n'est pas encore satisfait de la présentation générale de l'existence de l'intégrale et de sa valeur à l'aide de cette formule pour l'intégrale double de Stieltjes puisqu'il raye les pages correspondantes. C'est certainement en cours de rédaction, ou après avoir rédigé, sa section sur les *intégrales de surfaces* qu'il retravaille cette partie.

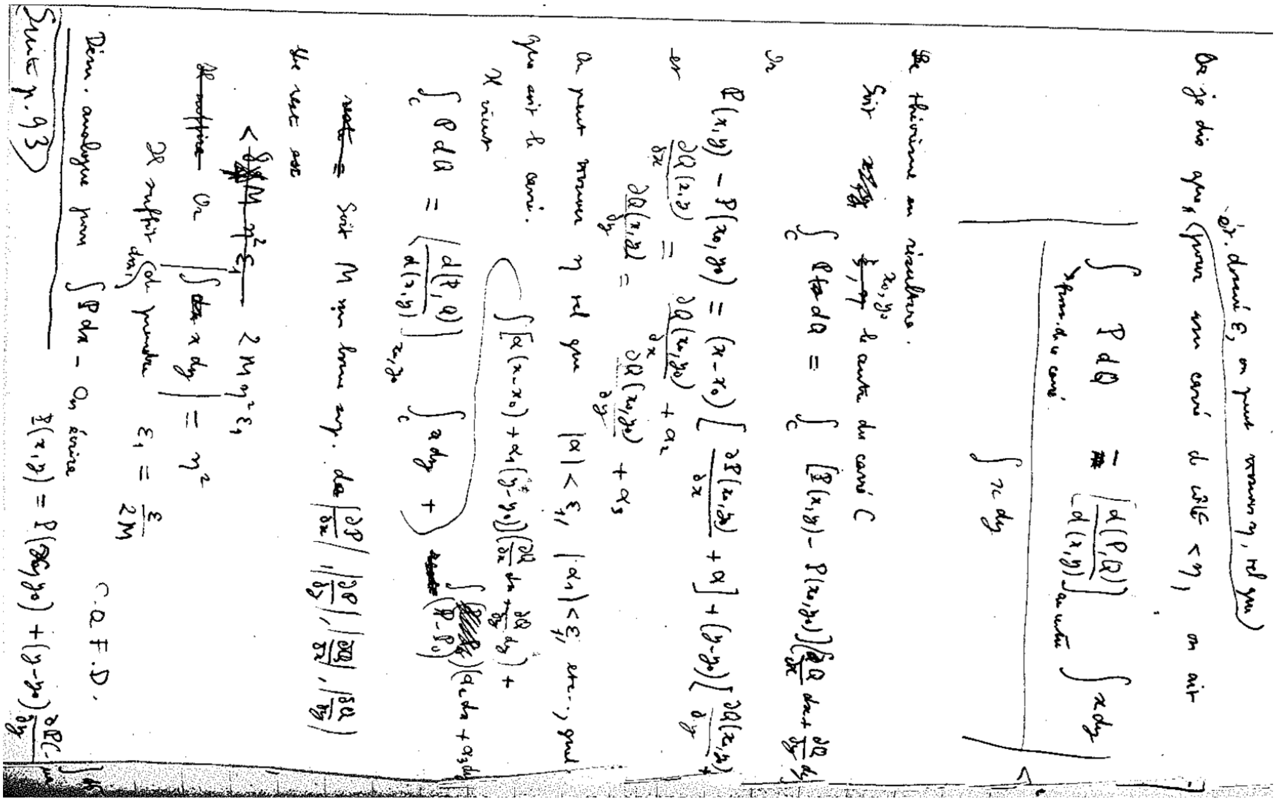
9.1.3.4 Correction du deuxième essai pour l'intégrale double de Stieltjes et suite

Illustration 9.1 – Page 91bis de [Aud14a, 3.03]



La note de la page 91 qui est rayée annonce de voir la page 91bis. Celle-ci et la 92bis sont présentées dans les illustrations 9.1 et 9.2. À la fin de la page 92bis, il est indiqué de reprendre à la page 93, qui a déjà été décrite plus haut. Après l'essai rayé sur les *intégrales de surface*, noté page 97, il y a les pages découpées déjà mentionnées, les pages 91bis et 92bis, puis de nouveau

Illustration 9.2 – Page 92bis de [Aud14a, 3.03]



des pages découpées. Après celle-ci, une nouvelle page, noté 97 également, ouvre une section sur l'*extension de la notion d'intégrale double*, qui contient essentiellement les sections 127 à 129 de [Gou23]. Bien qu'il reste trois pages et demie dans ce cahier, il est écrit « (A Suivre) » sur la page numérotée 102 et le cahier ne contient plus rien jusqu'à la fin.

Le cahier 3.04 a une numérotation qui commence à 102 à partir de la fin du cahier et il est également écrit « Théorie des intégrales multiples (Suite) ». Contrairement au dernier essai qui continuait rapidement sur les *intégrales de surfaces*, il commence ici par une section *aire d'une surface gauche* qui, comme dans la section 124 du traité d'Édouard Goursat, permet de définir plus précisément une surface régulière.

Nous considérons des *surfaces* formées d'1 n. fini de *morceaux* tels que chacun d'eux admette une représ. param.

$$x = f(u,v)\,, \quad y = g(u,v)\,, \quad z = h(u,v) \tag{1}$$

f, g, h étant continues avec des dér. partielles du 1er ordre continues.

Qd (u,v) décrit un dom. D, le pt x, y, z décrit le morceau S de surface considéré (corresp. biunivoque). Etudions un tel morceau S.

Plan tangent en 1 pt de S

$$A(X-x) + B(Y-y) + C(Z-z) = 0,$$

avec $A = \frac{\mathrm{d}(y,z)}{\mathrm{d}(u,v)}$, $B = \frac{\mathrm{d}(z,x)}{\mathrm{d}(u,v)}$, $C = \frac{\mathrm{d}(x,y)}{\mathrm{d}(u,v)}$. [Ajout dans la marge[31] : Nous supposerons que A, B, C ne s'annulent jamais simultanément. Cette condition est invar. vis-à-vis de tout chang. de coord.] [Autre ajout dans la marge : Le plan tangent varie de façon continue avec le pt de contact.]

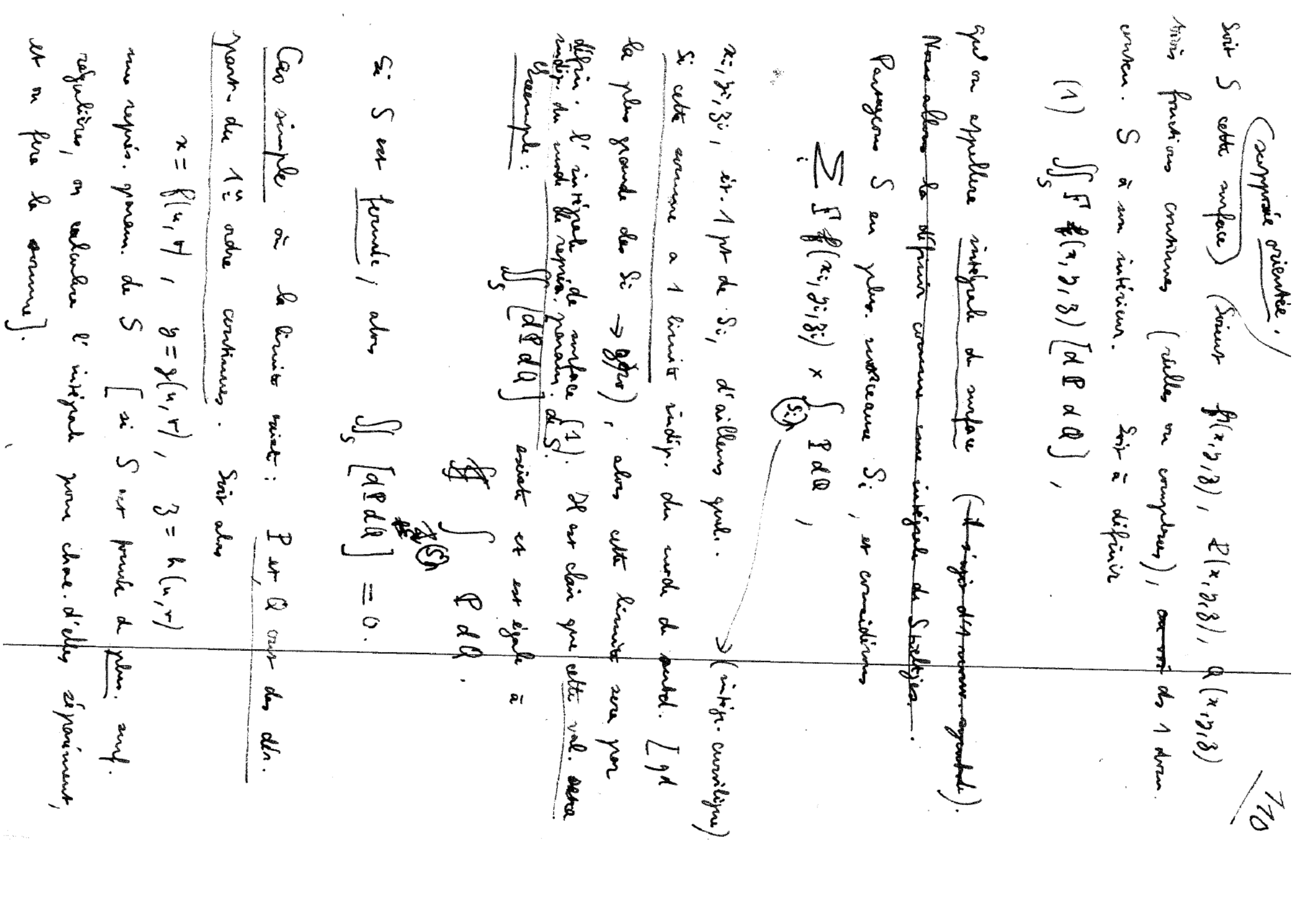
Les cosinus directeurs de la *normale* sont

$$\cos\alpha = \frac{\epsilon A}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \quad , \cos\beta = \frac{\epsilon B}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \quad , \cos\gamma = \frac{\epsilon C}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

($\epsilon = \pm 1$). On peut par ex. convenir que $\epsilon = +1$, ce qui *oriente la normale.*

Il continue ensuite avec des notions et propriétés associées à de telles surfaces, avant de donner des exemples de surface. Après cela, il peut alors recommencer sa section sur les *intégrales de surfaces.* Elle commence par la phrase « Reprenons une surface *régulière* (voir plus haut), ou une surface formée d'1 n. fini de morceaux réguliers. » et continue avec les pages présentées dans les illustrations 9.3, 9.4 et 9.5.

Illustration 9.3 – Page 110 de [Aud14a, 3.04]



110

Soit S cette surface (supposée orientée), (Soient $f(x,y,z)$, $P(x,y,z)$, $Q(x,y,z)$ trois fonctions continues (réelles ou complexes), [illegible] 1 domaine contenant S à son intérieur. Soit à définir

(1) $\iint_S f(x,y,z)\,[dP\,dQ]$,

qu'on appellera intégrale de surface (~~[illegible]~~). ~~Nous allons la définir comme une intégrale de Stieltjes~~.

Partageons S en plus. morceaux S_i, et considérons

$\sum_i f(x_i,y_i,z_i) \times \int_{(S_i)} P\,dQ$, (intégr. curviligne)

x_i, y_i, z_i étant 1 pt de S_i, d'ailleurs quelc. Si cette somme a 1 limite indép. du mode de partage [[illegible] la plus grande des $S_i \to 0$), alors cette limite sera par définition l'intégrale de surface (1). Il est clair que cette val. sera indép. du mode de représ. param. de S.

Exemple : $\iint_S [dP\,dQ]$ existe et est égale à $\int_{(S)} P\,dQ$.

Si S est fermée, alors $\iint_S [dP\,dQ] = 0$.

Cas simple où la limite existe : P et Q ont des dér. part. du 1er ordre continues. Soit alors

$x = f(u,v)$, $y = g(u,v)$, $z = h(u,v)$

une représ. param. de S [si S est formée de plus. morceaux réguliers, on calculera l'intégrale pour chac. d'eux séparément, et on fera la somme].

La présentation des intégrales doubles de Stieltjes et des intégrales de surfaces qu'il a vraisemblablement exposée est donc plus précise et mieux structurée que ses premiers essais. La dernière réécriture des théorèmes pour l'intégrale double de Stieltjes regroupe ainsi les résultats

31. La première phrase est d'un côté de la page et une flèche renvoie vers la deuxième phrase qui est de l'autre côté de la page.

Illustration 9.4 – Page 111 de [Aud14a, 3.04]

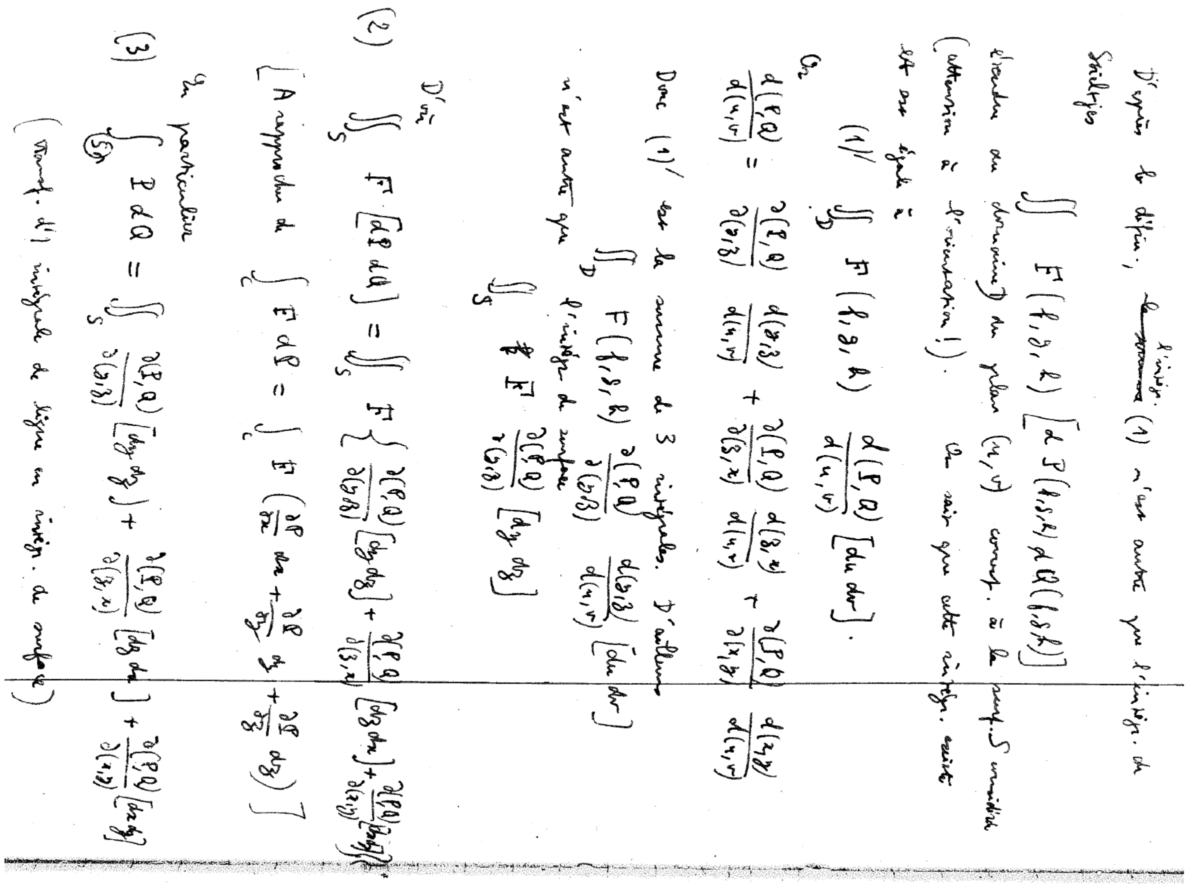
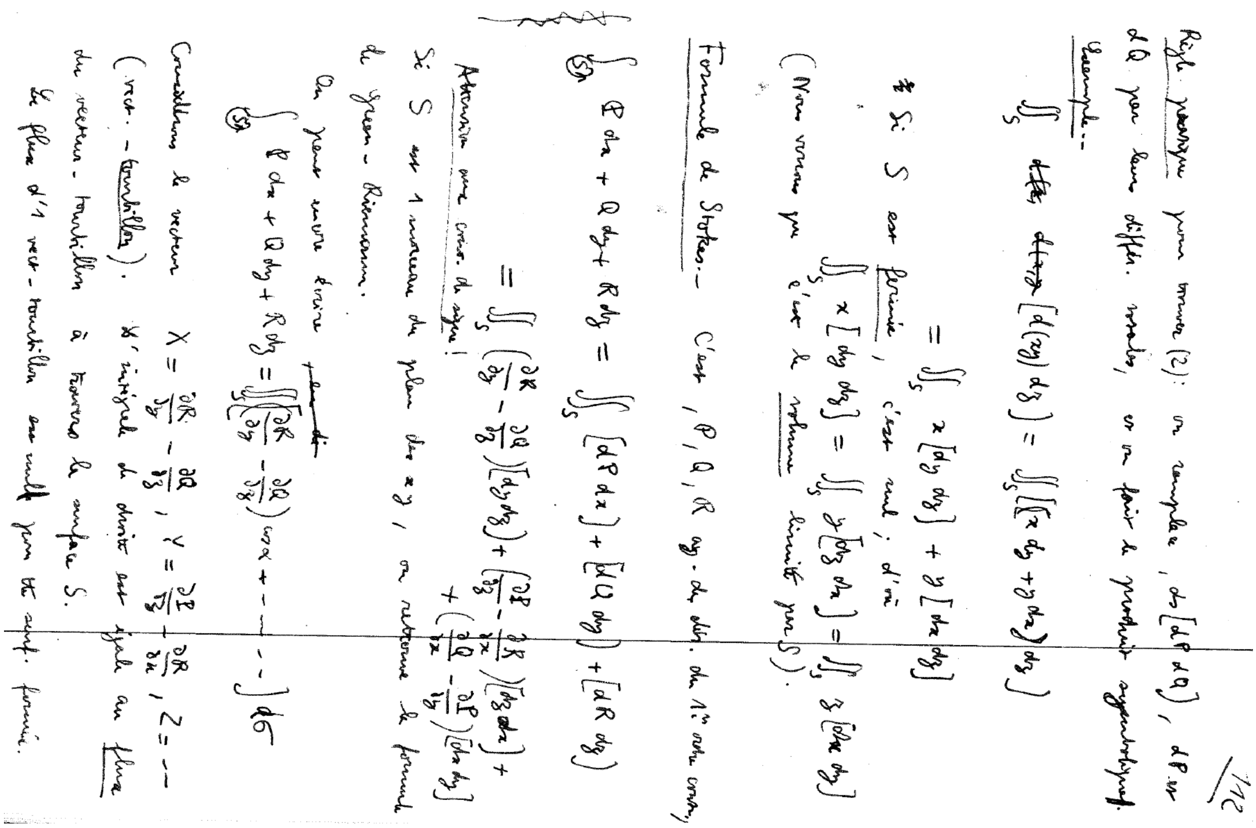


Illustration 9.5 – Page 112 de [Aud14a, 3.04]



importants au début, avant de rentrer dans la démonstration la plus technique et qu'il avait apparemment du mal à organiser depuis le début. Pour les intégrales de surfaces, après avoir certainement cherché à éviter le formalisme du traité d'Édouard Goursat, dans la continuité de ce qu'il fait pour le changement de variables où il préfère utiliser la notion d'intégrale de Stieltjes, il s'y est finalement résolu.

9.2 La réécriture partielle de 1932–1933

S'il est parfois difficile de mesurer l'impact de problématiques personnelles sur le travail d'enseignants ou de chercheurs, je suppose très fortement qu'Henri Cartan préfère se concentrer en 1932–1933 sur le *cours Peccot* dont il a la charge plutôt que sur une refonte de son enseignement de CDI. Cela semble cohérent avec le peu de modifications de cette année en comparaison avec toutes les autres. Les efforts moindres par rapport au reste des brouillons de ce corpus sont particulièrement sensibles dans la non-réécriture du début du cours, qui n'est pas la partie la plus importante du programme du CDI, ou le rapprochement final, après des réécritures, de la présentation du traité d'Édouard Goursat pour arriver à la formule de Stokes, certainement par manque de temps de préparation supplémentaire.

9.2.1 Le plan

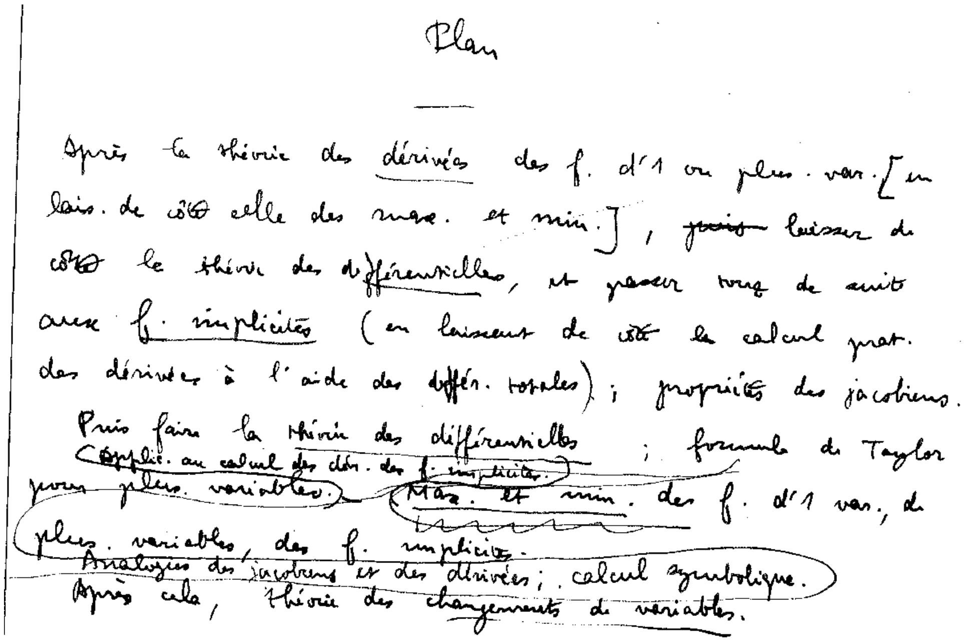
Il n'y a pas de nouvelle réécriture de l'ensemble de ce cours pour l'année 1932–1933. Cependant, des notes mentionnent précisément une réécriture ou l'ajout de certaines parties pour cette année, ou bien commencent avec la mention « Nouvel essai de rédaction pour [...] ». Ces modifications, qui permettent d'établir le plan qui est en annexe B.4, sont compatibles avec la prise en compte d'un nouveau plan à la suite de la fin de son cours de l'année précédente. Celui-ci est reproduit dans l'illustration 9.6. Henri Cartan semble vouloir, après la théorie des dérivées, faire la théorie des fonctions implicites avant de poursuivre avec la théorie des différentielles. Dans l'ordre des pages du cahier de brouillon, il commence par faire une nouvelle version de cette dernière [32].

Le début du cours n'a pas été réécrit, c'est la raison pour laquelle je ne fais pas d'étude de celui-ci pour cette année. La réécriture commence à partir de ce qui fait partie du cœur du programme du cours de CDI, comme il est possible de le voir dans le syllabus en annexe B.4. Il reprend un peu plus l'ordre du traité d'Édouard Goursat, notamment en ne faisant plus les fonctions implicites à la fin de son cours. Cependant, contrairement à ce dernier, il ne traite les différentielles qu'après les fonctions implicites. L'intérêt semble être de pouvoir faire une section entière et complète sur les *maxima et minima des fonctions*. Pour la suite, les changements sont mineurs et se concentrent sur de légères modifications d'ordre de présentation ou de séparation et regroupement de sections ou sous-sections, comme je l'ai indiqué dans la troisième colonne de présentation de ce plan en annexe B.4.

Un point qui peut sembler intéressant est l'apparition d'une section sur les *séries trigonométriques*. En réalité, il n'est pas possible de déterminer si cette notion est un ajout d'Henri Cartan ou non. En effet, des cours complémentaires de CDI sont également parfois enseignés

32. Il est fortement probable qu'il écrive celle-ci dès 1931–1932 puisque la mention « (pour 1932–33) » est ajoutée au titre.

Illustration 9.6 – Plan au début de [Aud14a, 3.04]


Plan

Après la théorie des dérivées des f. d'1 ou plus. var. [en lais. de côté celle des max. et min.], ~~puis~~ laisser de côté la théorie des différentielles, et passer tout de suite aux f. implicites (en laissant de côté le calcul prat. des dérivées à l'aide des différ. totales) ; propriétés des jacobiens.

Puis faire la théorie des différentielles ; formule de Taylor pour plus. variables. (Applic. au calcul des dér. des f. implicites.) Max. et min. des f. d'1 var., de plus. variables, des f. implicites.

Analogies des jacobiens et des dérivées ; calcul symbolique.

Après cela, théorie des changements de variables.

et il n'a pas été possible de savoir si cette section faisait partie de ces cours l'année précédente ou si Henri Cartan a eu le temps, cette année, d'aller plus loin que lors de la précédente.

9.2.2 Le changement de variables des intégrales doubles

En reprenant les passages de son cours sur *l'air d'un domaine plan* puis les intégrales de Stieltjes, Henri Cartan restructure les résultats et les étapes des démonstrations. À l'inverse, il semble se rapprocher du traité d'Édouard Goursat pour les intégrales de surface.

9.2.2.1 *Nouvel essai pour l'aire d'un domaine plan*

Juste avant de reprendre les intégrales doubles, Henri Cartan commence par faire, dans le cahier 3.04, un *nouvel essai pour l'aire d'un domaine plan* où il développe beaucoup plus cette section que l'année précédente. En particulier, après la définition d'un domaine quarrable, il y présente des résultats qui lui seront nécessaires pour le changement de variables pour les intégrales doubles.

> Passons maintenant à la *classe des domaines bornés dont on peut enfermer la frontière dans des rectangles (// aux axes) d'aire totale arbitr. petite* [Ajout dans la marge : Nous dirons que D est *quarrable*.] C'est bien une classe. L'aire se définit par une coupure : on considère les dom. qui cont. D et qui sont limités par segments de dr. // aux axes ; — id. pour dom. intér. à D. Soit I la borne inf. des aires (> 0) des 1ers, I' la borne sup. des aires des seconds. $I \geqslant I'$. Mais, en vertu de l'hypothèse faite, $I = I'$ et comme on doit avoir $S \leqslant I$, $S \geqslant I'$, on a $S = I = I'$. S est bien déterminée. On voit que $S =$ lim. d'aire ds dim. intér. ay. leurs côtés // aux axes.
>
> *Rem.* – L'aire S ainsi définie satisfait bien à ttes les cond. posées. Toute fonction, définie pour chaq. des dom. de cette classe, et qui satisfait à ces mêmes cond., est identique à S : c'est l'aire.

[Un théorème et sa démonstration rayés : c'est le même que le suivant mais avec moins d'hypothèses.]

Théorème. – Si la frontière S se compose d'1 n. fini de courbes pour chacune desq. x et y st f. continue de t avec dérivée intégrable, alors les intégrales $\int x\mathrm{d}y$ et $-\int y\mathrm{d}x$ étendues à la front. de D existent et sont égales. Et bien : 1° D est quarrable ; 2° son aire $\int x\mathrm{d}y = -\int y\mathrm{d}x$.

[Démonstration du 1° et du 2° quand D est limité par des parallèles aux axes.]

Pour D limité par courbes régulières, traçons les rectangles contenant la front., et envisagés plus haut [arbitrairement petits et dont la somme des périmètres est inférieur à un nombre M fixe]. Si nous enlevons de D la partie de ces rectangles qui est int. à D, il reste Δ, dont l'aire est $\int_{\circlearrowleft\Delta} x\mathrm{d}y$.

Je vais montrer que $\int_{\circlearrowleft D} x\mathrm{d}y - \int_{\circlearrowleft\Delta} x\mathrm{d}y \to 0$ avec ϵ. Cela suffira.

— Plus général[t], je vais montrer que $\int_{\circlearrowleft\Delta} P\mathrm{d}Q \to \int_{\circlearrowleft D} P\mathrm{d}Q$, P ét. continue en x, y et Q ay. dér. 1[ères] *continues* par rap. à x et y.

Il démontre ensuite ce résultat. Il réécrit, à partir d'une nouvelle page, tous les résultats de cette partie, mais les notions et résultats sont identiques : c'est certainement pour y voir plus clair à cause des nombreuses ratures. Il change cependant les notations P et Q en u et v et il ajoute également à la fin : « On vérifie que $\int_{\circlearrowleft D} x\mathrm{d}y$ est *invar. par tt chang. de coord. rectang.* (condition qui n'avait pas été posée *a priori*) ».

9.2.2.2 *Nouvel essai de rédaction pour les intégrales* $\iint_D f(x,y)[dudv]$

La suite du cahier 3.04 est écrite dans l'autre sens et la fin [33] des modifications se trouvent à la fin du cahier 3.05. Celles-ci commencent par un *nouvel essai de rédaction pour les intégrales* $\iint_D f(x,y)[dudv]$. Il ne semble donc pas qu'Henri Cartan ait réécrit le début de la section sur les intégrales doubles cette année-là. D'autre part, on peut directement remarquer qu'il change ses notations en passant, ici encore, de P et Q pour l'année précédente à u et v pour cette année.

Il commence de la même façon que l'année précédente. Il cherche donc de nouveau à montrer l'existence d'une limite à la somme qu'il considère. Cette fois, il ne présente qu'un théorème fondamental sur lequel il fait reposer toute sa construction. Cependant, il ne le démontre, plus loin, que dans deux cas qui sont exactement les mêmes que l'année précédente.

Théorème fondamental : – Moyennant certaines hypothèses (sur u et v) qui seront précisées tout à l'heure, on a la formule

$$\iint_D [\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \iint_D \frac{\mathrm{d}(u,v)}{\mathrm{d}(x,y)}[\mathrm{d}x\mathrm{d}y] \tag{3}$$

Il admet de nouveau provisoirement ce théorème pour en énoncer un autre, qu'il démontre et qu'il résume en ces termes :

En résumé, si (3) est valable, et si $\varphi(x,y) = \frac{\mathrm{d}(u,v)}{\mathrm{d}(x,y)}$ est continue, l'existence de l'1 des 2 intégrales

$$\iint_D f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] \quad \text{et} \quad \iint_D f\varphi[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$$

33. D'après ce qui est indiqué sur la quatrième de couverture du cahier.

> entraîne l'existence de l'autre et l'égalité des deux.

Il démontre ensuite le théorème fondamental en commençant par le cas où u et v ont des dérivées partielles continues. Mis à part le fait qu'il commence par s'appuyer sur le résultat des intégrales curvilignes qui peuvent être approchées par un domaine Δ, intérieur à D et limité par des parallèles aux axes, la démonstration utilise les mêmes outils que l'année précédente. Il la recommence en découpant plus précisément les arguments et les étapes de la démonstration. Il donne également les grandes lignes de la démonstration du deuxième cas où $v(x,y) \equiv x$ et $u(x,y) = P(x,y)$ et est continue avec une dérivée $\frac{\partial P}{\partial y}$ continue. Il énonce le résultat similaire avec Q et donne de nouveau sa règle pratique : « Les propositions précédentes peuvent se résumer en une seule règle pratique : on agit comme si $[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$ était une différentielle composée et on applique les règles du calcul symbolique. »

En application il donne de nouveau la formule intégrale de Cauchy et la formule de Green-Riemann. Il poursuit avec un paragraphe sur la formule de changement de variables qui, comme l'année précédente, réutilise ce qu'il vient de démontrer dans le cas de l'intégrale double de Stieljes pour celle ordinaire.

9.2.2.3 Nouvel essai pour les *intégrales de la forme* $\iint_S f(x,y,z)\mathrm{d}\sigma$

Le début du *nouvel essai pour l'aire d'une surface gauche* ne contient pas de changement majeur par rapport à l'année précédente. Cependant, son ancienne section sur les *intégrales de surfaces* est, elle, très profondément modifiée. Pour commencer, elle est intégrée comme une sous-section de la section sur *l'aire d'une surface gauche*. De plus, au lieu de refaire, comme l'année précédente, un développement semblable à celui des intégrales doubles, il reprend le formalisme[34] des surfaces gauches et, ce faisant, la présentation du début des sections 131 puis 125 et la section 132 du traité d'Édouard Goursat.

> Nous allons introduire un nouveau symbole. Soit $f(x,y,z)$ une fonction *continue* (pour simplifier), définie au vois. des pts de S. Partageons S en S_i, et formons
>
> $$\sum_i f(x_i,y_i,z_i) \times \sigma_i \text{ [Ajout en dessous de } \sigma_i \text{ : aire de } S_i]$$
>
> Quand le plus grand $S_i \to 0$, cette somme $\to$ limite que nous allons calculer. Il est naturel de désigner cette limite par $\iint_S f(x,y,z)\mathrm{d}\sigma$.
> La somme est $\sum f(x_i,y_i,z_i)\sqrt{EG-F^2} \times \int_{D_i} u\mathrm{d}v$. Donc elle $\to$ vers $\iint_{D_i} f(x,y,z)\sqrt{EG-F^2}[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$. Ainsi $\iint_S f(x,y,z)\mathrm{d}\sigma = \iint_{D_i} f(x,y,z)\sqrt{EG-F^2}[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$ (cela pourrait aussi bien servir de définition). En partic., $\iint_S \mathrm{d}\sigma =$ aire de S.

34. Quand Édouard Goursat écrit :

$$E = S\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2, \quad F = S\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right), \quad G = S\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2,$$

> où le signe S indique qu'il faut remplacer x par y, puis par z, et faire la somme. [Gou23, p. 332]

Henri Cartan ne reprend pas cette convention, car il n'utilise pas la notation S et écrit directement le développement avec S pour E et indique « etc ». Il ne prend pas la peine d'écrire F et G, mais il le fait certainement devant ses étudiants.

La section continue ensuite par un paragraphe sur l'*élément d'aire*. Il est indiqué que c'est le nom donné à $\sqrt{EG-F^2}[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$ et il y a quelques légers développements et exemples. Il passe ensuite à un nouveau paragraphe : *application à la formule de Stokes*.

> Il y intervient des intégrales de la forme $\iint \varphi[\mathrm{d}y\mathrm{d}z] = \iint \varphi\frac{\partial(y,z)}{\partial(u,v)}[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \iint \varphi\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}\mathrm{d}\sigma$.
> Pratiq$^{\mathrm{t}}$, on remplace $[\mathrm{d}y\mathrm{d}z]$ par $\cos\alpha\mathrm{d}\sigma$, α ét. l'a. de la normale avec Ox [35] ; $\cos\alpha\mathrm{d}\sigma$ s'appelle l'*élém. d'aire en projection sur yOz* (il a 1 signe, lié à l'orientation de la surface, c-à-d de la normale à la surface).
> La formule de stokes s'écrit alors
>
> $$\int_{Ⓢ} P\mathrm{d}x+Q\mathrm{d}y+R\mathrm{d}z = \iint_S \left[\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)\cos\alpha+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)\cos\beta+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\cos\gamma\right]\mathrm{d}\sigma$$
>
> de la forme $\iint_S (X\cos\alpha+Y\cos\beta+Z\cos\gamma)\,\mathrm{d}\sigma$.

La fin est semblable à celle de l'année précédente donnée dans l'illustration 9.5.

Henri Cartan reprend donc, pour son cours de CDI de 1932–1933, une partie de son travail de l'année précédente et retravaille quelques passages. Il développe les notions et les résultats qu'il aborde dans la section sur l'*aire d'un domaine plan*, qui était particulièrement rayée et peu développée l'année précédente. Cela lui permet de préciser sa démonstration de la formule du changement de variables par l'intégrale double de Stieltjes. Il la retravaille afin de découper le raisonnement en plusieurs étapes. À l'inverse, il se rapproche très fortement de la présentation d'Édouard Goursat pour la formule de Stokes. Ces modifications peuvent être la conséquence de besoins pratiques pour des exercices et applications, d'une insatisfaction personnelle ou de difficultés des étudiants par rapport à son cours de l'année précédente. Le manque de temps de préparation ou l'envie d'en consacrer plus à travailler d'autres parties du cours peuvent expliquer son choix de s'inspirer plus, pour cette partie, du livre d'Édouard Goursat.

9.3 1933–1934, l'année interrompue

9.3.1 Des changements notables de plan interrompus

Henri Cartan commence le cahier 3.07 avec un nouveau plan et de nouveaux essais pour le début de son cours de l'année 1933–1934, avant de réécrire tout le contenu linéairement. Il écrit également, sur des feuilles volantes, un syllabus plus ou moins détaillé, dont il doit se servir pour l'exposition en classe : il y a des marques aux endroits où il semble s'arrêter, poser un exercice ou interroger un élève. De plus, il est malade à partir de janvier 1934 [36] et ne pourra poursuivre la fin de son cours. Celui-ci s'arrête, d'après le syllabus un peu avant les intégrales doubles. Il a cependant commencé à réécrire cette partie dans son cahier de brouillon. Le plan établi à partir du syllabus est reproduit en annexe B.5.

En réécrivant son cours cette année-là, Henri Cartan s'éloigne sensiblement de la présentation du traité d'Édouard Goursat et de celles des années précédentes. Le cours commence avec

35. Il faut certainement lire « α étant l'angle de la normale avec Ox ».
36. Voir la note 47.

une partie sur les ensembles et leurs puissances. Par la suite, une section intitulée *le continu arithmétique* a pour objectif, d'après son introduction, de donner une meilleure définition des nombres irrationnels et réels aux étudiants avec les notions de corps, ensemble ordonné, complétude, lemme de Bolzano-Weierstrass, complétion de l'ensemble des nombres rationnels, axiome d'Archimède, condition de Cauchy, théorème de Heine-Borel-Lebesgue, plan, espace à n dimensions. Juste après, une courte partie sur les nombres complexes complète ce nouveau début de cours. Celui-ci revient ainsi, cette année, plus précisément sur les prérequis qui seront utilisés dans la suite du cours. Ils sont présentés, contrairement aux années précédentes, de façon plus structurée, à l'image de ce qui est fait dans le reste du cours. Enfin, la sous-section sur les *coupures*, qui n'avait pas été particulièrement utilisée dans la suite les années précédentes, est intégrée dans la sous-section *général. sur ensembles ordonnés*.

La partie consacrée aux *suites et séries* occupe une section dédiée cette année. Il revient sur des notions générales avant de donner, comme les années précédentes, des conditions de convergence. Une section *notion générale de fonction* remplace l'introduction de la section sur les *fonctions d'une variable* des années précédentes. Celle-ci présente des notions et définitions générales sur les fonctions. Il n'y a pas de gros changements dans les sections suivantes, jusqu'à celle sur les différentielles. Il n'a en effet pas rédigé de nouveau celle-ci en se référant à l'année précédente dans le cahier de brouillon. Dans le syllabus, une note au crayon de bois, « Cours suppl. ? Inser. f. implicites. Corr. probl. », suggère qu'il ne l'intègre pas forcément dans son cours à cet endroit-là. Il doit compter sur un cours complémentaire de CDI dont lui ou un collègue a la charge. Il n'y a pas, ensuite, de section *maxima et minima des fonctions d'une ou plusieurs variables* ainsi que sur les *changements de variables* : il est possible qu'il ait prévu de les décaler à la fin du cours. La présentation des intégrales simples évolue principalement avec une subdivision plus précise des sections en fonction du type d'intégrale considérée.

La présentation est de plus en plus découpée en fonction des notions abordées et de leur importance dans le cours, comme le début du cours. La narration est plus précise et les connaissances sont plus rassemblées en fonction des thématiques, par exemple en fonction des différents types d'intégrales.

9.3.2 Un début de cours transformé

Henri Cartan commence son cours en présentant la notion d'ensemble. La manière d'aborder cette notion semble lui poser quelques difficultés. Il commence en effet par écrire « Considérons une collection d'objets » dans son cahier de brouillon. Cela est rayé et il recommence sur une nouvelle ligne par « Supposons une définition telle que la suivante : » qui est également rayée. Ce début de phrase continue avec « les objets qui jouissent de telle, ... et telle propriétés ; nous définissons ainsi un *ensemble* d'objets. » Finalement « Considérons » est ajouté après les deux points pour former un nouveau début de phrase. Après avoir commencé par vouloir prendre une collection d'objets, puis supposer une définition, il caractérise finalement des ensembles à travers le fait que des objets partagent une ou plusieurs propriétés. Cela permet d'avoir une collection d'objets qui est alors appelée un ensemble. Il donne ensuite différents exemples.

Sa section sur *le continu arithmétique* a visiblement pour objet de préciser la construction des nombres réels[37]. Dans une sous-section *ensemble ordonné*, qui devient, dans le syllabus,

37. Celle-ci commence en effet par le paragraphe : « Nous venons d'admettre la notion de n. irrationnel. En

général. sur les ensembles, il introduit la notion de coupures qui lui permet de donner une définition des ensembles complets : « *Def. Un ensemble ordonné est dit* complet *si toutes les coupures sont de 1ère espèce.* » Cela est une des nouveautés de son cours cette année-là, ainsi que la suite sur la complétion des ensembles. Il développe ensuite les notions de limite, de bornes et de points d'accumulation dans les ensembles ordonnés complets. Il ne définit pas les ensembles compacts, mais démontre le lemme de Bolzano-Weierstrass ; il ajoute dans son cahier de brouillon que c'est une conséquence du lemme de Borel-Lebesgue, qui est donné plus tard. Il s'intéresse ensuite aux nombres réels : « Quittant ces considér. générales, revenons maintenant au corps C des n. rationnels, et à l'ensemble ordonné complet Γ qu'il définit (ds Γ, on n'a pas encore défini les opérations). » Après deux théorèmes sur les suites dans ces ensembles, il aborde ensuite la définition des opérations dans Γ, c'est-à-dire des nombres réels, à partir de celles sur les nombres rationnels. Son cahier de brouillon s'arrête là, mais le syllabus contient deux résultats supplémentaires. En particulier il y a le théorème de Heine-Borel-Lebesgue : il précise entre parenthèses qu'il « s'appl. à ens. ord. complets plus généraux ». Henri Cartan choisit donc de ne pas introduire la notion de compacité cette année.

La définition d'une fonction est légèrement plus détaillée qu'en 1931–1932 [38], celle de la continuité est la même. Il utilise toujours la notation $f(x)$ pour mentionner une fonction.

9.3.3 Le changement de variables des intégrales doubles

Toute cette partie n'est pas rédigée dans le syllabus. Je ne fais donc qu'une description de son travail préparatoire dans les cahiers de brouillon 3.07 et 3.13.

Dans la section *intégrales curvilignes attachées à la frontière d'un domaine plan*, Henri Cartan considère un « domaine borné D dont la frontière se compose d'1 n. *fini* de *courbes continues fermées ss pt double* (courbe de Jordan). » Il commence par une longue introduction sur la géométrie plane et l'orientation, puis fait « l'hypothèse suppl. suivante sur les courbes frontières : x et y st f. continue *à var. bornée* (courbes régulières). Dans ces conditions, *si $f(x, y)$ est continue, et si $u(x, y)$ a des dér. 1ères bornées*, on a vu que l'intégrale curviligne $\int f(x, y)\mathrm{d}u(x, y)$ existe. » Il consacre ensuite deux paragraphes a deux « théorèmes fondamentaux ».

Le premier, et sa démonstration, sont identiques à celui qu'il donnait en 1931–1932 : l'intégrale curviligne d'une fonction est égale à la somme finie des intégrales curvilignes de cette fonction sur des domaines partiels. Le deuxième théorème fondamental est précédé d'un lemme. Celui-ci, et le théorème qui suit, sont une reformulation de ce qu'il a présenté l'année précédente :

> *Lemme* : On peut enfermer la frontière de D ds 1 n. fini de rectangles (de côtés // aux axes) dt les côtés st tous $< \epsilon$ arb., et dt la s. des périmètres est $<$ une const. M fixe.

fait, les n. irrat. n'ont jamais été définis en tte généralité (pour les étudiants !) Comme tout le cours repose sur la considération des n. rat. et irrat. (qui constitue ce qu'on ap. le *continu arithmétique*[)], il est bon d'insister un peu. »

38. Plus précisément : « Deux ens. E et $\mathscr{E}$, et une *loi* qui associe à ch. él. de E un él. bien déterminé de $\mathscr{E}$ (à 2 él. dif. de E peut corresp. le m. él. de $\mathscr{E}$). Cette loi définit une *fonction* φ ; E s'ap. le *domaine de défini.* de f [*sic*] (ne pas con. avec *domaine* ds le plan ou l'espace). On dit aussi que $\varphi(a)$ est l'*image* de a. a s'ap. la *variable.* »

> [Démonstration et conséquence : l'aire totale $\mathcal{A}$ qu'ils recouvrent peut être rendue arbitrairement petite.]
>
> Si de D nous retranchons les pts de $\mathcal{A}$, il reste un dom. $\overline{D}$ limité par 1 n. fini de segm. // aux axes, et compl. int. à D ; nous appelons $\overline{D}$ une *approximation de* D.
>
> *2e théor. fond.* $\int_{\overleftarrow{\overline{D}}} f\mathrm{d}u$ *tend vers* $\int_{\overleftarrow{D}} f\mathrm{d}u$ *quand* $\epsilon \to 0$.

Il présente ensuite une sous-section *aire d'un domaine orienté* qui applique ces résultats à l'aire d'un domaine orienté. Le cahier de brouillon 3.07 a alors une section *intégrales doubles*, qui est vide, car c'est la dernière page de ce cahier.

La section sur les *intégrales doubles* commence réellement au début du cahier 3.13. Henri Cartan cherche toujours à définir l'intégrabilité d'une fonction f dans un domaine « D orienté dans 1 plan (x, y) orienté, limité par un n. fini de courbes fermées *régulières* » qui se partage en un nombre fini de domaines réguliers (délimités par un nombre fini d'arcs de courbes régulières) :

> Nous dirons que $f(M$[39]$)$ est *intégrable* dans le dom. si cette somme tend vers une limite I quand la plus gr. dim. de chac. des dom. partiels D_i [définit comme la borne supérieure de la distance de deux points quelconques de D_i] tend vers zéro ; plus exact., si, à $\epsilon > 0$ arb. corresp. un α tel que : (1) pl. gr. dim. de chaque $D_i < \alpha$ entraîne (2) $|I - \sum f(P_i) \int_{D_i} x\mathrm{d}y| < \epsilon$.
>
> Si $f(M)$ est intégrable, on désigne la limite I par la notation
>
> $$\iint_D f(x, y)[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$$

Il donne ensuite l'exemple où $f(x, y) = 1$ et explique que c'est l'aire affectée d'un signe. Après quelques propriétés de ces intégrales pour des fonctions intégrables, il donne un théorème fondamental :

> Soit δ_i *l'oscillation* de $f(x, y)$ ds D_i. Pour que f soit intégrable, il ft et il suffit que $\sum_i \delta_i \omega_i$ ($\omega_i = \int_{\overleftarrow{D_i}} x\mathrm{d}y$) *tende vers zéro avec la plus gr. dim. de tous les dom. partiels.*

Il démontre ce résultat et en donne quelques conséquences. Il aborde ensuite une sous-section *propriétés fondamentales de* $\iint_D f(x, y)[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$.

Henri Cartan commence ensuite la section *intégrale double de Stieltjes* et cherche, comme les années précédentes, à définir $\iint_D f(x, y)[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$. Il explique qu'il part de la relation $\int_{\overleftarrow{D}} u\mathrm{d}v = \sum_i \int_{\overleftarrow{D_i}} u\mathrm{d}v$ et continue avec son procédé habituel :

> Cela étant, prenons un pt quelc. P_i ds ch. D_i, et formons (2) $\sum_i f(P_i) \times \int_{\overleftarrow{D_i}} u\mathrm{d}v$; si cette somme $\to$ limite I qd la plus gr. dim. de tous les D_i tend vers zéro, nous dirons que *l'intégrale*
>
> $$\iint_D f(x, y)[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$$
>
> *existe*, et nous lui donnerons pour valeur I.

Il continue en écrivant que « [n]ous allons seul$^{\text{t}}$ étudier des cas partic. importants où l'on est sûr de l'exist. de l'intégrale. » Il commence avec un premier cas où $f \equiv 1$. Dans le deuxième,

39. Il utilise ponctuellement la notation M pour désigner un point du plan, en particulier quand il semble vouloir écrire vite. Ici, $f(M)$ peut donc être interprété comme $f(x, y)$.

où il précise en marge que « [n]ous n'envisagerons jamais que ce cas », il suppose f continue et que le système (u, v) est à variation bornée, c'est-à-dire « si $\sum_i |\int_{\textcircled{D}} u \mathrm{d}v <$ n. fixe V, quelque soit la subdivision de D en 1 n. *fini* de dom. réguliers ». Il démontre ensuite ce résultat.

La suite est rayée. Il explique qu'il cherche des règles de calcul pour de telles intégrales ainsi que des conditions simples pour que le système (u, v) soit à variation bornée. Il fait un rappel des hypothèses qu'il a faites jusqu'à maintenant et commence une sous-section *règles de calcul* :

> Envisageons une question encore plus générale. Supposons que u soit fonction *composée* de x, y, par l'interméd. d'1 n. quelc. (3 par ex.) de var. X, Y, Z (réelles ou complexes).
>
> $u(X, Y, Z)$ *à dér. 1$^{\text{ères}}$ continues*, X, Y, Z ét. f. cont. de x, y, telles que les systèmes (X, v), (Y, v), (Z, v) soient à var. bornée.
>
> *Théor. fondam.* – Dans ces cond., on a
>
> $$\iint_D [\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \iint_D \frac{\partial u}{\partial X}[\mathrm{d}X\mathrm{d}v] + \iint_D \frac{\partial u}{\partial Y}[\mathrm{d}Y\mathrm{d}v] + \iint_D \frac{\partial u}{\partial Z}[\mathrm{d}Z\mathrm{d}v]$$
>
> (intégrales qui existent) (Régle part : calcul symbolique des différentielles composées).

Il commence la démonstration, mais s'arrête rapidement. Il recommence sur une nouvelle page qui n'est plus rayée.

Il énonce un premier théorème qui va lui servir pour les démonstrations futures :

> *Théor.* – Si u et v admet. toutes deux des dér. 1$^{\text{ères}}$ bornées ($\leqslant K$), alors le syst. (u, v) est à var. bornée ; on a, d'1 faç. plus précise,
>
> $$\left|\int_{\textcircled{D}_i} u\mathrm{d}v\right| \leqslant 8K^2 \times \text{aire de } D_i$$

Il le démontre en se servant, en particulier, des deux théorèmes fondamentaux sur les intégrales curvilignes. En conséquence il déduit directement que si f est continue et u et v ont des dérivées partielles bornées alors $\iint_{\textcircled{D}} f(x, y)[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$ existe. Il ajoute dans la marge qu'il se bornera toujours à ce cas-là. Il ajoute également :

> On voit aussi que
>
> $$\left|\iint_D f(x, y)[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]\right| \leqslant \text{Max. de } |f| \times 8K^2 \times \text{aire de } D_i$$
>
> Donc
>
> $$\iint_D f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \lim \iint_{\overline{D}} f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$$

Il commence alors la sous-section *règles de calcul* en modifiant les hypothèses :

> Sup. toujours $v(x, y)$ *avec dér. 1$^{\text{ères}}$ bornés*. Mais sup. que u soit f. *composée* de x, y, par l'interméd. d'1 n. quelc. (3 par ex.) de fonctions X, Y, Z, réelles ou complexes. Sup., d'1 faç. précise, que X, Y, Z aient des dér. 1$^{\text{ères}}$ (par rap. à x, y) qui soient *bornées* ; – et que (pour ts les syst. de val. pris par X, Y, Z dans D), $u(X, Y, Z)$ admet des dér 1$^{\text{ères}}$ *continues*.

Il énonce alors le même théorème fondamental et les mêmes remarques que lors de son premier essai. Il démontre ensuite ce théorème en se servant des deux théorèmes fondamentaux sur les intégrales curvilignes ainsi que de l'approximation du théorème du début de son nouvel essai. En conséquence, il en déduit que sous les mêmes hypothèses et pour f continue :

$$\iint_D f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \iint_D f\frac{\partial u}{\partial X}[\mathrm{d}X\mathrm{d}v] + \iint_D f\frac{\partial u}{\partial Y}[\mathrm{d}Y\mathrm{d}v] + \iint_D f\frac{\partial u}{\partial Z}[\mathrm{d}Z\mathrm{d}v]$$

Il indique les grandes lignes de la démonstration qui repose, encore une fois, sur les deux théorèmes fondamentaux sur les intégrales curvilignes. Il explique ensuite que tout ce qui vient d'être fait pour u peut être fait pour v en se servant de la formule $\iint f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = -\iint f[\mathrm{d}v\mathrm{d}u]$. Il donne ensuite comme application la formule du changement de variables pour les intégrales doubles qu'il appelle alors « *transf. d'une intégrale de Stieltjes en une intégrale ordinaire.* » En particulier, il en déduit que $\iint_D[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \iint_D \frac{\mathrm{d}(u,v)}{\mathrm{d}(x,y)}[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$ et $\int_{\circlearrowleft D} u\mathrm{d}v = \iint_D \frac{\mathrm{d}(u,v)}{\mathrm{d}(x,y)}[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$. La rédaction s'arrête alors juste après deux applications : la formule de Green-Riemann et la formule intégrale de Cauchy.

La réécriture de cette année structure donc beaucoup plus la présentation que lors des deux premières années. Des résultats précis sont démontrés afin de pouvoir s'en servir facilement dans les démonstrations de théorèmes plus complexes et utiles en pratique. Il faut également remarquer qu'il commence de plus en plus à démontrer des résultats pour $f \equiv 1$ et à les étendre par la suite. De plus, son théorème fondamental donnant la formule

$$\iint_D [\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \iint_D \frac{\partial u}{\partial X}[\mathrm{d}X\mathrm{d}v] + \iint_D \frac{\partial u}{\partial Y}[\mathrm{d}Y\mathrm{d}v] + \iint_D \frac{\partial u}{\partial Z}[\mathrm{d}Z\mathrm{d}v]$$

est une nouveauté de cette année.

9.4 Des premiers changements majeurs en 1934–1935

La première réunion proto-bourbachique a lieu le 10 décembre 1934 à Paris. Bien que les participants à ce projet d'un traité d'analyse se rassemblent une dizaine de fois au cours de cette année scolaire, ces discussions n'ont pas, au vu des comptes rendus [40], dû influencer directement le cours de CDI d'Henri Cartan qu'il enseigne en même temps. Cependant, des personnes comme André Weil, et même peut-être d'autres membres de ce projet, ont certainement fourni des remarques et conseils qu'Henri Cartan a pu prendre en compte au cours de l'année.

9.4.1 Le début du cours

Henri Cartan continue de modifier le début de son cours en 1934–1935. Tout d'abord c'est la première année où le premier cahier de brouillon et le syllabus contiennent un « laïus général », comme le montrent les illustrations 9.7 et 9.8. Il écrit clairement que le cours de mathématiques générales est un prérequis au CDI qu'il faut maîtriser, qu'il faut étudier la théorie des discriminants avec les applications aux équations linéaires et s'entraîner au calcul avec des exercices de taupins. D'autre part, il semble expliquer la progression du cours et, en particulier, le fait

40. Voir [Boua, Traité d'analyse (1934-1938)].

Illustration 9.7 – Laïus général au début du cahier [Aud14a, 3.08]

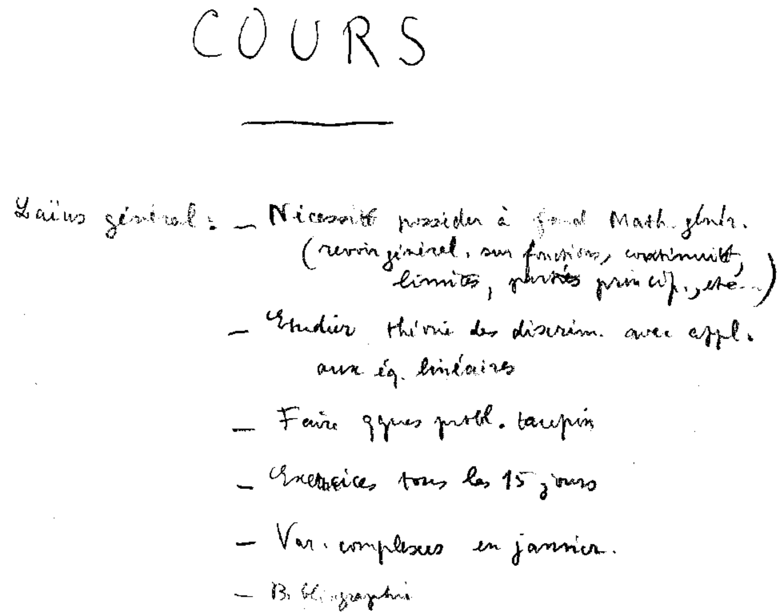
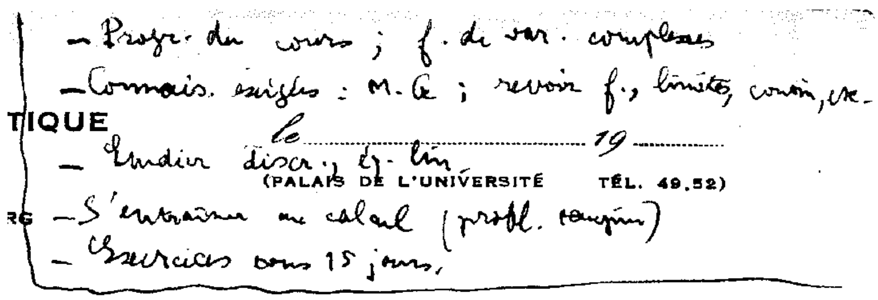


Illustration 9.8 – Laïus général au début du syllabus [Aud14a, 3.407]



qu'il va traiter les fonctions de variables complexes en janvier [41]. Il mentionne également le fait de donner une bibliographie sans en préciser le contenu. Tous ces éléments montrent qu'il a une vue d'ensemble du contenu de son cours et du niveau visé. En particulier, le CDI n'est plus une prolongation vague du cours de mathématiques générales qui en reprend des notions, mais un certificat qui nécessite cet enseignement en prérequis. Cela oblige donc à en reprendre certains passages, sans avoir recours à l'intuition et en faisant les développements théoriques nécessaires [42].

Le début du cours ne contient plus quelques notions éparses de théorie des ensembles et commence à en faire une présentation plus globale et rigoureuse. Les nombres réels ne sont plus dans une section sur *le continu arithmétique*, qui a disparu, mais dans une section plus générale sur les *ensembles ordonnés*. La différence la plus notable par rapport aux années précédentes consiste dans le traitement des notions purement topologiques dans une section dédiée. Si la notion de fonction continue est toujours développée dans la section *généralités sur les fonctions de variables réelles*, d'autres, comme la connexité, l'équivalence topologique [43], le

41. Celles-ci ne sont pas dans le syllabus du cours de CDI. Ce cours est préparé à la fin du cahier de brouillon 3.13 avec une notation qui recommence à zéro. Je suppose que c'est un cours complémentaire de CDI.

42. Comme le précise la citation du rapport d'Ernest Vessiot à la fin de la sous-section 8.3.2.

43. C'est la notion d'homéomorphisme, sans être nommée ainsi : « On dit que 2 ensembles (ds le plan ou

théorème de Jordan (sans démonstration) et les transformations localement topologiques [44] sont regroupées ensemble. Cette tendance est également visible dans le dégagement d'une section algébrique après la *théorie des différentielles*, mais celle-ci n'est pas encore placée dans le début du cours. Elle commence par une sous-section *produits extérieurs* où quelques propriétés de ces produits sont présentées, ainsi que la notion de déterminant. Il applique ensuite ces notions aux différentielles totales, puis aux formes et équations linéaires, dans deux sous-sections dédiées. Cette section est également importante pour sa section sur l'*intégrale de différentielles*, ce que j'explique plus précisément dans la sous-section 9.4.3.3 correspondante.

Comme l'année précédente, il commence son cours avec la notion d'ensembles, qui est introduite de la même façon. Il donne quelques exemples et conclut son paragraphe par « Sans approfondir d'avantage, nous admettrons la notion d'ensemble (notion primitive irréductible à d'autres). » Il semble ainsi continuer à vouloir définir et expliciter toutes les notions qu'il utilise dans son cours, sans pour autant s'écarter trop de l'objectif du certificat de CDI. Dans le paragraphe suivant, il introduit la notion de fonction, en reprenant essentiellement sa formulation de l'année précédente.

Comme pour l'année précédente, il introduit la notion de coupure pour définir les ensembles complets, mais il le fait, cette fois-ci, dans la sous-section *ensemble ordonné* de la section du même nom. Dans la sous-section suivante, il présente, toujours de la même façon que l'année précédente, le lemme de Bolzano-Weierstrass et celui de Borel-Lebesgue. Il aborde ensuite une sous-section sur les nombres réels. Il procède encore de la même façon que l'année précédente, mais, avant d'étendre les opérations de l'ensemble des nombres rationnels [45] aux réels, il détaille un peu plus précisément celles-ci. Il rappelle qu'il y a deux lois, la somme et le produit, et que « cette double loi de corresp. n'est pas quelconque », car elle satisfait à cinq conditions : associativité de l'addition et de la multiplication, distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, l'existence du zéro et de l'opposé, l'existence du un et de l'inverse. Il explique ensuite que tout système d'éléments ayant une telle double loi de correspondance est un corps. Cela ne l'a peut-être pas convaincu, car il y a, au début du cahier avant que le cours commence à être numéroté, un *essai (pour 1935–1936) d'une méthode d'exposition des nombres réels*. Faute de pouvoir dater précisément ce passage, j'ai choisi de l'étudier par rapport aux réflexions dans le cadre du projet bourbachique, dans la sous-section 10.2.4. Enfin, dans sa section *généralités sur f. de variables réelles*, il définit la continuité comme il l'a fait depuis 1931–1932.

Henri Cartan reprend donc une grande partie de ce qu'il avait fait l'année précédente. Il continue à affiner l'organisation de son exposé et à retravailler certains points, comme la présentation des nombres réels.

l'espace) sont équivalents au pt de vue de la topologie, si on peut établir une corresp. biunivoque, continue, entre les pts de ces 2 figures. Une propriété qui se conserve par tts telles transformations est dite *topologique* : par exemple, le fait, pour un ensemble de pts d'être une courbe continue (ou continue et fermée) est une propriété topologique. »

44. Il a publié un article, en 1933, à ce sujet : [Car33].

45. Il l'appelle aussi, cette année, « l'ensemble des fractions ».

9.4.2 Le plan

Le plan établi à partir du syllabus du cours [46] est en annexe B.6. Comme je l'ai signalé, un changement remarquable est l'apparition d'une section algébrique, *produits extérieurs, déterminants fonct. et formes linéaires, différentielles composées* qui suit la *théorie des différentielles.* Il n'introduit plus de notions algébriques au milieu d'une section où il en a besoin, mais les regroupe dans une section dédiée, avant de s'en servir par la suite. En se focalisant sur le travail bourbachique, Liliane Beaulieu suppose que :

> [Jusqu'au congrès de 1936], la multiplication extérieure, les déterminants et formes de Pfaff faisaient partie d'un tout, confié aux soins rédactionnels de Cartan par l'assemblée de Besse. Cette association des trois sujets les destinait sans doute à préparer l'exposé sur les formes différentielles ; en tout cas, ils ne faisaient pas encore partie des chapitres d'algèbre. [Bea89, p. 337]

Cette association des trois sujets correspond à peu près à celle qu'a faite Henri Cartan pour son cours. Il poursuit cette idée pour le projet bourbachique. Dans le cours d'Henri Cartan, cette section ne prépare pas encore l'exposé sur les formes différentielles, mais, au contraire, vient la compléter. Henri Cartan et Bourbaki vont, par la suite, incorporer certaines de ces notions, dans des parties purement algébriques, avec leurs ambitions et cadres respectifs.

De plus, Henri Cartan change de nouveau l'ordre de la présentation dans la partie sur le calcul différentiel. Après avoir traité les *fonctions implicites* à la fin de son cours la première année, puis entre les *dérivées* et les *différentielles* les années suivantes, celle-ci est développée après la section algébrique qui suit les *différentielles* cette année. Elle est suivie d'une section sur les *maxima et minima.*

Une autre nouveauté significative est la séparation marquée en arrivant à la partie sur le *calcul intégral*, ces deux mots étant soulignés au milieu d'une page blanche du cahier de brouillon. L'introduction informelle qui suit, et qui est également mentionnée dans le syllabus, explique le lien entre le calcul différentiel et intégral avec le calcul des primitives. Cela s'accompagne d'une refonte de la présentation de toute cette partie. En effet, l'intégration de fonction d'une ou deux variables non bornées ou dans des ensembles non bornés [47] n'est plus traitée à la suite des intégrales simples ou doubles et est renvoyée à la fin du cours. Cela semble motivé par l'ajout de la notion de *mesure de Jordan* et des sections correspondantes, dans le cas d'ensembles bornés puis non bornés, avant le développement de la notion d'intégrale dans ces cas.

9.4.3 Le changement de variables des intégrales doubles

Henri Cartan utilise cette année la notion de mesure de Jordan qu'il introduit. Par la suite, il se place tout d'abord dans la continuité de ce qu'il a commencé à faire l'année précédente pour la présentation du changement de variable. S'il présente la situation où $f \equiv 1$ comme un cas particulier, il choisit finalement, dans sa présentation de l'année, de généraliser à partir de ce cas.

46. Voir [Aud14a, 3.407].
47. La section *intégrale à limite variable* se limite au cas d'intervalles bornés et renvoie à la suite pour le cas général.

9.4.3.1 Mesure de Jordan, intégrale curviligne et intégrale double ordinaire

Henri Cartan écrit une nouvelle section *aires, volumes* au début de son cahier 3.08 qui contient la préparation de son cours de CDI de 1934–1935. Cependant, contrairement aux années précédentes comme le montre le syllabus 3.407, cette section ne figure qu'après la théorie des intégrales multiples. Comme nous l'avons vu plus haut, une nouveauté importante de cette année est l'apparition d'une sous-section *mesure de Jordan* au début de la partie consacrée au calcul intégral.

La présentation de la mesure de Jordan est faite dans le cas du plan, mais il écrit que cela peut aussi bien se faire dans le cas de la droite ou des espaces à n dimensions. Il explique également dans l'introduction de cette section que c'est une notion plus générale que celle d'aire. Il définit les intervalles comme des rectangles dont les côtés sont parallèles aux axes. Cela lui permet ensuite de définir des ensembles fondamentaux : ce sont les ensembles constitués par la somme d'un nombre fini d'intervalles sans points communs. Il introduit une notion de « fonction d'intervalle » λ qui, à un intervalle, associe un nombre positif qui est « une *aire* ds le cas du plan, une long. ds le cas de la droite, un *volume* ds le cas de l'espace ». Cela lui sert à définir la mesure extérieure et la mesure intérieure d'un ensemble, puis les ensembles mesurables :

> Soit E un ensemble borné quelc. Considérons tous les ens. fondamentaux qui contiennent E (il y en a). Soit $\mu_e(E)$ la borne infér. des λ de tous ces ens. fondamentaux. $\mu_e(E)$ s'appelle la *mesure extérieure* de l'ens. E.
>
> [Quelques propriétés de la mesure extérieure.]
>
> [Mesure intérieure d'1 ensemble borné quelc. E] C'est la borne supér. des λ des ens. fondam. intérieurs à E ; on la désigne par $\mu_i(E)$.
>
> [Quelques propriétés de la mesure intérieure et des relations entre ces deux mesures.]
>
> On dit qu'un ens. borné E est *mesurable* si $\mu_e(E) = \mu_i(E)$, et on appelle *mesure* de cet ens., $\mu(E)$, la val. com. de μ_i et μ_e.

Il donne ensuite quelques résultats et propriétés sur les ensembles mesurables et leurs mesures. En particulier, il énonce que « [p]our qu'un ensemble borné soit mesurable, il faut et il suffit que la frontière de E ait une mesure nulle. »

Dans sa section sur les *intégrales curvilignes*, Henri Cartan définit ces intégrales et donne quelques propriétés qu'il déduit directement des résultats qu'il a présentés sur les intégrales simples de Stieltjes. Il passe ensuite aux *intégrales curvilignes att. à une courbe fermée* en expliquant que les extrémités des intégrales curvilignes de la section précédente sont alors confondues, mais qu'il faut alors faire attention au sens de parcours. Il introduit également la notion de « courbe de Jordan » qui lui est utile par la suite : c'est une courbe plane sans point double. Il précise un peu plus loin qu'il ne considère par la suite que les *courbes de Jordan régulières*, « c-à-d : x et y fonct. continue de t, *à var. bornée.* » Il poursuit alors avec le théorème : « L'ens. des pts. d'un arc de courbe régulier a une mesure (superficielle) nulle. » Il le démontre et en déduit qu'« *un domaine limité par une courbe de Jordan régulière est mesurable* (il a une *aire*). »

La suite est essentiellement consacrée aux deux théorèmes qu'il avait qualifiés de fondamentaux l'année précédente :

Théorème 1 : Partageons $\mathscr{D}$[48] en un n. fini de dom. $\mathscr{D}_1, .., \mathscr{D}_n$ limités par des courbes régulières [Ajout dans la marge : (On sup. que ch. $\mathscr{C}_i$ est somme d'1 n. fini d'arcs qui st front. pour 2 dom. seulement[49])]. Orientons tous ces dom. comme $\mathscr{D}$, – et par suite leurs frontières $\mathscr{C}_1, .., \mathscr{C}_n$ ($\mathscr{C}$ ét. la front. or. de $\mathscr{D}$). Alors on a

$$\int_{\mathscr{C}} f \mathrm{d}u = \int_{\mathscr{C}_1} f \mathrm{d}u + \cdots + \int_{\mathscr{C}_n} f \mathrm{d}u$$

(On sup. que les intégr. curvil. $\int f \mathrm{d}u$ existent)

[Un essai du deuxième théorème et un début de démonstration rayés.]

Théorème 2. – Soit $\mathscr{D}$ limité par des courbes régulières. Et. donné ϵ, on peut enfermer la front. de $\mathscr{D}$ ds des rectangles dt tous les côtés sont $< \epsilon$, et dt la s. des côtés est $< K$ fixe (ind. de ϵ). Si, de $\mathscr{D}$, on enlève les pts qui app. à 1 au ms de ces rectangles, il reste un dom. fondam. $\mathscr{F}_\epsilon$ intér. à $\mathscr{D}$. *Je dis que*

$$\int_{\mathscr{F}_\epsilon} f \mathrm{d}u \to \int_{\mathscr{D}} f \mathrm{d}u \text{ quand } \epsilon \to 0,$$

pourvu toutefois qu'on suppose : 1° f continue (dans $\mathscr{D}$ fermé) 2° que u satisf. à une cond. de Lipschitz : $|u(x', y') - u(x, y)| < H[|x' - x| + |y' - y|]$.

Deux pages de démonstration sont ensuite rayées et une nouvelle démonstration est donnée en admettant cependant « (théorie des courbes de Jordan) qu'on peut *approcher* $\mathscr{C}$ *par* une ligne polygon. fermée Γ sans point double, dont les sommets consécutifs sont aussi voisins que l'on veut. »

9.4.3.2 De l'*intégrale de Stieltjes...*

La partie sur les intégrales doubles et triples n'est pas faite dans le cours de la rédaction du cahier 3.08. Henri Cartan fait en effet un renvoi à un essai au début du cahier ainsi qu'au passage qu'il a écrit dans le cahier 3.13, à la suite de sa rédaction de l'année précédente. L'*essai pour la théorie des intégrales doubles* au début du cahier 3.08, commence par une sous-section sur les intégrales de fonctions positives et bornées, comme le montre l'illustration 9.9.

Il continue en écrivant : « Pour que f soit intégrable, il ft et il suffit que $\sum(M_i - m_i)\omega_i \to 0$ qd le plus gdr rect. $\to 0$, – et, pour cela, il *suffit* que borne infér. $\sum(M_i - m_i)\omega_i = 0$. » Il continue en proposant en exercice le cas où $f = 1$ sur E_2 et en expliquant que dans ce cas là, la condition est que E_2 soit mesurable ; l'intégrale est alors la mesure de E_2. Il passe ensuite à une sous-section sur l'intégrale de fonctions réelles et bornées et explique que « l'appareil analytique subsiste ». Il énonce que si f est intégrable alors $\iint f[\mathrm{d}x\mathrm{d}y] = \lim \sum_i f(\xi_i, \eta_i)\omega_i$ et que, réciproquement, si le second membre a une limite alors f est intégrable. Dans un paragraphe sur les fonctions complexes, il donne le critère d'intégrabilité à l'aide des oscillations dans chaque rectangle. Ce résultat est donc énoncé dans un cas général. Il continue par un exemple de fonction intégrable : une fonction dont les points de discontinuités forment un ensemble de mesure nulle. Il utilise alors le critère avec l'oscillation de la fonction dans chaque rectangle dans la démonstration. Il

48. D est un domaine plan dont la frontière se compose d'un nombre fini de courbes de Jordan régulières.

49. En développant les abréviations, je suppose que la phrase devient : « On suppose que chaque $\mathscr{C}_i$ est somme d'un nombre fini d'arcs qui sont frontières pour 2 domaines seulement ».

Illustration 9.9 – *Essai pour la théorie des intégrales doubles* au début du cahier [Aud14a, 3.08]

Essai

pour la théorie des intégrales doubles

Intégrale d'une f. positive et bornée.

$f(x,y)$ définie, positive et bornée sur un ensemble (borné) E_2 de points dans un plan. — Soit $E_3(f)$ l'ens. des points (de l'espace) pour lesquels

$$\begin{cases} (x,y) \text{ app. à } E_2 \\ 0 < z < f(x,y) \end{cases} \qquad \Big(E'_3(f) \text{ pour lesq. } 0 < z \leq f(x,y) \Big)$$

E_3 et E'_3 ont $\begin{cases} \text{même mesure extérieure} \\ \text{——— intérieure} \end{cases}$ (il s'agit de mes. à 3 dim.)

Par déf., $\begin{cases} \mu_e(E_3) = \text{intégrale supér. de } f(x,y) \text{ sur } E_2 \\ \mu_i(E_3) = \text{——— infér. ——— } E_2. \end{cases}$

Si E_3 est mesurable,

$$\mu(E_3) = \iint_{E_2} f(x,y)\,[dx\,dy] \quad (f \text{ est intégrable})$$

$\cancel{\iint_{E_2} [dx\,dy] = \mu(E_2)}$

— On peut toujours se ramener au cas où E_2 est un rectangle fermé (de côtés $\parallel$ aux axes), en ~~pos~~ prenant 1 rect. contenant E_2, et en posant $f = 0$ aux points du rectangle qui n'app. pas à E_2

Partageons le rectangle R, d'1 faç. quelc., en un n. fini de rect. partiels R_i (d'aire ω_i) ; soient M_i et m_i les bornes de f dans R_i. On voit (comme pour intégr. simples) que

$$\underline{\iint} = \text{borne sup. } \sum m_i \cdot \omega_i$$

$$\overline{\iint} = \text{borne inf. } \sum M_i\, \omega_i.$$

Théor : $\begin{cases} \sum M_i \omega_i \to \overline{\iint} \text{ qd le plus gd rect.} \to 0 \\ \sum m_i \omega_i \to \underline{\iint} \text{ ———} \end{cases}$

donne également l'exemple, sans le démontrer, d'une fonction continue sur un ensemble borné mesurable.

Deux sous-sections suivent sur les *propriétés fond. de l'intégrale* et le *calcul des intégrales doubles à l'aide des intégr. simples.* C'est la fin de cette section dans le cahier 3.08 et il continue dans le cahier 3.13. Il commence par un rappel sur ce qu'il a déjà présenté, mais « Après avoir défini » est remplacé par « On suppose qu'on a défini » donc il a certainement rédigé ce passage, ou du moins une partie, avant ce qu'il a fait dans le cahier 3.08, qui a lui-même probablement été rédigé avant de reprendre tout le cours depuis le début. Dans tous les cas, après ces rappels, il commence par un « complément » :

> Partageons l'ens. d'intégration E (supposé *mesurable*) en la somme d'1 n. *fini* d'ens. *mesurables* $E_1, \cdots, E_n$; soit $M(E_j)$ la borne sup. de $f(x, y)$ dans E_j et considérons
>
> $$\sum_{j=1}^{n} M(E_j) \times \omega(E_j) \text{ [Flèche qui part de } \omega \text{ : (mes. superf.)]}$$
>
> [Ajout dans la marge : (th. de Darboux)] Ceci est $\geqslant$ à $\overline{\iint} f \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ [Ajout dans la marge : puisque c'est l'intégrale d'une fonction $\geqslant f$]. Je dis *que cela* $\rightarrow \overline{\iint} f \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ *avec la plus grande dim. des ensembles partiels* E_j.

Il démontre ce résultat et énonce qu'en conséquence, si f est intégrable, alors $\iint f(x, y)[\mathrm{d}x\mathrm{d}y] = \lim \sum_j f(\xi_j, \eta_j)\omega(E_j)$. Il poursuit avec une sous-section sur l'*orientation de l'ensemble d'intégration*.

Les deux pages d'une section *intégrale de Stieltjes* sont ensuite rayées. Celles-ci commencent par un rappel de la formule qu'il a donné pour l'intégrale double ordinaire et Henri Cartan explique qu'il cherche à faire la même chose pour définir l'intégrale double de Stieltjes. Il prend comme hypothèse que u et v admettent des dérivées partielles bornées, et il précise dans un rajout, en marge et entre parenthèses, qu'elles peuvent, plus généralement, vérifier des conditions de Lipschitz d'ordre 1. Il explique dans ce cas que $\int_{\circlearrowleft D} u\mathrm{d}v$ existe et est égale à $-\int_{\circlearrowleft D} v\mathrm{d}u$ et considère la somme $\sum_i f(\xi_i, \mu_i) \times \int_{\circlearrowleft D_i} u\mathrm{d}v$:

> Si cette somme a une limite qd la plus gdr dim. des $D_i \to 0$, nous dirons que l'intégrale
>
> $$\iint_D f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$$
>
> existe (et ce sera sa valeur).
>
> On a, en partic.,
>
> $$\iint_D [\mathrm{d}u\mathrm{d}v] = \int_{\circlearrowleft D} u\mathrm{d}v \left(= -\int_{\circlearrowleft D} v\mathrm{d}u\right)$$

La suite est un peu vague[50] et les démonstrations ne sont pas faites. Il commence par énoncer une condition nécessaire d'existence : $\sum_i \delta(D_i)|\int_{\circlearrowleft D_i} u\mathrm{d}v| \to 0$, $\delta(D_i)$ étant l'oscillation de f dans D_i. Il explique que c'est également une condition nécessaire, à cause des hypothèses faites sur u et v et que la démonstration est analogue à celle du théorème de Darboux. Il fait en particulier remarquer que, quand f est continue dans D fermé, alors l'intégrale existe. Il énonce ensuite un théorème fondamental :

> Sup. que u soit f de X, Y, Z, avec der. 1$^{\text{ères}}$ *continues* ; X, Y, Z et. eux-m. des f.

50. Il utilise, par exemple, des expressions comme « Pour étudier la chose. »

de x, y à der. *bornées.* Alors u est f. composée. *Si les intégrales*

$$\iint_D f\frac{\partial u}{\partial X}[\mathrm{d}X\mathrm{d}v], \quad \iint_D f\frac{\partial u}{\partial Y}[\mathrm{d}Y\mathrm{d}v], \quad \iint_D f\frac{\partial u}{\partial Z}[\mathrm{d}Z\mathrm{d}v]$$

existent, alors

$$\iint f[\mathrm{d}u\mathrm{d}v] \text{ existe et est égale à leur somme.}$$

(d'où règles de calcul symbolique).

C'est la fin de la partie rayée et il commence une nouvelle partie *intégrales de différentielles* où « Stieltjes » a été barré et remplacé par « différentielles ».

9.4.3.3 ... à l'*intégrale de différentielles*

La partie qu'il a de nouveau rédigée est résumée très précisément dans son syllabus présenté dans les illustrations 9.10 et 9.11. Cependant, avant de s'intéresser précisément à cette partie, il faut noter que c'est la première année où Henri Cartan introduit les formes différentielles et le produit extérieur de telles formes. En effet, les années précédentes il se limitait à une sous-section sur les *différentielles composées* qui se concentrait sur le produit, qualifié de « symbolique » de différentielles totales. Cette année, dans la sous-section *produits extérieurs*, où « symboliques » a été rayé et remplacé par « extérieurs », de la section *produits extérieurs, déterminants fonctionnels et formes linéaires, différentielles composées*, il introduit plus précisément les formes linéaires et leur produit extérieur. Dans la sous-section *application aux différentielles totales*, il explique qu' « [u]ne différentielle totale $\mathrm{d}y = a_1\mathrm{d}x_1 + a_2\mathrm{d}x_2 + \cdots + a_n\mathrm{d}x_n$ est 1 forme lin. en $\mathrm{d}x_1, ..., \mathrm{d}x_n$ ». Il est ajouté dans la marge « Plus général$^{\mathrm{t}}$, il s'agit de *formes différentielles* ». Il développe ensuite leur produit.

Le découpage de la section *intégrales de différentielles* et son contenu paraissent être l'aboutissement de ses tentatives des années précédentes. En effet, après avoir eu des difficultés dans la présentation de l'intégrale de Stieltjes, notamment avec l'utilisation du cas de l'application constante égale à 1 comme outil pour les démonstrations plus compliquées ou comme conséquence directe de résultats généraux, il dissocie clairement les deux cas. Il choisit finalement d'opérer par généralisation. Dans la section qui suit, *intégrales de surfaces*, il réutilise directement les résultats qu'il vient de démontrer dans le cas de l'intégrale double de Stieltjes. La formule de Stokes est alors donnée en exemple.

En introduisant une théorie de la mesure de Jordan, Henri Cartan ajoute cette année une notion qui va lui servir pour toute sa présentation des intégrales. Il continue également à dégager des théorèmes qu'il qualifie de fondamentaux pour des points clefs de certaines démonstrations, ou parce que ce sont des outils utiles en pratique. Enfin, le choix d'introduire les formes différentielles et leur intégration lui permet de mieux structurer les notions, outils et démonstrations pour sa présentation des intégrales double et la formule du changement de variable correspondante. Ce choix est peut-être dû à des considérations pédagogiques ou bien motivé par les travaux et des discussions avec son père, Élie Cartan.

Illustration 9.10 – Page 28 de [Aud14a, 3.407]

Intégrales de différentielles

Défin. de $\iint [du\,dv]$ dans E mesurable (orienté)

On sup. cond. de Lipsch. pour u et v (réelles ou compl.) (ex : dér. bornées)

Pour 1 rect., $\iint_R [du\,dv] = \int_{(R)} u\,dv$ (expliquer) $\left[= -\int_R v\,du\right]$

D'où, pour F fond., id.

Pour E mes., soit $\mu(F_n) \to \mu(E)$ $(F_n \subset E)$; alors

$\iint_{F_n} [du\,dv] \to$ limite $=$ p. déf. $\iint_E [du\,dv]$

Dém : lemme : $\left|\int_{\text{rect.}} u\,dv\right| \leq H$. aire du Rect. [on montre $\leq K^2(\ell+\ell')^2$]

Coroll : $\left|\iint_E [du\,dv]\right| \leq H \cdot \mu(E)$.

Théor : Si D rég., $\iint_D [du\,dv] = \int_{(D)} u\,dv$

Remarques : – les 2 déf. de $\iint [dx\,dy]$ coïncident

– $\iint_{E_1+E_2} = \iint_{E_1} + \iint_{E_2}$

$\iint [du\,dv] = -\iint [dv\,du]$, $\iint [du\,du] = 0$

$\iint [d(u_1+u_2)dv] = \iint [du_1\,dv] + \iint [du_2\,dv]$

Intégrales $\iint_E f[du\,dv]$

Théor : Si f intégr., $\sum_i f(\xi_i, \eta_i) \iint_{E_i} [du\,dv] \to$ limite

Dém : inscrire E ds R, on sup. $\begin{cases} S^{(n)} \to I & \text{pour rectangles} \\ \text{avec } \sum_i \delta_i^{(n)} \omega_i^{(n)} \to 0 \end{cases}$

Rem : $\left|\iint_E f[du\,dv]\right| \leq M \cdot H \cdot \mu(E)$

$\iint_E f_1 [du\,dv] + \iint f_2 [du\,dv] = \ldots$ et rem. anal.

$\iint f [dv\,du] = -\iint f[du\,dv]$

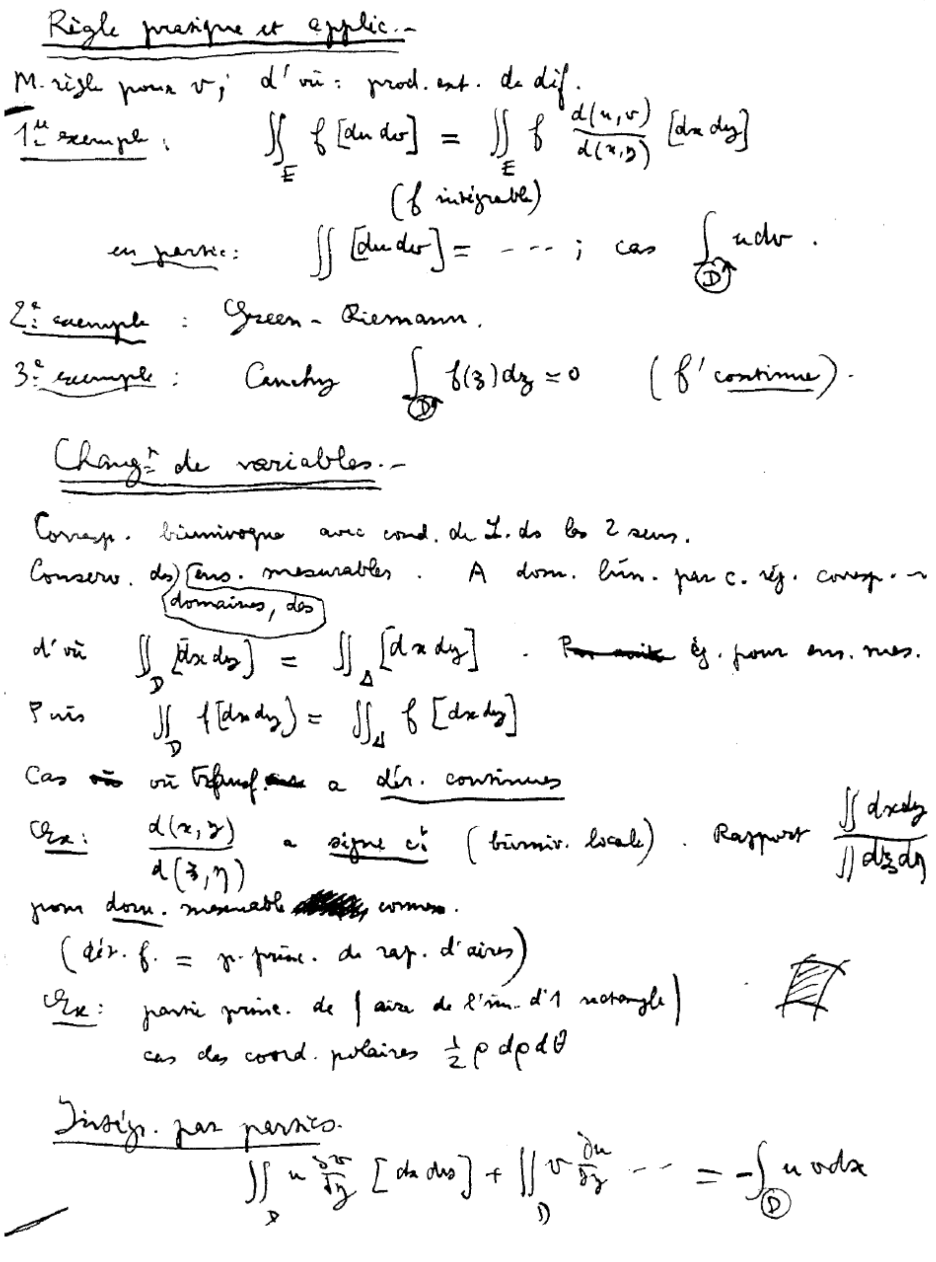
Théor. fondam. – $\iint_E [du\,dv] = \iint \frac{\partial u}{\partial X} [dX\,dv] + \cdots$

$\left(\frac{\partial u}{\partial X}, \cdots \text{continues}, \quad X, Y, Z \text{ cond. de L.}\right)$

Suf. de dém. pour E = Fond.

> Conség : (f intégr.) $\iint f[du\,dv] = \ldots\ldots$

Illustration 9.11 – Page 29 de [Aud14a, 3.407]



Règle pratique et applic.–

M. règle pour v, ; d'où : prod. ext. de dif.

1er exemple : $\iint_E f\,[du\,dv] = \iint_E f\,\frac{d(u,v)}{d(x,y)}\,[dx\,dy]$

(f intégrable)

en partic. : $\iint [du\,dv] = \cdots$; cas $\int_{(D)} u\,dv$.

2e exemple : Green-Riemann.

3e exemple : Cauchy $\int_{(D)} f(z)\,dz = 0$ (f' continue).

Changt de variables.–

Corresp. biunivoque avec cond. de L. ds les 2 sens.

Conserv. des ens. mesurables (domaines, des). A dom. lim. par c. rég. corresp. →

d'où $\iint_D [dx\,dy] = \iint_\Delta [dx\,dy]$. ~~[illegible]~~ ég. pour ens. mes.

Puis $\iint_D f\,[dx\,dy] = \iint_\Delta f\,[dx\,dy]$

Cas ~~[illegible]~~ où transf. ~~[illegible]~~ a dér. continues

Ex : $\frac{d(x,y)}{d(\xi,\eta)}$ a signe ct (biunivoc. locale). Rapport $\frac{\iint dx\,dy}{\iint d\xi\,d\eta}$

pour dom. mesurable ~~[illegible]~~ connexe.

(dér. f. = p. princ. du rap. d'aires)

Ex : partie princ. de | aire de l'im. d'1 rectangle |

cas des coord. polaires $\frac{1}{2}\rho\,d\rho\,d\theta$

Intégr. par parties.

$\iint_D u\,\frac{\partial v}{\partial y}\,[dx\,dy] + \iint_D v\,\frac{\partial u}{\partial y} \cdots = -\int_{(D)} u\,v\,dx$

9.5 Conclusion

Les descriptions des quatre premiers cours d'enseignement du CDI par Henri Cartan à l'université de Strasbourg révèlent de nombreuses informations intéressantes. L'influence du cours d'analyse mathématique d'Édouard Goursat est indéniable. Les équivalences directes avec certaines parties ou même l'organisation générale de son cours en sont révélatrices. Cependant, dès la première année, et de plus en plus au cours des suivantes à part pour la deuxième, il retravaille certains passages à sa façon ou en s'inspirant d'autres travaux. Des tendances sont ainsi visibles et s'amplifient, par exemple pour le début du cours.

La deuxième année, 1932–1933, est la seule où il n'a pas réécrit tout son cours linéairement. De plus, c'est également la seule année où il revient, après plusieurs tentatives, à une présentation de la formule de Stokes plus proche de celle de [Gou23]. Cela pourrait alors laisse supposer un changement d'avis sur la question de la part d'Henri Cartan. Cependant, il est probable que ces deux spécificités soient liées à une situation particulière cette année. En effet, Henri Cartan est chargé du *cours Peccot* en 1932–1933. Ainsi, s'il commence à continuer son émancipation du traité d'Édouard Goursat, le manque de temps consécutif à la charge de travail supplémentaire due à cet enseignement l'oblige certainement à abandonner ces efforts et à reprendre presque exactement la même présentation que dans ce cours.

Les difficultés d'Henri Cartan pour la présentation de la formule du changement de variables pour les intégrales doubles sont révélatrices de son choix de présentation. Quand Édouard Goursat présente différentes méthodes pour obtenir différents résultats (calcul de l'intégrale, changement de variable, formule de Stokes), Henri Cartan semble essayer de trouver un même cadre pour toutes ces questions. Le choix d'utiliser l'intégrale de Stieltjes l'oblige visiblement à beaucoup travailler sa partie sur les intégrales doubles, en particulier par rapport à la rigueur des définitions et de la formule du changement de variables. Il peut cependant ensuite en faire différentes applications, par exemple pour démontrer la formule de Stokes.

Des changements importants sont visibles dans son cours de 1934–1935, dans la continuité de son cours précipitamment abandonné de l'année précédente. Que ce soit dans la présentation des nombres irrationnels et réels ou l'intégrale de différentielles, les modifications opérées montrent une volonté de faire une exposition claire et cohérente. Les nombreuses réécritures pour prouver l'existence et la valeur d'une intégrale double de Stieltjes, puis donner la formule du changement de variable, décortiquent les difficultés pour mieux les traiter (soit dans l'ordre de la présentation, soit en isolant des résultats partiels). L'intégration des différentielles est un aboutissement de sa présentation de l'intégrale double de Stieltjes.

En parallèle de ses nombreuses réécritures, il n'est pas étonnant qu'Henri Cartan ait beaucoup échangé avec André Weil à propos du CDI. Les nombreuses discussions mathématiques entre ces deux amis dans leur correspondance, sur des sujets divers, ne laissent que peu de doute sur l'importante quantité de ces échanges quand ils se retrouvaient. La quantité de travail visible dans ses cahiers de brouillon permet de supposer que ce cours est une préoccupation assez importante pour Henri Cartan, donc qu'il en discute avec son collègue et ami. L'initiative de se rassembler à plusieurs pour régler toutes ces questions est alors dans la prolongation de leurs premiers projets collectifs [51].

51. Voir, en particulier, la sous-section 2.1.1.

Chapitre 10

Interactions entre les enseignements d'Henri Cartan et le projet bourbachique jusqu'en 1939

Lors des premières réunions proto-bourbachiques, Henri Cartan est toujours chargé de l'enseignement du CDI à l'université de Strasbourg. Cependant, de 1935 à 1939, il n'a plus la charge principale de ce cours. Je montre dans ce chapitre, principalement à partir des archives du groupe Bourbaki, les avancées dans le projet d'un traité collectif de mathématiques qui prolongent ses réflexions passées pour son cours de CDI, ou qui se retrouvent dans celui qu'il enseigne à Clermont-Ferrand en 1939–1940.

L'évolution du projet collectif oblige à distinguer deux périodes avant la guerre. La première, qui rassemble les dix réunions proto-bourbachiques qui ont lieu entre décembre 1934 et mai 1935, constitue le début du projet. Les membres du groupe se mettent d'accord sur leur organisation collective, la matière à couvrir et la façon de le faire. Pendant la deuxième période, ils commencent à produire des travaux conséquents. C'est à partir de ce moment que les discussions mathématiques sont beaucoup plus concrètes, car fondées sur des rapports et des rédactions écrites plus abouties.

La description de l'évolution des membres de Bourbaki jusqu'en 1938 a déjà été faite dans la section 2.2. D'autre part, Liliane Beaulieu fournit une description générale du projet collectif dans sa thèse [1]. Pour ne pas faire doublon avec son travail et pour me concentrer sur l'évolution du cours de CDI d'Henri Cartan, je considère sa thèse comme un prérequis presque indispensable. Je me concentre ici sur des points précis en rapport avec le CDI sans insister sur le contexte général du traité d'analyse qui devient un projet éditorial plus large.

10.1 Les dix réunions proto-bourbachiques au regard du cours de CDI d'Henri Cartan

Comme l'écrit Liliane Beaulieu [2], les dix réunions proto-bourbachiques ont permis de délimiter un programme d'analyse. Les principaux sujets abordés pendant ces premières réunions

1. Voir, pour rappel, [Bea89].
2. Voir [Bea89, chapitre 2] et [Bea93].

sont, d'après les comptes rendus [3] :

10 décembre 1934 organisation générale / quelques points mathématiques généraux ;

14 janvier 1935 organisation générale / quelques points mathématiques généraux ;

28 janvier 1935 organisation générale / algèbre / fonctions analytiques ;

11 février 1935 composition des commissions / théorie des ensembles / théorie de la mesure et de l'intégration ;

25 février 1935 équations différentielles ;

11 mars 1935 desiderata des physiciens (rapport Rocard) / théorèmes d'existence ;

25 mars 1935 organisation de la réunion plénière / équations intégrales / équations différentielles ;

8 avril 1935 organisation de la réunion plénière / équations aux dérivées partielles ;

(13 avril 1935) réunion de la sous-commission bibliographique [4] ;

6 mai 1935 organisation de la réunion plénière / équations intégrales ;

20 mai 1935 organisation de la réunion plénière / équations aux dérivées partielles.

Cette liste est révélatrice de l'évolution du projet lors de la première année. Les deux premières réunions sont vraiment générales et permettent de discuter d'un projet qui est à mettre en forme. Lors des deux suivantes, l'organisation se précise et il est possible d'aborder des points plus spécifiques. À partir du 25 février, les discussions se concentrent essentiellement sur les équations différentielles. L'organisation de la réunion plénière devient également un sujet important à partir de la réunion du 25 mars.

Le début du compte rendu de la première réunion est limpide sur l'objectif de l'entreprise :

> WEIL expose son projet - fixer pour 25 ans les matières du certificat de Calcul différentiel et intégral en rédigeant en commun un traité d'Analyse.[Boua, delta001].

Des discussions s'ensuivent sur la forme à donner au traité, le contenu à aborder et la façon de le faire, ainsi que l'organisation du travail. Henri Cartan fait quatre remarques particulières qui correspondent exactement à des besoins pour son enseignement du CDI. Tout d'abord il voudrait que l'ensemble des différents volumes ne fasse pas plus de 1 200 pages, ce qui semble être une taille maximale pour en conseiller aisément la lecture à des étudiants qui souhaitent obtenir le certificat de CDI. D'autre part, vouloir « éliminer l'algèbre du traité », « suppose[r] connu le programme de Mathématiques générales » et « parle[r] d'ensembles dès le début », correspond à ce qu'il a fait pour son enseignement du CDI jusqu'à cette réunion. Les trois premières volontés d'Henri Cartan n'ont pas acquis l'approbation de l'assemblée. Pour la dernière, il semble que seul Claude Chevalley y soit opposé : c'est également le seul à ne pas avoir voté pour que le traité soit « un traité enseignable ».

Lors de la seconde réunion, André Weil affirme que « dans la plupart des traités classiques, les théorèmes fondamentaux : moyens de calcul, théorèmes d'existence, etc... ; sont présentés avec un luxe de précautions assez impressionnant ; les hypothèses demandées sont souvent

3. Voir [Boua, delta001–delta011].

4. Voir [Boua, delta009]. Il s'agit de la seule réunion avec un compte rendu de la première année d'activité du groupe qui n'a pas lieu avant une séance du séminaire Julia. Il est probable qu'elle n'ait pas réuni tous les membres du groupe et qu'elle n'ait pas eu lieu à Paris.

surabondantes, et il y aura lieu, dans bien des cas, de revenir sur tous ces théorèmes [5]. » Les expressions « formule fondamentale » ou « théorème fondamental » sont utilisées dans les cahiers de brouillon d'Henri Cartan dès 1931–1932. Puisque ce dernier a dit à plusieurs reprises qu'il avait discuté de son cours avec André Weil, il est fort probable que ce dernier était au courant de cette utilisation, ainsi que des difficultés d'Henri Cartan avec certains de ces résultats fondamentaux. D'ailleurs, la conversation arrive rapidement au théorème de Stokes :

> On parle ensuite longuement du théorème de Stokes. Il parâit [*sic*] décidé qu'on fera les formes différentielles extérieures, et donc le théorème de Stokes général. Il s'agit ensuite de savoir si ce théorème est local ou global. CHEVALLEY et DELSARTE sont du premier avis. WEIL ne sait à quoi se résoudre. CARTAN change d'avis deux ou trois fois. Aucune décision n'est prise. [Boua, delta002]

Si les difficultés d'Henri Cartan avec le théorème de Stokes font partie de la motivation de se regrouper pour rédiger collectivement un traité d'analyse, il n'en est rendu compte par écrit qu'à la deuxième réunion. Par rapport au cours d'Henri Cartan, vouloir faire les formes différentielles extérieures est intéressant puisque, même s'il ne les utilise pas encore [6], il s'en approche de plus en plus. D'autre part il faut remarquer qu'il introduit le produit extérieur pour la première fois dans son cours en 1934–1935 [7], sans pour autant présenter les formes différentielles extérieures. Enfin, les cahiers de brouillon d'Henri Cartan ne contiennent que peu de remarques sur le caractère local ou global de certains résultats et, comme lui-même ne semble pas fixé là-dessus, je me suis abstenu de faire tout commentaire à ce propos dans cette thèse.

Le programme d'algèbre de la troisième réunion contient une première partie *minimum sur les ensembles abstraits* et une troisième *axiomatique des nombres réels et complexes* [8]. Ces deux points sont abordés dans le cours d'Henri Cartan de cette année. Le *minimum sur les ensembles abstraits*, qui doit développer les notions d'*ensembles, fonctions, transformations, suites comme fonctions d'entiers ; dénombrable et non dénombrable* correspond presque exactement au tout début de son cours. La partie sur le corps des réels et des complexes n'est pas détaillée dans le compte rendu de la réunion. Henri Cartan a déjà dû enseigner cette partie, dans son enseignement de CDI, à cette période de l'année, mais au début du cahier 3.08 qui correspond à ce cours, il y a un *Essai (pour 1935–1936) d'une méthode d'exposition des nombres réels* qui commence par trois axiomes [9].

À la suite de la réunion du 8 avril 1935, Henri Cartan fait partie des sous-commissions : fonctions analytiques, équations intégrales, différentielles et formes différentielles, théorèmes d'existence [10]. Il est également dans la sous-commission de géométrie créée lors de la réunion du 6 mai 1935. À part pour la sous-commission des fonctions analytiques, où il a remplacé Jean Leray, suite aux raisons « particulièrement évidentes [11] » évoquées par Jean Delsarte et Jean Dieudonné, il n'est pas possible de déterminer précisément les raisons ayant poussé à la

5. Voir [Boua, delta002].
6. Du moins, la formulation « différentielle extérieure » n'apparaît pas dans ses brouillons de CDI. Il est probable qu'il ait présenté cette notion à l'oral, mais les cahiers de brouillon ne permettent pas de l'affirmer.
7. L'absence de date dans le cahier de brouillon ou le syllabus d'Henri Cartan pour son cours de CDI de cette année ne permet pas de savoir s'il a rédigé cette partie avant ou après cette réunion.
8. Voir [Boua, delta003]
9. Cela est détaillé dans la sous-section 10.2.4.
10. Voir [Boua, delta008, p.7].
11. Voir [Boua, delta004]. La thèse d'Henri Cartan portait sur l'analyse complexe.

présence ou l'absence d'Henri Cartan dans les différentes sous-commissions. Ce fonctionnement en commissions est de toute façon, en pratique, plus indicatif que contraignant, et n'est pas particulièrement suivi.

Au cours de ces réunions, la notion d'espace vectoriel est rapidement abordée. Lors de la réunion du 11 mars 1935, la première mention de celle-ci est faite avec le nom « espace abstrait linéaire [12] ». C'est également le cas d'Henri Cartan qui n'utilise que l'expression « espace linéaire » pour mentionner ces espaces. Dès la réunion suivante, le 25 mars 1935, l'expression « espace vectoriel » est utilisée et adoptée par le groupe. À de rares exceptions près, c'est le cas dans toutes les archives Bourbaki.

Après avoir analysé les cours de CDI d'Henri Cartan entre 1931 et 1935, la lecture des trois premiers comptes rendus des réunions proto-bourbachiques est sans appel : le projet collectif est, pour Henri Cartan, une prolongation de ses réflexions pour ce cours et un moyen de continuer à l'améliorer. Par la suite cela devient beaucoup moins le cas. Jean Dieudonné, Claude Chevalley, René de Possel, Jean Delsarte, Jean Leray et Yves Rocard sont les principaux présentateurs de points mathématiques ; Claude Chevalley, Jean Delsarte, André Weil et Jean Dieudonné donnent régulièrement leurs avis. À part lors de l'échange des points de vue sur les équations intégrales lors de la septième réunion [13], Henri Cartan apparaît de façon relativement discrète dans la transcription des discussions mathématiques de ces premières réunions.

10.2 Interactions entre le travail bourbachique et les cours de CDI d'Henri Cartan entre les congrès de Besse et de Dieulefit

Les axes d'analyses choisis pour l'étude des cours de CDI sont motivés par les évolutions visibles et les nombreuses réécritures d'Henri Cartan. Les efforts et besoins de ce dernier vont vite se propager à l'ensemble du travail collectif dans le cadre du projet Bourbaki. Dans l'introduction de son chapitre sur la période entre le congrès de Besse et celui de Dieulefit, Liliane Beaulieu explique :

> La croissance du "paquet abstrait" résulta ainsi d'une dévolution : l'attention qui devait aller aux matières de l'analyse classique se concentra sur des sujets conçus d'abord comme auxiliaires et auxquels Bourbaki n'avait envisagé d'accorder qu'une attention minimale. Pour comprendre cette dévolution, il convient de la relier aux changements dans le champ des mathématiques qui advinrent à la fin des années trente, alors que la théorie des ensembles, l'algèbre "moderne" et la topologie générale se répandaient chez les mathématiciens pratiquants et commençaient à se fixer dans la littérature d'exposition. Quant à l'intégration développée dans la suite des travaux de Lebesgue, c'était un domaine parvenu à un point de maturité et d'acceptation et Bourbaki avait décidé d'en faire un des piliers de son traité. [Bea89, p. 293]

12. Voir [Boua, delta006, p. 6].
13. Voir [Boua, delta007].

Les prémices d'une telle dévolution sont subtilement perceptibles dans le traité d'Édouard Goursat [14], en particulier dans les suppressions et les regroupements de sections et sous-sections entre les éditions. Cela s'amplifie largement dans les préparations successives du cours de CDI d'Henri Cartan, par exemple en développant de plus en plus les prérequis et en concentrant les développements théoriques de son cours. Elle atteint un nouveau degré dans le cadre de la rédaction des *Éléments de mathématique* et, dans un premier temps, dans l'enseignement du CDI par les membres de Bourbaki [15]. L'objectif de ce chapitre est double. Il s'agit d'abord d'étudier les engagements et les apports d'Henri Cartan en fonction de ses enseignements passés ou dont il a la charge pendant cette période. D'autre part, l'étude de différents points particuliers permet de mieux comprendre l'évolution spectaculaire de l'enseignement du CDI par Henri Cartan entre son cours de 1934–1935 et celui de 1939–1940, au regard, également, de ce même cours enseigné par Szolem Mandelbrojt en 1937–1938 et René de Possel en 1940–1941.

Le *congrès fondateur* de Bourbaki a lieu du 10 au 18 juillet 1935. C'est à cette occasion que le groupe prit le nom de Bourbaki. Le bulletin du groupe, qui n'est alors plus systématiquement un compte rendu d'une réunion, se renomme ainsi, et jusqu'à la guerre, *journal de Bourbaki.* Un descriptif général de ce congrès et de la période entre ce congrès et 1938 est fait dans la thèse de Liliane Beaulieu [16]. Il semble que plusieurs rapports et rédactions produits pendant cette période sont absents des archives Bourbaki. De même, il est probable que des réunions n'aient pas donné lieu à des comptes rendus, en particulier entre les congrès de 1937 et 1938 où il n'y a aucun document dans les archives Bourbaki qui date, a priori, de cette période.

10.2.1 La théorie des ensembles

Un plan de théorie des ensembles est adopté lors du congrès de Besse [17]. Celui-ci est composé d'un *laïus général* d'introduction permettant de présenter quelques notions et notations, puis il est découpé en quatre parties : *fonction*, *partie* $E \subset F$, *réunion et intersection* et *formation d'ensembles.* D'autre part, ils se fixent une convention pour la notation d'une fonction : « Notation de la fonction par $f(x)$ (notation fonctionnelle) ou par f_x (notation indicielle). Exemples : suites. » À l'issue de congrès de Besse, c'est Henri Cartan qui est chargé de faire une première rédaction sur cette partie.

Dans le deuxième numéro du *journal de Bourbaki*, daté du 15 décembre 1935, il est indiqué qu'Henri Cartan a terminé sa rédaction sur les *ensembles abstraits* et qu'il la transmet à André Weil. De plus, Henri Cartan proteste contre le mot « abstrait », mais le bulletin n'apporte aucune précision à ce propos. Le journal suivant, daté du 15 janvier 1936, indique que la lecture de la rédaction d'Henri Cartan a été faite par André Weil lors de la précédente réunion du 16 décembre 1935, qu'il y a eu des remarques sur le fait que la rédaction est confuse et que les aleph et ordinaux transfinis doivent être abandonnés [18]. Le plan original de cette rédaction

14. Voir le début de la section 9.1.2.
15. Le cours de CDI d'Henri Cartan en 1939–1940 est visiblement la première étape majeure de la diffusion du travail bourbachique. Cela est dû à une triple conjoncture. Henri Cartan est le seul membre de Bourbaki, éventuellement avec Claude Chevalley aux États-Unis, à enseigner en 1939–1940. Il est également chargé de l'enseignement qui a motivé le rassemblement collectif, dont les travaux commencent à paraître.
16. Voir, respectivement, [Bea89, chapitre 2 et 3].
17. Voir [Boua, delbe006, pp. 17–18].
18. Voir [Boua, dljb003] : « WEIL donne lecture de la rédaction des ensembles abstraits rédigés par CARTAN.

est [19] :

1. Ensembles
2. Fonctions
3. Sous-ensembles d'un ensemble fondamental
4. Opérations sur les sous-ensembles d'un ensemble fondamental
5. Produit de deux ensembles
6. Produit généralisé
7. Lemme de décomposition
8. Somme d'ensembles
9. Nombres cardinaux. Comparaison des puissances [Rayé et mention « à enlever » ajoutée dans la marge]

Le fait que le dernier point est rayé doit être consécutif à la lecture d'André Weil et la version dactylographiée [20] ne contient pas cette sous-section. Henri Cartan admet la notion d'ensemble et le fait que le « lecteur sait compter » dans cette rédaction. De plus, il utilise une définition d'une fonction qui est semblable à celle qu'il a donnée dans ses cours précédents [21]. Cette rédaction est de nouveau mentionnée dans le bulletin consécutif à la réunion du 6 juillet 1936. Il est alors indiqué qu'elle a été jugée insuffisante et que les membres de Bourbaki doivent faire part à André Weil de leurs envies personnelles qui ne sont pas couvertes par cette rédaction.

Lors du congrès de l'Escorial, du 18 au 28 septembre 1936, un « projet de laïus scurrile » et de nouvelles propositions pour le début de la rédaction sont proposées [22]. La définition d'une fonction est revue :

> Quand M [23] est tel que, chaque fois A' est réduit à un élément, B' est réduit à un élément, on dit que M définit une fonction, définie dans A, prenant ses valeurs dans B (notation $b = f(a)$ [ajout dans la marge : avec abus de langage $f(\{a\})$]). [Boua, deles002, p. 8].

À la suite de ce congrès, c'est Jean Delsarte qui est chargé de faire une nouvelle rédaction sur les *ensembles généraux* et Claude Chevalley sur les *entiers, ordinaux, alephs.*

La rédaction de Jean Delsarte [24] est discutée lors de la réunion du 15 mars 1937. Cette rédaction commence par des *Prolégomènes sur la notion de théorie mathématique (Introduction*

Il y eut quelques vives protestations ; (en particulier question du mélange des choux et des carottes). Une chose est à noter, qui semble bien décidée, on abandonne les aleph et les ordinaux transfinis à leur triste sort ; qu'ils dorment en paix et que personne ne s'en serve jamais. »

19. Voir [Boua, delms006].

20. Voir [Boua, hcr001].

21. Voir [Boua, hcr001] : « On dit que $f(x)$ est une *fonction* définie sur l'ensemble X, et que cette fonction réalise une *application* de l'ensemble X *dans* l'ensemble Y. $\underline{x}$ s'appelle la variable ; l'élément $y = f(x)$ qui correspond à $\underline{x}$ s'appelle *l'image* de $\underline{x}$ dans y par la fonction $f(x)$. »

22. Voir [Boua, deles002].

23. Les définitions de M, puis de A' et B' sont données un peu plus haut : « Soit une relation entre éléments a de A et b de B, ou, ce qui revient au même pour notre objet, une partie M du produit de A par B. A' étant une partie de A, soit B' l'ensemble des b qui sont dans la relation M avec un a de A' : on a ainsi une relation entre sous-ensembles A' de A et B' de B. Symétriquement.... »

24. C'est le document [Boua, iecnr059]. En effet, les engagements de l'Escorial nous apprennent que c'est la première rédaction, donc vraisemblablement l'état 1. De plus, cette rédaction utilise bien le terme « ensemble fondamental » alors que lors de la réunion du 15 mars 1937, il est décidé que « la dénomination d'ensemble

au chapitre, vu comme une "préface à toute théorie mathématique"). Dans ces prolégomènes, les ensembles sont caractérisés de la façon suivante : « Les catégories d'éléments qui font ainsi l'*objet* d'une théorie mathématique constituent les *ensembles fondamentaux* de la théorie ». Un peu plus loin, il est expliqué que « nous envisagerons les ensembles fondamentaux de chaque théorie, nous les désignerons nommément ainsi que leurs éléments, par des symboles convenables, mais nous laisserons presque toujours leur nature tout-à-fait indéterminée. » Ainsi, les ensembles fondamentaux ne sont toujours pas définis : cela est clairement assumé. Cette partie du traité sur la théorie des ensembles est cependant de plus en plus développée. La définition d'une fonction est représentative du dépassement du simple statut de préliminaire de toute cette partie :

> Nous dirons qu'une telle relation est une *correspondance* ou encore une *fonction d'ensemble* ; la partie F est qualifiée de *fonction* de la partie E ; on écrit
>
> $$F = f(E)$$
>
> La fonction d'ensemble f est *définie* dans $\mathscr{J}(A)$ [25] et prend ses *valeurs* dans $\mathscr{J}(B)$. [Boua, iecnr059, p. 31]
>
> [...]
>
> Lorsque, quel que soit l'élément a de A ; F ne contient jamais qu'un seul élément b de B :
>
> $$\{b\} = f(\{a\})$$
>
> on dit que la fonction d'ensemble f est une *application* de A dans B , et on écrit , par abus langage
>
> $$b = f(a)$$
>
> [Boua, iecnr059, p. 33-34]

Alors que la théorie des ensembles ne contenait que quelques notions nécessaires pour le CDI dans le cours d'Henri Cartan, cette nouvelle rédaction va encore plus dans le détail que la première d'Henri Cartan pour le projet collectif. Le développement devient tellement important qu'un résumé des différents procédés de définition de structures se trouve à la dernière page. Celui-ci préfigure la création des fascicules de résultats.

Lors de la réunion du 15 mars 1937, il est décidé que les sept premières pages du laïus seront éliminées et que Claude Chevalley en fera une introduction en trois parties à la place. Ensuite, il est annoncé un changement de plan par rapport à ce qu'ils ont approuvé lors du dernier congrès :

> Ensembles des parties ; Réunions, intersections, calcul ; Produit de deux ensembles ; Echelle des types et notion générale de structure ; fonctions d'ensembles ; formules de CHEVALLEY ; isomorphie ; équivalence ; produit infini.

---

fondamental est abandonnée : on lui substitue celle de type », [Boua, delbe010, p. 2]. Enfin, la mention de « Malgrè Victor COUSIN », [Boua, deljb010, p. 2] lève tout doute possible puisque la rédaction [Boua, iecnr059] commence par une citation attribuée à Victor Cousin.

25. La graphie dans le texte n'est pas exactement $\mathscr{J}$, mais celle-ci est ce que j'ai trouvé de plus proche en LaTeX. $\mathscr{J}(A)$ désigne l'ensemble des parties de l'ensemble A, voir [Boua, iecnr059, p. 11].

Jean Delsarte est chargé de faire les modifications dès qu'il aura la nouvelle introduction de Claude Chevalley. De son côté, ce dernier lit ensuite le plan de sa rédaction *Puissance ; alephs ; entiers*. Celui-ci est approuvé et la rédaction est terminée : elle sera donc prochainement distribuée [26].

Lors du congrès de Chançay de 1937, quelques corrections et des desiderata pour la rédaction sur les ensembles sont consignés [27]. D'après ces remarques, il s'agit toujours de la même rédaction d'André Weil. Il semble donc que Jean Delsarte n'a pas fourni de nouvelle version. C'est ensuite André Weil qui est chargé de faire une nouvelle rédaction [28]. Il en est toujours chargé à la suite du congrès de Dieulefit et de vagues corrections sont encore consignées à propos de la rédaction sur les ensembles [29]. D'après celles-ci, ils ne travaillent alors plus sur l'ancienne rédaction d'André Weil, mais sur une autre. En comparant celles qui sont dans les archives Bourbaki, la plus probable est celle qui est à l'« état 2 » [30].

Cette rédaction commence par un chapitre sur le raisonnement mathématique. Dans le deuxième, André Weil donne d'abord une « image sensible » avant de donner une caractérisation d'un ensemble :

> Pour expliquer l'origine des termes de cette théorie, nous nous servirons d'abord d'une image sensible, ou si l'on veut d'une figure. [...]
>
> Abandonnant notre "figure", nous allons d'abord nous occuper d'un type T, et de propriétés $P(x)$ portant sur une variable x de ce type. Chacune de ces propriétés sera considérée comme définissant un objet d'*un type nouveau*, qui sera appelé *l'ensemble des objets de type T qui possèdent la propriété $P(x)$*, et que nous noterons par exemple E_P ; et nous conviendrons que deux propriétés définissent le même ensemble si elles sont équivalentes, et dans ce cas seulement ; [...]
>
> [...] Il y a donc un ensemble E, déterminé d'une manière unique lorsqu'on s'est donné le type T, et tel que "quel que soit x, $x \in E$" soit vrai, c'est-à-dire tel que tout objet du type T doive, d'après nos conventions, être considéré comme un élément de E ; E s'appelle l'*ensemble fondamental* du type T (ou l'ensemble des objets de type T). [Boua, iecnr065, pp. 34-37]

Après quelques développements sur le calcul des prédicats, André Weil écrit dans cette rédaction la première définition d'un ensemble chez Bourbaki. Afin de ne pas brusquer le lecteur, il fait d'abord une présentation intuitive, comme l'a fait Henri Cartan pour ce cours de CDI. Ce n'est pas le cas pour la définition d'une fonction, qui devient beaucoup plus technique :

> Alors, nous conviendrons que la relation R définit un objet nouveau, qui sera appelé la *fonction* de x, y, z définie par la relation R, et qu'on notera par exemple $f_R(x, y, z)$; on dira aussi que R définit u comme fonction de x, y, z. [Boua, iecnr065, p. 48]

26. C'est très certainement la rédaction [Boua, iecnr060], mais il n'y a pas d'alephs... Le titre *Puissance ; alephs ; entiers* est peut-être de l'humour bourbachique puisqu'ils ont précisé à la lecture de la première rédaction d'Henri Cartan qu'ils ne s'en occuperaient pas.
27. Voir [Boua, delch008, pp. 3-4 et 27-28].
28. Voir [Boua, delch008, p. 2].
29. Voir [Boua, deldi005, pp. 2–3].
30. Voir [Boua, iecnr065]. Il est possible que Jean Cavaillès fasse référence à cette rédaction en écrivant « ce premier fasci(cule) Bourbaki rédigé par Weil » à Albert Lautman, le 5 juillet 1938, voir [Bén87, p. 122].

Par la suite, les travaux du groupe pour le livre sur la théorie des ensembles gardent ces spécificités techniques qui ne sont pas compatibles, du point de vue des connaissances particulières et du temps à y consacrer, avec un cours de CDI.

D'après les engagements du congrès de Dieulefit, André Weil doit fournir une version « presque définitive » de la rédaction des ensembles. *La Tribu* du 15 septembre 1940 indique qu'il n'y a toujours pas eu de nouvelle version [31]. Dans celle du 19 décembre 1940, il est indiqué, à propos du « Livre I » sur la théorie des ensembles : « Retrouvé miraculeusement dans les papiers de de Possel [32]. » Il est alors possible qu'il s'agisse d'un exemplaire de la rédaction d'André Weil, ou bien d'un autre document : un « Etat 2bis Delsarte De Possel » figure dans les archives du groupe [33]. Il pourrait donc s'agir d'une nouvelle rédaction de Jean Delsarte et René de Possel, ou bien simplement conservée par ce dernier.

Jean Dieudonné est chargé, à partir du 15 octobre 1941, de fournir une nouvelle rédaction de tout le livre sur la théorie des ensembles [34], alors que la rédaction retrouvée par René de Possel ne semble pas avoir été analysée collectivement. Cette dernière est une présentation du calcul des relations qui dépasse complètement les ambitions d'un cours de CDI.

En parallèle de ces rédactions, dans les engagements du congrès de Chançay en 1937, il est noté que « Dieudonné fournira pour le 1er décembre la rédaction presque définitive des résultats d'ensembles (avec figures et sans logique). (sans soulignage) [35]. » C'est la première mention du fascicule de résultats de la théorie des ensembles dans les archives Bourbaki. C'est également la dernière mention de celui-ci jusqu'à sa parution, en 1940 [36]. La remarque sur le soulignage fait certainement écho à une autre, « Ces termes sont soulignés dans le texte [Note : soulignés deux fois dans le manuscrit.] » d'une rédaction [37] que l'on peut par conséquent supposée antérieure. Son titre indique « état 1 » sur le site des archives Bourbaki, ce qui corrobore cette hypothèse. D'autre part, son nom indique également qu'elle serait due à Jean Delsarte : Liliane Beaulieu a pu le supposer suite à un entretien avec André Weil, car elle a écrit « le fascicule de résultats aurait été rédigé par Delsarte et Dieudonné, avec la collaboration de Cartan [38] ».

Cette première rédaction du fascicule de résultats de la théorie des ensembles commence par une introduction où il est précisé que les « termes tirés du langage de la logique mathématique [doivent être regardés] comme "vidés de tout contenu intuitif" [39] ». La définition d'un ensemble est exactement la même que celle du fascicule publié. À l'inverse, celle d'une fonction est plus proche de la première rédaction d'Henri Cartan sur les *ensembles abstraits* [40].

La rédaction de Jean Dieudonné est très proche du fascicule publié en 1939. Aucun des deux

31. Voir [Boua, nbt004].
32. Voir [Boua, nbt006].
33. Voir [Boua, iecnr063].
34. Voir [Boua, nbt008].
35. Voir [Boua, deldi008, p. 2].
36. Voir [Bou39] : l'ouvrage est imprimé en février 1940, mais la date sur la couverture est 1939.
37. Voir [Boua, iecnr058].
38. Voir [Bea89, p. 331].
39. Voir [Boua, iecnr058, p. 3].
40. Plus précisément : « supposons qu'à tout *élément* x du premier, on fasse *correspondre* un élément ξ du second, parfaitement et uniquement déterminé. La *relation* ainsi établie entre *éléments* de A et *éléments* de B se traduit pas,l'énoncé [*sic*] "ξ est fonction de x" et par l'écriture $\xi = f(x)$ [l'équation est centrée et isolée] On notera qu'il y a ici un nouvel emploi du signe égal. On donne le nom de *fonction* à une telle correspondance et on dit que "ξ est la valeur de la fonction correspondant à x". », voir [Boua, iecnr058, pp. 8-9].

ne contient de figures[41]. Le plan du fascicule de résultats est le suivant :

1. Éléments et parties d'un ensemble
2. Fonctions
3. Produits de plusieurs ensembles
4. Réunion, intersection, produit d'une famille d'ensembles
5. Relations d'équivalence ; ensemble quotient
6. Ensembles ordonnés
7. Puissances. Ensembles dénombrables
8. Echelles d'ensembles et structures

Cette publication constitue le premier volume des *Éléments de mathématique*. L'évolution du traitement de la théorie des ensembles entre le cours de CDI d'Henri Cartan, sa première rédaction et ce volume est flagrante. Cependant, la définition d'un ensemble et, dans une moindre mesure, celle d'une fonction sont finalement assez proches de celles d'Henri Cartan dans son cours de CDI :

> Un *ensemble* est formé d'*éléments* susceptibles de posséder certaines *propriétés* et d'avoir entre eux, ou avec des éléments d'autres ensembles, certaines *relations*. [Bou39, p. 2]
> [...]
> Les applications d'un ensemble E dans un ensemble F sont les *éléments* d'un nouvel ensemble, *l'ensemble des applications de* E *dans* F. Si f est un élément quelconque de cet ensemble, on désigne souvent par $f(x)$ la valeur de f pour l'élément x de E ; dans certains cas, on préfère employer la notation f_x, dit notation *indicielle* (l'ensemble E est alors appelé l'ensemble des *indices*). La relation « $y = f(x)$ » est une relation fonctionnelle en y, qui détermine f. [Bou39, p. 7]

Dans la prolongation de ce qu'il a fait pour ses enseignements de CDI, Henri Cartan souhaite d'abord, dans le cadre du projet rédactionnel collectif, « parle[r] d'ensemble dès le début ». C'est lui qui est chargé du premier travail à ce propos : celui-ci est encore proche de ce qu'il a fait dans ses cours. Rapidement, cette partie du traité devient de plus en plus importante et couvre des notions du calcul des prédicats. Ces développements dépassent largement le programme du certificat de CDI et il est décidé de faire un fascicule sur les résultats de ce livre. En conservant une exposition systématique des connaissances traitées dans le projet rédactionnel collectif, ce compromis permet d'avoir une référence rigoureuse, mais simplifiée. Le *fascicule de résultats* est ainsi plus propice à une présentation pédagogique sur un programme dont ce n'est pas la matière principale, comme un cours de CDI.

10.2.2 L'algèbre

L'algèbre est peu présente dans les premiers cours d'Henri Cartan alors que, dans le projet Bourbaki, elle prend une place de plus en plus importante[42]. Pour rester dans le cadre de l'étude

41. Cependant, le fascicule de résultats a un diagramme à la page 13 à partir de l'édition de 1961. Sur le mythe de l'absence de figures dans Bourbaki, voir la section 13.3.
42. Voir [Bea89, pp. 332-342].

du cours de CDI d'Henri Cartan, je me concentre ici sur les interventions d'Henri Cartan à ce sujet, ainsi que la définition d'un corps, puisque c'est un concept important pour les nombres réels et qu'il se distingue du travail collectif à ce sujet dans son cours de 1939–1940.

Au congrès de Besse, la théorie des ensembles, l'algèbre et les corps des nombres réels et complexes sont encore étroitement liés. Le plan pour ces trois parties est le suivant :

I Ensembles.

II Algèbre générale

  1 Lois de composition. Isomorphie. Corps.

  2 Polynomes dans un corps. Décomposition en facteurs. Corps quotient.

  3 Polynomes comme fonctions. Zéros. Dérivées.

  4 Algèbre linéaire. Equations linéaires.

  5 Matrices.

  6 Systèmes hypercomplexes. Quaternions. Extensions algébriques finies : cas particulier des nombres complexes.

  7 Groupes. Permutations.

III Nombres réels. Axiomes, limite, topologie. Corps des nombres complexes. [Boua, delbe006, p. 7]

À la suite de ce congrès, Henri Cartan s'engage à fournir un rapport sur la partie algébrique du chapitre *multiplication extérieure, déterminants, formes de Pfaff.* : c'est le développement d'une partie qu'il a ajoutée à son cours de CDI de 1934–1935. Les numéros 2 et 3 du journal de Bourbaki précisent qu'il n'a pas encore commencé cette rédaction et il n'est plus question de cet engagement jusqu'à la guerre.

Henri Cartan propose [43], dans le *journal de Bourbaki* du 15 décembre 1935, de parler de groupe juste après le chapitre des ensembles et avant d'aborder l'algèbre : « Un corps serait ensuite défini comme un ensemble qui est groupe de deux façons différentes. » Il propose un nouveau programme et donne quelques détails sur la manière de faire [44]. À propos de l'algèbre, le congrès de l'Escorial se focalise sur l'*algèbre extérieure*. Cependant, Liliane Beaulieu note :

> La fiche d'assignations pour l'année 1936–1937 indiquait qu'un nouveau plan d'algèbre vit le jour à l'Escorial. L'algèbre était maintenant subdivisée en deux volets : le premier comprenait les lois de composition (adjonction et groupes) et les polynômes ; le deuxième rassemblait l'algèbre linéaire, l'algèbre extérieure et l'algèbre tensorielle. C'était, en gros, le plan de Besse pour l'algèbre proprement dite dont étaient exclus définitivement la théorie des ensembles et les nombres réels. Deuxième point à souligner : on semblait accorder maintenant une plus grande place au concept de groupe en l'incluant explicitement dans la première section sur les lois de composition, faisant suite à la proposition antérieure de Cartan. De plus – innovation marquante – l'algèbre extérieure était ajoutée à l'algèbre linéaire et

43. Il transmet le document [Boua, delms005] à Jean Delsarte qui l'incorpore dans le *journal de Bourbaki*.

44. Voir [Boua, delms005], [Boua, deljb002, pp. 3–4] et [Bea89, pp. 333–334] pour plus de détails. Le programme qu'il propose pour arriver à la notion de groupe n'est pas repris par la suite, ni dans le cadre du projet collectif, ni dans celui de son cours de CDI de 1939–1940.

> l'algèbre tensorielle gagnait en importance puisque tout un chapitre devait lui être consacré. Ainsi l'algèbre de Bourbaki se détachait-elle des nombres réels et complexes pour s'orienter vers des considérations purement algébriques. Par ailleurs, il était entendu que, désormais, la théorie des ensembles allait se détacher de l'algèbre pour former un tout avec la logique et faire l'objet d'un exposé plus élaboré. [Bea89, p. 338]

Le chapitre 1 de l'algèbre, où doit être présentée la notion de corps, n'est pas réellement modifié jusqu'au congrès de Dieulefit en 1938. Le plan établi après ce congrès [45] change l'organisation générale du livre prévu sur l'algèbre. Les corps font toujours partie du premier chapitre, mais, d'après ce plan, les groupes ne seraient développés que dans le deuxième. Les modules y sont mentionnés pour la première fois [46].

Jean Dieudonné est chargé de fournir une version presque-définitive du premier chapitre à l'issue du congrès. Seules deux rédactions du chapitre 1 d'algèbre sont actuellement conservées dans les archives Bourbaki : elles semblent toutes les deux postérieures au congrès de Dieulefit. Jean Dieudonné annonce être en train de rédiger une « $2^{\text{è}}$ version du ch.I (Lois de composition) » dans le premier numéro de la tribu, le 15 mars 1940 ; celui-ci « est à la polycopie » le 15 septembre 1940 [47]. La rédaction [48] est globalement rejetée lors du congrès de Clermont de décembre 1940 [49]. Un groupe y est défini par rapport à une loi de composition associative [50] et la notion de corps n'y figure pas.

Suite au rejet de l'ancienne rédaction, un nouveau plan est alors proposé : André Weil est chargé de cette rédaction. Le 15 octobre 1941, il est annoncé dans le numéro 7 de *la Tribu* :

> La nouvelle rédaction Weil du chap.I est très avancée : les 2/3 sont actuellement au tirage , le reste est attendu sous peu ; elle devrait pouvoir être discutée au prochain Congrès ,en vue de publication immédiate . [Boua, nbt008]

Ce chapitre, renommé *structures algébriques*, est publié en 1942 et n'est ensuite plus discuté avant quelque temps : il correspond à la rédaction d'André Weil [51]. Son plan est le suivant :

1. Lois de composition interne ; associativité ; commutativité
2. Élément neutre ; éléments réguliers ; éléments symétriques
3. Lois de composition externes
4. Relations entre lois de composition
5. Groupes et groupes à opérateurs
6. Groupes de transformations
7. Anneaux et anneaux à opérateurs
8. Corps

---

45. Voir [Boua, deldi008, p. 5].
46. Voir [Bea89, p. 341] pour une description plus précise.
47. Voir, respectivement, [Boua, nbt002 et nbt004].
48. Il s'agit vraisemblablement de [Boua, iencr041].
49. Voir [Boua, nbt005 et nbt006].
50. Voir [Boua, iencr041, p. 24].
51. Voir [Boua, iencr040].

Les groupes sont définis de façon équivalente à la rédaction précédente [52]. La définition des corps est : « On dit qu'un anneau K est un corps si l'ensemble des éléments $\neq 0$ de K est un groupe pour la loi induite par la multiplication de K [53]. » La proposition d'Henri Cartan de décembre 1935 n'est donc que partiellement adoptée : la notion d'anneau est utilisée alors qu'il ne proposait que de les définir comme un ensemble qui est groupe de deux façons différentes.

À l'issue de son analyse jusqu'au congrès de Dieulefit, Liliane Beaulieu conclut :

> Ainsi, non seulement l'algèbre grandit-elle en taille et en précision mais, dans le traité de Bourbaki, elle devint une théorie en elle-même, exposée pour son intérêt et sa valeur propre. Ceci n'entrait pas en contradiction avec l'idée que l'algèbre devait servir aux autres sujets du traité : bien au contraire, l'algèbre en devenait la cheville ouvrière, la méthode maîtresse : avec cette algèbre le traité de Bourbaki pouvait s'algébriser. [Bea89, p. 342]

Cette conclusion est particulièrement intéressante puisqu'Henri Cartan et René de Possel vont adopter exactement le même point de vue pour leurs cours de CDI, comme je l'analyse dans le chapitre suivant.

10.2.3 La topologie

Au congrès de Besse, la topologie n'est pas l'objet d'importantes discussions : Claude Chevalley en fait une présentation [54] et un plan très succinct est élaboré [55]. Ce dernier est reproduit dans l'illustration 10.1. Il est, en particulier, souhaité de donner trois définitions en cercle des fonctions continues et trois définitions pour les espaces compacts. D'autre part, il est mentionné, à la fin, « théorie des espaces de Banach », alors que l'appellation « espaces vectoriels normés complets » continue à être utilisée, voire à prévaloir, pendant quelque temps. À la suite du congrès, André Weil et René de Possel doivent faire un rapport sur la topologie [56].

Le premier *journal de Bourbaki* rappelle qu'André Weil et René de Possel sont engagés, suite au congrès de Besse, à faire un rapport de topologie. Dans le deuxième numéro du *journal de Bourbaki*, daté du 15 décembre 1935, il est indiqué que « *WEIL* n'a pas encore commencé la rédaction sur la topologie. Il consacre une partie de son temps à penser que le livre de Hopf. Alexandroff ; (édition jaune), de parution fort prochaine, nous épargnera une mise au point délicate [57]. » L'engagement de René de Possel à ce propos n'est pas rappelé. En effet, si aucun document des archives Bourbaki ne peut correspondre à ce rapport, celui-ci est, en fait, visiblement, un exposé au séminaire Julia qu'il donne le 18 novembre 1935 [58].

Un témoignage de Gustave Choquet corrobore le fait que cette séance du séminaire peut être considérée comme un rapport de topologie pour Bourbaki [59]. La version écrite de l'exposé de

52. Voir [Bou42a, p. 64].
53. Voir [Bou42a, p. 139].
54. « Chevalley accouche avant terme d'une foeutus [*sic*] de topologie mal venu. Il est soigné avec empressement. », [Boua, delbe005].
55. Liliane Beaulieu en fait une analyse, voir [Bea89, pp. 254-258].
56. Voir [Boua, delbe003 et delbe004].
57. Voir [Boua, jdb002].
58. Voir [Aud14b, exposé 3-A].
59. « [...] de Possel avait fait un exposé qui mélangeait un peu les extensions des notions d'espaces topologiques données à l'étranger (en Allemagne en particulier) et également ce qui avait été écrit par Fréchet dans son livre

Illustration 10.1 – Plan pour le début de la topologie [Boua, delbe007]

ESPACES TOPOLOGIQUES.

Ensembles ouverts.

Intérieurs. Frontière. Extérieur. Notion de fermeture (point de la fermeture de A = point voisin de A).
Sous-ensembles : topologie induite.

Voisinages ; - familles équivalentes.

Produits d'espaces topologiques.

Fonctions continues, 3 définitions en cercle : a) p voisin de A ⟶ f(p) voisin de f(A) ; b) Si V ouvert ⊃ f(p), il y a U ouvert ⊃ p tel que f(U) ⊂ V ; - c) Si V ouvert, f^{-1}(V) ouvert.

Espaces séparables normaux = métrisables séparables.

Métrique ⟶ topologique.

Espaces compacts, 3 définitions : a) par l'intersection d'ensembles fermés, b) par Borel-Lebesgue, c) par les limites de suites.

Ensembles compacts / compact fermé.

René de Possel sur les *espaces topologiques* suit essentiellement le plan de Besse sur ce sujet [60]. De plus, l'exposé présente bien trois définitions en cercle des fonctions continues :

C.1 $f(p)$ est continue si, p étant un point adhérant à A, $f(p)$ est adhérent à $f(A)$.

C.2 [qualifiée de « définition classique »] Si V est un ensemble ouvert de $\mathfrak{F}$ contenant $f(p)$, il y a un ensemble ouvert U contenant p tel que $f(U) \subset V$.

C.3 Si V est un ensemble ouvert, $f^{-1}(V)$ est ouvert. [Aud14b, exposé 3-A, p. 4]

Il donne également trois définitions des espaces compacts, en suivant la requête du plan de Besse, même s'il appelle alors ces espaces « bi-compacts [61] ».

Dans les bulletins suivants, André Weil signale la parution du livre d'Hopf-Alexander, puis qu'il commence à rédiger son rapport. Le cinquième numéro du *journal de Bourbaki*, daté du 25 mars 1936, qui fait office de compte rendu des réunions du 22 et 23 mars, rapporte que celles-ci ont principalement été consacrées à des discussions sur le rapport d'André Weil sur la topologie ; celui-ci ne fait visiblement pas partie des archives Bourbaki. Le compte rendu de la réunion du 6 juillet 1936 annonce qu'André Weil doit préparer une rédaction de la première partie de la topologie pour le congrès suivant.

Cette rédaction donne trois définitions équivalentes de la continuité d'une fonction [62]. La définition d'un espace complet repose sur les axiomes d'une distance : « Un espace est dit *complet*

sur les espaces abstraits. Bon, alors je me souviens que quelques membres de Bourbaki étaient intervenus en manifestant qu'ils n'étaient pas très satisfaits non pas sur la nature de l'exposé mais sur l'état de la notion d'espace topologique, voilà ! », voir [Aud14b, p. 79].

60. Plus précisément : définition des espaces topologiques à partir des ensembles ouverts, intérieur, extérieur, frontière, adhérence/fermeture, sous-ensembles et topologie induite, produit topologique, fonctions continues, compacité/bicompacité/limites, familles d'espaces topologiques, systèmes de voisinages, théorèmes de métrisation.

61. Voir [Aud14b, exposé 3-A, p. 6]. Pour plus d'informations sur l'utilisation des termes « compact » et « bi-compact », voir [Bea89, pp. 349-350 et 357].

62. Voir [Boua, iencr003, pp. 14–15].

si l'on y a défini une distance satisfaisant les axiomes I à IV et au suivant : V. Toute suite de Cauchy est convergente [63]. » Pour les espaces compacts, c'est la même chose, mais l'axiome a ajouter est le suivant : « V. Dans toute famille d'ensembles ouverts dont la réunion est E, on peut trouver des ensembles en nombre fini qui aient encore E pour réunion [64]. » André Weil donne ensuite plusieurs caractérisations des ensembles compacts et revient également sur des résultats qu'il énonce plus tôt dans la rédaction. Les discussions lors du congrès de l'Escorial [65] n'apportent pas de changement majeur à la rédaction d'André Weil. Szolem Mandelbrojt est alors chargé de faire une nouvelle rédaction [66].

Le huitième numéro du *journal de Bourbaki*, daté du 16 février 1937 annonce que « *MANDELBROJT.* - a beaucoup réfléchi à sa rédaction de la topologie, compte la commencer incessamment et en avoir fait 50% pour le 15 avril [67]. » Le journal suivant du 16 mars 1937 émet l'ordre à Szolem Mandelbrojt de finir la rédaction définitive de topologie pour juillet, en vue de publication pour l'année 1938. La rédaction [68] suit le plan établi à l'Escorial et les notations employées dans le compte rendu du congrès de Chançay suggèrent que c'est bien sur cette rédaction que sont fondées les discussions de ce congrès. La définition d'une fonction continue de cette rédaction s'éloigne de celle d'André Weil :

> La notion de *fonction continue* est une des plus importantes de l'analyse. Ce sont les fonctions qui réalisent une certaine correspondance, que nous définirons dans un instant, entre la topologie de l'espace où la fonction est définie, d'une part, et celle de l'espace où elle prend ses valeurs, d'autre part. La définition d'une fonction continue constitue en réalité une relation entre la fonction et les voisinages (et par conséquent les ensembles ouverts) des deux espaces : E où elle est définie et E' où elle prend ses valeurs ; de sorte que deux de ces trois notions étant définies, la troisième l'est également : il nous arrivera, plus tard, de définir la topologie dans E ou dans E', en cherchant à rendre continue une fonction (ou une famille de fonctions) lorsque la topologie dans E' ou E est connue.
>
> Voici la définition d'une fonction continue :
>
> *Soit f une fonction définie dans un espace topologique E et prenant ses valeurs dans un espace topologique E'. Cette fonction est continue au point p de E si, à tout voisinage V' du point $p' = f(p)$ dans E' correspond un voisinage V du point p dans E tel que*
>
> $$f(V) \subset V',$$
>
> *ce qu'on peut encore écrire sous la forme suivante :*
>
> $$f^{-1}(V') \supset V.$$
>
> *La fonction f est dite continue dans E si elle l'est en tout point de E.*
>
> [Un passage sur la notion de limite qui fait ensuite le lien avec la proposition suivante.]

63. Voir [Boua, iecnr003, p. 23].
64. Voir [Boua, iecnr003, p. 65].
65. Voir [Boua, deles003 et deles004].
66. Voir [Boua, deles010].
67. Voir [Boua, deljb009].
68. Voir [Boua, iecnr022].

> *Proposition 1. Pour que la fonction f définie dans l'espace E soit continue au point p de E, il faut et il suffit que cette fonction admette en p une limite égale à $p' = f(p)$.* [Boua, iecnr022, pp. 17–19]

De même pour les espaces complets : « Un espace uniforme est dit *complet* si toute famille de Cauchy [69] y est convergente [70]. » Les espaces compacts ne sont pas mentionnés dans cette rédaction.

Les discussions sur la topologie à Chançay apportent quelques changements et la rédaction d'André Weil semble plus considérée que celle de Szolem Mandelbrojt, par exemple pour la définition des fonctions continues [71]. Parmi les desiderata figure le souhait d'une nouvelle caractérisation des compacts à l'aide des suites généralisées [72]. Ce congrès voit également la création des filtres par Henri Cartan [73] : les familles de Cauchy sont alors directement remplacées par les « suites boumiques de Cauchy [74] » qui vont rapidement prendre le nom de « filtre de Cauchy ». C'est Jean Dieudonné qui est ensuite chargé de faire une nouvelle rédaction de la topologie [75].

Au congrès de Dieulefit, Jean Dieudonné est chargé de faire une rédaction « presque définitive » du chapitre 1 et des nouveautés des chapitres 2 à 7 de topologie générale ; le plan de la topologie de ce congrès indique que les deux premiers chapitres sont ou seront en état 3. Je suppose que l'état 2 est rédigé entre le congrès de Chançay et celui de Dieulefit, et que l'état 3, qui est presque identique au livre publié [76], est rédigé ensuite.

L'état 2 donne toujours trois définitions équivalentes de la continuité d'une fonction. La définition d'un espace complet, dans le cadre des espaces uniformes, est fondée sur la notion de filtre de Cauchy. Des ensembles compacts sont mentionnés et les passages renvoient à la définition dans la section 10 du chapitre 1, mais les pages correspondantes, 74 à 93, sont manquantes [77].

La définition d'une fonction continue est modifiée et épurée dans l'état 3 puis le livre publié, mais les trois définitions équivalentes sont conservées. Les pages 55 à 88 de l'état 3 sont manquantes, elles correspondent aux pages 39 à 63 de [Bou40] [78]. C'est dans celles-ci que la définition d'un espace compact est donnée. Dans le livre publié, un espace E est dit compact s'il est séparé et s'il vérifie un des quatre axiomes équivalents, l'équivalence entre ces axiomes étant démontrée :

— (C). *Tout filtre sur E possède au moins un point adhérent.*

69. La définition d'une « famille de Cauchy » est quasiment la même que celle donnée par André Weil dans son article [Wei36]. Ce dernier explique d'ailleurs dans une note de cet article que cette notion a déjà été définie par John Von Neumann dans [von35]. À Chançay en 1937, les familles de Cauchy deviennent les filtres de Cauchy.
70. Voir [Boua, iecnr022, p. 73].
71. Voir [Boua, delch004].
72. Voir [Boua, delch007].
73. Voir [Boua, delch010].
74. Voir [Boua, delch005].
75. Voir [Boua, delch001].
76. Cela va jusqu'à la présence de figures.
77. Voir, respectivement, [Boua, iecnr024, p. 14, p. 111 et 126]. Pour des raisons inconnues, ce document ne figure pas sur le site des archives Bourbaki, mais est disponible à l'adresse `http://sites.mathdoc.fr/archives-bourbaki/PDF/021_iecnr_024.pdf`.
78. Il y a des différences notables dans les deux parties de ces passages qui se recoupent : la page 54 de [Boua, iecnr025] continue sur une sous-section sur les *espaces réguliers* tandis que le livre publié présente des exemples et continue par une section sur *les deux méthodes générales de définition d'une topologie*.

— (C′). *Tout ultrafiltre sur E est convergent.*
— (C″) *Toute famille d'ensembles fermés dans E, dont l'intersection est vide, contient une sous-famille finie, dont l'intersection est vide.*
— (C‴) (axiome de Borel-Lebesgue) *Tout recouvrement ouvert* (c'est-à-dire formé d'ensembles *ouverts*) *de E contient un recouvrement fini de E.*

Comme pour l'état 2, la définition d'un espace complet est donnée à l'aide de la convergence des filtres de Cauchy.

La topologie est un sujet qui progresse rapidement au regard des autres avancées du collectif. Les notions à aborder et la façon de le faire ne semblent pas poser de difficulté majeure au sein du groupe. L'expérience des membres de Bourbaki dans ce domaine, les publications contemporaines et l'adoption de ce thème pour le séminaire Julia de 1935–1936 facilitent indéniablement le travail collectif sur ce sujet. Cela n'empêche pas les membres du groupe de faire évoluer ce domaine dans le cadre du projet rédactionnel, par exemple avec l'introduction des filtres.

10.2.4 Présentation des réels

La troisième réunion proto-bourbachique donne lieu à une proposition de présentation axiomatique des nombres réels. Cela est réalisé dans un *essai (pour 1935-36) d'une méthode d'exposition des nombres réels* d'Henri Cartan qui commence par :

> *Axiome I.* – Ils forment un *corps*. D'où élément *zéro*, élément *un*, nombres entiers (sans insister !)
>
> *Axiome II.* – Ce corps est *ordonné* (théorème $1 > 0$) D'où théorie des *valeurs absolues.*
>
> De l'*ordonnance* résulte la notion de *limite*. Une même suite ne peut pas tendre vers 2 limites différentes. Théor. sur sommes et prod. de limites.
>
> *Axiome III.* – Toute suite monotone et bornée tend vers une limite. [Aud14a, 3.08]

Cette liste, qui est dans la continuité de ses plans de présentation générale des nombres réels [79], préfigure très certainement celle qui est établie lors du congrès de Besse : « 1) corps 2) ordonné 3) archimédien 4) complet [80] ». Quelques autres notions à présenter dans cette partie sont également mentionnées, mais de façon très succincte. Jean Dieudonné a la charge de rédiger cette partie à la suite du congrès.

La veille de la réunion du 16 décembre 1935, le *journal de Bourbaki* annonce que Jean Dieudonné « est arrivé au tiers de la rédaction "des nombres réels et complexes". Optimiste il affirme qu'il pourra offrir en libations, le 16 Décembre, la rédaction complète à la matérialisation bourbachique [81]. » Il transmet effectivement sa rédaction à ce moment-là, comme le confirme le *journal de Bourbaki* suivant, du 15 janvier 1936. Dans ce même journal, il est écrit que Jean Dieudonné « communique quelques rédactions et addenda pour sa rédaction des nombres réels [82]. » De plus, André Weil déclare qu'il faut modifier cette rédaction afin de la mettre en

79. Voir la sous-section 9.3.1 pour 1933–1934 et la 9.4.2 pour 1934–1935.
80. Voir [Boua, delbe006, p. 23].
81. Voir [Boua, deljb002].
82. Voir [Boua, deljb003].

accord avec les chapitres de topologie.

Cette rédaction des nombres réels, qui n'est visiblement pas dans les archives Bourbaki, est de nouveau discutée lors des réunions des 22 et 23 mars 1936. En l'absence d'Henri Cartan, les membres présents se mettent d'accord sur la proposition de Jean Delsarte qui souhaite inclure les nombres réels dans la topologie. Mais cela n'est pas encore fixé : « Arrivée de CARTAN. Il profite traitreusement de l'absence de DELSARTE pour changer l'opinion générale sur la place des nombres réels [83]. » Finalement, la place des nombres réels est de nouveau débattue un peu plus tard et il est décidé de faire cette théorie avant la topologie. Lors de la réunion du 6 juillet 1936, André Weil est chargé de faire un rapport sur le chapitre I de la rédaction de Jean Dieudonné sur les nombres réels qui doit fusionner avec la topologie. Il va au-delà d'un simple rapport, car sa première rédaction sur la topologie prend en compte ce qui a été dit pendant ces réunions : les nombres réels sont présentés au début, dans la quatrième section, juste après quelques notions de topologie. Le plan est donné au début de la rédaction : « Définition, p. 25. Ils forment un corps, p. 26–27. Nombres réels comme ensemble ordonné, p. 28. Axiome d'Archimède (comme théorème), p. 29. L'ensemble des nombres réels est complet, p. 30 [84]. » La définition du corps des nombres réels est faite en complétant le corps, appelé R, des nombres rationnels, à l'aide des nombres irrationnels. Dans cette rédaction comme dans le reste des archives Bourbaki, la notion de coupure n'est jamais mentionnée.

Lors du congrès de l'Escorial un nouveau plan est décidé pour la topologie. Les nombres réels sont déplacés deux sections plus loin que dans la rédaction d'André Weil, car une section *suites et séries*, et une autre *espaces uniformes*, sont ajoutées. De plus, le plan de la section est également changé, car les espaces complets sont traités dans la section précédente et il est proposé de commencer les nombres réels par « Ordre. Inégalité. Archimède. Valeur absolue [85]. »

La rédaction suivante, de Szolem Mandelbrojt, respecte le plan de l'Escorial. Les nombres réels sont introduits pour la première fois comme l'espace complété R des nombres rationnels E^1 [86], dans la deuxième section, sur les *espaces complets*, du chapitre II. Le chapitre 3, qui s'ouvre par une section sur les *nombres réels*, commence par « L'espace R, la droite numérique, joue un rôle particulièrement important dans l'Analyse, il importe par conséquent, d'indiquer ses propriétés. Nous commençons par démontrer que *cet ensemble est ordonné* [87]. » Après avoir fait cela, il présente la propriété d'Archimède des réels dans un théorème [88], présente la valeur absolue puis les intervalles et donne quelques résultats, démontre que l'ensemble des nombres réels n'est pas dénombrable, présente les bornes et quelques autres résultats, donne des propositions sur les intervalles connexes, puis démontre le théorème des valeurs intermédiaires et celui de Bolzano-Weierstrass [89]. La rédaction s'arrête sur ce résultat.

Les nombres réels ne sont pas mentionnés dans les bulletins suivants de Bourbaki, jusqu'à la guerre. Au congrès de Chançay, Claude Chevalley est en charge du chapitre 3 et des suivants de la topologie, donc de celui sur les nombres réels. Un nouveau plan est donné : il reprend

83. Voir [Boua, deljb005].
84. Voir [Boua, iecnr003, p. 12].
85. Voir [Boua, deles003].
86. Voir [Boua, iecnr021, pp. 84-85].
87. Voir [Boua, iecnr021, p. 102].
88. « Quel que soit le nombre réel x, il y a un entier positif n supérieur à x », [Boua, iencr021, p. 105].
89. Il n'est pas nommé et est donné sous la forme « Tout ensemble infini borné possède au moins un point d'accumulation », [Boua, iecnr021, p. 115].

essentiellement la rédaction de Szolem Mandelbrojt pour les parties qui ont été rédigées, puis propose de continuer avec les suites et fonctions monotones. Les propriétés de corps des nombres réels sont dans la section suivante, qui est la troisième [90].

La seule autre rédaction sur les nombres réels dans les archives Bourbaki suit le plan établi lors du congrès de Dieulefit, donné ci-dessous, et c'est Jean Dieudonné qui doit en présenter une rédaction presque définitive [91]. Le premier chapitre, sur les *groupes topologiques*, dont Claude Chevalley avait la charge, paraît avoir été discuté lors de ce congrès puisque le nouveau plan de ce chapitre semble faire référence à une rédaction de Claude Chevalley [92]. Il n'y a cependant pas d'indication pour les chapitres suivants. On peut donc supposer que la dernière rédaction des archives [93] est écrite par Jean Dieudonné suite au congrès de Dieulefit, mais il n'a pas été possible de déterminer s'il y a eu une autre version entre celle de Szolem Mandelbrojt et celle-ci. Cette version ne correspond pas non plus exactement à celle publiée en 1942. Cependant, la définition des nombres réels et du corps des réels de cette rédaction est presque identique à celle de la version imprimée. En tous cas, les observations d'Henri Cartan et les contre observations de Jean Dieudonné dans le premier numéro de *la Tribu* [94] sont sur cette rédaction, qui est donc rédigée et circule avant le 15 mars 1940. Henri Cartan écrit à André Weil, le 12 février 1940, qu'il a « une correspondance considérable au sujet de Bourbaki, qui ne semble pas mort [95]. » S'il précise ensuite qu'ils discutent surtout des espaces linéaires, ils abordent certainement aussi la topologie. Il est donc possible qu'Henri Cartan ait déjà lu cette rédaction avant de préparer son cours de CDI de 1939–1940, sans pour autant pouvoir l'affirmer en l'absence de la correspondance entre Henri Cartan et Jean Dieudonné [96]. Dans tous les cas, les remarques d'Henri Cartan sont sur des détails de présentation ou de démonstration.

Le plan adopté au congrès de Dieulefit pour le chapitre IV de topologie qui contient les nombres réels est :

1. Groupes ordonnés (archimédiens, complets, localement compacts).
2. Nombres réels. Intervalles, système fondamental dénombrable de voisinages, représentation a-male, parties connexes, borne supérieure, fonctions monotones, homéomorphisme des intervalles, intervalles non empiétants, structure de ouverts.
3. Multiplication.
4. Droite achevée, calcul de l'infini [97].
5. Fonctions numériques : Weierstrass, maximum atteint, lim. sup. et lim. inf., semi-continues, discontinuités des monotones. [Boua, deldi008, pp. 6–7]

Ce nouveau plan qui place les groupes ordonnés avant les nombres réels est réalisé dans la rédaction suivante [98]. La définition de ces derniers dans la deuxième section est équivalente à

90. Voir [Boua, delch008].
91. Voir [Boua, deldi001].
92. Voir [Boua, deldi008].
93. Voir [Boua, iecnr027].
94. Voir [Boua, nbt002].
95. Voir [Aud11, p. 41].
96. Qui n'est pas accessible pour le moment.
97. Voir [Boua, deldi003].
98. Voir [Boua, iencr027]

celle de la rédaction de Szolem Mandelbrojt ainsi que celle du livre publié collectivement [99]. Cette rédaction n'est cependant pas la dernière puisque le plan du chapitre sur les nombres réels de la version publiée est encore différent. Il commence en effet par :

1. Définition des nombres réels
2. Propriétés topologiques fondamentales de la droite numérique
3. Le corps des nombres réels
4. La droite numérique achevée

La présentation et certains arguments sont également modifiés. En l'absence de compte rendu sur les discussions entre la dernière rédaction présente dans les archives Bourbaki et le livre publié, il est difficile d'en interpréter les raisons.

La présentation et la place des nombres réels sont modifiées à plusieurs reprises. Les membres du groupe ont des avis divergents sur ces questions et différents essais sont tentés. Ces travaux se situent dans la prolongation des premières modifications d'Henri Cartan pour son cours de CDI. L'importance de ce prérequis, la façon de l'aborder et les notions qui y sont liées nécessitent des efforts importants pour l'incorporer au mieux dans des travaux plus larges, comme un cours de CDI ou un traité de mathématiques.

10.2.5 Équations différentielles, système de Pfaff et calcul des variations

Les équations différentielles sont abordées lors de plusieurs réunions proto-bourbachiques. Cela permet de rassembler un certain nombre de notions à présenter, sans avoir pour autant un plan fixé. La sous-commission des équations différentielles de Besse, composée de Jean Coulomb, Jean Dieudonné et André Weil ne va pas beaucoup plus loin. Dans le résumé des travaux de ce congrès fondateur, il est indiqué :

> Le [14 au] soir, la commission des équations différentielles réussit rapidement à ne plus rien comprendre à la question et se sépare. Weil abandonné par ses co-commissaires reste seul en face d'un comité légèrement avachi. Le rapport est adopté à 50% ; le reste, insuffisamment mûri, est laissé aux bons soins des rédacteurs futurs. Il est décidé de reléguer les équations à coefficients constants dans une partie préalable ; et de créer une section "Méthodes de Cartan (père)" où iront entre autres la mécanique analytique, etc. (v. dossier). [Boua, delbe005, p. 5]

La troisième version du rapport qui est issue des travaux de Besse est plus un programme qu'un plan [100]. Les trois premières parties, qui forment certainement l'ensemble adopté par l'assemblée, permettent cependant d'affirmer qu'ils souhaitent traiter le point de vue local, avant d'aborder celui global. Dans les deux cas, les théorèmes d'existence doivent être donnés au début [101].

Bien qu'il ne soit pas chargé de cette partie pour Bourbaki, Henri Cartan enseigne un complément de CDI sur les équations différentielles en 1935–1936. Il s'est visiblement inspiré du

99. Voir [Bou42b, p. 65].
100. Voir [Boua, delbe011, pp. 7-10].
101. Pour plus de détails, voir [Bea89, pp. 270-274].

rapport de Besse, sans pour autant avoir cherché, ou réussi, à intégrer toutes ses préconisations, comme le montre le plan du syllabus de cet enseignement [102] :

Section	Sous-section
Théorèmes d'existence pour syst. dif. du 1^{er} ordre	Equation résolue $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(x, y)$
	Méthode de Picard
	Cas des variables complexes
	Dével. en série
	Prolongement des intégrales
	Cas d'un pt sing. pour $f(x, y)$
Systèmes d'ordre > 1	
Eq. linéaires	Théor. d'existence
	Syst. homogènes. Sol. fondamentales et réduction
	Syst. non homogènes
	Une éq. linéaire d'ordre n
	Eq. sans 2^{d} membre
	Equations à coef. c^{ts}. Une éq. homog. d'ordre n
	Eq. avec 2^{d} membre
	Syst. à coef. c^{ts}
	Eq. se ram. aux coef^{ts} c^{ts}
Etude globale complexe	
	Cas d'un pt sing. isolé
	Th. de Fuchs
Etude globale réelle (sommaire)	
Eq. qui se ram. aux éq. lin.	
Systèmes de Pfaff	
	Applic.
	Systèmes compl. intégrables
	Syst. associé à 1 syst. de Pfaff
	Conditions d'intégrabilité complète
	Théor. de Frobenius
Relation entre la théorie des groupes	
[et l'intégration des syst. de Pfaff]	Groupes à 1 param.
	Syst. de Pfaff invariant par 1 transf.
	Cas d'1 syst. compl. intégrable
	Cas où l'on con. r ($r > p$) tf. inf.
Eq. aux dér. partielles linéaires du 1^{er} ordre	Rappel
	Cas général
	Ex. du cas $ap + bq = c$
Eq. aux dér. partielles non linéaires du 1^{er} ordre	
	Recherche de Σ
	Interpr. géom.
	Problème de l'intégration

Il ne semble pas que ce cours ait directement servi au travail bourbachique. Il n'est en tout cas mentionné nulle part dans les archives du groupe et ne correspond à aucun plan ou

102. Voir [Aud14a, 3.406].

rédaction non plus. C'est Claude Chevalley qui est chargé de faire une rédaction sur les équations différentielles après le congrès de Besse [103]. Au 15 janvier 1936, il n'a toujours rien commencé pour cette rédaction [104] et celle-ci n'est plus mentionnée jusqu'au congrès de l'Escorial.

Les équations différentielles ne sont pas dans le programme prévisionnel de l'Escorial [105]. Cependant, plusieurs rapports ont été classés comme faisant partie de ce congrès. Tout d'abord, dans la répartition fixée à l'Escorial, le groupe dans son ensemble est engagé pour s'occuper de ce sujet : des parties sont réparties entre chacun des membres [106]. Ces plans généraux ont été envoyés en octobre et sont précisés par une autre circulaire [107]. Cette dernière rappelle d'ailleurs, à propos des équations différentielles, que « les projets sommaires prévus dans la répartition générale doivent être prêts pour la prochaine réunion de Décembre ». Cela est confirmé par le sixième numéro du *journal de Bourbaki*, daté du 27 novembre 1936, qui fixe la réunion au 14 décembre et rappelle la partie qui incombe à chacun. Ces documents [108] n'ont donc pas été produits au congrès de l'Escorial, mais ont servi pour cette réunion, comme le confirme le compte rendu de celle-ci [109]. Une nouvelle répartition avec un rendu en juin est fixée à la suite de la réunion. Les équations différentielles ne sont alors plus mentionnées jusqu'au congrès de Dieulefit. Il est alors seulement indiqué que « Cartan fera les théorèmes d'existence pour les équations différentielles ordinaires et les systèmes complètement intégrables. (cas régulier, existence locale) [110]. » Il n'y a plus de discussion sur les équations différentielles jusqu'au congrès de Nancy du 27–30 octobre 1949. Pour cette date, il est demandé [111] d'apporter la rédaction du chapitre correspondant (livre IV, chapitre V) en état 2. Il n'a pas été possible de déterminer quand cet état 2, ni même l'état 1 [112] ont été rédigé, ni par qui.

Henri Cartan n'est pas mentionné dans la répartition suite à la réunion du 14 décembre 1936 alors qu'il avait déjà travaillé la question pour son cours sur ce sujet en 1935–1936. De plus, il donne encore un cours sur les équations différentielles en 1937–1938. Le titre du syllabus [113] précise bien « éq. différ. sans théor. d'existence ». Le plan de celui-ci est le suivant :

Section	Sous-section
Eq. différ	
	Syst. homogène $\vec{b} = 0$
	Syst. non homogènes
	Une éq. linéaire d'ordre n
Eq. lin. à coef. constants [114]	(Syst. homogènes. Sol. fondamentales et réduction)
	(Syst. non homogènes)
	(Une éq. linéaire d'ordre n)

103. Voir [Boua, dejb001].
104. Voir [Boua, deljb003].
105. Voir [Boua, deles001].
106. Voir [Boua, deles010].
107. Voir [Boua, deles008].
108. Voir [Boua, deles011–016].
109. Voir [Boua, deljb008].
110. Voir [Boua, deldi008].
111. Voir [Boua, hcdk004].
112. Voir respectivement [Boua, iecnr100 et iecnr014].
113. Voir [Aud14a, 3.404].
114. Il est écrit « Cf notes de 1935–1936 ». J'ai donc recopié les sous-sections de cette section entre parenthèses et en enlevant la sous-section sur les théorèmes d'existence.

(Eq. sans 2^d membre)
(Equations à coef. c^ts. Une éq. homog. d'ordre n)
(Eq. avec 2^d membre)
(Syst. à coef. c^ts)
(Eq. se ram. aux coef^ts c^ts)

Systèmes de Pfaff

Cas $p = n - 1$
Syst. compl. intégrables
Théor. de Frobenius

Transf. infin. et syst. de Pfaff

Eq. aux dér. part. linéaires du 1^er ordre

Exemples simples pour 1 éq. à 1 f. inc. z de 2 var. x et y

Comme pour son cours précédent sur ce sujet, il semble qu'Henri Cartan travaille ces enseignements en parallèle du projet rédactionnel. Ils sont proches des discussions du groupe sur les équations différentielles, mais ressemblent à des synthèses personnelles plutôt qu'à des avancées prévues et concrètes pour le travail collectif. Ces travaux personnels, en plus de s'intégrer dans ce cas dans une partie de son service d'enseignement, aboutissent parfois à des remarques ou propositions particulières, par exemple sur la façon d'aborder les concepts en algèbre en 1935 [115]. C'est certainement dans cette continuité qu'il doit faire les « théorèmes d'existence » à la suite du congrès de Dieulefit.

Les systèmes de Pfaff et le calcul des variations sont parfois mentionnés dans différents plans, surtout lors des premières réunions, mais il ne semble pas avoir été le sujet de discussions approfondies. À la suite du congrès de Besse, Henri Cartan est chargé de faire un rapport sur le calcul des variations [116] et c'est toujours le cas après le congrès de l'Escorial, en plus des systèmes de Pfaff [117]. Ces choix peuvent être motivés par deux raisons : ou bien parce qu'Henri Cartan doit présenter des exposés sur ce sujet au séminaire Julia en 1936–1937 [118], ou bien car les engagements d'Henri Cartan pour Bourbaki influencent ses choix de cours complémentaires de CDI, comme pour celui sur le calcul des variations cette même année [119]. Dans tous les cas, Henri Cartan n'étant pas présent à ce congrès, il a pu communiquer cela à André Weil ou un autre membre de Bourbaki, ou bien les personnes présentes lui confient d'office cette tâche. La date limite indiquée pour l'accomplissement de cet engagement, le 1^er mars 1937, permet à Henri Cartan de faire ces trois tâches en parallèle. Cependant, le rapport sur les systèmes de Pfaff et le calcul des variations n'est plus mentionné par la suite. En 1937–1938, son cours complémentaire de CDI aborde également les systèmes de Pfaff [120]. Ces cours et exposés ne donnent pas lieu, du moins directement, à des rapports ou rédactions conservées dans les archives Bourbaki ; comme pour les équations différentielles, ils peuvent être des travaux personnels qui sont parallèles au

115. Voir la sous-section 10.2.2. C'est un cas révélateur, puisqu'il envoie le document [Boua, delms005] à Jean Delsarte, mais d'autres comptes rendus mentionnent plus ou moins précisément qu'il poursuit des réflexions de son côté.
116. Voir [Boua, delbe003].
117. Voir [Boua, deles10, p. 3].
118. Voir [Aud14b, exposé 4-B et 4-C]. Avec un thème dédié aux travaux de son père, et où celui-ci présente trois exposés, le séminaire Julia peut être l'occasion de faire avancer les idées du collectif à ce sujet.
119. Voir [Aud14a, 3.09 et 3.403].
120. Voir [Aud14a, 3.18].

projet collectif et peuvent nourrir des discussions entre des membres du groupe ou donner lieu à des propositions et remarques plus ou moins concrètes pour le projet rédactionnel.

10.2.6 Formes différentielles, intégrales de formes différentielles, théorème de Stokes et intégrales multiples

Bien que l'intégration soit un sujet important pour le projet Bourbaki lors des premières années, il n'est pas vraiment question de la théorie des intégrales multiples. Les diverses discussions et rapports s'attellent plutôt au choix de l'intégration de Lebesgue et à la place de la théorie de la mesure. Au congrès de Chançay, il semble que l'intégration n'est pas spécifiquement discutée, mais, dans les engagements à la suite du congrès, il est indiqué que « *L'intégration* reste livrée aux méditations des cerveaux fertiles de Cartan, Chevalley et Weil, le premier dans les sens des formes différentielles et les deux autres dans le sens de la publication [121]. » Henri Cartan ne semble pas fournir ses rapports avant la fin des années 1940 [122], mais les deux autres ne font pas vraiment avancer la publication puisque celle-ci n'a lieu, pour le premier livre contenant les quatre premiers chapitres, qu'en 1952. Les bulletins et comptes rendus de 1937 et 1938 reflètent très mal les avancées sur l'intégration, car deux documents importants sont produits à ce moment-là.

Alors qu'il fait plus de trois cent trente pages, le « diplodocus [123] » sur l'intégration de Jean Dieudonné n'est pas mentionné avant 1940. Les observations à la fin du document font suite aux « critiques des trois premiers chapitres présentées à la réunion du 5 Juillet 1937 [124] ». Cette rédaction a été rejetée unanimement [125] au profit d'une idée d'André Weil : définir l'intégrale par le prolongement d'une fonctionnelle [126]. L'ambition et la portée de cette rédaction ne permettent pas une comparaison raisonnable avec le cours de CDI d'Henri Cartan [127]. Cependant, quelques points méritent quand même d'être soulignés. Les intégrales multiples sont développées dans le chapitre 8, à la section 3 [128], mais, comme l'indique le nom de la section, elle se concentre dans son intégralité sur *le théorème de Lebesgue-Fubini*. La mesure de Stieltjes et la formule d'intégration par parties sont l'objet des pages 280 à 293 : la présentation est purement théorique. L'essentiel de la partie sur la mesure de Stieltjes a pour objet de caractériser les fonctions qui correspondent à une telle mesure. Le seul point intéressant par rapport à l'étude des cours de CDI d'Henri Cartan, la relation entre intégrales et différentielles, est reporté à des rédactions ultérieures [129]. À la fin du manuscrit, il y a un ajout sur un passage sur le changement

121. Voir [Boua, delch008]. Il est également indiqué que « Dieudonné fera jun [*sic*] rapport détaillé sur les mesures k-dimensionnelles (Kolmorgoroff, Carathéorory, Bésikowitch, Nevanlina, etc...) ». Henri Cartan a fait un rapport à ce sujet, [Boua, iecnr020], mais il cite un article de 1940. Ce rapport doit donc être postérieur à cette date.

122. Voir [Boua, nbr021 et nbr050].

123. Surnom donné aux rédactions qui ont une taille conséquente.

124. Voir [Boua, iecnr018]. Je n'ai pas trouvé d'autre remarque ou archive sur cette réunion.

125. Voir [Boua, nbt004].

126. Voir [Wei91, pp. 551-552].

127. Il suffit de regarder le plan de cette rédaction, en annexe B.7, pour s'en rendre rapidement compte. Cette rédaction fait une part très importante à la notion de mesure, c'est d'ailleurs ce qui lui est reproché et amène au rejet de cette rédaction, alors que ce n'est visiblement pas l'objectif d'Henri Cartan.

128. Voir [Boua, pp. 233–247, iecnr018].

129. Précisément : « L'intégrale attachée à la mesure de Stieltjes μ correspondant à la fonction croissante $g(x)$ est dite intégrale de Stieltjes ; le symbole $\mathrm{d}g(x)$ qui figure dans l'expression *ne doit pas* être considéré comme

de variables : si la formule est donnée, celle-ci n'est pas encore utilisable puisque « La détermination de la fonction h, connaissant la fonction $f(x)$ qui définit l'homéomorphie, constitue le problème du *changement de variables*, sur lequel nous reviendrons plus tard. » Cela n'est pas fait dans ce document [130].

Plusieurs corrections, ajouts et commentaires se trouvent à la fin du *diplodocus*. En particulier, un nouveau plan est proposé à « la suite des remarques judicieuses de Cartan, généralement approuvées [131] ». De même, une rédaction *les phratries*, peut être datée de 1938, contient une proposition de plan d'Henri Cartan [132]. Ces points ne faisant pas partie des axes d'analyses retenus, je ne les commente pas ici, mais y reviens succinctement dans le chapitre suivant.

Les formes différentielles et les intégrales de formes différentielles ne sont mentionnées que dans une partie *géométrie*. Celle-ci est discutée à l'occasion de chaque congrès et des plans plus ou moins précis sont établis lors des trois derniers. À chaque fois c'est Charles Ehresmann qui est chargé de rédiger quelque chose à ce propos. Il ne semble cependant rien avoir produit de conséquent à ce moment puisque l'attente d'un rapport Charles Ehresmann est rappelée. Les documents s'y rattachant dans les archives datent vraisemblablement d'après la guerre. Le théorème de Stokes apparaît pour la deuxième fois, après la deuxième réunion protobourbachique, dans un engagement pour Charles Ehresmann suite au théorème de Dieulefit :

> Ehresmann fera les variétés localement différentiables et les formes différentielles (théorie élémentaire ; il consultera les papiers de de Possel). Il définira l'intégrale des formes différentielles (à coefficients continus) sur les variétés différentiables régulières (cf. de Possel) ; théorème de Stokes. [Boua, deldi008, p. 4]

Les indications pour l'engagement de Charles Ehresmann ne sont pas anodines, en particulier par rapport aux cours de CDI d'Henri Cartan et René de Possel à Clermont-Ferrand. Les « papiers de de Possel » font au moins référence à l'article *La formule de Stokes sur une variété à n dimensions non triangulée* [133], mais pas à une autre de ses publications. La formulation peut alors faire seulement référence à cet article, ou bien à d'autres documents : par exemple son cours de CDI à Besançon en 1937–1938, s'il prend déjà la tendance visible dans celui de Clermont-Ferrand en 1940–1941 [134]. De plus, Henri Cartan utilise également cet article pour

une différentielle, puisque, en général, g n'est pas dérivable en tout point de R ; les raisons qui ont fait introduire ce symbole n'apparaîtront que plus tard, lors de l'étude des relations entre intégrales et différentielles (chapitres X et XI, et Intégrales de formes différentielles). », voir [Boua, iecnr018, p. 285]. La section 7, *la dérivation des fonctions à variation bornée*, du chapitre X ne présente que le fait que la dérivée est presque-partout finie. Dans les « remarques du correcteur », à la fin du (plan du) chapitre XI, il est indiqué qu'il « Reste aussi à discuter de la place que doivent occuper les questions relatives aux rapports entre dérivation et intégration pour les fonctions de plusieurs variables : changement de variables dans les intégrales multiples, [...] ».

130. Voir la fin de la note 129.

131. Celui-ci est donné en annexe B.7.

132. C'est d'ailleurs grâce à ce plan que l'on peut dater cette rédaction [Boua, iecnr019]. Tout d'abord on peut supposer qu'elle est de Claude Chevalley : c'est lui et André Weil qui sont chargés de travailler sur l'intégration suite au congrès de Chançay et la note 1 en haut de la dernière page laisse penser que la mention « (Chev.Phratries) » a pour but d'identifier la rédaction. De plus, le plan de Claude Chevalley sur cette même page reprend, dans les trois premiers points, l'ordre de cette rédaction. Il y a également un plan d'Henri Cartan et une rédaction mentionne une méthode « proposée par Cartan en 1938 », voir [Boua, iecnr098, p. 8], qui correspond à ce plan.

133. Voir [de 68].

134. Voir la section 11.3.

préparer une partie de son cours de CDI à Clermont-Ferrand [135]. Ces indications dans le cadre du projet Bourbaki influencent ainsi indéniablement d'autres activités de ces deux membres, en l'occurrence leur enseignement de CDI.

Le peu d'information disponible sur la vision concrète du groupe sur toute cette partie géométrique ne permet pas d'en faire une analyse intéressante pour cette période. Dans tous les cas, le groupe s'oriente vers un traitement de cette partie qui dépasse largement le cadre du certificat de CDI, à moins de focaliser cet enseignement ou un complément de CDI sur la géométrie [136]. Il faut cependant noter que le changement, au cours des années, du cours de CDI d'Henri Cartan, vers une présentation de l'intégrale de Stieltjes à travers l'intégrale des formes différentielles, est en accord avec la vision du groupe pour le choix du cadre dans lequel présenter le théorème de Stokes. Suite aux travaux d'Élie Cartan et de Georges de Rham, qui sont succinctement présentés dans l'exposé d'André Weil au séminaire Julia du 16 novembre 1936 [137], cela n'a rien d'étonnant. Il est d'ailleurs probable, bien que je n'ai pas réussi à le vérifier, qu'Élie Cartan influence, directement ou non, les idées d'Henri Cartan pour son cours de CDI ou le travail bourbachique autour de ces sujets.

Un document isolé rattaché au congrès de Dieulefit est particulièrement intéressant, car il indique :

> Il faut faire par une méthode unique les trois théorèmes :
>
> 1. Théorème fondamental sur les formes linéaires.
> 2. Théorème des fonctions implicites.
> 3. Changement de variables dans les intégrales multiples. [Boua, deldi008, p. 11]

Cela peut ressembler à ce qu'Henri Cartan essaye de faire en rapprochant les points un et deux ou deux et trois dans ses premiers cours de CDI. Sans connaître l'auteur, le contexte ou les motivations de cette note, il n'est pas possible d'aller plus loin sans extrapolation hasardeuse.

Henri Cartan fait un séminaire, à Strasbourg, le 21 décembre 1938, sur les *formes différentielles ; théorèmes de de Rham* [138]. À part le fait qu'il insiste sur le caractère invariant (par tout changement de coordonnées localement biunivoque) de la différentiation des formes différentielles, il s'intéresse surtout dans cette présentation aux théorèmes de Georges de Rham qui sortent du cadre de son cours de CDI.

10.3 Conclusion

Lors du congrès de l'Escorial, les différents chapitres ne sont pas encore répartis en livres et l'ordre relatif des différents chapitres n'est pas encore fixé [139]. Il n'y a pas non plus de plan général entre ce congrès et *la Tribu* du 15 septembre 1940 [140]. Dans cette dernière, le plan des premiers livres de la première partie du traité est le suivant :

135. Voir la section 11.2.
136. Le cours de René de Possel à Clermont-Ferrand en 1940–1941, en est un exemple puisqu'il consacre un chapitre aux *variétés différentiables* et un autre aux *formes différentielles sur une variété*. Cependant, il n'aborde pas l'intégration dans ce cas, et à peine les intégrales doubles d'une façon générale, voir la section 11.3.
137. Voir [Aud14b, exposé 4-A].
138. Voir [Aud14a, 6.52].
139. Voir [Boua, deles010].
140. Voir [Boua, nbt004].

— Livre I : Théorie des ensembles.
— Livre II : Algèbre.
— Livre III : Topologie générale.
— Livre IV : Espaces vectoriels topologiques.
— Livre V : Techniques élémentaires du Calcul infinitésimal.
— Livre VI : Intégration.
— Livre VII : Topologie combinatoire (degré topologique, dimension, nombres de Betti, surfaces de recouvrement, voir Topologia Bourbachica, parties II, III, IV).
— Livre VIII : Différentielles ; variétés différentiables ; intégration des différentielles ; théorèmes d'existence (non analytiques)
— Livre IX : Calcul des variations (méthode directe, méthode différentielle, conditions suffisantes pour l'extremum)
— Livre X : Fonctions analytiques (propriétés élémentaires, surfaces de Riemann, uniformisation, théorèmes d'existence analytiques).

Les trois premiers livres sont déjà annoncés comme tels dans le mode d'emploi du premier fascicule de résultats publié en 1939 [141] : « Livre I, Théorie des ensembles ; Livre II, Algèbre ; Livre III, Topologie générale ; Livres suivants : Intégration, Topologie combinatoire, Différentielles et intégrales de différentielles, etc. » Cela est parfaitement représentatif du consensus du groupe pendant cette période : les trois premiers livres sont fixés, mais le reste ne l'est pas encore forcément. Dans le plan ci-dessus, les seuls livres où il n'y a pas de remarques complémentaires, c'est-à-dire les livres I à VI, sont exactement ceux qui sont dans la première partie des *Éléments de mathématique* publiés. De plus, seul le livre V sera renommé *fonctions d'une variable réelle* et son ordre interchangé avec celui sur les *espaces vectoriels topologiques*.

Les comptes rendus des réunions proto-bourbachiques ne laissent aucun doute sur l'origine du projet. Les idées et interventions d'Henri Cartan à ce moment-là montrent qu'il place ce travail collectif dans la prolongation directe de ses premiers efforts pour l'enseignement du CDI. Ses engagements pour le travail collectif en sont représentatifs : théorie des ensembles, multiplication extérieure, déterminants, formes de Pfaff. Par la suite, ses engagements correspondent à des cours ou des conférences qu'il a ou doit donner : équations différentielles, systèmes de Pfaff et calcul des variations. De plus, il intervient à quelques reprises avec des idées de plan ou de présentation pour la topologie, la présentation des réels et l'intégration. La rédaction d'un traité collectif n'est donc que brièvement la prolongation des efforts d'Henri Cartan pour l'enseignement du CDI, ne serait-ce que parce qu'il n'en est plus chargé à partir de 1935. Le projet représente, à partir du congrès de Besse, un travail à part entière qui est relativement indépendant des autres responsabilités des membres du groupe. Cela n'empêche cependant pas des recoupes ou des interactions, comme c'est le cas pour Henri Cartan.

Les changements entrepris par Henri Cartan dans son cours de CDI sont poursuivis et amplifiés dans le cadre du projet collectif. Malgré quelques avancées concrètes n'aboutissant pas particulièrement à la publication, le travail bourbachique des premières années permet le

141. Voir [Bou39].

lancement du fonctionnement collectif et un large état des lieux mathématique. Liliane Beaulieu résume une partie du travail effectué par Bourbaki avant la guerre de la façon suivante : « Brassage de sections, démembrement de chapitres, révision de l'ordre des matières et de l'importance relative des concepts, ont eu pour effet de séparer peu à peu les notions et les résultats d'algèbre de leurs illustrations les plus immédiates, notamment de celles sur les nombres réels et les nombres complexes [142]. » Le cours de CDI d'Henri Cartan motive la constitution du groupe Bourbaki ; il en fournit également une orientation et une dynamique.

Si la formule de Stokes est mentionnée au début du projet, les activités du groupe sont finalement occupées en grande partie par des sujets préliminaires. Sur ces aspects, les connaissances rassemblées dépassent rapidement le programme du certificat de CDI. En dérivant vers des développements substantiels, le traité collectif devient alors plus une exposition systématique qu'une présentation pédagogique. Le travail et les avancées dans le cadre du projet Bourbaki peuvent cependant former un réservoir de connaissances qui peuvent être réutilisées dans d'autres activités, comme des cours, ou servir de référence, par exemple dans des articles de recherche.

142. Voir [Bea89, p. 438].

Chapitre 11

Les cours de CDI de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938, Henri Cartan en 1939–1940 et René de Possel en 1940–1941

Après avoir décrit les premières années d'enseignement du CDI par Henri Cartan dans le chapitre 9 et les premiers travaux du groupe Bourbaki autour de différents points de CDI dans le chapitre 10, il est maintenant possible d'étudier l'enseignement de ce même cours, par Szolem Mandelbrojt, Henri Cartan et René de Possel, à l'université de Clermont-Ferrand, après le début du travail collectif.

11.1 Le cours de CDI de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938 à Clermont-Ferrand

Le cours de CDI de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938 à Clermont-Ferrand est regroupé en deux tomes conservés sous la cote *131J1* aux Archives départementales du Puy-de-Dôme. Ce n'est pas lui qui a écrit ce cours, mais Félix Pradier. Le syllabus est en annexe B.8. Puisque les intégrales doubles sont à peine abordées, il n'y a pas de sous-section spécifique sur ce point-là.

11.1.1 Le plan

Le cours rédigé de CDI de Szolem Mandelbrojt à Clermont-Ferrand se distingue particulièrement des cours d'Henri Cartan ou d'Édouard Goursat par le fait qu'il est découpé en quatre grandes sections, comme le montre le plan B.8 :

— théorie des ensembles ;

— théorie des fonctions ;

— intégrales ;

— variables complexes.

La cohérence interne de chacune de ces sections est plus importante que dans celle des deux autres auteurs. Il n'y a en effet pas de sous-section isolée ou qui ne semble pas trouver sa place ailleurs.

Tout ce qui est jusqu'aux dérivées est étudié dans la sous-section suivante. La partie sur les dérivées à proprement parler se limite à une définition et au théorème de Rolle. Le passage sur les dérivées partielles est encore plus court [1]. La notion de différentielle n'est pas introduite.

Toute la partie sur les intégrales simples ressemble très fortement au traité d'Édouard Goursat. La partie sur les intégrales doubles est succincte et commence par la définition suivante :

> Soit $f(x, y)$ une fonction continue par rapport à x et y définie dans un rectangle
>
> $$a \leqslant x \leqslant b \qquad c \leqslant x[sic] \leqslant d$$
>
> L'intégrale : $\int_a^b f(x, y)\mathrm{d}x$ est une fonction continue de y. Elle est donc intégrable relativement à y, nous écrirons cette intégrale
>
> $$\int_c^d \mathrm{d}y \int_a^b f(x, y)\mathrm{d}x$$
>
> L'intégrale $\int_a^b \mathrm{d}x \int_c^d f(x, y)\mathrm{d}y$ se définirait d'une façon analogue.

Elle continue directement avec un théorème établissant l'égalité des deux intégrales ainsi définies. La démonstration est d'abord faite pour des domaines rectangulaires puis pour des domaines délimités par deux arcs de courbes n'ayant que leurs extrémités en point commun. Cela correspond donc aux sections 113 et 114 de [Gou23], mais sans les exemples. C'est tout ce qui constitue la sous-section sur les intégrales doubles.

Ainsi, si les quatre parties sont bien découpées et présentent quelques notions de base du cours de CDI, certaines notions ne sont abordées que de façon limitée, voire pas du tout. Cela est relativement étonnant, en particulier de ne pas parler de différentielles dans un cours de calcul différentiel et intégral. Il est probable qu'il n'ait pas eu la charge de cette partie du cours, d'autant plus par rapport au traitement relativement étendu des fonctions de variables complexes.

11.1.2 Le début du cours

Tout le début du cours est regroupé dans la section *théorie des ensembles* et commence avec le paragraphe :

> *Nous admettons la notion d'ensemble.*
>
> Nous désignons par *ensemble fondamental* celui où seront puisés les éléments d'ensembles d'un type donné.
>
> Par exemple, l'ensemble fondamental de la Géométrie est l'*ensemble de points* d'où l'on tire les ensembles particuliers : lignes, surfaces, etc.

Ainsi, l'ensemble des entiers naturels et celui des réels sont considérés comme connus. Un certain nombre de résultats sont ensuite développés, en allant souvent un peu plus loin que le traité d'Édouard Goursat, et avec une présentation plus claire. Les coupures semblent introduites

1. Précisément : « *Dérivées partielles.* Soit $f(x)$, x appartenant à D de R^n. Nous avons : $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ Si nous posons $n-1$ coordonnées de x, $f(x)$ ne dépend que de la n^e. La fonction $f(x)$ – supposée *numérique*, bien entendu ne dépend que de cette n^e coordonnée, c'est-à-dire d'un nombre. Sa dérivée par rapport à ce nombre est dite : *dérivée partielle* de $f(x)$. »

uniquement pour les démonstrations qui suivent sur les bornes supérieures et inférieures. Enfin, les notions de point intérieur, point extérieur, point frontière, ensemble ouvert et ensemble fermé sont présentées dans la sous-section *ensemble dérivé d'un ensemble donné*. Ces définitions reposent toutes sur les intervalles. Les notions d'espace complet ou d'espace compact ne sont pas introduites, ni même la notion de suite de Cauchy.

La différence de traitement entre la continuité des fonctions d'une variable et celle des fonctions de plusieurs variables est intéressante. En effet, la continuité des fonctions d'une variable est d'abord définie localement puis caractérisée par des voisinages :

> *La fonction*
> $$y = f(x)$$
> *est dite continue pour $x = x_0$ si, quelque soit $\epsilon > 0$, on peut trouver $\mu > 0$ tel que :*
> $$|x - x_0| < \mu$$
> *entraîne :* $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$.
> [Notation : pour x appartenant à $[a, b]$, I_x désigne un intervalle ouvert contenant x et appartenant à $[a, b]$.]
> Si nous posons : $y_0 = f(x_0)$, nous allons montrer que la *condition nécessaire et suffisante de continuité de $f(x)$ est $f^{-1}(I_{y_0}) \supset I_{x_0}$ quelque soit I_{y_0}*

Il démontre ensuite ce résultat. À l'inverse, pour les fonctions de plusieurs variables, $V_\alpha^{(n)}(x)$ désignant l'ensemble des points de R^n dont chacune des coordonnées est à une distance inférieure à α de la coordonnée correspondante de x :

> Le point x appartenant au domaine D de R^n, posons $y = f(x)$, y étant pris dans R^m. On dit que $f(x)$ est continue en x si, quelque soit $\alpha > 0$, il lui correspond un $\beta > 0$ tel que :
> $$f^{-1}\left(V_\alpha^{(n)}(y)\right) \supset V_\beta^{(n)}(x)$$

Cette définition est immédiatement suivie d'un théorème énonçant que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction de plusieurs variables soit continue est que chaque « coordonnée de la fonction » soit une fonction continue de x. Ainsi, la caractérisation par les voisinages de la continuité des fonctions d'une variable ne semble avoir été introduite que pour faire le lien avec la définition de celle de plusieurs variables.

Le cours de Szolem Mandelbrojt semble ne pas avoir été substantiellement influencé par le travail bourbachique. Son investissement plus restreint au projet par rapport aux autres membres [2] et la faible applicabilité directe des travaux du groupe à un cours de CDI à ce moment-là en sont certainement la cause. Si la présentation est bien plus structurée et découpée que celle du livre d'Édouard Goursat, les notions abordées et la façon de les présenter s'en rapprochent plus que le travail en cours au sein du projet Bourbaki. Szolem Mandelbrojt, qui venait de finir une rédaction de topologie générale, ne réutilise presque pas celle-ci dans son cours de CDI. De plus, pour les éventuels points où il est possible qu'il s'en soit servi, rien ne permet de savoir si c'est un ajout de cette année ou non.

2. Voir la section 2.2.

11.2 Le cours de CDI d'Henri Cartan, en 1939–1940, à l'université de Strasbourg repliée à Clermont-Ferrand

11.2.1 Les plans

Les archives d'Henri Cartan déposées à la bibliothèque de mathématiques de l'université de Strasbourg contiennent au moins trois plans de son cours de CDI de 1939–1940 :

— un « Plan pour le début du cours » au début du cahier [Aud14a, 3.22] [3] ;

— un programme et un *leitfaden* [4] sur une feuille volante [Aud14a, 3.22a] ;

— un plan sur une feuille volante [Aud14a, 9.01e], vraisemblablement contemporain ou postérieur à l'année 1993, car il est au dos d'une feuille annonçant une conférence publique le 18 mai 1993 [5].

En comparant ces différents plans et les brouillons de ce cours, il est possible de donner une chronologie. Je suppose que le premier mentionné, au début du cahier de brouillon, est un premier plan, qui est d'ailleurs plutôt un syllabus, où il a rassemblé ce qu'il voulait faire pour un cours qu'il n'a plus enseigné depuis quelques années. Le deuxième est un programme, vraisemblablement pour lui-même, qu'il a peut-être également partagé aux étudiants : le début est bien détaillé et reprend le plan précédent, le nombre de séances envisagé est indiqué, mais n'a pas été exactement respecté [6], le *leitfaden* et les corrections sur l'agencement permettent de clarifier le plan. Le dernier a certainement été repris à partir de son cours enseigné pour des interviews avec Liliane Beaulieu, dans le cadre de la thèse de cette dernière, ou d'autres personnes. En particulier, il est fort probable qu'il l'ait fait pour pouvoir affirmer qu'enseigner le calcul différentiel dans les espaces de Banach était novateur en 1940, car parmi les autres feuilles conservées dans la même chemise que ce syllabus, il y a des photocopies de passages de livres sur la théorie des différentielles [7]. De plus, il décrit également son cours, qu'il est en train d'enseigner, à André Weil, dans une lettre qu'il lui envoie le 1er mars 1940 :

> Je t'ai dit, je crois, que je fais le cours de calcul différentiel. Cela t'intéressera peut-être de savoir comment je m'y suis pris.
>
> Généralités sur les *ensembles* (extraites du fascicule de résultats de Bourbaki)
>
> Eléments d'*algèbre* (modules, groupes, corps)
>
> *Algèbre linéaire* : espaces linéaires, formes linéaires, formes multilinéaires alternées, formes quadratiques
>
> *Nombres réels* : ensemble (totalement) ordonné, limite (pour une suite dans un groupe ordonné), axiomes d'Archimède et de Cauchy, approximation par les nombres

3. Celui-ci n'est pas très intéressant, je ne le présente donc que très rapidement par la suite.

4. Voir B.9.2. Je reprends ici la terminologie de [van30] qui a l'avantage d'éviter les confusions d'une traduction. Cet ouvrage a certainement motivé l'emploi de cet outil visuel par des membres de Bourbaki.

5. Voir B.9.3.

6. Le syllabus [Aud14a, 9.01] a des dates rajoutées au crayon de bois qui doivent correspondre à son avancement.

7. Voir [Aud14a, 9.01]. Les livres en question sont : [Gou23] (édition de 1902, mais il y a une note manuscrite : « Edition de 1943 : idem. » , [Had35], [Ban32], [Val55] et [Car67]. Voir la sous-section 12.3 pour une explication probable de la présence de ces photocopies avec ce syllabus ainsi qu'une analyse sur l'affirmation d'Henri Cartan.

$p/2^n$ [8], etc..., d'où l'*unicité* (à un isomorphisme près) ; automorphismes du groupe additif des réels, groupe multiplicatif, exponentielles et logarithmes

Topologie : partir de la notion de points suffisamment voisins, montrer qu'on en déduit les ensembles *ouverts* ; conception inverse. D'où : définition d'une topologie par les ensembles ouverts, voisinage, etc., topologie induite, connexion, ensembles connexes de la droite. Fonctions continues ; f. continues de plusieurs variables. Filtres et limites [parfaitement !] [9], point adhérent à un filtre, ensembles compacts, Borel-Lebesgue ; caractérisation des sous-ensembles compacts de l'espace euclidien.

Espaces linéaires normés : topologie correspondante, normes équivalentes ; ensembles petits d'ordre ϵ, filtres de Cauchy, espaces complets. [Je ne traite des espaces uniformes que pour les sous-espaces d'un espace linéaire normal] ; continuité uniforme d'une fonction continue sur un compact, à valeurs dans un normé. [en marge : A titre d'exemple, l'espace des fonctions sur E, avec norme $f = \overline{\text{borne}}_{x \in E} |f(x)|$, cas des fonctions continues : sous-espace formel (donc complet)]

Séries : en vrac, dénombrable ou non (convergence « commutative »). Les termes de la série sont des éléments d'un espace linéaire normé complet. Séries « normalement » convergentes (ex : série de fonctions)

Intégrale : théorie élémentaire de $\int_a^b f(x)dx$ pour f continue sur $[a,b]$ fermé : prolongement d'une fonctionnelle linéaire avec des fonctions étagées, la topologie de l'espace des fonctions étant celle de la convergence uniforme. Je fais l'intégrale des fonctions « continues par morceaux ». Intégrale indéfinie : dérivation (à droite ou à gauche si f sous signe $\int$ est continue par morceaux).

Dérivées : Pour f (à valeurs dans un espace linéaire) d'une variable *réelle* x. Je laisse tomber les accroissements finis, et montre

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'_d(x)dx,$$

f'_d étant la dérivée à droite, supposée continue par morceaux. Approximation de $f(x+h) - f(x)$ par $hf'(x)$; généralisation (f' continue)

$$\lim_{\substack{x_2 \to x_0 \\ x_1 \to x_0}} \frac{f(x_2) - f(x_1) - (x_2 - x_1)f'(x_0)}{|x_2 - x_1|} = 0$$

[Application : différenciation [*sic*]] Généralisation : $f(x,y,z)$ à dérivées partielles continues. D'où notion générale d'opérateur dérivé (matrice si l'on fait choix de coordonnées) 2 théorèmes : opérateur dérivé d'une fonction de fonction, opérateur dérivé d'une fonction réciproque

Différentielles[barré : théorie] seulement la différentielle d'une *fonction*, en usant de la notation : opérateur dérivé

Théorèmes d'existence. Point fixe d'une transformation

$$x \longrightarrow f(x)$$

8. D'après le syllabus du cours d'Henri Cartan, il s'agit de l'« approximation par les nombres dyadiques ».
9. Je n'ai fait aucun ajout entre crochets dans cette citation : ils sont tous dans [Aud11].

d'un espace de Banach dans lui-même, quand $|f(x') - f(x)| \leqslant k|x - x'|$, $k < 1$. Existence et unicité. Application à l'inverse d'une transformation

$$y = g(x), \text{ quand } g(x) = x - f(x) \text{ (} f \text{ comme ci-dessus)}$$

Continuité, Lipschitz pour la fonction réciproque. Exemples ; inversion d'une matrice $E - A$, quand $\|A\| < 1$. Inversion locale d'une transformation continûment différentiable de l'espace euclidien ; différentiabilité. Application aux fonctions implicites.

Théor. d'existence pour une éq. différentielle $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, x variable réelle. Se ramène à ci-dessus. Majoration de l'erreur sur y à l'aide de $\frac{dy}{dx} - f(x, y)$; application : Cauchy-Lipschitz. Continuité des solutions.

Eq. Linéaires, avec notation matricielle ; cas des coef. constants (e^A). Eq. adjointe ; éq. non homogène

Dérivabilité par rapport aux paramètres pour éq. quelconque : éq. aux variations (linéaires).

Intégration. Je commence par l'intégrale de Stieltjes sur la droite, en me bornant (comme ci-dessus) aux fonctions continues par morceaux. Application : intégrales curvilignes, changement de variable.

Enfin, je traite de l'intégral de Lebesgue-Radon sur un localement compact, en toute généralité, avec des préliminaires sur les fonctions semi-continues. Méthode : celle dont je vous ai déjà parlé : prolongement à l'adhérence, dans un espace normé. Je donne la caractérisation de la *trace* d'une mesure de Radon sur une phratrie Φ (telle que tout compact puisse être recouvert par des ensembles de Φ, arbitrairement petits, en nombre fini) : à chaque $E \in \Phi$ et $\epsilon > 0$, on peut associer U ouvert $\supset E$ et A compact $\subset E$, tels que $\mu(F) < \epsilon$ pour tout $F \subset U - A$. Quant aux propriétés de l'intégrale et de la mesure de Lebesgue, elles découlent de

$$N(\sum_{i=1}^{\infty} f_i) \leqslant \sum_{i=1}^{\infty} N(f_i) \text{ pour la norme } N.$$

Voilà où j'en suis. Il me restera à traiter des intégrales de formes différentielles ; je m'inspirerai d'un article de de Possel dans le Bul. des Sc. Math. [10] [Aud11, pp. 48–50]

D'après les dates indiquées sur son syllabus, il a, à celle indiquée sur la lettre, enseigné son cours jusqu'à l'*intégrale indéfinie*. La remarque sur le fait qu'il pense s'inspirer de l'article de René de Possel pour les intégrales de formes différentielles semble correspondre aux indications de Bourbaki du congrès de Dieulefit par rapport à l'engagement de Charles Ehresmann pour les variétés différentiables et les formes différentielles [11].

Le plan établi vers 1993 apporte des informations rétrospectives sur son cours de CDI à Clermont-Ferrand. Il est découpé en trois parties :

10. Michèle Audin indique en note que c'est [de 68].
11. Voir la sous-section 10.2.6.

— le début du cours avec la théorie des ensembles, l'algèbre, l'algèbre linéaire et les nombres réels ;

— une deuxième partie qui va de la topologie à l'intégration sur un espace localement compact.

— la fin du cours qui se décompose en deux parties sur les fonctions d'une variable complexe et les séries de Fourier.

Les prérequis au CDI sont dans la première partie et le début de la deuxième. La dissociation de la topologie du reste du début est certainement due au fait qu'il reprend l'approche bourbachique, ce qui est assurément une nouveauté pour les étudiants. D'autre part, la deuxième partie du plan établi vers 1993 correspond à peu près à la partie entourée du *leitfaden* du programme. Il est possible que, dans les deux cas, cela soit pour souligner la matière centrale de ce cours de CDI. Enfin, pour la dernière partie, c'est la première année scolaire, en 1939–1940, où figurent ensemble les *fonctions d'une variable complexe* et les *séries de Fourier*. Il est probable que ce soit parce qu'il a seul, à cause du contexte de la guerre, la charge du cours principal et des cours complémentaires de CDI. C'est peut-être aussi parce qu'il a eu le temps d'aller aussi loin ou qu'il a repris le cours de Szolem Mandelbrojt de 1937–1938. Dans tous les cas, ce découpage rétrospectif est cohérent avec la construction du cours dans ses cahiers de brouillon. Il confirme également la séparation entre les prérequis, la matière centrale de son cours de CDI et les développements complémentaires qui peuvent être faits ensuite.

Le plan du cours d'Henri Cartan suit essentiellement celui du début du traité bourbachique à ce moment-là[12]. Il commence par la théorie des ensembles, puis l'algèbre générale, l'algèbre linéaire puis multilinéaire. Il passe ensuite à la topologie, même s'il présente les nombres réels avant d'autres notions de topologie. Les espaces vectoriels topologiques ne semblent pas vraiment être intégrés dans son cours et il passe alors aux *techniques élémentaires du calcul infinitésimal*. Son cours continue ensuite avec l'intégration et finit par des compléments[13]. Ainsi, Henri Cartan s'inspire clairement du travail bourbachique pour le plan de son cours. Il s'inscrit également dans la continuité de ce qu'il avait commencé à faire pendant ses premières années d'enseignement du CDI : dégager et structurer les prérequis du cours avant le calcul différentiel et intégral à proprement parler.

Le fait de placer la théorie élémentaire de l'intégrale définie avant les dérivées et différentielles n'est pas arrivé dans ses cours précédents, ni dans les rédactions de Bourbaki sur les *fonctions d'une variable réelle*[14]. Ce choix est motivé par la possibilité de traiter tout de suite les théorèmes d'existence des équations différentielles après les parties sur les dérivées et différentielles[15]. On peut en particulier remarquer que cette présentation se situe dans la continuité du plan du traité bourbachique qui fait d'abord une partie appelée *techniques élémentaires du*

12. Voir la section 10.3.

13. Qui sont d'ailleurs prévus dans le livre X sur les *fonctions analytiques* de la première partie du traité bourbachique, voir la section 10.3, puis, pour les séries de Fourier, dans la deuxième partie.

14. Voir [Boua, iecnr004 à iecnr009].

15. Cela est confirmé par une note qui est au début de [Aud14a, 3.22] : « *Faire le plus tôt possible* : Intégrale d'une f. continue d'1 var. réelle sur un interv. fermé (à val. ds l'espace euclidien). Présenter cela comme un *prolong*^{t} d'une fonctionnelle définie pour f. *étagées*, l'espace des f. étant muni de la métrique de la converg. uniforme. Propriétés de la fonctionnelle sur l'ens. des fonctions continues. Ceci permettrait de faire tt de suite les *théor. d'existence des éq. différentielles* [...]. »

calcul infinitésimal, puis *fonctions d'une variable réelle*, avant de développer des outils plus avancés.

11.2.2 Le début du cours

11.2.2.1 Ensembles et algèbre

Dans le cours d'Henri Cartan, sa lettre à André Weil puis son plan de 1993, les noms successifs de la première section sur les ensembles la rapprochent de plus en plus du fascicule de résultats de la théorie des ensembles [16]. Cela est certainement une facilité prise au fur et à mesure pour préciser rapidement le contenu et le fait qu'il y a peu de démonstrations. Il n'y a pas de définition d'un ensemble dans le cahier de brouillon ni dans le syllabus du cours de CDI. La seule précision est dans le cahier de brouillon : « *Ensemble E* formé d'*éléments.* » Il n'a peut-être tout simplement pas pris la peine de réécrire l'introduction d'une notion qu'il sait parfaitement faire. La définition d'une fonction est, elle, précisée : c'est une « opération qui associe à tt $x \in E$ un él. $y \in F$. » Cette année, la différence entre une fonction et sa valeur est clairement explicitée [17]. La section sur les ensembles de son cours regroupe les notions essentielles des sous-sections 1, 2, 3, 5 et 7 du fascicule de Bourbaki. La notion de coupure n'est pas présentée.

Ses trois parties d'algèbre et d'algèbre linéaire sont une vraie nouveauté de son cours cette année-là. La présentation « modules, groupes, corps » suit l'avis qu'il a donné à ce propos pour Bourbaki [18] puisque les corps sont introduits après les groupes. Tout d'abord, dans ce cours, ce qu'il appelle un « module » est un groupe abélien [19]. Il définit ensuite les groupes avec une remarque expliquant que c'est une généralisation puisque, contrairement aux modules, la loi de composition interne n'est pas forcément associative. Il définit ensuite un corps comme un ensemble muni de deux opérations compatibles, et explique que « [s]i on *laisse tomber la possib. de la division*, on a un *anneau* [20]. »

Dans sa partie sur l'algèbre linéaire, s'il n'écrit qu'« espace linéaire » dans son cahier de brouillon, il précise dans son syllabus que la terminologie « espace vectoriel » peut également être employé. À part dans cette précision, le terme « vectoriel » est présent à de rares reprises dans le syllabus : quand c'est le cas, « linéaire » a dû être rayé à chaque fois. Tandis que la première section sur l'algèbre ne contient que peu de ratures, ce n'est pas du tout le cas de celle sur l'algèbre linéaire. Certaines pages sont même presque incompréhensibles à cause des différentes réécritures et, après avoir rédigé cette section dans son cahier de brouillon, il rédige un nouveau plan pour mieux présenter son exposé. Cela reflète assez nettement la différence d'avancement entre ces deux parties algébriques au sein du projet bourbachique. Le produit extérieur de deux formes alternées est traité dans la sous-section *formes multilinéaires alternés.*

16. Cela commence par « Généralités sur : *ensembles* et *fonctions* » dans le programme [Aud14a, 3.22a], devient « Généralités sur les *ensembles* (extraites du fascicule de résultats de Bourbaki) » dans la lettre à André Weil et finit par être tout simplement « Fasc. résultat sur les ensembles » vers 1993.

17. Plus précisément : « Une fonction (ou appl.) est désignée par une lettre, f par ex. ; $f(x)$ désigne alors la *valeur* de la fonct. f pour l'élément $x \in E$. »

18. Voir la sous-section 10.2.2.

19. Il ne précise nulle part que cette définition pourrait être le cas particulier d'un module sur l'anneau des entiers.

20. Voir [Aud14a, 3.22].

11.2.2.2 La présentation des réels

Les nombres réels sont déjà donnés comme exemple de corps dans la partie correspondante. La section sur les nombres réels commence, sans que cela puisse être associé à une sous-section, par le fait que c'est un ensemble ordonné et les propriétés qui en découlent. En ce sens, cette partie est semblable à celle sur les *ensembles ordonnés* du fascicule de résultats de la théorie des ensembles, mais dans le cas particulier des nombres réels.

Les trois sous-sections suivantes présentent, successivement, la notion de limite et les axiomes d'Archimède et de Cauchy. Cette dernière sous-section permet d'introduite la notion de groupe ordonné complet. Ainsi, Henri Cartan repend une présentation des réels suivant l'ordre : corps, ordonné, archimédien, complet. Cela suit le plan de son essai de 1935–1936 [21] et les rédactions de Bourbaki à ce propos jusqu'au congrès de l'Escorial. À cause de son absence à ce congrès ou par convictions personnelles, il ne suit ensuite plus vraiment les évolutions de Bourbaki sur cette rédaction, en particulier pour la définition du groupe des réels comme le complété de celui des rationnels. Cette section se conclue par quelques développements : *approx. par les n. dyadiques*, *automorphismes du gr. add. des réels* et *groupe multiplic.* Γ *des réels* > 0, ainsi que quelques autres compléments. En présentant ces points, Henri Cartan ne fait plus un simple passage sur les nombres réels pour les besoins de son cours, mais montre que c'est une partie mathématiquement riche et importante en soi.

11.2.2.3 La topologie

Comme pour l'année 1934–1935, il consacre une section à la topologie, qui est cependant beaucoup plus importante cette année-là. Celle-ci s'appelle *notions de topologie* dans le syllabus et *topologie de la droite, de l'espace euclidien* dans le cahier de brouillon. Le changement s'est certainement fait suite à la rédaction et l'ajout de plusieurs notions dans cette partie. D'ailleurs, le premier ajout est un « laïus scurile » qui commence sur le besoin de préciser les termes « suffisamment voisins » et « erreur petite » dans la définition d'un ensemble ouvert, à l'aide d'une distance. Il continue sur le fait que les ensembles ouverts jouissent de propriétés indépendamment de la notion de distance, ce qui entraîne la « conception générale d'espace topologique ». Ce laïus est semblable à l'introduction du premier livre publié de Bourbaki sur la topologie générale [22]. Il est donc très probable qu'Henri Cartan ait connaissance de l'introduction au moment de la rédaction de ce laïus.

Henri Cartan présente des exemples de distances [23] sans avoir écrit une définition de cette notion avant. Cela lui permet de définir ce qu'est une « sphère » puis un ensemble ouvert : « $x \in U \rightarrow$ il existe sphère de centre $x \subset U$. » La définition axiomatique des ensembles ouverts de Bourbaki [24] est transformée en des propriétés des ouverts énoncées dans un théorème. Ce choix est motivé par la volonté de donner une « définition explicite ». Il continue avec les notions contenues dans les sous-sections 1, 3 et 11 du livre de Bourbaki.

Sa sous-section sur les fonctions continues commence presque exactement de la même façon que dans le premier chapitre de topologie générale [25] ; la suite de cette section est également

21. Voir le début de la sous-section 10.2.4.
22. En particulier les paragraphes autour de [Bou40, p. iv].
23. Le terme « métrique » est à chaque fois rayé et remplacé par « distance ».
24. Voir [Bou40, p. 1].
25. Plus précisément : « Soient *2* espaces topol. E et E', f une appl. de E dans F [*sic*]. Elle est *continue*

semblable. C'est la même chose pour le début de la suivante sur les *filtres*. Par contre, pour la partie *limites* et la sous-section *filtres sur un espace topologique*, il modifie la présentation. En effet, Henri Cartan développe d'abord la notion de limite d'une fonction suivant un filtre puis, dans la sous-section *filtres sur un espace topologique*, il peut le faire pour les points en considérant l'application identique. De même, sa sous-section *espaces topologiques compacts* correspond à celle de Bourbaki jusqu'au *produit d'espaces compacts*. Il ne donne cependant pas la définition équivalente d'un ensemble compact avec les ultrafiltres, car il n'a pas introduit cette notion, ni ne développe les ensembles relativement compacts.

Il consacre ensuite une section aux *espaces vectoriels normés*. Celle-ci n'est pas présente dans ses cours précédents et n'est pas non plus dans la continuité de la présentation bourbachique. Il commence par introduire et développer la notion de norme. Il continue ensuite avec les ensembles petits, les filtres de Cauchy et les espaces complets, comme dans la sous-section correspondante du livre de Bourbaki, sans pour autant aller jusqu'à *la complétion d'un espace uniforme* puisqu'il ne présente pas ce type d'espace. Dans ce contexte, il définit un espace complet par le fait que tout filtre de Cauchy y est convergent. Cette section se conclut par la *continuité uniforme* et est suivie par une autre sur les *séries*. L'expression « espace de Banach » ne figure ni dans le cahier de brouillon ni dans le syllabus.

11.2.3 Le changement de variables des intégrales doubles

Dans le premier cahier de brouillon qui a servi à préparer le début de son cours de CDI de 1939–1940, Henri Cartan ne rédige pas la section *notions élémentaires sur l'intégrale définie*. Celle-ci n'est mentionnée que succinctement au début du cahier [26]. Je n'ai pas eu connaissance d'autres brouillons de certains passages de ce cours, mais plusieurs, en particulier toute la section sur l'*intégration dans un localement compact*, n'ont été que partiellement rédigés, réécrits et ne sont pas explicitement organisés.

La partie qui présente l'intégration de façon plus générale est très difficile à interpréter, que ce soit dans le cahier de brouillon ou le syllabus, et l'est encore plus en essayant de recouper les deux. J'ai essayé de proposer une description, mais celle-ci montre surtout la limite des analyses de ce type de sources. À titre indicatif, j'ai reproduit toute cette partie du syllabus, les pages 23 à 34, dans l'annexe B.10.

11.2.3.1 Avant les *intégrales des formes différentielles*

Henri Cartan consacre une section de son cours aux *formes différentielles*. Celle-ci commence par les *formes différentielles du 1^er^ degré* :

> Variables réelles $x_1, ..., x_n$. Expression $\sum_{i=1}^{n} a_i(x)\mathrm{d}x_i$ (a_i à vals dans un F [27] [Ajout avec une flèche : équivaut à 1 syst. de formes différ. réelles])

---

au pt x si $f(y)$ est aussi voisin qu'on veut de $f(x)$ pourvu que y soit suf. voisin de x. D'1 façon précise : étant donné un vois. V' de $f(x)$ (dans E') il existe un vois. V de x (ds E) tel que $y \in V$ entraîne $f(y) \in V'$, ou encore tel que $f(V) \subset V'$, ou encore tel que $f^{-1}(V') \supset V$. Or, dire que $f^{-1}(V')$ cont. un vois. de x, c'est dire que *c'est* un vois. de x. Ainsi, f est *continue en x si l'image réciproque de tt vois. de $f(x)$ est 1 vois. de x.* »

26. Voir la note 15.
27. Il ne précise pas quel type d'espace est F.

Il présente ensuite quelques propriétés de ces formes différentielles et aborde les *formes différentielles alternées* dans une autre sous-section. Celle-ci n'est pas vraiment construite et ne contient que certaines notions et indications. Le cahier de brouillon continue avec une nouvelle section, sur les *intégrales de formes différentielles*. Celle-ci commence par une sous-section *formes du 1er degré* puis une autre *préliminaires : intégrale de Stieltjès*[28] *sur la droite*. Tout ceci est rayé, puis réorganisé et plus ou moins détaillé. Les deux sections *intégrale de Stieltjès sur la droite* et *intégration sur un localement compact* du syllabus ne sont pas réécrites dans le cahier. Celui-ci est difficile à interpréter en soi et les correspondances avec le syllabus sont hasardeuses. Cela peut s'expliquer de deux façons différentes : soit Henri Cartan utilise un autre brouillon, soit il connaît suffisamment ce qu'il veut faire pour n'avoir à écrire que certains points délicats. Dans tous les cas, même le syllabus est rayé et réorganisé à plusieurs reprises. Je me contente donc de présenter directement ces deux sections du syllabus, reproduites dans l'annexe B.10, et de les commenter brièvement à l'aide de bribes d'informations disponibles dans le cahier.

Dans la section *intégrale de Stieltjès sur la droite*, il semble qu'Henri Cartan commence par faire le lien entre l'intégrale ordinaire et la notion de mesure. Il définit cette dernière, pour un intervalle I, à partir de $\int_I \mathrm{d}x$. Il étend ensuite cette notion avec $\int_I \mathrm{d}g$, g étant une fonction à variation bornée, et en montre l'additivité. Il établit ensuite la réciproque en partant d'une fonction additive μ sur les intervalles. À partir de là, il continue sur la notion d'intégrale en partant des fonctions étagées φ à valeurs dans F, qui est la droite réelle dans toute cette sous-section. Ces fonctions forment un sous-espace linéaire $\mathscr{A}$ de l'espace linéaire $\mathscr{E}$ des fonctions à valeurs dans F. Leur intégrale étant alors « $L(\varphi) = \sum_i a_i \times$ [Rayé : g(i^{e} inter.)] mesure du i^{e} intervalle ». La relation (1) $|L(\varphi)| \leqslant K|\varphi|$, K étant la variation totale de g, lui permet d'affirmer que $L(\varphi)$ est uniformément continue sur $\mathscr{A}$, donc peut se prolonger par continuité à l'adhérence $\overline{\mathscr{A}}$ de $\mathscr{A}$. Il explique ensuite que la relation « (1) est vraie, par passage à la limite, pour tte $\varphi \in \overline{\mathscr{A}}$. », qu'il note $L(\varphi) = \int \varphi \mathrm{d}g$, et que $L(\varphi)$ est linéaire et continue sur $\overline{\mathscr{A}}$. Il poursuit alors avec le fait que les fonctions continues et continues par morceaux appartiennent à $\overline{\mathscr{A}}$ et que, pour une fonction continue, $\int \varphi \mathrm{d}g = \sum_i \varphi(\xi_i) \int_{\mathrm{i}^{\mathrm{e}}\text{ intervalle}} \mathrm{d}g$.

Une nouvelle sous-section est consacrée à l'*intégrale indéfinie*. Il explique directement que pour une fonction φ bornée, $\int \varphi \mathrm{d}g$ est une mesure ν pour les intervalles et est à variation bornée. Il donne la formule du changement de variables en expliquant qu'elle est vraie pour les fonctions constantes, donc étagées, puis « quelconques » par passage à la limite. Dans le cas où $g(x) = x$ et $h(x)$ ont une dérivée continue, la formule du changement de variables revient à remplacer $\mathrm{d}h$ par $h'\mathrm{d}x$. Il donne ensuite la formule d'intégration par parties pour deux fonctions continues à variation bornée. Dans sa sous-section sur l'*application aux intégrales curvilignes*, il part d'une forme différentielle du premier degré $A(x).\mathrm{d}x$, avec $x = x(t)$, t un paramètre réel et $x(t)$ continûment différentiable. Il explique qu'alors $A(x)$ devient $\varphi(t)$ et que son intégrale existe si φ est continue, car $x(t)$ est à variation bornée. Il continue avec

> Cette intégrale est la lim. $\sum A(\xi_i)[x_{i+1} - x_i]$; c'est aussi l'intégrale ordinaire $\int \varphi.x'\mathrm{d}t$. D'où règle de calcul. La 1ère défin. montre caractère *invariant* (indép. de la repr. param. partic.)

Il finit ensuite par quelques indications sur différents développements.

Les difficultés de description sont beaucoup plus importantes encore pour l'*intégration sur*

28. Il met un accent sur Stieltjes cette année.

un localement compact, toujours parce que les correspondances entre le cahier de brouillon et le syllabus ne sont pas claires. Il commence par une sous-section sur les *fonctions semi-continues* et leurs propriétés. La deuxième est consacrée à l'*intégrales des fonctions réelles par rapport à une mesure positive sur un localement compact.* Dans celle-ci, il semble reproduire la même construction que pour l'intégrale de Stieltjes sur la droite. Il commence par l'intégrale des fonctions sommables, en expliquant que l'intégrale est linéaire et permet de définir une norme en intégrant la valeur absolue de ces fonctions. Il introduit les ensembles mesurables à l'aide de l'intégrale de leur fonction caractéristique ; les ensembles négligeables sont alors les ensembles de mesure nulle. Il explique que les ensembles mesurables forment une phratrie [29] sur laquelle la mesure μ est additive.

Il définit ensuite l'intégrale pour l'ensemble $\mathscr{C}$ des fonctions qui sont limite uniforme de fonctions étagées. Il pose alors le problème, « étendre L à d'autres fonct., et en partic. en déduire *mesure* de tous ens. "mesurables" », et la méthode « "prolonger" L en N pour *toutes f.* $\geqslant 0$ *(pouvant être* $+\infty$*)* ». N n'est définie que plus loin. Il montre alors que pour les fonctions f tels que $N(|f|) < +\infty$, N est une norme. L est alors uniformément continue sur $\mathscr{C}$, donc se prolonge sur $\overline{\mathscr{C}}$, qui regroupe alors les fonctions sommables. Il continue ensuite la définition de N en faisant remarquer qu'il y a plusieurs solutions possibles. Il ne présente que le cas des fonctions positives semi-continues inférieurement pour lesquels il définit N comme la borne supérieure des $L(g)$, avec $0 \leqslant g \leqslant f$ et $g \in \mathscr{C}$. Il développe quelques résultats sur cette norme.

Il passe ensuite aux ensembles mesurables et aux fonctions sommables. Je suppose que ce qu'il a enseigné correspond à peu près au passage suivant de son cahier de brouillon :

> Ens. *mesurable* si $\overline{\text{borne}}$ des μ des compacts contenus = $\underline{\text{borne}}$ des μ des ouverts contenant = finie. En partic., μ(ouvert) = $\overline{\text{borne}}$ des μ des compacts contenus.
>
> *Les fonctions étagées sur la phratrie des ens. mesurables st sommables et partout denses dans* $\overline{\mathscr{C}}$, de sorte que la connaissance de μ permet de reconstituer l'intégrale (pour cela, on prendra d'abord l'intégrale d'une $f \in \mathscr{C}$).
>
> *Caractérisation des f. sommables :* à un ens. négligeable près, c'est la différence de 2 fonctions $\geqslant 0$, limites de suites crois. de f. étagées de ρ bornées. Les f. sommables $\geqslant 0$ sont caractérisées par : les ens. $f \geqslant a$ et $f > a$ ($a > 0$ quelc.) sont *mesurables.* D'où procédé d'intégration de Lebesgue.
>
> *Remarque importante.* Partons d'une $\alpha \geqslant 0$, additive sur phratrie fondamentale Φ. (d'ens. rel. compacts) Elle définit une $L(f)$ pour $f \in \mathscr{C}$, donc une intégrale et une mesure. Il n'est pas sûr que les ens. de Φ soient mesurables et, s'ils le sont, que α soit μ. Mais, pour cela [un crochet dans la marge qui regroupe tout le reste de la phrase précise : (sans démonstr.)], il ft et il suffit que tout tt $E \in \Phi$, il existe compact $A \subset E$ tel que $\alpha(F) < \epsilon$ pour tout $F \subset E - A$. Exemples.
>
> Cond. pour que 2 mesures coïncident : c'est qu'elles coïncident sur Φ infinitésimale.
>
> *Application : aire dans le plan*
>
> Définissons α pour les réunions de carrés (semi-ouverts ; préciser) dt côtés ont pour coordonnées des multiples de $\frac{1}{2^n}$. Les conditions sont remplies. D'où : *aire* (mesure

29. C'est-à-dire que la réunion, l'intersection et la discrépance (terme employé par Henri Cartan dans ce cahier de brouillon qui semble être synonyme, dans ce contexte, de différence finie), de deux ensembles mesurables est encore un ensemble mesurable.

relative à α), et intégrale double $\iint f\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. – Id. pour *volumes*.

La remarque importante est « la caractérisation de la *trace* d'une mesure de Radon sur une phratrie Φ » qu'il présente à André Weil dans sa lettre du 1er mars 1940 [30]. Il présente ensuite les propriétés de l'intégrale et de la mesure qu'il démontre à partir de l'inégalité $N(\sum_{i=1}^{\infty} f_i) \leqslant \sum_{i=1}^{\infty} N(f_i)$. En particulier il démontre que l'espace $\overline{\mathscr{C}}$ est complet, le théorème de convergence dominée de Lebesgue et la caractérisation des fonctions sommables par les ensembles mesurables avec « le procédé de Lebesgue », comme le montre sa première tentative de rédaction dans le syllabus, à la page 26, et la deuxième, à la 27. La suite de la section, pages 28 à 30 du syllabus, reprend ensuite les mêmes procédés de façon plus ou moins détaillés dans des sous-sections : *intégrales doubles* $\iint f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, *intégrale indéfinie*, *intégrale de f. qui dép. d'1 paramètre* α, *applic. particulières de théorie générale*, *intégrale par rap. à mesure non positive* et *ex. rectification des courbes*.

11.2.3.2 Les *intégrales de formes différentielles* : description des différents essais

Comme il l'a expliqué dans sa lettre à André Weil, il semble qu'Henri Cartan commence effectivement à rédiger cette nouvelle section en s'inspirant de l'article de René de Possel [31], suivant ainsi les recommandations du congrès de Dieulefit pour traiter les variétés différentiables et les formes différentielles [32]. Il semble commencer par faire, à la toute fin du cahier 3.22, un résumé de cet article, avec les sous-sections suivants : *variétés (différentiables) à p dimensions*, *variété abstraite à p dimension* (définition, bord, orientation), puis *forme différentielle sur une variété abstraite*. Il raye ensuite une partie de tout cela pour ne garder, dans une sous-section *préliminaire sur l'espace euclidien* de son syllabus, qu'un passage pour introduire le « vol. d'1 pavé à p dim. ds l'esp. à n avec métrique ». Ce cahier s'arrête là.

Il essaye ensuite, dans le syllabus et le cahier de brouillon 3.21, de poursuivre son cours en s'inspirant de cet article. Lors des deux premiers essais, il n'est visiblement pas satisfait de ne pas obtenir une « définition ayant un caractère invariant ». Il recommence à chaque fois avant de développer substantiellement les intégrales de surface. Il finit alors, dans son troisième essai, par revenir à ce qu'il a fait les années précédentes et peut ensuite poursuivre.

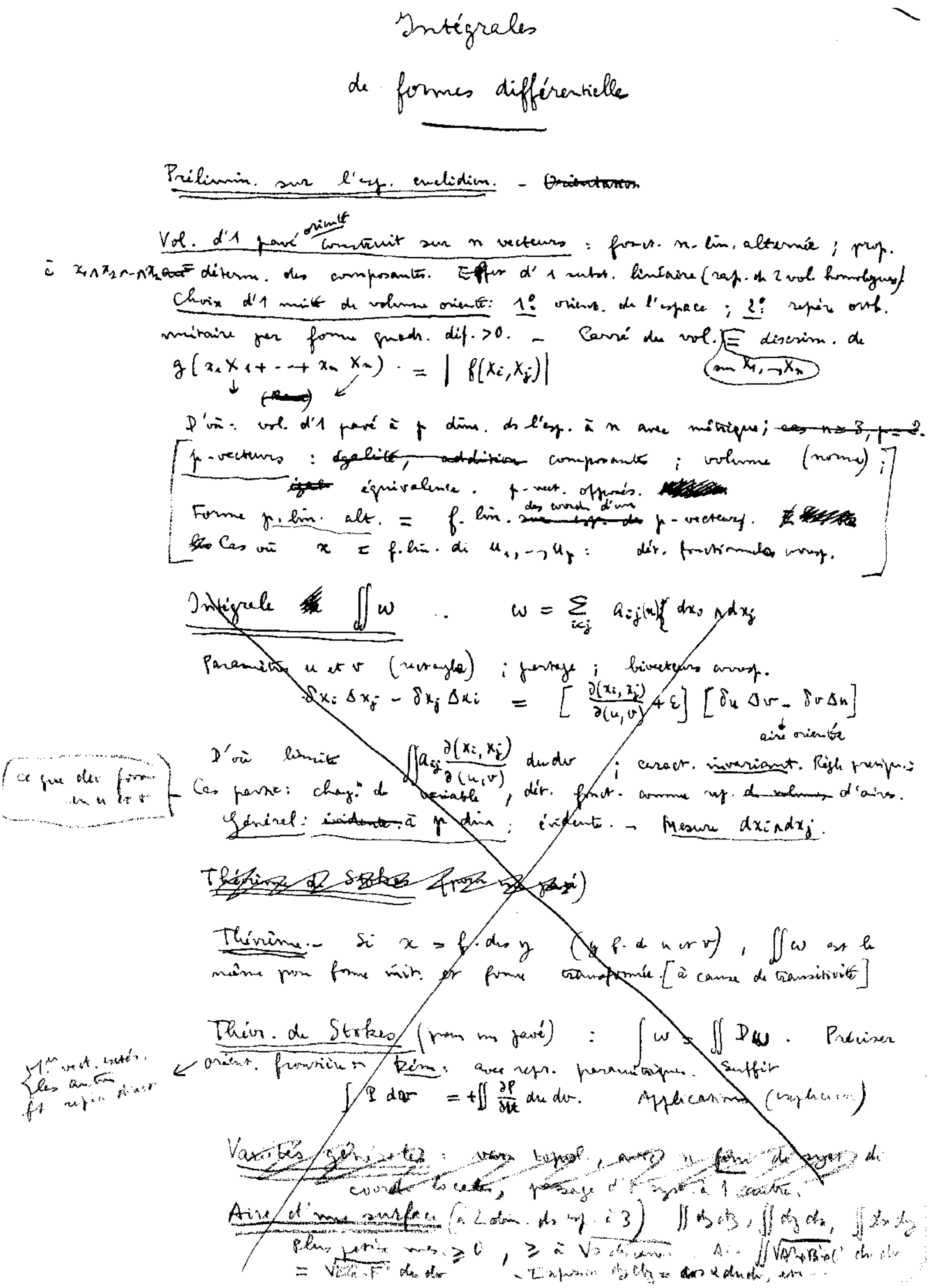
La page 31 du syllabus en annexe B.10 correspond au premier essai, la 32 au deuxième et les pages 33–34 correspondent au troisième et au début de la suite.

11.2.3.3 Premier essai inspiré de l'article de René de Possel

Henri Cartan commence ensuite une sous-section *préliminaires* qui devait servir à construire les intégrales de formes différentielles, mais celle-ci est rayée. Un paragraphe *définition invariant de* $\iint \omega$ suit, mais il est également rayé. Cela correspond à ce qui est à la page 31 du syllabus reproduite dans l'illustration 11.1. Dans ces passages, il part de $\omega = \sum_{i<j} a_{ij}(x)\mathrm{d}x_i \wedge \mathrm{d}x_j$ et veut montrer de suite la formule de changements de variables $\iint a_{ij}(x)\mathrm{d}x_i\mathrm{d}x_j = \iint a_{ij}\frac{\partial(x_i,x_j)}{\partial(u,v)}\mathrm{d}u\mathrm{d}v$ qui, comme dans l'article de René de Possel, est l'argument pour justifier du caractère invariant de la définition. En particulier, il montre que « ω est une *mesure* : la mes. positive associée est $\iint |\frac{\partial(x_i,x_j)}{\partial(u,v)}|\mathrm{d}u\mathrm{d}v$. » Il est noté dans la marge du cahier d'« [a]rranger cela de manière à avoir une

30. Voir l'extrait de celle-ci dans la sous-section 11.2.1.
31. Voir [de 68].
32. Voir la sous-section 10.2.6.

Illustration 11.1 – Page 31 du syllabus [Aud14a, 9.01]



Intégrales

de formes différentielle

Prélimin. sur l'esp. euclidien. – ~~Orientation~~

Vol. d'1 pavé orienté construit sur n vecteurs : form. n-lin. alternée ; prop.

$x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n$ déterm. des composantes. Effet d'1 subst. linéaire (rap. de 2 vol. homologues)

Choix d'1 unité de volume orienté : 1° orient. de l'espace ; 2° repère orth. unitaire par forme quadr. déf. > 0. – Carré du vol. = discrim. de

$g(x_1X_1 + \dots + x_nX_n) = |f(X_i, X_j)|$ (en $X_1, \dots, X_n$)

D'où : vol. d'1 pavé à p dim. ds l'esp. à n avec métrique ;

p-vecteurs : composantes ; volume (norme) ; équivalence. p-vect. opposés.

Forme p-lin. alt. = f. lin. des coord. d'un p-vecteur.

Cas où x = f. lin. de $u_1, \dots, u_p$: dét. fonctionnels

Intégrale $\iint \omega$ .. $\omega = \sum_{i<j} a_{ij}(x)\, dx_i \wedge dx_j$

Paramètres u et v (rectangle) ; partage ; bivecteurs

$\delta x_i \Delta x_j - \delta x_j \Delta x_i = \left[\frac{\partial(x_i,x_j)}{\partial(u,v)} + \varepsilon\right]\left[\delta u \Delta v - \delta v \Delta u\right]$

aire orientée

D'où limite $\iint a_{ij} \frac{\partial(x_i,x_j)}{\partial(u,v)}\, du\, dv$; caract. invariant. Règle pratique

Cas partic. : chang. de variable, dét. fonct. comme rap. d'aires.

Général : à p dim. ; évidente. – Mesure $dx_i \wedge dx_j$.

~~Théorème de Stokes (pour un pavé)~~

Théorème. – Si x = f. des y (y f. de u et v), $\iint \omega$ est le même pour forme init. et forme transformée [à cause de transitivité]

Théor. de Stokes (pour un pavé) : $\int \omega = \iint D\omega$. Préciser orient. frontière. Rem. : avec repr. paramétrique. Suffit $\int P\, dx = +\iint \frac{\partial P}{\partial u}\, du\, dv$. Applications (exemples)

Variétés générales : [illegible]

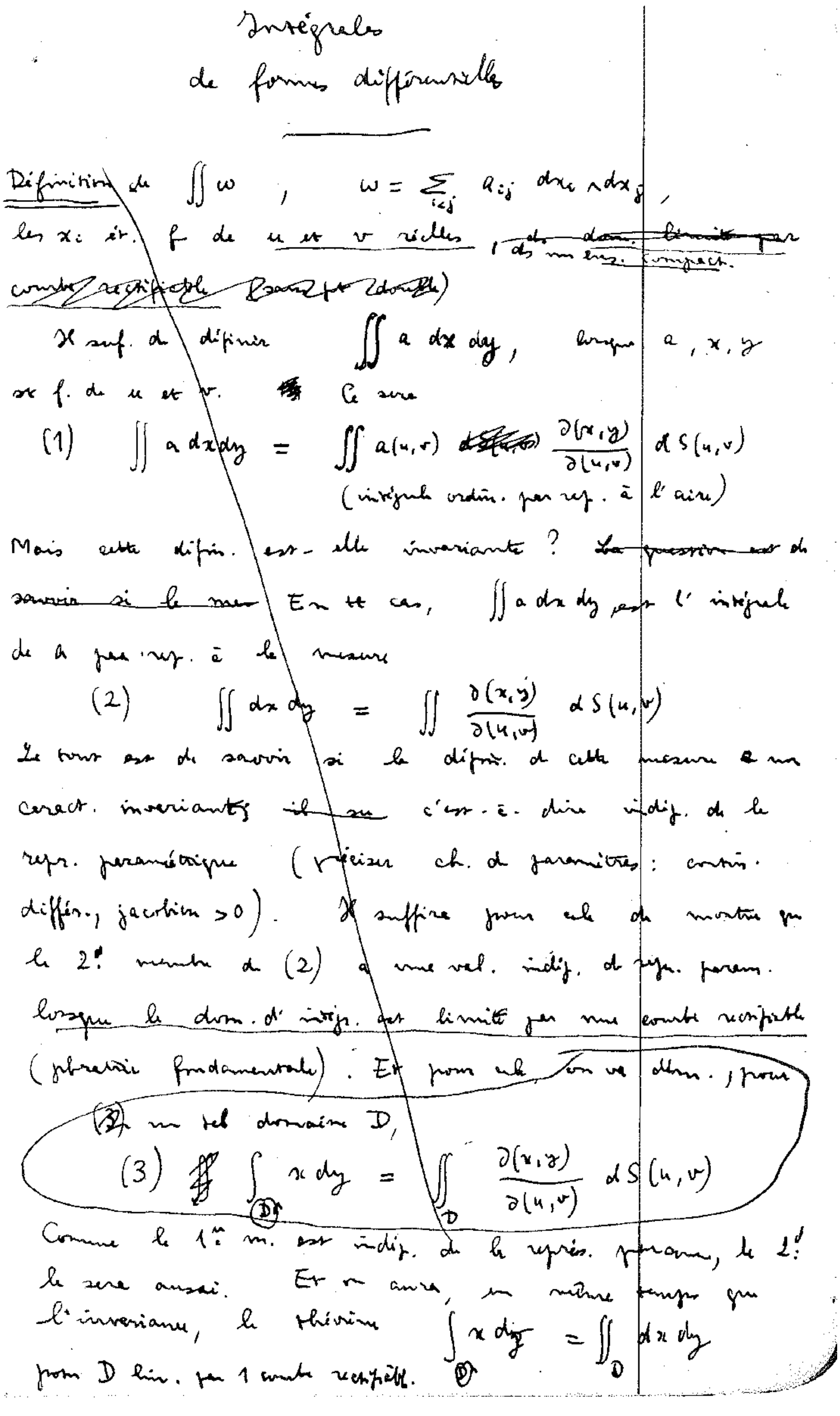
Aire d'une surface (à 2 dim. ds esp. à 3) $\iint dy\,dz$, $\iint dz\,dx$, $\iint dx\,dy$ [illegible]

déf. ayant 1 caract. invariant ». De là il continue avec le théorème de Stokes (pour un pavé). Ce qui est écrit en dessous, « variétés générales » et « aire d'une surface », n'est pas dans le cahier. Dans tous les cas, tout est rayé et il recommence.

11.2.3.4 Deuxième essai

Le nouvel essai et toute la fin de ce cours sont dans le cahier 3.21, à partir de la fin. Ce qu'il écrit dans son cahier est un développement plus important que ce qui est fait dans le syllabus, où la question de l'invariance est absolument centrale, avec trois occurrences du mot « invariant » ainsi que de l'expression « indép. de repr. param. », visible dans l'illustration 11.2. Depuis son

Illustration 11.2 – Page 3, à partir de la fin, du cahier [Aud14a, 3.21]



Intégrales
de formes différentielles

Définition de $\iint \omega$, $\omega = \sum_{i<j} a_{ij}\, dx_i \wedge dx_j$,
les x_i ét. f. de u et v réelles, ~~définies dans un ens. compact limité par courbe rectifiable (sans pt double)~~

Il suf. de définir $\iint a\, dx\, dy$, lorsque a, x, y sont f. de u et v. Ce sera

(1) $\iint a\, dx\, dy = \iint a(u,v) \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\, dS(u,v)$

(intégrale ordin. par rap. à l'aire)

Mais cette défin. est-elle invariante ? ~~La question est de savoir si la me~~ En tt cas, $\iint a\, dx\, dy$ est l'intégrale de a par rap. à la mesure

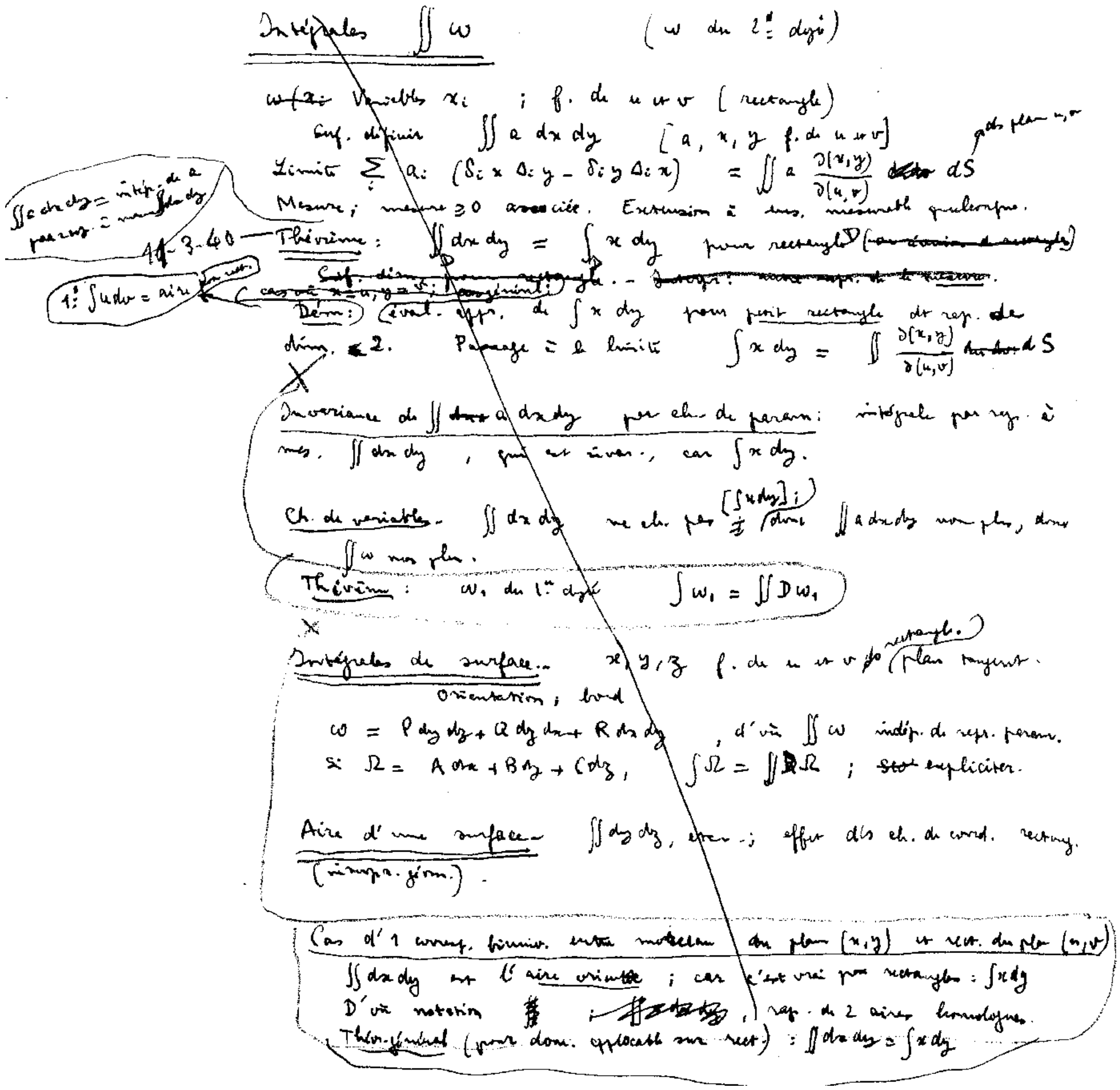
(2) $\iint dx\, dy = \iint \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\, dS(u,v)$

Le tout est de savoir si la défin. de cette mesure a un caract. invariant, ~~il su~~ c'est-à-dire indép. de la repr. paramétrique (préciser ch. de paramètres : contin. différ., jacobien > 0). Il suffira pour cela de montrer que le 2e membre de (2) a une val. indép. de repr. param. lorsque le dom. d'intégr. est limité par une courbe rectifiable (problème fondamental). Et pour cela, ~~on va~~ dém., pour un tel domaine D,

(3) $\int_{(D)} x\, dy = \iint_D \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\, dS(u,v)$

Comme le 1er m. est indép. de la représ. param., le 2e le sera aussi. Et on aura, en même temps que l'invariance, le théorème $\int_{(D)} x\, dy = \iint_D dx\, dy$
pour D lim. par 1 courbe rectifiable.

Illustration 11.3 – Page 32 du syllabus [Aud14a, 9.01]



exposé à Strasbourg en décembre 1938 [33], ces questions d'invariances deviennent visiblement beaucoup plus importantes qu'auparavant pour Henri Cartan. En faisant le lien avec $\int_{\textcircled{D}} x\mathrm{d}y$, il veut montrer ce caractère invariant en même temps qu'un autre théorème qu'il démontre également les années précédentes. Cependant, toute cette partie est rayée et il recommence de nouveau. Encore une fois, ce qui est à partir du changement de variables à la page numérotée 32, présentée dans l'illustration 11.3, n'est pas dans le cahier. Il est probable qu'Henri Cartan n'ait pas jugé nécessaire de rédiger cette partie.

11.2.3.5 Troisième et dernier essai

Pour ce nouvel essai, visible dans l'illustration 11.4, qui est vraisemblablement celui qu'il enseigne, il se rapproche de ce qu'il a fait les années précédentes. En effet, après avoir délimité le problème qui est de définir une mesure $\iint u dx \mathrm{d}y$, il commence par démontrer que : $| \int x\mathrm{d}y| \leqslant$

33. Voir 10.2.6.

K aire. En utilisant de nouveau une approximation par des rectangles, il démontre alors que, pour un domaine D limité par une courbe rectifiable C, $\iint_D \mathrm{d}x\mathrm{d}y = \int_C x\mathrm{d}y$. Cela lui permet de donner ensuite son théorème fondamental de 1934–1935, $\iint \mathrm{d}x\mathrm{d}y = \sum_i \iint \frac{\partial x}{\partial X_i}\mathrm{d}X_i\mathrm{d}y$. Il peut alors appliquer cela à l'intégrale d'une forme différentielle de degré 2 et obtenir la formule du changement de variables. Il peut ainsi montrer le caractère invariant, par changement de variable, de sa définition, et poursuivre avec le théorème de Stokes.

Illustration 11.4 – Page 33 du syllabus [Aud14a, 9.01]

Intégrales $\iint \omega$ (ω forme diff. du 2d degré)

2 var. réelles u, v ; ~~[illegible]~~ carré.
x et y f. cont. diff. de u et v [à valeurs ?]
Définir mesure $\iint dx\,dy$ [pour ens. mesur. pour l'aire].
Défin : pour réunion finie de carrés, $\int x\,dy$ [sens de parcours] ; additif.
En outre $\left|\int x\,dy\right| \leq K$ aire. Conclusion.

Théor. – Si D est limité par C rectifiable, $\iint_D dx\,dy = \int_C x\,dy$.
[Coroll. : $\iint dx\,dy$ ne change pas si on change repr. param.]
Dém. – Quadrillage ; périm. total des carrés renc. C est borné, donc aire totale $\to 0$. Conclure : $\left|\int_C x\,dy - \int_{C_n} x\,dy\right| < \varepsilon$, etc...

~~Théor.~~ $\iint dx\,dy = -\iint dy\,dx$

$\iint d(x_1+x_2)\,dy = \iint dx_1\,dy + \iint dx_2\,dy$: f. bilin. alternée.
Cas partic. : $\iint du\,dv$ = aire, car $\int u\,dv$ = aire pour carré.

Défin. de $\iint a\,dx\,dy$: intég. p. r. à mesure.

Th. – Si $x\,(X_1, X_2, X_3)$ $\mathcal{C}_1$, $\iint dx\,dy = \sum_i \iint \frac{\partial x}{\partial X_i}\,dX_i\,dy$.
Dém. : pour réunion de carrés.

~~Coroll. : appl. de règle à y~~
Coroll. : $\iint a\,dx\,dy = \sum_i \iint a\frac{\partial x}{\partial X_i}\,dX_i\,dy$

Appl. de règle à y.
$\iint a\,dx\,dy = \iint a\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\,du\,dv$ (intégr. ordinaire)
Appl. : ch. de var. pour intégr. ordinaires ; rapp. de 2 aires inf. petites.

$\iint \omega$: défin., calcul ; invar. par ch. de variables ; th. de Stokes.

Intégrales de surface.
x dans E^n ; $x(u,v)$ continûment différ. (ds carré)
[Image courbe rectifiable ?] Repr. param. diff. – corresp. entre par.
ω 2d degré définie au vois. de S. $\iint \omega = \iint$ de ce que dev. $\omega(u,v)$
Invariance : pour jacobien > 0. D'où : $\iint \omega$ définie pour S orientée
Ω 1er degré diff. au vois. de S ; ~~[illegible]~~ intégr. curv. pour courbe rect. sur S. Théor. de Stokes. – Expliciter pour 3 dimensions

Il réutilise ensuite ces résultats pour les intégrales de surfaces, dont le contenu est semblable à celui de son cours de CDI de 1934–1935. Il étend également cela à p dimensions et traite les primitives d'une forme différentielle. Cette dernière sous-section est une nouveauté de cette année et correspond à un cours passage de son exposé du 21 décembre 1938, *Formes différentielles ; théorèmes de de Rham*, au séminaire de Strasbourg [34].

La partie sur l'intégration du cours d'Henri Cartan de 1939–1940 montre les limites de l'analyse de brouillons. Il est difficile de suivre le développement d'Henri Cartan avec la préparation du cours dans ses deux cahiers de brouillon ou bien dans son syllabus ; cela l'est encore plus en croisant ces deux sources. La description de son cours dans une lettre à André Weil permet d'aller un peu plus loin sur des sujets particuliers comme la méthode pour l'intégrale de Lebesgue-Radon ou celle des formes différentielles, mais n'est pas d'une grande aide pour le reste. La déception de ne pas comprendre mieux cette partie du cours d'Henri Cartan de cette année n'empêche cependant pas d'entrevoir la poursuite de ses efforts des années précédentes ou des interactions avec le travail bourbachique.

La présentation de la théorie de l'intégration dans son cours de 1939–1940 est sensiblement différente de celles des années précédentes. La portée n'est pas la même puisqu'il expose l'intégrale de Lebesgue et utilise les mesures. S'il s'inspire de travaux et d'idées issues du travail bourbachique, comme le *diplodocus* de Jean Dieudonné ou la notion de phratries, il utilise cependant une présentation différente. Celle-ci, comme il l'indique dans sa lettre à André Weil, repose sur une nouvelle méthode dont il aurait déjà fait part à Bourbaki. Il est très probable, sans pour autant pouvoir le confirmer à cause des problèmes de datation, que cela soit un essai d'application de ce qu'il propose à la fin de la rédaction sur la phratries [35]. L'exposé de son cours est simplifié, mais, en identifiant les familles W de cette rédaction avec les fonctions $\mathscr{C}$ du cours d'Henri Cartan, les similitudes dans les présentations sont frappantes.

Pour l'intégrale des formes différentielles, comme il le dit dans sa lettre à André Weil, il commence effectivement par s'inspirer de l'article de René de Possel. Alors qu'il n'est pas engagé, puisque c'est Charles Ehresmann, à travailler ce document dans le cadre du projet Bourbaki, Henri Cartan souhaite peut-être tenter une approche personnelle sur la question, proposer un deuxième point de vue ou bien pallier l'absence d'avancement de Charles Ehresmann à ce propos. Cependant, si dans un article de recherche il est possible de donner l'intégrale d'une forme différentielle « par définition », et de seulement prouver ensuite son caractère invariant, cela ne semble pas avoir suffi à Henri Cartan pour son enseignement. En effet, dans la continuité de ce qu'il a fait pour ses précédents cours de CDI, il cherche à définir cette intégrale double, de Stieltjes ou de différentielles, et non pas à la donner sans montrer la construction de cette définition, c'est-à-dire avec l'utilisation des approximations $f(\xi_i, \eta_i) \int_{D_i} u dv$ les années précédentes, ou avec l'exhibition d'une mesure pour cette année. Cela le contraint donc à rédiger cette section à plusieurs reprises. À l'inverse, la formule de Stokes ne semble toujours pas lui poser de difficultés en soi.

34. Il a rendu sa présentation plus abordable puisqu'il ne se place plus dans le contexte « du groupe d'homologie des formes différentielles », voir [Aud14a, 6.52].

35. Voir [Boua, iencr019].

11.3 Le cours de CDI de René de Possel, en 1940–1941, à l'université de Strasbourg repliée à Clermont-Ferrand

11.3.1 Étude du plan

Le cours de René de Possel suit un plan [36] semblable à celui d'Henri Cartan pour les prérequis :

1. Ensembles
2. Eléments d'algèbre
3. Algèbre linéaire
4. Algèbre multilinéaire
5. Ensembles ordonnés
6. Topologie
7. Espaces vectoriels normés

Le travail collectif au sein de Bourbaki, et peut-être même le cours d'Henri Cartan de l'année précédente, semblent donc avoir fixé les prérequis au CDI de René de Possel de cette année.

Si Henri Cartan commence par des *notions élémentaires sur l'intégrale définie*, afin de pouvoir traiter, juste après, les *théorèmes d'existence*, René de Possel choisit une voie différente. Comme Henri Cartan les années précédentes, il consacre un chapitre aux *différentielles*. La suite est différente puisqu'il consacre trois chapitres aux *compléments de topologie*, *variétés différentielles* et *formes différentielles sur les variétés*. Les notions regroupées dans ces chapitres correspondent plutôt à des compléments de CDI. Néanmoins, il est possible que René de Possel ait choisi de les développer en écho à ses propres travaux de recherches, et au choix fait par Bourbaki au congrès de Dieulefit de s'en inspirer pour la rédaction sur les variétés différentielles et l'intégration des formes différentielles [37]. De plus, le choix de ne consacrer qu'un chapitre, à la fin de son cours, à un point important du CDI, l'intégration, est assez étonnant pour cet enseignement. Il est possible que celle-ci soit également l'objet d'un cours complémentaire.

11.3.2 Le début du cours

Le début du cours de René de Possel commence avec la définition d'un ensemble :

> Dans une théorie mathématique on considère des objets de différents types. Par exemple , en géométrie élémentaire, des points , des droites, des plans ; en arithmétique et en analyse des nombres et des fonctions, etc. Toute propriété P des objets d'un certain type définit un ensemble A d'objets, qui comprend les objets possédant la propriété P. [Pos41, p. 1]

En introduisant cette notion par des exemples et en donnant une caractérisation simplifiée, René de Possel semble s'inspirer, en particulier à travers l'utilisation du mot « type », de la rédaction bourbachique qui se trouve dans ses papiers à ce moment [38]. La définition d'une

36. Voir l'annexe B.11.
37. Voir la sous-section 10.2.6.
38. Voir la sous-section 10.2.1 : il peut s'agir de [Boua, iecnr065] ou [Boua, iecnr063].

fonction est presque identique à celle d'Henri Cartan en 1940–1941, tout comme l'ensemble du premier chapitre. D'une façon générale, tout le cours jusqu'au chapitre sur les *compléments de topologie* reprend les grandes lignes de celui d'Henri Cartan. Quelques points sont approfondis ou présentés différemment, mais, comme pour le plan, il est très probable que René de Possel ait accès au cours d'Henri Cartan, sous une forme ou sous une autre.

Une des différences notables par rapport au cours d'Henri Cartan est la définition du corps des nombres réels. En effet, il se place d'abord dans le cadre des groupes archimédiens complets :

> *GROUPE ARCHIMEDIEN COMPLET.* Un groupe archimédien est dit complet s'il n'est pas discret et s'il vérifie l'axiome suivant dit *axiome de Cauchy* :
>
> *Toute suite d'intervalles finis et fermés I_n, emboités, c'est-à-dire, tels que $I_n \subset I_{n-1}$, et de longueurs tendant vers zéro, a pour intersection un élément unique.* [Pos41, p. 82]

Il donne ensuite la définition d'une suite de Cauchy et démontre l'équivalence entre l'axiome de Cauchy et le fait que toute suite de Cauchy est convergente. Plus loin, il montre l'existence d'un groupe archimédien complet, ainsi que le fait que la définition d'un produit sur un groupe archimédien complet en fait un corps. Il donne enfin la définition du corps des nombres réels : « Tout corps contenant le corps des rationnels dont le groupe additif est archimédien et complet sera appelé *corps des nombres réels*[39]. » Contrairement à Henri Cartan qui définit les nombres réels comme un corps et en donne d'autres propriétés, René de Possel comme Bourbaki caractérisent sa spécificité par rapport aux nombres rationnels. À l'inverse, il ne le définit pas comme le complété de cet ensemble, mais comme un espace particulier qui le contient.

11.3.3 La présentation des intégrales doubles

L'intégration est présentée dans le dernier chapitre du cours de René de Possel. Celui-ci commence avec une *introduction : mesure et intégrale de Stieltjès d'une fonction continue* afin de « préparer aux extensions ultérieures et en montrer la nécessité, nous définirons d'abord "l'intégrale de Stieltjès d'une fonction continue par parmrapport [*sic*] à une mesure"[40]. » Après une courte section sur les notions de phratrie et de mesure, il aborde celle sur l'*intégrale de Stieltjès*. Il définit l'intégrale de Stieltjes d'une fonction continue par la limite de la somme de Riemann associée à une mesure donnée. Si la mesure utilisée est celle de Lebesgue, c'est l'intégrale ordinaire ; si elle est associée à une fonction monotone croissante, c'est l'intégrale de Stieljtjes ; si c'est celle de l'aire d'un plan, c'est l'intégrale dans un plan[41]. Il se concentre ensuite sur l'intégrale de Stieltjes jusqu'à la fin de la section[42].

Il cherche ensuite à donner une définition plus générale. Comme Henri Cartan, il semble essayer de suivre la méthode proposée par André Weil pour Bourbaki à ce propos : considérer l'intégrale comme une fonctionnelle linéaire et chercher à l'étendre par complétion. C'est ce qu'il fait jusqu'à la fin de son cours. En particulier, il ne revient pas du tout sur les intégrales doubles. La formule de Stokes n'est pas présentée.

39. Voir [Pos41, p. 95].
40. Voir [Pos41, p. 221].
41. Voir [Pos41, pp. 222-223].
42. Voir [Pos41, pp. 224-227].

Chapitre 12

Conclusion

12.1 Retour sur les axes d'analyse

Après avoir présenté les axes de comparaison des documents du corpus dans la section 8.4 et avoir décrit l'évolution au cours des années dans le reste de cette partie de la thèse, cette section revient sur chacun de ces axes d'un point de vue plus global, après un premier constat général.

12.1.1 Synthèse de l'évolution des cours de CDI d'Henri Cartan et des interactions collectif-individus

Le tableau 12.1 récapitule les caractéristiques des cours présentés par rapport aux axes d'analyse. Un premier constat est directement visible : Henri Cartan retravaille plus ou moins profondément ses cours, chaque année, durant cette période. Cela peut paraître anodin, mais il ne semble pas pleinement satisfait de ses cours et fait de réels efforts pour essayer de les améliorer. En ce sens, à l'exception de l'année 1932–1933 avec la charge du *cours Peccot*, il ne choisit pas la facilité de répéter un même cours, ou presque, afin d'avoir plus de temps pour d'autres choses, comme la recherche, Bourbaki ou sa famille. Ces enseignements semblent ainsi importants pour lui et le travail dans les cahiers de brouillon montre qu'il y consacre un temps considérable. Par ailleurs, le perfectionnisme d'Henri Cartan, qui est sensible dans ses efforts pour son enseignement, est également souligné, et même reproché, par d'autres membres du projet collectif ; par exemple, André Weil lui écrit, le 29 août 1946, à propos d'une rédaction bourbachique « en fait de modifications substantielles tu n'as absolument à proposer que des broutilles (il y a deux ou trois détails, que nous t'indiquerons, où nous sommes d'accord avec toi), et des permutations de lignes et de colonnes qui n'ont aucune raison de ne pas se poursuivre indéfiniment ; elles te satisfont à un moment donné, un autre jour ce sera autre chose [1]. » Certaines réécritures du cours de CDI d'Henri Cartan semblent également incorporer des changements mineurs sur lesquels il change parfois d'avis.

Si l'inspiration globale du traité d'Édouard Goursat est clairement visible dans le cours d'Henri Cartan en 1931–1932, c'est moins le cas par la suite. Plus précisément, c'est à partir

1. Voir [Boua, hcco038], lettre reproduite [Aud11, p. 129]. Jean Dieudonné lui écrit également, le 1er septembre 1946 : « ton désir de perfection est très louable, mais il arrive un moment où il faut se dire que la perfection n'est pas de ce monde, surtout quand il s'agit de publier un bouquin. », voir [Boua, hcco039].

Tableau 12.1 – Tableau synthétique de l'analyse des cours de CDI

Année scolaire	Plan	Prérequis	Changement de variable pour les intégrales doubles et formule de Stokes
[Gou23]		Peu structurés et parfois informels	Différents cas présentés
HC 1931–1932	Globalement similaire à celui d'Édouard Goursat	Ajouts de précisions et de développements	Essai d'une théorie globale à travers l'intégrale de Stieltjes, se rapproche finalement de [Gou23] pour les intégrales de surface
HC 1932–1933	Réorganisation de l'année précédente avec quelques réécritures et ajouts	Inchangés	Essai de clarification de la présentation du raisonnement, mais retour au [Gou23] pour l'*aire des surfaces gauches* et la formule de Stokes
HC 1933–1934	Réécriture totale avec un découpage plus précis	Présentation et formulation plus rigoureuses et complètes	Restructuration avec des résultats fondamentaux et des lemmes pour les démonstrations
HC 1934–1935	Structuration précise avec l'apparition de sections préliminaires importantes	Développements conséquents et nécessaires pour la suite	Développement d'une théorie de la mesure de Jordan et des différentielles, intégrales de différentielles présentées par généralisation
SM 1937–1938	4 grandes sections clairement délimitées	Notion d'ensemble admise, mais des développements substantiels autour des ensembles	Non traité
HC 1939–1940	Semblable au plan général du traité bourbachique, délimitation claire de chaque section	Prérequis structurés et inspirés du travail bourbachique	Théorie de la mesure et intégrale de Lebesgue, reprise de ses précédents cours dans ce contexte
RdP 1940–1941	12 chapitres clairement délimités et inspirés du travail bourbachique	Prérequis structurés et inspirés du travail bourbachique	Non traité

de 1933–1934, lorsque Henri Cartan réécrit l'ensemble de son cours, que ce dernier devient beaucoup plus indépendant du livre d'un de ses anciens professeurs. Il est fortement probable qu'Henri Cartan arrête d'utiliser cet ouvrage pour préparer son cours et se sert plutôt de ce qu'il a fait les années précédentes, ou bien d'autres sources. Pour les années suivantes, les différences avec le livre d'Édouard Goursat dans les trois axes d'analyse sont importantes.

L'évolution des cours d'Henri Cartan entre 1931 et 1934, ainsi que les parties réécrites à plusieurs reprises, montrent que les difficultés d'Henri Cartan avec le CDI ne se concentrent pas uniquement sur la formule de Stokes. L'organisation globale de son cours ou les prérequis en sont visiblement d'autres, comme c'est le cas, par la suite, dans le cadre du projet Bourbaki. À ce titre, le travail collectif reprend et poursuit les efforts d'Henri Cartan, même si cela s'inscrit rapidement dans un objectif rédactionnel qui dépasse largement le programme du certificat de CDI. Les différentes réutilisations, entre ces activités, de cours, exposés ou travaux collectifs sont particulièrement importantes chez Henri Cartan, du moins entre 1934 et 1940. Ce n'est pas du tout le cas de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938. Le cours de CDI de René de Possel de 1940–1941 révèle que ce dernier réutilise différentes idées collectives ; c'est aussi, visiblement, une tentative d'appliquer ou de faire avancer les travaux du groupe, en particulier par rapport aux différentielles, variétés différentielles et formes différentielles sur les variétés.

12.1.2 Plan

D'après les plans des cours, les connaissances couvertes par le CDI d'Henri Cartan sont relativement constantes entre 1931 et 1940. Les différences majeures, comme la section sur les *séries trigonométriques* ou celle sur les *fonctions analytiques d'une variable complexe*, peuvent s'expliquer par le fait qu'il a la charge ou non de cours complémentaire de CDI. Cependant, l'organisation interne de son cours évolue, elle, beaucoup. Celui-ci devient de plus en plus structuré et des théories plus spécifiques, comme la topologie ou l'algèbre, sont de plus en plus démarquées et présentées de façon plus substantielle, tout en restant élémentaires, avant d'être utilisées dans la suite du cours.

Dans le projet de rédaction des *Éléments de mathématique*, le plan et l'organisation générale du traité deviennent primordiaux. De nombreux changements sont proposés et entérinés à ce sujet, avant une stabilisation suite aux rédactions et publications. Si Szolem Mandelbrojt ne peut encore s'inspirer de ce travail collectif pour son cours de 1937–1938, Henri Cartan puis René de Possel peuvent l'exploiter en le limitant aux besoins de leurs cours. Cela ne les empêche pas de suivre des présentations différentes pour certaines parties, en particulier pour celles qui sont les plus éloignées du consensus collectif.

12.1.3 Prérequis

L'évolution des prérequis du cours d'Henri Cartan entre 1931 et 1940 est remarquable. De trois sections couvrant des notions qui n'ont pas forcément leur place ailleurs la première année, cette partie passe à six sections plus clairement structurées en 1933–1934, puis huit l'année suivante et en 1939–1940. Cela s'accompagne d'une croissance importante des connaissances présentées.

Concrètement, la définition d'un ensemble, la présentation des nombres réels, la définition d'une fonction et de la continuité et les notions d'ensemble complet et compact sont de moins en moins admises et informelles, ou bien sont tout simplement introduites. À l'inverse, la notion de coupure, qui n'est plus particulièrement utilisée, disparaît. Ces changements entrepris par Henri Cartan sont repris et amplifiés dans le travail commun au début du projet bourbachique, avant d'être réutilisés dans les cours d'Henri Cartan et de René de Possel à l'université de Clermont-Ferrand. L'apparition de sections purement topologiques ou algébriques en est révélatrice.

Pour la présentation des réels, dont l'évolution est résumée dans le tableau suivant, la situation est légèrement différente.

Année scolaire	Nom	Construction [2]	Propriétés démontrées
[Gou23]	Ensemble de nombres / de points	Admise (en particulier les opérations) [3]	Complet [4]
HC 1931–1932 [5]	Ensemble de points	Opérations	Complet [6]
HC 1933–1934	Nombres réels	Complétion et opérations	Corps, ordonné, complet, archimédien
HC 1934–1935	Nombres réels	Corps, complétion et opérations	Corps, ordonné, complet
SM 1937–1938	Nombres réels	Admise	Non dénombrable
HC 1939–1940	Nombres réels	Corps	Corps, ordonné, archimédien, complet
RdP 1940–1941	Nombres réels	Corps qui contient celui des rationnels et dont le groupe additif est archimédien et complet	Essentiellement des conséquences de la définition

Henri Cartan modifie son cours à ce niveau et continue d'y réfléchir dans le cadre du travail bourbachique. Il n'adopte finalement pas le même point de vue que Bourbaki, qui introduit les nombres réels comme l'espace complété des nombres rationnels, dans son cours de 1939–1940. Henri Cartan aborde d'abord cette notion comme un exemple de corps, puis développe ses propriétés. La rédaction de topologie générale de Szolem Mandelbrojt, qui contient une présentation des nombres réels, et son cours de CDI sont contemporains, mais complètement différents. Cela représente trois exemples différents d'interactions entre une charge d'enseignement et le projet éditorial collectif.

L'évolution du cours d'Henri Cartan puis le travail bourbachique et les cours d'Henri Cartan et René de Possel à Clermont-Ferrand semblent être une application d'une phrase précise du rapport de 1911 : « Si l'ensemble des faits essentiels qui forment la substance du programme du

2. Les termes utilisés sont associés aux présentations suivantes : *opérations*, extension de l'arithmétique des nombres rationnels aux nombres irrationnels ; *complétion*, les nombres réels sont l'espace complété des nombres rationnels ; *corps*, l'ensemble des nombres réels est un corps.

3. Voir [Gou23, p. 1].

4. Voir [Gou23, p. 8].

5. Également valable pour l'année scolaire 1932–1933 en l'absence de réécriture de cette partie du cours cette année-là.

6. Le mot « complet » n'apparaît pas mais il démontre que toute suite de Cauchy converge.

certificat de calcul différentiel et intégral ne peut guère changer, les théories qui l'expliquent, les coordonnent et les animent peuvent se transformer, et gagner en compréhension et souvent même en simplicité, sous l'influence des recherches les plus récentes [7]. » Le plan général du traité bourbachique dont s'inspirent Henri Cartan et René de Possel dans leurs cours à Clermont-Ferrand en est une illustration majeure ; le choix de présenter les filtres en est un exemple extrême.

Le cours d'Henri Cartan devient de plus en plus structuré et des théories plus spécifiques, comme la topologie ou l'algèbre, sont présentées dans un contexte plus général, tout en restant élémentaires, avant d'être utilisées dans la suite du cours.

12.1.4 Changement de variables pour les intégrales doubles et formule de Stokes

Le choix d'Henri Cartan de présenter l'intégrale de Stieltjes est étonnant : alors qu'il travaille visiblement avec le traité d'Édouard Goursat, celle-ci n'y est pas proprement introduite puisqu'elle n'est mentionnée que dans une note de bas de page. Il est alors intéressant de se demander d'où lui vient cette idée. J'ai dû me résoudre à ne pas essayer de présenter différentes hypothèses hasardeuses sur une éventuelle source extérieure pour me concentrer ici sur l'évolution de ce choix au cours de ses enseignements [8]. Les nombreuses réécritures du changement de variables pour les intégrales doubles sont, en effet, à elles seules, révélatrices de choix mathématiques, pédagogiques et de présentation d'Henri Cartan. Dans ce contexte, la formule de Stokes n'est visiblement pas un problème particulier pour Henri Cartan. Elle n'est presque jamais raturée ou, du moins, il ne reprend jamais le passage sur celle-ci de façon isolée ; de fait, avec quelques calculs, elle se déduit rapidement de ce qu'il présente précédemment. Si cela est en contradiction avec le récit sur l'origine du projet Bourbaki, l'étude des cahiers de brouillon d'Henri Cartan permet d'en supposer les raisons.

Henri Cartan mentionne pour la première fois une « intégrale de Stieltjes », dans l'ordre du cahier de brouillon, au moment où il reprend la définition de l'intégrale $\iint_D f(x,y)\mathrm{d}P\mathrm{d}Q$,

7. Voir [Sai11, p. 12].

8. J'ai abandonné cette recherche parce que j'ai considéré qu'elle était trop éloignée du sujet principal de cette thèse eu égards aux efforts à fournir. Tout d'abord, il est parfaitement possible qu'Henri Cartan n'ait pas utilisé une autre source spécifique pour cette partie : ses réécritures montrent en effet une vraie adaptation de ce passage par rapport au cadre général du traité d'Édouard Goursat. Cependant, il est quand même possible de chercher d'autres sources éventuelles. Il faut alors imaginer celles auxquelles Henri Cartan a pu accéder pour préparer son cours de 1931–1932. Il est possible qu'il travaille à partir de notes, par exemple d'un séminaire ou du cours de son prédécesseur pour l'enseignement du CDI à l'université de Strasbourg : Georges Valiron, dont le livre [Val55] introduit, apparemment dès la première édition de 1941, l'intégrale de Stieltjes. Je n'ai rien trouvé de probant dans les archives d'Henri Cartan. En supposant qu'il ait eu accès à toutes les publications parues avant 1931, d'autres difficultés apparaissent. La limitation à des sources qui présentent l'intégrale de Stieltjes n'est pas possible : il a pu avoir l'idée de l'introduire d'un côté, mais s'inspirer d'une autre source principale pour ce passage, sans forcément que celle-ci mentionne l'intégrale de Stieltjes, comme le traité d'Édouard Goursat. Finalement, j'ai, entre autres, consulté les ouvrages utilisés comme comparaison avec le travail bourbachique par Liliane Beaulieu, voir [Bea89, pp. 166-167] : [Bai07] et [Jor13] ; ainsi que les ouvrages avec lesquels Henri Cartan a visiblement comparé son cours de CDI de 1939–1940, voir la section 12.3 : [Had35] donc [Had27], [Ban32] et [Val55]. Si quelques similarités apparaissent comme des noms de section ou de sous-section, des formulations, des formules ou des majorants, celles-ci m'ont toujours paru hasardeuses et très hypothétiques. Face à cette lourde méthodologie et aux maigres résultats de mes premiers sondages, j'ai essayé de ne pas être distrait par cette intéressante question et j'ai choisi de la réserver à d'éventuels travaux ultérieurs.

dans son premier essai pour le changement de variables des intégrales multiples au début de son premier cahier de brouillon de 1931–1932 [9]. Il semble qu'il souhaite d'avantage présenter une indication plutôt qu'une référence à une théorie qu'il développe dans la suite, comme dans le livre d'Édouard Goursat. La deuxième mention se situe dans un plan pour les intégrales définies, où elles figurent juste avant le changement de variable. Ce plan est peut-être écrit a posteriori quand Henri Cartan fait le point sur ce qu'il a déjà fait puisque, quand il rédige effectivement cette partie, il commence par le changement de variable puis recommence en présentant d'abord l'intégrale de Stieltjes. Dans tous les cas, c'est visiblement pour cette formule qu'il souhaite introduire les intégrales de Stieltjes, car il veut absolument les présenter avant et les utiliser pour expliciter le membre correspondant de la formule.

Henri Cartan se sert aussi des intégrales de Stieltjes pour les intégrales curvilignes. La seule mention de l'intégrale de Stieltjes dans le traité d'Édouard Goursat se trouve dans une note de bas de page qui précise que cette généralisation sera utile pour la théorie des intégrales curvilignes [10]. Dans la sous-section correspondante, il explique juste, également dans une note de bas de page, que ces intégrales curvilignes peuvent être plus générales en considérant des intégrales de Stieltjes : il ne nomme pas ces dernières ainsi, mais renvoie à la note précédemment mentionnée [11]. Dans le cas des intégrales de surfaces, il explique que « [l]es raisonnements des n^os^ 111–112 [sur les intégrales doubles ordinaires] peuvent être repris sans modification en remplaçant les portions de plan par des portions de la surface S [12]. » L'idée d'Henri Cartan est donc certainement de présenter l'intégrale de Stieltjes parce qu'elle est directement utile pour une définition générale des intégrales curvilignes ou de surfaces, alors qu'Édouard Goursat le suggère juste, et, en montrant leur existence et leur valeur, il démontre en même temps la formule du changement de variable. Ainsi, en s'inspirant du cours d'Édouard Goursat et en incorporant directement les généralisations que celui-ci propose, Henri Cartan semble chercher un compromis entre la généralité et l'applicabilité de la présentation. Les réécritures successives sont ensuite des essais d'amélioration de son exposé.

Si la formule de Stokes est rapidement mentionnée au début du projet, lors de la deuxième réunion proto-bourbachique [13], elle ne figure ensuite que dans le compte rendu du congrès de Dieulefit [14]. Dans le cadre du projet collectif, elle n'est pas concrètement travaillée avant de nombreuses années : les efforts se concentrent sur des livres qui sont prévus avant celui qui présente cette formule. Il semble également que Charles Ehresmann tarde à commencer à rédiger la partie où elle est prévue : Henri Cartan puis René de Possel commencent alors à appliquer les recommandations du collectif à ce propos, dans les cadres respectifs de leurs cours de CDI à Clermont-Ferrand. La formule de Stokes ne figure finalement que dans le fascicule de résultats, donc non démontrée, du livre sur les *variétés différentielles et analytiques*, paru pour la première fois en 1967 [15].

Les cahiers de brouillon de CDI d'Henri Cartan et les archives du groupe Bourbaki ne corroborent pas le récit répété sur les difficultés d'Henri Cartan avec la formule de Stokes qui

9. Voir la sous-sous-section 9.1.3.2.
10. Voir [Gou23, p. 173].
11. Voir [Gou23, pp. 223-224].
12. Voir [Gou23, p. 335].
13. Voir la section 10.1.
14. Voir la sous-section 10.2.6.
15. Voir [Bou67].

seraient à l'origine du projet collectif : André Weil ne mentionne que les préoccupations sur le « degré de généralité à donner à la formule de Stokes [16] », Henri Cartan précise également, à juste titre, qu'il y avait aussi la théorie des intégrales multiples dont il n'était pas satisfait [17]. Différentes hypothèses peuvent alors expliquer la simplification du récit originel à cette formule.

Tout d'abord, la formule de Stokes est mathématiquement connue. Elle est également le sujet de nombreux travaux proches des centres d'intérêts des membres du groupe à partir de l'entre-deux-guerres :

> Elie Cartan, dans son livre sur les invariants intégraux, avait, à la suite de Poincaré, mis en valeur l'importance de cette formule et proposé d'étendre son domaine de validité. Mathématiquement parlant, la question était de taille, bien au delà même de ce que nous pouvions soupçonner. Non seulement elle mettait visiblement en jeu la théorie de l'homologie, avec les théorèmes de de Rham dont l'importance commençait à se dessiner, mais c'est elle aussi qui a fini par ouvrir la porte à la théorie des distributions et des courants, puis à celle des faisceaux. Dans l'immédiat, cependant, il s'agissait pour Cartan et moi de notre enseignement strasbourgeois. [Wei91, p. 104]

Arriver à présenter cette formule mathématiquement significative dans un ouvrage qui commence avec la théorie des ensembles nécessite de présenter des théories et des développements conséquents. C'est exactement ce que travaille Henri Cartan puis les membres du projet collectif : il ne s'agit pas seulement de la théorie des intégrales multiples, mais aussi de notions topologiques et algébriques. En particulier, le degré de généralité dans lequel est énoncé la formule de Stokes nécessite des développements théoriques très différents : Henri Cartan se limite à l'espace euclidien de dimension n, en insistant sur celui de dimension 3 et explique que cela peut s'étendre à des variétés plus générales avec de brèves indications ; le collectif Bourbaki décide dès 1935 de présenter le « théorème de Stokes général », avec les formes différentielles extérieures, et traite, dans son fascicule de résultats [18], plusieurs cas pour différents ensembles de différentes variétés qui sont toutes au moins supposées « de classe $C^r (r \geqslant 2)$ pure de dimension finie n et séparée ». Ainsi, cette formule est une formulation simple et lourde de sous-entendus qui permet de résumer une partie des motivations et des ambitions à l'origine du projet, ainsi que d'intégrer des résultats récents, même si cela ne correspond pas exactement à ce qu'il s'est effectivement passé. De plus, ce discours peut donner une raison à la poursuite du projet rédactionnel tant que cette formule n'y est pas correctement présentée.

12.2 Postérité du cours de CDI de René de Possel

Le cours de CDI de René de Possel à Clermont-Ferrand est un tapuscrit alors que ce n'est pas le cas des cours d'Henri Cartan ou de celui de Szolem Mandelbrojt. Il peut ainsi circuler plus facilement que les autres :

> Il [Gorny Aysik] fut chargé de la bibliothèque, rémunéré par les cotisations de tous et de Possel lui confia le soin de rédiger et polycopier son célèbre cours d'analyse

16. Voir [Wei91, p. 104], déjà cité au début de la sous-section 8.4.3.
17. Voir le début de la section 8.1.
18. Voir [Bou67].

> qui fut payé par les auditeurs. Les notes de cours circulaient [...]. [CGP95, p. 20]

D'autre part, René de Possel suggère à Bourbaki que son cours pourrait servir au travail collectif en avril 1941 : « *DE POSSEL* a mis au point, pour son cours, une théorie élémentaire des différentielles, qui pourra être utile pour les Techniques élémentaires [19]. » En l'absence d'information supplémentaire, il n'a pas été possible de déterminer si René de Possel a préparé son cours dans l'objectif de contribuer au travail collectif ou s'il suppose seulement a posteriori que son cours peut servir à Bourbaki. Une partie de ce cours est conservée dans les archives Bourbaki : il s'agit du dixième chapitre, sur les différentielles, représentant les pages 144 à 180 du document original, renommé « Chapitre I. Différentielles (Etat 1) [20] ». Je n'ai pas réussi à savoir si, quand est-ce que et comment ce chapitre circule au sein du groupe. Le cours ou ce chapitre extrait ne sont en effet mentionnés qu'une seule fois par la suite, dans le numéro suivant de la tribu, le 7, daté du 15 octobre 1941, alors qu'aucun autre congrès n'a eu lieu depuis :

> *Livre V.* N'a été examiné jusqu'ici que de façon très superficielle. Convaincu par les arguments de de Possel , le groupe de Clermont est maintenant d'avis que ce Livre devrait comprendre la théorie *élémentaire* des différentielles (telle qu'elle est exposée par exemple dans le Cours de de Possel) c'est-à-dire sans considérations de topologie combinatoire . Il est à souhaiter que la rédaction actuelle puisse être lue en détail au prochain Congrès ou au suivant , et qu'une nouvelle rédaction soit ensuite entreprise . [Boua, nbt008]

La rédaction du « livre V » sur les « techniques élémentaires du Calcul infinitésimal » dont il est question a été distribuée en juillet 1939 [21]. Elle est certainement due à Jean Dieudonné [22], mais n'a pas, d'après les comptes rendus, été réellement discutée collectivement. C'est donc, vraisemblablement, en 1941 qu'une partie de son cours s'est transformé en un « état 1 » du chapitre sur les différentielles. En juin 1948, le groupe étudie un état 2 sensiblement différent, même si une filiation avec la rédaction de René de Possel reste possible [23].

La théorie des différentielles n'est pas le seul passage du cours de René de Possel qui est visiblement lié au travail bourbachique. En effet, les travaux du groupe sur les variétés différentiables et les formes différentielles, dont le développement finit d'ailleurs par être un livre qui contiendrait aussi un chapitre sur les différentielles, doivent, en 1938, s'inspirer de ses « papiers [24] ». Cette référence ne se limite peut-être pas à son article *La formule de Stokes sur une variété à n dimensions non triangulée* [25], mais peut comprendre d'autres travaux, par exemple son cours de CDI à Besançon en 1937–1938. Dans tous les cas, le cours de CDI de René de Possel de 1940–1941 peut également être, beaucoup plus que celui d'Henri Cartan l'année précédente, une tentative de rédaction pour cette partie du traité collectif. Il consacre en effet deux chapitres aux *variétés différentielles* et aux *formes différentielles sur les variétés*. Cependant, il n'en est pas fait référence dans les archives Bourbaki conservées.

19. Voir [Boua, nbt007].
20. Voir [Boua, R085].
21. Voir [Boua, nbt004].
22. Voir [Boua, nbt005].
23. Voir [Boua, delt003].
24. Voir la sous-section 10.2.6.
25. Voir [de 68].

À l'inverse, le polycopié de cours de René de Possel a une certaine influence parmi les étudiants de l'université de Clermont-Ferrand, comme l'atteste une lettre de Christian Pauc à René de Possel du 9 décembre 1946, dans le dossier Weil de l'IHP :

> Lorsque j'étais à Clermont, il était entre Delange et moi souvent question de votre cours de Calcul Différentiel et Intégral. Notre note commune est née d'une question par Delange à propos de ce cours. Je désirerais vivement en posséder un exemplaire ; comme il ne se trouve pas dans le commerce, je m'adresse directement à vous. [Col, dossier André Weil]

À la fin d'une lettre datée du 17 mars 1947, Christian Pauc explique qu'il n'a pas de question particulière à propos de ce cours, qu'il attend que René de Possel le fasse tirer et qu'il en achètera un exemplaire. Ils continuent à correspondre sur divers sujets dont la théorie de la mesure, les filtres et les ultrafiltres.

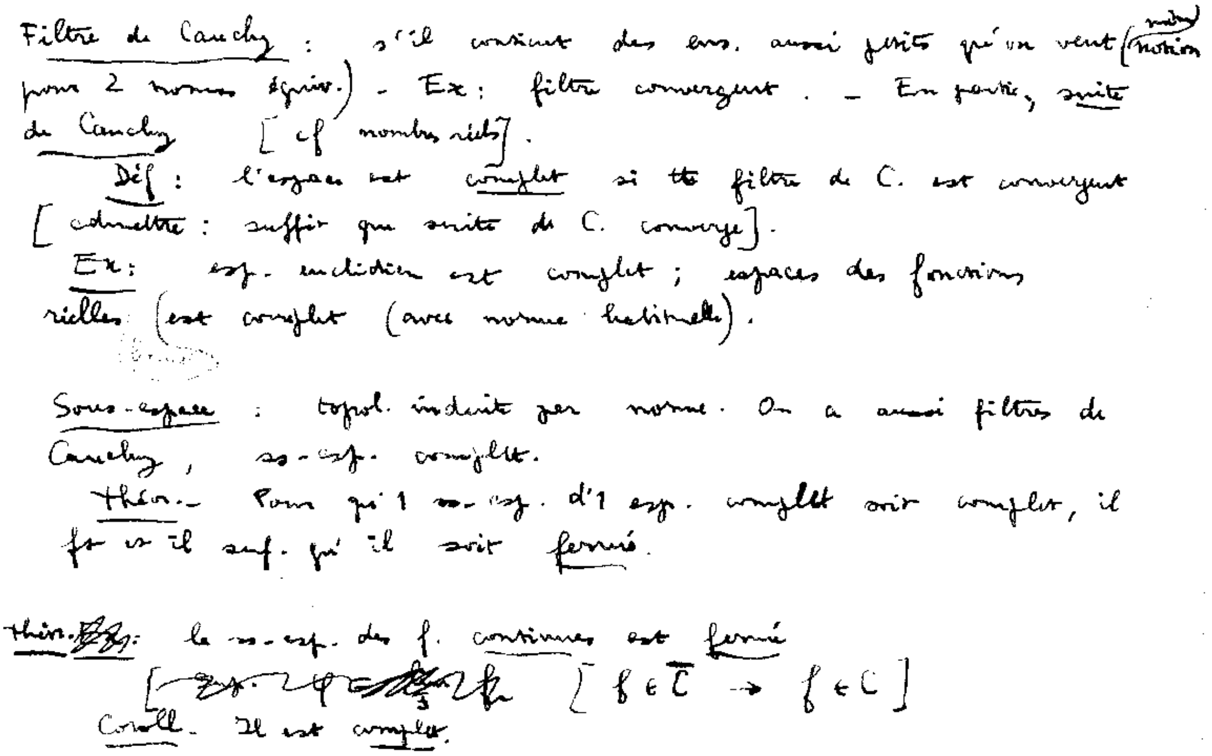
12.3 Henri Cartan et les espaces de Banach en 1940

L'affirmation d'Henri Cartan qu'à « Clermont-Ferrand, où l'Université de Strasbourg s'était repliée en 1939, j'ai enseigné le calcul différentiel dans les espaces de Banach, ce qui était une véritable révolution [26] » est intéressante à étudier au regard de l'évolution de son cours de CDI et du travail bourbachique. En effet, en expliquant que présenter un cours de calcul différentiel dans les espaces de Banach est « une véritable révolution », Henri Cartan laisse supposer que ce choix marque un tournant dans l'enseignement du calcul différentiel. Il ne l'affirme pas pour le calcul intégral, certainement parce qu'il a vérifié que Stefan Banach avait déjà publié son ouvrage *Théorie des opérations linéaires* [27], ce qui peut supposer que ce dernier l'a déjà également enseigné. Je commence par revenir ici sur la présentation et l'utilisation des espaces de Banach dans le cours de CDI d'Henri Cartan de 1939–1940. Par la suite, je montre ce que cela représente par rapport à l'évolution de son cours de CDI, puis par rapport au travail bourbachique et j'essaye, pour finir, de présenter des pistes sur les raisons qui poussent Henri Cartan à faire une telle remarque.

Henri Cartan présente les espaces de Banach, même s'il ne les nomme jamais ainsi dans son cours, dans la section *espaces vectoriels normés*. Il le fait juste après l'introduction des filtres de Cauchy et ne développe que quelques exemples et résultats, comme le montre l'illustration 12.1. Si Henri Cartan ne précise pas systématiquement les espaces dans lesquels il travaille, puisqu'il ne donne pas d'indication ou les nomme juste E ou F, une partie de son cours est développée dans le cadre des espaces vectorielles normés, et même souvent complets. C'est visiblement le cas, car il précise au début qu'il considère un ou plusieurs espaces de Banach, ou montre que les espaces considérés en sont, de ses sections sur les *séries*, *dérivées* et *théorèmes d'existence*, de plusieurs passages de toute sa partie sur l'intégration ainsi que de la fin de la dernière section à partir de la sous-section *probl. général de l'appr. des fonctions* [28]. Henri Cartan enseigne donc bien le calcul différentiel dans les espaces de Banach en 1940.

26. Voir [Mas00, p. 84].
27. Voir [Ban32]. Il y a des traces d'une probable vérification, comme je l'explique un peu plus loin.
28. Dans ce dernier cas, il se place essentiellement dans le cas particulier des espaces de Hilbert.

Illustration 12.1 – Extrait du syllabus [Aud14a, 9.01] où Henri Cartan introduit les espaces vectoriels normés complets


Filtre de Cauchy : s'il contient des ens. aussi petits qu'on veut (même notion pour 2 normes équiv.) - Ex : filtre convergent. - En partic., suite de Cauchy [cf nombres réels].
Déf : l'espace est complet si tt filtre de C. est convergent [admettre : suffit que suite de C. converge].
Ex : esp. euclidien est complet ; espaces des fonctions réelles (est complet (avec norme habituelle).
Sous-espace : topol. induite par norme. On a aussi filtres de Cauchy, ss-esp. complet.
Théor. - Pour qu'1 ss-esp. d'1 esp. complet soit complet, il ft et il suf. qu'il soit fermé.
Théor. : le ss-esp. des f. continues est fermé [f ∈ C̄ → f ∈ C]
Coroll. Il est complet.

Le fait de présenter une partie de son cours dans les espaces de Banach n'est pas la seule conséquence intéressante de l'introduction de ces espaces. En effet, d'une façon générale Henri Cartan précise beaucoup plus les espaces considérés dans les différentes hypothèses par rapport à ses cours de CDI précédents. Il ne le fait pas systématiquement, ou parfois avec peu de précisions, certainement parce qu'il n'éprouve pas le besoin de se faire un rappel pour lui-même, mais la différence est flagrante. Cela est particulièrement intéressant d'un point de vue didactique puisque son cours devient beaucoup plus précis ; cette tendance est très probablement une conséquence du travail au sein du projet Bourbaki.

L'évolution du cours de CDI d'Henri Cartan entre 1931 et 1940 est remarquable. Du découpage et de la clarification des prérequis à la présentation de l'intégration des différentielles, de nombreux changements commencés par Henri Cartan pour son cours de CDI dans la première moitié des années trente sont poursuivis dans le cadre du projet éditorial collectif, mais également dans son cours de 1939–1940. L'apparition des espaces de Banach est alors un changement de cadre significatif, même par rapport au projet collectif puisqu'il n'est alors pas encore décidé de faire la théorie des différentielles dans ces espaces. En effet, cela ne l'est, provisoirement, qu'à partir des remarques de René de Possel concernant son cours de CDI à Clermont-Ferrand [29]. Si Henri Cartan utilise le même contexte des espaces de Banach pour plusieurs parties de son cours de 1939–1940, ce n'est que plus tard qu'il développe le calcul différentiel exclusivement dans ces espaces [30], mais, surtout, qu'il présente d'abord des propriétés générales des espaces

29. Voir la section 12.2
30. Voir [Car67].

de Banach pour les utiliser ensuite dans différents développements.

D'un point de vue personnel, après avoir beaucoup travaillé l'enseignement du CDI, ce cours à Clermont-Ferrand peut représenter un accomplissement majeur. C'est certainement la raison pour laquelle il en fait une description assez précise à André Weil, avec qui il a déjà beaucoup discuté de cet enseignement. Alors qu'il n'a pas encore fini de l'enseigner, Henri Cartan lui écrit, en février 1940, qu'il « continue d'appliquer les méthodes Bourbaki à [s]on cours de calcul différentiel, où [il] fai[t] notamment jouer un grand rôle aux espaces linéaires (en fait : normés complets)[31]. » Si cette affirmation peut être un point de départ pour tenter de définir les « méthodes Bourbaki »[32], cela montre que c'est en s'inspirant des efforts collectifs qu'il fait un tel choix.

Le plan vraisemblablement contemporain de l'année 1993 de son cours de Clermont-Ferrand[33] n'est pas le seul indice qu'Henri Cartan travaille sur ce cours a posteriori. En effet, dans la chemise où a été conservé ce plan se trouvent des photocopies de plusieurs documents :

— la page de garde et les pages 21 à 27 de [Gou23], édition de 1902, mais il y a une note manuscrite : « Edition de 1943 : idem. » ;
— l'article de deux pages [Had35] ;
— la page de garde et la table des matières de [Ban32] ;
— les pages 80 et 81 de [Val55] ;
— les pages 28 et 29 de [Car67][34].

Il est possible que ces photocopies lui aient servi pour vérifier rapidement si la présentation du calcul différentiel dans les espaces de Banach était bien une « révolution » en 1939–1940. La table des matières du livre de Stephan Banach permettait alors de ne pas affirmer la même chose pour le calcul intégral : c'est en effet le sujet de ce livre, et non pas le calcul différentiel.

Les choix du groupe conduisent à la publication d'un article de Nicolas Bourbaki, en 1938, qui est intitulé *Sur les espaces de Banach*[35]. Cet article utilise le cadre général des espaces de Banach pour démontrer des résultats topologiques sans hypothèse de dénombrabilité. Henri Cartan suit cette tendance dans son cours de CDI alors que celle-ci n'est pas encore particulièrement répandue. Le choix de ces espaces est ensuite également fait en 1940–1941 par René de Possel qui, d'ailleurs, les nomme à ce moment, comme Henri Cartan, « espaces vectoriels normés complets ». Cela devient beaucoup plus général, par la suite, puisque les espaces de Banach font partie du programme de la partie qui traite du calcul différentiel des classes préparatoires mathématiques et physiques de l'année suivant l'affirmation d'Henri Cartan[36]. Ainsi, Henri Cartan est certainement un des premiers mathématiciens qui fait le choix de construire une partie de son cours de CDI autour des espaces de Banach, alors que cette pratique devient classique par la suite.

31. Voir [Aud11, p. 41], lettre citée au début de la section 11.2.1.
32. Ce sujet a des implications larges que je présente succinctement dans la section 13.3.
33. Voir la sous-section 11.2.1.
34. Pour ces deux derniers passages de livre, Henri Cartan a écrit l'origine dessus.
35. Voir [Bou38].
36. Voir `https://web.archive.org/web/20011114021915/http://prepas.org/ups/maths/progs/mp/mpanal1.html`. Ils deviennent explicitement hors programme par la suite puisqu'ils le sont en 2013, voir `https://web.archive.org/web/20201001041920/https://prepas.org/index.php?document=32`. Les programmes de ces classes sont ceux qui se rapprochent le plus, au niveau du public concerné, des programmes nationaux pour le certificat de CDI.

Après avoir appris qu'Henri Cartan utilise les espaces de Banach dans son enseignement de CDI de 1939–1940, André Weil écrit, dans un article rédigé en juin 1946 et retouché en juillet 1947 :

> Il faut avouer que les espaces de Banach, pour intéressants et utiles qu'ils se soient déjà montrés, n'ont pas amené encore en analyse la révolution que certains en attendaient ; mais ce serait jeter le manche après la cognée que d'en abandonner déjà l'étude, avant d'en avoir mieux exploré les diverses possibilités d'application. Peut-être cependant sont-ils à la fois trop généraux pour se prêter à une théorie aussi précise que celle de l'espace de Hilbert, et trop particuliers pour l'étude des opérateurs les plus intéressants. Par exemple, ils ne comprennent pas l'espace des fonctions indéfiniment dérivables ; or, c'est seulement dans celui-ci qu'on peut définir les opérateurs de L. Schwartz, qui représentent formellement les dérivées de tout ordre de fonctions arbitraires ; il y a là peut-être le principe d'un calcul nouveau, reposant en définitive sur le théorème de Stokes généralisé, et qui nous rendra accessibles les relations entre opérateurs différentiels et opérateurs intégraux. [...] Dans ces recherches, on voit peut-être s'ébaucher un calcul opérationnel, destiné à devenir d'ici un siècle ou deux un instrument aussi puissant que l'a été pour nos prédécesseurs et pour nous-mêmes le calcul différentiel. [Wei48a, p. 316]

La remarque sur « la révolution que certains en attendaient » fait certainement référence à, entre autres, Henri Cartan, et le groupe Bourbaki de façon plus générale. André Weil n'est visiblement pas convaincu de l'aspect révolutionnaire de cette notion en 1947. En présentant ses espoirs dans la récente théorie de Laurent Schwartz [37], il envisage cependant que ça peut être une des voies qui pourraient répondre complètement aux difficultés d'Henri Cartan à l'origine de la formation du groupe Bourbaki. L'affirmation de ce dernier par rapport à son cours de 1939–1940 peut faire allusion à son rôle précurseur dans l'utilisation des espaces de Banach dans un cours de CDI ; c'est certainement aussi une référence à cet article de son ami.

37. Voir la section 13.3.

Troisième partie

Perspectives et annexes

Chapitre 13

Quelques perspectives sur les études bourbachiques

13.1 Retour sur le développement

Le rassemblement autour du projet de rédaction d'un traité d'analyse aurait pu rester anecdotique. Il est cependant devenu une référence importante dans le paysage mathématique et même au-delà. Cela n'est pas uniquement dû à l'éminence des mathématiciens qui le composent, mais, plutôt, à la réalisation du projet éditorial et à l'enrichissement de ses activités. À travers ce collectif, les membres partagent des vues et des objectifs communs qu'ils cherchent à défendre et à diffuser. À l'inverse, le soutien du collectif dans des problématiques plus personnelles permet d'avoir des moyens d'action plus importants, voire d'établir de vraies stratégies.

Pour étudier comment les membres du groupe Bourbaki et leurs activités personnelles interagissent avec le travail et le projet collectif, j'ai choisi d'analyser celles-ci à travers deux aspects : l'environnement scientifique et un enseignement précis. C'est un choix méthodologique qui dépend également de mon contexte de travail. D'autres aspects auraient pu être développés, par exemple par rapport à la recherche ou la politique, mais les deux axes retenus montrent déjà la variété des interactions entre collectifs et individus autour du groupe Bourbaki.

Dans le chapitre 1, j'ai présenté le contexte global dans lequel ce groupe de jeunes chercheurs doit se débrouiller pour débuter sa carrière. Par les jeux de postes disponibles, ils interagissent dans un contexte où ils n'ont que peu de pouvoir à part pour les choix de candidature. À l'inverse, dans le chapitre suivant, j'ai montré qu'ils peuvent avoir plus d'initiatives dans certains aspects de leur activité scientifique, en particulier à travers leur implication dans différents projets collectifs. Si celui de rédaction d'un traité de mathématiques reste, au début, relativement délimité, les interactions du collectif Bourbaki s'étendent, en particulier au moment de la distanciation avec Gaston Julia, à des perspectives plus larges.

L'imminence de la guerre et le début de celle-ci viennent perturber le déroulement des projets collectifs et individuels. Dans le chapitre 3, j'ai présenté des interactions d'Henri Cartan et d'André Weil à propos des questions administratives et de situations personnelles. Le collectif a moins d'importance dans cette période à cause du contexte et de l'éclatement géographique des membres du groupe, mais il intervient tout de même dans différents aspects alors que les membres essayent d'entretenir des activités collectives.

Les efforts d'Henri Cartan pour permettre à André Weil de participer à une réunion bourbachique en 1945 et, surtout, pour essayer de lui obtenir un poste en France, où ont lieu la majorité des activités du groupe, sont révélateurs de son implication pour favoriser la situation personnelle de son ami et la participation de celui-ci au travail collectif. La campagne menée entre 1945 et 1947, détaillée dans le chapitre 4, montre l'influence de Bourbaki, et plus précisément d'Henri Cartan et de Jean Delsarte ensemble, dans ce contexte précis. C'est également à cette période qu'apparaissent les premières ambitions d'appropriation de différents lieux et de développements locaux : c'est l'objet du chapitre 5. En parallèle, une autre activité importante du groupe se développe, l'organisation d'un séminaire Bourbaki. J'ai montré, dans le chapitre 6, que les expériences d'Henri Cartan et les discussions à propos du séminaire Bourbaki sont révélatrices des compromis entre les envies personnelles et l'intérêt collectif.

Le projet Bourbaki a pour origine l'idée de résoudre collectivement les difficultés d'Henri Cartan dans une activité précise, son enseignement de CDI. Ses idées sont abordées et parfois reprises par le collectif. Entre 1935 et 1939, il optimise ses engagements pour le projet en fonction d'autres activités, en particulier des enseignements. À l'inverse, il exploite largement les avancées collectives dans son cours à Clermont-Ferrand. Le projet Bourbaki s'intègre pleinement dans l'activité d'enseignement d'Henri Cartan puisqu'il est dans la continuité directe de ses efforts pour modifier son cours de CDI.

Les enseignements du CDI par Henri Cartan sont un exemple de la nécessité d'étudier les interactions collectifs-individus pour analyser pleinement le travail bourbachique. Dans ce contexte, résumer l'origine du projet collectif à des difficultés à propos de la formule de Stokes est non seulement réducteur, mais également en décalage par rapport aux efforts visibles d'Henri Cartan pour son cours de CDI, ainsi que ceux du groupe au début du rassemblement. C'est cependant une formulation courte qui permet de synthétiser les motivations et ambitions du projet.

Dans les deux analyses du développement, j'ai présenté différents aspects des interactions collectifs-individus autour du projet de rédaction collectif, ainsi que leur évolution, lors des premières années de rassemblement. Les dynamiques à l'œuvre ne sont pas les mêmes, mais montrent l'importance de ce projet collectif chez, au moins, quelques membres du groupe. De plus, surtout après la guerre, Bourbaki est considéré ou intervient plus ou moins directement dans une part importante des activités professionnelles de ses membres. Le projet collectif fait partie intégrante des activités de ses membres les plus impliqués.

Malgré le pseudonymat et l'instauration d'un secret relatif quant à l'appartenance des membres au groupe, la proximité avec le projet Bourbaki, ou l'inverse, discrimine la communauté mathématique française. Cela devient de plus en plus important avec l'avancement de carrière de ses membres et leur accession au pouvoir institutionnel. De même, avec la publication progressive du traité du groupe, son utilisation, ou son rejet, distingue plus ou moins significativement les mathématiciens. Ces deux aspects s'influencent l'un l'autre, car ils sont des conséquences directes de la stimulation du travail et de l'investissement collectif. D'autre part, ils s'amplifient par l'utilisation et la diffusion des livres bourbachiques ou bien par concentration de ses membres.

Les interactions entre collectif et individus ne sont pas une finalité en soi dans l'étude du groupe Bourbaki. C'est la nécessité de leur compréhension pour d'autres analyses qui m'a poussé à les étudier plus en détail. L'exemple de l'évolution du cours de CDI d'Henri Cartan entre 1935 et 1939 montre très clairement la nécessité de prendre en compte le travail collectif pour en faire une description pertinente. À l'inverse, des choix dans le projet éditorial sont influencés par d'autres activités des membres, à commencer par les réflexions d'Henri Cartan sur son enseignement du CDI lors des premières réunions. Dans la dernière section de ce chapitre, je présente d'autres pistes autour de la notion de « style Bourbaki » où les interactions entre collectifs et individus occupent une place décisive.

13.2 Les difficultés des études bourbachiques

Une connaissance importante des interactions entre collectifs et individus autour de Bourbaki est rapidement nécessaire pour effectuer des travaux profonds qui se concentrent sur ce projet collectif. En effet, beaucoup de sujets liés à Bourbaki ont rapidement des ramifications très étendues. Malgré quelques travaux récents très intéressants, le constat de Leo Corry fait en 1996 et renouvelé en 2004 me parait toujours d'actualité :

> In the decades following the founding of the group, Bourbaki's books became classic in many areas of pure mathematics in which the concepts and main problems, the nomenclature and the peculiar style introduced by Bourbaki were adopted as standard. Bourbaki's actual influence on the last fifty years of mathematical activity (research, teaching, publishing, resources distribution) has been enormously significant. [Note : As Mac Lane 1988, 338, wrote : "A whole generation of graduate students were trained to think like Bourbaki."] However, even now that the Bourbaki phenomenon is receding into the past, a fair historical evaluation of Bourbaki's influence on contemporary mathematics remains an arduous task. [Note : Beaulieu 1989 contains the most detailed and perhaps only comprehensive historical study of Bourbaki's work written to the present. It concentrates on the first ten years of activity. For more recent works on Bourbaki see : Borel 1998, Cartier 1998, Chouchan 1995, Mashaal 2000.] Such an assessment should take into account, in the first place, the diverse degrees of influence which Bourbaki exerted on mathematical research and on mathematical education during different periods of time and in different countries. [Note : To the best of my knowledge, beyond scattered remarks, there are no detailed studies of Bourbaki's influence on research and teaching of mathematics in individual countries or regions. For Bourbaki's influence on shaping mathematical tastes in American universities, see Lax 1989,455-456. On the influence of Bourbaki on mathematical education in the USSR see Sobolev 1973. Cf. also Israel 1977, 68.] Second, it should take into account Bourbaki's varying influence on different branches of mathematics. There are certain branches upon which Bourbaki exerted the deepest influence, like algebra and topology ; assessing Bourbaki's influence on them would be tantamount to analyzing the development of considerable portions of these disciplines since the 1940s. Here we can only briefly overview the scope of this influence. [Cor04, p. 294]

À l'inverse de la proposition de Léo Corry, j'ai choisi de ne pas donner un panorama, mais de présenter un aperçu d'études approfondies à travers deux axes autour du même sujet. À ce titre, celles-ci s'inscrivent dans la prolongation de celle qu'il a déjà faite autour du concept de structure dans le travail de Bourbaki [1], ou bien le travail de David Aubin et Anne-Sandrine Paumier qui se focalise lui sur les *Elements of the History of Mathematics* de Bourbaki de 1960 [2]. Cet article est d'ailleurs révélateur du compromis fait pour effectuer une étude pertinente, exhaustive et complète sur Bourbaki : le sujet est très bien délimité et se concentre sur un matériel particulièrement restreint en comparaison à la quantité de documents disponibles. Le choix méthodologique de ne prendre qu'une seule source principale permet alors d'éviter d'énormes complications qui peuvent apparaître, même pour des questions relativement simples. En effet, les informations et la vérification nécessaires pour assurer n'importe quelle affirmation autour de Bourbaki demandent un important travail de recherche et de lecture. La distanciation de Bourbaki du séminaire Julia ou les difficultés d'Henri Cartan avec son enseignement de CDI en sont des exemples traités dans ce manuscrit. Il est donc important de montrer qu'il est possible d'apporter des éléments de réponse à ce type de questions, tout comme à des problématiques plus fondamentales comme les interrogations d'Henri Cartan sur l'enseignement du CDI autour de la formation de Bourbaki. C'était un des objectifs de cette thèse.

Je présente pour finir un axe d'analyse que j'ai tenté d'approfondir, mais qui n'est pas arrivé à une maturité satisfaisante. Il complète ceux que j'ai présentés, de façon moins détaillée, dans la section 0.3. Je n'ai pas refait une bibliographie détaillée et aussi exhaustive que possible comme celle de Liliane Beaulieu [3]. Un défaut majeur de ce type de liste est le manque de classification poussée des sources et de leur contenu. D'autre part, des témoignages a priori peu fiables peuvent permettre de découvrir des pistes difficiles à imaginer.

13.3 Le « style Bourbaki » comme révélateur d'interactions collectifs-individus

Une vague notion de style est associée au nom de Bourbaki. Utilisée par ses détracteurs, ses promoteurs ou des mathématiciens sans opinion particulière par rapport au projet [4], elle est très imprécise. Cette notion est particulièrement intéressante à développer au regard des interactions entre collectifs et individus autour de Bourbaki, en particulier avec la disparition de la plume individuelle, à force de révisions de versions de rédactions, au profit du pseudonyme collectif. Je n'ai pas réussi à mener une telle étude à maturité pour cette thèse, mais je présente ci-dessous trois pistes liées à la notion de style bourbachique, dans les années 1930 à 1950, qui montrent différentes perspectives qui peuvent être étudiées dans ce contexte.

1. Voir [Cor92].
2. Voir [AP16].
3. Voir [Bea13].
4. N'ayant trouvé aucune source particulièrement pertinente, je n'en donne aucune ici. De nombreuses mentions d'un « style bourbachique » peuvent se trouver très facilement. Après de nombreuses discussions avec des mathématiciens, je suppose qu'il y a une transmission orale non négligeable d'adjectifs qualificatifs associés aux publications du groupe, en particulier d'enseignants à étudiants.

13.3.1 Des choix de typographie et de rédaction

Les livres publiés de Bourbaki ont des caractéristiques particulières dans leur présentation générale : numérotation des différentes parties, notations, paratexte, etc. Les discussions générales à ce sujet sont rares, mais il semble que c'est Jean Delsarte qui est particulièrement intéressé par cet aspect. En effet, dans le premier numéro du *journal de Bourbaki* après le congrès fondateur de Besse, Jean Delsarte écrit :

> Suggestions - propositions - demandes. - DELSARTE, plein d'une admiration justifiée pour les éditions mathématiques de Cambridge et pour le mode de numérotation des chapitres, paragraphes et sous-paragraphes employé dans icelles, demande que ce système soit étendu à Bourbaki. On ne peut trouver là que des avantages, semble-t-il. Il y aurait lieu de prendre rapidement une décision à ce sujet, afin que chacun puisse éventuellement en tenir compte dans les rédactions dont il est chargé. [Boua, deljb001]

Au congrès suivant, celui de 1936, un document de trois pages consigne des décisions par rapport à des « principes généraux de typographie et de rédaction » [5]. Une première section est composée d'une liste de treize instructions typographiques. La deuxième section liste vingt-six [6] principes de rédactions. La fin du document contient cinq entrées, plus ou moins détaillées, dont les noms sont : *vocabulaire*, *dictionnaire*, *index au dictionnaire*, *table des matières de la partie* et *références extérieures à Bourbaki*. Ainsi, la présentation pratique de l'ouvrage collectif est discutée rapidement après le début du projet. Or, cela n'est plus vraiment le cas par la suite ou, du moins, ces discussions n'ont pas été consignées dans les archives disponibles du groupe. En comparant ces instructions aux livres publiés, leur application s'est faite de façon plus ou moins stricte et rigoureuse, comme la présence de « beaucoup de figures » ou de « donner l'équivalent anglais, allemand, ante-bourbachique, suivant les cas » des termes importants.

Contrairement à un mythe qui circule, il y a bien des figures et dessins dans les ouvrages publiés de Bourbaki [7]. Le premier livre de topologie [8] en comporte une dizaine. Un travail historiographique sur ce mythe autour des ouvrages bourbachiques est à faire. Il est probable que l'origine soit dans l'introduction des *Fondements de l'analyse moderne* de Jean Dieudonné. La traduction en français de 1963, supervisée par lui-même, contient la phrase suivante : « C'est pour entraîner l'étudiant à cette discipline [axiomatique] que nous nous sommes systématiquement abstenu d'insérer des figures dans le texte [9]. » Dans l'édition suivante, qui est le premier tome de ses *Éléments d'analyse*, cette mention de l'absence de figure est supprimée dans l'introduction. Il n'y a cependant quand même pas de figure dans ce premier tome. Par contre, il y en a dans la deuxième édition de son *calcul infinitésimal* de 1980. Ces recherches méritent d'être poursuivies, mais sortent de la période considérée dans cette thèse.

L'inspiration des « éditions mathématiques de Cambridge » pour la numérotation hiérar-

5. Voir [Boua, deles009].
6. De « a » à « z », il est donc possible que certaines propositions aient été ajoutées pour pouvoir utiliser toutes les lettres de l'alphabet latin. Cela peut partiellement expliquer les entrées qui se recoupent ou celles qui sont très vagues.
7. Cela a été souligné par Antoine Chambert-Loir, voir `https://web.archive.org/web/20201113001215/https://twitter.com/achambertloir/status/1029305676072464384`.
8. Voir [Bou40].
9. Voir [Die63, p. vii].

chique des différentes parties des livres publiés de Bourbaki oblige également à prendre de nombreuses précautions dans la caractérisation d'un style bourbachique. Grâce à des commentaires d'André Weil, il est possible de déterminer que Jean Delsarte fait en particulier allusion au livre *A Course of Modern Analysis* de Edmund Taylor Whittaker et George Neville Watson [10]. Les similitudes avec les *Éléments de mathématique* sont effectivement importantes à ce niveau-là. La numérotation hiérarchique des différentes parties d'une publication n'est pas la seule caractéristique à ne pas être propre aux publications bourbachiques : la définition d'un style de ces dernières nécessite donc un raffinement important pour pouvoir prendre ces aspects en compte. Le travail nécessaire pour pouvoir étudier une éventuelle inspiration ou diffusion est également délicat. En poursuivant, par exemple, une analyse de toutes les publications de Jean Delsarte, la quantité de travaux à caractériser [11] est aussi dissuasive que l'inhomogénéité de ceux-ci. En effet, comme l'a écrit Catherine Goldstein dans un contexte différent :

> Même en retenant tous les articles classés en théorie des nombres par l'un de ces classements, le fait de les mettre sur le même plan peut soulever des objections. Les modes de publication dans les différents journaux (*Journal de mathématiques pures et appliquées, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, Annales de l'École normale supérieure, Journal de l'École polytechnique, Bulletin de la Société mathématique de France, Nouvelles Annales de mathématiques*, pour ne citer que les plus significatifs dans ce domaine) sont en effet extrêmement variés. Les notes aux *Comptes rendus* sont limitées en nombre de pages : au début de la période considérée, certains auteurs découpent leur travail en petites unités, les publiant à la file dans les *Comptes rendus* ; plus tard, au contraire, la norme est plutôt de publier un court résumé des résultats obtenus dans les *Comptes rendus*, alors que les détails et les preuves sont données dans une autre revue. Ces comportements se chevauchent parfois dans le temps, voire apparaissent en alternance chez un même auteur. Faut-il donc, et dans quel cas, inclure chaque note séparément ou non ? Par ailleurs, les lecteurs visés par les *Nouvelles Annales* sont les étudiants préparant les grandes écoles ou leurs enseignants : certains articles de ce journal sont effectivement des articles de recherche originaux, même si les méthodes sont élémentaires, mais d'autres sont exclusivement destinés à promouvoir un exercice ou une technique dans l'enseignement, sans prétention à l'originalité, d'autres encore visent à diffuser une approche développée à l'étranger. Que faut-il prendre en compte ? Le *Journal de mathématiques pures et appliquées* ou les *Annales de l'École normale supérieure* eux-mêmes ne publient pas que des articles de recherche nouveaux : certaines traductions de journaux de recherche étrangers, ou des lettres y sont insérées. Fait-il sens de comparer ces différents types de contributions par un ensemble d'indicateurs communs ? [Gol12, p. 4]

Ces difficultés se retrouvent également dans le travail d'un seul auteur. Une étude stylistique

10. Voir à [WW27]. « [...] la pratique assidue de "Whittaker et Watson" [Note : Il s'agit naturellement du classique ouvrage : E.T. Whittaker and G.N. Watson, *A Course of Modern Analysis*, Cambridge 1927, volume qui, pendant une grande partie de la vie de Delsarte, ne quitta pas sa table de travail.], ainsi que du Traité de Watson sur les fonctions de Bessel, lui avait fait connaître [...] », voir [Del71, L'œuvre mathématique de Delsarte par André Weil, p. 31].

11. À titre indicatif, la *liste chronologique des œuvres de J. Delsarte* contient soixante-sept « articles de mathématiques », publiés entre 1926 et 1966, voir [Del71, pp. 11-15].

doit alors, en plus de la chronologie [12], prendre en compte le mode de publication et le public visé par chaque publication avant de pouvoir faire des comparaisons pertinentes.

13.3.2 La « philosophie » d'André Weil

André Weil est non seulement à l'origine du rassemblement qui devient rapidement Bourbaki, mais il est aussi très influent sur les idées et le fonctionnement du groupe. D'un point de vue individuel, il a une vision propre de « la mathématique » et de la recherche. Il l'exprime au cours de sa carrière et rétrospectivement. Par exemple, il présente sa façon de faire de l'analyse dans un commentaire sur son livre *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications* [13] :

> Quant au reste, mon livre n'était pas sans contenir quelques innovations ; mais la nouveauté en tenait peut-être surtout à l'esprit dans lequel il avait été conçu, et à sa "philosophie," pour employer un mot que quelques mathématiciens ont remis à la mode [14]. Par tempérament je suis né arithméticien et algébriste, quelque peu géomètre, point du tout analyste. Le vrai analyste, pour se sentir à son aise, aime à disposer d'un arsenal d'instruments de précision, prêts à se fausser au moindre geste maladroit. Pour moi, dès qu'il s'agit d'analyse, mon instinct va à réduire cet attirail à un nombre aussi petit que possible d'outils grossiers mais robustes dont le mode d'emploi tienne en quelques règles simples ; une fois ce résultat atteint, l'algébriste en moi peut reprendre le dessus. Dans mon livre, c'est avant tout un tel outillage que je voulus forger pour la théorie des groupes localement compacts ; j'y mis par exemple la mesure ou plutôt l'intégrale invariante dans les groupes et espaces homogènes, le produit de composition, la dualité, la transformation de Fourier, la sommation de Poisson, le tout muni de ses règles d'emploi et débarrassé des restrictions artificielles qui jusque là en avaient quelque peu limité l'usage. [Wei79a, pp. 550-551]

Cette remarque rétrospective semble s'inscrire dans la prolongation du travail bourbachique. Tout d'abord, ce livre et ses recherches sur l'intégration poussent André Weil à proposer une présentation de l'intégration différente de celle du *diplodocus* de Jean Dieudonné en 1937 [15], à laquelle Bourbaki se rallie partiellement [16]. Il propose donc d'appliquer un projet personnel dans le travail collectif. L'idée d'André Weil est de partir de l'intégration des fonctions continues et, en se limitant aux espaces localement compacts, de prolonger celle-ci à l'aide de fonctionnelles linéaires continues. Cela explique très certainement pourquoi René de Possel insiste sur ce point dans son cours de CDI à Clermont-Ferrand de 1940–1941 [17]. Les quatre premiers chapitres de Bourbaki sur l'intégration ne paraissent pour la première fois qu'en 1952 [18].

L'idée d'André Weil d'un changement de présentation pour l'intégration est assez spécifique et n'intervient qu'après que Jean Dieudonné a réalisé un gros travail de rédaction. Comme l'a

12. Là encore il peut y avoir des interférences car des décalages importants peuvent avoir lieu entre une première rédaction et une publication effective : les *Éléments de mathémique* en sont un exemple extrême.
13. Il s'agit de [Wei40].
14. On peut, entre autres, penser à la création du séminaire *Philosophie et mathématiques*, à l'ENS, en 1972, voir [Age05, p. 235], soit sept ans avant la publication des œuvres de Weil.
15. Voir 10.2.6.
16. Voir [Wei79a, p. 548].
17. Voir la section 11.3.
18. Voir [Bou52].

signalé Liliane Beaulieu dans sa thèse [19], les circulaires du groupe Bourbaki ne contiennent que peu d'informations et de discussions sur les aspects généraux du traité. Quand il y en a, elles ne sont pas forcément reprises ou suivies par la suite. Cela n'est peut-être pas une priorité pour un groupe qui veut rédiger rapidement et dont les membres doivent déjà se mettre d'accord collectivement sur les aspects mathématiques, ainsi qu'avancer dans les rédactions. Cependant, et en particulier lors des premières réunions, André Weil présente quelques idées :

> Après quelque temps le calme renait [*sic*], WEIL prend la parole et expose les idées suivantes.
>
> [...]
>
> Il faut ôter de l'esprit d'un certain nombre de mathématiciens et de presque tous les physiciens, un certain préjugé de rigueur. Beaucoup de physiciens font des calculs d'intégration, de sommation de série, calculs qui leur donnent d'ailleurs des résultats numériques exacts, avec l'intime conviction qu'ils font à tout instant des hérésies mathématiques. Cela provient de ce que, dans la plupart des traités classiques, les théorèmes fondamentaux : moyens de calculs, théorèmes d'existence, etc... ; sont présentés avec un luxe de précautions assez impressionnant ; les hypothèses demandées sont souvent surabondantes, et il y aura lieu, dans bien des cas, de revenir sur tous ces théorèmes. Il importe donc de donner aux usagers une collection d'outils, ces outils devant être aussi robustes et aussi universels que possible. C'est le principe d'utilité et de commodité qui doit servir de guide. Il va sans dire que le comité est seul juge de ce qui est utile aux gens et de ce qui leur est commode. Comme le dit CARTAN dans une formule saisissante, c'est le principe du "despotisme éclairé". [Boua, delta002]

Le commentaire d'André Weil à propos de son livre sur l'intégration est consistant avec ses propos tenus plusieurs dizaines d'années auparavant et les autres analysés ici. Il propose au groupe d'adopter son point de vue de mathématicien non spécialisé en analyse qui souhaite faire un travail d'analyse, en l'occurrence, ici, un traité. Il veut avoir un nombre restreint d'outils robustes, universels et avec des règles simples. Il réitère cette vision dans une lettre qu'il envoie à sa sœur, le 26 mars 1940, alors qu'il est en prison, en faisant également un constat personnel sur l'état de la recherche en mathématiques modernes :

> Mais tu ne vois sans doute pas que les mathématiques modernes ont pris, non seulement une étendue, mais une complexité telle qu'il est devenu urgent, *si* la mathématique doit subsister et ne pas se dissocier en un tas de petits bouts de recherches, d'accomplir un énorme travail d'unification, qui absorbe en quelques théories simples et générales tout le substrat commun des diverses branches de la science, supprime les inutilités et laisse intact ce qui est vraiment le détail spécifique

19. « En contraste [des exemples d'encyclopédies qu'elle a présentés avant], le projet du Comité n'incorporait pas autant de principes philosophiques. Ni dans la formulation de ses objectifs, ni dans ses travaux du premier semestre, le Comité n'exprima de pensée globalisante sur les mathématiques. On n'y trouve pas non plus l'énoncé d'un principe unitaire ou systématique dont dépendrait la cohésion de l'ouvrage. Parmi les décisions initiales du Comité il y avait bien celle d'introduire un minimum de notions et théorèmes de théorie des ensembles, d'algèbre et de topologie qui constituerait un réservoir de notations, de concepts, de résultats et de méthodes utilisables dans les autres parties du traité. C'est ce qui se rapproche le plus de l'idée d'un langage de base contribuant à l'unité de l'œuvre. » [Bea89, p. 208]

> de chaque grand problème. C'est là tout ce qu'il peut y avoir de bon (et ce n'est pas peu de choses) dans ces axiomatiques. C'est aussi tout le sens de Bourbaki. [Wei79a, p. 254]

Les outils qu'il apprécie pour faire de l'analyse correspondent donc à une vision plus générale de la recherche en mathématique. Ils représentent d'ailleurs un moyen de répondre au problème qu'il constate dans la science mathématique. Alors que l'ouvrage collectif n'a qu'à peine commencé à paraître, André Weil montre un réel enthousiasme envers le projet Bourbaki pour réaliser ses objectifs. D'un point de vue pratique, l'étude de l'application de ces idées dans les travaux d'André Weil demande des précautions similaires à celles présentées dans la sous-section précédente par rapport aux travaux de Jean Delsarte. Il est également possible de suivre les déclarations générales liées à cette façon de présenter les mathématiques, à différentes occasions, autour de Bourbaki. Mis à part le texte sur l'*architecture des mathématiques*, paru en 1948 et signé par Nicolas Bourbaki [20], qui revient sur les notions d'outils et de structures, la plupart de ces déclarations surviennent après 1950. Elles sont de toute façon particulièrement intéressantes à étudier au regard du pouvoir institutionnel et de la réputation du groupe et du projet Bourbaki dans les années 1950 à 1970.

13.3.3 Laurent Schwartz, un pur produit bourbachique

Le livre d'André Weil a des répercussions plus larges que l'intégration dans le projet bourbachique. En effet, le contenu du livre aussi bien que sa « philosophie », telle que décrite par André Weil bien plus tard, influencent également Laurent Schwartz. Si le projet Bourbaki le conditionne aussi indéniablement [21], des liens directs entre le livre d'André Weil et les travaux de Laurent Schwartz aboutissant aux distributions peuvent être établis. La « philosophie » d'André Weil et son adaptation au sein du projet collectif amplifient ces liens.

Tout d'abord, Laurent Schwartz a écrit à de nombreuses reprises qu'il a beaucoup travaillé avec cet ouvrage [22]. De plus, comme l'a signalé Anne-Sandrine Paumier dans sa thèse [23], Jean Dieudonné a fait la remarque, dans une recension d'un ouvrage de Jesper Lützen, que l'inspiration de Laurent Schwartz pour la transformation de Fourier des distributions vient probablement du livre d'André Weil [24]. En effet, André Weil présente non seulement un « outillage grossier » pour la transformation de Fourier dans le cadre de la théorie des groupes localement compacts, mais ajoute également une idée sur une extension plus générale :

> La définition de la transformation de Fourier donnée dans le texte, qui suffit pour les résultats que nous avions en vue, est en réalité trop restreinte, parce qu'elle suppose que l'une au moins des fonctions, transformées l'une de l'autre, est de *p*-

20. Voir [Bou48].
21. Voir [Pau14, pp. 52–69] et, en particulier, [Pau14, p. 69] : « [L]es mathématiques de Bourbaki et celles de leurs membres, celles de Schwartz en particulier, sont entremêlées. Cela influe sur le quotidien et les décisions de Bourbaki tout autant que sur la formation de Schwartz. [...] De manière plus générale, en suivant comme fil directeur les distributions et les EVT, on a montré l'existence de fréquents allers-retours entre les intérêts partagés par Schwartz et Bourbaki. Cela se traduit ensuite par des choix mathématiques, voire par de nouveaux développements rendus nécessaires par les choix effectués. »
22. Voir, par exemple, [Sch97, pp. 172, 227, 241, 248, 252 et 292].
23. Voir [Pau14, p. 129].
24. Voir [Die84].

> ième puissance intégrable, avec $1 \leqslant p \leqslant 2$. Une définition générale prendra pour point de départ l'égalité
>
> $$\int \varphi(x)f(x)dx = \int \Phi(\hat{x})F(\hat{x})\hat{dx}$$
>
> φ et Φ seront considérées comme transformées l'une de l'autre si l'égalité ci-dessus a lieu chaque fois que f et F sont transformées l'une de l'autre et que f appartient à Λ, ou tout au moins à un sous-ensemble de Λ, partout dense dans Λ (quelque sens qu'on donne à ce mot).
>
> Les remarques faites dans les notes du §22, sur les procédés de sommation des séries de Fourier, s'appliquent aux procédés de sommation de l'intégrale de Fourier, qui rentrent de même dans le schéma général décrit au §30 [celui qui est commenté ici].

Laurent Schwartz a bien suivi cette ébauche de programme pour donner une définition plus générale de la transformation de Fourier. Il semble même l'exprimer de façon implicite dans la conclusion de son exposé du colloque d'analyse harmonique de 1947, et publié en 1949 :

> Je crois que la théorie de la transformation de Fourier des distributions sphériques est ainsi cohérente ; elle fait entrer dans un seul moule tous les procédés utilisés jusqu'à présent pour l'étude de la transformation de Fourier. [CNR49, p. 8]

Michael J. Barany, Jesper Lützen et Anne-Sandrine Paumier ont déjà montré l'importance des distributions sphériques et leur conceptualisation progressive dans les travaux de Laurent Schwartz [25]. Le perfectionnement du cadre conceptuel pour obtenir une « définition générale » de la transformation de Fourier peut également être analysé à travers la méthodologie d'André Weil pour faire de l'analyse. J'en fais une brève présentation ici.

Dans son autobiographie, Laurent Schwartz explique rétrospectivement l'évolution de ses travaux. Tout d'abord, il précise : « j'avais en moi un certain nombre d'outils mathématiques dont je pouvais peu me servir. J'étais infiniment loin de penser qu'ils formeraient les outils partiels d'une même théorie. » Parmi eux, plusieurs proviennent du livre d'André Weil [26]. Si la théorie des opérateurs lui permet de généraliser la dérivation à des fonctions qui n'ont pas de dérivées ordinaires, la définition de ceux-ci pose quelques difficultés. En particulier, la multiplication de deux opérateurs est délicate, car la convolution, qui est à la base de la définition des opérateurs, et la multiplication ne commutent pas. Il qualifie lui-même la définition qu'il donne de celle-ci de « très emberlificotée [27] ». Le choix des distributions plutôt que celui des opérateurs est justifié par Laurent Schwartz :

> Il faut donner un certain nombre de propriétés qui sont moins évidentes qu'avec les opérateurs, mais néanmoins très naturelles.
>
> [...]
>
> Finalement, entre opérateurs et distributions, on distingue de part et d'autre des avantages, mais la cause est entendue et l'est restée pour tout le monde ensuite : ce sont les distributions qu'il faut prendre. [Sch97, p. 249]

25. Voir [BPL17, pp. 7-9].
26. Voir [Sch97, p. 241].
27. Voir [Sch97, p. 247].

Cette évolution des opérateurs aux distributions est déjà en accord avec la description d'André Weil sur sa façon de faire de l'analyse. D'après Laurent Schwartz, l'introduction plus simple des opérateurs par rapport aux distributions nécessite, ensuite, plus de travail dans leur utilisation et leurs applications. Si les distributions sont plus difficiles à introduire, demandent plus d'outils et de vérifications, elles sont ensuite plus facilement utilisables directement. Par exemple, en complexifiant le cadre, la multiplication des distributions devient plus facile à définir que celle des opérateurs. Ainsi, les opérateurs correspondent, par rapport aux propos d'André Weil, à « un arsenal d'instruments de précision, prêts à se fausser au moindre geste maladroit », tandis que les distributions vont plutôt former « un nombre aussi petit que possible d'outils grossiers mais robustes dont le mode d'emploi tienne en quelques règles simples ». Cependant, les compromis nécessaires pour obtenir des outils fiables ont rencontré quelques oppositions parmi les membres de Bourbaki, et en particulier chez Henri Cartan et André Weil.

Laurent Schwartz a rapporté qu'Henri Cartan lui a fait la remarque, suite à son article de 1944, que les fonctions infiniment dérivables à support compact sont « trop monstrueuses [28] ». Le 2 février 1947, André Weil écrit lui que les distributions de Laurent Schwartz « supposent qu'on soit sur une variété *indéfiniment* différentiable, ce qui semble trop restrictif a priori (bien qu'en réalité ce soient les plus intéressantes) [29] ». Il ajoute même dans une lettre du 14 mars 1947 qu'il « serait fort choquant et antibourbachique de faire cette hypothèse pour définir les formes différentielles [30] ». Cependant, Henri Cartan lui répond le 23 mars 1947, qu'il est possible d'appliquer ces résultats à des variétés différentiables une seule fois [31]. Ce passage de discussion sur les avancées de Laurent Schwartz montre les impressions directes de deux membres de Bourbaki sur ces travaux et leurs limitations. Le cadre proposé ne semble pas pleinement satisfaire André Weil. Il est intrigué, mais n'a certainement levé certaines réserves qu'à la suite de discussions de vive voix et à l'accès aux publications successives. Par exemple, le 30 juillet 1946, André Weil écrit à Henri Cartan que, « tant que ses succès [à Laurent Schwartz] se limitent au cas des coefficients constants, ce n'est guère excitant [32] ».

Si le passage des opérateurs aux distributions est déjà une avancée intéressante en soi, cela ne suffit pas pour pouvoir définir la transformation de Fourier sans se limiter à des cas spécifiques [33].

> Mais ce n'était pas fini. La transformation de Fourier restait un obstacle majeur, et ce n'est guère avant la fin du printemps 1945 [34] que je trouvai la parade. Je me rendis compte peu à peu qu'on ne pourrait pas définir de façon correcte la transformation de Fourier de toute distribution comme une autre distribution. Il fallait se restreindre. [Sch97, p. 250]

Il introduit alors l'espace des distributions à décroissance rapide [35], dans lequel la transformation de Fourier est bien définie et est son propre inverse. Plus précisément, Laurent Schwartz utilise

28. Voir [Sch97, p. 242].
29. Voir [Aud11, p. 147].
30. Voir [Aud11, p. 204].
31. Voir [Aud11, pp. 209-210].
32. Voir [Aud11, p. 125].
33. Voir [Sch45, pp. 72-74] et [Sch48a, p. 139].
34. Les souvenirs de Laurent Schwartz ne concordent pas avec ses travaux publiés au cours du temps et il semble improbable qu'il ait levé cet obstacle majeur dès 1945, voir [BPL17, pp. 7-9].
35. Aussi appelées « distributions sphériques » ou « distributions tempérées ».

la formule de Parseval appliquée à une distribution sphérique quelconque ayant une transformée de Fourier usuelle pour, ensuite, définir la transformée de Fourier d'une distribution quelconque. La transformée est alors non seulement une distribution sphérique, mais, surtout, elle coïncide avec la transformation de Fourier usuelle pour les distributions sphériques qui en admettent une [36]. En partant des bons espaces et en utilisant la définition générale suggérée par André Weil pour la transformation de Fourier, Laurent Schwartz arrive bien à faire « entrer dans un seul moule tous les procédés utilisés jusqu'à présent pour l'étude de la transformation de Fourier. »

Si Laurent Schwartz réussit à trouver un cadre cohérent pour la théorie de la transformation de Fourier, il a également ouvert des champs de recherches qu'il n'imaginait pas vraiment [37]. Il qualifie d'ailleurs cette avancée de « "triomphe" de Fourier et de la convolution ». André Weil explique en 1947 que les travaux de Laurent Schwartz peuvent être une des recherches qui pourraient permettre d'« ébaucher un calcul opérationnel, destiné à devenir d'ici un siècle ou deux un instrument aussi puissant que l'a été pour nos prédécesseurs et pour nous-mêmes le calcul différentiel [38]. » En ayant seulement eu un aperçu de ce qui n'était encore qu'une théorie des opérateurs, André Weil n'envisage pas les liens avec la transformation de Fourier. Après avoir généralisé la dérivation avec les distributions, la généralisation de la transformation de Fourier avec les distributions sphériques est également devenue un des apports majeurs des travaux de Laurent Schwartz. La remarque d'André Weil dans son livre a ainsi influencé et motivé un de ses importants succès.

Pour finir, les mérites attribués aux travaux de Laurent Schwartz [39] montrent que c'est dans la concrétisation de la « philosophie » d'André Weil pour faire de l'analyse qu'il a fait des avancées importantes. Ainsi, Harald Bohr explique, au moment de décerner la médaille Fields à Laurent Schwartz, que « the main merit is justly due to the man who has clearly seen, and been able to shape, the new ideas in their purity and generality [40]. » De même, Jean Dieudonné écrit lui : « Similarly most of the problems which belong to the theory of distributions had been considered and essentially solved before Schwartz, but no one had succeeded in building up a formalism which could dispense of special arguments in each particular case [41]. » Par la suite, cette façon de faire a été rapprochée de l'influence bourbachique. Par exemple, Jean-Pierre Bourguignon a écrit :

> Si l'on tente de trouver une " signature " à l'oeuvre mathématique de Laurent Schwartz en analyse, on ne peut manquer d'évoquer Bourbaki, le groupe multicéphale auquel il a appartenu jusqu'à la retraite obligatoire à 50 ans. En effet sa façon de mettre en oeuvre les résultats abstraits et généraux de l'analyse fonctionnelle, cette gigantesque opération de géométrisation des objets traditionnels de l'analyse, pour étudier les équations aux dérivées partielles est dans la plus pure tradition

36. Voir [Sch48b, p. 14] et [CNR49, p. 3-4].
37. Voir, par exemple, [Sch97, p. 255] : « Dans mon livre sur les distributions, j'avais conjecturé, comme un fait évident, que la transformation de Fourier jouerait un rôle essentiel dans la théorie des opérateurs différentiels à coefficients constants, mais n'en jouerait aucun pour les opérateurs à coefficients variables, et des mathématiciens comme Lions, Malgrange, Hörmander, Trèves pensaient de même. Mais la situation s'est radicalement transformée. Elle s'impose à présent partout, y compris dans toute la théorie microlocale, elle est devenue un outil universel. »
38. Voir [Wei48a, p. 316], déjà cité dans la section 12.3.
39. Plusieurs sont mentionnés dans [BPL17] et [Lüt82] dont ceux cités ici.
40. Voir [Boh52].
41. Voir [Die64, p. 241].

> bourbakiste, à savoir travailler au niveau de généralité le plus grand pour que les propriétés fondamentales apparaissent et permettent une résolution simple du problème qu'on se pose [Bou02].

Si l'influence de Bourbaki sur l'orientation et la diffusion des travaux de Laurent Schwartz est indéniable, la présentation et la généralisation employées sont dans la continuité des idées d'André Weil, celles-ci se répercutant également au sein du projet collectif. Les interactions entre individus ou avec le collectif Bourbaki sont donc multiples et parallèles. La théorie des distributions peut être considérée comme un succès de l'application de la « philosophie » d'André Weil, mais d'autres tentatives ont échoué. Dans le cas de l'intégration bourbachique [42], les compromis entre le projet d'André Weil, l'acceptation collective et le besoin de publier en sont en partie la cause.

Différentes notions de style peuvent être utilisées pour étudier les travaux autour du projet Bourbaki. Que ce soit sur la présentation brut du texte ou dans la structuration plus générale des théories présentées, sur des notions particulières ou un ensemble de méthodes et d'outils, cette approche peut montrer différentes diffusions entre collectifs et individus. Une méthodologie solide et des efforts conséquents sont encore nécessaires pour traiter la quantité considérable de sources associées, à moins de s'arrêter encore à un panorama à partir d'éléments bien choisis.

42. Voir [Wei79a, p. 501]

Annexe A

Tables, liste et tableaux

Je présente ici les données bruts du site `https://web.archive.org/web/20210309024434/http://sites.mathdoc.fr/archives-bourbaki/`. Je n'ai utilisé les crochets que pour indiquer un retour à la ligne pour les noms trop longs pour ce document.

A.1 Table des noms des documents des archives Bourbaki hors rédactions

Identifiant	Nom
awms001	R56. Théorie des ensembles Ch. I et II (Weil notes de Possel) (123 p.)
awms003	R154. Introduction au Livre I (Etat 2 : Nunke) (7 p.)
awt001	BOURBAKI (Ét...) PLAN 1947 (4 p.)
awt002	Compte-rendu du congrès de l'horizon (Royaumont 1950) (15 p.)
awt003	Compléments sur les fonctions analytiques (Cartan) (2 p.)
delbe007	Espaces topologiques. Intégration (9 p.)
delbe001	[Deux circulaires] (3 p.)
delbe002	Projet de programme ; Ordre du jour, etc (4 p.)
delbe003	Ordre et évaluation [trois étapes] (6 p.)
delbe004	Serment (2 p.)
delbe005	Brève histoire des travaux de Bourbaki (4 p.)
delbe006	Rapport[s] Ensembles et Algèbre (23 p.)
delbe008	Inégalités. Rapport O et o (9 p.)
delbe009	Fonctions analytiques. Ce qui a gêné (8 p.)
delbe010	Séries de Fourier etc. (9 p.)
delbe011	Commission des équations différentielles (10 p.)
delbe012	Équations hyperboliques (2 p.)
delbe013	Équations fonctionnelles linéaires (2 p.)
delbe014	Desiderata (10 p.)
delch001	Engagements de Chançay (3 p.)
delch002	1. Corrections à la rédaction « Ensembles » (3 p.)
delch003	Géométrie et divers (2 p.)
delch004	Topologie de Chançay (7 p.)
delch005	Chap. II Uniformes (plan) (3 p.)
delch006	Compléments de Chançay (3 p.)
delch007	Desiderata divers (4 p.)
delch008	[version ronéo de l'ensemble du congrès] (30 p.)
delch009	Les 7 thèses de Chançay (3 p.)
delch010	Début des boums (2 p.)
delch011	Feuillet à insérer no. 1 (2 p.)
delch012	Suites extraites (2 p.)
deldi001	Engagements de Dieulefit (5 p.)
deldi002	Plan de l algèbre (3 p.)
deldi003	Plan de la topologie (5 p.)
deldi004	Géométries (2 p.)

deldi005	« Ensembles » et Note (3 p.)
deldi006	« Note » [sur 3 théorèmes] (2 p.)
deldi007	[Plan] Algèbre géométrique (2 p.)
deldi008	[version ronéo de l'ensemble des textes] (11 p.)
deles001	Bourbaki s Dicktat [sic] - Congrès du 18-28/09/1936 (3 p.)
deles002	Ensembles - Décisions Escoriales [sic] (11 p.)
deles003	Topologie - Décisions de l'Escorial (13 p.)
deles004	Décisions Escorial - Compléments de topologie (3 p.)
deles005	Algèbre extérieure - Décisions escoriales (5 p.)
deles006	Intégration escoriale (7 p.)
deles007	Géométrie. Escorial (14 p.)
deles008	Décisions de l' Escorial (fin) (3 p.)
deles009	Décisions Escorial (typographie et rédaction) (4 p.)
deles010	Répartition fixée au Congrès de l Escorial (7 p.)
deles011	Avant-projet - Équations intégrales (Delsarte) (5 p.)
deles012	[Plans sur les équations différentielles par Dieudonné] (7 p.)
deles013	[Rapport sur les équations différentielles par Coulomb] (11 p.)
deles014	Painlevé-Garnier. Rapport sommaire (5 p.)
deles015	Équations différentielles. Cas local. Bendixon-Dulac (5 p.)
deles016	Disjoindre Courant -Hilbert (2 p.)
deljb001	Journal de Bourbaki N°1 ; 15/11/1935 (5 p.)
deljb002	Journal de Bourbaki N°2 ; 15/12/1935 (6 p.)
deljb003	Journal de Bourbaki N°3 ; 15/01/1936 (4 p.)
deljb004	Journal de Bourbaki N°4 ; 15/02/1936 (4 p.)
deljb005	Journal de Bourbaki N°5 ; 25/03/1936 (6 p.)
deljb006	Réunion bourbachique du 06/07/1936 (4 p.)
deljb007	Journal de Bourbaki N°6 ; 27/11/1936 (5 p.)
deljb008	Journal de Bourbaki N°7 ; 18/12/1936 (4 p.)
deljb009	Journal de Bourbaki N°8 ; 16/02/1937 (3 p.)
deljb010	Journal de Bourbaki N°9 ; 16/03/1937 (4 p.)
deljb011	Questionnaire (2 p.)
delms000	Desiderata des physiciens par Y. Rocard (1935) (3 p.)
delms001	Théorie des systèmes de n équations à n inconnues. Théorie des équations fonctionnelles. A titre [documentaire : Projet d'exposé des théorèmes d'existence topologiques par J. Leray (1935) (6 p.)]
delms002	1ère liste bibliographique (avril 1935) (3 p.)
delms003	Ordre d urgence des rédactions (Cartan, Besse 1935) (2 p.)
delms004	Journal de Bourbaki No. 1, 15/11/1935 (Delsarte) (7 p.)
delms005	Pour la partie III du Journal de Bourbaki (Cartan) (3 p.)
delms006	Ensembles. Rédaction Cartan initiale 05/12/1935) (15 p.)
delms007	Bon de commande par Mlle M.T. Bastien, déc.1937 (2 p.)
delms008	Les 7 thèses de Chançay (1937, R. de Possel et C. Chevalley) (3 p.)
delms009	PIECE UNIQUE (87 p.)
delms010	Première partie de DELR_003 (Nombre réel de pages) (18 p.)
delms011	Livre IV. Fonctions d'une variable réelle. Ch.I D,P,I Ms autographe Delsarte fragment (Nombre réel de pages) (39 p.)
delms012	Intégration Weil - Chapitre I. Intégration abstraite. Ms autographe fragment Delsarte (Nombre réel de pages) (12 p.)
delms013	(ancien DELR007) Topologie dans les espaces fonctionnels (manuscrit Chevalley, pièce unique) (15 p.)
delt001	La Tribu (Bulletin .) 15/04/1944 (8 p.)
delt002	La Tribu ( ) Congrès de Paris 08-11/11/1947 (19 p.)
delt003	La Tribu ( ) CR du Congrès cuménique 06/1948 (37 p.)
delta001	Réunion du 10/12/1934 (4 p.)
delta002	Traité d'Analyse - Réunion du 14/01/1935 (6 p.)
delta003	Traité d'Analyse - Réunion du 28/01/1935 (5 p.)
delta004	Comité du Traité d'analyse - Réunion du 11/02/1935 (8 p.)
delta005	Traité d' Analyse - Réunion du 25/02/1935 (5 p.)
delta006	Traité d'analyse - Réunion du 11/03/1935 (8 p.)
delta007	Traité d'Analyse - Réunion du 25 mars 1935 (5 p.)
delta008	Réunion du 8 avril 1935 (7 p.)
delta009	Sous-commission bibliographique 13/04/1935 (3 p.)
delta010	Traité d'Analyse - Comité de rédaction 06/05/1935 (3 p.)
delta011	Traité d'Analyse - Réunion du 20/05/1935 (3 p.)
delta011bis	Equations aux dérivées partielles (E. Cartan) (2 p.)
hcdk001	BOURBAKI'S DIKTAT [Congrès de Noël Paris, du 19 au 26 décembre 1947] (2 p.)
hcdk002	DIKTAT [Congrès de Nancy du 9 au 13 avril 1948]+B136 (2 p.)
hcdk003	DIKTAT [Congrès oecuménique de juin 1948] (2 p.)
hcdk004	DIKTAT [Congrès de Nancy octobre 1948] (2 p.)
hcdk005	DIKTAT [Congrès de février 1949 à Nancy] (2 p.)
hcdk006	DIKTAT [Congrès d octobre 1949 à Paris] (2 p.)

hcdk007	DIKTAT [Congrès de Nancy du 3 au 7 février 1950] (2 p.)
hcdk008	DIKTAT [Congrès de Royaumont du 5 au 18 avril 1950] (2 p.)
hcdk009	DIKTAT [Réunion du Comité d intégration et de la divisibilité à Strasbourg, le 10 juin 1950] (2 p.)
hcdk010	DIKTAT [Congrès de Royaumont du 8 au 15 octobre 1950] (2 p.)
hcdk011	DIKTAT [Congrès de Nancy du 28 janvier au 3 février 1951] (2 p.)
hcdk012	DIKTAT [Congrès oecuménique de Pelvoux du 25 juin au 8 juillet 1951] (2 p.)
hcdk013	DIKTAT [Congrès de Royaumont du 1er au 9 octobre 1951] (2 p.)
hcdk014	DIKTAT [Congrès de Celles-sur-Plaine du 9 au 16 mars 1952] (2 p.)
hcdk015	DIKTAT [Congrès oecuménique de Pelvoux du 25 juin au 8 juillet 1952] (2 p.)
hcdk016	DIKTAT [Congrès de Celles-sur-Plaine du 19 au 26 octobre 1952] (2 p.)
hcdk017	DIKTAT [Congrès de Celles-sur-Plaine du 1er au 8 mars 1953] (2 p.)
hcdk018	DIKTAT [Congrès de Royaumont du 6 au 20 juin 1953] (2 p.)
hcdk019	DIKTAT [Congrès de Royaumont du 2 au 9 octobre 1953] (2 p.)
hcms000	Précisions et compléments à la théorie de l' homologie (titre présumé, manuscrit très annoté [couleurs) (Nombre réel de pages) (11 p.)]
hcms001	Le Filtre. Sonnet imité de Mallarmé (P.Samuel 1945) (2 p.)
hcms002	Le Filtre (retranscrit avec variantes par un tiers). Recto, Menu de dîner, 12/12/1946 (3 p.)
hcms003	Doctissimo nec Carissimo (anonyme) (3 p.)
hcms004	Notice sur la Vie et l 'oeuvre de Nicolas Bourbaki (5 p.)
hcms005	Décisions du 3e Congrès de Clermont (août 1942) (8 p.)
hcsb001	Séminaire Bourbaki 1945-1946 (4 p.)
hcsb002	Séminaire Bourbaki 1948-1948(sic) (3 p.)
hct001	LA TRIBU (...) Décisions du 1er Congrès de Liffré 10-18/09/1943 (15 p.)
hct002	N°8 La Tribu ( ) Congrès de Paris 22/06-04/07/1945 (14 p.)
hct003	LA TRIBU (...) N°9 17 février 1946 (5 p.)
hct004	Observations du Congrès de Paris [a] 18-20/01/1947 (8 p.)
hct005	Observations du Congrès de Paris [b] 15-18/03/1947 (6 p.)
hct006	La Tribu ( ) Congrès de Noël 19-26/12/1947 (25 p.)
nbms000	NBT_014 Compte rendu du Congrès de Paris (8-10 nov. 1946). Manuscrit autographe Samuel [(Nombre réel de pages = 20) (20 p.)]
nbt000	LA TRIBU (table des matières) (2 p.)
nbt001	Faire-part de mariage et dédicace (2 p.)
nbt002	LA TRIBU (...) N° 1 15 mars 1940 (15 p.)
nbt003	LA TRIBU (...) N° 2 15 mars 1940 (5 p.)
nbt004	LA TRIBU (...) N° 3 15 septembre 1940 (5 p.)
nbt005	LA TRIBU (...) N° 4 - 11 décembre 1940 (3 p.)
nbt006	LA TRIBU (...) N°5 (sic) Congrès de Clermont (7-10 Déc. 1940) (8 p.)
nbt007	LA TRIBU (...) N°6 (sic) Compte rendu du 2e Congrès de Clermont (16-19 Avril 1941) (4 p.)
nbt008	LA TRIBU (...) N° 7 (sic) - 15 Octobre 1941 (5 p.)
nbt008bis	LA TRIBU (...) N° 8 - 15 Juillet 1945 CR du Congrès de Paris (1 p.)
nbt009	LA TRIBU (...) Décisions du 3e Congrès de Clermont (5-14 août 1942) (8 p.)
nbt010	LA TRIBU (...) N° 10[sic] - 15 avril 1944 (17 p.)
nbt011	LA TRIBU (...) Décisions du 1er Congrès de Liffré (10-18 sept. 1943) (14 p.)
nbt012	LA TRIBU (...) N° 11[sic] - 15 juillet 1945 CR du Congrès de Paris (26 p.)
nbt013	LA TRIBU (...) Compte rendu du Congrès de Strasbourg (8-19 juin 1946) (7 p.)
nbt014	LA TRIBU (...) Compte rendu du Congrès de Paris (8-11 novembre 1947) (20 p.)
nbt015	LA TRIBU (...) Observations du Congrès de Paris (18-20 Janvier 1947) (10 p.)
nbt016	LA TRIBU (...) Observations du Congrès de Paris (18-20 Janvier 1947) (23 p.)
nbt017	LA TRIBU (...) Compte rendu du Congrès de Nancy (9-13 avril 1948) (12 p.)
nbt018	LA TRIBU (...) N° 16 - 15 Novembre 1948 Congrès du fil directeur (16 p.)
nbt019	LA TRIBU (...) N° 17 - 15 mars 1949 CR du Congrès de Nicolaïdes (19 p.)
nbt020	LA TRIBU (...) Compte rendu du Congrès oecuménique du cocotier (avril 1949) (36 p.)
nbt021	LA TRIBU (...) N°19 - 1er Novembre 1949 (16 p.)
nbt022	LA TRIBU (...) N°20 - 15 Décembre 1949 (6 p.)
nbt023	LA TRIBU (...) N°21 Compte rendu du Congrès de Nancy (3-7 fév. 1950) (18 p.)
nbt024	LA TRIBU (...) N°22 Compte rendu du Congrès de la revanche (36 p.)
nbt025	LA TRIBU (...) Compte rendu du Congrès de Nancy (27 jan - 3 fév. 1951) (7 p.)
nbt026	LA TRIBU (...) N°25 Compte rendu du Congrès oecuménique de Pelvoux (1951) (26 p.)
nbt027	LA TRIBU (...) N°26 Compte rendu du Congrès croupion (oct 1951) (13 p.)
nbt028	LA TRIBU (...) N°27 Compte rendu du Congrès croupion des Vosges (15 p.)
nbt029	LA TRIBU (...) Pelvoux 25 juin -8 juillet 1952 (23 p.)
nbt030	LA TRIBU (...) N°29 Celles-sur-Plaine, 19-26 oct. 1952 (28 p.)
nbt031	LA TRIBU (...) N° 30 Congrès nilpotent de Celles-sur-Plaine (1-8 mars 1953) (26 p.)
psms001	Un Congrès Bourbaki. Impressions d'un cobaye (P.Samuel 1945) (3 p.)
psms002	Encyclique « De Commutativis Corporibus » (P. Samuel) (5 p.)
psms003	Ms autographe de Chevalley sur les valuations (fragment) (49 p.)
psms004	Rapport SEAW sur la topologie préhomologique (128 p.)

A.2 Tables de correspondance des rédactions des archives Bourbaki

A.2.1 Classement par identifiant

Identifiant	Cote	Nom
R01	delr_001	Calcul opérationnel (état 2-3) (87 p.)
R02	delr_002	Représentation approchée (Dieudonné) (état 3) (102 p.)
R03	delr_003	Calcul linéaire (projet détaillé) ; En exécution des décisions de l'Escorial (29 p.)
R001	iecnr_001	Espaces linéaires (Urredaktion) (72 p.)
R000	iecnr_002	Espaces Vectoriels topologiques Ch.I Topologie d' espaces vectoriels ; espaces convexes (57 p.)
R0000	iecnr_003	Topologie 1 (Weil) (Exemplaire archétype) Plan général de topologie (136 p.)
R001	iecnr_004	Première Partie - (Ancien) Livre IV. Espaces vectoriels topologiques (200 p.)
R002	iecnr_005	Techniques élém. du calcul infinitésimal ; ch. I à III (69 p.)
R003	iecnr_006	Fonctions d'une variable réelle (Théorie élémentaire) Ch. I et II (état 2) (70 p.)
R003bis	delr_004	Livre IV Fonctions d'une variable réelle ch.1 Dérivée, primitive, intégrale (fragment) (40 p.)
R004	iecnr_007	Fonctions d'une variable réelle ch.I Convexes dans R
R005	iecnr_008	Fonctions d'une variable réelle ch. I-II (état 3) (129 p.)
R006	iecnr_009	Ch. 2 (état 4) Dérivées, primitives, intégrales / Ch.3 (état 4) Fonctions élémentaires (140 p.)
R007	iecnr_010	Ch. 3 (état 2) Étude locale des fonctions, appendices I et II (90 p.)
R008	iecnr_011	Ch. IV (état 1) Noyaux de Hardy, fonctions H / Ch. V (état 1) Etude locale des fonctions. (74 p.)
R009	iecnr_012	Appendice III Étude locale d'intégrales dépendant d un paramètre (état 1) (21 p.)
R010	iecnr_013	Livre IV : Fonctions d'une variable réelle Ch. IV (état 4) Étude locale (16 p.)
R011	iecnr_014	Livre VII : Ch. II (état 1) Équa. diff. (Th. élém.) (36 p.)
R012	iecnr_015	Livre IV Ch. VI Développements tayloriens généralisés (16 p.)
R013	iecnr_016	Livre IV Ch. IV Taylor gén./Euler McLaurin/Fonction Γ (45 p.)
R014	iecnr_017	Théorie de la mesure et de l'intégration : Introduction (Etat 2) (29 p.)
R015	iecnr_018	Intégration. Diplodocus (Etat 2) (363 p.)
R016	iecnr_019	Intégration. Les phratries (63 p.)
R017	awr_001	Intégration - Projet Weil (Résumé) (29 p.)
R003bis	delr_004	Livre IV. Fonctions d'une variable réelle Ch.I D,P,I / Ms autographe fragment (40 p.)
R018	iecnr_020	Rapports Cartan sur l' intégration (21 p.)
R018bis	delr_005	Intégration Weil - Chapitre I. Intégration abstraite fragment. (13 p.)
R018ter	delr_006	Existence et unicité d' une mesure . (19 p.)
R019a	iecnr_021	Topologie générale (original Mandebrojt Ch. I, II, III) (115 p.)
R019b	iecnr_022	Topologie générale (Mandelbrojt Ch. I, II, III) (106 p.)
R020	iecnr_023	Projet Cartan pour le début de la topologie (8 p.)
R020bis	hcr_000	Observations Cartan-Weil sur la rédaction des espaces uniformes (10 p.)
R021	iecnr_024	Topologie : Structures topologiques / uniformes (état 2) (113 p.)
R022	iecnr_025	Topologie : Structures topologiques / uniformes (état 3) (122 p.)
R022bis	iecnr_026	Note historique : topologie Ch. I (14 p.)
R023	iecnr_027	Topologie générale Ch. III et IV : groupes topo./ nombres réels (104 p.)
R024	iecnr_028	Chapitre VI (Ancien chapitre VIII) (22 p.)
R025	iecnr_029	Livre III Ch.V Groupes à un paramètre, nombres complexes (62 p.)
R025bis	iecnr_030	Topologie générale Groupes à un paramètre (45 p.)
R026	iecnr_031	Livre III. Topologie générale Chapitres V et VI (144 p.)
R026bis	iecnr_032	Chapitre V. Sous-espaces et espaces quotients de R
R027	iecnr_033	Chapitre IX (Ancien chapitre VI) Espaces uniformisables. [Espaces normaux. Espaces métrisables (État 1) (38 p.)]
R028	iecnr_034	Chapitre IX (Ancien chapitre VIII) Espaces uniformisables. [Espaces métriques. Espaces normaux (État 2) (68 p.)]
R029	iecnr_035	Livre III. Topologie générale. Chapitre IX (Ancien chapitre VII) [Utilisation des nombres réels en topologie générale (État 3) (111 p.)]
R030	iecnr_036	Produits infinis dans les groupes topo. non commutatifs Chapitre IX (Ancien chapitre III) (13 p.)
R031	iecnr_038	Topologie générale Chapitre X (Ancien Chapitre VII) Structures uniformes dans les espaces [fonctionnels (État 1) Chapitre X (Ancien Chapitre VIII) Espaces fonctionnels (État 2) (46 p.)]
R031bis	delr_007	Topologie dans les espaces fonctionnels (Chevalley) (15 p.)
R031ter	delr_007bis	Bourbaki - Mode d emploi de ce traité (6 p.)
R032	iecnr_039	Chapitre X (Ancien chapitre VIII) Topologie d'espaces fonctionnels (État 3) (80 p.)
R033	iecnr_040	Algèbre Ch. I état 3 : structures algébriques (141 p.)
R033bis	iecnr_041	Algèbre Lois de composition (Urredaktion) (44 p.)
R034	iecnr_042	Livre II Chapitre II. Algèbre linéaire (État 2) (122 p.)
R034bis	iecnr_043	Algèbre linéaire Urredaktion (52 p.)
R035	iecnr_044	Livre II. Algèbre. Chapitre II. Algèbre linéaire (État 3) (167 p.)

R036	iecnr_045	Livre II Algèbre. Chapitre II. Algèbre linéaire (État 4) (116 p.)
R037	iecnr_046	Livre II. Algèbre. Chapitre II. Espaces vectoriels (État 4 bis) (75 p.)
R038	iecnr_047	Algèbre ch.II Algèbre linéaire (état 5) (124 p.)
R039	iecnr_048	Algèbre ch.III (état 1) Systèmes hypercomplexes, algèbres extérieures, déterminants (61 p.)
R040	iecnr_049	Algèbre Chap. III (état 4) Algèbre multilinéaire (98 p.)
R041	iecnr_050	Rapport sur les applications universelles (13 p.)
R042	iecnr_051	Algèbre Ch. 4 (état 1) Polynômes (Urredaktion) (61 p.)
R043	iecnr_052	Algèbre Ch. IV (état 2) Polynômes et fonctions polynômes (53 p.)
R044	iecnr_053	Algèbre Ch. IV (état 4) Appendice : séries formelles (13 p.)
R045	iecnr_054	Algèbre : Anneaux sur un corps (29 p.)
R046	iecnr_055	Théorie de Galois (Corps commutatifs ?) (141 p.)
R047	iecnr_056	Algèbre : Théorie des corps commutatifs (79 p.)
R048	iecnr_057	Ensembles (Résultats - Dieudonné) (39 p.)
R049	iecnr_058	Ensembles (Résultats - Delsarte) (32 p.)
R050	iecnr_059	Éléments de la théorie des ensembles. Prolégomènes sur la notion de théorie mathématique (état 1) (70 p.)
R051	hcr_001	Ensembles (état 0) Rédaction Cartan initiale (21 p.)
R052	iecnr_060	Ensembles Ch. II : Puissances des ensembles (état 1bis) (41 p.)
R053	iecnr_061	Chap. I Quelques éléments de syntaxe et de logique. Chap. II Ensembles et fonctions (état 1bis) (30 p.)
R054	iecnr_062	Ensembles. Règles du raisonnement (Projet Cartan) (12 p.)
R055	iecnr_063	Ensembles Contre-rédaction des chapitres I et II (101 p.)
R056	iecnr_065	Ensembles Ch. 1, 2, 3, 4, 5 (Weil) (151 p.)
R057	iecnr_066	Ensembles Chap. 1 (état 3) Chap. II (état 3) (150 p.)
R058	iecnr_067	Ensembles Introduction (état 3) (Dieudonné) (55 p.)
R059	iecnr_068	Livre I. Théorie des ensembles. Ch.IV Nombres cardinaux et entiers (Chevalley) (57 p.)
R060	iecnr_069	Livre I. Théorie des ensembles. Ch. III (Etat 4) Ensembles bien ordonnés (Chevalley) (15 p.)
R061	iecnr_070	Livre I. Ensembles. Ch.IV Ensembles ordonnés (état 4) (ou état 3) (63 p.)
R062	iecnr_071	Livre I. Théorie des ensembles. Ch.III. (état 3) Puissances, ensembles finis, ensembles dénombrables (56 p.)
R063	iecnr_072	Livre I. Théorie des ensembles. Ch.II (Etat (3 ou 4) Théorie des ensembles abstraits (55 p.)
R064	iecnr_073	Livre I. Théorie des ensembles. Chap. I (état 4) Logique mathématique (55 p.)
R065	iecnr_074	Le formalisme de Gödel (8 p.)
R066	awr_002	Livre I. Théorie des ensembles . Introduction (Chevalley) (34 p.)
R067	iecnr_075	Annexes à l'intégration (état 3bis). I. Intégrales de fonctions à valeurs dans un espace localement convexe II. [L espace de Kakutani et la classification des mesures (30 p.)]
R068	iecnr_076	Livre VIII Ch. II Espaces et anneaux de Riesz (état 3) (75 p.)
R069	iecnr_077	Intégration Ch.I Formes linéaires croissantes (état 3) (44 p.)
R070	iecnr_078	Livre VII Mesures et distributions. Ch. I (état 5) Espaces de Riesz (25 p.)
R071	iecnr_079	Livre VII Ch. II (état 5) Intégrales de Radon (75 p.)
R072	iecnr_080	Applications algébriques (Algèbre) : la méthode d Hermite (9 p.)
R073	iecnr_081	Algèbre Chap. VIII Formes bilinéaires (état 1) Urredaktion (118 p.)
R074	iecnr_082	Algèbre Chap. VIII (état 2) Formes bilinéaires/quadratiques (80 p.)
R075	iecnr_083	Algèbre Chap. VII Algèbres semi-simples, représentation matricielle des groupes (154 p.)
R076	iecnr_084	Commentaires sur le Chap. V et le Chap. VI Divisibilité (état 1) (172 p.)
R077	iecnr_085	Algèbre Chap. VI Relations d ordre dans les groupes, anneaux et corps ; divisibilité (état 2) (119 p.)
R078	iecnr_086	Homotopy (Eilenberg) (13 p.)
R079	nbr_003	Topologie algébrique Ch. I (état 1) Dualité dans les gr. top. (76 p.)
R080	iecnr_087	Homotopie, revêtements, espaces fibrés (17 p.)
R081	iecnr_088	Vue d'ensemble sur la théorie de la dimension (11 p.)
R082	hcr_002	Précisions et compléments à la théorie de l'homologie (12 p.)
R084	hcr_003	Topologia Bourbachica (25 p.)
R085	iecnr_089	Différentielles (état 1) (38 p.)
R086	iecnr_090	Livre VII Différentielles Chap. I (état 2) Différentielles (75 p.)
R087	iecnr_091	Espaces Vectoriels Topologiques Chap. I Espaces vectoriels topologiques sur un corps valué. [Chap. II Ensembles convexes et espaces localement convexes (état 4) (190 p.)]
R088	iecnr_092	Espaces Vectoriels Topologiques Chap. III et Chap. IV (état 6) (52 p.)
R089	iecnr_093	Rapport sur la théorie des algèbres normées (178 p.)
R090	iecnr_094	Algèbre Chap. 6 (état 6) : Endomorphismes d espaces vectoriels (23 p.)
R091	iecnr_095	Algèbre Chap. 9 (état 1) : Géométries élémentaires (123 p.)
R092	iecnr_096	Algèbre Chap. 9 (état 2) : Anneaux primitifs (46 p.)
R093	nbr_004	Topologie générale. Fascicule de résultats (128 p.)
R094	nbr_005	Projet Weil pour le début du ch. IV des FVR (7 p.)
R095	nbr_006	IIe partie. Théorie du degré topologique (13 p.)
R096	nbr_007	Chap. V Étude locale des fonctions (56 p.)
R097	nbr_008	Algèbre Ch. IV (état 6) Polynômes et fractions rationnelles (61 p.)
R098	nbr_009	Chapitres II et III (état 4) (140 p.)
R099	nbr_010	Livre II. Alg. Ch. V Corps commutatifs (état 3) (154 p.)
R100	nbr_011	Appendices I et II (15 p.)
R101	nbr_012	Alg. Ch.III Algèbres. Polynômes (Chevalley) (73 p.)

R102	nbr_013	Observations sur le ch. II d Algèbre (8 p.)
R103	nbr_014	Rapport SEAW sur la topologie préhomologique (82 p.)
R104	iecnr_097	Intégration Chap. III (état 4) Espaces vectoriels normés définis par une intégrale de Radon (120 p.)
R105	nbr_015	Espaces Vectoriels Topologiques Ch. III (état 3) Espaces localement convexes (35 p.)
R106	nbr_016	Espaces Vectoriels Topologiques Ch. IV (état 3) Espaces localement convexes métrisables (60 p.)
R107	nbr_017	Alg. Ch. V (état 5) Corps commutatifs (45 p.)
R108	nbr_018	Topologie générale Rédactions ch. I et II Projet de modifications (19 p.)
R109	nbr_019	Livre II. Ch. V (état 4) Corps commutatifs (85 p.)
R110	iecnr_098	Intégration Chapitre III Intégrale et mesure (état 3bis) (117 p.)
R111	nbr_020	Appendice : Séries formelles (état 5) (19 p.)
R112	nbr_021	Intégration des formes différentielles (Notes de Cartan) (7 p.)
R113	nbr_022	LIVRE VI ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES Chapitre I (État 3) [Espaces vectoriels topologiques sur un corps valué (37 p.)]
R114	nbr_023	LIVRE VI ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES Chapitre II (État 3) [Ensembles convexes dans les espaces vectoriels réels (28 p.)]
R115	iecnr_099	Intégration Ch. II (état 4) Propriétés élémentaires, intégrales de Radon (68 p.)
R116	nbr_024	Livre IV. Ch IV (état 2bis) Étude locale des fonctions (état 2bis) (17 p.)
R117	iecnr_100	Livre IV Chap. V (état 2) Équa. diff. : théorie élémentaire (64 p.)
R118	nbr_025	Observations Weil sur l'algèbre ch. V (13 p.)
R119	nbr_026	Functional notation and general associativity (Eilenberg) (3 p.)
R120	nbr_027	Livre I. Théorie des ensembles. Ch. II (état 3) Théorie des ensembles abstraits (114 p.)
R121	nbr_028	Livre II Ch. VI (ancien VII ?) Divisibilité (156 p.)
R121bis	iecnr_101	Chap. VI Divisibilité, §4 corps ordonnés (13 p.)
R122	nbr_029	Le radical d'un anneau. Contre-rédaction Roger (9 p.)
R123	nbr_030	Axiomes de familles d' ensembles (3 p.)
R124	nbr_031	Alg. Ch. VII (ou IX ?) Anneaux primitifs (état 2bis) (24 p.)
R125	nbr_032	Rapport sur les algèbres de Lie (91 p.)
R126	nbr_033	Commentaires Chevalley sur la réd. Weil de la divisibilité (19 p.)
R127	nbr_034	Rapport sur les variétés différentiables (48 p.)
R128	nbr_035	Chapitre IV (État 4) Espaces localement convexes métrisables (32 p.)
R129	nbr_036	Espaces Vectoriels Topologiques Ch. IV Espaces hilbertiens (état 4) (45 p.)
R130	nbr_037	Livre VIII Topo. alg. Ch. II Algèbre homologique (état 1) (41 p.)
R131	iecnr_102	Intégration Chap. III § 5 Fonctions mesurables (Cartan) (14 p.)
R132	nbr_038	Livre I Théorie des ensembles Ch.III Projet de § préliminaire (7 p.)
R133	iecnr_103	Intégration Chap. IV (état 1 + 0) (91 p.)
R134	iecnr_104	Mesures et distributions (Ch. III état 5). Prolongement d'une mesure de Radon ; espaces Lp (125 p.)
R135	nbr_039	Topologie générale. Dictionnaire (état 1) (53 p.)
R136	iecnr_105	Intégration Chap. V (état 2) Mesures définies par des densités (96 p.)
R137	nbr_040	Livre I Ch. III (état 5) Structures (34 p.)
R138	nbr_041	Livre I Ch. II (état 5) Théorie des ensembles (57 p.)
R139	nbr_042	Livre I Théorie des ensembles Ch.I (état 5) (60 p.)
R140	nbr_043	Livre II Alg. Ch.VII Modules sur les anneaux principaux (64 p.)
R141	nbr_044	Livre II Alg. Ch.VI (état 4) Groupes et corps ordonnés (34 p.)
R142	nbr_045	Algèbre commutative. Ch.III (état 1) Algèbre locale élémentaire (34 p.)
R143	iecnr_106	Intégration Chap. VI (état 2) Composition et décomposition des mesures (66 p.)
R144	nbr_046	Espaces Vectoriels Topologiques Fascicule de résultats (56 p.)
R145	nbr_047	Livre V Espaces Vectoriels Topologiques Ch. III (état 5) Dualité dans les espaces localement convexes (41 p.)
R146	nbr_048	Deuxième partie : Analyse algébrique Livre I Algèbre supérieure Ch.I [Spécialisations et valuations (état 2) (74 p.)]
R147	nbr_049	Livre I Théorie des ensembles. Ch. I (état 6) Description de la math formelle (50 p.)
R148	nbr_050	Rapport Cartan sur l'intégration des formes différentielles (18 p.)
R149	iecnr_107	Rapport sur mesure de Haar (Dixmier) (48 p.)
R150	nbr_051	Groupes de Lie. Parties 1 et 2 (67 p.)
R151	nbr_052	Livre VIII Fonctions analytiques (théorie élémentaire). Ch. I (état 1) Séries entières. Ch. II (état 1) [Fonctions holomorphes d'une variable complexe (119 p.)]
R152	nbr_053	Géométrie élémentaire (état 2) (157 p.)
R153	nbr_054	Compléments sur les fonctions analytiques (Cartan) (p.)
R154	nbr_055	Introduction au Livre I (état 3) [ou état 2] (7 p.)
R154bis	nbr_056	Livre V. Espaces Vectoriels Topologiques Ch.I (état 4) E.v.t. sur un corps valué. Ch. II (état 4) [Ensembles convexes et espaces localement convexes (186 p.)]
R155	nbr_057	Livre V. Espaces Vectoriels Topologiques Chap. II. (état 5) [Ensembles convexes et espaces localement convexes (53 p.)]
R156	nbr_058	Livre V. Espaces Vectoriels Topologiques Chap. III (état 6) Espaces d applications linéaires (57 p.)
R157	nbr_059	Deuxième Partie. Analyse algébrique. Livre I. Algèbre commutative Chapitre II. [(état 6 au début, état 4 à la fin, état 0 par moments) Anneaux noethériens (25 p.)]
R158	nbr_060	Spécialisations et valuations (état 3) (102 p.)
R159	nbr_061	Espaces polonisables (12 p.)

R159bis	iecnr_108	Liste des propositions du F.R. de Topologie générale non démontrées dans le texte (actuel) (2 p.)
R160	nbr_062	Livre I Théorie des ensembles Chapitre II. (état 6) (49 p.)
R161	nbr_063	Observations sur l'état 3 des spécialisations et valuations (Chevalley). Contre-observations Weil. [Observations sur les observations de Weil sur mes observations (Chevalley) (36 p.)]
R162	nbr_064	Livre VII Différentielles et variétés différentiables. Chap.I (état 3) Différentielles (104 p.)
R163	nbr_065	Livre VIII Variétés différentiables. Chap. IV (état 2) Etude globale des variétés différentiables (82 p.)
R164	psr_001	LIVRE VI. Intégration. Chapitres V et VI (état 3) (128 p.)
R165	nbr_066	Anneaux primitifs (état 3) (75 p.)
R166	nbr_067	Algèbres de Lie (état 1) (70 p.)
R167	iecnr_109	Théorie élémentaire des groupes de Lie. Chap. I Brouillon. Projet d'un précis de calcul infinitésimal. [Chap. II Transformations infinitésimales. Chap. III Groupes de Lie (Weil) (269 p.)]
R167bis	nbr_068	Variétés différentiables. (état 2) (203 p.)
R168	nbr_069	Algèbre Chap. II Algèbre linéaire (Nouvelle version) (83 p.)
R169	nbr_070	Complément Chevalley à la rédaction Weil sur les groupes de Lie (40 p.)
R170	nbr_071	Livre I. Théorie des ensembles. Chap. III (état 5) Ensembles ordonnés, cardinaux, entiers (75 p.)
R171	nbr_072	Rapport d'algèbre unidimensionnelle. Chap. II Arithmétique des corps de nombres algébriques (73 p.)
R171bis	nbr_073	Rapport d'algèbre dite unidimensionnelle. Chap. I Arithmétique des corps valués (75 p.)
R171ter	nbr_074	Théorie des séries L. (K. Iwasawa) (6 p.)
R172	nbr_075	Ensembles. Chapitre II § 3 et § 6 (état 8) (31 p.)
R173	nbr_076	Espaces Vectoriels Topologiques Chap. III (fin) (État 3) § 4. Applications bilinéaires hypocontinues ; [Chap. IV (état 7) La dualité dans les e.v.t. (62 p.)]
R174	nbr_077	Algèbres de Lie semi-simples (état 1) (106 p.)
R175	nbr_078	Variétés différentiables I-II-III (82 p.)
R176	nbr_079	Espaces hilbertiens § 2 (état 6) (11 p.)
R177	nbr_080	Livre VIII Variétés différentiables. Chap. III (état 3) Etude locale des variétés (98 p.)
R178	nbr_081	Preliminary report on homological algebra (47 p.)
R179	nbr_082	Produit tensoriel topologique d e.v.t. (9 p.)
R180	nbr_083	Livre I. Théorie des ensembles Chap. IV (état 7 ?) Structures (53 p.)
R181	nbr_084	(Algèbre) Formes quadratiques (71 p.)
R182	nbr_085	Livre V Espaces Vectoriels Topologiques Fascicule de résultats (état 2) (40 p.)
R183	nbr_086	Algèbre Chap. III et Chap. IV Rapport pour la réédition (28 p.)
R184	nbr_087	Observations sur la rédaction des algèbres de Lie semi-simples (par C. Chevalley) (12 p.)
R185	nbr_088	Deuxième partie Analyse algébrique. Livre I. Alg. commutative Chap. V (ancien ch. III) [Algèbre loc. élémentaire (état 2) (24 p.)]
R186	nbr_089	Algèbre Réédition du Chap III (Observations Chevalley) (19 p.)
R187	nbr_090	Théorie élémentaire. des applications linéaires complètement continues (7 p.)
R188	nbr_091	Livre I Théorie des ensembles Chap.IV (état 8) Structures (40 p.)
R189	nbr_092	Livre I Théorie des ensembles Chap.III (état 6). Ens. Ordonnés, cardinaux, nombres entiers (83 p.)
R190a	iecnr_110	Livre VI. Intégration Chap. V (État 3) Intégration des mesures (état 3). Chap. VI (état 3) [Désintégration des mesures (126 p.)]
R190b	iecnr_111	Livre VI. Intégration Chap. V (état 4) Intégration des mesures. Chap. VI (état 4) Intégrales faibles (145 p.)
R191	nbr_093	Deuxième partie Algèbre commutative. Chap. I Spécialisations et valuations (état 4) (75 p.)
R192	nbr_094	Algèbres de Lie Chap.I (état 3) (122 p.)
R193	nbr_095	Rapport sur les systèmes différentiels (18 p.)
R194	nbr_096	Livre II Algèbre Chap. IX Géom. élémentaire (état 3) ou condensé de géométrie élémentaire (82 p.)
R195	nbr_097	Petits bouts de topologie ne pouvant servir à rien (état 1) (43 p.)
R196	nbr_098	Livre I Théorie des ensembles Chap.IV (état 9) Structures (48 p.)
R197	nbr_099	Chap.I Théorie globale élémentaire (91 p.)
R198	iecnr_112	Livre VI Intégration Chap.VII (état 2) Mesure de Haar (63 p.)
R199	nbr_100	Livre II. Algèbre Chap. II Algèbre linéaire (2e édition Appendices 1 et 2) (22 p.)
R200	delr_008	Supplement to the Linear Algebra (17 p.)
R201	delr_009	Réédition des chapitres I et II de Topologie générale. Projet de modifications (19 p.)
R200	nbr_101	Livre VII Topologie élémentaire CH. II (état 1) (35 p.)
Rnil	hcr_004	Nomenclature des rédactions Bourbaki (11 p.)

A.2.2 Classement par cote

Cote	Identifiant	Nom
awr_001	R017	Intégration - Projet Weil (Résumé) (29 p.)
awr_002	R066	Livre I. Théorie des ensembles . Introduction (Chevalley) (34 p.)
delr_001	R01	Calcul opérationnel (état 2-3) (87 p.)
delr_002	R02	Représentation approchée (Dieudonné) (état 3) (102 p.)
delr_003	R03	Calcul linéaire (projet détaillé) ; En exécution des décisions de l'Escorial (29 p.)
delr_004	R003bis	Livre IV Fonctions d'une variable réelle ch.1 Dérivée, primitive, intégrale (fragment) (40 p.)
delr_004	R003bis	Livre IV. Fonctions d'une variable réelle Ch.I D,P,I / Ms autographe fragment (40 p.)

delr_005	R018bis	Intégration Weil - Chapitre I. Intégration abstraite fragment. (13 p.)
delr_006	R018ter	Existence et unicité d' une mesure . (19 p.)
delr_007	R031bis	Topologie dans les espaces fonctionnels (Chevalley) (15 p.)
delr_007bis	R031ter	Bourbaki - Mode d emploi de ce traité (6 p.)
delr_008	R200	Supplement to the Linear Algebra (17 p.)
delr_009	R201	Réédition des chapitres I et II de Topologie générale. Projet de modifications (19 p.)
hcr_000	R020bis	Observations Cartan-Weil sur la rédaction des espaces uniformes (10 p.)
hcr_001	R051	Ensembles (état 0) Rédaction Cartan initiale (21 p.)
hcr_002	R082	Précisions et compléments à la théorie de l'homologie (12 p.)
hcr_003	R084	Topologia Bourbachica (25 p.)
hcr_004	Rnil	Nomenclature des rédactions Bourbaki (11 p.)
iecnr_001	R001	Espaces linéaires (Urredaktion) (72 p.)
iecnr_002	R000	Espaces Vectoriels topologiques Ch.I Topologie d' espaces vectoriels ; espaces convexes (57 p.)
iecnr_003	R0000	Topologie 1 (Weil) (Exemplaire archétype) Plan général de topologie (136 p.)
iecnr_004	R001	Première Partie - (Ancien) Livre IV. Espaces vectoriels topologiques (200 p.)
iecnr_005	R002	Techniques élém. du calcul infinitésimal ; ch. I à III (69 p.)
iecnr_006	R003	Fonctions d'une variable réelle (Théorie élémentaire) Ch. I et II (état 2) (70 p.)
iecnr_007	R004	Fonctions d'une variable réelle ch.I Convexes dans R
iecnr_008	R005	Fonctions d'une variable réelle ch. I-II (état 3) (129 p.)
iecnr_009	R006	Ch. 2 (état 4) Dérivées, primitives, intégrales / Ch.3 (état 4) Fonctions élémentaires (140 p.)
iecnr_010	R007	Ch. 3 (état 2) Étude locale des fonctions, appendices I et II (90 p.)
iecnr_011	R008	Ch. IV (état 1) Noyaux de Hardy, fonctions H / Ch. V (état 1) Etude locale des fonctions. (74 p.)
iecnr_012	R009	Appendice III Étude locale d'intégrales dépendant d un paramètre (état 1) (21 p.)
iecnr_013	R010	Livre IV : Fonctions d'une variable réelle Ch. IV (état 4) Étude locale (16 p.)
iecnr_014	R011	Livre VII : Ch. II (état 1) Équa. diff. (Th. élém.) (36 p.)
iecnr_015	R012	Livre IV Ch. VI Développements tayloriens généralisés (16 p.)
iecnr_016	R013	Livre IV Ch. IV Taylor gén./Euler McLaurin/Fonction Γ (45 p.)
iecnr_017	R014	Théorie de la mesure et de l'intégration : Introduction (Etat 2) (29 p.)
iecnr_018	R015	Intégration. Diplodocus (Etat 2) (363 p.)
iecnr_019	R016	Intégration. Les phratries (63 p.)
iecnr_020	R018	Rapports Cartan sur l' intégration (21 p.)
iecnr_021	R019a	Topologie générale (original Mandebrojt Ch. I, II, III) (115 p.)
iecnr_022	R019b	Topologie générale (Mandelbrojt Ch. I, II, III) (106 p.)
iecnr_023	R020	Projet Cartan pour le début de la topologie (8 p.)
iecnr_024	R021	Topologie : Structures topologiques / uniformes (état 2) (113 p.)
iecnr_025	R022	Topologie : Structures topologiques / uniformes (état 3) (122 p.)
iecnr_026	R022bis	Note historique : topologie Ch. I (14 p.)
iecnr_027	R023	Topologie générale Ch. III et IV : groupes topo./ nombres réels (104 p.)
iecnr_028	R024	Chapitre VI (Ancien chapitre VIII) (22 p.)
iecnr_029	R025	Livre III Ch.V Groupes à un paramètre, nombres complexes (62 p.)
iecnr_030	R025bis	Topologie générale Groupes à un paramètre (45 p.)
iecnr_031	R026	Livre III. Topologie générale Chapitres V et VI (144 p.)
iecnr_032	R026bis	Chapitre V. Sous-espaces et espaces quotients de R
iecnr_033	R027	Chapitre IX (Ancien chapitre VI) Espaces uniformisables. [Espaces normaux. Espaces métrisables (État 1) (38 p.)]
iecnr_034	R028	Chapitre IX (Ancien chapitre VIII) Espaces uniformisables. [Espaces métriques. Espaces normaux (État 2) (68 p.)]
iecnr_035	R029	Livre III. Topologie générale. Chapitre IX (Ancien chapitre VII) [Utilisation des nombres réels en topologie générale (État 3) (111 p.)]
iecnr_036	R030	Produits infinis dans les groupes topo. non commutatifs Chapitre IX (Ancien chapitre III) (13 p.)
iecnr_038	R031	Topologie générale Chapitre X (Ancien Chapitre VII) Structures uniformes dans les espaces [fonctionnels (État 1) Chapitre X (Ancien Chapitre VIII) Espaces fonctionnels (État 2) (46 p.)]
iecnr_039	R032	Chapitre X (Ancien chapitre VIII) Topologie d'espaces fonctionnels (État 3) (80 p.)
iecnr_040	R033	Algèbre Ch. I état 3 : structures algébriques (141 p.)
iecnr_041	R033bis	Algèbre Lois de composition (Urredaktion) (44 p.)
iecnr_042	R034	Livre II Chapitre II. Algèbre linéaire (État 2) (122 p.)
iecnr_043	R034bis	Algèbre linéaire Urredaktion (52 p.)
iecnr_044	R035	Livre II. Algèbre. Chapitre II. Algèbre linéaire (État 3) (167 p.)
iecnr_045	R036	Livre II Algèbre. Chapitre II. Algèbre linéaire (État 4) (116 p.)
iecnr_046	R037	Livre II. Algèbre. Chapitre II. Espaces vectoriels (État 4 bis) (75 p.)
iecnr_047	R038	Algèbre ch.II Algèbre linéaire (état 5) (124 p.)
iecnr_048	R039	Algèbre ch.III (état 1) Systèmes hypercomplexes, algèbres extérieures, déterminants (61 p.)
iecnr_049	R040	Algèbre Chap. III (état 4) Algèbre multilinéaire (98 p.)
iecnr_050	R041	Rapport sur les applications universelles (13 p.)
iecnr_051	R042	Algèbre Ch. 4 (état 1) Polynômes (Urredaktion) (61 p.)
iecnr_052	R043	Algèbre Ch. IV (état 2) Polynômes et fonctions polynômes (53 p.)
iecnr_053	R044	Algèbre Ch. IV (état 4) Appendice : séries formelles (13 p.)

iecnr_054	R045	Algèbre : Anneaux sur un corps (29 p.)
iecnr_055	R046	Théorie de Galois (Corps commutatifs ?) (141 p.)
iecnr_056	R047	Algèbre : Théorie des corps commutatifs (79 p.)
iecnr_057	R048	Ensembles (Résultats - Dieudonné) (39 p.)
iecnr_058	R049	Ensembles (Résultats - Delsarte) (32 p.)
iecnr_059	R050	Éléments de la théorie des ensembles. Prolégomènes sur la notion de théorie mathématique (état 1) (70 p.)
iecnr_060	R052	Ensembles Ch. II : Puissances des ensembles (état 1bis) (41 p.)
iecnr_061	R053	Chap. I Quelques éléments de syntaxe et de logique. Chap. II Ensembles et fonctions (état 1bis) (30 p.)
iecnr_062	R054	Ensembles. Règles du raisonnement (Projet Cartan) (12 p.)
iecnr_063	R055	Ensembles Contre-rédaction des chapitres I et II (101 p.)
iecnr_065	R056	Ensembles Ch. 1, 2, 3, 4, 5 (Weil) (151 p.)
iecnr_066	R057	Ensembles Chap. 1 (état 3) Chap. II (état 3) (150 p.)
iecnr_067	R058	Ensembles Introduction (état 3) (Dieudonné) (55 p.)
iecnr_068	R059	Livre I. Théorie des ensembles. Ch.IV Nombres cardinaux et entiers (Chevalley) (57 p.)
iecnr_069	R060	Livre I. Théorie des ensembles. Ch. III (Etat 4) Ensembles bien ordonnés (Chevalley) (15 p.)
iecnr_070	R061	Livre I. Ensembles. Ch.IV Ensembles ordonnés (état 4) (ou état 3) (63 p.)
iecnr_071	R062	Livre I. Théorie des ensembles. Ch.III. (état 3) Puissances, ensembles finis, ensembles dénombrables (56 p.)
iecnr_072	R063	Livre I. Théorie des ensembles. Ch.II (Etat (3 ou 4) Théorie des ensembles abstraits (55 p.)
iecnr_073	R064	Livre I. Théorie des ensembles. Chap. I (état 4) Logique mathématique (55 p.)
iecnr_074	R065	Le formalisme de Gödel (8 p.)
iecnr_075	R067	Annexes à l'intégration (état 3bis). I. Intégrales de fonctions à valeurs dans un espace [localement convexe II. L espace de Kakutani et la classification des mesures (30 p.)]
iecnr_076	R068	Livre VIII Ch. II Espaces et anneaux de Riesz (état 3) (75 p.)
iecnr_077	R069	Intégration Ch.I Formes linéaires croissantes (état 3) (44 p.)
iecnr_078	R070	Livre VII Mesures et distributions. Ch. I (état 5) Espaces de Riesz (25 p.)
iecnr_079	R071	Livre VII Ch. II (état 5) Intégrales de Radon (75 p.)
iecnr_080	R072	Applications algébriques (Algèbre) : la méthode d Hermite (9 p.)
iecnr_081	R073	Algèbre Chap. VIII Formes bilinéaires (état 1) Urredaktion (118 p.)
iecnr_082	R074	Algèbre Chap. VIII (état 2) Formes bilinéaires/quadratiques (80 p.)
iecnr_083	R075	Algèbre Chap. VII Algèbres semi-simples, représentation matricielle des groupes (154 p.)
iecnr_084	R076	Commentaires sur le Chap. V et le Chap. VI Divisibilité (état 1) (172 p.)
iecnr_085	R077	Algèbre Chap. VI Relations d ordre dans les groupes, anneaux et corps ; divisibilité (état 2) (119 p.)
iecnr_086	R078	Homotopy (Eilenberg) (13 p.)
iecnr_087	R080	Homotopie, revêtements, espaces fibrés (17 p.)
iecnr_088	R081	Vue d'ensemble sur la théorie de la dimension (11 p.)
iecnr_089	R085	Différentielles (état 1) (38 p.)
iecnr_090	R086	Livre VII Différentielles Chap. I (état 2) Différentielles (75 p.)
iecnr_091	R087	Espaces Vectoriels Topologiques Chap. I Espaces vectoriels topologiques sur un corps valué. [Chap. II Ensembles convexes et espaces localement convexes (état 4) (190 p.)]
iecnr_092	R088	Espaces Vectoriels Topologiques Chap. III et Chap. IV (état 6) (52 p.)
iecnr_093	R089	Rapport sur la théorie des algèbres normées (178 p.)
iecnr_094	R090	Algèbre Chap. 6 (état 6) : Endomorphismes d espaces vectoriels (23 p.)
iecnr_095	R091	Algèbre Chap. 9 (état 1) : Géométries élémentaires (123 p.)
iecnr_096	R092	Algèbre Chap. 9 (état 2) : Anneaux primitifs (46 p.)
iecnr_097	R104	Intégration Chap. III (état 4) Espaces vectoriels normés définis par une intégrale de Radon (120 p.)
iecnr_098	R110	Intégration Chapitre III Intégrale et mesure (état 3bis) (117 p.)
iecnr_099	R115	Intégration Ch. II (état 4) Propriétés élémentaires, intégrales de Radon (68 p.)
iecnr_100	R117	Livre IV Chap. V (état 2) Équa. diff. : théorie élémentaire (64 p.)
iecnr_101	R121bis	Chap. VI Divisibilité, §4 corps ordonnés (13 p.)
iecnr_102	R131	Intégration Chap. III § 5 Fonctions mesurables (Cartan) (14 p.)
iecnr_103	R133	Intégration Chap. IV (état 1 + 0) (91 p.)
iecnr_104	R134	Mesures et distributions (Ch. III état 5). Prolongement d'une mesure de Radon ; espaces Lp (125 p.)
iecnr_105	R136	Intégration Chap. V (état 2) Mesures définies par des densités (96 p.)
iecnr_106	R143	Intégration Chap. VI (état 2) Composition et décomposition des mesures (66 p.)
iecnr_107	R149	Rapport sur mesure de Haar (Dixmier) (48 p.)
iecnr_108	R159bis	Liste des propositions du F.R. de Topologie générale non démontrées dans le texte (actuel) (2 p.)
iecnr_109	R167	Théorie élémentaire des groupes de Lie. Chap. I Brouillon. Projet d'un précis de calcul infinitésimal. [Chap. II Transformations infinitésimales. Chap. III Groupes de Lie (Weil) (269 p.)]
iecnr_110	R190a	Livre VI. Intégration Chap. V (État 3) Intégration des mesures (état 3). [Chap. VI (état 3) Désintégration des mesures (126 p.)]
iecnr_111	R190b	Livre VI. Intégration Chap. V (état 4) Intégration des mesures. Chap. VI (état 4) Intégrales faibles (145 p.)
iecnr_112	R198	Livre VI Intégration Chap.VII (état 2) Mesure de Haar (63 p.)
nbr_003	R079	Topologie algébrique Ch. I (état 1) Dualité dans les gr. top. (76 p.)
nbr_004	R093	Topologie générale. Fascicule de résultats (128 p.)
nbr_005	R094	Projet Weil pour le début du ch. IV des FVR (7 p.)
nbr_006	R095	IIe partie. Théorie du degré topologique (13 p.)
nbr_007	R096	Chap. V Étude locale des fonctions (56 p.)

nbr_008	R097	Algèbre Ch. IV (état 6) Polynômes et fractions rationnelles (61 p.)
nbr_009	R098	Chapitres II et III (état 4) (140 p.)
nbr_010	R099	Livre II. Alg. Ch. V Corps commutatifs (état 3) (154 p.)
nbr_011	R100	Appendices I et II (15 p.)
nbr_012	R101	Alg. Ch.III Algèbres. Polynômes (Chevalley) (73 p.)
nbr_013	R102	Observations sur le ch. II d Algèbre (8 p.)
nbr_014	R103	Rapport SEAW sur la topologie préhomologique (82 p.)
nbr_015	R105	Espaces Vectoriels Topologiques Ch. III (état 3) Espaces localement convexes (35 p.)
nbr_016	R106	Espaces Vectoriels Topologiques Ch. IV (état 3) Espaces localement convexes métrisables (60 p.)
nbr_017	R107	Alg. Ch. V (état 5) Corps commutatifs (45 p.)
nbr_018	R108	Topologie générale Rédactions ch. I et II Projet de modifications (19 p.)
nbr_019	R109	Livre II. Ch. V (état 4) Corps commutatifs (85 p.)
nbr_020	R111	Appendice : Séries formelles (état 5) (19 p.)
nbr_021	R112	Intégration des formes différentielles (Notes de Cartan) (7 p.)
nbr_022	R113	LIVRE VI ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES Chapitre I (État 3) [Espaces vectoriels topologiques sur un corps valué (37 p.)]
nbr_023	R114	LIVRE VI ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES Chapitre II (État 3) [Ensembles convexes dans les espaces vectoriels réels (28 p.)]
nbr_024	R116	Livre IV. Ch IV (état 2bis) Étude locale des fonctions (état 2bis) (17 p.)
nbr_025	R118	Observations Weil sur l'algèbre ch. V (13 p.)
nbr_026	R119	Functional notation and general associativity (Eilenberg) (3 p.)
nbr_027	R120	Livre I. Théorie des ensembles. Ch. II (état 3) Théorie des ensembles abstraits (114 p.)
nbr_028	R121	Livre II Ch. VI (ancien VII ?) Divisibilité (156 p.)
nbr_029	R122	Le radical d'un anneau. Contre-rédaction Roger (9 p.)
nbr_030	R123	Axiomes de familles d' ensembles (3 p.)
nbr_031	R124	Alg. Ch. VII (ou IX ?) Anneaux primitifs (état 2bis) (24 p.)
nbr_032	R125	Rapport sur les algèbres de Lie (91 p.)
nbr_033	R126	Commentaires Chevalley sur la réd. Weil de la divisibilité (19 p.)
nbr_034	R127	Rapport sur les variétés différentiables (48 p.)
nbr_035	R128	Chapitre IV (État 4) Espaces localement convexes métrisables (32 p.)
nbr_036	R129	Espaces Vectoriels Topologiques Ch. IV Espaces hilbertiens (état 4) (45 p.)
nbr_037	R130	Livre VIII Topo. alg. Ch. II Algèbre homologique (état 1) (41 p.)
nbr_038	R132	Livre I Théorie des ensembles Ch.III Projet de § préliminaire (7 p.)
nbr_039	R135	Topologie générale. Dictionnaire (état 1) (53 p.)
nbr_040	R137	Livre I Ch. III (état 5) Structures (34 p.)
nbr_041	R138	Livre I Ch. II (état 5) Théorie des ensembles (57 p.)
nbr_042	R139	Livre I Théorie des ensembles Ch.I (état 5) (60 p.)
nbr_043	R140	Livre II Alg. Ch.VII Modules sur les anneaux principaux (64 p.)
nbr_044	R141	Livre II Alg. Ch.VI (état 4) Groupes et corps ordonnés (34 p.)
nbr_045	R142	Algèbre commutative. Ch.III (état 1) Algèbre locale élémentaire (34 p.)
nbr_046	R144	Espaces Vectoriels Topologiques Fascicule de résultats (56 p.)
nbr_047	R145	Livre V Espaces Vectoriels Topologiques Ch. III (état 5) Dualité dans les espaces localement convexes (41 p.)
nbr_048	R146	Deuxième partie : Analyse algébrique Livre I Algèbre supérieure Ch.I [Spécialisations et valuations (état 2) (74 p.)]
nbr_049	R147	Livre I Théorie des ensembles. Ch. I (état 6) Description de la math formelle (50 p.)
nbr_050	R148	Rapport Cartan sur l'intégration des formes différentielles (18 p.)
nbr_051	R150	Groupes de Lie. Parties 1 et 2 (67 p.)
nbr_052	R151	Livre VIII Fonctions analytiques (théorie élémentaire). Ch. I (état 1) Séries entières. Ch. II (état 1) [Fonctions holomorphes d'une variable complexe (119 p.)]
nbr_053	R152	Géométrie élémentaire (état 2) (157 p.)
nbr_054	R153	Compléments sur les fonctions analytiques (Cartan) (p.)
nbr_055	R154	Introduction au Livre I (état 3) [ou état 2] (7 p.)
nbr_056	R154bis	Livre V. Espaces Vectoriels Topologiques Ch.I (état 4) E.v.t. sur un corps valué. Ch. II (état 4) [Ensembles convexes et espaces localement convexes (186 p.)]
nbr_057	R155	Livre V. Espaces Vectoriels Topologiques Chap. II. (état 5) [Ensembles convexes et espaces localement convexes (53 p.)]
nbr_058	R156	Livre V. Espaces Vectoriels Topologiques Chap. III (état 6) Espaces d applications linéaires (57 p.)
nbr_059	R157	Deuxième Partie. Analyse algébrique. Livre I. Algèbre commutative Chapitre II. [(état 6 au début, état 4 à la fin, état 0 par moments) Anneaux noethériens (25 p.)]
nbr_060	R158	Spécialisations et valuations (état 3) (102 p.)
nbr_061	R159	Espaces polonisables (12 p.)
nbr_062	R160	Livre I Théorie des ensembles Chapitre II. (état 6) (49 p.)
nbr_063	R161	Observations sur l'état 3 des spécialisations et valuations (Chevalley). Contre-observations Weil. [Observations sur les observations de Weil sur mes observations (Chevalley) (36 p.)]
nbr_064	R162	Livre VII Différentielles et variétés différentiables. Chap.I (état 3) Différentielles (104 p.)
nbr_065	R163	Livre VIII Variétés différentiables. Chap. IV (état 2) Etude globale des variétés différentiables (82 p.)
nbr_066	R165	Anneaux primitifs (état 3) (75 p.)

nbr_067	R166	Algèbres de Lie (état 1) (70 p.)
nbr_068	R167bis	Variétés différentiables. (état 2) (203 p.)
nbr_069	R168	Algèbre Chap. II Algèbre linéaire (Nouvelle version) (83 p.)
nbr_070	R169	Complément Chevalley à la rédaction Weil sur les groupes de Lie (40 p.)
nbr_071	R170	Livre I. Théorie des ensembles. Chap. III (état 5) Ensembles ordonnés, cardinaux, entiers (75 p.)
nbr_072	R171	Rapport d'algèbre unidimensionnelle. Chap. II Arithmétique des corps de nombres algébriques (73 p.)
nbr_073	R171bis	Rapport d'algèbre dite unidimensionnelle. Chap. I Arithmétique des corps valués (75 p.)
nbr_074	R171ter	Théorie des séries L. (K. Iwasawa) (6 p.)
nbr_075	R172	Ensembles. Chapitre II § 3 et § 6 (état 8) (31 p.)
nbr_076	R173	Espaces Vectoriels Topologiques Chap. III (fin) (État 3) § 4. Applications bilinéaires hypocontinues ; [Chap. IV (état 7) La dualité dans les e.v.t. (62 p.)]
nbr_077	R174	Algèbres de Lie semi-simples (état 1) (106 p.)
nbr_078	R175	Variétés différentiables I-II-III (82 p.)
nbr_079	R176	Espaces hilbertiens § 2 (état 6) (11 p.)
nbr_080	R177	Livre VIII Variétés différentiables. Chap. III (état 3) Etude locale des variétés (98 p.)
nbr_081	R178	Preliminary report on homological algebra (47 p.)
nbr_082	R179	Produit tensoriel topologique d e.v.t. (9 p.)
nbr_083	R180	Livre I. Théorie des ensembles Chap. IV (état 7 ?) Structures (53 p.)
nbr_084	R181	(Algèbre) Formes quadratiques (71 p.)
nbr_085	R182	Livre V Espaces Vectoriels Topologiques Fascicule de résultats (état 2) (40 p.)
nbr_086	R183	Algèbre Chap. III et Chap. IV Rapport pour la réédition (28 p.)
nbr_087	R184	Observations sur la rédaction des algèbres de Lie semi-simples (par C. Chevalley) (12 p.)
nbr_088	R185	Deuxième partie Analyse algébrique. Livre I. Alg. commutative Chap. V (ancien ch. III) [Algèbre loc. élémentaire (état 2) (24 p.)]
nbr_089	R186	Algèbre Réédition du Chap III (Observations Chevalley) (19 p.)
nbr_090	R187	Théorie élémentaire. des applications linéaires complètement continues (7 p.)
nbr_091	R188	Livre I Théorie des ensembles Chap.IV (état 8) Structures (40 p.)
nbr_092	R189	Livre I Théorie des ensembles Chap.III (état 6). Ens. Ordonnés, cardinaux, nombres entiers (83 p.)
nbr_093	R191	Deuxième partie Algèbre commutative. Chap. I Spécialisations et valuations (état 4) (75 p.)
nbr_094	R192	Algèbres de Lie Chap.I (état 3) (122 p.)
nbr_095	R193	Rapport sur les systèmes différentiels (18 p.)
nbr_096	R194	Livre II Algèbre Chap. IX Géom. élémentaire (état 3) ou condensé de géométrie élémentaire (82 p.)
nbr_097	R195	Petits bouts de topologie ne pouvant servir à rien (état 1) (43 p.)
nbr_098	R196	Livre I Théorie des ensembles Chap.IV (état 9) Structures (48 p.)
nbr_099	R197	Chap.I Théorie globale élémentaire (91 p.)
nbr_100	R199	Livre II. Algèbre Chap. II Algèbre linéaire (2e édition Appendices 1 et 2) (22 p.)
nbr_101	R200	Livre VII Topologie élémentaire CH. II (état 1) (35 p.)
psr_001	R164	LIVRE VI. Intégration. Chapitres V et VI (état 3) (128 p.)

A.3 Liste des orateurs du séminaire Julia

Liste des orateurs au séminaire Julia, d'après [Aud14b, p. 36], avec la date d'entrée à l'ENS entre parenthèses et l'ajout d'un astérisque pour les orateurs qui ne font un exposé que lors de la dernière année du séminaire :

— Eugène Blanc (1923),

— Henri Cartan (1923),

— Claude Chabauty (1929),

— Claude Chevalley (1926),

— Jean Delsarte (1922),

— René de Possel (1923),

— Jean Dieudonné (1924),

— Bernard d'Orgeval-Dubouchet (1929)*,

— Paul Dubreil (1923),

— Marie-Louise Dubreil-Jacotin (1926),

— Daniel Dugué (1930)*,
— Charles Ehresmann (1924),
— Robert Fortet (1931)*,
— Jean Kuntzmann (1931)*,
— Jean Leray (1926),
— Frédéric Marty (1928),
— Charles Pisot (1929)*,
— Frédéric Roger (1930)*,
— André Weil (1922)

Élie Cartan, John von Neumann, Carl Ludwig Siegel et Helmut Hasse ont également présenté des exposés au séminaire Julia, mais ils n'ont pas été ajoutés à cette liste pour des raisons d'âge ou de nationalité.

A.4 Les *tableaux de classement du personnel enseignant et scientifique* de la fin de l'entre-deux-guerres

Les tableaux de classement du personnel enseignant et scientifique permettent de ranger les fonctionnaires en fonction de leur classe, leur ancienneté dans leur classe puis, en cas d'égalité de service, par l'ancienneté des services, puis par l'âge[1]. D'après le décret du 28 décembre 1919 sur l'avancement du personnel scientifique des Universités, ces tableaux sont établis tous les ans[2]. Cependant, aux deux endroits où je les ai consultés, je n'ai pas trouvé de série sans interruption. D'autre part, dans ces deux cas, plusieurs versions de ces tableaux peuvent exister pour une même année : certaines sont indiquées comme étant des épreuves, mais ce n'est pas toujours le cas. En particulier, il est parfois difficile de connaître la version définitive et certaines erreurs peuvent subsister.

Pour plus de clarté, j'ai fait une entrée bibliographique spécifique pour ces tableaux : [Min]. Je n'ai pas cherché à en faire une recension complète mais je me suis contenté de ceux que j'ai trouvés au hasard de mes recherches, qui ont suffi à mon besoin ici. J'ai ainsi travaillé avec les tableaux des années suivantes :

— [Arcb, T4941] : 1930, 1931, 1933, 1934, 1935, 1938 ;
— [Archives nationales, AJ/16/5810] : 1915, 1916, 1917, 1921, 1927, 1929, 1931, 1932, 1933, 1934, 1936, 1938, 1939.

En dehors de leur utilisation pour discriminer des candidatures, l'usage et la diffusion de ces tableaux en pratique ne sont pas clairs. Je n'ai trouvé leur mention explicite que dans deux lettres. La première est envoyée par André Weil à Henri Cartan le 12 septembre 1939 :

> J'ai besoin, d'une manière assez urgente, pour des raisons que je t'expliquerai une autre fois, du tableau de classement du personnel des facultés des sciences. Tu me rendrais un grand service en me le faisant parvenir le plus tôt possible, par lettre

1. Voir les « règles suivies pour l'établissement du tableau de classement », [Min, 1938].
2. Voir [Del31, p. 378].

> recommandée vu l'incertitude de la poste en ce moment (édition de cette année, ou à défaut celle de l'année dernière, ou mieux encore les deux ensemble). [Aud11, p. 35]

La deuxième est tout simplement la réponse d'Henri Cartan, le 5 octobre 1939 :

> Je n'ai pu t'envoyer le tableau de classement du personnel des Facultés, n'en ayant aucun sous la main (mon exemplaire est à Strasbourg) et n'ayant pu m'en procurer. Cela me contrarie, mais *peut-être* aurai-je la possibilité de faire à Strasbourg d'ici la fin du mois ; dans ce cas je récupérerai mon exemplaire. [Aud11, p. 37]

Ainsi, Henri Cartan avait des exemplaires personnels de ces tableaux : c'est peut-être le cas de tous les fonctionnaires mentionnés dans ces tableaux, ou bien une exception. Puisqu'Henri Cartan n'a pas récupéré ses affaires à Strasbourg avant la fin de la guerre [3] et que les tableaux de classement ne sont plus mentionnés dans la correspondance publiée par Michèle Audin, il n'a pas été possible de déterminer pourquoi André Weil en avait besoin.

A.5 Tableau extrait du décret du 29 mai 1930 portant fixation des traitements et des classes et indemnités du personnel enseignant des Facultés de l'Université de Paris et des Universités des départements

J'ai supprimé la colonne du milieu sur le traitement au 1er avril 1929, car elle permet seulement de visualiser que ceux-ci ne changent pas dès le lendemain de la parution du décret, mais à partir au 1er octobre 1930.

3. Voir la sous-section 3.1.2. Il est probable que les tableaux ayant appartenu à Henri Cartan soient parmi ses archives déposées à l'Académie des sciences, mais elles ne sont pas encore inventoriées donc, a fortiori, consultables. À moins qu'il ne les ait jamais récupérés ou qu'il s'en soit séparé.

Tableau A.4 – Tableau extrait du décret du 29 mai 1930 portant fixation des traitements et des classes et indemnités du personnel enseignants des Facultés de l'Université de Paris et des Universités des départements, d'après [Del31, p. 570]

	1er juillet 1929		1er octobre 1930	
	Universités des départements	Université de Paris	Universités des départements	Université de Paris
Professeurs titulaires				
1re classe	60.000	76.000	70.000	90.000
2e classe	54.000	64.000	62.000	72.000
3e classe	49.000	54.000	55.500	62.000
4e classe	43.000		49.000	
Chargés de cours complémentaires et maîtres de conférences				
1re classe	43.000	54.000	49.000	62.000
2e classe	40.000	49.000	45.500	55.500
3e classe	37.000	43.000	42.000	49.000
Maîtres de conférences stagiaires	26.000		30.000	

Annexe B

Ressources autour du calcul différentiel et intégral

B.1 Le programme du certificat de CDI en 1911

Le programme du certificat de CDI est donné en annexe du rapport d'Ernest Vessiot, [Sai11, pp. 32-33] :

> *Opérations fondamentales du calcul différentiel et intégral.* — Dérivées et différentielles ; intégrales simples, intégrales curvilignes, intégrales de différentielles totales, intégrales doubles et multiples.
>
> *Applications du calcul différentiel.* — Etude des fonctions de variables réelles (formule et série de Taylor, maxima et minima, déterminants fonctionnels, fonctions implicites). Calcul des dérivées et différentielles ; changement de variables.
>
> *Applications du calcul intégral.* — Procédés d'intégration. Longueur d'un arc de courbe, aires planes et gauches, volumes. Différentiation et changement de variables sous le signe $\int$... Etude de l'intégrale $\int_a^b f(x)dx$ quand une limite ou la fonction devient infinie. Formule de Green.
>
> Etude de fonctions représentées par des séries.
>
> Propriétés des séries entières. Notions sur les séries trigonométriques.
>
> *Éléments de géométrie infinitésimale.* — Propriétés infinitésimales des courbes planes et gauches (courbes enveloppes, courbure, torsion). Propriétés infinitésimales des surfaces : surfaces enveloppes, surfaces développables, surfaces réglées ; théorème de Meusnier, sections principales. Lignes de courbure, lignes asymptotiques, en coordonnées curvilignes quelconques. — Contact de deux courbes ou d'une courbe et d'une surface.
>
> *Théorie des fonctions analytiques.* — Fonctions élémentaires d'une variable complexe. Fonctions algébriques simples ; fonctions circulaires et logarithmiques. — Propriétés de l'intégrale $\int f(z)dz$. Séries de Taylor et de Laurent. Pôles, points singuliers essentiels, résidus. Intégrales de fonctions rationnelles et intégrales hyperelliptiques. Notions sur la représentation conforme et la connexion des surfaces.
>
> *Équations différentielles du premier ordre.* — Intégrale générale, intégrales particulières, intégrales singulières. Types simples d'équations intégrables. Facteur in-

tégrant.

Équations différentielles et systèmes d'équations d'ordre quelconque. — Intégrale générales, intégrales particulières, intégrales premières. Types simples d'équations intégrables. Equations linéaires.

Intégration de l'équation aux dérivées partielles ou aux différentielles totales du premier ordre.

Éléments du calcul des variations.

Epreuve pratique. [1] — Calcul d'intégrales définies.

B.2 Plan de la quatrième édition du *Cours d'analyse mathématique* d'Édouard Goursat en 1933

Plan du livre [Gou23] étudié principalement dans la sous-section 9.1.1.

Chapitre / Sections	Sous-sections
Chapitre I : Introduction.	
I. *Limites. Ensembles.*	1. Limites
	2. Coupures
	3. Ensembles bornés
	4. La plus grande des limites
	5. Suites convergentes
II. *Fonctions. Généralités.*	6. Définitions
	7. Continuité
	8. Propriétés des fonctions continues
	9. Fonctions discontinues
	10. Fonctions monotones
	11. Fonctions à variation bornée
	12. Fonctions de plusieurs variables
	13. Courbes continues
	Exercices
Chapitre II : Dérivées et différentielles	
I. *Définitions. Propriétés générales.*	14. Dérivées
	15. Dérivées successives
	16. Théorème de Rolle
	17. Formule des accroissements finis
	18. Formule de Taylor
	19. Dérivées partielles
	20. Plan tangent à une surface
	21. Passage des différences aux dérivées
II *Notation différentielle.*	22. Différentielles
	23. Différentielles totales
	24. Différentielles successives d'une fonction composée
	25. Différentielles d'un produit

1. Les examens sont composés de trois séries d'épreuves : un écrit de quatre heures, une épreuve pratique de deux heures « qui nécessite des calculs un peu pénibles » et deux interrogations orales de 40 minutes sur des questions de cours, voir [Sai11, pp. 10-11].

	26. Fonctions homogènes
	27. Formule de Taylor pour les fonctions de plusieurs variables
III. *Fonctions définies comme limites.*	28. Moyen de définir de nouvelles fonctions
	29. Convergence uniforme
	30. Séries uniformément convergentes
	31. Fonction continue sans dérivée
	Exercices

Chapitre III : Fonctions implicites. Maxima et minima. Changements de variables.	
I. *Fonctions implicites.*	32. Étude d'un cas particulier
	33. Calcul de la racine par approximations successives
	34. Dérivées des fonctions implicites
	35. Application aux surfaces
	36. Dérivées successives
	37. Dérivées partielles
	38. Équations simultanées
	39. Calcul des dérivées
	40. Inversion
	41. Tangente à une courbe gauche
II. *Points singuliers.*	42. Points doubles d'une courbe plane
Maxima et minima.	43. Points coniques d'une surface
	44. Maxima et minima des fonctions d'une variable
	45. Fonctions de deux variables
	46. Étude du cas ambigu
	47. Fonction de trois variables
	48. Distance d'un point à une surface
	49. Maxima et minima des fonctions implicites
	50. Remarques générales sur les maxima et minima absolus
	51. Valeur maximum d'un déterminant
III. *Déterminants fonctionnels.* [2]	52. Propriété fondamentale
IV *Changements de variables.*	53. Généralités
	54. Problème I
	55. Applications
	56. Problème II
	57. Transformation des courbes planes
	58. Transformations de contact
	59. Transformations de contact générales
	60. Problème III
	61. Autre méthode
	62. Problème IV
	63. Transformation de Legendre
	64. Transformation d'Ampère
	65. Équation du potentiel en coordonnées curvilignes
	Exercices

Chapitre IV : Intégrales définies.	
I. *Méthodes diverses de quadrature.*	66. Quadrature de la parabole

2. C'est la seule section à ne contenir qu'une sous-section.

	67. Méthode générale
	68. Fonctions primitives
II. *Intégrales définies.*	69. Les sommes S et s
Notions géométriques qui s'y rattachent.	70. Théorème de G. Darboux
	71. Fonctions intégrables
	72. Intégrales définies
	73. Première formule de la moyenne
	74. Seconde formule de la moyenne
	75. Retour sur les fonctions primitives
	76. Indices
	77. Aire d'une courbe plane
	78. Calcul d'une aire plane
	79. Longueur d'un arc de courbe
	80. Cosinus directeurs
	81. Variation d'un segment de droite
	82. Théorème de Graves et de Chasles
III. *Changement de variables.*	83. Changement de variable
Intégration par parties.	84. Intégration par parties
	85. Formule de Taylor
	86. Polynomes de Legendre
IV. *Extensions diverses de la notion d'intégrales.*	87. L'une des limites devient infinie
Intégrales Curvilignes.	88. Application de la seconde formule de la moyenne
	89. La fonction à intégrer devient infinie
	90. La fonction $\Gamma(a)$
	91. Intégrales curvilignes
	92. Application à l'aire d'une courbe fermée
	93. Valeur de l'intégrale $\frac{1}{2}\int xdy - ydx$
V. *Différentiation et intégration sous le signe* $\int$.	94. Différentiation sous le signe $\int$
	95. Intégration sous le signe $\int$
	96. Intégrales uniformément convergentes
	Exercices

Chapitre V : Calcul des intégrales définies.

I. *Intégrales indéfinies.*	97. Formule générale de réduction
	98. Courbes unicursales
	99. Intégrales algébrico-logarithmiques
	100. Réduction des intégrales elliptiques et hyperelliptiques
	101. Cas d'intégration algébrique
	102. Intégrales elliptiques
	103. Intégration de quelques fonctions transcendantes
II. *Calcul approché*	104. Généralités
des intégrales définies.	105. Interpolation
	106. Méthode de Gauss
	107. Intégration de séries
III. *Méthodes diverses.*	108. Application des formules de différentiation et d'intégration sous le signe $\int$
	109. Calcul de $\int_0^\pi \log(1 - 2\alpha\cos x + \alpha^2)dx$
	110. Valeur approché de $\log\Gamma(n+1)$
	Exercices

Chapitre VI : Intégrales doubles.	
I. *Intégrales doubles. Procédés de calcul. Formule de Green.*	111. Les sommes S et s pour une fonction de deux variables
	112. Intégrales doubles
	113. Calcul d'une intégrale double
	114. Cas d'un champ quelconque
	115. Analogies avec les intégrales simples
	116. Formule de Green
II. *Changements de variables. Volumes. Aire d'une surface courbe.*	117. Formule préliminaire
	118. Changements de variables : première méthode
	119. Exemples
	120. Changements de variables : deuxième méthode
	121. Volumes
	122. Calcul des volumes
	123. Volume limité par une surface réglée
	124. Aire d'une surface courbe
	125. Élément de surface
	126. Problème de Vilani
III. *Extension de la notion d'intégrale double. Intégrales de surface.*	127. Intégrales doubles dans un champ illimité
	128. La fonction $\mathrm{B}(p,q)$
	129. Intégrales de fonctions non bornées
	130. Équation fonctionnelle d'Abel
	131. Intégrales de surface
	132. Formule de Stokes
	133. Application aux volumes
	Exercices

Chapitre VII : Intégrales multiples. Intégration des différentielles totales.	
I. *Intégrales multiples. Changements de variables.*	134. Intégrales triples
	135. Procédés de calcul
	136. Formule de Green
	137. Rapport de deux éléments de surface
	138. Changements de variables. Première méthode
	139. Changements de variables. Deuxième méthode
	140. Éléments de volume
	141. Coordonnées elliptiques
	142. Intégrales de Dirichlet
	143. Intégrales multiples
II. *Intégration des différentielles totales.*	144. Méthode générale
	145. Étude de l'intégrale $\int_{(x_0,y_0)}^{(x,y)} \mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy$
	146. Périodes
	147. Extension des résultats précédents
	Exercices

Chapitre VIII. Séries et produits infinis.	
I. *Régles de convergence*	148. Généralités
	149. Séries à termes positifs
	150. Règles de Cauchy et de d'Alembert
	151. Remarques diverses

Chapitre X. Théorie des enveloppes. Contact.	
I. *Courbes et surfaces d'enveloppes.*	198. Recherche des enveloppes
	199. Enveloppe d'une droite
	200. Enveloppe d'un cercle
	201. Surfaces à un paramètre
	202. Surfaces à deux paramètres
	203. Surfaces développables
	204. Équations aux dérivées partielles des surfaces développables
	205. Enveloppe d'une famille de courbes gauches
II. *Contact de deux courbes, d'une courbe et d'une surface.*	206. Contact des courbes planes
	207. Ordre du contact
	208. Courbes osculatrices
	209. Propriété des courbes osculatrices
	210. Contact de deux courbes gauches
	211. Courbes osculatrices
	212. Contact d'une courbe et d'une surface
	213. Droites osculatrices à une surface
	Exercices

Chapitre XI. Courbes gauches.	
I. *Plan osculateur.*	214. Définition et équation
	215. Plans osculateurs stationnaires
	216. Tangentes stationnaires
II. *Courbure et torsion. Développées.*	217. Indicatrice sphérique
	218. Rayon de courbure
	219. Normale principale. Centre de courbure
	220. Droite polaire. Surface polaire
	221. Torsion
	222. Formules de Frenet
	223. Développement de x, y, z suivant les puissances de s
	224. Équation intrinsèque
	225. Développantes et développées
	226. Hélices
	227. Courbes de J. Bertrand
	228. Sphère osculatrice
III. *Notions sur les systèmes de droites.*	229. Surfaces réglées
	230. Congruences. Surface focale
	231. Congruences de normales
	232. Complexes
	Exercices

Chapitre XII. Surfaces.	
I. *Courbure des courbes travées sur une surface.*	233. Formule fondamentale. Théorème de Meusnier
	234. Les deux formes fondamentales
	235. Théorème d'Euler. Indicatrice
	236. Rayons de courbure principaux
II. *Lignes asymptotiques. Lignes de courbure.*	237. Lignes asymptotiques
	238. Lignes asymptotiques des surfaces réglées
	239. Lignes conjuguées
	240. Lignes de courbures

	241. Développée d'une surface
	242. Formules d'Olinde Rodrigues
	243. Théorème de Joachimsthal
	244. Théorème de Dupin
	245. Torsion géodésique
	246. Application à quelques classes de surfaces
III. *Correspondance entre les points de deux surfaces.*	247. Représentation sphérique
	248. Surfaces applicables
	249. Surfaces applicables sur un plan
	250. Courbure géodésique
	251. Courbure totale. Théorème de Gauss
	252. Transformations conformes
	253. Représentation conforme d'un plan sur un plan
	254. Cartes géographiques
	Exercices
Note.	*Sur les formules de différentiation des intégrales définies*

B.3 Plan du cours de CDI d'Henri Cartan en 1931–1932

Plan établi à partir des cahiers [Aud14a, 3.03] et [Aud14a, 3.04] qui contiennent respectivement le début et la fin du cours. Ce plan est analysé dans la sous-section 9.1.1. Je mentionne les similarités de contenu ou de présentation avec le livre d'Édouard Goursat. La notation ∅ indique que je n'ai pas pu établir de correspondance directe. Ces passages peuvent, par exemple, utiliser les mêmes notations que [Gou23], mais avoir une présentation complètement différente. Certains sont également inédits ou, du moins, ne correspondent pas directement à une partie du livre d'Édouard Goursat. J'ai ajouté des précisions sur l'interprétation des cahiers en note de bas de page.

Section	Sous-section	Correspondance [Gou23]
Nombres irrationnels. Coupures. Limites		∅ [3]
	Coupure	2 et ∅ [4]
	Limites	1 et 4
	Convergence des suites et séries	5, 156, 149
Fonctions d'une variable		6, ∅, 7, 8 [5]
	Continuité uniforme	8
	Lemme de Borel-Lebesgue	∅
	Conséquences de la continuité uniforme	8
	Notions sommaires sur les points de discontinuité	9
	Fonction croissante ou décroissante ds 1 interv.	10
	Fonctions définies par des suites convergentes	28, 29, 30 [6]
Fonctions de plusieurs variables		∅
	Préliminaires	∅
	Continuité	12
	Continuité uniforme	∅
	Lemme de Borel-Lebesgue	∅
	Fonctions définies par des suites convergentes	28, 29, 30
Dérivées	Fonctions d'une variable	14, 15, 17, 18
	Maxima et minima	44
	Dérivées des suites convergentes	29
	Fonctions de plusieurs variables	19, 20
	Exercice : fonction continue sans dérivée	∅
	Autre exemple de f. continue sans dérivée	∅
Différentielles	Différentielle d'une variable, ou d'une f. d'une variable	22 [7]
	Différentielle totale d'1 f. de plus. var.	23

3. Essai de plan pour le début du cours et nouvel essai au début du cahier.
4. Certains passages sont réécris.
5. Quatre pages rayées.
6. Le titre est centré, ce qui correspond à une section, mais une sous-section est plus cohérente avec le plan et la présentation suivie dans les fonctions de plusieurs variables.
7. Renvoi à ce qui est fait au début du cahier.

	Différentielles d'ordre supérieur	∅
	Différentielles totales d'ordre supérieur	∅
	Formule de Taylor pour plus. variables	27
	Maxima et minima des fonctions de plusieurs variables	45, 46, 47
Intégrales définies		69, 71, 70, 72 [8]
	Propriétés des intégrales définies	∅ et 73
	Primitives	75
	Intégrale de Stieltjes	∅ [9]
	Changement de variable	83
	Procédés généraux d'intégration	83, 84
Extension de la notion d'intégrale définie	Intégrales à limites infinies	87
	Théorèmes généraux	∅
	Règles de calcul	∅ et 153
	Cas où la fonction à intégrer devient infinie	89
	Théorèmes généraux	∅
	Fonction Γ	90
	Intégrales de séries ou de suites uniformément convergentes	∅
Fonctions représentées par des intégrales		∅ et 94, 95
Intégrales curvilignes		91, 92 [10]
	Intégrales abéliennes	98, 99
	Classification des intégrales hyperelliptiques	100, 102
	Intégration de qques fonctions transcendantes	103, 100
Calcul approché des intégrales définies		∅
	1er groupe de méthode : dévelop. en série	104
	2e groupe de méthodes	105
Applications géométriques des intégrales définies	Longueur d'un arc courbe	79
	Aire d'un domaine plan borné	77, 92
	Aire d'1 dom. orienté	2 exercices
Intégrales doubles		111, 112
	Propriétés des intégrales	∅
	Intégrale de Stieltjes	∅, 116 [11]
	Changement de variables	118, 119
	Procédés généraux d'intégration	113, 114
Extension de la notion d'intégrale double	Intégration dans un domaine non borné	127, 128
	Intégration d'une fonction non bornée	129 [12]
Aire d'une surface gauche	Généralités sur les surfaces	124 [13]
	ds^2 d'une surface	124
	Définition de l'aire d'une surface	124
	Propriétés de l'aire	∅
	Aire de quelques surfaces partic.	exemples
Intégrales de surfaces		∅, 131, 132
Volume d'une domaine dans l'espace à 3 dimensions		133
Intégrales triples		134
	Intégrale de Stieltjes	∅
	Formule d'Ostrogradsky	136
	Changement de variables	137, 140 [14]
	Décomposition d'une intégration triple en [une intégration double et une intégration simple]	135
Intégration des différentielles totales	Cas de 2 variables	144, 145 [15]
	Cas de 3 variables	144, 147
Fonctions implicites	Fonctions définies par une relation	32, 34, 36 [16]
	Fonctions définies par plusieurs équations simultanées	38 [17]
	Fonctions dépendantes ou indépendantes	∅ et 38 [18]
	Analogie entre les jacobiens et les dérivées	52
	Max. et min. de fonctions définies par des rel. implicites	49
Changements de variables	Transformations ponctuelles dans le plan	56
	Transformations ponctuelles dans l'espace	62
	Qques mots sur les transf. de contact non ponctuelles	58 et ∅ [19]

8. Essai et nouveau plan au début du cahier : beaucoup de changements.
9. Deux pages sur les changements de variables rayées avant.
10. Deux pages rayées sur les procédés de calcul des intégrales définies.
11. Plusieurs pages rayées, pages découpées et nouvel essai plus loin.
12. Fin du cahier 3.03.
13. Reprend à la fin du cahier 3.04 car la numérotation suit.
14. Essai au début du cahier.
15. Les pages ne sont plus numérotées et la rédaction recommence deux pages plus loin.
16. Début du cahier et numérotation qui reprend à 1 : je suppose que c'est la suite du cours car cela correspond au plan du début du cahier 3.03.
17. Quatre pages rayées car « purement locales ».
18. Une page rayée.
19. Le plan à la fin est certainement pour l'année suivante.

B.4 Plan du cours de CDI d'Henri Cartan en 1932–1933

Plan établi à partir du plan de l'année précédente et des corrections présentes dans le cahier [Aud14a, 3.04] et [Aud14a, 3.05], à partir de la fin pour ce dernier. Ce plan est étudié dans la sous-section 9.2.1.

Je fournis quelques informations dans la troisième colonne :

réécrit indique que le passage a été réécrit ;

déplacé indique que le passage a été déplacé vers le début du cours ou bien qu'il a changé de section : si rien n'est précisé, le cours suit ou reprend l'ordre de l'année précédente ;

indique que le nom a substantiellement changé ou que c'est une nouvelle section ou sous-section.

Section	Sous-section	Réécriture / déplacement / #
Nombres irrationnels. Coupures. Limites		
	Coupure	
	Limites	
	Convergence des suites et séries	
Fonctions d'une variable		
	Continuité uniforme	
	Lemme de Borel-Lebesgue	
	Conséquences de la continuité uniforme	
	Notions sommaires sur les points de discontinuité	
	Fonction croissante ou décroissante ds 1 interv.	
	Fonctions définies par des suites convergentes	
Fonctions de plusieurs variables		
	Préliminaires	
	Continuité	
	Continuité uniforme	
	Lemme de Borel-Lebesgue	
	Fonctions définies par des suites convergentes	
Dérivées	Fonctions d'une variable	
	Maxima et minima	
	Dérivées des suites convergentes	
	Fonctions de plusieurs variables	
	Exercice : fonction continue sans dérivée	
	Autre exemple de f. continue sans dérivée	
Fonctions implicites	Fonctions définies par une relation	Déplacé
	Fonctions définies par plusieurs équations simultanées	Déplacé
	Fonctions dépendantes ou indépendantes	Déplacé
Différentielles	Différentielle d'une fonction d'une variable	Réécrit
	Différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables	Réécrit
	Différentielle seconde	#
	Différentielles d'ordres supérieurs	Réécrit
	Formule de Taylor	Réécrit
	Application de la théorie des différentielles au calcul des dérivées	Déplacé, réécrit et # [20]
	Différentielles composées	Déplacé, réécrit et # [21]
Maxima et minima des	Fonctions (réelles) d'une variable (réelle)	Déplacé, réécrit et #
[fonctions d'une ou plusieurs variables]	Fonctions (réelles) de plusieurs variables (réelles)	Déplacé, réécrit et # [22]
	Max. et min. de fonctions définies par des rel. implicites	Déplacé
Changements de variables	Transformations ponctuelles dans le plan	Déplacé
	Transformations ponctuelles dans l'espace	Déplacé
	Qques mots sur les transf. de contact non ponctuelles	Déplacé
Intégrales définies		Réécrit
	Propriétés des intégrales définies	Réécrit
	Primitives	Réécrit
Généralisation de la notion d'intégrale		Réécrit et # [23]
	Changement de variable	Réécrit
	Intégration par parties	Réécrit et # [24]
	Intégrales de séries ou de suites uniformément convergentes	Déplacé
	Intégrales curvilignes	Déplacé et # [25]
	Intégrales abéliennes	Déplacé
	Classification des intégrales hyperelliptiques	Déplacé
	Intégration de qques fonctions transcendantes	Déplacé
	Intégrales de fonctions dépendant de paramètres	Déplacé, réécrit et # [26]

20. Anciennement *analogie entre les jacobiens et les dérivées.*
21. Anciennement *analogie entre les jacobiens et les dérivées.*
22. Anciennement *maxima et minima des fonctions de plusieurs variables.*
23. Anciennement *intégrale de Stieltjes* qui est devenu le début de cette nouvelle section.
24. Anciennement *procédés généraux d'intégration* qui contenait essentiellement ce cas.
25. Anciennement la section du même nom mais l'indication suivante est ajoutée : « réserver pour plus tard les intégrales abéliennes ».
26. Anciennement la section *fonctions représentées par des intégrales.*

	Intégrales à limites infinies	Déplacé
	Théorèmes généraux	Déplacé
	Règles de calcul	Déplacé
	Cas où la fonction à intégrer devient infinie	Déplacé
	Théorèmes généraux	Déplacé
	Fonction Γ	Déplacé
Intégration des fonctions		# [27]
[rationnelles ; cas qui s'y ramènent]	Primitives des fonctions rationnelles	# [28]
Calcul approché des intégrales définies		
	1er groupe de méthode : dévelop. en série	
	2e groupe de méthodes	
	Cas d'une intégrale à limite infinie	#
Applications géométriques des intégrales définies	Longueur d'un arc courbe	
	Aire d'un domaine plan	Réécrit
Intégrales doubles		
	Propriétés des intégrales	
	Intégrales $\iint_D f(x,y)[\mathrm{d}u\mathrm{d}v]$	Réécrit et # [29]
	Changement de variables	Réécrit
	Procédés généraux d'intégration	
Intégration dans un domaine non borné		
[Intégration de fonctions non bornées]		Déplacé ? [30] et #
	Etude du 1er cas	# [31]
	Etude du 2e cas	# [32]
Aire d'une surface gauche		Déplacé ?, réécrit et # [33]
	Propriétés de l'aire	Réécrit
	Intégrales de la forme $\iint_S f(x,y,z)\mathrm{d}\sigma$	Réécrit et # [34]
Volume d'une domaine de l'espace à 3 dimensions		Réécrit
Intégrales triples		Réécrit
	Intégrale de Stieltjes	Réécrit [35]
	Changement de variables	Réécrit
	Décomposition d'une intégration triple en	
	[intégrations doubles et simples]	Réécrit
Intégration des différentielles totales	Cas de 2 variables	
	Cas de 3 variables	
Séries trigonométriques		# [36]
	Fonction holomorphe associée à $f(\theta)$. Formule de Poisson	
	Etude de $F(x)$ au voisin. de la circonf. $r = 1$	
	Parenthèse : théor. de Weierstrass	
	Cas où la série de Fourier converge	
	Nouvelles propriétés des coef. de Fourier	
	Etude de la convergence de la série de Fourier	

B.5 Plan du début du cours de CDI d'Henri Cartan en 1933–1934

Plan établi à partir du syllabus [Aud14a, 3.07a]. Les cahiers utilisés pour préparer le cours sont le [Aud14a, 3.07] et le début du [Aud14a, 3.13]. Ce plan est analysé dans la sous-section 9.3.1.

Après le double séparateur, le plan est établi par rapport aux notes qui continuent, mais qui n'ont certainement pas été enseignées à cause de l'arrêt maladie d'Henri Cartan.

---

27. Début de réécriture de l'ancienne partie *intégrales curvilignes* à partir des *intégrales abéliennes* qui avaient été laissées de côté.
28. Nouvelle sous-section à laquelle sont certainement rajoutées les dernières sous-sections de l'ancienne section *intégrales curvilignes*.
29. Anciennement *intégrale de Stieltjes*.
30. Le *nouvel essai pour l'aire d'une surface gauche* est placé avant *intégration dans un domaine borné, intégration des fonctions non bornées* mais il n'y a aucune indication sur un éventuel changement de plan.
31. Anciennement *intégration dans un domaine non borné*.
32. Anciennement *intégration d'une fonction non bornée*.
33. Cette nouvelle sous-section sans titre rassemble les anciennes sous-sections *définition de l'aire d'une surface*, *généralités sur les surfaces* et *ds^2 d'une surface*, dans cet ordre.
34. Rassemble la fin de l'ancienne sous-section *propriétés de l'aire*, *aire de quelques surfaces partic.* et *intégrales de surfaces*
35. L'ancienne courte sous-section *formule d'Ostrogradsky* est incorporée à la fin.
36. Toute la section est nouvelle. Voir la section 9.2.1 pour plus de détails.

Section	Sous-section
Puissances des ensembles	
Le continu arithmétique	
	Général. sur ensembles ordonnés
	Défin. des opérations dans Γ
	2 théorèmes sur l'ens. Γ
	Plan, espace à 3,..., n, .. dimensions
Nombres complexes	
Suites et séries	
Notion générale de fonction	
Fonctions réelles ou complexes d'une variable	
	Limites
	F. continue dans un intervalle
	Bornes d'une fonction
	Points de discontinuité
	Suites (séries) convergentes de fonction réelles ou complexes
Fonctions de plus. variables réelles	
	Limites
	Continuité ds 1 dom.
	Suites converg. de f. de plus. var.
Dérivées. Fonctions d'une variable	Prop. générales (var. réelle ou complexes f. réelle ou compl.)
	Propriétés spéciales (f. réelles d'1 var. réelle)
	Sens de la variation
Fonctions de plus. variables	
	Dérivée d'1 f. composée
	Dér. d'ordre supérieur
Fonctions implicites (dom. réel)	Fonction définie par une relation
	p équations à p inconnues
	Inversion d'1 tr. ponct.
	Conséquences
(Théorie des différentielles) [37]	(Différentielle d'une fonction d'une variable)
	(Différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables)
	(Différentielle seconde)
	(Différentielles d'ordres supérieurs)
	(Formule de Taylor)
	(Calcul des dérivées des fonctions implicites)
Différentielles composées	
Intégrales définies	
	Cond. d'intégrabilité
	Ex. de f. intégrables
	Propriétés des int. définies
Intégr. de Stieltjes	
	Intégration par parties
Intégrales indéfinies	
Intégr. curvilignes	
	Théor. fondam.
	Cas où x est complexe
Intégrales de suites ou séries unif. conv.	Probl.
	Applications
	Compléments
Intégrales de fonctions qui dépendent de paramètres [38]	
Intégrales curvilignes attachées	
[à la frontière d'un domaine plan]	Aire d'un domaine orienté
Intégrales doubles	
	Propriétés fondamentales de $\iint_D f(x,y)[\mathrm{d}x\mathrm{d}y]$
Intégrale double de Stieltjes	

37. Après le titre « Théorie des différentielles », le syllabus a un trou et une note « Cours suppl. ? Inser. f. implicites. Corr. probl. » ajoutée au crayon de bois et entre parenthèses. Le syllabus reprend ensuite à une sous-sous-section *cas d'1 éq. définie. 1 f. implicite.* La section *théorie des différentielles* est indiquée dans le cahier de brouillon correspondant et elle commence par « Comme l'année précédente, jusqu'à la formule de Taylor inclusivement. » Elle continue ensuite avec une sous-section *calcul des dérivées des fonctions implicites.* J'ai ajouté ces informations, qui ne sont pas dans le syllabus, entre parenthèses.

38. Seul le titre est indiqué, c'est donc certainement le début de son arrêt maladie. Voir 47 pour plus de détails.

B.6 Plan du cours de CDI d'Henri Cartan en 1934–1935

Plan établi à partir du syllabus [Aud14a, 3.407]. Le cahier utilisé pour préparer le cours est le [Aud14a, 3.08], avec une partie sur les intégrales doubles au début du cahier [Aud14a, 3.13]. La fin du cahier [Aud14a, 3.13] qui continue à la fin du cahier [Aud14a, 3.09] est un cours complémentaire de CDI sur les fonctions de variables complexes que je n'ai pas intégré ici. Ce plan est analysé dans la sous-section 9.4.2.

* indique que seul le nom de la section est indiqué, voire une brève description des notions associées.

Section	Sous-section
Généralités sur les ensembles et la notion de fonction	
Limite ds l'esp. euclidien à n dim.	
	Limite
	Sous-ensembles de l'espace
Ens. ordonnés	Corps des n. rat.
	Ensemble ordonné
	Propriétés des ens ord. complets
	Corps (ordonné) des n. réels
	Extension à l'espace à n dim
Revoir nombres complexes	*
Séries et suites	*
Généralités sur f. de variables réelles	
	1 Cas général
	2 Cas où valeurs de $f(x)$ st réelles ou complexes
	3 Fonction d'une var. réelle
	Fonct. à var. bornée
Notions de topologie	
	Transf. localt topologiques
Suites de fonctions	
	Converg. uniforme
	Modes partic. de convergence des séries de fonctions
	Séries entières
Dérivées	
	Rappel
	Dérivée d'une série entière
	Fonctions sans dérivée
	Dérivées des f. réelles d'une var. réelle
Dérivées de f. de plus. variables	
	Dérivées d'ordres supér.
Théorie des différentielles	
	Différentielles de $f(x)$
	Différ. totale de $f(x, y, z)$
	Applications
Produits extérieurs, Déterminants fonct. et formes linéaires,	Produits extérieurs
[Différentielles composées]	Théorie abrégée des formes et éq. linéaires
	Applic. aux différentielles totales
Fonctions implicites	
	p équations à p inconnues
Maxima et minima	Fonctions d'une variable
	Fonct. de 2 variables
	F. de n variables
	Fonct. de var. non indépendantes
Calcul intégral [39]	
	Mesure de Jordan
Intégrale (simple) définie	Fonction positive et bornée

39. Écrit au milieu d'une page blanche dans le cahier de brouillon, ce qui démarque clairement ce qui suit. La page suivante est une introduction informelle, qui est également mentionnée dans le syllabus.

	Fonction réelle et bornée
	Fonction complexe et bornée
	Ex. de f bornées intégrables ou non intégrables
	Propr. fond. de l'intégrale
	Orientation de l'inter. d'intégr.
Intégrale à limite variable	
Intégrale de Stieltjes	
	Relation. fondam. entre intégr. de St. et intégr. ordin.
	Intégrales curvilignes
	Intégrale curviligne att. à une courbe fermée
Intégrales de suites (séries) conv.	
	Con. uniforme
	Applications : calcul approché des intégrales
Intégrales de fonctions qui depend. de paramètres	
Intégrales doubles	F. positive et bornée
	F. réelle et bornée
	Propr. caractérist. de $\iint$
	Décomposition en intégrations simples
	Décompos. plus générale de E sup. mesurable
	Orientation
Intégrales de différentielles	Défin. de $\iint[dudv]$ dans E mesurable (orienté)
	Intégrales $\iint_E f[dudv]$
	Règle pratique et applic.
	Changt de variables
Intégrales de surfaces	Surfaces
	Applic. Différentielles totales
	Intégrales de surface étendues à la frontière
	[d'un domaine de l'espace]
Intégrales (doubles) de suites (séries)	*
Intégrales (doubles) de f. qui dép. de paramètres	*
Intégrales triples	
	Intégrales de différentielles
Rectification des courbes	
	Cas x', y', z' intégrables
	Intégrales $\int Fds$
	ds^2 d'une surface
	ds^2 d'une var. à 3 dim.
Aire d'une surf. gauche	
	Cas où x, y, z ont dér. continues
	Intégrales $\iint F(x,y,z)d\sigma$
	Introduction du ds^2
Intégrales à limites infinies ou de f. non bornées	
	Mesure des ens. non bornés
Intégrales simples	Cas d'une f. positive ou nulle
	Fonction réelle > 0 ou < 0
	Intégr. absol. converg.
	Cas d'indétermination
	Règles de calcul des intégrales convergentes
Intégrales doubles (de f. non bornées ; ds dom. non bornés)	Fonction $\leqslant 0$
	Fonction réelle ou complexe quelconque
Méth. générales de calcul de certaines intégrales simples indéfinies	Primitives des f. rationnelles
	Intégr. de dif. binômes
	Intégrales abéliennes
	Cas qui se ram. à f. ration.

B.7 Plan de *Intégration Diplodocus (état 2)* de juillet 1937

Plan établi à partir du document [Boua, iecnr018].

Chapitre 1 : Tribus d'ensembles

1 : Définition et premières conséquences 2 : Tribu induite dans un sous-ensemble 3 : Génération d'une tribu par une famille d'ensembles 4 : Tribu de Borel dans un ensemble ordonné 5 : Produit de tribus 6 : Génération d'une tribu par une famille de fonctions Appendice : Exemple d'un ensemble ordonné dans lequel la tribu de Baire et la tribu de Borel sont distinctes
Chapitre 2 : Fonctions tribales et fonctions mesurables
1 : Définition et propriétés générales des fonctions tribales 2 : Fonctions tribales numériques 3 : Fonctions mesurables 4 : L'approximation par des fonctions étagées
Chapitre 3 : Les fonctionnelles linéaires croissantes
1 : Les familles (W) 2 : Définition et propriétés fondamentales d'une fonctionnelle linéaire croissante : $l^1 = \Lambda^1$ 3 : L'inégalité fondamentale de convexité, l'inégalité de Hölder et Minkowski 4 : Extension aux espaces vectoriels 5 : Les espaces $L^p(E, \Lambda, \mathcal{L})$
Chapitre 4 : L'intégrale "définie"
1 : Définition de la mesure 2 : Définition de l'intégrale, mesure attachée à une intégrale 3 : L'intégrale attachée à une mesure 4 : Sommes et limites d'intégrales et de mesures, Mesure et intégrale induites dans un sous-ensemble 5 : Propriétés de l'intégrale 6 : Propriétés de l'intégrale (suite) 7 : Propriétés de l'intégrale (suite) 8 : Somme et produit d'une infinité de nombres réels 9 : L'inégalité de convexité pour l'intégrale et ses conséquences 10 : Extension aux espaces vectoriels 11 : Théorie des moyennes 12 : Les espaces $L^p(E, \mathcal{T}, \mu)$ 13 : Les diverses topologies définies dans l'ensemble des fonctions mesurables et leurs relations mutuelles Appendice : exemples
Chapitre 5 : L'intégrale "indéfinie"
1 : La notion de mesure généralisée et les mesures de base μ 2 : Le théorème de décomposition 3 : Le théorème de Nikodym 4 : Les décompositions canoniques

5 : Applications Appendice
Chapitre 6 : Le prolongement des fonctionnelles linéaires croissantes
1 : Introduction 2 : Définition des ensembles de mesure nulle 3 : Etude de l'espace L^1 complété 4 : Identification de $\overline{\mathcal{L}(f)}$ avec une intégrale 5 : Les relations entre les fonctions de Φ^1 et les fonctions mesurables $\mathcal{T}$
Chapitre 7 : Le prolongement d'une fonction d'ensemble simplement additive et les fonctions de Carathéodory
1 : Le prolongement d'une fonction d'ensemble simplement additive 2 : La mesure extérieure 3 : Les fonctions de Carathéodory 4 : La génération d'une fonction de Carathéodory par une fonction d'ensemble arbitraire, et le prolongement d'une fonction d'ensemble
Chapitre 8 : Produits de mesures et intégrales multiples
1 : Le produit de deux mesures 2 : Le produit d'un nombre fini de mesures 3 : Le théorème de Lebesgue-Fubini 4 : Le produit d'une infinité de mesures Appendice
Chapitre 9 : La mesure dans les espaces topologiques
1 : Mesure topologique et mesure de Radon 2 : Théorème d'approximation dans les espaces quasi-compacts 3 : Les mesures de Radon minimales 4 : Propriétés des mesures de Radon minimales 5 : La méthode de calcul de Riemann 6 : Produit de deux mesures de Radon 7 : Les mesures de Radon généralisées et le théorème de Riesz 8 : La mesure de Stieltjes 9 : La formule d'intégration par parties Appendices
Chapitre 10 : La dérivation des fonctions additives d'ensembles
1 : La notion de famille d'ensembles partout dense 2 : La notion de dérivée d'une fonction d'ensemble et les théorèmes de l'Hopital 3 : Un critère général sur la dérivation des intégrales indéfinies 4 : La dérivation des intégrales indéfinies de fonctions bornées 5 : La dérivation des intégrales finies pour tout ensemble de mesure finie 6 : La dérivation des mesures généralisées 7 : La dérivation des fonctions à variation bornée Appendice
Chapitre 11 : La mesure de Lebesgue
1 : Définition de la mesure de Lebesgue dans $\mathbb{R}^n$

2 : Propriétés élémentaires 3 : Les théorèmes de recouvrement 4 : Propriétés des fonctions à variation bornée et des fonctions absolument continues 5 : Critères de continuité absolue 6 : Propriétés générales des dérivées et nombres dérivés 7 : Le problème des primitives 8 : La formule de changement de variables ($n = 1$) 9 : La méthode de Riemann 10 : Les ensembles non mesurables

Le nouveau plan à la fin de [Boua, iecnr018] propose de transformer les trois premiers chapitres en les quatre suivants :

Nouveau plan
Chapitre 1 : Familles (W) et fonctionnelles linéaires croissantes
1 : Opérations sur les fonctions pouvant prendre des valeurs infinies 2 : Définition des familles (W) 3 : Définition d'une fonctionnelle linéaire croissante 4 : La famille Λ^1 et l'espace L^1 5 : Inégalités de convexité, de Hölder et Minkowski 6 : Les espacs L^p pour $p > 1$ 7 : Extension aux espaces vectoriels
Chapitre 2 : Les familles (I) et les fonctions étagées, les fonctions d'ensemble et les fonctionnelles correspondantes
1 : Définition d'une famille (I) 2 : Famille (I) engendrée par une famille d'ensembles quelconque, famille (I) induite dans une partie de E, produit de deux familles (I), lemme de décomposition 3 : Définition des fonctions étagées 4 : Fonctions simplement additives d'ensemble dans une famille (I)
Chapitre 3 : Tribus d'ensembles
1 : Définition et premières conséquences 2 : Tribu induite dans un sous-ensemble 3 : Génération d'une tribu par une famille d'ensembles 4 : Tribu de Borel dans un ensemble ordonné 5 : Produit de tribus 6 : Génération d'une tribu par une famille de fonctions Appendice : Exemple d'un ensemble ordonné dans lequel la tribu de Baire et la tribu de Borel sont distinctes
Chapitre 4 : Fonctions tribales et fonctions mesurables
1 : Définition et propriétés générales des fonctions tribales 2 : Fonctions tribales numériques 3 : Fonctions mesurables

4 : L'approximation par des fonctions étagées

B.8 Plan du cours de CDI de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938

Plan établi à partir du cours de CDI de Szolem Mandelbrojt en 1937–1938 à Clermont-Ferrand, rédigé en deux tomes par Félix Pradier et conservé sous la cote *131J1* aux Archives départementales du Puy-de-Dôme. Ce plan est analysé dans la sous-section 11.1.1.

Section	Sous-section [40]
Théorie des Ensembles	
	Notations et définitions
	Fonctions
	Correspondance biunivoque. Ensembles de même puissance.
	Ensembles infinis de même puissance
	Ensembles dénombrables
	Théorème de Cantor
	Nombres algébriques
	Nombres transcendants
	Ensembles de points sur une droite
	Coupures. Théorie de Dedekind.
	Limite supérieure d'un ensemble borné ou borné supérieurement
	Limite inférieure d'un ensemble borné ou borné inférieurement
	Point limite d'un ensemble
	Point limite d'une suite
	Limite supérieure d'une fonction pour des valeurs infinies de la variable
	Limite inférieure d'une fonction pour des valeurs infinies de la variable
	Exemples
	Ensemble dérivé d'un ensemble donné
	Quelques exercices
Théorie des fonctions	Notations
	Propriétés des fonctions continues
	Théorème de Borel-Lebesgue
	Continuité uniforme
	Maximum. Minimum.
	Fonctions monotones
	Dérivée
	Suites à termes dépendants d'une variable
	Fonctions de plusieurs variables
	Espace à n dimensions
	Théorème de Weierstrass-Bolzano

40. Les sections sont centrées, les sous-sections sont doubles soulignés et dans une police plus grande que les résultats importants. Certains passages sont cependant délicats à déterminer.

	Fonctions numériques
	Dérivées partielles
Intégrales	[41]
	Contribution supérieure. Contribution inférieure.
	Fonctions intégrables
	Théorème de Riemann
	Fonction définie par une intégrale
	Quelques exemples de fonctions intégrables
	Formule de la moyenne
	Borne supérieure du module d'une intégrale
	Intégration des séries
	Fonction définie par une intégrale
	Intégrales dites "impropres"
	Application aux séries
	Théorème de Cauchy
	Fonction définie par une intégrale
	[(dans le cas où l'intervalle d'intégration est infini)]
	Convergence uniforme d'une intégrale
	Autre aspect d'une fonction définie par une intégrale
	Intégrales doubles
	Approximation d'une fonction continue par un polynome.
	[Théorème de Weierstrass.]
	La meilleure $n^{\text{ème}}$ approximation d'une fonction
	Inégalité de Hölder
	Inégalité de Schwartz
	Séries trigonométriques. Séries de Fourier.
	Inégalité de Bessel
Variables complexes	Définitions
	Continuité
	Dérivabilité
	Intégrales dans le domaine complexe
	Intégrale d'une fonction holomorphe prise le long d'une courbe fermée
	Théorème de Cauchy-Goursat
	Formule de Cauchy
	Dérivées d'une fonction holomorphe
	Théorème de Morera
	Formule de Taylor
	Théorème de Cauchy-Hadamard
	Dérivation des séries entières
	Points singuliers
	Série de Laurent
	Pôles
	Points singuliers essentiels (isolés)

41. Introduction sur le partage de l'intervalle d'intégration sans nom de sous-section.

Résidus
Application au calcul des intégrales
Expression d'une fonction dans le voisinage d'un pôle
Calcul du résidu relatif à un pôle
Zéros d'une fonction holomorphe
Extension des résultats précédents
Fonctions méromorphes
Application à la théorie des équations
Application de la théorie des résidus au calcul de certaines intégrales
Calcul de l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\pm ix} f(x)dx$
Représentation d'une fonction méromorphe
Théorème des trois cercles (Hadamard)
Fonctions convexes
Application du Calcul des résidus à la sommation de certaines séries
Le Prolongement analytique

B.9 Plans du cours de CDI d'Henri Cartan en 1939–1940

Ces plans sont analysés dans la sous-section 11.2.1.

B.9.1 Plan établi à partir du syllabus du cours

Plan établi à partir du syllabus 9.01. Les cahiers utilisés pour préparer le cours sont le 3.22 et le 3.21 à partir de la fin.

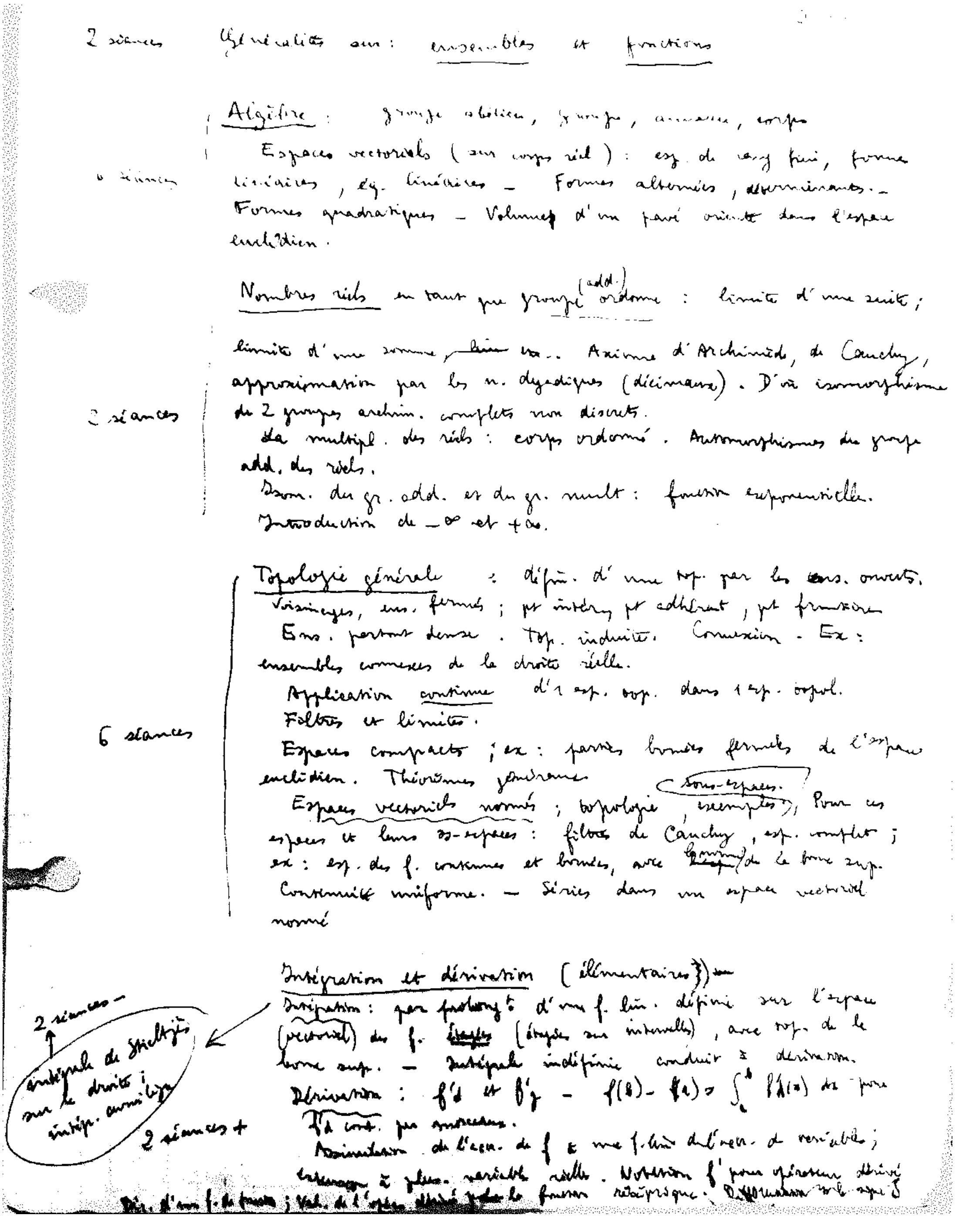
Section	Sous-section
Ensembles, fonctions, etc.	Eléments et parties d'un ensemble
	Fonctions
	Produit de 2 ou plusieurs ensembles
	Rel. d'équivalence
	Comparaison des puissances
Module, groupe, corps	Modules
	Groupes
	Corps
Algèbre linéaire	Espace linéaire
	Sous-espaces linéaires
	Espaces de rang fini
	Formes linéaires
	Transf. linéaires
	Formes multilinéaires alternées
	Applic. à l'indép. linéaire des formes
Formes quadratiques sur un espace linéaire de rang fini	
	Particularités rel. au cas du corps des réels
Nombres réels	
	Limite
	Axiome d'Archimède
	Axiome de Cauchy
	Approx. par les n. dyadiques
	Automorphismes du gr. add. des réels
	Groupe multiplic. Γ des réels > 0
Notions de topologie	
	Conception générale d'esp. topol.
	Fonctions continues
	Filtres, limites

	Filtres sur un espace topologique
	Espaces topol. compacts
Espaces vectoriels[42] normés	
	Continuité uniforme
Séries	Somme d'une famille quelc. de nombres $\leqslant 0$
	Somme d'une fam. de nombres réels, ou complexes,
	[et plus général$^{\mathrm{t}}$ de vect. d'1 esp. lin. normé.]
Notions élém. sur l'intégrale définie	
Dérivées	
	Dérivées partielles de $f(x, y, z)$
	Différentielles
Théorèmes d'existence	Point fixe d'une transformation
	Inversion d'une transformation $Y = F(X)$
	Eq. différentielles
	Eq. linéaire du 1$^{\mathrm{er}}$ ordre
	Dérivabilité par rapport aux paramètres
Formes différentielles	F. diff. du 1$^{\mathrm{er}}$ degré
	F. diff. de degré supérieur
Intégrale de Stieltjès sur la droite	
	Intégrale
	Intégrale indéfinie
	Applic. aux intégrales curvilignes
Intégration sur un localt compact	Fonctions semi-continues
	Intégrale de f. réelles par rap. à mesure $\geqslant 0$ sur loc. compact
	Défin. de N
	Propriétés de l'intégrale et de la mesure
	Intégrales doubles $\iint f(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$
	Intégrale indéfinie
	Intégrale de f. qui dép. d'1 paramètre α
	Applic. particulières de théorie générale
	Intégrale par rap. à mesure non positive
	Ex. rectification des courbes
Intégrales de formes différentielles	Prélimin. sur l'esp. euclidien
	Intégrale $\iint \omega$ (ω forme diff. du 2$^{\mathrm{e}}$ degré)
	Intégrales de surface
	Intégration sur une surface orientée générale
	Intégrales de formes diff. de degré p
	Formes primitives d'une forme différ.
F. analytiques d'1 var. complexe	
	Topol. de l'ens. des fonctions continues sur D ouvert
	Dével. en série entière
	Dével. en série de Laurent
	Fonctions méromorphes
	Introd. du pt à l'infini
	F. harmoniques
	Appl. dével. de Taylor aux f. harmoniques
Résidus	
	Calculs d'intégrales
F. de plus. variables, et théor. d'exist. pour éq. diff.	
	Dével. en série entière
	Théor. d'exist. anal. des éq. diff.
Fonctions implicites	
	Inversion de $x = f(y)$
	Retour à $F(x, y) = 0$
Exemples de transf. conformes	
Variétés à structure[43] conforme	
	Prolong$^{\mathrm{t}}$ analytique
Familles compactes dans un D connexe	
Notions sur repr. conforme	
	Qques mots sur repr. conf. d'1 var. connexe quel.
Séries de Fourier	
	Probl. général de l'appr. des fonctions
	Théorie géom. de l'espace de Hilbert

42. « Linéaire » est rayé et remplacé par « vectoriel ».
43. « Connexion » est rayé et remplacé par « structure ».

B.9.2 Programme et *leitfaden* du cours

Illustration B.1 – Première page de la feuille volante [Aud14a, 3.22a]



2 séances Généralités sur : ensembles et fonctions

Algèbre : groupe abélien, groupe, anneau, corps

Espaces vectoriels (sur corps réel) : esp. de rang fini, formes linéaires, éq. linéaires – Formes alternées, déterminants. – Formes quadratiques – Volume d'un pavé orienté dans l'espace euclidien.

Nombres réels en tant que groupe (add.) ordonné : limite d'une suite ; limite d'une somme, ~~lim~~ etc.. Axiome d'Archimède, de Cauchy, approximation par les n. dyadiques (décimaux). D'où isomorphisme de 2 groupes archim. complets non discrets.

2 séances

La multipl. des réels : corps ordonné. Automorphismes du groupe add. des réels.

Isom. du gr. add. et du gr. mult : fonction exponentielle.

Introduction de $-\infty$ et $+\infty$.

Topologie générale : défin. d'une top. par les ens. ouverts. Voisinages, ens. fermés ; pt intérieur, pt adhérent, pt frontière

Ens. partout dense. Top. induite. Connexion. – Ex : ensembles connexes de la droite réelle.

Application continue d'1 esp. top. dans 1 esp. topol.

Filtres et limites.

6 séances

Espaces compacts ; ex : parties bornées fermées de l'espace euclidien. Théorèmes généraux

Espaces vectoriels normés ; topologie, exemples, sous-espaces. Pour ces espaces et leurs ss-espaces : filtres de Cauchy, esp. complet ; ex : esp. des f. continues et bornées, avec ~~[illegible]~~ la norme de la borne sup.

Continuité uniforme. – Séries dans un espace vectoriel normé

Intégration et dérivation (élémentaires)

Intégration : par prolongt. d'une f. lin. définie sur l'espace (vectoriel) des f. étagées (étagées sur intervalles), avec top. de la borne sup. – Intégrale indéfinie conduit à dérivation.

2 séances –

intégrale de Stieltjes sur la droite ; intégr. curviligne

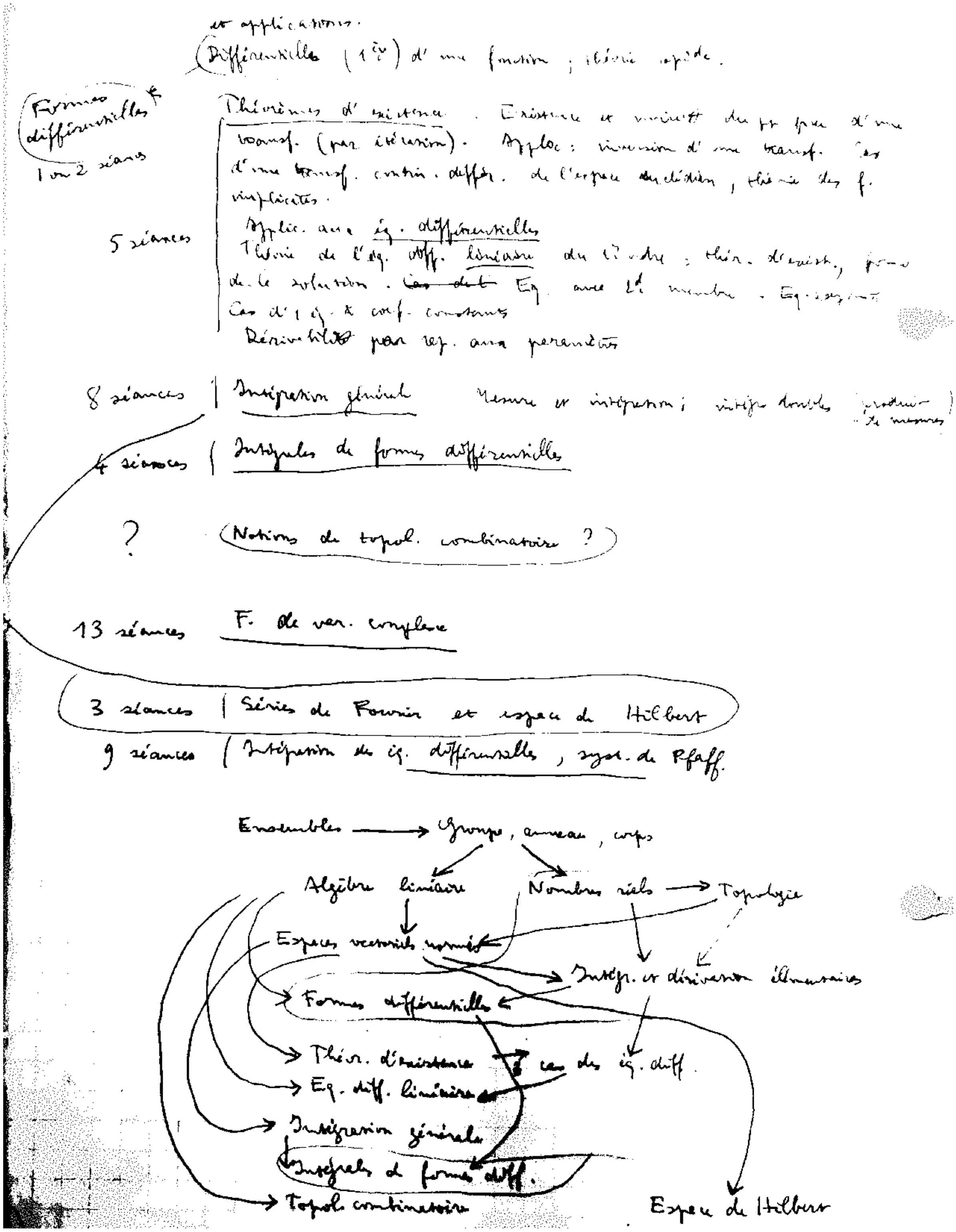
2 séances +

Dérivation : f'_d et f'_g – $f(b)-f(a) = \int_a^b f'_d(x)\,dx$ pour f'_d cont. par morceaux.

[illegible] de l'acc. de f à une f. lin. de l'accr. de variable ; extension à plus. variables réelles. Notation f' pour opérateur dérivé

Dér. d'une f. de fonction ; Val. de l'opér. dérivé pour la fonction réciproque. Différentielle [illegible]

Illustration B.2 – Deuxième page de la feuille volante [Aud14a, 3.22a]



et applications.
(Différentielles (1[er]) d'une fonction ; théorie rapide.

Formes différentielles
1 ou 2 séances

5 séances | Théorèmes d'existence. Existence et unicité du pt fixe d'une transf. (par itération). Applic : inversion d'une transf. Cas d'une transf. contin. différ. de l'espace euclidien, théorie des f. implicites.
Applic. aux éq. différentielles
Théorie de l'éq. diff. linéaire du 1[er] ordre ; théor. d'exist., forme de la solution. ~~Cas dit~~ Eq. avec 2[d] membre. Eq. [illegible]
Cas d'1 éq. à coef. constants
Dérivabilité par rap. aux paramètres

8 séances | Intégration générale Mesure et intégration ; intégr. doubles (produit de mesures)

4 séances | Intégrales de formes différentielles

? (Notions de topol. combinatoire ?)

13 séances F. de var. complexe

3 séances | Séries de Fourier et espace de Hilbert
9 séances | Intégration des éq. différentielles, syst. de Pfaff.

Ensembles → Groupe, anneau, corps
Algèbre linéaire
Nombres réels → Topologie
Espaces vectoriels normés
Intégr. et dérivation élémentaires
Formes différentielles
Théor. d'existence → cas des éq. diff.
Eq. diff. linéaires
Intégration générale
Intégrales de formes diff.
Topol. combinatoire
Espace de Hilbert

Illustration B.3 – Recto du plan B.4

Atelier Proudhon
Société Proudhon

18 mai 1993

de 17 heures à 19 heures

Conférence publique

Pierre FOUGEYROLLAS

Professeur émérite
Université Paris 7, Denis Diderot

PROBLÈMES DE LA RÉALITÉ NATIONALE AUJOURD'HUI

Musée Social
5 rue Las Cases
75007 PARIS

Métro Solférino

Entrée libre

Société P.-J. Proudhon, E.H.E.S.S., 54 boulevard Raspail, 75006 PARIS

Illustration B.4 – Plan [Aud14a, 9.01e] au verso de B.3

Calcul diff. et intégral 1939-40

– Fasc. résultats sur les ensembles (2 séances)

– Modules, groupes, corps (1 séance ½)

– Algèbre linéaire (3 séances)

– Formes multilinéaires, déterminants

– Formes quadratiques (sur un espace vect.)

[cas particulier de ℝ]

– Nombres réels [axiomatique : ens. ordonnés, groupes abéliens ordonnés, limites, axiomes d'Archimède et de Cauchy] Approx. dyadique. Automorphismes du groupe additif des réels, groupe multiplicatif. Exponentielles et logarithmes.

(au bout de 5 semaines) Notions de topologie [exemples connus à ce stade : espaces vectoriels]

Applic. continues, homéomorphismes

Fonctions continues de plusieurs variables réelles

Filtres et limites.

Espaces compacts (ex : bornés fermés de $\mathbb{R}^n$).

(on est en janvier) Espaces vectoriels normés – Filtres de Cauchy. Espaces normés complets.

Continuité uniforme

Séries (ds un Banach)

Intégrales définies (notions élémentaires) : fonctions réelles d'une var. réelle

F. réglées, limites uniformes de f. étagées

Dérivées – Différentielles. Th. d'inversion locale

[début février] Éq. diff $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ – Développ.ts classiques

Formes différentielles

Intégrale de Stieltjes sur la droite

Intégration sur un espace localt compact – Th. de Lebesgue.

Intégrales doubles Diff. sous signe $\int$.

(mars) Intégration de formes différentielles, intégrales de surfaces

début avril F. anal. d'une var. complexe [exposé classique]

f. de plus. variables, et th. d'existence pour éq. diff.

Exemples de transf. conformes

Var. anal. complexes de dimension 1

Notions sur repr. conforme

(fin mai) Séries de Fourier – Notions sur l'espace de Hilbert ; polyn. de Legendre, Hermite, Laguerre

[fin du cours le 29 mai 1940]

B.9.3 Plan vraisemblablement établi vers 1993

B.10 Pages 23 à 34 du syllabus du cours de CDI d'Henri Cartan en 1939–1940 sur l'intégration

23

Intégrale de Stieltjès
sur la droite

Intégration ordinaire ; mesure dx.

Fonction $g(x)$ [réelle, généralisation], avec $g(x+0)$ et $g(x-0)$

$\int_{a+0}^{b-0} dg$, et déf. analogues. Additivité ; cas des pts de disc. de g.

$$\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} \int_{a+0}^{x} dg = 0, \quad \lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} \int_{x}^{a-0} dg = 0$$

Réciproque : $\mu(E)$ additive, avec

$\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} \mu(a+0, x) = 0$ ---

Définir $g(x)$ (qu'on peut sup. cont. à gauche en tt pt) ; existence $g(x+0)$ et $g(x-0)$, etc--

Variation bornée : définition ; pour μ, pour g. Suffit

$$\sum_i |g(x_{i+1} - x_i)| \leq K.$$

Ex : g' bornée.

Rem : existence de $g(x+0)$ s'ensuit.

Variation totale ds un intervalle : additivité. Cas où g réelle.

Intégrale. Valeurs de g, de f.

Fonctions étagées ; leur intégrale, additive.

(1) $|L(\varphi)| \leq K\,\overline{|\varphi|}$;

contin. uniforme. Prolongt à $\mathcal{C}$, validité de (1).

Le prolongt est : 1° linéaire ; 2° continue (insister)

Ex : f. continue, cont. par morceaux, esp. $\mathcal{C}$.

Th — Si f cont., $\int f\,dg = \sum_i f(\xi_i) \cdot \int_{E_i} dg$

Cas f discontinue.

[Cas g réelle : val. moyenne — Cas g croissante : inég. de la moyenne]

~~Orient.~~

Intégrale indéfinie — $\int_E f\,dg = \nu(E) = \int_E dh$ à var. bornée.

$h(x\pm 0) = \int_{x_0+0}^{x\pm 0} f\,dg$ avec conv. d'orientation.

si f continue f est dérivée de h par rapp. à g. 13-2-40

Théorème

$$\boxed{\int \varphi\,dh = \int (\varphi f)\,dg}$$

cas $\varphi = C^{te}$, φ étagée, φ quelconque.

Ex : h' continue, $\int \varphi\,dh = \int \varphi h'\,dx$

Intégr. par parties : f et g continues à var. bornée

$$\int d(f\cdot g) = \int f\cdot dg + \int df\cdot g$$

Ex : f et g ont dérivée continue.

24

Applic. aux intégrales curvilignes.

$\int \vec{A}(x) \cdot dx$ (continue.) · Courbe de l'espace (x), orientation.

$A[x(t)] \to \varphi(t)$. $\qquad \int \varphi(t) \cdot dx(t) = \int \varphi(t) \cdot x'(t)\, dt$

$= \lim \sum_i A(\xi_i) \cdot (x_{i+1} - x_i)$.

Invariance, règle de calcul.

Cas $\omega = df$: indép. du chemin. Réciproque.

Général : repris. param. par morceaux, orient. cohérents. Cas courbe fermée.

Intégration sur un localt compact

Fonctions semi-continues.

$f(x)$ réelle (= $+\infty$ éventuelt, $\neq -\infty$), $x \in$ topol.

S.c.i : $\alpha < f(x_0)$, $f(x) > \alpha$. –

S.c.i. en tt pt : $f(x) > \alpha$ ouvert, $f(x) \leq \alpha$ fermé

S.c.s. idem.

Continuité.

Exercice : $y < f(x)$ est ~~donc~~ ouvert du plan, si f est s.c.i.

Théor. – Image s.c.i. d'un compact a un plus petit élément

S. de 2 fonct. s.c.i.

Borne sup. d'une famille de s.c.i $\quad [f(x) > \alpha$ = réunion $\varphi(x) > \alpha]$

Ex : borne sup. de f. continues.

14-2-40 — Réciproque (pour $f \geq 0$) ~~suffit de faire dire pour $f \geq 0$~~; on va chercher

$\varphi \geq 0$. – $\quad \alpha < f(x_0)$ $\quad \left[\begin{array}{ll} \varphi(x_0) = \alpha & \\ \varphi(x) \leq \alpha & \text{partout } (\cancel{\text{pour } x \in V(x_0)}) \\ \varphi(x) = 0 & \text{pour } x \notin V(x_0) \end{array}\right.$

Prendre $\varphi = \alpha - \frac{\alpha}{\beta} \min[\rho(x, x_0), \beta]$

Cas où espace localt compact : supposer φ nulle en dehors d'1 compact.

[Rem : max. d'1 n. fini de φ nulles en dehors d'1 compact]

Intégrale des f. réelles par rap. à mesure ≥ 0 sur loc. compact.

[Ex : intégrale du plan par rap. à l'aire]

Intégrale sur E se ramène à intégrale sur esp. entier.

Sur esp. entier : f sommables $\to$ esp. linéaire $\mathfrak{F}$; $L(f)$ linéaire.

Norme $L(|f|)$; on sup. $f \in \mathfrak{F} \to |f| \in \mathfrak{F}$; coroll : $\begin{array}{|l} \max(f_1, f_2) \\ \min(f_1, f_2) \end{array}$

F. équivalentes ; f. négligeable. Continuité de L.

25

Ens. mesurables : f. caract. sommable ; $\mu(E) = L(\varphi_E)$ [ex : aire]
~~ou~~ ens. de mes. nulle.
~~Les~~ Réunion, inters., ~~diff~~ (différence) de 2 ens. mesurables : phratrie. — μ est additive.
~~la réunion~~ d'ens. de Φ est réunion d'ens. disjoints de Φ

Phratrie a priori : f. étagées forment espace linéaire. Si $\alpha \geq 0$ est définie et additive sur Φ, on définit L_α pour f. étagées ; L_α est linéaire.

On va supposer : Φ d'ens. rel. compacts, telle que tt compact puisse être recouvert avec n. fini d'ens. de Φ arb. petits ; — donc recouvert ss pts communs.

Intégrale d'une $f \in \mathcal{C}$ [défin. de $\mathcal{C}$ (esp. linéaire)] : limite unif. de fonctions étagées. D'où $L(f)$ sur $\mathcal{C}$, linéaire, avec $L(f) \geq 0$ pour $f \geq 0$, et

$$(1) \qquad |L(f)| \leq L(|f|)$$

[Rem : L est croissant) ~~inégalité~~

Probl : (partir de là a priori, et) étendre L à d'autres fonct., et en partic. en déduire mesure de tous ens. « mesurables » [exemple]

19-2-40 — Méthode : "prolonger" L en N pour toutes f. ≥ 0 (pouvant être $+\infty$), ~~puis, pour f telle $N(f_1) \leq N(f_2)$ si $f_1 \leq f_2$, norme~~ avec
(N est croissant)

$$(2) \quad \begin{cases} N(af) = a\,N(f) \\ N(f_1+f_2) \leq N(f_1) + N(f_2) \end{cases} \qquad (N \text{ peut être } \infty)$$

Pour f telle que $N(|f|) < +\infty$, ~~métrique~~ norme ; L est unif. continue sur $\mathcal{C}$, donc se prol. sur $\overline{\mathcal{C}}$, ~~est vrai par continuité~~. [$\overline{\mathcal{C}}$ est ss-esp. linéaire]. F. sommables, ens. mesurables. Si $f \in \overline{\mathcal{C}}$, $|f| \in \overline{\mathcal{C}}$ [car si $f = \lim g$, $|f| = \lim |g|$]
D'où (1) par continuité. Inég. de la moyenne.

Rem. — $f \in \overline{\mathcal{C}}$ si $f^+ \in \overline{\mathcal{C}}$ et $f^- \in \overline{\mathcal{C}}$.

Remarque : plus. solutions possibles au problème ← $\boxed{\text{Défin. de N}}$ — $\mathcal{I}$ = f. s.c.i (≥ 0)

$$f \in \mathcal{I}, \quad N(f) = \overline{\text{borne}}\ L(g) \quad (0 \leq g \leq f,\ g \in \mathcal{C})$$

($N(f) = +\infty$ éventuelt). [$N = L$ sur $\mathcal{C}$]

— φ quelc., $N(\varphi) = \underline{\text{borne}}\ N(f)$ ($f \in \mathcal{I}$, $f \geq \varphi$)

N est croissant ; $N(af) = a\,N(f)$ vrai.

$N(f_1+f_2) \leq N(f_1) + N(f_2)$: suf. dém. pour $f_1 \in \mathcal{I}$, $f_2 \in \mathcal{I}$.

Lemme. fam. $\mathcal{F} \subset \mathcal{I}$, semi-ord. ; alors

$$N\Big(\overline{\text{borne}}_{f \in \mathcal{F}}\ f\Big) = \overline{\text{borne}}_{f \in \mathcal{F}}\,(N(f))$$

Coroll. — $f_1 = \overline{\text{borne}}\ \varphi_1$, $f_2 = \overline{\text{borne}}\ \varphi_2$, $f_1 + f_2 = \overline{\text{borne}}\ (\varphi_1+\varphi_2)$

$$N(f_1+f_2) = \overline{\text{borne}}\ N(\varphi_1+\varphi_2), \text{ d'où}$$

$$N(f_1)+N(f_2) \geq N(\varphi_1)+N(\varphi_2) \geq N(f_1+f_2) - \varepsilon . \quad \text{C.Q.F.D.}$$

Inég. inverse ; d'où égalité pour f_1 et $f_2 \in \mathcal{I}$.

Dém. du lemme : si $\varphi \in \mathcal{C}$, $\varphi \leq \overline{\text{borne}}_{f \in \mathcal{F}}\ f$, alors

$$L(\varphi) \leq \overline{\text{borne}}\ N(f) \quad [\text{éviter } f - \varphi \leq -\varepsilon]$$

26

Ex. de f. sommables

1° $f \geq 0$, $f \in \mathcal{I}$, $N(f)$ finie

2° différ. de 2 f. de $\mathcal{I}$; ex : g s.c. supᵗ, nulle en dehors d'1 compact.

21-2-40 Caractérisation des f. som. ≥ 0 (rédaction) : $g \leq f \leq h$ [$g \in \mathcal{L}$, $h \in \mathcal{I}$, $N(g) - N(h) < \varepsilon$] [prendre $\varphi \in \mathcal{L}$, $\varphi \geq g$]

1° suf. 2° néc.

Ex. d'ens. mesurables [: 1° ouverts rel. compacts ; 2° compacts.

Exercice : ~~ens. mesurables~~ caractér. des ens. mesurables par ouverts contenant et compacts contenus. – Cas particulier : mes. ouvert = borne mes. compacts contenus, etc...

Théor. : tt compact peut être rec. avec n. fini d'ens. mesur. arb. petits.

Conséq : f. étagées sur ens. mesurables, partout denses ds $\mathcal{L}$, donc dans $\mathcal{L}$. Reconstitution de l'intégrale à partir de mesure.

~~Cas particulier de la droite~~

Rem. fondam. : suffit con. μ sur sous-famille ; ex. : cas où l'on part d'une α. Cond. néc. et suff. [~~sans dém.~~] ; reconst. de la mesure

Ex : aire dans le plan, par carrés semi-ouverts.

~~Propriétés de l'intégrale~~

Propriétés de l'intégrale et de la mesure.

$f_i \geq 0$, $N\left(\sum_{i=1}^{\infty} f_i\right) \leq \sum_{i=1}^{\infty} N(f_i)$.

[Suf. dém. pour $f_i \in \mathcal{I}$.]

Propriétés des f. négligeables.

; $\sum_i$ f. négl.

Ens. négligeables (de mesure nulle) ; partie d'1 ens. négl. ; (Cond : $\varphi = \begin{cases} +\infty \text{ sur } E \\ 0 \text{ sur } \complement E. \end{cases}$

réunion (dém.) de ens. négligeables.

Cond. néc. et suf. pour f négligeable : pts où $f \neq 0$.

[1° suff. ; 2° néc.]

26-2-40

Théor. – Si $\sum_n N(|f_n|) < +\infty$, $\sum |f_n(x)|$ est abs. conv. pour tt x (sauf négl.), et $f = \sum f_n$ est lim. pour norme.

Applic : 1° $\bar{\mathcal{L}}$ est complet.

Traduire pour ensembles mesurables.

oui

~~Théor. 2° cas où f_n, $f_n \in \bar{\mathcal{L}}$: limite suite croissante~~

cas de suite décrois. de $f_n \in \bar{\mathcal{L}}$. ; cas $f_n \geq 0$.

~~Théor. Si f_n, $|f_n| \leq g$ ($g \in \bar{\mathcal{L}}$)~~

3° $f \in \bar{\mathcal{L}}$ ∼ $g - h$ ($g \geq 0$, $h \geq 0$ lim. suites crois. de $\mathcal{L}$) ($g \in \mathcal{I}$, $h \in \mathcal{I}$)

[appl : ens. mesurables]

4 Théor. – Si $f_n \in \bar{\mathcal{L}}$, $|f_n| \leq g$ ($g \in \bar{\mathcal{L}}$), $\lim f_n(x)$ existe pour tt x, $f = \lim f_n \in \bar{\mathcal{L}}$, $I(f) = \lim I(f_n)$

Dém : 1° $f = 0$; 2° cas général.

Complément : caractér. des f. sommables à partir ens. mesurables ; procédé de Lebesgue.

[V ~~Applications~~ : ~~Séries~~] 27

~~V. - Intégrales doubles~~ $\iint f(x,y)\,dx\,dy$. [aire ds le plan]

(1) $\iint f\,dx\,dy = \int g(x)\,dx$, $g(x) = \int f(x,y)\,dy$

(1) vrai pour f. étagée sur carrés ; donc pour $f \in \mathcal{C}^+$.
(1) vrai pour $f \in \mathcal{J}^+$ (intégrales infinies tout[t]).
Si $f \geq 0$ négligeable, $g(x) = 0$ sauf pour ens. négligeable ; conclusion.
(1) toujours vrai.
Applic. : calcul de l'aire.
Général. à plus. variables.

[Intégrale de fonct. à valeurs ds un $\mathcal{E}$ normé complet ; intégr. p. rap. à mesure non ≥ 0.]

Applic. - Intégrales simples ou doubles sur ens. non borné, ou de f. non bornées.

V

Suite de p. 26

26-2-40

Applic. - $f_i \in \overline{\mathcal{C}}$, $\sum L(|f_i|) < +\infty \rightarrow f(x) = \sum_i f_i(x)$ finie (sauf sur ens. négl.), $f \in \overline{\mathcal{C}}$, $L(f) = \sum L(f_i)$
Cas partic. : suite croissante de $g_i \in \overline{\mathcal{C}}$, $L(g_i) \leq M$;
~~cas suite décroissante ≥ 0.~~
[ex, $g_i \leq h \in \overline{\mathcal{C}}$] ; cas suite décr. de $g_i \geq 0$

Suites de Cauchy de $\overline{\mathcal{C}}$: suite partielle donnant série norm. conv. $\rightarrow$ suite part. converge presque partout vers $f \in \overline{\mathcal{C}}$.
$\overline{\mathcal{C}}$ est complet
$f \in \overline{\mathcal{C}}$ $\sim$ $g - h$ (g et h lim. suites crois. de f. étagées ≥ 0, ou de f. de $\mathcal{C}^+$)
Traduire pour ens. mesurables.

Th. de Lebesgue. - Suite f_n telle que $\lim f_n(x)$ existe presque partout, avec $|f_n| \leq g \in \overline{\mathcal{C}}^+$, est de Cauchy ; d'où $f \in \overline{\mathcal{C}}$, $L(f) = \lim L(f_n)$.
Dém : 1° $f \equiv 0$; 2° cas général.

Caract. des f. som. par ens. mesurables : procédé de Lebesgue.

Extension : intégrale de fonct. à val. ds $\mathcal{E}$ normé complet, par rap. à mesure positive - Partir des f. étagées sur ens. pt[?] infin.
(1) $|L(f)| \leq L(|f|)$; $N(|f|)$, norme.

28

L sur $\overline{\mathcal{C}}(\mathcal{E})$; (1) sur $\overline{\mathcal{C}}(\mathcal{E})$. Fonct. négligeable. Série $\sum_i f_i$ telle que $\sum_i N(|f_i|) < +\infty$; applic. (voir ci-dessous)

[illegible]

Intégrales doubles $\iint f(x,y)\,dx\,dy$.

Aire dans le plan. — Formule

$$\int dx \int f(x,y)\,dy = \iint f(x,y)\,dx\,dy \quad \text{pour } f \text{ étagée sur carrés}$$

Puis pour $f \in \mathcal{C}$. Notation $\overline{\int} f\,dy$, $\overline{\int} g(x)\,dx$, $\overline{\iint} f\,dx\,dy$.

Si $f \in \mathcal{J}^+$, $f = \overline{\lim}_{\varphi \in \mathcal{C}^+} \varphi$,

$$\overline{\int} f\,dy = \overline{\lim} \int \varphi\,dy, \quad \overline{\int} dx \overline{\int} f\,dy = \overline{\lim} \int dx \int \varphi\,dy = \overline{\lim} \iint \varphi\,dx\,dy = \overline{\iint} f\,dx\,dy.$$

[Cas où $\overline{\iint} f\,dx\,dy < +\infty$]

Si $f \geq 0$ quelc.

$$\overline{\int} dx\, \overline{\int} f\,dy \leq \overline{\iint} f\,dx\,dy$$

Applic : f négligeable $\rightarrow \overline{\int} f\,dy$ nulle sauf sur ens. (x) de m. nulle ; donc $f = 0$ sauf sur ens. (y) de m. nulle.

Pour f sommable quelc. $f \sim \sum_i f_i$, $\sum_i \iint |f_i|\,dx\,dy < +\infty$, $\iint f\,dx\,dy = \sum_i \iint f_i\,dx\,dy$

~~$\iint f$ $\int dx$ $\int f\,dy = \sum_i \int f_i\,dy$ sauf (x) ens. nulle.~~

~~$\sum \int$. $\sum_i \left|\int f_i\,dy\right| \leq \sum_i \int |f_i|\,dy < +\infty$ sauf x ens. nulle~~

~~Donc $+\infty > \iint \left(\sum_i |f_i|\right) dx\,dy = \int dx \int \left(\sum_i |f_i|\right) dy \geq \int dx \left|\int \left(\sum_i f_i\right) dy\right|$~~

Pour ch. x (sauf..) $\sum_i \int |f_i|\,dy < +\infty$; donc $\int f\,dy$ existe $= \sum_i \int f_i\,dy$

Poser $g_i = \int f_i\,dy$, $|g_i| \leq \int |f_i|\,dy$.

$$\sum_i \int |g_i|\,dx \leq \sum_i \int dx \int |f_i|\,dy = \sum_i \iint |f_i|\,dx\,dy < +\infty$$

Donc $\int dx \int f\,dy = \sum_i \int dx \int f_i\,dy = \sum_i \iint f_i\,dx\,dy = \iint f\,dx\,dy$.

Applic : calcul des aires, — des volumes.

28-2-40 — Intégrale indéfinie.

Si E mesurable, f som., $f\varphi_E$ est som.

$$L(f\varphi_E) = \int_E f\,|\,\mu = \nu(E) \text{ ; mesure, car}$$

$$\mu(E) < \eta \rightarrow \nu(E) < \varepsilon. \text{ [évident si } f \text{ bornée]}$$

Le prod. d'1 fonct. som. par 1 f. som. bornée est sommable [prendre suite de f. étagées bornées]

Théor. $\int g\,|\,\nu = \int g f\,|\,\mu$ (f et g μ-som., f bornée) (g = lim. f. étagées)

29

Intégrale de f. qui dép. d'1 paramètre α (réel pour simplifier)

Notation $F(\alpha) = \int f(x,\alpha)\,dx$, mais généralité

Th. – Si $|f(x,\alpha)| \leq g(x)$ som. pour α voisin de α_0, $F(\alpha)$ continue pour α_0. [$f(x,\alpha)$ uniformément sommable]

Th. – Si $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$, continue en α, ~~est sommable pour mesure produit~~ avec $\left|\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right| \leq h(x)$ som. pour α voisin de α_0,

alors $F'(\alpha) = \int \frac{\partial f}{\partial \alpha}\,dx$.

Lemme. – Si $f(x,\alpha)$ sommable pour tout α, ~~donc~~ $|f(x,\alpha)| \leq g(x)$ som.

et si $\lim\limits_{\alpha \to \alpha_0} f(x,\alpha) = 0$ pour tt x, ~~soit~~

alors $\lim\limits_{\alpha \to \alpha_0} \int f(x,\alpha)\,dx = 0$

Partir de $\left\{\frac{f(x,\alpha) - f(x,\alpha_0)}{\alpha - \alpha_0} - \frac{\partial f}{\partial \alpha}(x,\alpha)\right\} \doteq \varepsilon(x,\alpha)$

Applic. particulières de théorie générale.

Fonctions (réelles) sur droite réelle : f. continue (ou cont. par morceaux) sur interv. non compact [exemples]

1er cas : f cont. pour $0 < x \leq a$; $f = \lim f_n$, $|f| = \lim |f_n|$

cond. de sommabilité : intégr. absol. conv. ; décomp. $f^+ - f^-$.

$\int_0^a = \lim \int_\varepsilon^a$; calcul avec primitive.

Cas $f(x) = x^\alpha$; princ. de comparaison

2e cas : f cont. pour $a \leq x < +\infty$. Id. Cas x^α

Cas $-\infty < x < +\infty$

Compar. avec séries qd $f > 0$ décroissante.

Combin. des 2 cas ci-dessus ; ex. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 - 1}}$

Intégrales simplt convergentes (ou semi conv.) – Déf. – Théor.

pour $\int^{+\infty} \varphi(x) \sin x\,dx$, cas $\varphi(x) = \frac{1}{x}$; $\int_0^{+\infty} \sin x^2\,dx$

Fonctions de 2 var. réelles pour $\iint f\,dx\,dy$.

4-3-40 f continue sur ouvert U par ex. ; $U = \overline{\lim}$ A compact (ex : limite suite croissante) ~~(ex : lim. suite croiss.)~~. $\iint_A f\,dx\,dy$. Cond. d'abs. convergence.

Ex : $\iint \frac{dx\,dy}{(x^2+y^2)^\alpha}$ pour $x = y = 0$; $\iint \frac{dx\,dy}{y^\alpha}$ pour $y = 0$.

$\iint e^{-(x^2+y^2)}\,dx\,dy$ pour $-\infty < \left\{\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right\} < +\infty$

Différ. sous le signe $\int$: $F(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \frac{\sin x}{x}\,dx$

Continuité pour $0 \leq \alpha \leq +\infty$ [pas critère général pour $\alpha = 0$]

Dérivation ; $F'(\alpha) = -\frac{1}{1+\alpha^2}$. Achever.

30

Intégrale par rap. à mesure non positive

Espace $\mathcal{C}$ des val. des mesures ; norme $|\;|$

(ex : mesures réelles) – Fonctions réelles (général ?)

Prendre $\mu(E)$ add. sur Φ fond., avec cond. $|\mu(F)| < \varepsilon$ pour …

Préliminaires – Phratrie Φ, $\mu(E)$ additive, $|\mu(E)| = \alpha(E)$

F. convexe : $\alpha \geq 0$, $\alpha(\emptyset) = 0$, $\alpha(E_1 \cup E_2) \leq \alpha(E_1) + \alpha(E_2)$ (exemples) pour $E_1 \cap E_2 = \emptyset$

Probl. (comme pour f. à var. bornée avec intégr. Stieltjès) : $V(E)$ add. $\geq \alpha(E)$

Cond néc : $\sum \alpha(E_i)$ borné. – Elle est suffisante (définir $\beta(E)$, montrer add.) –

~~Cas Φ fond. sur ens. compact … $[\alpha(F) < \varepsilon, \ldots]$: plus petite mesure $\geq \alpha$ … cond. pour α]~~

Retour à une mesure non ≥ 0

Si $\mu(E) = \int_E f\, \xi$ (mes ≥ 0)

$\beta(E) = \int_E |f|$

Dém : 1° pour g étagée ; 2° $\int |f-g| < \varepsilon$

Déf : mesure si $|\mu|$ satisf. à cond. suppl. ci-dessus. ~~avec 2 cond. ci-dessous~~

D'où mesure associée $\beta \geq 0$ – Théor : $\beta(E) = \lim \sum_i |\mu(E_i)|$ le démontrer.

[Inverse si μ réelle, $\mu = \beta - \gamma$]

Intégrale L_β ; N_β.

L_μ pour f. étagées sur Φ

$$(1) \quad |L_\mu(f)| \leq L_\beta(|f|)$$

L_μ se prolonge aux f. β-sommables (avec norme N_β) ; en partic., $f \in \mathcal{C}$. Ens. mesurables. (1) à la limite.

Cas où μ réelle $= \beta - \gamma$.

F. négligeables, ens. mes. nulle.

Extension théor. de Lebesgue et autres.

Intégrale indéfinie d'une f. bornée ; mesure ν ; formule

$$\int g | \nu = \int g f | \mu.$$

6. 3-40 ~~14~~

~~Retour aux α convexes sur Φ fond. (sur loc. compact)~~

~~Cas où $\beta(E) = \lim \sum \alpha(E_i)$ pour diam. $(E_i) \to 0$~~

~~[Cond. suffis. $|\alpha(E) - \alpha(F)| < \varepsilon$ pour F suf. voisin de E]~~

~~Ex. $\alpha = |\mu|$~~ Intégrale d'une $f \in \mathcal{C}$ –

Remarque – Alors $L_\beta(f) = \lim \sum_i f(\xi_i)\, |\mu(E_i)|$ pour $f \in \mathcal{C}$.

~~…~~ $\beta(E) = \lim \sum_i |\mu(E_i)|$

Intégrales $\int \varphi(t)\, d\sigma$

~~…~~

Ex. – Si ~~$x'(t)$ continue~~,

$\beta(E)$ ~~$= \int |x'(t)|\, dt$~~

si $x(t) = \int x'(t)\, dt$

$\beta(E) = \int_E |x'(t)|\, dt$ (explicitement)

Intégrale $\int \varphi\, d\sigma = \int \varphi\, |x'|\, dt$

introd. ens. μ, β, γ

Ex, rectification des courbes : not. $x = f(t)$ continue [interv. compact t] (repr. paramétr. équiv.) – $x_2 - x_1 =$ mesure μ de l'arc [c'est bien une mesure]

α (interv.) $= |$~~corde~~ $\mu|$ (corde) ; convexité.

~~Cour~~ C. rectifiable … cond. x_i à var. bornée.

β. Dém : β est mesure [s'étend à ens. mesurables]

31

Intégrales de formes différentielle

~~Prélimin. sur l'esp. euclidien.~~ — ~~Orientation~~

Vol. d'1 pavé orienté construit sur n vecteurs : forme n-lin. alternée ; prop. à $x_1\wedge x_2\wedge\dots\wedge x_n$ ... détermin. des composantes. Effet d'1 subst. linéaire (rap. de 2 vol. homologues)

Choix d'1 unité de volume orienté : 1° orient. de l'espace ; 2° repère orth. unitaire par forme quadr. déf. > 0. — Carré du vol. = discrim. de (en $X_1,\dots,X_n$)

$g(x_1X_1+\dots+x_nX_n) = |f(X_i,X_j)|$

D'où : vol. d'1 pavé à p dim. ds l'esp. à n avec métrique ; ~~cas n=3, p=2~~.

p-vecteurs : ~~égalité, addition~~ composantes ; volume (norme) ; équivalence. p-vect. opposés.

Forme p. lin. alt. = f. lin. des coord. d'un p-vecteur.

Cas où x = f. lin. de $u_1,\dots,u_p$: dét. fonctionnels uncomp.

Intégrale $\iint\omega$. $\omega = \sum_{i<j} a_{ij}(x)\, dx_i\wedge dx_j$

Paramètres u et v (rectangle) ; partage ; bivecteurs ...

$$\delta x_i\,\Delta x_j - \delta x_j\,\Delta x_i = \left[\frac{\partial(x_i,x_j)}{\partial(u,v)}+\varepsilon\right]\left[\delta u\,\Delta v - \delta v\,\Delta u\right]$$

aire orientée

D'où limite $\iint a_{ij}\frac{\partial(x_i,x_j)}{\partial(u,v)}\,du\,dv$; caract. invariant. Règle pratique.

ce que dev. forme en u et v

Cas parti. : chang. de ~~variable~~, dét. fonct. comme rap. ~~de volumes~~ d'aires.

Général : ~~évidente~~ à p dim. ; évidente. — Mesure $dx_i\wedge dx_j$.

~~Théorème de Stokes (pour un pavé)~~

Théorème. — Si x = f. des y (y f. de u et v), $\iint\omega$ est le même pour forme init. et forme transformée [à cause de transitivité]

Théor. de Stokes (pour un pavé) : $\int\omega = \iint D\omega$. Préciser orient. frontière. Rem. : avec repr. paramétriques. Suffit

$\int P\,dx = +\iint \frac{\partial P}{\partial x}\,du\,dv$. Applications (explicites)

1ère vect. extér. les autres ft repère direct

~~Variétés générales : ... coord. locales, passage d'1 syst. à 1 autre.~~

Aire d'une surface (à 2 dim. ds esp. à 3) $\iint dy\,dz$, $\iint dz\,dx$, $\iint dx\,dy$

Plus petite ... ≥ 0, $\geq$ à ... $\iint\sqrt{\dots}\,du\,dv$

$= \sqrt{EG-F^2}\,du\,dv$ ...

32

~~[illegible]~~

Intégrales $\iint \omega$ (ω du 2^d degré)

~~$\omega(x_i$~~ Variables x_i ; f. de u et v (rectangle)

Suf. définir $\iint a\, dx\, dy$ [a, x, y f. de u et v] pts plan u, v

Limite $\sum_i a_i (\delta_i x\, \Delta_i y - \delta_i y\, \Delta_i x) = \iint a \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ ~~du dv~~ dS

Mesure ; mesure ≥ 0 associée. Extension à ens. mesurable quelconque.

$\iint a\, dx\, dy =$ intég. de a par rapp. à mesure $\iint dx\, dy$

11-3-40 — Théorème : $\iint dx\, dy = \int x\, dy$ pour rectangle D ~~(ou domaine de rectangle)~~

~~Cas. dém. pour rectangle~~. – ~~Intégr. : mesure rapp. de la mesure~~.

1° $\int u\, dv =$ aire du rect. ~~(cas où $x = u$, $y = v$; évident)~~

Dém : (évat. appr. de $\int x\, dy$ pour petit rectangle de rep. de dim. ≤ 2. Passage à la limite $\int x\, dy = \iint \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ ~~du dv~~ dS

Invariance de $\iint$ ~~dxx~~ $a\, dx\, dy$ par ch. de param. : intégrale par rap. à mes. $\iint dx\, dy$, qui est invar., car $\int x\, dy$.

Ch. de variables – $\iint dx\, dy$ ne ch. pas [$\int x\, dy$] ; donc $\iint a\, dx\, dy$ non plus, donc $\iint \omega$ non plus.

Théorème : ω_1 du 1^er degré $\int \omega_1 = \iint D\omega_1$

Intégrales de surface. – x, y, z f. de u et v pts (rectangle) (plan tangent.

Orientation ; bord

$\omega = P\, dy\, dz + Q\, dz\, dx + R\, dx\, dy$, d'où $\iint \omega$ indép. de repr. param.

si $\Omega = A\, dx + B\, dy + C\, dz$, $\int \Omega = \iint D\Omega$; ~~Sto~~ expliciter.

Aire d'une surface – $\iint dy\, dz$, etc. ; effet des ch. de coord. rectang. (interpr. géom.)

Cas d'1 corresp. biunivoque entre morceau du plan (x,y) et rect. du plan (u,v)

$\iint dx\, dy$ est l'aire orientée ; car c'est vrai pour rectangles : $\int x\, dy$

D'où notation [illegible] ; ~~$\iint dx\, dy$~~, rap. de 2 aires homologues.

Théor. général (pour dom. applicable sur rect.) : $\iint dx\, dy = \int x\, dy$

33

Intégrales $\iint \omega$ (ω forme diff. de 2ᵉ degré)

2 var. réelles u, v; ~~[illegible]~~ carré.
x et y f. cont. diff. de u et v [à valeurs ?]
Définir mesure $\iint dx\,dy$ [pour ens. mesur. pour l'aire],
Défin : pour réunion finie de carrés, $\int x\,dy$ [sens de parcours] ; additif.
En outre $\left|\int x\,dy\right| \leq K$ aire. Conclusion.

Théor. – Si D est limité par C rectifiable, $\iint_D dx\,dy = \int_C x\,dy$.
[Coroll : $\iint dx\,dy$ ne change pas si on change repr. param.]
préciser Dém. – Quadrillage ; périm. total des carrés renc. C est borné, donc aire totale $\to 0$. Conclure : $\left|\int_C x\,dy - \int_{C_n} x\,dy\right| < \varepsilon$, etc...

~~Théor~~ $\iint dx\,dy = -\iint dy\,dx$

$\iint d(x_1+x_2)\,dy = \iint dx_1\,dy + \iint dx_2\,dy$: f. bilin. alternée.
Cas particulier : $\iint du\,dv$ = aire, car $\int u\,dv$ = aire pour carré.

Défin. de $\iint a\,dx\,dy$: intégr. p. r. à mesure.

Th. – Si $x\,(X_1, X_2, X_3)$ $\mathcal{E}$, $\iint dx\,dy = \sum_i \iint \frac{\partial x}{\partial X_i}\,dX_i\,dy$.
Dém. : pour réunion de carrés.

~~Coroll : appl. de règle à y~~
Coroll : $\iint a\,dx\,dy = \sum_i \iint a \frac{\partial x}{\partial X_i}\,dX_i\,dy$

Appl. de règle à y.
$$\iint a\,dx\,dy = \iint a \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\,du\,dv \quad \text{(intégr. ordinaire)}$$
Appl : ch. de var. pour intégr. ordinaires ; rapp. de 2 aires inf. petites.

$\iint \omega$: défin., calcul ; invar. par ch. de variables ;
th. de Stokes.

13-3-46

Intégrales de surface.
* x dans E^n ; $x(u,v)$ continûment différ. (du carré)
[Image courbe rectifiable ?] Repr. param. diff. : corresp. entre par.
ω 2ᵈ degré définie au vois. de S. $\iint \omega = \iint$ de ce que dev. $\omega(u,v)$
Invariance : pour jacobien > 0. D'où : $\iint \omega$ définie pour S orientée
Ω 1ᵉʳ degré diff. au vois. de S : ~~th~~ intégr. curv. pour courbe rect. sur S. Théor. de Stokes. – Expliciter pour 3 dimensions

34

Dans E^n :

Aire d'une surface — ~~$z(u,v)$ toujours ;~~ forme quadr., base orth. et unitaire, coord. x_i. Interpr. de $x_i x'_j - x_j x'_i$ [coord. d'un bivecteur ; k aire du parall.]

Aire (orientée) en proj. pour S : $\sigma_{ij} = \iint dx_i\,dx_j$ (concorde, car c'est aire orientée si corresp. birat.). Vecteur défini par σ_{ij}, subst. orth., invariance de la norme.

~~Plus petite mesure ≥ norme~~ $\sigma_{ij} = \iint A_{ij}\,du\,dv$, plus petite mes. ≥ norme est $\iint |A|\,du\,dv = \iint \sqrt{\sum_{i<j} (A_{ij})^2}\,du\,dv$. Aire. Invariance par subst. orthog.

Autre expr. de $\sqrt{\sum_{i<j} A_{ij}^2}$: rac. carrée discr. de forme quadr. (en du, dv) donnant ds^2.

Expliciter pour $n = 3$: $d\sigma = \sqrt{A^2+B^2+C^2}\,du\,dv = \sqrt{EG-F^2}\,du\,dv$

Cas surf. de révol.

aire ~ à proj. aire sur plan tangent.

Si $A^2+B^2+C^2 \neq 0$, cos dir. ~~du plan tang.~~ de normale orientée.

Intégrales $\iint f\,d\sigma$: calcul $\iint f \sqrt{}\,du\,dv$. Ex :

$$\iint \cos\alpha\,d\sigma = \iint dy\,dz$$

$$P\,dy\,dz + Q\,dz\,dx + R\,dx\,dy = (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma)\,d\sigma \;;$$

mesure-flux ; interpr. Stokes.

Intégration sur une surface orientée générale (compacte) (surf.-régulière)

Brèves indic., avec triangulation (sans aucune dém.). ~~Référ. à Poincaré pour l'...~~

Recom. ce qui précède ; insister sur Stokes et courbe frontière.

Intégrales de formes diff. de degré p.

1-4-40 Théorie : récur. sur p. Exposer $p = 3$.

Reprendre comme p. 33, jusqu'à « intégr. de surf. » exclu.

~~Aussi~~ Puis : notion générale de variété (orientée) à 3 dim. (de esp. à n)

Intégrales $\iiint \omega$ sur une telle variété ; th. de Stokes.

Volume (à 3 dim.) : $\iiint \sqrt{\sum_{i<j<k} (A_{ijk})^2}\,du\,dv\,dw$.

Formes primitives d'une forme différ.

Probl. : ω^p (au vois. de 0) ; ~~trouver~~ Ω^{p-1}, $D\Omega^{p-1} = \omega^p$

Cond. néc. : $D\omega^p = 0$. Annoncer : suff. — Coroll. : sol. générale. [ex : $p = 1$, $p = 2$]

Réciproq. : ~~$\omega^p = 0$ néc. et suf. pour~~ Pour $\omega^p = 0$, néc. et suf. $\int \omega^p = 0$ pour tt morceau régulier S^p.

Pour ∃ $D\Omega^{p-1} = \omega^p$, faut et suf. $\int_{(S^p)} \Omega^{p-1} = \int_{S^p} \omega^p$ pour ∀ S^p.

[Ex : $p = 1$]

Retour au probl. : ω^p donné, $\int \omega^p = 0$ pour bord d'une V^{p+1}.

1er cas $p = 1$: $f = \Omega^0 = \int_0^1 \omega^1(tx)\,dt$. Expliciter. Même résultat avec chemin quelc.

B.11 Plan du cours de CDI de René de Possel en 1940–1941

Plan établi à partir du cours [Pos41]. Il est étudié dans la sous-section 11.3.1. Ce cours contient une table des matières qui ne correspond ni à la police, ni aux feuilles originales, ni aux titres dans le texte, voir l'image ci-dessous. J'ai donc établi un nouveau plan.

Les chapitres sont marqués comme tels. Pour le reste c'est un peu plus compliqué car la mise en page n'est pas homogène au sein d'un chapitre et entre les chapitres. On pourrait supposer que les sections ont des titres en majuscules qui sont centrés et généralement soulignés, et les sous-sections des titres en majuscules, généralement soulignés, mais qui ne sont pas centrés. Cela donne cependant un syllabus très lacunaire et inhomogène. J'ai donc mis tout ce qui est en majuscule comme sections. Les phrases soulignés qui semblent désigner le début d'une sous-sections ont été rapportées comme telles. Plusieurs cas sont soumis à interprétation. Afin d'avoir une méthodologie la plus constante possible, j'ai choisi de ne pas considérer des phrases ou mots qui semblent soulignés pour leur importance dans le texte. C'est le cas, en particulier, des définitions, théorèmes, démonstrations, exemples [44], etc.

Chapitre I. Ensembles.

Section	Sous-section
Propriété, ensemble	
Partie, ensemble vide	
Fonctions	
	Prolongement. Restriction.
	Notation indicielle
Produit de deux ou plusieurs ensembles	
Relation d'équivalence	
Opérations sur les ensembles parties [d'un ensemble fondamental] E	
	Réunion et intersection de plusieurs ensembles [45]
Ensembles équipotents	
Ensembles finis et dénombrables	

Chapitre II. Elements d'algèbre.

Section	Sous-section
Lois de composition	[46]
	Qualités d'une loi de composition
	Unité
	Inverse d'une élément a

44. C'est la situation la plus compliquée. Dans certains cas, les exemples pourraient réellement être considérés comme des sous-sections. Pour limiter les interprétations subjectives, je les ai donc retirés : cela ne change pas fondamentalement le syllabus mais il faut quand même le prendre en compte dans des analyses.

45. Dans l'absolu, c'est directement deux définitions mais il fixe quelques notations avant de les donner.

46. Définitions pourrait être le titre de la sous-section... mais celle-ci commence effectivement par une définition. Je ne mentionnerai plus ces cas par la suite.

	Isomorphie
	Homomorphie
Groupes	
Groupes de transformations	
	Groupes cycliques
Anneau	
Corps	
Corps des nombres complexes	

Chapitre III. Algèbre linéaire.

Section	Sous-section
Espace vectoriel	
Sous-espace vectoriel d'un espace V	
	Vecteurs dépendants et indépendants
	Espace engendré par un nombre fini de vecteurs
	Base
	Isomorphie
Changement de base	Formules de changement de base
	[(ou de système de coordonnées)]
	Matrice carrée
	Changement de coordonnées réciproque
Système de vecteurs	
	Rang d'un système de vecteurs
Formes linéaires	
	Expression d'une forme par rapport à une base
	Isomorphie de V et V^*
	Changement de base
	Dualité
	Définition d'un sous-espace par des formes égales à zéro
	Correspondance entre sous-espaces de V et V^*
	Transformation par dualité par rapport à une base
Equations lin2aires [*sic*]	
	Multiplicateurs de Lagrange
Transformations linéaires	
	Produit de deux transformations linéaires
	Produit de deux applications de V dans lui même

Chapitre IV. Algèbre multilinéaire.

Section	Sous-section
Algèbre tensorielle[47]	
	Contraction
	Symétrie des tenseurs

47. « Algèbre tensorielle » fait peut-être partie du nom du chapitre mais le mettre en nom de section.

Algèbre extérieure. Déterminants.	[48] Définition des éléments extérieurs de degré p
	Produit d'un élément de degré p par un élément de degré q
	Commutativité
	Changement de base
	Eléments décomposables de degré p ou p-vecteurs
Correspondance entre p-vecteurs non [nuls, et sous-espaces E^p à p dimensions]	
	Relations entre tenseurs et éléments extérieurs
Formes extérieures	
	Correspondance entre formes extérieures et sous-espaces
Déterminants	
	Propriétés des déterminants
Résolutions d'un système [de n équations à n inconnues]	
	Valeur prise par une forme extérieure de degré p pour [un p-vecteur $\overrightarrow{V_1} \wedge ... \wedge \overrightarrow{V_p}$]
	Echange des lignes et colonnes dans un déterminant
	Développement d'un déterminant
Formes quadratiques	
	Correspondance entre forme bilinéaire symétrique [et forme quadratique]
	Vecteurs conjugués par rapport à une forme bilinéaire [symétrique ou par rapport à la forme quadratique] [correspondante]
	Forme induite
	Sous espace conjugué d'un vecteur $\overrightarrow{x}$
	Réduction d'une forme quadratique g
	Cas du corps des réels
	Loi d'inertie
Espace vectoriel euclidien	Transformations orthogonales
	Matrice d'une transformation orthogonale T, [rapportée à une base normale]
	Autodualité de l'espace vectoriel euclidien
	Pavé, notion d'étendue
	Autre expression de cette étendue
	Réduction d'une forme quadratique, par substitution [orthogonale]
	Espace linéaire
	Cas euclidien
	Espace projectif P^n

Chapitre V. Ensembles ordonnés.

Section	Sous-section
	Relation d'ordre
	Majorant
	Maximum
	Borne supérieure
	Ensemble ordonné filtrant à droite (ou à gauche). [Ensemble réticulé à droite (ou à gauche).]

48. Seulement une seule phrase d'introduction.

	Intervalles d'un ensemble totalement ordonné
	Groupes commutatifs ordonnés
	Eléments positifs et négatifs
	Addition des inégalités membre à membre
	Groupe réticulé
	Quelques définitions et relations dans un groupe réticulé
Groupe archimédien. Nombres réels.	
	Groupe discret et non discret
	Notion de limite dans un groupe archimédien non discret
	Limites et inégalités
Groupe archimédien complet	
	Propriétés des groupes archimédiens complets
	Eléments dyadiques
	Existence d'un groupe archimédien complet
	Définition d'un ordre dans E
	Définition de l'addition dans E
Corps des nombres réels	
	Groupe multiplicatif des nombres réels positifs.
	[Logarithme et exponentielle.]
	Correspondance entre points d'une droite et nombres réels
	Symboles $\pm\infty$
	Relations de multiplication

Chapitre VI. Topologie.

Section	Sous-section
	Base de filtre
	Bases de filtres équivalentes
Filtre	
	Filtre plus fin qu'un autre
	Filtre induit
	Image d'une base de filtre
	Filtre produit
Topologie	Définition d'un espace topologique. Voisinages.
Ensembles ouverts	
	Ensembles fermés
	Intérieur d'un ensemble
	Adhérence
	Frontière
	Exemples. Ensembles ouverts et fermés de la droite
	[et du plan. Ensembles ouverts de la droite numérique.]
	Ensembles fermés de la droite numérique
	Topologie induite
	Espace topologique produit d'un nombre fini d'espaces topologiques
Limites	

	Point limite d'un filtre
	Unicité de la limite. Espace topologique séparé.
	Point adhérent à un filtre
	Cas d'une suite
	Valeur limite et valeur d'adhérence d'une fonction
	Définitions et notations particulières
	Continuité
Espaces compacts	
	Relation entre ensembles compacts et ensembles fermés
	Image d'un espace compact par une fonction continue
	Ensembles compacts de R^n
Connexion	
	Composante connexe

Chapitre VII. Espaces vectoriels normés.

Section	Sous-section
	Continuité d'une transformation linéaire
	Espace complet
	Critère de Cauchy
	Sous-espace topologique d'un espace vectoriel normé
	Espaces de fonction continues
	Continuité uniforme
Sommes d4une [*sic*] infinité de termes. Séries.	I. Somme d'une famille de nombres positifs ou nuls
	II. Somme d'une famille de vecteurs d'un espace
	[vectoriel normé.[49]]
Séries	
	Somme des normes
	Série double, série multiple. Somme d'une famille à
	[deux indices a_{ij} parcourant l'ensemble des entiers > 0]
	Critère de semi-convergence
Point fixe et inversion d'une transformation	
	Erreur commise en remplaçant z par x_0, évaluée
	[en fonction de $\|\|f(x_0) - x_0\|\|$]
	Inversion d'une application

Chapitre VIII. Différentielles.

Section	Sous-section
	Définitions. Fonctions tangentes.
	Différentielle
	Propriétés de la différentielle en un point
	Cas où la variable x est un nombre d'un corps K,
	[pouvant être celui des nombres réels ou]
	[celui des nombres complexes. Dérivée.]
Théorie des accroissements finis.	I. Cas d'une variable réelle
	II. Théorème des accroissements finis pour

49. La remarque entre parenthèse suivante est collée et est également soulignée : « (En particulier, de nombres réels de signe quelconque) ».

	[une variable vectorielle]
	Fonction primitive
	Limitation de la différence entre l'accroissement de
	[la fonction et la différentielle]
	Fonctions de plusieurs variables. Différentielles
	[partielle [*sic*] leur relation]
	[avec la différentielle totale.]
	Cas de n variables
	Cas où les variables x_i sont des nombres réels
	[ou complexes]
	Matrice jacobienne. Jacobien.
Inversion d'une transformation continument [*sic*]	
[différentiable. Fonctions implicites.]	1) Cas d'une transformation de
	[l'espace dans lui-même]
	2) Cas d'une transformation $y = f(x)$ de E dans
	[un autre espace F vectoriel normé complet]
	Fonctions implicites
	Application à un système d'équations
	[entre variables réelles ou complexes]
Fonctions indépendantes	
Différentielles d'ordre supérieur à un	Norme d'une transformation multilinéaire
	Différentielle seconde bilinéaire
	Différentielle quadratique
	Interversion des différentiations
	Différentielles multilinéaires d'ordre quelconque
	Différentielle polynome d'ordre n
	Fonctions de plusieurs variables $x_1, ..., x_n$
	Opérateurs différentiels et dérivés
Formule de Taylor	Cas d'une variable réelle
	Formule de Taylor
Cas d'une variable vectorielle [50]	Transformations polynomes
	Réciproque, formule de Taylor
Changement de variable. Différentielle complète	
	Différentielle complète n-ième de $f(x)$
	Différentielle polynome complète

Chapitre IX. Compléments de topologie.

Section	Sous-section
	Somme d'espaces topologiques
	Espace topologique quotient
Espace porté par un autre. Espace plongé.	
	Espace plongé
Espace étalé dans un autre	
	Procédé général d'obtention d'espace étalés
	A partir d'un espace E, construction d'un espace
	[(F, f) étalé dans E. Espace de Riemann.]
Variétés à n dimensions	

50. Exemple typique de la non-homogénéité de la présentation de René de Possel dans ce document car le *cas d'une variable réelle* est, lui, une sous-section avec la méthodologie retenue.

	Variétés étalées
	Cartes. Coordonnées locales.
	Atlas
	Composantes connexes
	Courbes. Surfaces.

Chapitre X. Variétés différentiables.

Section	Sous-section
Variétés d'espèce S	Atlas d'espèce S
	Variété d'espèce S
Orientation	Application directe et inverse
	Atlas cohérent
	Variété orientable et orientée
	Espace tangent
	Projections d'un voisinage de la variété
	[sur l'espace tangent]
	Fonction différentiable d'une variété différentiable V
	[dans une autre W]
	Différentielle invariante
	Cas d'une fonction numérique réelle.
	[Dual de l'espace tangent.]
	Variété différentiable portée
	Point ordinaire et point singulier
	Espace tangent en un point d'une variété portée
	Variétés tangentes
	Variété portée par R^n
Variétés continument [*sic*] différentiables	
	Variété définie par des équations
	implicites, plongée dans H

Chapitre XI. Formes différentielles sur une variété.

Section	Sous-section
	Système de coordonnées dans l'espace tangent
	Expression d'une forme de Pfaff au moyen de coordonnées
	[locales]
Formes différentielles extérieures	
[de degré k]	
	Définition d'une forme [51] par ces expressions
	[dans chacune des cartes d'un atlas]
	Produit extérieur de deux formes différentielles extérieures

51. Blanc devant certainement permettre d'ajouter une expression mathématique manuscrite. Cela n'a pas été fait.

	[définies sur V, Ω de degré k et Ω' de degré k']
	Condition de dépendance de plusieurs formes de Pfaff
Forme induite	1) Sur une sous-variété
	2) Sur une variété protée
Différentiation extérieure	
	Propriété de la différentielle extérieure
Formes différentielles vectorielles	
	Produit d'une forme vectorielle [52] de degré k par une forme
	[scalaire de degré q]
	Différentielle extérieure d'une forme différentielle extérieure
	[vectorielle de degré p]
	Notion de variété riemannienne

Chapitre XII. Fonctionnelles linéaires.

Section	Sous-section
	Introduction : mesure et intégrale de Stieltjès
	[d'une fonction continue]
	Phratrie d'ensembles et mesure
	Intégrale de Stieltjès
	Passage à la limite
Fonctionnelles linéaires	
	Fonctions pour lesquelles les fonctionnelles
	[seront définies]
	Fonction limite
	Définitions
	Fonctionnelles
Fonctionnelles linéaires positives	
	Fonctions et ensembles négligeables
	Fonctions équivalentes
	Classe d'équivalence
	Fonctions prenant des valeurs infinies
	Condition N
Fonctionnelle linéaire complète	
	Passage à la limite croissante
	Fonction caractéristique d'un ensemble A
	Passage à la limite sous le signe fonctionnelle.
	[Théorème de Lebesgue.]
	Application à la dérivation sous le signe fonctionnelle
	Application aux séries
Prolongement d'une fonctionnelle linéaire	
[positive en une fonctionnelle complète]	
	1-ère étape. Ensemble de fonctions $\mathcal{G}$

52. Blanc devant certainement permettre d'ajouter une expression mathématique manuscrite. Cela n'a pas été fait.

Prolongement de T aux fonctions de $\mathcal{G}$
Propriétés de $U(g)$
Ensemble $\mathcal{G}'$ de fonctions
2-ième étape
Fonctionnelles supérieure et inférieure

Bibliographie

[Age05] Pierre Ageron. “La Philosophie mathématique de Roger Apéry”. In : *Philosophia Scientiæ* CS 5 (2005) (cf. p. 265).

[AP16] David Aubin et Anne-Sandrine Paumier. “Polycephalic Euclid? Collective practices in Bourbaki’s history of mathematics”. In : sous la dir. de Volker R. Remmert, Martina Schneider et Henrik Kragh Sørensen. Springer, 2016. Chap. Historiography of Mathematics in the 19th and 20th Centuries, pp. 185-218. url : `https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-00871784` (cf. p. 262).

[Arca] Archives Départementales du Bas-Rhin. *Strasbourg* (cf. p. 13-15, 38-42, 44, 47, 48, 50, 52, 57-60, 63, 64, 87, 104).

[Arcb] Archives Départementales du Puy-de-Dôme. *Clermont-Ferrand* (cf. p. 15, 16, 27, 39, 144, 284).

[Aub18] David Aubin. *L’Élite sous la mitraille. Les Normaliens, les mathématiques et la Grande Guerre, 1900–1925*. Éditions de la Rue d’Ulm, 2018 (cf. p. xv, 144).

[Aub97] David Aubin. “The Withering Immortality of Nicolas Bourbaki: A Cultural Connector at the Confluence of Mathematics, Structuralism, and the Oulipo in France”. In : *Science in Context* 2.10 (1997), p. 297-342 (cf. p. xv).

[Aud09] Michèle Audin. “Dans la famille Cartan...” In : *Gazette des mathématiciens* 122 (2009), p. 45-51 (cf. p. 121).

[Aud10] Michèle Audin. *Une histoire de Jacques Feldbau*. Société Mathématique de France, 2010 (cf. p. 35, 104).

[Aud11] Michèle Audin. *Correspondance entre Henri Cartan et André Weil (1928–1991)*. T. 6. Paris : Société Mathématique de France, 2011 (cf. p. xvi-xviii, xxiii, xxiv, 5, 7, 10, 13-16, 20, 25, 29-31, 35, 39, 42, 44, 45, 48, 49, 51-57, 59, 61, 62, 65-101, 104, 107, 109-114, 116, 119, 124, 127, 129-131, 135, 137, 139, 215, 229, 230, 245, 255, 269, 285).

[Aud12] Michèle Audin. “Henri Cartan & Andé Weil, du vingtième siècle et de la topologie”. In : *Éditions de l’École polytechnique* (2012). url : `http://www.math.polytechnique.fr/xups/xups12-01.pdf` (cf. p. 145).

[Aud13] Michèle Audin. “Le séminaire Hadamard”. In : *Images des mathématiques* (2013). url : `https://images.math.cnrs.fr/Le-seminaire-Hadamard.html?lang=fr` (cf. p. 4).

[Aud14a] Michèle Audin. *Inventaire des « cahiers » d'Henri Cartan à la bibliothèque de l'IRMA*. 2014. URL : `https://irma.math.unistra.fr/IMG/pdf/cahierscartan.pdf` (cf. p. xx, 4, 35, 121-125, 145, 151, 154, 155, 161, 167, 171-174, 176, 185, 187, 190, 193, 194, 213, 217-219, 222, 228, 231, 232, 238-242, 254, 294, 296, 297, 299, 308, 309, 311).

[Aud14b] Michèle Audin. *Le séminaire de mathématiques 1933–1939*. cedram, 2014. URL : `http://books.cedram.org/MALSM/` (cf. p. xvii, 3-5, 21, 32, 122, 129, 132, 209, 210, 219, 222, 283).

[Bai07] René Baire. *Leçons sur les théories générales de l'analyse*. T. 1. Gauthier-Villars, 1907 (cf. p. 249).

[Ban32] Stefan Banach. *Théorie des opérations linéaires*. Monografje Matematyczne, 1932 (cf. p. 228, 249, 253, 255).

[Bar16] Michael J. Barany. "Fellow Travelers and Traveling Fellows: The Intercontinental Shaping of Modern Mathematics in Mid-Twentieth Century Latin America". In : *Historical Studies in the Natural Sciences* 46.5 (2016), p. 669-709 (cf. p. 112).

[Bea11] Liliane Beaulieu. "Quand Nancy s'appelait Nancago". In : *L'Est Républicain* (2011) (cf. p. 42).

[Bea13] Liliane Beaulieu. *Bibliographie Bourbaki*. 2013. URL : `https://poincare.univ-lorraine.fr/sites/poincare.univ-lorraine.fr/files/users/documents/fichier_page/b-biblio-b-iii2013.pdf` (cf. p. 262).

[Bea89] Liliane Beaulieu. "Bourbaki, une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux". Thèse de doct. Université de Montréal, 1989 (cf. p. xvi, xvii, xx, xxiii, 11, 15, 20, 23, 25-27, 31, 37, 144, 187, 197, 200, 201, 205-210, 216, 224, 249, 266).

[Bea93] Liliane Beaulieu. "A Parisian Café and Ten Proto-Bourbaki Meetings (1934–1935)". In : *Mathematical Intelligencer* 15/1 (1993), pp. 27-35 (cf. p. 28, 197).

[Bea99] Liliane Beaulieu. "Bourbaki's Art of Memory". In : *Osiris* 14 (1999), p. 219-251 (cf. p. xvii, 98).

[Bén87] Hourya Bénis-Sinaceur. "Lettres inédites de Jean Cavaillès à Albert Lautman". In : *Revue d'histoire des sciences* 40.1 (1987), p. 117-128 (cf. p. 204).

[Boh52] Harald Bohr. "Adress of Professor Harald Bohr". In : *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Cambridge Massachusetts, USA, August 30-September 6, 1950* (1952) (cf. p. 270).

[Bor07] Jacques Borowczyk. "Bourbaki et la Touraine". In : *Publication de l'Académie de Touraine* 20 (2007), p. 139-160 (cf. p. 25).

[Boua] Bourbaki. *Archives Bourbaki*. URL : `http://archives-bourbaki.ahp-numerique.fr/` (cf. p. xx, 5, 25, 27, 28, 37, 44, 62, 65-72, 74-81, 83-101, 107-111, 113-119, 124-131, 135, 144, 184, 198-205, 207-216, 218-222, 231, 242, 243, 245, 252, 263, 266, 300, 303).

[Boub] Bourbaki. *Page web du groupe Bourbaki*. URL : `https://bourbaki.fr/` (cf. p. 24).

[Bouc] Nicolas Bourbaki. *Séminaire Bourbaki.* numdam. URL : `http://www.numdam.org/actas/SB/` (cf. p. 126, 127, 131).

[Bou02] Jean-Pierre Bourguignon. “Laurent Schwartz, 1915-2002”. In : *Le jaune et le rouge* (2002), p. 33-35. URL : `https://www.lajauneetlarouge.com/wp-content/uploads/2012/12/580-page-033-036.pdf` (cf. p. 271).

[Bou35] Nicolas Bourbaki. “Sur un théorème de Carathéodory et la mesure dans les espaces topologiques.” French. In : *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, Paris* 201 (1935), p. 1309-1311 (cf. p. xv).

[Bou38] Nicolas Bourbaki. “Sur les espaces de Banach.” French. In : *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, Paris* 206 (1938), p. 1701-1704. ISSN : 0001-4036 (cf. p. 255).

[Bou39] N. Bourbaki. *Éléments de mathématique. Première partie: Les structures fondamentales de l'analyse. Livre I: Théorie des ensembles (fascicule de résultats).* French. Hermann, 1939 (cf. p. xvi, 37, 205, 206, 223).

[Bou40] N. Bourbaki. *Éléments de mathématique. Première partie : Les structures fondamentales de l'analyse. Livre III: Topologie générale. Chapitre I : Structures topologiques. Chapitre II : Structures uniformes.* French. Hermann, 1940 (cf. p. 37, 122, 212, 233, 263).

[Bou42a] N. Bourbaki. *Éléments de mathématique. Première partie : Les structures fondamentales de l'analyse. Livre II : Algèbre. Chapitre I : Structures algèbrisques.* French. Hermann, 1942 (cf. p. 37, 209).

[Bou42b] N. Bourbaki. *Éléments de mathématique. Première partie : Les structures fondamentales de l'analyse. Livre III: Topologie générale. Chapitre III : Groupes topologiques (théorie élémentaire). Chapitre IV : Nombres réels.* French. Hermann, 1942 (cf. p. 37, 216).

[Bou48] Nicolas Bourbaki. “Les grands courants de la pensée mathématique”. In : sous la dir. de François Le Lionnais. Actes Sud, 1948. Chap. L'architecture des mathématiques, p. 35-37 (cf. p. 267).

[Bou52] N. Bourbaki. *Éléments de mathématique. Première partie : Les structures fondamentales de l'analyse. Livre VI : Intégration. Chapitres 1 à 4.* French. Hermann, 1952 (cf. p. 265).

[Bou67] N. Bourbaki. *Éléments de mathématique. Variétés différentielles et analytiques (fascicule de résultats).* French. Hermann, 1967 (cf. p. 250, 251).

[BPL17] Michael J. Barany, Anne-Sandrine Paumier et Jesper Lützen. “From Nancy to Copenhagen to the World: The internationalization of Laurent Schwartz and his theory of distributions”. In : *Historia Mathematica* 44.4 (2017), p. 367-394 (cf. p. 107, 268-270).

[Brea] Marcel Brelot. *Fonds Marcel Brelot. Mathématicien français (1903–1987).* Bibliothèque de mathématiques de Sorbonne-Université (cf. p. xxi, 144).

[Breb] Marcel Brelot. *Fonds Marcel Brelot. Mathématicien français (1903–1987). Carton 4 : correspondance Henri Cartan.* Bibliothèque de mathématiques de Sorbonne-Université (cf. p. 40, 42-44, 63, 65, 72, 74, 76, 83-85, 91, 93, 100, 104, 126, 127, 144).

[Car] Henri Cartan. *Séminaire Henri Cartan.* numdam. URL : `http://www.numdam.org/actas/SHC/` (cf. p. 131).

[Car33] Henri Cartan. "Sur les transformations localement topologiques". In : *Acta litterarum ac scientiarum* 6 (1933), pp. 85-104 (cf. p. 186).

[Car67] Henri Cartan. *Calcul diffférentiel.* Hermann, 1967 (cf. p. 228, 254, 255).

[Car85] Henri Cartan. "Souvenirs d'une longue amitié". In : *Astérisque* 131 (1985), p. 15-23 (cf. p. 139).

[Car87] Henri Cartan. "Allocation de Monsieur Henri Cartan". In : *Annales de l'institut Fourier* 37.4 (1987), p. 1-4 (cf. p. 41).

[Car98] Pierre Cartier. "André Weil (1906–1998) : adieu à un ami". In : *Séminaire de Philosophie et Mathématiques* (1998), p. 1-24. URL : `http://www.numdam.org/item/SPHM_1998____A1_0.pdf` (cf. p. 96).

[Car99a] Henri Cartan. "André Weil, souvenirs d'une longue amitié". In : *André Weil (1906–1998), numéro spécial de la Gazette des Mathématiciens* 80 (1999), pp. 3-7 (cf. p. 13, 14).

[Car99b] Pierre Cartier. "Adieu à un ami". In : *Gazette des mathématiciens* 80 (1999), p. 13-35 (cf. p. 14, 45).

[CGP95] Raymond Couty, Georges Glaeser et Charles Perol. "L'essor des mathématiques à Strasbourg-Clermont entre 1940 et 1945". In : *Gazette des mathématiciens* 65 (1995), pp. 19-22 (cf. p. 252).

[Cha29] Albert Chatelet. "France. Les modifications essentielles de l'enseignement mathématiques dans les principaux pays depuis 1910". In : *L'Enseignement mathématique* (1929), pp. 6-13 (cf. p. 152).

[Cha94] Christophe Charle. *La République des universitaires, 1870–1940.* Seuil, 1994 (cf. p. 7).

[Cho95] Michèle Chouchan. *Nicolas Bourbaki – Faits et légendes.* Éditions du Choix, 1995 (cf. p. 143).

[CJ00] Henri Cartan et Allyn Jackson. "Un entretien avec Henri Cartan". In : *Gazette des mathématiciens* 84 (2000), p. 5-15 (cf. p. 39).

[CL68] Claude Chevalley et Albert Lautman. "Notice biographique de Herbrand". In : *Annuaire de l'Association amicale de secours des anciens élèves de l'École Normale Supérieure* (1968), p. 66-68 (cf. p. 20).

[CNR49] CNRS. *Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, Analyse Harmonique, 15-22 Juin 1947.* CNRS/Gauthier-Villars, 1949 (cf. p. 268, 270).

[CO13] Srishti Chatterji et Manuel Ojanguren. “A Glimpse of the de Rham Era”. In : *Notices of the International Congress of Chinese Mathematicians* 1.2 (2013), p. 117-137. url : https://www.intlpress.com/site/pub/files/_fulltext/journals/iccm/2013/0001/0002/ICCM-2013-0001-0002-a014.pdf (cf. p. 124).

[Col] Collections de l’Institut Henri Poincaré. *Paris* (cf. p. 9, 16, 139, 253).

[Cor04] Leo Corry. *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*. 2e éd. Birkhäuser, 2004 (cf. p. 261).

[Cor92] Leo Corry. “Nicolas Bourbaki and the concept of mathematical structure”. In : *Synthese* 92 (1992), p. 315-348 (cf. p. 262).

[CP14] Jean-René Cussenot et Jean-François Pautex. *Archives de la Faculté des Sciences de Nancy*. Archives Henri Poincaré, 2014. url : http://cussenot-fst-nancy.ahp-numerique.fr/cussenot2/ (cf. p. 11, 44, 87, 88, 90).

[de 68] René de Possel. “La formule de Stokes sur une variété à n dimensions non triangulée”. In : *Bulletin des Sciences mathématiques* 2.62 (1968), p. 262-271 (cf. p. 221, 230, 237, 252).

[Del31] Joseph Delpech. *Statut du personnel enseignant et scientifique de l’enseignement supérieur*. 2e éd. Fédération et Associations de l’Enseignement supérieur, 1931 (cf. p. 6, 7, 284, 286).

[Del71] Jean Delsarte. *Œuvres de Jean Delsarte*. T. 1. Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, 1971 (cf. p. 23, 264).

[Die63] Jean Dieudonné. *Fondements de l’analyse moderne*. Gauthier-Villars, 1963 (cf. p. 263).

[Die64] Jean Dieudonné. “Recent Developments in Mathematics”. In : *The American Mathematical Monthly* 71.3 (1964), p. 239-248 (cf. p. 270).

[Die84] Jean Dieudonné. “Review : The Prehistory of the Theory of Distributions by Jesper Lützen”. In : *The American Mathematical Monthly* 91 (1984), p. 374-379 (cf. p. 267).

[Dos98] Diane Dosso. “Louis Rapkine (1904–1948) et la mobilisation scientifique de la France libre”. Thèse de doct. Paris 7, 1998 (cf. p. 28, 39, 55).

[DP86] Amy Dahan-Dalmédico et Jeanne Pfeiffer. *Une histoire des mathématiques : Routes et dédales*. Seuil, 1986 (cf. p. 155).

[Eck18] Christophe Eckes. “Organiser le recrutement de recenseurs français pour le *Zentralblatt* à l’automne 1940 : les premiers liens entre Harald Geppert, Helmut Hasse et Gaston Julia sous l’Occupation”. In : *Revue d’histoire des mathématiques* 24/2 (2018), pp. 259-329 (cf. p. 3, 22, 32, 35).

[Eck20] Christophe Eckes. “Captivité et consécration scientifique : reconsidérer la trajectoire académique du mathématicien prisonnier de guerre Jean Leray (1940-1947)”. In : *Genèses* 4.121 (2020), p. 31-51 (cf. p. 34).

[Eck21] Christophe ECKES. “Une lettre de Jean Delsarte à Henri Cartan - Premier Volet”. In : *Images des mathématiques* (2021). URL : https://images.math.cnrs.fr/Du-cote-des-lettres-Autour-du-groupe-Nicolas-Bourbaki-a-l-issue-du-deuxieme.html?lang=fr (cf. p. 111).

[Egu] Gérard EGUETHER. *Archives Jean Delsarte (Institut Élie Cartan Nancy)*. Institut Élie Cartan Nancy. URL : https://web.archive.org/web/20131001221220/http://www.iecn.u-nancy.fr/~eguether/archives/ (cf. p. 12).

[ER] Christophe ECKES et Gatien RICOTIER. *Focus*. Archives Bourbaki. URL : http://archives-bourbaki.ahp-numerique.fr/focus (cf. p. 24, 35, 37, 40).

[Ger92] Paul GERMAIN. “La vie et l’œuvre de Robert Mazet”. In : *La Vie des sciences* 9.5 (1992), p. 423-426. URL : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5737300q/f425.item (cf. p. 88).

[Ger99] Paul GERMAIN. “La Vie et l’Œuvre Scientifique de Jean Coulomb”. In : *Discours et Notices biographiques de l’Académie des Sciences* (1999). URL : http://annales.org/archives/cofrhigeo/coulomb.html (cf. p. 28).

[Gis17] Hélène GISPERT. “La rhétorique à propos des intitulés des chaires de mathématiques (1860-1950). Les dessous d’une permanence au Collège de France”. In : sous la dir. de Wolf FEUERHAHN. Les belles lettres, 2017. Chap. Dans l’atelier des intitulés. À propos de la singularité du Collège de France, pp. 317-348. URL : https://books.openedition.org/lesbelleslettres/167?lang=de (cf. p. 82).

[GL91] Hélène GISPERT et Juliette LELOUP. “Des patrons des mathématiques en France dans l’entre-deux-guerres”. In : *Revue d’histoire des sciences* 62 (2009/1), pp. 39-117. URL : https://www.cairn.info/revue-d-histoire-des-sciences-2009-1-page-39.htm?contenu=article (cf. p. xv, 4, 7, 144).

[Gol11] Catherine GOLDSTEIN. “Un mathématicien sur l’isthme d’Hurtebise”. In : *La Lettre du Chemin des Dames* 23 (2011). URL : https://horizon14-18.eu/wa_files/Lettre_20automne_202011_20LCDD_2023_20web.pdf (cf. p. 3).

[Gol12] Catherine GOLDSTEIN. “Les uns et les autres”. In : sous la dir. de Philippe NABONNAND et Laurent ROLLET. Presses universitaires de Nancy, 2012. Chap. Les autres de l’un : deux enquêtes prosopographiques sur Charles Hermite, p. 509-540 (cf. p. 264).

[Gol91] Catherine GOLDSTEIN. “La théorie des nombres en France dans l’entre-deux-guerres : De quelques effets de la première guerre mondiale”. In : *Revue d’histoire des sciences* 62 (2009/1), pp. 143-175. URL : https://www.cairn.info/revue-d-histoire-des-sciences-2009-1-page-143.htm (cf. p. xv, 78, 144).

[Gou23] Édouard GOURSAT. *Cours d’analyse mathématique*. 4e éd. Gauthier-Villars, 1923 (cf. p. 145, 154, 161-166, 172, 178, 194, 226, 228, 246, 248, 250, 255, 288, 294).

[Gue04] Denis GUEDJ. “Parler avec Claude Chevalley”. In : *Tangente* 96 (2004), p. 16-19 (cf. p. 25).

[Gue81] Denis GUEDJ. “Nicolas Bourbaki mathématicien collectif”. In : *Dédales* 1 (1981) (cf. p. 139).

[Gut13] Denis GUTHLEBEN. *Histoire du CNRS de 1939 à nos jours.* 2e éd. Armand Colin, 2013 (cf. p. 31, 91, 96).

[Had27] Jacques HADAMARD. *Cours d'analyse professé à l'École polytechnique.* T. 1. Hermann, 1927 (cf. p. 249).

[Had35] Jacques HADAMARD. "La notion de différentielle dans l'enseignement". In : *The Mathematical Gazette* 19.236 (1935), p. 341-342 (cf. p. 228, 249, 255).

[Haf17] Emmylou HAFFNER. "Esquisse d'une cartographie des cahiers d'Élie Cartan". In : *Revue d'histoire des mathématiques* 23.1 (2017), p. 125-182 (cf. p. 146).

[Jor13] Camille JORDAN. *Cours d'analyse de l'École polytechnique. Tome deuxième Calcul intégral.* 3e éd. Gauthier-Villars, 1913 (cf. p. 249).

[Jul70] Gaston JULIA. *Œuvres de Gaston Julia.* Sous la dir. de Michel HERVÉ. Gauthier-Villars, 1970 (cf. p. 4).

[Krö06] Ralf KRÖMER. "La « machine de Grothendiech » se fonde-t-elle seulement sur des vocables métamathématiques ? Bourbaki et les catégories au cours des années cinquante". In : *Revue d'histoire des mathématiques* 12 (2006), p. 119-162 (cf. p. xvi, 118, 119).

[La 37] Charles-Jean de LA VALLÉE-POUSSIN. *Les nouvelles Méthodes de la Théorie du Potentiel et le Problème généralisé de Dirichlet.* Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg – Hermann, 1937 (cf. p. 54).

[Lel09] Juliette LELOUP. "L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses soutenues en France". Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, 2009 (cf. p. 34).

[Lic48] André LICHNEROWICZ. "Qui est Bourbaki ?" In : *La Vie Intellectuelle* 16 (1948), p. 119-123 (cf. p. 109).

[Lüt82] Jesper LÜTZEN. *The Prehistory of the Theory of Distributions.* Springer, 1982 (cf. p. 270).

[Man85] Benoît MANDELBROJT. "Souvenirs à bâtons rompus de Szolem Mandelbrojt, recueillis en 1970 et préparés par Benoît Mandelbrojt". In : *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* 6 (1985) (cf. p. 14, 27, 28, 31).

[Mar19] Nicolas MARTIN. *Bourbaki, le cercle des mathématiciens disparus.* La Méthode scientifique, 2019. URL : `https://www.franceculture.fr/emissions/la-methode-scientifique/la-methode-scientifique-du-jeudi-17-janvier-2019` (cf. p. 25).

[Mas00] Maurice MASHALL. *Bourbaki, une société secrète de mathématiciens.* Pour la science, 2000 (cf. p. 144, 253).

[Maz10] Laurent MAZLIAK. "La mission strasbourgeoise de Maurice Fréchet". In : *Images des mathématiques* (2010). URL : `https://images.math.cnrs.fr/La-mission-strasbourgeoise-de-Maurice-Frechet.html?lang=fr` (cf. p. 41).

[Min] MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. *Tableaux de classement du personnel enseignant et scientifique.* Voir la section correspondante de l'annexe pour plus de détails. Ministère de l'éducation nationale (cf. p. 5, 8, 15, 29, 284).

[Pau14] Anne-Sandrine PAUMIER. “Laurent Schwartz (1915–2002) et la vie collective des mathématiques”. Thèse de doct. Paris 6, 2014 (cf. p. xvi, 19, 131, 136, 267).

[Pau15] Anne-Sandrine PAUMIER. “Le séminaire de mathématiques : un lieu d’échanges défini par ses acteurs. Incursion dans la vie collective des mathématiques autour de Laurent Schwartz (1915–2002)”. In : *Philosophia Scientiæ* 19.2 (2015), p. 171-193. URL : `https://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1101#tocto3n4` (cf. p. 125).

[Pek92] Osmo PEKONEN. “L’affaire Weil à Helsinki en 1939”. In : *La Gazette des Mathématiciens* 52 (1992), p. 13-20 (cf. p. 45, 48, 49).

[Pic12] Emmanuelle PICARD. “Recovering the History of the French University”. In : *Revue d’Histoire des Sciences et des Universités* 5.3 (2012), pp. 156-169. URL : `https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00829209` (cf. p. 7).

[Pic20] Emmanuelle PICARD. “La profession introuvable ? Les universitaires français de l’Université impériale aux universités contemporaines”. Habilitation à diriger des recherches. Université Paris 1 - Panthéon Sorbonne, jan. 2020. URL : `https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-02498327` (cf. p. 6, 7).

[Pic95] Emmanuelle PICARD. “Henri Laugier et l’organisation de la recherche française”. In : *Cahiers pour l’histoire de la recherche* 3 (1995), pp. 63-71. URL : `https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00585859` (cf. p. 34).

[Pos41] René de POSSEL. *Cours de calcul différentiel et intégral*. 1941. URL : `https://irem.u-paris.fr/cours-de-calcul-differentiel-et-integral-de-rene-de-possel` (cf. p. xxii, 144, 243, 244, 324).

[PP86] Jean-François PICARD et Elisabeth PRADOURA. “Entretien avec Jean Coulomb”. In : *Source d’origine inconnue* (1986). URL : `http://www.annales.org/archives/cofrhigeo/Coulomb.html` (cf. p. 31).

[PS07] Birgit PETRI et Norbert SCHAPPACHER. “The Shaping of Arithletic after C.F. Gauss’s Disquisitiones Arithmeticae”. In : Springer, 2007. Chap. On Arithmetization, p. 343-374 (cf. p. 159).

[Pye93] Lewis PYENSON. “Why Science May Serve Political Ends: Cultural Imperialism and the Mission to Civilize”. In : sous la dir. de Fritz KRAFFT et Christoph J. SCRIBA. Franz Steiner Verlag, 1993. Chap. XVIIIth International Congress of History of Science, Hamburg/Munich 1st–9th August 1989, pp. 40-54 (cf. p. 34).

[Rem20] Volker R. REMMERT. “Oberwolfach in the French Occupation Zone: 1945 to early 1950s”. In : *Revue d’histoire des mathématiques* 26 (2020), p. 121-172 (cf. p. 45).

[Ren03] André RENAUD. “Du rayonnement des mathématiques Lorraines”. In : *Journal de la Société d’Histoire de la Lorraine et du Musée Lorrain* Hors série (2003), p. 43-64 (cf. p. 12, 90).

[Ric21] Gatien RICOTIER. “Jean Leray et Bourbaki : exemple d’une lutte de pouvoir sur fond d’avancement de carrière à la fin des années 1930”. In : *La Gazette des Mathématiciens* 167 (2021), p. 23-38 (cf. p. xxii, 3, 32).

[Roq18] Tatiana ROQUE. “IMPA’s coming of age in a context of international reconfiguration of mathematics”. In : *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* 4 (2018), p. 4093-4112 (cf. p. 110, 111).

[Sai11] Albert de SAINT-GERMAIN. *Rapport de la sous-commssion française de la commission de l’enseignement mathématique sur l’enseignement supérieur en France*. Hachette, 1911 (cf. p. 150, 152, 249, 287, 288).

[Sch06] Norbert SCHAPPACHER. “Seventy years ago : The Bourbaki Congress at El Escorial and other mathematical (non)events of 1936”. In : *The Mathematical Intelligencer, Special issue International Congress of Mathematicians Madrid August 2006* (2006), pp. 8-15. URL : `http://irma.math.unistra.fr/~schappa/NSch/Publications_files/MadIntelSchapp.pdf` (cf. p. xxiv).

[Sch43] Laurent SCHWARTZ. *Étude des Sommes d’Exponentielles Réelles*. Publications de l’Institut de Mathématique de l’Université de Clermont-Ferrand – Hermann, 1943 (cf. p. 54).

[Sch45] Laurent SCHWARTZ. “Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques”. In : *Annales de l’université de Grenoble* 21 (1945). URL : `http://www.numdam.org/item/AUG_1945__21__57_0.pdf` (cf. p. 269).

[Sch48a] Laurent SCHWARTZ. “Généralisation de la notion de fonction et de dérivation, théorie des distributions”. In : *Annales des Télécommunications* 3.4 (avril 1948), p. 135-140. URL : `http://sites.mathdoc.fr/OCLS/pdf/OCLS_1948__9__135_0.pdf` (cf. p. 269).

[Sch48b] Laurent SCHWARTZ. “Théorie des distributions et transformation de Fourier”. In : *Annales de l’université de Grenoble* 23 (1948), p. 7-24. URL : `http://www.numdam.org/item/AUG_1947-1948__23__7_0.pdf` (cf. p. 270).

[Sch50] Laurent SCHWARTZ. *Théorie des Distributions, tome 1*. Publications de l’Institut de Mathématique de l’Université de Strasbourg – Hermann, 1950 (cf. p. 54).

[Sch90] Marian SCHMIDT. *Hommes de sciences, 28 portraits*. Hermann, 1990 (cf. p. 143).

[Sch94] Laurent SCHWARTZ. “Souvenirs sur Jean Dieudonné”. In : *Pour la science* 200 (1994), p. 8-10. URL : `http://sites.mathdoc.fr/OCLS/pdf/OCLS_1994c.pdf` (cf. p. 105).

[Sch97] Laurent SCHWARTZ. *Un mathématicien aux prises avec le siècle*. Sous la dir. d’Odile JACOB. 1997 (cf. p. 90, 103, 105, 106, 131, 267-270).

[Sie01] Reinhard SIEGMUND-SCHULTZE. *Rockefeller and the Internationalization of Mathematics Between the Two World Wars*. Birkhäuser, 2001 (cf. p. 26).

[Soc] SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE. *Vie de la société*. Bulletin de la Société Mathématique de France. URL : `http://www.numdam.org/item/BSMF/` (cf. p. 23, 27).

[Val55] Georges VALIRON. *Cours d’analyse mathématique*. Masson, 1955 (cf. p. 228, 249, 255).

[van30] Bartel Leendert VAN DER WAERDEN. *Moderne Algebra*. Springer-Verlag, 1930 (cf. p. 228).

[Ver17] Pierre VERSCHUEREN. “Des savants aux chercheurs : les sciences physiques comme métier (France, 1945–1968)”. Thèse de doct. Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, 2017 (cf. p. 91, 106).

[von35] John VON NEUMANN. “On complete topological spaces”. In : *Transactions of the American Mathematical Society* 37 (1935), pp. 1-20 (cf. p. 212).

[Wei09] Sylvie WEIL. *Chez les Weil André et Simone*. Buchet Chastel, 2009 (cf. p. 14).

[Wei36] André WEIL. “Les recouvrements des espaces topologiques : espaces complets, espaces bicompacts”. In : *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, Paris* 202 (1936), pp. 1002-1005 (cf. p. 212).

[Wei38] André WEIL. *Lettre d'André Weil à Jean Coulomb du 24 mai 1938*. Archives de l'Académie des sciences, cote 1J52, 1938 (cf. p. 29).

[Wei40] André WEIL. *L'Intégration dans les groupes topologiques et ses applications*. Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Clermont-Ferrand – Hermann, 1940 (cf. p. 4, 21, 54, 265).

[Wei48a] André WEIL. “Les grands courants de la pensée mathématique”. In : sous la dir. de Françios LE LIONNAIS. Actes Sud, 1948. Chap. L'avenir des mathématiques, p. 307-320 (cf. p. 256, 270).

[Wei48b] André WEIL. *Sur les Courbes algébriques et les Variétés qui s'en déduisent*. Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg – Hermann, 1948 (cf. p. 54).

[Wei48c] André WEIL. *Variétés abéliennes et Courbes algébriques*. Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg – Hermann, 1948 (cf. p. 54).

[Wei79a] André WEIL. *Œuvres Scientifiques - Collected Papers I 1936–1951*. Spinger, 1979 (cf. p. 15, 21, 112, 265, 267, 271).

[Wei79b] André WEIL. *Œuvres Scientifiques - Collected Papers II 1951–1964*. Spinger, 1979 (cf. p. 66).

[Wei79c] André WEIL. *Œuvres Scientifiques - Collected Papers III 1964–1978*. Spinger, 1979 (cf. p. 12).

[Wei91] André WEIL. *Souvenirs d'apprentissage*. Birkhäuser Basel, 1991 (cf. p. 5, 12, 14-16, 22, 23, 25, 30, 34, 37, 45, 48-57, 63, 66, 96, 104, 108, 110, 112, 143, 145, 157, 220, 251).

[Wil15] Nicholas J. WILLIAMS. “Les évacuations de 1939 en Moselle et en Sarre”. In : *Vingtième Siècle. Revue d'histoire* 4.128 (2015), p. 91-104 (cf. p. 38).

[WW27] Edmund Taylor WHITTAKER et George Neville WATSON. *A Course Of Modern Analysis*. 4e éd. Cambridge University Press, 1927 (cf. p. 264).

Gatien RICOTIER

Projets collectifs et personnels autour de Bourbaki dans les années 1930 à 1950

Résumé

Cette thèse contient des analyses d'interactions entre des projets personnels et collectifs, autour du groupe Bourbaki, entre les années 1930 et 1950. La période délimitée comprend l'arrivée sur le marché de l'emploi universitaire de personnes qui vont être proches du groupe Bourbaki, jusqu'à l'explosion des publications et des participants au projet, après la guerre. Deux axes d'étude sont présentés. Le premier, sur l'environnement scientifique et le cadre de vie d'Henri Cartan et d'André Weil, a pour objet de montrer des interactions entre les carrières des membres de Bourbaki et leurs activités collectives dans le cadre de ce projet. Le second est une étude centrée sur l'enseignement du calcul différentiel et intégral par Henri Cartan entre 1931 et 1940, à partir de ses cahiers de brouillon. Ces deux axes révèlent l'interdépendance de projets personnels et collectifs autour de Bourbaki, ainsi que le début de l'évolution de ce projet dans la scène mathématique et académique.

Mots clés : histoire / mathématiques / histoire des mathématiques

Résumé en anglais

This thesis contains analyzes of interactions between personal and collective projects, around the Bourbaki group, between the 1930s and the 1950s. The defined period includes the arrival on the academic job market of people who will be close to the Bourbaki group, until the explosion of the publications and of the project participants after the war. Two lines of study are presented. The first, on the scientific environment and the living environment of Henri Cartan and André Weil, aims to show interactions between the careers of Bourbaki members and their collective activities within the framework of this project. The second is a study centered on the teaching of Calculus by Henri Cartan between 1931 and 1940, from his draft notebooks. These two lines reveal the interdependence of personal and collective projects around Bourbaki, as well as the beginning of the evolution of this project in the mathematical and academic scene.

Keywords : history / mathematics / history of mathematics